

**MODELO MATEMÁTICO PARA LA ASIGNACIÓN DE TRÁFICO AL SISTEMA DE  
TRANSPORTE URBANO APLICADO AL VALLE DE ABURRÁ**

**LAURA LOTERO VÉLEZ**

**DIRECTORA:  
PATRICIA JARAMILLO, PhD.**



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
FACULTAD DE MINAS  
MEDELLÍN  
2010**



**MODELO MATEMÁTICO PARA LA ASIGNACIÓN DE TRÁFICO AL SISTEMA DE  
TRANSPORTE URBANO APLICADO AL VALLE DE ABURRÁ**

**Laura Lotero Vélez**

**TESIS DE MAESTRÍA**

**Requisito para optar al título de:  
Magíster en Ingeniería – Ingeniería de Sistemas**

**Director  
Patricia Jaramillo Alvarez, PhD.**

**Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Minas  
Escuela de Sistemas  
Maestría en Ingeniería – Ingeniería de Sistemas  
Medellín  
2010**



A quien hace todo esto posible!!!



## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco especialmente a Patricia Jaramillo, directora de esta tesis por toda su ayuda y colaboración tanto para la elaboración de este trabajo como para mi crecimiento académico y personal.

Agradezco a todos los integrantes del proyecto de investigación "Modelo de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial para el Valle de Aburrá", proyecto marco en el que se realizó esta tesis. A los que están: Claudia Rave, Alejandro, Maryin y Juan Esteban y a los que alguna vez estuvieron y dejaron su huella, Lina, Marcela, Sofía, Claudia, Laura, Juan Gabriel y Manuel. De igual forma a las entidades participantes y patrocinadoras: Área Metropolitana, Universidad Nacional de Colombia, Empresas Públicas de Medellín, Alcaldía de Medellín y Universidad de los Andes

A toda mi familia, especialmente a mi mamá que siempre está ahí pendiente de nosotras y a quien amo mucho, a mi papá y mi hermana.

A Alejandro por todo su apoyo, compañía y paciencia a la hora de hacer esta tesis. Por todas las sonrisas que me produce y por todos los momentos bonitos que compartimos.

A mis amigos y a las personas que creen en mí.

Y claro, a Dios.



# CONTENIDO

Pag

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>1.1. EL PROBLEMA</b>	<b>1</b>
<b>1.2. JUSTIFICACIÓN</b>	<b>2</b>
<b>1.3. OBJETIVOS</b>	<b>4</b>
1.3.1. OBJETIVO GENERAL	4
1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	4
<b>1.4. METODOLOGÍA</b>	<b>4</b>
1.4.1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y TECNOLÓGICA.	5
1.4.2. FORMULACIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS	5
1.4.3. DISEÑO DE LA SOLUCIÓN COMPUTACIONAL	5
1.4.4. IMPLEMENTACIÓN DE LA SOLUCIÓN COMPUTACIONAL.	6
1.4.5. ADQUISICIÓN Y PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN.	6
1.4.6. SOLUCIÓN FINAL: MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA DE TRANSPORTE APLICADO AL VALLE DEL ABURRÁ.	6
<b>1.5. ALCANCES DEL TRABAJO</b>	<b>7</b>
<b>2. ESTADO DEL ARTE</b>	<b>8</b>
<b>2.1. MODELOS DE ASIGNACIÓN DE TRÁFICO</b>	<b>8</b>
2.1.1. PRIMER PRINCIPIO: EQUILIBRIO DEL USUARIO	10
2.1.2. SEGUNDO PRINCIPIO: ÓPTIMO DEL SISTEMA	11
<b>2.2. CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS DE ASIGNACIÓN DE TRÁFICO</b>	<b>12</b>
<b>2.3. FUNCIONES DE DESEMPEÑO DE LOS TRAMOS DE VÍAS</b>	<b>12</b>
<b>2.4. CONGESTIÓN</b>	<b>15</b>
<b>2.5. MODELOS DE ELECCIÓN DISCRETA</b>	<b>16</b>
<b>2.6. DEMANDA ELÁSTICA</b>	<b>18</b>
<b>2.7. RELACIÓN DEL TRANSPORTE CON EL TERRITORIO</b>	<b>19</b>
<b>3. FORMULACIÓN DEL MODELO</b>	<b>23</b>
<b>3.1. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL MODELO</b>	<b>23</b>
<b>3.2. MODELOS DE DEMANDA DE VIAJES</b>	<b>24</b>
3.2.1. GENERACIÓN DE VIAJES	25
3.2.2. DISTRIBUCIÓN DE VIAJES	26
3.2.3. PARTICIÓN MODAL	27
<b>3.3. MODELO DE ASIGNACIÓN DE TRÁFICO</b>	<b>28</b>
3.3.1. MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA LA ASIGNACIÓN DE TRÁFICO	29
3.3.2. INDICADORES DE CONGESTIÓN Y ACCESIBILIDAD	35

<b>4. IMPLEMENTACIÓN CASO VALLE DE ABURRÁ</b>	<b>40</b>
<b>4.1. ZONA DE ESTUDIO</b>	<b>40</b>
<b>4.2. INFORMACIÓN</b>	<b>41</b>
4.2.1. MATRIZ OD	41
4.2.2. REDES DE MOVILIDAD	42
<b>4.3. PROPUESTA DE DESCOMPOSICIÓN PARA EL PROBLEMA DE GRAN ESCALA.</b>	<b>45</b>
4.3.1. MÉTODOS DE DESCOMPOSICIÓN BASADOS EN PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA	45
4.3.2. MÉTODOS BASADOS EN HEURÍSTICAS.	46
4.3.3. MÉTODO DE DESCOMPOSICIÓN PROPUESTO	48
<b>4.4. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO EN GAMS</b>	<b>53</b>
<b>5. RESULTADOS</b>	<b>54</b>
<b>5.1. DESCRIPCIÓN DEL ESCENARIO BASE.</b>	<b>54</b>
<b>5.2. INDICADORES COMPUTACIONALES DEL MODELO.</b>	<b>59</b>
<b>5.3. RESULTADOS ASIGNACIÓN DE TRÁFICO.</b>	<b>61</b>
5.3.1. FUNCIÓN OBJETIVO	61
5.3.2. INDICADORES DE CONGESTIÓN	63
5.3.3. INDICADORES DE ACCESIBILIDAD	71
5.3.4. CAMBIOS EN LA OCUPACIÓN DEL TERRITORIO COMO CONSECUENCIA DE LA MOVILIDAD.	73
<b>5.4. ESCENARIO DE COMPARACIÓN.</b>	<b>74</b>
<b>6. CONCLUSIONES</b>	<b>79</b>
<b>6.1. ACERCA DE LA INTERRELACIÓN CON EL MODELO DE TERRITORIO</b>	<b>79</b>
<b>6.2. ACERCA DE LA NECESIDAD DE UN NUEVO MODELO DE ASIGNACIÓN DE TRÁFICO.</b>	<b>79</b>
<b>6.3. ACERCA DE LA FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL MODELO.</b>	<b>80</b>
<b>6.4. ACERCA DE LA SOLUCIÓN MATEMÁTICA DEL MODELO.</b>	<b>80</b>
<b>6.5. ACERCA DE LOS INDICADORES.</b>	<b>81</b>
<b>6.6. ACERCA DEL ANÁLISIS DE ESCENARIOS.</b>	<b>82</b>
<b>7. TRABAJO FUTURO</b>	<b>83</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>85</b>

## LISTA DE TABLAS

Pag

Tabla 1. Paralelo entre algunos modelos de planificación del transporte .....	21
Tabla 2 Población del Valle de Aburrá.....	40
Tabla 3. Número de viajes estimados para las horas del período pico de la mañana.....	40
Tabla 4. Subregiones propuestas para el modelo de asignación de tráfico .....	49
Tabla 5. Resumen de parámetros para el tiempo $t=0$ del escenario base. ....	55
Tabla 6. Resumen de parámetros para el tiempo $t=4$ del escenario base .....	56
Tabla 7. Resumen de parámetros para el tiempo $t=7$ del escenario base .....	56
Tabla 8. Resumen de parámetros para el tiempo $t=13$ del escenario base .....	56
Tabla 9. Proyectos viales por período de entrada para la Red S.....	58
Tabla 10. Proyectos viales por período de entrada para la Red M.....	59
Tabla 11. Estadísticas de los submodelos de asignación en el período $t=0$ .....	60
Tabla 12 Estadísticas de los submodelos de asignación en el período $t=0$ , sin heurística .....	60
Tabla 13. Tiempo de ejecución del modelo de asignación de tráfico en cada período. ....	61
Tabla 14. Función Objetivo de cada submodelo en cada período.....	61
Tabla 15. Estadísticos básicos del indicador ISV por período de modelación .....	64
Tabla 16. Estadísticos básicos del indicador ISM por período de modelación .....	67
Tabla 17. Estadísticos básicos del indicador ITV por período de modelación .....	69
Tabla 18. Promedio del indicador IANMO por motivo y período de modelación...	71
Tabla 19. Resumen de parámetros de los escenarios en comparación.....	75
Tabla 20. Comparación de los tiempos de ejecución entre escenarios. ....	75
Tabla 21. Comparación de las funciones objetivo entre escenarios .....	76
Tabla 22. Comparación de indicadores de congestión entre escenarios .....	77



## LISTA DE FIGURAS

	Pag
Figura 1. Esquema del modelo secuencial de cuatro etapas.....	9
Figura 2. Función típica de desempeño en un tramo con intersección señalizada	13
Figura 3. Modelo de asignación de tráfico en el contexto del modelo de planificación territorial.....	24
Figura 4. Árbol de decisión del modelo de generación de viaje .....	25
Figura 5. Posibles casos para los diferentes tramos de movilidad .....	32
Figura 6 Seudocódigo para el cálculo del tiempo total entre un par OD.....	38
Figura 7. Redes de movilidad. Tramos y nodos de la Red S y Red M.....	43
Figura 8. Esquematación de los nodos equivalentes.....	44
Figura 9. Ejemplo de Nodos equivalentes.....	44
Figura 10. Distribución geográfica de las subregiones.....	50
Figura 11. Esquema del método propuesto de descomposición por subregiones .	51
Figura 12. Seudocódigo modelo de asignación de tráfico con subregiones.....	52
Figura 13. Población estimada en la UTA, para el tiempo $t=0$ [número de habitantes] .....	55
Figura 14. Tramos nuevos para el período $t=4$ .....	57
Figura 15 Tramos nuevos para el período $t=7$ .....	57
Figura 16 Tramos nuevos para el período $t=13$ .....	57
Figura 17. Valores de la Función Objetivo para submodelos intrazonales.....	62
Figura 18. Valores de la Función Objetivo para submodelo interzonal.....	63
Figura 19. Rangos de ISV para la Red S en el período $t=0$ .....	65
Figura 20. Rangos de ISV para la Red S en el período $t=4$ .....	65
Figura 21. Rangos de ISV para la Red S en el período $t=7$ .....	66
Figura 22. Rangos de ISV para la Red S en el período $t=13$ .....	66
Figura 23. Rangos de ISM para la Red M en el período $t=0$ .....	67
Figura 24. Rangos de ISM para la Red M en períodos $t=4$ , $t=7$ y $t=13$ .....	68
Figura 25. Rangos de ITV en el período $t=0$ .....	69
Figura 26. Rangos de ITV en el período $t=4$ .....	70
Figura 27. Rangos de ITV en el período $t=7$ .....	70
Figura 28. Rangos de ITV en el período $t=13$ .....	70
Figura 29. Rangos de variación para el indicador IANMO.....	72
Figura 30. Relación del IANMO con el número de inmuebles ocupados ( $t=3-t=4$ ) .	73
Figura 31 Relación del IANMO con el número de inmuebles ocupados ( $t=6-t=7$ ) ..	74
Figura 32. Comparación de las funciones objetivo por subregiones .....	77
Figura 33. Comparación del indicador ISV entre escenario base y escenario en evaluación .....	78



## **RESUMEN**

En esta tesis se presenta la implementación de un modelo matemático para la asignación de tráfico urbano al Valle de Aburrá.

El modelo de asignación de tráfico formulado está basado en el principio de Equilibrio del Usuario y asigna el flujo de viajes, minimizando el tiempo de viaje, sobre dos redes que permiten transferencia entre sí; una red que representa las vías de jerarquía principal del Valle de Aburrá, y otra red para los sistemas masivos de transporte (Metro, Metrocable y Metroplús).

Se propone, además, una integración dinámica de este modelo con un modelo exógeno distribuido de localización de agentes (familias) en el territorio: los resultados del modelo de tráfico, flujos y tiempo de viaje sobre los tramos, generan indicadores de congestión y de accesibilidad a cada zona del territorio. Estos indicadores son el insumo para el modelo de localización de agentes en el territorio en un período  $t$ . A su vez, la localización de agentes en el territorio actualiza la generación de viajes y por tanto las demandas de viajes que entran al modelo de asignación de tráfico en un período  $t+1$ , generando así una retroalimentación entre el modelo de transporte y el modelo de territorio.

Debido a la alta no linealidad y gran escala de la aplicación del modelo de asignación de tráfico al Valle de Aburrá, para su solución es necesario descomponer el problema, para lo cual se propone una metodología de descomposición por subregiones.

## **PALABRAS CLAVE**

Asignación de tráfico, congestión, optimización, descomposición



## 1. INTRODUCCIÓN

El acelerado crecimiento, desarrollo y evolución de las ciudades ha hecho necesaria una planeación adecuada de éstas, con el fin de lograr un desarrollo más estructurado y sostenible de las mismas.

Uno de los ejes más importantes del sistema de ciudad, es la movilidad de las personas, para lo cual se debe ofrecer un sistema de transporte urbano eficiente, organizado y bien distribuido.

Los sistemas de transporte urbano son además un sistema complejo en el que intervienen e interaccionan usuarios, conductores y organizaciones (empresas de transporte y entidades reguladoras). Hacen parte del sistema muchos actores y, por lo general, con objetivos e intereses en conflicto.

La modelación matemática del sistema de transporte y movilidad es, por lo general, sumamente compleja, no sólo por la gran cantidad de elementos que entran en juego, sino debido a que los usuarios no son estrictamente racionales y es muy difícil predecir su comportamiento. De otro lado, problemas como la elasticidad de la demanda, o el diseño de rutas considerando congestión, incluyen funciones altamente no lineales. Todas estas características ofrecen importantes retos para la investigación, por la exigencia de la formulación de metodologías de solución y programación matemática.

Dado que el sistema de movilidad y transporte está enmarcado en el sistema de ciudad, la planificación del mismo no debería estar desligada de los otros subsistemas (localización de residencias, mercado inmobiliario, medio ambiente, economía, etc.) y deben tenerse en cuenta los efectos que posiblemente tengan las decisiones tomadas sobre el transporte y la movilidad en el resto de los demás subsistemas y por consiguiente en la configuración de la ciudad y viceversa. Se requiere entonces, avanzar en el análisis de metodologías que permitan, de manera individual o combinada, abarcar la gran complejidad del sistema de transporte y movilidad, y vincularlo con la planificación de otros sistemas de la ciudad.

Se estudia aquí especialmente el modelo de movilidad y su interacción con algún modelo de asignación de agentes en el territorio.

### 1.1. El Problema

Dada la importancia de la interrelación entre los subsistemas de ciudad, en especial, entre los de ocupación del territorio y los de movilidad y transporte, la planificación de dichos sistemas debe hacerse de forma conjunta, sin embargo, aún se observa en la planificación local, que tanto los modelos de ocupación del territorio como los modelos de movilidad se hacen de forma separada e independiente, sin tener en cuenta, en una forma dinámica tanto en el tiempo como en el espacio, los efectos que uno puede tener sobre el otro.

Los tiempos de acceso a una zona y la congestión sobre las vías son factores que pueden afectar la decisión de localización de las personas en el territorio. Pero a su vez, la localización de personas afectan los patrones de movilidad (y por tanto de tiempos de acceso y de congestión), generando así una retroalimentación entre dichos sistemas.

Se desea conocer la respuesta de los usuarios del sistema de transporte ante diferentes escenarios posibles de configuración de la ciudad, que pueden estar dados por el crecimiento económico, la distribución de la población y de la industria, por las condiciones de tráfico en las vías, por la distribución de los servicios públicos, entre otros. Dicha respuesta en la elección de ruta a seguir viene dada en términos de tiempos de acceso a cada zona de la ciudad y de la congestión que genera al pasar por una vía e interactuar con otros agentes.

En el sistema de movilidad, el modelo de asignación de tráfico estima las vías que elegirán las personas para transportarse, dada una configuración y distribución de las personas en el territorio. Esto permite evaluar los flujos generados sobre la red vial y así, los efectos consecuentes de congestión. Sin embargo, esto no es algo trivial, ya que si bien cada individuo desea minimizar su tiempo de viaje (o alguna desutilidad de realizar el viaje como costo monetario, distancia, riesgo, etc.) la elección que hace no es del todo racional y afecta a su vez las decisiones de los demás debido a que, si crea congestión otros usuarios optarían posiblemente por otra solución, lo que complica el problema.

La mayoría de los enfoques consideran al usuario un ser absolutamente racional, lo cual no es completamente cierto, pues éste no cuenta con toda la información (número de rutas, tiempos en cada ruta, modos disponibles, etc.) a la hora de realizar su elección, es decir, hay mucha incertidumbre e imprecisión a la hora de elegir las alternativas. Además de esto, hay otros aspectos psicológicos y culturales que afectan la decisión.

La idea es entonces, predecir algunos de los impactos de la configuración regional (producto de la normativa, crecimiento demográfico y económico, entre otros factores), en los recorridos elegidos en el sistema de transporte, tales como cambios en los tiempos de viaje o cambios en los flujos vehiculares, entre un escenario de referencia y otro en evaluación, en una escala de modelación agregada. La valoración de dichos escenarios prospectivos se hace con base en indicadores, que para el sistema de transporte son básicamente de accesibilidad y congestión que se definirán más adelante.

## **1.2. Justificación**

La región metropolitana del Valle de Aburrá, está compuesta por 10 municipios de Antioquia (Medellín, Bello, Copacabana, Girardota, Barbosa, Itagüí, Envigado, Sabaneta, La Estrella y Caldas), con una población de aproximadamente 3.3 millones de habitantes. (AMVA <en línea>; DANE <en línea>)

Se han identificado varios puntos críticos con respecto a la movilidad en la región metropolitana del Valle de Aburrá. Estos son principalmente:

- La accesibilidad peatonal a los espacios públicos, a los equipamientos de cualquier tipo, y al sistema de transporte es deficitaria. La red peatonal urbana no está articulada como sistema y esto puede ser consecuencia de que el espacio público ha sido concebido y construido como un hecho residual y fragmentario dentro del sistema estructurante del territorio (AMVA 2002).
- Según la encuesta origen destino realizada en el año 2005 (UNAL 2006), el 30.3% de los viajes se realizaron exclusivamente a pie, de ahí la importancia del estudio juicioso y de la atención que debe ponerse a sus demandas; además comparado con el 12.8% de los viajes que se realiza diariamente en vehículo particular, se hace justificable la intervención en la optimización y eficiencia de los sistemas de transporte público masivo.
- La mala distribución de la participación modal. Un claro ejemplo de esto es que el 12.8% de los viajes realizados en el Valle de Aburrá es en vehículo particular, mientras que sólo un 5.3% de personas que se movilizan utilizando el sistema masivo de transporte, Metro (UNAL 2006).
- Hay tendencia creciente de la tasa de morbilidad y mortalidad por accidentes de tránsito. Es importante anotar que la accidentalidad vial es una de las principales causas de mortalidad del país. Algunas de las causas de la alta accidentalidad están derivadas de la configuración de la ciudad, la evolución en la tasa de motorización en los últimos años, la guerra del centavo, además de deficiente señalización y la falta de cultura y educación vial de los conductores y los peatones (AMVA 2002).
- El fenómeno de la motorización es un fenómeno irreversible; el automóvil particular ejercerá una gran presión y se tienen que tener previstas las necesidades de infraestructura que demanda (AMVA 2005).
- En promedio existe un auto particular por cada 5 hogares. El incremento de motorización en los hogares (10% anual) se ve motivado por el incremento en el tiempo de desplazamiento debido a las congestiones en algunos sectores y a la baja velocidad que se puede obtener en las vías. El tiempo promedio de viaje para los usuarios de bus, metro, y viajes integrados es de 42 y 61 minutos respectivamente, el doble e incluso el triple del tiempo de viaje promedio en auto particular (UNAL 2006).

Como consecuencia de algunos de los puntos anteriores, se evidencia un gran problema para la calidad de vida y productividad del Valle de Aburrá: la congestión vehicular, que es una de las externalidades más importantes del sistema de transporte.

Las matemáticas pueden contribuir significativamente a la solución de algunos de los problemas de planificación (Bondorfer, Grotchel et al. 1998), y dado que el ser

humano no es completamente racional a la hora de planificar y por tanto no es capaz de hallar las soluciones óptimas a los problemas, es que se justifica el uso de sistemas matemáticos que apoyen y soporten el proceso de toma de decisiones.

Se desea entonces un modelo que permita analizar, desde un punto de vista agregado y prospectivo, los impactos integrales de la configuración del territorio sobre el sistema de movilidad y transporte, y este a su vez sobre la configuración del territorio en próximos períodos. El análisis mediante estas metodologías permitiría valorar las externalidades de tal forma que las soluciones más integrales sean competitivas frente a soluciones desde un solo punto de vista.

### **1.3. Objetivos**

#### 1.3.1. Objetivo General

Desarrollar un modelo matemático del sistema de transporte urbano para el Valle del Aburrá, que a partir de un estudio prospectivo y estratégico, con posibles escenarios económicos, de crecimiento poblacional y de información exógena sobre la localización dinámica en el tiempo de residentes, estime las elecciones en destino, ruta y modo de los usuarios del sistema, permitiendo evaluar indicadores de congestión y accesibilidad durante el tiempo de planificación.

#### 1.3.2. Objetivos específicos

- Realizar un estudio analítico de los diferentes modelos de transporte existentes y de aquellos que integran la ocupación del territorio con modelos de movilidad y transporte.
- Identificar y evaluar las variables significativas y los criterios de decisión de los usuarios del sistema de transporte público urbano y definir funciones que representen dichas variables y criterios de elección.
- Analizar el impacto de la demanda de transporte por efectos de la congestión en períodos futuros y analizar cómo la congestión en un período afecta las decisiones de localización de los agentes en los siguientes períodos.
- Desarrollar un modelo matemático del sistema de transporte y aplicar al Valle de Aburrá, de tipo estratégico y prospectivo, con escalas temporales de un año y espaciales agregadas, dadas las características del Valle de Aburrá.

### **1.4. Metodología**

A continuación se describen los pasos que se realizaron en la ejecución del proyecto:

#### 1.4.1. Revisión bibliográfica y tecnológica.

Como primera medida, se requiere establecer un conocimiento exacto del sistema que se está analizando: los objetivos, los componentes y la estructura del mismo; sus límites e interrelaciones, tanto de sus componentes como del sistema con el medio donde se encuentra; determinar la información que alimenta al sistema y la información que se espera que el sistema entregue, etc. Todo esto con el fin de conceptualizar el problema que se está tratando de resolver, es decir realizar la definición del problema que afecta al sistema en análisis. Para tal fin se realiza un estudio de los siguientes temas:

- Modelos de planeación del transporte, especialmente aquellos que han sido aplicados en diferentes ciudades del mundo.
- Modelos de aproximación al comportamiento del usuario como ser racionalmente limitado, en especial funciones de utilidad aleatoria y modelos de elección discreta.
- Modelos que consideren funciones de congestión.
- Modelos que analizan los efectos de la demanda elástica ante factores como la congestión.

La revisión tecnológica tiene como objetivo establecer una idea clara del estado del arte y de las opciones tecnológicas que se encuentran en el mercado que pueden dar solución al problema en estudio.

#### 1.4.2. Formulación de los modelos matemáticos

Los modelos son representaciones idealizadas de los fenómenos a nuestro alrededor. Existen diferentes tipos de modelos (icónicos, analógicos, simbólicos entre otros). Los del interés de esta propuesta son los modelos matemáticos, que son representaciones abstractas de un sistema con base en el uso de números, variables y ecuaciones.

Con la información y el conocimiento que se ha adquirido sobre el sistema y su entorno y, con la definición del problema en análisis se procede a formular un modelo matemático que por medio de variables y ecuaciones concrete todas las relaciones que se presentan dentro del sistema y del sistema con el medio y que describan la esencia del problema.

#### 1.4.3. Diseño de la solución computacional

Teniendo el modelo inicial que describe el problema es necesario entonces escoger la técnica de solución que permita encontrar los valores de las diferentes variables controlables del sistema para dar solución al problema planteado en un conjunto de ecuaciones.

Existen dos alternativas básicas para enfrentar la solución de problemas de optimización: herramientas basadas en los principios de la programación matemática y herramientas heurísticas y metaheurísticas, fundamentadas principalmente en la lógica y la imitación de sistemas.

El diseño de la solución computacional está relacionado con el análisis de las alternativas de solución y con la definición de un procedimiento computacional que se ha de implementar para las metodologías en tecnologías basadas en software.

El diseño de la solución computacional incluye el diseño de los algoritmos matemáticos que se requieran para resolver exitosamente los problemas.

#### 1.4.4. Implementación de la solución computacional.

En esta etapa se procede al montaje de los modelos matemáticos planteados según las herramientas seleccionadas para tal fin.

El modelo matemático será formulado y programado en un software ya existente, GAMS, especializado para la modelación matemática y de optimización.

#### 1.4.5. Adquisición y Procesamiento de la información.

Un aspecto fundamental que determina el diseño metodológico de un proyecto como el propuesto es la información. Esta etapa se hace desde el principio, paralela a las otras actividades.

Para este trabajo se partirá de información secundaria perteneciente al proyecto "*Modelo de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial para el Área Metropolitana del Valle del Aburrá*" (Convenio 297 de 2006. Área Metropolitana del Valle de Aburrá, Universidad Nacional de Colombia sede Medellín) (UNAL 2009).

La información es, por lo general, asimétrica entre los municipios por lo cual el análisis de la disponibilidad, calidad y cantidad de información de cada uno determinará la base de información del modelo. La información encontrada influye en la definición del modelo.

#### 1.4.6. Solución final: Modelo matemático del sistema de transporte aplicado al Valle del Aburrá.

Debido a que el modelo matemático es de alcance estratégico y prospectivo (macro), se deben generar los escenarios de análisis de políticas de transporte, con base en los cuales se hará la evaluación del modelo.

Se aplica el modelo matemático a la información procesada previamente del Área Metropolitana del Valle de Aburrá.

## **1.5. Alcances del trabajo**

El alcance del trabajo es a una escala de trabajo muy agregada, dado que el modelo matemático para el sistema de transporte se hará a un nivel estratégico, para una región de gran tamaño como es el Área Metropolitana del Valle de Aburrá y por tanto no aplica para evaluar situaciones a nivel táctico ni operacional.

La escala espacial del modelo es a nivel de unos polígonos de tamaño semejante a un polígono de tratamiento (Congreso de la República de Colombia 1997). La malla vial, en la cual se hacen las asignaciones de tráfico, sólo contempla las vías de mayor jerarquía (regionales, arterias principal y menor y colectoras) y las vías de uso exclusivo de los sistemas masivos de transporte. En cuanto a la escala temporal, el modelo utiliza iteraciones anuales que son modeladas con el período pico típico de cada año. El horizonte temporal es de 15 años.

El modelo hace parte de un proyecto de análisis prospectivo de la región, es decir, sus resultados no son exactos, ni detallados, ni contundentes, solamente posibles en caso que en el futuro se den las situaciones descritas en los escenarios previstos en el análisis.

El trabajo pretende ser un modelo general aplicable a cualquier ciudad o región de tamaño comparable al Valle de Aburrá, pero sólo se hará una aplicación específica para dicha región.

El modelo de asignación de tráfico aquí presentado es un modelo estratégico, agregado y prospectivo, con altas limitaciones en la información disponible.

## **2. ESTADO DEL ARTE**

En esta sección se presenta el análisis del estado del arte de los modelos de asignación de tráfico.

La sección se organiza de la siguiente manera: primero se explican los modelos de asignación de tráfico en el contexto de la planificación del transporte así como los principios fundamentales de este modelo, luego se hace una clasificación de estos modelos según sus características. Después, se muestran las funciones de desempeño de los tramos, que son necesarias para la inclusión de los efectos de congestión en la modelación, seguidos de los modelos de asignación de tráfico que incluyen efectos de congestión. Se presentan también los modelos de asignación de tráfico por medio de modelos de elección discreta y una introducción a los modelos de asignación de tráfico con demanda elástica. Finalmente y dado que el modelo objeto de esta tesis hace parte de un modelo que interacciona con un modelo de territorio, se presentan algunos modelos que relacionan el sistema de transporte con el territorio.

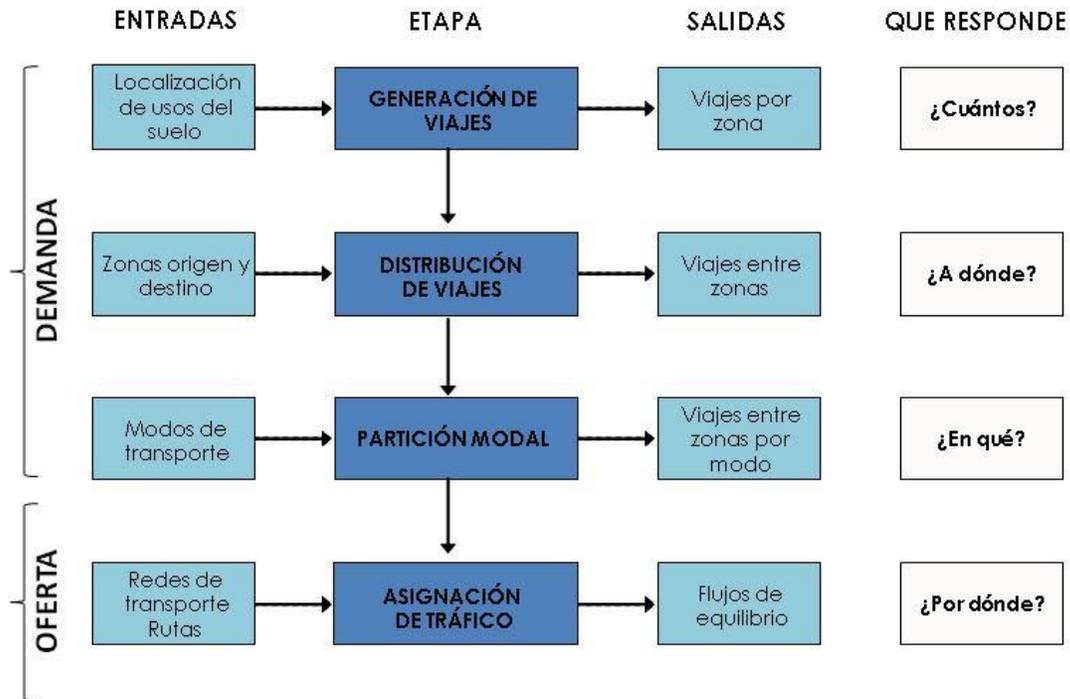
### **2.1. Modelos de Asignación de tráfico**

A la hora de realizar un viaje, el usuario del sistema de transporte urbano debe realizar una serie de elecciones: si hará o no el viaje, a qué hora lo realizará, a qué lugar irá, en qué modo se transportará y la ruta por la que hará el viaje. El orden para realizar alguna de las elecciones, no está necesariamente determinado e incluso puede tomar varias decisiones de forma simultánea.

Tradicionalmente, los modelos de planificación del transporte, usan el modelo de equilibrio entre oferta y demanda, de cuatro etapas: generación de viajes, distribución, partición modal y asignación. En la Figura 1, se observa el esquema general del modelo clásico; las entradas, salidas y preguntas que responde cada etapa (Ortuzar and Willumsen 2001) , (Patriksson and Labbe 2002).

El modelo de equilibrio de cuatro etapas, es uno de los más usados en modelos de transporte de diferentes ciudades y en software para la planeación del transporte (Caliper Corporation; INRO Les Coinceillers Consultants INC) por la facilidad computacional que presenta al permitir evaluar las etapas de forma independiente (modularidad), sin embargo, esto no es lo más conveniente, porque al separar las etapas se pierde algo de realismo en la aproximación del modelo.

Entre las falencias del modelo clásico de cuatro etapas se cuenta con que no permite la evaluación e integración de las diferentes externalidades del transporte, como por ejemplo, la congestión, no se considera que cada etapa realimenta las demás etapas; no se evidencia el efecto sobre las demás etapas, solamente sobre la siguiente a evaluar. Además se puede presentar inconsistencia entre las diferentes etapas, por ejemplo, el tiempo de viaje resultado del modelo de asignación, puede no ser el mismo tiempo que se usó para estimar la elección de modo en el módulo de elección modal.



**Figura 1. Esquema del modelo secuencial de cuatro etapas**

Como alternativa al modelo secuencial clásico de cuatro etapas, surgen modelos que proponen la integración de algunas de las etapas del modelo, entre ellos:

- Evans (1976), fue una de las primeras en formular un modelo que combina los modelos de distribución de viajes con el de la asignación de recorridos por medio de una función objetivo convexa con dos partes, una correspondiente a la elección de ruta y otro a la distribución de viajes. Florian y Nguyen (1978), extendieron esta formulación para incluir el modelo de partición modal. Sawat y Magnanti (1988) proponen un modelo de transporte de equilibrio simultáneo que integra la generación de viajes.
- de Cea *et al* (2003) presentan un modelo de equilibrio simultáneo (ESTRAUS), el cual combina las etapas de distribución, partición modal y asignación para analizar redes con múltiples clases de usuarios y modos de transporte (puros o combinados), con aplicación a la ciudad de Santiago de Chile.
- Zargari *et al* (2009) proponen un modelo que combina la etapa de distribución de viajes con la asignación de tráfico con aplicación al Área Metropolitana de Teherán, usando el algoritmo de Evans. El modelo propuesto es comparado con el modelo secuencial de cuatro etapas y los resultados demuestran una correlación suficiente entre los flujos asignados y los flujos observados, y en comparación con el modelo secuencial, los resultados son más significativos estadísticamente. Este modelo no incluye la etapa de partición modal.

En los modelos de transporte, cuando se considera congestión, el problema se hace significativamente más complejo; mientras más flujo hay sobre una ruta, se disminuye la velocidad en ésta y por tanto se aumenta el tiempo de viaje, con una consecuente disminución de la atraktividad de la ruta y por tanto la demanda. Esto, por su parte, puede llegar a influenciar la demanda de viajes desde un origen a un destino específico. Sobre el tema de la congestión se hablará más adelante.

En la última de las cuatro etapas del modelo clásico, los modelos de asignación de tráfico urbano caracterizan el comportamiento del usuario con relación a la ruta que eligen para realizar su viaje. Con respecto a esto, los dos principios de Wardrop (1952) son ampliamente aplicados en los modelos de asignación en equilibrio:

### 2.1.1. Primer principio: Equilibrio del usuario

En el equilibrio, ningún usuario puede reducir unilateralmente sus tiempos (costos) de viaje, mediante un cambio de ruta (camino). Cada usuario elige la ruta que minimiza su tiempo de viaje.

El sistema de vías para la solución de estos modelos, es representado mediante un grafo, donde los nodos  $i$  son las intersecciones y los arcos  $ij$  son los tramos de vía que conectan un par de nodos  $i$  y  $j$ .

La formulación básica del modelo de optimización siguiendo el principio de equilibrio del usuario de Wardrop (1952) está dada por la función objetivo [1] y las restricciones [2], [3] y [4].

$$\text{Min} \quad z(x) = \sum_{ij} \int_0^{x_{ij}} t_{ij}(w) dw \quad [1]$$

$$\text{Sujeto a} \quad \sum_r f_r^{od} = g^{od}, \quad \forall o, d \quad [2]$$

$$x_{ij} = \sum_o \sum_d \sum_r f_r^{od} \delta_{ijr}^{od}, \quad \forall i, j \in N \quad [3]$$

$$f_r^{od} \geq 0, \quad \forall r, o, d \quad [4]$$

Donde,

#### Conjuntos

- $i, j$  : nodos de la red de dimensión  $|N|$ .
- $o, d$  : Nodos origen, destino.
- $r$  : Rutas definidas en la red entre las pared  $o-d$
- $N$  : conjunto de arcos.

#### Parámetros

- $t_{ij}(x_{ij})$  : Tiempo de viaje en el arco  $ij$ , como función del flujo de viajes sobre el arco
- $g^{od}$  : Demanda de viajes del origen  $o$  al destino  $d$

$\delta_{ijr}^{od}$  : 1 si el arco ij es parte de la ruta r que conecta a od, 0 de otro modo

### Variables de decisión

$x_{ij}$  : Flujo en el arco ij: Cantidad de viajes a través de ij

$f_r^{od}$  : Flujo en la ruta r que conecta el origen o y el destino d: Cantidad de viajes que usan la ruta r para ir de o a d

#### 2.1.2. Segundo principio: Óptimo del Sistema

Si todos los viajeros perciben el tiempo de los viajes del mismo modo, bajo condiciones de equilibrio, todas las rutas utilizadas entre un par origen – destino tienen el mismo tiempo mínimo mientras que, las no usadas requieren un tiempo igual o mayor. Las rutas elegidas por los usuarios son tales que minimizan el costo total del sistema

La formulación básica del principio del óptimo del sistema está dada por la función objetivo [5] y las restricciones [6], [7] y [8]

$$\text{Min} \quad z(x) = \sum_{ij} x_{ij} t_{ij}(x_{ij}) \quad [5]$$

$$\text{Sujeto a} \quad \sum_r f_r^{od} = g^{od}, \quad \forall o, d \quad [6]$$

$$x_{ij} = \sum_o \sum_d \sum_r f_r^{od} \delta_{ijr}^{od}, \quad \forall i, j \in N \quad [7]$$

$$f_r^{od} \geq 0, \quad \forall r, o, d \quad [8]$$

En ambos principios se considera que se cuenta con r rutas alternativas entre cada par od. Este supuesto tiene un par de problemas: se deben conocer *a priori* las r rutas entre cada par OD y además se está dejando de considerar rutas alternativas que pueden ser mejores que las prefijadas.

Si no se considera congestión, los dos principios de Wardrop son equivalentes, ya que los tramos de la red operan bajo condiciones a flujo libre y las interacciones e interferencia entre usuarios es mínima.

Los efectos de congestión son capturados mediante funciones (curvas) de *desempeño* o de *volumen – retraso*. Dichas funciones relacionan el tiempo de viaje en un tramo de la red, con el flujo que lo atraviesa. Estas son funciones estrictamente crecientes y no lineales.

Bajo estos principios, el usuario busca minimizar costos asociados a la ruta escogida; estos costos pueden ser medidos por el tiempo de viaje, costo monetario, distancia recorrida, o incluso alguna medida de desutilidad del viaje. Generalmente se utilizan funciones de costo generalizado asociados a los arcos de las rutas elegidas por los usuarios.

## 2.2. Clasificación de los modelos de Asignación de tráfico

Una forma de clasificar los métodos de asignación de tráfico es según la variación, o no, de las características de la red en el tiempo, en modelos dinámicos y modelos estáticos, respectivamente.

Los modelos estáticos asumen que la oferta y demanda de transporte son independientes del tiempo. También son llamados modelos bidimensionales, puesto que la asignación se hace en las dos dimensiones del área de la red y la dimensión del tiempo no se tiene en cuenta. Por el contrario, los modelos dinámicos, tienen en cuenta la variación en la demanda de transporte y los posibles cambios en las características de la red. Los modelos dinámicos de asignación, también son llamados modelos tridimensionales (Immers and Stada 1998).

Entre los modelos estáticos, están los modelos de tipo "todo o nada" que asignan todos los viajes (demanda) a la ruta más corta, sin tener en cuenta la capacidad de la ruta y por tanto la congestión generada en los arcos. El término "todo o nada" significa que *todos* los viajes se asignan a la ruta de menor costo fijo y *nada* a las demás rutas.

Este tipo de modelos de asignación son usados por su facilidad y bajo costo computacional, con la desventaja de que no son muy representativos de la realidad. Para una explicación del método de asignación "todo o nada" remitirse a (Cormen, Leiserson et al. 1998; Ortuzar and Willumsen 2001).

Los modelos de asignación "todo o nada", dados sus supuestos, pueden ser útiles para la asignación en modos en donde no afecta mucho la congestión (disminución de la velocidad debido al exceso de flujo) como por ejemplo trenes y tranvías (Marin and Jaramillo 2008). Además pueden servir a un modelo más complejo (con congestión) como *semilla* o solución inicial, con posibilidad de mejorar el rendimiento del otro modelo.

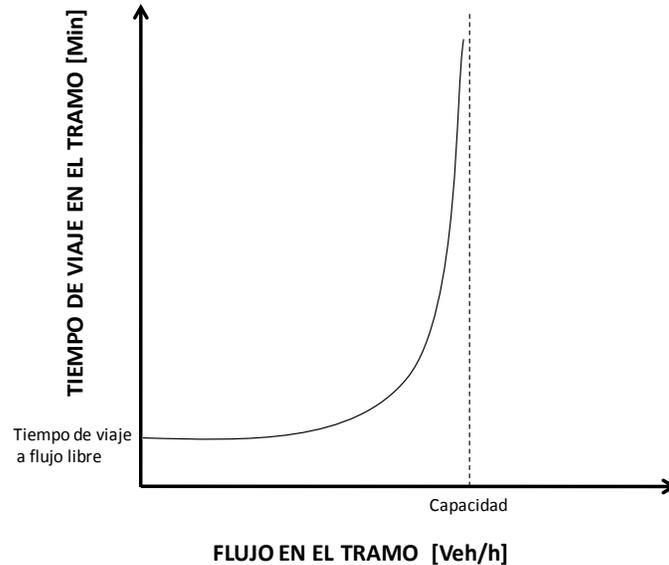
Los modelos dinámicos, que ganan interés con el *boom* de los modelos en tiempo real, son modelos en los cuales la evolución en los días de la elección de los viajes y la congestión de la red, están ligados al aprendizaje del modelo, basado en las experiencias pasadas de los pasajeros. Algunos aportes en modelos dinámicos de asignación se pueden encontrar en (LeBlanc, Ran et al. 1992; Ran and Boyce 1996; Durlin and Henn 2005; Szeto and Hong 2006).

## 2.3. Funciones de desempeño de los tramos de vías

Debido a la congestión, el tiempo de viaje en la red vial es una función creciente que depende del flujo (Sheffi 1985). La función de desempeño de los tramos, relaciona los tiempos de viaje en cada tramo de la red con el flujo que atraviesa dicho tramo.

En la Figura 2 se muestra una función típica de desempeño para un arco de la red vial. El tiempo de viaje cuando no hay flujo, se conoce como tiempo de viaje a flujo libre; en este punto, ningún vehículo se retrasa debido a la interacción con otros vehículos en la red vial. A medida que el flujo aumenta, el tiempo de viaje también aumenta.

Otra característica de las funciones de desempeño de los tramos de la red vial, es que son asintóticas a un cierto nivel de flujo conocido como *capacidad*, que es el máximo flujo que puede pasar por un arco. Más allá de este valor, la función de desempeño no está definida, pues el flujo en el arco no puede ser observado.



**Figura 2. Función típica de desempeño en un tramo con intersección señalizada**  
**Fuente: Adaptado de Sheffi, (1985)**

Las formas generales de las funciones de desempeño son similares para los diferentes tipos de tramos que representan las vías urbanas, sin embargo, las características de cada una como longitud, ancho, semaforización, entre otras, determinan los parámetros exactos de la función para cada tramo.

Las funciones de desempeño son también conocidas con el nombre de funciones de volumen-retraso (*volume delay functions*).

### Funciones más comunes

La función de desempeño para tramos más conocida y usada, es la desarrollada por la Agencia de Caminos Públicos de los Estados Unidos, BPR por su sigla en inglés (*Bureau of Public Roads*). La ecuación está dada por la ecuación [9]

$$t_{ij}(x_{ij}) = t_{ij}^0 \left[ 1 + \alpha \left( \frac{x_{ij}}{K_{ij}} \right)^\beta \right] \quad [9]$$

Donde  $t_{ij}$  es el tiempo de viaje sobre el arco  $ij$  que va desde el nodo  $i$  al nodo  $j$ ,  $x_{ij}$  es el flujo sobre el arco,  $t_{ij}^0$  es el tiempo de viaje a flujo libre y  $K_{ij}$  es la capacidad del tramo  $ij$ .  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros del modelo, para los cuales se usan normalmente un  $\alpha = 0.15$  y  $\beta = 4.0$  (Sheffi 1985; Babonneau and Vial 2008)

En contraste con la teoría de flujo de tráfico, la fórmula propuesta por la BPR no es asintótica a ningún valor de capacidad. Davidson (1966) propuso una función de desempeño que sí es asintótica a un flujo de capacidad, basándose en consideraciones sobre la teoría de colas. La función de desempeño está definida por la ecuación [10]

$$t_{ij}(x_{ij}) = t_{ij}^0 \left[ 1 + J \frac{x_{ij}}{K_{ij} - x_{ij}} \right] \quad [10]$$

Donde  $K_{ij}$  es la capacidad del tramo  $ij$ ,  $J$  es un parámetro del modelo y  $t_{ij}^0$  es el tiempo de viaje a flujo libre (cuando el flujo es cero). La fracción  $x_{ij}/K_{ij}$  es muy usada en la ingeniería de tráfico y es conocida como la proporción volumen/capacidad.

Florian (1977) formuló un modelo para los tramos en que los arcos son usados por dos modos de transporte (auto particular y transporte público). Usando un factor de conversión  $\alpha^*$ , se asume que el flujo del auto ( $x_{ij}^{pri}$ ) y del transporte público ( $x_{ij}^{pub}$ ) son aditivos (ecuación [11])

$$x_{ij} = x_{ij}^{pri} + \alpha^* x_{ij}^{pub} \quad [11]$$

Por tanto, la función de desempeño del tramo queda definida por las ecuaciones [12] y [13]

$$t_{ij}^{pri}(x_{ij}^{pri}, x_{ij}^{pub}) = t_{ij}^0 \left[ 1 + \alpha \left( \frac{x_{ij}}{K_{ij}} \right)^\beta \right] \quad [12]$$

$$t_{ij}^{pub}(x_{ij}^{pri}, x_{ij}^{pub}) = \gamma \cdot t_{ij}^{pri}(x_{ij}^{pri}, x_{ij}^{pub}) + \delta \quad [13]$$

Donde  $\delta$  es una constante de penalización para permitir tiempos de parada a los buses y  $\gamma$  es otra constante para permitir velocidades diferentes entre los dos modos.

En la práctica, se usan funciones de desempeño sencillas, ya que deben ser evaluadas muchas veces durante los cálculos para hallar el equilibrio en el modelo de asignación de tráfico. Una función compleja o altamente no lineal impone alta carga computacional al modelo. La función más utilizada es la de la BPR.

## 2.4. Congestión

Algunos modelos consideran el supuesto de que los tiempos de viaje y los costos, que intervienen en las utilidades percibidas al realizar las elecciones de viaje, son fijos y se asumen independientes de las demandas de viajes, lo cual puede no ser cierto en la mayoría de los casos.

No existe una única definición de congestión, sin embargo, una definición objetiva es la que dan Thomson y Bull (2002): "*La congestión es la condición que prevalece si la introducción de un vehículo en un flujo de tránsito aumenta el tiempo de circulación de los demás*"

En la modelación sin tener en cuenta la congestión, la utilidad de la elección de un viaje es fija, al menos en el corto plazo, mientras que al considerarla, las utilidades pueden ser afectadas por las mismas elecciones hechas por todos los usuarios. Este fenómeno es conocido como "*externalidad de la demanda*" (Oppenheim 1995). El primer tipo de modelación es mucho más fácil computacionalmente, mientras que en el segundo, la solución es mucho más compleja, ya que las personas optan, no por el camino más corto, sino por el de menor tiempo de viaje, y éste a su vez depende de las personas que viajan por la misma vía, es decir, depende de la propia solución.

Uno de los métodos clásicos (aunque heurístico) para tratar la congestión, consiste en, iniciar con unos valores del costo de los tramos, que se asumen temporalmente constantes. Encontrar las rutas de costo mínimo y asignar los viajes. Con base en el volumen resultante sobre los tramos, revisar los costos de éstos y repetir el procedimiento hasta que haya convergencia. Este método se conoce como asignación con restricción de capacidad (Oppenheim 1995).

Otro modelo de asignación de tráfico que considera los efectos de la congestión es el de Spiess (1983), donde los tiempos en el vehículo (costos generalizados de viaje) son función creciente del flujo de pasajeros, que el autor llama "*funciones de incomodidad*". Sin embargo, una limitación de este modelo, es que los tiempos de espera en las paradas (nodos origen o destino) se asumen constantes e independientes del volumen de tráfico, lo que reduce el fenómeno de congestión, a un problema de comodidad.

Por otro lado, de Cea y Fernández (1993) proponen un modelo en el que los efectos de la congestión, debidos a la capacidad insuficiente del sistema, se consideran concentrados en las paradas; es decir, el fenómeno de congestión es percibido por los pasajeros en el tiempo de espera en las paradas, cuando los volúmenes de viajes se acercan a la capacidad del sistema. Cuando algunas rutas se congestionan, los pasajeros consideran usar otras rutas alternativas, que se vuelven atractivas, para realizar el viaje; cuando aumenta la congestión, aumentan también las rutas alternativas a considerar. La limitación del modelo presentado en este artículo, consiste en que, aunque considera finita la

capacidad de las vías, la función de disconformidad en cada tramo se asume como una función de flujo convexa de crecimiento ilimitado.

## **2.5. Modelos de Elección Discreta**

En las aproximaciones deterministas al problema de asignación de tráfico; se supone que los usuarios conocen perfectamente los tiempos de viaje sobre toda la red, que toman las decisiones correctas y que todos actúan de la misma manera.

Una forma de relajar estos supuestos, lejanos a la realidad, es por medio de la teoría de racionalidad limitada, que define que los usuarios no eligen necesariamente la solución óptima sino soluciones satisfactorias. Los modelos de elección discreta son una primera aproximación a esta teoría, incluyendo un componente aleatorio en las percepciones de los usuarios. Estos modelos están basados en los conceptos de maximización de la utilidad y de utilidad aleatoria, término que fue introducido por la psicología. Son usados en diversas disciplinas para modelar las elecciones de los usuarios entre un conjunto finito de alternativas, que deben ser mutuamente excluyentes y conjuntamente exhaustivas. Estos modelos, asumen que el decisor escoge el modo que le reporta mayor utilidad, sin embargo, dichas utilidades no pueden ser calculadas directamente, y por tanto, deben ser consideradas como variables aleatorias (Ben-Akiva and Lerman 1985; Sheffi 1985).

Los primeros modelos de elección discreta en transporte fueron aplicados a la elección binaria de modo, que luego fue aumentada a la elección de modo entre más de dos alternativas. Existen otras aplicaciones, como elecciones del destino del viaje, frecuencia, entre otros (McFadden and Momencich 1975; Ortuzar 1982; Ben-Akiva and Lerman 1985; McFadden 2001; Ortuzar and Willumsen 2001).

### ***Modelos de asignación estocástica***

En el caso del equilibrio del usuario (sección 2.1.1), los usuarios tienen información perfecta acerca de los costos de viaje (tiempo) y toman decisiones en una forma racional y uniforme, por tanto se considera como un modelo determinístico de asignación de tráfico.

Sin embargo, debido a variaciones en la percepción y a factores exógenos (clima, seguridad, etc), los tiempos en las rutas son percibidos de forma diferente por cada usuario, así las rutas son elegidas, más que por los tiempos reales, por los tiempos percibidos. Para reflejar dichas variaciones en la percepción de los tiempos de viaje, es posible modelar el tiempo percibido como una variable aleatoria, asociada con una función de densidad de probabilidad.

Existe una extensión no determinística al principio del equilibrio de usuario de Wardrop, en la cual ningún usuario "cree" que puede mejorar su tiempo de viaje

unilateralmente cambiando las rutas (Daganzo and Sheffi 1977); es decir, los tiempos percibidos son iguales en las rutas utilizadas entre un par OD.

### Modelo de asignación estocástica-Logit

En los modelos de asignación Logit (Patriksson 1994), se asume que los viajes se distribuyen según la ecuación [14].

$$f_r^{od} = g^{od} \frac{e^{-\Theta c_r^{od}}}{\sum_r e^{-\Theta c_r^{od}}} \quad [14]$$

Donde,

$f_r^{od}$  : Flujo en la ruta  $r$  que conecta el origen  $o$  y el destino  $d$

$g^{od}$  : Demanda de viajes del origen  $o$  al destino  $d$

$\Theta$  : Parámetro positivo asociado con el componente aleatorio del costo

$C_r^{od}$  : Costo del viaje por la ruta  $r$  (por lo general en tiempo).

El modelo Logit se deriva del supuesto de que los componentes aleatorios de la función de costo del viaje siguen una distribución *Weibull-Gumbel* y bajo este supuesto se cumple que el costo (tiempo) de viaje está definido por la ecuación [15]

$$C_r^{od} = c_r^{od} - \frac{1}{\Theta} \varepsilon^{od} \quad [15]$$

Donde  $\varepsilon^{od}$  es un error aleatorio que distribuye Gumbel, con media cero y varianza constante.  $\Theta$  se usa para calibrar la varianza en la percepción del costo, que hace referencia al error de percepción; por tanto si  $\Theta$  es grande el error es pequeño y así los usuarios tienden a elegir las rutas de mínimo costo.

Los primeros modelos Logit para asignación de tráfico, consideraban tiempos de viaje constantes. A continuación se presenta un modelo Logit para tiempos de viaje dependientes del flujo, formulado por Caroline Fisk, referenciado en Patriksson (1994). La función objetivo está definida por la ecuación [16] y las restricciones [17], [18] y [19].

$$\text{Min} \quad z(x) = \sum_{ij} \int_0^{x_{ij}} t_{ij}(w) dw + \frac{1}{\Theta} \sum_{od} \sum_r f_r^{od} \log f_r^{od} \quad [16]$$

$$\text{Sujeto a} \quad \sum_r f_r^{od} = g^{od}, \quad \forall o, d \quad [17]$$

$$x_{ij} = \sum_o \sum_d \sum_r f_r^{od} \delta_{ijr}^{od}, \quad \forall i, j \in N \quad [18]$$

$$f_r^{od} \geq 0, \quad \forall r, o, d \quad [19]$$

Notar que cuando  $\Theta \rightarrow \infty$  se obtiene el modelo de equilibrio de usuario.

El uso de modelos deterministas asume que el usuario posee información completa y perfecta acerca de las alternativas, es decir, cada usuario percibe exactamente el costo del viaje en cada ruta, en este caso  $\Theta \rightarrow \infty$ . Por otro lado, si no está disponible toda la información, entonces el estado más probable es aquel que maximice la entropía, es decir aquel que maximice  $-\sum_{od} \sum_r f_r^{od} \log f_r^{od}$ , sujeto a las restricciones de enrutamiento de la demanda, en este caso  $\Theta \rightarrow 0$ .  $\Theta$  está relacionada entonces con la cantidad de información que posee el usuario; al variar entre  $[0, \infty)$ , se pasa de un usuario "insensible" a los costos de viaje a un usuario optimizador del costo.

En general, los modelos de elección discreta aumentan la complejidad del problema de asignación de tráfico, ya que incluyen componentes altamente no lineales en sus funciones, lo que para un problema real de gran escala, dificulta la solución tanto por metodologías de optimización tradicionales como por heurísticas.

## 2.6. Demanda Elástica

En muchos de los modelos se considera que la demanda entre pares origen y destino es fija, sin embargo esto puede llegar a no ser muy cercano a la realidad.

Cuando se considera el efecto de la congestión en la red en períodos pasados como estímulo o desestímulo en el cálculo de la utilidad que perciben las personas al elegir destinos, rutas y número de viajes, para una demanda fija entre origen – destino, se dice que esta demanda es *inelástica*. Al contrario, asumir la demanda como *elástica* implica considerar que algunos viajes dejan de hacerse por efecto del costo o de la congestión y que, por otro lado, el mejorar el sistema puede atraer nueva demanda que se denomina *demand inducida* (Gartner 1980). Estos términos fueron inicialmente descritos por Beckman *et al* (1956).

Las premisas básicas de la modelación de la asignación de tráfico con demandas elásticas, suponen que: cada vehículo es asignado a la ruta óptima, los costos de los tramos son consistentes con los volúmenes de éste y, las demandas entre origen y destino son consistentes con los costos de la ruta (Horowitz 1989). Ésto implica que la cantidad de viajes entre cada par origen – destino es una función del beneficio percibido de los viajeros potenciales entre este par O-D (Gartner 1980).

Los primeros métodos de solución al problema de asignación de tráfico con demandas elásticas, propuestos por Beckman *et al* (1956), Gartner (1980) y Florian *et al* (1975), eran métodos de rigurosa programación no lineal, sin embargo no fueron muy aplicados, puesto que se sentía, para la época, que el rigor

matemático no valía el alto esfuerzo computacional (Horowitz 1989). Para ver una especificación teórica más completa del problema con demandas elásticas, se puede revisar Patriksson (1994).

Un aporte reciente en el tema de la demanda elástica, es el de Meng y Zi-You (2007), donde consideran un modelo dinámico (día a día) de asignación de tráfico con demandas elásticas y donde además, analizan los comportamientos del flujo de la red. El estudio concluye que, si la demanda es poco sensible a las diferencias en los costos del viaje, se llega al equilibrio de los flujos de la red, mientras que si la demanda es sensible al costo del viaje en una red simple, puede presentarse una situación de oscilaciones y caos en los flujos de la red.

Una forma más simplificada de ver la elasticidad de la demanda consiste en suponer que los efectos de la congestión sobre la demanda no se perciben inmediatamente (en el mismo período) sino en los períodos siguientes. Esta es la aproximación usada en esta tesis. Esto lo permite la integración con el modelo de territorio en una forma dinámica (la congestión en un período afecta la localización en períodos siguientes, lo que a su vez cambia la demanda de viajes). Esto a su vez es válido ya que el modelo propuesto es estratégico y no táctico ni operativo.

## **2.7. Relación del transporte con el territorio**

El transporte y la movilidad contribuyen e impactan el territorio y el desarrollo urbano y lo hacen principalmente en la configuración de los usos del suelo.

Existe una dinámica entre territorio, transporte y movilidad; las necesidades de movilidad de las personas están determinadas por variables asociadas a la demanda de transporte, que se obtienen a partir de las relaciones entre aspectos socioeconómicos de la población y su interrelación con las actividades urbanas, materializadas por los usos del suelo (Cal & Mayor asociados S.C. 2005).

La interacción entre los usos del suelo y el transporte se da de la siguiente manera: los patrones de localización de las actividades inducen unos patrones de viajes para realizar dichas actividades y la elección de localización de las actividades (configuración de los usos del suelo) es afectada por cómo los consumidores perciben las facilidades de transporte en cada locación (accesibilidad) (Martínez 2002). Es por esto que, en cierto modo, la interacción del transporte y los usos del suelo son consecuencia del comportamiento de las personas en el territorio.

Según el tipo de actividad se tiene un indicador de *atractividad* de viajes al lugar donde está ubicada dicha actividad, y según el sistema de transporte que haya, se tiene un indicador de *accesibilidad* al lugar de la actividad. Estos indicadores definen la interacción entre la movilidad y transporte y los usos del suelo, que finalmente impactan el desarrollo urbano y por tanto el territorio (Martínez 2002).

Las escalas de las decisiones de los agentes pueden ser de varios tipos; por ejemplo, ante un cambio en el sistema del transporte, las decisiones sobre el uso del transporte pueden hacerse en el mismo día que se hace el cambio, pero las de localización de casas y negocios pueden ser de más largo plazo. Los constructores pueden tardar varios años incluso en incorporar nuevos desarrollos que responden a esos cambios. Esto es en parte debido a que los agentes no toman las decisiones en simultánea sino que existen rezagos en las decisiones (Waddell and Ulfarsson 2004).

En la Tabla 1, se presenta un breve paralelo con las principales características de algunos de los modelos más utilizados en la planificación del transporte.

Dadas las características de la región en estudio (ver sección 4.1) y de la información disponible, se desarrolló un nuevo modelo de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial (UNAL 2009), en el cual está enmarcado el modelo de asignación de tráfico objeto de esta tesis. Este modelo específico para el Valle de Aburrá incluye las interacciones entre el sistema de transporte y el territorio que son de interés para los planificadores de la región.

El hecho de desarrollar un nuevo modelo y no usar los existentes, anteriormente descritos, se justifica en las necesidades de la región; se hace un modelo a partir de la información disponible y no acomodando la información a las necesidades de los modelos descritos (en algunos casos los modelos pueden ser intensivos en la información y ésta no está disponible, no existe o no se puede conseguir).

El modelo específico para el Valle de Aburrá funciona con los supuestos para la región y no a partir de los supuestos generales de los modelos existentes, aunque toma los supuestos de modelación más relevantes que pueden ser aplicables a la región.

Además, el modelo objeto de esta tesis está formulado específicamente para las condiciones y características del modelo de planificación y ordenamiento territorial diseñado para el Valle de Aburrá, en el cual está enmarcada.

**Tabla 1. Paralelo entre algunos modelos de planificación del transporte**

<b>CARACTERÍSTICAS</b>	<b>TRANUS</b> (Modelística <en línea>)	<b>ESTRAUS</b> (SECTRA <en línea>),(de Cea, Fernandez et al. 2003)	<b>TRANSCAD</b> (Caliper Corporation <en línea>)	<b>EMME/2</b> (INRO Les Coincellers Consultants INC <en línea>)
<b>Descripción general</b>	<p>Modelo de simulación que integra funciones de localización de actividades, usos del suelo y transporte.</p> <p>Analiza los efectos en el uso del suelo y transporte de las políticas en la localización de varias actividades y el mercado del suelo.</p> <p>Permite simular y evaluar las políticas de transporte, economía y medio ambiente de los distintos actores gubernamentales a nivel local, regional y nacional.</p>	<p>Modelo de simulación entre oferta y demanda en el mercado de transporte urbano.</p> <p>Permite evaluar los efectos de aplicación de planes y políticas de transporte.</p> <p>Permite modelar múltiples niveles socioeconómicos de los usuarios del sistema, es decir, es capaz de modelar diferentes tipos de consumidores (viajeros) para los diferentes servicios.</p>	<p>Modelo de planeación de transporte que representa la integración entre un Sistema de Información Geográfica (SIG) y procedimientos de transporte.</p> <p>Permite la simulación de la selección del modo de transporte, estimación de viajes, análisis de políticas como peajes, etc.</p>	<p>Sistema para planificación multimodal del tráfico urbano.</p> <p>Posee una serie de herramientas básicas e independientes que le dan modularidad.</p> <p>El principio fundamental es la asignación de las matrices de la demanda.</p> <p>Es uno de los más utilizados en la planificación local del transporte (AMVA 2007), (Cal &amp; Mayor asociados S.C. 2005)</p>
<b>Bases teóricas</b>	<p>Microeconomía espacial</p> <p>Modelos de gravedad y entropía.</p> <p>modelos insumo-producto</p> <p>Modelos de elección discreta.</p>	<p>Método de diagonalización</p> <p>Modelos de elección discreta.</p>	<p>Modelos de asignación de tráfico como todo o nada, asignación estocástica, asignación incremental, con restricciones de capacidad, y bajo los principios de Wardrop.</p> <p>Modelos de elección discreta.</p>	<p>Modelos de pronóstico de la demanda.</p> <p>Principios básicos de teoría de equilibrio de redes.</p> <p>Principio de equilibrio del usuario de Wardrop.</p>

CARACTERÍSTICAS	TRANUS (Modelística <en línea>)	ESTRAUS (SECTRA <en línea>),(de Cea, Fernandez et al. 2003)	TRANSCAD (Caliper Corporation <en línea>)	EMME/2 (INRO Les Coincellers Consultants INC <en línea>)
<b>Desagregación de las etapas de planeación</b>	El modelo trabaja las 4 etapas de planeación del transporte por separado. Cada etapa es modelada por medio de un modelo de elección discreta.	La etapa de generación de viajes es exógena al modelo. El modelo considera una formulación de equilibrio simultánea para la distribución de viajes, partición modal y asignación.	Soporta diferentes estilos de modelación de la demanda, entre ellos el modelo de cuatro etapas, técnicas desagregadas, modelos simultáneos para múltiples elecciones, entre otros. Incluye herramientas para cada una de las cuatro etapas.	Puede ser usado para implementar cualquier estimación de la demanda de viajes, desde el modelo clásico de 4 etapas hasta la asignación multimodal con funciones directas de demanda.
<b>Modelación del comportamiento del usuario</b>	TRANUS es una cadena de modelos de elección discreta encadenada en múltiples niveles. Usa Modelos de Elección discreta tanto para el modelo de transporte (4 etapas) como para el modelo de localización de actividades urbanas y opciones del mercado inmobiliario.	Considera una estructura Logit jerárquica para las elecciones de demanda (elección de destino, modo y horario de viaje).	Usa Modelos de Elección Discreta para estimar la probabilidad con la que un hogar o un individuo producen un viaje. El resultado se agrega para predecir el número de viajes generados. Soporta modelos Logit anidados (jerárquicos)	No incluye herramientas para modelos de elección discreta, sin embargo se puede programar la macro dentro del programa.

### 3. FORMULACIÓN DEL MODELO

En esta sección se describe la formulación matemática del modelo de asignación de transporte aplicado al Valle de Aburrá.

La sección se organiza de la siguiente manera: primero se hace una descripción general del modelo y de la interacción con el modelo de planificación y ordenamiento territorial en el que está enmarcado. Luego se habla de los modelos exógenos de demanda de viajes que alimentan el modelo de asignación de tráfico. Finalmente, se describe en forma detallada la formulación matemática del modelo de asignación de tráfico. Esta formulación está dividida en 2 partes: el modelo de optimización utilizado y los indicadores formulados para la revisión de resultados.

#### 3.1. Descripción General del modelo

El modelo de asignación de tráfico es un modelo que, dentro de un modelo de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial, construye las trayectorias de los usuarios (demandas *origen-destino*) a través de una red de transporte, dadas una localización de personas en el territorio y unas matrices origen-destino exógenas, en un período dado. A partir de los resultados del modelo de asignación de tráfico se generan unos indicadores de congestión y de tiempos de acceso a las diferentes unidades territoriales de análisis (*UTA*) que realimentan nuevamente, en un período posterior, al modelo de planificación y ordenamiento territorial.

En la Figura 3 se observa el modelo de asignación de tráfico en el contexto del modelo de planificación territorial; las líneas punteadas son exógenas al modelo y, las líneas continuas representan el alcance del modelo presentado en esta tesis.

El modelo de transporte es alimentado por la localización de personas en el territorio en cada tiempo ( $t$ ), así como también de información exógena de entrada de proyectos viales e infraestructura a la red de transporte. El modelo de transporte del modelo de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial está compuesto por dos submodelos; un submodelo de demanda que está constituido por las etapas de generación de viajes, distribución de viajes y partición modal, cuyo resultado es un arreglo de matrices Origen-Destino por modo. Por otro lado está el submodelo de oferta de transporte, del cual hace parte el modelo de asignación de tráfico, objeto de esta tesis.

Los resultados del modelo de asignación de tráfico son unos indicadores de tiempos de acceso (accesibilidad) a las distintas *UTA* y unos indicadores de congestión sobre los tramos de la red de transporte. Estos indicadores realimentan en el próximo período ( $t+1$ ) al modelo de asignación de personas en el territorio, pues se parte del supuesto que los tiempos de acceso a una zona y la congestión

(entre otros factores), pueden hacer más o menos atractiva la zona (UTA) para la localización de los agentes (familias).

En la sección 3.2 se describe brevemente en qué consiste el submodelo de demanda de transporte, que construye las matrices origen-destino por modo, que luego son utilizadas en el modelo de asignación de tráfico para repartir los recorridos de los usuarios del sistema de transporte. La formulación de éste último es descrita en detalle en la sección 3.3.

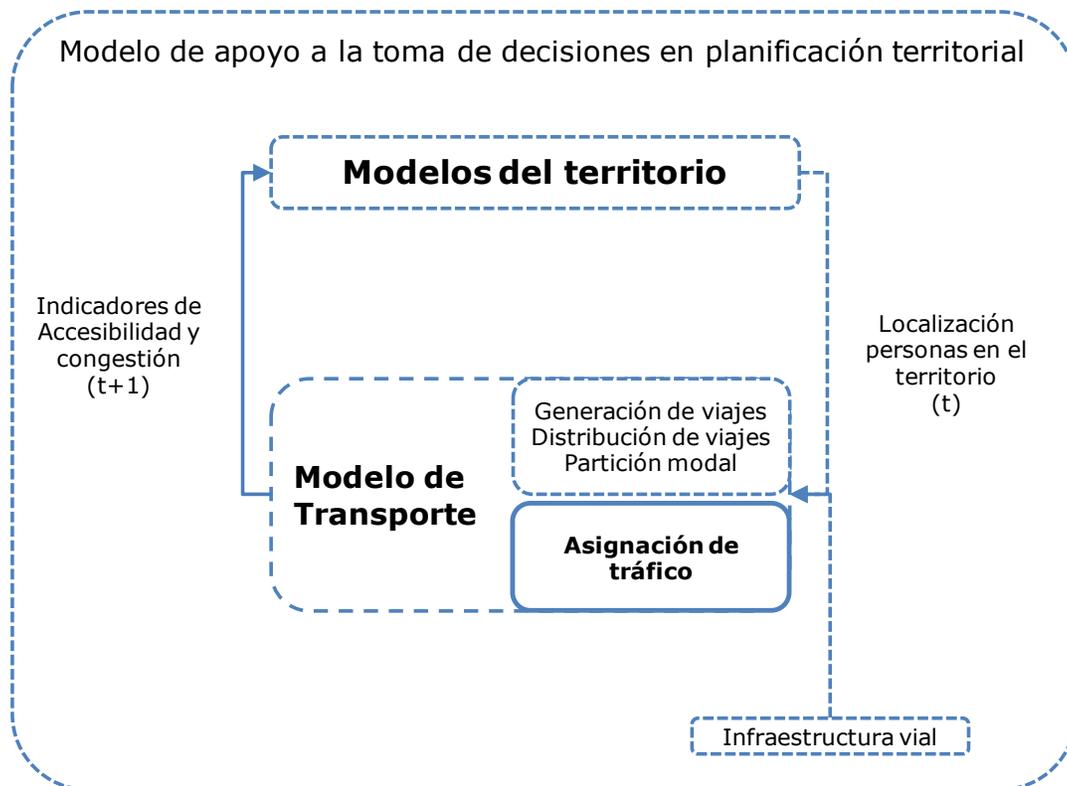


Figura 3. Modelo de asignación de tráfico en el contexto del modelo de planificación territorial

### 3.2. Modelos de demanda de viajes

El modelo de demanda de viajes incluye las etapas de generación y atracción de viajes, partición modal y distribución de viajes. En este modelo se generan unas matrices Origen-Destino por modo.

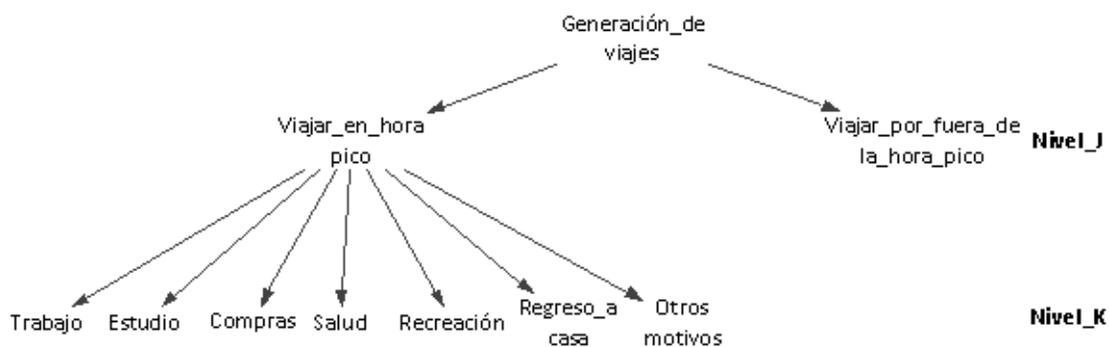
Este modelo es exógeno al modelo desarrollado en la tesis, pero dada la importancia de la interacción con el modelo de asignación de tráfico, se explica a continuación cómo funciona cada etapa dentro del contexto del modelo de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial (UNAL 2009) y cómo se relaciona con el modelo de asignación de tráfico.

### 3.2.1. Generación de viajes

Se formula un modelo Logit anidado (Cameron and Trivevi 2005), donde se pueden agrupar subconjuntos de alternativas de interés.

El problema toma dos decisiones secuenciales, viajar o no y, dado que viaja, por cuál motivo, definiendo entonces la estructura requerida para el modelo logit anidado.

La estructura de decisión planteada se esquematiza en el árbol de decisión presentado en la Figura 4; el primer nivel (K) corresponde a la selección del motivo de viaje y el segundo nivel (J) a la decisión de viajar o no en hora pico.



**Figura 4. Árbol de decisión del modelo de generación de viaje**

El modelo logit anidado para estimar la probabilidad de viajar en hora pico por motivo, se calibra con base en la información de viajes para el período de tiempo elegido, tomado de la *Encuesta Origen Destino 2005* (UNAL 2006).

Las características del modelo son:

- *Individuos*: los individuos están representados por cada persona, quien es el agente tomador de la decisión de viaje.
- *Conjunto de alternativas*: el conjunto de alternativas está dado de acuerdo con la etapa de elección. Primero la persona puede decidir si viaja ( $J=1$ ) o no viaja ( $J=2$ ) en la hora pico de la mañana. Si la elección es  $J=1$  en el nivel  $k$  puede elegir entre el conjunto de motivos de viaje conformada por  $K_j$  alternativas ( $k=1, \dots, 7$ ): *trabajo, estudio, compras, salud, recreación, regreso a casa* y *otros motivos*. En el caso de elegir  $J=2$  quiere decir que la persona no viaja en hora pico y no se analizan las posibles alternativas que se deriven de esta decisión por no ser de interés para el análisis dentro del modelo.
- *Características del decisor*: las características asociadas a las personas que influyen en la decisión de viaje que están dadas por el estrato socioeconómico.

Se estudian los viajes basados en el hogar, por lo cual la probabilidad se aplica sobre los habitantes residentes las zonas geográficas de análisis. Este es un resultado del modelo de asignación de viviendas, en el período inmediatamente anterior, del modelo del territorio enmarcado en el modelo de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial.

Como resultado se obtiene el número de viajes por motivo, generados desde cada zona geográfica de análisis en el territorio.

En cuanto a la formulación del modelo Logit anidado, el lector puede ampliar la descripción de la formulación en Cameron y Trivevi (2005). Los resultados de los estimadores y las probabilidades asociadas puede consultarse en los informes de formulación del modelo de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial (UNAL 2009).

### 3.2.2. Distribución de viajes

Se implementa el modelo gravitacional de máxima entropía restringido por producción (Wilson 1970; Ortuzar and Willumsen 2001). El objetivo es estimar matrices de demanda origen-destino que alimentan las etapas de partición modal y luego al modelo de asignación de tráfico.

Una matriz origen-destino es una tabla de doble entrada; donde las filas (orígenes,  $i$ ) y las columnas (destinos,  $j$ ) representan las zonas geográficas en las que se ha dividido el área de estudio, y los valores de la tabla representan el número de viajes que se ha realizado entre estas zonas ( $T_{ij}$ ). En general se estima una matriz por cada motivo de viaje puesto que según el motivo se definen diferentes utilidades y costos de viaje para los usuarios.

El cálculo del modelo de distribución se resume en las ecuaciones [20] y [21].

$$T_{ij} = A_i O_i W_j^2 e^{-\beta c_{ij}} \quad [20]$$

Donde,

$$A_i = \frac{1}{\sum_j W_j^2 e^{-\beta c_{ij}}} \quad [21]$$

$O_i$  es el vector de viajes generados estimado en la etapa de generación de viajes,  $i$  representa cada una de las zonas geográficas de análisis,  $W_j$  es el vector de pesos de atracción de viajes por motivo para cada uno de los destinos  $j$ ,  $C_{ij}$  es la matriz de costo asociada a los viajes a cada posible destino (tiempo) y  $\beta$  es un parámetro que representa la elasticidad del tiempo de recorrido del viaje.

La matriz origen-destino estimada cumple restricciones de balance; el número total de viajes generados es igual al número total de viajes atraídos (Ecuación [22])

$$\sum_j T_{ij} = O_i \quad \forall i \quad [22]$$

El resultado es una matriz origen-destino por motivo. Entre la etapa de generación y distribución de viajes se agregan los viajes por motivo.

La calibración de los pesos de atracción de viajes y demás parámetros del modelo de distribución, se puede consultar en el informe de formulación del modelo de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial (UNAL 2009).

### 3.2.3. Partición modal

Para el modelo de partición modal también se define un proceso de elección de los agentes; en este caso la elección del modo de transporte en el cual se realizará el viaje. Se propone entonces la implementación de un modelo de elección discreta para esta etapa, pero con algunas diferencias respecto a su implementación en la etapa de generación de viajes.

En este caso no se describe un proceso anidado de decisiones sino una sola decisión de elección entre un número finito y excluyente de alternativas (modos de transporte). Se implementa entonces un caso particular del modelo logit anidado: el logit multinomial.

Las características del modelo son:

- *Individuos.* Los individuos están representados por cada persona, quien es el agente tomador de la decisión de viaje.
- *Conjunto de alternativas* El conjunto de modos de transporte posibles de elección para realizar el viaje, se denota por  $j=1,2,\dots, 6$ .  $j=1$  Público Colectivo,  $j=2$  Público Individual,  $j=3$  Privado Colectivo,  $j=4$  Privado individual,  $j=5$  Pedestre (pié y bicicleta) y  $j=6$  Otros modos de transporte. Las alternativas son mutuamente excluyentes, es decir, que elegir una opción implica no elegir ninguna de las demás alternativas.
- *Características del decisor.* Las características asociadas a las personas que influyen en la decisión de viaje se definen a partir del estrato socioeconómico.

El atributo de motivo se pierde en esta etapa puesto que, para el siguiente paso (modelo de asignación de tráfico), todas las demandas compiten en las vías independientemente del motivo, por lo cual no es necesario conservar ese atributo.

La formulación del modelo Logit multinomial usado en la etapa de partición modal, así como los resultados de los estimadores y las probabilidades asociadas

pueden consultarse en los informes de formulación y de Línea base del modelo de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial (UNAL 2009)

Como resultado se estiman entonces matrices origen-destino por modo, pues de los modos depende la utilización de las vías en términos de capacidad y eficiencia.

### **3.3. Modelo de Asignación de tráfico**

El modelo matemático de asignación de tráfico al sistema de transporte urbano del Valle de Aburrá, construye las trayectorias de los usuarios (demandas *origen-destino*) a través de una red de transporte. Dicha red de transporte está dividida a su vez en 2 redes, presentadas a continuación:

#### **Red de vías principales**

Representa la red vial de mayor jerarquía (vías regionales, arterias y colectoras). Esta red es representada por medio de un grafo dirigido  $(N,A)$ , donde  $N$  representa el conjunto de nodos y  $A$  representa el conjunto de arcos. Los nodos representan las intersecciones o puntos importantes de la ciudad respecto a la movilidad y los arcos representan las calles y tramos que unen dichos nodos. Es sobre esta red que se consideran los efectos de la congestión.

Cada arco, que representa un tramo de la vía, tiene características de tipo de vía, longitud, capacidad, tiempo a flujo libre, entre otros.

En adelante se hará referencia a la red de vías principales como "Red S"

#### **Red de Metro**

Esta red representa las líneas y estaciones de los sistemas metro, metrocable y cualquier otro sistema masivo de transporte. Sobre esta red, no se considera congestión ya que puede considerarse que el tiempo de viaje en estos tramos no depende significativamente del flujo sobre estos, sino que se considera constante (Marin and Jaramillo 2008).

En adelante se hará referencia a la red de metro como "Red M"

Del modelo de partición modal descrito anteriormente, se generan 2 matrices que pasan al modelo de asignación de tráfico: **ODRS**(o,d) que relaciona la demanda entre pares origen destino, en vehículos equivalentes, de los modos que utilizan exclusivamente la Red S y **ODRX**(o,d) con la demanda de viajes para el modo público colectivo que puede usar tanto la Red M como la Red S. Las 2 matrices están en unidades diferentes (vehículos equivalentes y viajes) para poder modelar las diferentes dinámicas según el modo de transporte.

### 3.3.1. Modelo de optimización para la asignación de tráfico

Se propone un modelo de optimización que minimice los tiempos de viaje para cada par de demanda o-d, basado en el principio de Equilibrio del Usuario de Wardrop (1952). Dicho modelo de optimización, está compuesto por las siguientes hipótesis, conjuntos, parámetros y variables:

#### Supuestos

- Se considera la demanda inelástica y dada como un parámetro exógeno al modelo de asignación de tráfico.
- El modelo básico es estático (un solo período), pero hace parte de un modelo dinámico de retroalimentación con el modelo de ordenamiento territorial, en diferentes períodos de tiempo.
- Las consideraciones sobre congestión sólo se hacen para la Red S. La Red M opera sin efectos de congestión.
- El modo público colectivo es el único modo que puede hacer intercambio entre Red S y Red M y viceversa. Los demás modos sólo circulan por la Red S.
- No se tienen en cuenta los tiempos de acceso a los nodos (tiempos de caminata), ni tiempos de espera (para los modos públicos).
- No se hace una separación de las redes de transporte público establecidas dentro de la Red S. Se asume que el transporte público puede utilizar cualquier tramo de esta red y de la Red M.
- No se hace una calibración de los parámetros de la función de desempeño de los tramos de la Red S. Se toman los valores propuestos por la BPR (Sheffi 1985).

#### Conjuntos

- **i**: Nodos. Este conjunto es renombrado con unos "Alias"(i,j,o,d); esto quiere decir que cuando se habla de i, j, o, d, se habla del mismo conjunto de nodos.
- **m**: Modos de transporte. Los modos considerados para este modelo son: Público colectivo, público individual, Privado colectivo, Privado individual y otros

#### Subconjuntos

- **ms<sub>m</sub>**: modos que utilizan exclusivamente la Red S: público individual, Privado colectivo, Privado individual y otros.

- **$mx_m$** : modos que pueden utilizar la Red M y la Red S. En este caso, sólo está permitido para el modo público colectivo.
- **RamalS<sub>ij</sub>**: tramos ij de la Red S.
- **RamalM<sub>ij</sub>**: tramos ij de la Red M

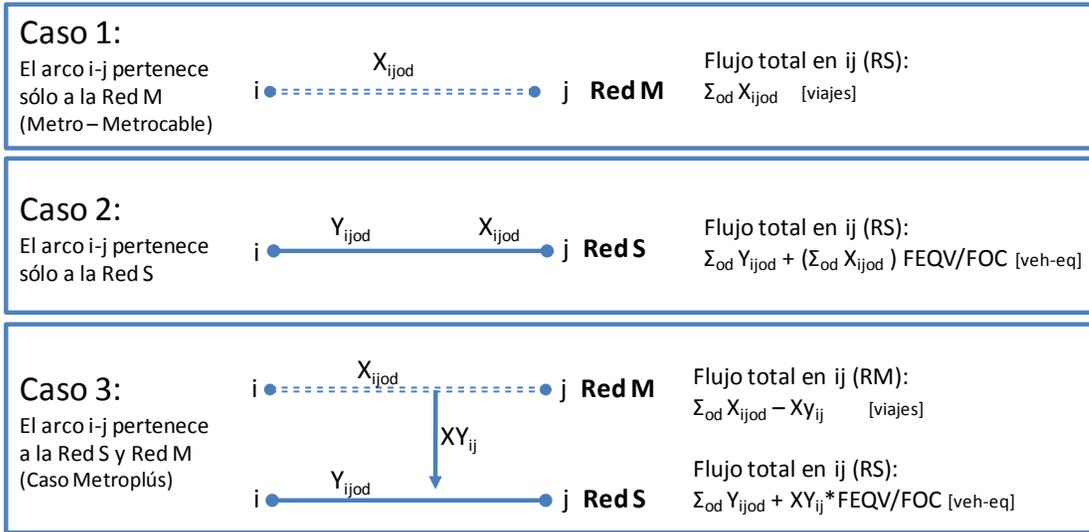
### Parámetros

- **TFL<sub>ij</sub>**: Tiempo a flujo libre por el arco ij de la Red S [min/veh-eq].
- **TM<sub>ij</sub>**: Tiempo para recorrer un tramo de la Red M [min/viaje].
- **K<sub>ij</sub>**: Capacidad en vehículos equivalentes del tramo de la Red S [Veh-eq/hr]
- **KM<sub>ij</sub>**: Capacidad en personas del tramo de la Red M [viajes/hr]
- **ODRS<sup>od</sup>**: Demanda de vehículos equivalentes del origen o al destino d por los modos  $ms_m$  [veh-eq/hr]
- **ODRX<sup>od</sup>**: Demanda de viajes del origen o al destino d por el modo  $mx_m$  [viajes/hr]
- **FOC<sub>m</sub>**: Factor de ocupación por vehículo según modo [viajes/veh]
- **FEQV<sub>m</sub>**: Factor de conversión a vehículos equivalentes [veh-eq/veh]
- **FCM<sub>ij</sub>**: Factor de ocupación por vehículos equivalentes del sistema metro. Está definido sólo para los tramos ij de los sistemas masivos de transporte [viajes /veh-eq]
- **$\alpha$  y  $\beta$** : Parámetros de la función de desempeño de los tramos.

### Variables de decisión

- **$y_{ij}^{od}$** : Número de vehículos equivalentes que atraviesan el arco ij de la Red S para ir de un origen o a un destino d, para los modos  $ms_m$ . [Veh-eq/hr]
- **$x_{ij}^{od}$** : Cantidad de viajes que atraviesan el arco ij (de Red S o Red M) para ir de un origen o a un destino d, para el modo público colectivo  $mx_m$ . [viajes/hr].
- **$xy_{ij}$** : Cantidad de viajes en el tramo ij que son transferidos a la Red S por insuficiencia de capacidad en la RedM [viajes/hr]. Esta variable sólo es válida en los casos en que el tramo ij pertenece tanto a la Red S como a la Red M.





**Figura 5. Posibles casos para los diferentes tramos de movilidad**

En la función objetivo,  $TM_{ij}$  representa el tiempo de viaje a través del arco  $ij$  de la Red M (este tiempo no es influenciado por el fenómeno de congestión),  $t_{ij}$  representa el costo total de atravesar el arco  $ij$  (de la Red S) para todos los pasajeros que lo atravesen en el período de tiempo que se esté evaluando, en los diferentes modos. En el análisis de sistemas de tráfico, esta función es positiva, no lineal y estrictamente creciente (Sheffi 1985), dada por la ecuación [26]

$$t_{ij}(FS_{ij}) = tfl_{ij} \left[ 1 + \alpha \left( \frac{FS_{ij}}{K_{ij}} \right)^\beta \right] \quad [26]$$

Y donde  $tfl_{ij}$  es el tiempo de viaje a flujo libre en el arco  $ij$ ,  $K_{ij}$  es la capacidad del arco  $ij$ ,  $FS_{ij}$  el flujo que atraviesa el arco  $ij$  de la Red S, sea por el modo  $m=mx$  ( $FSX$ ) o por otro modo ( $FSY$ ),  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros de la función de desempeño a calibrar, que como se estableció en la sección 2.3, se usarán un  $\alpha=0.15$  y un  $\beta=4$ .

Por tanto la integral de los términos (2) y (3) de la función objetivo quedan según la ecuación [27]:

$$\int_0^{FS_{ij}} t_{ij}(FS_{ij}) dF = tfl_{ij} \left[ FS_{ij} + \frac{\alpha}{K_{ij}^\beta (\beta + 1)} (FS_{ij})^{\beta+1} \right] \quad [27]$$

Reemplazando [27] en la función objetivo, ésta queda como en la ecuación [28]

$$\begin{aligned}
Z = & \sum_{\substack{ij \in RamalM \\ ij \notin RamalS}} \left( \frac{TM_{ij}}{FCM_{ij}} * \sum_{od} x_{ij}^{od} \right) + \\
& \sum_{\substack{ij \notin RamalM \\ ij \in RamalS}} tfl_{ij} \left[ FSY_{ij} + \frac{\alpha}{K_{ij}^{\beta} (\beta + 1)} FSY_{ij}^{\beta+1} \right] + \\
& \sum_{\substack{ij \in RamalM \\ ij \in RamalS}} \left( \frac{TM_{ij}}{FCM_{ij}} * FM_{ij} + tfl_{ij} \left[ FSX_{ij} + \frac{\alpha}{K_{ij}^{\beta} (\beta + 1)} FSX_{ij}^{\beta+1} \right] \right)
\end{aligned} \tag{28}$$

El resultado de la función objetivo es el tiempo (minutos) usado por los diferentes flujos de viajes para realizar su recorrido, en la hora de modelación (hora pico) [Minutos / hora modelación].

La función objetivo resultante es una función altamente no lineal. Además, al ser un problema de redes, al aumentar el número de nodos y de demandas de viajes, el problema aumenta su complejidad debido a la naturaleza combinatorial de los problemas de redes.

La naturaleza no lineal y combinatorial del problema hace que se aumente significativamente la complejidad computacional. El problema es *NP-Hard* (del inglés *Non Polinomial hard*, es decir que es un problema, en el que los tiempos aumentan de manera No Polinomial con respecto al tamaño del problema).

### Restricciones

- Restricciones de enrutamiento de la demanda: en ellas se asume la conservación de flujo en los nodos, para cada par de demanda OD:

Si el nodo  $i$  corresponde al origen de la demanda ( $i=0$ ), la suma de todos los vehículos que salen desde allí, en modo  $ms_m$  es igual a  $ODRS^{od}$ . Ecuación [29]

$$\sum_{\substack{k \in N(i) \\ ik \in RamalS}} y_{ik}^{od} = ODRS^{od}, \quad \forall od, \forall i = 0 \tag{29}$$

De igual forma, si el nodo  $i$  corresponde al origen de la demanda ( $i=0$ ), la suma de todos los viajes que salen desde allí, en modo  $mx_m$  es igual a  $ODRX^{od}$ . Ecuación [30]

$$\sum_{\substack{k \in N(i) \\ ik \in (RamalM \text{ o } RamalS)}} x_{ik}^{od} = ODRX^{od}, \quad \forall od, \forall i = 0 \tag{30}$$

Si el nodo  $i$  corresponde al destino de la demanda ( $i=d$ ), la suma de todos los vehículos que llegan hasta allí, en modo  $ms_m$  es igual a **ODRS<sup>od</sup>**. Ecuación [31]

$$\sum_{\substack{k \in N(i) \\ ki \in RamalS}} y_{ki}^{od} = ODRS^{od}, \quad \forall od, \forall i = d \quad [31]$$

De igual forma, si el nodo  $i$  corresponde al destino de la demanda ( $i=d$ ), la suma de todos los vehículos que llegan hasta allí, en modo  $mx_m$  es igual a **ODRX<sup>od</sup>**. Ecuación [32]

$$\sum_{\substack{k \in N(i) \\ ki \in (RamalM \text{ o } RamalS)}} x_{ki}^{od} = ODRX^{od}, \quad \forall od, \forall i = d \quad [32]$$

Si el nodo  $i$  no es ni el origen ni el destino de la demanda ( $i \neq o$  e  $i \neq d$ ), debe cumplirse la ecuación de balance; la suma de los viajes o vehículos equivalentes que llegan a ese nodo, debe ser igual a la suma de los que salen de ese nodo. Ecuaciones [33] y [34]

$$\sum_{\substack{k \in N(i) \\ ki \in RamalS}} y_{ki}^{od} = \sum_{\substack{k \in N(i) \\ ik \in RamalS}} y_{ik}^{od}, \quad \forall od, \forall (i \neq o \neq d) \quad [33]$$

$$\sum_{\substack{k \in N(i) \\ ki \in (RamalS \text{ o } RamalM)}} x_{ki}^{od} = \sum_{\substack{k \in N(i) \\ ik \in (RamalS \text{ o } RamalM)}} x_{ik}^{od}, \quad \forall od, \forall (i \neq o \neq d) \quad [34]$$

- Restricción de capacidad para los sistemas Metro-Metrocable-Metroplús. Ecuación [35]

$$\sum_{od} x_{ij}^{od} \leq KM_{ij} + xy_{ij}, \quad \forall ij \in RamalM, \forall XY_{ij} \text{ tal que } ij \in (RamalM \text{ y } RamalS) \quad [35]$$

- Restricciones de las variables. Ecuaciones [36], [37] y [38]

$$y_{ij}^{od} \geq 0, \quad \forall ij, \forall od \quad [36]$$

$$x_{ij}^{od} \geq 0, \quad \forall ij, \forall od \quad [37]$$

$$xy_{ij} \geq 0, \quad \forall ij \quad [38]$$

### Modelo completo

$$MinZ = \sum_{\substack{ij \in RamalM \\ ij \notin RamalS}} \left( \frac{TM_{ij}}{FCM_{ij}} \sum_{od} x_{ij}^{od} \right) + \sum_{\substack{ij \notin RamalM \\ ij \in RamalS}} \int_0^F t_{ij}(FSY)dF + \sum_{\substack{ij \in RamalM \\ ij \in RamalS}} \left( \frac{TM_{ij}}{FCM_{ij}} FM_{ij} + \int_0^F t_{ij}(FSX)dF \right)$$

Sujeto a:

$$\sum_{\substack{k \in N(i) \\ ik \in RamalS}} y_{ik}^{od} = ODRS^{od}, \quad \forall od, \forall i = o$$

$$\sum_{\substack{k \in N(i) \\ ki \in RamalS}} y_{ki}^{od} = ODRS^{od}, \quad \forall od, \forall i = d$$

$$\sum_{\substack{k \in N(i) \\ ki \in RamalS}} y_{ki}^{od} = \sum_{\substack{k \in N(i) \\ ik \in RamalS}} y_{ik}^{od}, \quad \forall od, \forall (i \neq o \neq d)$$

$$\sum_{\substack{k \in N(i) \\ ik \in (RamalM \text{ o } RamalS)}} x_{ik}^{od} = ODRX^{od}, \quad \forall od, \forall i = o$$

$$\sum_{\substack{k \in N(i) \\ ki \in (RamalM \text{ o } RamalS)}} x_{ki}^{od} = ODRX^{od}, \quad \forall od, \forall i = d$$

$$\sum_{\substack{k \in N(i) \\ ki \in (RamalS \text{ o } RamalM)}} x_{ki}^{od} = \sum_{\substack{k \in N(i) \\ ik \in (RamalS \text{ o } RamalM)}} x_{ik}^{od}, \quad \forall od, \forall (i \neq o \neq d)$$

$$\sum_{od} x_{ij}^{od} \leq KM_{ij} + xy_{ij}, \quad \forall ij \in RamalM, \forall XY_{ij} \text{ tal que } ij \in (RamalM \text{ y } RamalS)$$

$$y_{ij}^{od} \geq 0, \quad \forall ij, \forall od$$

$$x_{ij}^{od} \geq 0, \quad \forall ij, \forall od$$

$$xy_{ij} \geq 0, \quad \forall ij$$

### 3.3.2. Indicadores de Congestión y accesibilidad

El modelo de optimización da como resultados: la cantidad de viajes-personas de la demanda **ODRX<sup>od</sup>** que atraviesan el tramo ij para hacer su recorrido, **x<sub>ij</sub><sup>od</sup>**, y la cantidad de vehículos equivalentes de la demanda **ODRS<sup>od</sup>** que usan el tramo ij de la Red S para hacer su recorrido, **y<sub>ij</sub><sup>od</sup>**, así como aquellas demandas del modo público colectivo que por insuficiente capacidad de los sistemas masivos de mediana capacidad deben trasladarse a la Red S, **xy<sub>ij</sub>**.

También se obtienen como resultado los valores de las variables auxiliares:

- **FSX<sub>ij</sub>**: Flujo total de vehículos en cada arco ij de la Red S, cuando el tramo pertenece a ambas redes (Red S y Red M) [Veh-eq/hr] (Ver ecuación [23])
- **FSY<sub>ij</sub>**: Flujo total de viajes en cada arco ij de la Red S, cuando el tramo sólo pertenece a la Red S [Veh-eq/hr] (Ver ecuación [24])

- **FM<sub>ij</sub>**: Flujo total de viajes en cada arco *ij* de la Red M, cuando el tramo pertenece a ambas redes (Red S y Red M) [viajes/hr] (Ver ecuación [25])

Con estos flujos en los tramos, se puede calcular el tiempo de viaje que tomó efectivamente atravesar el arco *ij*, que en los tramos de la Red S aumenta según el flujo debido a los efectos de congestión, por tanto, se tienen los valores de tiempo de viaje:

- **TM<sub>ij</sub>**: Tiempo para recorrer un tramo *ij* de la Red M [min]. Este valor es constante porque no es afectado por efectos de congestión y hace parte de la información de entrada.
- **TVXS<sub>ij</sub>**: Tiempo para atravesar el arco *ij* de la Red S, cuando el tramo pertenece únicamente a esta red. Este tiempo está definido por la ecuación [39]

$$TVXS_{ij} = tfl_{ij} \left[ 1 + \alpha \left( \frac{FSY_{ij}}{K_{ij}} \right)^\beta \right], \quad \forall ij \in RamalS, \forall ij \notin RamalM \quad [39]$$

- **TVXX<sub>ij</sub>**: Tiempo para atravesar el arco *ij* de la Red S, cuando el tramo pertenece tanto a la Red S como a la Red M. Este tiempo está definido por la ecuación [40]

$$TVXX_{ij} = tfl_{ij} \left[ 1 + \alpha \left( \frac{FSX_{ij}}{K_{ij}} \right)^\beta \right], \quad \forall ij \in RamalS, \forall ij \in RamalM \quad [40]$$

- **TVS<sub>ij</sub>**: Tiempo para atravesar el arco *ij* para las demandas definidas en **ODRS<sup>od</sup>**. Depende de las características del tramo *ij*. Este tiempo está definido por la ecuación [41]

$$TVS_{ij} = \begin{cases} TVXS_{ij} & \forall ij \in RamalS, \forall ij \notin RamalM \\ TVXX_{ij} & \forall ij \in RamalS, \forall ij \in RamalM \end{cases} \quad [41]$$

- **TVX<sub>ij</sub>**: Tiempo para atravesar el arco *ij* para las demandas definidas en **ODRX<sup>od</sup>**. Depende de cuál red utiliza el tramo *ij*; en caso de usar ambas redes, se calcula como el promedio de los tiempos en los tramos de las 2 redes (TM<sub>ij</sub> para la red M y TVXS<sub>ij</sub> para la red S). Este tiempo está definido por la ecuación [42]

$$TVX_{ij} = \begin{cases} TVXS_{ij} & \forall ij \in RamalS, \forall ij \notin RamalM \\ TM_{ij} & \forall ij \notin RamalS, \forall ij \in RamalM \\ \frac{TVXS_{ij} + TM_{ij}}{2} & \forall ij \in RamalS, \forall ij \in RamalM \end{cases} \quad [42]$$

Con base en los resultados anteriores se pueden calcular indicadores útiles para el análisis de la configuración y funcionamiento de la red vial y que dan señales de la congestión sobre la malla vial.

- **ITV<sub>ij</sub>**: Índice de tiempo de viaje en tramos de la Red S. Relación entre el tiempo de viaje, con el tiempo a flujo libre. Este índice está definido por la ecuación **[43]**

$$ITV_{ij} = \begin{cases} \frac{TVXS_{ij}}{TFL_{ij}} & \forall ij \in RamalS, \forall ij \notin RamalM \\ \frac{TVXX_{ij}}{TFL_{ij}} & \forall ij \in RamalS, \forall ij \in RamalM \end{cases} \quad [43]$$

- **ISV<sub>ij</sub>**: Índice de saturación en tramos de la Red S. Relación entre el flujo resultante y la capacidad del tramo. (Factor de carga). Este índice está definido por la ecuación **[44]**

$$ISV_{ij} = \begin{cases} \frac{FSY_{ij}}{K_{ij}} & \forall ij \in RamalS, \forall ij \notin RamalM \\ \frac{FSX_{ij}}{K_{ij}} & \forall ij \in RamalS, \forall ij \in RamalM \end{cases} \quad [44]$$

- **ISM<sub>ij</sub>**: Índice de carga del sistema metro. Relación entre el flujo de pasajeros de los sistemas masivos de transporte (Metro, Metrocable, Metroplús) con respecto a la capacidad. Este índice está definido por la ecuación **[45]**

$$ISM_{ij} = \begin{cases} \frac{\sum_{od} x_{ij}^{od}}{KM_{ij}} & \forall ij \in RamalM, \forall ij \notin RamalS \\ \frac{FM_{ij}}{KM_{ij}} & \forall ij \in RamalM, \forall ij \in RamalS \end{cases} \quad [45]$$

El indicador de accesibilidad, consiste en el máximo tiempo promedio que de cualquier zona (nodo origen) se demora en llegar a un nodo destino en otra zona.

Para calcular este indicador, primero se implementa un algoritmo iterativo que consiste en buscar al menos una ruta completa para cada par o-d según los flujos resultantes  $x_{ij}^{od}$  y  $y_{ij}^{od}$ , acumulando el tiempo total de recorrido para cada par od.

Este algoritmo se ilustra de una forma general en la Figura 6, donde evalúa para cada par od (sea de la matriz ODRS o de la matriz ODRX) los tramos que usó efectivamente en la solución por la variable de decisión (sea x o y) y suma el tiempo de viaje para atravesar el tramo ij (sea TVS o TVX), desde el nodo origen (cuando  $i=o$ ) hasta el nodo destino ( $j=d$ ), construyendo así un camino. A partir de estos tiempos de recorrido entre cada par od, se calcula el tiempo promedio de ir desde cualquier origen a un nodo destino ubicado en una zona.

El resultado es entonces un tiempo por cada nodo destino y este tiempo se traslada al centroide de la UTA, donde a partir de los motivos definidos para los viajes en dicha zona (que son producto de un análisis de equipamientos, espacio público y aglomeraciones de firmas), se calcula un Indicador promedio de accesibilidad por zona para cada motivo de viaje, en el período de tiempo evaluado. Este indicador se denomina **IANMO**<sub>mo,u</sub>, donde *mo* es el motivo del viaje y *u* es la unidad territorial de análisis.

---

**Para cada o**

**Para cada d** (Si existe el par OD<sup>od</sup>),

$i=o$

**Mientras**  $i<>d$ ,

**Para cada j**

**Si** Variable<sub>ij<sup>od</sup></sub> >0

                    TIEMPOTOTAL<sup>od</sup> = TIEMPOTOTAL<sup>od</sup>+TV<sub>ij</sub>

$i=j$

**detener** para cada j

**Termina** si

**Termina** para cada j

**Termina** mientras

**Termina** para cada d

**Termina** para cada o

---

**Figura 6 Seudocódigo para el cálculo del tiempo total entre un par OD**

Este indicador de accesibilidad (IANMO), junto con otros indicadores, conforman la función de atractividad en cada UTA, *u*; así una zona con mejor indicador será más atractiva para la localización de agentes (familias). Para más detalle en el cálculo del indicador de accesibilidad (IANMO) y la función de atractividad consultar el informe de formulación del proyecto marco de esta tesis (UNAL 2009).

Según el indicador de accesibilidad y unos límites calibrados para la aceptación de los tiempos de accesibilidad, por estrato e en cada zona geográfica u, se establece un conjunto denominado **CIAE<sub>e,u</sub>**. En este conjunto están las combinaciones de zona geográfica u y estrato e en las cuales el indicador de tiempo de accesibilidad es aceptable.

Este conjunto (**CIAE**) es uno de los conjuntos que alimentan el modelo de localización de agentes en el territorio; las familias sólo se localizan en el territorio en aquellas zonas que cumplen con dichos conjuntos. Los otros conjuntos que alimentan el modelo de localización hacen referencia a otros indicadores que afectan la atraktividad de la UTA como la distribución de equipamientos y espacios públicos, entre otros (UNAL 2009).

Mediante la función de atraktividad, formada por el indicador de accesibilidad IANMO, que a su vez es formado por los tiempos de viaje hacia cada nodo destino, y mediante el conjunto de accesibilidad CIAE, se forma la retroalimentación entre el modelo de asignación de tráfico y el modelo de territorio, enmarcados en el proyecto de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial para el Valle de Aburrá (UNAL 2009).

## 4. IMPLEMENTACIÓN CASO VALLE DE ABURRÁ

### 4.1. Zona de estudio

El Valle de Aburrá se encuentra ubicado en la Cordillera Central en el Departamento de Antioquia, Colombia. El Valle tiene una extensión de 1.152Km<sup>2</sup>, una longitud aproximada de 60 kilómetros y una amplitud variable. El Valle de Aburrá está compuesta por diez municipios; Barbosa, Girardota, Copacabana, Bello, Medellín, Envigado, Itagüí, Sabaneta, La Estrella y Caldas. (AMVA <en línea>)

La población del Valle de Aburrá, según el censo del 2005 realizado por el DANE (DANE <en línea>) es de 3,316,358 habitantes, Repartidos en los 10 municipios como se observa en la Tabla 2. La mayoría de la población está ubicada en Medellín, seguida de Bello, Itagüí y Envigado. La población total del Valle de Aburrá representa el 59.4% del total del departamento y el 8% del total nacional.

**Tabla 2 Población del Valle de Aburrá**

<b>Municipio</b>	<b>Población total</b>
Barbosa	42,547
Bello	373,013
Caldas	68,157
Copacabana	61,421
Envigado	175,337
Girardota	42,818
Itagüí	235,567
La Estrella	52,763
Medellín	2,219,861
Sabaneta	44,874
<b>Total</b>	<b>3,316,358</b>

En cuanto a la información de viajes, tomada de la Encuesta Origen Destino – 2005 (UNAL 2006), realizada para alimentar la modelación del plan maestro de movilidad del Valle de Aburrá (AMVA 2007) presenta como uno de sus resultados las comparaciones en el número de viajes estimados en la encuesta, para diferentes horas del día. El período pico de la mañana (6:00 a 8:00 am) es significativamente mayor que cualquier otro período del día. En la Tabla 3 se presenta un resumen de los viajes por modo realizados en las divisiones por hora al interior del período pico. Para la elección de la hora pico de modelación, se tiene en cuenta que la hora más cargada de viajes es entre las 6:30am y 7:30am.

**Tabla 3. Número de viajes estimados para las horas del período pico de la mañana**

<b>Modo</b>	<b>6:00 – 7:00 am</b>	<b>7:00 – 8:00 am</b>	<b>6:30 - 7:30 am</b>
Publico Colectivo	241,523	251,077	394,408
Publico Individual	25,690	33,214	44,123

<b>Modo</b>	<b>6:00 – 7:00 am</b>	<b>7:00 – 8:00 am</b>	<b>6:30 - 7:30 am</b>
Privado Colectivo	47,597	17,504	52,979
Privado Individual	68,910	89,096	126,436
Pedestre	198,854	93,298	217,099
Otros modos	76	34	110
<b>Total</b>	<b>582,650</b>	<b>484,223</b>	<b>835,155</b>

Toda esta información muestra que el Valle de Aburrá es una región de gran tamaño, concentrada en su mayoría en la ciudad de Medellín. Es una región con una dinámica importante en los viajes, donde los principales modos de transporte son el público colectivo y el privado individual, con una alta participación de viajes pedestres.

## **4.2. Información**

Para la implementación del modelo de asignación de tráfico se necesita una matriz origen-destino por modo que viene de un modelo exógeno de demanda de transporte, que incluye las 3 primeras etapas (generación de viajes, distribución y partición modal descritas en la sección 3.2). Y, además de la información de demanda de viajes por modo, se necesita una red que represente la malla vial, y que corresponde a la oferta del territorio para la movilidad. Es sobre dicha red que se reparten los viajes.

### **4.2.1. Matriz OD**

La información de la demanda de movilidad está constituida por la matriz origen destino por modo, dada para el período pico, que para el modelo será de 6:30 a 7:30 de la mañana, hora en que se concentra la mayor cantidad de viajes según la información de la encuesta origen destino 2005 (UNAL 2006) (ver Tabla 3).

Los modos que se utilizan para la asignación de tráfico son:

- Público colectivo: Incluye Bus, Metro, Metrocable, Metroplús
- Público individual: Taxis
- Privado colectivo: Buses escolares y especiales
- Privado individual: Auto y moto
- y otros.

Los motivos a partir de los cuales se calculan los viajes son los mismos de la encuesta origen destino: Trabajo, Estudio, Compras, Salud, Recreación, Regreso a casa y otros.

Las matrices origen destino por modo no hacen parte del alcance de este modelo y viene como un parámetro exógeno provenientes del proyecto de investigación "modelo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial para el Área Metropolitana del Valle de Aburrá" (UNAL 2009).

Los nodos origen y destino corresponden al centroide de las unidades de análisis territorial (UTA) usadas en dicho proyecto de investigación y son zonas geográficas generadas de acuerdo con información de proyectos estratégicos, planes parciales y polígonos de tratamiento definidos en los Planes de Ordenamiento Territorial de los municipios que componen la región Metropolitana. En dichas zonas geográficas están distribuidas las familias (demandantes de viajes).

En total se cuenta con 944 UTA. Estas zonas geográficas están relacionadas con un nodo de movilidad más cercano y finalmente las matrices origen destino se concentran en dichos nodos de movilidad representando el movimiento de personas de dichas unidades de análisis territorial.

Potencialmente, cada matriz OD puede tener  $O^2 - O$  registros, siendo  $O$  el número de zonas geográficas o nodos origen/destino (944), sin embargo, en la hora pico (y en general), no hay relaciones entre todos los pares de nodos, por tanto el número de registros (pares OD) es mucho menor.

Según el planteamiento del modelo de asignación de tráfico, son necesarias dos matrices OD con información de demanda para la hora pico:

- **ODRS:** Matriz que reúne la información de las demandas de viajes entre origen y destino, que usan algún modo  $ms_m$  (Público individual, Privado colectivo, Privado individual y otros). La matriz ODRS viene en unidades de vehículos equivalentes (Los viajes demandados entre OD por modo  $ms_m$  son afectados por el factor de equivalencia de vehículos y factor de ocupación del modo correspondiente).
- **ODRX:** Matriz que reúne la información de las demandas de viajes entre origen y destino, que usan el modo  $mx_m$  (Público Colectivo). La matriz ODRX está en unidades de viajes (personas).

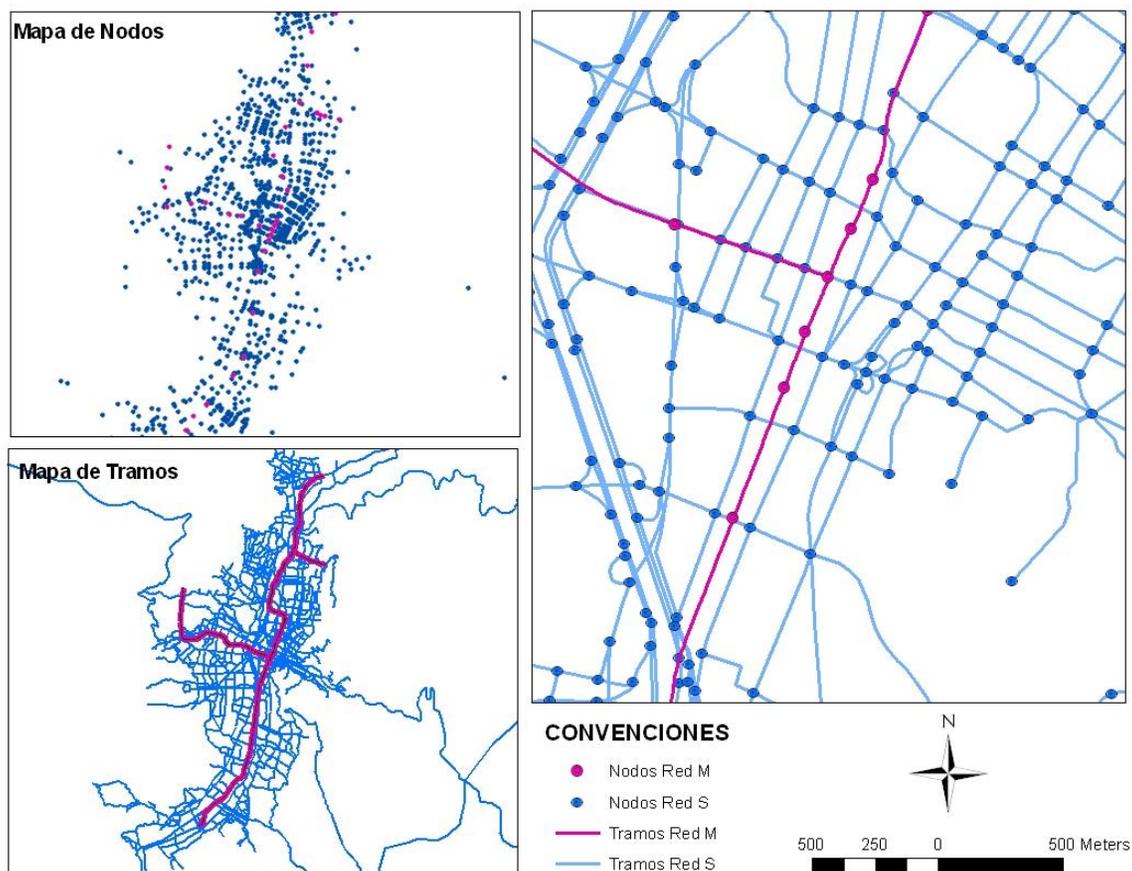
#### 4.2.2. Redes de movilidad

La red de movilidad del modelo es, básicamente, un sistema de grafos (nodos y arcos) que consiste en la unión de dos redes; una Red S que está compuesta por toda la malla vial principal del Área Metropolitana y otra red de sistema masivo de transporte, es decir, Metro-Metrocable y Metroplús (Red M). Para cada una de estas redes se definen unos escenarios de entrada de proyectos viales, determinados por el Plan Maestro de Movilidad (AMVA 2007) que modifican la red.

La Red S, está conformada por los vías de mayor jerarquía (Regionales, Arterias Principales, Arterias Menores y Vías Colectoras). En esta red se consideran los efectos de la congestión, es decir, el incremento en el tiempo de viaje debido al incremento en el flujo vehicular sobre el tramo.

La Red M, está constituida por las líneas y estaciones de los sistemas masivos de transporte, que en el año base son Metro y Metrocable, pero que considera en los demás escenarios al Metroplús. Sobre esta red no se considera congestión.

En la Figura 7 se muestran el mapa de nodos y de tramos para el año base y como queda la configuración de las dos redes de movilidad (en azul la Red S y en rosa la Red M).



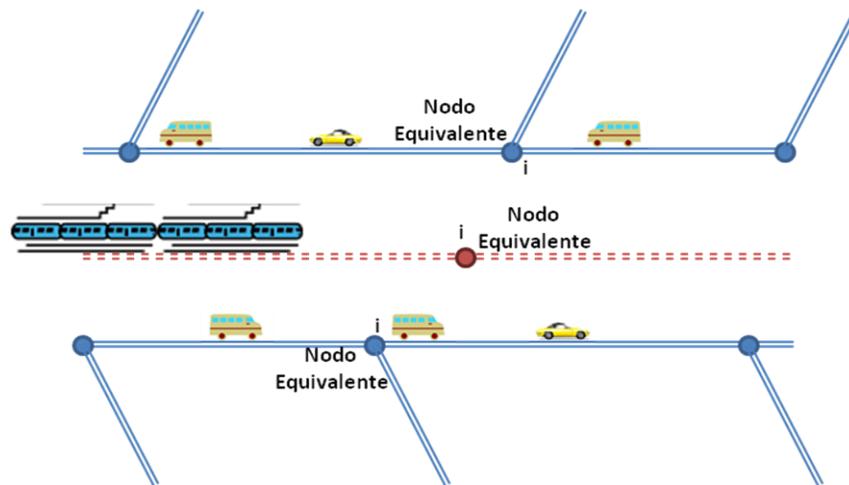
**Figura 7. Redes de movilidad. Tramos y nodos de la Red S y Red M**

La red completa de movilidad (Red S y Red M) contiene 1008 nodos.

En el año base, la Red S, correspondiente a la Red de vías principales, contiene 2720 tramos unidireccionales y la Red M, de tramos de los sistemas masivos de transporte, contiene 68 tramos.

Cada tramo tiene atributos de nodo inicial y final, capacidad, longitud, velocidad a flujo libre, tiempo a flujo libre, que son necesarios para el modelo de asignación. Esta información se presenta en el anexo digital en el archivo tramos.xls.

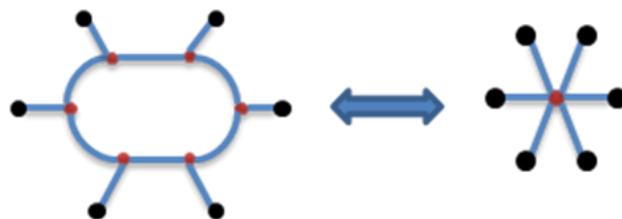
La interacción entre ambas redes está dada por un conjunto de nodos (*nodos equivalentes*), en los cuales se permite hacer intercambio de red (trasbordo). El único modo que puede hacer intercambio de redes es el modo público colectivo,  $mx_m$ , lo que permite de algún modo representar la integración de dichos modos. En la Figura 8, se esquematiza cómo funcionan los nodos equivalentes para el cambio de red; sólo en estos nodos se puede hacer un cambio de red de movilidad.



**Figura 8. Esquemática de los nodos equivalentes**

Los *nodos equivalentes* también son utilizados para reemplazar en un solo nodo varios nodos, como en el caso de las glorietas, en donde varios tramos terminan allí con diferentes nodos pero es posible ir a cualquiera de los nodos adyacentes a la glorieta, lo que lo hace funcionar como un único nodo.

En la Figura 9, se muestra un ejemplo de este tipo de nodos equivalentes en el caso, por ejemplo, de las glorietas. En este caso, los tramos entre 2 nodos equivalentes de la glorieta tendrán el mismo nodo de inicio y final, por tanto no son utilizados en el modelo de asignación de tráfico. Este tipo de simplificaciones reducen el número de nodos de la red de movilidad, buscando reducir la complejidad computacional debido al gran número de nodos.



**Figura 9. Ejemplo de Nodos equivalentes**

### **4.3. Propuesta de descomposición para el problema de gran escala.**

El modelo definido de asignación de tráfico es un modelo altamente sensible a la escala, puesto que al aumentar el número de nodos en la red de movilidad y el número de pares origen destino, se aumenta exponencialmente el tiempo computacional para resolverlo por su naturaleza combinatoria. Además de esto, si se tiene en cuenta el efecto de la congestión, la función objetivo es no lineal y por tanto se aumenta la complejidad del problema.

En los modelos de gran escala, donde hay un gran número de variables y de ecuaciones (restricciones), la carga computacional se hace muy grande y en algunos casos los solucionadores especializados no son capaces de resolver el problema de programación matemática, por tanto, se hace necesario hacer algún tipo de tratamiento al problema para reducir computacionalmente su complejidad.

Existen dos alternativas básicas para enfrentar la solución de éstos problemas; unos basados en los principios de la programación matemática (descomposición) y otros basados en heurísticas y/o metaheurísticas.

#### **4.3.1. Métodos de descomposición basados en programación matemática**

Los métodos de descomposición son métodos que se aprovechan de la estructura especial que suelen tener algunos de los problemas de gran escala (como pueden ser separabilidad de costos, separabilidad de las restricciones con estructura especial de las restricciones generales, relaciones primal-dual, entre otras).

La estrategia que utilizan los métodos de descomposición consiste en reemplazar el problema original por un conjunto de problemas más fáciles de resolver, separando las restricciones del problema en aquellas que poseen una estructura especial y en aquellas que no la poseen, estas últimas generalmente más complicadas. El método de descomposición contempla la solución de (al menos) dos problemas, uno con las restricciones más complicadas, llamado problema maestro, y otro con las restricciones que poseen una estructura especial, llamado subproblema. El método consiste en pasar información desde el problema maestro a los subproblemas y viceversa, en cada iteración, hasta alcanzar la solución del problema original. (Lasdon 2002)

Para el problema de asignación de tráfico, uno de los tipos de algoritmo más usados para la solución del problema está basado en aproximaciones lineales e iterativas al valor de la función objetivo. A este tipo de algoritmos pertenecen el método de "Frank-Wolfe" (Frank and Wolfe 1956), el método de descomposición simplicial de Hearn *et al.* (1987), y la aplicación de generación de columnas hecha por Leventhal *et al.* (1973) al problema de asignación de tráfico (Larsson and Patriksson 1992).

A continuación se presentan las consideraciones más importantes sobre algunos de los métodos de descomposición basados en programación matemática más aplicados en problemas de transporte.

### **Descomposición de Frank – Wolfe**

El algoritmo de Frank-Wolfe es aplicable a cualquier problema no lineal con un objetivo pseudoconvexo y un conjunto factible linealmente restringido. Es un método útil para problemas de tamaño real. Para problemas convexos, el subproblema lineal le da un límite inferior al valor óptimo de la Función objetivo.

A pesar de ser aplicable a problemas de gran escala, el desempeño global de este algoritmo no es del todo satisfactorio; en las primeras iteraciones resulta ser muy eficiente, pero luego de muchas iteraciones puede estancarse. Además, se ha encontrado que en la práctica pueden resultar ciclos en los flujos, a pesar de que una solución óptima no debe contener ciclos. Dichos ciclos son difíciles de quitar y por tanto degradan el desempeño del método. (Larsson and Patriksson 1992; Patriksson 1994).

Para más detalle sobre la descomposición de Frank-Wolfe, remitirse a Frank y Wolfe (1956) o para mayores detalles sobre el desempeño del algoritmo y la aplicación a modelos de asignación de tráfico, leer a Patriksson (1994).

### **Descomposición Simplicial**

El algoritmo de descomposición simplicial, es un grupo de modificaciones importantes al algoritmo de *Frank-Wolfe*, basados en el teorema de *Caratheodory* (*Cualquier punto en un conjunto poliédrico limitado X puede ser descrito como una combinación convexa de sus puntos extremos*) (Larsson and Patriksson 1992).

En la descomposición simplicial, los puntos extremos son generados algorítmicamente por la solución del subproblema lineal de *Frank-Wolfe*; alternamente, el problema maestro definido por un conjunto restringido de puntos extremos, se resuelve para generar un nuevo punto de iteración.

Aunque el problema tiene restricciones sencillas, se necesita enumerar los puntos extremos. Por lo general, para un problema de gran escala, este número es muy grande y se desconocen *a priori* estos puntos. El problema maestro es, teóricamente, tan difícil de resolver como el problema original (No Lineal).

Para mayor ilustración sobre este método de descomposición, se recomienda leer a Larsson y Patriksson (1992)

#### 4.3.2. Métodos basados en heurísticas.

Las heurísticas (reglas simples aplicadas a un problema específico) o metaheurísticas (reglas de aplicación más general) han sido ampliamente utilizadas en la solución de problemas de gran escala, debido a que aunque no

garantizan que la solución encontrada sea la óptima (como si lo hacen las metodologías tradicionales de programación matemática), sí garantizan que encuentran una solución cerca al óptimo en tiempos razonables computacionalmente.

### **Heurísticas de restricción de capacidad**

En un método general de restricción de capacidad, los tiempos de viaje son calculados con base en los flujos sobre la red en la iteración  $k$ . Se realiza una asignación tipo *todo o nada* y en la siguiente iteración, la asignación se hace combinando los flujos actuales con la solución del modelo previo *todo o nada*. El criterio de parada varía con las diferentes técnicas de este tipo. En Patriksson (1994) se describen las heurísticas más usadas para resolver el problema de asignación de tráfico:

La primera técnica de restricción de capacidad aplicada a modelos de transporte fue la de carga cuantial (*quantal loading*) que consiste en seleccionar un origen aleatoriamente y calcular las rutas más cortas hacia cada destino, actualizar los tiempos de viaje según los flujos acumulados y las funciones de tiempos de viaje. Este proceso se repite hasta que han sido seleccionados todos los orígenes y el algoritmo termina cuando se asignan todos los flujos de viajes a la red. Como en la asignación *todo o nada*, todos los flujos de viajes son asignados a una sola ruta por cada par OD, además el procedimiento de asignación es muy sensible al orden en que son elegidos los orígenes; los últimos costos de las rutas calculadas están basados en una red mucho más congestionada que los primeros.

La extensión más simple de esta técnica de restricción de capacidad es la asignación "*todo o nada iterativa*". El método consiste en empezar con un flujo factible (por ejemplo el resultado de una asignación *todo o nada* basada en tiempos de viaje a flujo libre), los tiempos de viaje se calculan según el flujo y con las funciones de volumen-retraso de los arcos. Todo el flujo se reasigna a los nuevos recorridos y todo el proceso continúa iterando hasta que se cumpla un número preestablecido de iteraciones o hasta que los tiempos de viaje al principio de la asignación sean aproximadamente iguales a los tiempos obtenidos por la función de volumen-retraso de los tramos. Este tipo de asignación también asume que todos los usuarios eligen la misma ruta para ir de un origen a un destino. Los resultados de este tipo de asignación muestran un comportamiento oscilatorio en los flujos, lo que hace difícil decidir cuándo parar el proceso.

Para evitar el problema de oscilaciones del proceso *todo o nada iterativo*, y para permitir que más de una ruta sea usada para cada par OD, se permite que una fracción de la demanda sea transferida a la nueva solución. El número de iteraciones es preestablecido y en lugar de calcular los tiempos de viaje actuales, los tiempos anteriores son combinados usando la misma proporción usada en la transferencia de flujos (un proceso denominado suavizado). Comparado con el método *todo o nada*, los flujos resultantes son más exactos dado que se permite usar varias rutas para cada par OD, sin embargo la forma de calcular los tiempos

de viaje y el hecho de tener preestablecidos el número de iteraciones no permite conocer con exactitud qué tan buena es la solución obtenida.

En otra extensión a estos métodos, se calculan los caminos más cortos según las condiciones de tráfico prevalecientes, y se guardan en memoria las 4 rutas más cortas entre cada par OD. Cada ruta se trata por separado y los viajes son asignados a las rutas inversamente proporcionales a sus tiempos de viaje. Este método puede ser visto como un algoritmo heurístico de generación de columnas, sin embargo, no se puede garantizar convergencia del algoritmo dado que el número de rutas es limitado.

Otra línea de métodos para la solución de asignación de tráfico es la familia de los métodos de asignación incremental. La propuesta común es que los viajes son asignados gradualmente según las condiciones de tráfico hasta asignar todos los viajes a la red.

#### 4.3.3. Método de descomposición propuesto

El problema formulado tiene una alta complejidad computacional, asociada a su naturaleza no lineal sobre sistemas de redes (grafos), además debido a que la implementación para el valle de Aburrá tiene un alto número de variables.

Así, obtener una solución satisfactoria requiere de la implementación de métodos o estrategias de solución que reduzcan el número de variables a evaluar y que no comprometan la integridad de la solución.

Se busca entonces un método de descomposición que se adecúe a las necesidades de la región y a la información disponible. Dentro de los métodos de descomposición por programación matemática, el método de Frank-Wolfe, si bien es muy utilizado, no reporta un buen desempeño para los problemas de muy gran escala y puede generar ciclos (solución no óptima) (Larsson y Patriksson, 1992). Por otro lado, el método de descomposición simplicial requiere la definición de unos puntos extremos, que no se tienen para esta aproximación al Valle de Aburrá y se estima que resulta en un gran número de puntos.

Por otro lado, los métodos heurísticos, si bien son aproximaciones sencillas, no garantizan una solución óptima, además, muchos de ellos usan la aproximación "todo o nada" que no tiene en cuenta los efectos de congestión, en otros casos se limita el número de rutas a elegir entre un par OD, lo que aleja un poco la solución de la realidad.

Se define entonces una estrategia de descomposición por zonas, la cual consiste principalmente en resolver las demandas de viajes dentro de las zonas (viajes intrazonales) y luego resolver un sistema de demandas entre zonas agregadas del territorio (viajes interzonales). Esto genera un problema general más agregado con tantos subproblemas como número de zonas definidas, de mayor desagregación geográfica pero con menor número de variables.

Para esto, se clasifican entonces los viajes en intrazonales e interzonales:

- Viajes intrazonales: Son aquellos viajes en los que tanto el nodo origen como el nodo destino pertenece a la subregión  $r$ . Estos viajes sólo generan efecto de congestión en los tramos que pertenecen a la subregión, por tanto son independientes de las demás regiones.
- Viajes interzonales: Estos viajes son los que se generan entre un par de subregiones  $r$  y  $r'$ . Estos viajes generan congestión en la subregión  $r$  (desde el nodo origen o hasta que sale de esta subregión), en la subregión  $r'$  (desde que entra a la subregión  $r'$  hasta que llega al nodo destino  $d$ ) y en las subregiones que están entre  $r$  y  $r'$  (si  $r$  y  $r'$  son subregiones vecinas, no hay subregiones intermedias).

Si se tiene en cuenta que los viajes intrazonales no afectan la congestión de otras zonas sino que sólo tiene efecto en la zona en cuestión, es posible generar  $r$  submodelos intrazonales independientes, donde  $r$  es el número de subregiones a modelar, generando entonces  $r$  submodelos de menor número de variables cada uno.

Las subregiones deben corresponder, preferiblemente, con alguna división política (municipios, comunas, etc) para que sea fácil su reconocimiento, pero a su vez, deben ser tales que no sean ni tan grandes que tengan muchos nodos dentro de sí (muchos nodos, equivale a muchas más variables), ni tan pequeñas que no representen ninguna dinámica de viajes.

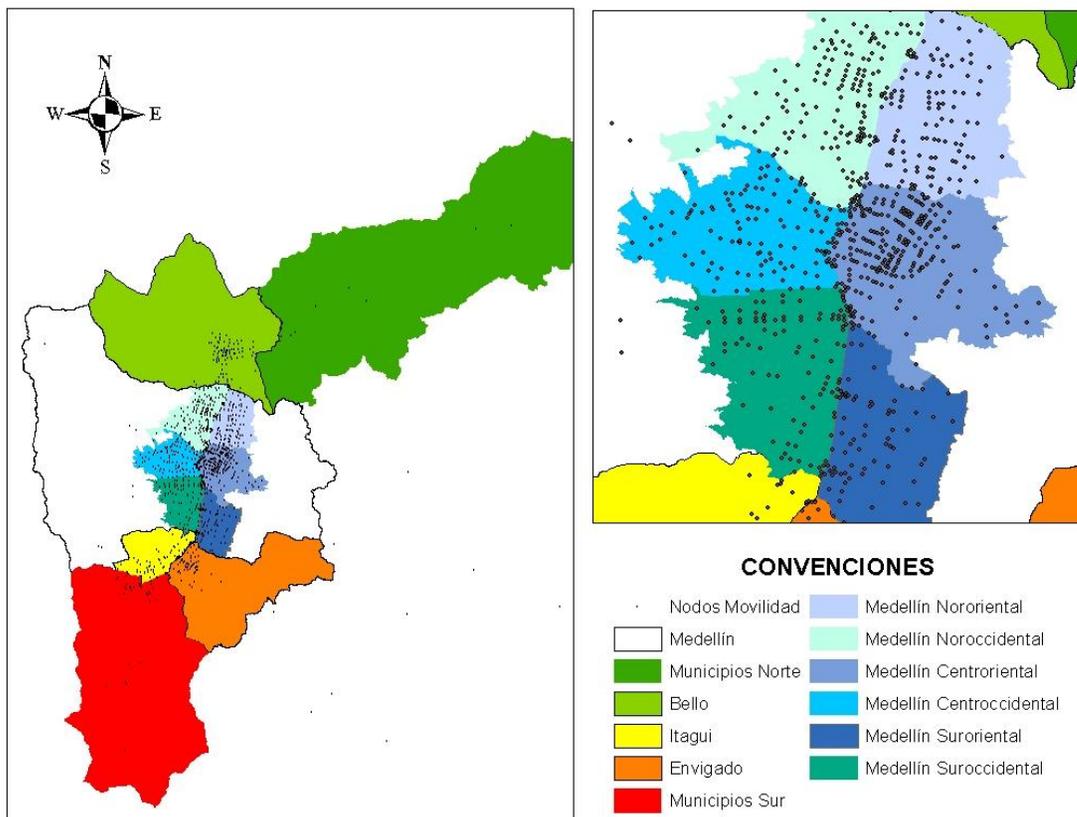
Se propone entonces una división en subregiones para el Valle de Aburrá como se muestra en la Tabla 4 y en la Figura 10.

**Tabla 4. Subregiones propuestas para el modelo de asignación de tráfico**

<b>r</b>	<b>Código</b>	<b>Descripción</b>	<b># nodos</b>
1	R1_N	Municipios Norte: Barbosa, Girardota, Copacabana	9
2	R2_B	Municipio de Bello	89
3	R3_I	Municipio de Itagüí	60
4	R4_E	Municipio de Envigado	57
5	R5_S	Municipios Sur: Sabaneta, La Estrella, Caldas	35
6	R6_CE	Comunas de Medellín: Buenos Aires, Candelaria, Villa Hermosa (Centroriental)	205
7	R6_CW	Comunas de Medellín: La América, Laureles-Estadio, San Javier (centroccidental)	125
8	R6_NE	Comunas de Medellín: Manrique, Aranjuez, Popular, Santa Cruz (Nororiental)	110
9	R6_NW	Comunas de Medellín: 12 de Octubre, Castilla, Robledo (Noroccidental)	150
10	R6_SE	Comunas de Medellín: Poblado (Suroriental)	74
11	R6_SW	Comunas de Medellín: Belén, Guayabal (Suroccidental)	94

Debido a que los municipios del norte (Barbosa, Girardota y Copacabana) tienen pocos nodos, son agrupados en una sola subregión; lo mismo sucede con los Municipios Sur (Sabaneta, La Estrella, Caldas).

Contrario a esto, en Medellín hay más del 70% de los nodos de movilidad del Valle de Aburrá, lo que implica que para una sola subregión habría muchas variables y se desea reducir su número, por tanto se debe separar en regiones más pequeñas; en este caso, la separación se hace por grupos de comunas, según su ubicación espacial. (ver Figura 10.)



**Figura 10. Distribución geográfica de las subregiones**  
fuente: Elaboración propia

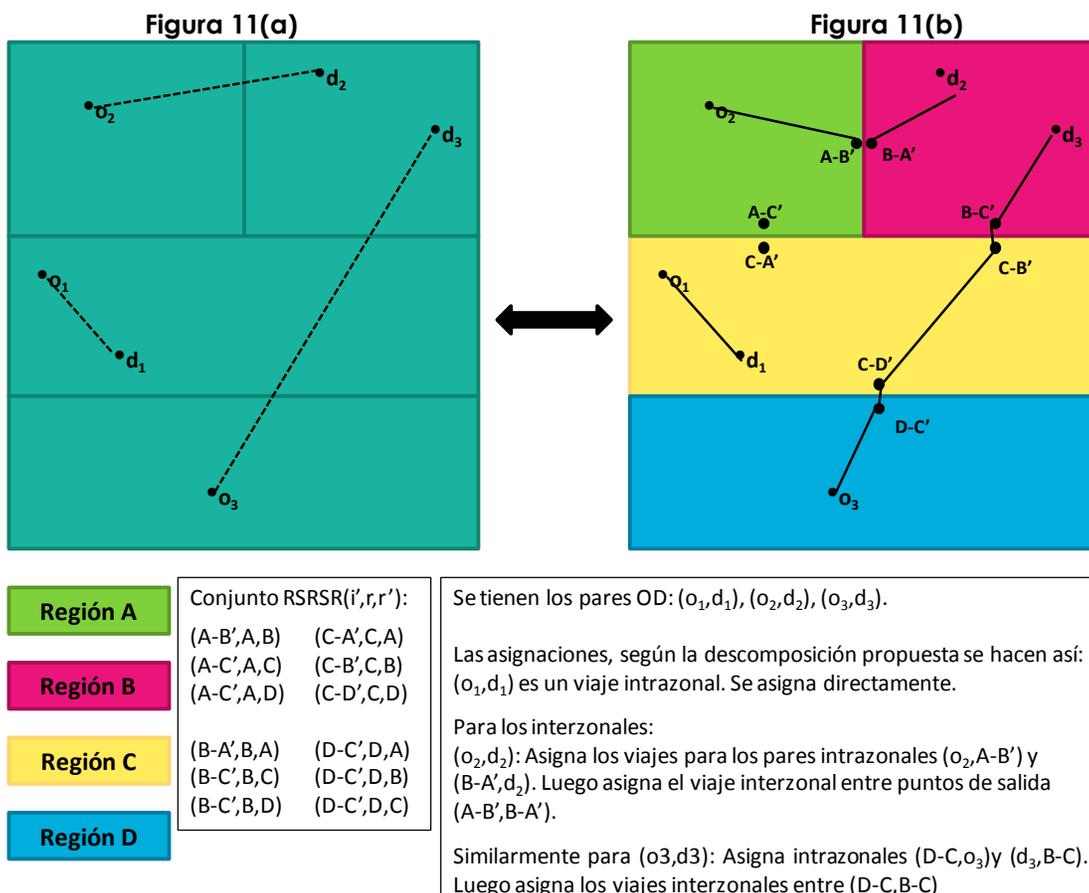
Según esta formulación, es necesario saber a qué subregión pertenece cada nodo y es necesario definir unos puntos de salida ( $o'$ ) y de llegada ( $d'$ ) a cada subregión  $r$ . La pertenencia de los nodos a las subregiones está dada por el conjunto  $RNSR_{i,r}$ , y los puntos de salida y llegada están relacionados en el conjunto  $RSRSR_{i',r,r'}$  donde  $i'$  es el nodo de entrada o salida que relaciona la subregión  $r$  con  $r'$ .

Por tanto, para cada subregión independiente  $r$ :

- Si ( $o \in r$ ) y ( $d \in r$ ), asignar el viaje ( $o,d$ ).

- Si  $(o \in r)$  y  $(d \notin r)$ , llevar el viaje desde el nodo origen  $o$  hasta un punto de salida de la región ( $o'$ ). Asignar el viaje  $(o,o')$ .
- Si  $(o \notin r)$  y  $(d \in r)$ , llevar el viaje desde el punto de entrada de la región ( $d'$ ), hasta el nodo de destino  $d$ . Asignar el viaje  $(d',d)$ .

En la Figura 11 se muestra una representación de cómo funciona el modelo de asignación de tráfico con el método propuesto de descomposición por subregiones. En la Figura 11(a) se muestra la representación de la asignación sin descomposición y en la Figura 11(b) se muestra el proceso de asignación luego de descomponer por subregiones usando los nodos de entrada y de salida a cada subregión. De igual forma, se explica cuál es el conjunto de los nodos de entrada o salida de una subregión a otra,  $RSRSR(i',r,r')$



**Figura 11. Esquema del método propuesto de descomposición por subregiones**  
**fente: Elaboración propia**

Mediante una *regla heurística* se reduce significativamente el número de variables a usar en cada uno de los submodelos. La regla consiste en que *la asignación de viajes al interior de cada subregión sólo puede utilizar los tramos que pertenecen a la subregión*. Esta regla tan sencilla, permite reducir el espacio de búsqueda de cada submodelo sin cambiar la formulación descrita en el capítulo 3; la regla hace que en lugar de revisar la función objetivo y las

restricciones en el conjunto  $RamalS_{ij}$  y  $RamalM_{ij}$ , estas funciones buscan solución en unos nuevos conjuntos que son  $RamalSR_{i,j,r}$  y  $RamalMR_{i,j,r}$ ; estos conjuntos tienen una dimensión mucho menor, puesto que dependen específicamente de la subregión  $r$ .

Una vez se define la asignación de los viajes en todas las subregiones, se calcula el flujo total sobre los tramos como consecuencia de dichas asignaciones intrazonales y se procede a asignar los viajes interzonales, pero esta vez desde los nodos de salida y entrada de cada subregión ( $o'$  y  $d'$  respectivamente). Se precarga la red con los flujos generados en los tramos  $ij$ , por cada uno de los submodelos intrazonales (como parámetro) y se calcula la asignación de tráfico interzonal.

Al hacer la asignación sólo desde los nodos de salida hasta los de entrada de las subregiones, se reduce el número de pares OD a evaluar en el modelo de asignación interzonal, lo que significa una reducción en la complejidad computacional del problema. Sea  $O'$  la dimensión del conjunto de nodos de entrada y salida del modelo; la matrices OD para la asignación de viajes interzonales tendrán una dimensión de hasta  $O'^2 - O'$ , dimensión mucho menor que el de las matrices OD originales.

En la Figura 12 se muestra el pseudocódigo del modelo de asignación de tráfico usando el esquema de solución por subregiones.

---

### Lee datos de entrada

Conjuntos:  $i$  (alias  $i,j,o,d,o',d'$ ),  $r$  (alias  $r,r'$ )

Subconjuntos:  $RamalS_{ij}$ ,  $RamalM_{ij}$ ,  $RNSR_{i,r}$ ,  $RSR_{i,r,r'}$

Parámetros:  $ODRS^{od}$ ,  $ODRX^{od}$ ,  $TFL_{ij}$ ,  $TM_{ij}$ ,  $KM_{ij}$ ,  $K_{ij}$ ,  $FCM_{ij}$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$

### Para cada Subregión $r$

Generar conjunto de tramos permitidos por  $r$ :  $RamalSR_{i,j,r}$  y  $RamalMR_{i,j,r}$

Generar parámetros de demanda intrazonal:  $ODINS^{o'd',r}$ ,  $ODINX^{o'd',r}$

Variables de decisión:  $XIN_{ij}^{od}$ ,  $YIN_{ij}^{od}$ ,  $XYIN_{ij}$

Minimizar  $FO(r)$

Sujeto a restricciones( $r$ )

### Termina para cada subregión $r$

Generar demandas entre nodos de salida y nodos de entrada de las subregiones:  $ODEXS^{o'd'}$ ,  $ODEXX^{o'd'}$ .

Precargar la red con los flujos generados en los tramos:  $Floads_{ij}$ ,  $Floadm_{ij}$

Variables de decisión:  $XEX_{ij}^{od}$ ,  $YEX_{ij}^{od}$ ,  $XYEX_{ij}$

Minimizar  $FO$  (Viajes Interzonales)

Sujeto a restricciones (Viajes Interzonales)

Calcular indicadores de congestión

---

**Figura 12. Seudocódigo modelo de asignación de tráfico con subregiones**

El flujo resultante de los modelos de intrazonales se calcula según la red;  $Floads_{ij}$  para los flujos sobre la Red S (Ecuación [46]) y  $Floadm_{ij}$  para los flujos sobre la Red M (Ecuación [47]).

$$FLOADS_{ij} = \sum_{odr} YIN_{ijr}^{od} + \left( \sum_{odr} XIN_{ijr}^{od} + \sum_r XYIN_{ijr} \right) * \frac{FEQV}{FOC} \quad \forall ij \in RamalS \quad [46]$$

$$FLOADM_{ij} = \sum_{odr} XIN_{ijr}^{od} - \sum_r XYIN_{ijr} \quad \forall ij \in RamalM \quad [47]$$

Una ventaja de esta formulación es que al ser separables los subproblemas por regiones, estos problemas pueden solucionarse en paralelo en diferentes computadores o secuencialmente en el mismo computador. Si se corre en paralelo en diferentes computadores puede reducirse el tiempo de ejecución total. En cualquier caso, es importante conservar los datos de flujo en los tramos de cada subregión para cargar posteriormente el submodelo que reparte los viajes interzonales entre los nodos de salida y entrada a las subregiones.

#### 4.4. Implementación del modelo matemático en GAMS

El modelo matemático de asignación de tráfico para el Valle de Aburrá y la metodología de descomposición propuesta, son formulados y programados en el software de optimización GAMS (GAMS <en línea>).

GAMS es un lenguaje de modelado especializado en problemas de optimización. Para resolver los problemas, se debe usar un solucionador (solver) dependiendo de las características del problema. Dado que el problema de optimización es no lineal, se usa el solver MINOS (Murtagh and Saunders 1988 - (revisado en 1998)), uno de los mejores solvers para este tipo de problemas. Se utiliza la versión 5.51 del solver.

El modelo se corre en un PC con sistema operativo Windows XP de 32bits, con una memoria RAM de 2Gb y un disco duro de 120Gb.

El código usado en GAMS se presenta en el anexo digital en el archivo Asignacion\_trafico.gms. La información exógena (conjuntos, parámetros, etc) es leída por GAMS desde archivos de texto.

## 5. RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados de la implementación del modelo de asignación de tráfico al sistema de transporte urbano del Valle de Aburrá, usando la metodología de descomposición descrita previamente.

La sección se organiza así; primero se presenta la descripción del escenario base en el que se ejecutó el modelo de optimización de asignación de tráfico, luego se muestran algunos indicadores computacionales como el número de variables y restricciones que se utilizaron, así como el tiempo de ejecución. Después se presentan los indicadores de congestión y accesibilidad como principal resultado del modelo de asignación de tráfico y las consecuencias de éstos en la configuración del territorio. Finalmente se hace la comparación entre un escenario de referencia y otro de evaluación.

### 5.1. Descripción del Escenario base.

El escenario base del modelo de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial, en el cual está enmarcada esta tesis, está compuesto por 15 tiempos de modelación (años), comenzando en 2005, año para el cual se tiene calibrada toda la información.

Dada la complejidad computacional del problema de asignación de tráfico y, al ver que entre un período y otro no hay cambios lo suficientemente significativos para justificar el uso de este modelo tan complejo computacionalmente, se decide ejecutar el modelo de asignación de tráfico sólo en el año base ( $t_0=2005$ ) y en los períodos en los que se tiene prevista la entrada en operación de los proyectos viales definidos en el Plan Maestro de Movilidad para la región, PMM, (AMVA 2007), años en los que por la entrada de nuevos nodos y tramos si se prevé un cambio más significativo en los flujos de movilidad. Se tienen entonces definidos 4 tiempos de ejecución para el modelo de asignación de tráfico.

En el tiempo cero, la malla vial cuenta con 2720 tramos en la Red S correspondientes a los tramos de mayor jerarquía (regional, arteria principal, arteria menor o colectora) y con 68 tramos en la Red M correspondientes a los tramos de Metro y Metrocable disponibles en dicho año.

La demanda de viajes para el tiempo cero está calibrada con la información de la encuesta Origen Destino (UNAL 2006) y según la localización de las personas en las unidades de análisis territorial del modelo de planificación y ordenamiento territorial para el Valle de Aburrá (UNAL 2009).

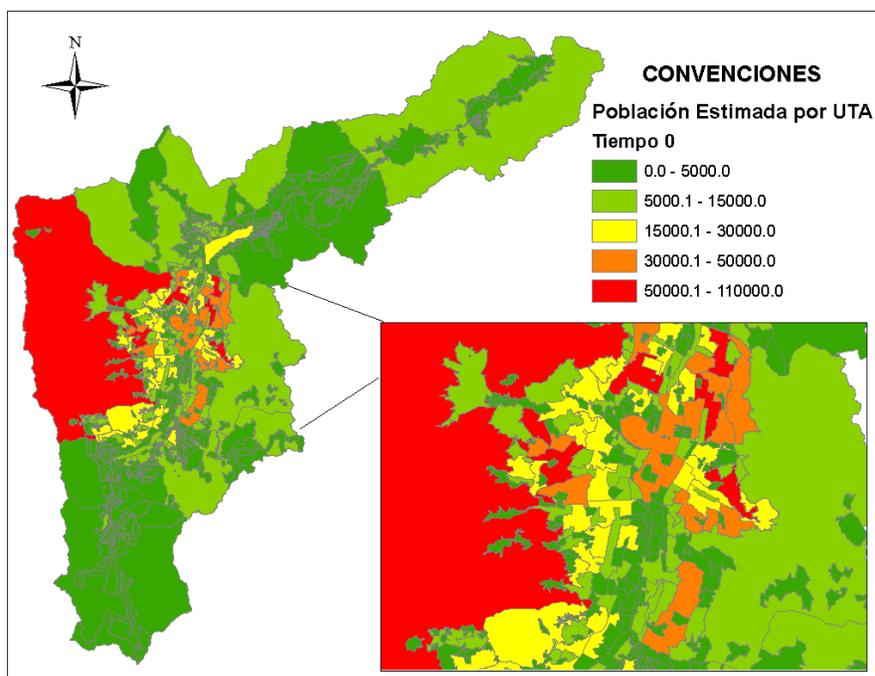
En la Tabla 5 se presenta un resumen con algunos de los parámetros que definen el escenario en el tiempo cero. La población en el tiempo  $t=0$ , es el resultado de la calibración del modelo de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial (UNAL 2009); en los demás períodos de modelación es resultado de las diferentes dinámicas modeladas en dicho proyecto. Con

respecto al escenario económico, se usa la serie tendencial del Producto Interno Bruto, PIB, tomada de ECSIM (ECSIM 2004)

**Tabla 5. Resumen de parámetros para el tiempo t=0 del escenario base.**

<b>Información general del escenario – Tiempo 0 (2005)</b>	
<b>Tramos Red S</b>	2.720 tramos
<b>Tramos Red M</b>	68 tramos
<b>Población Valle de Aburrá</b>	3'457.994 habitantes
<b>Matriz ODRS</b>	Demanda de 117.984 veh-eq en hora pico 17.519 pares OD
<b>Matriz ODRX</b>	Demanda de 287.184 viajes en hora pico 1.994 pares OD

En la Figura 13 se muestra la población que reside en el Valle de Aburrá en cada UTA. La zona centro occidental es la que presenta mayor cantidad de personas por UTA; en esta zona se agrupan 4 de los 5 corregimientos del Municipio de Medellín, además es una de las UTA con más área de la región.



**Figura 13. Población estimada en la UTA, para el tiempo t=0 [número de habitantes]**  
Fuente: Elaboración propia

En los tiempos t=4, t=7 y t=13, se tiene prevista la entrada en operación de algunos tramos de Metroplús, Metrocable o Metro y otros proyectos viales en la Red S. Así, estas entradas de proyectos viales, modifican la red de movilidad generando posibles cambios en la configuración de los patrones de viajes. En estos tiempos se ejecuta el modelo de asignación de tráfico teniendo en cuenta tanto los tramos y nodos nuevos de la red de movilidad, así como los cambios en la distribución de la población en el territorio, debida a los efectos no sólo del tráfico

sino de otros factores como distribución de equipamientos y espacio público, conectividad, entre otros (UNAL 2009). En las siguientes tablas (Tabla 6, Tabla 7 y Tabla 8) se presenta el resumen de los parámetros que definen cada uno de estos tiempos de ejecución, en el escenario base.

**Tabla 6. Resumen de parámetros para el tiempo t=4 del escenario base**

<b>Información general del escenario – Tiempo 4 (2009)</b>	
<b>Tramos Red S</b>	2.759 tramos
<b>Tramos Red M</b>	287 tramos
<b>Población Valle de Aburrá</b>	3'733.402 habitantes
<b>Matriz ODRS</b>	Demanda de: 131.812 veh-eq en hora pico 19.036 pares OD
<b>Matriz ODRX</b>	Demanda de: 337.872 viajes en hora pico 9.148 pares OD

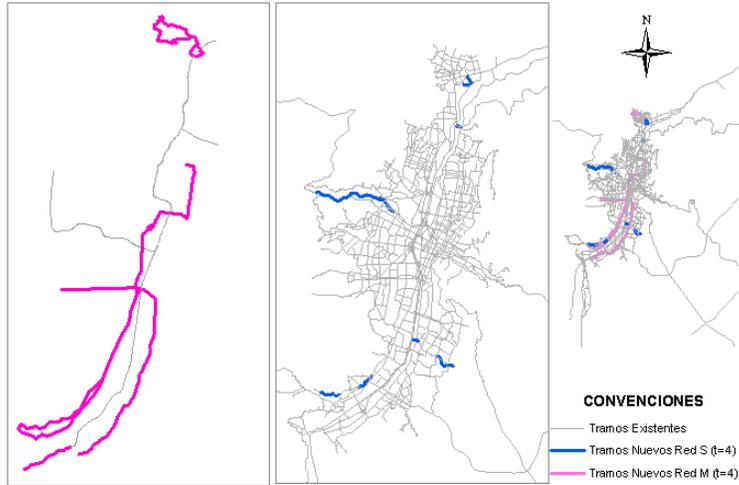
**Tabla 7. Resumen de parámetros para el tiempo t=7 del escenario base**

<b>Información general del escenario – Tiempo 7 (2012)</b>	
<b>Tramos Red S</b>	2802 tramos
<b>Tramos Red M</b>	343 tramos
<b>Población Valle de Aburrá</b>	3'949.264 habitantes
<b>Matriz ODRS</b>	Demanda de: 143.549 veh-eq en hora pico 19.286 pares OD
<b>Matriz ODRX</b>	Demanda de: 354.983 viajes en hora pico 9.407 pares OD

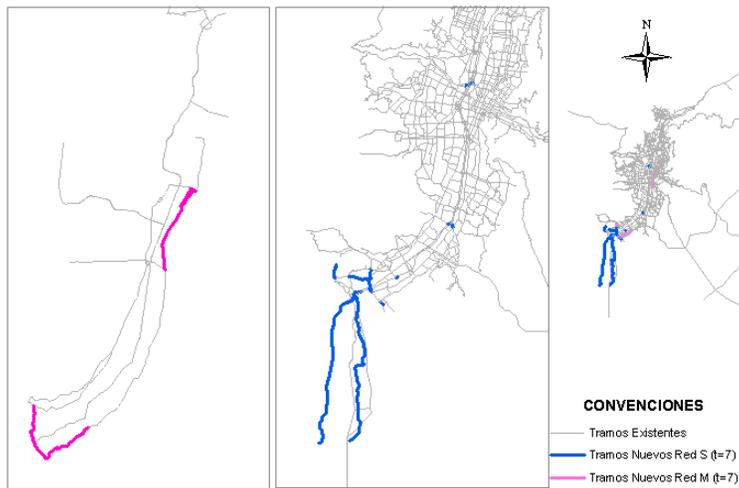
**Tabla 8. Resumen de parámetros para el tiempo t=13 del escenario base**

<b>Información general del escenario – Tiempo 13 (2018)</b>	
<b>Tramos Red S</b>	2.853 tramos
<b>Tramos Red M</b>	529 tramos
<b>Población Valle de Aburrá</b>	4'382.910 habitantes
<b>Matriz ODRS</b>	Demanda de: 161.410 veh-eq en hora pico 19.903 pares OD
<b>Matriz ODRX</b>	Demanda de: 392.537 viajes en hora pico 13.408 pares OD

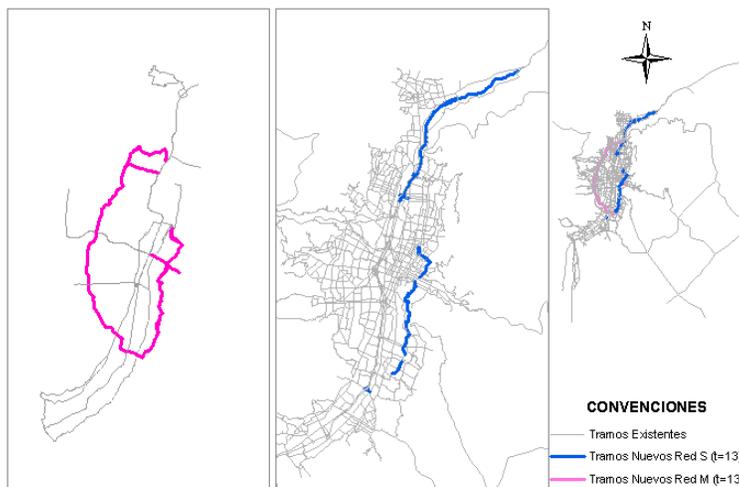
En la Tabla 9 se listan los proyectos según el período de entrada para la Red S y en la Tabla 10 para la Red M. (Los tramos del período base se encuentran en la Figura 7, en la sección 4.2.2, donde se explicó la Red de Movilidad). Así mismo, se presentan en las siguientes figuras (Figura 14, Figura 15 y Figura 16) los mapas correspondientes a los tramos nuevos en cada período de modelación, en los que entra en operación algún proyecto de movilidad.



**Figura 14. Tramos nuevos para el período t=4**



**Figura 15 Tramos nuevos para el período t=7**



**Figura 16 Tramos nuevos para el período t=13**

**Tabla 9. Proyectos viales por período de entrada para la Red S**  
**Fuente: Adaptado de (AMVA 2007)**

<b>Entrada en t=4 (2009)</b>	<b>Entrada en t=7 (2012)</b>	<b>Entrada en t=13 (2018)</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Doble calzada Bello - Hatillo (2 carriles x sentido)</li> <li>▪ Ampliación a doble calzada de la Loma de los Balsos entre el Sistema Vial del Río y la Circunvar Oriental</li> <li>▪ Doble calzada de la vía Las Palmas</li> <li>▪ Cambios de sentidos y terminación de ampliación de las laterales a la Quebrada la Iguana en el tramo entre el Río Medellín hasta la Av. 80</li> <li>▪ Doble calzada al Túnel de Occidente desde la Av. 80 hasta San Cristóbal</li> <li>▪ Construcción de la vía Arterial (3 carriles) en la margen derecha del Río entre la Calle 19sur (Carrefour) y la Calle 30</li> <li>▪ Terminación de construcción de Av. 34 entre las Cl. 12s y la doble calzada de las Palmas</li> <li>▪ Intercambio vial de Acevedo (autopista Medellín - Bogotá con vía Machado)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ampliación de 3 carriles de la Autopista (VT) en la margen izquierda del Río desde la Estación Industriales hasta Espumas Medellín</li> <li>▪ Conexión vial en doble calzada desde la Circunvar Oriental hasta la Circunvar Occidental por medio de la Calle 77s (Sabaneta-Medellín)</li> <li>▪ Construcción de la VA (3 carriles) en la margen derecha del Río entre la variante de Caldas y La Calle 19s (límite Envigado-Medellín)</li> <li>▪ Construcción de la variante en doble calzada hacia La Pintada por el sector del Tablazo</li> <li>▪ Doble calzada de la variante de Caldas desde el ancón sur hasta Primavera</li> <li>▪ Intercambio vial de Cl 77S Estación Sabaneta del Metro</li> <li>▪ Intercambio vial de la Cl 37B sobre el Río Medellín</li> <li>▪ Intercambio vial de la Cl 85 sobre el Río Medellín</li> <li>▪ Intercambio vial de la quebrada La Iguana sobre el Río Medellín</li> <li>▪ Servicio de bus de Bello al centro de Copacabana pasando por la Estación Niquía</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Construcción y ampliación de la VT (3 carriles) en la margen izquierda del Río desde el intercambio de Copacabana hasta Estación Tricentenario</li> <li>▪ Construcción de la vía arterial VA (3 carriles) en la margen izquierda del Río desde el intercambio de Copacabana hasta la Estación Tricentenario</li> <li>▪ Ampliación a 3 carriles de la Autopista (VT) en la margen izquierda del Río desde el puente de la Minorista hasta la Estación Industriales</li> <li>▪ Construcción de la vía travesía VT (3 carriles) en la margen derecha del Río desde Moravia hasta el intercambio vial de Copacabana</li> <li>▪ Ampliación, rectificación y mejoramiento de las especificaciones geométricas de la vía arterial existente desde Moravia hasta Copacabana</li> <li>▪ Construcción de la vía arterial VA (3 carriles) en la margen derecha del Río desde Moravia hasta el intercambio vial de Copacabana</li> <li>▪ Intercambio vial de Tricentenario sobre el Río Medellín, incluye conexión a Cl 92 y Cl 93</li> <li>▪ Intercambio vial de Andalucía sobre el Río Medellín</li> <li>▪ Servicio de Bus desde Rosellón-Estación Ayurá (en Envigado) - Barrio Calatrava (Itagüí)</li> </ul>

**Tabla 10. Proyectos viales por período de entrada para la Red M**  
**Fuente: Adaptado de (AMVA 2007)**

<b>Entrada en t=4 (2009)</b>	<b>Entrada en t=7 (2012)</b>	<b>Entrada en t=13 (2018)</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Sistema Metroplús Av. U. de Medellín-Aranjuez</li> <li>▪ Sistema Metroplús Envigado (Av. El Poblado) desde la Estación Industriales hasta el límite entre Envigado y Sabaneta</li> <li>▪ Sistema Metroplús Itagüí por el corredor de la Av. Guayabal desde Ditaires hasta la calle 30 (Estación Industriales)</li> <li>▪ Sistema Metroplús en Bello por Quebrada La García hasta empalmar con la Estación Bello del Metro</li> <li>▪ Extensión de la línea A del Metro hacia Sabaneta</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Continuidad del Sistema Metroplús Envigado hasta la Cl. 77sur y su prolongación hasta encontrarse con el corredor de Itagüí para formar un anillo sur</li> <li>▪ Variante del Sistema Metroplús Envigado (Av. El Poblado) hasta empalmar con Metroplús Calle Colombia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Sistema Metroplús Cr. 80 desde la Estación Acevedo hasta la Estación Aguacatala, pasando por la Facultad de Minas</li> <li>▪ Sistema Metroplús Av. 34 entre la Estación Aguacatala y Palos Verdes</li> <li>▪ Extensión de la línea B del Metro hacia el Oriente</li> <li>▪ Metrocable Estación Tricentenario - sector El Picacho</li> </ul>

## **5.2. Indicadores computacionales del modelo.**

Como ya se ha explicado anteriormente, el modelo de asignación de tráfico, debido a su naturaleza combinatoria (por ser un problema de redes) y por tener una función objetivo no lineal, es un problema *NP-Hard*, el cual aumenta su complejidad de forma no polinomial a medida que aumentan el número de nodos y tramos de movilidad y el número de pares Origen Destino. Por ésto se hizo necesaria la implementación de una metodología de descomposición en subregiones.

En la Tabla 11 se presentan el número de variables (totales y las que incluyen relaciones no lineales) que tiene cada submodelo, así como el número de restricciones que intervienen en el período t=0. Estas estadísticas dan información de la gran escala del modelo, que incluso fue reducida al implementar la metodología de descomposición en subregiones y la regla heurística de que, para cada subregión sólo buscara soluciones en los tramos que pertenecen a la misma subregión. El número de variables y restricciones, sin usar la regla heurística, por cada submodelo para el tiempo de modelación t=0 se presenta en la Tabla 12, en donde, a partir de la comparación con la Tabla 11 se puede observar la reducción significativa en el número de variables y restricciones.

**Tabla 11. Estadísticas de los submodelos de asignación en el período t=0**

Submodelo	Número de variables		Número de restricciones
	Total	No lineales	
1 (R1_N)	1.741	1.740	957
2 (R2_B)	429.843	429.632	156.841
3 (R3_I)	103.231	103.182	45.063
4 (R4_E)	135.175	135.090	54.484
5 (R5_S)	64.201	63.368	28.122
6 (R6_CE)	399.223	396.780	176.930
7 (R6_CW)	323.493	322.400	122.474
8 (R6_NE)	167.865	166.632	66.143
9 (R6_NW)	485.401	485.100	174.378
10 (R6_SE)	114.043	113.850	47.935
11 (R6_SW)	253.342	253.341	98.017

**Tabla 12 Estadísticas de los submodelos de asignación en el período t=0, sin heurística**

Submodelo	Número de variables		Número de restricciones
	Total	No lineales	
1 (R1_N)	239.701	236.640	85.682
2 (R2_B)*	4'267.341	4'264.960	1'539.984
3 (R3_I)	1'613.369	1'612.960	582.418
4 (R4_E)	2'150.229	2'148.800	775.932
5 (R5_S)	1'964.929	1'926.640	700.916
6 (R6_CE)	2'123.709	2'116.160	764.508
7 (R6_CW)	2'181.305	2'176.000	785.980
8 (R6_NE)	1'430.519	1'425.280	514.944
9 (R6_NW)*	2'858.041	2'856.000	1'031.288
10 (R6_SE)	1'348.033	1'346.400	486.254
11 (R6_SW)	2'320.161	2'320.160	837.646

\* Para el caso de las subregiones 2 y 9 (R2\_B: Bello y R6\_NW: comuna noroccidental de Medellín), en un computador con 2Gb de memoria RAM, Disco duro de 120Gb y sistema operativo Windows XP de 32bits, el solver Minos (versión 5.51) saca un error de memoria insuficiente y no es posible resolver el submodelo sin regla heurística. Ésta es otra prueba de la gran escala del modelo y de la necesidad de usar un método de descomposición en problemas más pequeños

(subregiones), acompañado de reglas heurísticas que reduzcan su complejidad, sin quitarle realismo a la aproximación.

En la Tabla 13, se presenta el tiempo de ejecución del modelo en cada uno de los períodos de modelación, en un computador con las especificaciones dadas. Los tiempos son razonables para el modelo de gran escala.

**Tabla 13. Tiempo de ejecución del modelo de asignación de tráfico en cada período.**

Período de modelación	Tiempo de ejecución (hh:mm:ss)
t=0	2:50:31
t=4	05:47:08
t=7	13:33:32
t=13	20:25:12

### 5.3. Resultados asignación de tráfico.

Los resultados del modelo de asignación de tráfico son los flujos  $X_{ij}^{od}$ ,  $Y_{ij}^{od}$  y  $XY_{ij}$ , que a su vez, por el método de descomposición realizado, resultan en los flujos internos:  $XIN_{ij}^{od}$ ,  $YIN_{ij}^{od}$ ,  $XYIN_{ij}$  y los flujos externos por los puntos de salida y entrada a las subregiones:  $XEX_{ij}^{od}$ ,  $YEX_{ij}^{od}$ ,  $XYEX_{ij}$ .

#### 5.3.1. Función Objetivo

El valor de la función objetivo para cada uno de los submodelos, en los diferentes tiempos de modelación, se reportan en la Tabla 14, con el tiempo en minutos requerido por los diferentes agentes, que generan flujos de viajes, para realizar su recorrido en la hora pico.

**Tabla 14. Función Objetivo de cada submodelo en cada período**

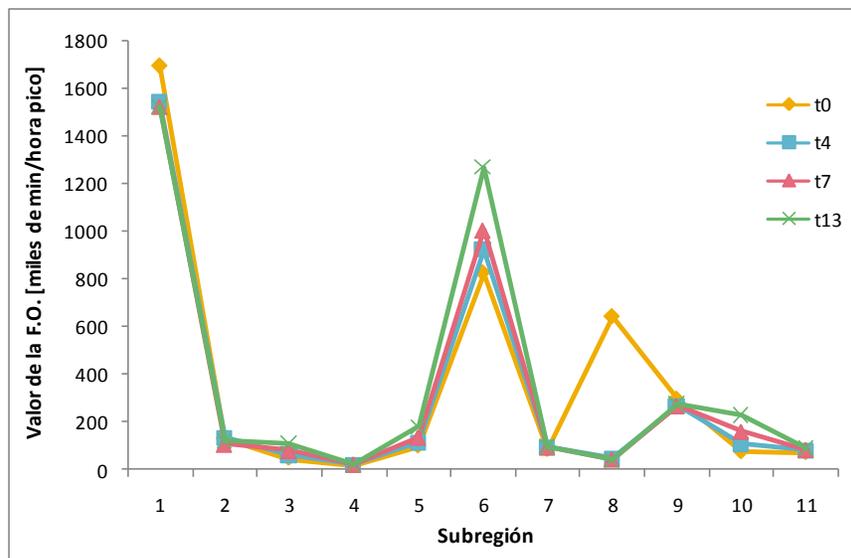
Submodelo	F.O. (t=0) [min/hora pico]	F.O. (t=4) [min/hora pico]	F.O. (t=7) [min/hora pico]	F.O. (t=13) [min/hora pico]
1 (R1_N)	1696894.15	1541677.86	1525167.07	1523531.50
2 (R2_B)	131288.75	131611.74	105015.44	122192.45
3 (R3_I)	49263.54	63824.41	78384.05	111122.68
4 (R4_E)	19750.48	20719.57	21042.32	22352.28
5 (R5_S)	101201.81	113238.19	135155.14	180858.16
6 (R6_CE)	828195.73	922505.11	1004987.22	1272692.33
7 (R6_CW)	86049.62	91628.55	93340.55	98582.94
8 (R6_NE)	643458.73	44610.06	42938.93	40025.48
9 (R6_NW)	296630.41	267667.85	267010.57	276637.03
10 (R6_SE)	76716.29	107255.21	159443.47	231672.27
11 (R6_SW)	72651.03	80828.36	83227.47	89953.01
Interzonales	4553535.90	3972410.85	4166975.68	4817750.13

Los viajes interzonales vienen afectados en la función objetivo por los flujos previamente asignados en cada uno de las subregiones mediante los parámetros **FLOADS<sub>ij</sub>** y **FLOADM<sub>ij</sub>**, por tanto, la función objetivo de los viajes interzonales incluye todos los tiempos.

Se observa que en la subregión 1 (R1\_N: Municipios del Norte del Valle de Aburrá), el valor de la función objetivo es mucho mayor que en las demás subregiones. Ésto es debido, más que a un gran flujo de viajes sobre esta área, a la poca densidad de infraestructura en tramos de jerarquía principal y a las largas distancias entre un nodo de movilidad y otro, además esta región no cuenta con sistemas masivos de transporte.

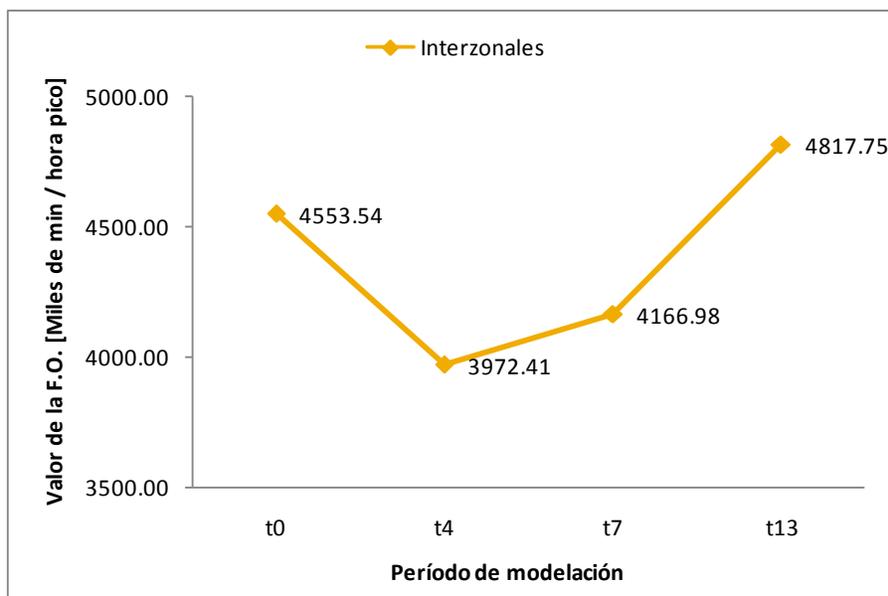
Por el contrario, la subregión 4, correspondiente al municipio de Envigado (R4\_E), es la subregión que reporta el menor tiempo en la función objetivo y es en parte debido a que este municipio cuenta con una buena densidad de nodos y tramos, relativamente cercanos entre sí, lo que hace que los flujos se distribuyan mejor, logrando tiempos de viaje cortos dentro del municipio.

En la Figura 17 se observa el cambio de la Función Objetivo en los diferentes períodos de modelación para los submodelos intrazonales y en la Figura 18 se muestra el cambio de la función objetivo para el submodelo interzonal.



**Figura 17. Valores de la Función Objetivo para submodelos intrazonales**

Se observa que en general el valor de la función objetivo aumenta por período de modelación, sin embargo para la subregión 8 (R6\_NE: Comuna nororiental de Medellín) el valor de la función objetivo en el tiempo t=0 es mucho mayor que para el resto de períodos; ésto es debido a la entrada de nuevos proyectos como Metroplús, que al ser un sistema masivo de transporte de mediana capacidad, ayuda a disminuir la congestión en la zona y por tanto el tiempo total de viaje en dicha subregión. Lo mismo sucede, en una escala menor en la subregión 1 (R1\_N: Municipios Norte).



**Figura 18. Valores de la Función Objetivo para submodelo interzonal**

Con respecto a la función objetivo de los viajes interzonales, en el  $t=0$  es mucho mayor que en los dos próximos períodos de modelación. La disminución en los tiempos de viaje se debe en gran medida a la inclusión de proyectos viales y del sistema masivo de mediana capacidad Metroplús, que por ser un proyecto que entra a la Red M es modelado sin congestión, lo que permite mayores flujos en el tramo sin afectar los tiempos de viaje sobre éste. Sin embargo, a partir del período  $t=4$  empiezan a crecer y es debido también al efecto del crecimiento poblacional (mayor demanda de viajes).

### 5.3.2. Indicadores de congestión

A continuación se muestran los resultados de los indicadores de congestión formulados en la sección 3.3.2.

- **ISV:** Índice de saturación en tramos de la Red S. Relación entre el flujo resultante y la capacidad del tramo

Este indicador, da señales de la carga sobre la malla vial; es decir, cuánto flujo pasa sobre el tramo en relación con la capacidad de éste. Valores por encima de 1 indican que sobre el tramo pasa más flujo que su capacidad, lo que puede producir demoras en el tiempo de viaje, por efectos de congestión; valores iguales a 1 quiere decir que el tramo está en el límite de su capacidad y valores por debajo de 1 significan que el tramo tiene holgura en el flujo.

A continuación, en la Tabla 15 se presentan los datos estadísticos del indicador en los diferentes períodos de modelación.

**Tabla 15. Estadísticos básicos del indicador ISV por período de modelación**

	<b>t=0</b>	<b>t=4</b>	<b>t=7</b>	<b>t=13</b>
<b>Promedio</b>	0.528	0.544	0.566	0.622
<b>Desviación estándar</b>	0.727	0.716	0.739	0.794
<b>Mediana</b>	0.22	0.246	0.259	0.298
<b>Mínimo</b>	0	0.001	0.001	0.001
<b>Máximo</b>	6.724	6.214	6.299	6.736

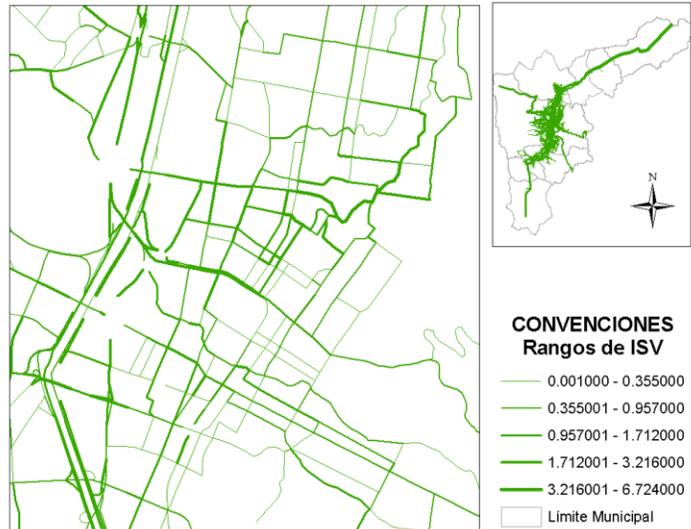
En el período  $t=0$ , el indicador ISV tiene un promedio de 0.53, lo que quiere decir que en promedio las vías están ocupadas en un 53% de su capacidad en la hora pico, este indicador se mantiene con un crecimiento pequeño y constante en los próximos períodos. En contraste, se observa que hay vías que superan por mucho su capacidad (en más de 6 veces la capacidad). Estos valores máximos se mantienen en promedio, bajando un poco en los períodos  $t=4$  y  $t=7$ , pero subiendo un poco con respecto al tiempo inicial ( $t=0$ ) en el  $t=13$ .

Para apoyar mejor el análisis de éste indicador, se muestra en las siguientes figuras (Figura 19, Figura 20, Figura 21 y Figura 22), el valor del indicador de saturación en los tramos de la Red S según 5 rangos definidos por el método "Natural Breaks" de Jenks (Jenks and Caspall 1971).

En la Figura 19 se muestra el indicador para el período  $t=0$ . En este mapa se observa que la mayor saturación de los tramos se da en la región centrorienta y nororienta de Medellín. También se observa que las vías de acceso a los municipios del Norte del Valle de Aburrá (Barbosa, Girardota y Copacabana) están saturadas; esto puede ser debido a que son los únicos tramos de acceso de jerarquía principal a estos municipios.

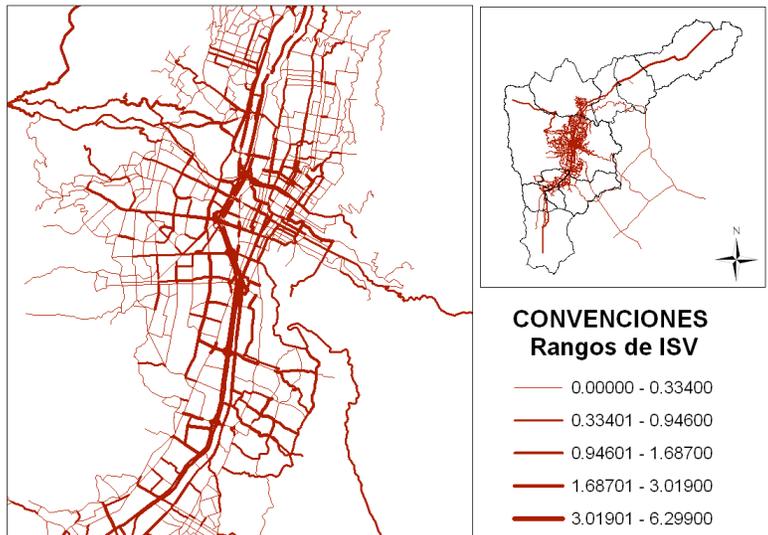
Los altos valores de saturación de estos tramos, se dan precisamente en las regiones R1\_N, R6\_NE y R6\_CE que son las que tienen mayor valor en la función objetivo.

Para la visualización de estos mapas, hay que tener en cuenta que en los tramos en que hay doble dirección, el mapa sólo muestra un valor por tramo así hayan dos resultados de indicador por tramo (uno por cada dirección). Para una mejor visualización de los resultados se hace una agregación de la información que consiste en mostrar el máximo de los indicadores por tramo, en el caso en que un tramo tenga dos direcciones.

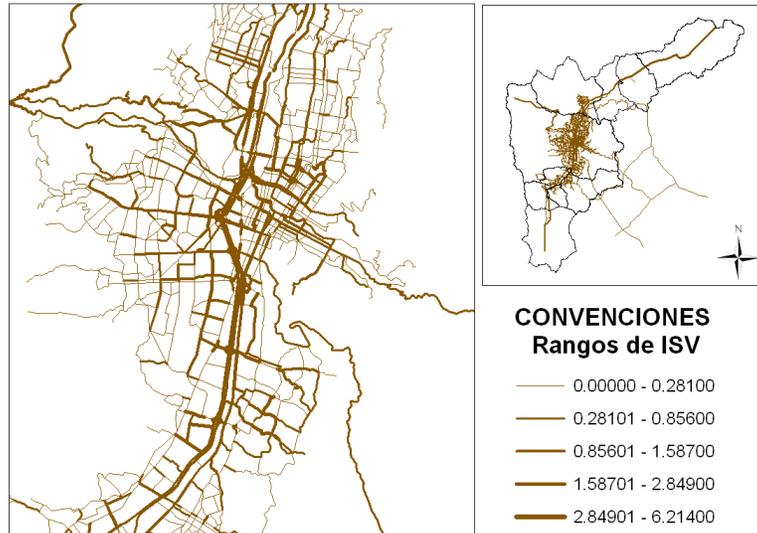


**Figura 19. Rangos de ISV para la Red S en el período t=0.**

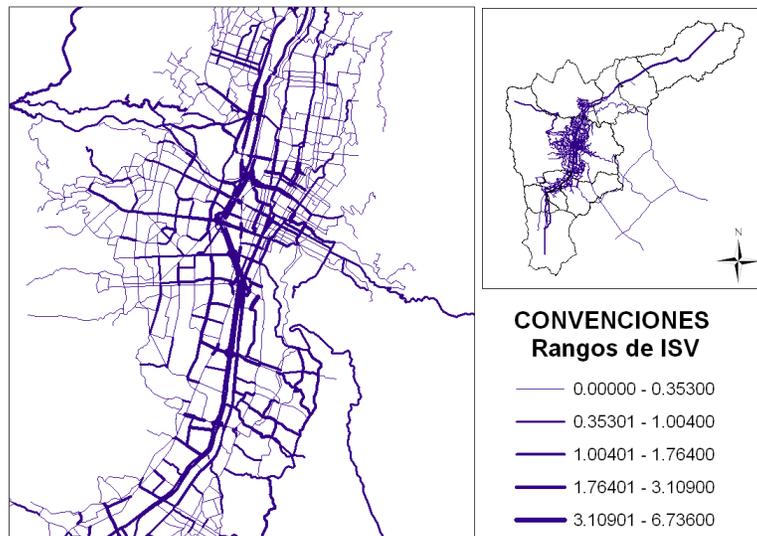
En las Figura 20, Figura 21 y Figura 22 se muestra el valor del indicador ISV en los períodos de modelación t=4, t=7 y t=13 respectivamente. En todos estos mapas se observa que la tendencia es que los tramos centrales (alrededor del río) son los más saturados, así como las vías que comunican el Valle de Aburrá con zonas externas.



**Figura 20. Rangos de ISV para la Red S en el período t=4**



**Figura 21. Rangos de ISV para la Red S en el período t=7.**



**Figura 22. Rangos de ISV para la Red S en el período t=13**

- **ISM:** Índice de saturación en tramos de la Red M. Relación entre el flujo resultante y la capacidad del tramo

Este indicador, al igual que el ISV, da señales de la carga sobre la Red M, es decir, da señales de cuánto flujo pasa sobre el tramo en relación con la capacidad de éste. En el caso de la Red M que es modelada sin congestión, no se ven los efectos del aumento en el tiempo de viaje por el flujo; además de esto, el indicador está limitado por una asíntota que es el valor de la capacidad; no existen flujos por encima del valor de la capacidad y por tanto el máximo del indicador será 1, en cuyo caso, el tramo está totalmente ocupado.

En la Tabla 16 se presentan los datos estadísticos del indicador en los diferentes períodos de modelación.

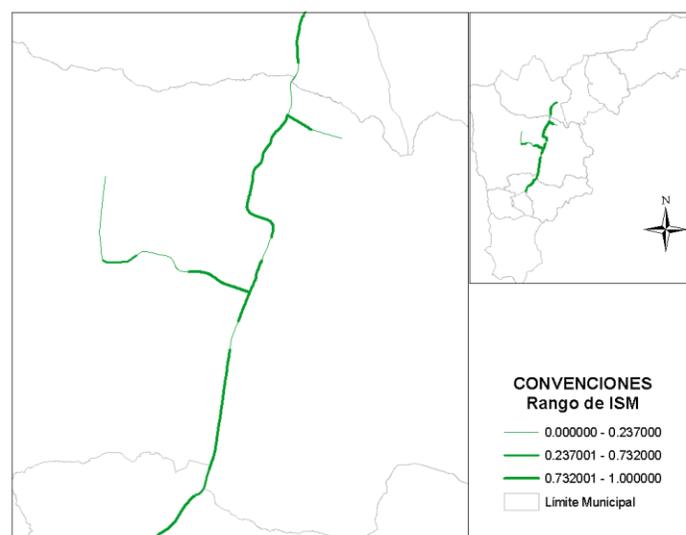
**Tabla 16. Estadísticos básicos del indicador ISM por período de modelación**

	<b>t=0</b>	<b>t=4</b>	<b>t=7</b>	<b>t=13</b>
<b>Promedio</b>	0.407	0.431	0.467	0.515
<b>Mediana</b>	0.122	0.390	0.389	0.513
<b>Desviación estándar</b>	0.431	0.367	0.385	0.383
<b>Mínimo</b>	0	0.001	0.001	0.001
<b>Máximo</b>	1	1	1	1

En el período  $t=0$ , el promedio del indicador ISM es de 0.41, es decir que en promedio, los tramos del metro están ocupados en un 41%. Este promedio aumenta en los siguientes períodos, hasta alcanzar un promedio de ocupación del sistema metro del 52%. La mediana indica que el 50% de los tramos están por debajo del 12% de ocupación en el  $t=0$  y del 51% en el  $t=13$ .

Para una mejor observación de los datos, en la Figura 23 y en la Figura 24 se presentan los rangos de variación para el indicador ISM para los diferentes períodos de modelación. Estos representan el máximo por tramo de los indicadores por cada dirección del tramo.

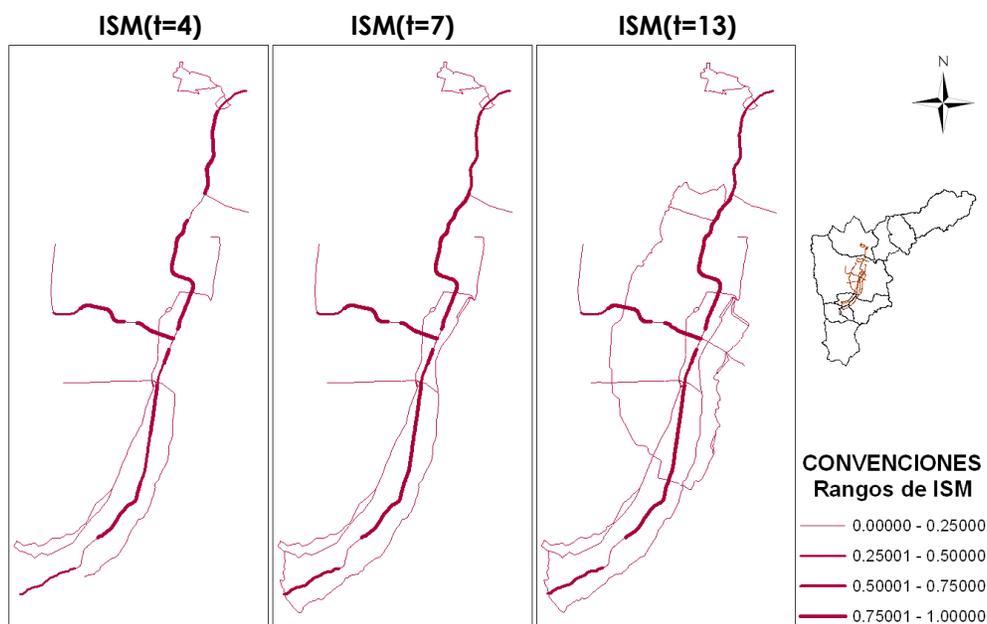
En la Figura 23, se muestra el ISM para el período  $t=0$ . En este período se definen sólo 3 rangos de variación según el método “*Natural Breaks*” de Jenks. En el mapa se observa que no hay un patrón muy definido en la ocupación de los tramos del metro, que puede deberse a que el modo “público colectivo”, que es el modo que puede usar esta red, puede hacer trasbordo a la Red S en cualquier *nodo equivalente*.



**Figura 23. Rangos de ISM para la Red M en el período  $t=0$**

En la Figura 24 se presentan los rangos de variación del ISM en 4 rangos iguales. En el mapa se observa que la mayor ocupación (mayor factor de carga, ISM) se encuentra en la línea del metro (línea central). Este comportamiento se mantiene

constante en los diferentes períodos de modelación. Los nuevos proyectos viales en la Red M (Metroplús y Metrocables) son ocupados en un menor porcentaje.



**Figura 24. Rangos de ISM para la Red M en períodos t=4, t=7 y t=13**

- **ITV:** índice de tiempo de viaje en tramos de la Red S. Relación entre el tiempo de viaje, con el tiempo a flujo libre

Este indicador, da señales del tiempo de viaje sobre los tramos de la malla vial, con respecto al tiempo a flujo libre (sin congestión). Valores iguales a 1 indican que el tiempo de viaje es igual al tiempo a flujo libre, por tanto en el tramo hay flujo libre (no hay congestión); valores por encima de 1 indican que por efectos de congestión se empieza a aumentar el tiempo de viaje sobre el tramo. Este indicador, al ser una relación de tiempos, está relacionado con la función de desempeño del tramo, función que aumenta el tiempo de forma no lineal según el flujo.

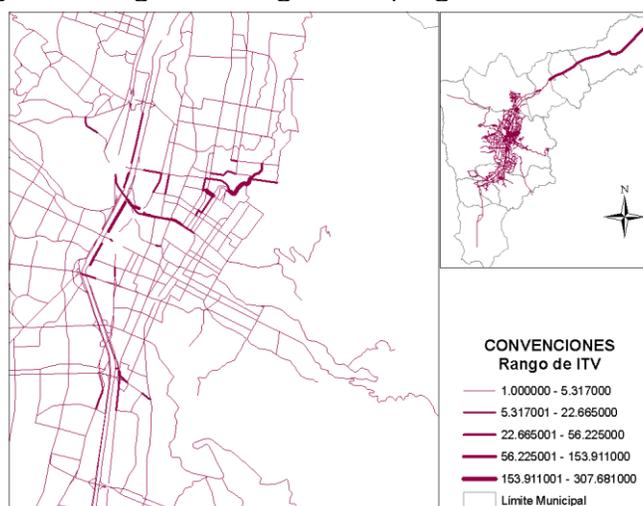
En la Tabla 17 se presentan los datos estadísticos del indicador en los diferentes períodos de modelación.

En el período t=0, el indicador ITV tiene un promedio de 2, lo que quiere decir que en promedio, los tiempos de viaje en los tramos de la Red S son 2 veces el tiempo a flujo libre. El promedio de este indicador disminuye en el período t=4 como consecuencia de los nuevos proyectos que ingresan y afectan la red; entre estos proyectos está Metroplús que por ser de la Red M se modela sin congestión y al ser un medio masivo de transporte de mediana capacidad puede movilizar más gente sin congestión, lo que puede disminuir el tiempo de viaje sobre los tramos de la Red S. Luego del t=4 el promedio de tiempo de viaje vuelve a aumentar, como consecuencia del aumento en el crecimiento de la demanda de viajes.

**Tabla 17. Estadísticos básicos del indicador ITV por período de modelación**

	t=0	t=4	t=7	t=13
<b>Promedio</b>	2.044	1.752	1.826	2.069
<b>Mediana</b>	1	1	1.001	1.001
<b>Desviación estándar</b>	11.957	6.758	7.107	9.253
<b>Mínimo</b>	1	1	1	1
<b>Máximo</b>	307.681	224.630	237.089	309.740

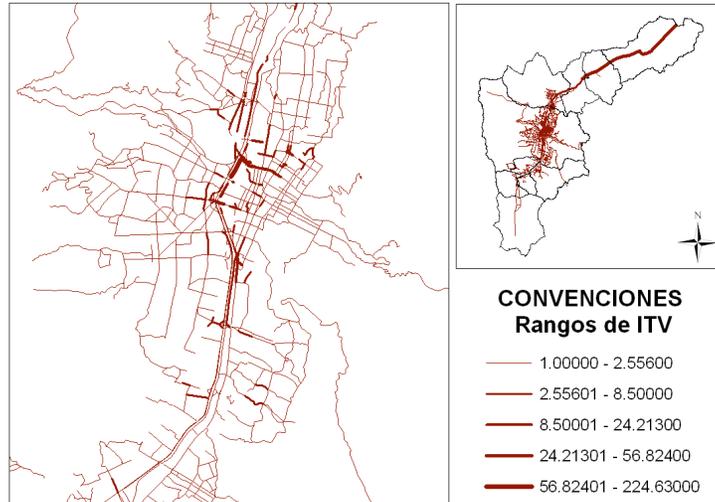
Para un mejor análisis del indicador, se presentan los mapas correspondientes al indicador en la Figura 25, Figura 26, Figura 27 y Figura 28.



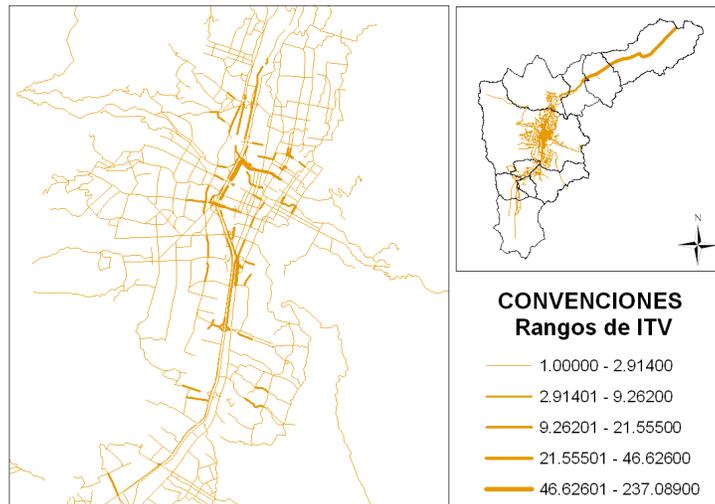
**Figura 25. Rangos de ITV en el período t=0**

En la Figura 25, se observa geográficamente la distribución del indicador. Por visualización, se pone en el mapa el indicador máximo por tramo, para aquellos que por tener doble dirección tienen valor del indicador en cada una de las direcciones del tramo.

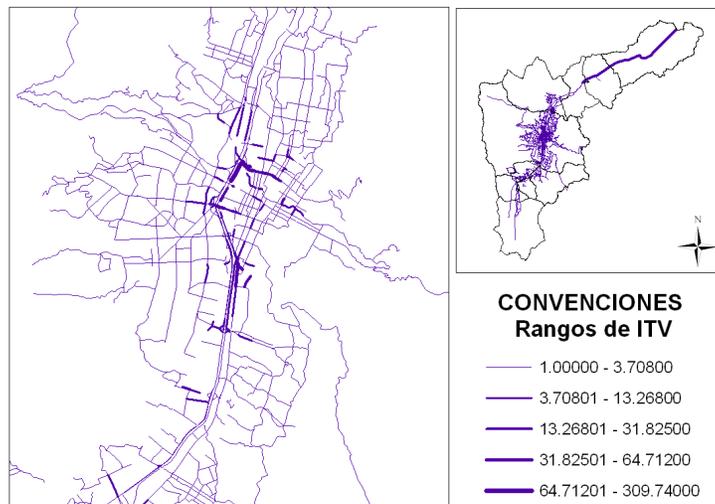
En la Figura 26, Figura 27 y Figura 28 se observa que muchos de los tramos se encuentran en el primer rango definido según el método "Natural Breaks", es decir en menos de 3 veces el tiempo a flujo libre (para los períodos t=4 y t=7) y en menos de 4 veces el tiempo a flujo libre para el período t=13. Los tramos con mayor índice de tiempo de viaje (es decir, con una mayor diferencia relativa entre el tiempo de viaje y el tiempo a flujo libre) se encuentran al norte de Valle de Aburrá y en la zona centro de Medellín. El comportamiento del indicador ITV es consecuente con el comportamiento de indicador ISV, que muestra que la mayor saturación se encuentra en las vías centrales y de salida de Valle de Aburrá.



**Figura 26. Rangos de ITV en el período t=4**



**Figura 27. Rangos de ITV en el período t=7**



**Figura 28. Rangos de ITV en el período t=13**

### 5.3.3. Indicadores de Accesibilidad

A continuación se presentan los resultados con respecto a los indicadores de accesibilidad

- **IANMO:** Indicador de accesibilidad por motivo en cada UTA.

El indicador IANMO da señales de las zonas geográficas (UTA) en las que, según el tiempo de viaje por motivo, es más atractivo para los agentes (familias) localizarse. Este indicador se encuentra reescalado de 0 a 10, donde 0 es el peor y 10 el mejor, según una función de reescalamiento definida en el proyecto marco de esta tesis (UNAL,2009).

A continuación, en la Tabla 18 se presenta el promedio del indicador IANMO por motivo, en cada período de modelación.

**Tabla 18. Promedio del indicador IANMO por motivo y período de modelación**

Motivo	t=0	t=4	t=7	t=13
<b>TR - Trabajo</b>	4.024	4.923	4.795	5.108
<b>ES – Estudio</b>	3.878	4.531	3.385	4.361
<b>SA – Salud</b>	3.008	3.772	3.663	3.944
<b>CO – Compras</b>	4.335	5.259	5.128	5.446
<b>RC – Recreación</b>	3.573	4.459	4.333	4.646
<b>RG – Regreso a casa</b>	3.756	4.463	4.362	4.621
<b>OT – Otros</b>	4.335	5.259	5.128	5.446

Se observa que en el tiempo t=0 (2005), el promedio del indicador de accesibilidad por motivo es mejor para los motivos Compras, Trabajo y Otros motivos, mientras que el motivo de Salud es el que tiene menor calificación en el indicador de accesibilidad. En los próximos períodos de modelación, el indicador aumenta su calificación promedio como consecuencia de la introducción de sistemas masivos de transporte de mediana capacidad que ayudan a disminuir los tiempos de viaje, aumentando el promedio del indicador. En general, el indicador de accesibilidad por motivo salud es el menor calificado de los motivos de viaje y los motivos Trabajo, Compras y Otros son los mejores calificados.

El aumento, en los períodos de tiempo, del indicador de accesibilidad es debido a la entrada de proyectos viales nuevos, entre ellos las entradas de proyectos a la Red M al ser modelados sin congestión, reducen los tiempos de viaje, mejorando así el indicador de accesibilidad.

Para una visualización del indicador de accesibilidad IANMO, se presenta en los siguientes mapas la distribución geográfica del promedio del indicador para los diferentes períodos de modelación (Figura 29). Estos valores tienen implicación en el modelo de asignación de agentes en el territorio, puesto que será más atractivo para estos ubicarse en una zona en la que tengan buenos tiempos de

accesibilidad, sin embargo éste no es el único factor que incide en la decisión de los agentes.

En la Figura 29 se observa que en general, la zona norte del Valle de Aburrá siempre se encuentra peor calificada que las demás zonas en todos los períodos de modelación, mientras que Envigado y Medellín tienen un mejor indicador, sin llegar a ser muy bueno, pues si se observa los valores de la Tabla 18, en promedio los valores del indicador IANMO están por debajo de 6 en una escala de 1 a 10.

La zona Nororiental de Medellín, aumenta el indicador de accesibilidad entre el período  $t=0$  y  $t=7$  (Esta zona se ve en el mapa con un verde claro en el  $t=0$  y con un verde oscuro que indica un mejor valor del indicador en los tiempos  $t=4$  y  $t=7$ ). Esta mejora en el indicador coincide con la introducción de proyectos nuevos como Metroplús, reduciendo significativamente los tiempos de viaje en dicha zona y afectando el indicador de accesibilidad.

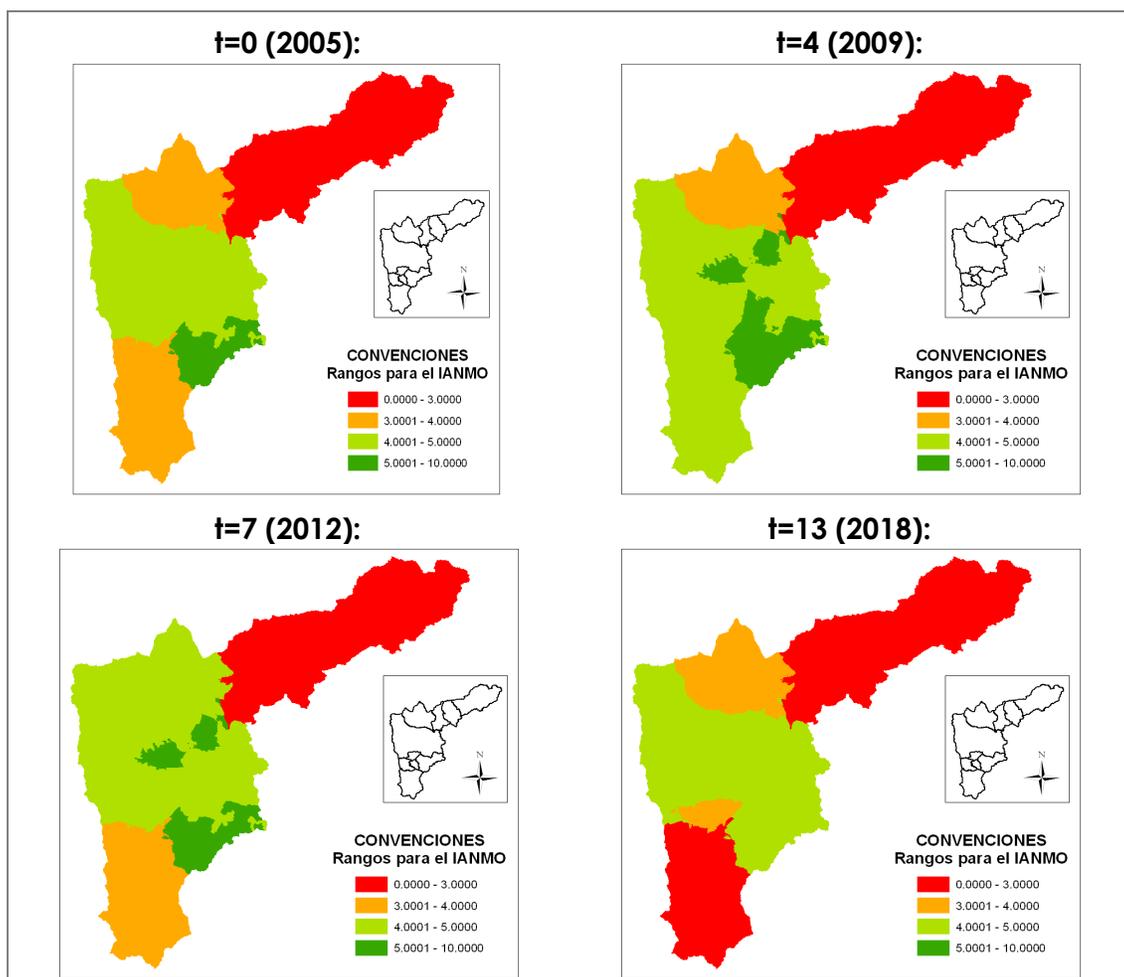
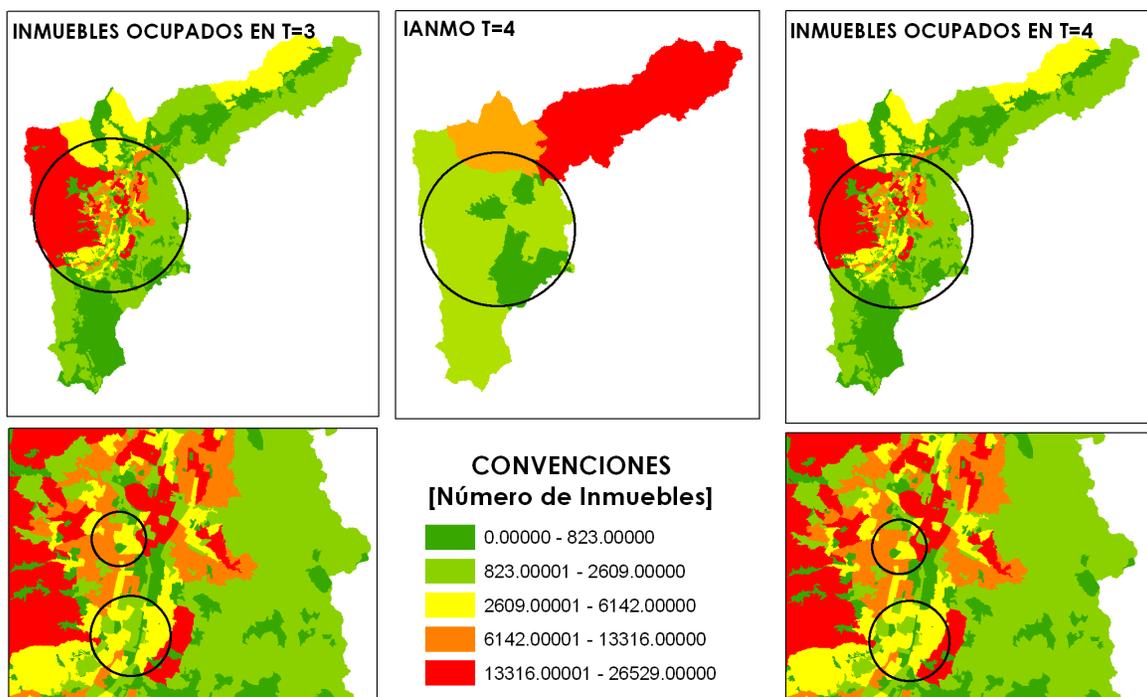


Figura 29. Rangos de variación para el indicador IANMO.

5.3.4. Cambios en la ocupación del territorio como consecuencia de la movilidad.

Los resultados del modelo de movilidad, son convertidos a un indicador de accesibilidad a las UTA según el motivo (IANMO) que es, en pocas palabras, el tiempo promedio para llegar a dicha zona. Este indicador es uno de los insumos para el modelo de localización de los agentes en el territorio.

En la Figura 30 y en la Figura 31 se observa el cambio en el número de inmuebles ocupados en el territorio, un período antes de correr movilidad y en el período en el que corre movilidad (y por tanto es afectado por el indicador IANMO).



**Figura 30. Relación del IANMO con el número de inmuebles ocupados (t=3-t=4)**

En la Figura 30 se observa el cambio en el número de inmuebles ocupados entre el t=3 y t=4. Las zonas que presentan un mayor cambio en el número de inmuebles ocupados están señaladas por círculos. Se observa que en las zonas donde el indicador IANMO es mejor hay mayor cambio en el número de inmuebles entre un período y otro; en la zona centro y sur de Medellín, se observa que aumenta el número de inmuebles. Por otro lado, las zonas con un indicador de accesibilidad malo no reportan cambio positivo en el número de inmuebles ocupados.

En la Figura 31, se observa de nuevo que en las zonas de mejor indicador IANMO hay más cambio en el número de inmuebles ocupados (y por tanto hay más cambio en las familias residentes); en algunas de las zonas en que el indicador IANMO es mejor, hay un aumento en el número de inmuebles ocupados (ver

círculos). Se observa que las zonas con un indicador bajo de accesibilidad en general tienen pocos inmuebles ocupados.

La zona occidental de Medellín que se muestra con un alto número de inmuebles ocupados corresponde a la agrupación de 4 de los corregimientos de Medellín, por lo que tiene un área muy grande y por tanto un alto número de inmuebles. Sin embargo, la densidad de esta UTA es mucho menor que las de otras UTA en el mismo rango de número de inmuebles ubicadas, por ejemplo, en la zona central y nororiental de Medellín.

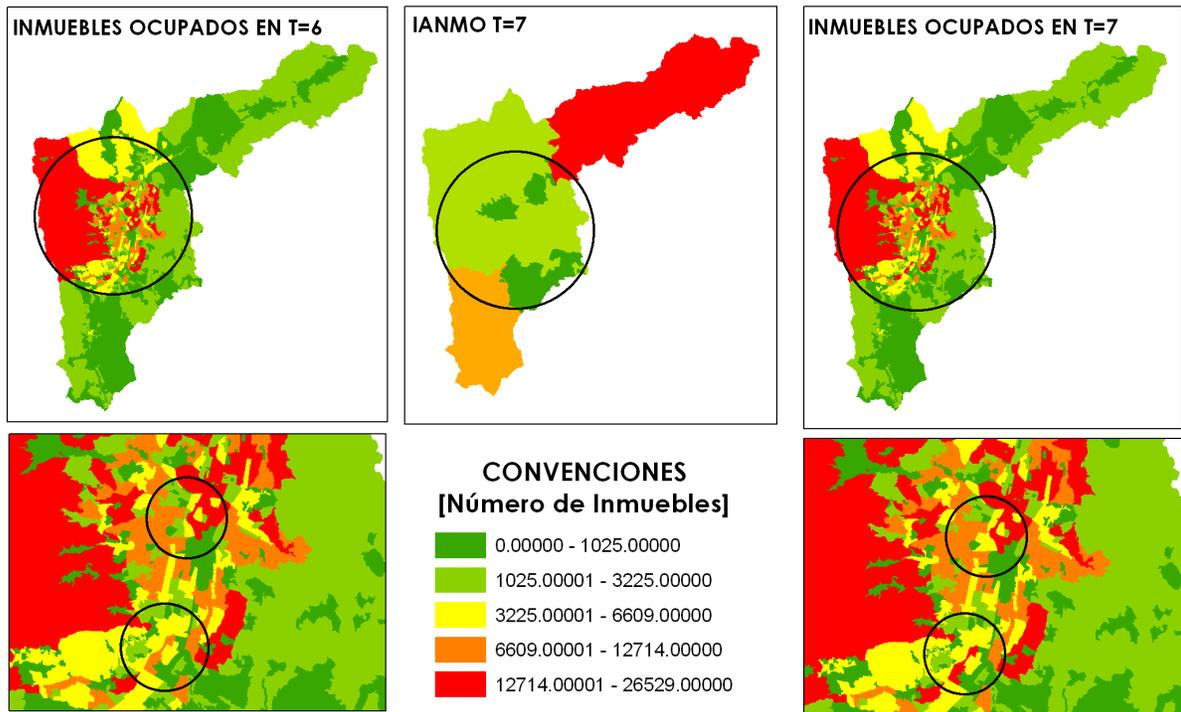


Figura 31 Relación del IANMO con el número de inmuebles ocupados (t=6-t=7)

#### 5.4. Escenario de comparación.

Uno de los propósitos de este modelo, al ser de tipo estratégico y prospectivo, es permitir la comparación entre un escenario de referencia (escenario base) y otro escenario en evaluación.

El escenario en evaluación debe cambiar uno o pocos parámetros con respecto al escenario de referencia, para poder seguir y analizar los cambios en los resultados debido al cambio del parámetro del escenario; por el contrario, si se cambian muchos parámetros o se evalúa un escenario no relacionado con el escenario base, los resultados no podrán ser analizados como consecuencia del cambio en un parámetro, sino que pueden ser debidos a cualquiera de los cambios hechos, lo que dificulta el seguimiento y análisis de los resultados para la comparación con el escenario de referencia.

Se desea evaluar los resultados en los indicadores de congestión debido a la no inclusión de los proyectos previstos en el PMM (AMVA, 2007), es decir, que para un tiempo de modelación  $t$  ( $t > 0$ ) los tramos de la Red de Movilidad sean únicamente los tramos del tiempo base (2005). Para efectos prácticos, sólo se presenta en esta sección la comparación entre 2 escenarios para un solo tiempo de modelación ( $t=4$ ); es decir, se comparan un escenario con la inclusión de la entrada en operación de los proyectos viales del PMM y otro en el que no se incluyen.

En la Tabla 19 se presentan los parámetros generales de los escenarios a comparar. En ésta se observa que el único parámetro afectado es el número de tramos (tanto en la Red S, como en la Red M), el resto de parámetros permanecen igual.

**Tabla 19. Resumen de parámetros de los escenarios en comparación**

<b>Parámetros</b>	<b>Escenario Base</b>	<b>Escenario en evaluación</b>
período	$t=4$ (2009)	$t=4$ (2009)
Tramos Red S	2.759 tramos	2.720 tramos
Tramos Red M	287 tramos	68 tramos
Población V.A.	3'733.402 habitantes	3'733.402 habitantes
Matriz ODRS	Demanda de: 131.812 veh-eq (19.036 pares OD)	Demanda de: 131.812 veh-eq (19.036 pares OD)
Matriz ODRX	Demanda de: 337.872 viajes (9.148 pares OD)	Demanda de: 337.872 viajes (9.148 pares OD)

En la Tabla 20 se presentan los tiempos de ejecución del escenario de referencia (escenario base) y del escenario en evaluación, y en la Tabla 21 se presenta la comparación de las funciones objetivo de cada uno de los submodelos para el escenario base y el escenario en evaluación en el tiempo de modelación definido.

**Tabla 20. Comparación de los tiempos de ejecución entre escenarios.**

<b>Escenario</b>	<b>Tiempo de ejecución (hh:mm:ss)</b>
Escenario base ( $t=4$ )	05:47:08
Escenario en evaluación ( $t=4$ )	04:36:11

En la Tabla 20 se observa que el escenario en evaluación se demora menos ejecutándose que el escenario base. Esto es de esperarse puesto que, con el mismo número de demandas y demás parámetros, el escenario en evaluación tiene menos tramos (menos combinaciones  $i-j$  por dónde revisar en cada restricción y en la función objetivo), es decir, tiene menos variables, por tanto el tiempo de ejecución se espera que sea menor.

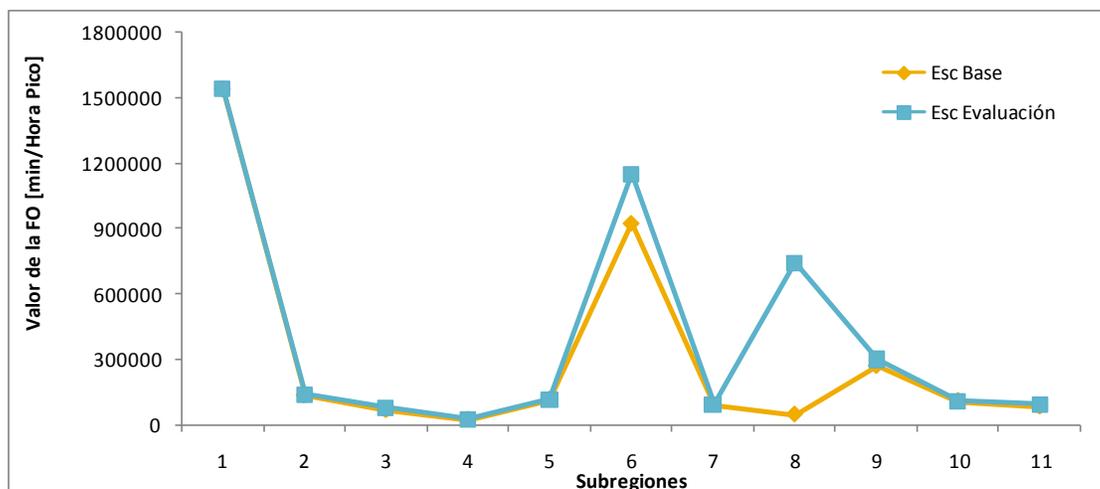
En la Tabla 21 se observa que la función objetivo de los submodelos aumenta en el escenario en evaluación, con respecto al escenario base, a excepción de la subregión R1\_N (Municipios Norte) que queda igual, y en las regiones R6\_CW (Comuna centroccidental de Medellín) y R6\_SE (Comuna Suroriental de Medellín) se disminuye la función objetivo en el escenario en evaluación.

Si bien se espera que con la introducción de nuevas vías el tiempo de viaje en los tramos de la red se disminuya (lo que se cumple en la mayoría de los submodelos), esto no necesariamente se cumple siempre y el efecto del aumento en el tiempo de viaje ante la creación de nuevas vías se conoce como la paradoja de Braess (Braess D, Nagurney A et al. 2005), lo cual puede explicar el aumento de la función objetivo (tiempos de viaje) en las regiones R6\_CW y R6\_SE.

**Tabla 21. Comparación de las funciones objetivo entre escenarios**

<b>Submodelo</b>	<b>Escenario Base F.O.[min/hora pico]</b>	<b>Escenario en Evaluación F.O. [min/hora pico]</b>
1 (R1_N)	1541677.86	1541677.86
2 (R2_B)	131611.74	136913.3
3 (R3_I)	63824.41	74266.62
4 (R4_E)	20719.57	23781.55
5 (R5_S)	113238.19	114954.64
6 (R6_CE)	922505.11	1150891.18
7 (R6_CW)	91628.55	91072.55
8 (R6_NE)	44610.06	741718.45
9 (R6_NW)	267667.85	298612.75
10 (R6_SE)	107255.21	105496.42
11 (R6_SW)	80828.36	91039.70
Interzonales	3972410.85	4996027.71

En la Figura 32 se observa gráficamente la comparación entre funciones objetivo de las subregiones. Como se ha dicho, en la mayoría de los casos, la función objetivo aumenta como consecuencia del aumento de los tiempos de viaje. El caso de diferencias más extremo se da en la subregión 8 (R6\_NE: Comuna nororiental de Medellín), en donde la inclusión de los proyectos viales como Metroplús (escenario base) mejora significativamente los tiempos de viaje en dicha subregión.



**Figura 32. Comparación de las funciones objetivo por subregiones**

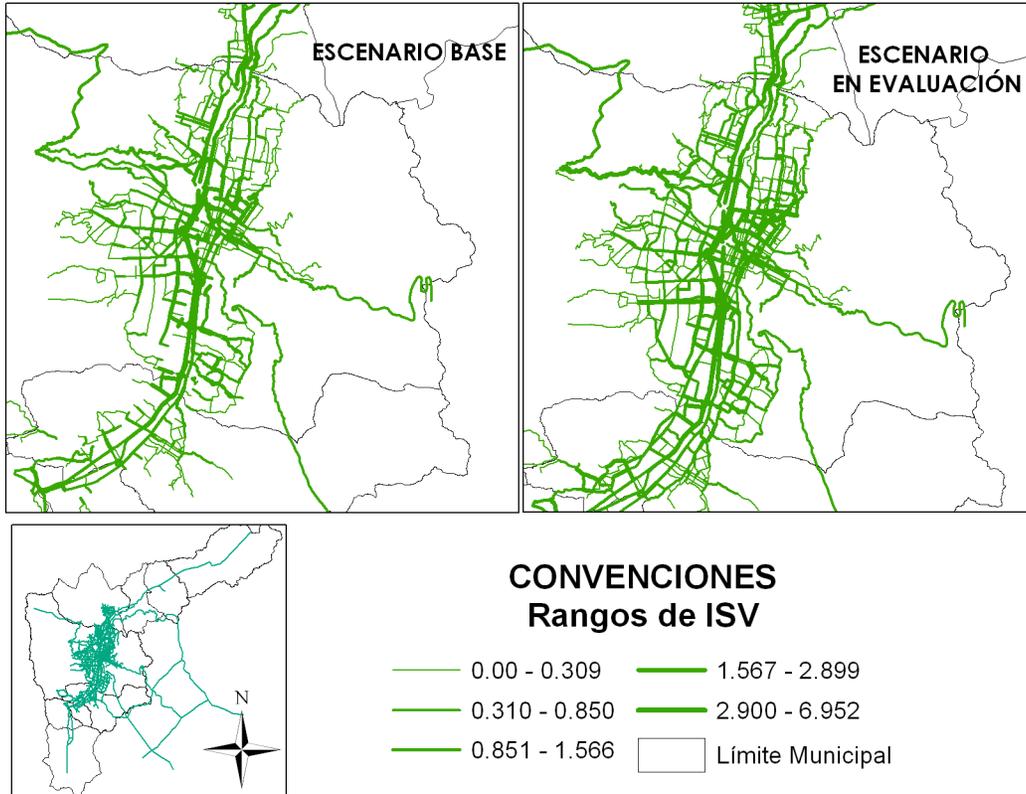
Con respecto al análisis de los indicadores, se presenta en la Tabla 22 un resumen comparativo de los indicadores de congestión entre escenarios. Se observa que en todos los indicadores se aumenta el valor promedio, y en el caso de los índices ISV e ITV aumenta también el máximo, en el escenario en evaluación (sin proyectos viales nuevos), lo que significa que aumentan tanto los índices de saturación como los tiempos de viaje promedio sobre los tramos.

El aumento en la saturación promedio de las vías de la Red M y Red S, y el tiempo promedio de viaje sobre los tramos de la Red S es del 8.1%, 8.4% y del 32% respectivamente, mientras que el aumento en la saturación máxima y los tiempos de viaje máximos son del 12% y 56%. De esto se puede concluir que los indicadores de tiempo de viaje en los tramos de la Red S son los más afectados por la no inclusión de los proyectos viales propuestos.

**Tabla 22. Comparación de indicadores de congestión entre escenarios**

Escenario	ISM		ISV		ITV	
	Base	Evaluación	Base	Evaluación	Base	Evaluación
Promedio	0.431	0.466	0.544	0.59	1.752	2.318
Mediana	0.390	0.352	0.246	0.26	1	1.001
Desv. estándar	0.367	0.417	0.716	0.78	6.758	14.109
Mínimo	0.001	0.001	0.001	0.001	1	1
Máximo	1	1	6.214	6.952	224.630	351.405

En la Figura 33 se muestran los resultados del indicador ISV tanto en el escenario de referencia como en el escenario en evaluación. Se observa que en el escenario en evaluación, el indicador de saturación de las vías de la Red S (ISV) es mucho mayor en las vías del centro y del nororiente de Medellín.



**Figura 33. Comparación del indicador ISV entre escenario base y escenario en evaluación**

Con respecto a los resultados del modelo de asignación de tráfico y a los indicadores de congestión de los dos escenarios, se puede observar que la inclusión de los proyectos viales en el período  $t=4$  mejora las condiciones del sistema de movilidad, reduciendo los tiempos de viaje en casi todas las zonas del Valle de Aburrá y mejorando los indicadores de saturación de los tramos tanto de la Red S como de la Red M.

## **6. CONCLUSIONES**

A pesar de la alta complejidad y gran escala del problema, de la escasez de información disponible, de la alta incertidumbre, se evidencia el soporte de este modelo prospectivo a la toma de decisiones en planificación, tanto del sistema de transporte como de la ciudad.

### **6.1. Acerca de la interrelación con el modelo de territorio**

- Los modelos de transporte y los modelos de territorio (localización de agentes) deben estar interrelacionados en el análisis de sistemas de ciudad. La no integración de estos modelos, puede llevar a que no se acierte en las estimaciones de las dinámicas propias de la población para la localización en el territorio, debido a los efectos de los tiempos de acceso a una zona (afectados por la congestión) en la elección de localización de los ciudadanos. Igualmente, para el modelo de transporte, la no integración de forma dinámica con un modelo de territorio hace que las estimaciones de demanda de viajes en cada zona no correspondan completamente a las dinámicas de la población. El modelo propuesto está diseñado para permitir de forma eficiente esa interrelación
- Se presenta un modelo de asignación de tráfico que, además de ser una herramienta para la planificación del sistema de movilidad, es una herramienta de apoyo para la planificación de ciudad, puesto que permite observar cómo los efectos de una decisión en el sistema de movilidad afectan los otros subsistemas de ciudad, como las dinámicas de localización de las familias y, a partir de esto, las necesidades de equipamientos y servicios. Estos resultados apoyan la revisión de planes estratégicos como los Planes de Ordenamiento Territorial y cualquier otro tipo de política pública no necesariamente relacionada con la movilidad. Esto permite tener una visión holística de la planeación urbana.

### **6.2. Acerca de la necesidad de un nuevo modelo de asignación de tráfico.**

- Si bien existen en el mercado diversos software para la asignación de tráfico, es de mucha importancia que, para la aplicación propuesta, el modelo de transporte se ajuste a las necesidades específicas, a las preguntas que se quieren responder, a las condiciones particulares de la zona de estudio (y por tanto a la escala del modelo) y a la información disponible. Esto no siempre se consigue en los modelos existentes para la asignación de tráfico.
- Para el caso de aplicación al Valle de Aburrá, el modelo es de una escala relativamente grande, con no toda la información disponible y además se deseaba específicamente interrelacionar los resultados de este modelo con otro modelo de asignación de agentes al territorio que, en el próximo período, realimente a su vez las entradas de personas y de viajes para el modelo de asignación de tráfico. Esto último no siempre se puede conseguir en los

modelos existentes, puesto que la generación de viajes entra de forma exógena.

### **6.3. Acerca de la formulación matemática del modelo.**

- El modelo de asignación de tráfico está basado en la formulación del principio de equilibrio del usuario, considerando efectos de congestión. El modelo de optimización para la asignación de tráfico es un modelo combinatorial y altamente no lineal (por incluir efectos de congestión), lo que hace que el problema sea de alta complejidad y su solución sea de alto costo computacional. Muchas de las aproximaciones en la literatura son de menor complejidad puesto que no consideran todas las posibles combinaciones de rutas para ir de un origen a un destino (como se consideró en este trabajo), sino que prefijan la decisión a un posible conjunto de rutas entre un par origen-destino, seleccionadas a priori por el analista.
- Los modos considerados en este modelo no son los modos convencionales de los muchos de los modelos de transporte, sino que se usan unos modos agregados: público colectivo, público individual, privado colectivo y privado individual. Esto permite, por ejemplo, modelar de forma agregada y prospectiva la introducción de modos no existentes, como fue el caso del Metroplús.
- La formulación del modelo incluye la separación de la red de movilidad en dos redes diferentes según su naturaleza; una red compuesta por los tramos de la malla principal del Valle de Aburrá (Red S) y otra red compuesta por las líneas y estaciones de los sistemas masivos de transporte (Metro, Metrocable y Metroplús – Red M). La red S es modelada con congestión dentro del modelo de asignación de tráfico. Por otro lado, la red M es modelada sin congestión bajo el supuesto que para estos sistemas de transporte, no es muy significativo el cambio en el tiempo de viaje debido al aumento de flujo sobre el tramo.
- Si bien las 2 redes de transporte son modeladas bajo diferentes supuestos en cuanto a la congestión, éstas están conectadas en el modelo de asignación y se permite el intercambio entre redes para el modo público colectivo mediante trasbordos. Esto permite el análisis integrado de ambas redes de transporte.

### **6.4. Acerca de la solución matemática del modelo.**

- La aplicación al Valle de Aburrá resulta en un modelo de gran escala, ya que al ser un problema combinatorial y con componentes altamente no lineales (al tener en cuenta los efectos de congestión), se hace inmanejable por los métodos tradicionales de optimización, por lo que es necesario descomponer el problema para poder resolverlo.

- Para la solución del modelo se propuso una metodología de descomposición por subregiones. Esta forma de descomponer el problema junto con una regla heurística que reduce el número de variables y restricciones por cada subproblema hace tratable el problema de gran escala y da buenos resultados en un tiempo de ejecución razonable para un problema de tal tamaño. Una ventaja significativa de esta propuesta, es que permite la ejecución en paralelo de los submodelos por subregiones, dado el supuesto de independencia entre los viajes intrazonales entre las subregiones. Esta posibilidad reduce los tiempos de ejecución totales.
- La metodología propuesta de descomposición por subregiones es aplicable en problemas de asignación de tráfico de gran escala, donde se pueda desagregar el territorio en subregiones y se pueda definir el conjunto de nodos de entrada y salida de cada subregión a otra subregión. Esto requiere de conocimiento del investigador sobre la zona en estudio, sin embargo puede ser aplicable, en general, a cualquier región de tamaño semejante al Valle de Aburrá.
- La solución obtenida puede ser subóptima para el problema general, puesto que se pierde algo de la interacción entre todos los flujos al separar el problema entre asignaciones intrazonales e interzonales. Esta solución se puede mejorar permitiendo mayor interacción entre ambos submodelos, ya que como está planteado en esta tesis sólo el modelo de asignación interzonal recibe información de los  $r$  submodelos de asignación por subregiones y deberían estos a su vez mejorar la solución a partir de la asignación del modelo interzonal. Actualmente se está trabajando en ésto como aporte futuro dentro del marco del proyecto de investigación.

### **6.5. Acerca de los indicadores.**

- Los indicadores de congestión y accesibilidad propuestos pretenden dar indicios de la saturación de las redes modeladas, así como del tiempo de viaje en los tramos y el tiempo de acceso a las diferentes zonas definidas. Los resultados no son necesariamente exactos sino que muestran las tendencias de lo que sucedería en la movilidad si se dan las condiciones especificadas en la definición del escenario.
- Asimismo, estos indicadores permiten al analista definir zonas de intervención con políticas enfocadas al mejoramiento de los tiempos de acceso o de congestión. Esto puede apoyarse de un análisis de escenarios, contrastando los efectos de la implementación de una política con un escenario de referencia y así poder observar si los resultados de la implementación de la política son los esperados.

## **6.6. Acerca del análisis de escenarios.**

- Un modelo estratégico y prospectivo que permita la comparación por escenarios es de gran utilidad para los planificadores, puesto que permite evaluar las consecuencias de la implementación de políticas en el territorio. En este caso se evaluó el efecto de incluir o no incluir nuevos proyectos de movilidad en un período de tiempo, pero bien pueden evaluarse más escenarios con diferentes políticas que afecten la movilidad.
- En el caso de los escenarios de movilidad analizados, en los que en un tiempo definido, se compara la entrada de proyectos viales versus la no entrada de éstos, se observó que la entrada de nuevos tramos en dicho período de tiempo mejora mucho la situación de movilidad del Valle de Aburrá, reduciendo los tiempos de viaje y descongestionando algunos tramos. La reducción en los tiempos de viaje promedio en las vías es del 32%. Esta es una situación deseable, por lo que se recomienda (dadas las condiciones del escenario), entrar en ejecución dichos proyectos de movilidad para tal período de tiempo.

## 7. TRABAJO FUTURO

Se propone ampliar el modelo incluyendo más zonas de influencia en el Valle de Aburrá como pueden ser los municipios de occidente y oriente cercano, que son importantes en la dinámica con el Valle de Aburrá, tanto en el movimiento de personas como en el movimiento de carga.

La implementación de modelos logit dentro del modelo de optimización de asignación de tráfico, de modo que permita la inclusión de componentes aleatorios en las percepciones de los usuarios a la hora de elegir la ruta, se propone como trabajo futuro. Su formulación es sencilla pero no su solución.

La metodología de descomposición en subregiones puede mejorarse mediante retroalimentaciones iterativas en un mismo período de modelación, entre los submodelos de las subregiones (modelos intrazonales) y el modelo interzonal, hasta que se logre convergencia.

De igual forma, debido a la complejidad y alto costo computacional del modelo de asignación de tráfico en aplicaciones de gran escala, se recomienda como trabajo futuro el desarrollo de metodologías de solución por metaheurísticas como Colonias de Hormigas, Algoritmos genéticos u otros.

Como trabajo futuro complementario a esta tesis, para responder otras preguntas de investigación, se propone implementar un modelo de transporte que incluya además los tiempos de acceso peatonal a cada nodo y, para el caso del modo público colectivo los tiempos de espera, para así tener un cálculo del tiempo de viaje total más realista.

Además de esto, se propone ampliar el modelo de asignación de tráfico, minimizando no sólo los tiempos de viaje, sino también el costo de viajar por los diferentes modos, ya que en los supuestos de esta tesis (debido a la falta de información disponible), los modos se asumen con igual costo económico, lo cual es válido en un escenario, por ejemplo, de integración tarifaria de los modos de transporte público colectivo.

Otra forma de mejorar el trabajo presentado en esta tesis, puede ser calibrando las funciones de desempeño de cada tramo. En el modelo propuesto se consideran fijos los parámetros alfa y beta de la función según la literatura, sin embargo, si se cuenta con la información para calibrar las funciones para cada tramo puede mejorarse la aproximación a los tiempos de viaje sobre cada tramo.



## BIBLIOGRAFÍA

- AMVA (2002). Plan Integral de Desarrollo Metropolitano. Proyecto Metropoli 2002 - 2020. Medellín, AREA Metropolitana del Valle de Aburrá.
- AMVA (2005). Diagnóstico del Plan Maestro de Movilidad para la región metropolitana del Valle de Aburrá, 2005- 2020, AREA metropolitana del Valle de Aburra.
- AMVA (2007). Plan Maestro de Movilidad para la región Metropolitana, AREA Metropolitana del Valle de Aburrá.
- AMVA (<en línea>). Presentación Área Metropolitana del Valle de Aburrá. Medellín, Colombia,  
<http://www.metropol.gov.co/contenidos.php?seccion=13>. **Acceso: Octubre de 2008.**
- Babonneau, F. and J. Vial (2008). Test instances for the traffic assignment problem. Technical Report, Ordecys, Geneva.
- Beckman, M., C. B. McGuire, et al. (1956). Studies in the economics of transportation. New Haven, Yale University Press.
- Ben-Akiva, M. and S. Lerman (1985). Discrete Choice Analysis: Theory and Applications to Travel Demand. Cambridge, The MIT Press.
- Bondorfer, R., M. Grotchel, et al. (1998). Optimization of transportation systems, ZIB report 98-09.
- Braess D, Nagurney A, et al. (2005). "On a Paradox of Traffic Planning." Transportation Science **39**(4): 446-450.
- Cal & Mayor asociados S.C. (2005). Manual de Planeación y diseño para la administración del tránsito y el transporte. Bogotá.
- Caliper Corporation (<en línea>). TRANSCAD. **Acceso: Octubre de 2008.**
- Cameron, C. and P. Trivevi (2005). Microeconometrics: Methods and Applications., Cambridge University Press.
- Congreso de la República de Colombia (1997). Ley 388 de 1997. Por la cual se modifica la Ley 9" de 1989, y la Ley 3" de 1991 y se dictan otras disposiciones. Bogotá D.C.
- Cormen, T., C. Leiserson, et al. (1998). Introduction to algorithms. Cambridge, MIT Press.
- Daganzo, C. and Y. Sheffi (1977). "On stochastic models of traffic assignment." Transportation Science **11**: 253-274.
- DANE (<en línea>). Censo General 2005. Bogota, Colombia,  
[http://www.dane.gov.co/daneweb\\_V09/index.php?option=com\\_content&view=article&id=307&Itemid=124](http://www.dane.gov.co/daneweb_V09/index.php?option=com_content&view=article&id=307&Itemid=124). **Último Acceso: Diciembre de 2009.**
- Davidson, K. B. (1966). A flow-travel time relationship for use in transportation planning. Proceedings of Australian Roads Research Board, Melbourne.

- de Cea, J. and E. Fernandez (1993). "Transit assignment for congested public transport systems: An equilibrium model." Transportation Science **27**(2): 133-147.
- de Cea, J., E. Fernandez, et al. (2003). ESTRAUS: A computer package for solving supply-demand equilibrium problem on multimodal urban transportation networks with multiple user classes. Annual meeting of the transportation Research Board, Washington DC.
- Durlin, T. and V. Henn, Eds. (2005). A delayed flow intersection for dynamic traffic assignment. Advanced OR and AI Methods in transportation, Publishing house of Poznan University of technology.
- ECSIM (2004). Propuesta de Modelo Integral de Planeación y Simulación para la gestión social del desarrollo en el Área Metropolitana y determinación de impactos ambientales, urbanos y de movilidad. Convenio 434 de 2004. Medellín, AREA Metropolitana del Valle de Aburrá - ECSIM, Centro de Estudios de Economía Sistémica.
- Evans, S. (1976). "Derivation and analysis of some models for combining trip distribution and assignment." Transportation Research **10**: 37-57.
- Florian, M. (1977). "A traffic equilibrium model of travel by car and public transit modes." Transportation Science **11**: 166-179.
- Florian, M. and S. Nguyen (1978). "A combined trip distribution mode split and trip assignment model." Transportation Research **12**(241 - 246).
- Florian, M., S. Nguyen, et al. (1975). "On the combined distribution assignment of traffic." Transportation Science **9**: 43-53.
- Frank, M. and P. Wolfe (1956). "An Algorithm for quadratic programming." Naval Research Logistics Quarterly **3**: 95-110.
- GAMS (<en línea>). General Algebraic Modeling System (GAMS). **Acceso: 2009.**
- Gartner, N. (1980). "Optimal traffic assignment with elastic demands : A review, part I. Analysis Framework." Transportation Science **14**(192-208).
- Hearn, D. W., S. Lawphongpanich, et al. (1987). "Restricted Simplicial decomposition: Computation and extensions." Mathematical Programming Study **31**: 99-118.
- Horowitz, A. (1989). "Test of an ad hoc algorithm of elastic demand equilibrium traffic assignment." Transportation Research Part B **23B**(4): 309-313.
- Immers, L. and J. Stada (1998). Traffic demand modeling Course H111. Heverlee, Bélgica, Faculty of engineering, Department of Civil Engineering. Katholieke Universiteit Leuven.
- INRO Les Coincellers Consultants INC (<en línea>). EMME/2 Transportation Planning System. **Acceso: Octubre de 2008.**
- Jenks, G. and F. Caspall (1971). "Error on Choroplethic Maps: Definition, Measurement, Reduction." Annals of the Association of American Geographers **61**(2): 217-244.

- Larsson, T. and M. Patriksson (1992). "Simplicial decomposition with disaggregated representation for the traffic assignment problem." Transportation Science **26**: 4-17.
- Lasdon, D. (2002). Optimization theory for large systems, Dover Publications.
- LeBlanc, L., B. Ran, et al. (1992). "Dynamic travel choice models for urban transportation networks." IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics **1**: 225-231.
- Leventhal, T., G. Nemhauser, et al. (1973). "A column generation algorithm for optimal traffic assignment." Transportation Science **7**: 168-176.
- Marin, A. and P. Jaramillo (2008). "Urban rapid transit network capacity expansion." European Journal of Operational Research **191**: 43-58.
- Martínez, F. (2002). Towards a microeconomic framework for travel behaviour and land use interactions. In perpetual motion: Travel behaviour research. Opportunities and application changes. H. S. Mahmassani, Elsevier: 261-276.
- McFadden, D. (2001). "Economic Choices." American Economic Review **91**: 351 - 378.
- McFadden, D. and S. R. Momencich (1975). Urban travel demand: A behavioral analysis. New York, American Elsevier.
- Meng, X. and G. Zi-You (2007). "Behaviours in a dynamical model of traffic assignment with elastic demand." Chinese Physics **16**(6): 1608 - 1614.
- Modelística (<en línea>). Descripción general del sistema TRANUS, [http://www.modelistica.com/descrip\\_gral.htm](http://www.modelistica.com/descrip_gral.htm). **Acceso: Octubre de 2008**.
- Murtagh, B. and M. Saunders (1988 - (revisado en 1998)). MINOS 5.5 user's guide. Report SOL 83-20R,, Systems Optimization Laboratory, Stanford University.
- Oppenheim, N. (1995). Urban Travel Demand Modelling: From individual choices to General Equilibrium. Estados Unidos, Ed. Wiley-Interscience.
- Ortuzar, J. (1982). "Fundamentals of discrete multimodal choice modeling." Transport Reviews **2**(1): 47-78.
- Ortuzar, J. and L. Willumsen (2001). Modelling Transport. Chichester, Inglaterra, John Wiley & Sons.
- Patriksson, M. (1994). "The traffic assignment problem, models and methods." VSP.
- Patriksson, M. and M. Labbe, Eds. (2002). Transportation planning: State of the art. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- Ran, B. and D. Boyce (1996). Modeling Dynamic Transportation Networks: An Intelligent Transportation System Oriented Approach. Heidelberg, Springer-Verlag.
- Safwat, K. and T. Magnanti (1988). "A combined trip generation, trip distribution, modal split and traffic assignment model." Transportation Science **22**(1): 14-30.

- SECTRA (<en línea>). Modelo de Equilibrio Oferta-Demanda para Redes Multimodales de Transporte Urbano con Múltiples Clases de Usuarios (ESTRAUS). Santiago de Chile, [http://www.sectra.cl/contenido/modelos/transporte\\_urbano/Analisis\\_sisttransurb\\_cuidad\\_gran\\_tamano.htm](http://www.sectra.cl/contenido/modelos/transporte_urbano/Analisis_sisttransurb_cuidad_gran_tamano.htm). **Acceso: Octubre de 2008.**
- Sheffi, Y. (1985). Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Techniques, Prentice Hall.
- Spiess, S. (1983). On optimal route choice strategies in transit networks Pub 286. Montreal, Centre de recherche sur les transports, Université de Montreal.
- Szeto, W. and K. Hong (2006). "Dynamic traffic assignment: Properties and Extensions." Transportmetrica **2**(1): 31-52.
- Thomson, I. and A. Bull (2002). "La congestión del tránsito urbano: Causas y consecuencias económicas y sociales." Revista de la CEPAL **76**: 109-120.
- UNAL (2006). Encuesta origen destino de viajes 2005 del Valle de Aburrá. Estudios de tránsito complementarios y validación, Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín, Area Metropolitana del Valle de Aburrá.
- UNAL (2009). Modelo de apoyo a la toma de decisiones en planificación y ordenamiento territorial para el Valle de Aburrá. Convenio Marco 297 de 2006. Medellín, Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín, Area Metropolitana del Valle de Aburra, Empresas Publicas de Medellín, Universidad de los Andes.
- Waddell, P. and G. Ulfarsson (2004). "Introduction to Urban Simulation: Design and Development of Operational Models." Handbook 5: Transport Geography and Spatial Systems.
- Wardrop, J. (1952). "Some theoretical aspects of road traffic research." Proceedings of the institute of civil Engineers **2**: 325 - 378.
- Wilson, A. (1970). Entropy in Urban and Regional Modeling, Pion, London.
- Zargari, S., M. Araghi, et al. (2009). "An application of combined model for Tehran Metropolitan Area incorporating captive travel behavior." American Journal of Applied Sciences **6**(1): 64-71.