



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# **Diseño Óptimo de Resortes Tipo Ballesta Para la Suspensión de un Vehículo Comercial Considerando las Condiciones Dinámicas.**

**David Mantilla Nova**

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería, Departamento Ingeniería Mecánica y Mecatrónica

Bogotá, Colombia

2014

# Diseño Óptimo de Resortes Tipo Ballesta Para la Suspensión de un Vehículo Comercial Considerando las Condiciones Dinámicas.

**David Mantilla Nova**

Tesis de investigación presentada como requisito parcial para optar al título de:

**Magister en Ingeniería Mecánica**

Director

PhD. Nelson Arzola de la Peña

Línea de Investigación:

Diseño Óptimo Multidisciplinario

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica

Bogotá, Colombia

2014

*Dedicatoria*

A Dios, a mis Padres quienes han creído en mí desde pequeño y me enseñaron a hacer las cosas con pasión y convencimiento. A mi esposa, por su paciencia y apoyo incondicional en este largo proceso. A mi hija quien es la motivación más grande para salir adelante y a quien quiero dedicar este trabajo.

## **Agradecimientos**

Agradecimiento a la compañía IMAL S.A, la cual permitió el desarrollo de esta tesis en cuanto a la facilitación del espacio de tiempo (2011-2015), al acceso directo a la información técnica preliminar de productos de suspensión, materiales y procesos de fabricación así como la utilización de herramientas CAD/CAE, de HPC y hardware de computo disponibles.

Al ingeniero Nelson Arzola de la Peña, profesor asociado del departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Nacional de Colombia, y director de esta tesis en la cual apporto las ideas clave que ayudaron a darle un enfoque definido.

## Resumen

Los resortes tipo ballesta son tradicionales y ampliamente utilizados en vehículos terrestres, estos deben su vigencia a la capacidad de carga, bajos costos de manufactura y mantenimiento. Para dar un valor agregado a este tipo de suspensión se simula su comportamiento estático y dinámico así como el de otros componentes relacionados con el fin de observar los efectos de la precarga no-lineal, las grandes deflexiones, materiales compuestos y el torque de sujeción. El vehículo de pruebas es un camión de carga con transmisión 6x6. El comportamiento dinámico del vehículo es simulado mediante el método MBS+FEM en un entorno transitorio no-lineal implícito a través del solver APDL de ANSYS. La simulación es parametrizada para realizar un Diseño de Experimentos (DOE) y determinar las características óptimas que debe tener el resorte, dependiendo también de la carga que se transporta. Posteriormente se analiza el resorte en detalle teniendo en cuenta las cargas resultantes aplicando el método de conteo Rainflow con el fin de predecir la fatiga de este elemento. Como resultado se obtiene una metodología de diseño que integra condiciones globales y locales para asegurar el óptimo rendimiento del producto.

**Palabras clave:** Diseño de Experimentos, Elementos Finitos, Simulación Transitoria, Dinámica Vehicular, Resorte de ballesta.

## Abstract

Leaf spring suspensions are traditional and widely used in terrestrial vehicles; these owe their vigency to high load capacity, low manufacturing cost and maintenance. To give more value added to this type of suspension, simulate the static and dynamic behavior likewise another related components in order to observe the non-linear preload effects, large deflections, composites materials and bolt tightening. The test vehicle is a commercial truck with 6x6 transmissions. Dynamic behavior of vehicle is simulated through MBS+FEM method on implicit no-linear transient environment with ANSYS APDL solver. Simulation is parametrized in order to carry out a Design of Experiment (DOE) and determine the optimum characteristics that spring should have. Depends also of the vehicle payload. After that analyze the spring in high level of detail taking in count the resultant forces acting on it, apply Rainflow Counting Method, the objective is to predict durability of this element. As a result obtain a design methodology that integrates the global and local conditions to assurance the optimum performance of the product.

**Keywords:** Design of Experiments, Finite Element Method, Transient Simulation, Vehicle Dynamics, Leaf Spring.

# Contenido

	Pág.
<b>Resumen</b> .....	<b>5</b>
<b>Lista de figuras</b> .....	<b>9</b>
<b>Lista de tablas</b> .....	<b>14</b>
<b>Lista de Símbolos y abreviaturas</b> .....	<b>15</b>
<b>1. Introducción</b> .....	<b>19</b>
1.1 Motivación .....	19
1.2 Planteamiento del Problema.....	20
1.3 Objetivos.....	21
1.3.1 Objetivo General .....	21
1.3.2 Objetivos Específicos.....	21
1.4 Estructura del Documento .....	22
<b>2. Revisión del Estado del Arte.</b> .....	<b>24</b>
2.1 Definición.....	24
2.2 Tipos de Suspensiones.....	25
2.2.1 Suspensión de Eje Sólido .....	25
2.2.2 Suspensión Independiente.....	26
2.2.3 Otros componentes de Suspensión.....	27
2.3 Resortes de Ballesta.....	28
2.3.1 Características Generales de los Resortes de Ballesta .....	29
2.3.2 Variantes de Resorte de Ballesta .....	29
2.3.3 Ventajas y Desventajas.....	30
2.3.4 Materiales para Resortes de Ballesta.....	31
2.3.5 Consideraciones de Diseño.....	31
2.3.6 Durabilidad en Resortes de Ballesta .....	34
2.4 Modelamiento y Simulación en Resortes .....	34
2.5 Modelamiento y Simulación en Dinámica Vehicular.....	34
2.6 Metodologías de Optimización de Diseño .....	35
2.6.1 Metodologías aplicadas al Diseño de Suspensiones.....	35
<b>3. Planteamiento de Modelos Matemáticos</b> .....	<b>36</b>
3.1 Planteamiento Metodológico.....	36
3.2 Vehículo de Pruebas .....	38
3.2.1 Arquitectura CAD .....	39
3.2.2 Estática y Dinámica Vehicular .....	44
3.3 Modelamiento de Elementos Finitos y Sistemas Multi Cuerpo .....	58
3.3.1 Esquema Transitorio No-Lineal .....	58
3.3.2 Perturbación Lineal Modal.....	60
3.3.3 Superposición Modal MSUP.....	61
3.3.4 Modelamiento de Contactos No-lineales .....	62
3.3.5 Grandes Desplazamientos .....	64
3.3.6 Modelamiento de Pretensión en Juntas Atornilladas .....	64
3.3.7 Modelado de Juntas Cinemáticas .....	67
3.4 Caracterización Virtual de la Suspensión.....	68
3.4.1 Caracterización Virtual de Neumáticos.....	69

3.4.2	Caracterización Virtual de Resortes de Ballesta.....	73
3.4.3	Caracterización Virtual de Barras Estabilizadoras .....	85
3.4.4	Caracterización Virtual de Suspensión de Cabina .....	87
3.4.5	Caracterización Virtual de Amortiguadores .....	88
3.5	Simulación Dinámica del Vehículo.....	89
3.6	Condiciones de Frontera para Simulación MBS+FEM (Ride).....	89
3.6.1	Convergencia de la Solución.....	93
3.7	Condiciones de Frontera para Simulación MBS+FEM (Handling) .....	94
3.7.1	Convergencia de la Solución.....	95
3.8	Diseño de Experimentos.....	96
3.8.1	Parámetros de Entrada y Salida (Dinámica Vertical) .....	96
3.8.2	Parámetros de Entrada y Salida (Dinámica Lateral) .....	97
3.8.3	Parámetros de Entrada y Salida del Sub-Modelo de Ballesta.....	97
3.8.4	Setup Experimental Virtual.....	98
3.8.5	Optimización Mediante RSM.....	99
<b>4.</b>	<b>Diseño Detallado de la Suspensión de Ballesta.....</b>	<b>101</b>
4.1	Concepto Parabólico .....	101
4.1.1	Modelado, Discretización y condiciones de frontera.....	101
4.1.2	Pre proceso Fatiga.....	106
4.2	Diseño de experimentos DOE.....	107
4.2.1	Parámetros de entrada.....	107
4.2.2	Variables de Respuesta .....	108
<b>5.</b>	<b>Análisis de Resultados .....</b>	<b>110</b>
5.1	Resultados Simulación Vertical.....	110
5.1.1	Discusión .....	115
5.2	Resultados simulación Lateral .....	116
5.2.1	Discusión .....	119
5.3	Resultados DOE .....	119
5.3.1	Calidad de Ajuste .....	120
5.3.2	Superficies de Respuesta .....	121
5.3.3	Resultados Optimización.....	126
5.4	Resultados Resorte de Ballesta.....	127
<b>6.</b>	<b>Conclusiones y Trabajo Futuro .....</b>	<b>135</b>
6.1	Conclusiones .....	135
6.1.1	Trabajo Futuro.....	136
<b>A.</b>	<b>ANEXO A: Variantes de Resortes de Ballesta .....</b>	<b>138</b>
<b>B.</b>	<b>ANEXO B: Materiales para resortes de Ballesta .....</b>	<b>141</b>
<b>C.</b>	<b>ANEXO C: Durabilidad en Resortes de Ballesta .....</b>	<b>142</b>
<b>D.</b>	<b>ANEXO D: Modelado y simulación de Resortes.....</b>	<b>144</b>
<b>E.</b>	<b>ANEXO E: Modelamiento y Simulación en Dinámica Vehicular .....</b>	<b>148</b>
<b>F.</b>	<b>ANEXO F: Metodologías aplicadas al diseño de suspensiones .....</b>	<b>151</b>
<b>G.</b>	<b>ANEXO G: Propiedades de materiales y disposición de capas de material compuesto en MAPDL .....</b>	<b>155</b>

<b>H. ANEXO H: Matriz de Contactos lineales y no lineales del resorte de Ballesta, Script MAPDL contacto friccional .....</b>	<b>157</b>
<b>I. Anexo I: Matriz de Pares Cinemáticos del resorte de Ballesta .....</b>	<b>158</b>



# Lista de figuras

	Pág.
Figura 2- 1: Sistema de Suspensión Peugeot 207. [3].....	24
Figura 2- 2: Eje sólido con suspensión de Ballesta. [3].....	25
Figura 2- 3: Vista lateral de la suspensión de eje sólido con resortes de ballesta [3]. ....	25
Figura 2- 4: Suspensión de brazo doble-A. [3].....	26
Figura 2- 5: Suspensión McPherson [3].....	26
Figura 2- 6: Suspensión de Aire [5] .....	27
Figura 2- 7: Suspensión Hidroneumática [4].....	28
Figura 2- 8: Suspensión Electromagnética BOSE [7] .....	28
Figura 2- 9: Especificaciones mínimas para la constante en un resorte progresivo [5] ...	30
Figura 2- 10: Resorte de Ballesta Simétrico [5].....	32
Figura 2- 11: Distribución de esfuerzo para Resortes con diferentes escalonamientos. [5] .....	34
Figura 3- 1: Diagrama metodológico planteado .....	37
Figura 3- 2: Vehículo de pruebas [15].....	38
Figura 3- 3: Plano 2D de vehículo de pruebas [10].....	39
Figura 3- 4: Colocación de proyecciones 2D en entorno 3D para modelamiento de componentes.....	40
Figura 3- 5: Modelado del Chasis.....	40
Figura 3- 6: Modelado de Cabina y de Interior.....	41
Figura 3- 7: Suspensión delantera y trasera .....	42
Figura 3- 8: Vista Explosionada del vehículo con sistema de actuadores .....	43
Figura 3- 9: Modelo de pista paralela [24].....	44
Figura 3- 10: Sistema de ejes del vehículo con respecto al centro de masa .....	45
Figura 3- 11: Vehículo de tres ejes moviéndose por un plano inclinado .....	46
Figura 3- 12: Representación 1/4 de vehículo .....	50
Figura 3- 13: Espectro de aceleración en carretera con diferentes masas suspendidas [25].....	51
Figura 3- 14: Vehículo de pruebas con eje direccional delantero.....	53
Figura 3- 15: Análisis de Momento lateral en vehículo de pruebas .....	55
Figura 3- 16: Centros de rotación de la suspensión trasera.....	56
Figura 3- 17: Solución de Newton-Raphson con siguiente iteración [27] .....	60
Figura 3- 18: Técnica de detección basado en puntos de gauss [27] .....	63
Figura 3- 19: Rigidez de contacto a través de cada iteración [27].....	64
Figura 3- 20: Esquema de ensamble de tornillo sin tuerca [31] .....	65
Figura 3- 21: Diagrama de junta atornillada [33].....	66
Figura 3- 22: Nodos i,j,k del elemento de pretensión PRETS179 [27] .....	66
Figura 3- 23: Aplicación del elemento de pretensión PRETS179 a tornillo ubolt del resorte de ballesta con elementos tetrahedricos de segundo orden mapeados.....	67
Figura 3- 24: Juntas cinemáticas disponibles en ANSYS APDL y ANSYS RBD [27] .....	68

Figura 3- 25: Junta de Revolución MPC184 entre balancín rígido y hoja de ballesta discretizada .....	68
Figura 3- 26 Ilustración de una muestra de llanta radial con sus compuestos internos y arreglo de capas [4].....	69
Figura 3- 27: Curva esfuerzo deformación según modelo de Mooney Rivlin con dos parámetros de [35]. .....	70
Figura 3- 28: Organización de materiales compuestos del neumático y su dirección de laminación .....	71
Figura 3- 29: Definición de capas de material compuesto con elementos SHELL181 .....	71
Figura 3- 30: Curva característica de neumático para carga vertical .....	72
Figura 3- 31: Grafico de desplazamientos y presiones de contacto de neumático contra el suelo a diferentes condiciones de carga.....	72
Figura 3- 32: FRF de neumático evaluado a una presión interna de 7 Bar y una carga vertical de vacío de 28500 N .....	73
Figura 3- 33: Vista explosionada de componentes del resorte de ballesta delantero .....	75
Figura 3- 34: Comparación de resultados de simulación con y sin agujero central .....	75
Figura 3- 35: Topología virtual aplicada a modelo CAE .....	76
Figura 3- 36: Grados de libertad permitidos para desplazamiento remoto en LS3.....	77
Figura 3- 37: Elementos de contacto para componentes del resorte .....	77
Figura 3- 38: Cargas aplicadas al resorte de ballesta delantero .....	78
Figura 3- 39: Comportamiento iterativo de la solución no lineal.....	78
Figura 3- 40: Nodos en contacto friccional para cada componente.....	79
Figura 3- 41: Esfuerzos principales y desplazamientos totales del resorte en t=3s.....	79
Figura 3- 42: Curva Característica resorte de ballesta delantero .....	80
Figura 3- 43: Diagrama esquemático de Modelos de ballesta simplificados .....	80
Figura 3- 44: Costo computacional vs precisión .....	81
Figura 3- 45: FRF (Semi log Y) evaluado en posición de carga vacía para el resorte delantero con modos de vibración en X, Y e Z .....	82
Figura 3- 46: Condiciones de frontera, DOF cinemáticos y tipo de elementos para simulación ballesta trasera .....	83
Figura 3- 47: Curva Característica resorte de ballesta trasero tipo trunnion .....	84
Figura 3- 48: FRF (Semi-log Y) evaluado en posición de carga vacía para el resorte trasero con modos de vibración en X, Y e Z.....	84
Figura 3- 49: Diagrama de cuerpo libre para barra estabilizadora delantera.....	86
Figura 3- 50: Modelo discreto de barras estabilizadoras.....	87
Figura 3- 51: Ubicación de la suspensión de cabina y grados de libertad.....	88
Figura 3- 52: Comportamiento Viscoso de amortiguadores delanteros [18] y [41] .....	88
Figura 3- 53: Grados de libertad y elemento resorte/amortiguador incluido en vehículo de pruebas .....	89
Figura 3- 54: Representación virtual de laboratorio de pruebas de vehículo completo ...	90
Figura 3- 55: Simplificación del problema de contacto de neumáticos mediante juntas cinemáticas .....	90
Figura 3- 56: Simplificación MBS para los resortes de ballesta delantero y trasero .....	91
Figura 3- 57: Elementos MASS21 incluidos en el vehículo de pruebas .....	92
Figura 3- 58: Perfil del terreno en función Aleatoria.....	93

Figura 3- 59: Modelo MBS+FEM en el entorno Ansys APDL.....	93
Figura 3- 60: Convergencia por Fuerza de la solución Transitoria (RIDE) mediante Newton-Raphson.....	94
Figura 3- 61: Restricción cinemática para dinámica lateral en ejes 1 y 3.....	94
Figura 3- 62: Dibujo de carretera con cambio de carril .....	95
Figura 3- 63: Convergencia por Fuerza de la solución Transitoria (Handling) mediante Newton-Raphson.....	96
Figura 3- 64: Diagrama esquemático de simulación-DOE y optimización .....	99
Figura 4- 1: Distribución de esfuerzos para resortes multihojas y parabólico [43].....	101
Figura 4- 2: Viga empotrada en un extremo .....	102
Figura 4- 3: Dimensionamiento CAD y modelo discreto de Resorte de Ballesta .....	103
Figura 4- 4: Diagrama S-N para el acero 5160H Templado, revenido y granallado bajo esfuerzo .....	104
Figura 4- 5: Histórico de cargas dinámicas de la simulación vertical para resortes de ballesta delanteros. ....	104
Figura 4- 6: Histórico de cargas dinámicas de la simulación lateral para resortes de ballesta delanteros .....	104
Figura 4- 7: Distribución normal cargas resultantes de los eventos vertical/horizontal...	105
Figura 4- 8: Carga remota incremental para resorte delantero. ....	105
Figura 4- 9: Carga de pretensión incremental para grapas U-bolt .....	106
Figura 4- 10: Fatiga con amplitud y frecuencia constante.....	107
Figura 5- 1: Aceleraciones verticales en el suelo y en el eje delantero .....	110
Figura 5- 2: Aceleraciones verticales soporte motor y maniquí. ....	111
Figura 5- 3: Transformada rápida de Fourier para acelerómetro colocado en el maniquí .....	111
Figura 5- 4: Fuerzas Resultantes en neumáticos delanteros .....	112
Figura 5- 5: Fuerzas resultantes neumáticos traseros .....	112
Figura 5- 6: Fuerzas resultantes resortes delanteros y traseros .....	113
Figura 5- 7: Desplazamientos resultantes en resortes de ballesta delanteros y traseros .....	113
Figura 5- 8: Rotación Pitch con respecto al centro de masa suspendido del vehículo ...	114
Figura 5- 9: Rotación lateral (Roll) de la masa suspendida del vehículo .....	114
Figura 5- 10: Rotación vertical (Yaw) de la masa suspendida del vehículo.....	114
Figura 5- 11: Velocidad de giro sobre el eje Transversal (Pitch Rate) .....	115
Figura 5- 12: Velocidad de giro sobre el eje longitudinal (Roll Rate).....	115
Figura 5- 13: Velocidad de giro sobre el eje vertical (Yaw Rate).....	115
Figura 5- 14: Aceleración lateral medida en maniquí colocado en la cabina.....	116
Figura 5- 15: Transferencia lateral de cargas .....	117
Figura 5- 16: Compresión en resortes de ballesta debido al cambio de carril.....	117
Figura 5- 17: Rotación Pitch debido al equilibrio estático y cambio de carril.....	118
Figura 5- 18: Rotación Roll debido al cambio de carril.....	118
Figura 5- 19: Rotación Yaw de la masa suspendida debido al cambio de carril.....	118
Figura 5- 20: Velocidad de giro lateral debido al cambio de carril.....	119
Figura 5- 21: Variación del parámetro de entrada P1 para cada corrida experimental...	120

Figura 5- 22: Calidad de ajuste para el parámetro de deformación de los resortes delanteros del vehículo.....	120
Figura 5- 23: Calidad de ajuste para los parámetros de aceleración vertical promedio y RMS .....	121
Figura 5- 24: Calidad de ajuste para aceleración lateral y velocidad de giro lateral .....	121
Figura 5- 25: Superficie de respuesta para deflexión de ballesta delantera izquierda....	122
Figura 5- 26: Superficie de respuesta para la aceleración vertical promedio del maniquí con vehículo vacío.....	122
Figura 5- 27: Superficie de respuesta para la aceleración vertical promedio del maniquí con 17000 kg de carga .....	123
Figura 5- 28: Superficie de respuesta para la aceleración RMS en condición vacío .....	123
Figura 5- 29: Superficie de respuesta para la aceleración RMS en condición de carga máxima .....	124
Figura 5- 30: Superficie de respuesta para el Angulo roll de la masa suspendida del vehículo.....	124
Figura 5- 31: Superficie de respuesta para aceleración lateral medida en el maniquí de la cabina .....	125
Figura 5- 32: Superficie de respuesta para la frecuencia natural en la zona delantera del vehículo.....	125
Figura 5- 33: Factor de influencia de los parámetros de entrada con respecto a las respuestas.....	125
Figura 5- 34: Frontera de Pareto para Aceleración vertical promedio .....	126
Figura 5- 35: Frontera de Pareto para aceleración RMS .....	126
Figura 5- 36: Frontera de Pareto para velocidad angular Roll.....	127
Figura 5- 37: Gráfico de desplazamientos FEM para resorte parabólico .....	128
Figura 5- 38: Esfuerzo principal máximo Hoja 1 resorte parabólico .....	128
Figura 5- 39: Esfuerzo principal máximo en Hoja 2 resorte parabólico. ....	129
Figura 5- 40: Esfuerzo linealizado para diferentes niveles de carga.....	129
Figura 5- 41: Frecuencias y modos de vibración del resorte de ballesta parabólico con precarga.....	130
Figura 5- 42: Estimación de vida a la fatiga para diseño preliminar .....	130
Figura 5- 43: Matriz de conteo Rainflow .....	131
Figura 5- 44: Sensibilidad a la fatiga.....	132
Figura 5- 45: Porcentaje de influencia de espesores sobre las respuestas.....	132
Figura 5- 46: Influencia de los cambios geométricos en la durabilidad .....	133
Figura 5- 47: Relación entre rigidez del resorte y su durabilidad. ....	133
Figura 5- 48: Dimensiones finales del candidato 1 en mm.....	134
Figura A- 1: Resorte de dos etapas sobre el Eje [44].....	138
Figura A- 2: Suspensión de Hoja auxiliar montada sobre el eje [44].....	138
Figura A- 3: Resorte de tres etapas montado sobre el eje [44].....	139
Figura A- 4: Resorte bajo el eje [44] .....	139
Figura A- 5: Resorte Transversal [44].....	140
Figura C- 1: Análisis de Flexión Inelástica [46] .....	142

---

Figura C- 2: Perfiles de Esfuerzo Residual obtenidos con varias Operaciones de Granallado [46].....	143
Figura C- 3 Procedimiento para Realizar un análisis de fatiga en una hoja granallada y pre-doblada [46] .....	143
Figura D- 1: Metodología de caracterización, simulación y correlación de un resorte de Ballesta parabólico [41] .....	145
Figura D- 2: Modelo Dinámico multicuerpo del resorte y grafica de comportamiento dinámico [2].....	146
Figura D- 3: Definición de coordenadas generalizadas y propiedades geométricas [48]	147
Figura D- 4: Modelo mecánico de medio resorte de ballesta [49]. .....	147
Figura E- 1: Modelo del resorte de ballesta [50] .....	148
Figura E- 2: Modelamiento de las suspensiones delantera y trasera en MSCADAMS [51] .....	149
Figura E- 3: Descripción del vagón de carbón UK HAA [52] .....	149
Figura E- 4: Montaje experimental del vagón de carga [52] .....	150
Figura F- 1: Diagrama Esquemático del algoritmo genético [59].....	152

## Lista de tablas

	<b>Pág.</b>
Tabla 3- 1: Estadística del Ensamblaje.....	42
Tabla 3- 2: Valores de la constante K para diferentes tornillos dependiendo el material y su recubrimiento [32]. .....	65
Tabla 3- 3: Espesores para cada hoja del resorte de ballesta .....	74
Tabla 3- 4: Comparativo costo computacional y variación para ballesta delantera .....	81
Tabla 3- 5: Frecuencias y modos de vibración a distintos niveles de carga operativa.....	85
Tabla 3- 6: Grados de libertad del sistema para vehículo de pruebas .....	91
Tabla 4- 1: Dimensionamiento de perfiles parabólicos según ecuación 4.2 y simulación FEM .....	102
Tabla 4- 2: Estimación de fatiga para resortes delanteros mediante señal de amplitud y frecuencia constante .....	107
Tabla 4- 3: Resultado de iteración preliminar mediante FEM.....	107
Tabla 4- 4: Rango de espesores para diseño de experimentos. ....	108
Tabla 5- 1: Listado de candidatos a diseño Óptimo .....	127
Tabla 5- 2: Modos y frecuencias de vibración en estado precargado .....	130
Tabla 5- 3: Selección de candidatos óptimos .....	133
Tabla 5- 4: Resultados generales de los candidatos a diseño óptimo.....	134
Tabla 5- 5: Dimensiones finales adicionales .....	134
Tabla B- 1: Composición química promedio del acero 5160H [45] y [8] .....	141
Tabla B- 2: Propiedades Mecánicas Acero SAE 5160H [5] y [8] .....	141

# Lista de Símbolos y abreviaturas

## Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Definición
$f$	Deflexión de viga	Ecuación 2.1
$L$	Longitud total del resorte de ballesta	Ecuación 2.1
$R$	Radio del resorte de ballesta	Ecuación 2.1
$R_0$	Radio inicial del resorte de ballesta	Ecuación 2.1
$S_x$	Esfuerzo en viga voladiza para cualquier longitud de $x$	Ecuación 2.2
$E$	Modulo elástico del material	Ecuación 2.2
$t$	Espesor de una hoja de resorte	Ecuación 2.2
$P$	Carga aplicada sobre el resorte	Ecuación 2.2
$I_x$	Momento de inercia de la sección transversal	Ecuación 2.2
$k$	Constante de elasticidad del resorte	Ecuación 2.3
$a$	Longitud del lado fijo del resorte	Ecuación 2.3
$hp$	Potencia	Pág. 39
$kg$	Kilogramo masa	pág. 39
$Z_1$	Perfil de carretera unidimensional derecho	pág. 40
$Z_2$	Perfil de carretera unidimensional izquierdo	pág. 40
$F_x$	Fuerza en la dirección $x$	Ecuación 3.1
$M$	Masa del cuerpo	Ecuación 3.1
$a_x$	Aceleración en la dirección $x$	Ecuación 3.1
$T_x$	Torque alrededor del eje $x$	Ecuación 3.2
$I_{xx}$	Momento de inercia alrededor del eje $x$	Ecuación 3.2
$F_{zi}$	Fuerza vertical bajo los neumáticos	Ecuación 3.3
$g$	Aceleración de la gravedad	Ecuación 3.3
$X_1$	Distancia del centro de gravedad al eje 1	Ecuación 3.4
$h$	Altura del suelo al centro de gravedad	Ecuación 3.4
$a$	Aceleración longitudinal del vehículo	Ecuación 3.4
$K_i$	Rigidez vertical de la suspensión	Ecuación 3.5
$M_y$	Momentos alrededor del eje $y$	Ecuación 3.7
$F_{xi}$	Fuerza longitudinal sobre el neumático	Ecuación 3.8
$[Y]$	Matriz de términos desconocidos	Ecuación 3.15
$[X]$	Matriz de rigidez del sistema	Ecuación 3.15
$\{Z\}$	Vector de fuerzas	Ecuación 3.15
$D$	Deflexión del subsistema de suspensión	Ecuación 3.32
$F$	Fuerza sobre el subsistema de suspensión	Ecuación 3.32
$K_t$	Constante de rigidez del neumático	Ecuación 3.32
$K_s$	Constante de rigidez de la suspensión	Ecuación 3.32
$K_s'$	Constante de rigidez del sistema	Ecuación 3.34
$f_n$	Frecuencia natural del sistema masa-resorte	Ecuación 3.36
$K_s$	Constante de confort por cada rueda	Ecuación 3.36
$M_s$	Masa suspendida correspondiente a cada rueda	Ecuación 3.36
$L_L$	Longitud cinemática entre eje delantero y trasero	Ecuación 3.52
$R_1$	Radio de giro medido desde suspensión trasera	Ecuación 3.52
$w$	Velocidad de giro vertical	Ecuación 3.52
$R_f$	Radio de giro con respecto al eje delantero	Ecuación 3.54
$V$	Velocidad	Ecuación 3.57
$F_D$	Fuerza de tracción	Ecuación 3.60

<b>Símbolo</b>	<b>Término</b>	<b>Definición</b>
$k_p$	Constante para diferentes transmisiones	Ecuación 3.60
$K_\theta$	rigidez al momento de la suspensión	Ecuación 3.65
$t_s$	Separación entre resortes	Ecuación 3.66
$M_\theta$	Momento de roll	Ecuación 3.68
$M_{\theta f}$	Momento de roll suspensión delantera	Ecuación 3.72
$M_{\theta r}$	Momento de roll suspensión trasera	Ecuación 3.72
$K_{\theta f}$	Rigidez al roll suspensión delantera	Ecuación 3.72
$K_{\theta r}$	Rigidez al roll suspensión trasera	Ecuación 3.72
$\{\ddot{u}\}$	Vector de aceleraciones nodales	Ecuación 3.80
$\{\dot{u}\}$	Vector de velocidad nodal	Ecuación 3.80
$\{u\}$	Vector de desplazamiento nodal	Ecuación 3.80
$F^a$	Vector de carga aplicada	Ecuación 3.81
$t_{n+1}$	Tiempo t en la iteración n+1	Ecuación 3.81
$\{u_{n+1}\}$	Vector de desplazamiento en el tiempo $t_{n+1}$	Ecuación 3.81
$\{\dot{u}_{n+1}\}$	Vector de velocidad en el tiempo $t_{n+1}$	Ecuación 3.81
$\{\ddot{u}_{n+1}\}$	Vector de aceleración en el tiempo $t_{n+1}$	Ecuación 3.81
$F^i$	Vector de cargas internas	Ecuación 3.81
$[M]$	Matriz de masas	Ecuación 3.81
$[C]$	Matriz de amortiguamientos	Ecuación 3.81
$\{\ddot{u}\}$	Vector de aceleraciones nodales	Ecuación 3.80
$\{\dot{u}\}$	Vector de velocidad nodal	Ecuación 3.80
$\{u\}$	Vector de desplazamiento nodal	Ecuación 3.80
$F^a$	Vector de carga aplicada	Ecuación 3.81
$F^i$	Vector de cargas internas	Ecuación 3.81
$[M]$	Matriz de masas	Ecuación 3.81
$[C]$	Matriz de amortiguamientos	Ecuación 3.81
$[K]$	Matriz de Rigidez	Ecuación 3.80
$[K_i^T]$	Matriz de rigidez tangente	Ecuación 3.82
$\{\Delta u_i\}$	Delta de desplazamiento por cada iteración	Ecuación 3.83
$\{F_i^{nr}\}$	Vector de cargas internas resultantes	Ecuación 3.82
$\{u_{i+1}\}$	Vector de desplazamientos en la iteración i+1	Ecuación 3.83
$\{u_i\}$	Vector de desplazamiento en cada iteración	Ecuación 3.83
$\{R\}$	Vector de fuerzas residuales	Ecuación 3.84
$R_{ref}$	Residuo de Referencia	Ecuación 3.84
$[K_i^M]$	Matriz de tangente de propiedades del material	Ecuación 3.87
$[S_i^N]$	Matriz de rigidez tangente para esfuerzos generados	Ecuación 3.87
$[K_i^{LD}]$	Matriz de rigidez de cargas externas	Ecuación 3.87
$[K_i^C]$	Matriz de rigidez de contactos	Ecuación 3.87
$[K_i^{SP}]$	Matriz de rigidez de velocidades rotacionales	Ecuación 3.87
$F_n$	Fuerza normal de contacto	Ecuación 3.90
$K_n$	Rigidez Normal de contacto	Ecuación 3.90
$U_n$	Tamaños de la luz entre contactos	Ecuación 3.90
$T$	Torque aplicado	Ecuación 3.93
$F_b$	Fuerza de pretensión en tornillo	Ecuación 3.93
$D$	Diámetro de paso del tornillo	Ecuación 3.93
$p$	Paso del tornillo	Ecuación 3.93
$r_t$	Radio efectivo del tornillo	Ecuación 3.93
$r_b$	Radio efectivo de la rosca	Ecuación 3.93



<b>Símbolo</b>	<b>Término</b>	<b>Definición</b>
$W$	Energía potencial de deformación	Ecuación 3.96
$\bar{I}_1$	Primer tensor de deformación invariante	Ecuación 3.96
$\bar{I}_2$	Segundo tensor de deformación invariante	Ecuación 3.96
$C_{10}$	Constante del material	Ecuación 3.96
$C_{01}$	Constante del material	Ecuación 3.96
$d$	Constante de incompresibilidad del material	Ecuación 3.96
$C_c$	Coefficiente de amortiguamiento crítico	Ecuación 3.105
$C$	Valor de amortiguamiento	Ecuación 3.105
$f_a$	Deflexión de la barra	Ecuación 3.105
$l_1$	Distancia vertical del buje a apoyo de barra	Ecuación 3.105
$l_2$	Distancia inclinada del buje a apoyo de barra	Ecuación 3.105
$a_b$	Distancia horizontal de buje a apoyo de barra	Ecuación 3.105
$b_b$	Longitud media del buje de soporte	Ecuación 3.105
$c_b$	Longitud de centro de barra a centro de buje	Ecuación 3.105
$K_R$	Constante de rigidez de barra estabilizadora	Ecuación 3.106
$S_b$	Esfuerzo máximo de la barra	Ecuación 3.108
$a_n$	Aceleración normal	Ecuación 3.110
$V$	Velocidad del vehículo	Ecuación 3.110
$R_g$	Radio de la curva	Ecuación 3.110
$\bar{A}_z$	Aceleraciones promedio en eje Z	Ecuación 3.112
$A_{rms}$	Aceleración RMS en el eje Z	Ecuación 3.113
$A_y$	Aceleración lateral	Ecuación 3.117
$b$	Ancho de la viga en voladizo	Ecuación 4.1
$t_0$	Espesor de viga de acuerdo a distancia x	Ecuación 4.2
$K_1$	Constante de rigidez de viga parabólica	Ecuación 4.3
$S_n$	Resistencia a la fatiga	Ecuación 4.4
$N$	Numero de ciclos a fatiga	Ecuación 4.4
$S_e$	Límite de resistencia a la fatiga corregido para material con codo en la curva S-N	Ecuación 4.5
$S_e'$	Límite de resistencia a la fatiga	Ecuación 4.5
$d_{equivalente}$	Dimensión equivalente para secciones no circulares	Ecuación 4.7
$A_{95}$	Área proporcional de sección trasversal para piezas no redondas	Ecuación 4.7

## Símbolos con letras griegas

<b>Símbolo</b>	<b>Término</b>	<b>Definición</b>
$\alpha_x$	Aceleración alrededor del eje x	Equation 3.2
$\emptyset$	Angulo de inclinación del vehículo	Ecuacion 3.3
$\delta_0$	Angulo de giro de rueda izquierda	Ecuación 3.53
$\delta_i$	Angulo de giro de rueda derecha	Ecuación 3.53
$\beta$	Angulo de giro del centro de masa	Ecuación 3.57
$\epsilon$	Angulo longitudinal formado entre dos centro de rotación se suspensiones	Ecuación 3.68
$\omega_\theta$	Velocidad de giro lateral del vehículo	Ecuación 3.74
$\epsilon_R$	Tolerancia de convergencia	Ecuación 3.84
$\{\phi_j\}$	Matriz de vectores propios	Ecuación 3.88
$\lambda$	Valores propios	Ecuación 3.88

<b>Símbolo</b>	<b>Término</b>	<b>Definición</b>
$\lambda_{i+1}$	Multiplicador de Lagrange en algoritmo de contacto	Ecuación 3.90
$\varepsilon$	Tolerancia de compatibilidad en el contacto	Ecuación 3.91
$\tau_i$	Esfuerzos friccionales	Ecuación 3.92
$\mu_{iso}$	Coefficiente de fricción isotrópico	Ecuación 3.92
$\mu_t$	Coefficiente de fricción en la rosca	Ecuación 3.93
$\mu_b$	Coefficiente de fricción en la cabeza	Ecuación 3.93
$\alpha_r$	Angulo de paso de rosca	Ecuación 3.93
$\zeta$	Relación de amortiguamiento	Ecuación 3.101
$\omega_1$	Frecuencia de intersección 1	Ecuación 3.101
$\omega_2$	Frecuencia de intersección 2	Ecuación 3.101
$\eta$	Factor de perdida mecánica	Ecuación 3.102
$\dot{\theta}$	Velocidad angular	Ecuación 3.116
$\sigma_x$	Esfuerzo principal de viga en voladizo	

## Abreviaturas

<b>Abreviatura</b>	<b>Término</b>
SF	Factor de rigidez
MBS	Sistema Multicuerpo
FEM	Método de elementos finitos
DOE	Diseño de Experimentos
RSM	Método de Superficie de Respuesta
RMS	Raíz de sumatoria de cuadrados
FFT	Transformada rápida de Fourier
PSD	Densidad Espectral de Potencia
FRF	Función de respuesta en frecuencia
MSUP	Superposición Modal
GVW	Peso bruto Vehicular
CAD	Diseño asistido por computador
CAE	Ingeniería Asistida por Computador
SAE	Sociedad de Ingenieros Automotrices
APDL	Ansys Parametric Design Language
ITS	Tiempo Inicial de Sub-Step
MPC	Restricción Multi Punto
MTS	Tiempo mínimo de substep

# 1.Introducción

## 1.1 Motivación

Los sistemas de suspensión automotriz de la actualidad poseen algunas ventajas en su desempeño en cuanto al confort, maniobrabilidad y durabilidad, como es el caso de la suspensión activa, sin embargo, sistemas como este, tienen costos elevados de fabricación y de implementación lo cual los hace de difícil acceso.

Uno de estos sistemas de suspensión, son los resortes de ballesta, los cuales poseen una gran capacidad de carga, un bajo mantenimiento y un costo de fabricación económico, sin embargo este tipo de resorte carece de la capacidad de absorber energía elástica de una manera rápida y la transmite en gran parte hacia la masa suspendida, generando molestia y sensación de rigidez al usuario, además de transmitir las vibraciones a otros componentes del sistema, afectando la integridad de toda la estructura [1].

El diseño de este tipo de componentes se ha llevado a cabo a través de metodologías analíticas y supuestos, en los cuales se analiza aisladamente su función, sin embargo no se tiene certeza de que tan eficaz ha sido el diseño que, además de cumplir los requerimientos técnicos establecidos por las normas y por los usuarios, no es posible definir si su desempeño en una condición real será amplia o parcialmente satisfecha.

Se encuentran a nivel de laboratorio, equipos y máquinas que evalúan el desempeño de una suspensión para distintos eventos que se presentan en una carretera, dichos equipos aportan datos muy precisos y en tiempo real. Sin embargo estas validaciones se hacen a nivel posterior al proceso de diseño, el cual seguramente requerirá cambios o ajustes para mejorar alguna característica que se encuentre con bajo desempeño. Así mismo estos bancos de prueba y toda la instrumentación requerida para capturar información de aceleraciones, deformaciones, posiciones y fuerzas; requieren una alta inversión, mantenimiento y calibración.

De acuerdo a ésto y a la infraestructura disponible en la actualidad a nivel académico e industrial las cuales impiden realizar este tipo de validaciones, se recurre al método de prototipo virtual, para ello se realizan las simulaciones a diferentes condiciones y de acuerdo a esto se desarrollan las corridas de experimentos con el ánimo de encontrar un resorte que absorba de manera apropiada las vibraciones del terreno [2].

Existen métodos directos que de una forma sencilla pueden ayudar a diseñar un resorte de ballesta, sin embargo estos no definen de una forma precisa su comportamiento estático ni dinámico, y así como otros tipos de suspensiones no aportan datos sobre su comportamiento desde el punto de vista de sistema, dichas aproximaciones analíticas sin embargo ofrecen un boceto preliminar que lo que sería una suspensión de este tipo. Debido a que el comportamiento mecánico de éste es de tipo no-lineal, se hace necesario analizar este componente mediante métodos más avanzados. Una vez observado su comportamiento dentro de un sistema se compara con variaciones geométricas para conocer si su comportamiento es consistente.

Para el presente estudio se propone modelar un evento dinámico muy común en las vías y carreteras del mundo, cuyas irregularidades no pueden ser absorbidas en su totalidad por los neumáticos, suspensión de cabina ni el asiento del conductor, cuando se trata de un vehículo comercial. La mayor parte de los estudios que se llevan a cabo para analizar

dinámicamente un vehículo se enfocan en la generación de modelos matemáticos representados a través de diagramas de bloques o gráficos de unión, si bien estas aproximaciones son prácticas y rápidas para dar una visión general del sistema, no pueden aportar datos precisos sobre desplazamientos, aceleraciones, esfuerzos, deformaciones o cargas resultantes en zonas o componentes específicos del vehículo, además de no representar de manera directa las masas de los componentes más relevantes y su correcta posición espacial. Por esta razón se propone un modelo virtual en un entorno tridimensional colocando las ruedas sobre cilindros tipo “Shakers” individuales los cuales simularán aleatoriamente las irregularidades del terreno.

El objetivo de la metodología busca evaluar el comportamiento de un sub-sistema de suspensión desde el punto de vista de sistema total en condiciones muy similares a la realidad de manera que se pueda capturar el máximo de información integralmente, es decir en un solo entorno para poder efectuar los ajustes paramétricamente en la parte a evaluar y realizar de esta forma un estudio de optimización. Al ser una metodología puramente virtual, se hace útil el manejo de modelos discretos de tipo liviano que no sacrifiquen los grados de libertad y en el que se puedan llevar a cabo distintas iteraciones que posteriormente puedan ser evaluadas en forma de superficie de respuesta o frontera de Pareto.

Esta metodología tendrá un impacto importante en el proceso de diseño de sistemas de suspensión automotriz ya que no se limitará únicamente al estudio de resortes tipo ballesta, sino también para facilitar el uso de componentes con distinto material, así como sistemas mixtos o que se complementen para contribuir con el rendimiento del producto. Gracias a esto, será posible desarrollar soluciones específicas para distintos sectores del transporte terrestre.

La metodología propone el uso de software comercial ANSYS, para la evaluación integral de todo el sistema incluyendo el diseño de experimentos, logrando así un ciclo de diseño centralizado, para lo cual se deben importar modelos CAD de los vehículos a simular. Al final del proceso experimental virtual se deberá obtener una variable característica que se utilice en el proceso siguiente del diseño detallado del resorte en el cual se definan sus componentes y se calcule su durabilidad.

Mediante este método también se abre la posibilidad de analizar otros componentes distintos a los resortes, para evaluar su resistencia y durabilidad bajo las mismas condiciones de frontera, ya sea mediante técnicas de submodelado o superelementos CMS (Component Mode Synthesis). Esto permitirá la evaluación bajo el mismo punto de vista en partes donde se tengan incertidumbres sobre su respuesta a las fuerzas que actúan sobre estas.

Aunque durante el desarrollo de esta tesis, no se analiza la dinámica longitudinal del vehículo, el modelo permite incluir este tipo de movimientos para evaluar la capacidad de la suspensión ante estas exigencias. También permitirá incluir funciones de excitación para distintas velocidades. Aún no está disponible la capacidad de parametrizar la velocidad del vehículo como una variable de entrada.

## **1.2 Planteamiento del Problema**

La operación de los vehículos de carga en terreno colombiano impone requerimientos exigentes debido a su topografía, orografía, condiciones climáticas y condiciones de infraestructura vial, que pueden variar significativamente respecto a las condiciones en

otros países. Por otra parte, la infraestructura vial del país impone exigencias especiales en los vehículos de carga lo cual significa transitar por vías terciarias, principalmente no pavimentadas, angostas, con trayectorias de curvas cerradas, que incluyen en algunas ocasiones tramos en alta pendiente. Completando el panorama de la infraestructura vial colombiano, el estado de las vías es afectado tanto por el nivel de mantenimiento como por los desastres naturales [3].

Uno de los sub-sistemas que más efecto tiene sobre la respuesta de los vehículos terrestres frente a las condiciones del terreno es la suspensión y se relaciona de forma directa con aspectos como el confort dinámico, la maniobrabilidad y el desempeño. Esto se debe a que la suspensión es responsable de mantener el contacto de las llantas y la superficie de la vía, del aislamiento de las vibraciones producidas por las irregularidades del terreno, de la respuesta de los ángulos de inclinación y dirección frente a las irregularidades de la vía, de resistir la rotación del chasis en sus ejes longitudinal y lateral, entre otras.

A la fecha no existe un procedimiento de diseño ampliamente utilizado o estandarizado, que ayude a diseñar resortes de ballestas de un sistema de suspensión, bajo condiciones estáticas y dinámicas, considerando los requerimientos del sistema de suspensión. Bajo esta problemática surge la necesidad de diseñar un sistema de suspensión para vehículos de carga, que considere el régimen de operación del vehículo, las condiciones a las que se someterá, el espacio de diseño, la dinámica, el comportamiento estructural y la robustez esperados, entre otros.

Este proyecto busca desarrollar una metodología para el diseño de resortes de ballesta en vehículos de carga que operan en Colombia. Para esto, en primer lugar se caracterizan los requerimientos de operación para vehículos en Colombia. En segundo lugar se caracterizan las variables de rigidez y amortiguamiento de los distintos componentes de la masa no suspendida teniendo en cuenta sus materiales y fabricación. En tercer lugar se desarrolla una metodología de diseño óptimo multi-objetivo, multi-variable de tipo jerárquico. En cuarto lugar se desarrollará el modelo que permita determinar el desempeño esperado de los vehículos con suspensiones definidas por diferentes conjuntos de parámetros. Finalmente, se obtienen las variables óptimas y se lleva a cabo la ingeniería de detalle del resorte.

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 Objetivo General**

Desarrollar un método de diseño óptimo para resortes de ballesta empleados en suspensión automotriz, teniendo en cuenta la respuesta dinámica vehicular para unas condiciones de carretera y manejo específicas.

### **1.3.2 Objetivos Específicos**

- Evaluar las condiciones de confort y maniobrabilidad durante el servicio para el cual, el resorte de ballesta presente una incidencia relevante.
- Parametrizar variables de entrada y salida, que permitan obtener una respuesta.
- Desarrollar los modelos virtuales rígidos y flexibles, en un ambiente estacionario y transitorio no lineal.

- Alcanzar el diseño óptimo del resorte de ballesta mediante un método de optimización basado en superficie de respuesta.
- Obtener una metodología que sea aplicable a cualquier modelo de suspensión vehicular para vehículo comercial de carga.

## 1.4 Estructura del Documento

A continuación se describe el título de cada capítulo y se da una breve descripción de su contenido con el ánimo de facilitar su organización y entendimiento.

- **Capítulo 1: Introducción.**

En este capítulo se da una descripción de las razones por las cuales el desarrollo de este proyecto en el marco de una tesis de maestría cobra importancia para la industria nacional. Se exponen las razones por las cuales se aborda este problema con la intención de ofrecer una metodología basada en el análisis de modelos matemáticos de manera virtual. Se establecen los alcances medibles en el tiempo y los cuales darán forma a la metodología de diseño.

- **Capítulo 2: Revisión del Estado del Arte.**

Se realiza una revisión de los estudios similares realizados previamente dentro de la industria y la academia, en los cuales se referencian los avances y su enfoque. Se toman los conceptos de relevancia y se utilizan como punto de partida para realizar la propuesta metodológica que de aporte a las herramientas utilizadas en el desarrollo de resortes de ballesta para suspensiones vehiculares. Así mismo se realiza una revisión sobre los requerimientos y condiciones de operación para vehículos comerciales en Colombia.

- **Capítulo 3: Planteamiento de los Modelos Matemáticos**

En este capítulo se concentra el planteamiento matemático simplificado tanto analítico como FEM para los componentes de suspensión de importancia como son: neumáticos, amortiguadores, barras estabilizadoras, resortes de ballesta y suspensión de cabina. Posteriormente se introducen dichos modelos simplificados con sus correspondientes grados de libertad provenientes del análisis cinemático de la suspensión al modelo del vehículo global previamente modelado en CAD. Se evalúan los resultados de la simulación MBS+FEM transitoria no-lineal bajo los esquemas de integración implícito y explícito que permitan una parametrización multivariable y de bajo costo computacional. Aquí mismo se plantea el método por el cual se requiere obtener un producto con las características funcionales que contribuyan al mejor desempeño del vehículo frente a las condiciones de confort y maniobrabilidad. Se desarrolla un Diseño de Experimentos factorial completo desbalanceado con el fin de obtener una alta resolución en variables de respuesta.

- **Capítulo 4: Diseño detallado de la Suspensión de Ballesta**

Se procesan los datos de carga de las simulaciones transitorias del vehículo de pruebas para evaluar el rango de trabajo operacional de los resortes delanteros. Se modela el comportamiento a fatiga del material de fabricación tradicional. Se emplea el método de conteo de ciclos Rainflow para la historia de carga y se establece un diseño de experimentos para obtener un diseño de resorte liviano, confortable y duradero.

- **Capítulo 5: Análisis y Discusión de Resultados**

De acuerdo a las variables optimas obtenidas en el capítulo 5, y teniendo en cuenta las condiciones geométricas y de ensamblaje definidas en el vehículo de pruebas, se dimensiona el número de componentes, espesores, longitudes, ancho, así como otros detalles de fabricación. Se analiza el comportamiento del resorte mediante FEM con los detalles geométricos necesarios.

- **Capítulo 6: Conclusiones y Trabajo Futuro**

Finalmente se describen las conclusiones y recomendaciones que permitan identificar oportunidades de mejora y refinamiento de la metodología que aquí se propone. En trabajo futuro se identifican las acciones o estrategias que le permitan a la metodología ser más automática y aplicable a otras condiciones de frontera.

## 2.Revisión del Estado del Arte.

### 2.1 Definición

La suspensión, en un automóvil, camión o motocicleta, es el conjunto de elementos que absorben las irregularidades del terreno por el que se circula para aumentar la comodidad y el control del vehículo. El sistema de suspensión actúa entre el chasis y las ruedas, las cuales reciben de forma directa las irregularidades de la superficie transitada.

La función principal del sistema de suspensión en un vehículo, es absorber las reacciones producidas en las ruedas al pasar sobre las irregularidades del terreno evitando que se transmitan a la carrocería, asegurando de esta forma, la comodidad del conductor y de los pasajeros del vehículo, y al mismo tiempo asegurar el contacto de las ruedas con el suelo para obtener una estabilidad y direccionalidad, asegurando así un alto grado de seguridad en los desplazamientos realizados [3].

El sistema de suspensión está compuesto por una serie de elementos elásticos que se interponen entre la masa suspendida y la masa no-suspendida, su principal diferencia es [3]:

- **Masa Suspendida:** Se compone de los mecanismos soportados por el chasis o bastidor del vehículo, tren motriz, carrocería, elementos auxiliares y pasajeros
- **Masa no Suspendida:** Consta de los componentes de la suspensión como: frenos, llantas, resortes, amortiguadores, barras estabilizadoras, ejes, barras de control y de torsión.

**Figura 2- 1: Sistema de Suspensión Peugeot 207. [3]**



En la medida en que las suspensiones evolucionaron y fueron haciéndose más eficientes, en el caso específico de la suspensión de ballesta, ésta ha tenido ciertos cambios en su configuración geométrica y de componentes pero su función principal sigue siendo la de absorber impactos y proteger la estructura y la seguridad del pasajero.



## 2.2 Tipos de Suspensiones

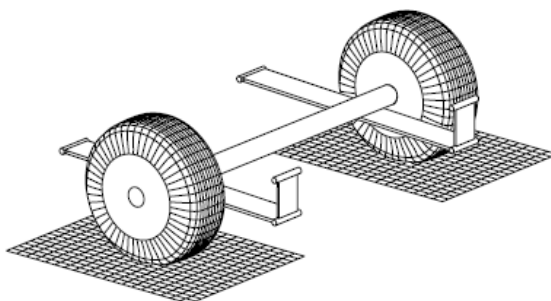
El sistema de suspensión está compuesto por elementos flexibles los cuales son los encargados de absorber energía generada en los impactos debido a las irregularidades del terreno y componentes de amortiguación cuya misión es neutralizar las oscilaciones de la masa suspendida originadas por los componentes flexibles al regresar la energía acumulada del impacto [1].

Los sistemas de suspensión incorporan elementos que mejoran el comportamiento dinámico del vehículo, como las barras estabilizadoras, tirantes de reacción y barras transversales.

### 2.2.1 Suspensión de Eje Sólido

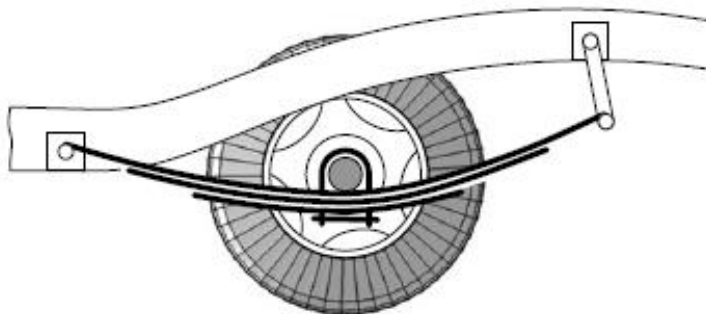
Es la forma más simple de conectar ambas ruedas al vehículo, las cuales son montadas en los extremos del eje sólido tal como se muestra en la figura 2-2 [4].

**Figura 2- 2: Eje sólido con suspensión de Ballesta. [3]**



El eje sólido debe ser ensamblado a la estructura de tal forma que este oscile en la dirección vertical, así como una rotación de balanceo alrededor del eje longitudinal. Así no habrá traslación longitudinal y lateral y tampoco rotación alrededor de su propio eje y el eje vertical. Hay muchas combinaciones de barras y resortes que pueden cumplir los requerimientos cinemáticos y dinámicos. El diseño más simple es sujetar el eje en la mitad de los resortes de ballesta con los extremos fijos o balanceados al chasis de vehículo como se muestra en la figura 2-2. Una vista lateral del resorte se muestra en la figura 2-3. Esta suspensión también es conocida como suspensión dependiente [4].

**Figura 2- 3: Vista lateral de la suspensión de eje sólido con resortes de ballesta [3].**



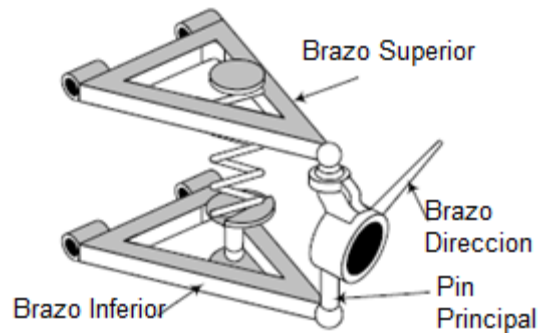
El rendimiento de un eje sólido con suspensión de ballesta puede ser mejorado adicionando una barra para guiar el eje cinemáticamente y proveer soporte dinámico para absorber las fuerzas que no son del eje vertical

### 2.2.2 Suspensión Independiente

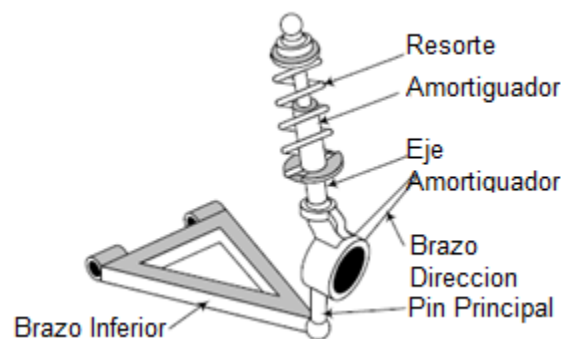
La suspensión independiente es introducida para permitir a la rueda moverse hacia arriba y hacia abajo sin afectar la rueda opuesta, hay muchas formas y diseños de una suspensión independiente. No obstante el brazo doble-A y la suspensión McPherson son las más simples y comunes [4].

Cinemáticamente, una suspensión de doble brazo-A es un mecanismo de cuatro barras con el chasis como brazo fijo. Una suspensión McPherson es un mecanismo deslizante invertido que tiene el chasis como barra fija y el acoplamiento de la rueda como barra móvil. La suspensión doble-A y la McPherson se muestran en las figuras 2-4 y 2-5 respectivamente.

**Figura 2- 4: Suspensión de brazo doble-A. [3]**



**Figura 2- 5: Suspensión McPherson [3].**



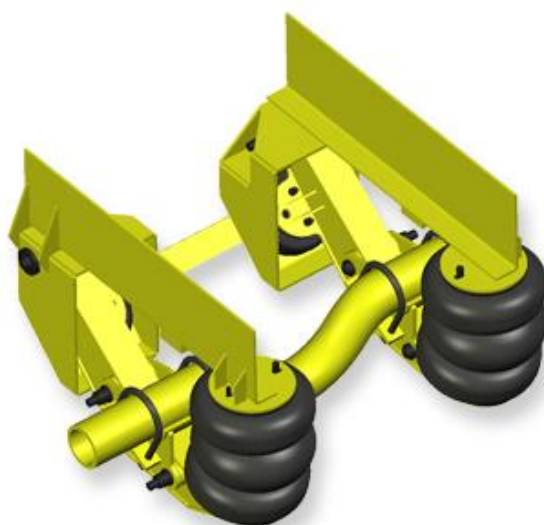
Existen variaciones a estos tipos básicos de suspensión los cuales añaden más barras de control y brazos oscilantes o modifican su posición con el ánimo de mejorar el confort y la maniobrabilidad, sin embargo estas variaciones son más costosas, menos confiables y más complicadas comparadas con las suspensión doble-A. Existen vehículos con más de seis barras de suspensión con la posibilidad de mejorar el rendimiento cinemático [4].

### 2.2.3 Otros componentes de Suspensión.

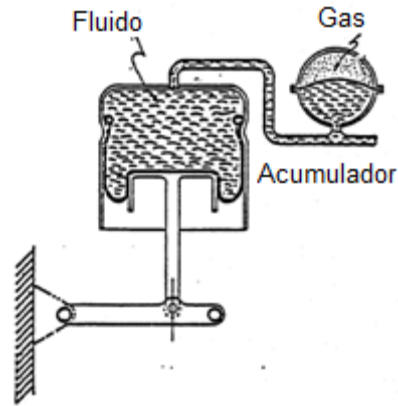
Dentro de los tipos de suspensión identificados anteriormente, aparecen componentes que ayudan a mejorar el rendimiento del vehículo como lo es la suspensión neumática, la suspensión hidroneumática y la electromagnética.

- **Suspensión Neumática:** esta ha ganado terreno en aplicaciones formalmente reservadas para resortes convencionales y más conocidos ya que algunas características y versatilidad son propias de estos [5]. Algunas de sus ventajas son: la constante de rigidez ajustable, capacidad de carga ajustable, control de altura ajustable, reducción de la fricción y frecuencia constante con respecto a las variaciones de carga

Figura 2- 6: Suspensión de Aire [5]



- **Suspensión Hidroneumática:** los resortes hidroneumáticos los cuales contienen líquido y gas, cuyo gas es el medio elástico para el sistema, puede estar en el acumulador separado del líquido por un diafragma; este puede estar en el acumulador, en las líneas de conexión, y en el ensamble del resorte; o el líquido y gas pueden estar mezclados como en las suspensiones utilizadas en los trenes de aterrizaje de los aviones [6]. La forma usual del resorte hidroneumático cuando el gas está sellado en parte del acumulador y separado del líquido por un diafragma. La porción de líquido está en el cilindro o miembro flexible y en las líneas de conexión. El líquido para nivelar el vehículo es suministrado de una fuente de alta presión y controlado por válvulas con sensor. El acumulador puede estar separado del componente del sistema que transfiere la carga, o puede estar ensamblado directamente a la unidad y ser parte integral de él. El movimiento vertical de los ejes del vehículo causa un desplazamiento del líquido. El cual comprime o expande el gas en el acumulador conteniendo el medio elástico. Con este arreglo, las válvulas de control de flujo pueden ser incorporadas en el sistema para propósitos de amortiguamiento. Esto elimina la necesidad de amortiguadores por separado [5].

**Figura 2- 7: Suspensión Hidroneumática [4].**

- **Suspensión Electromagnética:** es un nuevo tipo de suspensión vehicular que reemplaza el conjunto resorte amortiguador utilizado en los vehículos de la actualidad. Este utiliza motores lineales electromagnéticos controlados por microprocesador y ecuaciones matemáticas especiales. Esta suspensión trabaja por el constante censado de los cambios en el camino y se alimenta de esa información a través del computador hacia los componentes externos. Estos componentes luego actúan sobre el sistema para modificar su característica, ajustando la rigidez del amortiguador y la constante del resorte lo cual mejora el rendimiento en confort, el manejo y la respuesta. El computador recolecta, analiza e interpreta los datos en aproximadamente 10 milisegundos. La fuerza es producida por un movimiento de un campo electromagnético actuando sobre los conductores y que mantienen un equilibrio para soportar el peso del vehículo mientras se conserva la altura [7].

**Figura 2- 8: Suspensión Electromagnética BOSE [7]**

## 2.3 Resortes de Ballesta

El término ballesta multihoja ha sido generalmente aplicado a resortes de ancho constante y hojas escalonadas, cada hoja con espesor constante, excepto donde las hojas tienen una reducción de espesor en dirección longitudinal [5].

### 2.3.1 Características Generales de los Resortes de Ballesta

El resorte de ballesta, como los demás tipos de resortes, sirve para absorber y almacenar la energía y luego regresarla. Durante este ciclo los esfuerzos en el resorte no exceden cierto máximo con el fin de evitar ruptura o fallas prematuras. Este límite se considera como la cantidad de energía que puede almacenar cualquier resorte [5].

El espesor máximo permisible para una deflexión dada es proporcional al cuadrado de la longitud del resorte. Al seleccionar una longitud muy corta, el diseño puede ser impráctico para el fabricante a la hora de fabricar, sin embargo los requerimientos para carga normal, deflexión y esfuerzo pueden ser cumplidas según la especificación [5].

- Resortes de Ballesta para Vehículos:

Los resortes de ballesta son los más frecuentemente utilizados. Las características de la suspensión están influidas principalmente por la constante y la deflexión estática. La constante del resorte está dada por: la carga por unidad de deflexión (N/mm). Este valor no es igual en las diferentes posiciones del resorte, y también cambia para el resorte una vez está instalado. La deflexión estática de un resorte es igual a la carga estática dividida por la constante a carga estática; esto determina la rigidez de la suspensión y la frecuencia sobre el vehículo. En la mayoría de casos la deflexión en banco difiere de la deflexión en el montaje, debido a la influencia en la curvatura del resorte y el efecto del balancín [5].

Una suspensión suave generalmente requiere gran deflexión estática del resorte, no obstante otras consideraciones y limitaciones se deben tener en cuenta como la longitud disponible del resorte en el vehículo, así como un gran recorrido libre antes de tocar el chasis y los esfuerzos generados afectaran la resistencia a la fatiga.

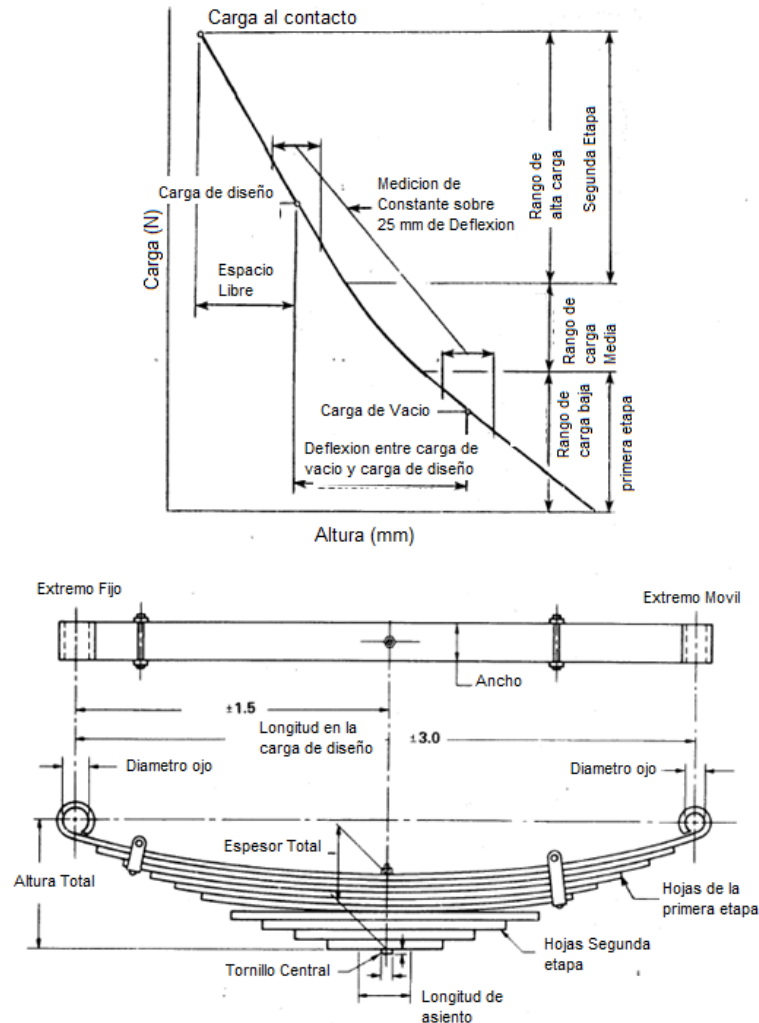
- Especificaciones Funcionales

La Figura 2-9 muestra un resorte montado sobre el eje con una constante variable de tipo multihojas. La gráfica de fuerza-deformación indica la forma de medida de las constantes para un resorte en una prueba de banco, donde la constante (1) es usualmente medida en la posición de vacío, la cual es la carga del vehículo sin pasajeros. La constante (2) es medida como la carga de diseño, esta es la carga con el vehículo completamente cargado [5].

### 2.3.2 Variantes de Resorte de Ballesta

Dentro de las aplicaciones de los resortes de ballesta se pueden encontrar distintas variantes en la disposición de las hojas, así como su geometría, y posición dentro de la suspensión, esto con el fin de mejorar sus características bajo diferentes cargas y condiciones de manejo en carretera. También como soluciones combinadas con otros componentes de suspensión para reducir el peso. En el **ANEXO A** se muestran algunas variantes de sistemas de suspensión dependiendo del tipo de vehículo.

**Figura 2- 9: Especificaciones mínimas para la constante en un resorte progresivo [5]**



### 2.3.3 Ventajas y Desventajas

A continuación se exponen algunas ventajas y desventajas desde el punto de vista de diseño, manufactura y funcional.

- Ventajas:
  1. Tienen gran capacidad de carga.
  2. Tienen gran variedad de aplicaciones diferentes a las de "sobre el eje" y "bajo el eje".
  3. Tienen la capacidad de manejar hasta tres constantes diferentes en un solo resorte.
  4. Los niveles auxiliares del resorte crean patrones de carga dentro del chasis gracias a los soportes del resorte auxiliar, ayudando a dosificar las cargas en el chasis.

5. Simplicidad, los resortes de ballesta conectan directamente el eje al chasis sin necesidad de brazos de control adicionales y puntos de sujeción adicionales
  6. Bajo costo, los resortes de ballesta son más económicos que una solución neumática, hidroneumática o electromagnética.
  7. Alta durabilidad.
- Desventajas:
    1. La calidad del confort no siempre es buena como en otros tipos de suspensión, la transición entre etapas es percibida por el usuario, y la fricción puede convertirse en un problema dependiendo de la aplicación.
    2. Los resortes de ballesta pueden ser ruidosos dependiendo de su complejidad.
    3. Los fenómenos de wind-up, torsión de arrancada, y balanceo lateral, pueden ser problemas potenciales en algunas aplicaciones.
    4. Al ser utilizados en su mayoría en ejes rígidos, se transfieren movimientos de irregularidades de una rueda a la otra disminuyendo la sensación de control del vehículo.

### 2.3.4 Materiales para Resortes de Ballesta

El requerimiento básico de un resorte de ballesta es el grado del acero, este debe tener suficiente templabilidad para que el tamaño del grano del material asegure una estructura completamente martensítica en toda la sección. La no transformación en martensita produce una deficiencia en las propiedades de resistencia a la fatiga [5]. En el **ANEXO B** se exponen las propiedades mecánicas y composición química del material SAE5160H.

### 2.3.5 Consideraciones de Diseño.

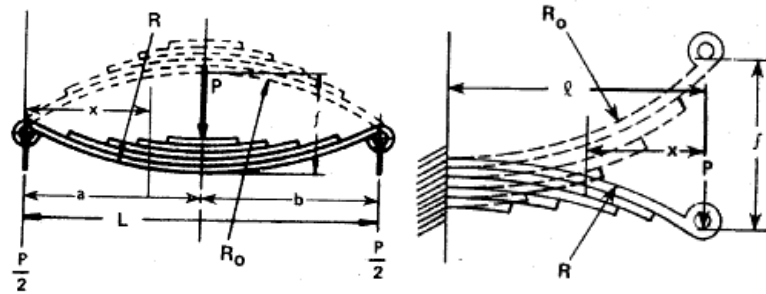
Un resorte de Ballesta puede ser considerado como una viga de resistencia constante compuesta de hojas de igual espesor donde la dirección de laminación es la misma en toda la longitud de la viga. Esta aproximación se justifica para la mayoría de resortes con la precisión necesaria del entorno de trabajo y con ciertos factores de corrección para estimar la longitud necesaria, espesor y ancho [5].

La formulación analítica está dada para resortes de ballesta como vigas aproximadas de resistencia uniforme y se tienen en cuenta tres aspectos fundamentales:

1. El esfuerzo principal es proporcional al espesor de la hoja multiplicado por el cambio de curvatura.
2. El cambio de curvatura es proporcional al momento flector dividido por el momento de inercia.
3. El esfuerzo es proporcional al espesor de la hoja, multiplicado por el momento flector y dividido por el momento de inercia.

De acuerdo a esto se pueden definir cuatro grupos de resortes: Simétricos, Asimétricos, En voladizo y voladizo con sección uniforme.

La Figura 2-15 muestra un resorte simétrico con las ecuaciones para hallar la deflexión a una carga especificada y su correspondiente esfuerzo.

**Figura 2- 10: Resorte de Ballesta Simétrico [5]**

La expresión para determinar la deflexión a una carga  $f$  determinada está dada por [5]:

$$f = \frac{L^2}{8} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right) \quad (2.1)$$

Dónde:

$L$  es la longitud del resorte en [mm]

$R$  es el radio en [mm] final del resorte después de aplicada la carga

$R_0$  es el radio inicial del resorte en [mm]

El esfuerzo de tensión  $S$  para un resorte simétrico en el punto más cercano al apoyo es:

$$S = \frac{Lt}{8 \sum_{i=1}^n I} * P \quad (2.2)$$

Dónde:

$S$  es el esfuerzo de tensión en [MPa] para una carga dada.

$t$  es el espesor en [mm] promedio de las hojas del resorte.

$P$  es la carga aplicada en [N]

$I$  es el momento de inercia de cada hoja en [mm<sup>4</sup>]

Para determinar la constante de elasticidad del resorte, se define como:

$$k = \frac{P}{f} = \frac{4E \sum I}{a^3} * SF = \frac{32E \sum I}{L^3} * SF \quad (2.3)$$

Dónde:

$K$  es la constante de rigidez del resorte en [N/mm].

$E$  es el módulo de elasticidad del material en [MPa].

$a$  es la distancia en [mm] del punto fijo del resorte al centro.

$SF$  es un factor de rigidez adimensional que puede ser seleccionado de [5] dependiendo la aplicación.

- Factor de Rigidez.

Los resortes de ballesta no son realmente vigas de longitud uniforme, ya que como vigas dependen de los siguientes factores [5].



1. Longitud de las hojas.
2. Terminaciones de las puntas
3. Ajuste central

La influencia de las longitudes de las hojas y los tipos de terminación se toman en consideración a través del factor de rigidez designado como SF. Un valor de 1 significa un espesor constante de las hojas [5]. Un valor correcto de SF en el diseño se da gracias a la experiencia con el fin de obtener un radio de curvatura uniforme. Un valor máximo de SF puede ser de 1.5 cuando todas las hojas tengan igual longitud o cuando una única hoja tenga ancho y espesor constante [5].

El valor de SF se incluye en (2.3) y (2.4) para los cálculos preliminares de dimensionamiento de espesores en un resorte simétrico.

$$I_{total} = \frac{k * L^3}{32 * E * SF} \quad (2.4)$$

Donde  $I_{total}$  es el momento de inercia total del resorte en [mm<sup>4</sup>]. Con este valor se busca una sumatoria de momentos de inercia de cada una de las hojas que sea equivalente al valor de inercia total calculado.

#### ▪ Distribución de Esfuerzo

Cuando las secciones de hojas y la geometría de los extremos han sido determinados, las especificaciones adicionales se definen teniendo en cuenta las limitaciones y capacidades de fabricación, dichas especificaciones incluyen: Espesores, longitudes, radio libre y granallado de cada hoja, y la cantidad de pre asentamiento en frío que se debe dar al resorte una vez ensamblado [5].

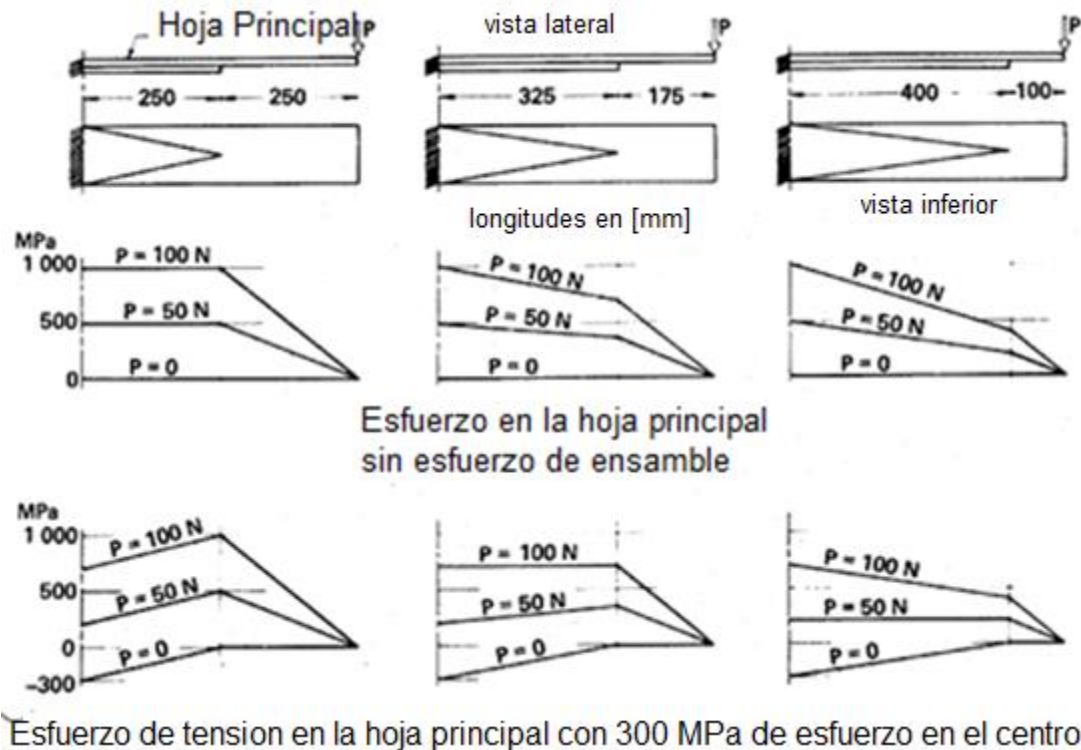
1. Espesor de la hoja: en la práctica automotriz, los espesores se encuentran estandarizados, esto significa que los resortes tienen dos o tres diferentes espesores. La hoja principal se acompaña de hojas adyacentes las cuales tienen un espesor mayor, y hojas más cortas con espesores más delgados [5].
2. Radio de la hoja: la curvatura no es la misma para las hojas en estado desensamblado. Las hojas son más positivas, desde la hoja principal hacia las hojas más cortas. Cuando el resorte se ensambla las hojas inferiores empujan a las superiores dejando una sola curvatura, esto favorece el alivio de esfuerzos en la hoja principal y asegura que los extremos de la hoja sean los únicos puntos en contacto [5].
3. Escalonamiento: Las longitudes de las hojas junto con el espesor y el radio individual, determinan la distribución de los esfuerzos a lo largo de cada hoja. Estos también controlan la forma del resorte bajo carga y su constante [5].

La figura 2-11 muestra la distribución de esfuerzos a lo largo de la hoja principal en un resorte ideal, con y sin esfuerzos de presensamblado, con tres diferentes longitudes de hoja y varias cargas. El resorte es impráctico, ya que la hoja segunda tiene una forma triangular desde el centro hacia el extremo, se representa de esta manera para simular el efecto de una serie de hojas escalonadas [5].

### 2.3.6 Durabilidad en Resortes de Ballesta

La vida a la fatiga está expresada por el número de ciclos de deflexión en un resorte los cuales completará sin falla [5], y que puede ser estimada de manera sencilla con información recolectada de [8] y [9]. Adicionalmente las mejoras en el procesamiento del material contribuyen a un aumento en la durabilidad de este tipo de componentes. En el **ANEXO C** se muestra cómo el tratamiento térmico, el granallado y el preesentamiento en frío contribuyen en gran medida al mejoramiento de esta característica.

**Figura 2- 11: Distribución de esfuerzo para Resortes con diferentes escalonamientos. [5]**



## 2.4 Modelamiento y Simulación en Resortes

En la actualidad se han realizado avances importantes en materia de modelamiento y simulación de sistemas de suspensión con el ánimo de desarrollar prototipos virtuales que sean capaces de describir de la manera real su funcionamiento mecánico y que permita la optimización del diseño.

En el **ANEXO D** se citan algunas referencias con una breve discusión sobre el tema desarrollado.

## 2.5 Modelamiento y Simulación en Dinámica Vehicular

El modelamiento y simulación de sistemas dinámicos para vehículos terrestres debe estar considerado durante los procesos de diseño de sistemas de suspensión, ya que la evaluación del conjunto permite validar la mayoría de las condiciones operativas del mismo y con esto poder asegurar una correcta funcionalidad. El **ANEXO E** contiene la

discusión de la revisión del estado del arte donde se citan los casos de interés más importantes y que sirven como punto de partida o referencia.

## **2.6 Metodologías de Optimización de Diseño**

### **2.6.1 Metodologías aplicadas al Diseño de Suspensiones**

Las metodologías principalmente aplicadas al campo automotriz así como al desarrollo de sistemas de suspensión automotriz se nombran a continuación. En el anexo **ANEXO F** se describen estas y otras metodologías adicionales adaptadas por distintos autores.

- Diseño Robusto
- Método de Superficies de Respuesta
- Diseño Basado en Confiabilidad

## 3. Planteamiento de Modelos Matemáticos

Durante este capítulo se exponen los modelos matemáticos empleados en la solución del modelo dinámico y de optimización. En primera instancia se plantea un esquema metodológico en el cual se detallan los pasos claves para la obtención del modelo de simulación MBS+FEM a través del software ANSYS.

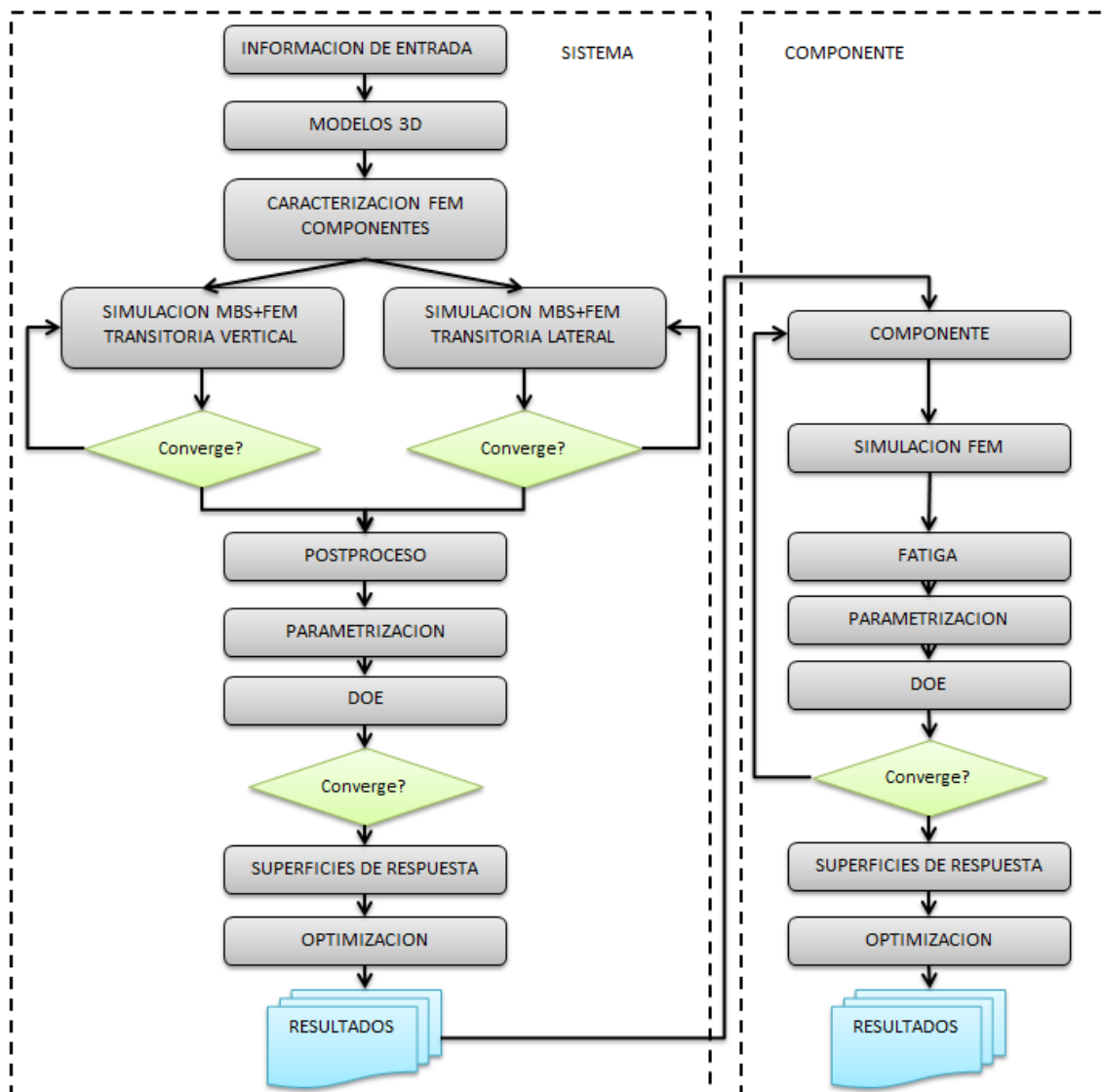
### 3.1 Planteamiento Metodológico

La metodología consta de una primera fase de cálculos preliminares basados en un modelo de vehículo comercial definido y existente en el mercado. El objetivo de esta metodología es plantear flujo de trabajo ordenado, donde se especifique la importancia de cada paso y como este puede llegar a tener cierto nivel de automatización que permita introducir diferentes tipos de vehículos y diferentes condiciones de frontera. A continuación se detallan algunos pasos clave en el desarrollo de la metodología y que aportan información la cual sirve como entrada para las etapas posteriores.

- **Selección del vehículo de pruebas.** Se lleva a cabo un levantamiento dimensional del vehículo comercial el cual será objeto de análisis, esta selección se debe realizar de acuerdo al volumen del parque automotor presente y de acuerdo a necesidades planteadas por usuarios finales de dichos vehículos cuya causa esté relacionada con sistema de suspensión.
- **Modelos CAD.** Mediante un software comercial de rango medio o alto (SolidEdge, SolidWorks, Inventor, Creo, SpaceClaim, NX o Catia) se modelan los diferentes componentes del vehículo, especialmente los que tienen que ver con la suspensión, dichos componentes poseen un nivel de detalle geométrico superior al resto de componentes del vehículo ya que el estudio se centra en este subsistema. El modelado debe respetar las condiciones de ensamble con el fin de facilitar el pre proceso de la simulación.
- **Cálculos Preliminares.** Se realizan cálculos estáticos y dinámicos del vehículo seleccionado de manera analítica para evaluar en primera instancia el comportamiento del vehículo, estos cálculos iniciales también sirven de entrada para los cálculos de la suspensión de los resortes de ballesta.
- **Modelos de Elementos Finitos y MBS.** Durante esta etapa se realiza el modelado discreto de los componentes relevantes de la suspensión, a cada uno de estos modelos se aplica un proceso de simplificación para reducir el costo computacional de la solución en el software ANSYS, perturbación lineal en modelos modales precargado y superposición modal, con esto se obtienen las funciones de respuesta en frecuencia que permitan encontrar las relaciones de amortiguamiento del componente para ser incluirlos en el modelo matemático MBS.

La Figura 3-1 Describe los pasos de modelamiento y simulación, estos están agrupados en tres sectores: Color negro (caracterización virtual). Color Azul (Diseño Detallado de resorte). Color verde (Simulación y diseño de experimentos del modelo dinámico).

Figura 3- 1: Diagrama metodológico planteado



- Simulación de la dinámica vehicular.** La simulación dinámica combina técnicas de modelado de uniones cinemáticas de tipo rígido MBS y uniones con elementos flexibles FEM (Finite Element Method). De esta forma se logra un modelo liviano en el cual se evaluarán condiciones de terreno de tipo “Off-Road” y de cambio de carril a velocidades de ruta constantes. Se racionaliza el costo computacional utilizando la menor cantidad de grados de libertad sin afectar la calidad.
- Diseño de Experimentos:** Durante el pos proceso de los resultados se filtrarán las señales de salida del histórico de tiempo de aceleración para el conductor, se calculará la absorción de vibraciones medidas desde el origen de la excitación. Se parametrizan las variables de entrada y salida tanto para el terreno de mala calidad como para la maniobra de cambio de carril. La intención del diseño es obtener la mayor resolución de las funciones de respuesta, por consiguiente se realiza un diseño de experimentos de tipo factorial completo, es cual es posible debido al bajo costo computacional.

- **Optimización mediante Superficies de Respuesta:** En la parte final, los datos de salida del diseño de experimentos se utilizan para generar las diferentes respuestas como la calidad de ajuste, la sensibilidad a los cambios en los parámetros de entrada sobre las variables de respuesta, también el factor de influencia. Con esta información se definen las funciones objetivo y su prioridad para que el algoritmo calcule un óptimo global.

## 3.2 Vehículo de Pruebas

El vehículo de pruebas seleccionado para el desarrollo de este trabajo es un camión de tipo comercial con transmisión 6x6 de marca Iveco. Se selecciona este vehículo debido a que los archivos digitales pueden ser procesados con relativa facilidad. Los datos necesarios para su modelamiento y caracterización fueron obtenidos de [10], esta información esta originalmente en un archivo de AutoCAD 2D, adicionalmente se incluye la información tomada de la ficha técnica [11] en la cual define algunos aspectos como los centros de gravedad de las cargas admisibles y el tipo de transmisión, opciones de cabina y sus radios de giro, perfiles estructurales del chasis, así como la disposición de algunos refuerzos transversales, colocación de grapas y resortes anti vibratorios, otros aditamentos como grúas o perchas también se encuentran disponibles. En [12] se utiliza información para las suspensiones de ballesta delantera y trasera, por ejemplo el ancho y la longitud recta del resorte. De [13] se obtiene la información dimensional general de la serie AD260 así como GVW y capacidades de carga por eje. En el datasheet [14] se toma como referencia el peso en condición vacío, así como dimensiones generales, especificaciones de llantas y rines. En [15] se confirman dimensiones generales de los resortes de ballesta y de la suspensión como tal. De acuerdo a esta información preliminar se buscan referencias técnicas adicionales para las partes de la suspensión como los neumáticos, rines y amortiguadores.

Para efectos de este trabajo, el levantamiento de información se realiza desde la base, para otros modelos de vehículos donde se desee modificar u optimizar la suspensión, se deben realizar los levantamientos correspondientes.

En la Figura 3-2 se muestra una fotografía del vehículo en mención en cual se proyecta de 2D a 3D.

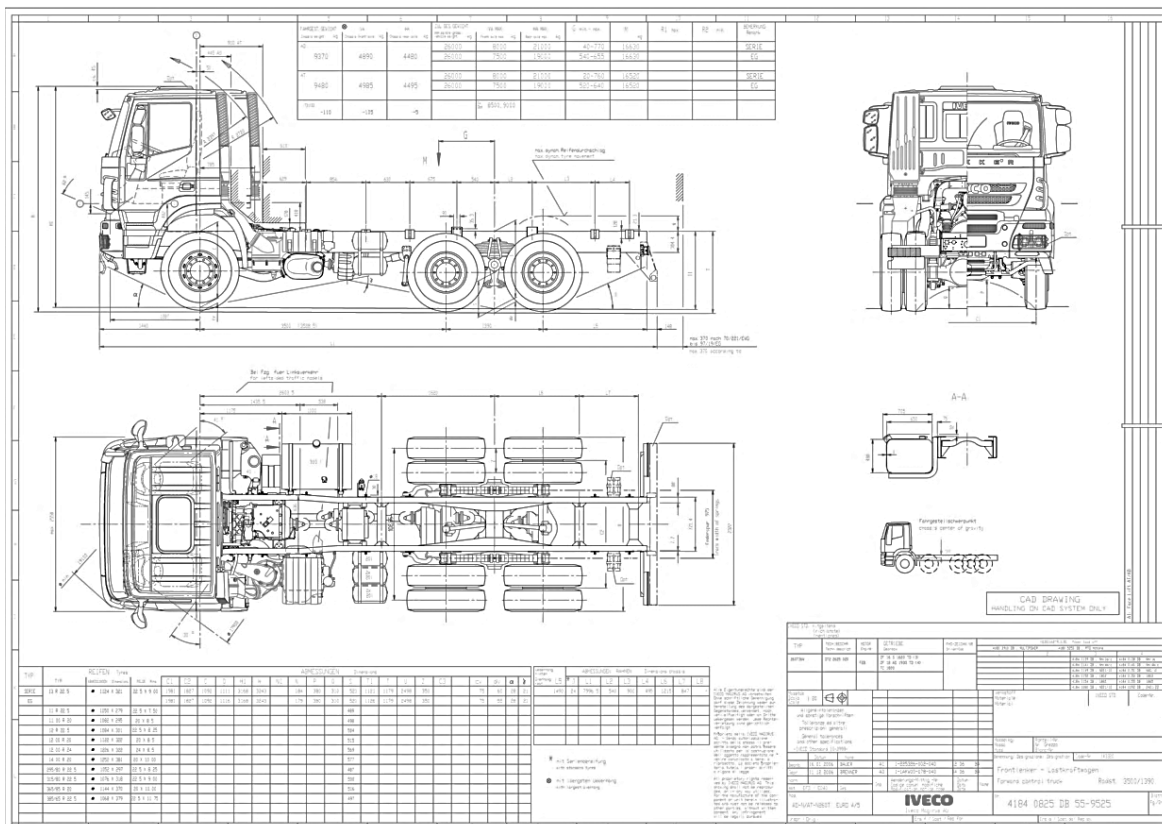
**Figura 3- 2: Vehículo de pruebas [15].**



### 3.2.1 Arquitectura CAD

La arquitectura CAD del vehículo se realizó partiendo de un archivo 2D de tipo .dwg el cual se muestra en la Figura 3-3.

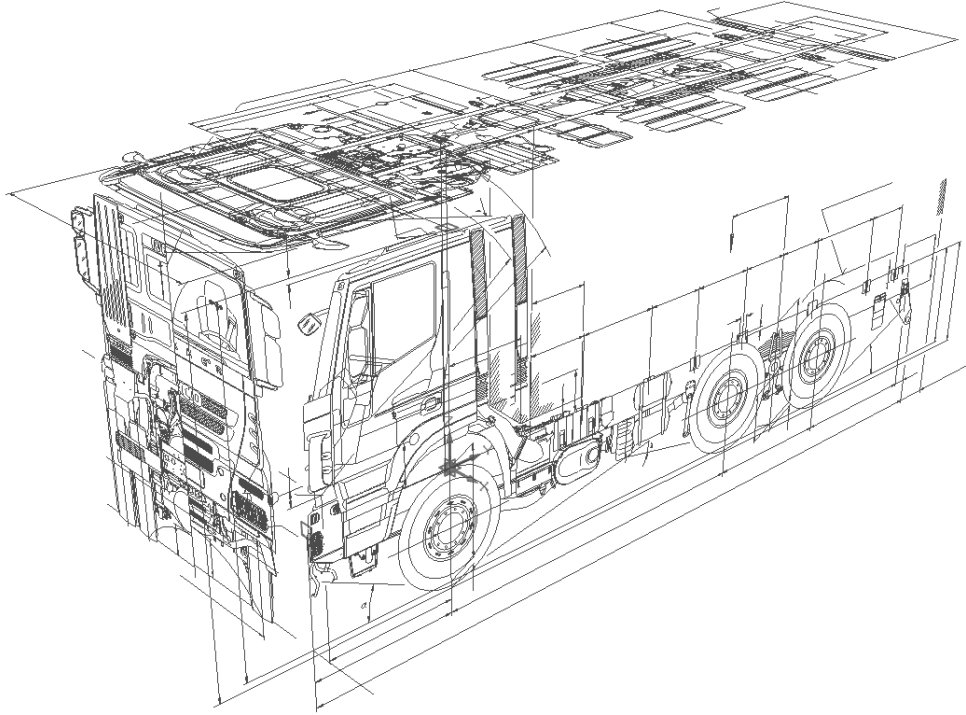
**Figura 3- 3: Plano 2D de vehículo de pruebas [10]**



Este archivo se procesó en el software CAD Solid Edge con el fin de convertir la información de entrada en un modelo 3D parametrizado. Este contiene la información geométrica, así como las relaciones de ensamblaje, un valor de masa aproximado y su respectivo centro de gravedad, las propiedades inerciales además de su ubicación espacial.

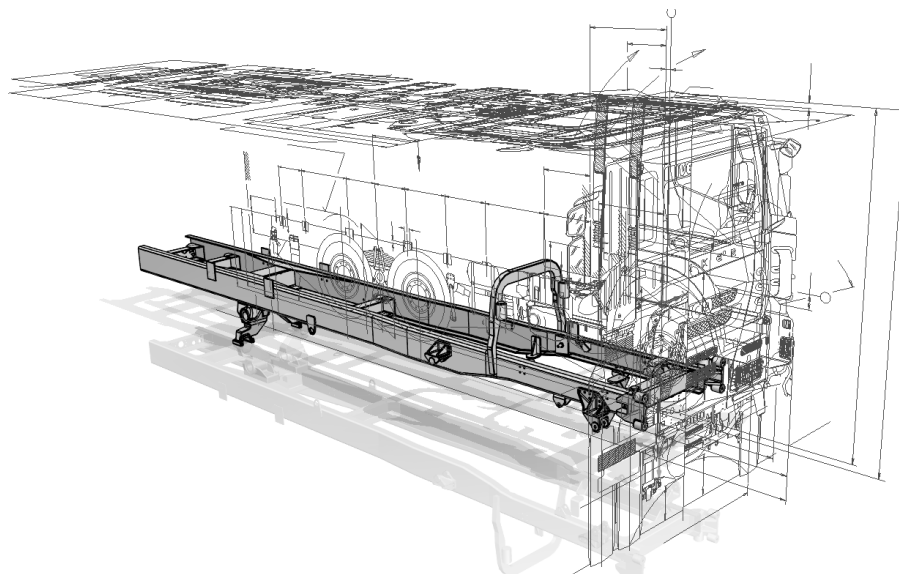
- **Proyecciones 2D hacia 3D:** Se utiliza el módulo de pieza de Solid Edge para colocar las diferentes vistas 2D y se escalan de acuerdo a la especificación del plano (1:20), tal como se muestra la Figura 3-4.

**Figura 3- 4: Colocación de proyecciones 2D en entorno 3D para modelamiento de componentes**



- **Proyección del Chasis:** de acuerdo a la proyección de vistas 2D de [10] y con la información técnica de [11] se proyectan los perfiles estructurales del chasis y los respectivos travesaños, se modelan también los soportes fijos de la suspensión delantera y trasera, soportes de la cabina, bumper delantero, soportes de motor. Cabe anotar que algunos componentes que se encuentran ocultos de las vistas proyectadas o con muy poca información técnica han sido dibujados de acuerdo a la experiencia y parámetros básicos de dibujo.

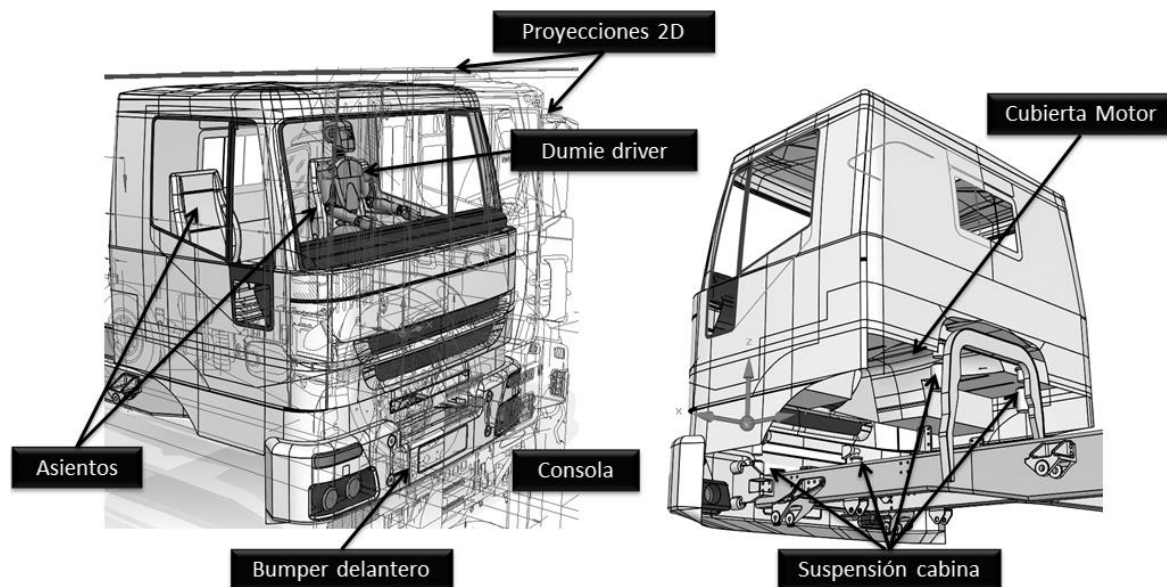
**Figura 3- 5: Modelado del Chasis.**

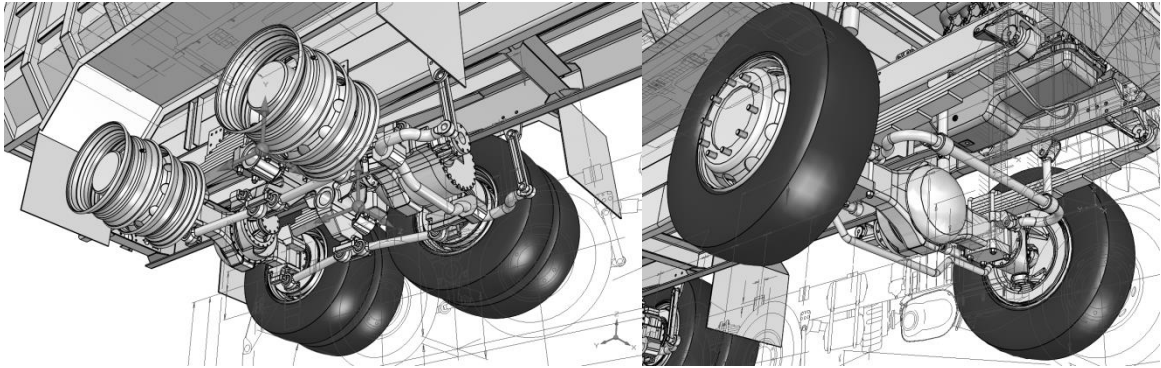




- Proyección de cabina e Interior: se dibuja el exterior de la cabina de acuerdo a [10]. Con respecto a la parte interna se obtienen los modelos 3D de los asientos provenientes de [16] en formato .step cuyas dimensiones encajan al espacio donde están ubicadas. Adicionalmente se coloca un maniquí en el asiento del conductor cuyo modelo 3D es descargado de [17] también en formato .step. Este maniquí es seleccionado de la librería debido a que posee grados de libertad rotacionales en todas sus articulaciones y puede ser acomodado para ser ubicado en el asiento ver figura 3-6.
- Dibujo de suspensiones: el sistema de suspensión delantero ha sido dibujado de acuerdo a [10], teniendo en cuenta la información de [12] y los cálculos preliminares de la suspensión que se exponen en el numeral 3.4.2. Los ejes, balancines, dirección, grapas y barra estabilizadora son dibujados de acuerdo a las vistas proyectadas de [10]. Los amortiguadores son modelados de acuerdo al catálogo [18] cortesía de Gabriel de Colombia. Los modelos 3D de los rines son suministrados por el departamento de ingeniería de Cofre S.A teniendo como referencia el modelo Iveco Daily, Iveco Gamma [19]. Las dimensiones generales de los neumáticos son seleccionadas del catálogo [20]. el sistema de suspensión trasero es de tipo trunnion proyectado de acuerdo a [10], El sistema tiene un eje común sobre el cual está montado el resorte de ballesta y permite la oscilación del mismo. El resorte está apoyado tangencialmente sobre deslizadores ubicados en cada eje. El movimiento de cada eje está limitado por tres brazos de control. También se modela la barra estabilizadora trasera, balancines y cardan de transmisión, ver figura 3-7.

**Figura 3- 6: Modelado de Cabina y de Interior**



**Figura 3- 7: Suspensión delantera y trasera**

- Dibujo de otros componentes: el modelo 3D como el motor es obtenido de [21] en formato .iges, es un motor Turbo diésel Cummins QSB6.7 de seis cilindros en línea, 300 Hp según la ficha técnica del motor [22] con un peso total de 519 kg. Este valor de masa y su ubicación sobre los soportes del motor son tenidos en cuenta posteriormente. El modelo 3D correspondiente a la estructura que transporta la carga se obtiene de [23] en formato .iges, esta se modifica para facilitar su ensamble en el chasis. De acuerdo a las dimensiones de esta estructura se ubica el centro de masa de dicha carga.

El nivel de detalle mostrado en el modelo tiene varios objetivos:

1. Obtener información más precisa de la masa de cada componente y su ubicación en el espacio de trabajo.
2. Establecer relaciones de posición que puedan ser traducidas en pares cinemáticos para la simulación dinámica.
3. Facilitar la parametrización dimensional y de posición de los componentes a analizar.

El modelamiento de cada componente se realizó mediante la técnica “en contexto” la cual consiste en modelar un componente inicial y con respecto a este se van generando los componentes adyacentes haciendo uso de las relaciones de boceto y posición.

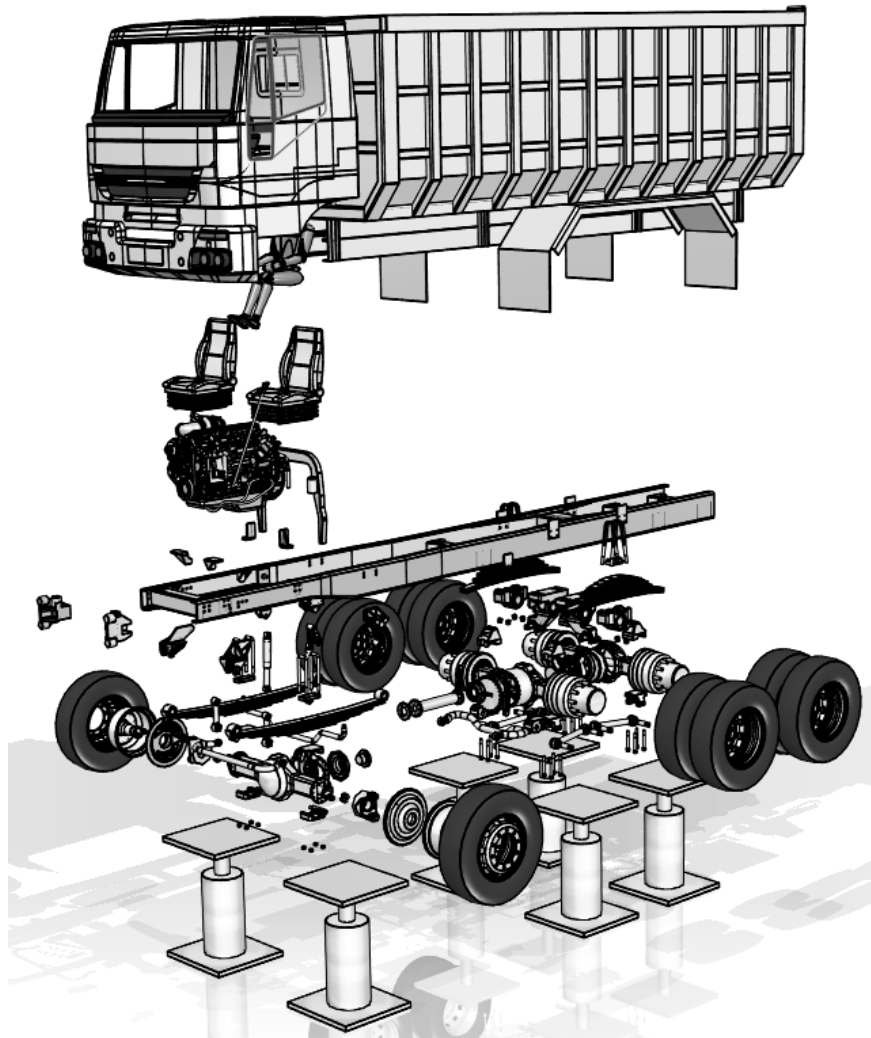
En la tabla 3-1 se muestran algunas estadísticas de ensamblaje del vehículo de pruebas

**Tabla 3- 1: Estadística del Ensamblaje**

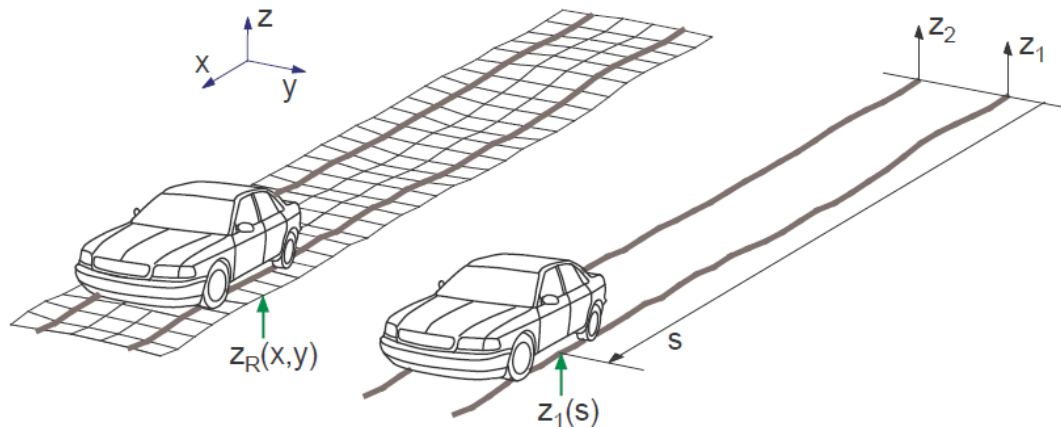
<b>Piezas totales</b>	607
<b>Piezas únicas</b>	451
<b>Piezas simplificadas</b>	0
<b>Niveles totales</b>	3
<b>Sub-ensambles totales</b>	26
<b>Sub-ensambles únicos</b>	10
<b>Sub-ensambles con simplificación</b>	0
<b>Documentos externos</b>	0
<b>Tamaño del documento</b>	333 Mb

- Diseño del banco de pruebas: de acuerdo a las simulaciones que se realizan se propone un montaje sobre una estructura estática, la cual consta de cilindros electrohidráulicos ubicados bajo cada rueda, dichos cilindros poseen un grado de libertad en traslación vertical, por medio de estos se introducen las funciones de movimiento que simularan las condiciones de carretera a una velocidad y tiempo recorridos por el vehículo. Este montaje también es aplicado para la simulación de cambio de carril. La figura 3-8 muestra el modelo del vehículo de pruebas de manera explosionada ubicado sobre el banco de pruebas el cual será exportado al software ANSYS para su pre-proceso.

**Figura 3- 8: Vista Explosionada del vehículo con sistema de actuadores**



El montaje de tipo banco estático es seleccionado debido a la simplicidad del modelo ya que se considera conveniente modelar la irregularidad del terreno a través de funciones matemáticas. El modelamiento 3D de superficies irregulares resulta más complejo ya que no se posee el nivel de detalle de la superficie y se obliga a modelar el contacto entre neumático y la superficie. Entonces para irregularidades de pistas rectas que tienen funciones uní-dimensionales  $z_1=z_1(s)$  y  $z_2=z_2(s)$  donde  $z_1$  y  $z_2$  son funciones de amplitud vertical y “s” es la distancia recorrida por el vehículo [24]. Ver figura 3-9.

**Figura 3- 9: Modelo de pista paralela [24]**

### 3.2.2 Estática y Dinámica Vehicular

El entendimiento de la dinámica del vehículo puede ser abordado en dos niveles, el empírico y el analítico. El empírico se deriva del ensayo y error en el cual se aprenden aquellos factores que influyen el rendimiento del vehículo, en qué forma y bajo qué condiciones [25]. El método empírico puede llegar a ocasionar fallas. Sin un mecanismo de ayuda para los cambios en el diseño o las propiedades éstas afectarán directamente el rendimiento, extrapolando las experiencias pasadas a las nuevas condiciones se pueden involucrar factores desconocidos los cuales pueden producir nuevos resultados, definiendo y prevaleciendo las reglas de oro [25]. Por esta razón y porque es más metódica por naturaleza, se opta a favor del cálculo analítico.

En los casos más simples los modelos pueden ser representados por expresiones algebraicas o diferenciales que describan las fuerzas o movimientos de interés para controlar las entradas del vehículo o las propiedades de las llantas [25].

La existencia de un gran número de componentes, sistemas, subsistemas y no-linealidades en vehículos hace del modelamiento analítico algo complejo [25].

- Modelamiento Fundamental.

La dinámica del vehículo se refiere a los movimientos del vehículo (automóviles, camiones, buses, y vehículos de propósito especial) sobre una superficie de carretera. Los movimientos de interés son longitudinal (causados por aceleración y frenado), vertical (causados por el terreno) y lateral (causado por maniobras con la dirección). El comportamiento dinámico es determinado por las fuerzas impuestas en el vehículo desde las ruedas, la gravedad y la aerodinámica [25]. Se hace esencial establecer un modelo aproximado para dicho sistema y que pueda ser utilizado para describir los movimientos.

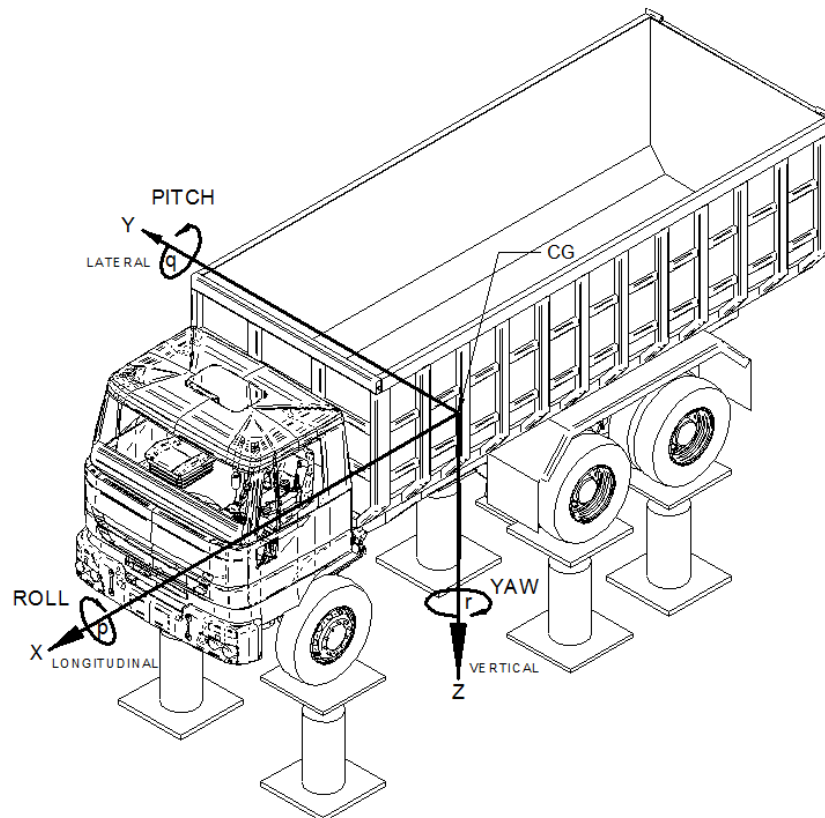
- Masa Concentrada

El motor de un vehículo está hecho de muchos componentes distribuidos en su exterior. Así, para los análisis elementales aplicados a este, se asume que todos se mueven juntos. Por ejemplo, bajo la frenada el vehículo completo se reduce a una unidad; esto se

puede representar como una masa concentrada localizando su centro de gravedad con las propiedades de masa y de inercia correctas [25]. Para análisis vertical es necesario asumir que las ruedas son masas concentradas. Para el caso de la masa concentrada el chasis sería la masa suspendida y las ruedas serían la masa no suspendida.

Para una representación de masa única, se trata el vehículo como una masa concentrada en su centro de gravedad como muestra la figura 3-10. El punto de masa en el centro de gravedad, con los momentos de inercia es dinámicamente equivalente al vehículo en sí mismo, para todos los movimientos en los cuales es razonable asumir que el vehículo es rígido.

**Figura 3- 10: Sistema de ejes del vehículo con respecto al centro de masa**



Las convenciones definidas por SAE (Society of Automotive Engineers) son:

- x – Adelante y en el plano de simetría longitudinal
  - y – Lateral y en el lado derecho del vehículo
  - z – Abajo con respecto al vehículo
  - p – Velocidad de giro alrededor del eje x
  - q – Velocidad de giro alrededor del eje y
  - r – Velocidad de giro alrededor del eje z
- Segunda Ley de Newton.

Para sistemas traslacionales, la suma de las fuerzas externas actuando sobre el cuerpo en una dirección dada es igual al producto de su masa y aceleración en dicha dirección. (Asumiendo que la masa esta empotrada).

$$\sum F_x = M * a_x \quad (3.1)$$

$$\sum T_x = I_{xx} * \alpha_{xx} \quad (3.2)$$

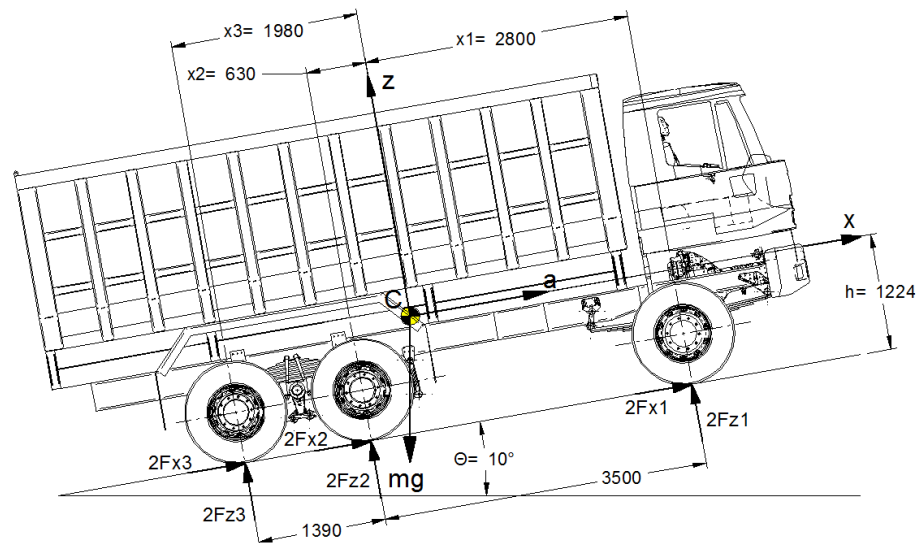
Dónde:

$F_x$  es la fuerza en la dirección  $x$ ,  $M$  es la masa del cuerpo  $a_x$  es la aceleración en la dirección  $x$ ,  $T_x$  es el torque alrededor del eje  $x$ ,  $I_{xx}$  es el momento de Inercia alrededor el eje  $x$ ,  $\alpha_{xx}$  es la aceleración alrededor del eje  $x$ .

- Dinámica Vertical.

Determinar las cargas en los ejes de un vehículo bajo condiciones arbitrarias es una forma simple de la aplicación de la segunda ley de Newton. Es importante que en las primeras etapas del análisis se tenga en cuenta la aceleración y frenado porque las cargas en el eje determinan el esfuerzo de tracción obtenido para cada eje, lo cual afecta la aceleración, las marchas, la velocidad máxima y el esfuerzo al maniobrar. Considerando el vehículo de la figura 3-11, se muestran las fuerzas significativas.

**Figura 3- 11: Vehículo de tres ejes moviéndose por un plano inclinado**



Si el vehículo tiene más de dos ejes, tales como el mostrado en la figura 3-11, entonces este es estáticamente indeterminado y las fuerzas normales bajo las llantas no pueden ser determinadas por las ecuaciones de la estática. Se hace necesario considerar la deflexión de las suspensiones para determinar las cargas aplicadas [4].

Las fuerzas normales  $F_{zi}$  en [N] bajo los neumáticos pueden ser calculadas utilizando las siguientes expresiones.

$$2 \sum_{i=1}^n F_{zi} - mg \cos \emptyset = 0 \quad (3.3)$$

Dónde:  $m$  es la masa suspendida en [kg],  $g$  es la aceleración de la gravedad en [mm/s<sup>2</sup>] y  $\emptyset$  es el ángulo en [°] de inclinación del vehículo

$$2 \sum_{i=1}^n F_{zi} x_i + h(a + mg \sin \emptyset) = 0 \quad (3.4)$$

Dónde:  $x_1$  es la distancia en [mm] del eje delantero al centro de masa suspendido,  $h$  es la altura en [mm] del suelo hasta el centro de masa suspendido, “ $a$ ” es la aceleración en [mm/s<sup>2</sup>] en dirección longitudinal.

$$\frac{F_{zi}}{k_i} - \frac{x_i - x_1}{x_n - x_1} \left( \frac{F_{zn}}{k_n} - \frac{F_{z1}}{k_1} \right) - \frac{F_{z1}}{k_1} = 0 \quad \text{para } i = 2, 3, 4, \dots, n-1 \quad (3.5)$$

Dónde:  $F_{xi}$  y  $F_{zi}$  son las fuerzas en [N] longitudinales y normales bajo las ruedas adjuntas a cada eje  $i$ , y  $x_i$  es la distancia del centro de masa  $C$  a cada eje de número  $i$ . Esta distancia es positiva al eje frontal y negativa a los ejes traseros a  $C$ . El parámetro  $k_i$  es la rigidez vertical de la suspensión en el eje  $i$ .

Partiendo de (3.1) y:

$$\sum F_z = 0 \quad (3.6)$$

$$\sum M_y = 0 \quad (3.7)$$

No obstante si el número de ejes es  $n$ , entonces las fuerzas individuales pueden ser sustituidas por una sumatoria.

$$2 \sum_{i=1}^n F_{xi} - mg \sin \emptyset = ma \quad (3.8)$$

$$2 \sum_{i=1}^n F_{zi} - mg \cos \emptyset = 0 \quad (3.9)$$

La fuerza total que impulsa el vehículo hacia adelante es:

$$F_x = 2 \sum_{i=1}^n F_{xi} \quad (3.10)$$

Entonces (3.10) puede ser eliminada entre (3.8) y (3.11).

$$2 \sum_{i=1}^n F_{zi} F_{xi} + 2h \sum_{i=1}^n F_{xi} = 0 \quad (3.11)$$

Hay dos expresiones (3.3) y (3.4) para 4 incógnitas. Entonces se requieren 2 ecuaciones extra para encontrar las cargas en los ejes. Estas ecuaciones vienen de las deflexiones propias de las suspensiones. Se ignoran las deflexiones de los neumáticos y se utiliza  $z$

para indicar el desplazamiento vertical en C. Entonces si  $z_i$  es la deflexión de la suspensión en el centro del eje  $i$ , y  $k_i$  es la rigidez vertical de la suspensión en dicho eje entonces la deflexión es:

$$F_{zi} = k_i z_i \quad (3.12)$$

Despejando  $z_i$  se tiene:

$$z_i = \frac{F_{zi}}{k_i} \quad (3.13)$$

Para una carretera plana y un vehículo rígido se tiene:

$$\frac{z_i - z_1}{x_i - x_1} = \frac{z_n - z_1}{x_n - x_1} \quad \text{Para } i = 2, 3, \dots, n - 1 \quad (3.14)$$

(3.13) se sustituye en (3.14), lo cual se reduce a (3.5). Estas últimas junto con las (3.7), (3.8) y (3.9) son suficientes para calcular la carga normal bajo cada rueda. El arreglo es de tipo lineal y puede ser escrito en forma matricial [4].

$$[X][Y] = [Z] \quad (3.15)$$

Dónde:

[Y] es la matriz transpuesta de términos desconocidos

[X] es la matriz de rigidez del sistema

{Z} es el vector de fuerzas

Para el vehículo de pruebas se tiene:

$$2F_{x1} + 2F_{x2} + 2F_{x3} - mg \sin \phi = ma \quad (3.16)$$

$$\sum F_z = 0: 2F_{z1} + 2F_{z2} + 2F_{z3} - mg \cos \phi = 0 \quad (3.17)$$

$$\sum M_y = 0: 2F_{z1}x_1 + 2F_{z2}x_2 + 2F_{z3}x_3 + 2h(F_{x1} + F_{x2} + F_{x3}) = 0 \quad (3.18)$$

Las deflexiones:

$$\frac{1}{x_2 - x_1} \left( \frac{F_{z2}}{k_2} - \frac{F_{z1}}{k_1} \right) - \frac{1}{x_3 - x_1} \left( \frac{F_{z3}}{k_3} - \frac{F_{z1}}{k_1} \right) = 0 \quad (3.19)$$

Simplificando.

$$2F_{z1} + 2F_{z2} + 2F_{z3} - mg \cos \phi = 0 \quad (3.20)$$

$$2F_{z1}x_1 + 2F_{z2}x_2 + 2F_{z3}x_3 + hm(a + g \sin \phi) = 0 \quad (3.18)$$

$$(x_2 k_2 k_3 - x_3 k_2 k_3) F_{z1} + (x_1 k_1 k_2 - x_2 k_1 k_2) F_{z3} - (x_1 k_1 k_3 - x_3 k_1 k_3) F_{z2} = 0 \quad (3.19)$$

El arreglo se define como:

$$[X][Y] = [Z] \quad (3.20)$$

$$[X] = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2x_1 & 2x_2 & 2x_3 \\ k_2 k_3 (x_2 - x_3) & k_1 k_3 (x_3 - x_1) & k_1 k_2 (x_1 - x_2) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$



$$[Y] = \begin{bmatrix} F_{z1} \\ F_{z2} \\ F_{z3} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$[Z] = \begin{bmatrix} mg\cos\emptyset \\ -hm(a + g\sin\emptyset) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

La matriz de términos desconocidos se puede encontrar utilizando la inversión matricial.

$$[Y] = [X]^{-1}[Z] \quad (3.24)$$

La solución de las ecuaciones es:

$$\frac{F_{z1}}{k_1 m} = \frac{Z_1}{Z_0} \quad (3.25)$$

$$\frac{F_{z2}}{k_2 m} = \frac{Z_2}{Z_0} \quad (3.26)$$

$$\frac{F_{z3}}{k_3 m} = \frac{Z_3}{Z_0} \quad (3.27)$$

Dónde:

$$Z_0 = -4k_1 k_2 (x_1 - x_2)^2 - 4k_2 k_3 (x_2 - x_3)^2 - 4k_1 k_3 (x_3 - x_1)^2 \quad (3.28)$$

$$Z_1 = g(x_2 k_2 - x_1 k_3 - x_1 k_2 + x_3 k_3) h \sin\emptyset + a(x_2 k_2 - x_1 k_3 - x_1 k_2 + x_3 k_3) h + g(k_2 x_2^2 - x_1 k_2 x_2 + k_3 x_3^2 - x_1 k_3 x_3) \cos\emptyset \quad (3.29)$$

$$Z_2 = g(x_1 k_1 - x_2 k_1 - x_2 k_3 + x_3 k_3) h \sin\emptyset + a(x_1 k_1 - x_2 k_1 - x_2 k_3 + x_3 k_3) h + g(k_1 x_1^2 - x_2 k_1 x_1 + k_3 x_3^2 - x_2 k_3 x_3) \cos\emptyset \quad (3.30)$$

$$Z_3 = g(x_1 k_1 - x_2 k_2 - x_3 k_1 + x_3 k_2) h \sin\emptyset + a(x_1 k_1 - x_2 k_2 - x_3 k_1 + x_3 k_2) h + g(k_1 x_1^2 - x_3 k_1 x_1 + k_2 x_2^2 - x_3 k_2 x_2) \cos\emptyset \quad (3.31)$$

Para el vehículo se tienen las siguientes constantes.

m= 9370 kg (sin carga)

x<sub>1</sub>= 2800 mm

x<sub>2</sub>= -630 mm

x<sub>3</sub>= -1980 mm

a =g= 9806 mm/s<sup>2</sup>

Θ=10° (Se define arbitrariamente)

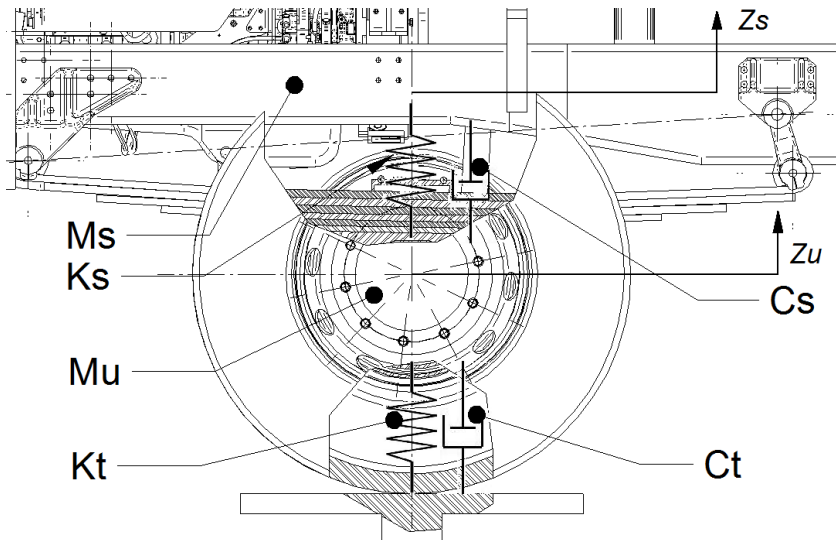
h= 1224 mm

Las constantes k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub> y k<sub>3</sub> se calculan asumiendo una frecuencia natural del sistema masa-resorte. Dicha frecuencia es tomada como recomendación de [26]

La distribución de masas para el vehículo en posición vacío es de 52.2% adelante y 47.8% atrás. La capacidad de carga máxima del vehículo es de 16630 kg. La distribución de cargas para la condición cargado es de 27.6% adelante y 72.4% atrás.

Tomando el caso de ¼ de vehículo se tiene un sistema de masa suspendida, masa no suspendida, suspensión y constante de neumático ver figura 3-12.

Figura 3- 12: Representación 1/4 de vehículo



Dónde:

$M_s$  es la masa suspendida,  $M_u$  es la masa no suspendida,  $K_s$  es la constante de la suspensión,  $K_t$  es la constante de la rueda,  $C_s$  es la constante de amortiguación en la suspensión,  $C_t$  es la constante de amortiguación en la rueda,  $Z_s$  es el desplazamiento de la masa suspendida con respecto al suelo  $Z_u$  es el desplazamiento de la masa no suspendida con respecto al suelo.

Se omiten las constantes de rigidez y amortiguamiento de otras partes de la masa no suspendida como son: rines, bujes, asientos, elementos de sujeción, silenciadores y separadores con el fin de no dificultar el análisis.

La deflexión  $D$  del subsistema está dada por una relación en serie:

$$D = \frac{F}{K_T} + \frac{F}{K_S} \quad (3.32)$$

Dónde:  $F$  es la fuerza vertical en [N] correspondiente al peso de  $\frac{1}{4}$  de vehículo,  $K_T$  es la constante de rigidez vertical del neumático en [N/mm] y  $K_S$  es la constante de rigidez vertical del resorte en [N/mm].

$$\frac{D}{F} = \frac{1}{K'_S} = \frac{1}{K_T} + \frac{1}{K_S} \quad (3.33)$$

Dónde:  $K'_S$  es la constante del subsistema de suspensión en [N/mm].

Organizando:

$$K'_S = \frac{K_T K_S}{K_T + K_S} \quad (3.34)$$

Según [26] la constante de la rueda es mayor en una proporción de 8:1 con respecto a la constante del resorte.

$$\frac{K_T}{K_S} \cong 8 \quad (3.35)$$

La constante  $K_S$  puede ser obtenida mediante la evaluación de la frecuencia natural del sistema masa-resorte.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_w^1}{M_s}} \quad (3.36)$$

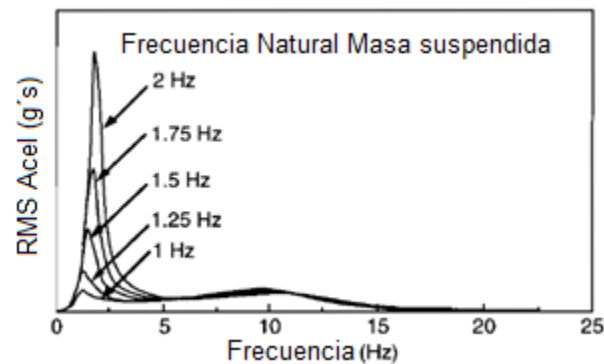
Dónde:

$f_n$  es la frecuencia natural del sistema masa—resorte en [Hz],  $K_w^1$  es la constante de resorte más la rueda en [N/mm],  $M_s$  es la masa suspendida en [kg] correspondiente a cada rueda.

En dinámica vehicular, la suspensión predomina para absorber vibraciones de gran amplitud, de manera que la frecuencia natural del sistema en la dirección vertical es la que debe medirse. Las aceleraciones provenientes de la carretera se incrementan a mayor amplitud y mayor frecuencia [25].

El mejor aislamiento se logra manteniendo la frecuencia natural tan baja como sea posible [25]. Para un vehículo con un peso determinado, es decisivo el uso de una suspensión más suave para minimizar la frecuencia natural. La figura 3-13 muestra el espectro de aceleraciones calculado para  $\frac{1}{4}$  de vehículo en el cual la constante de la suspensión ha sido variada para alcanzar una frecuencia natural en el rango de 1 a 2 Hz [25].

**Figura 3- 13: Espectro de aceleración en carretera con diferentes masas suspendidas [25]**



Para una carga máxima de 16630 kg se tiene de (3.36) en el eje delantero:

$$1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_w^1}{\left(\frac{8000 \text{ kg}}{2}\right) \frac{9806 \text{ mm}}{\text{s}^2}}} \quad (3.37)$$

$$K_w^1 = 16.1 \text{ kgf/mm} \quad (3.38)$$

Para los ejes traseros:

$$1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_w^2}{(21000 \text{ kg}/2)}} \quad (3.39)$$

$$K_w^2 = 42.3 \text{ kgf}/\text{mm} \quad (3.40)$$

De acuerdo a esto se pueden resolver (3.28) a (3.31)

$$Z_0 = -2.46 \times 10^{13} \quad (3.41)$$

$$Z_1 = -7.84 \times 10^{11} \quad (3.42)$$

$$Z_2 = -3.06 \times 10^{11} \quad (3.43)$$

$$Z_3 = -2.37 \times 10^{11} \quad (3.44)$$

De acuerdo a (3.25), (3.26) y (3.27):

$$F_{Z1} = 4890 \text{ kg}, F_{Z2} = 2477 \text{ kg}, F_{Z3} = 2003 \text{ kg} \quad (3.45)$$

Utilizando los mismos valores de rigidez de la suspensión delantera y trasera se aplica en (3.36) para la posición vacía con 9370 kg de carga a fin de observar el efecto sobre la frecuencia natural en el eje vertical.

$$f_{n1} = 1.28 \text{ Hz} \quad (3.46)$$

$$f_{n2} = 2.16 \text{ Hz} \quad (3.47)$$

De acuerdo a la (3.35), las constantes para los neumáticos pueden ser preliminarmente asumidas como:

$$K_{T1} = 128.8 \text{ kgf}/\text{mm} \quad (3.48)$$

$$K_{T2} = 84.5 \text{ kgf}/\text{mm} \quad (3.49)$$

De tal manera que la constante de rigidez tomada desde el punto de contacto de la rueda con el suelo será [26]:

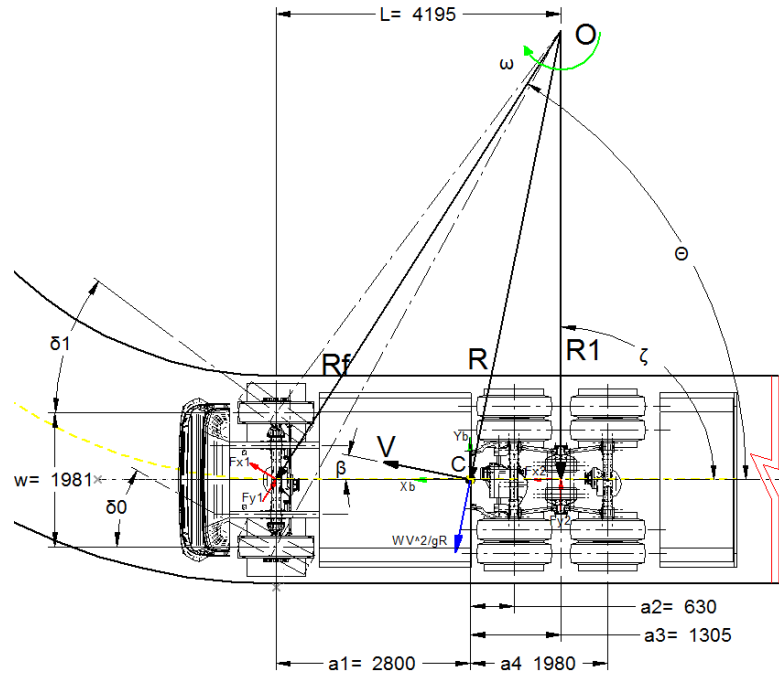
$$K'_{S1} = 14.3 \text{ kgf}/\text{mm} \quad (3.50)$$

$$K'_{S2} = 28.2 \text{ kgf}/\text{mm} \quad (3.51)$$

- Dinámica Lateral

Las ecuaciones de giro del vehículo también son derivadas de la aplicación de la segunda Ley de Newton, con la cual se pretende describir la geometría en el giro. Para propósitos de análisis es necesario asumir que los ejes del vehículo tienen una sola rueda ubicada sobre el eje central. La figura 3-14 muestra el vehículo de pruebas durante una maniobra de cambio de carril, los valores mostrados están en [mm]. Por conveniencia las ruedas delanteras son representadas por una sola y un ángulo de giro  $\delta$ , se asume lo mismo para las ruedas traseras [4].

**Figura 3- 14: Vehículo de pruebas con eje direccional delantero**



Cuando un vehículo de múltiples ejes tiene solo un eje direccional, la rotación libre para las ruedas trasera se hace imposible. La longitud cinemática no es muy clara, y no es posible definir una condición Ackerman. Ocurre un gran desgaste en las llantas especialmente a velocidades bajas y grandes ángulos de giro [4]. No obstante en el caso de un vehículo largo de tres ejes con dos de sus ejes no giratorios uno cerca del otro, es posible hacer un análisis para un giro lento. La longitud cinemática  $L_L$  es la distancia entre el eje frontal y la línea central del eje trunnion. Las expresiones que describen este movimiento se pueden escribir como:

$$L_L = \frac{w}{(\cot\delta_0 - \cot\delta_i)} \quad (3.52)$$

Dónde:  $L_L$  es la distancia entre el eje frontal y la línea central del eje trunnion,  $w$  es la distancia en entre ruedas del mismo eje,  $\delta_0$  es el ángulo de giro de la rueda delantera derecha con respecto al centro de rotación  $O$  y  $\delta_i$  es el ángulo de la rueda delantera izquierda con respecto al centro de rotación  $O$ .

Para definir  $R_1$  que es el radio de giro del eje trunnion con respecto al centro de rotación  $O$ , es definido mediante:

$$R_1 = L_L \cot\delta_0 - \frac{w}{2} = L_L \cot\delta_i + \frac{w}{2} \quad (3.53)$$

Teniendo como referencia a  $R_1$  se define el radio de giro frontal  $R_f$

$$R_f = \frac{R_1}{\cos\left(\tan^{-1} \frac{1}{R_1}\right)} \quad (3.54)$$

De tal manera que R se puede calcular como:

$$R = \frac{R_1}{\cos\left(\tan^{-1}\frac{a_3 - a_2}{2R_1}\right)} \quad (3.55)$$

Si el radio de rotación es grande comparado con la distancia entre ejes, se pueden aproximar (3.53) y (3.54) entonces:

$$R \approx \frac{R_1}{\cos\left(\frac{1}{R_1}\right)} \quad (3.56)$$

Para un vehículo viajando a una velocidad V, la sumatoria de las fuerzas en dirección lateral debe ser igual a la masa por la aceleración centrípeta.

$$\sum F_x = 0: F_{x1}\text{sen}\theta - F_{y1}\text{cos}\theta + F_{x2} + \frac{MV^2}{R}\text{sen}\beta = 0 \quad (3.57)$$

Dónde:  $F_x$  es la fuerza longitudinal,  $F_{x1}$  es la fuerza longitudinal en el eje delantero,  $F_{y1}$  es la fuerza longitudinal en el eje trasero,  $\theta$  es el ángulo entre el radio  $R_f$  y el eje x, M es la masa suspendida, V es la velocidad del vehículo y  $\beta$  es el ángulo formado entre el vector de velocidad tangencial en el centro de masa del vehículo.

$$\sum F_y = 0: F_{x1}\text{cos}\theta + F_{y1}\text{sen}\theta + F_{y2} - \frac{MV^2}{R}\text{cos}\beta = 0 \quad (3.58)$$

Dónde:  $F_y$  es la fuerza lateral,  $F_{y1}$  es la fuerza lateral del eje delantero,  $F_{y2}$  es la fuerza lateral del eje trasero.

Sumatoria de Momentos con respecto a C.

$$\sum M_C = 0: F_{x1}\text{cos}\theta * a_1 + F_{y1}\text{sen}\theta * a_1 - F_{y2} * a_3 = 0 \quad (3.59)$$

Dónde:  $M_C$  es el momento con respecto al centro de gravedad del vehículo,  $a_1$  es la distancia del eje delantero al centro de gravedad, y  $a_3$  es la distancia del eje del trunnion al centro de gravedad.

Se tienen entonces  $F_{x1}, F_{x2}, F_{y1}, F_{y2}$  y únicamente tres ecuaciones, para lo cual hay que incluir la fuerza de tracción de las ruedas traducido por el torque del motor, entonces para una condición de estado estacionario se tiene [24]:

$$F_{x1} = k_p * F_D \quad y \quad F_{x2} = F_D(1 - k_p) \quad (3.60)$$

Donde  $F_D$  es la fuerza de tracción y  $k_p$  es una constante para diferentes transmisiones [24].

$$\frac{F_{x1}}{F_{x2}} = \frac{k_p}{1 - k_p}; \text{ donde } 0 < k_p < 1 \text{ traccion en todas las ruedas} \quad (3.61)$$

Solucionando el sistema de ecuaciones matricialmente se deduce que  $F_D$  es igual a:

$$F_D = \frac{mV^2 \text{sen}\theta \text{sen}\beta (a_1 - a_3)}{R \cos\theta \left( a_1 k \cos\theta + \frac{a_1 \text{sen}\theta}{\cos\theta} - k \cos\theta - \frac{a_3 \text{sen}\theta}{\cos\theta} \right)} \quad (3.62)$$

Para:  $V=12.5 \text{ m/s}$ ,  $\Theta=75^\circ$ ,  $\beta=5^\circ$ ,  $R=15 \text{ m}$ ,  $k=1$

$$F_D = 13546 \text{ N}, F_{x1} = 4470 \text{ N}, F_{x2} = 9076 \text{ N}, F_{y1} = 20441 \text{ N}, F_{y2} = 31041 \text{ N} \quad (3.63)$$

Esto significa que longitudinalmente las ruedas delanteras y trasera soportan cada una, cargas entre 200 y 250 kgf longitudinalmente, y lateralmente entre 800 y 1050 kgf a la velocidad especificada. Para una carga máxima de 16630 kg, las fuerzas resultantes son:

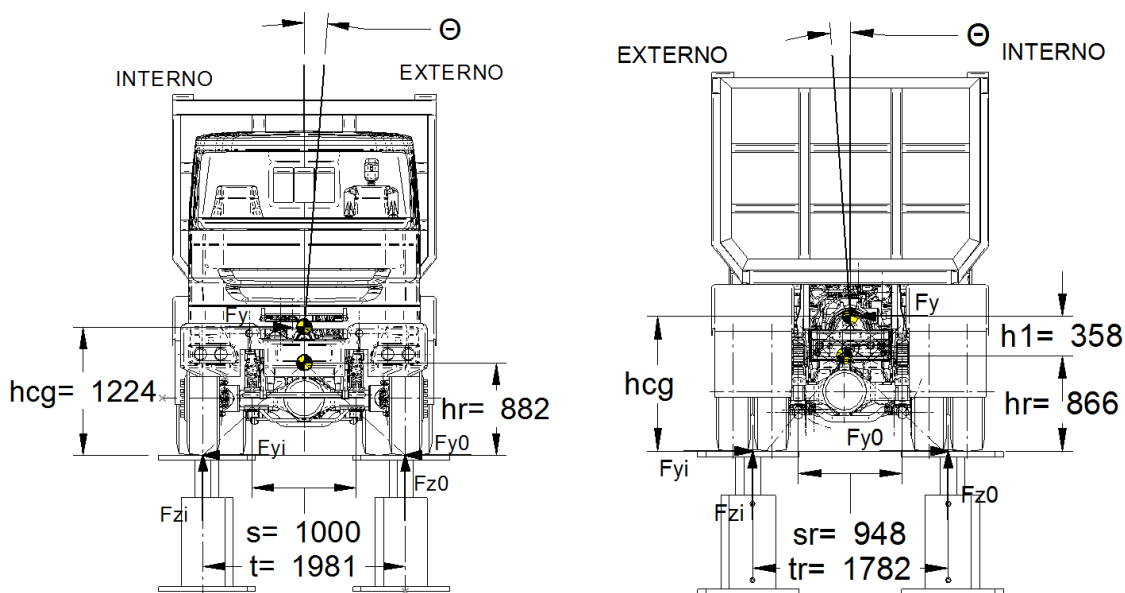
$$F_D = 37590 \text{ N}, F_{x1} = 12404 \text{ N}, F_{x2} = 25185 \text{ N}, F_{y1} = 56721 \text{ N}, F_{y2} = 86133 \text{ N} \quad (3.64)$$

Las ruedas delanteras y trasera soportan cargas entre 600 y 650 kgf cada una en dirección longitudinal, y lateralmente entre 2200 y 2900 kgf a la velocidad especificada.

- Inclinación Lateral.

El mecanismo que gobierna el momento de balanceo lateral aplicado sobre el eje se muestra en la figura 3-15.

**Figura 3- 15: Análisis de Momento lateral en vehículo de pruebas**



Todas las suspensiones son funcionalmente equivalentes a dos resortes, la separación lateral de dichos resortes causa una resistencia al momento proporcional a la diferencia en el ángulo de giro entre el cuerpo y el eje [25]. La rigidez está dada por:

$$K_{\theta} = 0.5K_s s^2 \quad (3.65)$$

Dónde:  $K_{\theta}$  es la rigidez al momento de la suspensión,  $K_s$  es la constante vertical de los resortes izquierdo y derecho y "s" es la separación entre resortes.

Realizando sumatoria de fuerzas en Y e Z y momentos en X se tiene:

$$F_{z0} - F_{zi} = \frac{2F_y h_r}{t_s} + \frac{2K_{\theta} \theta}{t_s} \quad (3.66)$$

Siendo:

$$F_y = F_{yi} + F_{y0} \quad (3.67)$$

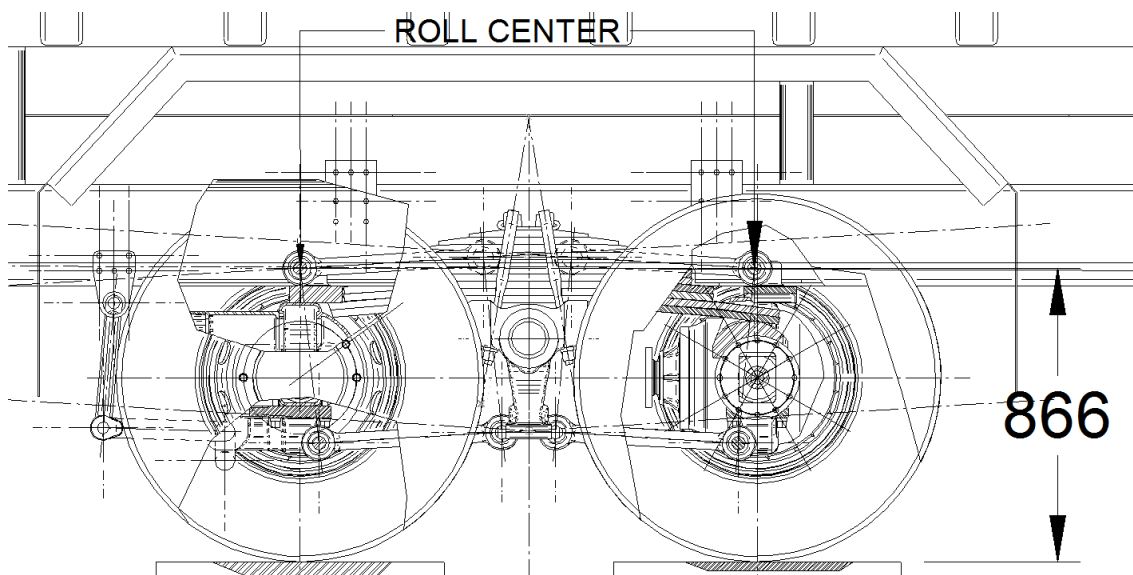
El vehículo completo debe ser analizado para obtener una expresión para la distribución del momento en los ejes delanteros y traseros. En este caso el eje de balanceo es una línea que conecta los centros de rotación de cada uno de los ejes. Para este caso el momento alrededor de dicho eje es:

$$M_{\theta} = \left[ \left( W h_1 \sin \theta + \frac{W V^2}{g R} \right) h_1 \cos \theta \right] \cos \varepsilon \quad (3.68)$$

Donde  $h_1$  es la distancia vertical de la línea que conecta los centros de rotación de los ejes delantero y trasero con respecto al centro de masa del vehículo, y  $\varepsilon$  es el ángulo longitudinal que se forma entre los centros de rotación mencionados.

La figura 3-16 muestra un detalle de la suspensión trasera indicando la posición del centro de rotación lateral de los ejes 2 y 3.

**Figura 3- 16: Centros de rotación de la suspensión trasera**





El eje de balanceo lateral para el vehículo de pruebas en su eje frontal es  $h_{rf} = 882$  mm y para el sistema posterior  $h_{rr} = 866$  mm de acuerdo al análisis de centro instantáneo de rotación CIR, lo cual genera un ángulo  $\varepsilon$  de  $0.22^\circ$ . El ángulo  $\varepsilon$  es lo suficientemente pequeño como para inferir que:

$$\cos\theta = \cos\varepsilon = 1; \sin\theta \approx \theta \quad (3.69)$$

De acuerdo a (3.69), la ecuación (3.68) prosigue como:

$$M_\theta = Wh_1 \left( \frac{V^2}{gR} + \theta \right) \quad (3.71)$$

Sin embargo el momento generado en la parte delantera difiere del momento generado en la parte trasera y se describe como:

$$M_\theta = M_{\theta f} + M_{\theta r} = (K_{\theta f} + K_{\theta r})\theta \quad (3.72)$$

(3.71) y (3.72) se pueden combinar para determinar el ángulo  $\Theta$  [25].

$$\theta = \frac{Wh_1 \frac{V^2}{gR}}{K_{\theta f} + K_{\theta r} - Wh_1} \quad (3.73)$$

Derivando con respecto a la aceleración lateral se produce una expresión para la velocidad de inclinación del vehículo.

$$\omega_\theta = \frac{d\theta}{da_y} = \frac{Wh_1}{(K_{\theta f} - K_{\theta r} - Wh_1)} \quad (3.74)$$

Para el vehículo de prueba se tienen los valores mencionados para la dinámica vertical y lateral

$$K_{\theta 1} = 16.1 \text{ N} * \text{m}, K_{\theta 2} = 38.46 \text{ N} * \text{m}, h_1 = 0.35 \text{ m} \quad (3.78)$$

$$\theta = 1.06^\circ, \omega_\theta = 1 \text{ }^\circ/\text{g} \quad (3.79)$$

El modelo no incluye aún los efectos generados por las barras estabilizadoras y demás componentes de suspensión que puedan llegar a tener un efecto significativo en la resistencia al balanceo lateral. Sin embargo es posible incluir de manera directa a  $K_{\theta f}$  y  $K_{\theta r}$  en el modelo lo cual aumentaría la resistencia al balanceo.

Los modelos matemáticos planteados no tienen en cuenta algunos grados de libertad propios del mecanismo de suspensión, así como la rigidez aportada por elementos anti vibratorios, así como la fricción generada por los contactos entre los componentes. Estos grados de libertad se añaden durante la caracterización virtual de cada uno de los componentes con el fin mejorar el modelo.

### 3.3 Modelamiento de Elementos Finitos y Sistemas Multi Cuerpo

La simulación del vehículo de pruebas se realizará sobre la estructura completa importada desde el sistema CAD, esta incluirá todos los subsistemas de suspensión, chasis y cabina con el fin de obtener resultados en un intervalo de tiempo real, así como la medición de respuestas en diferentes puntos, la cinemática de los mecanismos de suspensión y sus grados de libertad permiten un movimiento de acuerdo a las funciones de excitación introducidas en la simulación.

Se plantea la simulación mediante un análisis de multicuerpos rígidos y flexibles (MBS+FEM) en un entorno transitorio no lineal.

#### 3.3.1 Esquema Transitorio No-Lineal

Un análisis transitorio por definición, involucra cargas que están en función del tiempo [27]. En la aplicación mecánica, es posible aplicarlo sobre estructuras rígidas, flexibles o una combinación entre ambas. El solver aplicado para el esquema implícito es APDL.

Las No-linealidades presentes en este tipo de análisis son:

1. Comportamiento elástico y de histéresis en los resortes de ballesta
2. Comportamiento viscoso de los amortiguadores
3. Comportamiento visco elástico de los neumáticos
4. Grandes Desplazamientos de la masa suspendida y no suspendida
5. Variación de la magnitud de las cargas con respecto al tiempo.

Los contactos friccionales entre componentes de suspensión son tenidos en cuenta para la caracterización virtual de los mismos y de la cual se deriva el modelo del comportamiento elástico y de histéresis. Este será discutido en la sub-sección de contactos y caracterización virtual de la suspensión.

El análisis dinámico transitorio es una técnica utilizada para determinar la respuesta dinámica de una estructura bajo la acción de cargas con respecto al tiempo [27]. La ecuación básica de movimiento para resolver un análisis transitorio es:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\} \quad (3.80)$$

Dónde: [M] es la matriz de masas, [C] es la matriz de amortiguamientos, [K] es la matriz de rigidez,  $\{\ddot{u}\}$  es el vector de aceleración nodal,  $\{\dot{u}\}$  es el vector de velocidad nodal,  $\{u\}$  es el vector de desplazamiento nodal y  $\{F(t)\}$  es el vector de cargas.

Para cada tiempo t, esta ecuación se divide en una serie de ecuaciones en equilibrio estático que tienen en cuenta las fuerzas inerciales y de amortiguamiento viscoso.

Existen tres métodos de solución apropiados:

- Diferencia Central: Utilizado para análisis explícitos transitorios.
- Newmark: Utilizado para análisis implícitos
- HHT: (Hilber-Hughes-Taylor) Extendido y mejorado del método Newmark

Se selecciona el método HHT debido a que es más estable, preciso y logra una mejor disipación numérica que el método Newmark [28]. En los algoritmos de integración condicionalmente estables, la estabilidad se afecta por el tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$ , mientras que en un algoritmo incondicionalmente estable, el tamaño de  $\Delta t$  puede ser escogido independientemente de la estabilidad [27]. El inconveniente con Newmark es para que logre ser incondicionalmente estable, las constantes  $\delta$  y  $\alpha$  deben satisfacer cierta condición, además de no utilizar amortiguamiento numérico, pero al no utilizar dicho amortiguamiento puede desencadenar niveles inaceptables de ruido numérico a altas frecuencias [29]. Por esta razón el Método HHT introduce suficiente amortiguamiento para disipar el ruido en los modos de altas frecuencias mientras mantiene la precisión de segundo orden. En Ansys APDL y al igual que en el método Newmark, se deben introducir las variables a través del comando TINTP [27].

En problemas de dinámica estructural no-lineal, las fuerzas internas no son proporcionales de manera lineal al desplazamiento nodal, y la matriz de rigidez es dependiente del desplazamiento nodal [27]. Entonces en vez de escribir la ecuación (3.80) cualquier esquema de integración debe ser aplicado a la ecuación no lineal semi discreta (3.81)

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + \{F^i(t)\} = \{F^a(t)\} \quad (3.81)$$

Donde  $\{F^i(t)\}$  es el vector de cargas internas en función del tiempo y  $\{F^a(t)\}$  es el vector de cargas externas en función del tiempo.

- Método de Newton Raphson Completo

Según [28] el proceso iterativo de Newton-Raphson soluciona el problema no lineal de acuerdo a:

$$[K_i^T]\{\Delta u_i\} = \{F^a\} - \{F_i^{nr}\} \quad (3.82)$$

Siendo:

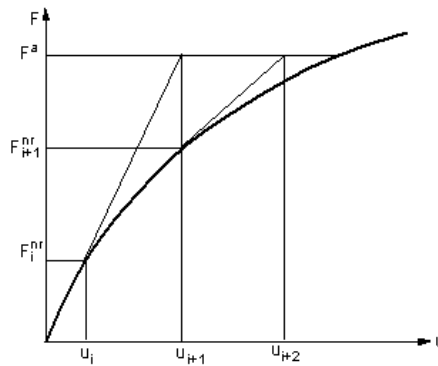
$$\{\Delta u_i\} = \{u_{i+1}\} - \{u_i\} \quad (3.83)$$

Dónde:  $[K_i^T]$  Es la matriz tangente,  $\{F^a\}$  es el vector de cargas aplicadas,  $\{F_i^{nr}\}$  es el vector de cargas internas nodales calculadas desde los esfuerzos.

El algoritmo de Newton-Raphson opera de la siguiente manera:

1. Asume un desplazamiento inicial de cero:  $\{u_0\} = \{0\}$ , para el primer paso de tiempo.
2. Calcula la matriz tangente  $[K_i^T]$  y las cargas internas  $\{F_i^{nr}\}$  de acuerdo a la configuración de  $\{u_i\}$
3. Calcula  $\{\Delta u_i\}$  de acuerdo a (3.82)
4. Adiciona  $\{\Delta u_i\}$  a  $\{u_i\}$  para obtener  $\{u_{i+1}\}$  con (3.83)
5. Repite los pasos 2 a 4 hasta que la convergencia es alcanzada

En la figura 3-17 se muestra gráficamente el comportamiento de la solución a través del método de Newton-Raphson

**Figura 3- 17: Solución de Newton-Raphson con siguiente iteración [27]**

El procedimiento de Newton-Raphson garantiza la convergencia de la solución en cualquier iteración si  $\{u_i\}$  es cercano a la solución exacta. Los procedimientos de Newton-Raphson modificado son más lentos pero requieren menos iteraciones por cada sub-paso de carga [27].

- Convergencia por fuerza

La convergencia por fuerza resulta de una evaluación de fuerzas residuales las cuales son comparadas contra un criterio, este residuo debe ser menor al criterio asignado para calcular la norma  $L_2$  y un factor de tolerancia debido a que la fuerza residual nunca será igual a la norma  $L_2$  [29].

$$\|\{R\}\| < \varepsilon_R R_{ref} \quad (3.84)$$

Donde  $\{R\}$  es el vector de fuerzas residuales,  $\varepsilon_R$  es el factor de tolerancia y  $R_{ref}$  es un valor de referencia asignado mediante el comando (CNVTOL)

$$\{R\} = \{F^a\} - \{F^{nr}\} \quad (3.85)$$

La norma  $L_2$  es la raíz cuadrada de la sumatoria de los cuadrados residuales, también llamada norma Euclidiana y se expresa como:

$$\|\{R\}\|_2 = \left( \sum R_i^2 \right)^{1/2} \quad (3.86)$$

Donde  $R_i$  es el residuo en la iteración  $i$

### 3.3.2 Perturbación Lineal Modal

En muchas aplicaciones de ingeniería, el comportamiento lineal de una estructura basada en una precarga proveniente de un análisis lineal o no lineal. Los análisis con perturbación lineal ayudan a resolver un problema lineal (Modal, Pandeo, Armónico) desde un estatus precargado. Típicamente en el análisis no-lineal se utiliza el procedimiento de Newton-Raphson para obtener la solución precargada. La matriz Tangente es utilizada para obtener la solución precargada [27]. Todos los efectos no-lineales son tenidos en cuenta y de alguna manera capturados para que las cargas de perturbación puedan generar resultados estructurales (deflexión, deformación y

esfuerzos) linealmente mediante el uso del captura de matrices de solución y propiedades de materiales [27].

Los pasos teóricos se pueden resumir como sigue:

1. Se genera una solución en estado estacionario, y se aplica un control de reinicio para el punto de interés de acuerdo a (3.82).
2. El control de reinicio es aplicado al punto de interés en el entorno modal. Ansys captura la matriz global de rigidez tangencial  $[K_i^T]$  en el punto de reinicio la cual está compuesta por:

$$[K_i^T] = [K_i^M] + [S_i^N] + [K_i^{LD}] + [K_i^C] + [K_i^{SP}] \quad (3.87)$$

Dónde:  $[K_i^M]$  Es la parte de la matriz tangente que contribuye con las propiedades del material,  $[S_i^N]$  es la matriz de rigidez de esfuerzos introducida de la no nulidad de esfuerzos de la estructura, el exponente N indica no lineal,  $[K_i^{LD}]$  es la matriz de rigidez de la carga externa,  $[K_i^C]$  es la matriz de rigidez proveniente de los contactos entre componentes y  $[K_i^{SP}]$  es la matriz de suavizado para velocidades rotacionales

3. Si un análisis posterior requiere el uso del vector de carga del análisis modal, la carga perturbada puede ser modificada
4. Cuando se ejecuta el análisis modal, las coordenadas nodales se actualizan automáticamente si se tienen en cuenta los grandes desplazamientos en el análisis base. Entonces se calculan la solución propia de acuerdo a [27]:

$$[K_i^T]\{\phi_j\} = \lambda[M]\{\phi_j\} \quad (3.88)$$

Donde  $\{\phi_j\}$  es el vector propio,  $\lambda$  es valor propio y  $[M]$  es la matriz de masa. A este punto todos los componentes de  $[K_i^T]$  se introducen en la ecuación (3.89).

$$([K_i^M] + [S_i^N] + [K_i^{LD}] + [K_i^C] + [K_i^{SP}])\{\phi_j\} = \lambda[M]\{\phi_j\} \quad (3.89)$$

Cabe anotar que el problema está libre de amortiguamientos.

### 3.3.3 Superposición Modal MSUP

El análisis armónico es una técnica para determinar la respuesta en estado estacionario de una estructura sometida a cargas sinusoidales de frecuencia conocida. [27]

Como condiciones de entrada se tienen cargas armónicas (fuerza, presión, aceleración y desplazamientos impuestos) de magnitud y frecuencia conocidas. Como respuesta se obtienen desplazamientos armónicos nodales, usualmente fuera de fase con las cargas aplicadas, también pueden ser obtenidos esfuerzos y deformaciones. [27]

El objetivo de realizar un análisis armónico es para asegurarse que el diseño puede soportar cargas sinusoidales a diferentes frecuencias y detectar alguna respuesta resonante para poder ser evitada. También es requerido para calcular el amortiguamiento de la estructura en general y completar el modelo matemático de la suspensión.

Existen dos métodos para la solución de un problema armónico, los cuales son el método "Full" y el método de superposición modal. El método "Full" resuelve el sistema de ecuaciones de manera directa utilizando un solver estático para aritmética compleja [27].

El método de superposición modal MSUP expresa los desplazamientos como una combinación lineal de modos de los modos de vibración, al ser una ecuación linearizada, la solución es menos precisa que el método tradicional, sin embargo es más barata computacionalmente y se tiene que imponer como mínimo un valor de desplazamiento armónico diferente de cero.

En Ansys APDL se modela este tipo de análisis mediante el comando (**ANTYPE,HARM**) con (**HROPT,MSUP**). Cabe anotar que previamente se realiza un análisis modal perturbado linealmente (**ANTYPE,MODAL**) acoplado con los comandos (**PERTURB,STATIC,TANGENT,CURRENT,ALLKEEP**).

### 3.3.4 Modelamiento de Contactos No-lineales

Los problemas que involucran contacto son altamente no lineales y requieren un significativo recurso computacional para resolverse. Los problemas de contacto representan dos grandes dificultades: la primera es que no se conocen las regiones de contacto hasta que el problema se intenta solucionar ya que esto depende de las condiciones de frontera además de otras no linealidades presentes (Material, Grandes desplazamientos) y que puedan llegar a causar cambios abruptos difíciles de predecir. La segunda es la necesidad de incluir alguna magnitud de fricción, para esto existen varios modelos de fricción pero todos son no lineales lo cual dificulta enormemente la convergencia [30].

Para contactos friccionales existen dos teorías básicas de elementos finitos de solución que difieren ligeramente una de la otra, estas son: penalización pura y Lagrange Aumentado. La principal diferencia radica en la manera cómo están incluyen en su formulación de la energía potencial de las superficies en contacto [30].

En este estudio se hace énfasis en el método de Lagrange aumentado ya que si bien no es tan preciso como el de penalización, favorece la convergencia de la solución y por ende la productividad, si bien el contacto es fundamental dentro de las condiciones de frontera del modelo matemático, se tiene en cuenta pero no enfoca esfuerzos y recursos para investigarlo a profundidad.

El algoritmo de contacto utilizado para alcanzar la convergencia utiliza multiplicadores de Lagrange para alcanzar la convergencia controlando la interferencia entre cuerpos.

$$F_n = \begin{cases} K_n U_n + \lambda_{i+1} & \text{si } U_n \leq 0 \\ 0 & \text{si } U_n > 0 \end{cases} \quad (3.90)$$

$$\lambda_{i+1} = \begin{cases} \tau_i + K_u U_n & \text{si } |U_n| > \varepsilon \\ \tau_i & \text{si } |U_n| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (3.91)$$

Dónde:  $\varepsilon$  es la tolerancia de compatibilidad en [mm],  $U_n$  es el tamaño de la luz de contacto [mm],  $K_n$  es la rigidez normal de contacto en [N/mm] y  $F_n$  es la fuerza normal de contacto en [N].

Debido a que los multiplicadores de Lagrange son cambiantes en cada iteración para satisfacer la condición de interferencia, se genera un cambio en la matriz de rigidez

tangencial  $K_{ic}^T$  lo cual produce pequeños cambios en las cargas resultantes haciendo el problema de tipo no-lineal.

Para el caso tangencial en 3D se considera la ley de Coulomb para calcular los esfuerzos friccionales isotrópicos  $\tau_i$ :

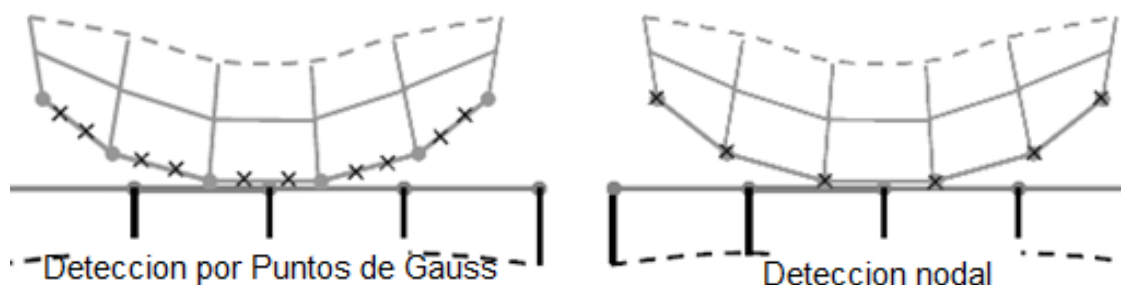
$$\tau_i = \begin{cases} K_s * \Delta u_i + \tau_i^{n-1}; & \text{si } \|\tau\| = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} - \mu_{iso} * F_n < 0 \text{ (Adherencia)} \\ \mu_{iso} * F_n \frac{\Delta u_i}{\|\Delta u\|}; & \text{si } \|\tau\| = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} - \mu_{iso} * F_n = 0 \text{ (Deslizamiento)} \end{cases} \quad (3.92)$$

Donde  $K_s$  es la rigidez de contacto tangencial FKT,  $\Delta u_i$  es el cambio en el desplazamiento para la iteración  $i$  para cada substep,  $\|\Delta u\|$  es el incremento absoluto del desplazamiento sobre el actual substep,  $\mu_{iso}$  es el coeficiente de fricción cuyo valor es 0.1 para este estudio.  $\tau^{n-1}$  es el esfuerzo friccional del substep anterior [27]

- Método de detección.

El método de detección facilita la convergencia. De acuerdo al algoritmo de contacto se utiliza un método de detección basado en puntos de integración de gauss y no en los nodos, esto significa un mayor número de puntos de detección que el método nodal (ver figura 3-18).

**Figura 3- 18: Técnica de detección basado en puntos de gauss [27]**

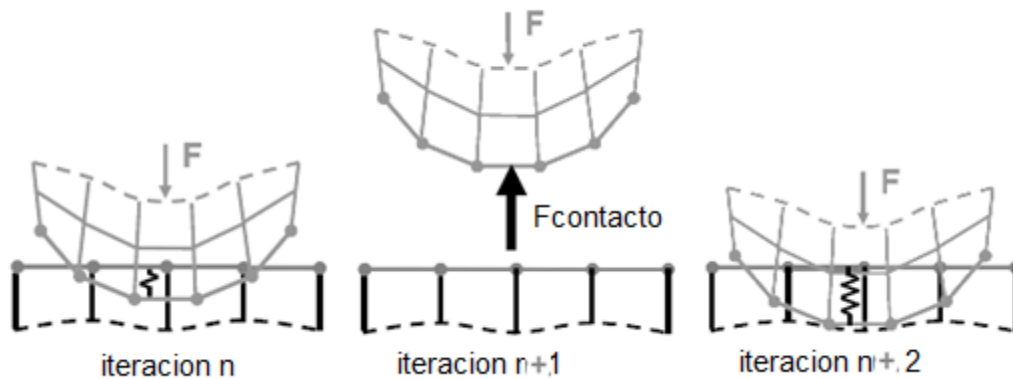


En el análisis de resortes de ballesta se modelan los contactos evitando que los vértices de los modelos interactúen en la iteración inicial  $i$  de tal forma que la detección gaussiana facilite la convergencia sin recurrir a un  $\Delta t$  muy reducido.

- Rigidez de Contacto

La rigidez de contacto normal  $K_{normal}$  es el parámetro más importante el cual afecta la convergencia y la precisión. Un valor alto de rigidez ofrece buena precisión, pero dificulta la convergencia. Además el modelo comenzara a oscilar con las superficies entrando y saliendo una de la otra. La figura 3-19 muestra dos superficies en contacto evidenciando una interferencia la cual es contrarrestada por la rigidez de contacto [27].

Figura 3- 19: Rigidez de contacto a través de cada iteración [27]



### 3.3.5 Grandes Desplazamientos

Las no linealidades geométricas hacen referencia a las no linealidades en la estructura o por sí solo. Esto significa que la rigidez  $[K]$  es función de los desplazamientos  $\{u\}$ . Los cambios de rigidez son debidos a los cambios de forma y/o rotación de material y existen cuatro tipos de no linealidad geométrica.

- Gran deformación: se asume que las deformaciones son finitas. Los cambios de forma (área, espesor) también se tienen en cuenta.
- Gran rotación: se asume que las rotaciones son grandes pero las deformaciones mecánicas (causadas por los esfuerzos) son evaluadas utilizando expresiones lineales
- Rigidez de esfuerzo: asume que tanto las deformaciones como las rotaciones son pequeñas. Una aproximación de primer orden a las rotaciones se utiliza para capturar algunos efectos de la rotación no lineal.
- Giros suavizados: también asume que las deformaciones y rotaciones son pequeñas. Esta opción tiene en cuenta el acoplamiento entre el movimiento vibratorio transversal y la fuerza centrífuga debido a la velocidad angular [27].

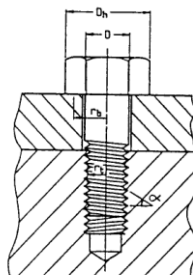
Para la caracterización virtual de los componentes de suspensión se hace uso de los grandes desplazamientos con el esquema de rigidez de esfuerzo en la cual las estructuras se deforman de manera resiliente. La suspensión, debido a su desplazamiento natural para absorber las vibraciones funciona en el rango elástico del material para garantizar su funcionamiento. En Ansys APDL se aplican los grandes desplazamiento mediante el comando (NLGEOM,ON)

### 3.3.6 Modelamiento de Pretensión en Juntas Atornilladas

Las precargas en los tornillos y otros componentes estructurales tienen un efecto significativo en las deflexiones y esfuerzos, por consiguiente los efectos dinámicos y de durabilidad se verán afectados positiva o negativamente.

De acuerdo a [31] el torque aplicado a un tornillo en un ensamble mecánico se puede representar mediante una fuerza de compresión sobre la junta con una reacción de la misma magnitud la cual genera una tensión sobre el tornillo.



**Figura 3- 20: Esquema de ensamble de tornillo sin tuerca [31]**

La expresión (3.93) describe el torque aplicado a una junta de acuerdo a condiciones geométricas y de material.

$$T = F_b D \left[ \frac{p}{2\pi D} + \frac{r_t \mu_t}{D \cos \alpha_r} + \frac{r_b \mu_b}{D} \right] \quad (3.93)$$

Donde: T es el torque aplicado sobre el tornillo en [Nmm],  $F_b$  es la fuerza de pretension en [N], D es el diámetro de paso del tornillo en [mm], p es el paso del tornillo en [mm],  $r_t$  es el radio de efectividad del tornillo en [mm],  $\mu_t$  es el coeficiente de fricción en la rosca,  $\alpha_r$  es el ángulo de paso de la rosca en [°],  $r_b$  es el radio efectivo de la cabeza del tornillo en [mm] y  $\mu_b$  es el coeficiente de fricción en la cabeza del tornillo [31].

$$T = F_b D (K_1 + K_2 + K_3) \quad (3.94)$$

La expresión (3.94) se puede reducir a un solo factor K, ya que los demás factores son geométricos y el coeficiente de fricción puede ser incluido en APDL mediante el comando (mp,mu,cid,)

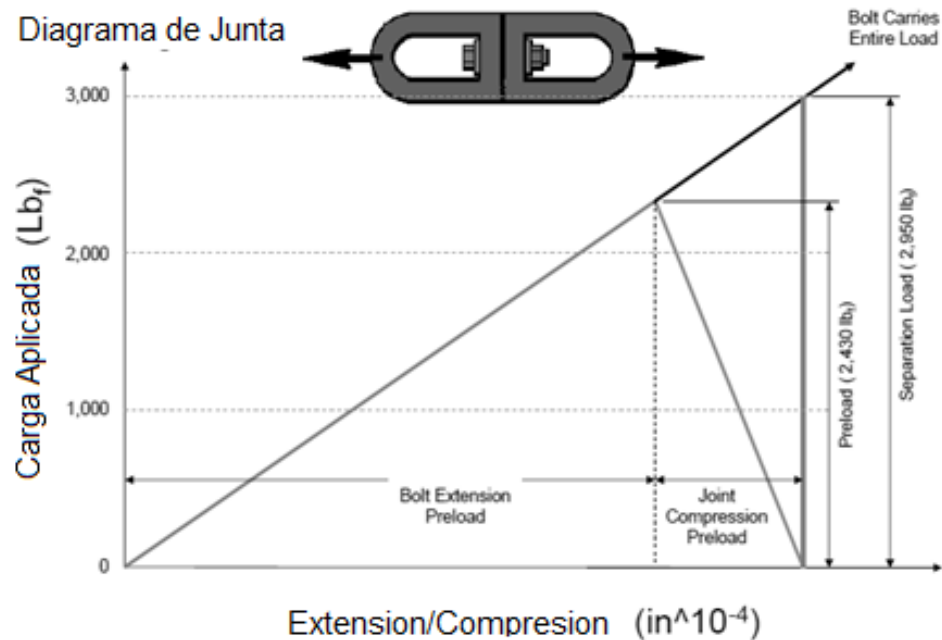
$$T = F_b D K \quad (3.95)$$

Bicford [32] realiza un estudio comparativo entre diferentes tornillos y calidades para establecer rangos del factor K (ver tabla 3-2) de acuerdo a las variaciones de proceso de manufactura, medición y otros ruidos. La figura 3.21 muestra las cargas aplicadas para junta y tornillo y su relación lineal.

**Tabla 3- 2: Valores de la constante K para diferentes tornillos dependiendo el material y su recubrimiento [32].**

	Min	Mean	Max
Pure Aluminium coating on ANSI 8740 Alloy Steel	0.42	0.52	0.62
As Received, mild or alloy steel on steel	0.158	0.2	0.267
Machine Oil	0.04	-	0.18
Zinc Plate (Waxed)	0.071	0.288	0.52
Zinc Plate (Dry)	0.075	0.295	0.53

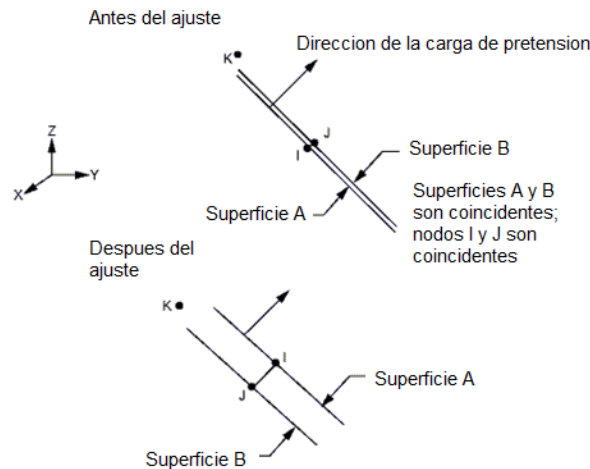
Figura 3- 21: Diagrama de junta atornillada [33]



Para incluir el efecto del torque de apriete en la simulación no-lineal se realiza un mapeo de los elementos en la sección no roscada para el modelo del tornillo, posteriormente se utilizan elementos PRETS179 como se muestra en la figura 3.22. Dichos elementos se utilizan para casos 1D, 2D y 3D en mallas estructuradas. Este tipo de elemento tiene un grado de libertad en translación UX. (UX representa la dirección de pretensión definida). El solver APDL transforma la geometría internamente para que la fuerza de pretensión actúe en dicha dirección mediante el comando PSMESH [27].

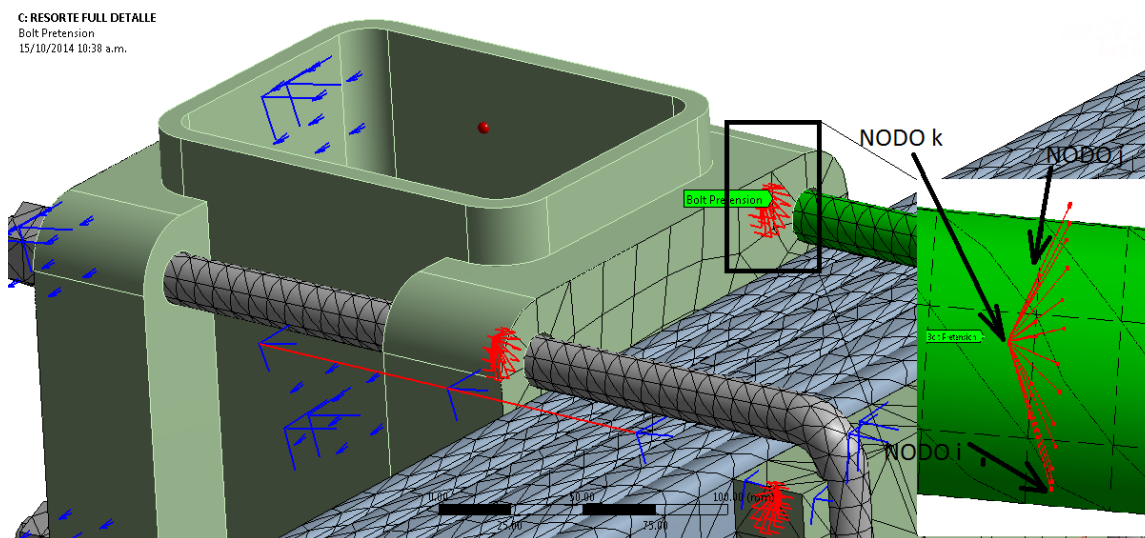
La figura 3.22 muestra el nodo i de un elemento PRETS179 y el nodo j el cual estará fijo al mismo elemento. El nodo k es un único nodo o nodo piloto el cual define la dirección en el sentido UX [27]

Figura 3- 22: Nodos i,j,k del elemento de pretensión PRETS179 [27]



La figura 3-23 muestra la aplicación del elemento PRETS179 en la grapa Ubolt del resorte delantero del vehículo de pruebas, donde se acota la posición de los nodos i,j,k antes de la aplicación de la fuerza de pretensión. Este elemento comienza a ejercer su acción dentro de los pasos de carga 1 y 2, o antes de la aplicación de la carga operativa del vehículo. La condición de precarga sobre el paquete del resorte también se tendrá en cuenta tanto en la simplificación del modelo como en la caracterización dinámica y de fatiga del resorte, y no se podrá omitir en ninguna fase del diseño.

**Figura 3- 23: Aplicación del elemento de pretensión PRETS179 a tornillo ubolt del resorte de ballesta con elementos tetrahedricos de segundo orden mapeados.**



### 3.3.7 Modelado de Juntas Cinemáticas

Las juntas cinemáticas son modeladas para casi todos los casos de simulación debido a su simplicidad matemática con respecto a los modelos de contacto o condición de frontera. Las juntas cinemáticas hacen parte del modelamiento de sistemas multicuerpo MBS. Una de las ventajas de realizar la implementación en ANSYS APDL es su integración con modelos discretos que permitan conocer como varían los componentes de carga en dirección y magnitud, y como estos afectan la distribución de esfuerzos sobre la estructura.

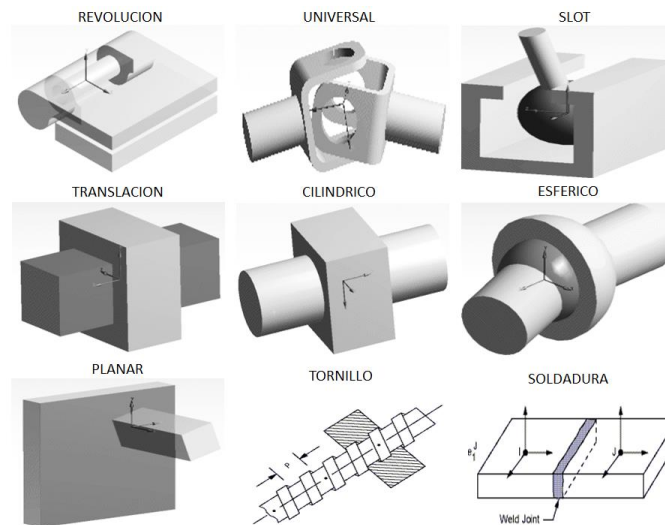
Las juntas cinemáticas se utilizan en los siguientes entornos de simulación:

- Simulación en estado estacionario no lineal de resortes de ballesta, barras estabilizadoras y neumáticos
- Simulación modal con perturbación lineal de resortes de ballesta y neumáticos
- Simulación armónica con MSUP para resortes de ballesta y neumáticos
- Simulación transitoria no lineal para vehículo de pruebas.
- Simulación de fatiga para resorte de ballesta con geometría detallada.

Los modelos MBS permiten analizar el comportamiento estático y dinámico de un sistema de cuerpos interconectados comprendido por cuerpos flexibles y/o rígidos. Los cuerpos están unidos cinematicamente mediante juntas. Estas juntas se modelan en APDL mediante elementos MPC184 los cuales son restricciones multipunto. Este

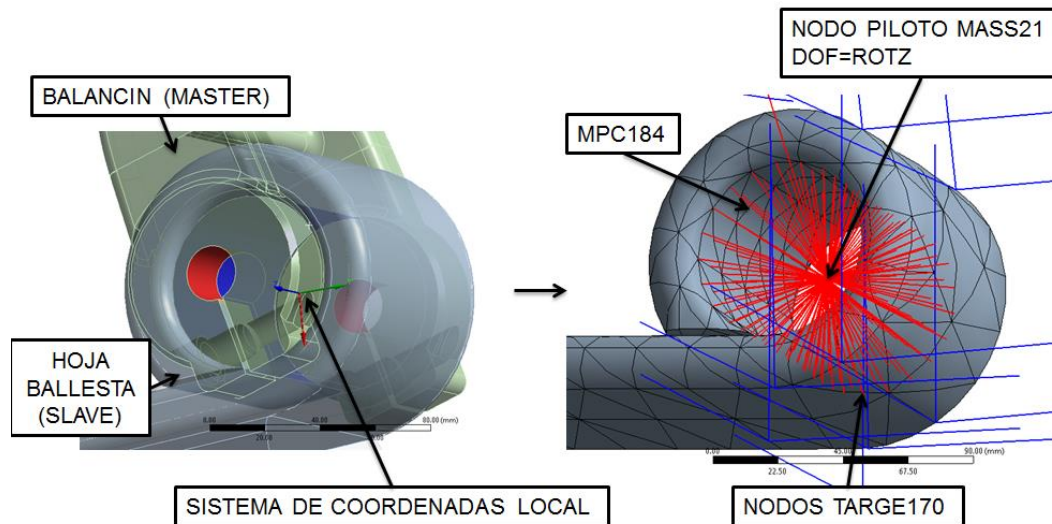
elemento puede aplicado como revolución, translación, universal, esférica, planar, general, buje y tornillo, ver figura 3-24.

**Figura 3- 24: Juntas cinemáticas disponibles en ANSYS APDL y ANSYS RBD [27]**



La figura 3-25 muestra el elemento MPC184 de revolución para conectar cinemáticamente el cuerpo flexible (hoja de ballesta) con el cuerpo rígido (balancín).

**Figura 3- 25: Junta de Revolución MPC184 entre balancín rígido y hoja de ballesta discretizada**



### 3.4 Caracterización Virtual de la Suspensión

En este apartado se definirá la caracterización virtual realizada sobre los principales componentes que conforman un sistema de suspensión: (neumáticos, resortes de ballesta, barras estabilizadoras, amortiguadores y suspensión de cabina).

### 3.4.1 Caracterización Virtual de Neumáticos

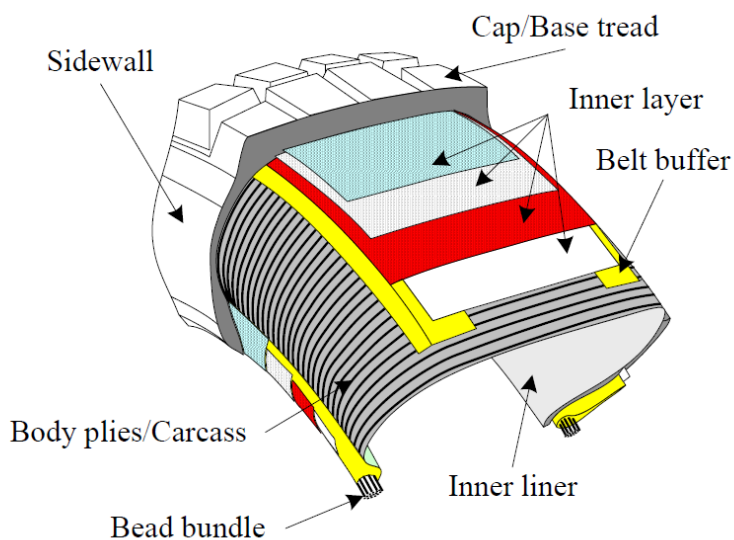
Los neumáticos son el componente principal de transferencia de fuerzas entre el pavimento y el vehículo, estas se requieren para producir las fuerzas y el control necesario en el vehículo, para el vehículo como tal son una parte vital [4] La caracterización que se lleva a cabo solo evalúa la característica vertical, debido a que es la más relevante para el estudio que se realiza en el vehículo de pruebas, la característica horizontal no se evalúa en este caso al asumir que el vehículo en mención no presenta sub viraje o sobre viraje durante la prueba de cambio de carril.

Adicionalmente la necesidad de caracterizar virtualmente el neumático parte de la escasa información bibliográfica correspondiente a vehículos pesados y semipesados. Los fabricantes de este tipo de componentes han restringido información referente a los materiales compuestos así como su estructura de capas y adhesivos. Si bien no se pretende profundizar demasiado en el análisis, se hace un estudio básico para determinar las características verticales y de amortiguamiento.

De acuerdo a [34] la composición de materiales de un neumático estándar esta mayormente ocupado por caucho natural (25%) y caucho sintético (25%) seguido por carbón negro (22%), acero (13%), silica(11%), aceite(7%), ZnO y sulfuro(1.5%), PA66(0.04%), textilPVA(0.02%), PET(0.02%). Con estas cantidades se infiere un mayor porcentaje de caucho cuyas propiedades constituyen un modelo constitutivo mediante (3.96) cuya relación es esfuerzo deformación.

La figura 3-26 muestra de manera ilustrativa un corte en una llanta radial con su respectivo arreglo de capas de material compuesto.

**Figura 3- 26 Ilustración de una muestra de llanta radial con sus compuestos internos y arreglo de capas [4]**



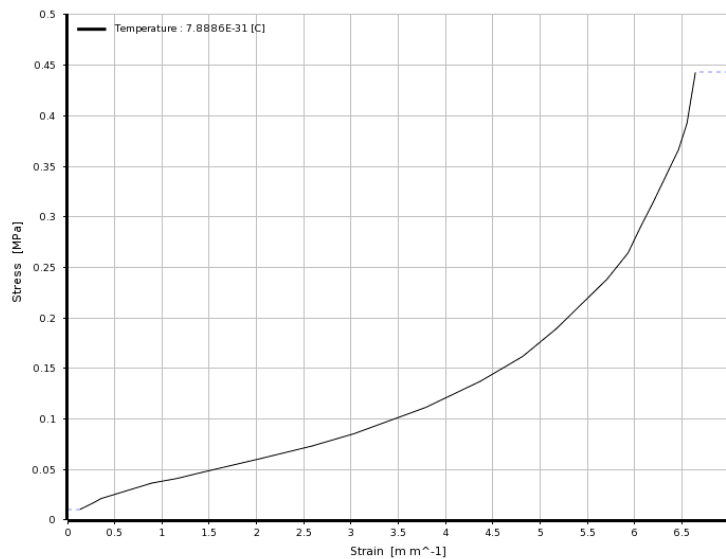
El modelo CAD del rin es suministrado por el departamento de ingeniería de COFRE S.A para efectos del presente estudio. El modelo del neumático es realizado según catálogo [20]. Las propiedades del elastómero con una dureza de 60 SHORE A tiene un comportamiento hiperelástico y se modela según el modelo constitutivo de Mooney Rivlin

de dos parámetros de acuerdo a [35]. Esta referencia únicamente reporta las constantes  $C_{10}$  y  $C_{01}$  pero no especifica si el ajuste de la curva está basado en ensayos de tensión uniaxial, biaxial o planar. A pesar de existir modelos constitutivos alternativos al mencionado aquí, las referencias bibliográficas no los emplean.

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{d}(J - 1)^2 \quad (3.96)$$

Donde  $W$  es la energía potencial de deformación,  $I_1$  es el primer tensor de deformación invariante,  $I_2$  es el segundo tensor de deformación invariante,  $C_{10}$  y  $C_{01}$  son constantes del material,  $d$  es la constante de incompresibilidad del material. Los parámetros  $C_{10}=800.1$  KPa,  $C_{01}=1.805$  MPa y  $d$  son utilizados de acuerdo a [35] y, se obtiene la gráfica mostrada en la figura 3-28.

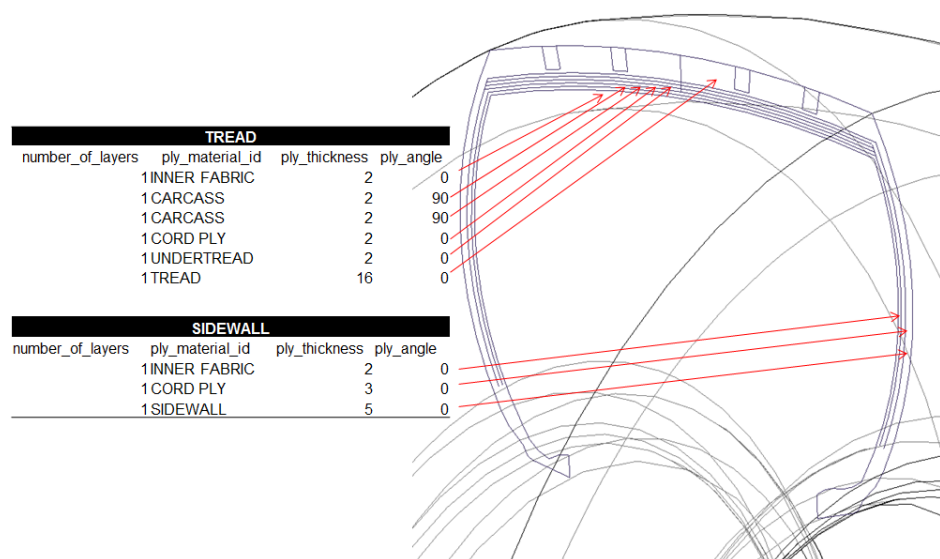
**Figura 3- 27: Curva esfuerzo deformación según modelo de Mooney Rivlin con dos parámetros de [35].**



La figura 3-28 muestra la distribución de capas de material compuesto con espesores y dirección de laminación para el neumático del vehículo de pruebas. En el **ANEXO G** se muestran las propiedades mecánicas de cada material en ANSYS APDL.



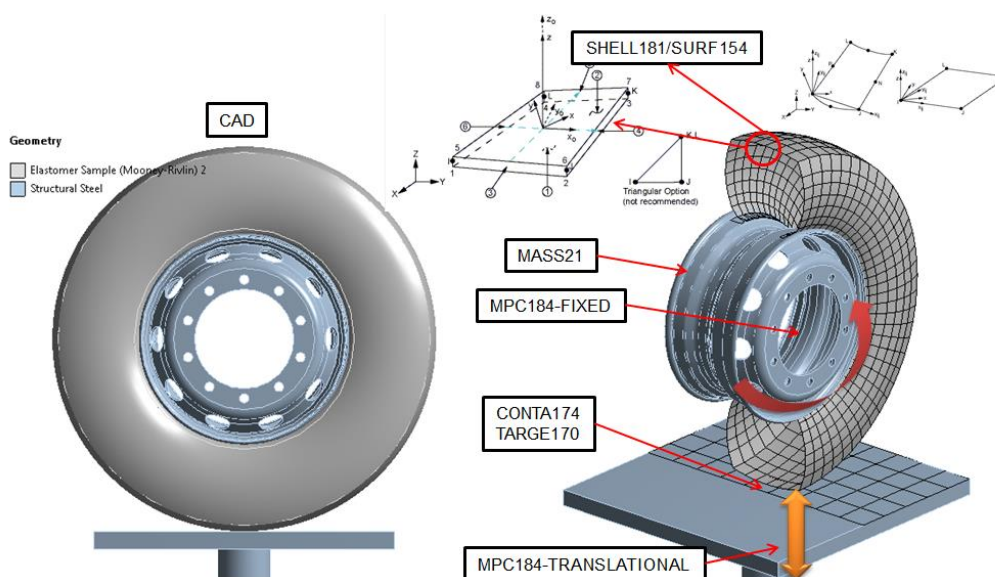
**Figura 3- 28: Organización de materiales compuestos del neumático y su dirección de laminación**



- Condiciones de Frontera

Se aplica una presión de 0.7 MPa según recomendación del fabricante [20] para el paso de carga 1 y un desplazamiento al pistón de 25 mm en el paso de carga 2. Se aplica el método de perturbación lineal para obtener los modos de vibración y sus frecuencias, también se aplica el método de superposición modal para extraer la FRF (Función de Respuesta en Frecuencia) y posteriormente el coeficiente de amortiguamiento.

**Figura 3- 29: Definición de capas de material compuesto con elementos SHELL181**

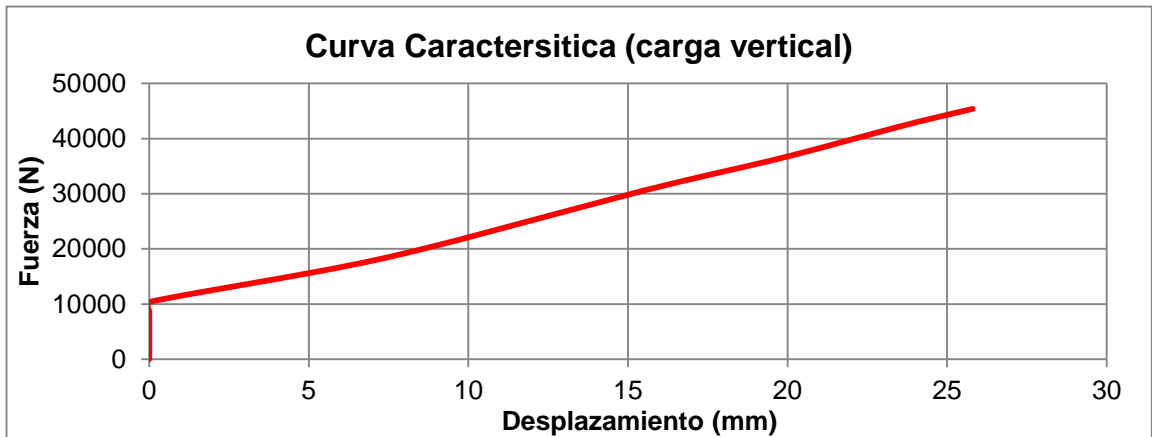


La solución del problema es del tipo no lineal debido a los grandes desplazamientos del neumático, las propiedades del material y el contacto friccional de la banda de rodadura con el suelo, el coeficiente de fricción estático para este caso es  $\mu=0.1$  de acuerdo con

[34]. El solver APDL ejecuta el método de Newton-Raphson completo el cual converge para ambos pasos de carga en 285 iteraciones y 5 min.

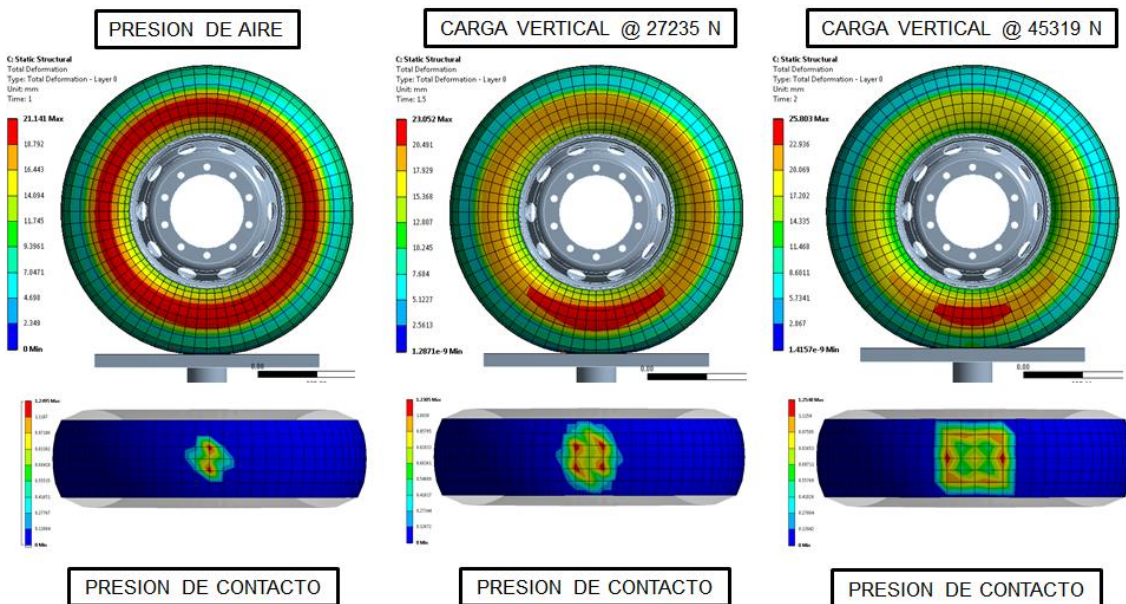
La curva característica de la figura 3-30 muestra un inicio vertical debido a la presión de inflado ejercida. El nodo seleccionado para medir el desplazamiento no registra desplazamiento durante el inflado, luego de esto el pistón comienza a comprimir el neumático.

**Figura 3- 30: Curva característica de neumático para carga vertical**



Las deformaciones y áreas de contacto con el suelo mostradas en la figura 3-31 evidencian semejanza con datos reportados por [36], en este documento, el autor reporta presiones de contacto entre 1.053 y 1.157 MPa para un neumático de un vehículo comercial de capacidades operativas similares.

**Figura 3- 31: Grafico de desplazamientos y presiones de contacto de neumático contra el suelo a diferentes condiciones de carga**



- Caracterización dinámica de neumático



Para la simulación modal se acopla la solución estructural no-lineal de acuerdo a los puntos de reinicio, de tal forma que se puedan extraer las matrices de rigidez tangencial  $[K_t^T]$  de la ecuación (3.82) guardadas para esos puntos y que puedan ser incluidas en (3.89).

La medición de aceleración para la simulación armónica MSUP se realiza en un nodo ubicado en la parte superior de la llanta.

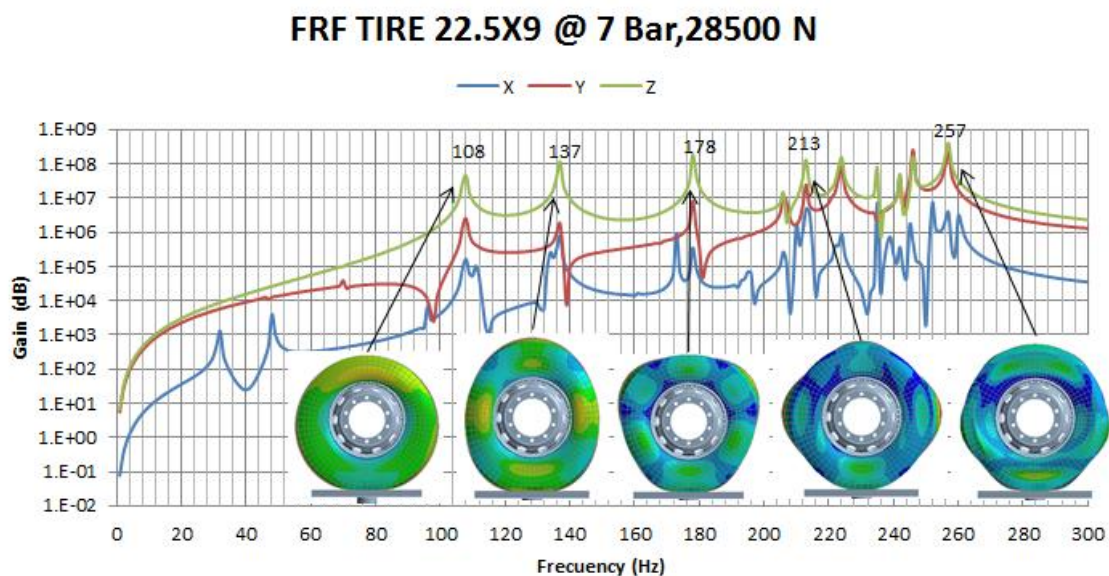
El neumático mostrado la figura 3-32 presenta más modos de vibración que los resortes debido a las propiedades elásticas del material compuesto y cuya vibración está influenciada por una presión interna y una carga vertical. Se realiza una comparación de estos resultados con la literatura en [25] encontrando diferencias en frecuencia de  $\pm 10$  Hz, sin embargo los modos de vibración permanecen similares.

De acuerdo al método de ancho de banda de potencia media evaluado en el modo de vibración vertical ( $f_n = 108 \text{ Hz}$ ) se calcula la relación de amortiguamiento y por consiguiente la constante de amortiguamiento.

Para ambas simulaciones, estática y dinámica se asume el rin como componente rígido (MASS21) con el fin de reducir el costo computacional y asumiendo que el rin por su geometría y material posee modos y frecuencia de vibración muy diferentes al neumático.

Con la curva característica y el amortiguamiento elástico de la estructura se completa el modelo matemático para la dinámica vertical los cuales serán introducidos en la simulación del vehículo de pruebas.

**Figura 3- 32: FRF de neumático evaluado a una presión interna de 7 Bar y una carga vertical de vacío de 28500 N**



### 3.4.2 Caracterización Virtual de Resortes de Ballesta

Se estudian los resortes de ballesta delantero y trasero debido a que sus condiciones de operación son distintas así como su funcionamiento.

- Resorte Delantero

Se realiza un cálculo preliminar mediante las (2.4) y (2.5) utilizando la especificación del vehículo y recomendaciones de cálculo en [5].

P=23975 N  
L=1900 mm  
S=500 MPa  
K=319.7 N/mm  
W=90 mm  
SF=1.1

$$\sum I = \frac{319.7 * 1900^3}{32(210000)(1.1)} = 2.17 \times 10^5 \text{ mm}^4 \quad (3.97)$$

$$t_{max} = \frac{8 * 217525 * 500}{1900 * 23975} = 19.1 \text{ mm} \quad (3.98)$$

Se define una combinación de espesores que permita obtener el momento de inercia de todo el resorte de acuerdo a la tabla 3-3.

**Tabla 3- 3: Espesores para cada hoja del resorte de ballesta**

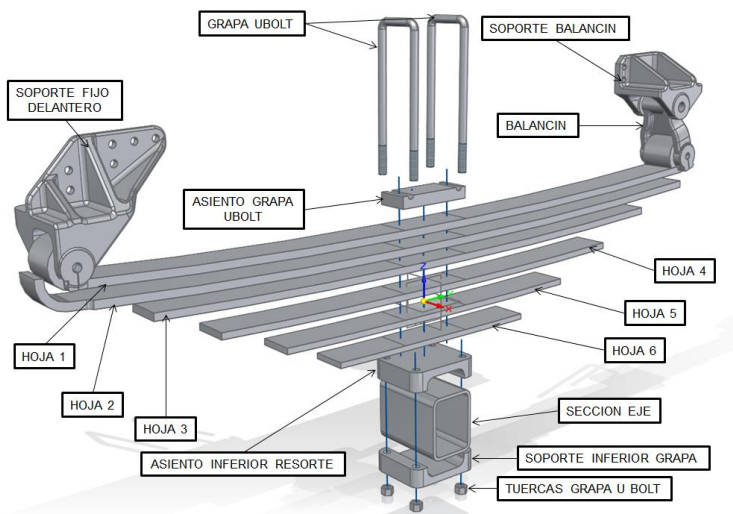
1	19	1	48890	48890
2	19	1	48890	48890
3	18	1	41650	41650
4	16	1	29360	29360
5	15	1	24230	24230
6	14	1	19730	19730
			ΣI	212750

De acuerdo a estos valores se calcula una constante de rigidez preliminar en (3.111)

$$k_2 = k_1 * \frac{\sum I_2}{\sum I_1} \rightarrow 319.7 * \frac{212750}{217525} = 312.6 \text{ N/mm} \quad (3.99)$$

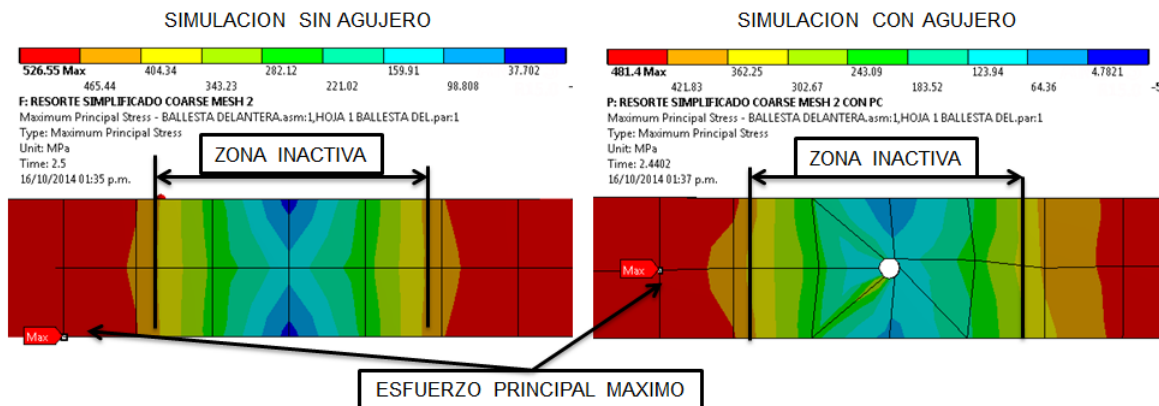
Con estos parámetros de entrada se dimensiona y modela el resorte en el software CAD. Se tienen en cuenta también las condiciones de ensamblaje del resorte en contexto de la suspensión. Se tienen en cuenta también las recomendaciones dadas por [5] para el dimensionamiento, ver figura 3-33.

**Figura 3- 33: Vista explosionada de componentes del resorte de ballesta delantero**



Cabe resaltar que no se dibuja el agujero central ni el tornillo central que une el paquete de hojas tradicionalmente, debido a que las grapas U bolt aíslan los esfuerzos generados inicialmente en dicha perforación hacia la parte externa de los asientos haciendo que la zona central funcione libre de esfuerzos de tensión. En la figura 3-34 se comparan dos simulaciones, en una de las cuales se omite la perforación y en la otra se incluye. Se puede observar que el gradiente de esfuerzos es muy similar entre ambos, aun cuando no hubo transición de malla hacia el agujero. Como consecuencia es posible eliminar esta operación del modelo CAD para mantener la continuidad de la malla.

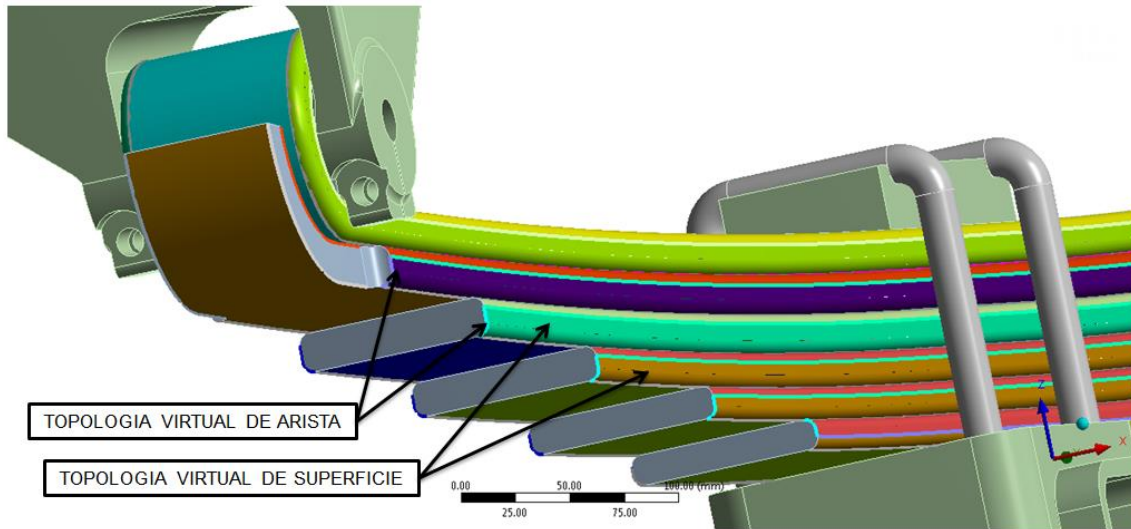
**Figura 3- 34: Comparación de resultados de simulación con y sin agujero central**



- Condiciones de Frontera

Las propiedades del material se obtienen de la tabla (2.2), para los demás componentes del resorte de utilizan las propiedades elásticas del acero estructural ASTM A36. Para las grapas U-bolt se aplican las propiedades elásticas del acero SAE 4140 Grado 8 y Grado 5 para las tuercas.

Figura 3- 35: Topología virtual aplicada a modelo CAE



Se utiliza la técnica de topología virtual con el fin de evitar la densificación de malla en zonas donde no se presenten gradientes de alto esfuerzo y mejorar la calidad esta. Esto se hace debido a los redondeos presentes en cada una de las hojas y que son propios del proceso de laminación en caliente, estos redondeos pueden llegar a concentrar una gran cantidad de elementos de tamaño menor, ver figura 3.35.

En el **ANEXO A** se muestra la matriz de contactos friccionales de todo el resorte definidos mediante comandos KEYOPT. Mientras que en el **ANEXO B** muestra la matriz de juntas cinemáticas MPC184 que se utilizan para garantizar el movimiento del modelo durante la simulación.

El mallado emplea elementos tetraédricos de alto orden SOLID187 con un tamaño de 20 mm en la superficie de tensión de cada una de las hojas. Se aplica una transición rápida de tamaño hacia la superficie de compresión de cada hoja para garantizar la compatibilidad de contactos. Los tornillos Ubolt utilizan el mismo tipo de elemento el cual se mapea para facilitar el desplazamiento de los elementos de pretensión PRETS179. Los elementos de contacto son CONTA174 para la superficie de referencia y TARGE170 para las superficies objetivo. En el **ANEXO A** se muestra el grupo de comandos APDL para un contacto friccional mediante el algoritmo Lagrange Aumentado.

Las condiciones de carga para el resorte se dividen en 4 casos de carga los cuales son:

1. Entre  $t=0s$  y  $t=1s$ : Reconocimiento de contactos no lineales
2. Entre  $t=1s$  y  $t=2s$ : Aplicación de fuerzas de pretensión (48000 N)
3. Entre  $t=2s$  y  $t=3s$ : Aplicación de desplazamiento remoto ( $UX=0, UY \neq 0, UZ=100, RX \neq 0, RY=0, RZ=0$ ) ver Figura 3-36.
4. Entre  $t=3s$  y  $t=4s$ : El desplazamiento remoto regresa a la posición original.

Figura 3- 36: Grados de libertad permitidos para desplazamiento remoto en LS3

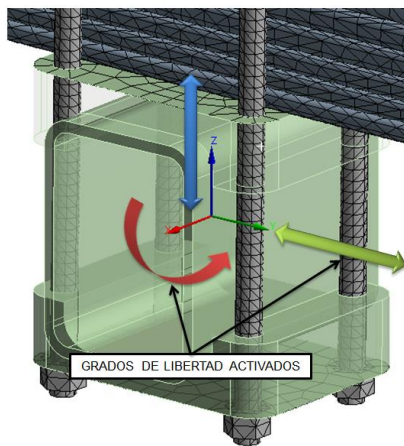
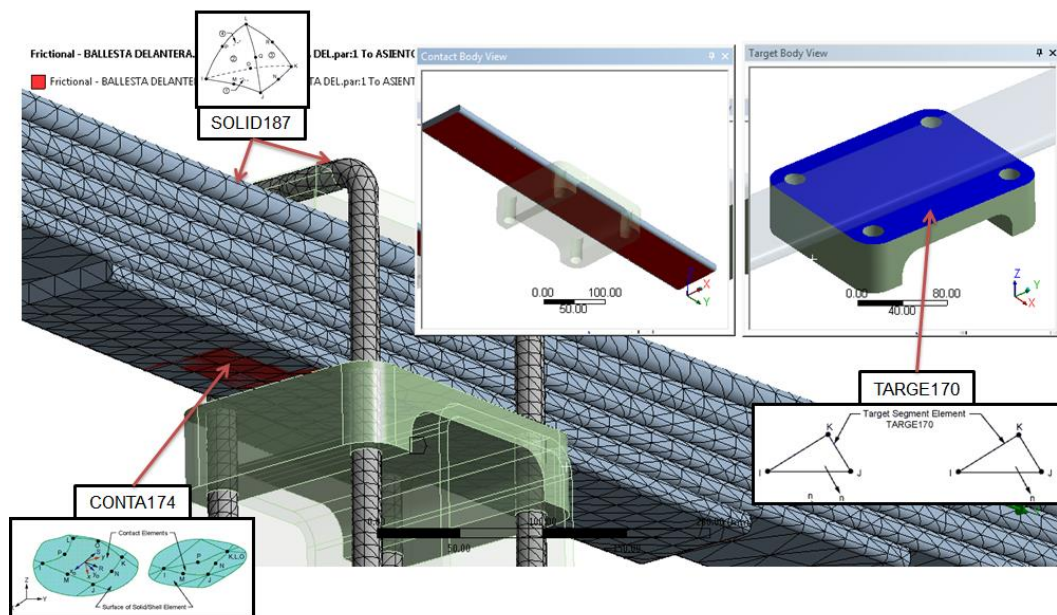


Figura 3- 37: Elementos de contacto para componentes del resorte



El tiempo para la iteración inicial  $i$  en el paso de tiempo  $t=0s$  a  $t=1s$  se define con un Paso Inicial de Tiempo por sus siglas en ingles  $ITS=0.5s$  debido a que no hay ninguna carga que afecte el sistema.

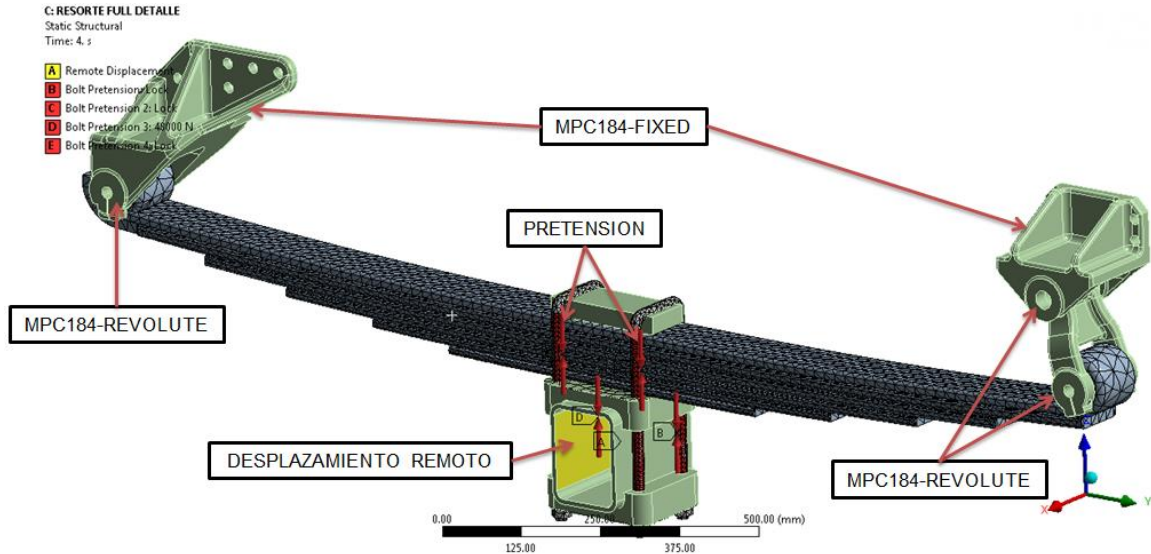
El ITS para el paso de carga  $t=1s$  a  $t=2s$  se define mediante (3.100) junto con prueba y error.

$$ITS = \frac{1}{20f_n} \quad (3.100)$$

Donde  $f_n$  es la frecuencia natural en [Hz] del resorte en su primer modo de vibración. Para este caso si la frecuencia natural según [25] es de 10Hz, entonces el ITS será de  $5e-3s$ , sin embargo con este valor se presentan inconvenientes de convergencia debido a un valor alto de precarga en los tornillos Ubolt. Basado en el ensayo y error se define un  $ITS=1e-6$ . La figura 3-38 muestra las condiciones de frontera aplicadas al modelo.



Figura 3- 38: Cargas aplicadas al resorte de ballesta delantero

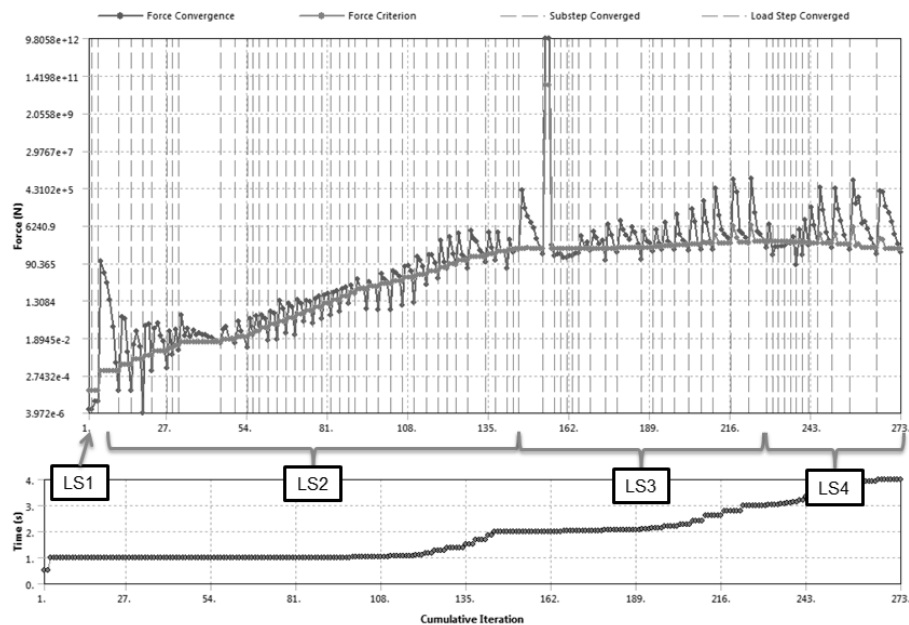


El ITS para el paso de carga  $t=2s$  a  $t=3s$  es de  $1e-3s$  basado en el ensayo y error  
 El ITS para el paso de carga  $t=3s$  a  $t=4s$  es de  $1e-2s$  basado en el ensayo y error

Se utiliza el método de Newton-Raphson completo (ecuaciones 3-90 a 3.94) en un sistema matricial completamente asimétrico esparcido, solucionado de manera directa con la utilización de 4 CPU de procesamiento.

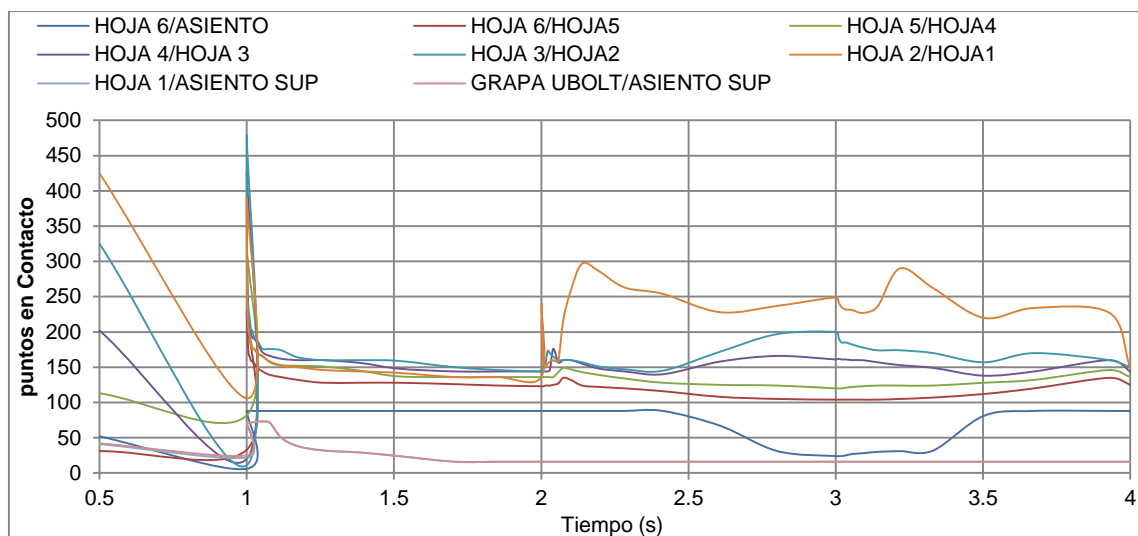
Se presenta el comportamiento iterativo de la solución en la figura 3-39, cuya convergencia es alcanzada después de 273 iteraciones. En algunos sub-pasos de carga, el solver requiere hasta 7 iteraciones, sin embargo la mayor parte de sub-pasos converge cada 3 iteraciones.

Figura 3- 39: Comportamiento iterativo de la solución no lineal



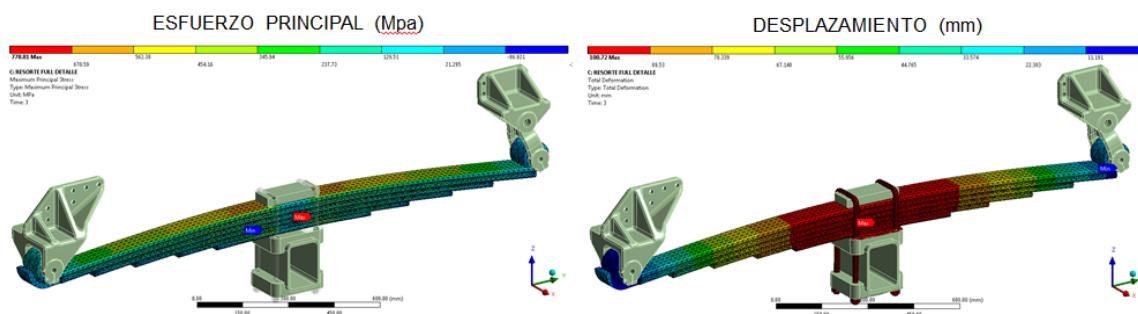
En la figura 3-40 se muestra el número de puntos de integración de gauss en contacto. Entre los intervalos de 2s a 3s y de 3s a 4s se puede percibir algo de simetría debido al proceso de carga y descarga, Una ligera asimetría entre estos estados de carga da lugar a la histéresis del resorte.

**Figura 3- 40: Nodos en contacto friccional para cada componente**

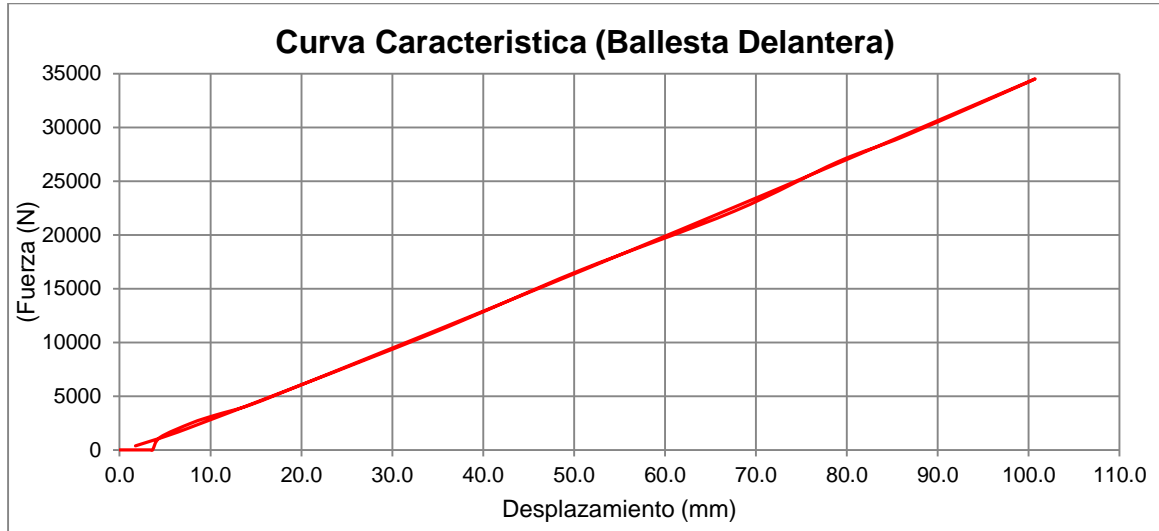


La figura 3-41 muestra que los esfuerzos principales alcanzados son de 778 MPa en la hoja 6 y a una distancia de 100 mm del centro desde el punto móvil del resorte.

**Figura 3- 41: Esfuerzos principales y desplazamientos totales del resorte en t=3s**



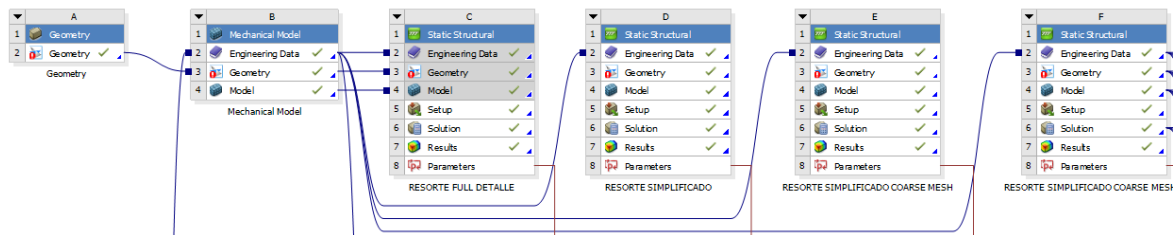
En la gráfica de la figura 3-42 se puede observar que la línea de descarga corresponde a puntos distintos de la línea de carga lo cual se conoce como histéresis. Para el caso de este modelo de resorte, la histéresis es pequeña.

**Figura 3- 42: Curva Característica resorte de ballesta delantero**

- Simplificación del Modelo FEM

Debido a que el costo computacional del modelo detallado es alto, será improductiva la caracterización virtual, por lo tanto se suprimen operaciones CAD como los redondeos laterales, también se cambia el tipo de elemento y se aumenta su tamaño. Esto se lleva a cabo teniendo en cuenta la variación en los valores de esfuerzo, desplazamiento, y constante de rigidez del resorte.

La figura 3-43 muestra el diagrama de bloques de ANSYS Workbench en el cual se modelan los resortes de ballesta con diferentes niveles de simplificación para comparar los resultados. Estos bloques comparten únicamente la información de propiedades mecánicas de materiales. Cada uno de los bloques proviene un archivo CAD diferente.

**Figura 3- 43: Diagrama esquemático de Modelos de ballesta simplificados**

**Bloque A:** geometría inicial

**Bloque B:** modelo Discreto de Resorte detallado.

**Bloque C:** análisis Estático No-lineal según ensamble de suspensión (malla de 20 mm, 22361 Elementos).

**Bloque D:** resorte con simplificaciones geométricas sin redondeo de bordes y cambio de tipo de elementos SOLID187 a SOLID186 (8943 Elementos)

**Bloque E:** resorte con tamaño intermedio de elementos SOLID186 (3811 Elementos).

**Bloque F:** resorte con tamaño de elementos mayor. SOLID186 (849 Elementos)



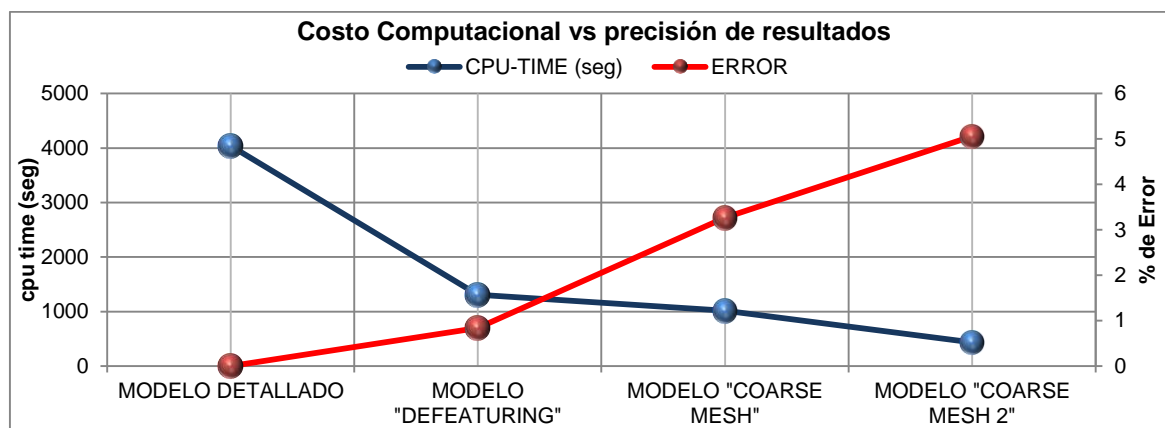
La tabla 3-4 muestra una comparación del costo computacional y las variaciones de los resultados.

**Tabla 3- 4: Comparativo costo computacional y variación para ballesta delantera**

COMPARATIVO COSTO COMPUTACIONAL Y PRECISION BALLESTA DELANTERA															
	NODOS	ELEMENTO S	ITERACIONE S	SUBSTEP S	CPU-TIME (seg)	ESFUERZO MAXIMO PRINCIPAL $\sigma_1$ (Mpa)						FUERZA RESULTANTE @ CURB	DESPLAZAMIENTO RESULTANTE (mm) @ CURB	CONSTANTE E (N/mm) @ CURB	ERROR (CONST ANTE) %
						HOJA 1	HOJA 2	HOJA 3	HOJA 4	HOJA 5	HOJA 6				
MODELO DETALLADO	47960	22735	303	19	4037	608	585	560	511	526	1128	25105	75.03	334.6	0
MODELO "DEFEATURING"	29559	8943	226	19	1309	567	557	526	501	530	1543	24989	75.3	331.8	0.84
MODELO "COARSE MESH"	13004	3811	302	14	1016	580	581	606	501	530	1195	25991	75.1	345.9	3.27
MODELO "COARSE MESH 2"	7193	849	243	13	433	585	585	561	509	505	1149	26424	74.9	352.4	5.06

Se grafican los resultados (ver Figura 3-44) y se puede observar que el costo computacional es inversamente proporcional a la variación en esfuerzo y constante de rigidez, obteniendo ahorros computacionales de hasta un 89% y un error de 5% en la constante de rigidez del resorte. Al tener cuantificado este error es posible trabajar con el modelo simplificado, tanto a nivel geométrico como para el tipo y tamaño de elementos se selecciona el modelo del bloque F.

**Figura 3- 44: Costo computacional vs precisión**



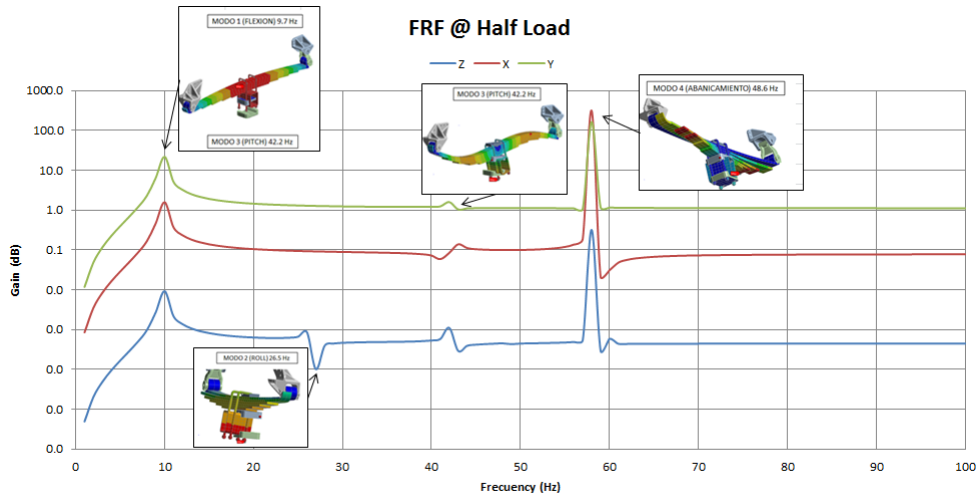
- Análisis dinámico con Perturbación Lineal

El barrido de frecuencias de la simulación Modal se realiza de 0 a 100 Hz. La figura 3-45 muestra los primeros 4 modos de vibración con una condición de precarga equivalente a 16121 N resultante de la simulación simplificada.

Se detectan dos modos adicionales en 58 y 60 Hz, el primero es una combinación entre el movimiento longitudinal y movimiento frontal, el segundo es balanceo y abanicamiento combinados.

En la figura 3-45 también se muestra la Función de Respuesta en Frecuencia (FRF) para el resorte delantero en términos de ganancia [dB]. En las imágenes correspondientes a cada modo de vibración se incrementaron los vectores de desplazamiento para observar con mayor facilidad la manera como vibra el resorte.

**Figura 3- 45: FRF (Semi log Y) evaluado en posición de carga vacía para el resorte delantero con modos de vibración en X, Y e Z**



Para caracterizar el amortiguamiento de los resortes y neumáticos según su histéresis se utiliza el ancho de banda de potencia media [37].

Teniendo la función de respuesta en frecuencia y el valor de la carga de excitación, se calcula la relación de amortiguamiento y posteriormente el valor de amortiguamiento del resorte de ballesta.

El coeficiente de amortiguamiento en el  $i$ -ésimo modo es obtenido por el uso la función de respuesta en frecuencia (FRF). Se interpretan tres valores de frecuencia los cuales corresponden a un valor de ganancia. En la práctica, el decremento logarítmico del amortiguamiento es calculado según [38]

$$2\zeta = \left( \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega} \right) \quad (3.101)$$

Donde  $\zeta$  es la relación de amortiguamiento,  $\omega_2$  y  $\omega_1$  es la frecuencia medida en [Hz] correspondiente a la intersección de la FRF con el valor de la transmisibilidad,  $\omega$  es la frecuencia natural del componente

Teniendo en cuenta el factor de pérdida mecánica  $\eta$  [39]

$$\eta = 2\zeta \quad (3.102)$$

El coeficiente de amortiguamiento crítico  $C_c$  medido en [N\*s/mm] y la relación de amortiguamiento  $\zeta$  [40]

$$C_c = \sqrt{4MK} \quad (3.103)$$

Donde  $M$  es la masa en [kg] total que vibra y  $K$  es su rigidez medida en [N/mm].

$$\zeta = \frac{C}{C_c} \quad (3.104)$$

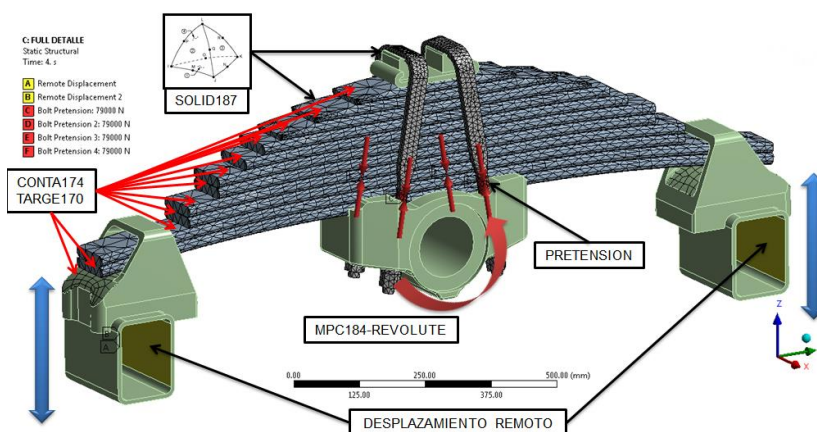
El cálculo del amortiguamiento se realiza en el modo de vibración con mayor participación de masa, para este caso se estudia el primer modo (flexión) con una frecuencia natural de 10 Hz. En esta condición el amortiguamiento calculado con (3.101) a (3.104) es  $C=0.701$  [Ns/mm].

Con la curva característica y el valor de amortiguamiento promedio se tiene el modelo matemático del resorte delantero el cual será implementado en la simulación de vehículo completo.

- Ballesta Trasera

En la figura 3-46 se muestra el resorte de ballesta colocado sobre el sistema de suspensión tipo trunnion. Se especifican los grados de libertad cinemáticos, condiciones de frontera y tipo de elemento.

**Figura 3- 46: Condiciones de frontera, DOF cinemáticos y tipo de elementos para simulación ballesta trasera**



Para la ballesta trasera se tiene un ensamblaje tipo trunnion el cual utiliza únicamente dos resortes apoyados tangencialmente sobre cada eje. El movimiento de los ejes está limitado verticalmente por brazos de control conectados al chasis.

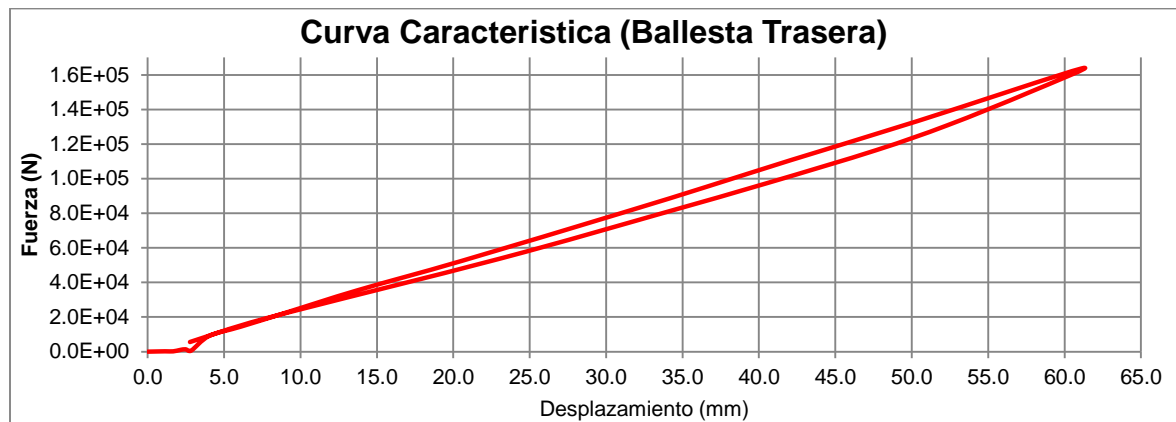
El cálculo preliminar para el dimensionamiento, el preprocesamiento y las posteriores simplificaciones se realizan siguiendo la misma metodología del resorte delantero.

Realizando los controles de convergencia y seguimiento a la solución se tiene un tiempo de CPU=2253s=37min y 255 iteraciones. Luego se procede a la simplificación del modelo.

De acuerdo con las simplificaciones de operaciones CAD se obtienen ahorros computacionales de 84% y variación de 5.78% en la constante del resorte. Al tener cuantificado esta variación es posible trabajar con el modelo simplificado, tanto a nivel geométrico como discreto. Los esfuerzos no muestran una reducción importante en su magnitud entre el modelo detallado y sus respectivas simplificaciones. Para la hoja 11 del resorte se observa un pico anormal de esfuerzo el cual puede estar asociado a la corta longitud y gran deflexión a la que está sometida.

La figura 3-47 muestra una curva característica con una mayor área de histéresis, esto se produce debido a una mayor área y número de componentes en contacto.

**Figura 3- 47: Curva Característica resorte de ballesta trasero tipo trunnion**

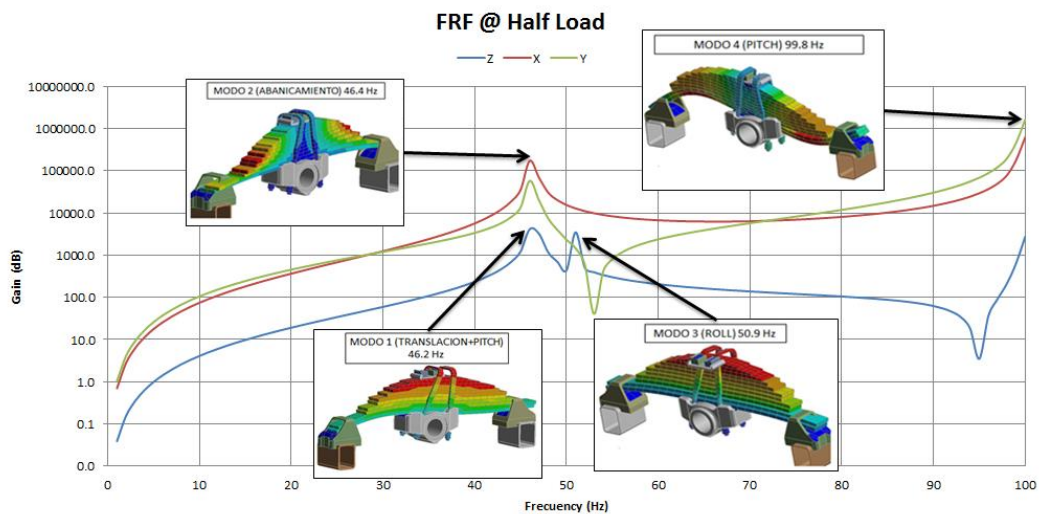


- Análisis dinámico con Perturbación Lineal

Realizando un barrido de frecuencias 0 a 100 Hz y posteriormente mediante el método MSUP se considera una carga armónica de 2 G para obtener la FRF. El resorte se encuentra apoyado en la parte central por un eje pivotado y en los extremos por superficies deslizantes. Esto da al resorte grados de libertad distintos a un montaje de extremos fijo-móvil, aun considerando el efecto de precarga. Los modos de vibración también cambian considerablemente con respecto al resorte delantero. La ballesta tampoco presenta un modo a flexión debido a la inercia de sección transversal.

En la figura 3-48 se puede observar que a diferentes niveles de carga operativa, el resorte presenta variaciones en las frecuencias naturales y también los modos de vibración, estas diferencias se muestran en la tabla 3-5.

**Figura 3- 48: FRF (Semi-log Y) evaluado en posición de carga vacía para el resorte trasero con modos de vibración en X, Y e Z**



En la tabla 3-5 se puede observar que a niveles más altos de carga se presentan aumentos en las frecuencias naturales y una disminución de la cantidad de modos presentes en el rango de frecuencias de 0 a 100 Hz.

**Tabla 3- 5: Frecuencias y modos de vibración a distintos niveles de carga operativa**

Vectores y valores propios en diferentes estados de carga												
	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5		Modo 6	
Pre-Carga	Modo	Frec (Hz)	Modo	Frec (Hz)	Modo	Frec (Hz)	Modo	Frec (Hz)	Modo	Frec (Hz)	Modo	Frec (Hz)
17.7 Tonf	Roll	52.9	Pitch	54.5	Yaw	79.4	-	-	-	-	-	-
8.34 Tonf	Pitch	46.2	Yaw	46.4	Roll	50.9	Pitch	99.8	-	-	-	-
0 Tonf	Yaw	28.4	Pitch	32.4	Roll	48.6	Yaw	58.7	Pitch	73	Yaw	96.3
0 pretension	Yaw	7.5	Yaw	11.7	Pitch	12	Pitch	14.3	Yaw	18.1	Pitch	19.8

De acuerdo a las ecuaciones (3.101) a (3.104) se calcula el valor de amortiguamiento del resorte el cual es de  $C=2.03$  [Ns/mm]. Con este valor y la curva característica se tienen los parámetros del modelo matemático para los resortes de la suspensión trasera del vehículo de pruebas.

### 3.4.3 Caracterización Virtual de Barras Estabilizadoras

Las barras estabilizadoras son los únicos componentes que se modelan con un comportamiento flexible mediante elementos BEAM189, las propiedades de sección de estos elementos se dan de acuerdo al dibujo de referencia [23]. El vehículo de pruebas contiene una barra delantera de diámetro 45 mm y una barra trasera de diámetro 58 mm. El material de fabricación de estos componentes es acero SAE4140 con tratamiento térmico.

De acuerdo a [5] se dibuja un diagrama de cuerpo libre de la barra para conocer su constante de rigidez, esfuerzo torsional y de flexión. La figura 3-49 muestra el dibujo de la barra con sus dimensiones.

La deflexión de la barra está dada por:

$$f_a = \frac{P}{3EI} \left[ l_1^3 - a_b^3 + \frac{L}{2}(a_b + b_b)^2 + 4l_2^2(b_b + c_b) \right] \quad (3.105)$$

Dónde: P es la carga aplicada en [N], E es el modulo elástico del material en [N/mm<sup>2</sup>], I es la inercia de la sección transversal en [mm<sup>4</sup>], L es la longitud entre ojos de la barra en [mm], l<sub>1</sub> es la longitud mínima en [mm] del extremo del buje al centro del ojo, l<sub>2</sub> es la distancia en [mm] vertical del centro de la barra al centro del ojo, a<sub>b</sub>, b<sub>b</sub> y c<sub>b</sub> son dimensiones secundarias también en [mm].

La constante de rigidez se modela como:

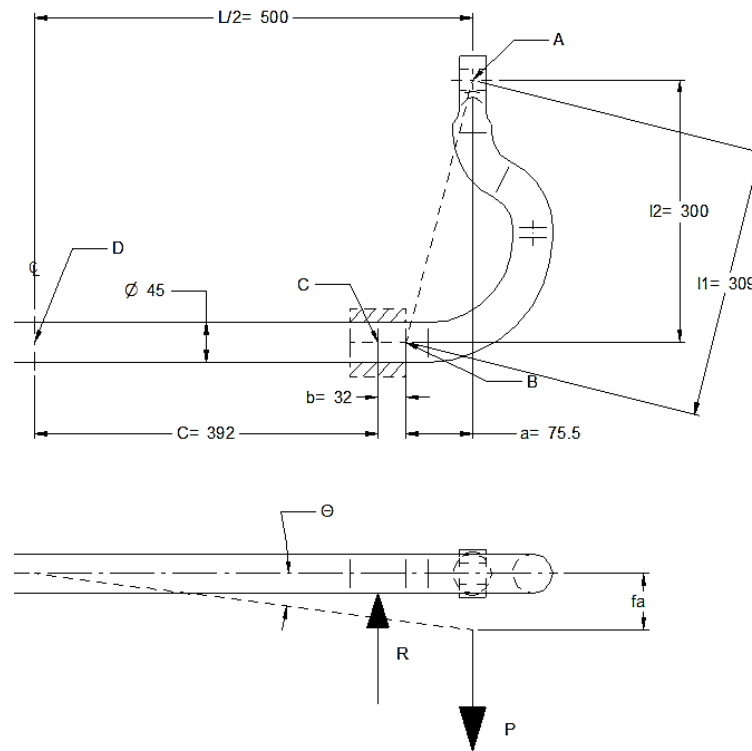
$$K_R = \frac{PL}{2f_a} \quad (3.106)$$

Dónde: K<sub>R</sub> es la constante de rigidez de la barra medida en [Nmm/°].

Reemplazando (3.105) en (3.106):

$$K_R = \frac{3EIL^2}{2 \left[ l_1^3 - a_b^3 + \frac{L}{2} (a_b + b_b)^2 + 4l_2^2 (b_b + c_c) \right]} \quad (3.107)$$

**Figura 3- 49: Diagrama de cuerpo libre para barra estabilizadora delantera**



De acuerdo a (3.107),  $K_R=5.6 \times 10^6$  [Nmm/°] para la barra delantera y  $6.89 \times 10^6$  [Nmm/°] para la barra trasera.

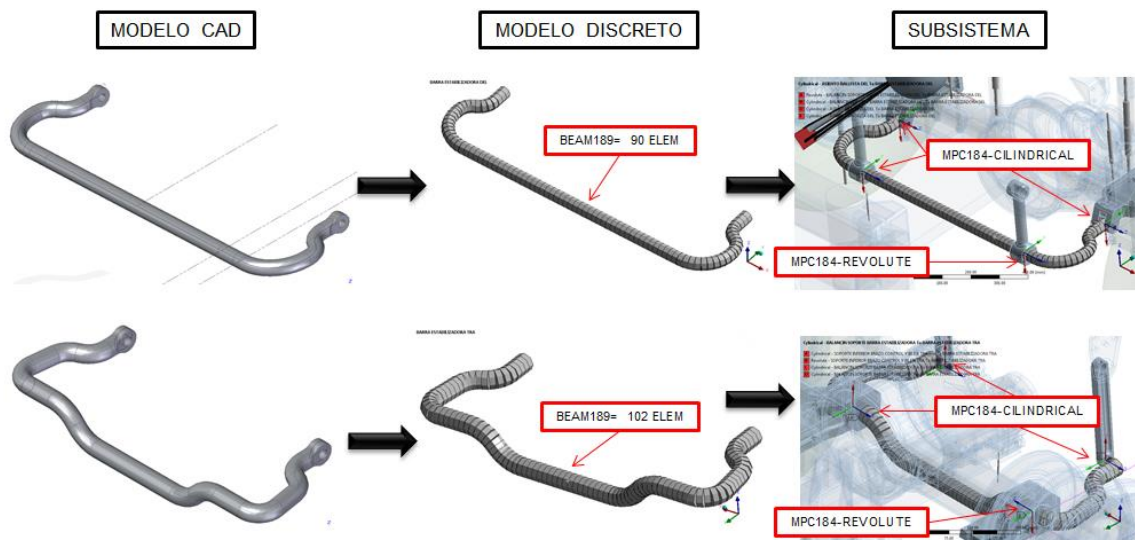
El esfuerzo máximo de flexión y cortante ocurre normalmente en la superficie interna en el radio de giro del punto B [5], la magnitud del esfuerzo depende de dicho radio de giro y del diámetro de la barra.

$$S_b = \frac{16Pl_2K}{\pi d^3} \quad (3.108)$$

Donde K es un factor de corrección el cual se referencia en [5] así como el esfuerzo máximo de flexión admisible de  $S_b=700$  MPa. Con estos parámetros las cargas máximas para las barras son de  $P=4.1 \times 10^4$  N adelante y  $7.45 \times 10^4$  N atrás

En la figura 3-50 se muestra el modelo CAD así como su discretización con elementos BEAM189, también se muestra la relación cinemática con los componentes de suspensión y chasis los cuales permiten moverse.

**Figura 3- 50: Modelo discreto de barras estabilizadoras**



Ambos componentes tienen 192 elementos, de tipo bilineales los cuales son los únicos elementos flexibles dentro del sistema MBS+FEM. Las juntas cinemáticas modeladas son de revolución y cilíndrico, la junta de revolución solo está presente en la conexión al chasis como restricción del grado de libertad lateral, las demás juntas permanecen con este grado de libertad activo para evitar redundancias que impidan la convergencia de la solución.

### 3.4.4 Caracterización Virtual de Suspensión de Cabina

Para la suspensión de cabina se emplean apoyos en cuatro puntos de la cabina, los resortes tienen un comportamiento lineal y de un solo grado de libertad de tipo traslacional vertical. De acuerdo a la información de [15] se especifican resortes helicoidales. Debido a la limitada información acerca de la masa suspendida de la cabina, se realiza una sumatoria de masas de los modelos digitalizados en el software CAD (Cabina, consola, asientos, maniquí, cubierta motor y soportes de suspensión),  $M_c=595$  kg.

La frecuencia natural de la cabina se calcula de acuerdo a:

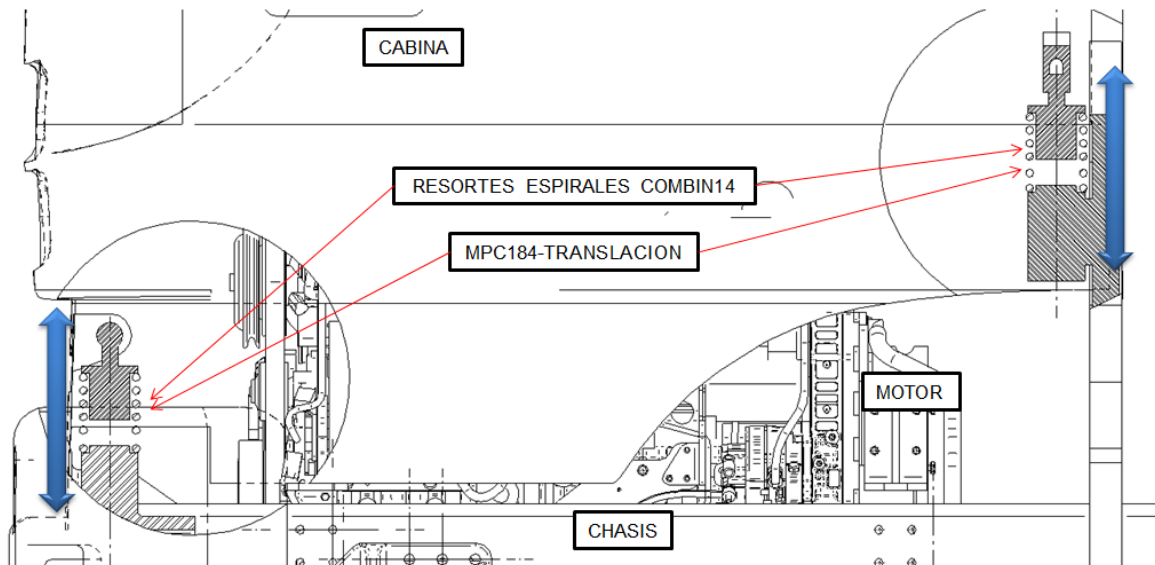
$$f_{nc} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_c^1}{\sum M_c}} \quad (3.109)$$

Donde  $f_{nc}$  es la frecuencia natural de la cabina medida en [Hz],  $K_c^1$  es la constante de rigidez de un solo resorte medido en [N/mm],  $\sum M_c$  es la sumatoria de masas en [kg] de los componentes más relevantes de la cabina.

Para que la frecuencia natural en la cabina sea del orden de 1.2 Hz, la constante de la suspensión deberá ser  $k_c=1$  kgf/mm=9.8 N/mm para cada uno de los resortes.

La figura 3-51 muestra la cabina en una vista lateral, Los resortes son descritos mediante elementos MPC184 y COMBIN14. El elemento COMBIN14 se asigna mediante una constante K y opcionalmente la constante de amortiguamiento.

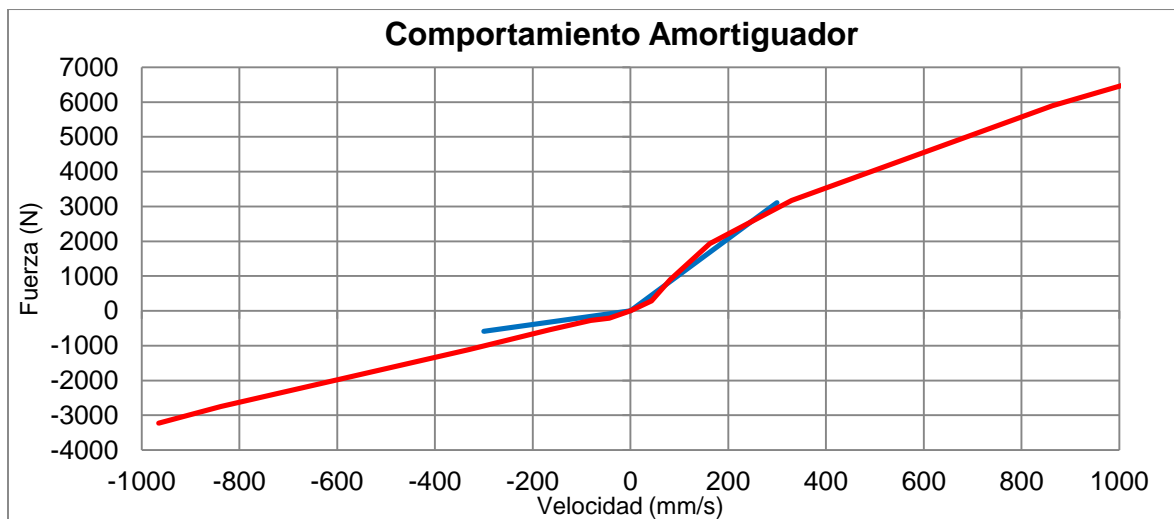


**Figura 3- 51: Ubicación de la suspensión de cabina y grados de libertad**

### 3.4.5 Caracterización Virtual de Amortiguadores

La información preliminar referente a los amortiguadores ubicados en el eje delantero ha sido tomada de [18] (GABRIEL de Colombia). Las características de montaje y posicionamiento también son extraídas de [18] para la aplicación de vehículo comercial de carga. La referencia seleccionada es 83104.

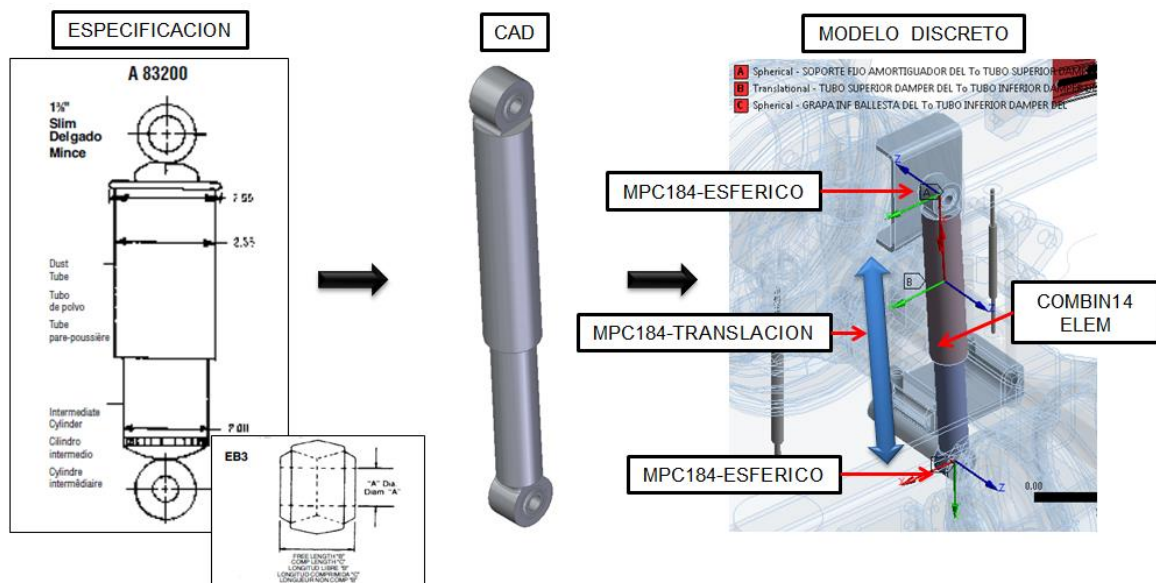
La figura 3-52 muestra dos curvas características de amortiguadores, la curva azul es tomada de [18] y se asemeja a la curva roja tomada de [41] para un vehículo de carga similar.

**Figura 3- 52: Comportamiento Viscoso de amortiguadores delanteros [18] y [41]**



La figura 3-53 muestra el modelo discreto representado con elementos MASS21 conectados mediante elementos MPC184 de traslación, y mediante MPC184 de tipo esférico conectado a la suspensión delantera y al chasis.

**Figura 3- 53: Grados de libertad y elemento resorte/amortiguador incluido en vehículo de pruebas**



### 3.5 Simulación Dinámica del Vehículo

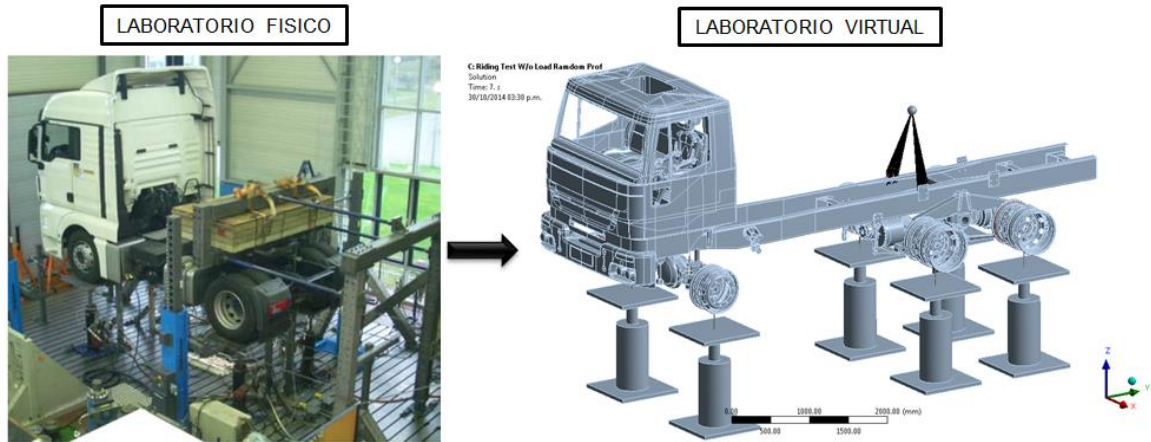
La simulación dinámica del vehículo se divide en dos ambientes: el primero evalúa la dinámica vertical del sistema con el fin de medir principalmente las aceleraciones promedio y RMS en la cabina del conductor así como las frecuencias en la dirección vertical, la segunda se concentra en la evaluación de la dinámica lateral por el efecto de la maniobra de cambio de carril. Con estos resultados obtenidos se definirán las respuestas del resorte de ballesta mediante un diseño de experimentos DOE.

### 3.6 Condiciones de Frontera para Simulación MBS+FEM (Ride)

El vehículo de prueba para la condición dinámica vertical se apoya sobre una plataforma de actuadores los cuales simulan el contacto que tiene el vehículo con el terreno. Una condición que puede ser evaluada es dibujando el terreno en 3D e incluir el modelo de contacto con las ruedas, sin embargo es un análisis computacionalmente costoso e improductivo como para ser llevado a un proceso de optimización. Otra aproximación puede ser un entorno con el vehículo en posición estacionaria cuyo medio de excitación sea una serie de levas, conforme a su giro se producen las cargas y movimientos en el vehículo. De igual manera se hace necesario el modelamiento del contacto entre rueda y tambor. Finalmente se selecciona un montaje sobre actuadores hidráulicos los cuales tienen un grado de libertad en traslación y mediante este DOF se introducen las cargas provenientes del terreno.

La figura 3-54 muestra un ensayo de laboratorio con un vehículo real y una serie de instrumentos y cargas estratégicamente ubicados. El ensayo se virtualiza en un entorno 3D para intentar reproducir los movimientos generados en la prueba real.

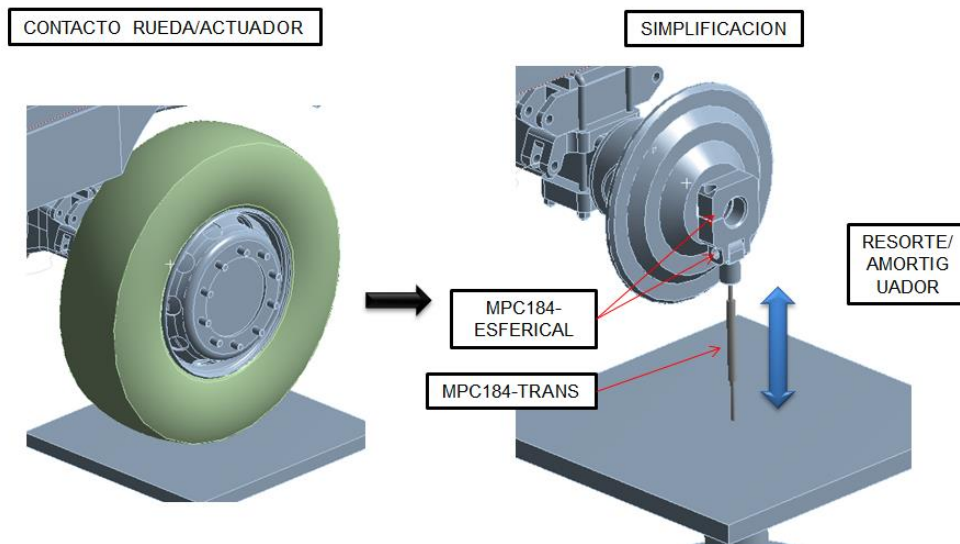
**Figura 3- 54: Representación virtual de laboratorio de pruebas de vehículo completo**



Para reproducir la interacción entre las ruedas y la superficie se modela el mecanismo mostrado en la figura 3-55 con el fin de controlar a los elementos COMBIN39.

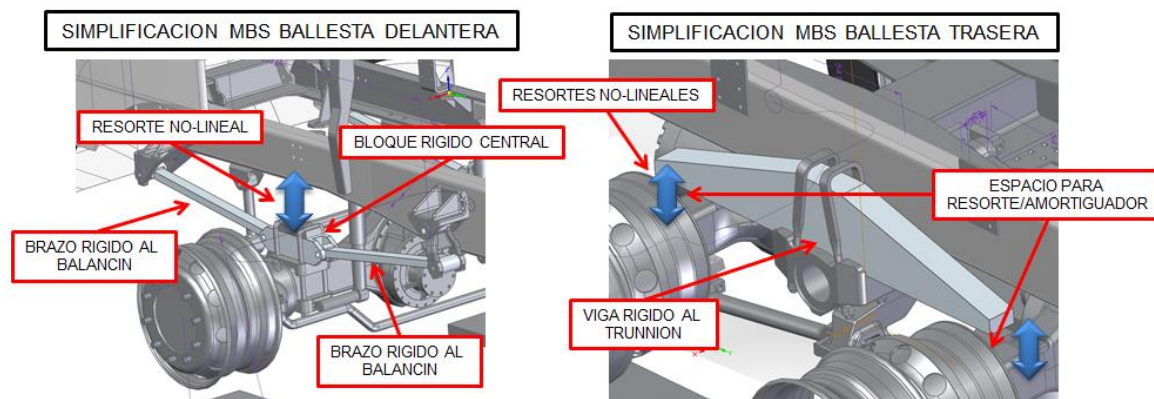
De igual manera para las suspensiones de ballesta delantera y trasera se incluyen modelos con suficientes grados de libertad para permitir su movimiento (ver figura 3-55). Las barras de control restringen el movimiento vertical de los ejes traseros mediante juntas de tipo esférico, estas juntas también permiten la inclinación lateral de los ejes y controlan el contacto del resorte en cualquier condición de terreno.

**Figura 3- 55: Simplificación del problema de contacto de neumáticos mediante juntas cinemáticas**



Adicionalmente a los grados de libertad de los mecanismos también se encuentran los elementos BEAM189 y MASS21 colocados manualmente y que corresponden a las masas de componentes no dibujados en CAD.

**Figura 3- 56: Simplificación MBS para los resortes de ballesta delantero y trasero**



- Modelos matemáticos de componentes de suspensión caracterizados

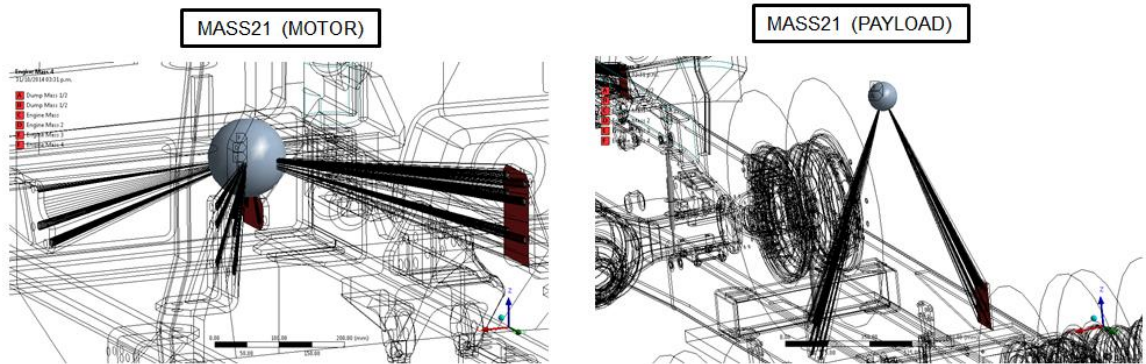
Los modelos matemáticos obtenidos en la caracterización virtual de los resortes de ballesta, neumáticos, barras estabilizadoras y amortiguadores son introducidos directamente al modelo MBS mediante elementos COMBIN14, COMBIN39 y BEAM189.

La tabla 3-6 muestra un resumen de los grados de libertad para el análisis transitorio. Se muestran un total de 9 juntas de tipo general, estas juntas se componen por 4 de translación, 2 esféricas y 2 cilíndricas, fueron definidas de esta forma debido a las dificultades que se presentan en la convergencia.

**Tabla 3- 6: Grados de libertad del sistema para vehículo de pruebas**

248	Componentes	6	1488
201	Juntas Fijas	-6	-1206
22	Juntas de Revolución	-5	-110
9	Juntas de Translación	-5	-45
6	Juntas cilíndricas	-4	-24
18	Juntas Esféricas	-3	-54
9	Juntas Generales		-39
	DOF libres		10

La figura 3-57 muestra los elementos MASS21 correspondientes al motor y carga transportada en una ubicación espacial de acuerdo a su centro de masa.

**Figura 3- 57: Elementos MASS21 incluidos en el vehículo de pruebas**

La malla se compone por 438 elementos de los cuales 190 son BEAM189 y 248 son elementos MASS21. La matriz de rigidez para este sistema será simétrica y en banda de igual manera para las matrices de masas y amortiguamientos.

El tiempo total definido para la simulación es de 7 [s], en este tiempo se consideran 2 estados:

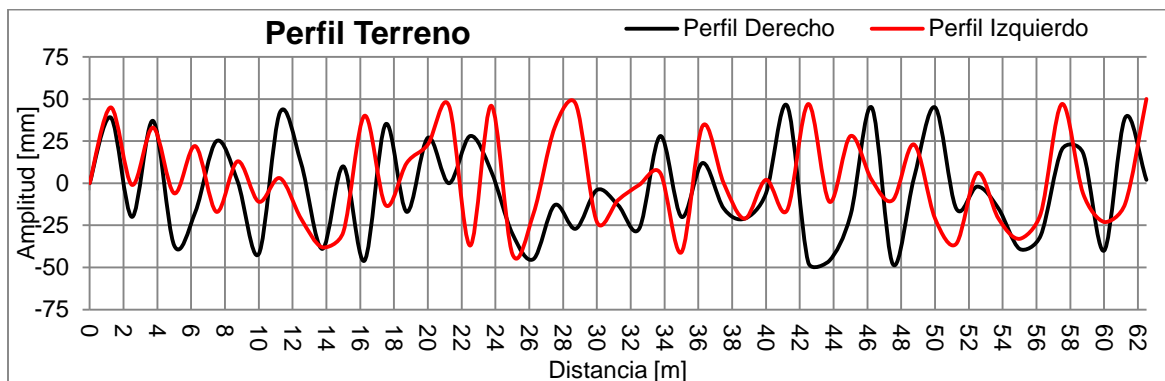
1. Equilibrio Estático
2. Recorrido por pista de pruebas

Para el equilibrio estático se define un tiempo de 2 s en el cual el vehículo se adapta mecánicamente a la aceleración de la gravedad estándar ( $9.806 \text{ m/s}^2$ ). El efecto del amortiguamiento viscoso estabiliza el movimiento y el ensamble permanecerá en equilibrio.

Para el segundo estado se destina un tiempo de 5 [s] en el cual las funciones de desplazamiento vertical comenzaran a ejercer movimiento sobre el vehículo de pruebas con un desfase en función de la velocidad a la que el vehículo realiza el recorrido, en este caso se define una velocidad promedio de 45km/h de acuerdo a [42]. El desfase incluye la misma función de desplazamientos con un retraso en tiempo para los ejes 2 y 3.

La función de desplazamientos para los actuadores se muestra en la figura 3-58 es de tipo aleatorio generado en Excel y considera condiciones de carretera de mala calidad o nivel 4 como las presentadas en la topografía Colombiana y tomando como referencia a [42].

**Figura 3- 58: Perfil del terreno en función Aleatoria**



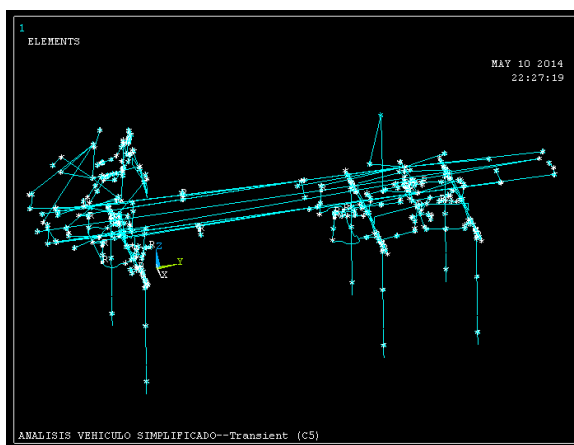
Las condiciones para el análisis están controladas a través de  $\Delta t$  en [s] el cual inicia con un  $ITS=1e-2$  [s] para todos los pasos de carga y un  $\Delta t_{min}=1-e5$  [s] en caso de divergencias que se puedan presentar en el momento de desarrollar el diseño de experimentos DOE. El solver APDL utiliza el método HHT para la solución de sistema de ecuaciones transitorio.

Se suponen algunas situaciones tales como:

- La flexibilidad torsional del chasis del vehículo es nula al ser modelado como cuerpo rígido.
- No se incluyen modelos de rigidez de bujes e insertos de elastómero utilizado principalmente en la suspensión.
- No se incluyen cargas aerodinámicas
- La velocidad del vehículo es constante en marchas altas.
- No se consideran efectos longitudinales (frenado y aceleración)
- No se consideran movimientos relativos de las masas presentes en el sistema.

La figura 3-59 muestra el modelo MBS+FEM en la interfaz APDL. Los puntos blancos corresponden a elementos MASS21, las líneas de color cian representan elementos MPC184

**Figura 3- 59: Modelo MBS+FEM en el entorno Ansys APDL**



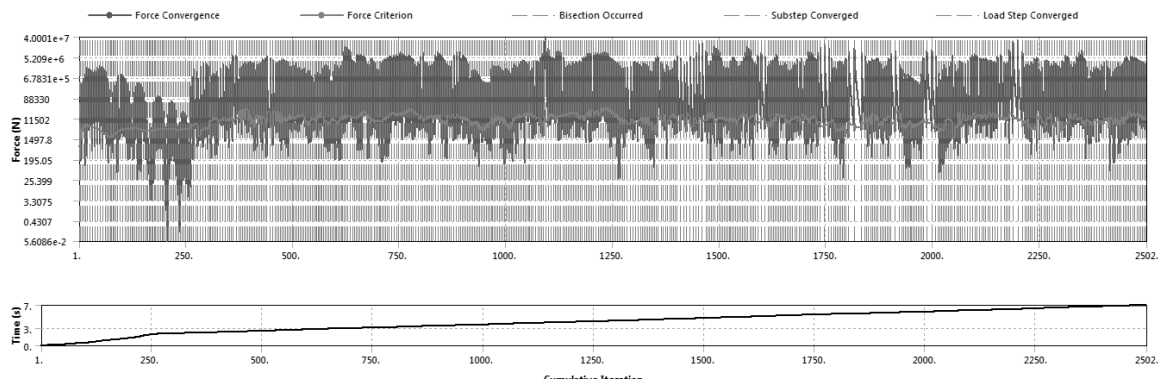
### 3.6.1 Convergencia de la Solución



El hardware utilizado está basado Windows de 64bits, con procesador de 4 núcleos en paralelo Intel XEON E3 1230V2 y una memoria RAM de 32Gb DDR3. La matriz de rigidez para este caso cuenta 3810 ecuaciones para un tiempo total de 382 s (6.3 min).

La figura 3-60 muestra el comportamiento convergente de la solución en 2502 iteraciones sin divergencias durante la solución, se evidencian incrementos de tiempo  $\Delta t_{\max}=5e-2$  [s] y  $\Delta t_{\min}=2.4e-3$  [s]. El  $\Delta t$  no fue restringido, sin embargo este se mantuvo constante debido al movimiento de cada actuador. Este comportamiento debe permanecer con un nivel aceptable de convergencia durante el diseño de experimentos ya que se ejecutara por completo cada vez que haya un ajuste de parámetros.

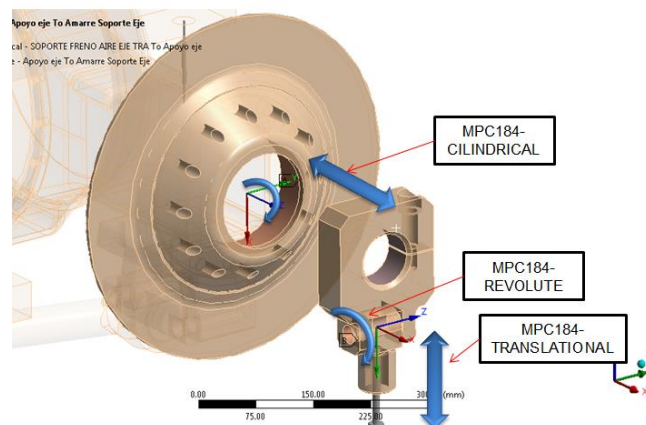
**Figura 3- 60: Convergencia por Fuerza de la solución Transitoria (RIDE) mediante Newton-Raphson.**



### 3.7 Condiciones de Frontera para Simulación MBS+FEM (Handling)

El modelo del vehículo de pruebas es idéntico al modelo para evaluar la condición vertical, sin embargo se realiza un ajuste en las juntas cinemáticas correspondientes a los mecanismos que controlan la interacción de la rueda con el suelo. La restricción cinemática mostrada en la figura 3-61 se realiza con el fin de evitar balanceos laterales en la suspensión.

**Figura 3- 61: Restricción cinemática para dinámica lateral en ejes 1 y 3**



Para el caso de la evaluación de la respuesta lateral, no se introducen funciones de excitación en los actuadores hidráulicos, únicamente se da un valor de aceleración lateral al sistema de acuerdo con (3.110).

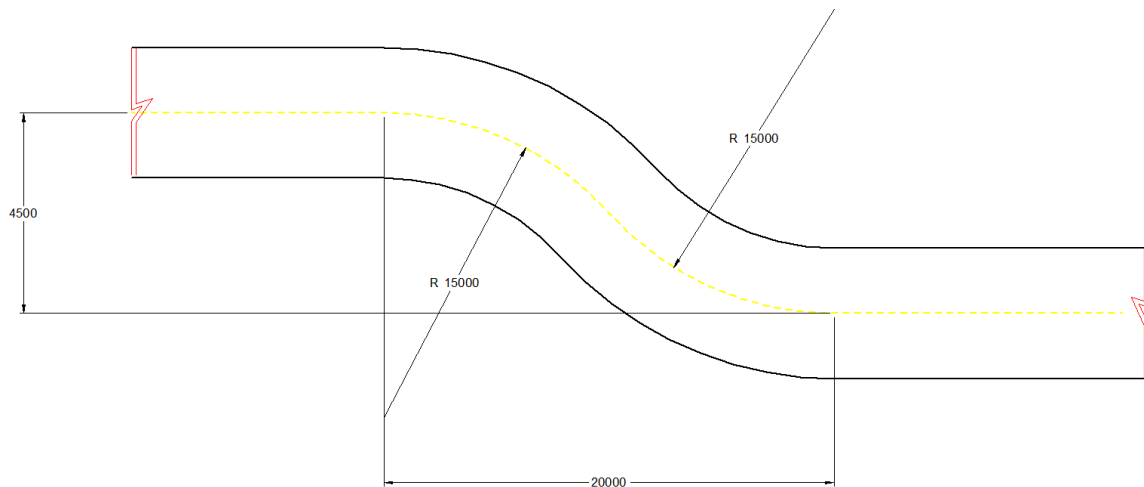
$$a_n = \frac{V^2}{R_g} \quad (3.110)$$

La velocidad  $V$  [m/s] en la curva se asume como constante y es igual a la velocidad del vehículo utilizado en la simulación vertical. El radio  $R_g$  se calcula de acuerdo a (3.56). La aceleración lateral calculada se aplica en direcciones  $(x)$  y  $(-x)$  durante los tiempos:  $a_{x(2,2.58)}=10.4 \text{ m/s}^2$  y  $a_{x(2.58,3.14)}=-10.4 \text{ m/s}^2$ . El tiempo total de la simulación se define en 4 [s] de los cuales se delimitan cuatro eventos. Se definen de igual forma un  $ITS=1e-2s$  para todos los pasos con un  $\Delta t_{\min}=1-e5$  s.

1. Equilibrio estático:  $t=0s$  a  $t=2s$
2. Curva a derecha:  $t=2s$  a  $t=2.58s$
3. Curva a izquierda:  $t=2.58s$  a  $t=3.14s$
4. Estabilización:  $t=3.14s$  a  $t=4s$

La figura 3-62 muestra una sección de la carretera con un cambio de carril con radios de giro de 15 m y una distancia entre centros de 20 m.

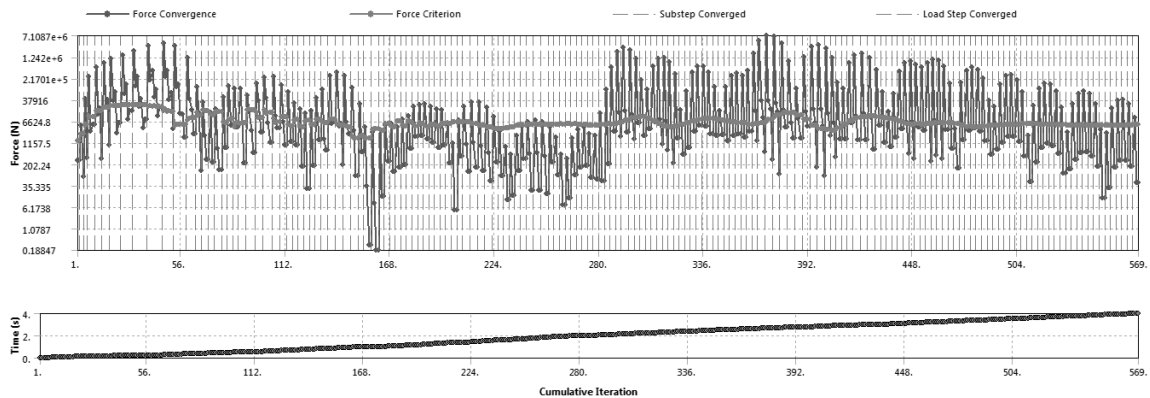
**Figura 3- 62: Dibujo de carretera con cambio de carril**



### 3.7.1 Convergencia de la Solución

La solución converge con un total de 569 iteraciones con el mismo hardware empleado en la simulación vertical bajo las condiciones mencionadas anteriormente. Los incrementos de tiempo son de  $\Delta t_{\max}=3.3e-2$  y  $\Delta t_{\min}=1e-2$ . La figura 3-63 muestra un comportamiento estable con 2 o 3 iteraciones por cada sub-paso obteniendo una solución en un tiempo total de 95 s (1.58 min). Observando este comportamiento se puede asegurar que la solución siempre alcanzara la convergencia dentro del rango de ajustes paramétricos en el diseño de experimentos.

**Figura 3- 63: Convergencia por Fuerza de la solución Transitoria (Handling) mediante Newton-Raphson.**



## 3.8 Diseño de Experimentos

El diseño de experimentos empleado para este estudio es de tipo factorial completo debido a que el costo computacional es relativamente bajo si se compara con una simulación dinámica del mismo vehículo incluyendo el modelo discreto de los resortes de ballesta, esto puede aumentar el costo computacional hasta 28800 s (8h) por iteración.

El experimento consiste en ejecutar en serie, las simulaciones transitorias vertical y lateral llevando a cabo ajustes de tipo continuo sobre la constante de rigidez de los resortes de ballesta, los amortiguadores y la carga transportada. Para la simulación de la dinámica lateral solo se parametriza la característica de rigidez en las ballestas delanteras así como de amortiguamiento, la carga paga permanece constante durante todo el experimento.

Adicionalmente el experimento factorial completo permite obtener una alta resolución de los resultados que pueden ser plasmados de manera práctica en una superficie de respuesta y modelar la función que describe la influencia entre parámetros de entrada y salida.

### 3.8.1 Parámetros de Entrada y Salida (Dinámica Vertical)

Los parámetros de entrada para la simulación dinámica vertical (Ride) son:

- Constante de rigidez promedio de la ballesta delantera derecha (K\_Leaf\_Spring\_Left)[N/mm]= (K\_Leaf\_Spring\_Right)[N/mm]
- Constante promedio de amortiguamiento delantero derecho (C\_Damper\_Right)[Ns/mm]= (C\_Damper\_Left)[Ns/mm]
- Carga paga zona derecha (Dump\_Half\_Mass\_1)[kg]=( Dump\_Half\_Mass\_2)[kg]
- Constante de rigidez promedio de ballesta trasera (K\_Ballesta\_Tra)[N/mm]

Los parámetros de salida para el evento Ride serán:

- Carga paga total (Total\_Dump\_Mass)[kg]



- Deformación máxima de la ballesta delantera derecha (Def\_Leaf\_Spring\_Right\_Ride)[mm]
- Deformación máxima de la ballesta delantera izquierda (Def\_Leaf\_Spring\_Left\_Ride)[mm]
- Fuerza de compresión en ballesta delantera derecha (Force\_Ballesta Del Der\_Ride)[N]
- Fuerza de compresión en ballesta delantera izquierda (Force\_Ballesta Del Izq\_Ride)[N]
- Fuerza de compresión en ballesta trasera derecha sobre eje#2 (Force\_Ballesta Tra Der 1\_Ride)[N]
- Fuerza de compresión en ballesta trasera derecha sobre eje#3 (Force\_Ballesta Tra Der 2\_Ride)[N]
- Fuerza de compresión en ballesta trasera izquierda sobre eje#2 (Force\_Ballesta Tra Izq 1\_Ride)
- Fuerza de compresión en ballesta trasera izquierda sobre eje#3 (Force\_Ballesta Tra Izq 2\_Ride)[N]
- Aceleración RMS vertical medido en Cabeza de conductor (RMS Accel)[mm/s<sup>2</sup>]
- Promedio de máximos de aceleración vertical (Accel Average) [mm/s<sup>2</sup>]
- Frecuencia natural en el modo vertical adelante (Frecuency\_Front)[Hz]
- Frecuencia natural en el modo vertical atrás (Frecuency\_Rear)[Hz]

### 3.8.2 Parámetros de Entrada y Salida (Dinámica Lateral)

Los parámetros de entrada para la simulación dinámica lateral son:

- Constante de rigidez promedio de la ballesta delantera derecha (K\_Leaf\_Spring\_Left)[N/mm]= (K\_Leaf\_Spring\_Right)[N/mm]
- Constante promedio de amortiguamiento delantero derecho (C\_Damper\_Right)[Ns/mm]= (C\_Damper\_Left)[Ns/mm]

Parámetros como el diámetro de las barras estabilizadoras no se modifica, ya que el objetivo de este estudio es la determinación de la influencia de los parámetros de los resortes de ballesta en los entornos establecidos.

Los parámetros de salida para la simulación dinámica lateral (Handling) serán:

- Angulo de Balanceo lateral del chasis  $\Theta$  (Roll\_Angle)[°]
- Velocidad de balanceo lateral del chasis  $\dot{\theta}$  (Roll-Rate)[°/s]
- Aceleración Lateral medido en cabeza de conductor (Lat\_Acceleration\_Cabeza)[mm/s<sup>2</sup>]

### 3.8.3 Parámetros de Entrada y Salida del Sub-Modelo de Ballesta

El resorte de ballesta que se analiza en detalle para su optimización es el correspondiente a la parte delantera. El objetivo es aplicar la carga máxima en condición estática mediante un esquema similar al de la figura 3-47. En este esquema se integrara un análisis de fatiga mediante el método S-N, el cual incluirá las cargas dinámicas obtenidas de los análisis transitorios para conocer la vida a la fatiga bajo estas condiciones.

Los parámetros de entrada para la simulación estática no-lineal serán.

- Fuerza de compresión en ballesta delantera derecha (Force\_Ballesta Del Der\_Ride)[N]
- Espesor de hojas con perfil parabólico. [mm]

Los parámetros de salida de la simulación estática serán:

- Esfuerzo máximo principal por cada hoja [MPa]
- Deformación total del resorte [mm]

El parámetro de salida del análisis dinámico en estado estacionario basado en la carga normal del resorte será:

- Frecuencia natural a flexión ( $f_n$ )[Hz]

El parámetro de salida para la simulación de fatiga será:

- Vida a la Fatiga [km]
- Daño acumulado

### 3.8.4 Setup Experimental Virtual

Se emplea un estudio paramétrico de tipo factorial completo utilizando variable continua con valores manufacturables, esto significa que los valores se definen como niveles fijar un numero de experimentos de manera razonable. Para este estudio se tiene el siguiente arreglo factorial desbalanceado o asimétrico.

La experimentación virtual puede expresarse como:

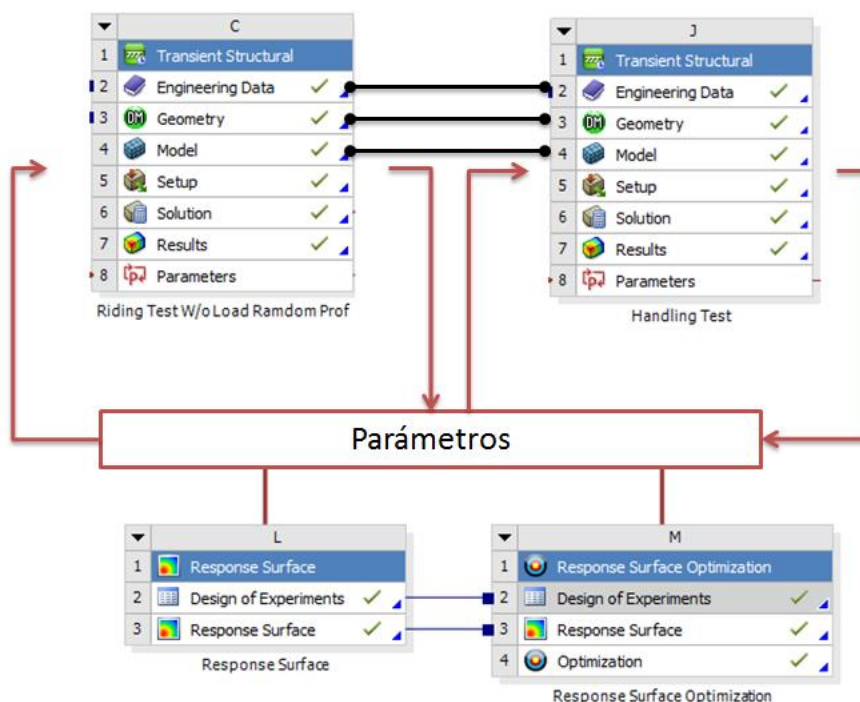
$$(8^1 \times 4^1 \times 5^1) \quad (3.111)$$

Donde el factor  $8^1$  es la constante promedio del resorte delantero evaluado entre los valores ( $160 \text{ N/mm} < K < 528 \text{ N/mm}$ ). El factor  $4^1$  es el factor de amortiguamiento promedio en la parte delantera, evaluado entre ( $1 \text{ Ns/mm} < C < 15 \text{ Ns/mm}$ ). El factor  $5^1$  es la carga transportada por el vehículo evaluada entre ( $1475 \text{ kg} < M < 17000 \text{ kg}$ ).

Los factores K y C se emplean de la misma forma para la simulación dinámica lateral. El valor de M permanece contante en 17000 kg en esta última.

El proyecto esquemático empleado en ANSYS se muestra en la figura 3-64. El bloque C es la simulación dinámica vertical, el bloque J es la simulación dinámica lateral; ambos bloques comparten geometría, propiedades de los materiales y algunas condiciones de frontera. En la parte media se encuentra el administrador de parámetros de entrada y salida, en este administrador se controlan parámetros provenientes de cada simulación. El bloque L es el diseño de experimentos y superficies de respuesta. El bloque M es procedimiento de optimización basado en las superficies de respuesta.

Figura 3- 64: Diagrama esquemático de simulación-DOE y optimización



La ejecución el ciclo de experimentos toma alrededor de 8 minutos por cada experimento entre las simulaciones vertical = 5 min y lateral = 2 min, el minuto restante se emplea en efectuar el ajuste de variables de entrada, mallado y evaluación de resultados. Para un total en tiempo de 22 horas con la capacidad de hardware descrito anteriormente.

### 3.8.5 Optimización Mediante RSM

Se emplea un meta modelo para definir el tipo de superficie de respuesta, este modelo es de regresión estándar el cual le permite analizar estadísticamente la relación entre dos o más variables cuantitativas de manera que una variable dependiente puede ser estimada a partir de las demás [27].

Un análisis de regresión asume que hay un total de  $n$  muestras y para cada muestra corresponde un valor de salida conocido. Entonces el análisis de regresión determina la relación entre los parámetros de entrada y salida basados en los puntos de muestra. Típicamente para el modelo de regresión se utiliza un polinomio de segundo orden. Este modelo es una aproximación de una relación real “entrada-salida” y solo en casos especiales se llega a ser una relación exacta. [27]

La función de optimización para la simulación vertical depende de dos restricciones:

$$\begin{aligned} \text{Min } f(\bar{A}_z) &= \bar{A}_z(k_1 = k_2, C_1 = C_2, M_{PL}) \quad (\text{relevancia media}) \\ \text{Sujeto a: } g(\bar{A}_z) &= \bar{A}_z \leq 1 G \end{aligned} \quad (3.112)$$

Dónde:  $\bar{A}_z$  es el promedio de aceleraciones pico de la simulación vertical medida en  $[\text{mm/s}^2]$ ,  $k_1$  y  $k_2$  es la constante de rigidez del resorte delantero derecho e izquierdo,

medido en [N/mm],  $C_1$  y  $C_2$  son las constantes de amortiguamiento delanteras, medidas en [N\*s/mm] y  $M_{PL}$  es la carga transportada por el vehículo medido en [kg]

$$\begin{aligned} \text{Min } f(A_{rms}) &= A_{rms}(k_1 = k_2, C_1 = C_2, M_{PL}) \quad (\text{relevancia alta}) \\ \text{Sujeto a: } g(A_{rms}) &= \bar{A}_z \leq 0.12 G \end{aligned} \quad (3.113)$$

Dónde:  $A_{rms}$  es la aceleración vertical RMS medida en [mm/s<sup>2</sup>]

$$\begin{aligned} \text{Min } f(f_n) &= f_n(k_1 = k_2, C_1 = C_2, M_{PL}) \quad (\text{relevancia baja}) \\ \text{Sujeto a: } g(f_n) &= 1 \text{ Hz} \leq f_n \leq 1.5 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (3.114)$$

Dónde:  $f_n$  es la frecuencia natural del vehículo medida en [Hz]

La función de optimización para la simulación lateral no tiene restricciones:

$$\text{Min } f(\theta) = \theta(k_1 = k_2) \quad (\text{relevancia alta}) \quad (3.115)$$

Dónde:  $\theta$  es el ángulo de inclinación lateral del vehículo medido en [°]

$$\text{Min } f(\dot{\theta}) = \dot{\theta}(k_1 = k_2) \quad (\text{relevancia media}) \quad (3.116)$$

Dónde:  $\dot{\theta}$  es la velocidad de la inclinación lateral del vehículo en [°/seg]

$$\text{Min } f(A_y) = A_y(k_1 = k_2) \quad (\text{relevancia baja}) \quad (3.117)$$

Donde  $A_y$  es la aceleración lateral del vehículo medida en [mm/s<sup>2</sup>]

El algoritmo de optimización utilizado es de tipo MOGA (Multi Objective Genetic Algorithm) el cual es una variante del algoritmo NSGA-II (Non Sorted Genetic Algorithm), basado en conceptos de control elitista. Soporta múltiples objetivos y restricciones con el ánimo de encontrar el óptimo global [27]. El número de muestras para la generación de candidatos es de 500 con número máximo de candidatos de 6. Este número de candidatos permite conocer las diferencias entre el candidato 1 y 6. El proceso de optimización es relativamente rápido debido a que las superficies de respuesta ya han sido generadas posteriores al diseño de experimentos.

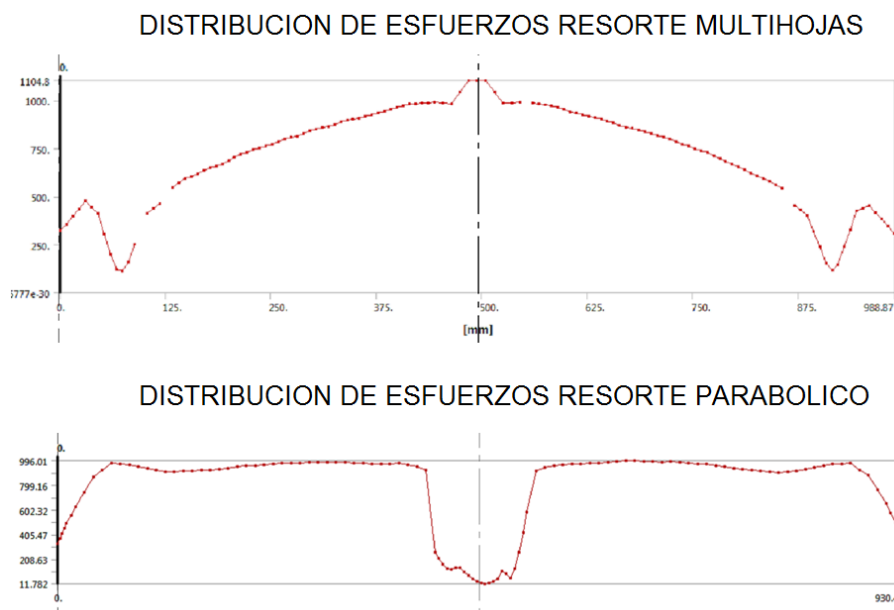
## 4. Diseño Detallado de la Suspensión de Ballesta

### 4.1 Concepto Parabólico

Recientemente la tendencia del resorte de tipo parabólico es reemplazar el resorte tradicional laminado con el objetivo de mejorar el confort y eficiencia de combustible. En el caso del resorte parabólico este tiene una distribución plana del esfuerzo así que la masa puede ser optimizada y minimizada. Y, si la constante del resorte es la misma que el resorte laminado, este tendrá una ventaja al disminuir la constante dinámica, así que esto brinda una mejora frente al confort [43].

La figura 4-1 muestra el esfuerzo en el material con diferentes geometrías de hoja, se muestra una mejor distribución en el resorte parabólico. El concepto parabólico es utilizado en vehículos pesados y es en su mayoría de tipo simétrico.

**Figura 4- 1: Distribución de esfuerzos para resortes multihojas y parabólico [43]**



#### 4.1.1 Modelado, Discretizacion y condiciones de frontera

Considerando una viga en voladizo de sección constante, longitud  $L$  y carga  $P$  mostrado en la Figura 4-2 se tiene:

**Figura 4- 2: Viga empotrada en un extremo**

$$\sigma_x = \frac{6Px}{bt^2} \quad (4.1)$$

Dónde:  $\sigma_x$  es el esfuerzo de tensión medido en [MPa] en una distancia  $x$ ,  $P$  es la carga aplicada en [N],  $x$  es la distancia medida en [mm] desde el extremo libre de la hoja,  $t$  es el espesor de la hoja en [mm].

Para la reducción de la masa del resorte, se requiere que el esfuerzo principal sea igual en toda la viga, entonces de (4.1).

$$t_0 = \sqrt{\frac{6Px}{b\sigma_x}} \quad (4.2)$$

Dónde:  $t_0$  es el espesor en cada distancia  $x$  en [mm],  $b$  es el ancho de la hoja también en [mm].

Si el esfuerzo es igual a lo largo de toda la viga entonces la constante de resorte de esta será:

$$K_1 = \frac{3EI}{l^3} = \frac{3E}{l^3} \frac{bt^3}{12} \quad (4.3)$$

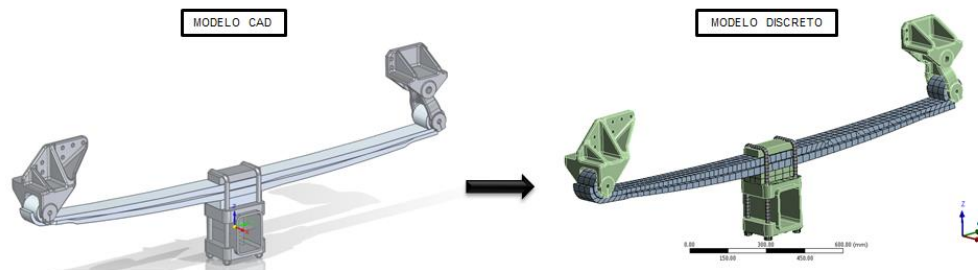
Dónde:  $K_1$  es la constante de rigidez del resorte en [N/mm],  $E$  es el modulo elástico del material en [MPa],  $l$  es la longitud del resorte en [mm].

De acuerdo a (4.2) y (4.3) se genera un resultado preliminar (ver Tabla 4-1) para dimensionar el modelo CAD con intervalos de  $x=100$  mm

**Tabla 4- 1: Dimensionamiento de perfiles parabólicos según ecuación 4.2 y simulación FEM**

<b>t0</b>	Ec,	29.	27.	24.	22.	19.	15.	11.	29.	27.	24.	22.	19.	15.	11.
4.2		3	1	8	2	2	7	1	3	1	8	2	2	7	1
$\sigma_x$		700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
<b>t0</b>	FEM	29.	27.	24.	22.	20.	17.	14.	29.	27.	24.	22.	19.	16.	12.
		3	1	7	5	0	4	5	3	1	7	2	6	7	8
$\sigma_x$		588	598	613	611	617	614	609	590	597	607	615	607	589	581

**Figura 4- 3: Dimensionamiento CAD y modelo discreto de Resorte de Ballesta**



La malla se compone principalmente por 1029 elementos de los cuales 904 son de tipo SOLID186 y 32 de PRETS179.

Se incluyen las propiedades mecánicas del acero 5160H teniendo en cuenta su comportamiento a la fatiga mediante la curva S-N. La curva S-N se construye de acuerdo a (4.4) cuyos parámetros tienen en cuenta las variables del proceso de fabricación como son: la dureza y los esfuerzos compresivos residuales del proceso de granallado bajo esfuerzo.

$$S_n = aN^b \quad (4.4)$$

Dónde:  $S_n$  es la resistencia a la fatiga en [MPa],  $N$  es el número de ciclos,  $a$  y  $b$  son constantes definidas por las condiciones de frontera. Las condiciones de frontera se definen de acuerdo al esfuerzo último del material y a los factores de reducción de la resistencia a la fatiga mediante (4.5) [9]

$$S_e = C_{carga} C_{tamaño} C_{superficie} C_{temperatura} C_{confiabilidad} S_e' \quad (4.5)$$

Donde  $C_{carga}$  es un factor dependiente del tipo de carga, el modo de falla dominante para el resorte de ballesta es de tipo flexionante, en este caso el factor es 1.  $C_{tamaño}$  es un factor definido por la sección transversal de la hoja el cual se calcula mediante (4.6) para un espesor promedio de perfil parabólico del resorte.

$$C_{tamaño} = 0.869d^{-0.097} \quad (4.6)$$

Dónde:

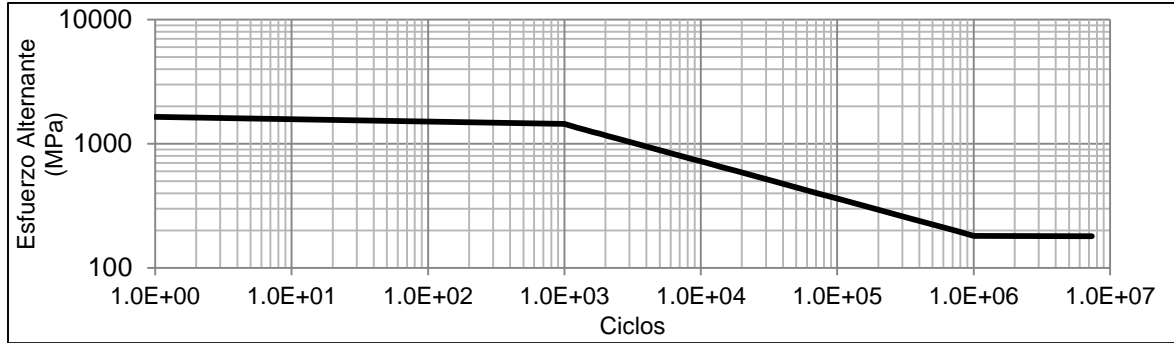
$$d_{equivalente} = \sqrt{\frac{A_{95}}{0.0766}} \quad (4.7)$$

$$A_{95} = 0.05bh \quad (4.8)$$

$C_{superficie}$  es un factor que depende del acabado superficial del componente que en este caso cuenta con una rugosidad alta aun con el acabado propio del granallado el cual no difiere demasiado del rolado en caliente, entonces dicho factor es de 0.35 [9]. El factor  $C_{temperatura}$  se define como 1 debido a que el resorte no tendrá temperaturas operativas mayores a 450 °C. El  $C_{confiabilidad}$  se define mediante los datos de dureza tomados al final del tratamiento térmico de temple y revenido (390-460 HB) con una media de 1450 MPa en esfuerzo de fluencia  $\sigma_y$ , que es una confiabilidad del 90%, es decir un factor de 0.897 según [9]. Los parámetros  $b$  y  $h$  son el ancho y el espesor promedio de la hoja medido en [mm]. El valor  $S_e'$  se toma como 700 MPa debido a que el  $S_{ut}$  del material supera 1400 MPa

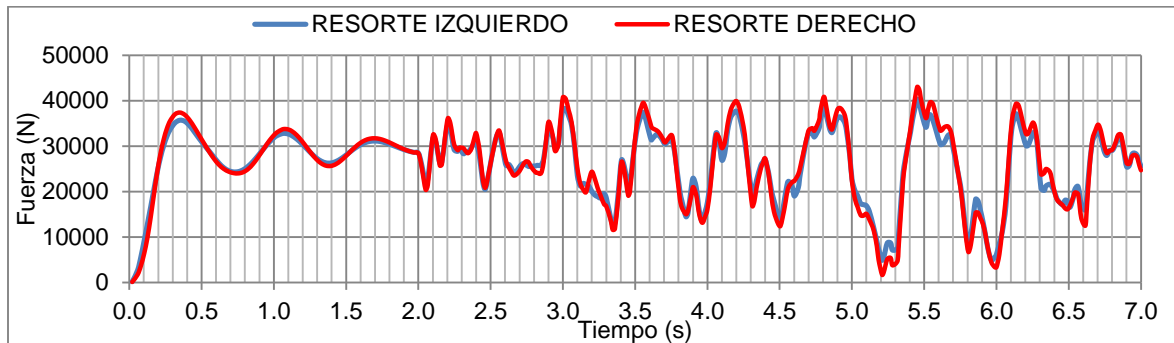
La figura 4-4 muestra la obtención de la curva S-N de acuerdo a los parámetros mencionados y la expresión (4.4).

**Figura 4- 4: Diagrama S-N para el acero 5160H Templado, revenido y granallado bajo esfuerzo**

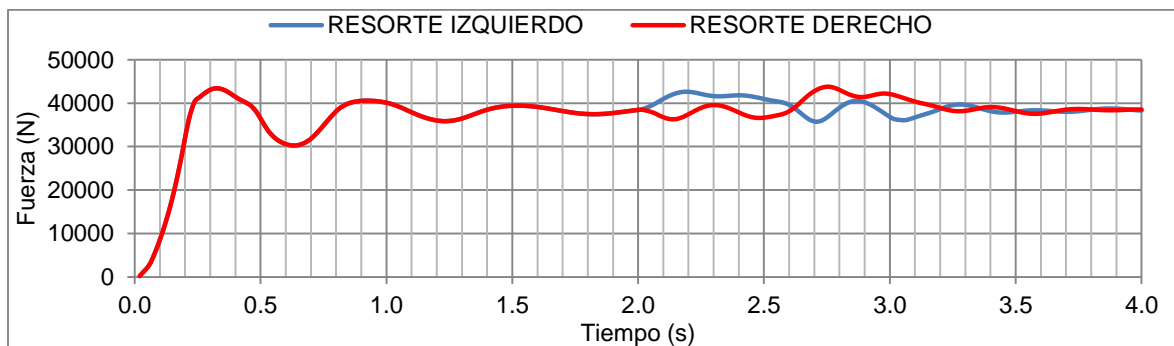


El historial de carga es extraído de la simulaciones transitorias del vehículo de pruebas en el cual se post-procesan la fuerzas de compresión de los resortes delanteros como se muestra en las figuras (4-5) y (4-6).

**Figura 4- 5: Histórico de cargas dinámicas de la simulación vertical para resortes de ballesta delanteros.**



**Figura 4- 6: Histórico de cargas dinámicas de la simulación lateral para resortes de ballesta delanteros**



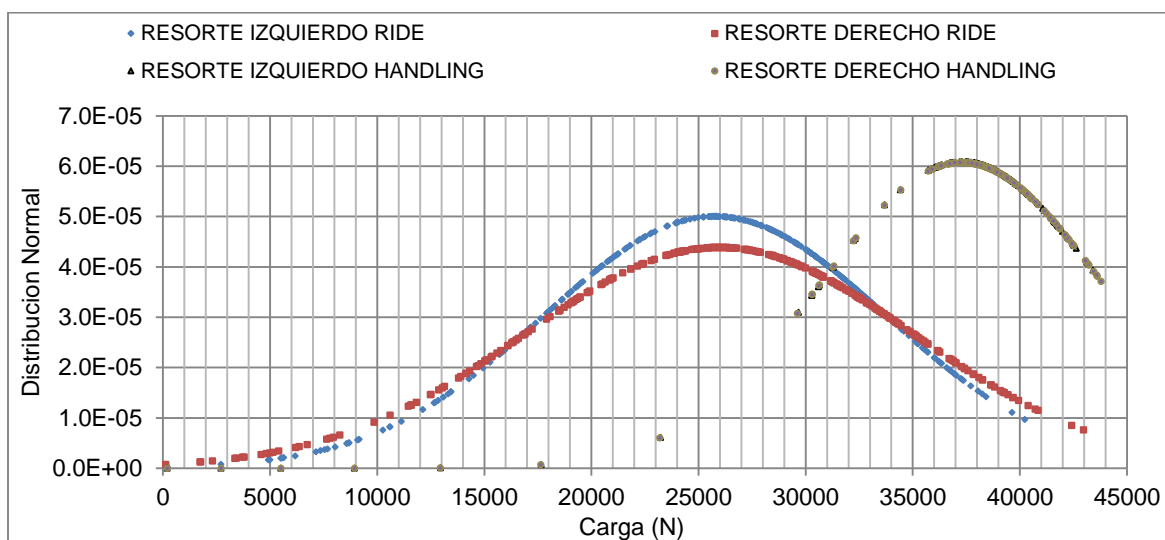


De acuerdo al historial de cargas de las figuras 4-5 y 4-6 se establecen valores estadísticos para definir el porcentaje de confiabilidad en el cual trabajara principalmente el sistema de suspensión.

La figura (4-7) muestra la distribución normal de las cargas de los eventos vertical y lateral indicando una media de 25759 N en el resorte izquierdo y 25942 N en el resorte derecho en para la simulación vertical con una desviación estándar de  $\sigma=7978$  N y 9091 N. Para la condición de simulación lateral se obtiene una media de 37287 N en el resorte izquierdo y 37267 N en el derecho con desviaciones de  $\sigma=6552$  N y  $\sigma=6565$  N respectivamente. Cabe anotar que los resultados de simulación son obtenidos para una máxima carga de 17000 kg.

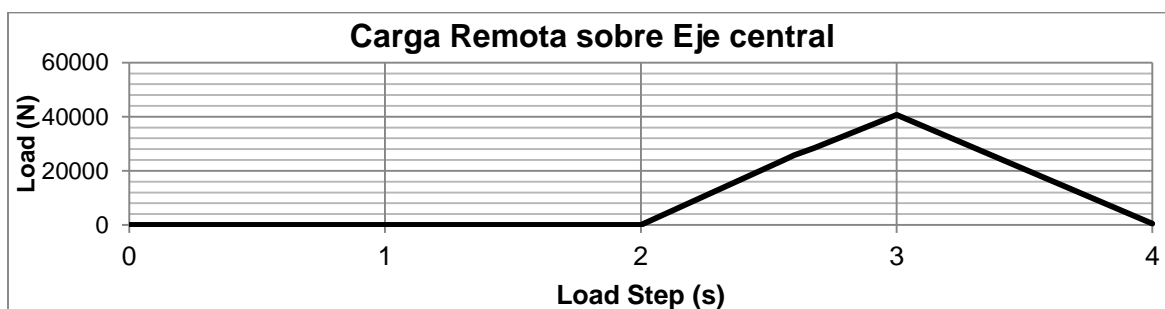
Para una confiabilidad de cubrimiento de cargas de  $3\sigma$  (99.7%); las cargas máximas para ambos eventos son de 50000 N y mínimas de 10000 N. Estas cargas junto con la carga promedio (25851 N) y la carga del vehículo vacío (23975 N) son introducidas de manera incremental (ver figura 4.8).

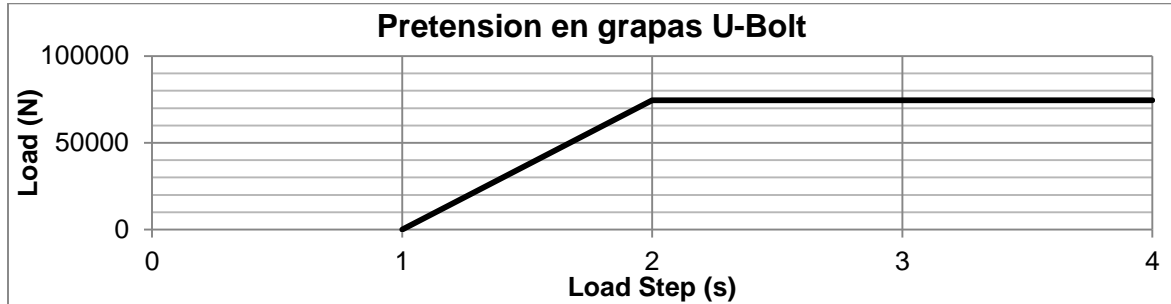
**Figura 4- 7: Distribución normal cargas resultantes de los eventos vertical/horizontal**



Se introducen también las cargas de pretensión (ver figura 4-9) sobre las grapas U-Bolt de acuerdo a su calidad grado SAE y su diámetro (74464 N) para mantener el ensamble sin desajustes durante la aplicación de las cargas.

**Figura 4- 8: Carga remota incremental para resorte delantero.**



**Figura 4- 9: Carga de pretensión incremental para grapas U-bolt**

Se emplean cuatro pasos de carga, en el primer paso no actúa ninguna fuerza para garantizar la estabilidad de la solución en lo que respecta al reconocimiento de contactos friccionales, esto se explica en detalle en el capítulo 3 y en el **ANEXO H**. en el paso dos, actúa la carga de pretensión de grapas U-bolt para mantener el ensamble asegurado, esta pretensión se mantiene en los pasos siguientes de manera constante. En el tercer paso se aplica la carga de compresión y en el último paso, esta carga se reduce de manera incremental. El ITS para esta simulación es de  $1e-4$  [s] para el paso 2 y de  $1e-2$  [s] para los pasos siguientes. Se obtiene un tiempo de cálculo de 113 s y 150 iteraciones en el mismo hardware especificado.

La obtención de los modos de vibración y valores propios son obtenidos mediante el planteamiento realizado en (3.4.2).

#### 4.1.2 Pre proceso Fatiga.

Se utiliza el método de conteo tipo Rainflow para establecer la frecuencia de valores de carga y su amplitud, utilizando como información de entrada los datos de las figuras (4-5 y 4-6).

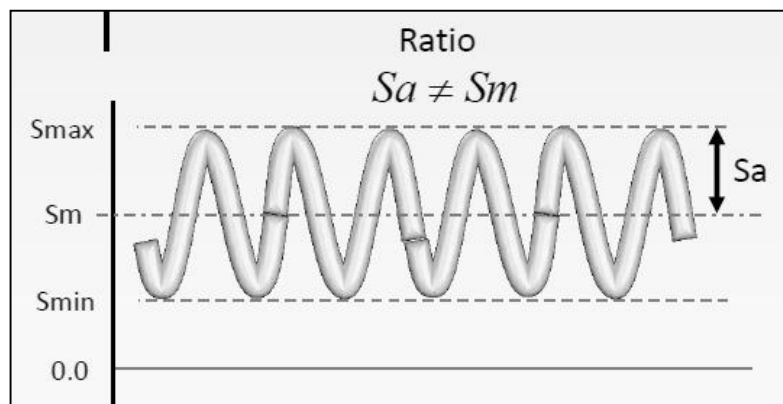
El factor de resistencia a la fatiga considerando el proceso de fabricación en (4.5) es de 0.93. El factor de escala para la lectura de datos históricos es de  $3.92e-5$  lo cual multiplica el valor medio de cargas en un 57%. Las unidades de vida se establecen conforme a la distancia recorrida por el vehículo durante el tiempo sumado de ambos eventos, es decir 8 s, con una velocidad de 45km/h lo que significa una distancia total recorrida de 100 m. Se contará entonces como un ciclo, el recorrido del vehículo por cada 100 m.

El componente de esfuerzo a evaluar es el de máximo principal el cual ocurre en el lado de tensión del material. Se utiliza como criterio de falla la Curva SN del material. No se considera la fatiga de ningún otro componente dentro del ensamble, ya que no son objeto de estudio.

- Evaluación analítica con Amplitud y frecuencia constante.

La figura 4-10 muestra un comportamiento típico de un ensayo de fatiga con amplitud y frecuencia constante en el cual toda la señal se mueve en el cuadrante positivo debido a que el resorte nunca se encuentra descargado, esto significa que el esfuerzo alternante es diferente del esfuerzo medio.

**Figura 4- 10: Fatiga con amplitud y frecuencia constante**



La tabla 4.2 muestra la predicción de fatiga utilizando un rango de desplazamiento entre 102.7 mm (Max) y 50 mm (min).

**Tabla 4- 2: Estimación de fatiga para resortes delanteros mediante señal de amplitud y frecuencia constante**

		RESORTE DELANTERO IVECO CON GRANALLADO																				CICLOS	KILOMETROS				
	Ancho (mm)	Espeor	Sut	Smax	Smin	Sa	Sm	Δs	R	A	Ccarga	deqv	Ctamaño	Csuperficie	Ctemp	Cconf	Se	Sa	Sm	a	b	Log(Sa)	Log(a)	Log(Sa)-log(a)/b			
	mm	mm	Mpa	Mpa	Mpa	Mpa	Mpa										Mpa	Mpa	Mpa	Mpa	Mpa	Mpa	Mpa				
HOJA 1	90	22.2	1600	603.3	179.0	212.13	391.16	424.26	0.30	0.54	-	1	36.11	0.84	0.35	1	0.897	700	184.52	1440	11237.73	-0.30	2.33	4.05	5.80	625779	938669
HOJA 2	90	22.2	1600	629.4	166.0	231.71	397.68	463.42	0.26	0.58	-	1	36.11	0.84	0.35	1	0.897	700	184.52	1440	11237.73	-0.30	2.36	4.05	5.67	465054	697582

En una iteración preliminar y utilizando los valores corregidos en FEM de la tabla 4.1 se obtienen los valores de esfuerzo, constante, frecuencia Natural, y masa mostrados en la tabla 4-3.

La tabla 4-3 muestra un valor elevado de constante de rigidez con respecto al valor hallado en la optimización de la suspensión. A pesar que los valores promedio y desviación estándar de esfuerzos principales se encuentran en un rango nivelado y aceptable, se hace necesario evaluar ajustes en la geometría para intentar maximizar la durabilidad, minimizar la constante a un valor objetivo y reducir la masa de ambas hojas de resorte parabólico.

**Tabla 4- 3: Resultado de iteración preliminar mediante FEM**

K	Frecuencia	Masa	Vida	x_g1_h1	x_g1_h2	Desvest_g1_h1	Desvest_g1_h2
N m <sup>-1</sup>	Hz	kg	Km	J m <sup>-3</sup>	J m <sup>-3</sup>	J m <sup>-3</sup>	J m <sup>-3</sup>
3.73E+5	1.16E+1	7.03E+1	2.2E+3	5.99E+8	5.87E+8	7.06E+7	1.20E+8

## 4.2 Diseño de experimentos DOE

Con el objetivo de obtener un diseño óptimo en reducción de vibraciones, aumento de resistencia a la fatiga, bajo peso así como factible en términos de fabricación y mantenimiento, se desarrolla un diseño de experimentos el cual combina diferentes espesores de material, los espesores son el factor más influyente sobre el comportamiento de este tipo de suspensiones.

### 4.2.1 Parámetros de entrada

Los parámetros de entrada comienzan con un boceto en CAD del perfil de cada hoja y parametrizado con el fin de no afectar las operaciones booleanas que le siguen, así como las relaciones de ensamblaje y de boceto en contexto, también se validan los diferentes ajustes geométricos en el entorno de pre proceso de ANSYS para que los cambios no afecten el tipo de mallado y su calidad, la interfaz de contactos y las condiciones de frontera.

Con el fin de automatizar el proceso de experimentación se crea un vínculo asociativo bidireccional entre paquetes CAD-CAE para ejecutar los ajustes geométricos de acuerdo a la matriz de experimentos.

La tabla de experimentos se realiza de manera manual debido a que se debe conservar de manera paralela la relación de espesores definidos en la tabla 4-1 y para que los resultados de esfuerzo principal promedio y desviación estándar se mantengan equilibrados. Se define un rango de espesores con un  $\Delta T=0.3$  mm. Este rango se define de acuerdo a la capacidad del proceso de manufactura de hojas parabólicas.

La tabla 4-4 muestra los valores máximos y mínimos de los espesores de hojas a utilizar en el experimento.

**Tabla 4- 4: Rango de espesores para diseño de experimentos.**

	HOJA 1							HOJA 2						
	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T2_1	T2_2	T2_3	T2_4	T2_5	T2_6	T2_7
Tmax	29.3	27.1	24.7	22.5	20	17.4	14.5	29.3	27.1	24.7	22.15	19.6	16.7	12.8
Tmin	24.1	21.9	19.5	17.3	14.8	12.2	9.3	24.1	21.9	19.5	16.95	14.4	11.5	7.6

## 4.2.2 Variables de Respuesta

Las variables de respuesta para el diseño de experimentos son:

- Fuerza de reacción en soporte fijo en posición vacío en [N]
- Fuerza de reacción en soporte móvil en posición vacío en [N]
- $\sigma_1$  en lado de tensión a 100 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 1 lado fijo en [MPa]
- $\sigma_1$  en lado de tensión a 200 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 1 lado fijo en [MPa]
- $\sigma_1$  en lado de tensión a 300 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 1 lado fijo en [MPa]
- $\sigma_1$  en lado de tensión a 40 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 1 lado fijo en [MPa]
- $\sigma_1$  en lado de tensión a 500 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 1 lado fijo en [MPa]
- $\sigma_1$  en lado de tensión a 600 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 1 lado fijo en [MPa]
- $\sigma_1$  en lado de tensión a 700 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 1 lado fijo en [MPa]
- $\sigma_1$  en lado de tensión a 100 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 2 lado fijo en [MPa]
- $\sigma_1$  en lado de tensión a 200 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 2 lado fijo en [MPa]
- $\sigma_1$  en lado de tensión a 300 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 2 lado fijo en [MPa]

- $\sigma_1$  en lado de tensión a 400 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 2 lado fijo en [MPa]
- $\sigma_1$  en lado de tensión a 500 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 2 lado fijo en [MPa]
- $\sigma_1$  en lado de tensión a 600 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 2 lado fijo en [MPa]
- $\sigma_1$  en lado de tensión a 700 mm de grapa U-Bolt a carga máxima en hoja 1 lado fijo en [MPa]
- Masa total hoja 1 en [kg]
- Masa total hoja 2 en [kg]
- Frecuencia natural en el modo flexión en [Hz]

De esta forma se genera un arreglo de 27 experimentos ejecutados en serie

Los objetivos de diseño planteados son los siguientes:

1. Max  $f(N_f) = N_f(k_s, t_0)$  (Relevancia: Alta)
2. Min  $f(m) = m(t_0, f_n)$  (Relevancia: Baja)
3. Sujeto a  $g(k_s) = (k_s = 250 \text{ N/mm})$
4. Sujeto a  $g(f_n) = (10 \text{ Hz} < f_n < 15 \text{ Hz})$

La variable de respuesta de resistencia a la fatiga tiene una relevancia más alta que la variable masa debido a que las fallas por fatiga tempranas representan un desempeño muy bajo del producto en comparación al beneficio que ofrece una disminución de masa. La disminución de masa en el resorte contribuye a mejorar las condiciones dinámicas verticales y laterales además de un ahorro de combustible. Sin embargo la contribución de masa de los resortes dentro del subsistema de masa no suspendida es baja.

## 5. Análisis de Resultados

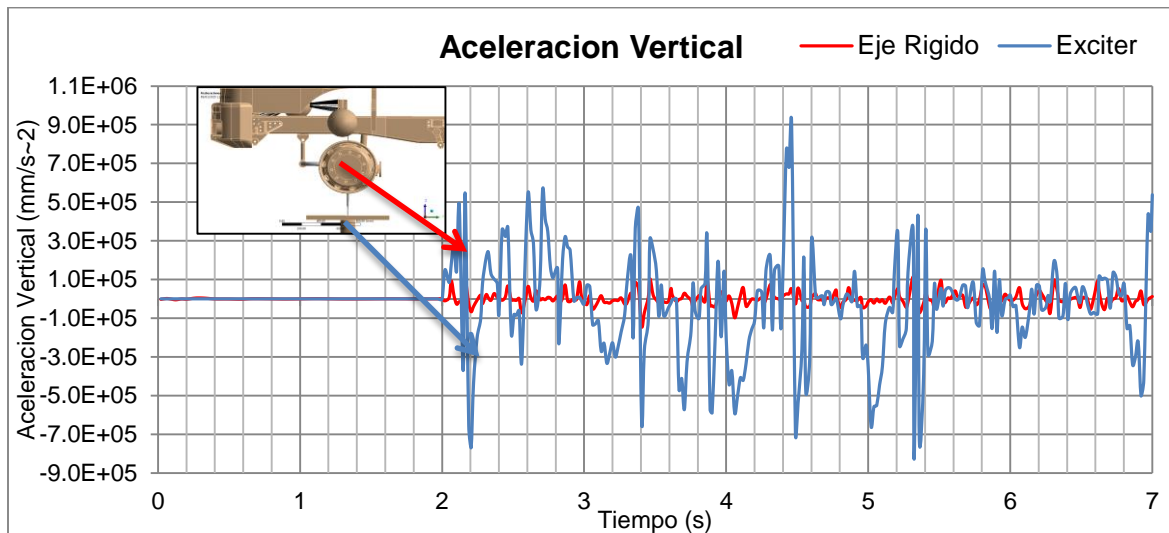
En el presente capítulo se presentan los diferentes resultados de las simulaciones del vehículo tanto en la dinámica vertical como en la lateral. Finalmente se realiza una breve discusión para aclarar algunos conceptos y limitaciones surgidas en el desarrollo del proyecto.

### 5.1 Resultados Simulación Vertical

- **Aceleraciones**

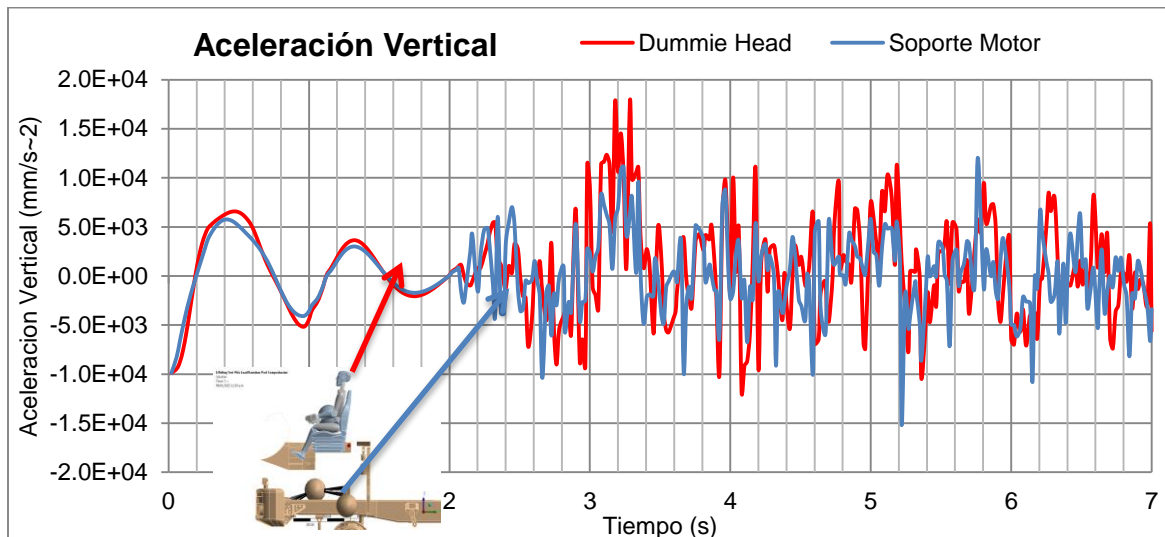
La figura 5-1 muestra la aceleración vertical medida en el punto de contacto entre la rueda y el suelo. Se puede apreciar la magnitud de aceleraciones absorbidas por el neumático con respecto a las aceleraciones de entrada.

**Figura 5- 1: Aceleraciones verticales en el suelo y en el eje delantero**



La figura 5-2 muestra las aceleraciones verticales medidas en la base trasera del motor el cual se encuentra justo sobre el eje delantero, también se muestra la aceleración vertical en un punto colocado en la cabeza del maniquí. Se puede apreciar que los picos de aceleración en la cabeza del maniquí son más altos que los picos registrados en el soporte del motor, esto puede deberse a la ausencia de amortiguamiento en el sistema de suspensión de la cabina.

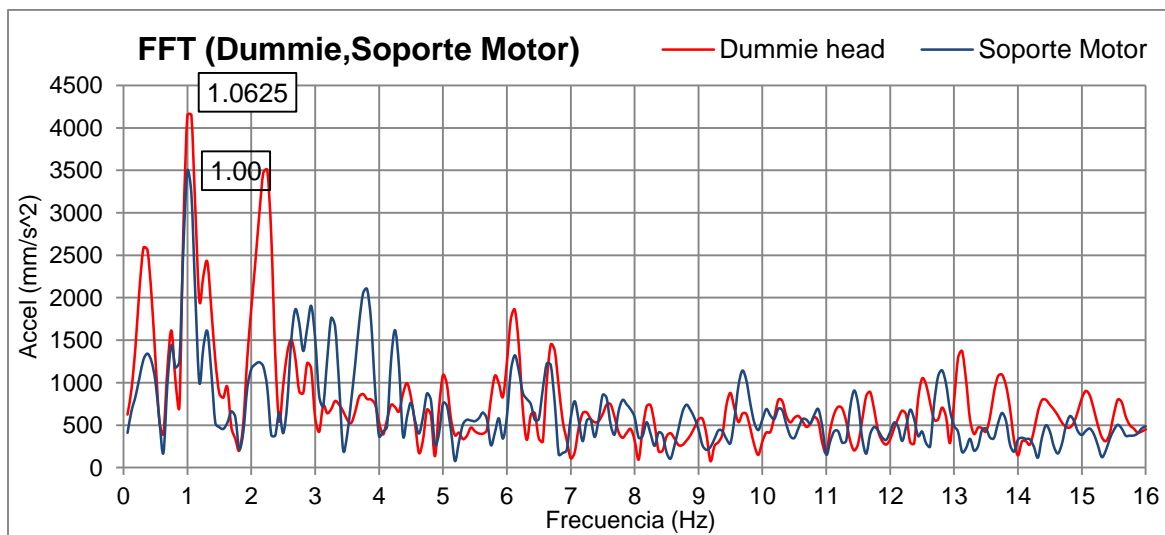
**Figura 5- 2: Aceleraciones verticales soporte motor y maniquí.**



La señal sinusoidal mostrada en el intervalo de tiempo de 0 a 2 segundos corresponde al equilibrio estático tomado por el vehículo por acción de la aceleración de la gravedad la cual ejerce su influencia desde el primer sub-paso de carga.

La figura 5-3 evidencia una frecuencia de 1.06 Hz en el acelerómetro colocado en la cabeza del maniquí. Esta es la frecuencia de vibración percibida por el conductor. El pico de aceleración se encuentra dentro de un rango aceptable de confort de acuerdo a la norma ISO2631-1 [6].

**Figura 5- 3: Transformada rápida de Fourier para acelerómetro colocado en el maniquí**

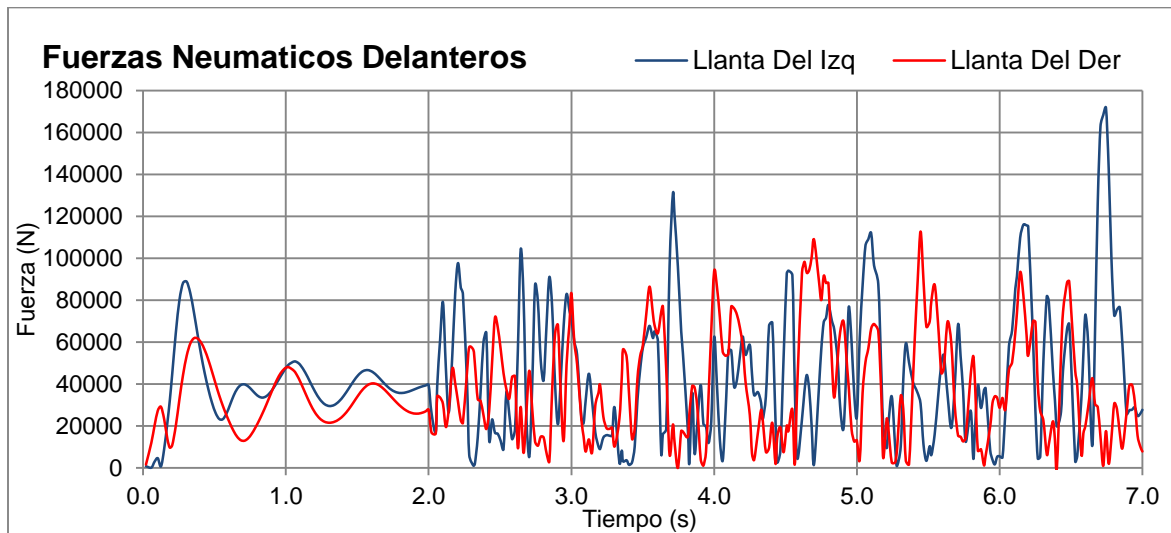


- **Fuerzas Resultantes**

Los resultados de simulación mostrados corresponden a simulaciones preliminares realizadas con (3.37) donde se calcula una constante de resorte para una frecuencia

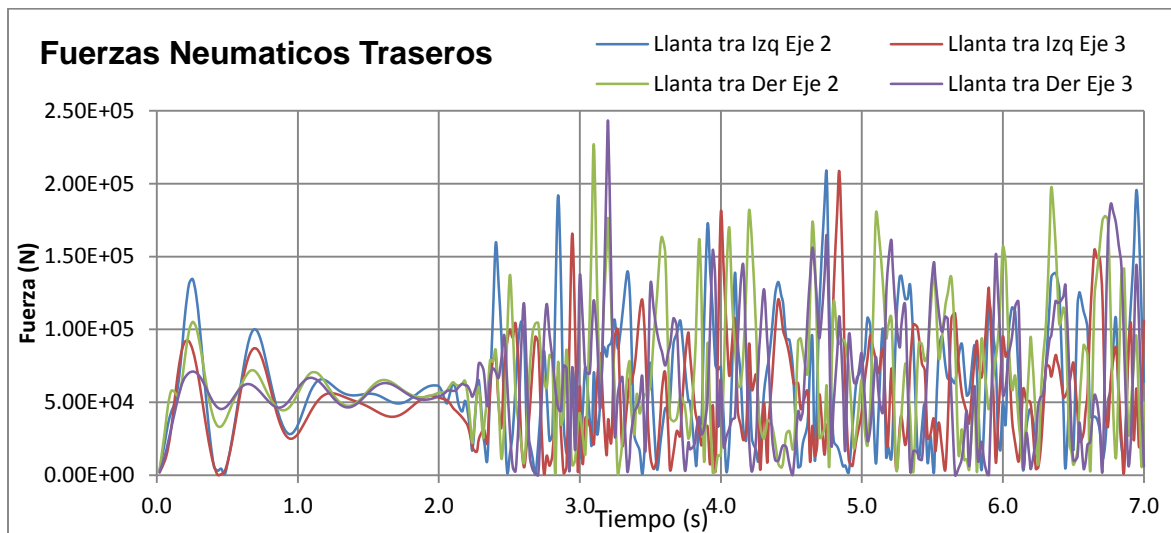
natural del chasis de 1 a 2 Hz. Las demás constantes y variables del sistema de suspensión permanecen de acuerdo a las caracterizaciones cuasi-estáticas previas.

**Figura 5- 4: Fuerzas Resultantes en neumáticos delanteros**



Para los neumáticos traseros de los ejes 3 y 4 se observan los resultados en la Figura 5-5.

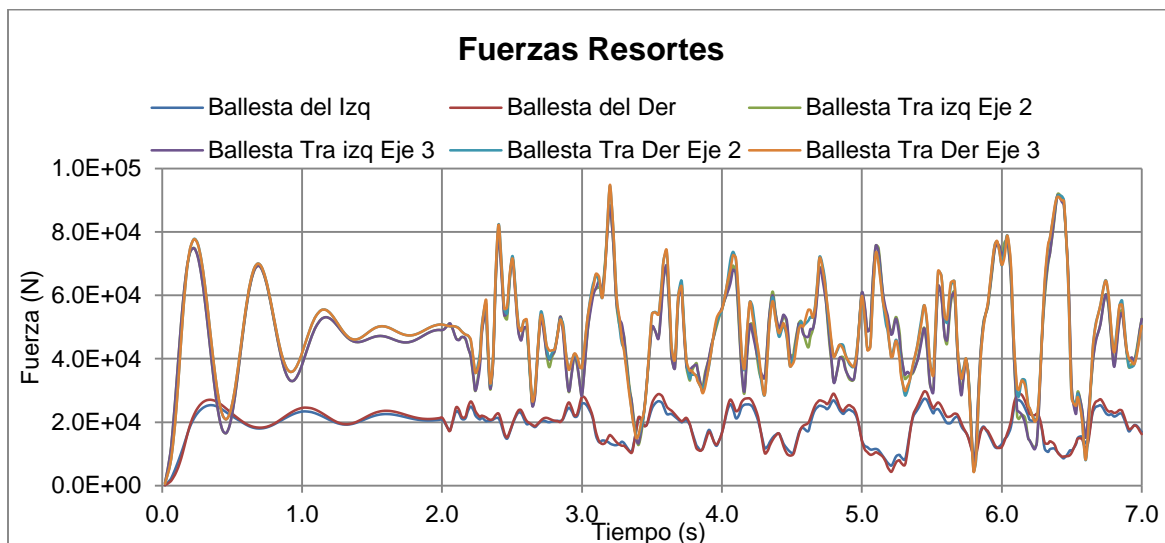
**Figura 5- 5: Fuerzas resultantes neumáticos traseros**



Las fuerzas en la suspensión se toman con las mismas condiciones de frontera de los resultados anteriores, esto es a máxima carga.



**Figura 5- 6: Fuerzas resultantes resortes delanteros y traseros**

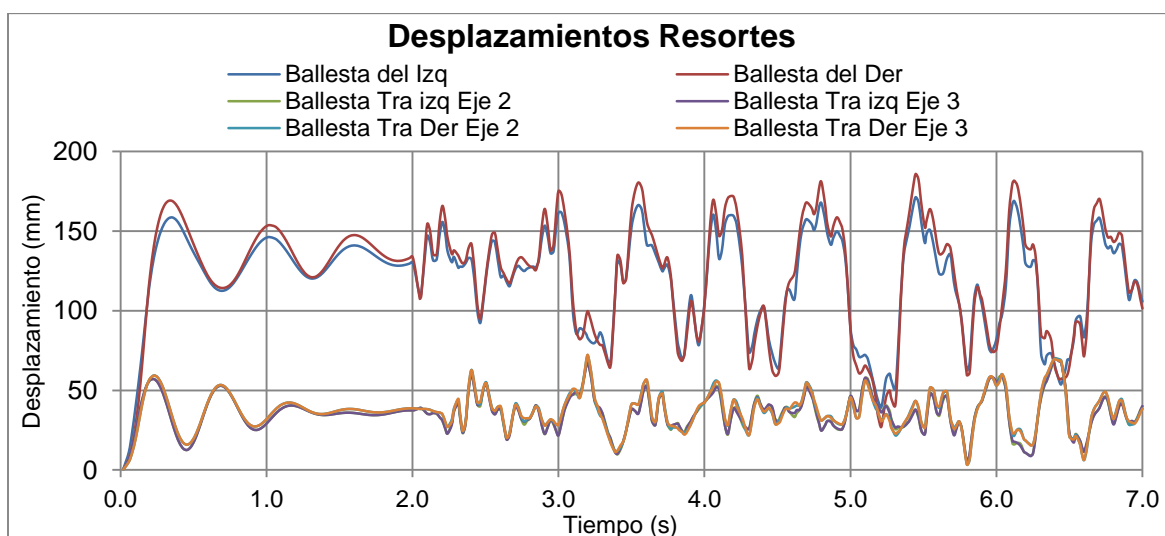


La figura 5-6 muestra los rangos de operación de las cargas ejercidas sobre cada uno de los resortes de la suspensión, se aprecia una mayor carga en los resortes traseros debido a la ubicación del centro de gravedad de la carga.

#### ▪ Desplazamientos

La figura 5-7 muestra los desplazamientos de cada uno de los resortes de ballesta enmarcando las diferencias en magnitud de los desplazamientos delanteros con respecto a los traseros.

**Figura 5- 7: Desplazamientos resultantes en resortes de ballesta delanteros y traseros**

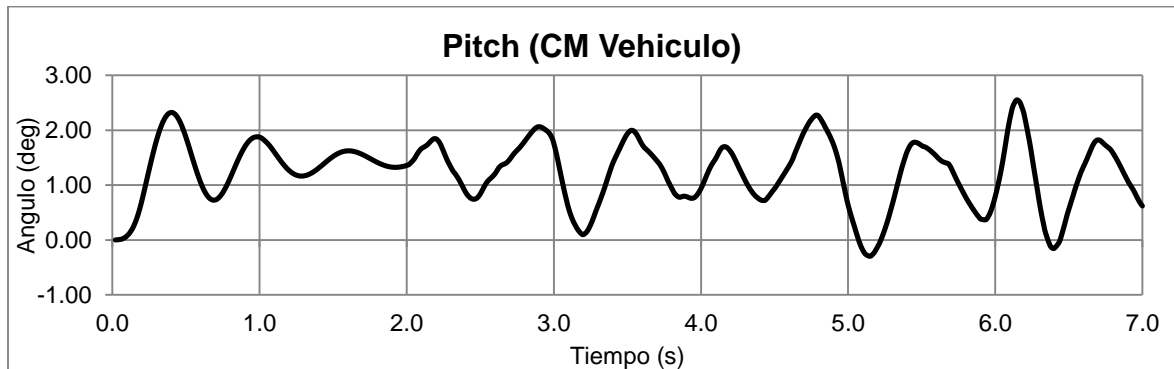


De acuerdo al método planteado es posible procesar resultados de desplazamiento, velocidad o aceleración así como de rotación (Pitch-Roll-Yaw) en los ejes coordenados del centro de gravedad del vehículo, las fuerzas de amortiguamiento y deformaciones elásticas de las barras estabilizadoras.

### ▪ Rotaciones

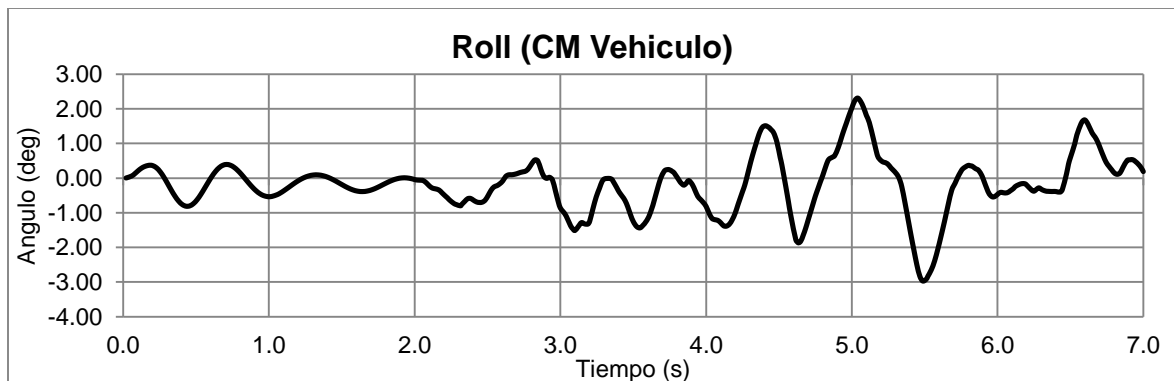
Las rotaciones son medidas con respecto al centro de masa del vehículo. La figura 5-8 muestra la rotación en sentido longitudinal con respecto al eje transversal.

**Figura 5- 8: Rotación Pitch con respecto al centro de masa suspendido del vehículo**



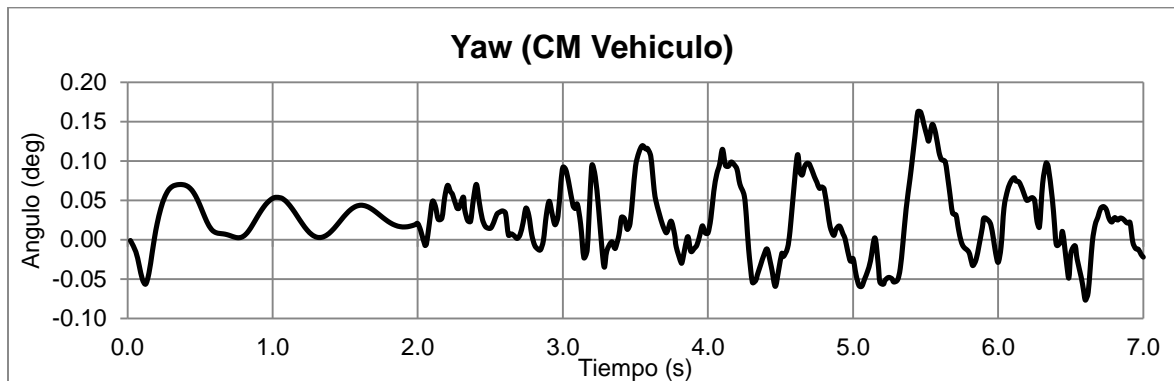
La figura 5-9 muestra la rotación lateral del centro de masa suspendido.

**Figura 5- 9: Rotación lateral (Roll) de la masa suspendida del vehículo**



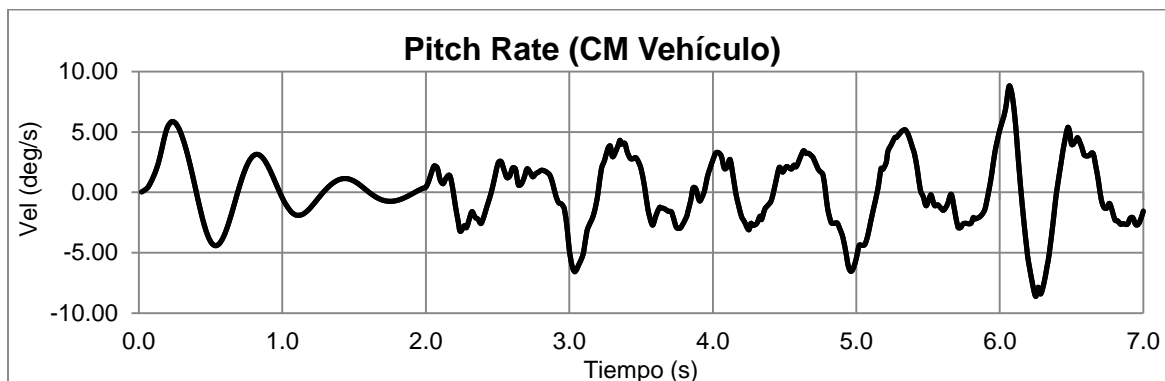
La figura 5-10 muestra el movimiento rotacional con respecto al eje vertical del vehículo.

**Figura 5- 10: Rotación vertical (Yaw) de la masa suspendida del vehículo**



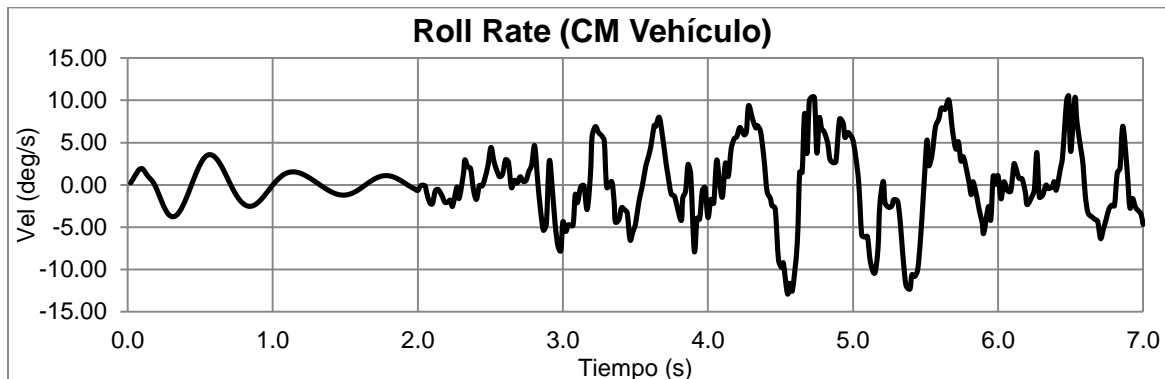
Las tasas de cambio de estos ángulos de giro se muestran en la figura 5-11 para el movimiento longitudinal.

**Figura 5- 11: Velocidad de giro sobre el eje Transversal (Pitch Rate)**

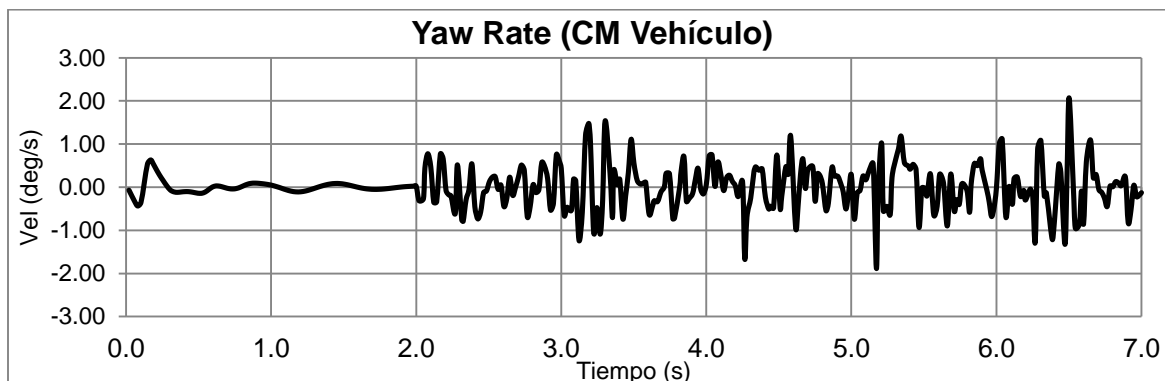


La figura 5-12 muestra la velocidad de rotación en el eje lateral. En este gráfico se muestra un mayor orden de magnitud con relación a las demás rotaciones debido a la geometría de la suspensión y la transferencia de masa por las excitaciones del terreno.

**Figura 5- 12: Velocidad de giro sobre el eje longitudinal (Roll Rate)**



**Figura 5- 13: Velocidad de giro sobre el eje vertical (Yaw Rate)**



### 5.1.1 Discusión

Se presentan los resultados de aceleración vertical ya que es el vector más representativo de las vibraciones inducidas mediante los actuadores. El valor de aceleración promedio es de 0.06 G con un RMS de 0.5 G para el maniquí colocado en la cabina, la frecuencia de oscilación de dicho maniquí es de 1.06 Hz en el modo vertical.

Estos valores son preliminares y deben ser evaluados para la dinámica lateral con el objetivo de establecer si las constantes de rigidez y amortiguación viscosa son óptimas, así mismo se deben evaluar capacidades de carga diferentes para evitar un diseño de suspensión que genere altas frecuencias y picos de aceleración inadecuados cuando el vehículo se encuentre descargado.

Los resultados de carga y desplazamiento corresponden al equilibrio estático calculado en (3.45). Estos resultados también deberán ser evaluados a la luz de la resistencia a la fatiga del resorte ya que los altos desplazamientos reducen considerablemente la vida a la fatiga del componente.

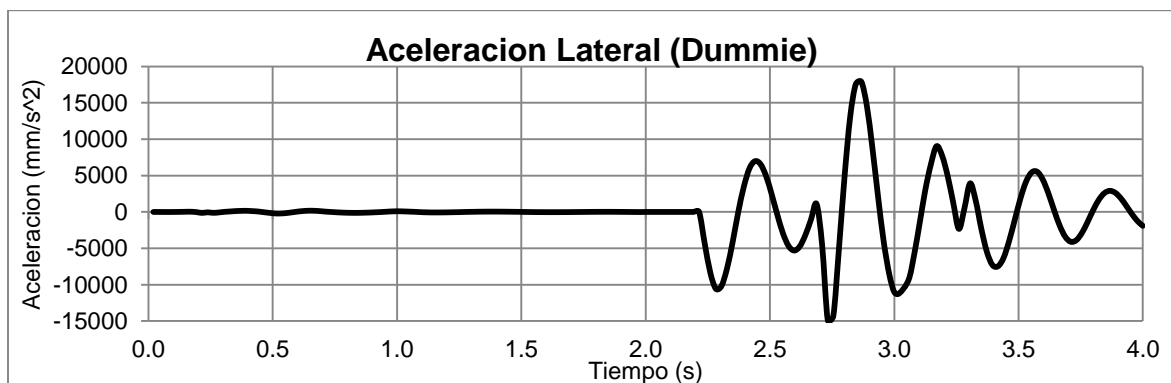
Los resultados mostrados son tomados como punto de partida para el diseño de experimentos al considerar que el valor de frecuencia se encuentra en su valor mínimo aceptable de acuerdo a la norma ISO2631 [26].

## 5.2 Resultados simulación Lateral

### ▪ Aceleraciones

La figura 5-14 muestra la aceleración lateral medida en el maniquí colocado en el asiento del conductor el cual experimenta un movimiento lateral en el momento que el vehículo cambia de carril a una velocidad constante.

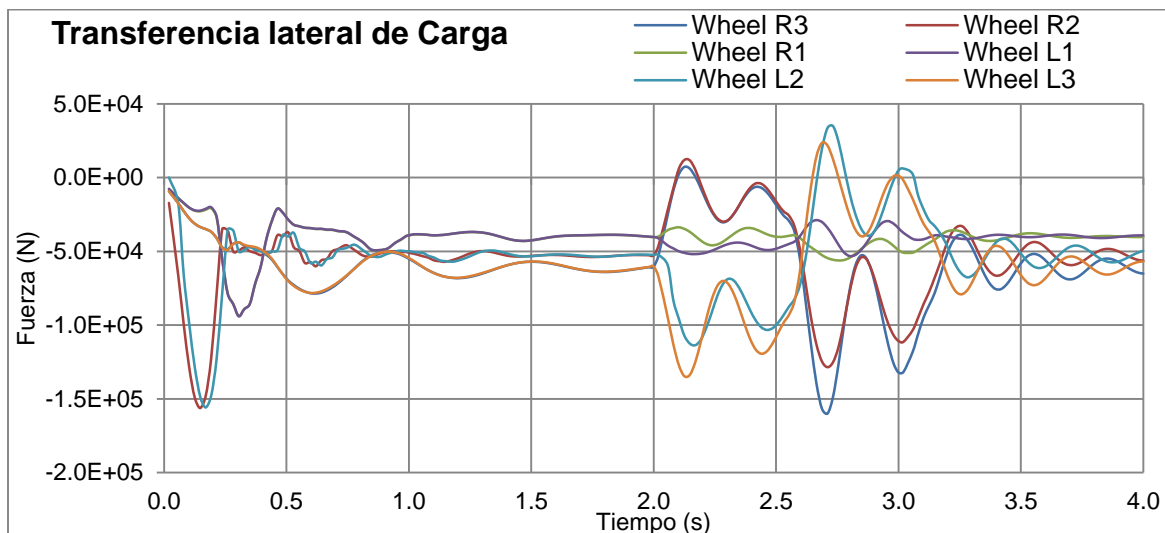
**Figura 5- 14: Aceleración lateral medida en maniquí colocado en la cabina**



### ▪ Fuerzas Resultantes

La figura 5-15 muestra la transferencia de cargas entre las ruedas del vehículo debido al cambio de carril. Se aprecia la diferencia en capacidad de cargas de estas ruedas siendo las ruedas del eje 2 las de mayor carga.

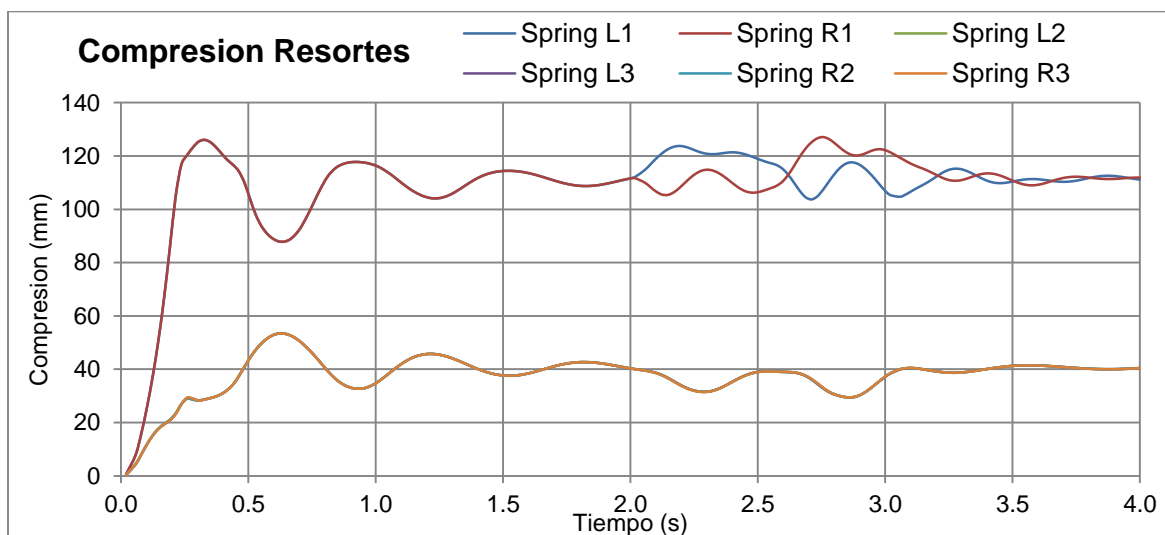
**Figura 5- 15: Transferencia lateral de cargas**



▪ **Desplazamientos**

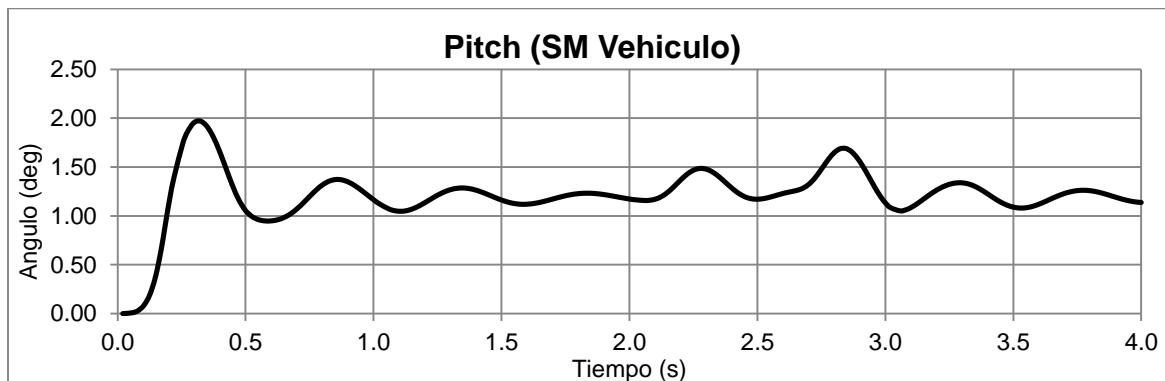
Se observan desplazamientos de compresión y extensión en los resortes de ballesta mostrados en la figura 5-16. Los desplazamientos de los resortes traseros no muestran un comportamiento similar a los resortes delanteros debido a su elevada rigidez y a la condición de carga inducida.

**Figura 5- 16: Compresión en resortes de ballesta debido al cambio de carril**

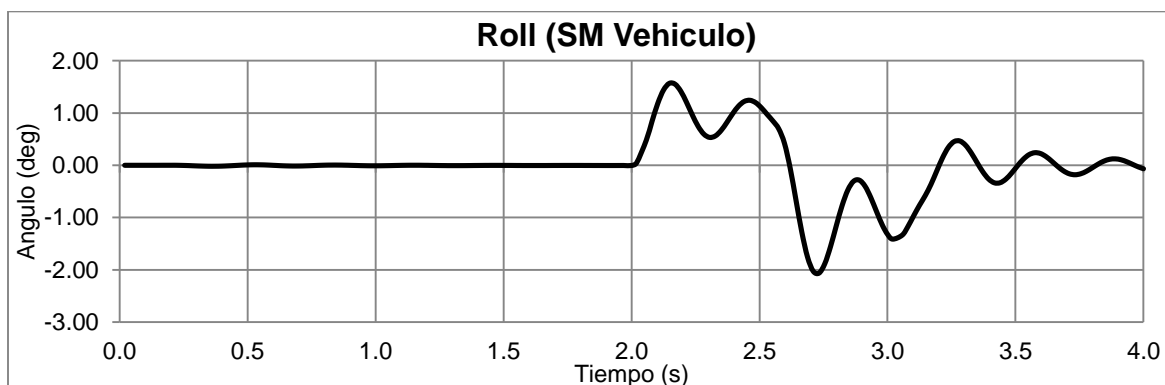


▪ **Rotaciones.**

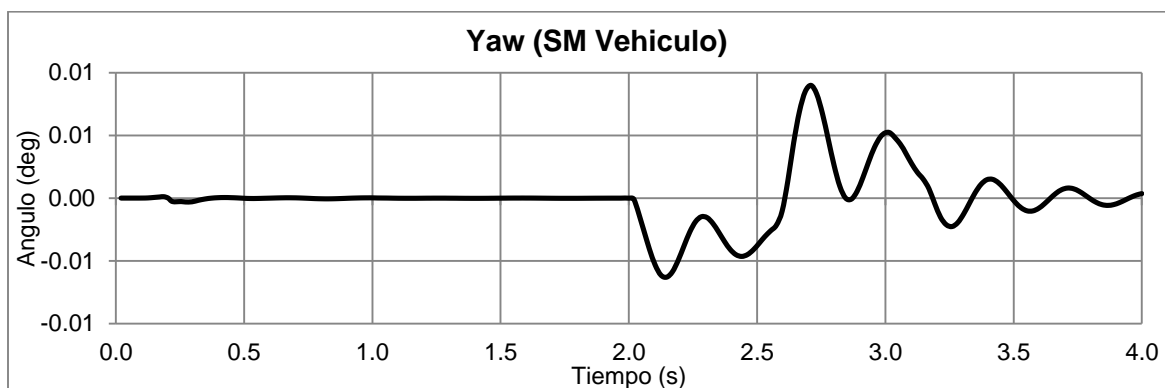
De la misma forma como se establecen los resultados de rotación de la masa suspendida con respecto a los tres ejes coordenados, se muestra en la figura 5-17 el ángulo de cabeceo (pitch) el cual se inclina hacia adelante por efecto del equilibrio estático.

**Figura 5- 17: Rotación Pitch debido al equilibrio estático y cambio de carril**

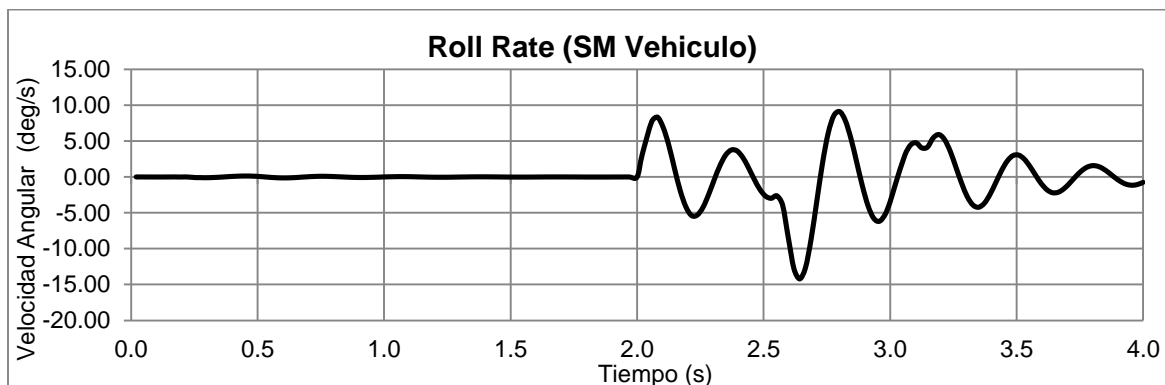
La figura 5-18 muestra la rotación de tipo Roll la cual es de principal interés ya que se debe al cambio de carril.

**Figura 5- 18: Rotación Roll debido al cambio de carril**

La rotación sobre el eje Z de tipo Yaw se muestra en la figura 5-19 la cual se genera debido a la rotación del vehículo durante la maniobra de cambio de carril.

**Figura 5- 19: Rotación Yaw de la masa suspendida debido al cambio de carril**

Únicamente se muestra la velocidad de giro del vehículo con respecto al eje longitudinal el cual describe la rotación de tipo Roll (ver figura 5-20).

**Figura 5- 20: Velocidad de giro lateral debido al cambio de carril**

### 5.2.1 Discusión

Se presentan los resultados de la simulación de dinámica lateral con el fin de obtener datos acerca del comportamiento dinámico bajo ciertas condiciones de carga y constantes de elementos de suspensión. Se evalúa en el diseño de experimentos, el ángulo de giro lateral del vehículo, su tasa de cambio así como la transferencia de la carga hacia los costados del vehículo cuando se ejecuta la maniobra. También se analiza la aceleración lateral resultante.

Se ha definido la maniobra de cambio de carril como representativa de la dinámica lateral sobre otras maniobras también estandarizadas ya que su practicidad facilita la interpretación de los resultados.

No se analiza la dinámica longitudinal debido a que no se ha caracterizado previamente el comportamientos del sistema de frenos y de transmisión, lo que dificulta la generación de modelos para una simulación MBS+FEM.

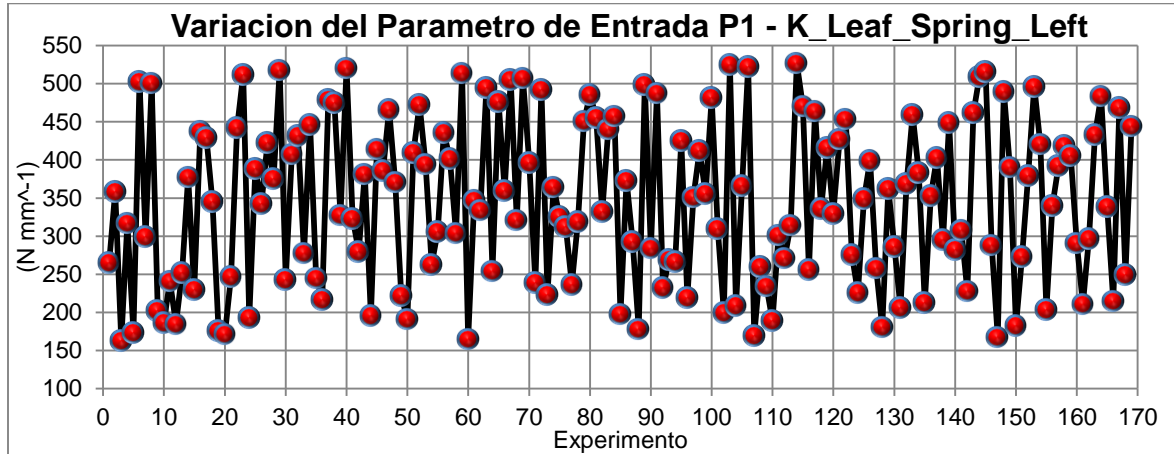
Los grados de libertad definidos en el modelo MBS+FEM son iguales a los definidos para el evento vertical lo cual puede llegar a limitar la respuesta debido a la carencia de un modelo de fricción que describa el comportamiento de los neumáticos.

## 5.3 Resultados DOE

Se presentan los resultados de los diferentes cambios en las constantes de rigidez, amortiguación y las condiciones de carga que dan origen al arreglo de experimentos mediante ANSYS DesignXplorer.

El costo computacional del experimento es de 20 horas en el mismo hardware descrito anteriormente.

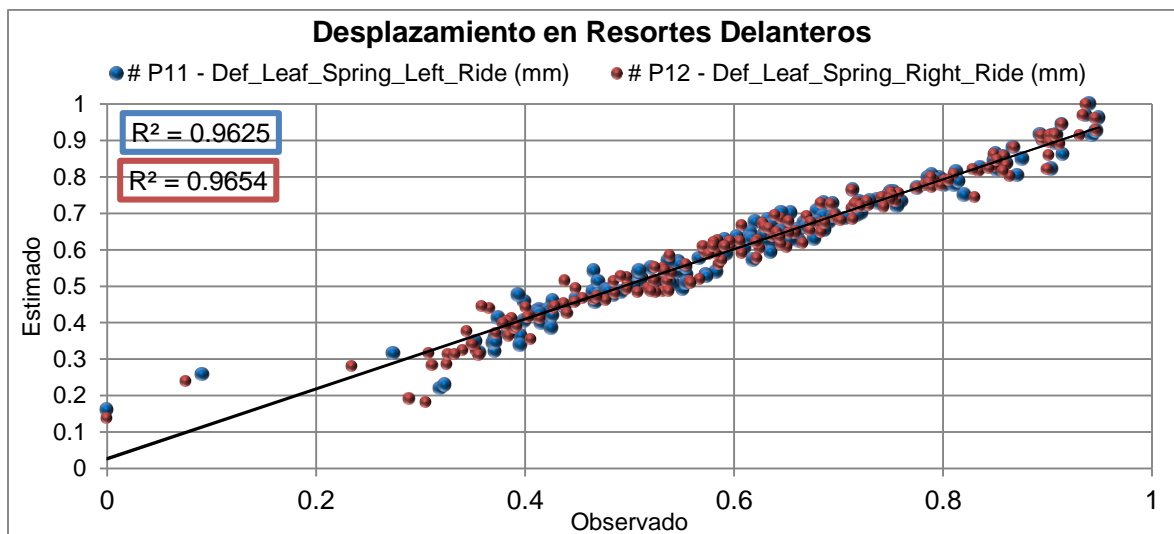
La figura 5-21 muestra la variación aleatoria del parámetro P1 el cual corresponde a la constante del resorte izquierdo delantero esta es igual para el lado derecho así como para la simulación lateral.

**Figura 5- 21: Variación del parámetro de entrada P1 para cada corrida experimental**

### 5.3.1 Calidad de Ajuste

La calidad de ajuste mide la calidad de la superficie de respuesta y está ligado al modelo de regresión utilizado el cual es, para este caso de tipo estándar de segundo orden. El coeficiente de determinación  $R^2$  es el porcentaje de variación de un parámetro de salida que puede ser explicado por la ecuación de regresión de la superficie de respuesta, esto significa que el coeficiente de determinación es la relación entre la variación relativa y el total de la variación, el mejor valor es 1 [27].

La figura 5-22 muestra la relación entre la predicción y el resultado de las deformaciones de los resortes delanteros para todo el arreglo de experimentos.

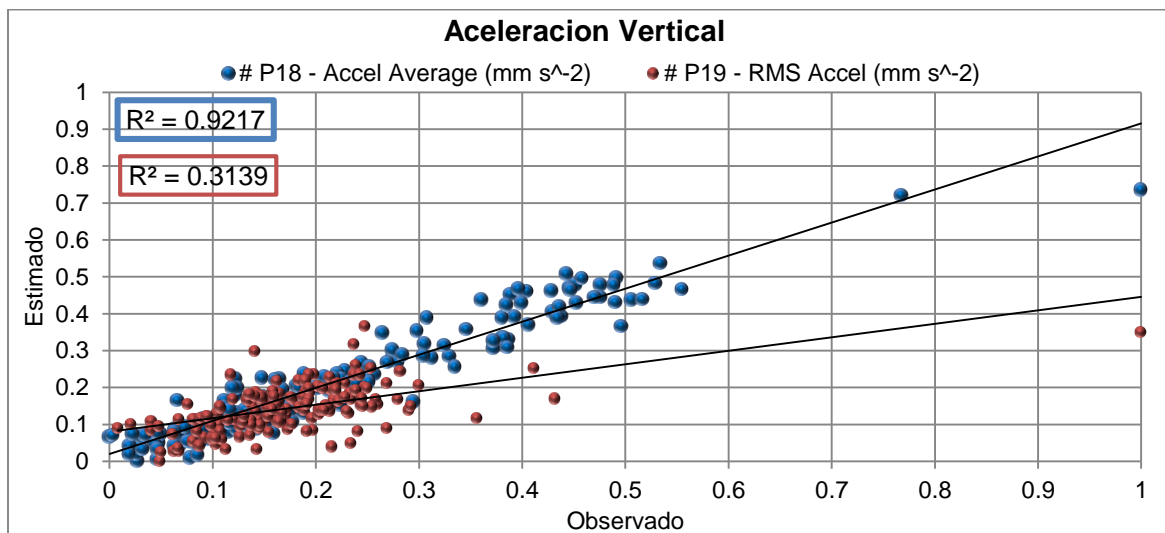
**Figura 5- 22: Calidad de ajuste para el parámetro de deformación de los resortes delanteros del vehículo**

La figura 5-23 muestra la calidad de ajuste para el promedio de aceleraciones y RMS verticales, si bien se observa una buena calidad para el promedio de aceleraciones no pasa lo mismo con el RMS debido a una dispersión alta de resultados que inclinan el valor de  $R^2$  hacia abajo. Esto puede deberse a la no proporcionalidad de algunos picos



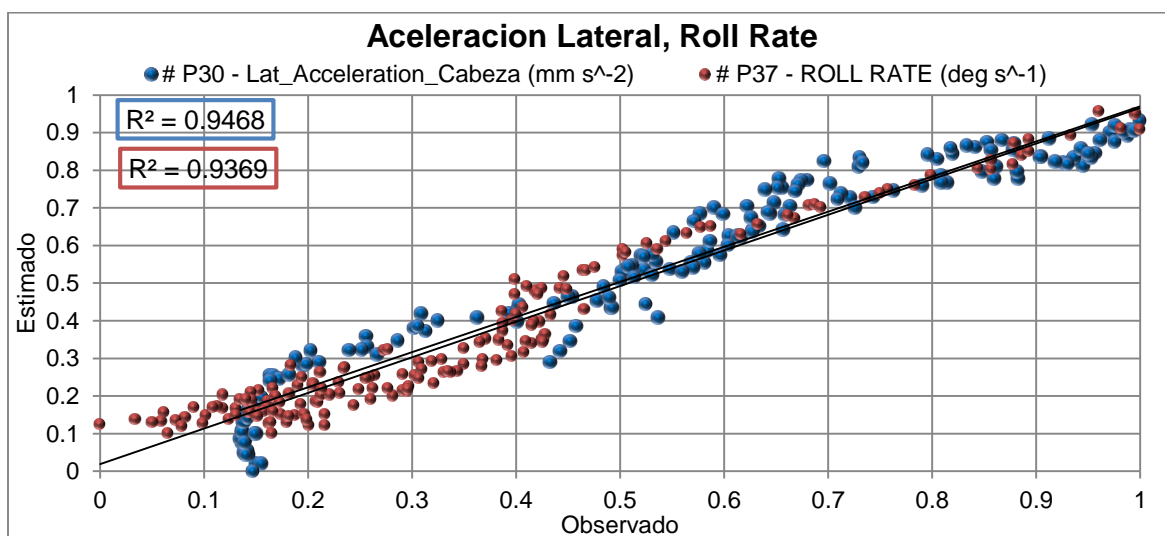
de aceleración por comportamientos inesperados en el movimiento del vehículo cuando se realizan cambios de los distintos parámetros.

**Figura 5- 23: Calidad de ajuste para los parámetros de aceleración vertical promedio y RMS**



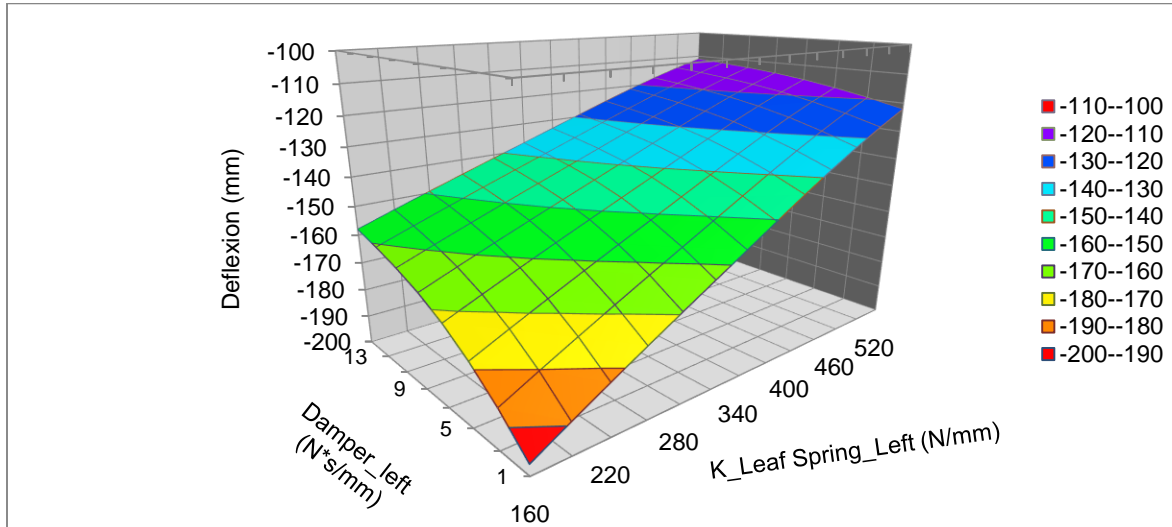
La figura 5-24 muestra la calidad de ajuste de respuestas de salida de la simulación lateral, la cuales se encuentran en coeficientes de determinación aceptables.

**Figura 5- 24: Calidad de ajuste para aceleración lateral y velocidad de giro lateral**



### 5.3.2 Superficies de Respuesta

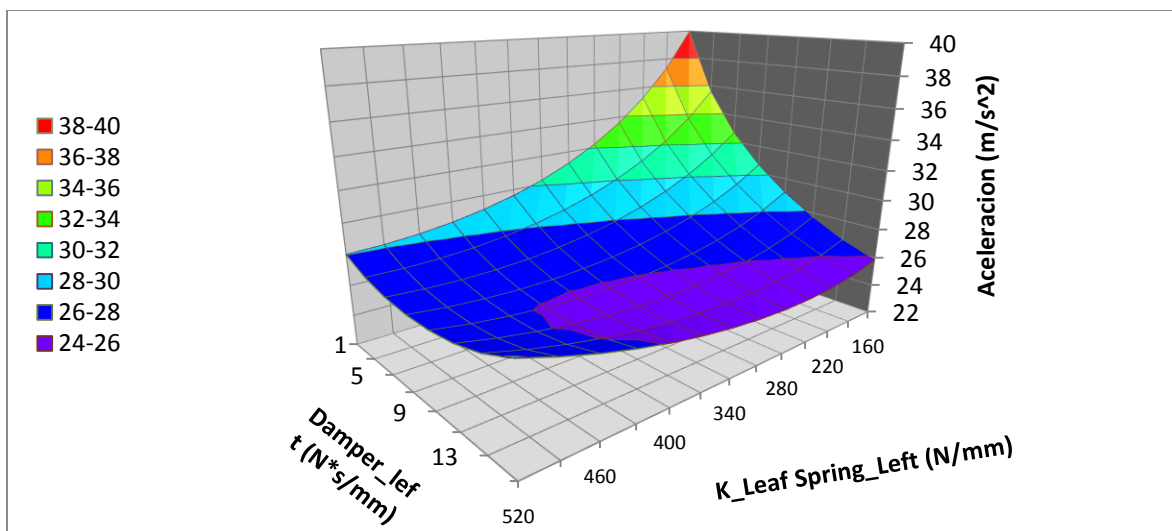
Se presentan las superficies de respuesta donde la variable de salida se encuentra en el eje vertical Z. Se muestra la influencia de los parámetros de entrada en la figura 5-25 para la deflexión del resorte de ballesta delantero izquierdo.

**Figura 5- 25: Superficie de respuesta para deflexión de ballesta delantera izquierda**

La figura 5-25 es una superficie de respuesta evaluada a un valor de carga paga de 17000 kg. Se puede apreciar que la variación del amortiguamiento comienza a tener importancia con constantes de rigidez bajas. A cargas más bajas la deflexión reduce su rango de deformación.

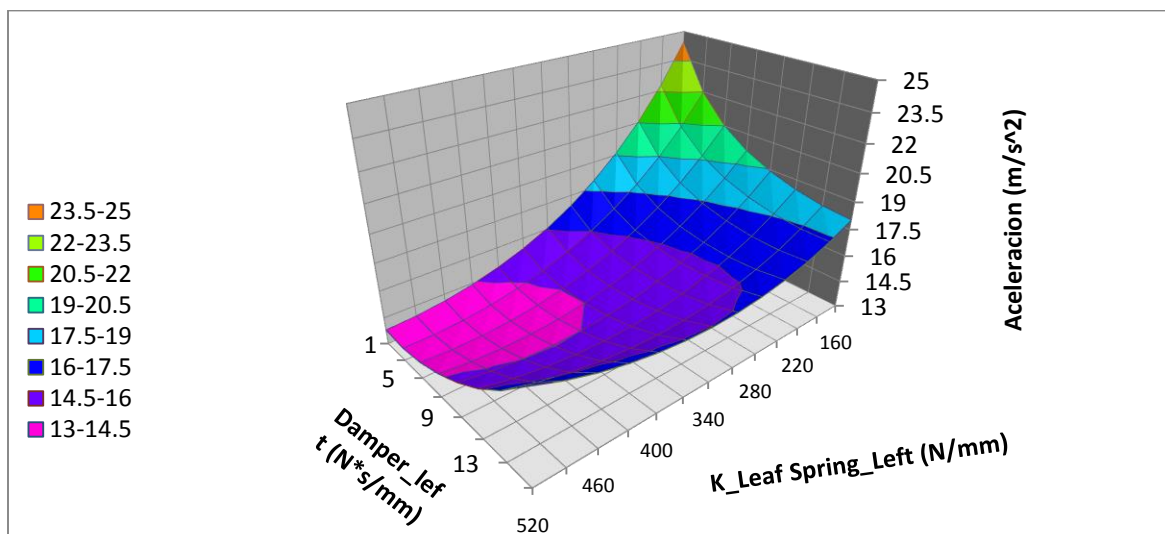
Para el resorte del lado derecho se presenta una tendencia similar con valores ligeramente diferentes.

La figura 5-26 muestra la variación de la aceleración vertical promedio con respecto a las constantes de rigidez y amortiguamiento para una carga vacía (0.0 kg).

**Figura 5- 26: Superficie de respuesta para la aceleración vertical promedio del manícu con vehículo vacío**

La figura 5-27 muestra nuevamente la superficie de respuesta, sin embargo esta se toma para una carga paga de 17000 kg.

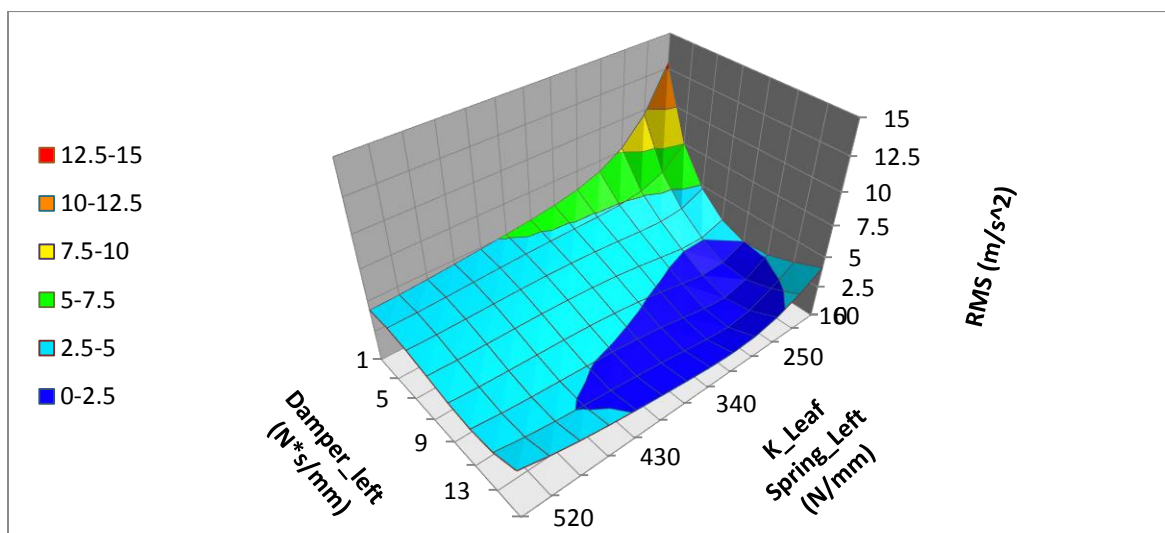
**Figura 5- 27: Superficie de respuesta para la aceleración vertical promedio del maníquí con 17000 kg de carga**



El rango de aceleración es menor al mostrado en la Figura 5-26, sin embargo la curva se transforma (ver figura 5-27) y el valor mínimo de aceleración pasa a ser una combinación entre valores bajos de amortiguamiento y valores altos de rigidez.

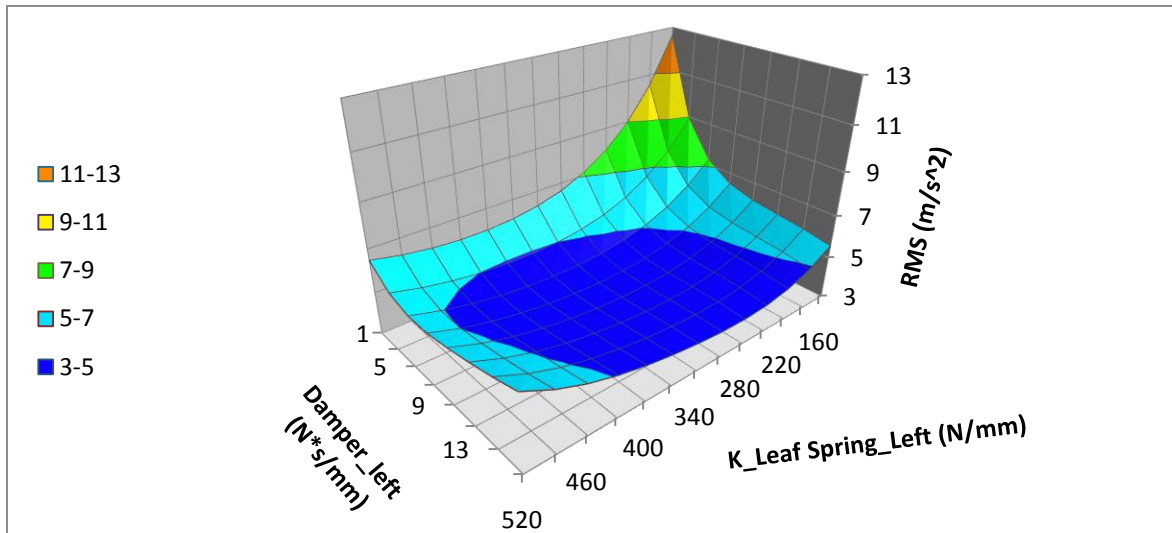
La figura 5-28 muestra el efecto que tienen las variables de rigidez y amortiguamiento sobre la aceleración RMS a una carga vacía notándose un mínimo global con valores medios de rigidez y valores altos de amortiguamiento.

**Figura 5- 28: Superficie de respuesta para la aceleración RMS en condición vacío**



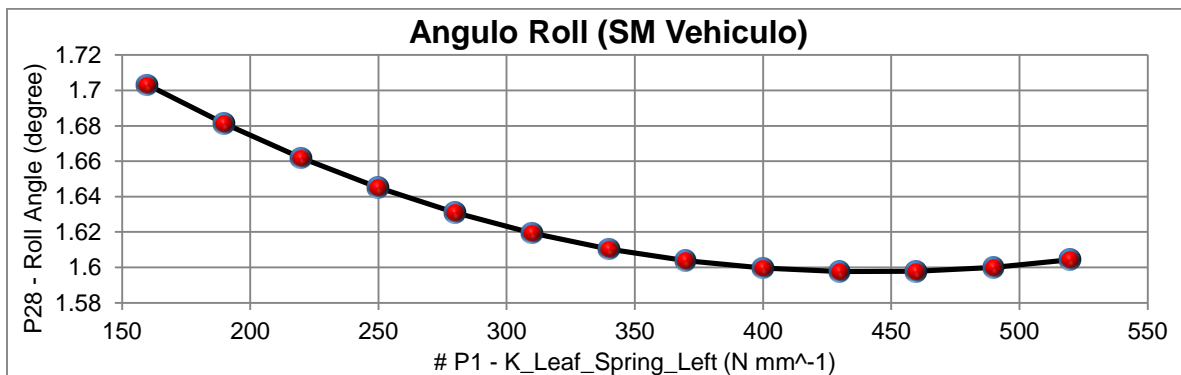
La figura 5-29 muestra que los valores de aceleración RMS son más reducidos conforme la carga del vehículo va aumentando, el efecto del amortiguamiento debe ser alto para evitar aceleraciones elevadas.

**Figura 5- 29: Superficie de respuesta para la aceleración RMS en condición de carga máxima**



La figura 5-30 muestra la influencia de la rigidez en el resorte de ballesta sobre el ángulo de giro lateral del vehículo, la figura es mostrada en 2D debido a que la influencia del amortiguamiento en esta variable de salida es casi nula.

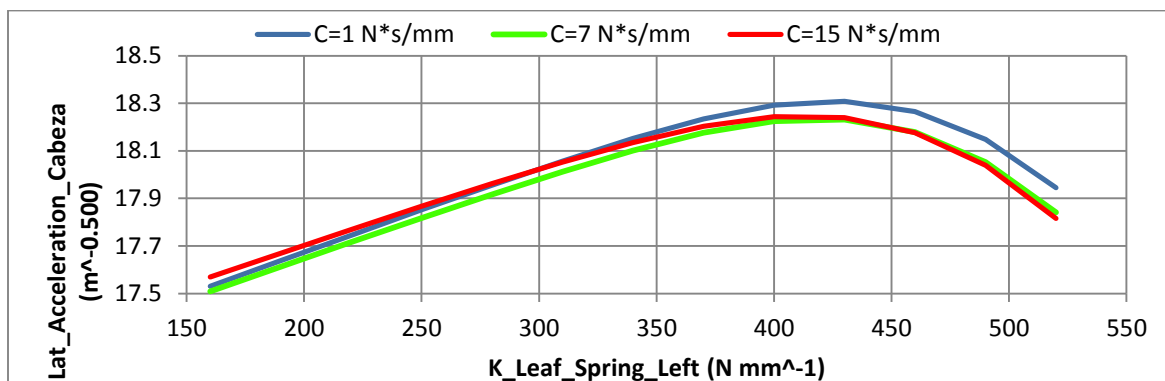
**Figura 5- 30: Superficie de respuesta para el Angulo roll de la masa suspendida del vehículo**



Los valores angulares se muestran en un rango reducido por dos razones: La primera tiene que ver con la alta rigidez torsional de las barras estabilizadoras y la segunda por la rigidez de los resortes traseros cuyas constantes no se modifican durante el experimento.

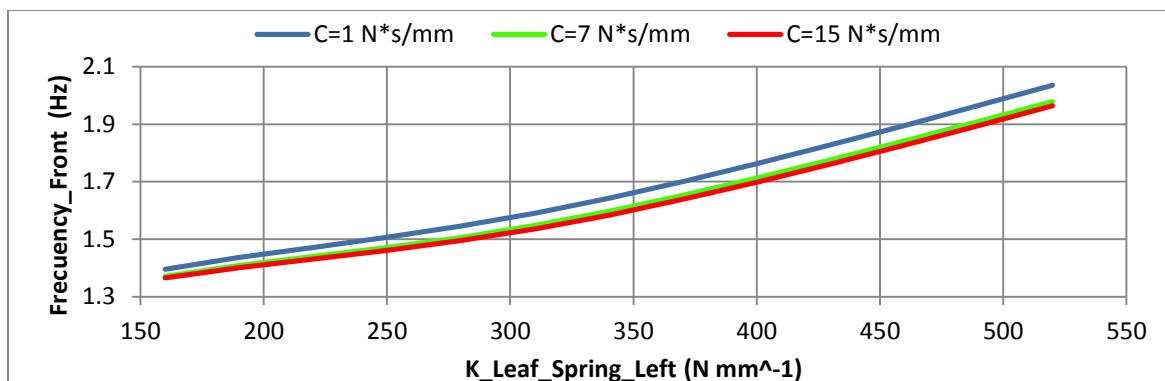
La figura 5-31 muestra la aceleración lateral del maniquí colocado en el asiento del conductor, las diferentes líneas muestran la influencia del amortiguamiento el cual no es fuerte sobretodo en rigideces bajas.

**Figura 5- 31: Superficie de respuesta para aceleración lateral medida en el maniquí de la cabina**



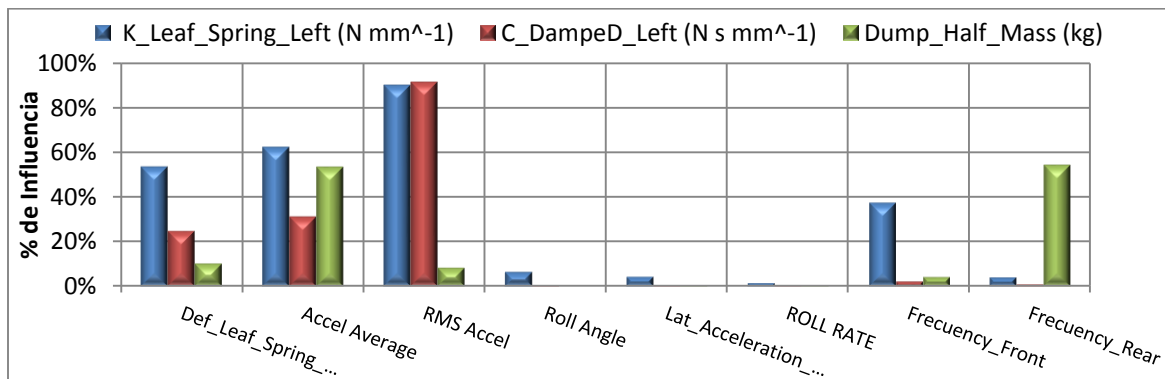
La figura 5-32 evidencia una relación casi lineal entre el valor de rigidez y la frecuencia natural con una pequeña influencia del amortiguamiento viscoso.

**Figura 5- 32: Superficie de respuesta para la frecuencia natural en la zona delantera del vehículo**



La figura 5-33 muestra la influencia en porcentaje de tres factores de entrada sobre las diferentes respuestas. Se muestra una gran influencia en las respuestas de la dinámica vertical pero baja influencia en la dinámica lateral.

**Figura 5- 33: Factor de influencia de los parámetros de entrada con respecto a las respuestas**

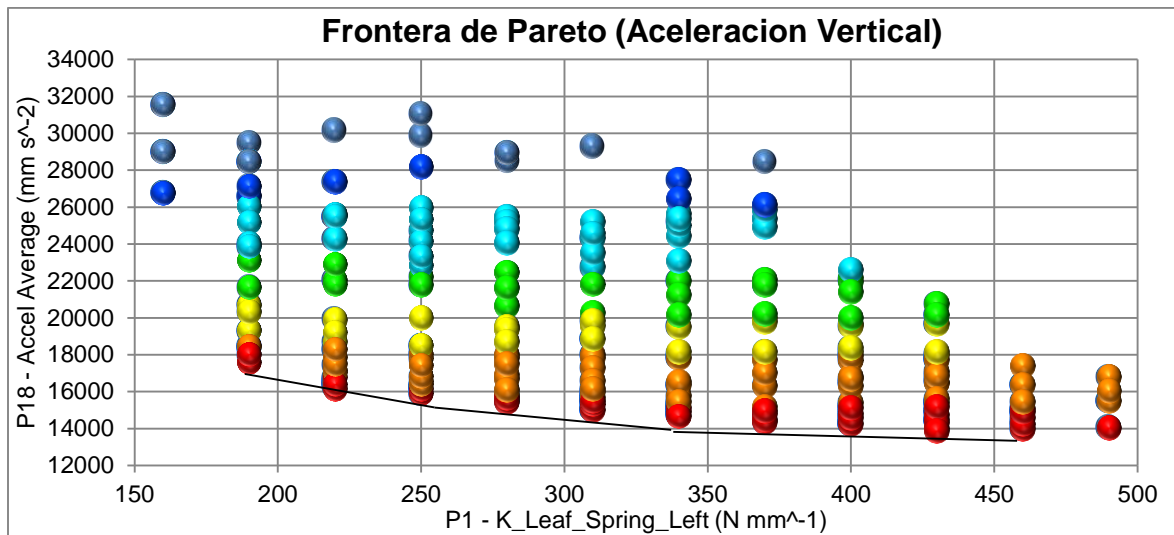


### 5.3.3 Resultados Optimización

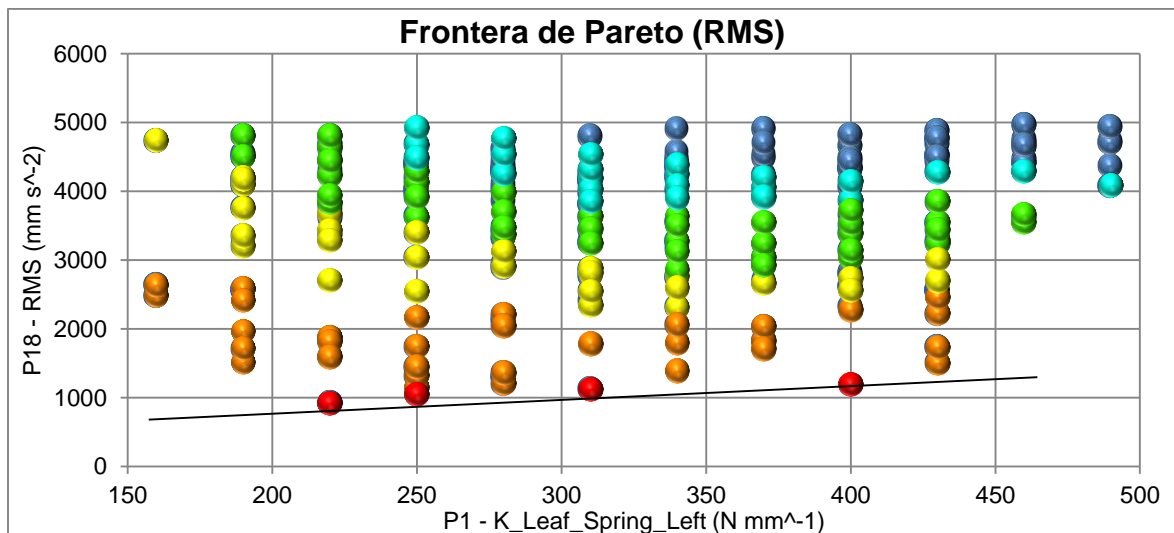
De acuerdo a los resultados obtenidos mediante el algoritmo de optimización utilizado, se presentan tres candidatos posibles a diseño óptimo los cuales son seleccionados de acuerdo a los objetivos de diseño planteados. En resumen se plantea la búsqueda de un diseño que cumpla el requerimiento de mínima aceleración vertical tanto promedio como RMS, Aceleraciones laterales mínimas, así como velocidad de cabeceo lateral y frecuencia natural mínima.

La figura 5-34 muestra una frontera de Pareto en la cual se observan columnas definidas de puntos de diseño. Esto se debe a que la definición de parámetros fue de tipo continua con valores manufacturables.

**Figura 5- 34: Frontera de Pareto para Aceleración vertical promedio**



**Figura 5- 35: Frontera de Pareto para aceleración RMS**

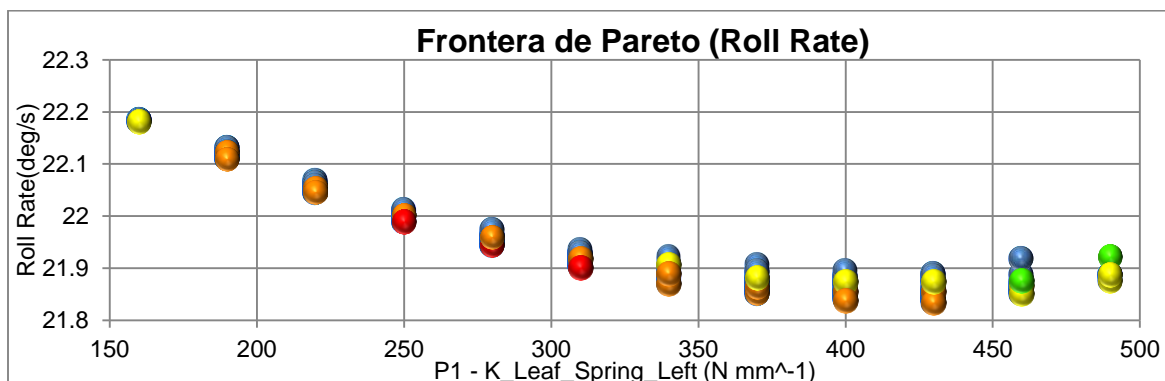


Las fronteras de Pareto son presentadas en las figuras 5-34 y 5-35 corresponden a aceleraciones promedio y RMS, en el eje horizontal se encuentra la constante de rigidez del resorte ballesta como punto de referencia para su diseño en detalle.

Los puntos más cercanos a la frontera son los puntos de diseño que cumplen con los objetivos planteados.

La figura 5-36 muestra la frontera de diseño para la velocidad de giro lateral. Si bien los valores de 300 N/mm hacia arriba mejoran el comportamiento lateral del vehículo no lo logra para los demás objetivos de diseño.

**Figura 5- 36: Frontera de Pareto para velocidad angular Roll**



La tabla 5-1 muestra los candidatos seleccionados de acuerdo a las diferentes fronteras y que logran cumplir con todos los objetivos en un porcentaje alto debido a las relaciones conflictivas que existen entre ellos.

Los candidatos se listan en orden de cumplimiento de objetivos. Se da una mayor importancia en la condición de carga máxima ya que se trata de un vehículo comercial y es su función principal.

**Tabla 5- 1: Listado de candidatos a diseño Óptimo**

	Candidato 1	Candidato 2	Candidato 3	Candidato 4	Candidato 5	Candidato 6
<b>K_Leaf_Spring (N mm<sup>-1</sup>)</b>	250	250	250	250	220	280
<b>C_Damper (N s mm<sup>-1</sup>)</b>	13	9	9	9	13	11
<b>Dump_Half_Mass (kg)</b>	8500	7000	6000	6000	6000	6000
<b>Total_Dump_Mass (kg)</b>	17000	14000	12000	12000	12000	12000
<b>Accel Average (mm s<sup>-2</sup>)</b>	16268.51	15935.12	16396.44	16396.44	16417.38	15800.37
<b>RMS Accel (mm s<sup>-2</sup>)</b>	4418.22	4216.42	3918.01	3918.01	4229.05	3864.82
<b>Roll Angle (radian)</b>	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
<b>Lat_Accel_Cabeza (mm s<sup>-2</sup>)</b>	17847.70	17829.04	17832.41	17832.41	17759.11	17939.91
<b>Frecuency_Front (mm<sup>-0.5</sup>)</b>	1.46	1.47	1.48	1.48	1.43	1.52

De acuerdo a la tabla 5-1 se selecciona el candidato 1 para el diseño detallado del resorte de ballesta ya que tiene una combinación de factores que permiten un óptimo comportamiento dinámico vertical y lateral en cargas bajas y altas.

## 5.4 Resultados Resorte de Ballesta

En el presente apartado se presentan los resultados FEM y de optimización (estructural, dinámico y fatiga) realizados teniendo como parámetro de entrada los resultados de la

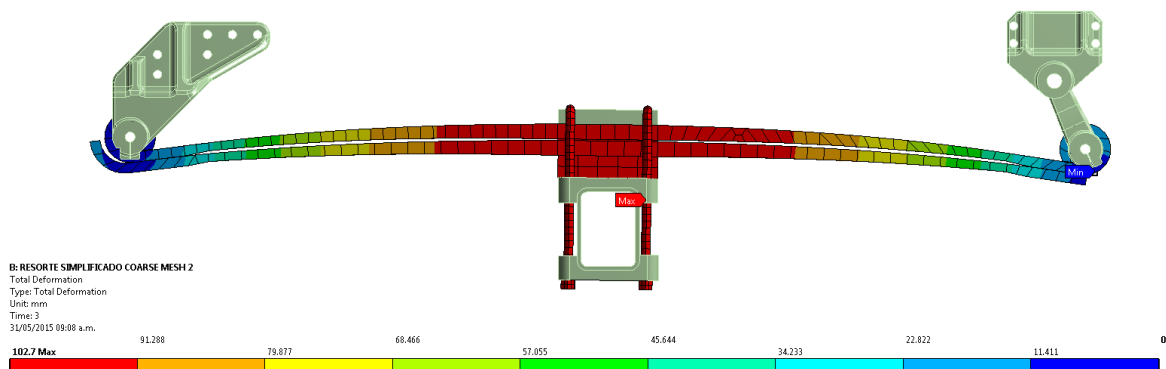


optimización sobre el vehículo cuya selección se dio en la tabla 5-1 de acuerdo a las superficies de respuesta y fronteras de Pareto mostradas. Los resultados FEM hacen parte de la primera aproximación de resorte sin ninguna optimización.

#### ▪ Desplazamiento.

La figura 5-37 muestra los resultados de desplazamiento para el resorte parabólico de dos hojas a carga máxima y su movimiento restringido por el soporte fijo y balancín, la escala de deformación mostrada es 1:1.

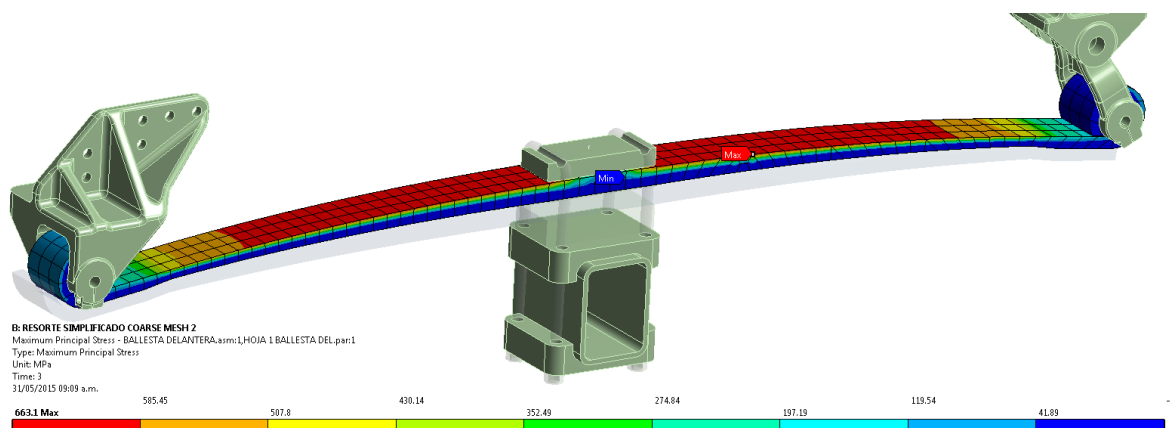
**Figura 5- 37: Gráfico de desplazamientos FEM para resorte parabólico**



#### ▪ Esfuerzos

La figura 5-38 muestra los esfuerzos principales de la hoja 1 los cuales serán los evaluados en el diseño de experimentos. Se puede apreciar cómo el ensamble de grapas U-bolt inactiva la parte central del resorte evitando la entrada de los esfuerzos en dicha zona.

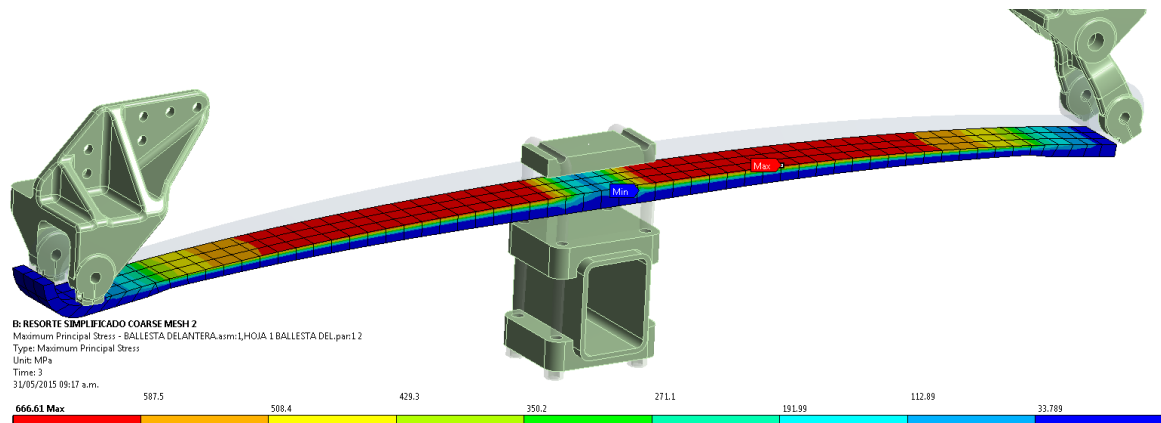
**Figura 5- 38: Esfuerzo principal máximo Hoja 1 resorte parabólico**



En la figura 5-39 se muestra el esfuerzo principal máximo para la hoja 2. Se puede notar que los esfuerzos ya han sido nivelados gracias a la ecuación (4.2) que adicionalmente se ajustaron con simulación.

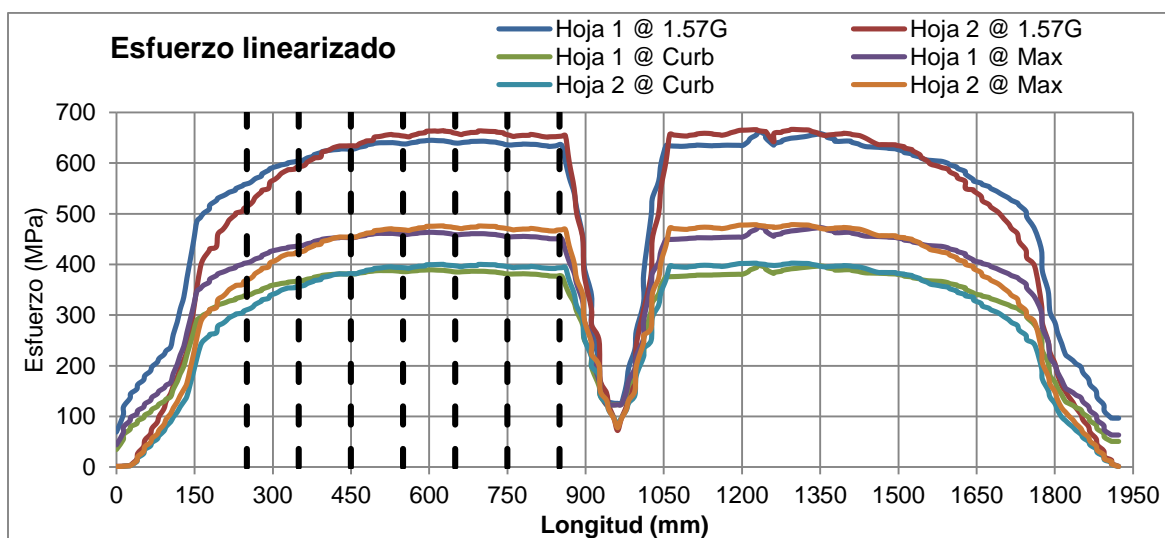


**Figura 5- 39: Esfuerzo principal máximo en Hoja 2 resorte parabólico.**



La figura 5-40 muestra los esfuerzos linealizados para ambas hojas a diferentes niveles de carga. Las líneas punteadas representan los puntos de control para el diseño de experimentos. Se controla el promedio de los esfuerzos y la desviación estándar con el fin de mantener la nivelación horizontal. En total se generan 7 puntos de control para cada hoja.

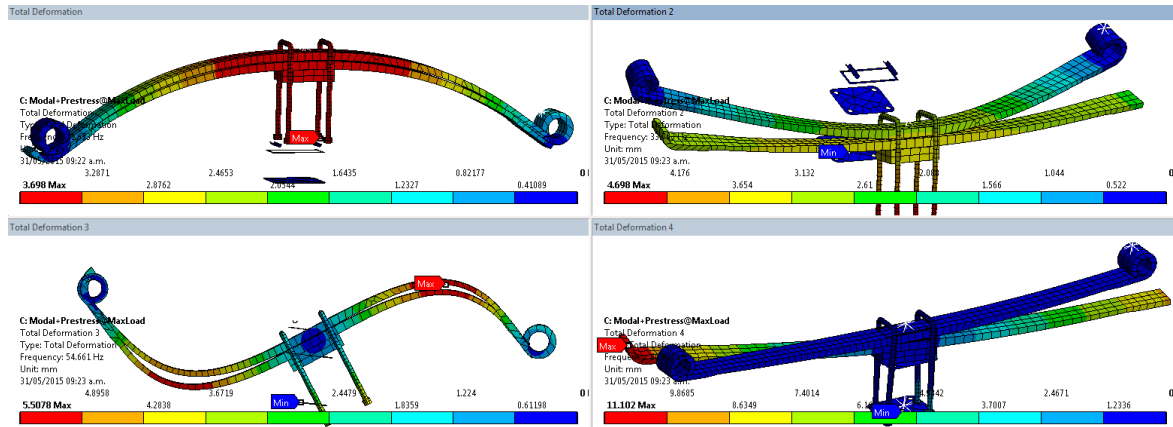
**Figura 5- 40: Esfuerzo linealizado para diferentes niveles de carga**



#### ▪ Frecuencias y modos de vibración

La figura 5-41 muestra las frecuencias y modos de vibración del modelo de resorte parabólico en condición precargada. Se presta especial atención al modo de flexión el cual tiene una frecuencia de 11.6 Hz este será una variable de respuesta a controlar en el diseño de experimentos, por ser una frecuencia que no puede ser igual a la frecuencia de vibración de la masa suspendida ya que ocasionara un fenómeno de resonancia durante el paso del vehículo por un hueco o elevación a una velocidad alta.

**Figura 5- 41: Frecuencias y modos de vibración del resorte de ballesta parabólico con precarga**



La tabla 5-2 es una interpretación de los modos, para cada uno de estos corresponde un valor de frecuencia natural.

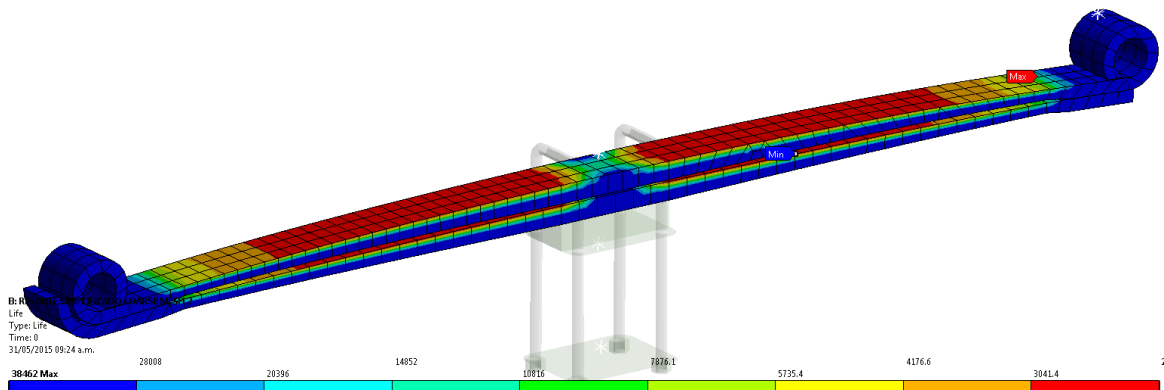
**Tabla 5- 2: Modos y frecuencias de vibración en estado precargado**

<b>1 (Flexion)</b>	11.633
<b>2 (Abanicamiento)</b>	33.763
<b>3 (Pitch)</b>	54.661
<b>4 (Yaw)</b>	60.662
<b>5 (Pitch)</b>	72.516
<b>6 (Roll)</b>	82.765

- **Resistencia a la fatiga.**

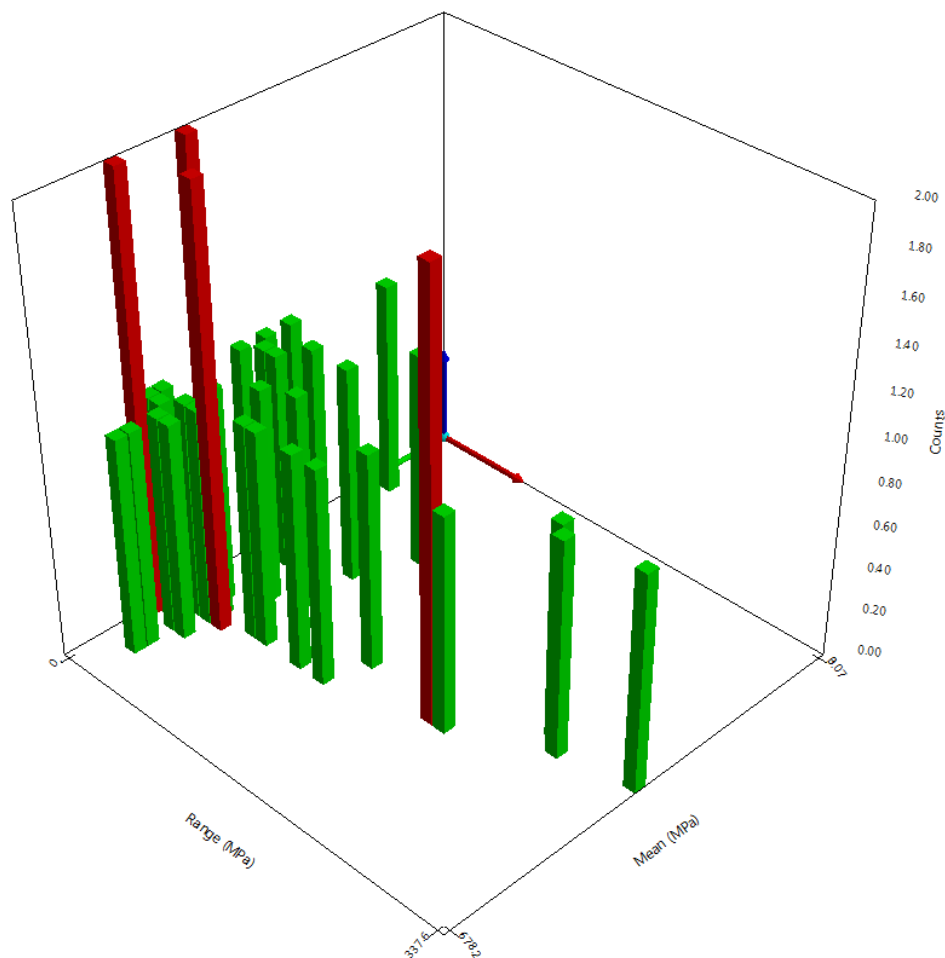
De acuerdo a los parámetros de material, geometría y cargas se calcula una expectativa de vida de 2214 km teniendo en cuenta los demás resultados expuestos en la tabla 4-3, el valor de constante es alto comparado con el valor objetivo del candidato 1 de la optimización dinámica. La durabilidad es baja, sin embargo hay que tener en cuenta que la condición de terreno es compleja y que el vehículo viaja con una carga elevada.

**Figura 5- 42: Estimación de vida a la fatiga para diseño preliminar**

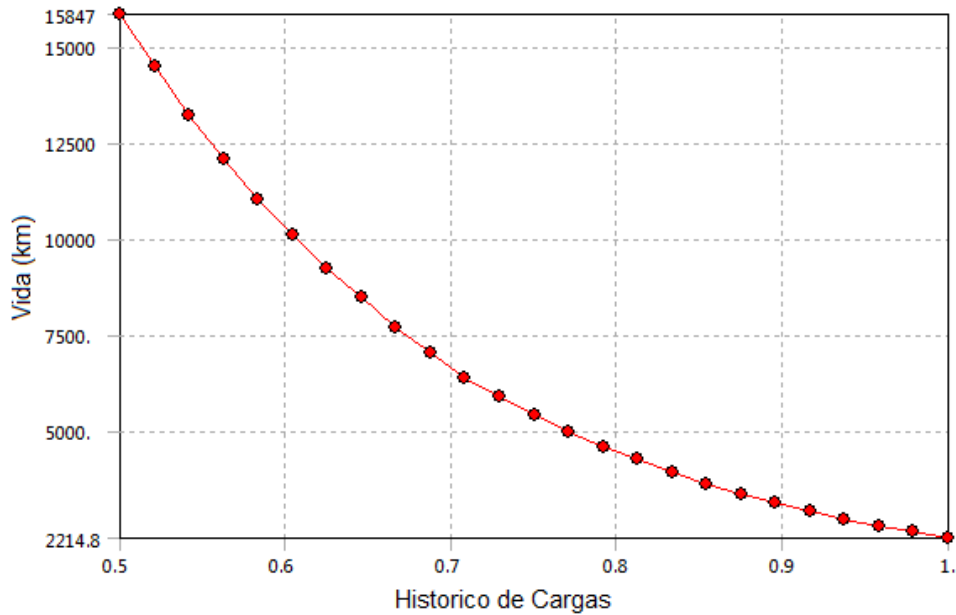


De acuerdo al histórico de cargas introducido de las simulaciones transitorias vertical y lateral se genera una matriz de conteo de cargas (eje Z) tipo Rainflow mostrado en la figura 5-43 en los ejes X e Y se muestra respectivamente el esfuerzo máximo principal de 678.2 MPa y el rango generado de 337.6 MPa entre el esfuerzo medio y el máximo.

**Figura 5- 43: Matriz de conteo Rainflow**

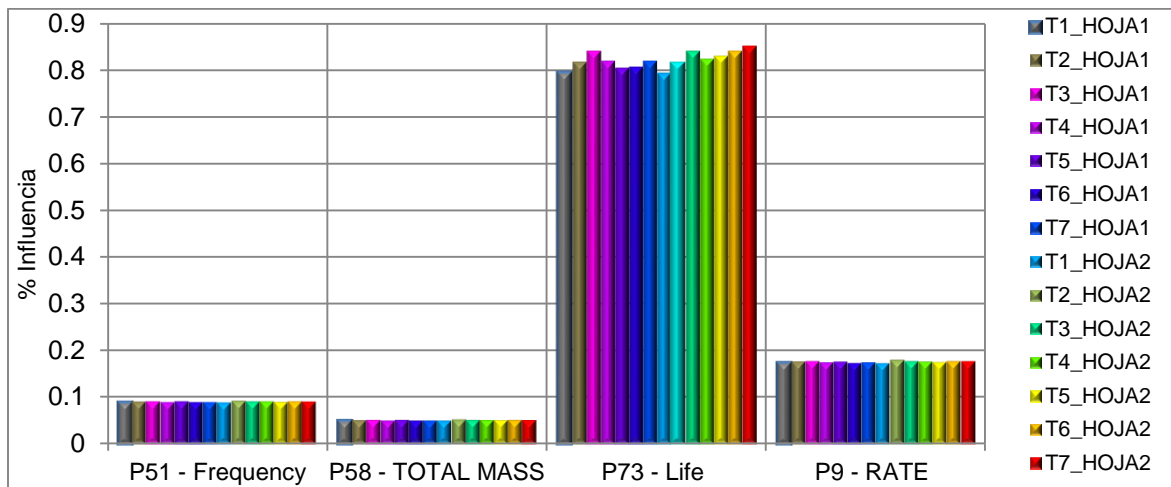


La figura 5-44 muestra una relación entre el porcentaje de la carga y la vida estimada en kilómetros del resorte de ballesta. Se observa el nivel de daño que se obtiene con las condiciones de terreno dadas. El valor de 1 representa el valor máximo de la carga, esto significa una situación de máxima carga en el vehículo en el momento que pasa por la cresta más alta de una irregularidad en el terreno. El valor de 0.5 representa una condición de carga máxima recorriendo una superficie plana.

**Figura 5- 44: Sensibilidad a la fatiga**

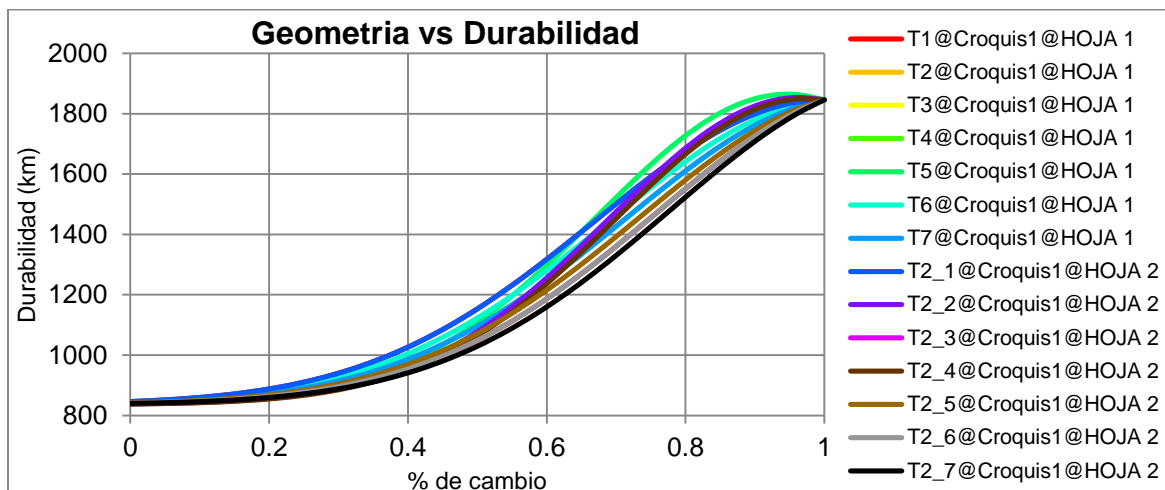
- **Resultados DOE**

La figura 5-45 muestra la sensibilidad de cada uno de los espesores a lo largo de cada hoja y su importancia para cada una de las variables de respuesta. Se puede notar que la mayor influencia de los cambios geométricos se da en la resistencia a la fatiga del resorte en un 79.3% seguido por su constante de rigidez en 17.5 %, la frecuencia natural 9% y la masa total del resorte con 5.1%.

**Figura 5- 45: Porcentaje de influencia de espesores sobre las respuestas.**

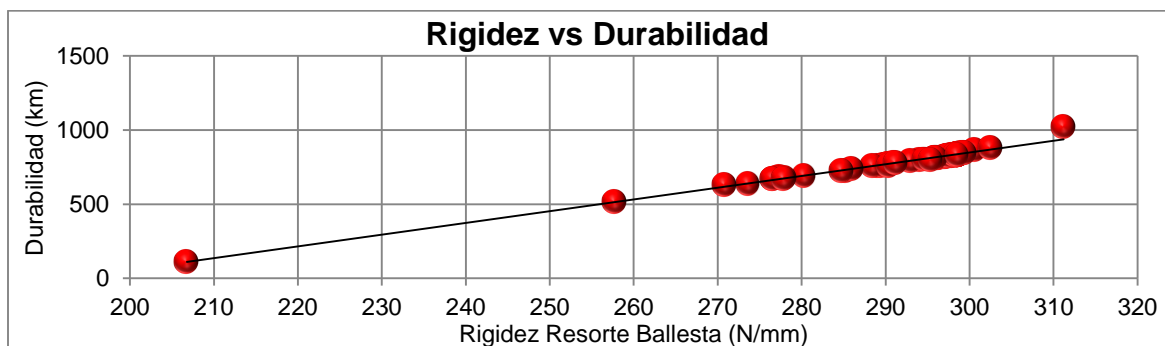
La figura 5-46 muestra la influencia de los cambios geométricos en los espesores sobre la resistencia a la fatiga. En este caso la resistencia a la fatiga es la variable de respuesta más afectada por dichos ajustes.

**Figura 5- 46: Influencia de los cambios geométricos en la durabilidad**



Se encuentra una relación lineal entre la rigidez del resorte y la durabilidad convirtiéndose en una frontera de diseño (ver figura 5-47). Para la constante de rigidez se planteó un objetivo de diseño de 250 N/mm el cual tiene una durabilidad muy baja. Teniendo esto en cuenta se debe seleccionar una constante de rigidez que tenga una mayor resistencia a la fatiga sin que pierda su capacidad para absorber las vibraciones.

**Figura 5- 47: Relación entre rigidez del resorte y su durabilidad.**



#### ▪ Selección de Candidatos

La tabla 5-3 muestra tres posibles candidatos a diseño óptimo de acuerdo a los objetivos planteados con los ajustes geométricos finales.

**Tabla 5- 3: Selección de candidatos óptimos**

No mbr e	T1H OJA 1	T2H OJA 1	T3H OJA 1	T4H OJA 1	T5H OJA 1	T6H OJA 1	T7H OJA 1	T2_1 HOJA 2	T2_2 HOJA 2	T2_3 HOJA 2	T2_4 HOJA 2	T2_5 HOJA 2	T2_6 HOJA 2	T2_7 HOJA 2
<b>C1</b>	28.4	25.8	23.0	20.7	19.5	15.3	12.2	28.8	26.1	22.7	21.4	17.9	16.1	11.4
<b>C2</b>	27.9	24.9	21.7	21.3	19.0	15.7	12.6	27.9	26.3	22.7	21.1	16.2	16.6	11.6
<b>C3</b>	28.4	25.9	23.0	20.7	19.7	16.2	11.3	28.6	23.9	22.7	21.4	17.9	13.6	9.1



## 6. Conclusiones y Trabajo Futuro

En el presente capítulo se describen algunos comentarios y recomendaciones del estudio que se lleva a cabo.

### 6.1 Conclusiones

- La metodología aplicada permite variantes en el modelo CAD del vehículo que pueden ser rápidamente ajustadas en el modelo CAE para evaluar distintos segmentos con rapidez.
- Los modelos CAD de vehículos no necesariamente deben tener el mismo nivel de detalle en sus componentes, estos pueden ser fácilmente reemplazados por elementos MASS21 y conexiones rígidas MPC184 ajustando su centro de masa a las mediciones en campo realizadas previamente.
- La metodología propuesta permite integrar el análisis (K&C) cinemático y de compromiso directamente en el modelo de vehículo así como la parametrización geométrica y posición de todos los elementos permitiendo así evaluaciones desde el punto de vista del sistema.
- La metodología propuesta también permite la integración de las simulaciones tipo vertical y horizontal, para ser evaluadas de manera conjunta a la luz de un diseño de experimentos y una optimización no solo de los resortes sino también de cualquier elemento de la suspensión para posteriormente analizar como componente.
- La caracterización FEM virtual de los componentes de suspensión permite una correcta aplicación de sus características estáticas y dinámicas en el modelo de sistema de vehículo permitiendo así un ahorro computacional alto en términos de experimentos realizados posteriormente.
- La evaluación de componente del resorte de ballesta teniendo en cuenta los parámetros definidos en la optimización de los modelos vertical/horizontal permite tener un grado de confianza alto acerca del comportamiento de dicho resorte en su vida operativa.
- Las barras estabilizadoras pueden ser modeladas únicamente con el valor de rigidez y amortiguamiento de su modelo matemático básico para simplificar aún más el costo computacional del vehículo.
- Los resultados de las simulaciones de caracterización virtual de los componentes de suspensión incluyendo los neumáticos corresponden correctamente con los valores revisados en las referencias, hace falta la validación mediante prototipos físicos que ayuden a ajustar los resultados para una mayor confianza.
- El método de perturbación lineal modal asegura una correcta caracterización de componentes estructurales precargados de manera que los vectores y valores propios sean bien correlacionados con modelos experimentales.
- Los modelos matemáticos planteados en el capítulo 3 ofrecen una herramienta de utilidad para comparar los resultados de simulación y validar en primera instancia su veracidad, también son de gran utilidad para comenzar los ciclos de simulación/optimización dentro de un rango de parámetros coherente y acertado.
- La metodología se plantea en su mayoría a través de ANSYS debido a su robustez, estabilidad computacional y nivel de integración multifísica además de ser más económica frente a herramientas con “wizards” de dinámica vehicular como ADAMS, MotionSolve, y TruckSIM.

- La metodología planteada la cual se basa en modelos MBS+FEM representa una ventaja frente a modelos desarrollados en Simulink debido a su capacidad integradora con modelos estructurales y modelos de optimización.
- El análisis de fatiga considera que la condición de carga es siempre bajo condiciones extremas por lo cual el nivel de kilometraje es bajo.
- La metodología MBS+FEM permite modificar la condición de rigidez de cualquier componente del vehículo, no necesariamente de la suspensión para evaluar directamente sus características de diseño desde el punto de vista de sistema.
- El modelo propuesto para representar el contacto entre los neumáticos y el suelo es apropiado para la simulación vertical pero no lo es tanto para la simulación lateral debido a que dentro de la caracterización estática y dinámica virtual del neumático no se incluyó el efecto de cargas laterales y su variación en función del ángulo de giro de la dirección.
- El proceso de optimización para los eventos dinámicos deberá integrarse con el diseño del resorte de ballesta para generar una superficie de respuesta relacionada con la durabilidad e incluirla en la frontera de Pareto.
- El diseño de experimentos factorial completo es útil en procesos de simulación automatizados ya que evita la intervención manual del usuario para realizar los cambios de parámetros. En el momento que el diseño de experimento tenga que ser llevado a cabo manualmente, se tiene que aplicar un diseño de experimentos fraccionado o tipo Taguchi.
- Para lograr valores de aceleración RMS menores a 1 G, debe haber una combinación de constantes de rigidez bajas con amortiguamientos altos en la suspensión delantera, sin embargo la rigidez de la suspensión trasera tiene una gran influencia en las aceleraciones percibidas por el maniquí haciendo que estas sean altas.
- El objetivo de durabilidad encuentra una frontera de diseño a medida que se va acercando a la constante de rigidez restringida de 250N/mm, ya que para la restricción planteada, la durabilidad es muy baja.

### 6.1.1 Trabajo Futuro

Para trabajos futuros se deberán tener en cuenta los siguientes ítems.

Se debe incluir un modelo dinámico que evalúe condiciones longitudinales del vehículo como "Pitch", y sus efectos sobre el sistema de suspensión.

Evaluación de otros eventos dinámicos que incluyan maniobras del conductor del vehículo, así como condiciones de carretera de diversas amplitudes y velocidades. Se incluiría también distintos estilos de manejo con los efectos propios del cambio de marchas, aceleración y frenada, frente a obstáculos e irregularidades que requieran de una reacción oportuna.

La evaluación de más eventos permitirá obtener parámetros de carga y condiciones que aumenten la confiabilidad de los resultados de confort, maniobrabilidad y durabilidad de la parte o partes que se analicen.

Se deben optimizar las condiciones del análisis transitorio para obtener resultados en menos de 1 minuto para un modelo MBS+FEM el cual tenga la posibilidad de incluir efectos deformables para cualquier componente de la suspensión según sea la necesidad de optimización. Para lograr esto podría requerirse un planteamiento basado



---

en superelementos o CMS, los superlementos pueden aportar un alto grado de precisión en la fase de expansión sin sacrificar el costo computacional.

La capacidad de modificar las condiciones de rigidez de un cuerpo en el modelo MBS+FEM brindara la opción de realizar el análisis del componente separado a través de submodelos en los cuales se mapean los desplazamientos del modelo global para ser incluidos separadamente con su respectivo alivio computacional.

Se deberá completar la caracterización virtual de los neumáticos ya que son el único componente en contacto con la superficie del terreno y es por allí por donde el vehículo recibe todas las variables estáticas y dinámicas.

Se debe generar un proceso experimental con un vehículo de pruebas real con toda instrumentación del caso para obtener, procesar y correlacionar los datos de interés con la simulación y posterior optimización.

Se debe incrementar la interacción de los modelos MBS+FEM con los programas CAD para realizar modificaciones en la posición y geometría de la suspensión con el fin de generar un ciclo que acelere la innovación.

La información de terrenos transitados por vehículos se tendrá que registrar para evaluar estados de carretera reales de la topografía colombiana y que permitan obtener señales PSD, esto aumentara el grado de confiabilidad de la simulación y por ende la robustez del diseño.

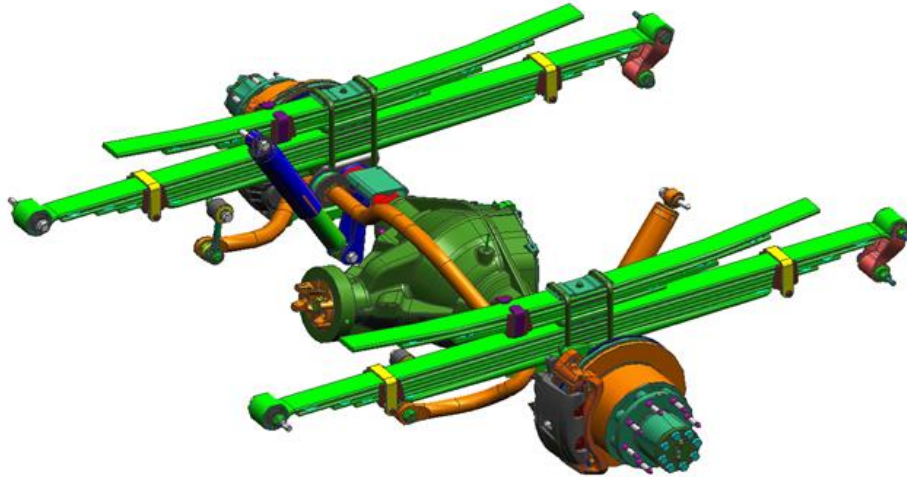
Otros componentes del sistema de suspensión se incluirán para lograr un mayor nivel de precisión, así como componentes relacionados con la cabina del conductor y el conductor como tal.

La metodología "Duty Cicle" se identifica como apropiada para la investigación futura de la durabilidad en el resorte de ballesta ya que este componente se encuentra no solo bajo un solo tipo de terreno sino que también va acumulando daños en carreteras menos severas además de cargas vacías, carga intermedia y hábitos de manejo.

## A. ANEXO A: Variantes de Resortes de Ballesta

- Resorte sobre el eje de dos Etapas.

**Figura A- 1: Resorte de dos etapas sobre el Eje [44]**



La figura A-1 muestra una suspensión de ballesta de dos etapas con el eje ensamblado en la parte inferior. Se utiliza principalmente los vehículos de carga pesada y de gran tamaño, el resorte esta usualmente fuera del riel del chasis. Puede llegar a tener hasta tres etapas, el subviraje puede ser fácilmente controlado incrementando la inclinación lateral [44].

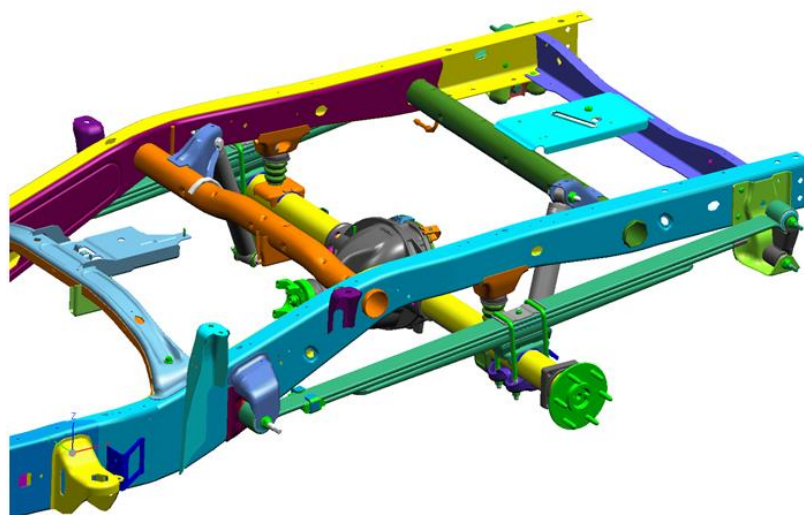
- Resorte sobre eje de hoja auxiliar.

Se utiliza principalmente en suspensiones tipo Hotchkiss, para camionetas de carga liviana, ofrece gran capacidad de carga, alta resistencia a la fatiga ( $1e6$  ciclos) y buena respuesta en la maniobrabilidad [44].

La figura A-2 muestra una suspensión de hoja auxiliar estándar en un montaje de chasis de camioneta tipo Pick-Up en la posición de máxima deflexión o choque con los “Bumps Stops”.

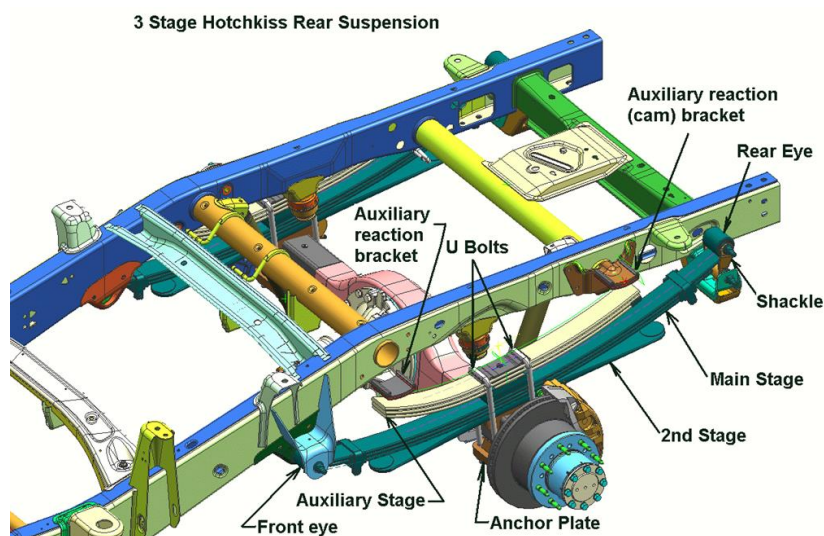
La hoja auxiliar está diseñada para entrar en contacto progresivamente a medida que se aumenta la carga sobre el vehículo. Esta hoja tiene un espesor variable para reducción de peso y distribuir eficientemente los esfuerzos.

**Figura A- 2: Suspensión de Hoja auxiliar montada sobre el eje [44]**



- Resorte sobre el eje de tres etapas.

**Figura A- 3: Resorte de tres etapas montado sobre el eje [44]**

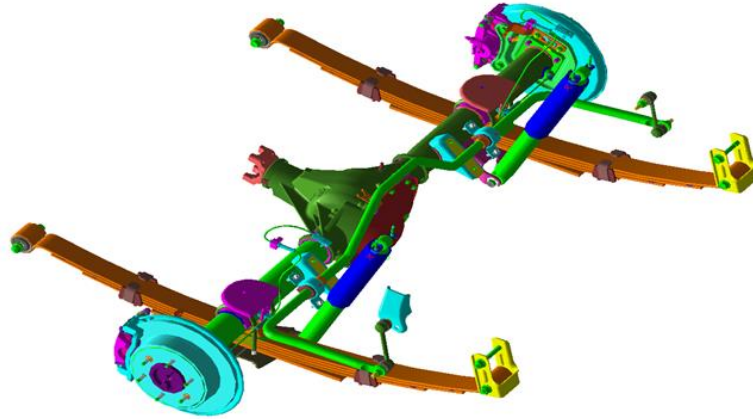


La figura A-3 muestra un resorte de tres etapas, este tipo de resorte tiene un comportamiento altamente variable el cual permite un buen nivel de confort sin carga, la hoja inferior es la segunda en hacer contacto al aumentar la carga. El resorte de la parte superior comienza trabajar en condiciones de servicio pesado.

- Resorte bajo el eje.

El eje ensamblado en la parte superior del resorte, se utiliza principalmente en camiones de baja y media carga, esto permite al paquete del resorte estar directamente bajo el riel del chasis. Se limita a resortes de dos etapas, la ubicación debajo de los rieles del chasis limita el Angulo de inclinación lateral y evita el sub-viraje.

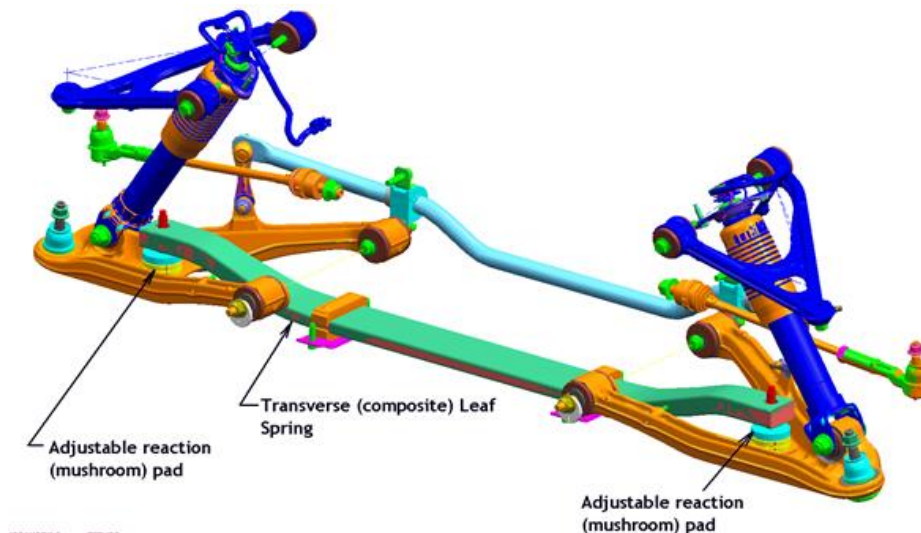
**Figura A- 4: Resorte bajo el eje [44]**



- Resorte transversal.

Generalmente este tipo de resortes se fabrican con materiales compuestos debido a su alta elasticidad. Ofrecen gran maniobrabilidad ya que el resorte también ejerce una función de brazo de control. También se utiliza con asientos ajustables para mejorar la capacidad de reacción en curvas.

**Figura A- 5: Resorte Transversal [44]**



## B. ANEXO B: Materiales para resortes de Ballesta

Los resortes de ballesta han sido fabricados con varios aceros de aleación alto grado tales como: SAE9260, SAE4068, SAE4161, SAE6150, SAE8660, SAE5160, SAE51B60, SAE5160H, SAE 50B60 [5].

En la actualidad casi todos los resortes están fabricados en aceros al cromo tales como el SAE5160H.

La composición química promedio de este acero se puede detallar en la tabla B-1. Los espesores en este material pueden ir desde 6 mm a 45 mm y en ancho desde 44 a 127 mm con tamaño de grano ASTM 8 [45].

**Tabla B- 1: Composición química promedio del acero 5160H [45] y [8]**

Composición Promedio							
%C	%Mn	%Si	%Cr	%S	%P	%V	%Mb
0.6	0.75	0.2	0.75	0.04	0.035	0.15	0.2

- Propiedades Mecánicas.

Los aceros de la misma dureza en la condición de martensita revenida tienen aproximadamente la misma fluencia y resistencia a la tensión. La ductilidad, se mide como por elongación y reducción de área, esta es inversamente proporcional a la dureza. Basado en la experiencia, las propiedades mecánicas óptimas para las aplicaciones de resortes de ballesta se obtienen en el rango de 388 a 461 Brinell. Una aplicación para resorte de ballesta usualmente consiste en un rango cubierto por cuatro marcas de indentación, ej: 415-461 HB. Las medidas promedio del acero para resortes de ballesta están dadas por [5] y [8]:

**Tabla B- 2: Propiedades Mecánicas Acero SAE 5160H [5] y [8]**

Propiedades Mecánicas Generales	
Dureza	388-461 HB (42-49 HRC)
Resistencia a la Tensión	1300-1700 MPa
Resistencia a la Fluencia	1170-1550 MPa
Reducción de Área	25% Min
Elongación	7% Min
Modulo Elástico	185 GPa
Coficiente de Poisson	0.3
Densidad	7740 kg/m <sup>3</sup>

## C. ANEXO C: Durabilidad en Resortes de Ballesta

- Tratamiento Térmico:

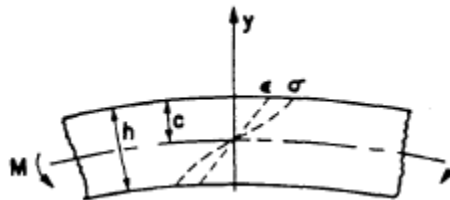
Procesos como el tratamiento térmico incluyen la descarburación, esto esta convenientemente interpretado en términos de la dureza del material. Las propiedades de la fatiga se ven ampliamente afectadas por la dureza y su variación esto se conoce como el coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$ . esta propiedad es conocida a una dureza en particular de tipo Brinell, el valor a cualquier otra dureza HB se puede determinar por [46]:

$$\sigma'_f = \sigma'_{f_0} + 0.57(HB - HB_0) \quad (C.1)$$

- Pre-Asentamiento:

La operación de preasentamiento es utilizada para garantizar la uniformidad dimensional e inducir esfuerzos residuales favorables en el resorte. Este proceso involucra grandes deformaciones y es necesario emplear análisis de doblez el cual tenga en cuenta el comportamiento plástico del material, el desarrollo de la relación para el momento plástico del material se muestra la figura C-1 [46].

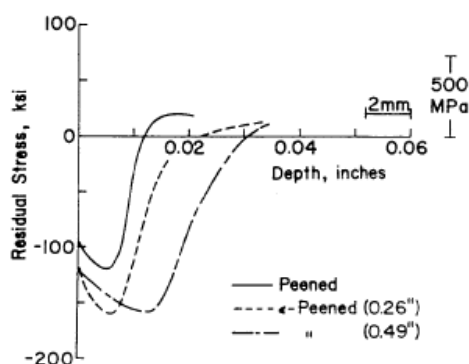
**Figura C- 1: Análisis de Flexión Inelástica [46]**



- Granallado Normal y Granallado bajo Esfuerzo.

Los perfiles de esfuerzo residual que resultan de un granallado típico y bajo esfuerzo se observa en la figura C-2. El granallado bajo esfuerzo genera un perfil de tensión residual más alto y un nivel de penetración más profundo que el granallado normal. También, el perfil de granallado bajo esfuerzo varía con respecto al espesor como resultado de diferentes gradientes de deformación durante el procesamiento. Las secciones más gruesas desarrollan un patrón de esfuerzo residual más profundo, no obstante los niveles de esfuerzo máximo son mínimamente afectados [46].

**Figura C- 2: Perfiles de Esfuerzo Residual obtenidos con varias Operaciones de Granallado [46].**



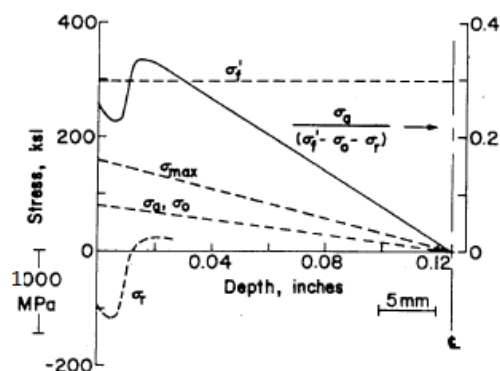
- Resistencia a la Fatiga.

Los efectos benéficos de los esfuerzos residuales inducidos por el granallado normal y bajo esfuerzo son instantáneamente obtenidos. Un orden de magnitud de mejoramiento en la vida a la fatiga sobre el tratamiento térmico. El pre-asetamiento inicial logrado tiene un pequeño efecto en un nivel de aproximadamente 0.01. La ecuación C.2 se utiliza como parámetro de daño para combinar la información concerniente a la resistencia a la fatiga del material  $\sigma'_f$ , el esfuerzo residual  $\sigma_r$ , la amplitud del esfuerzo aplicado  $\sigma_a$ , y el esfuerzo medio  $\sigma_o$ . Utilizando los perfiles de esfuerzo dado, este parámetro es graficado como función de la profundidad que va desde la superficie hasta el eje neutro de la hoja. El valor más alto de este parámetro y el valor más pequeño de la vida a la fatiga, generan la localización de la falla que será indicada por el máximo en el perfil. Esto se ve ocurrir bajo la superficie donde el esfuerzo de tensión residual es encontrado (figura C-3) [46]. La vida a la fatiga puede ser determinada por la ecuación C.3:

$$(2N_f)^b = \frac{\sigma_a}{(\sigma'_f - \sigma_o)} \quad (C.2)$$

$$2N_f = \left( \frac{\sigma_a}{\sigma'_f - \sigma_o - \sigma_r} \right)^{1/b} \quad (C.3)$$

**Figura C- 3 Procedimiento para Realizar un análisis de fatiga en una hoja granallada y pre-doblada [46]**



Este procedimiento permite la determinación de la influencia de las diferentes secuencias de proceso en la vida a la fatiga [46].

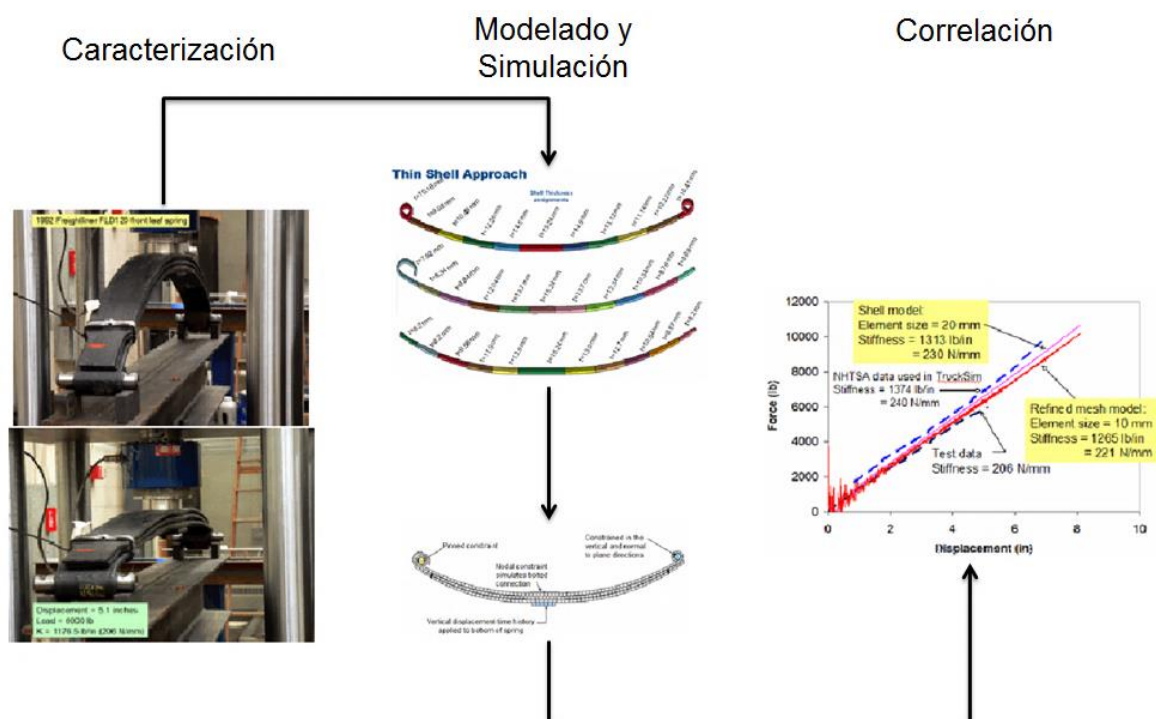
## **D. ANEXO D: Modelado y simulación de Resortes**

Se requieren conocer estudios relacionados con el modelamiento mediante el Método de los Elementos Finitos que hayan desarrollado suspensiones para vehículos pesados. En National Crash Analysis Center, Simunovic y Zisi [41], proponen un modelo balístico discreto de un vehículo de carga pesada en el cual se incluye el modelo completo de la suspensión delantera y trasera. En este trabajo la intención es simular el impacto del vehículo contra un muro de contención con un ángulo de ataque determinado y a distintas velocidades. Esta simulación se llevó a cabo en LS-DYNA, bajo un esquema dinámico explícito. Esta información es de gran interés ya que se describe el modelamiento de la ballesta, los amortiguadores, las barras de torsión, y la suspensión de aire, además de mostrar las curvas características de respuesta de cada uno de estos elementos.

Discusión: Los autores proponen un modelo de ballesta basado en una viga de sección constante, cuyo valor de espesor es la media de los espesores en el centro y en la punta. El modelo discreto para el resorte está dado como elementos Shell de orden lineal. Sin embargo, los autores también proponen otro tipo de aproximación para lograr definir más acertadamente mediante el método de superficies gruesas, ya que con este si es posible sectorizar por tramos cada hoja y de esta manera asignar mediante un archivo de entrada los diferentes espesores en función de la longitud. También, proponen un tamaño de elemento discreto para lograr aproximar la constante de elasticidad del resorte; sin embargo se observa una diferencia significativa con la constante real del resorte. La precarga asignada debido a la aceleración de la gravedad se realiza en una simulación aparte y los datos de deflexión del resorte son introducidos nuevamente al entorno explícito. A diferencia del proyecto que se lleva a cabo, este se enfoca en el análisis de la estructura completa del vehículo y su respuesta integral frente a un caso de colisión a distintas velocidades, pero no en la suspensión ni en su optimización.



**Figura D- 1: Metodología de caracterización, simulación y correlación de un resorte de Ballesta parabólico [41]**

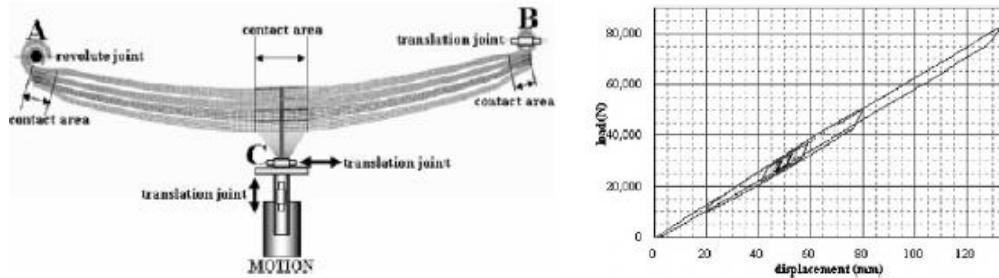


Arora, Aggarwal y Bhushan [47] realizan un análisis estático lineal de un resorte de ballesta en el software ANSYS WorkBench V11 para comparar los resultados de la simulación con los datos experimentales de prueba de cargas para un resorte multihojas. De acuerdo a esto se obtienen resultados de deflexión para el resorte con diferentes niveles de carga y se comparan con datos experimentales obteniendo variaciones hasta del 1,35% en deflexión, pero de 12,5% en esfuerzos.

Discusión: Porcentajes de diferencia tan elevados en comparación de resortes evaluados computacionalmente con resortes experimentales, son evidencia que la metodología utilizada y el modelamiento lineal difieren bastante y no es posible tener en cuenta este tipo de resultados como factores decisivos para un proceso de diseño y optimización. Además, se puede observar que las condiciones de frontera y cargas aplicadas son contrarias al comportamiento natural del resorte. Las condiciones de frontera a su vez prescriben un desplazamiento para los apoyos distorsionando por completo el efecto de la carga pura.

Mong y Yong [2] proponen una técnica de modelamiento confiable y fácil para representar las características de histéresis, y analizan además el esfuerzo dinámico de un resorte de ballesta parabólico. El modelo de multicuerpo dinámico flexible para el resorte de ballesta es desarrollado mediante el Método de los Elementos Finitos. Varios cuerpos rígidos fueron incluidos en los lugares donde el modelo de elementos finitos está en contacto con alguna de ellas para poder aplicar el modelo de contacto. La fricción es definida en el modelo de contacto para representar el fenómeno de histéresis del resorte de ballesta. En años recientes las características dinámicas de un resorte de ballesta han sido estudiadas mediante el desarrollo de modelos computacionales.

**Figura D- 2: Modelo Dinámico multicuerpo del resorte y grafica de comportamiento dinámico [2]**

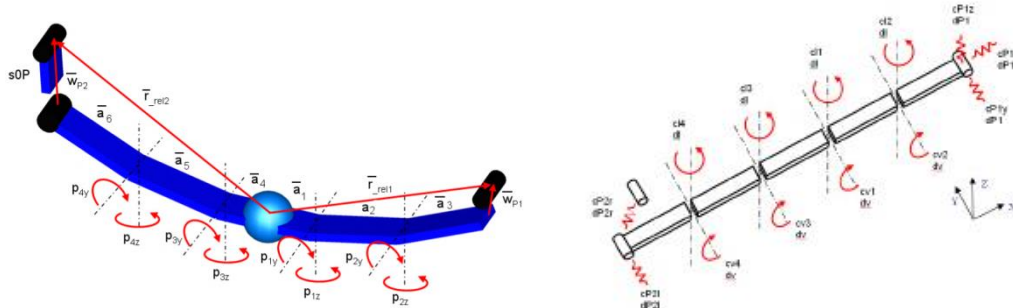


Discusión: La simulación fue llevada a cabo en las mismas condiciones que el test real. El diagrama de histéresis para la simulación tiene una buena correlación con los test reales. Las simulaciones fueron ejecutadas con diferentes amplitudes en estados de carga. Los resultados de simulación tienen una buena correlación con los resultados de los test aun pensando en el diagrama de histéresis de la simulación ejecutada con pequeña amplitud de  $\pm 3$  mm, la cual muestra poca diferencia en el rango con uno de los test físicos.

Los esfuerzos máximos ocurren justo a un lado del centro del resorte parabólico. El máximo esfuerzo dinámico se incrementó conforme se incrementó la excitación de la frecuencia o de la amplitud. El máximo esfuerzo dinámico fue influenciado más por la excitación de la amplitud que por la excitación de la frecuencia. El modelo dinámico de multicuerpo flexible para el resorte parabólico es capaz de contribuir al mejoramiento de la confiabilidad del modelo computacional para vehículos comerciales en análisis de características dinámicas. Se podría también extraer información de historial de cargas para análisis de durabilidad para los resortes parabólicos.

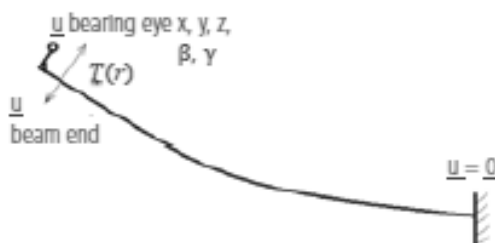
El modelo de Philipson [48] fue utilizado para estudiar la trayectoria cinemática de un eje durante la compresión y relajación, ver Figura 1. No obstante el estudio no consideró las características de histéresis del resorte. La constante dinámica definida por el rango diagonal del diagrama de histéresis de un resorte de ballesta es considerablemente variable como el desplazamiento de trabajo que varía de acuerdo a las características de histéresis del mismo. Entonces, las características de histéresis afectan significativamente las características dinámicas del vehículo. El desarrollo de una técnica de modelamiento de un resorte de ballesta, el cual no es fácil de modelar, esto demanda el desarrollo de un modelo computacional que funcione no solo para optimizar el diseño sino para la estimación de vida a la fatiga.

**Figura D- 3: Definición de coordenadas generalizadas y propiedades geométricas [48]**



Müller [49] propone un modelo que representa medio resorte de ballesta con un número limitado de elementos tipo viga tridimensional sin masa. Como su nombre lo indica este modelo omite la masa y también los efectos dinámicos, para esto el autor considera dos efectos importante en el modelo: la deformación estática lineal de la viga y el acoplamiento no-lineal entre la rotación y el desplazamiento, llamado “Efecto de acortamiento”. Con la ayuda de los polinomios de Hermite, los términos de la matriz de rigidez y el cambio de longitud efectiva del resorte han sido determinados. La matriz de rigidez es constante, esta debe ser determinada antes de la simulación. Las posiciones de los nodos internos y las fuerzas al final de los nodos son calculadas utilizando el método de reducción estática de Guyan. Para considerar el contacto con el tope en forma de “S”, se realiza una distribución de nodos no equidistante. La parametrización en este caso se puede aplicar al ancho y espesor [49].

**Figura D- 4: Modelo mecánico de medio resorte de ballesta [49].**



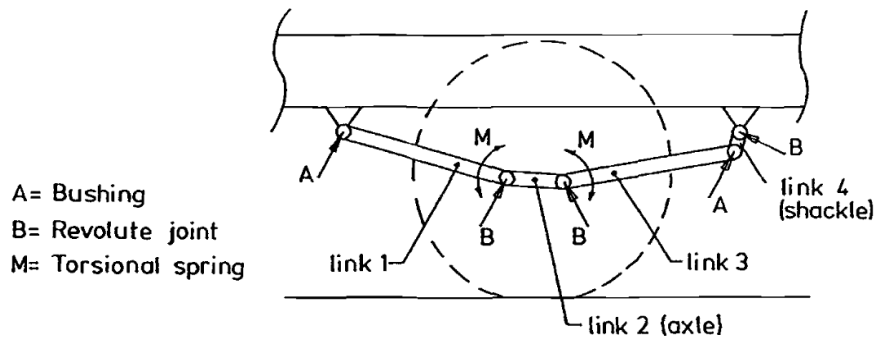
Alternativamente la rigidez vertical y el ancho característico son introducidos por el usuario y el espesor del perfil parabólico se determina en el proceso de inicialización [49].

Discusión: el modelo de ballesta ha sido desarrollado en el software SimPack. Así mismo existe un acoplamiento entre un modelo lineal y uno no-lineal. Este modelo ha sido validado con mediciones de banco de pruebas y los resultados muestran una buena correlación con dichas mediciones. La comparación de las simulaciones con la viga elástica muestra buena relación, El tiempo de CPU es competitivo y permite la aplicación en tiempo real de simulaciones de vehículos completos.

## E. ANEXO E: Modelamiento y Simulación en Dinámica Vehicular

Huhtala, Vesimäki y Halonen [50] llevan a cabo una simulación dinámica de multicuerpos en el cual los resortes de ballestas se modelan como cuerpos rígidos de tres brazos con pares cinemáticos de revolución como se muestra en la figura E-1.

**Figura E- 1: Modelo del resorte de ballesta [50]**

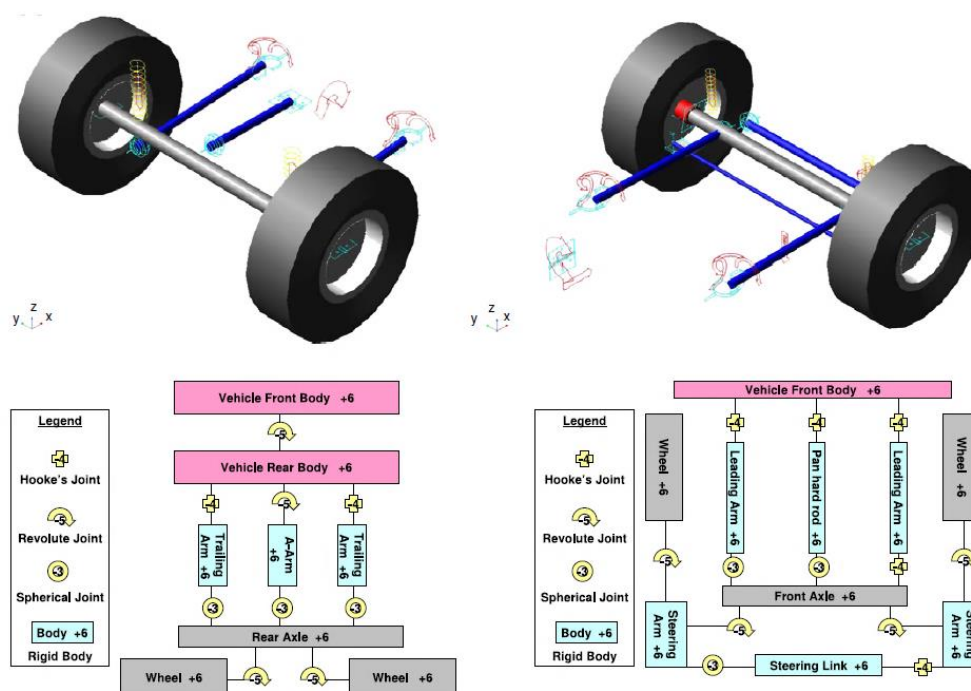


Los amortiguadores y resortes de aire se modelan como ecuaciones no-lineales. El objeto de este estudio fue la comparación de diferentes tipos de suspensión (multihojas, parabólico, aire) a distintas velocidades y observar su respuesta dinámica, cuando el vehículo está en contacto con la carretera, para este estudio los autores utilizan el software MSC ADAMS (*Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems*). El resorte de ballesta, tanto multihoja como el parabólico se modelan de la misma forma, su única diferencia son los momentos de la barra dos "Link 2 (Axle)", estos actúan como resortes virtuales de torsión cuya histéresis difiere para ambos casos; para el resorte parabólico la histéresis es menor.

Discusión: El nivel de simplificación para los resortes de ballesta se realizó en pro del costo computacional (1 a 1,5 horas). Sumado a esto la versión de software de simulación no permitía el uso de cuerpos flexibles junto con los cuerpos rígidos del chasis y mucho menos la posibilidad de introducir modelos no lineales que se asemejen al verdadero comportamiento de estos resortes. Este proyecto no incluyó ningún algoritmo de optimización para la suspensión, tampoco relacionó los resultados de simulación con resultados experimentales.

Para los modelos dinámicos de vehículos es importante conocer el grado de precisión comparado con el costo computacional, de manera que se logre un equilibrio para cada una de las estrategias. Thoresson, Uys, Els, y Snyman [51] proponen un modelo computacional básico en el software MSC.ADAMS, dicho modelo es un vehículo completo de un Land Rover Defender 110 tal como se muestra en la Figura E-2.

**Figura E- 2: Modelamiento de las suspensiones delantera y trasera en MSCADAMS [51]**



Los autores llevan a cabo una comprobación experimental del modelo en MSC.ADAMS obteniendo resultados muy aproximados; sin embargo detectan ruido numérico y un alto costo computacional asociado. Debido a esto los autores llevan a cabo una simulación más simplificada con el software MATLAB/Simulink el cual ofrece resultados en menor tiempo, sin embargo la precisión decae. Según los autores, tanto los resortes como los amortiguadores de este estudio son de tipo no-lineal, y el enfoque de este trabajo es precisamente optimizar la no-linealidad de estos componentes para mejorar las condiciones de manejo y confort del vehículo con determinadas condiciones de carretera.

Polach y Hajzman [52] realizan una investigación sobre un vagón de transporte de carbón con el objetivo de comparar dos tipos de resortes de ballesta, uno de cinco hojas parabólicas y otro de dos hojas parabólicas de un material compuesto GRP (Glass Reinforced Plastic), los cuales se muestran en la figura E-4.

**Figura E- 3: Descripción del vagón de carbón UK HAA [52]**



Para la adquisición de datos experimentales se utilizó un banco de pruebas especial (Schenck 4000) para este tipo de vehículos, este equipo utiliza dos actuadores traseros de doble paso 400 kN y dos actuadores delanteros de 630 kN de triple paso. Las ruedas del vagón son aseguradas con cuñas para no permitir el movimiento del vagón hacia adelante. Estas ruedas también se encuentran sin frenos para permitir una posible rotación de las mismas. La Figura E-5 muestra el montaje experimental para mayor comprensión.

**Figura E- 4: Montaje experimental del vagón de carga [52]**



Se efectúan mediciones en el movimiento relativo entre la rueda del vagón y el chasis, también se miden los desplazamientos de cada actuador, la fuerza que actúan entre la rueda y el apoyo del actuador, la aceleración del cilindro hidráulico, aceleración de la rueda directamente en el punto de contacto con el actuador, aceleración en el eje delantero y trasero, aceleración del chasis sobre cada rueda y la aceleración del chasis en las vigas laterales. Durante los ensayos los autores realizaron un barrido de frecuencias de 0 a 30 Hz con el interés de identificar picos de resonancia tanto en la masa suspendida como en la no suspendida. La señal de prueba fue sinusoidal con una amplitud constante de 0,5 mm y 1 mm.

Los autores advierten de algunos problemas en el modelado de las ballesta como la histéresis, que no es posible ser considerada debido a método de discretización, es decir que el software considera los resortes con ecuaciones de rigidez lineal. Tampoco se considera el factor de amortiguamiento vertical de las ballestas para el modelamiento dinámico; por lo anterior se observaron desplazamientos relativos más grandes entre las ruedas y el chasis durante la simulación que sobre el ensayo experimental. Finalmente, recomiendan realizar una evaluación más profunda de las características de los resortes de manera que la aproximación a la realidad sea mayor. Como conclusión se define que la falta de precisión en el modelo de resortes conduce hacia resultados un poco alejados de la realidad; y recomiendan un modelo más sofisticado para lograr resultados más precisos.



## F. ANEXO F: Metodologías aplicadas al diseño de suspensiones

Diseño robusto es una metodología de ingeniería cuyo objetivo es crear productos de alta calidad y costo efectivo que rindan bien durante su tiempo de utilización independientemente de cómo y bajo cual circunstancia está siendo utilizado [53]. Esas circunstancias externas que están fuera de control en la ingeniería del diseño son llamados ruidos. El diseño robusto incrementa la calidad del producto minimizando el efecto del ruido en el rendimiento del mismo [53].

Dentro de la metodología de diseño robusto, se han desarrollado algoritmos como los de tipo genético, los algoritmos genéticos fueron inventados en la década de los 60's. Holland [54], Michalewicz [55], Cai, Lasdon, McKinney [56] definen los algoritmos genéticos como técnicas de aleatorización guiadas por los principios de evolución y genética natural, son efectivos, se adaptan a procedimientos robustos, produciendo soluciones globales, óptimas y aproximadas, que tienen una gran cantidad de paralelismo implícito. En la evolución, el problema de cada especie es la búsqueda de adaptaciones benéficas al entorno cambiante y complicado. La adaptación que cada especie haya ganado en su estructura, hará lo mismo en los genes de los descendientes. En general los algoritmos genéticos se pueden percibir como un procedimiento de búsqueda a través de un espacio de soluciones potenciales. Los métodos clásicos de optimización trabajan bien para búsquedas en espacios pequeños, no obstante para espacios más grandes, las técnicas de inteligencia artificial y algoritmos genéticos son las más efectivas. Los algoritmos genéticos son algoritmos estocásticos los cuales buscan el modelo de motivación de evolución natural [54] [55] [56]: genética inherente y lucha por la supervivencia. Son algoritmos estocásticos porque los números aleatorios que se generan durante la operación del algoritmo se determinan los resultados de la búsqueda, esto significa que si un algoritmo genético es destinado para optimizar el mismo problema dos veces en exactamente la misma forma, usualmente dos diferentes respuestas serán obtenidas, y pueden estar muy cercanas una de la otra. Los algoritmos genéticos han sido aplicados en una gran variedad de formas. La idea de la utilización de los algoritmos genéticos es que su naturaleza es la exitosa y conocida evolución Darwiniana, y la transforma para su aplicación en optimización matemática y encontrar el óptimo global aproximado. Chalasani [57] utiliza los métodos clásicos de optimización para estudiar el problema de la reducción de la fuerza de una llanta. Entonces el número de parámetros de diseño considerado en este estudio es de dos, la solución óptima puede ser obtenida por inspección de un mapa de contorno de la función objetivo como la variación de los dos parámetros que cambian. Baumal, McPhee y Calamai [58] aplicaron un algoritmo genético al diseño de una suspensión vehicular, en el cual la superficie de la carretera se asumió como una función determinística sinusoidal. Esto puede limitar prácticamente el valor de su resultado de diseño óptimo, diferente a como si se hiciera en un campo aleatorio. Para tomar las ventajas de los algoritmos genéticos se pueden determinar múltiples objetivos con condiciones altamente no lineales.

Sun, Cai, Yang [59] modelan la condición de carretera para un cuarto de vehículo, es conocido que este tipo de modelo puede ser utilizado para predecir la calidad del confort y la carga del pavimento muy bien. Los autores asumen los siguientes parámetros para lograr utilizar el modelo de  $\frac{1}{4}$  de vehículo: velocidad del vehículo constante, el vehículo no tiene un cuerpo como tal, todos los componentes son rígidos, tanto la suspensión

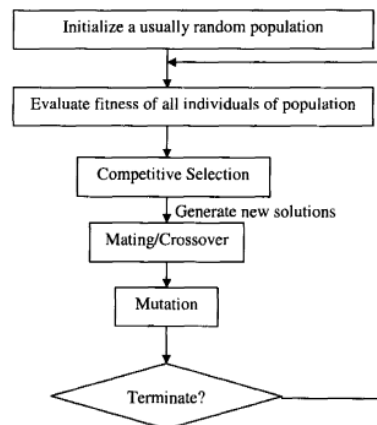
como las llantas tienen rigidez lineal, el contacto entre llanta y carretera es puntual, el ángulo de cabeceo frontal es despreciable.

Para obtener una respuesta en el vehículo debido a la excitación provocada por las irregularidades del camino, se utiliza un campo aleatorio isotrópico Gaussiano. De esta forma es posible mediante el método FFT (Fast Fourier Transform), filtrar los datos y simplificarlos en una PSD (Power Spectral Density). Esto permitirá evaluar la condición del vehículo de manera más rápida que con el histórico de tiempo.

Sun, et al. [59] Analizan las vibraciones generadas y desarrollan un algoritmo genético para solucionar el problema no-lineal, la cual tiene como objetivo la reducción de la varianza de la carga dinámica que logre limitar el daño inducido. Esta reducción está sujeta a unas restricciones máximas y mínimas en los parámetros de rigidez del resorte y de amortiguamiento, así como una restricción en la deflexión de la suspensión. La Figura F-1 se muestra el diagrama metodológico del algoritmo genético.

El método de superficies de respuesta tiene múltiples aplicaciones las cuales presentan situaciones en la que los procesos centran su interés en el análisis de datos registrados sobre un conjunto de individuos, a quienes se les aplica un tratamiento y se hace necesario determinar las condiciones bajo las cuales los resultados son los mejores en términos de calidad y/o costos. Cada tratamiento resulta de la combinación de niveles de los factores de investigación, el objetivo es encontrar la combinación de estos niveles que optimicen las variables respuesta de interés para el proceso [60].

**Figura F- 1: Diagrama Esquemático del algoritmo genético [59]**



Sun, et al. [59] Encontraron valores optimizados para las constantes de rigidez del resorte, amortiguador y llanta, lo cual puede ser obtenido fácilmente utilizando un algoritmo de búsqueda basado en gradientes. Sin embargo, para problemas más complejos o realistas el número de parámetros de restricción pueden ser más de tres; en este caso los métodos tradicionales de optimización tendrán problemas mientras que los algoritmos genéticos seguirán siendo una aproximación efectiva.



Els y Uys [61] proponen el método “Dynamic-Q”, esta aproximación envuelve la aplicación de una trayectoria dinámica para optimización sin restricciones adaptado al manejo de problemas restringidos a través de ecuaciones con formulación penalizada. Este método es aplicado para aproximar sucesivamente subproblemas cuadráticos del problema original, estos subproblemas se construyen por muestreo, a menudo se requiere un alto costo computacional, el comportamiento de las funciones de restricción y/o funciones objetivo se aproximan sucesivamente a la solución en el espacio del diseño. Los subproblemas, que son analíticamente simples, son resueltos rápida y precisamente utilizando un método de trayectoria dinámica adaptada o LFOPC, Snyman [62]

El objetivo del estudio de Els et al [61], es el de minimizar el ángulo de cabeceo en un entorno dinámico para el cual el vehículo viaja a 60 km/h y cambia de carril, todo esto ocurre en un intervalo de 15 segundos.

Los historiales de convergencia obtenidos en la aplicación del algoritmo de optimización “Dynamic-Q” para el caso de manejo y confort fueron aplicados a un vehículo militar. Claramente se indica que el algoritmo puede ser utilizado como un procedimiento económico computacionalmente hablando para la optimización de suspensiones vehiculares. Con pocas variables que se involucraron en dicha investigación, la habilidad del algoritmo “Dynamic-Q” para asegurar la convergencia rápida tiene condiciones óptimas de operación, lo cual es bueno si la optimización inicia lejos de la solución óptima. Els, et al. [61] Encontraron que la optimización para el manejo del vehículo procede con menos dificultad que la optimización con respecto al confort, y por consiguiente las variables restrictivas para este tipo de análisis deben ser mejor controladas. Sin embargo, los autores asumieron que la optimización en una sola rueda bastaría para las otras tres, esto de cierta manera sesga el resultado para el vehículo completo ya que la distribución de masa sobre cada una de las ruedas es distinta.

Naude y Snyman [63] realizan el desarrollo de un vehículo militar con la intención de resolver el problema dinámico en dos dimensiones. Este modelo esta acoplado a un algoritmo matemático de optimización que permita la optimización de los parámetros del vehículo a través de la minimización de una función objetivo bien definida.

La suspensión de cada uno de los ejes es modelada por un brazo de suspensión equivalente y este a su vez está conectado al chasis con otro brazo. Para cada eje se coloca un resorte y un amortiguador así como topes de desplazamiento máximo.

La formulación del problema de optimización requiere la identificación de la función objetivo, las variables y las restricciones. La construcción de un modelo apropiado, en este caso la suspensión de un vehículo, y para un primer pasó en el proceso de optimización: por un lado, si se hace demasiada simplificación, esto no dará una visión del problema en la práctica; pero por otro lado, si es demasiado complejo puede llegar a ser muy difícil de resolver. Una vez que la formulación fue hecha y un algoritmo de optimización se seleccionó para encontrar la solución, fue necesaria la utilización computacional para implementarlo. En este estudio Naud, et al. [63] utiliza un algoritmo de Snyman [62] LFOPC el cual tiene varias características:

1. Utiliza la información de una única función gradiente.
2. No funciona con líneas de búsqueda explícitas.
3. Es extremadamente robusta, y maneja valles y discontinuidades en funciones y gradientes con facilidad.

4. El algoritmo toma mínimos locales y utiliza un componente básico en la metodología para la optimización global.
5. No es tan eficiente en funciones cuadráticas como los métodos tradicionales, pero es particularmente robusta y confiable en relación con la presencia de ruido numérico en la función objetivo y en las funciones de restricción. Esto es de esperarse para el caso de estudio donde la función objetivo es evaluada con simulación numérica.

Naud, et al. [63] Reconoce que el acoplamiento del algoritmo de optimización al modelo de dinámica vehicular es de vital importancia. La utilización del algoritmo LFOPC junto con las variables de diseño permite la definición de la función objetivo tal como el confort. Al mismo tiempo la revisión de la literatura.

El diseño basado en confiabilidad, viene de dos partes diferentes. Primero, hay una minimización de la variación del rendimiento a través de diferentes entornos y condiciones de usuario. Segundo, es la de asegurar que el producto funcionara como se predice, sin fallas tempranas de una serie de expectativas del cliente [53]. Los ingenieros deben asegurarse que el producto tiene una resistencia adecuada, confiabilidad y previene las fallas. Tradicionalmente, la confiabilidad ha sido alcanzada a través de una gran cantidad de ensayos al final del proceso de diseño. Una mejor idea es diseñar en etapas tempranas incorporando conceptos de calidad y confiabilidad. En la mayoría de ocasiones se utiliza un factor de seguridad como una manera para cubrir los posibles modos de falla que no se consideraron en el diseño. Sin embargo un factor de seguridad elevado no necesariamente se traduce en un producto confiable, en vez de eso se obtiene un producto sobredimensionado y con problemas [53].

El factor de seguridad es una medida de incertidumbre acerca de las condiciones en las cuales el producto trabajara y está dado por:

$$SF = \frac{\text{Resistencia}}{\text{Esfuerzo}} = \frac{\text{Carga de diseño}}{\text{Carga normal}}$$

Algunas agencias especialmente en Estados Unidos, requieren el uso del margen de seguridad el cual describe la relación entre la resistencia del componente y sus requerimientos:

$$MS = \frac{\text{Esfuerzo Permisible}}{\text{Esfuerzo aplicado} * SF} - 1$$

Cuando la resistencia del componente y la carga aplicada son funciones de densidad normal, la confiabilidad R del componente está dada por:

$$R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\text{Margen de seguridad}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

De acuerdo a la revisión de estos antecedentes es claro que se hace indispensable la utilización de un método de optimización que permita obtener un comportamiento óptimo de la suspensión del vehículo. Esto también brinda un conocimiento acerca del estado del arte en diseño de suspensiones automotrices y los algoritmos de optimización más utilizados. Por esta razón y por el estado actual del proceso de diseño de suspensiones para industria automotriz nacional, se hace necesario investigar y desarrollar un método de aproximación numérica que permita tener un diseño más robusto de la suspensión para condiciones de carretera extremas.

## G. ANEXO G: Propiedades de materiales y disposición de capas de material compuesto en MAPDL

```
/com,***** Send Sheet Layered Section Properties *****
```

```
MP,DENS,5,2.497e-09,      ! tonne mm^-3
MP,EX,5,3181,            ! tonne s^-2 mm^-1
MP,EY,5,83,              ! tonne s^-2 mm^-1
MP,EZ,5,83,              ! tonne s^-2 mm^-1
MP,PRXY,5,0.00011,
MP,PRYZ,5,0.00011,
MP,PRXZ,5,0.454,
MP,GXY,5,1223.4,         ! tonne s^-2 mm^-1
MP,GYZ,5,31.92,          ! tonne s^-2 mm^-1
MP,GXZ,5,31.92,          ! tonne s^-2 mm^-1
```

```
MP,DENS,6,1.351e-09,      ! tonne mm^-3
MP,EX,6,107,             ! tonne s^-2 mm^-1
MP,EY,6,27,              ! tonne s^-2 mm^-1
MP,EZ,6,107,             ! tonne s^-2 mm^-1
MP,PRXY,6,0.451,
MP,PRYZ,6,0.0038,
MP,PRXZ,6,0.0038,
MP,GXY,6,41.1,           ! tonne s^-2 mm^-1
MP,GYZ,6,48.8,           ! tonne s^-2 mm^-1
MP,GXZ,6,41.1,           ! tonne s^-2 mm^-1
```

```
MP,DENS,7,7.85e-09,      ! tonne mm^-3
MP,ALPX,7,1.2e-05,       ! C^-1
MP,C,7,434000000,        ! mm^2 s^-2 C^-1
MP,KXX,7,60.5,           ! tonne mm s^-3 C^-1
MP,RSVX,7,0.00017,      ! ohm mm
MP,EX,7,3970,            ! tonne s^-2 mm^-1
MP,NUXY,7,0.3,
MP,MURX,7,10000,
```

```
TB,HYPE,8,1,2,MOON
TB,DATA,1,0.1404,0.427,1
MP,DENS,8,1.1e-12,       ! tonne mm^-3
```

```
TB,HYPE,9,1,2,MOON
TB,DATA,1,0.8015,1.805,1
MP,DENS,9,1.1e-12,       ! tonne mm^-3
```

```
CMBLOCK,_CM674_0,ELEM, 408
(8i10)
```

877	878	879	880	881	882	883	884
885	886	887	888	889	890	891	892
893	894	895	896	897	898	899	900
901	902	903	904	905	906	907	908
909	910	911	912	913	914	915	916
917	918	919	920	921	922	923	924
925	926	927	928	929	930	931	932
933	934	935	936	937	938	939	940
941	942	943	944	945	946	947	948
949	950	951	952	953	954	955	956

957	958	959	960	961	962	963	964
965	966	967	968	969	970	971	972
973	974	975	976	977	978	979	980
981	982	983	984	985	986	987	988
989	990	991	992	993	994	995	996
997	998	999	1000	1001	1002	1003	1004
1005	1006	1007	1008	1009	1010	1011	1012
1013	1014	1015	1016	1017	1018	1019	1020
1021	1022	1023	1024	1025	1026	1027	1028
1029	1030	1031	1032	1033	1034	1035	1036
1037	1038	1039	1040	1041	1042	1043	1044
1045	1046	1047	1048	1049	1050	1051	1052
1053	1054	1055	1056	1057	1058	1059	1060
1061	1062	1063	1064	1065	1066	1067	1068
1069	1070	1071	1072	1073	1074	1075	1076
1077	1078	1079	1080	1081	1082	1083	1084
1085	1086	1087	1088	1089	1090	1091	1092
1093	1094	1095	1096	1097	1098	1099	1100
1101	1102	1103	1104	1105	1106	1107	1108
1109	1110	1111	1112	1113	1114	1115	1116
1117	1118	1119	1120	1121	1122	1123	1124
1125	1126	1127	1128	1129	1130	1131	1132
1133	1134	1135	1136	1137	1138	1139	1140
1141	1142	1143	1144	1145	1146	1147	1148
1149	1150	1151	1152	1153	1154	1155	1156
1157	1158	1159	1160	1161	1162	1163	1164
1165	1166	1167	1168	1169	1170	1171	1172
1173	1174	1175	1176	1177	1178	1179	1180
1181	1182	1183	1184	1185	1186	1187	1188
1189	1190	1191	1192	1193	1194	1195	1196
1197	1198	1199	1200	1201	1202	1203	1204
1205	1206	1207	1208	1209	1210	1211	1212
1213	1214	1215	1216	1217	1218	1219	1220
1221	1222	1223	1224	1225	1226	1227	1228
1229	1230	1231	1232	1233	1234	1235	1236
1237	1238	1239	1240	1241	1242	1243	1244
1245	1246	1247	1248	1249	1250	1251	1252
1253	1254	1255	1256	1257	1258	1259	1260
1261	1262	1263	1264	1265	1266	1267	1268
1269	1270	1271	1272	1273	1274	1275	1276
1277	1278	1279	1280	1281	1282	1283	1284

```
sectype,5,shell
```

```
secdata,2,5,0
```

```
secdata,2,6,90
```

```
secdata,2,6,90
```

```
secdata,2,7,0
```

```
secdata,2,8,0
```

```
secdata,16,9,0
```

```
secoff,top
```

```
emod,_cm674_0,secnum,5
```

```
esel,all
```

```
TB,HYPE,10,1,2,MOON
```

```
TBDATA,1,0.1718,0.8303,1
```

```
MP,DENS,10,1.1e-12, ! tonne mm^-3
```

## H. ANEXO H: Matriz de Contactos lineales y no lineales del resorte de Ballesta, Script MAPDL contacto friccional

Nombre	Tipo	Alcance	$\mu$	Método	FKN	Comportamiento	Actualización de Rigidez	Formulación	Método de Detección	Interface
Frictional - GRAPA UBOLT BALLESTA DEL/SOPORTE SUPERIOR GRAPAS UBOLT BALLESTA DEL	Frictional	Face (Solid), Face (Solid)	1	Manual	0.5	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	On Gauss Point	Adjust to Touch
Frictional - GRAPA UBOLT BALLESTA DEL/SOPORTE SUPERIOR GRAPAS UBOLT BALLESTA DEL	Frictional	Face (Solid), Face (Solid)	1	Manual	0.5	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	On Gauss Point	Adjust to Touch
Frictional - HOJA 6 BALLESTA DEL/HOJA 5 BALLESTA DEL	Frictional	Face (Solid), Face (Solid)	0.1	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	On Gauss Point	Adjust to Touch
Frictional - HOJA 6 BALLESTA DEL/ASIENTO BALLESTA DEL	Frictional	Face (Solid), Face (Solid)	1	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	On Gauss Point	Adjust to Touch
Frictional - HOJA 5 BALLESTA DEL/HOJA 4 BALLESTA DEL	Frictional	Face (Solid), Face (Solid)	0.1	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	On Gauss Point	Adjust to Touch
Frictional - HOJA 4 BALLESTA DEL/HOJA 3 BALLESTA DEL	Frictional	Face (Solid), Face (Solid)	0.1	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	On Gauss Point	Adjust to Touch
Frictional - HOJA 3 BALLESTA DEL/HOJA 2 BALLESTA DEL	Frictional	Face (Solid), Face (Solid)	0.1	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	On Gauss Point	Adjust to Touch
Frictional - HOJA 2 BALLESTA DEL/HOJA 1 BALLESTA DEL	Frictional	Face (Solid), Face (Solid)	0.1	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	On Gauss Point	Adjust to Touch
Frictional - HOJA 1 BALLESTA DEL/SOPORTE SUPERIOR GRAPAS UBOLT BALLESTA DEL	Frictional	Face (Solid), Face (Solid)	1	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	On Gauss Point	Adjust to Touch
Bonded - TUERCA M18 X 2/GRAPA INF BALLESTA DEL	Bonded	Face (Solid), Face (Solid)	N/A	Manual	0.1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	Program Controlled	N/A
Bonded - TUERCA M18 X 2/GRAPA INF BALLESTA DEL	Bonded	Face (Solid), Face (Solid)	N/A	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	Program Controlled	N/A
Bonded - TUERCA M18 X 2/GRAPA INF BALLESTA DEL	Bonded	Face (Solid), Face (Solid)	N/A	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	Program Controlled	N/A
Bonded - TUERCA M18 X 2/GRAPA INF BALLESTA DEL	Bonded	Face (Solid), Face (Solid)	N/A	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	Program Controlled	N/A
Bonded - GRAPA UBOLT BALLESTA DEL/TUERCA M18 X 2	Bonded	Face (Solid), Face (Solid)	N/A	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	Program Controlled	N/A
Bonded - GRAPA UBOLT BALLESTA DEL/TUERCA M18 X 2	Bonded	Face (Solid), Face (Solid)	N/A	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	Program Controlled	N/A
Bonded - GRAPA UBOLT BALLESTA DEL/TUERCA M18 X 2	Bonded	Face (Solid), Face (Solid)	N/A	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	Program Controlled	N/A
Bonded - GRAPA UBOLT BALLESTA DEL/TUERCA M18 X 2	Bonded	Face (Solid), Face (Solid)	N/A	Manual	1	Asymmetric	Each Iteration, Aggressive	Augmented Lagrange	Program Controlled	N/A

```

esel,s,type,,25
cm,contactElems99,elem
cmsel,a,_AllContacts,elem ! Seleccion de Elementos de Contacto Gráficamente
cm,_AllContacts,elem ! Seleccion de Superficie de Contacto Graficamente
cmsel,s,contactElems99,elem ! Creacion de Elementos de Contacto
cmdele,contactElems99 ! Eliminación de Superficie de contacto
mp,mu,cid,0.1 ! Coeficiente de Fricción Sin unidades
keyo,cid,1,0 ! DOF UX,UY,UZ
keyo,cid,2,0 ! Lagrange Aumentado
keyo,cid,3,1 ! Unidades para FKN [N/mm]
keyo,cid,4,0 ! En puntos de integración Gaussiana
keyo,cid,5,1 ! CNOF Automático para ajustar las luce geométricas
! únicamente
keyo,cid,6,2 ! Permitir cambios agresivos en la rigidez
keyo,cid,7,0 ! Sin Predicción de impactos
keyo,cid,8,2 ! Contacto Asimétrico
keyo,cid,9,1 ! Ignorar Luz o penetración inicial
keyo,cid,10,2 ! Ajustar rigidez de contacto en cada iteración de

```

```

! Newton-Raphson
keyo,cid,11,0      ! Efecto de espesor para elementos Shell
keyo,cid,12,0     ! Contacto Friccional
rmod,cid,3,1.     ! Factor de rigidez normal de contacto FKN
rmod,cid,5,0.    ! ICONT
rmod,cid,6,0.    ! PINB
rmod,cid,10,0.   ! CNOF
rmod,cid,12,0.   ! FKT
/com,Crear Contacto "Frictional - BALLESTA DELANTERA.asm:1,HOJA 4 BALLESTA
DEL.par:1 To BALLESTA DELANTERA.asm:1,HOJA 3 BALLESTA DEL.par:1"
/com,              La constante Real para este contacto es 27 y 28
*set,tid,28
*set,cid,27
r,tid
r,cid
et,tid,170
et,cid,174
eblock,10,,,496

```

## I. Anexo I: Matriz de Pares Cinemáticos del resorte de Ballesta

Nombre	Tipo	Alcance	Referencia	Movil
Revolute - SOPORTE FIJO BALLESTA DEL/HOJA 1 BALLESTA DEL	Revolute	Body-Body	SOPORTE FIJO BALLESTA DEL	HOJA 1 BALLESTA DEL
Revolute - SOPORTE BALANCIN BALLESTA DEL/BALANCIN BALLESTA DEL	Revolute	Body-Body	SOPORTE BALANCIN BALLESTA DEL	BALANCIN BALLESTA DEL
Revolute - BALANCIN BALLESTA DEL/HOJA 1 BALLESTA DEL	Revolute	Body-Body	BALANCIN BALLESTA DEL	HOJA 1 BALLESTA DEL
Fixed - Ground To SOPORTE FIJO BALLESTA DEL	Fixed	Body-Ground	Ground	SOPORTE FIJO BALLESTA DEL
Fixed - Ground To SOPORTE BALANCIN BALLESTA DEL	Fixed	Body-Ground	Ground	SOPORTE BALANCIN BALLESTA DEL
Fixed - GRAPA INF BALLESTA DEL/SECCION EJE	Fixed	Body-Body	GRAPA INF BALLESTA DEL	SECCION EJE
Fixed - ASIENTO BALLESTA DEL/SECCION EJE	Fixed	Body-Body	ASIENTO BALLESTA DEL	SECCION EJE

## Bibliografía

- [1] B. Heibing y M. Ersoy, *Chasis Handbook*, Berlin: Vieweg+Teubner, 2011.
- [2] D. Mong, H. Sang Yong y C. Young Ho, «A Flexible Multibody Dynamic Model for Analyzing Hysteretic Characteristics and Dynamic Stress of Taper Leaf Spring,» *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 20, nº 10, pp. 1638-1645, 2006.
- [3] V. H. Chacon, *Diseño de una Suspensión para un Vehículo Automóvil Basada en Amortiguadores Magneto-Reológicos*, Madrid: Escuela Politécnica Superior Universidad Carlos III de Madrid, 2009.
- [4] J. Reza N, «Vehicle Dynamics,» de *Vehicle Dynamics. Theory and Applications*, Riverdale. NY, Springer, 2008.
- [5] E. H. Judd, "Spring Design Manual," in *Spring Design Manual*, Warrendale PA, SAE International, 1996, pp. 43,44.
- [6] W. Bauer, *Hydropneumatic Suspension Systems*, Weinheim, Germany: Springer, 2011.
- [7] A. E. Suleiman y S. M. Fayyad, «Electromagnetic Suspension System: Circuit and Simulation,» *International Journal of Modelling and Optimization*, vol. 3, nº 5, pp. 440-444, 2013.
- [8] M. A. Calle, D. Barrios Benitez, N. Batista de Lima y E. Gonzalves, «Importance of considering a material micro-failure criterion in the numerical modelling of the shot peening process applied to parabolic leaf springs,» *Latin American Journal of Solids and Structures*, vol. 7, pp. 21-40, 2010.
- [9] R. L. Norton, *Diseño de Maquinas*, Worcester E.U.A: Prentice Hall, 1998.
- [10] Krypton, «Grabcad.com,» Grabcad, 30 09 2011. [En línea]. Available: <https://grabcad.com/library/iveco-6x4/files>. [Último acceso: 15 01 2013].
- [11] Iveco, *Trakker Euro 4/5 Bodybuilder Construction*, Turin-Italy: Satiz B.U Technical Publishing, 2008.
- [12] Iveco, *Trakker AD450 6x6 Specifications*, Sidney-Australia: Iveco, 2010.
- [13] Iveco, *Tector Specifications*, Buenos Aires-Argentina: Iveco, 2011.
- [14] Iveco, *Trakker Active Day & Time AD AT260T50*, Turin-Italy: Iveco, 2010.
- [15] Iveco, *Trakker Technical Description AD380 T38 Euro III*, Turin-Italy: Iveco, 2005.
- [16] T. Idebrant, «GrabCad,» 21 03 2012. [En línea]. Available: [https://grabcad.com/library/msg95al-731-maximo-xxl/files/MSG95AL\\_731%20Maximo%20XXL.STEP](https://grabcad.com/library/msg95al-731-maximo-xxl/files/MSG95AL_731%20Maximo%20XXL.STEP). [Último acceso: 21 04 13].
- [17] I. G. Rosas, «GrabCad,» 20 01 2013. [En línea]. Available: <https://grabcad.com/library/dummy/files/Dumie.stp>. [Último acceso: 20 04 2013].
- [18] Gabriel-Meritor, *Truck, Trailer & Bus Shocks*, Florence, KY: Meritor, 2011.
- [19] Cofre S.A, *Iveco Daily, Iveco Gamma S200*, Bogota-Colombia: Cofre S.A, 2007.
- [20] GT Radial, *Catalogo Camion y Bus*, Europa: GT Radial, 2011.
- [21] Q.O, «GrabCad,» 23 09 2012. [En línea]. Available:

- <https://grabcad.com/library/engine-cummins-qsb6-7/files/QSB6,7.zip>. [Último acceso: 20 04 2013].
- [22] Cummins, *QSB6.7 And QSL9 (190-400 hp) Tier 4 Interim/Stage IIIB*, Columbus, IN: Cummins Inc, 2011.
- [23] S. Pivec, «GrabCAD,» 11 05 2012. [En línea]. Available: [https://grabcad.com/library/dump-truck--3/files/dump\\_truck%5B1%5D.IGS](https://grabcad.com/library/dump-truck--3/files/dump_truck%5B1%5D.IGS). [Último acceso: 20 04 2013].
- [24] G. Rill, *Vehicle Dynamics*, Regensburg: Fachhochshulle Regensburg University of Applied Sciences, 2006.
- [25] T. D. Gillespie, *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, 400 Commonwealth Drive Warrendale PA 15096 : Society of Automotive Engineers.
- [26] P. Barak, «Chassis and Suspension Component Design for Passenger Cars and Light Trucks,» de *3 Days Seminar* , Detroit-Michigan, 2002.
- [27] Ansys Inc, «Ansys User Help,» Ansys Incorporated, Cannonsburg PA, 2013.
- [28] K. Bathe., *Finite Element Procedures*, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1996.
- [29] T. Hughes, *The Finite Element Method Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, Inc, 1987.
- [30] A. Stefancu, S. Melenciuc y M. Bedescu, «PENALTY BASED ALGORITHMS FOR FRICTIONAL CONTACT PROBLEMS,» *Constructii, Arhitectura*, vol. LIV, nº 3, pp. 120-129, 2011.
- [31] Saman, Fernando (Ajax Fasteners) , *MECHANISMS AND PREVENTION OF VIBRATION LOOSENING IN BOLTED JOINTS*, Braeside VIC3195 Australia: Ajax Fasteners.
- [32] J. Bickford, «An introduction to the design and behaviour of bolted joints,» Marcel Dekker Inc, New York, 1990.
- [33] SolidWorks, Escritor, *The COSMOS Companion*. [Performance]. SolidWorks, 2006.
- [34] B. Karaytug, *Footprint Analysis of Radial Passenger Tire*, Adana, Turkia: Institute of Natural and Applied Sciences University of Cukurova, 2009.
- [35] M. Holsche, M. Tewes, N. Botkin, K. Lohndrof, H. Hoffmann y E. Quandt, «Modeling of Pneumatic Tires by a Finite Element Model for the Development a Tire Friction Remote Sensor,» Center of Advanced European Studies and Research, Ludwig-Erhard-Allee 2, 53175 Bonn, Germany, 2004.
- [36] H. Wang, I. L. Al-Qadi y I. Stanciulescu, «Effect of Friction on Rolling Tire-Pavement Interaction,» Nexttrans Project No019PY01 Technical Summary, Urbana-Champaign-Illinois, 2010.
- [37] P. Macioce, «Viscoelastic Damping,» Roush Industries Inc, Livonia Michigan.
- [38] A. Flaja, J. Szuleg y P. Wielgos, «Comparison of determination methods of vibration's damping coefficients for complex structures,» *Budownictwo i Architektura*, Lublin, 2008.
- [39] Rogers Corporation, «Vibration Isolation and Damping. The Basics,» RogersCorp, Rogers Connecticut, 2012.



- [40] D.J.Dunn, «Damped Vibrations,» de *Solid Mechanics*.
- [41] S. Simunovic y N. Zisi, «FEM Models for Semi-Trailer Truck,» Battelle Memorial Institute, Oak Ridge National Laboratory (ORNL), 3 5 2012. [En línea]. Available: <http://tractor-trailer.model.ntrci.org/index.cgi?model=1&navv=3>. [Último acceso: 3 5 2012].
- [42] University of Iowa, «Dynamic Simulation Methods For Evaluating Vehicle Configuration and Roadway Design,» MidWest Transportation Center, Iowa, 1991.
- [43] Daewon Technical Document Series, «Manual-Parabolic Spring,» Daewon Kang Up, Seoul, Corea, 2006.
- [44] J. Chen y C. Yang, «AutoLeaf Analysis Tool,» 2013.
- [45] A. Viloria, H. Hernandez , Y. Arango, A. Jimenez y H. Mendoza, «Mejoramiento del Proceso de Granallado para Resortes de Ballesta Utilizando Medicion de Esfuerzos Residuales por Difraccion de Rayos X,» *Ingenieria e Investigacion*, vol. 24, nº 003, pp. 33-40, 2004.
- [46] R. W. Landgraf y R. C. Francis, *Material and Processing Effects on Fatigue Performance of Leaf Springs*, Cobo Hall, Detroit: SAE Technical Paper Series, 1979.
- [47] V. Arora, M. L. Aggarwal y G. Bhushan, «A Comparative Study of CAE and experimental results of Leaf springs in Automotive Vehicles,» *International Journal of Engineering Science and Technology*, vol. 3, nº 1, pp. 6856-6866, 2011.
- [48] N. Philipson, «Leaf Spring Modeling,» *Modelica 2006*, pp. 205-211, 2006.
- [49] G. Muller, «A New Massless Leaf Spring Model for Full Commercial Vehicle Simulations,» *Simpack News*, pp. 36-39, 2012.
- [50] M. Huhtala, M. Vesimaki y P. Halonen, «Computer Simulation of Road-Vehicle Dynamic Interaction Forces of Three and Four axle Trucks,» de *Vehicle Road Interactions*, Philadelphia, ASTM STM 1225, 1994, pp. 36-51.
- [51] M. J. Thoreson, P. E. Uys, P. S. Els y J. A. Snyman, «Efficient Optimization of a Vehicle Suspension System, Using a Gradient-based Approximation Method, Part 1: Mathematical Modelling,» *Mathematical and Computer Modelling*, nº 50, pp. 1421-1436, 2009.
- [52] P. Polach y M. Hajzman, «Computer Simulations of a Wagon Excitation on a Test Stand,» de *SIMPACK User Meeting 2006, March 2006*, Baden-Baden, 2006.
- [53] J. C. Miranda Valenzuela, *Product Design and Engineering*, Toluca. Mexico: Tecnológico de Monterrey, 2014.
- [54] J. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Michigan: University of Michigan, 1975.
- [55] Z. Michalewic, *Genetic Algorithms of Data Structures for Evolution Program*, New York: Springer, 1996.
- [56] X. Cai, L. Lasdon y D. C. McKinney, «Solving Non-linear water management models Using Combined Genetic Algorithm and Linear programming approach,» *Advances in Water Resources*, nº 24, pp. 667-676, 2001.
- [57] R. Chasalani, «Ride Performance potencial of active suspension system, Part 1: Simplified analysis based on quarter car models,» *Proceedings of the american*

*Society of Mechanical Engineers. Symposium on simulation of ground vehicles and transport systems*, pp. 187-204, 1986.

- [58] A. E. Baumal, J. J. McPhee y P. H. Calamai, «Application of genetic algorithms to design optimization of an active suspension system.,» *Computational Methods in Applied Mechanics Engineering*, n° 163, pp. 87-94, 1998.
- [59] L. Sung, X. Cai y J. Yang, «Genetic Algorithm-based Optimum Vehicle Suspension Design Using Minimum Dynamic Pavement Loads as a Design Criterion,» *Journal of Sound and Vibration*, n° 301, pp. 18-27, 2007.
- [60] O. Melo Martinez, L. Lopez Perez y S. Melo Martinez, *Diseño de Experimentos*, Bogota, Colombia: Facultad de Ciencias Universidad Nacional de Colombia, 2006.
- [61] P. Els y P. E. Uys, «Investigation of the Applicability of the Dynamic-Q Optimization Algorithm to Vehicle Suspension Design,» *Mathematical and Computer Modelling*, n° 37, pp. 1029-1046, 2003.
- [62] J. A. Snyman, «The LFOPC leapfrog Algorithm for Constrained Optimization,,» *Computers Math Application*, vol. 8, n° 40, pp. 1087-1098, 2000.
- [63] A. F. Naude y J. A. Snyman, «Optimization of Road Vehicle Passive suspension Systems. Part 1 Optimization Algorithm and Vehicle Model,» *Applied Mathematical Modelling*, n° 27, pp. 249-261, 2003.