



**Universidad Nacional Mayor de San Marcos**

**Universidad del Perú. Decana de América**

Dirección General de Estudios de Posgrado

Facultad de Educación

Unidad de Posgrado

**Aplicación del instrumento de cálculo ancestral  
nepohualtzintzin en la calidad del aprendizaje de la  
resolución de operaciones aritméticas básicas**

**TESIS**

Para optar el Grado Académico de Doctor en Educación

**AUTOR**

Daniel David SONO TOLEDO

**ASESOR**

Dr. Elías Jesús MEJÍA MEJÍA

Lima, Perú

2019



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

## Referencia bibliográfica

---

Sono, D. (2019). *Aplicación del instrumento de cálculo ancestral nepohualtzintzin en la calidad del aprendizaje de la resolución de operaciones aritméticas básicas*. [Tesis de doctorado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Educación, Unidad de Posgrado]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

---

## HOJA DE METADATOS COMPLEMENTARIOS

Código ORCID del autor	<a href="https://orcid.org/0000-0001-9492-3129">https://orcid.org/0000-0001-9492-3129</a>
DNI o pasaporte del autor	1714331913
Código ORCID del asesor	<a href="https://orcid.org/0000-0001-9969-7175">https://orcid.org/0000-0001-9969-7175</a>
DNI o pasaporte del asesor	Asesor de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Grupo de investigación	No aplica
Agencia financiadora	Fondos propios
Ubicación geográfica donde se desarrolló la investigación	Lugar: Ibarra - Ecuador Coordenadas geográficas: 0.354457, -78.130439
Disciplinas OCDE	<a href="https://purl.org/pe-repo/ocde/ford#5.03.01">https://purl.org/pe-repo/ocde/ford#5.03.01</a>



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
UNIDAD DE POSGRADO

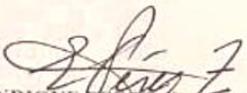
**ACTA DE SUSTENTACIÓN N° 56-UPG-FE-2019**

En la ciudad de Lima, a los 20 días del mes de diciembre de 2019, siendo las 10:00 am. en acto público se instaló el Jurado Examinador para la Sustentación de la Tesis titulado: **APLICACIÓN DEL INSTRUMENTO DE CÁLCULO ANCESTRAL NEPOHUALTZINTZIN EN LA CALIDAD DEL APRENDIZAJE DE LA RESOLUCIÓN DE OPERACIONES ARITMÉTICAS BÁSICAS**, para optar el Grado Académico de Doctor en Educación.

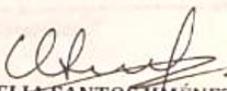
Luego de la exposición y absueltas las preguntas del Jurado Examinador se procedió a la calificación individual y secreta, habiendo sido MUY BUENO con la calificación de 17 (Diecisiete)

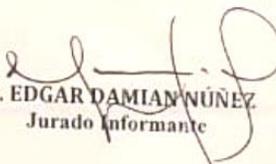
El Jurado recomienda que la Facultad acuerde el otorgamiento del Grado de Doctor en Educación al Mag. **DANIEL DAVID SONO TOLEDO**.

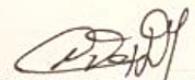
En señal de conformidad, siendo las 11.15 horas se suscribe la presente acta en cuatro ejemplares, dándose por concluido el acto.

  
Dr. ENRIQUE VERÉZ ZEVALLOS  
Presidente

  
Dr. ELIAS MEJÍA MEJÍA  
Asesor

  
Dra. OFELIA SANTOS JIMÉNEZ  
Jurado Informante

  
Dr. EDGAR DAMIAN NÚÑEZ  
Jurado Informante

  
Dr. CARLOS DEXTRE MENDOZA  
Miembro del Jurado

## VEREDICTO DE LA TESIS POR LOS MIEMBROS DEL JURADO EXAMINADOR

*"Año de la lucha contra la corrupción y la impunidad"*

**INFORME N°034 – OCSJ/DTC/FE/UPG/UNMSM-2019**



A : Dra. OFELIA CARMEN SANTOS JIMENEZ  
Directora de la Unidad de Posgrado de la Facultad de Educación

De : **Dra. OFELIA SANTOS JIMÉNEZ**  
**Docente de la Unidad de Postgrado**

Asunto : **INFORME JURADO INFORMANTE: Daniel David SONO TOLEDO**

Fecha : Ciudad Universitaria, 16 de diciembre del 2019.

Tengo el agrado de dirigirme a usted, a fin de hacerle llegar el informe final JURADO INFORMANTE del borrador de tesis la cual es la siguiente:

**I. ANTECEDENTES:**

- Dictamen N° 1403/FE-UPG/2019.

**II. ANÁLISIS:**

De acuerdo a lo antecedido he procedido a la revisión del borrador de Tesis Titulada: **APLICACIÓN DEL INSTRUMENTO DE CÁLCULO ANCESTRAL NEPOHUALTZINTZIN EN LA CALIDAD DEL APRENDIZAJE DE LA RESOLUCIÓN DE OPERACIONES ARITMÉTICAS BÁSICAS**, presentada por el graduando Don **Daniel David SONO TOLEDO**, para optar el Grado Académico de Doctor en Educación.

Que después de la revisión realizada el mencionado borrador de tesis es favorable dado que cuenta con calidad académica y científica.

**III. CONCLUSIONES:**

Considero que el borrador de Tesis es procedente, para que el graduando pueda continuar con el procedimiento administrativo solicitando jurado examinador y fecha de sustentación.

Es todo en cuanto debo de informar a su despacho.

Atentamente,

Es todo en cuanto debo de informar a su despacho.

Atentamente,

  
**Dra. Ofelia C. Santos Jiménez**  
Docente de la UPG-UNMSM.

INFORME 2019



A: Dra. Ofelia Santos Jiménez  
De: Dr. Edgar F. Damián Núñez  
Asunto: Informe como jurado informante  
Referencia: Dictamen N° 1403/FE-UPG/2019

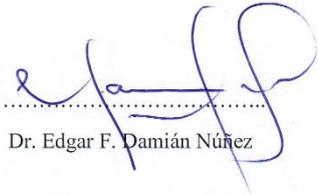
Me dirijo a Ud. para informarle que habiendo revisado el borrador de informe final de tesis titulada: **APLICACIÓN DEL INSTRUMENTO DE CÁLCULO ANCESTRAL NEPOHUALTZINTZIN EN LA CALIDAD DEL APRENDIZAJE DE LA RESOLUCIÓN DE OPERACIONES ARITMÉTICAS BÁSICAS**, presentado por el graduando don **Daniel David Sono Toledo**, para optar por el grado académico de Doctor en Educación.

Conclusión:

El presente borrador de tesis, reúne las condiciones de investigación para solicitar los trámites administrativos correspondientes y continuar.

Atentamente

Ciudad, Universitaria 16 de diciembre de 2019



Dr. Edgar F. Damián Núñez

## **DEDICATORIA**

Dedico con todo mi corazón, a Dios Todopoderoso, mi amada familia, Adriana (esposa) y Daniela (hija) razón de mi existir, quienes me han acompañado a lo largo de mi formación profesional con su paciencia y cariño permanente.

A mis queridos padres: Florita y Eduardo, quienes me dieron la vida y sembraron en mí, el deseo de superarme siempre.

Mis queridos suegros: Don Carlitos y Doña Glorita, Abuelito Rodrigo, Abuelita Zoila, mis cuñados Camila y Carlitos David, mi tía Yolanda y Gabriela (prima), quienes me han apoyado desinteresadamente en mi vida y carrera profesional.

## **AGRADECIMIENTO**

Un agradecimiento muy especial al Dr. Elías Jesús Mejía Mejía, Docente ejemplar, quien con su paciencia y sabios consejos supo guiarme por el camino del conocimiento, sabiduría y por su apoyo incondicional en el desarrollo de la presente tesis.

A la Señora Directora Dra. Ofelia Santos, personal Docente y Administrativo de la Prestigiosa “Unidad de Posgrado de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos”, por sus generosa ayuda y sabias enseñanzas que me han permitido culminar mis estudios doctorales.

## ÍNDICE GENERAL

<b>VEREDICTO DE LA TESIS POR LOS MIEMBROS DEL JURADO</b>	
<b>EXAMINADOR .....</b>	<b>ii</b>
<b>DEDICATORIA.....</b>	<b>iv</b>
<b>AGRADECIMIENTO.....</b>	<b>v</b>
<b>ÍNDICE GENERAL .....</b>	<b>vi</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS .....</b>	<b>x</b>
<b>ÍNDICE DE GRÁFICOS.....</b>	<b>xii</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>xiv</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xv</b>
<b>CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1. Situación problemática.....	1
1.2. Fundamentos del problema .....	3
1.3. Formulación del problema .....	9
1.3.1. Problema general.....	9
1.3.2. Problemas específicos .....	10
1.4. Justificación de la investigación.....	10
1.4.1. Justificación teórica.....	10
1.4.2. Justificación práctica .....	12
1.5. Objetivos de la investigación .....	12
1.5.1. Objetivo general .....	12
1.5.2. Objetivos específicos .....	13
<b>CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>14</b>
2.1. Antecedentes de investigación .....	14
2.1.1. Antecedentes nacionales .....	14

2.1.2.	Antecedentes internacionales .....	15
2.2.	Bases teóricas .....	17
2.2.1.	La niñez y su desarrollo lógico matemático.....	17
2.2.2.	La superación al miedo a las matemáticas .....	20
2.2.3.	Importancia del aprendizaje matemático en la actualidad .....	23
2.2.4.	Disciplinas de la matemática.....	27
2.2.5.	La matemática educativa .....	27
2.2.6.	Dimensiones de la calidad del aprendizaje matemático.....	29
2.2.7.	Teoría constructivista y el esquema mental .....	32
2.2.8.	El modelo didáctico .....	36
2.2.9.	La Etnomatemática y su utilidad pedagógica .....	40
2.2.10.	El nepohualtzintzin como instrumento de cálculo ancestral..	43
2.2.11.	Contexto del conocimiento matemático prehispánico .....	48
2.3.	Glosario de términos.....	67
2.3.1.	Análisis.....	67
2.3.2.	Didáctica .....	67
2.3.3.	Etnomatemática .....	67
2.3.4.	Instrumento: .....	67
2.3.5.	Matemática.....	68
2.3.6.	Matemática educativa: .....	68
2.3.7.	Material didáctico .....	68
2.3.8.	Nepohualtzintzin:.....	68
2.3.9.	Objeto matemático .....	68
2.3.10.	Operaciones matemáticas .....	69
2.3.11.	Recurso didáctico .....	69
2.3.12.	Síntesis .....	69
<b>CAPÍTULO III.</b>	<b>METODOLOGÍA .....</b>	<b>70</b>

3.1.	Hipótesis de la investigación.....	70
3.1.1.	Hipótesis general.....	70
3.1.2.	Hipótesis específica.....	70
3.2.	Identificación de las variables .....	71
3.2.1.	Variables de investigación.....	71
3.2.2.	Las variables intervinientes .....	72
3.3.	Tipo y diseño de la investigación .....	72
3.4.	Población y muestra .....	73
3.4.1.	Unidades de análisis .....	73
3.4.2.	Población .....	73
3.5.	Selección de los grupos de trabajo.....	74
3.5.1.	Criterios de inclusión.....	74
3.5.2.	Criterios de exclusión .....	74
3.6.	Técnica e instrumentos de recolección de datos .....	75
3.6.1.	Operacionalización de la variable.....	75
3.7.	Diseño estadístico .....	76
3.8.	Procesamiento de los datos.....	76
<b>CAPÍTULO IV.</b>	<b>RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....</b>	<b>78</b>
4.1.	Presentación de los datos.....	78
4.2.	Análisis descriptivo .....	81
4.2.1.	Grupo experimental prueba Inicial (YO <sub>1</sub> ).....	81
4.2.2.	Grupo de control prueba inicial (YO <sub>2</sub> ).....	91
4.2.3.	Grupo experimental prueba de salida (YO <sub>3</sub> ) .....	101
4.2.4.	Grupo de control prueba de salida (YO <sub>4</sub> ).....	111
4.3.	Proceso de prueba de hipótesis .....	121
4.3.1.	Comprobación de la hipótesis general .....	121
4.3.2.	Comprobación de la hipótesis específicas .....	125

4.4. Discusión de los resultados .....	141
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>144</b>
<b>Conclusiones .....</b>	<b>144</b>
<b>Recomendaciones .....</b>	<b>147</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>148</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>159</b>
<b>ANEXO 01: MATRIZ DE CONSISTENCIA.....</b>	<b>- 160 -</b>
<b>ANEXO 02: INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS.....</b>	<b>163</b>
<b>ANEXO 03: EVIDENCIAS DEL TRABAJO DE CAMPO .....</b>	<b>167</b>
<b>ANEXO 04: FICHAS DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS.....</b>	<b>169</b>
<b>ANEXO 04: AUTORIZACIÓN LEGAL .....</b>	<b>172</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Identificación de variables.....	71
Tabla 2 Clasificación según su función en la investigación.....	71
Tabla 3 Población .....	74
Tabla 4 Selección de grupos .....	74
Tabla 5 Operacionalización de la variable Y.....	75
Tabla 6 Índices de la variable X.....	77
Tabla 7 Índices para las dimensiones.....	77
Tabla 8 Datos de Prueba inicial .....	78
Tabla 9 Datos Prueba de salida.....	79
Tabla 10 Frecuencias de grupo experimental Prueba inicial (YO1) .....	81
Tabla 11 Estadísticos de grupo experimental Prueba inicial (YO1) .....	81
Tabla 12 Frecuencias de Operatividad .....	83
Tabla 13 Estadísticos de Operatividad .....	83
Tabla 14 Frecuencias de Análisis .....	85
Tabla 15 Estadísticos de Análisis .....	85
Tabla 16 Frecuencias de Síntesis.....	87
Tabla 17 Estadísticos de Síntesis.....	87
Tabla 18 Frecuencias de Manejo de objetos matemáticos .....	89
Tabla 19 Estadísticos de Manejo de objetos matemáticos.....	89
Tabla 20 Frecuencias de Y Prueba inicial (YO2).....	91
Tabla 21 Estadísticos de Y Prueba inicial (YO2).....	91
Tabla 22 Frecuencias de Operatividad .....	93
Tabla 23- Estadísticos de Operatividad .....	93
Tabla 24 Frecuencias de Análisis .....	95
Tabla 25 Estadísticos de Análisis .....	95
Tabla 26- Frecuencias de Síntesis .....	96
Tabla 27 Estadísticos de Síntesis.....	97
Tabla 28 Frecuencias de Manejo de objetos matemáticos .....	99
Tabla 29 Estadísticos de Manejo de objetos matemáticos.....	99
Tabla 30 Frecuencias de grupo experimental – Prueba de salida (YO3).....	101
Tabla 31 Estadísticos de Y Prueba de salida (YO3) .....	101
Tabla 32 Frecuencias de Operatividad .....	103
Tabla 33 Estadísticos de Operatividad .....	103
Tabla 34 Frecuencias de Análisis .....	105
Tabla 35 Estadísticos de Análisis .....	105
Tabla 36 Frecuencias de Síntesis.....	107

Tabla 37 Estadísticos de Síntesis .....	107
Tabla 38 Frecuencias de Manejo de objetos matemáticos .....	109
Tabla 39 Estadísticos de Manejo de objetos matemáticos.....	109
Tabla 40 Frecuencias del grupo de control Prueba de salida (YO4).....	111
Tabla 41 Estadísticos de Y Prueba de salida (YO4) .....	111
Tabla 42 Frecuencias de Operatividad .....	113
Tabla 43 Estadísticos de Operatividad .....	113
Tabla 44 Frecuencias de Análisis .....	115
Tabla 45 Estadísticos de Análisis .....	115
Tabla 46 Frecuencias de Síntesis.....	117
Tabla 47 Estadísticos de Síntesis.....	117
Tabla 48 Frecuencias de Manejo de objetos matemáticos .....	119
Tabla 49 Estadísticos de Manejo de objetos matemáticos.....	119
Tabla 50 Prueba de normalidad general.....	121
Tabla 51 Prueba de hipótesis .....	122
Tabla 52 Análisis de rangos.....	124
Tabla 53 Prueba con variables no relacionadas.....	124
Tabla 54 Prueba de normalidad H1 .....	125
Tabla 55 Prueba de H1 .....	126
Tabla 56 Análisis de rangos H1 .....	128
Tabla 57 Estadísticos de prueba .....	128
Tabla 58 Prueba de normalidad H2 .....	129
Tabla 59 Prueba de H2.....	130
Tabla 60 Análisis de rangos H2 .....	132
Tabla 61 Prueba con variables no relacionadas H2 .....	132
Tabla 62 Prueba de normalidad H3 .....	133
Tabla 63 Prueba de H3.....	134
Tabla 64 Análisis de rangos H3.....	136
Tabla 65 Prueba con variables no relacionadas H3.....	136
Tabla 66 Prueba de normalidad H3 .....	137
Tabla 67 Prueba de H4 .....	139
Tabla 68 Análisis de rangos H4 .....	140
Tabla 69 Prueba con variables no relacionadas H4 .....	140
Tabla 70 Comparación de medias .....	142

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1 Modelos didácticos Fuente y elaboración. Basada en Vílchez (2015) .....	39
Gráfico 2 Elaboración de un modelo didáctico. Fuente Medina, (1982).....	39
Gráfico 3 Los 13 niveles del nepohualtzintzin. Fuente: Lara & Flores (2009). .....	47
Gráfico 4 Estructura del nepohualtzintzin Fuente. Lara & Flores (2009).....	47
Gráfico 5 Los veinte números maya. Fuente. Díaz, Escobar, & Mosquera, (2009) .....	50
Gráfico 6 Operaciones .....	51
Gráfico 7 Operaciones .....	52
Gráfico 8 Números mayores que 10 .....	52
Gráfico 9 Números .....	53
Gráfico 10 Operaciones .....	53
Gráfico 11 El numero 25 .....	53
Gráfico 12 Nepohualtzintzin náhuatl, Fuente. Lara & Sgreccia (2010) .....	54
Gráfico 13 <i>Nepohualtzintzin maya</i> .....	55
Gráfico 14 Ejemplo de quipu, Fuente. (Fedriani & Tenorio, 2004, pág. 182) .....	56
Gráfico 15 Nudos que representan números. Fuente. Rojas & Stepanova, (2015) .....	57
Gráfico 16 Representación de un Quipu-Camayo. Fuente. Pareja (1986).....	58
Gráfico 17 La unidades en la yupana . Fuente. Rojas & Stepanova, (2015) .....	60
Gráfico 18 Posición horizontal de la yupana, Fuente. Mora & Valero (2007).....	61
Gráfico 19 Representación numérica, Fuente. Mora & Valero, (2007) .....	61
Gráfico 20 Modelo de experimentación .....	73
Gráfico 21 Histograma de la variable grupo experimental Prueba inicial (YO1) .....	82
Gráfico 22 Histograma de Operatividad.....	84
Gráfico 23 Histograma de Análisis.....	86
Gráfico 24 Histograma de Síntesis .....	88
Gráfico 25 Histograma de Manejo de objetos matemáticos .....	90
Gráfico 26 Histograma de Y Prueba inicial (YO2) .....	92
Gráfico 27 Histograma de Operatividad.....	94
Gráfico 28 Histograma de Análisis.....	96
Gráfico 29 Histograma de Síntesis .....	98
Gráfico 30 Histograma de Manejo de objetos matemáticos .....	100
Gráfico 31 Histograma de Y Prueba de salida (YO3).....	102
Gráfico 32 Histograma de Operatividad.....	104
Gráfico 33 Histograma de Análisis.....	106
Gráfico 34 Histograma de Síntesis .....	108
Gráfico 35 Histograma de Manejo de objetos matemáticos .....	110
Gráfico 36 Histograma de Y Prueba de salida (YO4).....	112
Gráfico 37 Histograma de Operatividad.....	114

Gráfico 38 Histograma de Análisis.....	116
Gráfico 39 Histograma de Síntesis .....	118
Gráfico 40 Histograma de Manejo de objetos matemáticos .....	120
Gráfico 41 Grafico de cajas.....	123
Gráfico 42 Grafico de cajas H1 .....	127
Gráfico 43 Grafico de cajas H2 .....	131
Gráfico 44 Grafico de cajas H3 .....	135
Gráfico 45 Grafico de cajas H4 .....	139

## RESUMEN

Se presenta la investigación que ha tenido como propósito fundamental “Establecer el nivel de desarrollo de la calidad del aprendizaje matemático por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa Ciudad de Ibarra perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019”, se fundamenta en una investigación de tipo cuasiexperimental, de corte logitudinal. El objetivo general es “analizar la calidad del aprendizaje mediante el rendimiento del pensamiento lógico matemático, a través del uso didáctico del nepohualtzintzin como instrumento ancestral de cálculo aritmético en escolares de 8-9 años de edad”. Este trabajo se lo realizó bajo autorización de la máxima autoridad de la Unidad Educativa “Ibarra”, ubicada en la ciudad del mismo nombre, provincia de Imbabura, República del Ecuador. Se aplicó un pretest antes del usar el nepohualtzintzin, y luego un postest, la metodología didáctica es una adaptación a la seguida por la Secretaría de Educación en México. Entre los resultados más sobresalientes se tiene que efectivamente el uso del instrumento nepohualtzintzin permite un mayor desarrollo de la calidad del aprendizaje matemático con un índice de significancia significativo entre el grupo control y el grupo experimental, a su vez también entre la preprueba y la posprueba.

Palabras clave: nepohualtzintzin, enseñanza matemática, diferencia significativa

## **ABSTRACT**

The research whose main purpose is “To establish the level of development of the quality of mathematical learning through the use of nepohualtzintzin in students of the fourth grade of EGB of the Educational Unit City of Ibarra belonging to the Canton of Ibarra, Imbabura Province in Ecuador in the year 2019 ”, is based on an exploratory, documentary, descriptive, cross-sectional investigation. The general objective is "to analyze the quality of learning through the performance of mathematical logical thinking, through the didactic use of nepohualtzintzin as an ancient instrument of arithmetic calculation in schoolchildren aged 8-9 years." This work was carried out with the authorization of the highest authority of the Educational Unit “Ibarra”, located in the city of the same name, Imbabura province, Republic of Ecuador. A pretest was applied before the use of nepohualtzintzin, and then a posttest, the didactic methodology is an adaptation to the rapid one by the Ministry of Education in Mexico. Among the most outstanding results is that the use of the nepohualtzintzin instrument effectively allows for greater development of the quality of mathematical learning with evidence of significant significance between the control group and the experimental group, in turn also between the pre-test and the post-test.

Keywords: nepohualtzintzin,, mathematical teaching, significant difference

## CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

### 1.1. Situación problemática

Las civilizaciones maya e inca tuvieron su dominio prehispánico en Mesoamérica y América del Sur respectivamente, lamentablemente, casi todo su conocimiento matemático se quedó en la historia, es posible su ocurrencia debido a la falta de sistematizaciones escritas, o la incomprensión del conquistador español, que al entender como impuro ante la ley de Dios, todo en cuanto manifestación cultural y científica poseían, lo destruían.

Dos han sido en especial los instrumentos de cálculo aritmético, el nepohualtzintzin en los mayas, y la yupana en los incas; ábacos que dan muestras de su innegable sabiduría; quizá aún en nuestros tiempos, persiste la incomprensión y asombro a su conocimiento.

“Al ocultar los conocimientos matemáticos [mesoamericanos y] andinos también se ocultan los contextos sociales, políticos y culturales que les dieron origen. (Tun & Díaz, 2015, p. 82); que justamente hoy, exigen un compromiso ante la valoración, y porque no decirlo, rescate de tal conocimiento aritmético. Hoy en día, “el lenguaje matemático, en sus formas natural, gráfica y simbólica propia, es vehículo ordinario de comunicación; los modos matemáticos de razonar, investigar y expresarse se consideran hoy como garantes de cientificidad y seriedad argumental (Fernández, 2005, p. 3); en una realidad incómoda, si supiese entender la magnitud de dicha responsabilidad, la población mundial debería tener un mayor desarrollo propenso a un mejor estilo de vida, pero, no es así, existe un forma de aburrimiento o desidia por parte de los estudiantes al tratar de resolver problemas matemáticos.

En tal escenario, las causas pueden ser tan diversas como por ejemplo, indiferencia ante las teorías del desarrollo cognitivo del ser humano, incomprensión neurocientífica, desnutrición, currículos caducos,

infraestructura, etc. etc., claro que, no en todas las naciones se presenta la problemática por igual, pero, si son consideraciones generales de lo que puede estar pasando en Latinoamérica y otras regiones del globo.

De allí que la investigación aborda un tema asociativo, que involucra la ancestralidad con el modernismo; su ponencia es justamente, insistir en novedosas metodologías didácticas que calan en los currículos escolares, para contrarrestar la deficiencia del aprendizaje matemático, y por ende el desarrollo lógico matemático.

El estudio intencionalmente acoge a escolares de 8-9 años, que se ubican en quinto año de educación general básica, según los procesos educativos ecuatorianos, y explora el desarrollo lógico matemático, mediante la enseñanza aritmética con el nepohualtzintzin.

Ante este compromiso, la investigación trata el tema desde una estructura organizada por capítulos, que obviamente respetan los procedimientos de la casona universitaria, de tal manera, se tiene:

El contexto del problema se pone en consideración en el capítulo I, el mismo que parte de un profundo análisis, su justificación y traza los objetivos a seguir.

El capítulo II, acoge toda la argumentación científica, que permite organizar un marco teórico para una mayor comprensión del tema abordado.

En el capítulo III, se manifiesta la metodología empleada, la cual marca las directrices a seguir, que indudablemente se apegan a todo en cuanto la investigación científica faculta para dar mayor credibilidad al estudio.

El capítulo IV, tiene dos momentos, el primero confluye en un análisis contextual del uso de los ábacos aritméticos, luego, en segunda instancia, permite presentar un análisis de resultados obtenidos en un trabajo de campo razonable y acucioso para el estudio.

Por último, se presentan las conclusiones y recomendaciones, que ponen fin al estudio, pero abren nuevas puertas hacia la investigación cuyo propósito sea el de mejorar la enseñanza aprendizaje y superar barreras de estancamiento en el rendimiento académico.

## **1.2. Fundamentos del problema**

“La aritmética es la rama de la matemática que se dedica a estudiar las cantidades, los números, las relaciones entre ellos, las operaciones elementales entre estos” (Paenza, 2012, p. 276).

“Podríamos definirla como el arte de contar. Es la más vieja y simple de todas las ramas de las matemáticas, y estudia las propiedades elementales de ciertas operaciones sobre los números. (...) La primera “operación” con números no es sumar” (Bressan, 2007, p. 2). La primera operación es contar.

El referido autor explica que los números arábigos (sistema posicional), son dinámicos y se han adoptado universalmente, y que existen siete operaciones elementales como la suma, resta, multiplicación, división, potencia, raíz y logaritmo.

Estas operaciones elementales se suponen son de dominio exclusivo para todo aquel individuo que haya cursado los diversos niveles de educación, en tal sentido, es factible mirar este proceso de formación aritmética en los educandos, según los libros de texto proporcionados por el Ministerio de Educación del Ecuador.

Antes de entrar en mayor detalle, vale la pena aclarar que los niveles educativos en el Ecuador se comparten entre Educación General Básica (EGB) y Bachillerato General Unificado (BGU); el primero empieza del nivel preparatoria o primero de básica hasta el décimo de básica, asisten escolares que van desde los 5 hasta los 11-14 años; el segundo caso, son niveles

especialistas en la formación de bachilleres, y se conforman desde el primero hasta el tercer año de bachillerato, y son adolescentes entre los 14 a 17 años. Para el primero de básica se cuenta con una guía otorgado por el Ministerio de Educación del Ecuador (2017), la enseñanza corresponde al apartado Relaciones lógico matemáticas, y se catapulta a que los niños adquieran la noción de cantidad con los números de 1 a 3, y las relaciones entre muchos y pocos; para ello los docentes deben:

(...) considerar y abordar todos los estilos de aprendizajes, ya que los niños requieren de oportunidades para crear sus propios métodos de resolución de problemas y tener la seguridad de que sus docentes y sus pares valorarán su pensamiento como creativo y viable.

Para el segundo de básica, se cuenta con el texto matemática concedido por el Ministerio de Educación (2016a), el objetivo es:

Integrar concretamente el concepto de número y reconocer situaciones de su entorno en las que se presenten problemas que requieran de la formulación de expresiones matemáticas sencillas, para resolverlas de forma individual o grupal, utilizando los algoritmos de adición, sustracción y multiplicación y división exacta.

Como instrumento que favorece la enseñanza de manera representativa se encuentra el ábaco, para representar decenas y unidades.

En el tercer año de básica se cuenta con el texto de matemática permitido por el Ministerio de Educación (2016b), el propósito es “explicar y construir patrones de figuras y numéricos relacionándolos con la suma, la resta y la multiplicación, para desarrollar el pensamiento lógico matemático”, con énfasis a centenas, decenas y unidades; el ábaco es utilizado para representar cantidades.

El cuarto de básica, se supedita al texto de matemática del Ministerio de Educación (2016c), el objetivo es “explicar y construir patrones de figuras y numéricos relacionándolos con la suma, la resta y la multiplicación, para desarrollar el pensamiento lógico-matemático” dentro de la relación de correspondencia: pares ordenados. El ábaco favorece la representación de unidades de mil, centenas, decenas y unidades, y resulta que es el último nivel de utilización.

Para el quinto de básica, que en igual forma es un texto entregado por el Ministerio de Educación (2016d), su objetivo es “utilizar el sistema de coordenadas cartesianas, y la generación sucesiones con sumas, restas, multiplicaciones y divisiones como estrategias para solucionar problemas del entorno, justificar resultados, comprender modelos matemáticos y desarrollar el pensamiento lógico-matemático”.

Queda claro que la aritmética viene de menos a más, de lo simple a lo más complejo, y es muy aceptable pedagógicamente porque va de acuerdo al desarrollo físico e intelectual de los escolares, que, en todo caso, en los distintos niveles de EGB existe el propósito del desarrollo del pensamiento lógico matemático.

Los textos escolares dejan el compromiso al docente el despertar y posterior desarrollo del pensamiento lógico matemático, el cual, en palabras de Sandra Schneider (2004) citado en Villalta (2011), explica:

La habilidad lógico matemática permite que, de manera casi natural, las personas utilicen el cálculo, las cuantificaciones, consideren proposiciones o establezcan o comprueben hipótesis para resolver problemas de la cotidianidad. Estas personas piensan por razonamientos y aman comparar, clasificar, relacionar cantidades, utilizar el pensamiento analógico, cuestionar, experimentar y resolver problemas lógicos.

Recordemos que para lograr este cometido el docente infiere en el uso de un instrumento ancestral como es el ábaco; al respecto Díaz (2011), menciona que:

Por su genealogía y función, el ábaco es un excelente símbolo de la ciencia, no porque todo en ciencia sea contar, medir y calcular, sino porque en sus fundamentos late el corazón de un tipo particular de lógica que permite la construcción y prueba de hipótesis, modelos, teorías y leyes sobre el mundo.

Hasta aquí se tendría una fundamentación científicamente argumentada que permite identificar el principio de un análisis objetivo para un planteamiento posterior del problema mucho más verosímil.

En tal sentido, para un mayor empuje en la trayectoria del planteamiento objetivo del problema, se establecen las siguientes consideraciones argumentativas.

El Ministerio de Educación del Ecuador (2008), en su informe de rendimiento del año del 2007 señala que la tendencia de los resultados, tanto para “Matemática como para Lenguaje no presenta una evolución positiva en la última década. A nivel nacional, las calificaciones no sobrepasan el 50 por ciento de respuestas contestadas correctamente para Lenguaje y el 40 por ciento para Matemática” (p. 21).

Es posible afirmar que el mayor reto al que se tiene que enfrentar el sistema educativo ecuatoriano en la actualidad es incrementar sus niveles de calidad. Ciertamente es que aún hay que hacer importantes esfuerzos; para el caso del Ecuador según datos de la Prueba SERCE (Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo), documentado en el resumen ejecutivo de la UNESCO (2008), se ubica en el I y II nivel con el 70% de sus estudiantes en conocimientos matemáticos, estando por debajo de Argentina, Brasil, Perú, Colombia y Paraguay.

Por otro lado, el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2018), sobre las pruebas PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes), menciona que “este informe nacional y otros tipos de comunicaciones presentan los resultados de Ecuador en el contexto de los países que participaron en PISA 2015 y PISA-D” (p. 20); se recalca que PISA “es un estudio internacional trienal cuyo objetivo es evaluar los sistemas educativos de todo el mundo, examinando las habilidades y los conocimientos de los estudiantes de 15 años” (p. 21); en tal virtud, se describen los siguientes resultados:

- “Las puntuaciones de Ecuador son inferiores al promedio de la OCDE en las tres áreas, es importante considerar que la economía de Ecuador es mucho más pequeña y el país, por ende, cuenta con menos recursos que puede ser invertidos en educación” (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018, p. 21).
- “El desempeño de los estudiantes ecuatorianos es mucho más cercano al promedio de los países de América Latina y el Caribe (ALC) que han participado en PISA y PISA-D, que a los países miembros de la OCDE” (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018, p. 21).
- “Los estudiantes de Ecuador obtuvieron un promedio de 377 puntos en matemáticas, 409 en lectura y 399 en ciencias, mientras que el promedio de ALC es de 379, 406 y 398 en cada uno de los campos evaluados, respectivamente” (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018, p. 21).

(...) De manera similar a la mayoría de los países de la región, matemáticas parece ser la asignatura con resultados más bajos en Ecuador. Aunque la mayoría de los países de la región presentan resultados más débiles en matemáticas en comparación con otras áreas, esta debilidad relativa está especialmente pronunciada en Ecuador, con una diferencia de más de 20 puntos entre el desempeño de los estudiantes en ciencias o lectura y matemáticas (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018, p. 21)..

Situación muy preocupante para el país, reconociendo los esfuerzos que han realizado los gobernantes de turno por mejorar en todo su conjunto a la educación, esta reflexión permite tener un acercamiento a lo escrito por Bracho y López, (2013), citados en Adamuz & Bracho (2017), quienes aducen que:

(...) la gran mayoría de los investigadores en Educación Matemática se vienen cuestionando en las últimas décadas su idoneidad en los tiempos que corren (Martínez, 2001). Y es que las sumas, restas, multiplicaciones y divisiones que nos enseñaron en la escuela, por no hablar de las raíces cuadradas, nos sirvieron durante años para hacer cálculos más o menos complicados, pero carecen de significado para la mayoría de nosotros y desde luego no fomentan el denominado sentido numérico, entendido como el dominio reflexivo de las relaciones numéricas que se pueden expresar en capacidades como: habilidad para descomponer números de forma natural, comprender y utilizar la estructura del sistema de numeración decimal y utilizar las propiedades de las operaciones y las relaciones entre ellas para realizar cálculos mentales y razonados.

Si se asocia el objetivo curricular de la enseñanza matemática, que viene dado por diferentes niveles educativos, y con una diversidad de actuaciones didácticas y a la vez interdisciplinarias, se entendería que estamos por el camino correcto, sin embargo, las evaluaciones en rendimiento dicen lo contrario; en el Ecuador tenemos una deficiente base metodológica aplicada en los primeros años de educación básica, que dificulta el aprendizaje lógico de la matemática en los escolares, y que trae como consecuencia o manifestación el bajo rendimiento en los futuros estudiantes adolescentes, en tal sentido, se evoca la posibilidad de intentar la aplicación de nuevas metodologías didácticas que permitan abrir nuevas puertas hacia un mejor entendimiento y dominio de las matemáticas desde la incorporación en la enseñanza de instrumentos ancestrales, en especial en los escolares de 8 a 9 años.

Para corroborar que lo expuesto tiene viabilidad científica a continuación se presentan estudios de amplia similitud, o de parecida proposición, no sin antes aclarar la existencia de una disminuida colección bibliográfica sobre el tema; así:

Para el caso del Ecuador Guzmán, Huamaní y Moya (2018), recalcan la importancia del uso de la Yupana y la Taptana (ábacos ancestrales para operaciones aritméticas) como material lúdico y atractivo para desarrollar operaciones matemáticas; para el caso de la Yupana, insisten que “despierta la imaginación, el interés por descubrir y experimentar nuevos retos, estimulan la participación y motivan la comprensión y expresión oral produciendo en ellos emociones que harán que el aprendizaje sea enriquecedor y permanente”.

El trabajo que se cita a continuación, a pesar de no incurrir en el campo experimental, es un reconocimiento a la necesidad de buscar nuevos caminos que conduzcan hacia un mejor aprendizaje sin dejar a un lado la modernidad pedagógica, es así como el autor José Fernández (2010), concluye magistralmente diciendo: “Tendremos que reflexionar sobre las acciones que se realizan en la escuela para el aprendizaje de las matemáticas. Hacer una lista, profundizar en su estudio, ver que frecuencia tienen las acciones que deberían aparecer y las que no deberían estar, y concluir honestamente respecto al análisis de los datos obtenidos” (p. 55) y tomar decisiones firmes y aplicables a una realidad sentida.

### **1.3. Formulación del problema**

#### *1.3.1. Problema general*

¿Cuál es el nivel de desarrollo de la calidad del aprendizaje matemático por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019?

### *1.3.2. Problemas específicos*

- a) ¿Cuál es el nivel de desarrollo de la Operatividad por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019?
- b) ¿Cuál es el nivel de desarrollo del Análisis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019?
- c) ¿Cuál es el nivel de desarrollo de la síntesis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019?
- d) ¿Cuál es el nivel de desarrollo del manejo de objetos matemáticos por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019?

## **1.4. Justificación de la investigación**

### *1.4.1. Justificación teórica*

Utilizar instrumentos ancestrales siempre infunde una valoración cultural ancestral, para el caso de los niños en edad escolar, resulta ser un camino favorable que dista de la metodología tradicional en el aprendizaje de las matemáticas.

De allí que son dos los aspectos importantes que inducen a la realización del estudio; el primero radica en la utilización de instrumentos de cálculo ancestral

como el Nepohualtzintzin como factor de novedad pedagógica; en segunda instancia, es justamente la búsqueda de nuevas formas de mejorar la calidad de aprendizaje matemático en niños y niñas escolares, que por su corta edad se convierten en un asidero de comprensión para la resolución de problemas de una manera más lógica antes que mecánica y sin trascendencia demostrativa y competitiva conforme el pasar de los años.

Otro punto importante que arroja el estudio es convertir la metodología didáctica como una alternativa para un mejoramiento de planificación curricular del docente, aplicado en el salón de clase, que en todo caso siempre facilitará procesos pedagógicos y didácticos en el área de la matemática.

El trabajo de investigación presenta grandes desafíos al asociar la aritmética ancestral con el desarrollo del pensamiento lógico matemático de iniciativa aplicada en la última década en el Ecuador. Como producto, se espera obtener el rescate de nuestros valores culturales mesoamericanos y la posibilidad de contar con mejores métodos de enseñanza aprendizaje de la matemática, razones más que suficientes que justifican con creces todas las actividades necesarias encaminadas para el desarrollo de esta investigación.

Beneficiarios directos

Los beneficiarios directos serán los niños y niñas de la Unidad Educativa donde se aplicaron los procesos de investigación; luego son los docentes que incursionan dentro del área de matemática; y de manera general la comunidad educativa que acogerá la información y podrá hacer uso en un mejoramiento de calidad educativa al interior de sus instituciones.

Beneficiarios indirectos

En primera instancia se logró beneficiar a los padres de familia como parte importante del núcleo educativo.

La Etnomatemática a través de todas las instituciones públicas y privadas con interés de mantener una cultura que guarde los saberes ancestrales para las futuras generaciones.

Los profesionales en el campo de la investigación educativa quienes tendrán más información científica como asidero para establecer comparaciones o nuevas investigaciones, que permitan descubrir nuevas y apasionantes metodologías relacionadas a los procesos de aprendizajes de la matemática.

El carácter propositivo, parte del interés de aportar a la educación matemática dirigida hacia la niñez ecuatoriana desde la parte de inclusión metodológica pedagógica que aborda una sabiduría ancestral dentro de los currículos docentes actuales.

Superar deficiencias de rendimiento académico en matemática, y que luego de alcanzar los mejores sitios, los estudiantes se conviertan en un referente latinoamericano en calidad del pensamiento lógico matemático.

#### *1.4.2. Justificación práctica*

Todos los factores que puedan retardar la culminación efectiva de todo el trabajo de investigación, de manera personal son superables ya que se cuenta con todo el entusiasmo que aboga en el encuentro de un beneficio autodidacta, trazado desde hace años atrás; además, por ser un tema de interés social y poco estudiado por los expertos en educación, ofrece una originalidad con transversalidad actual.

### **1.5. Objetivos de la investigación**

#### *1.5.1. Objetivo general*

Establecer el nivel de desarrollo de la calidad del aprendizaje matemático por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB

de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

#### *1.5.2. Objetivos específicos*

- a) Determinar el nivel de desarrollo de la Operatividad por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.
- b) Establecer el nivel de desarrollo del Análisis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.
- c) Establecer el nivel de desarrollo de la síntesis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.
- d) Determinar el nivel de desarrollo del manejo de objetos matemáticos por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

## **CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO**

### **2.1. Antecedentes de investigación**

#### *2.1.1. Antecedentes nacionales*

Huaman (2015) en su tesis titulada “Aplicación del Método Mentalmat para mejorar el cálculo mental en el dominio de números y operaciones con los estudiantes del tercer grado de Andahuaylas” (Huaman , 2015, p. 15), haciendo referencia al sorobán o ábaco lo define como un instrumento de décadas de anterioridad a nuestros tiempos que “fue utilizado por algunas culturas orientales para desarrollar la habilidad en el manejo de las operaciones básicas de la aritmética” (Huaman , 2015, p. 68). El autor indica que con el uso d este instrumento se inculca por medio de la observación la deducción, estimula la memoria para recordar datos necesarios y permite razonar de diverrsasx maneras al mismo lo cual permite desarrollar habilidad mental sobre el cálculo numérico y mejorar la psicomotricidad dactilar.

.En la tesis titulada “Aplicación de los juegos didácticos basados en el enfoque significativo utilizando material manipulable, la autora denota que con el uso de este instrumento, aumenta el aprendizaje en el área de matemática, de los estudiantes del tercer grado sección única de educación primaria, de la institución educativa “República Federal Socialista de Yugoslavia”, de nuevo Chimbote, en el año 2011, la autora Jenny Maribel (Lezama Ruiz, 2011) , llega a la conclusión que: al aplicar juegos didácticos que tengan base y que sean de concretos logra un enfoque significativo. Mejorando de manera notoria el aprendizaje del área matemática, en los estudiantes del tercer grado sección única de educación primaria, de la Institución Educativa.

En la tesis denominada “Influencia del plan de acción “juegos educativos y materiales manipulativos” en el desarrollo de capacidades del área de matemática en estudiantes del 4° grado de educación primaria de la institución educativa “nicolás la torre” de Chiclayo-- 2012. De (Cuentas Alvarado & Colque Medina, 2012) los autores Cuentas Alvarado Mario Jacinto y Colque Medina, Julián. Al concluir con su análisis y al llegar a concluir con su investigación, los resultados son los siguientes: El uso de juegos educativos de índole manipulativo permite el desarrollo de capacidades debido a la influencia significativa que estos generan.

En la tesis titulada “Influencia de los métodos didácticos en el rendimiento académico en matemáticas de los alumnos de educación primaria de la institución educativa Jorge Basadre” Tacna , (Vasquez Jaico, 2014) del investigador Rolando Wilman Vásquez Jaico, llega a las siguientes conclusiones : En cuanto a las horas que se asignen al curso del aprendizaje de las matemáticas este tiene que ser basto para la enseñanza conecte conceptos matemáticos, operatividad, razonamiento y comunicación. Puesto que, el alumnado no finaliza los niveles prima y secundaria con conocimientos suficientes para acceder a la universidad.

### *2.1.2. Antecedentes internacionales*

Estudios internacionales como el de (Garcia, 2009): En su investigación Títulada Abaco Azteca, que realizó en México y que cito aqI investigador David Esparza Hidalgo quien en sus ajetreos dentro de ese país hallo un sin número de grabados y pinturas de este instrumento lo cual permitió que sea reconstruido los Nepohualtzintzin y sus orígenes muy antiguos y son atribuidos a la cultura Olmeca, e incluso algunos consideran que es de origen Maya. Es de suma importancia recalcar que “existen ensayos y ponencias que denotan la importancia que pudiera tener la enseñanza del manejo del Nepohualtzintzin en la educación infantil y en la computación” (Garcia, 2009): ya que como su uso o manejo se da mentalmente y de manera activa tiene total contraste a aprenderse la tabla de multiplicar que es de memoria; gtaI

como menciona García, el uso del nepohualtzintzin permite que se estimule la capacidad tanto de cálculo, como de memoria y de abstracción. El autor destaca que en países como Japón que usan el soroban (Abaco) se enseña durante un periodo de tiempo de seis años en las escuelas de nivel primaria, dejando de lado el uso de calculadoras en la primaria y secundaria, pese a ser el mayor productor de ellas. Asimismo, a modo de reflexión hace aproximadamente 450 años que en China se aprendió a usar el Nepohualtzintzin y fue introducido a Japón y es el tiempo que nosotros llevamos de desconocer al Nepohualtzintzin. (García, 2009).

Notimex, en una entrevista denominada Nepohualtzintzin la cuenta relevante, Resaltó ciertos beneficios de utilizar este instrumento matemático ya que "no se usa ni papel ni lápiz, porque todo se hace de manera natural, no de memoria, nos ubica en el aquí y en el ahora y también, estimula todos los sentidos y las competencias del ser humano". Asimismo, este investigador hace referencia a los antecedentes de este instrumento y del uso que le daban desde épocas remotas y como estaban tan adelantadas a su tiempo ya que esos conocimientos han perdurado y se aplican hasta el día de hoy: calcular el año, la cuenta del ciclo agrícola, los períodos de menstruación de las mujeres. Mencionó también que cuando los estudiantes utilizan el instrumento Nepohualtzintzin empiezan a mejorar sus calificaciones, no sólo en las matemáticas, porque además de dar soluciones permite, de manera mental, desarrollar todas las capacidades lógicas y el sentido de la anticipación (Notimex, 2009).

Sánchez Regalado, (2001-2006) en el informe titulado Los Ábacos Instrumentos Didácticos para el Programa Nacional de Educación indica que este instrumento el Nepohualtzintzin fue usado por los mexicas y los aztecas pueblos que absorbieron conocimientos de la Cultura Maya, en la época prehispánica México contaba con ayuda de este instrumento para realizar las cuatro operaciones básicas, en la actualidad el uso del ábaco se da en países como China y Japón, pero en países como el nuestro no es de uso regular, pero, si fuese implementado puede ser de gran utilidad para la comprensión

de las matemáticas, el sistema de numeración decimal, también se podrá realizar algoritmos de cada una de las cuatro operaciones básicas. La autora concluye con que el uso del Nepohualtzintzin permitirá abordar algunos aspectos de uno de los ejes en que están organizados los contenidos de los programas para la educación: “Los números sus relaciones y sus operaciones”. (Sánchez Regalado, 2001-2006).

Villalta López Tránsito Guadalupe (Villalta, 2011). En su tesis titulada: “Elaboración de material didáctico para mejorar el aprendizaje en el área de matemáticas con los niños del séptimo año de educación básica de la escuela Daniel Villagómez, parroquia Tayuza, cantón Santiago, de la provincia de morona Santiago 2011-2012” concluyo lo siguiente: En cuanto a los niños que presentan bajo rendimiento, se da debido a que los profesores no utilizan dentro de la clase de matemática material didáctico. Al usar material didáctico, se denota la mejora del rendimiento escolar, lo con lleva a que el menor también levante su autoestima y aprecie el trabajar en equipo.

## **2.2. Bases teóricas**

### *2.2.1. La niñez y su desarrollo lógico matemático*

Las expresiones de Docampo, Peralta, Stradella (2004), permiten hacer una pequeña introducción, en tal sentido:

El cuerpo humano no es una suma de órganos y sistemas, sino una unidad organizada que funciona en forma armónica de acuerdo con las condiciones ambientales e intercambia materia y energía con el medio. Este intercambio es permanente y asegura su supervivencia.

Toda persona es una unidad psicofísica, pero también un producto social. Por lo tanto, posee características propias que provienen de la herencia genética, el medio y las relaciones que establece con las demás personas.

En este escenario, una manera muy simple de definir a un infante es: “Niño o niña es la persona que no ha cumplido doce años de edad” (Código de la niñez y adolescencia, 2003).

Los niños entre los 8 y 9 años, que es el caso competente del estudio, son considerados como escolares (García, 2003), edad en la que pueden “comprender representaciones mentales de los demás” (Ríos & Florez, 2017, p. 31); ya que poseen características de adulto (metría, fuerza, y delicadeza); las manos tienen más refinadas lo cual mejora las habilidades motoras finas; además existe apertura del uso de la razón.

Espenschade (1960) citado en Gutiérrez (2003), explica:

Es sorprendente hasta dónde llegan estos niños en lo que respecta a lograr que sus cuerpos hagan lo que ellos quieran. Cada vez se vuelven más fuertes, más rápidos, logran mejor coordinación y obtienen gran placer de probar sus cuerpos y adquirir nuevas habilidades. Las habilidades están relacionadas con el tamaño y la estructura.

Para Mesonero (1995), en su obra *Psicología del desarrollo y de la educación en la edad escolar*, señala que en este periodo son ocho las clases de “operaciones mentales” con las que se familiariza:

1. “Jerarquía de clases: Por pares, puede subdividir los animales: vertebrados invertebrados” (Mesonero, 1995, p. 15).
2. “Ordenación gradual de diferencias: ordena pesos, distancias, decimales, etc. de mayor a menor” (Mesonero, 1995, p. 15)..
3. “Sustitución: De unos sumandos, por ejemplo, queden la misma suma; combinación de monedas, pesas, etc.” (Mesonero, 1995, p. 15).
4. “Relaciones simétricas o recíprocas: Las de un hermano, por ejemplo, hacia su hermano y viceversa; las de los factores de un producto, que permiten cambiarlos sin alterar el resultado, etc.” (Mesonero, 1995, p. 15).

5. "Multiplicación de clases: Desde el punto de vista del color y tamaño, etc." (Mesonero, 1995, p. 15).
6. "Multiplicación de series: Similar a la anterior, asocia series de valores pertenecientes a dos variables: localización en mapas, guerra de barcos (letras y números)" (Mesonero, 1995, p. 15).
7. "Relaciones inversas: Son las que varían en dirección opuesta: Si Pedro tiene tantos años más que Cristina, esta nació tantos años más tarde que Pedro" (Mesonero, 1995, p. 15).
8. "Árbol genealógico de clases" (Mesonero, 1995, p. 15).

El referido autor, agrega, además: "En esta etapa del pensamiento esta modelada por las operaciones "lógico-matemáticas" que harán posible la descentración y la consiguiente comprensión de los fenómenos de conservación de la masa, peso y volumen, así como del espacio, tiempo y número" (p. 254).

De una manera sucinta se hace referencia a Linares (2007), quien recapitula las enseñanzas dejadas por Jean Piaget (1896-1980), teórico constructivista, en tal sentido explica:

Entre los 7 11 años de edad, el niño aprende las operaciones mentales necesarias para reflexionar sobre las transformaciones representadas en los problemas de conservación. Estará en condiciones de realizar la abstracción reflexiva, cuando sepa razonar lógicamente respecto al número, a la masa y el volumen sin que lo confundan las apariencias físicas. Entonces podrá distinguir entre las características invariables de los estímulos (peso, número o volumen, por ejemplo) y la forma en que el objeto aparece ante su vista. La adquisición de las operaciones mentales con las que se efectúan las tareas de la conservación no se realiza al mismo tiempo en todas las áreas. La comprensión de los problemas de conservación sigue una secuencia gradual. Por lo regular, el niño adquiere la capacidad de la conservación de los números entre los 5 y los 7 años. La de conservación del área y del peso aparece entre los 8 y los 10 años.

Por otro lado, se menciona que el niño entre los 7 y 11 años, “están en una etapa denominada de operaciones concretas (el niño práctico), cuya característica es que el niño aprende las operaciones lógicas de seriación, de clasificación y de conservación. El pensamiento está ligado a los fenómenos y objetos del mundo real”.

Sin lugar a dudas, la niñez moldea su conocimiento según su entorno, de allí que su desarrollo mental dependerá de la intromisión del adulto, sea cual fuere el papel que desempeñe, es decir, como padre o docente. En tal sentido la estrategia de enseñanza jugará un papel muy importante, que obviamente tendrán un reconocimiento de estas características.

### *2.2.2. La superación al miedo a las matemáticas*

Las matemáticas son un modelo paradigmático de proporcionar significado a relaciones y expresiones abstractas que satisfacen un marco de experiencias estructuradas, relacionadas con las acciones de clasificar, contar, ordenar, situar, representar, medir, expresar armonía, buscar relaciones y regularidades, jugar y explicar (Devlin, 1994; Steen, 1990) citados en Rico, Lupiáñez, Marín, y Gómez (2007).

Que se puede decir de las matemáticas, que son complejas, que son difíciles de entender, que son difíciles de enseñar, que no hay metodologías apropiadas, que los currículos están fuera de contexto entre la edad y el entorno, en fin, son muchos los calificativos negativos, que pueden hacer de la matemática una asignatura eludible por la mayoría de los estudiantes.

No en vano, se trata de justificar estos sucesos desde varios puntos de vista, sin embargo, Alsina y Coronata (2014), explican:

Diversos organismos internacionales como la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico o el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos han advertido de los déficits asociados a este enfoque tradicional de la enseñanza de las matemáticas, al comprobarse

en distintos ámbitos de la sociedad que la ciudadanía demuestra dificultad para aplicar las matemáticas recibidas en los años de educación formal; evidenciando, muchas veces, incapacidad para interpretar gráficos, comprender análisis estadísticos simples o al ir al supermercado y poder usar el sentido numérico para adquirir productos en relación precio-cantidad.

En este estudio no se trata de plantear soluciones al entendimiento o dominio de la enseñanza de los docentes para obtener un óptimo desarrollo de aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes, sino más bien, el enfoque es visualizar la importancia de buscar nuevas alternativas cognoscitivas que revelen entender y controlar la mathophobia, entendida por Lazarus (1974) citado en Pérez (2012), como “un miedo irracional e impredecible hacia las matemáticas”; de allí que, la autora reflexiona sobre el concepto de ansiedad matemática, determinando que es:

(...) un estado afectivo caracterizado por la ausencia de confort que puede experimentar un individuo en situaciones relacionadas con las matemáticas, tanto de su vida cotidiana como académica, y que se manifiesta mediante un sistema de respuestas que engloban una serie de “síntomas” como son: tensión, nervios, preocupación, inquietud, irritabilidad, impaciencia, confusión, miedo y bloqueo mental.

En este contexto, acogiendo la idea del Ministerio de Educación de Colombia (2003), se puede decir, “lo que se busca es que descubramos que las matemáticas no son fastidiosas sino todo lo contrario: podemos encontrar en ellas retos magníficos que nos dan herramientas para desenvolvernos en diferentes situaciones dentro y fuera de la escuela”.

Estos retos, son asimilables, en la medida que:

(...) los profesores que tengan una profunda comprensión del contenido matemático que ellos esperan enseñar y una visión clara de cómo los estudiantes aprenden tales contenidos y cómo este se desarrolla y progresa éste a través de los años. Es además un llamado a los profesores a utilizar

prácticas instruccionales que son efectivas en el desarrollo del aprendizaje matemático para todos los estudiantes (National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 2014).

Para el caso ecuatoriano, los docentes escolares, cuentan con un documento curricular, que guía la enseñanza matemática para el aprendizaje de los escolares del segundo año de EGB; este texto ha sido elaborado por el Ministerio de Educación (2016e), cuyos objetivos dentro del bloque de álgebra y funciones, son:

Explicar y construir patrones de figuras y numéricos relacionándolos con la suma, la resta y la multiplicación, para desarrollar el pensamiento lógico matemático.

Utilizar objetos de su entorno para formar conjuntos, establecer gráficamente la correspondencia entre sus elementos y desarrollar la comprensión de modelos matemáticos.

Integrar concretamente el concepto de número y reconocer situaciones de su entorno en las que se presenten problemas que requieran de la formulación de expresiones matemáticas sencillas, para resolverlas de forma individual o grupal, utilizando los algoritmos de adición, sustracción y multiplicación y división exacta.

El alcance que tiene el estudio a más de interrelacionarse con los objetivos expuestos, recae dentro del Bloque numérico: “En este bloque se analizan los números, las formas de representarlos, las relaciones entre los números y los sistemas numéricos, comprender el significado de las operaciones y como se relacionan entre sí, además de calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables” (Ministerio de Educación, 2009).

Estos objetivos de seguro son alcanzables, y deben propender en aumentar el conocimiento y dominio matemático, ya que, en el Ecuador, de acuerdo a la información del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA)-D, conocida como PISA para el Desarrollo, presentado por Rodríguez (2018), reportero del diario Expreso, en su nota, explica que la prueba llevada

a cabo en octubre del 2017, a establecimientos fiscales, fiscomisionales, municipales y privados de sectores urbanos y rurales, se midió destrezas en las materias de Matemáticas, Lectura y Ciencias; los ecuatorianos “en Matemáticas alcanzaron 377 puntos, que equivale el 29 %, con lo cual no llegan ni al nivel básico”; el promedio para América

Latina es de 379 y para los países de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos) es de 490.

Se reconoce que en verdad los escolares entre los 8 y 9 años, comienzan su camino del aprendizaje, de allí, la gran preocupación por mejorar los procesos educativos que eviten por lo menos menospreciar el valor de las matemáticas; ya que, el dominio siempre favorecerá al aprovechamiento de oportunidades tanto para seguir carreras técnicas, como para un buen desenvolvimiento en la vida diaria.

Por último, la apuesta del Ministerio de Educación (2009) como perfil de salida en el área de matemática, después de los diez años de EGB, tiene el siguiente enfoque:

Resolver, argumentar y aplicar la solución de problemas a partir de la sistematización de los campos numéricos, las operaciones aritméticas, los modelos algebraicos, geométricos y de medidas sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico, en vínculo con la vida cotidiana, con las otras disciplinas científicas y con los bloques específicos del campo matemático.

### *2.2.3. Importancia del aprendizaje matemático en la actualidad*

Hay una virtud matemática en la creación del universo, y una virtud en la comprensión de esta en el cerebro humano. Si hoy en la actualidad aún no lo

comprendemos todo en cuanto a conocimiento matemático, se puede aducir que como especie humana estamos construyendo el camino para llegar a esclarecer lo que hoy no está visible, el efecto esperado será la mayor comprensión de los fenómenos naturales, de hecho, la historia del conocimiento y de casi todo lo que hoy dominamos, ha tenido su verdad y luego la caducidad de esa verdad, es decir, el paradigma del ensayo, error, y luego el acierto, estará presente en la evolución de los seres con mayor utilidad cerebral.

“¿Está el universo realmente "escrito en lenguaje matemático", como sostenía Galileo? Yo me inclino a pensar más bien que es este el único lenguaje con el cual podemos tratar de leerlo”, Dehaene (1999) citado en Epsilones (2002).

Si el mundo es un complejo matemático, entonces ¿Qué es la matemática?; la palabra como tal proviene del latín *mathematīca*, y este del griego *μαθηματικά*, derivado de *μάθημα* *máthēma* 'conocimiento' (Real Academia Española, 2019); con justa razón se puede decir que el conocimiento es ilimitado, por lo tanto el alcance de estudio de la matemática no tendrá límites; solo la extinción como especie humana posiblemente le pondrá un fin.

Dos definiciones que desdoblan la definición de la matemática son: el primero establecido por Glenn-Mann (1998) citado en Epsilones (2002), que textualmente dice: “Matemática. Es el estudio riguroso de mundos hipotéticos. Es la ciencia de lo que podría haber sido o podría ser, así como de lo que es”; luego, María Moliner (1991), citado en *Op. cit.*, refiere que la matemática es la “Ciencia que trata de las relaciones entre las cantidades y magnitudes y de las operaciones que permiten hallar alguna que se busca, conociendo otras”. En todo lo expresado, se observa una aproximación a la comprensión del conocimiento, lo abstracto y lo cuantitativo, y su diversidad de relaciones lógicas.

Entonces, se diría que:

Las matemáticas son útiles. Miremos donde miremos, las matemáticas están ahí, las veamos o no. Se utilizan en la ciencia, en la tecnología, la comunicación, la economía y tantos otros campos. Son útiles porque nos sirven para reconocer, interpretar y resolver los problemas que aparecen en la vida cotidiana. Además de proporcionarnos un poderoso lenguaje con el que podemos comunicarnos con precisión. Dentro de estas utilidades es necesario resaltar su importancia en relación con los medios de comunicación en los que los análisis cuantitativos (datos estadísticos, precios, índices diversos, hipotecas, etc) aparecen continuamente en todo tipo de información (Eusko Jaurlaritza Gobierno Vasco, 2010).

Por otro lado:

El aprender cabalmente Matemática y el saber transferir estos conocimientos a los diferentes ámbitos de la vida del estudiantado, y más tarde de los profesionales, además de aportar resultados positivos en el plano personal, genera cambios importantes en la sociedad. Siendo la educación el motor del desarrollo de un país, dentro de ésta, el aprendizaje de la Matemática es uno de los pilares más importantes ya que además de enfocarse en lo cognitivo, desarrolla destrezas importantes que se aplican día a día en todos los entornos, tales como el razonamiento, el pensamiento lógico, el pensamiento crítico, la argumentación fundamentada y la resolución de problemas (Ministerio de Educación del Ecuador, 2009).

El enfoque que hace la UNESCO (2016), explica:

La resolución de problemas supone poner en juego todas las habilidades del pensamiento de los estudiantes y relaciona fuertemente el conocimiento matemático adquirido en el ámbito escolar con la vida cotidiana. De este modo, la matemática escolar no es entendida como un fin en sí misma, sino que se perfila como un medio para lograr los objetivos más transversales: formar personas capaces de razonar lógicamente y de pensar críticamente, que dominan ciertos saberes o contenidos propios de esta disciplina, pero que además son capaces de aplicarlos en la vida cotidiana. Así, la matemática escolar se enfoca en privilegiar su aspecto formativo.

Andrea León (2018), en su artículo responde a la pregunta ¿por qué es importante aprender matemáticas?, de tal manera que:

- “Desarrollan tu pensamiento analítico, permitiéndote investigar a profundidad y de esta manera conocer la verdad” (2018).
- “Potencian tu capacidad de razonamiento, para la búsqueda de soluciones de manera coherente y efectiva” (2018).
- “Agilizan tu mente para mantenerte alerta al error, además de mejorar tus decisiones frente a diferentes circunstancias de la vida” (2018).
- “A través del conocimiento numérico se puede adquirir y mejorar el aprendizaje en otras disciplinas que son necesarias para el desarrollo de una profesión” (2018).
- “Las matemáticas tienen una interesante relación con la música y uno de los elementos determinantes es la creatividad para desarrollarlas. Muchos músicos reconocidos de épocas pasadas combinaron estas dos ciencias, obteniendo como resultado las más bellas melodías” (2018).

Sáenz (2018), explica que las matemáticas están detrás de todo lo que hacemos en este mundo, científico y tecnológico que no hay que ignorarlo; por otro lado, aduce que la educación en matemática sobre todo en primaria es una construcción de la persona para ser más felices, para ser más plenos, para saber, para comprender el mundo en el que estamos.

Por todo lo expuesto, se entiende que la importancia de la matemática, radica en considerarla como una necesidad humana porque está asociada al conocimiento y este está ligado al proceso evolutivo natural, el cual aborda una complejidad de problemas interdisciplinarios; tener esa destreza mental de asertividad en la resolución de conflictos se convierte en una competencia matemática.

#### *2.2.4. Disciplinas de la matemática*

Entre el vasto número de disciplinas o áreas de la matemática, el estudio selecciona a las inherentes al objetivo propuesto, como la matemática educativa y la aritmética.

#### *2.2.5. La matemática educativa*

Mas allá de la comprensión incomprensible de la definición de matemática y su importancia en el mundo actual, está la derivación hacia el campo educativo, es decir, la matemática educativa, disciplina que “se ocupa del estudio de los fenómenos didácticos ligados al saber matemático” (Cantoral & Farfán, 2003, p. 204); “es una disciplina académica que busca democratizar el aprendizaje de las matemáticas” (Cantoral, 2014), autor que induce a dar respuesta a la pregunta ¿Cómo lograr que disfruten y entiendan las matemáticas la mayoría de estudiantes en su clase?, e invita a los estudiantes que aprenden matemática a tener una vida que no sea contemplativa sino una oportunidad de transformar.

Resulta importante incluir en este párrafo, la intromisión de la Etnomatemática (analizada posteriormente), ya que Huapaya y Salas (2008), en su parte introductoria señalan:

(...) La Etnomatemática es una disciplina de la Matemática Educativa que se enriquece de diversos campos y aspectos: el histórico, filosófico, geográfico, antropológico, etc. Esta disciplina se orientada a: 1) contextualizar multiculturalmente los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática y 2) Establecer conexiones entre cultura, matemática, historia, geografía, antropología y otras ciencias sociales.

##### *2.2.5.1. La aritmética*

“La teoría matemática de los números naturales o enteros positivos se conoce con el nombre de aritmética” (Courant & Robbins, 1979, p. 8).

De acuerdo con Adamuz y Bracho (2017), “los primeros libros impresos sobre aritmética, en muchos casos, incluían tanto instrucciones para realizar los cálculos con el ábaco como para realizarlos por escrito” (p. 41).

Los referidos autores explican el objetivo principal de la aritmética, así:

(...) debería ser que la persona conozca en profundidad el sistema de numeración decimal y las operaciones con los números, así como sus propiedades, de forma que pueda aplicarlas de manera conveniente al cálculo; es decir, lo que se pretende es que el alumnado que posea un pensamiento relacional, o dicho de otro modo, que desarrolle un apropiado sentido numérico.

El sentido numérico al que se refieren los autores, lo aducen al sentido relacional como “una comprensión amplia que la persona tiene sobre los números y las operaciones, junto con la habilidad para usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias propias para manejar los números y sus operaciones” (p. 63).

La suma, resta, multiplicación y división, entre otras, son las operaciones elementales de la aritmética.

Sobre estas operaciones aritméticas el estudio se favorece en argumentos de Figueroa y Guzmán (2001), para una mejor comprensión, así:

#### 2.2.5.2. *La suma o adición*

Se asocia con la ley de conmutatividad y la de asociatividad.

La ley de conmutatividad nos indica que el orden de los sumandos no altera el valor de la suma. Simbólicamente:

$$a + b = b + a$$

La ley de asociatividad, a su vez, nos permite incluir en una suma más de dos sumandos, sin que por eso se vea alterado el resultado. Simbólicamente:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

La resta o sustracción

Consiste en calcular la diferencia entre dos números, es decir, lo que se debe añadir al menor para obtener el mayor.

El minuendo: número del que se ha de restar otro.

El sustraendo: número que ha de restarse de otro.

Residuo: resultado de la operación.

### 2.2.5.3. *La multiplicación*

Es aquella mediante la cual un número, denominado el multiplicando, es sumado a sí mismo tantas veces como lo indique otro número, denominado el multiplicador, es sumado tantas veces como lo indique otro número, denominado multiplicador. El resultado de esta operación se denomina producto. Tanto el multiplicando como el multiplicador se llaman factores.

### 2.2.5.4. *La división*

Esta es la operación inversa de la operación de multiplicación y consiste en, conocido el producto y uno de los factores, encontrar el otro factor. El producto se denomina dividendo y el factor conocido divisor. El resultado se denomina cociente.

## 2.2.6. *Dimensiones de la calidad del aprendizaje matemático*

Dentro de las dimensiones de la calidad del aprendizaje matemático tenemos las siguientes:

### 2.2.6.1. *Operatividad*

En cuanto a la operatividad matemática, es la manera o forma en la que se organizan las matemáticas, sobre todo en sus procedimientos y usos

elementales para poder resolver cualquier operación matemática ya sea considerada de alto nivel o de nivel sencillo.

Para poder llevar a cabo la operatividad se tiene que tener en cuenta conocimientos previos que permitan la fluidez del procedimiento, asimismo, se tiene que tener en cuenta que existen ciertas reglas y pautas a seguir en cada planteamiento.

#### 2.2.6.2. *Análisis:*

Dentro del ámbito matemático el análisis está basado en el cambio, ya sea como índices, acumulación y cosas variadas que cambian constantemente e independientemente de una u otra. Por tanto, el análisis es una rama amplia que permite abarcar cualquier subdivisión de las matemáticas, ahí se encuentran algunos usos directos y otros diversos como la criptografía, el álgebra abstracta, la teoría del número.

Hablar de análisis nos remonta a la época del siglo XVII, en el que Newton y Leibniz inventan el cálculo. Ya que en ese tiempo ciertos análisis fueron desarrollados para principalmente un trabajo de aplicación. Las técnicas del Cálculo fueron aplicadas con éxito en la aproximación de problemas discretos mediante los continuos.

(...) El primero que fundó estableció el cálculo sobre unos firmes fundamentos lógicos mediante el uso del concepto de Sucesión de Cauchy. También inició la teoría formal del Análisis complejo. Poisson, Liouville, Fourier y otros, estudiaron ecuaciones en derivadas parciales y el Análisis armónico (Eusko Jaurlaritza Gobierno Vasco, 2010, p. 40).

#### 2.2.6.3. *Síntesis*

Es el conocimiento que se genera en la etapa de la vida del ser humano como es la infancia, donde los infantes a partir de los 6 meses, pueden percibir

pequeños grupos de elementos que van a cambiar o varias d cantidad, en algunos casos pueden distinguir cantidades mayores, estas representaciones se van puliendo con el tiempo, mas no son suficientes para la construcción del futuro aprendizaje matemático.

De los logros más importantes de las matemáticas está el hecho de ser fluido, que se adquiere previos conocimientos para realizar las operaciones básicas como son suma y resta de forma rápida.

#### 2.2.6.4. *Objetos matemáticos*

En cuanto al manejo de un objeto matemático la investigadora indica que el objeto matemático en primer lugar representa una cualidad que tiene por acción interpretar u organizar un contexto, en este caso de ámbito matemático. Tiene por función organizar e interpretar el contexto, tiene identidad funcional. Se puede percibir de manera racional y va a promover el manejo de los objetos matemáticos.

Su representación esta permite que se exprese y que maneje el objeto, pasando por las siguientes etapas. En la primera, se expresa, se crea el objeto matemático llevado a cabo por un proceso en el que se corresponde con su funcionalidad, que viene a ser el objeto en su, se expresa con un signo o un conjunto de signos que representan el objeto y permiten su expresión.

En primer lugar, un objeto matemático necesita ser expresado.

- “Las representaciones del objeto matemático, como signos que permiten su expresión, contribuyen al desarrollo de su significado y permiten (los iconos) la interpretación de sus propiedades y relaciones internas, que también son caracterizadoras del objeto” (D’Ambrosio, 2013, p. 45)
- “Una funcionalidad se pone de manifiesto a través de su uso en un contexto y una situación. La función organizativa o interpretativa que

representa el objeto lo dota de una potencialidad de uso” (D’Ambrosio, 2013, p. 45).

- “El uso del objeto para interpretar u organizar ciertas situaciones desarrolla el significado del objeto matemático. Un significado asociado al uso en situaciones concretas.” (D’Ambrosio, 2013, p. 45)
- “Finalmente, el objeto matemático establece relaciones con otros fundamentadas.” (D’Ambrosio, 2013, p. 45)

### *2.2.7. Teoría constructivista y el esquema mental*

“El origen del constructivismo se lo puede encontrar en las posturas de Vico y Kant planteadas ya en el siglo XVIII”, por un lado, Vico, explica que los seres humanos “solo pueden conocer aquello que sus estructuras cognitivas les permiten construir”, y Kant insiste en que los seres humanos “solo puede conocer los fenómenos o expresiones de las cosas; es decir, únicamente es posible acceder al plano fenomenológico no a la esencia de las cosas en sí”, según refiere la Universidad San Buenaventura, (2015) citado en Ortiz (2015). Como fuere el caso, si todo depende de la capacidad mental o de la representación del objeto, estas bases teóricas permiten desarrollar nuevos enfoques, este puede ser el caso del constructivismo fundamentado por la cognición y sostenido por Jean Piaget.

Cellenior (1997), sobre la biografía de Piaget explica:

Jean Piaget nació el 19 de agosto de 1896 en Neuchâtel, Suiza. Su manera de ver las cosas un tanto enciclopédica y su método de reflexión que consiste en ordenar sus ideas escribiéndolas, arraigaron en él desde muy temprana edad. "De niño, entre los siete y los diez años escribe Jean Piaget en su autobiografía-, me interesé sucesivamente por la mecánica, los pájaros, los fósiles de los estratos secundarios y terciarios, y por las conchas marinas". (...) Piaget vislumbraba la posibilidad de relacionar la epistemología de la biología por el cause la psicología antes que por el de la filosofía. (...) En 1929, Jean Piaget se reintegraba a la Facultad de Ciencias de la Universidad de Ginebra en calidad de profesor de historia del pensamiento científico, era

nombrado director adjunto del Instituto Rousseau y colaboraba con su amigo Pedro Rosselló en la fundación del Departamento Internacional de Educación. Seguía "aprendiendo al propio tiempo que enseñaba", tal como lo indica con toda modestia, y" estudiaba intensivamente la emergencia y la historia de los principales conceptos de las ciencias matemáticas, físicas y biológicas". (...) ha colaborado desde entonces en la treintena de volúmenes de los *Études d'épistémologie générique*. (...) Sus desvelos se centran actualmente, desde hace ya unos años, en los procesos y en los mecanismos fundamentales de la psicogénesis.

La obra de Jean Piaget es "una de las que más impacto ha tenido en el desarrollo de la psicología evolutiva del siglo XX. Es el creador de un sistema teórico complejo que analiza de una manera abarcadora prácticamente todas las facetas del desarrollo cognitivo humano" (Saldarriaga, et al., 2016, p. 129).

Piaget tiene gran acogida en el campo educativo, quizá por su razón, quizá por no existir refutación a sus teorías, o tal vez por ser realistas desde el campo ontogenético; hacer un acercamiento a su obra del constructivismo es de suma importancia para el caso en estudio, sin embargo, se dirige la mirada hacia el término esquema o "estructura cognitiva" (Rivero, 2012).

Gimenez (2014), refiere a Piaget sobre el esquema, así:

(...) representa lo que puede repetirse y generalizarse en una acción; es decir, el esquema es aquello que poseen en común las acciones, por ejemplo "empujar" a un objeto con una barra o con cualquier otro instrumento. Un esquema es una actividad operacional que se repite (al principio de manera refleja) y se universaliza de tal modo que otros estímulos previos no significativos se vuelven capaces de suscitara. Un esquema es una imagen simplificada (por ejemplo, el mapa de la ciudad).

La naturaleza como tal es evolutiva, dinámica, adaptativa, creativa, etc., estas consideraciones también son virtudes innatas de los seres humanos, es decir, siempre se ha necesitado de la acción para el desarrollo del aprendizaje; en

tal sentido, el entorno del niño en edad escolar debe ser adecuado a un campo de interrelaciones entre objetos y sujetos, pero a la vez, deben incluirse situaciones muy ajenas a ese medio, para despertar, dicho en un sentido trivial la curiosidad por nuevos esquemas de raciocinio; lo dicho tiene su asidero en lo manifestado por Vygotsky (1984) quien refiere a Piaget y explica que la “mente del niño hay que ponerla a trabajar sobre problemas completamente nuevos e inaccesibles, para poder estudiar las tendencias de su pensamiento de una forma pura, absolutamente independiente de sus conocimientos, de su experiencia y de su cultura” (p. 105 y 106).

Como se ha visto, hay un punto focal en toda esta argumentación, en tal virtud, se puede decir, que siempre por cada acción nueva y experimentada por el niño, hay un desarrollo intelectual.

Este factor del desarrollo intelectual, para Piaget en Muntaner (2009), se explica en cuatro factores: a) Maduración fisiobiológica, b) Experiencia o contacto con los objetos, c) Transmisión social, y d) la equilibración.

Todas estas factoras son esenciales en el proceso formativo intelectual, sin embargo, para el caso en estudio, se hace una mayor referencia al factor que permite experimentar mediante el contacto de objetos, por tener efecto vinculante a los objetivos propuestos, de tal manera, y siguiendo a Muntaner, se tiene:

Experiencia o contacto con los objetos, en cuanto establecimiento de relaciones entre el individuo y el medio ambiente, que se realiza a tres niveles: El simple ejercicio supone la presencia de objetos sobre los cuales se efectúa la acción, pero que no implica necesariamente la adquisición de conocimiento. El ejercicio puede ser una actividad perceptiva-exploratoria, o bien una repetición que consolida las operaciones intelectuales.

La experiencia física permite la adquisición de un nuevo conocimiento por medio de la manipulación de objetos, de los cuales abstrae sus propiedades físicas, pero sin tener en cuenta el conjunto del objeto.

Esta experiencia física se traduce en un conocimiento, al que se llega a base de observaciones empíricas repetidas, pero no incluyen una nueva estructura de pensamiento.

El conocimiento físico tiene un nivel perceptivo como elemento fundamental, lo que implica un conocimiento condicionado por el punto de vista egocéntrico del sujeto y limitado por la percepción.

La experiencia lógico-matemática permite al niño la construcción de estructuras intelectuales, a partir de la interacción de éste con el medio. El niño con su acción sobre los objetos va desarrollando un marco de relaciones que conforman los esquemas de pensamiento capaces de deducir propiedades de los objetos dependientes de las relaciones entre ellos y que no están implícitas en su propia estructura física.

La experiencia lógico-matemática depende directamente de la actuación de cada sujeto que va relacionando su acción sobre la realidad con sus conocimientos previos y de esta forma va construyendo nuevas estructuras que se corresponden con nuevas operaciones mentales, las cuales permitirán analizar desde nuevas perspectivas esta realidad circundante y avanzar en su evolución intelectual. «Sólo cuando el niño posee la estructura mental previa cuando se halla en condiciones de asimilar nuevas experiencias y cuando se da aprendizaje auténtico con la posibilidad de generalizar la experiencia adquirida a nuevas situaciones.

En todo caso, Piaget (1973) citado en Cárdenas (2011), aborda el tema desde una visión metafísica, así:

(...) el intelecto humano avanza desde lo sensoriomotor hasta lo conceptual-lógico en la constitución de estructuras mentales; pero este proceso no se circunscribe a ninguno de los dos factores, pues el conocimiento no se manifiesta en etapas, sino que es integral, holístico, no obstante, la posibilidad de que, a veces, prevalezca uno sobre el otro, otros a través de manifestaciones más o menos caracterizadas e identificables en sus elementos.

Toda esta parte teórica enfoca una situación-acción, que dentro de los parámetros metodológicos seguidos en la estructuración de la estrategia

didáctica vista en la resolución del Capítulo II, en se confirma con lo explicado por Abbott (1999) citado en Payer (2011) sobre el constructivismo, quien sostiene:

(...) que el aprendizaje es esencialmente activo. Una persona que aprende algo nuevo, lo incorpora a sus experiencias previas y a sus propias estructuras mentales. Cada nueva información es asimilada y depositada en una red de conocimientos y experiencias que existen previamente en el sujeto, como resultado podemos decir que el aprendizaje no es ni pasivo ni objetivo, por el contrario, es un proceso subjetivo que cada persona va modificando constantemente a la luz de sus experiencias.

#### *2.2.8. El modelo didáctico*

Larriba (2001), recoge una serie comparativa dada por estudiosos en educación y logra definir como modelo educativo como:

(...) un conjunto de principios de carácter educativo, fruto del saber académico y de la experiencia práctica, que sirven para definir los objetivos educativos y pretenden orientar los procesos de enseñanza-aprendizaje que se producen en el aula. Por lo tanto, se trata del conjunto de ideas o preconcepciones sobre las que el profesorado fundamenta su práctica docente.

Otra definición es la brindada por Mayorga y Madrid (2010), quienes aducen una breve modelización hacia la comprensión del modelo didáctico, así:

Un modelo es una reflexión anticipadora, que emerge de la capacidad de simbolización y representación de la tarea de enseñanza-aprendizaje, que los educadores hemos de realizar para justificar y entender la amplitud de la práctica educadora, el poder del conocimiento formalizado y las decisiones transformadoras que estamos dispuestos a asumir.

En años precedentes al de la publicación de esta investigación, Abreu, Gallegos, Jácome, & Rosalba (2017), inducen a una actualizada definición de

Didáctica, que, por su contexto, muy cercano al de modelo didáctico promulgado por los autores mencionados anteriormente, se cree conveniente citarlo, para luego representarlo en una ligera explicación, así:

Como ciencia orienta, socializa, integra y sistematiza en un cuerpo teórico en evolución ascendente, continua y sistemática, los resultados investigativos y de la experiencia acumulada en la práctica educativa, orientados a la exploración de la realidad del aula, a la detección, el estudio y la búsqueda de soluciones acertadas de los problemas que afectan e impiden el desarrollo óptimo, eficaz y eficiente del proceso de enseñanza-aprendizaje en su manifestación más amplia y contemporánea que implica emocional y físicamente a profesores y estudiantes y los coloca en posición de éxito, en roles diferentes, pero con un propósito similar, a los primeros como guías, conductores del mismo y a los últimos como sujetos de su propio aprendizaje capaces de aprender el contenido de las asignaturas y los métodos para conseguirlo y de valorar críticamente las estrategias aplicadas para lograrlo, revela al método como parte del contenido, crea y desarrolla estructuras de participación que se sustentan en el diálogo y la retroalimentación, que facilitan la construcción y el desarrollo del aprendizaje, concebido, ejecutado y dirigido en el marco de instituciones educativas, para explicar, relacionar, demostrar y aplicar conocimientos necesarios para la vida práctica, en función de la formación integral de la personalidad, mediante el ascenso progresivo de la dependencia a la independencia autorregulada y a la capacidad de aprender por sí mismo durante toda la vida, en correspondencia con sus aspiraciones, sociales, grupales e individuales y el contexto, en un entorno histórico concreto.

Estas tres apreciaciones coinciden en un factor en común que es la enseñanza aprendizaje, y revelan por otro lado, el compromiso que tiene el docente de educar, obviamente que esta educación al menos en escuelas y colegios ecuatorianos debe contemplar la comprensión del conocimiento teórico, que logre impulsar en el estudiante el suficiente aprendizaje para que lo ponga en práctica en las universidades o en la vida diaria; claro que, los centros de educación superior, en los actuales momentos deben procurar dejar de ser teóricos, por el simple hecho de vivir en un entorno de la ciber

información, por lo que hoy se requiere entender o demostrar en el aula como utilizar esa información.

Otro de los aspectos importantes de las intervenciones teóricas que de hecho son muy acertadas en la comprensión del alcance del modelo didáctico, es la clara y notoria manifestación del triángulo didáctico, “constructo teórico éste, que ha sido utilizado para analizar la forma en que se relacionan sus tres vértices (docente, alumno, conocimiento) en el acto educativo” (Vera & Morales, 2005, p. 52).

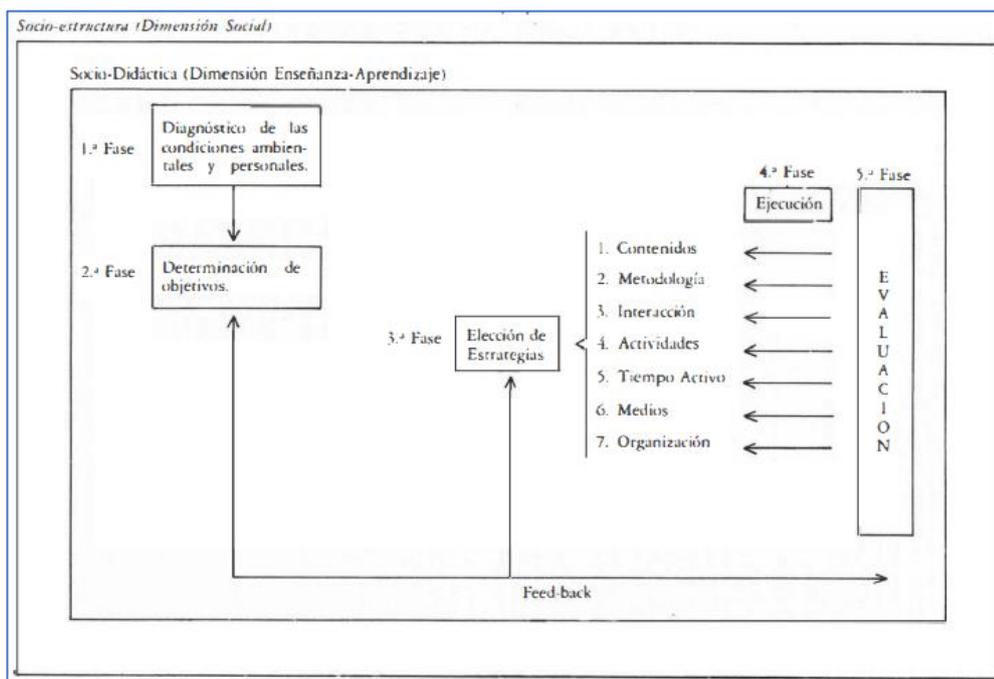
El alcance de la investigación, conduce a utilizar el modelo Transmisión-recepción, tomado de Ruiz (2007), y Ortega y Gil (2018), a pesar de que sea catalogado como tradicional, se justifica su práctica porque se ha trabajado con escolares de 6 a 7 años de edad, alumnos considerados como “páginas en blanco y es misión del profesor ir llenando esas páginas con conocimientos que solo él posee y que son considerados como verdaderos y se van acumulando uno tras otro en la cabeza del alumno” (Canales, 2013).

La característica de los modelos didácticos, de acuerdo a la Figura 7, son muy evidentes y acertados, fundamento que obliga a repensar la direccionalidad parcial de seguir un solo modelo, sino todo lo contrario, acoplar en un solo modelo los tres aspectos planteados, la razón se explica por acoplamiento de un instrumento ancestral a la enseñanza contemporánea.

	Fundamentos		Principios	Modelo en acción	Docente	Discente	Organización del aula	Recursos
	psicológicos	epistemológicos						
Transmisión-recepción	Alumno es un recipiente vacío.	Concepción de la ciencia estática.	Reproducción exacta de los contenidos científicos.	1º lección magistral 2º ejercicios individuales.	Transmisor de conocimiento.	Escasa participación.	Gran grupo con orientación a la pizarra.	Libro de texto.
Por descubrimiento	Los niños aprenden cuando descubren.	El empirismo e inductismo.	Llegar al conocimiento a partir de procesos.	Enfrentar a los alumnos a problemas.	Creador de guiones de trabajo y coordinador.	Participación activa.	No es determinante, pero ha de estar en concordancia con el material y la práctica.	Laboratorio.
Constructivista	Construcción personal del conocimiento, a partir de lo que se conoce.	La ciencia avanza reconstruyendo ideas científicas previas.	Aprender es reconstruir ideas y conceptos.	1º activación de conocimientos previos. 2º cuestiones que permitan reflexionar, realizar prácticas e interactuar.	Motivador, guía, e investigador en el proceso de enseñanza-aprendizaje.	Responsabilidad del proceso de aprendizaje.	Flexible, puede variar entre pequeños grupos o gran grupo.	Escritos y experimentales.

**Gráfico 1 Modelos didácticos Fuente y elaboración. Basada en Vilchez (2015)**

En todo caso, la estructura como diseño a seguir es la planteada por Medina (1982), considera muy acorde y fácil de seguir según los preceptos planteados de la investigación, aclarando que no todo lo pasado en cuestión educativa esta caduco, sino que, como docente, es oportuno valerse de información ineludible.



**Gráfico 2 Elaboración de un modelo didáctico. Fuente Medina, (1982)**

Si no hay dos alumnos iguales ni que se encuentren en idénticas circunstancias, tampoco es de esperar que existan modos únicos -ni homogéneos siquiera- de abordar un objeto de conocimiento; a lo sumo, cabe esperar difusos modelos de estrategias didácticas, que será necesario seleccionar y adaptar encada caso (Fernández, 2005, p. 7).

### *2.2.9. La Etnomatemática y su utilidad pedagógica*

La investigadora Gavarrete (2013), resalta el evento mundial denominado Socio-Cultural Bases for Mathematical Education (1985), donde se forman las bases para el surgimiento de la Etnomatemática como planteamiento global de investigación, el cual debe ser incorporado en la educación matemática desde una perspectiva sociocultural.

D'Ambrosio (1988) citado en Suárez, Acevedo, y Huertas (2009), señala que: "llamamos etnomatemáticas el arte o técnica de entendimiento, explicación, aprendizaje sobre, contención y manejo del medio ambiente natural, social, y político, dependiendo de los procesos como contar, medir, clasificar, ordenar, inferir que resultan de grupos culturales bien identificados".

D'Ambrosio (2014), sobre el proceso etnomatemático, explica: "procuro evidenciar que no se trata de proponer una epistemología más, sino de entender la aventura de la especie humana en la búsqueda de conocimiento y en la adopción de comportamientos" (p. 22).

El autor mencionado, insiste, por un lado, reconocer que el ser humano tiene capacidades cognitivas que no están desvinculadas de los procesos históricos y su constante evolución; por otro lado, señala que los procesos educativos en la modernidad no superan barreras de alta competitividad en el mundo, y que por lo tanto, es necesario inculcar en el educando capacidades desde la propia acción cognitiva, evitando la horizontalidad, inestabilidad y discontinuidad de la enseñanza.

Gavarrete (2012) citado en Vásquez y Trigueros (2015) señalan que la aplicación de etnomatemáticas intenta caracterizar el conocimiento matemático cultural de algunos grupos indígenas, de allí la importancia en la formación de profesores para estos contextos étnicos.

El aporte pedagógico que realizan Chavarría, Albanese, García, Gavarrete, & Martínez (2017), resulta muy interesante en la medida que ubican la relación del conocimiento espacial de ubicación de ciertas poblaciones que obviamente tienen características culturales propias, con la Etnomatemática, asociada a un proceso de inclusión escolar cuyo enfoque es el utilizar los contextos históricos de la matemática con los que cuenta la República de Costa Rica; es decir, abordar los problemas matemáticos desde el entorno para ser resueltos en el aula.

Es importante destacar que; como docentes debemos hallar conexiones entre la Etnomatemática y nuestra historia, presentando una enseñanza de la matemática integrada en la historia y la cultura. Ello implicará una ventaja pedagógica y didáctica al conseguir que los objetos de estudio tengan realidad en el contexto de otras materias. De esta manera podremos enriquecer nuestro repertorio de estrategias y diseñar situaciones didácticas orientadas a mejorar la comprensión conceptual de los temas de Geometría en el primer año de Ed. Secundaria (Huapaya & Salas, 2008, p. 7)

En este contexto, Blanco (2008), un estudioso de la Etnomatemática, en una de sus publicaciones hace referencia a una entrevista a Ubiratan D'Ambrosio, quien muy elocuentemente, entre otras consideraciones señala:

La enseñanza de la matemática debe dar espacio para la imaginación para la creatividad.

Dejar que cada uno [de los estudiantes] haga la solución que tiene a partir de su ambiente cultural, por ejemplo, un problema que sea relativo a espacio, distribución de espacio, contar el tiempo, cómo ustedes hacen eso, y ahí dejar que ellos hablen de su solución al problema

Entonces [la educación] es integrar la matemática a otras formas del conocimiento, ese es un objetivo que yo espero que la Etnomatemática contribuya efectivamente para eso, además de una enseñanza mejor

Santillán y Zachman (2009), consideran que:

(...) la Etnomatemática propone una pedagogía viva, dinámica, de hacer actividades novedosas en respuesta a necesidades y estímulos ambientales, sociales y culturales. Es un germen de reflexión sobre la matemática, la cultura, la educación y la justicia social que está en expansión y consolidación de los trabajos transdisciplinarios; y que la sociedad chaqueña merece conocer y pensar

Por su lado, Gavarrete (2013), como transigencia de su estudio, invita a:

Incluir en las propuestas curriculares material proveniente de varias culturas, de modo que se permita: valorar el contexto cultural de todos los estudiantes y profesores e incrementar su autonomía cultural, motivar el respeto por la visión multicultural y ampliar la comprensión de las matemáticas, así como valorar su contribución en las necesidades y actividades humanas.

Por último, y a modo de una conclusión sobre este aspecto, se acoge la palabras de Sono (2019), donde sus resultados dan muestras de la importancia de la etnomatemática y el uso del Nepohualtintzin como instrumento de cálculo ancestral acogida en la enseñanza de educación inicial, como una forma de “preservar el patrimonio tangible e intangible de los pueblos originarios”, y que en el “Ecuador se proyecta un sistema de actividades metodológicas que contribuye a la preparación de los docentes para el empleo en la práctica educativa” (p. 417).

2.2.10. *El nepohualtzintzin como instrumento de cálculo ancestral*

Los autores López y López (2014), definen a Mesoamérica como una superárea cultural, integrada por diversas sociedades, en donde sus relaciones de intercambio de bienes, movilidad humana, intereses de gobernanza comunes entre ellos, y guerras constantes por el dominio particular, determinan su contexto histórico desde los 2500 a C. hasta 1521 d C.

Para el documentalista Hazael de la Cueva (2010), Mesoamérica es una vasta extensión territorial de “grandes joyas arquitectónicas y de extensas manifestaciones culturales y artísticas, es la región del centro oeste de México a la zona norte de Centroamérica”, conformada por civilizaciones prehispánicas como los Olmecas, Mayas, Toltecas, Tehotihuacan y los Aztecas; este autor, sobre los Aztecas, expresa lo siguiente:

Los Aztecas fundaron lo que hoy se conoce como la ciudad de México, eran originarios de un lugar llamado Aztlan (lugar de garzas), era una tribu guerrera, nómada cazadora y recolectora, proveniente de una región semiárida de México, en los siglos siguientes y hasta la llegada de los españoles los Aztecas dominaron a los pueblos vecinos y construyeron un vasto imperio del centro de la república mexicana, los Aztecas construyeron aquí una serie de obras de ingeniería y diques para prevenir el desbordamiento de aguas del lago, trazaron largas avenidas para facilitar el acceso de la ribera del lago hasta la ciudad templo, eran grandes ingenieros y notables arquitectos, la religión azteca fue la síntesis de las creencias y tradiciones milenarias de los antiguos pueblos mesoamericanos de una complejidad que implica la existencia misma de la creación del universo y la situación del ser humano respecto a lo divino” (Ruz, 1981, p. 35), ligado estructuralmente a la agricultura y la lluvia, el pueblo azteca fue caracterizado por grandes esculturas ya que podía realizarlas de todos los tamaños en las que

plasmaban temas religiosos, de la naturaleza, dioses y reyes, estas eran de piedra y madera que a veces decoraban con pinturas de colores.

Para los Aztecas, uno de los factores predominantes para mantener la hegemonía social, económica y defensa territorial, sin lugar a dudas, debieron ser los procesos educativos, que de acuerdo a Vega (2007), empiezan a temprana edad y continúan hasta lograr la particularidad de la responsabilidad de satisfacer sus propias necesidades; este ambiente educativo es compartido con la familia hasta los quince años, luego el estado asumía el compromiso, diferenciando según clase social, así, “si el muchacho era hijo de nobles, era puesto bajo la dirección del sumo sacerdote del Calmecac (hilera de casas), y si era plebeyo se le entregaba al tepuchtlato o jefe del Tepuchcalli (casa de jóvenes)” (p. 5), para los dos casos existía una disciplina rígida.

Según Díaz Infante (1984), citado en Rojas (2005), la educación azteca se guiaba bajo técnicas educativas, entre las cuales se destacan: “El consejo y la persuasión, el método era esencialmente nemotécnico: el mensaje se repite una y otra vez, reforzándose, para quedar mejor registrado en la memoria; Educación audiovisual, con ideogramas, grifos, tradición oral, música y danza” (p. 159).

Seguramente la educación se apuntaló en estas técnicas, sin embargo debió apoyarse en instrumentos manuales como es el caso del nepohualtzintzin “esto es debido al hecho de que su manipulación exige tomar un proceso mental activo, que estimula no sólo el cálculo, sino también la memoria y capacidades de abstracción, muy diferente de la de memorizar las tablas de multiplicación” (Ramírez, s.f.).

El concepto de *Nepohualtzintzin* es el principio filosófico de la estructura del pensamiento de la ciencia matemática náhuatl, que se interpreta como: *Ne*, La persona; *Pohualli*, cuenta; *Tzintzin*, trascender (Lara & Lara, 2014, p. 6).

El profesor David Esparza Hidalgo, redescubrió Nepohualtzintzin puesto “que la enseñanza sobre su uso fue suprimida como resultado de las conquistas” (García, et al., 2015).

En la actualidad, el marco referencial que implica el conocimiento de la cosmovisión y uso aritmético del Nepohualtzintzin, se articula a la Etnomatemática, que “además de ese carácter antropológico, (...). La Etnomatemática está impregnada de ética, centrada en la recuperación de la dignidad cultural del ser humano” (D’Ambrosio, 2013).

En la ciudad de México DF., a través de la Dirección Federal de Servicios Educativos, (2010), se realizan talleres de carácter lúdico-formativo, tanto para primaria como secundaria, esta propuesta articula el desarrollo de competencias con el Nepohualtzintzin, con las habilidades matemáticas; los resultados de aprendizaje se describen a continuación:

En la primera parte se busca llamar la atención de los niños al reconocimiento de la diversidad cultural a través de algo tan importante como son los pueblos indígenas de México. Que conozcan parte de sus rasgos culturales. Que conozcan de donde viene parte de nuestra identidad como nación, conocimientos matemáticos ancestrales y a quienes se les debe demostrar respeto, cortesía, amabilidad y afecto.

Se trata de que a través de esta técnica en grupo y de manera individual a manera de juego se acerquen a otro sistema de conteo en el que además de aprender de una forma diferente las matemáticas, [es] profundizar en el conocimiento de los pueblos originarios (...).

Por último, María Elena Gavarrete (2013), sobre la investigación acción de la Etnomatemática, explica que “la dimensión cultural de las matemáticas es brindar a los profesores herramientas para que puedan redescubrir en su entorno rasgos culturales con contenido matemático” (Gavarrete, 2013, p. 1343), para lo cual, “es necesario sumar acciones respecto a las investigaciones en Etnomatemática y su papel en la educación para promover

un currículo basado en el respeto, la tolerancia y la equidad” (Gavarrete, 2013, p. 145).

Hoy en día el nepohualtzintzin está adaptado al sistema decimal, ya que originalmente está dado en el vigesimal.

De manera vertical tiene 13 niveles, el cual representa un ser humano de pie, es decir representa las 13 articulaciones mayores que son: dos tobillos, dos rodillas, dos coxofemorales, dos muñecas, dos codos, dos hombros y la última la del cuello que une con la cabeza (ver Ilustración 1).

De manera horizontal el nepohualtzintzin, cuenta 13 columnas en la parte superior, y al igual que 13 en la parte inferior; contabilizando 52 maíces, cuya disposición es de cuatro granos, esto, debido a los cuatro puntos cardinales, cuatro estaciones del año, cuatro extremidades del cuerpo humano y cuatro lados de un cuadrado (ver Ilustración 2).

La parte de media superior registra 39 granos, representando las 39 semanas de una mujer gestante.

La multiplicación de siete granos por 13 niveles da un total de 91, equivalente a la duración de una estación climática del año; esta cantidad de 91, multiplicada por dos es igual a 182, lo cual armoniza con el cultivo de maíz, desde su siembra hasta su cosecha.

Si 91 lo multiplicamos por tres, se tiene 273, que es la duración de gestación de un bebé, por último, si cuadruplicamos 91 tenemos 364, siendo igual a la duración de un ciclo anual.

La división del nepohualtzintzin, es dual, por la duplicidad del universo, por ejemplo, día y noche, frío caliente, negro blanco, bien y mal, positivo o negativo, etc. etc.

La representación del maíz, está dada por ser descendientes y herederos de las bondades de esta planta.

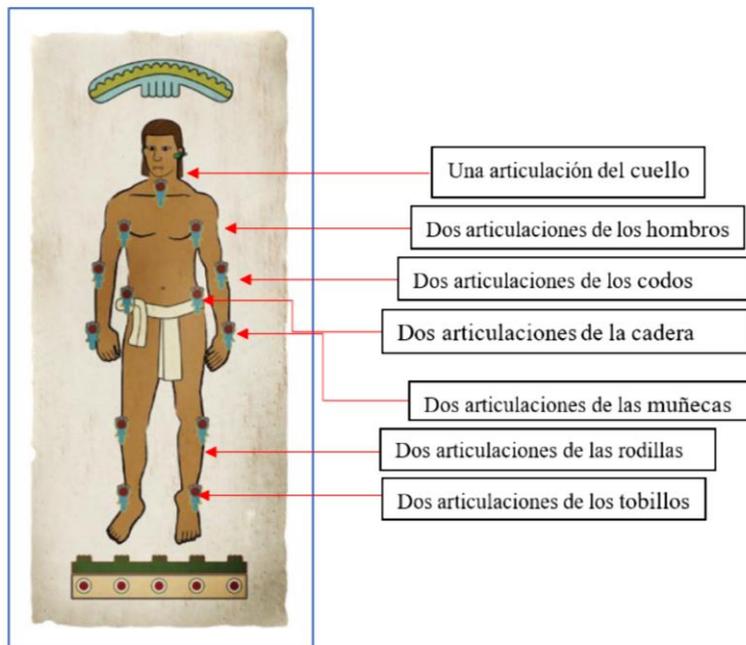


Gráfico 3 Los 13 niveles del nepohualtzintzin. Fuente: Lara & Flores (2009).

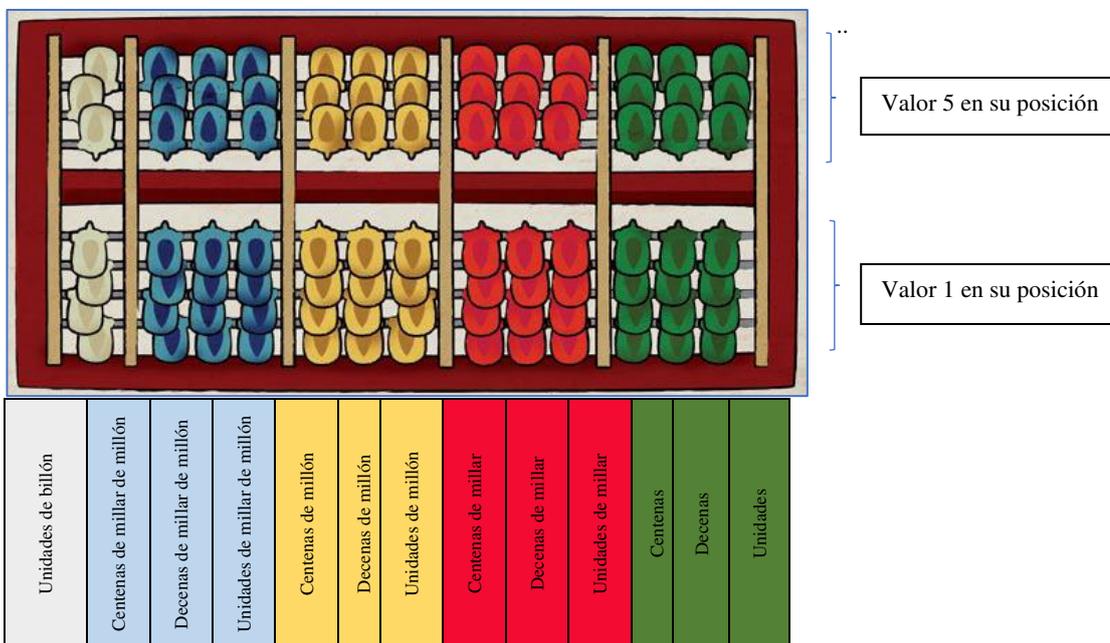


Gráfico 4 Estructura del nepohualtzintzin Fuente. Lara & Flores (2009).

### 2.2.11. *Contexto del conocimiento matemático prehispánico*

Hacia 1519, un amplio mosaico de grupos culturales ocupaba el espacio que, siglos más tarde, definiríamos bajo el concepto unitario de Mesoamérica. En aquel tiempo, como indudablemente lo fue en la anterior época prehispánica, las personas poseían cierto conocimiento de las entidades a las que debían respeto y obediencia, así como adscripción (Rovira, 2011).

Mesoamérica es un término acuñado por Paul Kirchhoff en 1943 para referirse a una región geográfica en el hemisferio occidental que compartió una unidad cultural básica en el momento de la conquista española en 1521. Los límites se establecieron en gran medida sobre la base de datos etnográficos y lingüísticos y También se han adaptado a la arqueología. El área de Mesoamérica generalmente incluye el centro y sur de México con la península de Yucatán, Guatemala, El Salvador y partes de Honduras, Nicaragua, y el norte de Costa Rica (Weaver, 2019).

En este contexto, “antes de la llegada de los españoles a América, los pueblos originarios habían desarrollado conocimientos matemáticos con características propias en cada escenario, influenciados estos saberes por sus propias creencias” (Micelli & Crespo, 2012, p. 162). “La matemática prehispánica es un juego de dualidades puntos y rayas, elementos masculinos y elementos femeninos, esta dualidad se presenta en todos los ámbitos de la cultura de la ciencia en la filosofía en el arte y la religión” (Romero, 2018).

#### 2.2.11.1. *Los mayas*

Entre toda la diversidad de pueblos mesoamericanos es sin lugar a dudas la cultura maya la más representativa, por ser de mayor referencia científica dentro de todo contexto histórico (cosmovisión, astronomía, arquitectura, estrategia bélica, administración social, agricultura, matemática, etc.) y por la importancia que hasta el día de hoy sigue teniendo como civilización de avanzado prodigio.

Para todos los pueblos o civilizaciones pioneras hubo un proceso histórico caracterizado por un surgimiento, desarrollo, apogeo, decadencia, conquista, aculturación, y hoy en día, se puede decir, la insistencia en una valoración cultural histórica que trata de mantener viva la sabiduría ancestral, con justa razón ya que su historia es también cómplice de nuestro presente.

El escenario en consideración, permite aclarar que el objetivo en este contexto de la investigación no es detenerse en un profundo análisis del porqué de su sabiduría, sino la sinergia de dicho conocimiento matemático plasmado en el uso de ábacos o instrumentos de aplicación aritmética.

“El período clásico de la civilización maya abarca del 250 d.C. al 900 d.C. (...) y que se remonta al 2000 a.C” (Fedriani & Tenorio, 2004, p. 164).

El historiador Ruz (1981), sobre el conocimiento matemático de los mayas explica:

Lo asombroso entre los mayas es que también inventaron el “cero” (antes que los hindúes) y que, con sólo su numeración vigesimal, el valor posicional de los números y elementales conocimientos teóricos pudieron calcular cantidades astronómicas, efectuar operaciones sencillas —probablemente suma, resta y quizá multiplicación y división— y registrar fechas que alcanzan millones de años. La numeración maya más usada fue la de puntos (valor uno) y barras (valor cinco); el cero se representaba en los códices con una conchita marina y en los monumentos con una flor cuádrípétala, de la que generalmente sólo aparece la mitad. En casos de registros más importantes, los numerales eran caras humanas de perfil, que se identifican por algún detalle. Estos numerales, denominados “variantes de cabeza”, constan del uno al 12, más el cero. Para los números del 13 al 19 se repetían las mismas caras correspondientes del tres al nueve, añadiéndoles una mandíbula descarnada, símbolo del 10, que se representa por una calavera. En pocos casos de un registro, seguramente muy trascendente, utilizaron como numerales figuras humanas en que algún elemento indica el valor.

Tal aseveración es reconocida por varios especialistas, entre ellos el grupo de investigadores conformado por Díaz, Escobar, y Mosquera (2009), quienes explican que:

En los siglos III o IV a.c. los sacerdotes mayas concibieron un sencillo sistema de numeración basado en la posición de los valores, que implica la concepción y uso de la cantidad matemática cero, aún hoy en día este sistema permanece en pie como unas obras más brillantes del intelecto del hombre. Este tipo de numeración maya tenía dos variantes: los numerales geométricos o normales, y los numerales en forma humana, que por lo general se presentaban como una cara antropomorfa, aunque existen casos especiales donde se presenta todo el cuerpo (Díaz, et al., 2009, p. 55).

				
1	2	3	4	5
				
6	7	8	9	10
				
11	12	13	14	15
				
16	17	18	19	20

**Gráfico 5 Los veinte números maya. Fuente. Díaz, Escobar, & Mosquera, (2009)**

Vale la pena aclarar que el sistema numérico de puntos y barras es heredado de la cultura madre olmeca (Díaz, 2006, p. 622):

A continuación, se presentan cuatro operaciones aritméticas, utilizando los números maya, de acuerdo con la publicación realizada por Magaña (1990):

Un ejemplo para la suma:

$$A = 43 \text{ y } B = 35$$

$$A = 3 \times 20^0 + 2 \times 20^1 = 43; B = 15 \times 20^0 + 1 \times 20^1 = 35$$

En la notación maya:

$$A = \begin{matrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{matrix}; B = \begin{matrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{matrix}; \text{ entonces se tiene } m = \begin{matrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{matrix} = 78$$

Un ejemplo para la resta:

$$B = 987 \text{ y } A = 1050$$

$$A = \begin{matrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{matrix}; B = \begin{matrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{matrix} \text{ restando } = \begin{matrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{matrix} = 63$$

Un ejemplo para multiplicación:

El autor refiere de una manera explicativa que la operación de la multiplicación es más complicada pero que no requiere de memorizar las tablas de multiplicar.

$$X = 2505; Y = 941$$

$$X = \begin{matrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{matrix}; Y = \begin{matrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{matrix}$$

Se necesita acomodar los números en una tabla de doble entrada:

	..	...	.
A = ..			
B = -			
C = -			

Gráfico 6 Operaciones

Ponemos en las casillas de las cuadrículas (o ábaco maya) los productos parciales

	..	...	.
A = ..	...	... ..	..
		= =	= =

$B = -$	$=$	$-$	$-$
$C = -$	$=$	$-$	$-$

Gráfico 7 Operaciones

“Ahora se construye una columna cuya base es siempre la casilla inferior derecha y los elementos superiores se construyen con la suma de los números de las casillas de las líneas paralelas en diagonal M, como indican las flechas”

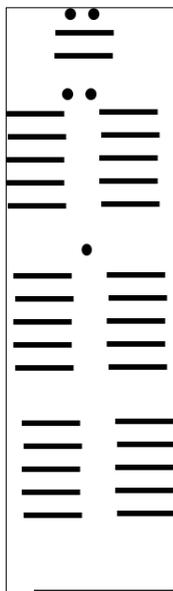
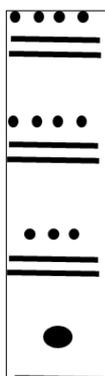


Gráfico 8 Números mayores que 10

“Que se rescribe tomando en cuenta que 5 puntos hacen una raya y que 4 rayas dan un punto en el bloque superior.”



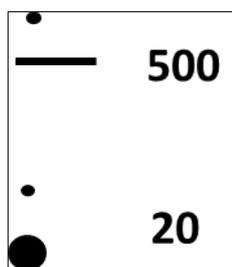
### Gráfico 9 Números

Este número es equivalente a:

$$14 \times 20^4 + 14 \times 20^3 + 14 \times 20^2 + 0 \times 20^1 + 5 \times 20^0 = 2.537,205$$

Un ejemplo para la división:

Sea la división de 500 para 20.



	.	<hr/>
$A = \cdot$	.	....
$B = *$	* /	*

### Gráfico 10 Operaciones

En la casilla A1 tenemos un punto que pertenece al dividendo. Para tener a éste como producto parcial correcto, debería aparecer un punto en la columna 1, mismo que colocamos. Esto significa que en la casilla B1 debemos colocar un cero. Esto cierra nuestras cuentas para la columna uno.

Transferimos ahora la raya que se encuentra en la diagonal, como cinco puntos a la casilla A2. Para tener este como producto parcial correcto, necesitamos una raya en la cabeza de la columna 2. Vemos que necesitamos un cero en la casilla B2, mismo que ya tenemos. Esto cierra nuestras cuentas. El resultado es exacto. El cociente se lee juntando los encabezados de las columnas al colocarlo en forma vertical, el número final está dado por:



### Gráfico 11 El número 25

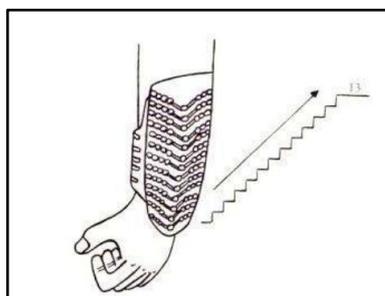
“Este pueblo [maya] desarrolló un ábaco, llamado Nepohualtintzin, con el cual podían realizar las operaciones matemáticas fundamentales. El ábaco

podía ser construido con varillas o dibujado en el suelo y utilizando como cuentas, piedras o semillas” (Micelli & Crespo, 2012, p. 167).

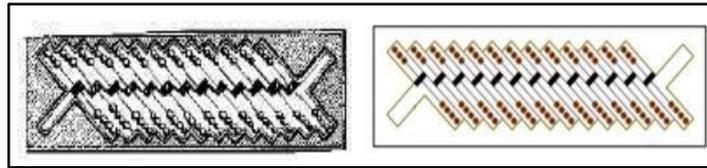
El lector puede referirse al numeral 2.7 para conocer más a profundidad sobre este instrumento ancestral de cálculo aritmético, sin embargo para completar el tema tratado en este acápite, dejamos en palabras de García (2015) algunas referencias del nepohualtzintzin, así:

(...) es un instrumento de cálculo prehispánico usado en las culturas mesoamericanas precolombinas, entre los que estaban los mayas. Su uso habitual fomenta la habilidad numérica, mejora la capacidad de concentración, de razonamiento lógico, la memoria, la agilidad mental, el procesamiento de información de forma ordenada y la atención visual. Se podría considerar que el uso del nepo es una excelente forma de ejercitar el cerebro, manteniéndolo activo y ágil a cualquier edad. El nepo es uno de los pocos aparatos que estimula el mayor número de sinapsis (contactos neuronales) entre ambos lóbulos cerebrales simultáneamente, además de promueve en el niño el desarrollo de la motricidad fina.

Lara y Sgreccia (2010), manifiestan con certeza que el nepohualtzintzin es de “origen náhuatl y su estructura se corresponde a la maya, porque usa los valores de uno y cinco como los puntos y las rayas” y “sintetiza la concepción metafórica de los antiguos indígenas” (p. 28); por su parte, Tejón (2009), explica que “una gran ventaja del ábaco Nepohualtzintzin es que además del sistema vigesimal puede usar fácilmente el sistema decimal, que es el universalmente utilizado actualmente (...)” (p. 4).



**Gráfico 12 Nepohualtzintzin náhuatl, Fuente. Lara & Sgreccia (2010)**



*Fuente.* (Micelli & Crespo, 2012)

**Gráfico 13 *Nepohualtzintzin maya***

Se entiende que hubo más de un ábaco utilizado, haciendo referencia a la publicación de Micelli y Crespo (2012), quienes indican que los Marcadores en Teotihuacan, y el Tsoaktli, rosario Tolteca como ábacos mesoamericanos, sin embargo, establece que “es cierto que este tipo de objetos tuviesen finalidades distintas que el Nepohualtzintzin el cual sí permitía realizar no solo cálculos sino también operar con ellos”, es decir, que estos ábacos solo permiten llevar el registro para contar.

Vásquez (2016), refiere que la introducción del nepohualtzintzin en la educación de la niñez mexicana es de manera informal, “se basa en otra manera de enseñar, comprender y aprender matemáticas. De ahí su éxito socio educativo e innovador en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas” (p. 127); entre sus conclusiones a su estudio, refiere:

Como se observa en los testimonios, la cualidad lúdica del Nepohualtzintzin promueve que las matemáticas sean además de divertidas, amables. Promueve un capital social o de confianza en los alumnos para acercarse al conocimiento de las matemáticas, ya que como se sabe la primera experiencia en la niñez marca el futuro de su relación con esta ciencia, y la gran mayoría se caracteriza por fracasos que hacen de las matemáticas una primicia experiencial de terror.

#### *2.2.11.2. Los incas*

La civilización inca “se fundó hacia el 1250 d.C. y que hacia el 1532 (antes de la conquista española) era extenso y vasto, ocupando un territorio que

abarcar lo que hoy conocemos como Colombia, Ecuador, Perú, Bolivia, Chile y Argentina” (Fedriani & Tenorio, 2004, p. 178).

Las matemáticas incas tuvieron mayor aplicación en el campo económico. Desarrollaron una aritmética sencilla contables, basada en el sistema decimal; emplearon la suma, la resta, la multiplicación y la división. A diferencia de los mayas, los incas no utilizaron el cero.

Los incas utilizan dos tipos de representaciones instrumentales aritméticas el quipu y la yupana, aunque diseñados con diferentes fines, expresan el desarrollo matemático, situación que para aquellos tiempos eran formas de poder expresadas en la magnitud de las ciudades imperiales, organización, expansión del dominio, y el acercamiento a una explicación de la vida, es decir, el respeto hacia la cosmovisión.

Sobre el primer elemento aritmético inca, el quipu, es una “palabra que pertenece al quechua, la lengua del pueblo inca, y su significado es “nudo”. El uso de esta palabra para designar a ese conjunto de cuerdas con nudos (...)” (Fedriani & Tenorio, 2004, p. 182).

“Pese a que el quipu se mostró de gran utilidad como dispositivo para registrar los resultados de operaciones sencillas, este instrumento no servía para realizar cálculos más allá del conteo y de la suma” (Ibidem); resulta que el quipu o quipus es muy útil “para almacenar información, por ejemplo proveniente de censos o conteo de bienes” (Micelli & Crespo, 2012, p. 174).

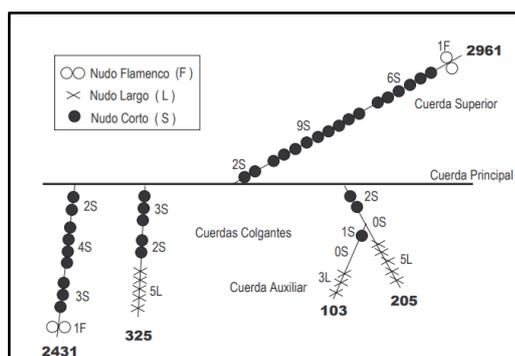


Gráfico 14 Ejemplo de quipu, Fuente. (Fedriani & Tenorio, 2004, pág. 182)

El sistema de numeración empleado era decimal y posicional. Las cifras 1, 2, 1, .....9 y 0 se representaron haciendo igual número de nudos en las cuerdas verticales del quipu o dejando un espacio desocupado en el nivel que se requería expresar el cero. Los números mayores se registraban de arriba hacia abajo. Por ejemplo, el número 4.625 corresponde a 4 nudos en el nivel de las unidades de mil, seis nudos en el nivel de las centenas, dos más en las decenas y cinco nudos al final de la cuerda (Pareja, 1986, p. 48).

El sistema de numeración propuesto por Rojas & Stepanova (2015), es:

$N_{Inka_K} = (S_K \cdot R_K) (hoq)$ , donde  $S_K$  es la BASE:

$$S_K = \left\{ \begin{array}{c} \text{[Image showing 10 vertical strings with different knot patterns representing digits 0-9]} \end{array} \right\}$$

**Gráfico 15 Nudos que representan números. Fuente. Rojas & Stepanova, (2015)**

Y  $R_Y$  está dada por las reglas:

- $r_1$  = Cada dígito se compone de un conjunto de nudos seguidos o el sin nudo.
- $r_2$  = Cada nudo representa una unidad, la ausencia el cero.
- $r_3$  =  
La base es binaria si se toma en cuenta las dos formas básicas (nudo y sin nudo)
- $r_4$  =  
Se representa en forma lineal vertical comenzando con el dígito de menor valor
- $r_5$  =  
Para transformarlo se multiplica cada dígito (cifra) por la base en el orden dado



**Gráfico 16 Representación de un Quipu-Camayo. Fuente. Pareja (1986).**

“(...) los quipucamayos quienes contaban en los dos sentidos de la palabra: contaban los números codificados en sus cuerdas al mismo tiempo que contaban las historias de la grandeza de sus antepasados” (Tun & Díaz, 2015, p. 82).

“Los quipucamayoc ocupaban posiciones importantes en el imperio incaico incluyendo las de mensajero, administrador de provincias, secretario del inga, curaca, astrólogo y regidor” (Tun & Zubieta, 2016, p. 412).

El segundo instrumento es la yupana, al respecto Ríos (2013), explica:

El término yupana tiene una acepción interpretativa. En el runasimi surge de la operación de contar (yupay = cuenta, contabiliza, conteo, contar, etc.); en español diríamos que una persona que teje necesita algo con qué tejer y la herramienta será un tejedor, y, por antonomasia surgen términos, surgen términos biunívocos en ambos sentidos, para la herramienta y para el que ejecuta la rutina o el algoritmo para la ejecución fáctica. Al instrumento ancestral, que se utiliza para la tarea de contabilizar cantidades, se le ha

asignado el nombre de yupana. Pero las raíces semánticas de este término involucran conceptos en los que se basa y tiene sustento realmente...

“El estudio sistemático de la yupana comenzó en 1869, con el descubrimiento en la provincia de Cuenca (Ecuador) de un objeto parecido al diseño de Guamán Poma” (Crespi, 2008).

Mora y Valero (2007), exponen que la yupana es un ábaco inca, y que su nombre se le debe a William Burns Glynn (ingeniero textil); sobre la aplicación mencionan:

En cuanto a las operaciones desarrolladas en la yupana, los incas (al parecer) sumaban, restaban, multiplicaban y dividían; refiriéndonos a la resta, todo indica que los incas la emplearon y la yupana fue el medio utilizado para expresar numéricamente el resultado obtenido después de sustraer un número de otro; además, comparando con los quipus, registraban la entrega de una mercancía desanudando un cordel y anudando otro.

Rojas y Stepanova (2015), mencionan que la yupana y/o taptana son:

(...) tableros con escaques o casilleros encontrados en todo el Tawantinsuyo. Según el uso que se le da, toma las denominaciones de Yupana o Taptana; si se usa para hacer cálculos aritméticos a manera de ábaco, se le llama Yupana y si se utiliza como tablero de juego, se denomina Taptana.

Di Primeglio (1979) citado en Moscovich (2006), explica sobre el juego de la taptana: "La taptana se jugaba con la pisca que era un dado en forma piramidal ....En cuanto a las fichas o marcas, se apuntaba lo de cada lado de la pisca con guijas que eran movidas dentro de los escaques del tablero", además, indica que de acuerdo a varios autores este juego era exclusivo de las ceremonias fúnebres; Aldás (2018) por su parte indica que "dichos utensilios con un diseño base, varían de tamaño, color y diseño, según la región y clima".



Algoritmos expuestos por William Burns (1998) en Mora y Valero (2007):

DM	UM	C	D	U
○	○	○	○	○
○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○
○ ○ ○				
○ ○ ○ ○ ○				

Gráfico 18 Posición horizontal de la yupana, Fuente. Mora & Valero (2007)

- “Cada círculo tendrá un valor de uno, y va adquiriendo otros valores de acuerdo a la columna donde se encuentre, por ejemplo: si se encuentra en la segunda columna contando de derecha a izquierda, ésta tendrá un valor de 10. Así cada círculo en la columna uno tendrá un valor de 100, en la columna dos un valor de 101 y así sucesivamente. De esta manera nos damos cuenta que el sistema de numeración es decimal” (Díaz, et al., 2009).
- “Los círculos de la primera fila representan la memoria y las otras filas con casilleros de 2, 3, y 5 círculos son posiciones para ubicar ayudas artificiales” (Díaz, et al., 2009).
- “Para conservar un orden en el trabajo de la yupana se empezarán a llenar los círculos de abajo hacia arriba” (Díaz, et al., 2009).
- “Cada vez que se completen los diez círculos de una columna, los barremos o desocupamos y colocamos uno en la memoria que luego será trasladado a la columna posterior, de la siguiente forma” (Díaz, et al., 2009):

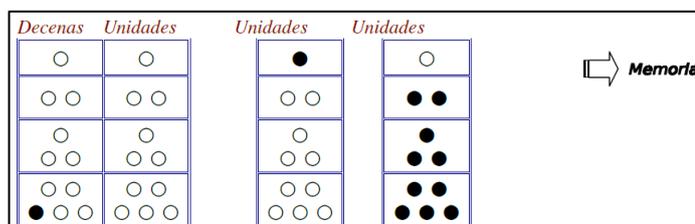


Gráfico 19 Representación numérica, Fuente. Mora & Valero, (2007)

Entre todas las expresiones dadas por diferentes autores, que inclusive se las ha mencionado anteriormente, donde inculcan a un entender del

procedimiento aritmético de la yupana, se ha considerado el de Linda Droguett Latorre (2008), Doctora en Educación por la Universidad del País Vasco y Magister en Didáctica de la Matemática, de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, por considerarlo más didáctico, el cual conduce a una mejor comprensión de manera sencilla, en tal sentido, se tiene:

### La suma

La operación más sencilla es la suma, que los incas ejecutaban disponiendo las fichas correspondientes a los varios sumandos en los respectivos casilleros de cada una de las columnas del ábaco.

A fin de comprender el procedimiento que se debió seguir para sumar con la yupana, escogeremos las cifras 21.512, 11.013, 20.110, y 1.001 que, sumadas horizontalmente, de acuerdo con el sencillo método de agrupación de fichas en un solo casillero, arrojan un total de 53.636.

El planteamiento de la operación y la manera de realizarla es como sigue:

1º. Comenzando por la primera columna de la izquierda, se colocan dos fichas en la casilla de primera posición (unidades), una ficha en la de segunda posición (decenas), cinco fichas en la de tercera posición (centenas), una ficha en la de cuarta posición (millares), y dos fichas en la de quinta posición (decenas de millares), con lo cual se consigna la cantidad 21.512.

Igual procedimiento se sigue para representar las otras tres cantidades o números en las columnas.

2º. En seguida se reúnen en la cuarta columna todas las fichas de los otros casilleros, de acuerdo con la respectiva altura o posición.

El resultado será el siguiente: seis fichas en el casillero de primera posición, tres en el de la segunda, seis en el de la tercera, tres en el de la cuarta y cinco en el de la quinta; numeración que, leída verticalmente de arriba hacia abajo, resulta 53.636 y representa el total de la suma.

Preciso es también recordar que los incas conocieron el proceso de simplificación.

Por ejemplo, si las cantidades hubieran sido:

10.568, 8.389, 4.265 y 4.434, comprobaríamos que el quipucamayó, después de haber distribuido las fichas y haberlas juntado en la última columna, se vio obligado a simplificarlas comenzando por el casillero de primera posición, en

el cual, de las fichas reunidas, (26) dejaría sólo aquellas de las unidades (6) y trasladará las restantes (20) al casillero superior de segunda posición, pero convertidas en decenas, o sea, dos fichas.

El mismo proceso si es que fuera necesario realizar en las otras columnas.

Para restar:

Podemos imaginarnos que se necesitara efectuar la resta:

16.222- 1.665;

1º. Se comienza por plantear la operación mediante la colocación en la primera columna de las fichas que forman el minuendo (16.222) y en la segunda columna aquellas que indican el sustraendo ( 1.665)

2º. A continuación se retira del casillero de primera posición de la primera columna (minuendo) un número de fichas igual al de la segunda columna (sustraendo); pero como esto resulta imposible, pues no se pueden retirar cinco fichas donde sólo hay dos, se tendría que "pedir prestado" una ficha del casillero de segunda posición de la primera columna que, al descender a la primera posición quedaría convertido en diez fichas propias de este casillero, las cuales, agregadas a las dos originales, sumarían doce; de ellas se retirarían las cinco del sustraendo, permaneciendo siete fichas en el casillero. Enseguida, se aplica el mismo procedimiento para la resta de los casilleros de segunda y tercera posición: de cada uno de ellos se hace descender una ficha que, convertida en diez y agregada a las originales haría posible retirar el número indicado en el sustraendo; en otras palabras, de las once fichas de cada uno de estos casilleros se retirarían seis, quedando solamente cinco.

En la cuarta posición, en que no se necesita "pedir prestado" ninguna ficha, se retiraría simplemente una del conjunto original de cinco, quedando en el casillero cuatro fichas.

Por último, en la quinta posición, la ficha del minuendo permanecería en su mismo casillero porque el casillero de la columna del sustraendo, por estar vacía, indica cero fichas.

## La multiplicación

Para la operación aritmética multiplicación que, en última instancia, se basan en la suma y la resta, es difícil reconstruir acertadamente el procedimiento

que los incas idearon para evitarse la tarea de sumar y restar sucesivamente, algunos autores suponen que la yupana era utilizada de la siguiente manera:

Por ejemplo, si se quisiera multiplicar  $254 \times 137$ ,

1º. Identificaremos las fichas blancas y negras de la siguiente manera;

Diez fichas negras representan una blanca.

En los casilleros de la columna E están todas las fichas que se han agrupado al sumarlas diagonalmente con el fin de obtener el resultado de la multiplicación el cual, luego de las requeridas simplificaciones, es consignado en la columna F.

2º. El cálculo se realizaba colocando primeramente a lo largo del margen izquierdo del tablero, los marcadores o fichas correspondientes al multiplicando y, a lo largo del margen superior, los del multiplicador, de tal manera que las primeras posiciones de mayor rango quedasen más cerca de la esquina superior izquierda

Cuando se empleaba la yupana para multiplicar o dividir, la primera columna vertical izquierda y la primera fila horizontal superior, se destinaban exclusivamente para consignar el multiplicando y el multiplicador o el dividendo y el divisor.

3º. Se procedía a llenar los casilleros con el producto parcial de los guarismos correspondientes a su propia fila y columna.

Esto se hacía de un modo muy sencillo: juntando en la respectiva casilla tantos grupos de fichas del multiplicador (fila superior) como número de fichas del multiplicando (columna izquierda).

Por ejemplo, en las columnas B,C y D, las 2, 6 y 14 fichas de los casilleros de tercera posición (centenas), las 5, 15 y 35 de segunda posición (decenas) y las 4, 12 y 28 de primera posición (unidades) indican que en ellos se han colocado uno, tres y siete grupos de dos, cinco y cuatro fichas.

Una vez establecido en las casillas el producto parcial de cada término del multiplicando y del multiplicador, se juntaban en los compartimientos de la columna E todas las fichas que resultaren de la reunión realizada a través de los casilleros en forma diagonal y ascendente.

Por último, dichas fichas, ya distribuidas por altura en los casilleros de la columna E, eran simplificadas y reducidas en los de la columna F como resultado definitivo de la operación que, para el ejemplo de multiplicación que hemos puesto, es 34.798.

El principal inconveniente que debió presentarse fue el excesivo amontonamiento de fichas en algunos casilleros. Sin embargo, estamos seguros que este obstáculo fue superado fácilmente mediante el empleo de fichas de color distinto a las corrientes, para señalar conjuntos de estas últimas; no sería de extrañar, por ejemplo, que se indicase con valor de diez frejoles o maíces negros a uno blanco o viceversa, tal como lo hicieron los mayas al conceder valor de cinco marcas (frejoles o maíces) a una barra o palito de madera.

El empleo de la Yupana moviendo fichas dentro de los casilleros, era una manera de contar sumamente práctica e, indudablemente, mucho más fácil que nuestro sistema de hacer las operaciones aritméticas con lápiz y papel, puesto que tenía la ventaja de no requerir de tablas de calcular memorizadas ni de tener que hacer mentalmente las sumas y restas de los productos parciales de las operaciones.

Actualmente su uso evitaría a muchos de nuestros escolares no muy inclinados a las matemáticas, la ingrata obligación de aprender de memoria la tabla pitagórica y, más que todo, el engorro de tener que contar con los dedos.

#### División:

La división también es perfectamente factible en este sistema, aunque un autor dice que no supone, hayan dividido más que por pequeñas cantidades repartiendo cosas, otro autor explica un método que pudieron haber usado, que es el siguiente:

En realidad se procede de manera similar a la que conocemos. Tomemos el ejemplo  $3.753 : 27 = 139$ .

Colocamos el numerador en la yupana.

En la fila superior (A4) tenemos 3 que no es divisible por 27. Pasamos entonces a la fila siguiente.

Entre las filas 3 y 4, tenemos 37.

Visualmente, sacamos 27 una vez (2 decenas de A4 y 7 unidades de A3 y B3). Nos queda una ficha en A4, y colocamos una ficha como respuesta en el lugar de las centenas, fuera de la yupana.

Aquí surge un problema, porque para obtener 7 en la fila 2, sería necesario llenar A2 con 5 fichas, pero esto no es posible por la presencia de una ficha, salvo que se haga una operación mental o que se rompa la regla de no llenar

los casilleros con más fichas de las previstas. Si se quiere evitar ambas cosas, es necesario cambiar la ficha de A2 por dos fichas en B1. Una vez procedido así, y colocadas las 5 fichas en A2, se resta una vez más 27, y se coloca una ficha más en la respuesta de decenas.

Entre las filas 2 y 3, quedan 23 decenas que ya no pueden ser divididas. Bajando a las unidades, observamos de inmediato un 27 que puede ser restado (2 fichas en A2 + una ficha en B1 + 2 fichas en A1).

Se sacan las fichas correspondientes y se coloca una ficha en la respuesta de las unidades. Y así sucesivamente.

En algún momento volveremos a encontrar a nivel de la fila 1 la dificultad con la que tropezamos ya anteriormente, es decir, la imposibilidad de cambiar una ficha B por 5 fichas A. Nada nos impide entonces, bajar a un nivel inferior, con otra yupana o sin ella, para volver luego a colocar las fichas en su sitio cuando haya espacio.

De ese modo, en la división se va restando sucesivamente, en cada nivel, el valor del divisor, el número de veces que sea necesario.

En todo este contexto histórico “la Yupana como material pedagógico es adaptada por primera vez por la educadora peruana Martha Villavicencio Ubillús en el año 1982, en el marco del Proyecto de Educación Bilingüe –Puno (PEEB-P), en la implementación de la enseñanza- aprendizaje de la matemática” (Apaza, 2017, p. 248); el autor en su estudio explica que su aplicación fue en el nivel intuitivo concreto.

En la actualidad el autor reconocido como Kunturweb (2016), presenta un manual del usuario para el manejo del software TK-yupana r0.7; en este documento muy importante por cierto, se ha trasladado el conocimiento matemático ancestral al mundo moderno; el autor, refleja varias iniciativas que explican el uso de la yupana como por ejemplo Henry Wassen (1931), Carlos Radicati di Primeglio (1979), William Burns Glynn (1981), De Pasquale (2001), di Chirinos (2008), Cinzia Florio (2008), y Kak (2014); en hora buena, por la importancia que se le ha dado a este instrumento de cálculo aritmético.

Por último, “es tiempo de reflexionar en torno al compromiso que los intelectuales latinoamericanos tenemos de rescatar, antes de que sea

demasiado tarde, la ciencia implícita, verbigracia, en esas grandes culturas hoy conocidas como maya e inca” (Pareja, 1986, p. 38).

## **2.3. Glosario de términos**

### *2.3.1. Análisis*

“Examen detallado de una cosa para conocer sus características o cualidades, o su estado, y extraer conclusiones, que se realiza separando o considerando por separado las partes que la constituyen” (Alsina & Coronata, 2014).

### *2.3.2. Didáctica*

“Parte de la pedagogía que estudia las técnicas y métodos de enseñanza” (Canales, 2013).

### *2.3.3. Etnomatemática*

“La Etnomatemática nace de estudios antropológicos que se enfocan en cómo manejan los conceptos matemáticos algunos grupos culturales determinados, generalmente pueblos originarios aislados o con escasos contactos con la sociedad occidental” (Abreu, et al., 2017)

### *2.3.4. Instrumento:*

“Objeto fabricado, simple o formado por una combinación de piezas, que sirve para realizar un trabajo o actividad, especialmente el que se usa con las manos para realizar operaciones manuales técnicas o delicadas, o el que sirve para medir, controlar o registrar algo” (D’Ambrosio, 2013).

### 2.3.5. *Matemática*

Es la ciencia que estudia las propiedades de los números y la relación que se establecen entre ellos.

### 2.3.6. *Matemática educativa:*

Es un término que se refiere tanto al aprendizaje, como a la práctica y enseñanza de las **matemáticas**, así como a un campo de la investigación académica sobre esta práctica.

### 2.3.7. *Material didáctico*

“Los materiales didácticos, también denominados auxiliares didácticos o medios didácticos, pueden ser cualquier tipo de dispositivo diseñado y elaborado con la intención de facilitar un proceso de enseñanza y aprendizaje, es decir, facilitar la enseñanza del profesorado y el aprendizaje del alumnado” (Abreu, et al., 2017).

### 2.3.8. *Nepohualtzintzin:*

*El ábaco “Nepohualtzintzin” (del náhuatl “nepóhuatl” y “tzintzin” = la cuenta venerable) es un instrumento de cálculo de origen prehispánico cuya creación se atribuye al mundo maya, aunque se han encontrado instrumentos similares en las culturas olmeca y mexicana. En origen, la cuadrícula podía dibujarse en el suelo, utilizando pequeñas piedras o semillas. Se ha adaptado su uso y desde 1996 se utiliza en educación primaria en México.*

### 2.3.9. *Objeto matemático*

“Se asocia la naturaleza de los objetos matemáticos con su origen funcional y, a partir de esta funcionalidad, se constituyen los aspectos de representación

y significado que configuran el objeto matemático. La representación permite la expresión y uso del objeto. El significado atiende a la interpretación del objeto. El conjunto de interpretaciones que se pueden asociar a un objeto por la funcionalidad que representa configura su significado” (Abreu, et al., 2017).

#### *2.3.10. Operaciones matemáticas*

“Una operación es la aplicación de un operador sobre los elementos de un conjunto. El operador toma los elementos iniciales y los relaciona con otro elemento de un conjunto final que puede ser de la misma naturaleza o no; esto se conoce técnicamente como ley de composición” (Abreu, et al., 2017).

#### *2.3.11. Recurso didáctico*

Los recursos didácticos, por lo tanto, son aquellos materiales o herramientas que tienen utilidad en un proceso educativo. Haciendo uso de un recurso didáctico, un educador puede enseñar un determinado tema a sus alumnos.

#### *2.3.12. Síntesis*

“Cosa compleja que resulta de reunir distintos elementos que estaban dispersos o separados organizándolos y relacionándolos” (Abreu, et al., 2017).

## CAPÍTULO III. METODOLOGÍA

### 3.1. Hipótesis de la investigación

#### 3.1.1. Hipótesis general

Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la calidad del aprendizaje matemático por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

#### 3.1.2. Hipótesis específica

- a) Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la Operatividad por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.
- b) Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo del Análisis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.
- c) Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la Síntesis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.
- d) Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo del manejo de objetos matemáticos por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad

de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

## 3.2. Identificación de las variables

### 3.2.1. Variables de investigación

**Tabla 1 Identificación de variables**

<b>NOMBRE</b>	<b>DEFINICIÓN</b>	<b>DIMENSIONES</b>
Y: Calidad del aprendizaje matemático	Se entiendo como el cambio de configuraciones mentales para la solución de problemas matemáticos	Y <sub>1</sub> : Operatividad Y <sub>2</sub> : Síntesis Y <sub>3</sub> : Análisis Y <sub>4</sub> : Manejo de objetos matemáticos
X: Uso del nepohualtzintzin	Es una herramienta didáctica de origen Maya empelado para el uso de operaciones matemáticas básicas.	X <sub>1</sub> : Presencia X <sub>0</sub> : Ausencia

**Tabla 2 Clasificación según su función en la investigación**

<b>NOMBRE</b>	<b>DESEMPEÑO EN LA INVESTIGACIÓN</b>
Y: Calidad del aprendizaje matemático	Dependiente
X: uso del nepohualtzintzin	Independiente

### 3.2.2. *Las variables intervinientes*

Existen variables que intervienen en la investigación experimental (Hernández, et al., 2014)

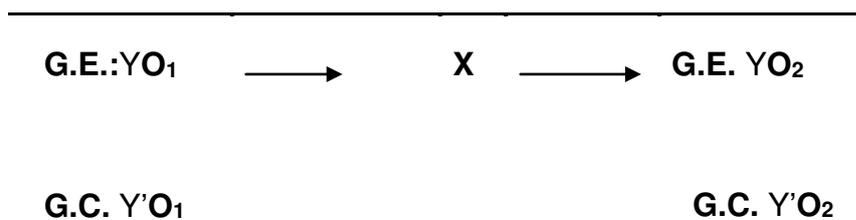
- Empatía docente.
- Didáctica docente
- Predisposición a las matemáticas
- Situación socio económica.

Todas estas variables han sido tratadas mediante la estandarización del docente y su metodología.

### **3.3. Tipo y diseño de la investigación**

La investigación se la concibe como exploratoria ya que se tiene escasos antecedentes y muy poca información sobre la temática abordada, además por su ámbito de estudio se la caracteriza como experimental y de carácter longitudinal por el periodo escolar de clases, que corresponde a septiembre del 2018 hasta julio del 2019 (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014).

El diseño de la investigación es cuasiexperimental por considerar que no es posible realizar la selección aleatoria de los sujetos participantes, y no se puede tener control absoluto de las situaciones (Segura, 2003); por otro lado, las hipótesis se ubican dentro de una diferencia de grupos atribuyendo causalidad (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014).



**Gráfico 20 Modelo de experimentación**

Donde:

- G.E.: Grupo experimental
- G.C.: Grupo control
- YO<sub>1</sub>, YO<sub>2</sub>, Evaluación de progreso al grupo experimental.
- Y'O<sub>1</sub>, Y'O<sub>2</sub>, Evaluación de progreso al grupo control.
- Y: Actitudes frente a la matemática

### **3.4. Población y muestra**

#### *3.4.1. Unidades de análisis*

Las unidades de análisis es un estudiante del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

#### *3.4.2. Población*

La población está conformada por estudiante del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

**Tabla 3 Población**

Grupo	Sección A	Sección B
Hombres	15	14
Mujeres	16	18
Total	31	32

### 3.5. Selección de los grupos de trabajo

#### 3.5.1. Criterios de inclusión

Estudiantes matriculados en el cuarto año EGB, con edad entre los 8-9 años, en el periodo lectivo 2018-2019.

Estudiantes cuya participación se dé bajo consentimiento de la autoridad institucional y del padre de familia o representante legal, no hay distinción de género.

#### 3.5.2. Criterios de exclusión

Estudiantes que no cumplan con los criterios de inclusión.

Que dando los siguientes grupos para el trabajo cuasiexperimental

**Tabla 4 Selección de grupos**

Grupos	Hombres	Mueres	Total
Experimental	12	14	26
Control	13	13	26

### 3.6. Técnica e instrumentos de recolección de datos

Como técnicas de recolección de datos se tiene a la observación, datos secundarios (recolectados por otros investigadores); instrumentos mecánicos o electrónicos (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014).

La enseñanza aprendizaje del nepohualtzitzin, sigue los procedimientos dados en el “Manual didáctico del nepohualtzitzin para el desarrollo de las competencias matemáticas”, en su primera edición del 2009, publicación emitida por la Secretaría de Educación Pública de la República de Estados Unidos Mexicanos.

El uso de pretest y postest, constituyen los instrumentos que facultan la obtención de la información relevante para el estudio, y han sido construidos, según el estado del bloque curricular en matemática, según el texto escolar otorgado por el Ministerio de Educación del Ecuador.

Como instrumentos se tiene a los registros del contenido (análisis de contenido) y observación cuantitativa, que luego serán transferidos al programa computarizado Statistical Package for the Social Sciences (SPSS versión 20).

#### 3.6.1. Operacionalización de la variable

**Tabla 5 Operacionalización de la variable Y**

VARIABLE	DIMENSIÓN	INDICADOR	ÍTEM	PUNTAJE
Calidad del aprendizaje matemático	• Operatividad	Identifica los datos a operar de manera adecuada.	1-12	[1-60]
		Realiza la operación de manera adecuada		
		Identifica la respuesta de manera adecuada.		

	Plantea al problema de manera permite.	
• Análisis	Usa los datos de manera objetiva Interpreta las situaciones de contexto intra matemático o extra matemático	1-12
• Síntesis	Identificación otros resultados no planteados en el problema. Interpreta los resultados de la operación volviendo a usar en otros contextos. Interpreta los resultados.	1-12
• Manejo de objetos matemáticos	Manejo de objetos (Números, símbolos) Creación de objetos matemáticos nuevos. Manejo de herramientas para la realización de operaciones matemáticas.	1-12

### 3.7. Diseño estadístico

El análisis estadístico corresponde a “T Student” ya que “es una prueba estadística para evaluar si dos grupos difieren entre sí de manera significativa respecto a sus medias” (Hernández, et al., 2014), con un nivel de significancia de 0,05 (5%), considerando que son muestras independientes. Todos los datos fueron procesados empleando el programa estadístico SPSS® versión 25.

### 3.8. Procesamiento de los datos

Toda la información documental ha sido tratada en fichas técnicas, para luego, y de acuerdo a su importancia científica y de actualidad, formar una estructura literaria que siga estilo y diseño recomendado por la Universidad San Marcos;

vale la pena recalcar que la orientación para la argumentación es delineada por las preguntas de investigación.

Los datos cuantitativos serán procesados en SPSS versión 22.0, para obtener la correlación planteada metodológicamente; la presentación de tablas sigue las normas de APA (American Psychological Association) sexta edición; luego su discusión ha sido abordada bajo argumentación científica.

Para una interpretación de los datos se usará la siguiente tabla de indización:

**Tabla 6 Índices de la variable X**

<b>“CATEGORÍA</b>	<b>PUNTAJE</b>
Muy bajo	[0; 48>
Bajo	[48; 96>
Medio	[96; 144>
Alto	[144; 192>
Muy alto	[192; 240]”

**Tabla 7 Índices para las dimensiones**

<b>“CATEGORÍA</b>	<b>PUNTAJE</b>
Muy bajo	[0; 12>
Bajo	[12; 24>
Medio	[24; 36>
Alto	[36; 48>
Muy alto	[48; 60]”

## CAPÍTULO IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 4.1. Presentación de los datos

A continuación, se presentan los datos obtenidos de las encuestas evaluado a los 26 casos que conformaron la muestra organizados por dimensiones según la operacionalización de las variables.

**Tabla 8 Datos de Prueba inicial**

PRUEBA INICIAL	Grupo experimental (YO <sub>1</sub> )					Grupo control (YO <sub>2</sub> )				
	Operatividad	Análisis	Síntesis	Manejo de objetos matemáticos	Total: Calidad del aprendizaje matemático	Operatividad	Análisis	Síntesis	Manejo de objetos matemáticos	Total: Calidad del aprendizaje matemático
Sujeto 1	30	45	50	30	155	30	45	50	30	155
Sujeto 2	40	50	50	35	175	40	35	50	35	160
Sujeto 3	30	55	10	20	115	20	55	45	40	160
Sujeto 4	45	30	35	30	140	45	25	40	30	140
Sujeto 5	55	45	45	35	180	55	45	45	35	180
Sujeto 6	45	55	45	25	170	45	55	45	20	165
Sujeto 7	35	35	30	45	145	35	35	30	45	145
Sujeto 8	20	45	40	35	140	55	45	40	10	150
Sujeto 9	30	30	40	40	140	60	30	40	40	170
Sujeto 10	45	35	55	55	190	60	35	55	55	205

Sujeto 11	45	40	40	60	185	45	40	40	55	180
Sujeto 12	35	30	35	60	160	35	30	40	35	140
Sujeto 13	40	50	40	60	190	55	40	40	60	195
Sujeto 14	15	55	50	60	180	30	55	50	60	195
Sujeto 15	45	40	40	30	155	50	40	40	60	190
Sujeto 16	35	55	30	50	170	35	55	30	60	180
Sujeto 17	35	45	35	50	165	35	30	35	60	160
Sujeto 18	45	55	60	50	210	45	40	50	50	185
Sujeto 19	10	35	45	30	120	40	35	45	30	150
Sujeto 20	35	50	50	50	185	35	50	50	50	185
Sujeto 21	35	45	35	50	165	15	45	35	50	145
Sujeto 22	55	60	30	30	175	30	20	25	30	105
Sujeto 23	30	30	50	45	155	30	35	50	45	160
Sujeto 24	35	50	55	45	185	15	20	55	45	135
Sujeto 25	30	50	30	45	155	30	50	20	45	145
Sujeto 26	45	30	35	50	160	45	30	35	50	160

**Tabla 9 Datos Prueba de salida**

PRUEBA FINAL	Grupo experimental (YO <sub>3</sub> )					Grupo de control (YO <sub>4</sub> )				
	Operatividad	Análisis	Síntesis	Manejo de objetos matemáticos	Total: Calidad del aprendizaje matemático	Operatividad	Análisis	Síntesis	Manejo de objetos matemáticos	Total: Calidad del aprendizaje matemático
Sujeto 01	35	45	55	35	170	30	45	50	30	155

---

Sujeto 02	50	60	60	40	210	40	55	45	30	170
Sujeto 03	30	60	10	25	125	20	55	45	40	160
Sujeto 04	60	30	45	35	170	40	25	35	30	130
Sujeto 05	60	45	50	35	190	60	45	45	35	185
Sujeto 06	50	50	55	25	180	45	45	45	20	155
Sujeto 07	45	45	40	45	175	30	35	25	45	135
Sujeto 08	20	55	45	40	160	55	45	35	10	145
Sujeto 09	35	40	50	50	175	60	30	40	40	170
Sujeto 10	60	45	60	60	225	50	30	60	55	195
Sujeto 11	60	55	45	60	220	40	40	35	45	160
Sujeto 12	40	35	35	60	170	35	25	35	30	125
Sujeto 13	50	60	55	60	225	60	50	35	60	205
Sujeto 14	15	60	60	60	195	30	45	55	60	190
Sujeto 15	50	50	50	40	190	55	40	40	50	185
Sujeto 16	45	60	40	60	205	35	60	25	60	180
Sujeto 17	45	60	35	60	200	35	35	35	60	165
Sujeto 18	50	60	60	60	230	45	55	45	45	190
Sujeto 19	10	40	45	35	130	40	35	45	30	150
Sujeto 20	45	60	60	60	225	35	55	45	45	180
Sujeto 21	35	60	45	60	200	15	40	35	45	135
Sujeto 22	60	55	40	35	190	30	10	30	30	100
Sujeto 23	35	35	60	55	185	30	25	50	45	150
Sujeto 24	40	60	60	45	205	15	45	55	45	160
Sujeto 25	35	60	30	50	175	25	45	20	45	135
Sujeto 26	45	30	35	55	165	45	30	30	45	150

---

## 4.2. Análisis descriptivo

En este apartado presentaremos los análisis de las pruebas inicial y final de los grupos experimentales y de control, mediante tablas de frecuencias, estadísticas e histogramas, así como de forma descriptiva.

### 4.2.1. Grupo experimental prueba Inicial (YO<sub>1</sub>)

#### a) Análisis general

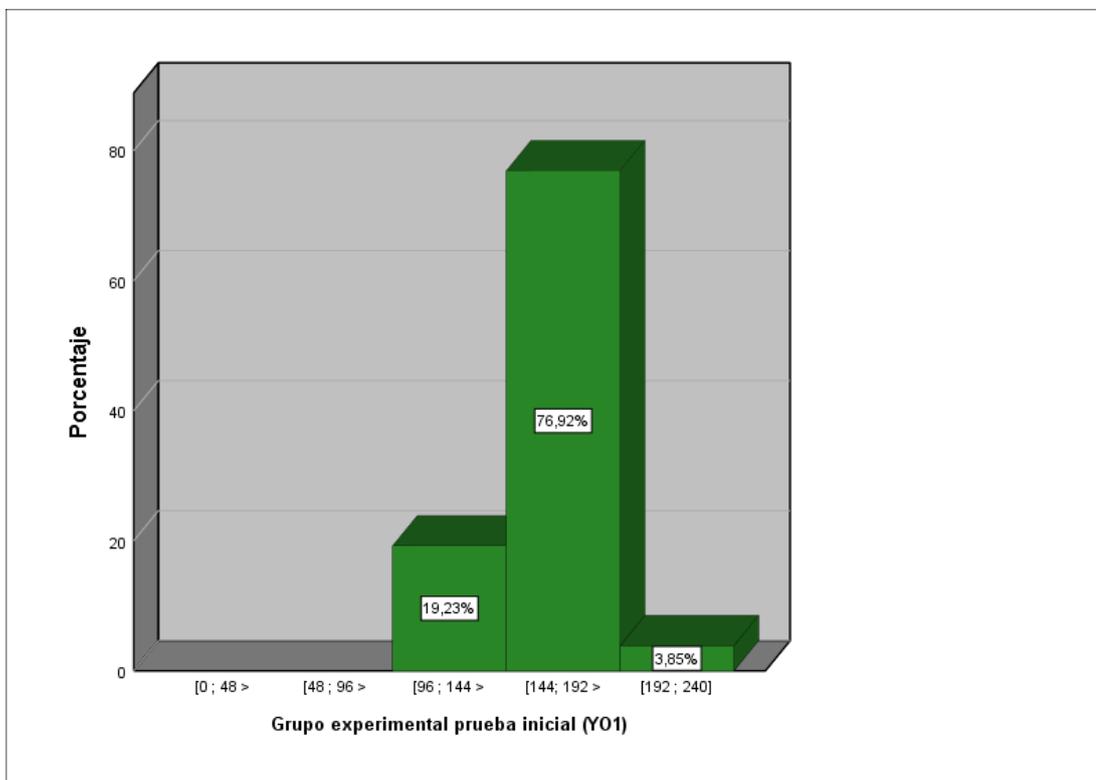
Tabla 10 Frecuencias de grupo experimental Prueba inicial (YO1)

TABLA DE FRECUENCIAS DE GRUPO EXPERIMENTAL PRUEBA INICIAL (YO1)					
	Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	[96 ; 144 >	5	19.2	19.2	19.2
	[144; 192 >	20	76.9	76.9	96.2
	[192 ; 240]	1	3.8	3.8	100.0
	Total	35	100,0	100,0	

Tabla 11 Estadísticos de grupo experimental Prueba inicial (YO1)

ESTADÍSTICOS DE GRUPO EXPERIMENTAL PRUEBA INICIAL (YO1)		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		164.04
Mediana		165.00
Moda		155
Desviación estándar		22.272

Coeficiente de variación		14%
Varianza		496.04
Asimetría		-0.330
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		0.080
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		115.000
Máximo		210
Percentiles	25	153
	50	165.00
	75	181.25



**Gráfico 21 Histograma de la variable grupo experimental Prueba inicial (Y01)**

Observando el histograma de la variable la prueba inicial del del grupo experimental se nota a simple vista que gran parte de los casos se encuentran en el intervalo [144;192> teniendo el 76.92% del total de casos, también se puede ver que la media es de 164.04 con una desviación estándar de 22.272,

esto conlleva a un coeficiente de variación de 14%, esto conlleva a una buena homogeneidad de los datos evaluados. El coeficiente de asimetría es de -0.330 lo que indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis la cual toma un valor de 0.080 indica que la distribución es platocúrtica.

### b) Análisis por dimensiones

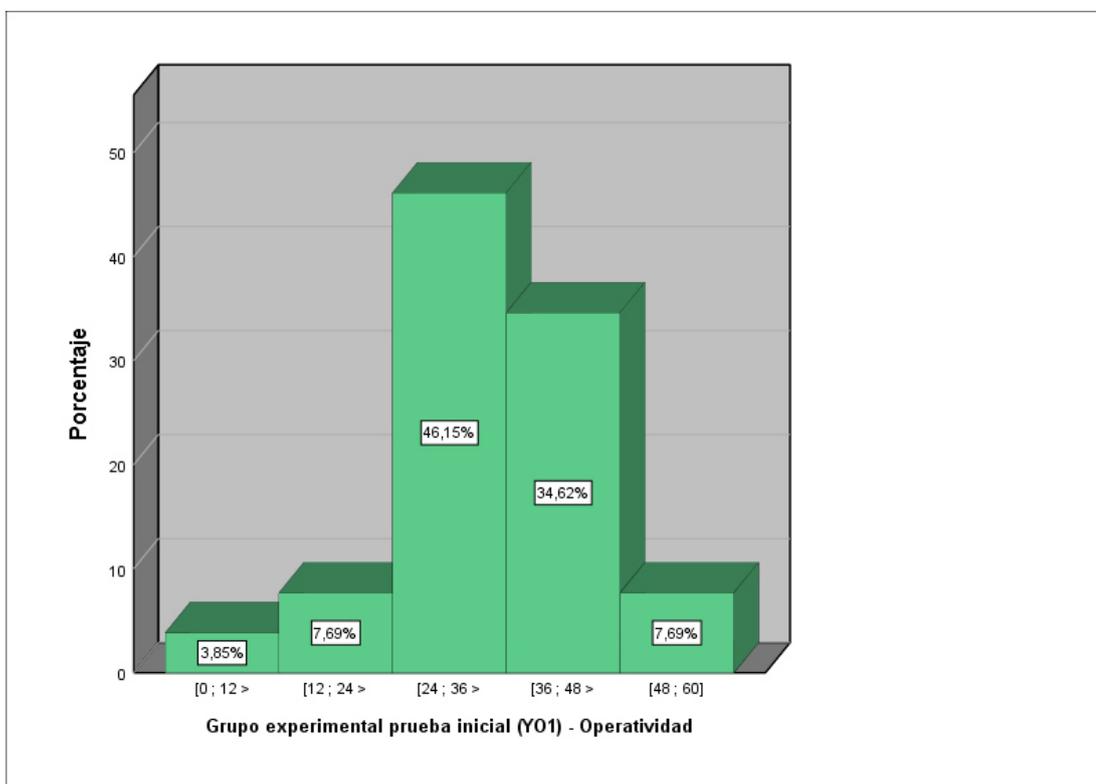
**Tabla 12 Frecuencias de Operatividad**

TABLA DE FRECUENCIAS DEL NIVEL DE OPERATIVIDAD				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[0 ; 12 >	1	3.8	3.8	3.8
[12 ; 24 >	2	7.7	7.7	11.5
[24 ; 36 >	12	46.2	46.2	57.7
[36 ; 48 >	9	34.6	34.6	92.3
[48 ; 60]	2	7.7	7.7	100.0
Total	26	100,0	100,0	

**Tabla 13 Estadísticos de Operatividad**

ESTADÍSTICOS DE OPERATIVIDAD		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		36.35
Mediana		35.00
Moda		35a

Desviación estándar		10.729
Coeficiente de variación		30%
Varianza		115.12
Asimetría		-0.563
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		0.637
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		10.000
Máximo		55
Percentiles	25	30
	50	35.00
	75	45.00



**Gráfico 22 Histograma de Operatividad**

Viendo el histograma de la dimensión la prueba inicial de la dimensión Operatividad del grupo experimental se puede apreciar que gran parte de los casos están en el intervalo [24;36> ya que tiene al 46.15% de frecuencias, así como se puede ver que la media es 36.35, también tiene una desviación estándar de 10.729, por consiguiente, tiene un coeficiente de variación de

30%, esto indica una relativa homogeneidad de los datos. En cuanto al coeficiente de asimetría este es -0.563 lo que indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis que toma un valor de 0.637 indica que la distribución es leptocúrtica.

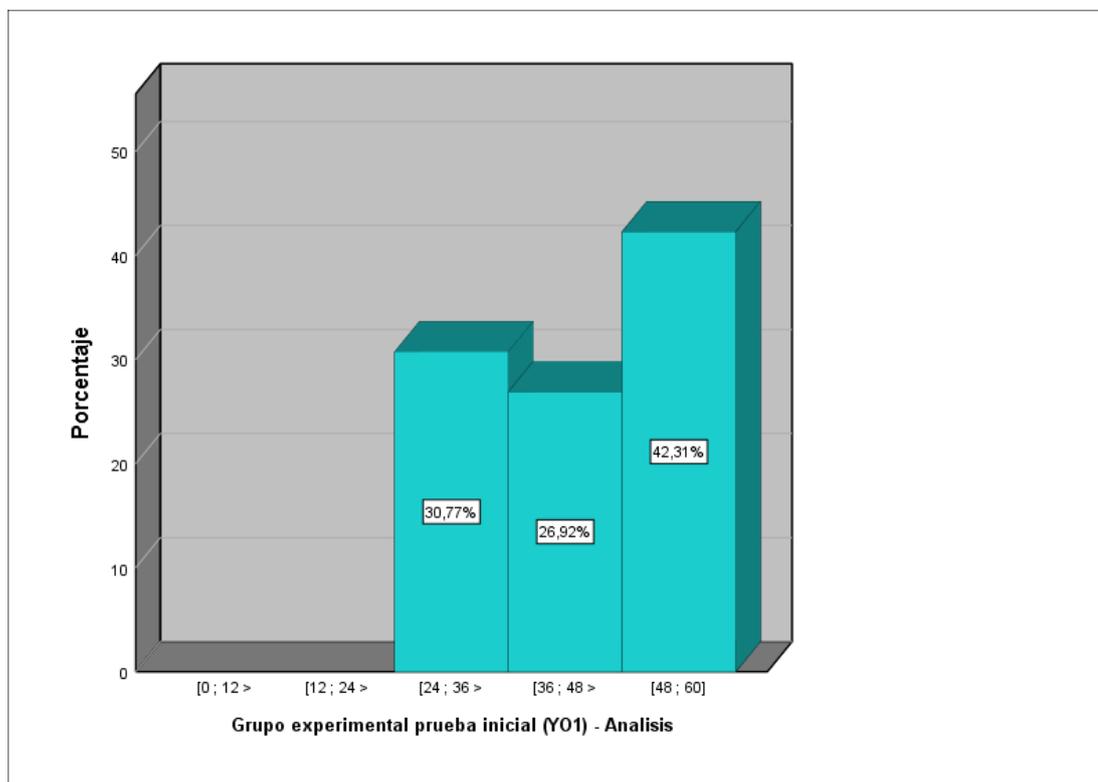
**Tabla 14 Frecuencias de Análisis**

TABLA DE FRECUENCIAS DE ANÁLISIS				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[24 ; 36 >	8	30.8	30.8	30.8
[36 ; 48 >	7	26.9	26.9	57.7
[48 ; 60]	11	42.3	42.3	100.0
Total	26	100,0	100,0	

**Tabla 15 Estadísticos de Análisis**

ESTADÍSTICOS DE ANÁLISIS		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		44.04
Mediana		45.00
Moda		30a
Desviación estándar		9.594
Coeficiente de variación		22%
Varianza		92.04
Asimetría		-0.219
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		-1.246
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		30.000

Máximo		60
Percentiles	25	35
	50	45.00
	75	51.25



**Gráfico 23 Histograma de Análisis**

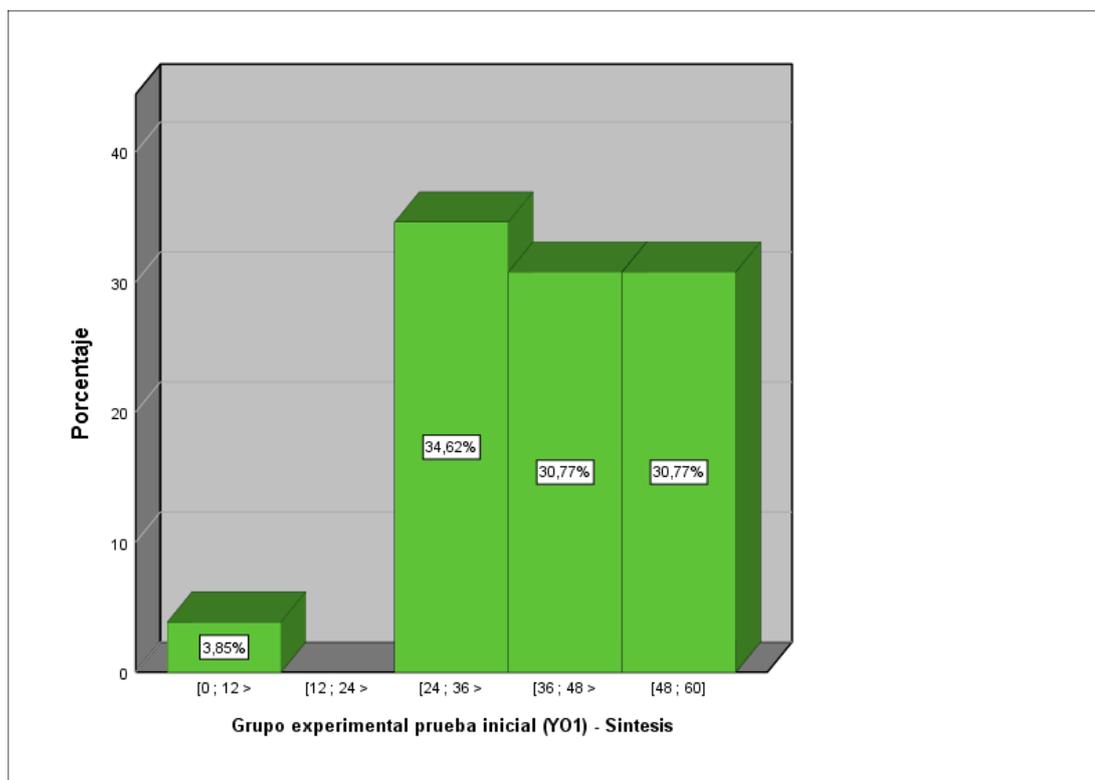
Observando el histograma de la dimensión la prueba inicial de la dimensión Análisis del grupo experimental podemos apreciar que gran parte de los casos se encuentran en el intervalo [48;60] con el 42.31% en ese rango, también se puede ver que la media es de 44.04, también tiene una desviación estándar de 9.594, esto nos lleva a un coeficiente de variación (CV) 22%, esto indica una relativa homogeneidad de los datos. En cuanto al coeficiente de asimetría este es -0.219 lo que indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis que toma un valor de -1.246 indica que la distribución es leptocúrtica.

Tabla 16 Frecuencias de Síntesis

TABLA DE FRECUENCIAS DE SÍNTESIS				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[0 ; 12 >	1	3.8	3.8	3.8
[24 ; 36 >	9	34.6	34.6	38.5
[36 ; 48 >	8	30.8	30.8	69.2
[48 ; 60]	8	30.8	30.8	100.0
Total	26	100,0	100,0	

Tabla 17 Estadísticos de Síntesis

ESTADÍSTICOS DE SÍNTESIS		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		40.77
Mediana		40.00
Moda		35a
Desviación estándar		10.648
Coefficiente de variación		26%
Varianza		113.38
Asimetría		-0.648
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		1.398
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		10.000
Máximo		60
Percentiles	25	35
	50	40.00



**Gráfico 24 Histograma de Síntesis**

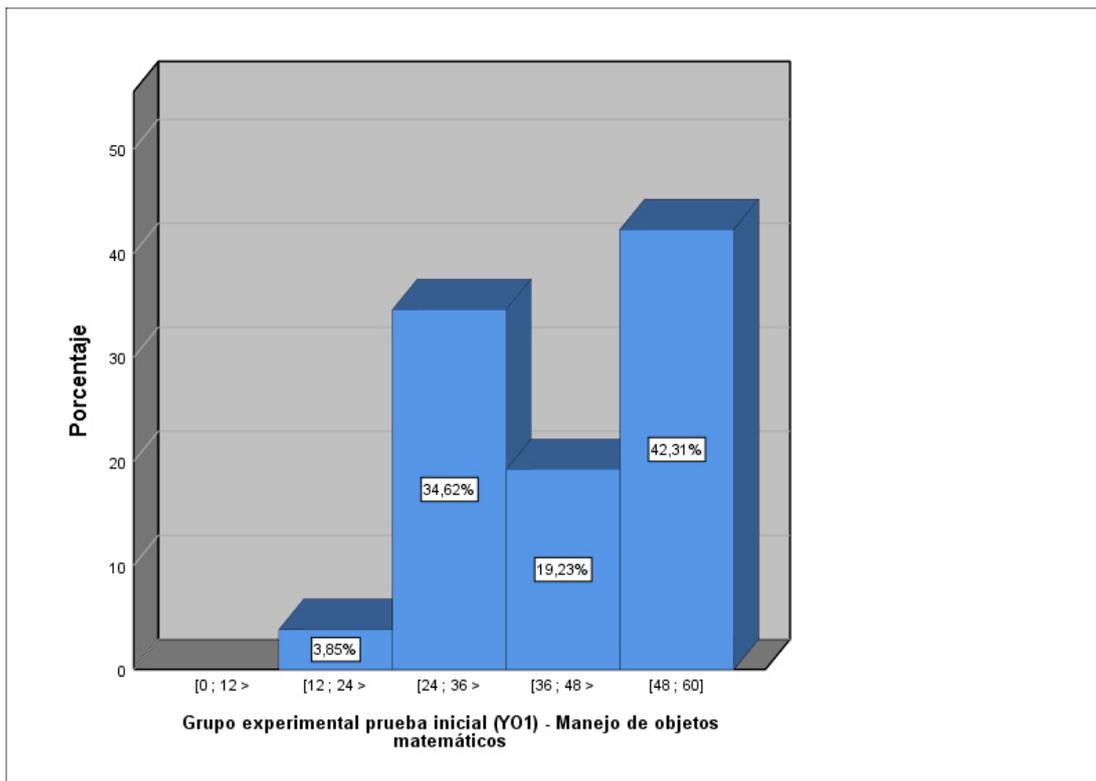
Analizando las frecuencias de la dimensión la prueba inicial de la dimensión Síntesis del grupo experimental podemos notar que gran parte de los casos están en el intervalo [24;36> ya que tiene al 34.62% de casos acumulados aquí, de igual manera se puede apreciar que la media es de 40.77 con una desviación estándar de 10.648, por consiguiente, tiene un coeficiente de variación de 26%, esto denota una relativa homogeneidad de los datos evaluados. El coeficiente de asimetría es de -0.648 el cual indica que la distribución es asimétrica positiva y según la curtosis que toma un valor de 1.398 indica que la distribución es platocúrtica.

Tabla 18 Frecuencias de Manejo de objetos matemáticos

TABLA DE FRECUENCIAS DE MANEJO DE OBJETOS MATEMÁTICOS				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[12 ; 24 >	1	3.8	3.8	3.8
[24 ; 36 >	9	34.6	34.6	38.5
[36 ; 48 >	5	19.2	19.2	57.7
[48 ; 60]	11	42.3	42.3	100.0
Total	26	100,0	100,0	

Tabla 19 Estadísticos de Manejo de objetos matemáticos

ESTADÍSTICOS DE MANEJO DE OBJETOS MATEMÁTICOS		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		42.88
Mediana		45.00
Moda		50
Desviación estándar		11.847
Coeficiente de variación		28%
Varianza		140.35
Asimetría		-0.153
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		-1.056
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		20.000
Máximo		60
Percentiles	25	30
	50	45.00
	75	50.00



**Gráfico 25 Histograma de Manejo de objetos matemáticos**

Analizando las frecuencias de la dimensión la prueba inicial de la dimensión Manejo de objetos matemáticos del grupo experimental se puede apreciar que la mayoría de los casos evaluados son del rango [48;60] teniendo el 42.31% de frecuencias, así como se puede ver que la media es 42.88, también tiene una desviación estándar de 11.847, por consiguiente, tiene un coeficiente de variación de 28%, esto indica una relativa homogeneidad de los datos. En cuanto al coeficiente de asimetría este es -0.153 el cual indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis la cual toma un valor de -1.056 indica que la distribución es leptocúrtica.

4.2.2. Grupo de control prueba inicial (YO<sub>2</sub>)

## a) Análisis general

Tabla 20 Frecuencias de Y Prueba inicial (YO<sub>2</sub>)

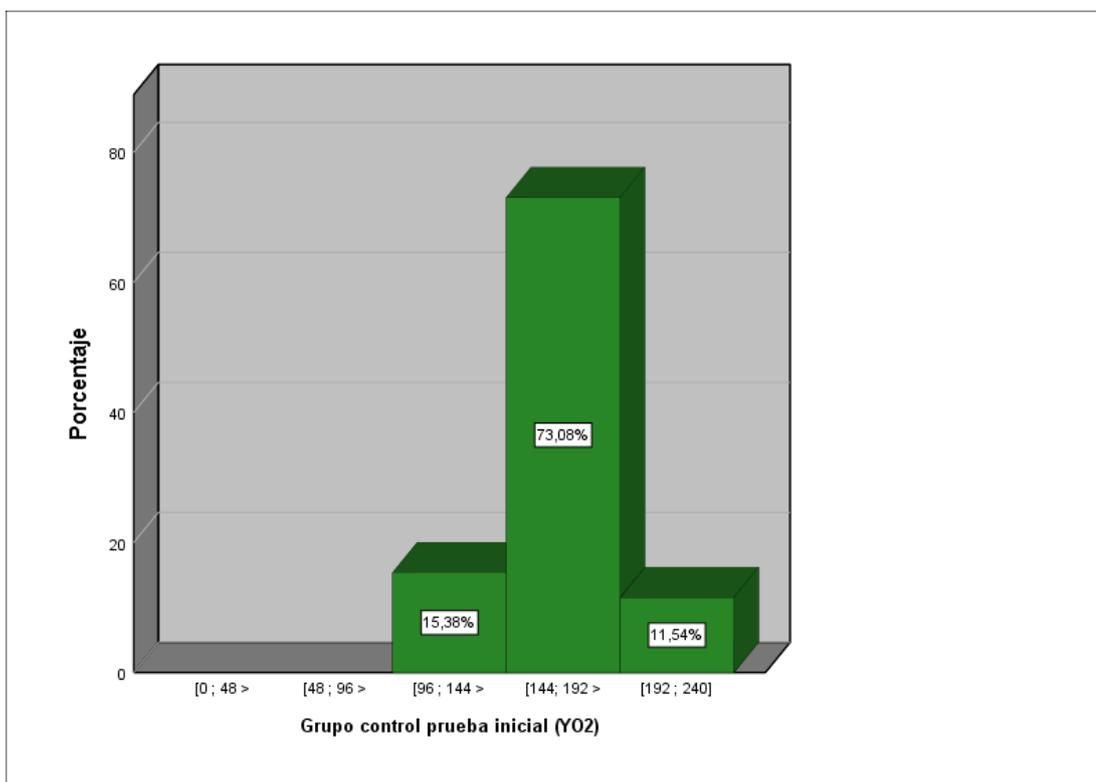
TABLA DE FRECUENCIAS DE GRUPO DE CONTROL PRUEBA INICIAL (YO <sub>2</sub> )					
	Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	[96 ; 144 >	4	15.4	15.4	15.4
	[144; 192 >	19	73.1	73.1	88.5
	[192 ; 240]	3	11.5	11.5	100.0
	Total	26	100,0	100,0	

Tabla 21 Estadísticos de Y Prueba inicial (YO<sub>2</sub>)

ESTADÍSTICOS DE GRUPO DE CONTROL PRUEBA INICIAL (YO <sub>2</sub> )		
N	Válido	Perdidos
	26	0
Media	163.08	
Mediana	160.00	
Moda	160	
Desviación estándar	22.851	
Coefficiente de variación	14%	
Varianza	522.15	
Asimetría	-0.259	
Error estándar de asimetría	0.456	
Curtosis	0.214	
Error estándar de curtosis	0.887	
Mínimo	105.000	
Máximo	205	

Percentiles	25	145
	50	160.00
	75	181.25

---



**Gráfico 26 Histograma de Y Prueba inicial (YO2)**

Analizando las frecuencias de la variable la prueba inicial del del grupo control se nota a simple vista que gran parte de los casos están en el intervalo [144;192> ya que tiene al 73.08% en ese rango, de igual manera se puede apreciar que la media es de 163.08 así también, tiene una desviación estándar de 22.851, por consiguiente, tiene un coeficiente de variación de 14%, esto conlleva a una buena homogeneidad de los datos. El coeficiente de asimetría es de -0.259 lo que indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis la cual toma un valor de 0.214 indica que la distribución es leptocúrtica.

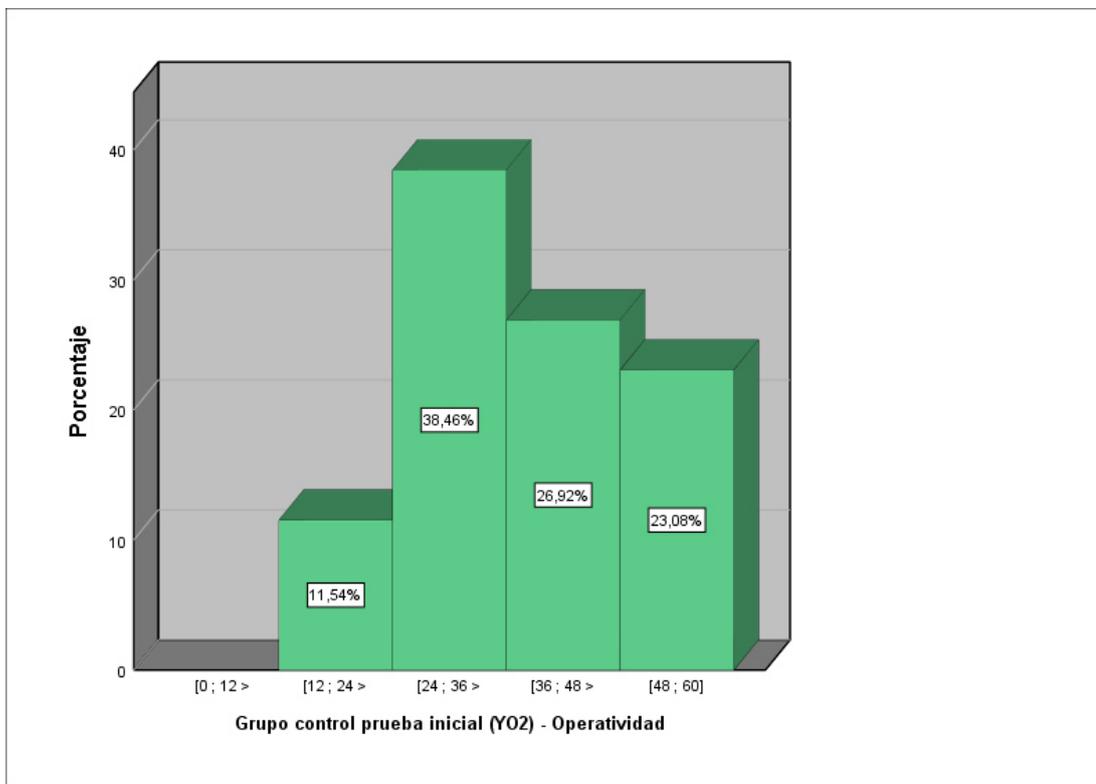
## b) Análisis por dimensiones

Tabla 22 Frecuencias de Operatividad

TABLA DE FRECUENCIAS DE OPERATIVIDAD				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[12 ; 24 >	3	11.5	11.5	11.5
[24 ; 36 >	10	38.5	38.5	50.0
[36 ; 48 >	7	26.9	26.9	76.9
[48 ; 60]	6	23.1	23.1	100.0
Total	26	100,0	100,0	

Tabla 23- Estadísticos de Operatividad

ESTADÍSTICOS DE OPERATIVIDAD		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		39.04
Mediana		37.50
Moda		30a
Desviación estándar		12.571
Coeficiente de variación		32%
Varianza		158.04
Asimetría		-0.124
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		-0.473
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		15.000
Máximo		60
Percentiles	25	30
	50	37.50



**Gráfico 27 Histograma de Operatividad**

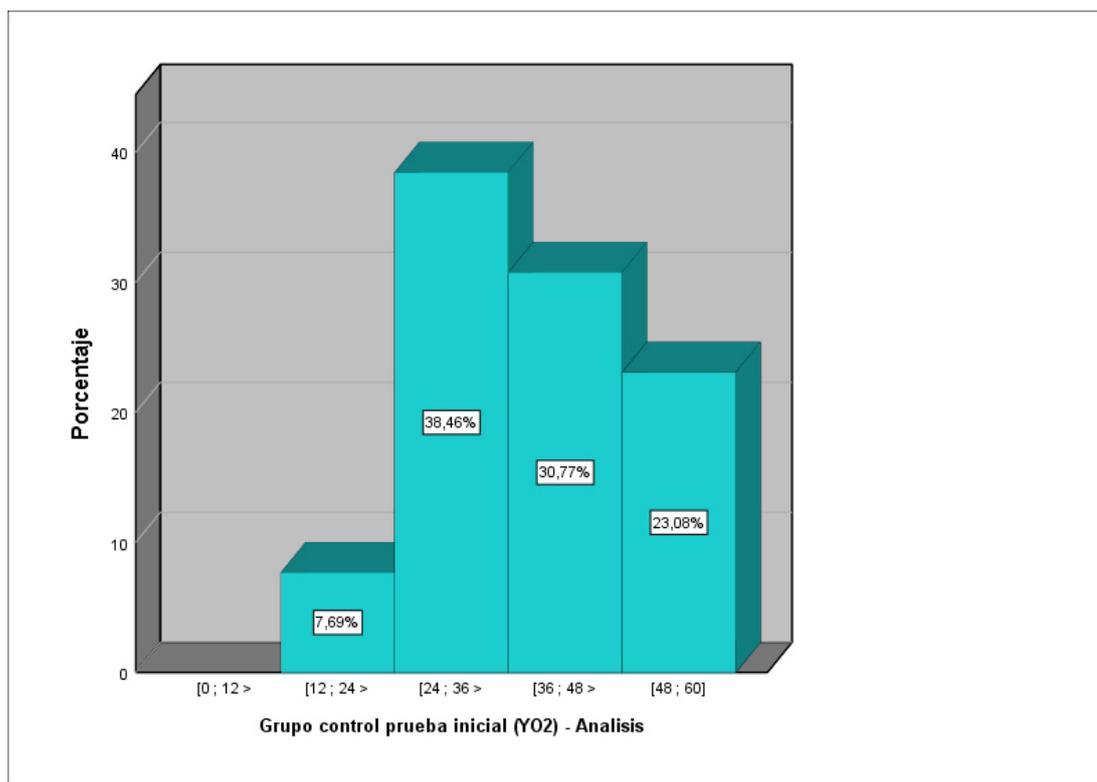
Observando el histograma de la dimensión la prueba inicial de la dimensión Operatividad del grupo control se nota a simple vista que gran parte de los casos se encuentran en el intervalo [24;36> teniendo el 38.46% en dicho rango, de igual manera se puede apreciar que la media es de 39.04 con una desviación estándar de 12.571, esto nos lleva a un coeficiente de variación (CV) 32%, esto indica una relativa homogeneidad de los datos. En cuanto al coeficiente de asimetría este es -0.124 lo que indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis que toma un valor de -0.473 indica que la distribución es leptocúrtica.

Tabla 24 Frecuencias de Análisis

TABLA DE FRECUENCIAS DE ANÁLISIS				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[12 ; 24 >	2	7.7	7.7	7.7
[24 ; 36 >	10	38.5	38.5	46.2
[36 ; 48 >	8	30.8	30.8	76.9
[48 ; 60]	6	23.1	23.1	100.0
Total	26	100,0	100,0	

Tabla 25 Estadísticos de Análisis

ESTADÍSTICOS DE ANÁLISIS		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		39.23
Mediana		40.00
Moda		35
Desviación estándar		10.459
Coeficiente de variación		27%
Varianza		109.38
Asimetría		-0.064
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		-0.744
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		20.000
Máximo		55
Percentiles	25	30
	50	40.00
	75	46.25



**Gráfico 28 Histograma de Análisis**

Viendo el histograma de la dimensión la prueba inicial de la dimensión Análisis del grupo control se nota a simple vista que la mayoría de los casos evaluados se encuentran en el rango de [24;36> con el 38.46% en dicho rango, de igual manera se puede apreciar que la media es de 39.23 con una desviación estándar de 10.459, esto conlleva a un coeficiente de variación de 27%, esto denota una relativa homogeneidad de los datos evaluados. El coeficiente de asimetría es de -0.064 lo que indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis que toma un valor de -0.744 indica que la distribución es leptocúrtica.

**Tabla 26- Frecuencias de Síntesis**

---

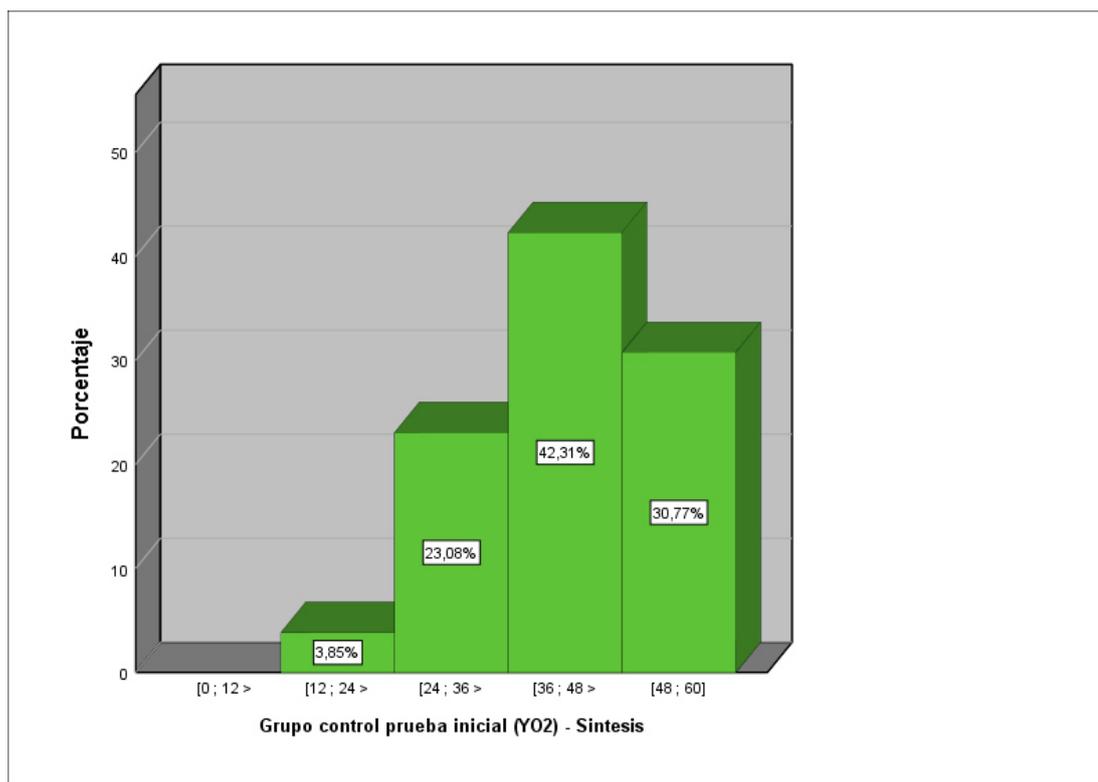
**TABLA DE FRECUENCIAS DE SÍNTESIS**

---

	Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
<b>Válido</b>	[12 ; 24 >	1	3.8	3.8	3.8
	[24 ; 36 >	6	23.1	23.1	26.9
	[36 ; 48 >	11	42.3	42.3	69.2
	[48 ; 60]	8	30.8	30.8	100.0
	Total	26	100,0	100,0	

**Tabla 27 Estadísticos de Síntesis**

<b>ESTADÍSTICOS DE SÍNTESIS</b>		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		41.54
Mediana		40.00
Moda		40
Desviación estándar		8.918
Coeficiente de variación		21%
Varianza		79.54
Asimetría		-0.597
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		0.045
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		20.000
Máximo		55
Percentiles	25	35
	50	40.00
	75	50.00



**Gráfico 29 Histograma de Síntesis**

Observando el histograma de la dimensión la prueba inicial de la dimensión Síntesis del grupo control se puede apreciar que gran parte de los casos se encuentran en el intervalo [36;48> y tiene 42.31% en dicho rango, de igual manera se puede apreciar que la media es de 41.54 con una desviación estándar de 8.918, esto nos lleva a un coeficiente de variación (CV) 21%, esto indica una relativa homogeneidad de los datos evaluados. El coeficiente de asimetría es de -0.597 lo que indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis la cual toma un valor de 0.045 indica que la distribución es leptocúrtica.

Tabla 28 Frecuencias de Manejo de objetos matemáticos

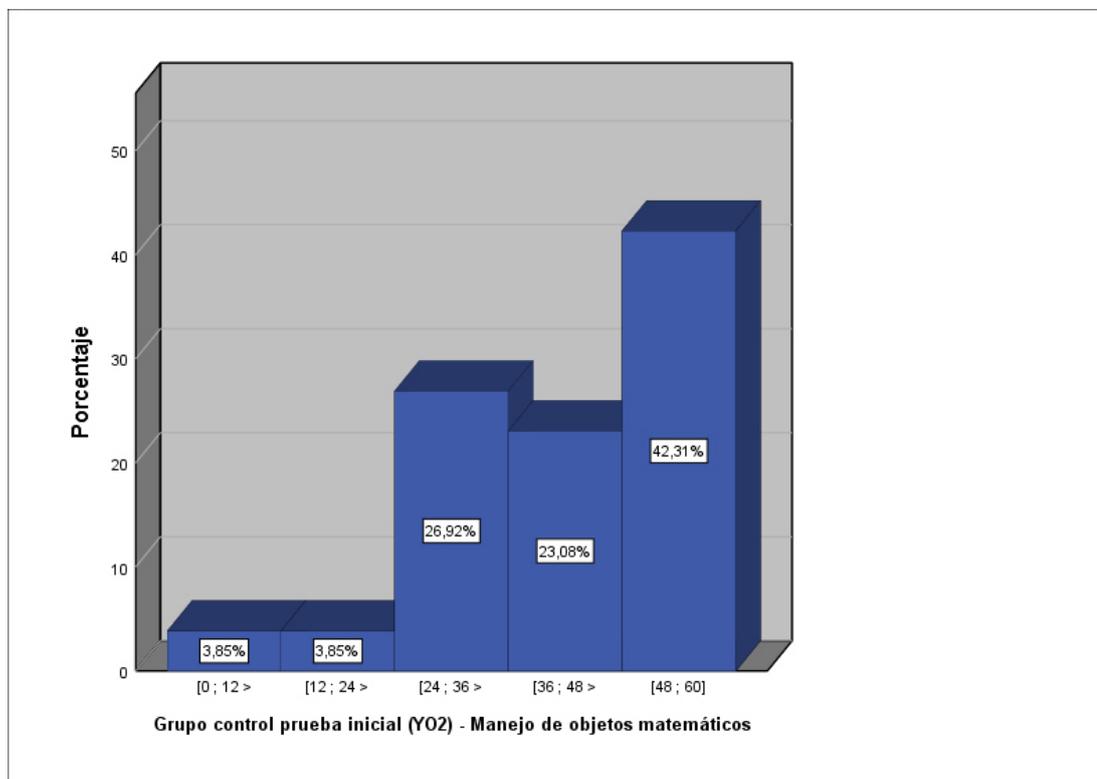
TABLA DE FRECUENCIAS DE MANEJO DE OBJETOS MATEMÁTICOS				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[0 ; 12 >	1	3.8	3.8	3.8
[12 ; 24 >	1	3.8	3.8	7.7
[24 ; 36 >	7	26.9	26.9	34.6
[36 ; 48 >	6	23.1	23.1	57.7
[48 ; 60]	11	42.3	42.3	100.0
Total	26	100,0	100,0	

Tabla 29 Estadísticos de Manejo de objetos matemáticos

ESTADÍSTICOS DE MANEJO DE OBJETOS MATEMÁTICOS		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		43.27
Mediana		45.00
Moda		60
Desviación estándar		13.337
Coeficiente de variación		31%
Varianza		177.88
Asimetría		-0.596
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		-0.030
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		10.000
Máximo		60

Percentiles	25	34
	50	45.00
	75	55.00

---



**Gráfico 30 Histograma de Manejo de objetos matemáticos**

Observando el histograma de la dimensión la prueba inicial de la dimensión Manejo de objetos matemáticos del grupo control podemos notar que gran parte de los casos se encuentran en el intervalo [48;60] ya que tiene al 42.31% en dicho rango, siguiendo con las estadísticas se puede notar que la media es de 43.27 con una desviación estándar de 13.337, esto nos lleva a un coeficiente de variación (CV) 31%, esto denota una relativa homogeneidad de los datos evaluados. En cuanto al coeficiente de asimetría este es -0.596 el cual indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis que toma un valor de -0.030 indica que la distribución es leptocúrtica.

## 4.2.3. Grupo experimental prueba de salida (YO3)

## a) Análisis general

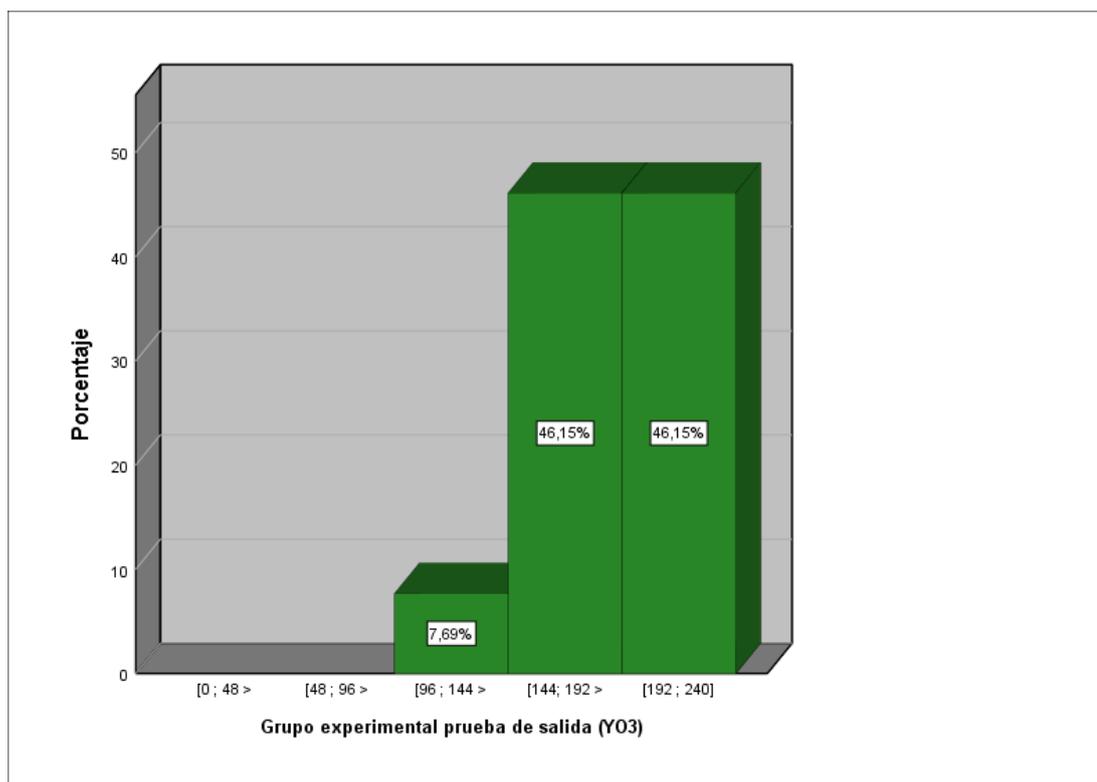
Tabla 30 Frecuencias de grupo experimental – Prueba de salida (YO3)

TABLA DE FRECUENCIAS DE GRUPO EXPERIMENTAL PRUEBA DE SALIDA (YO3)					
	Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	[96 ; 144 >	2	7.7	7.7	7.7
	[144; 192 >	12	46.2	46.2	53.8
	[192 ; 240]	12	46.2	46.2	100.0
	Total	26	100,0	100,0	

Tabla 31 Estadísticos de Y Prueba de salida (YO3)

ESTADÍSTICOS DE GRUPO EXPERIMENTAL PRUEBA DE SALIDA (YO3)		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		188.65
Mediana		190.00
Moda		170a
Desviación estándar		27.406
Coeficiente de variación		15%
Varianza		751.12
Asimetría		-0.532
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		0.146
Error estándar de curtosis		0.887

Mínimo		125.000
Máximo		230
Percentiles	25	170
	50	190.00
	75	206.25



**Gráfico 31 Histograma de Y Prueba de salida (Y03)**

Viendo el histograma de la variable la prueba final del del grupo experimental se nota a simple vista que la misma cantidad de casos se encuentran en el intervalo [144;192> y [192;240] ya que tiene al 46.15% cada una en ese rango, también se puede ver que la media es de 188.65 con una desviación estándar de 27.406, por consiguiente, la variable aquí estaría en el nivel de desarrollo alto. Además, tiene un coeficiente de variación de 15%, esto indica una buena homogeneidad de los datos. El coeficiente de asimetría es de -0.532 el cual indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis que toma un valor de 0.146 indica que la distribución es platocúrtica.

## b) Análisis por dimensiones

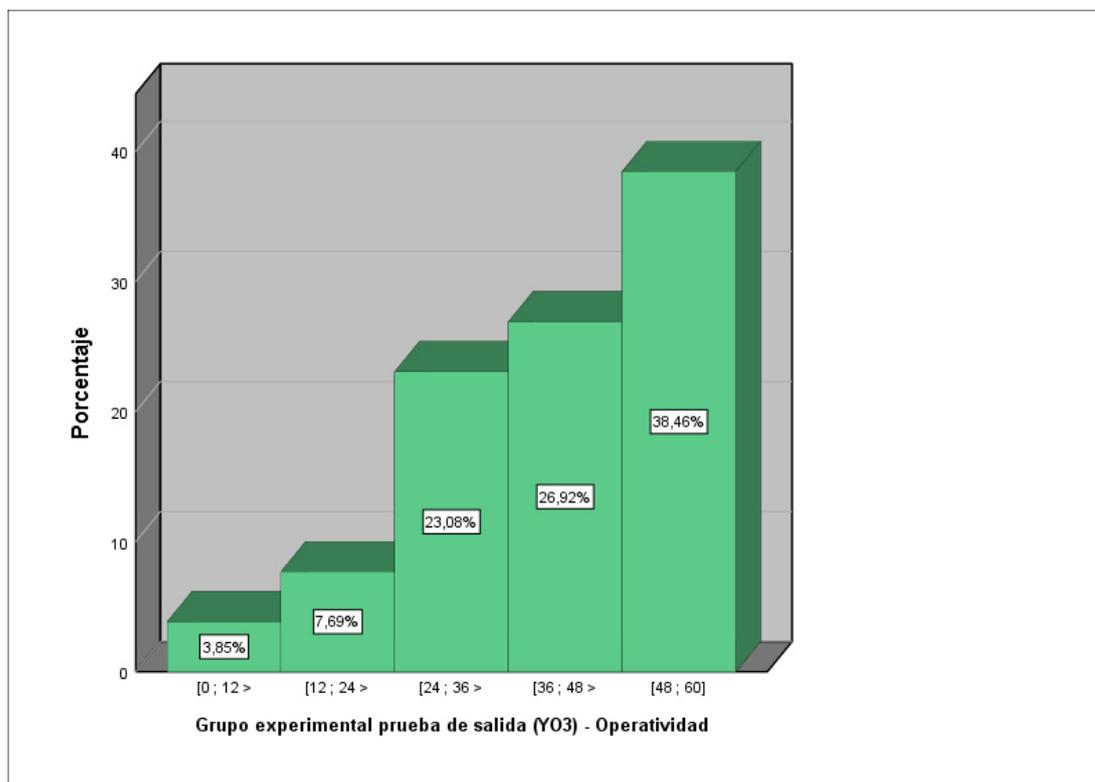
Tabla 32 Frecuencias de Operatividad

TABLA DE FRECUENCIAS DEL NIVEL DE OPERATIVIDAD				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[0 ; 12 >	1	3.8	3.8	3.8
[12 ; 24 >	2	7.7	7.7	11.5
[24 ; 36 >	6	23.1	23.1	34.6
[36 ; 48 >	7	26.9	26.9	61.5
[48 ; 60]	10	38.5	38.5	100.0
Total	26	100,0	100,0	

Tabla 33 Estadísticos de Operatividad

ESTADÍSTICOS DE OPERATIVIDAD		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		42.50
Mediana		45.00
Moda		35a
Desviación estándar		14.634
Coefficiente de variación		34%
Varianza		214.15
Asimetría		-0.303
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		0.520
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		10.000

Máximo		75
Percentiles	25	35
	50	45.00
	75	50.00



**Gráfico 32 Histograma de Operatividad**

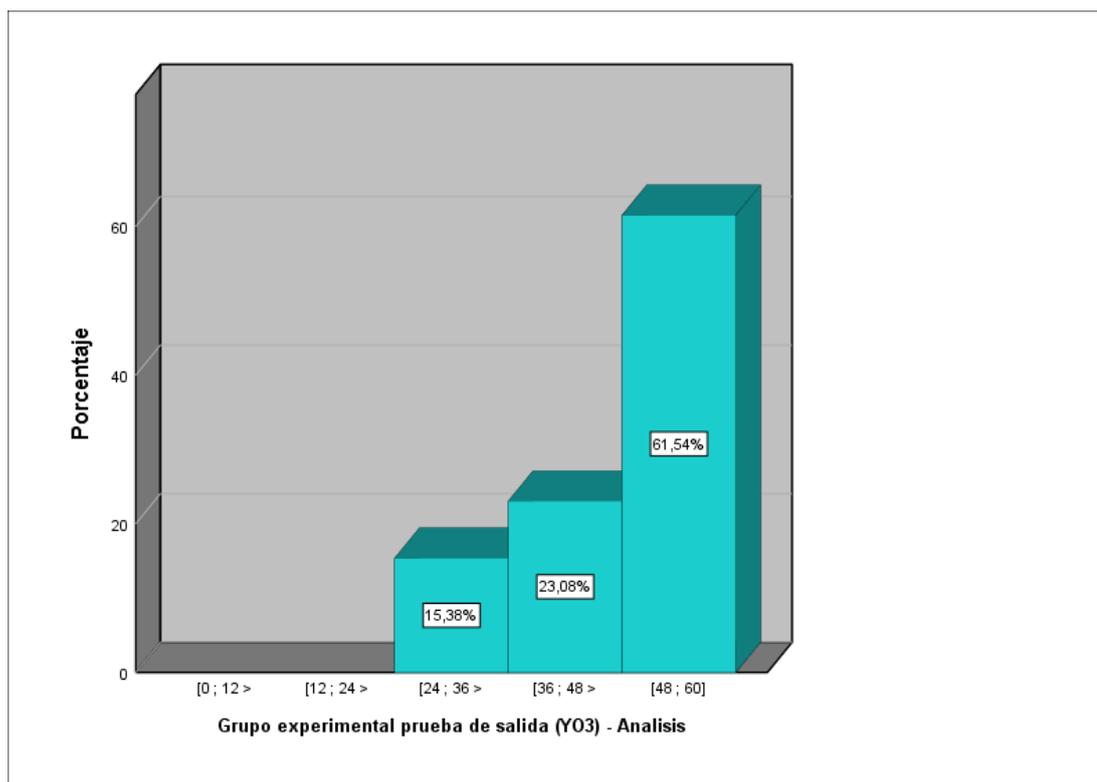
Observando el histograma de la dimensión la prueba final de la dimensión Operatividad del grupo experimental podemos apreciar que la mayoría de los casos evaluados se encuentran en el rango de [48;60] y tiene 38.46% de frecuencias, así como se puede ver que la media es 42.5 con una desviación estándar de 14.634, esto conlleva a un coeficiente de variación de 34%, esto conlleva a una relativa homogeneidad de los datos evaluados. El coeficiente de asimetría es de -0.303 el cual indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis que toma un valor de 0.520 indica que la distribución es leptocúrtica.

Tabla 34 Frecuencias de Análisis

TABLA DE FRECUENCIAS DE ANÁLISIS				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	[24 ; 36 >	4	15.4	15.4
	[36 ; 48 >	6	23.1	38.5
	[48 ; 60]	16	61.5	100.0
Total	26	100,0	100,0	

Tabla 35 Estadísticos de Análisis

ESTADÍSTICOS DE ANÁLISIS		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		50.58
Mediana		55.00
Moda		60
Desviación estándar		10.424
Coeficiente de variación		21%
Varianza		108.65
Asimetría		-0.711
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		-0.841
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		30.000
Máximo		60
Percentiles	25	44
	50	55.00
	75	60.00



**Gráfico 33 Histograma de Análisis**

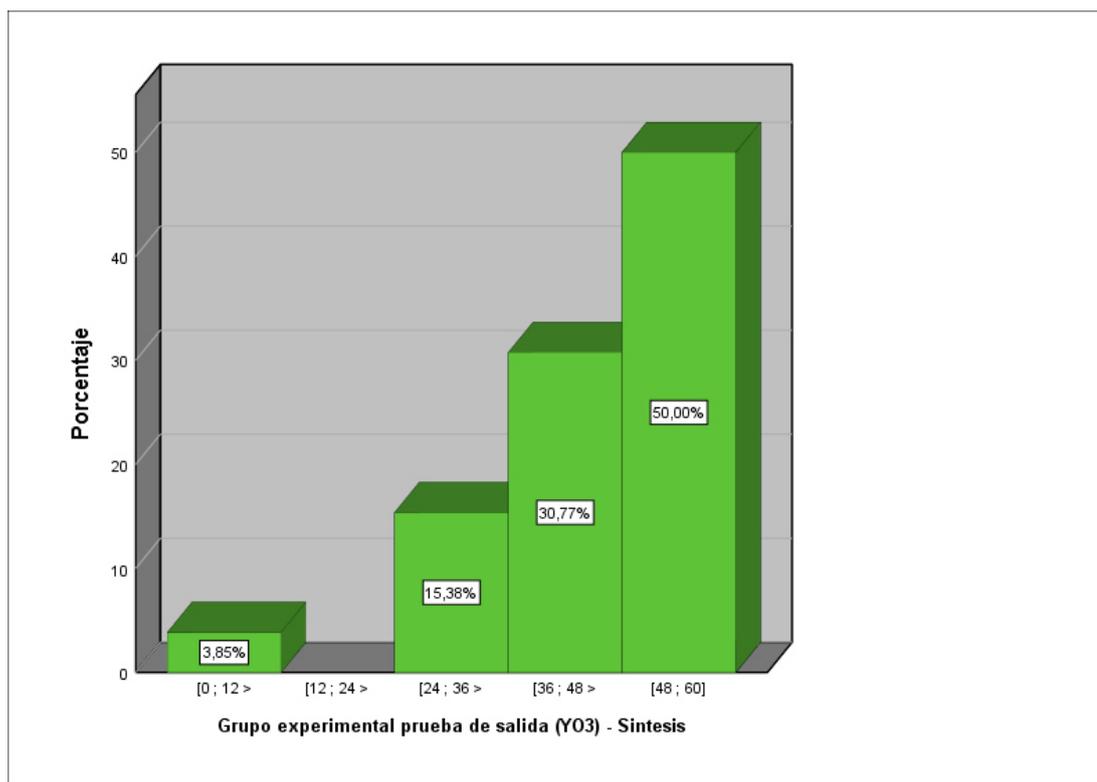
Analizando las frecuencias de la dimensión la prueba final de la dimensión Análisis del grupo experimental podemos apreciar que gran parte de los casos se encuentran en el intervalo [48;60] teniendo el 61.54% del total de casos, siguiendo con las estadísticas se puede notar que la media es de 50.58, también tiene una desviación estándar de 10.424, esto conlleva a un coeficiente de variación de 21%, esto conlleva a una relativa homogeneidad de los datos evaluados. En cuanto al coeficiente de asimetría este es -0.711 lo que indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis que toma un valor de -0.841 indica que la distribución es leptocúrtica.

Tabla 36 Frecuencias de Síntesis

TABLA DE FRECUENCIAS DE SÍNTESIS				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[0 ; 12 >	1	3.8	3.8	3.8
[24 ; 36 >	4	15.4	15.4	19.2
[36 ; 48 >	8	30.8	30.8	50.0
[48 ; 60]	13	50.0	50.0	100.0
Total	26	100,0	100,0	

Tabla 37 Estadísticos de Síntesis

ESTADÍSTICOS DE SÍNTESIS		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		47.12
Mediana		47.50
Moda		60
Desviación estándar		12.097
Coeficiente de variación		26%
Varianza		146.35
Asimetría		-1.128
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		1.973
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		10.000
Máximo		60
Percentiles	25	40
	50	47.50
	75	60.00



**Gráfico 34 Histograma de Síntesis**

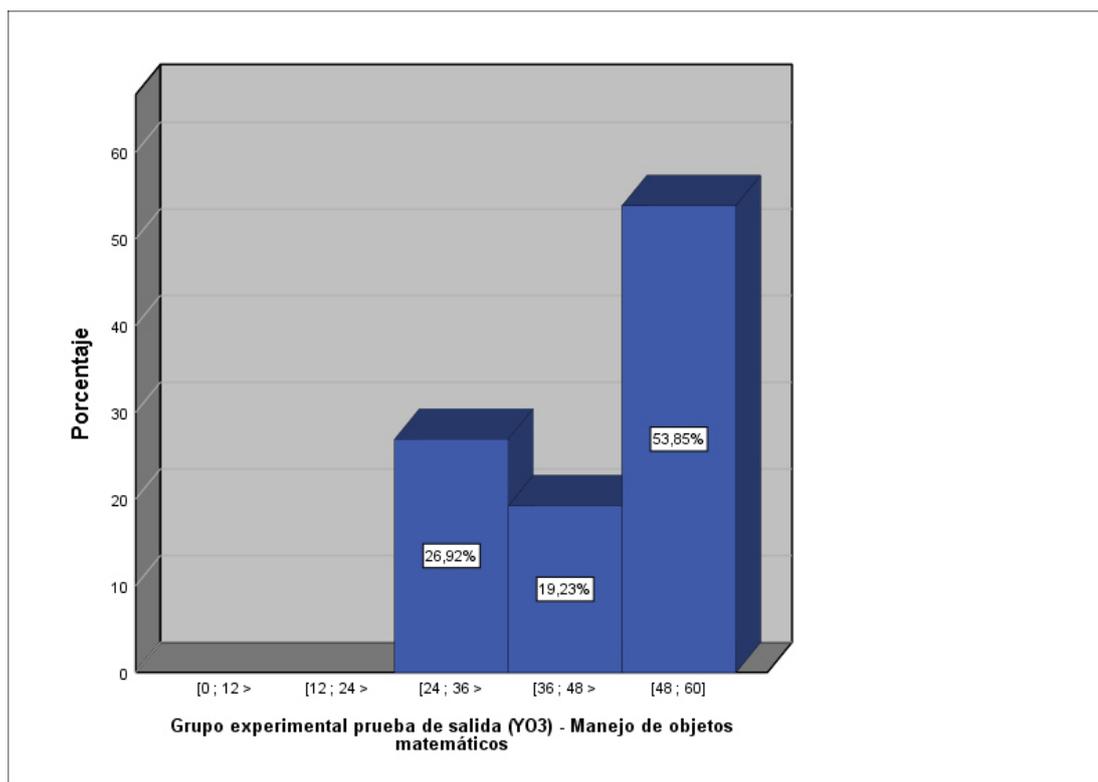
Analizando las frecuencias de la dimensión la prueba final de la dimensión Síntesis del grupo experimental podemos apreciar que gran parte de los casos están en el intervalo [48;60] y tiene 50% de casos acumulados aquí, siguiendo con las estadísticas se puede notar que la media es de 47.12 con una desviación estándar de 12.097, esto nos lleva a un coeficiente de variación (CV) 26%, esto conlleva a una relativa homogeneidad de los datos evaluados. En cuanto al coeficiente de asimetría este es -1.128 el cual indica que la distribución es asimétrica positiva y según la curtosis la cual toma un valor de 1.973 indica que la distribución es platocúrtica.

Tabla 38 Frecuencias de Manejo de objetos matemáticos

TABLA DE FRECUENCIAS DE MANEJO DE OBJETOS MATEMÁTICOS				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[24 ; 36 >	7	26.9	26.9	26.9
[36 ; 48 >	5	19.2	19.2	46.2
[48 ; 60]	14	53.8	53.8	100.0
Total	26	100,0	100,0	

Tabla 39 Estadísticos de Manejo de objetos matemáticos

ESTADÍSTICOS DE MANEJO DE OBJETOS MATEMÁTICOS		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		47.88
Mediana		50.00
Moda		60
Desviación estándar		12.097
Coeficiente de variación		25%
Varianza		146.35
Asimetría		-0.432
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		-1.215
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		25.000
Máximo		60
Percentiles	25	35
	50	50.00
	75	60.00



**Gráfico 35 Histograma de Manejo de objetos matemáticos**

Observando el histograma de la dimensión la prueba final de la dimensión Manejo de objetos matemáticos del grupo experimental podemos apreciar que gran parte de los casos están en el intervalo [48;60] ya que tiene al 53.85% en dicho rango, también se puede ver que la media es de 47.88 con una desviación estándar de 12.097, esto conlleva a un coeficiente de variación de 25%, esto conlleva a una relativa homogeneidad de los datos evaluados. El coeficiente de asimetría es de -0.432 el cual indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis la cual toma un valor de -1.215 indica que la distribución es leptocúrtica.

## 4.2.4. Grupo de control prueba de salida (YO4)

## a) Análisis general

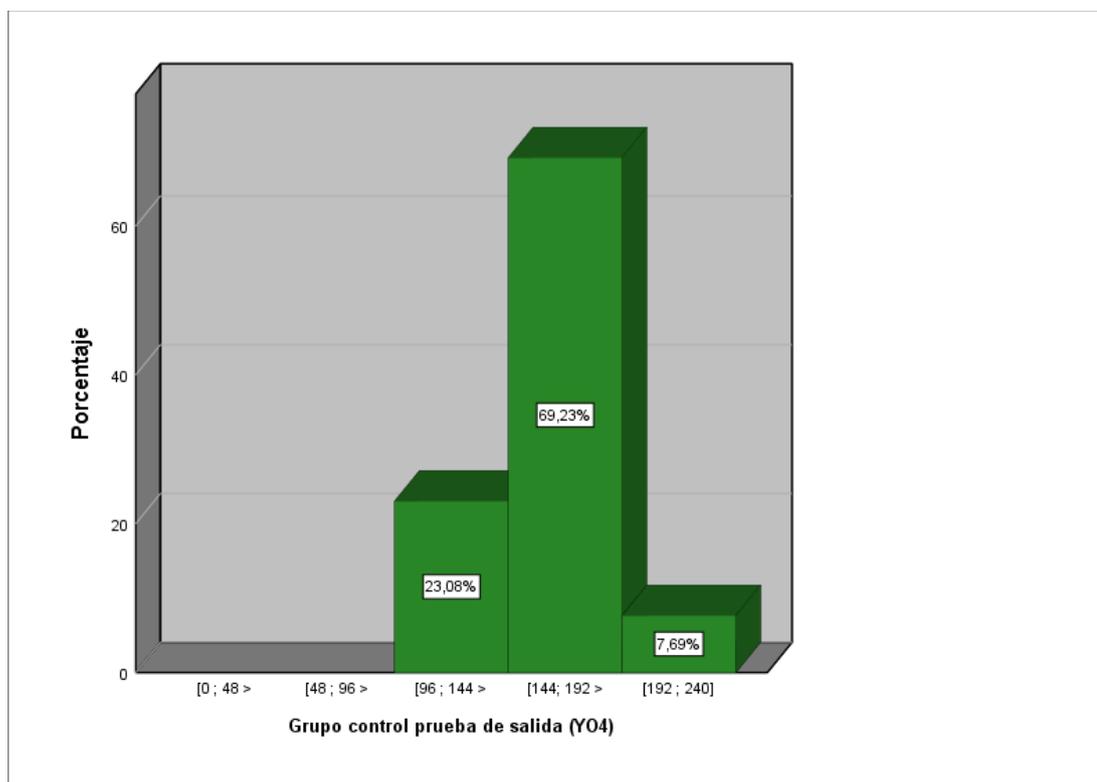
Tabla 40 Frecuencias del grupo de control Prueba de salida (YO4)

TABLA DE FRECUENCIAS DEL GRUPO DE CONTROL PRUEBA DE SALIDA (YO4)					
	Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	[96 ; 144 >	6	23.1	23.1	23.1
	[144; 192 >	18	69.2	69.2	92.3
	[192 ; 240]	2	7.7	7.7	100.0
	Total	26	100,0	100,0	

Tabla 41 Estadísticos de Y Prueba de salida (YO4)

ESTADÍSTICOS DEL GRUPO DE CONTROL PRUEBA DE SALIDA (YO4)		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		160.00
Mediana		160.00
Moda		135a
Desviación estándar		24.900
Coefficiente de variación		16%
Varianza		620.00
Asimetría		-0.286
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		-0.106
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		100.000

Máximo		205
Percentiles	25	143
	50	160.00
	75	181.25



**Gráfico 36 Histograma de Y Prueba de salida (YO4)**

Observando el histograma de la variable la prueba final del del grupo control podemos apreciar que la mayoría de los casos evaluados son del rango [144;192> teniendo el 69.23% en dicho rango, de igual manera se puede apreciar que la media es de 160.00 con una desviación estándar de 24.900, esto nos lleva a un coeficiente de variación (CV) 16%, esto indica una buena homogeneidad de los datos evaluados. El coeficiente de asimetría es de -0.286 el cual indica que la distribución es asimétrica negativa y según la curtosis la cual toma un valor de -0.106 indica que la distribución es leptocúrtica.

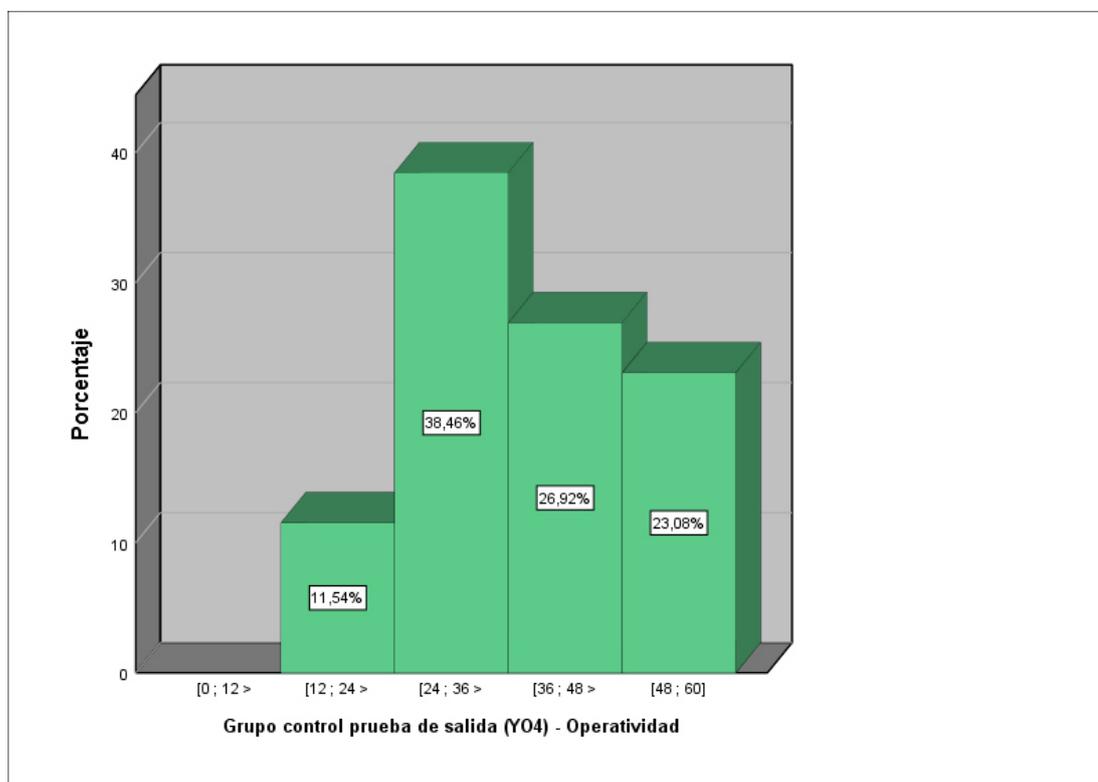
## b) Análisis por dimensiones

Tabla 42 Frecuencias de Operatividad

TABLA DE FRECUENCIAS OPERATIVIDAD				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[12 ; 24 >	3	11.5	11.5	11.5
[24 ; 36 >	10	38.5	38.5	50.0
[36 ; 48 >	7	26.9	26.9	76.9
[48 ; 60]	6	23.1	23.1	100.0
Total	26	100,0	100,0	

Tabla 43 Estadísticos de Operatividad

ESTADÍSTICOS DE OPERATIVIDAD		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		38.46
Mediana		37.50
Moda		30
Desviación estándar		13.021
Coeficiente de variación		34%
Varianza		169.54
Asimetría		0.072
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		-0.566
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		15.000
Máximo		60
Percentiles	25	30
	50	37.50



**Gráfico 37 Histograma de Operatividad**

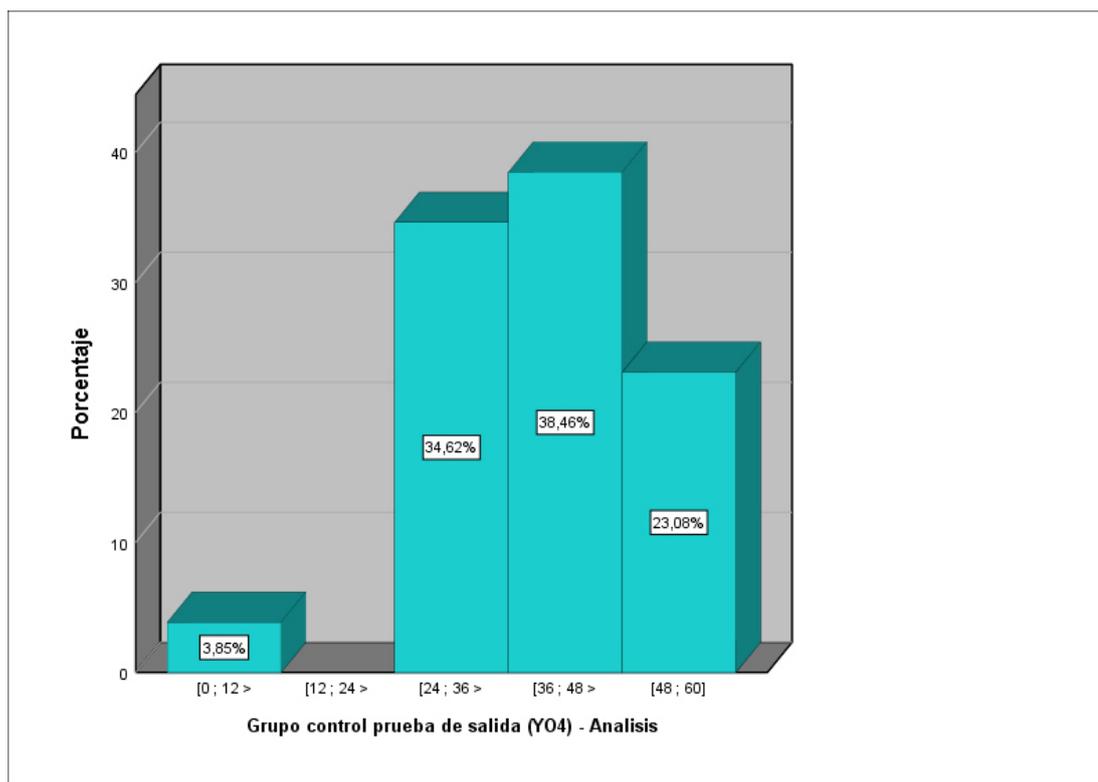
Analizando las frecuencias de la dimensión la prueba final de la dimensión Operatividad del grupo control podemos notar que la mayoría de los casos evaluados se encuentran en el rango de [24;36> y tiene 38.46% del total de casos, siguiendo con las estadísticas se puede notar que la media es de 38.46, también tiene una desviación estándar de 13.021, por lo que indica un coeficiente de variación de 34%, esto indica una buena homogeneidad de los datos evaluados. El coeficiente de asimetría es de 0.072 lo que indica que la distribución es asimétrica positiva y según la curtosis que toma un valor de -0.566 indica que la distribución es platocúrtica.

Tabla 44 Frecuencias de Análisis

TABLA DE FRECUENCIAS DE ANÁLISIS				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[0 ; 12 >	1	3.8	3.8	3.8
[24 ; 36 >	9	34.6	34.6	38.5
[36 ; 48 >	10	38.5	38.5	76.9
[48 ; 60]	6	23.1	23.1	100.0
Total	26	100,0	100,0	

Tabla 45 Estadísticos de Análisis

ESTADÍSTICOS DE ANÁLISIS		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		40.19
Mediana		42.50
Moda		45
Desviación estándar		11.873
Coeficiente de variación		30%
Varianza		140.96
Asimetría		-0.496
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		0.148
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		10.000
Máximo		60
Percentiles	25	30
	50	42.50
	75	46.25



**Gráfico 38 Histograma de Análisis**

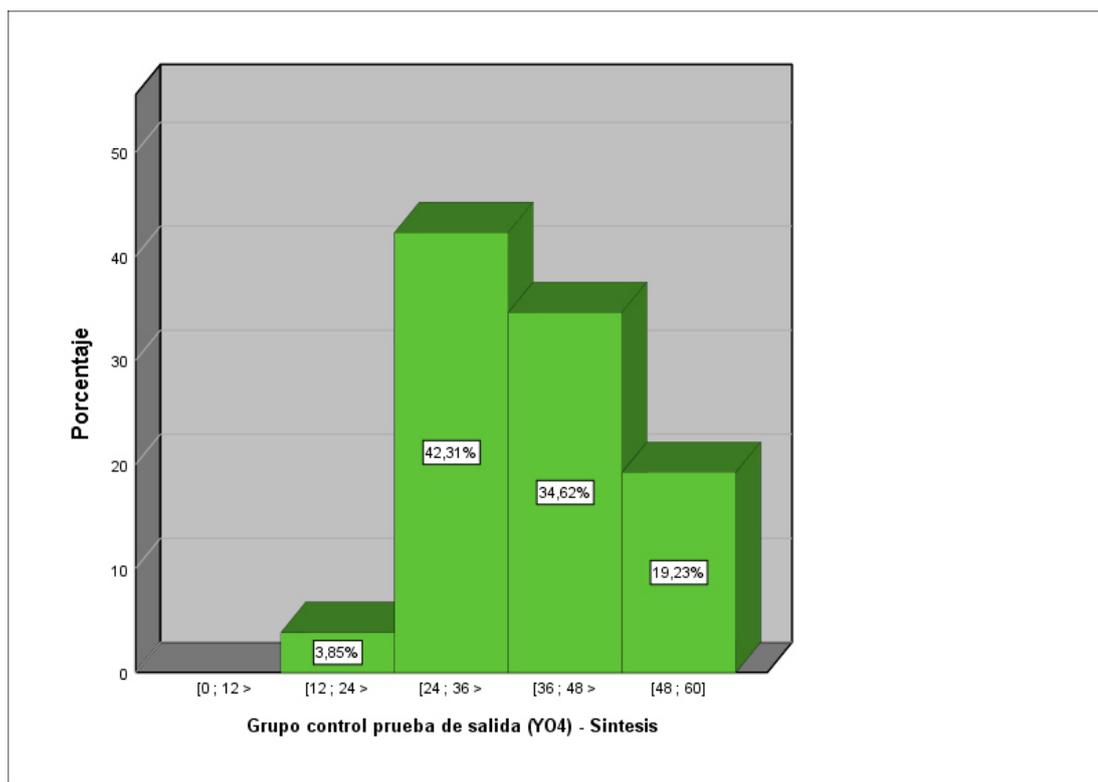
Analizando las frecuencias de la dimensión la prueba final de la dimensión Análisis del grupo control se puede apreciar que gran parte de los casos se encuentran en el intervalo [36;48> y tiene 38.46% de las frecuencias totales, siguiendo con las estadísticas se puede notar que la media es de 40.19 con una desviación estándar de 11.873, esto nos lleva a un coeficiente de variación (CV) 30%, esto indica una relativa homogeneidad de los datos evaluados. El coeficiente de asimetría es de -0.496 lo que indica que la distribución es asimétrica positiva y según la curtosis que toma un valor de 0.148 indica que la distribución es platocúrtica.

Tabla 46 Frecuencias de Síntesis

TABLA DE FRECUENCIAS DE SÍNTESIS				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[12 ; 24 >	1	3.8	3.8	3.8
[24 ; 36 >	11	42.3	42.3	46.2
[36 ; 48 >	9	34.6	34.6	80.8
[48 ; 60]	5	19.2	19.2	100.0
Total	26	100,0	100,0	

Tabla 47 Estadísticos de Síntesis

ESTADÍSTICOS DE SÍNTESIS		
N	Válido	26
	Perdidos	0
Media		40.00
Mediana		40.00
Moda		35a
Desviación estándar		9.899
Coefficiente de variación		25%
Varianza		98.00
Asimetría		0.000
Error estándar de asimetría		0.456
Curtosis		-0.371
Error estándar de curtosis		0.887
Mínimo		20.000
Máximo		60
Percentiles	25	35
	50	40.00
	75	45.00



**Gráfico 39 Histograma de Síntesis**

Analizando las frecuencias de la dimensión la prueba final de la dimensión Síntesis del grupo control se nota a simple vista que la mayoría de los casos evaluados son del rango [24;36> con el 42.31% en ese rango, así como se puede ver que la media es 40.00 así también, tiene una desviación estándar de 9.899, por consiguiente, tiene un coeficiente de variación de 25%, esto conlleva a una relativa homogeneidad de los datos evaluados. En cuanto al coeficiente de asimetría este es 0.000 lo que indica que la distribución es asimétrica nula y según la curtosis la cual toma un valor de -0.371 indica que la distribución es platocúrtica.

Tabla 48 Frecuencias de Manejo de objetos matemáticos

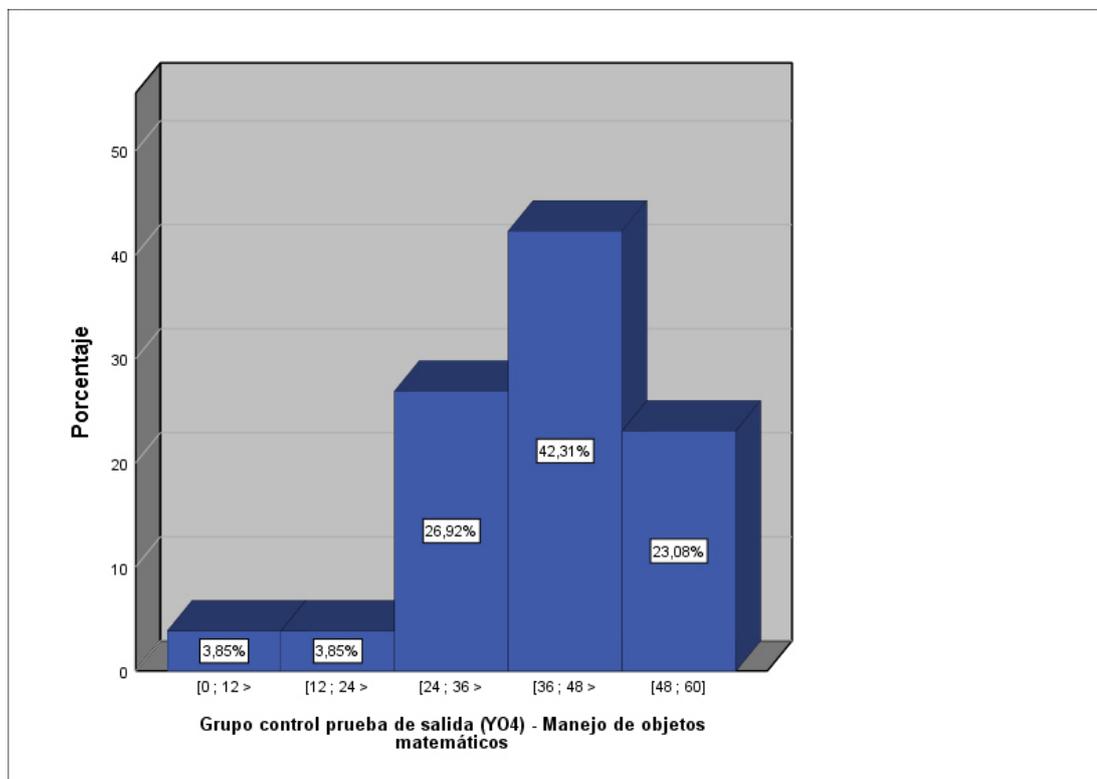
TABLA DE FRECUENCIAS DE MANEJO DE OBJETOS MATEMÁTICOS				
Frecuencias	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
[0 ; 12 >	1	3.8	3.8	3.8
[12 ; 24 >	1	3.8	3.8	7.7
[24 ; 36 >	7	26.9	26.9	34.6
[36 ; 48 >	11	42.3	42.3	76.9
[48 ; 60]	6	23.1	23.1	100.0
Total	26	100,0	100,0	

Tabla 49 Estadísticos de Manejo de objetos matemáticos

ESTADÍSTICOS DE MANEJO DE OBJETOS MATEMÁTICOS		
N	Válido	Perdidos
	26	0
Media	41.35	
Mediana	45.00	
Moda	45	
Desviación estándar	12.693	
Coeficiente de variación	31%	
Varianza	161.12	
Asimetría	-0.423	
Error estándar de asimetría	0.456	
Curtosis	0.132	
Error estándar de curtosis	0.887	
Mínimo	10.000	
Máximo	60	

Percentiles	25	30
	50	45.00
	75	46.25

---



**Gráfico 40 Histograma de Manejo de objetos matemáticos**

Analizando las frecuencias de la dimensión la prueba final de la dimensión Manejo de objetos matemáticos del grupo control podemos apreciar que gran parte de los casos están en el intervalo [36;48> ya que tiene al 42.31% en ese rango, siguiendo con las estadísticas se puede notar que la media es de 41.35 con una desviación estándar de 12.693, por lo que indica un coeficiente de variación de 31%, esto denota una relativa homogeneidad de los datos. El coeficiente de asimetría es de -0.423 el cual indica que la distribución es asimétrica positiva y según la curtosis la cual toma un valor de 0.132 indica que la distribución es platocúrtica.

### 4.3. Proceso de prueba de hipótesis

#### 4.3.1. Comprobación de la hipótesis general

Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la calidad del aprendizaje matemático por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

#### a) Prueba de normalidad

Para poder realizar la prueba de las muestras independientes es necesario hacer la prueba de normalidad para las dos pruebas tanto de Prueba inicial como de Prueba de salida.

*Tabla 50 Prueba de normalidad general*

"Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra"			
		Prueba inicial	Prueba de salida
N		52	52
Parámetros normales	Media	163.5577	174.3269
	Desviación estándar	22.34613	29.68840
Máximas diferencias extremas	Absoluta	0.096	0.061
	Positivo	0.082	0.061
	Negativo	-0.096	-0.057
Estadístico de prueba		0.096	0.061
Sig. asintótica (bilateral)		,200 <sup>c,d</sup>	,200 <sup>c,d</sup>

Se puede apreciar en la tabla anterior que ambos coeficientes de significancia son menores que 0.5 por lo tanto se dice que la distribución no es normal y por lo tanto para la prueba de hipótesis se hará por medio de la V-Witnes

## b) Prueba de hipótesis

- **Hipótesis Nula ( $H_0$ )**

“No existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la calidad del aprendizaje matemático por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019”.

- **Hipótesis alterna ( $H_a$ )**

“Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la calidad del aprendizaje matemático por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019”.

Para aceptar o rechazar una de las hipótesis se hace el análisis no paramétrico para variables relacionadas de prueba de hipótesis que se presenta a continuación:

Regla teórica para toma de decisión es: Si el Valor  $p \geq 0.05$  se acepta la Hipótesis nula ( $H_0$ ). Si el Valor  $p < 0.05$  se acepta la Hipótesis alternativa ( $H_a$ ).

**Tabla 51 Prueba de hipótesis**

<b>“Estadísticos de prueba<sup>a</sup>”</b>	
	Habilidades sociales Prueba inicial
	Habilidades sociales Prueba de salida
Z	-3,739 <sup>b</sup>
Sig. asintótica (bilateral)	0.000

---

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

b. Se basa en rangos negativos”.

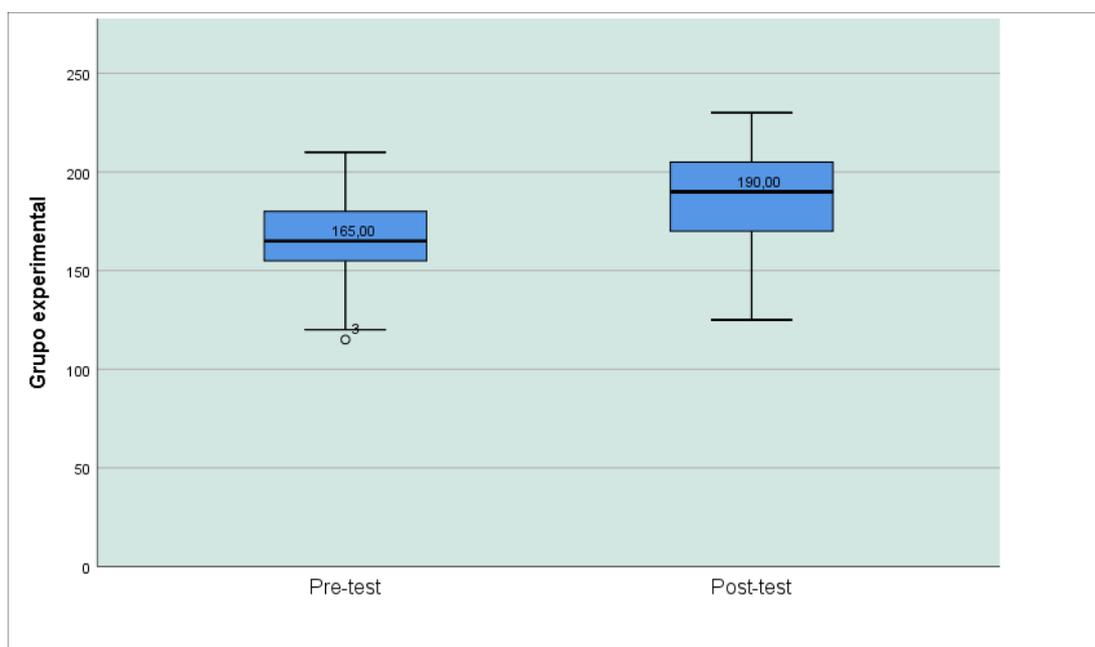
---

Se obtuvieron los siguientes resultados:

VALOR- P < VALOR X

0.0 < 0.05

H<sub>a</sub> = Se acepta



**Gráfico 41 Grafico de cajas**

Como se tiene el  $p=0 < 0.05$  entonces se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna indicado que existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la calidad del aprendizaje matemático por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019. Nuestro gráfico de cajas muestra que la media de las habilidades sociales se ha incrementado luego del experimento indicando una mejora significativa y directa en la variable.

Al hacer el análisis no paramétrico para variables no relacionadas el resultado es ratificado.

**Tabla 52 Análisis de rangos**

<b>“Rangos</b>				
	Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos
Clima organizacional Prueba inicial	Grupo Control	26	26.90	699.50
	Grupo Experimental	26	26.10	678.50
	Total	52		
Clima organizacional Prueba de salida	Grupo Control	26	33.92	882.00
	Grupo Experimental	26	19.08	496.00
	Total	52		

**Tabla 53 Prueba con variables no relacionadas**

<b>“Estadísticos de prueba</b>		
	Clima organizacional Prueba inicial	Clima organizacional Prueba de salida
U de Mann-Whitney	327.500	145.000
W de Wilcoxon	678.500	496.000
Z	-0.193	-3.538
Sig. asintótica (bilateral)	0.847	0.000

a. Variable de agrupación: Grupo  
b. No corregido para empates”.

Al comparar los parámetros de ambos resultados tanto de Prueba inicial y la Prueba de salida se observa que existe diferencias significativas tanto en los rangos al comparar el grupo control como grupo experimental, indicado que se acepta la hipótesis alterna.

### 4.3.2. Comprobación de la hipótesis específicas

#### 4.3.2.1. Prueba de hipótesis específica 1

##### a) Hipótesis específica 01

Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la Operatividad por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

##### b) Prueba de normalidad.

Para poder realizar la prueba de las muestras independientes es necesario hacer la prueba de normalidad para las dos pruebas tanto de Prueba inicial como de Prueba de salida.

**Tabla 54 Prueba de normalidad H1**

<b>“Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra</b>			
		Operatividad Prueba inicial	Operatividad Prueba de salida
N		52	52
		37.6923	40.7692
Parámetros normales <sup>a,b</sup>	Desviación estándar	11.65103	13.91094
Máximas diferencias extremas	Absoluta	0.139	0.089
	Positivo	0.130	0.084
	Negativo	-0.139	-0.089
Estadístico de prueba		0.139	0.089
Sig. asintótica (bilateral)		,013 <sup>c</sup>	,200 <sup>c,d</sup>

a. La distribución de prueba es normal.

b. Se calcula a partir de datos.

c. Corrección de significación de Lilliefors.

d. Esto es un límite inferior de la significación verdadera”.

---

Como se puede observar en la tabla anterior ambos coeficientes de significancia (0.031 y 0.200) son menores que 0.5 por lo tanto se dice que la distribución no es normal y por lo tanto para la prueba de hipótesis se hará por medio de la V-Witnes.

### **c) Prueba de hipótesis**

- **Hipótesis Nula ( $H_0$ )**

“No existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la Operatividad por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019”..

- **Hipótesis alterna ( $H_a$ )**

“Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la Operatividad por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019”.

Para aceptar o rechazar una de las hipótesis se hace el análisis no paramétrico para variables relacionadas de prueba de hipótesis que se presenta a continuación:

Regla teórica para toma de decisión es: Si el Valor  $p \geq 0.05$  se acepta la Hipótesis nula ( $H_0$ ). Si el Valor  $p < 0.05$  se acepta la Hipótesis alternativa ( $H_a$ ).

**Tabla 55 Prueba de H1**

<b>“Estadísticos de prueba”</b>	
	Operatividad Prueba de salida Operatividad Prueba inicial
Z	-3,423 <sup>b</sup>
Sig. asintótica (bilateral)	0.001

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

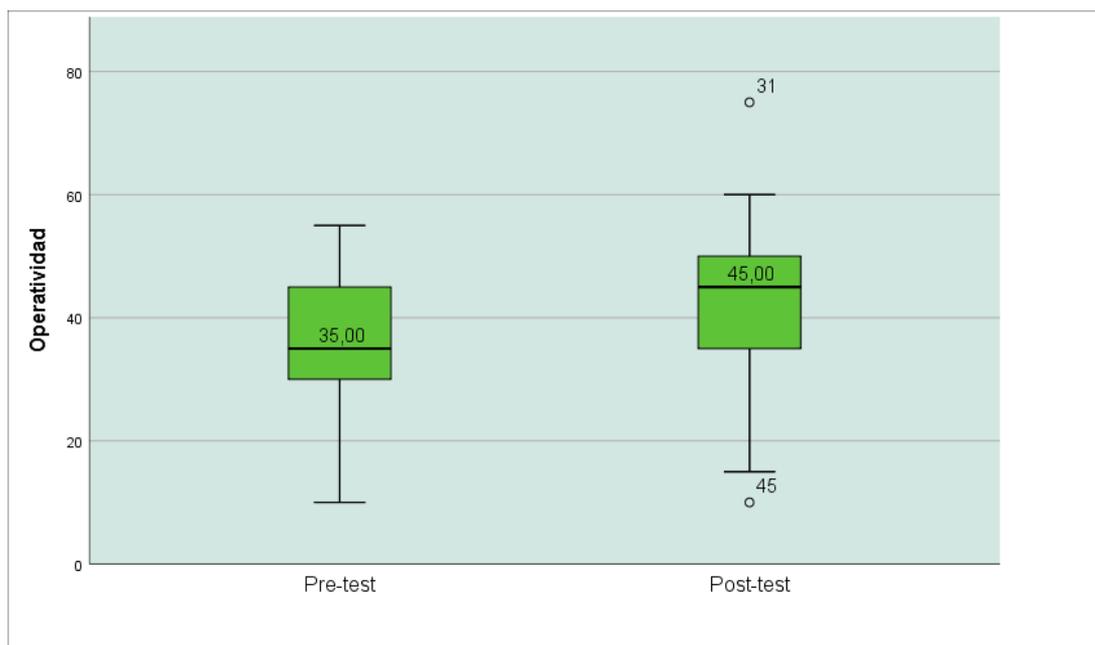
b. Se basa en rangos negativos”.

Se obtuvieron los siguientes resultados:

VALOR- P < VALOR X

0.001 < 0.05

H<sub>a</sub> = Se acepta



**Gráfico 42 Grafico de cajas H1**

Como se tiene el  $p=0.001 < 0.05$  entonces se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna indicado que existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la Operatividad por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad

Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019. El gráfico de cajas muestra que la media de la dimensión Operatividad de las habilidades sociales se ha incrementado luego del experimento indicando un desarrollo significativo de la dimensión.

Al hacer el análisis no paramétrico para variables no relacionadas el resultado es ratificado.

**Tabla 56 Análisis de rangos H1**

“Rangos				
	Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos
Clima organizacional Prueba inicial	Grupo Control	26	25.04	651.00
	Grupo Experimental	26	27.96	727.00
	Total	52		
Clima organizacional Prueba de salida	Grupo Control	26	29.42	765.00
	Grupo Experimental	26	23.58	613.00
	Total	52”		

**Tabla 57 Estadísticos de prueba**

“Estadísticos de prueba <sup>a</sup>		
	Análisis Prueba inicial	Análisis Prueba de salida
U de Mann-Whitney	300.000	262.000
W de Wilcoxon	651.000	613.000
Z	-0.707	-1.402
Sig. asintótica (bilateral)	0.479	0.161

a. Variable de agrupación: Grupo  
b. No corregido para empates”.

Al comparar los parámetros de ambos resultados tanto de Prueba inicial y la Prueba de salida se observa que existe diferencias significativas tanto en los

rangos al comparar el grupo control con el grupo experimental, indicado que se acepta la hipótesis alterna.

#### 4.3.2.2. Prueba de hipótesis específica 2

##### a) Hipótesis específica 02

Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo del Análisis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

##### b) Prueba de normalidad.

Para poder realizar la prueba de las muestras independientes es necesario hacer la prueba de normalidad para las dos pruebas tanto de Prueba inicial como de Prueba de salida.

**Tabla 58 Prueba de normalidad H2**

<b>“Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra</b>			
		<b>Análisis Prueba inicial</b>	<b>Análisis Prueba de salida</b>
N		52	52
	Media	41.6346	45.3846
Parámetros normales <sup>a,b</sup>	Desviación estándar	10.22881	12.24129
	Absoluta	0.129	0.149
Máximas diferencias extremas	Positivo	0.126	0.116
	Negativo	-0.129	-0.149
Estadístico de prueba		0,193	0.129
Sig. asintótica (bilateral)		,000 <sup>c</sup>	,031 <sup>c</sup>

a. La distribución de prueba es normal.  
b. Se calcula a partir de datos.  
c. Corrección de significación de Lilliefors”.

Como se puede observar en la tabla anterior ambos coeficientes de significancia (0.00 y 0.031) son menores que 0.5 por lo tanto se dice que la distribución no es normal y por lo tanto para la prueba de hipótesis se hará por medio de la V-Witnes

### c) Prueba de hipótesis

- **Hipótesis Nula ( $H_0$ )**

No existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo del Análisis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

- **Hipótesis alterna ( $H_a$ )**

Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo del Análisis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

Para aceptar o rechazar una de las hipótesis se hace el análisis no paramétrico para variables relacionadas de prueba de hipótesis que se presenta a continuación:

Regla teórica para toma de decisión es: Si el Valor  $p \geq 0.05$  se acepta la Hipótesis nula ( $H_0$ ). Si el Valor  $p < 0.05$  se acepta la Hipótesis alternativa ( $H_a$ ).

**Tabla 59 Prueba de H2**

<b>“Estadísticos de prueba”<sup>a</sup></b>
Análisis Prueba de salida
Análisis Prueba inicial

Z	-3,142 <sup>b</sup>
Sig. asintótica (bilateral)	0.002

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

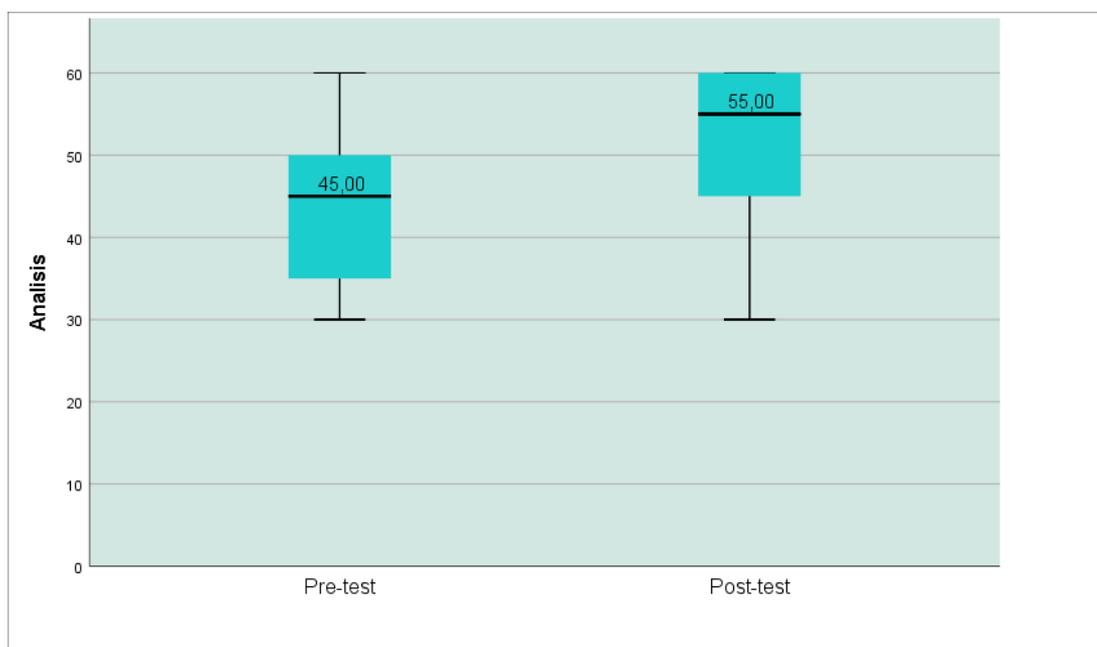
b. Se basa en rangos negativos”.

Se obtuvieron los siguientes resultados:

VALOR- P < VALOR X

0.002 < 0.05

H<sub>a</sub> = Se acepta



**Gráfico 43 Grafico de cajas H2**

Como se tiene el  $p=0.002 < 0.05$  entonces se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna indicado que existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo del Análisis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019. El gráfico anterior de cajas muestra que la media de la dimensión Análisis de las habilidades sociales se ha

incrementado luego del experimento indicando un desarrollo significativo de la dimensión.

Al hacer el análisis no paramétrico para variables no relacionadas el resultado es ratificado.

**Tabla 60 Análisis de rangos H2**

<b>“Rangos</b>				
	Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos
Análisis Prueba inicial	Grupo Control	26	29.75	773.50
	Grupo Experimental	26	23.25	604.50
	Total	52		
Análisis Prueba de salida	Grupo Control	26	33.02	858.50
	Grupo Experimental	26	19.98	519.50
	Total	52”		

**Tabla 61 Prueba con variables no relacionadas H2**

<b>“Estadísticos de prueba<sup>a</sup></b>		
	Análisis Prueba inicial	Análisis Prueba de salida
U de Mann-Whitney	253.500	168.500
W de Wilcoxon	604.500	519.500
Z	-1.564	-3.145
Sig. asintótica (bilateral)	0.118	0.002

a. Variable de agrupación: Grupo  
b. No corregido para empates”.

Al comparar los parámetros de ambos resultados tanto de Prueba inicial y la Prueba de salida se observa que existe diferencias significativas tanto en los rangos al comparar el grupo control como grupo experimental, indicado que se acepta la hipótesis alterna.

### 4.3.2.3. Prueba de hipótesis específica 3

#### a) Hipótesis específica 03

“Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la Síntesis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019”.

#### b) Prueba de normalidad.

Para poder realizar la prueba de las muestras independientes es necesario hacer la prueba de normalidad para las dos pruebas tanto de Prueba inicial como de Prueba de salida.

**Tabla 62 Prueba de normalidad H3**

<b>“Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra</b>			
		Síntesis Prueba inicial	Síntesis Prueba de salida
N		52	52
		41.1538	43.5577
Parámetros normales <sup>a,b</sup>	Desviación estándar	9.73247	11.51881
Máximas diferencias extremas	Absoluta	0.126	0.127
	Positivo	0.105	0.104
	Negativo	-0.126	-0.127
Estadístico de prueba		0,078	0.126
Sig. asintótica (bilateral)		,200 <sup>c,d</sup>	,038 <sup>c</sup>

a. La distribución de prueba es normal.  
b. Se calcula a partir de datos.  
c. Corrección de significación de Lilliefors.  
d. Esto es un límite inferior de la significación verdadera”.

Como se puede observar en la tabla anterior ambos coeficientes de significancia son menores que 0.5 por lo tanto se dice que la distribución no es normal y por lo tanto para la prueba de hipótesis se hará por medio de la V-Witnes

### c) Prueba de hipótesis

- **Hipótesis Nula ( $H_0$ )**

No existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la Síntesis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

- **Hipótesis alterna ( $H_a$ )**

Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la Síntesis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

Para aceptar o rechazar una de las hipótesis se hace el análisis no paramétrico para variables relacionadas de prueba de hipótesis que se presenta a continuación:

Regla teórica para toma de decisión es: Si el Valor  $p \geq 0.05$  se acepta la Hipótesis nula ( $H_0$ ). Si el Valor  $p < 0.05$  se acepta la Hipótesis alternativa ( $H_a$ ).

**Tabla 63 Prueba de H3**

“Estadísticos de prueba <sup>a</sup> ”	
	Síntesis Prueba de salida
	Síntesis Prueba inicial
Z	-3,048 <sup>b</sup>

Sig. asintótica (bilateral)	0.002
--------------------------------	-------

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

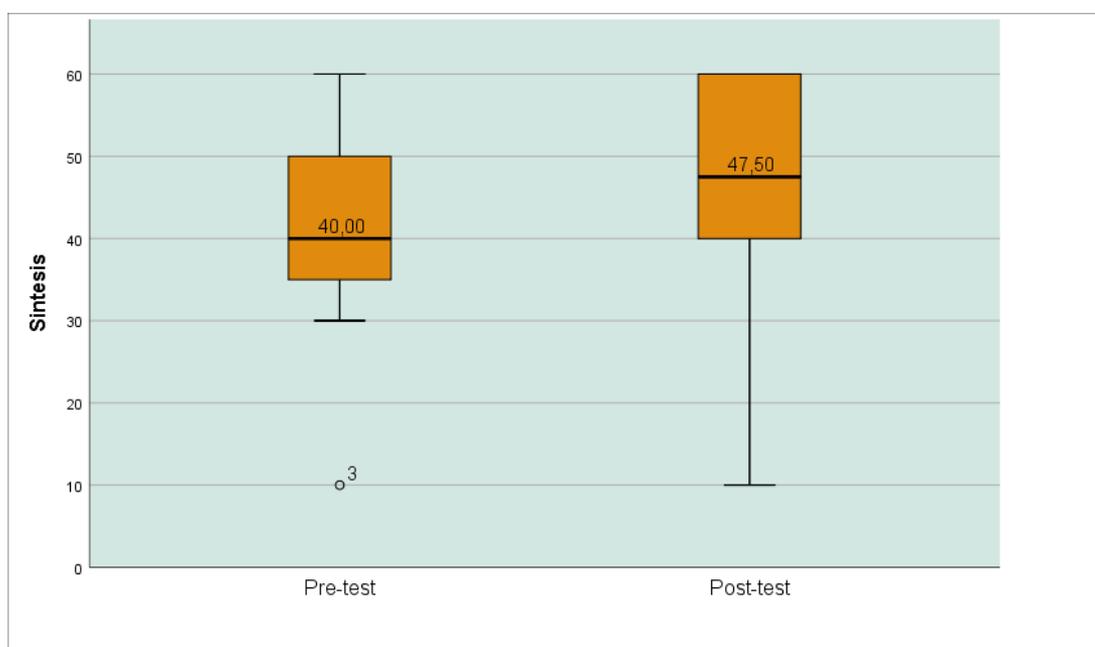
b. Se basa en rangos negativos”.

Se obtuvieron los siguientes resultados:

VALOR- P < VALOR X

0.002 < 0.05

H<sub>a</sub> = Se acepta



**Gráfico 44 Grafico de cajas H3**

Como se tiene el  $p=0.002 < 0.05$  entonces se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna indicado que existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la Síntesis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019. El gráfico de cajas muestra que la media de la dimensión Síntesis de las habilidades sociales se ha incrementado luego del experimento indicando un desarrollo significativo de la dimensión.

Al hacer el análisis no paramétrico para variables no relacionadas el resultado es ratificado.

*Tabla 64 Análisis de rangos H3*

<b>“Rangos</b>				
	Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos
Síntesis Prueba inicial	Grupo Control	26	25.85	672.00
	Grupo Experimental	26	27.15	706.00
	Total	52		
Síntesis Prueba de salida	Grupo Control	26	31.67	823.50
	Grupo Experimental	26	21.33	554.50
	Total	52”		

**Tabla 65 Prueba con variables no relacionadas H3**

<b>“Estadísticos de prueba<sup>a</sup></b>		
	Síntesis Prueba inicial	Síntesis Prueba de salida
U de Mann-Whitney	321.000	203.500
W de Wilcoxon	672.000	554.500
Z	-0.316	-2.494
Sig. asintótica (bilateral)	0.752	0.013

a. Variable de agrupación: Grupo  
b. No corregido para empates.

Al comparar los parámetros de ambos resultados tanto de Prueba inicial y la Prueba de salida se observa que existe diferencias significativas tanto en los rangos al comparar el grupo control como grupo experimental, indicado que se acepta la hipótesis alterna.

#### 4.3.2.4. Prueba de hipótesis específica 4

##### a) Hipótesis específica 04

“Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo del manejo de objetos matemáticos por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019”.

##### b) Prueba de normalidad.

“Para poder realizar la prueba de las muestras independientes es necesario hacer la prueba de normalidad para las dos pruebas tanto de Prueba inicial como de Prueba de salida”.

**Tabla 66 Prueba de normalidad H3**

<b>“Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra</b>			
		Manejo de objetos matemáticos Prueba inicial	Manejo de objetos matemáticos Prueba de salida
N		52	52
Parámetros normales <sup>a,b</sup>	Media	43.0769	44.6154
	Desviación estándar	12.49132	12.71274
Máximas diferencias extremas	Absoluta	0.138	0.156
	Positivo	0.106	0.113
	Negativo	-0.138	-0.156
Estadístico de prueba		0,125	0.138
Sig. asintótica (bilateral)		,003 <sup>c</sup>	,015 <sup>c</sup>

a. La distribución de prueba es normal.  
b. Se calcula a partir de datos.  
c. Corrección de significación de Lilliefors”.

Como se puede observar en la tabla anterior ambos coeficientes de significancia (0.003 y 0.15 respectivamente) son menores que 0.5 por lo tanto se dice que la distribución no es normal y por lo tanto para la prueba de hipótesis se hará por medio de la V-Witnes.

### **c) Prueba de hipótesis**

- **Hipótesis Nula ( $H_0$ )**

“No existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo del manejo de objetos matemáticos por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019”.

- **Hipótesis alterna ( $H_a$ )**

“Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo del manejo de objetos matemáticos por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019”.

Para aceptar o rechazar una de las hipótesis se hace el análisis no paramétrico para variables relacionadas de prueba de hipótesis que se presenta a continuación:

Regla teórica para toma de decisión es: Si el Valor  $p \geq 0.05$  se acepta la Hipótesis nula ( $H_0$ ). Si el Valor  $p < 0.05$  se acepta la Hipótesis alternativa ( $H_a$ ).

Tabla 67 Prueba de H4

Estadísticos de prueba <sup>a</sup>	
	“Manejo de objetos matemáticos Prueba de salida Manejo de objetos matemáticos Prueba inicial
Z	-2,144 <sup>b</sup>
Sig. asintótica (bilateral)	0.032

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

b. Se basa en rangos negativos”.

Se obtuvieron los siguientes resultados:

VALOR- P < VALOR X

0.032 < 0.05

H<sub>a</sub> = Se acepta

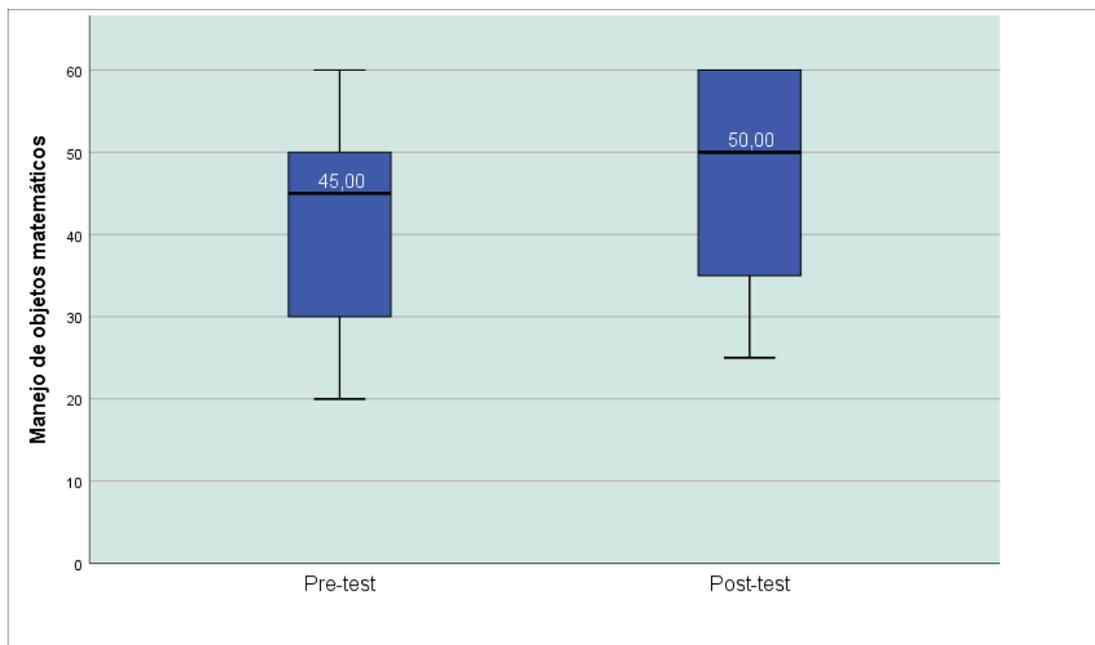


Gráfico 45 Grafico de cajas H4

Como se tiene el  $p=0.032 < 0.05$  entonces se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna indicado que existe un nivel de desarrollo

significativo, lineal y positivo del manejo de objetos matemáticos por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019. El gráfico de cajas muestra que la media de la dimensión Manejo de objetos matemáticos de las habilidades sociales se ha incrementado luego del experimento indicando un desarrollo significativo de la dimensión.

Al hacer el análisis no paramétrico para variables no relacionadas el resultado es ratificado.

**Tabla 68 Análisis de rangos H4**

<b>“Rangos</b>				
	Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos
Manejo de objetos matemáticos Prueba inicial	Grupo Control	26	25.96	675.00
	Grupo Experimental	26	27.04	703.00
	Total	52		
Manejo de objetos matemáticos Prueba de salida	Grupo Control	26	30.10	782.50
	Grupo Experimental	26	22.90	595.50
	Total	52”		

**Tabla 69 Prueba con variables no relacionadas H4**

<b>“Estadísticos de prueba<sup>a</sup></b>		
	Manejo de objetos matemáticos Prueba inicial	Manejo de objetos matemáticos Prueba de salida
U de Mann-Whitney	324.000	244.500
W de Wilcoxon	675.000	595.500
Z	-0.259	-1.740

Sig. asintótica (bilateral)	0.795	0.082
a. Variable de agrupación: Grupo		
b. No corregido para empates".		

Al comparar los parámetros de ambos resultados tanto de Prueba inicial y la Prueba de salida se observa que existe diferencias significativas tanto en los rangos al comparar el grupo control como grupo experimental, indicado que se acepta la hipótesis alterna.

#### **4.4. Discusión de los resultados**

Los resultados que muestran la prueba de hipótesis señala que efectivamente el uso del nepohualtzintzin muestra un desarrollo significativo, lineal y positivo de la calidad del aprendizaje matemático, ahora observemos las estadísticas generales de los grupos control y experimental en ambas pruebas, de todas las dimensiones.

Tabla 70 Comparación de medias

INFORME											
Grupo	Prueba	Prueba de	Operatividad	Operatividad	Análisis	Análisis Prueba	Síntesis	Síntesis	Manejo de	Manejo de	
	inicial	salida	Prueba inicial	Prueba de salida	Prueba inicial	de salida	Prueba inicial	Prueba de salida	objetos matemáticos	objetos matemáticos	
									Prueba inicial	Prueba de salida	
Grupo Control	Media	164.04	160.00	39.04	38.46	39.23	40.19	41.54	40.00	43.27	41.35
	Desviación estándar	165.00	160.00	37.50	37.50	40.00	42.50	40.00	40.00	45.00	45.00
	Coefficiente de variación	14%	16%	32%	34%	27%	30%	21%	25%	31%	31%
	Máximo	210	205	60	60	55	60	55	60	60	60
	Mínimo	115.000	100.000	15.000	15.000	20.000	10.000	20.000	20.000	10.000	10.000
	Asimetría	-0.330	-0.286	-0.124	0.072	-0.064	-0.496	-0.597	0.000	-0.596	-0.423
	Curtosis	0.080	-0.106	-0.473	-0.566	-0.744	0.148	0.045	-0.371	-0.030	0.132
Grupo Experimental	Media	163.08	188.65	36.35	43.08	44.04	50.58	40.77	47.12	42.88	47.88
	Desviación estándar	160.00	190.00	35.00	45.00	45.00	55.00	40.00	47.50	45.00	50.00
	Coefficiente de Variación	14%	15%	30%	34%	22%	21%	26%	26%	28%	25%
	Máximo	205	230	55	60	60	60	60	60	60	60
	Mínimo	105.000	125.000	10.000	10.000	30.000	30.000	10.000	10.000	20.000	25.000
	Asimetría	-0.259	-0.532	-0.563	-0.303	-0.219	-0.711	-0.648	-1.128	-0.153	-0.432
	Curtosis	0.214	0.146	0.637	0.520	-1.246	-0.841	1.398	1.973	-1.056	-1.215

Al comparar las medias se observa que después aplicar nepohualtzintzin, el aprendizaje matemático se ha incrementado significativamente tanto en la variable en general como en todas sus dimensiones. La dimensión que sobresalió sobre las demás es la de manejo de métodos matemáticos con una media de 47.88. Cabe destacar a la dimensión análisis que subió más de 10 puntos de promedio en la prueba experimental de salida. En cuanto al coeficiente de variación, en el grupo experimental se nota que se ha mantenido similar coeficiente en las Prueba de salida, indicando una relativa homogenización de los resultados tanto de manera general como en las dimensiones. El grupo de datos más homogéneo fue en la variable Prueba inicial con un coeficiente de 14%. Observando los puntajes máximos de la variable y dimensiones, en la prueba de salida del grupo experimental se ve que en todos los casos se ha superado el máximo puntaje respecto a la prueba inicial, del mismo modo también los mínimos se elevaron ampliamente en algunas dimensiones.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### Conclusiones

- Se concluye que si existe un desarrollo significativo del aprendizaje matemático del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.
- Se concluye que el grupo experimental tuvo un incremento del promedio de 163.08 a 188.65 lo cual solo indica un gran aumento del aprendizaje matemático.
- La dimensión Operatividad ha tenido un aumento significativo mediante el uso del nepohualtzintzin, con una media en la prueba inicial de 36.35 y en prueba de salida de 43.08, en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.
- El aprendizaje matemático ha tenido un aumento significativo mediante el uso del nepohualtzintzin en la dimensión de análisis, con una media en la prueba inicial 44.04 y subiendo a 50.58 en la prueba de salida, en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.
- El uso del nepohualtzintzin ha influido en el aumento significativo de la dimensión Síntesis aumentando la media de 40.77 a 47.12 puntos más en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

- La dimensión manejo de objetos matemáticos ha sido mejorada por el uso del nepohualtzintzin con una media en la prueba inicial de 42.88, y 47.88 en la prueba experimental. influyendo en el aumento significativo de la en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.
- La enseñanza aprendizaje de la aritmética en escolares de educación básica aborda un contexto multi relacional, sobre todo entre tres aspectos, el desarrollo cognitivo del niño el cual se presenta según su crecimiento fisiológico y psicológico, luego el currículo que a más de dar la directriz del contenido no induce a una efectiva práctica metodológica didáctica, y una tercera, que tiene que ver con la innovación educativa; estos factores deben ser de exclusivo dominio de docentes, quienes deben tener un acercamiento al compromiso real de una historia deficiente en el rendimiento académico referido a la matemática.
- Los instrumentos de cálculo precolombinos son ábacos muy prácticos en la operacionalidad de la suma, resta, multiplicación y división; el nepohualtzintzin utilizado por los mayas en Mesoamérica y la yupana por los incas en la América del Sur; el uso se ha manifestado en la grandeza de sus edificaciones y conocimiento astronómico en especial.
- El uso del nepohualtzintzin forma parte de la enseñanza matemática en pueblos mexicanos; caso no muy similar con la yupana, a pesar de existir procedimientos de aplicación e inclusive un software (Tk-yupana).
- Si hay una diferencia estadísticamente significativa en la calidad del aprendizaje entre los estudiantes que participaron de la enseñanza del nepohualtzintzin, de acuerdo a las evaluaciones de pretest y postest; sin embargo NO hay diferencias estadísticamente significativas entre el pretest y postest con el grupo de control; una de las razones que

puede justificar el análisis es que no hubo un tratamiento riguroso en el rendimiento de los test, es decir hubo mayor explicación para desarrollar la prueba.

- La investigación por su carácter exploratorio, y rigurosidad científica, deja las puertas abiertas para nuevos estudios, que pueden encaminarse a una aplicación del nepohualtzintzin en estudiantes de diferentes edades, comparaciones entre niñas y niños, y porque no una evaluación neurocientífica que permita examinar los estímulos cerebrales de este instrumento de cálculo ancestral.
- Es factible introducir en el mundo de la enseñanza de la matemática instrumentos de cálculo ancestral, ya que se gana más de lo que se pierde sin intentarlo; es posible que la dificultad opere en la voluntad de las autoridades por su introducción curricular, por otro lado, es el interés por parte del docente en aprender nuevas estrategias de educación aritmética.
- Hay un largo camino en construcción metodológica didáctica acoplada a una realidad cultural, ese es el compromiso que puede producir cambios, sin embargo, no es nada descartable todo en cuanto a guías de uso del nepohualtzintzin, sino todo lo contrario gracias a ese conocimiento se puede llegar a trascender fronteras, explicando así que el conocimiento ancestral no tiene límites, y es un deber mantenerlo vivo por muchas generaciones más.

## Recomendaciones

- Se recomienda a las docentes de matemática la producción y aplicación de sesiones de aprendizaje don una de las herramientas más fundamental sea el nepohualtzintzin.
- Se recomienda a los docentes especialidades en matemática mirar a las civilizaciones antiguas para rescatar herramientas didácticas puesto que en su interacción con la naturaleza se vieron forzados al desarrollo de herramientas que actualidad pueden servir de herramientas didácticas muy importantes.
- Se había mencionado en páginas iniciales que los beneficiarios directos son los escolares, efectivamente va para ellos la sugerencia que refiere a una pujante aplicación al mundo de la matemática con innovación didáctica o sin ella, ya que, como se vio anteriormente, el no dominio de las operaciones elementales de la aritmética, solo debilita el desarrollo social.
- Todos los docentes, como tal juramento de Hipócrates, deben tener un acercamiento más profundo hacia nuevas estrategias de enseñanza, para ser cómplices de la superación en el rendimiento matemático; he aquí con este breve estudio, un aliento a continuar con el compromiso de una mejor educación.
- Los centros académicos de educación superior, deben propiciar dos estrategias; la primera, incluir maestrías de especialidad en el manejo de instrumentos ancestrales de cálculo aritmético; y en segundo término, incluir licenciaturas en educación con especialidad pedagógica ancestral para fortalecer la innovación curricular.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abreu, O., Gallegos, M., Jácome, J., & Rosalba, M. (2017). La Didáctica: Epistemología y Definición en la Facultad de Ciencias Administrativas y Económicas de la Universidad Técnica del Norte del Ecuador. *Formación Universitaria*, 81-92. Recuperado el 8 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y6zvx7hm>
- Adamuz, N., & Bracho, R. (2017). *La aritmética del siglo XXI*. Catarata. Recuperado el 21 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/vpckdls>
- Aldás, L. (2018). Dos objetos ancestrales simplifican la aritmética en la Sierra centro. *El Telégrafo*. Recuperado el 1 de Diciembre de 2019, de <https://tinyurl.com/qtfp9xe>
- Alsina, Á. (2010). La «pirámide de la educación matemática» Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 12-16. Recuperado el 20 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/uv65vuh>
- Alsina, Á., & Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Educación Matemática en la Infancia*, 23-36. Recuperado el 7 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y4v736g2>
- Apaza, H. (2017). *La yupana, material manipulativo para la educación matemática. Justicia social y el cambio educativo en niños de las comunidades quechuas alto andinos del Perú*. Recuperado el 1 de Diciembre de 2019, de <https://tinyurl.com/qk8ah6v>
- Blanco, H. (2008). Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 21-25. Recuperado el 24 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/uzbsneq>
- Bressan, O. (2007). los números y las operaciones aritméticas. Recuperado el 31 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y43et2yw>
- Canales, M. (2013). Modelos didácticos, enfoques de aprendizaje y rendimiento del alumnado de primaria. Recuperado el 8 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y6o3gadt>

- Cantoral, R. (2014). *Youtube*. Recuperado el 20 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/ucrufu6>
- Cantoral, R., & Farfán, R. (2003). Matemática educativa: una visión de su evolución. *Revista educación y pedagogía*, 203-214. Recuperado el 20 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/yx7k382d>
- Cárdenas, A. (2011). Piaget: lenguaje, conocimiento y educación. *Reflexiones*, 71-91. Recuperado el 23 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/u8uqg8w>
- Cellenieur, G. (1997). Piaget biografía. *Revista Colombiana de Psicología*, 42-44. Recuperado el 22 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/st5l3ww>
- Chavarría, J., Albanese, V., García, M., Gavarrete, E., & Martínez, M. (2017). Ubicación espacial y localización desde la perspectiva sociocultural: validación de una propuesta formativa para la enculturación docente a partir de Etnomatemáticas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 26-38. Recuperado el 24 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/ub4vgj7>
- Código de la niñez y adolescencia. (2003). *Ley No. 2002-100*. Registro Oficial. Recuperado el 6 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y5r4gboe>
- Courant, R., & Robbins, H. (1979). *¿Qué es la matemática? Una exposición mental de sus ideas y métodos*. (L. Bravo, Trad.) Recuperado el 21 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/te6xtdr>
- Crespi, M. (2008). Matemáticas en civilizaciones precolombinas. *MATEpristem*. Recuperado el 27 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/vzzp2j5>
- Cuentas Alvarado, M., & Colque Medina, J. (2012). *Influencia del plan de Acción juegos educativos y materiales manipulativos*. Chiclayo : Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.
- D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemáticas entre las tradiciones y la modernidad* (Segunda ed.). México DF. Obtenido de <http://www.diazdesantos.es/>

- D'Ambrosio, U. (2014). *Etnomatemáticas entre las tradiciones y la modernidad*. Díaz de Santos. Recuperado el 23 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/wtr72lx>
- de la Cueva, H. (2010). *Youtube*. Recuperado el 25 de Septiembre de 2017, de <https://www.youtube.com/watch?v=6t1Oowi0UYM>
- Díaz, J. (2011). *El ábaco, la lira y la rosa: Las regiones del conocimiento*. Fondo de Cultura Económica. Recuperado el 1 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/yxahw6os>
- Díaz, N., Escobar, S., & Mosquera, S. (2009). *Actividades didácticas apoyadas en algunos aspectos históricos de la cultura y matemática maya*. ProQuest Ebook Central. Recuperado el 28 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/tjur7pd>
- Díaz, R. (2006). Apuntes sobre la aritmética Maya. (U. d. Andes, Ed.) *Educere*, 621-627. Recuperado el 29 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/tbo2afr>
- Dirección Federal de Servicios Educativos. (2010). *Taller: Reconociendo la diversidad cultural y lingüística de México*. México DF. Recuperado el 26 de Septiembre de 2017, de <https://www2.sep.pdf.gob.mx/proesa>
- Docampo, C., Peralta, D., & Stradella, M. (Edits.). (2004). *Anatomía y Fisiología del cuerpo humano*. Recuperado el 6 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y6s5zwok>
- Drouguett, L. (2008). *Matemática andina Algo sobre la cultura Aymara y su matemática*. Recuperado el 1 de Diciembre de 2019, de <https://matematicaandina.wordpress.com/>: <https://n9.cl/p4ai>
- Epsilones. (2002). *Epsilones*. Obtenido de Definiendo la matemática: <https://tinyurl.com/ryybqkx>
- ESTALMAT CANARIAS. (2012). *El ábaco y los sistemas de numeración*. Recuperado el 31 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/yxlmechnp>
- Eusko Jaurlaritzza Gobierno Vasco. (2010). *Matemáticas*. Recuperado el 20 de Noviembre de 2010, de <https://tinyurl.com/sbmhbjja>
- Fedriani, E., & Tenorio, Á. (2004). Los sistemas de numeración maya, azteca e inca. (U. P. Olavide, Ed.) *Lecturas Matemáticas*, 159–190.

- Recuperado el 30 de Noviembre de 2019, de  
<https://tinyurl.com/slv9ce3>
- Fernández, J. (2005). *Iniciación al cálculo aritmético con alumnos ciegos y deficientes visuales. Algunas aplicabilidades didácticas del "Multiábaco abierto móvil de capacidad limitada"*. ProQuest Ebook Central. Recuperado el 28 de Noviembre de 2019, de  
<https://tinyurl.com/rrhmqq5>
- Figueroa, M., & Guzmán, R. (2001). *Aritmética y Álgebra*. Pro Quest. Recuperado el 21 de Noviembre de 2019, de  
<https://tinyurl.com/v2hc24z>
- García Maciel, O. (21 de 06 de 2009). *Abaco Azteca*. Obtenido de Abaco Azteca: <http://abacoazteca.ucoz.com/blog/2009-06-21-81-987>
- García, G. (2015). *GlobalVoices*. Recuperado el 27 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/uxajh82>
- García, M. (2003). Peculiaridades del Paciente Pediátrico. Recuperado el 6 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y3scohqn>
- García, Y., López, K., Zhenrong, L., Martínez, N., & Ramos, A. (2015). *Didáctica de la matemática 105 UABC*. Recuperado el 25 de Septiembre de 2017, de <http://didactica-matematica105uabc.blogspot.com/2015/09/nepohualtzintzin.html>
- Gavarrete, M. (2013). La Etnomatemática como campo de investigación y acción didáctica: su evolución y recursos para la formación de profesores desde la equidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, VI(1), 127-149. Recuperado el 26 de Septiembre de 2017, de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274025755006>
- Gimenez, P. (2014). *Terminología conceptual para docentes de nivel inicial*. Editorial Dunken. Recuperado el 2 de Noviembre de 2019, de  
<https://tinyurl.com/vfh2ks5>
- Gutiérrez, P. (2003). *Entrenamiento cognitivo en el primer ciclo de la educación primaria*. Madrid. Recuperado el 6 de Octubre de 2019, de  
<https://tinyurl.com/y5e2nhw8>

- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México: Mcgraw-hill / interamericana editores, s.a. de c.v.
- Huaman , Q. J. (2015). *Aplicación del método Mentalmat en el dominio de número y operaciones on los estudiantes del tercer grado Arequipa - Perú*. Arequipa: Universidad Nacional San Agustín de Arequipa.
- Huapaya, E., & Salas, C. (2008). Uso de las Ideas Matemáticas y Científicas de los Incas, en la Enseñanza Aprendizaje de la Geometría. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 4-11. Recuperado el 24 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/v6nermr>
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2018). *Educación en Ecuador resultados de PISA para el desarrollo*. Recuperado el 1 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/y357jypp>
- Kunturweb. (2016). *TK-YUPANA Un simple emulador del ábaco inca*. Recuperado el 1 de Diciembre de 2019, de <https://n9.cl/m3fl>
- Lara, E., & Lara, J. (2014). Nepohualtzitzin: un modelo matemático náhuatl. *revista digital universtaria*, 1-14. Obtenido de <http://www.revista.unam.mx/vol.15/num2/art09/>
- Lara, E., & Sgreccia, N. (2010). Nepohualtzitzin: un modelo matemático de cualidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 24-54. Recuperado el 29 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/ud3ejta>
- Larriba, F. (2001). La investigación de los modelos didácticos y de las estrategias de enseñanaza. *Enseñanza*, 73-88. Recuperado el 8 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/yy2hptxr>
- León, A. (2018). *¿Por qué es importante aprender matemáticas?* Recuperado el 20 de Noviembre de 2019, de UTPL: <https://tinyurl.com/yxxfsfut>
- Lezama Ruiz, J. (2011). *Aplicación de los juegos didácticos, basado en el enfoque significativo usando material manipulable*. Chimbote: Universidad los Angeles de Chimbote.

- Linares, A. (2007). *Desarrollo Cognitivo: las teorías de Piaget y Vygotsky*. Universidad Autónoma de Barcelona. Recuperado el 21 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/y7yeq2l4>
- López, A., & López, L. (2014). La periodización de la historia mesoamericana. *ARQUEOLOGÍA MEXICANA*, 14-22. Recuperado el 25 de Septiembre de 2017, de <http://www.mesoweb.com/about/articles/AM043.pdf>
- Magaña, L. (1990). Las matemáticas y los mayas. Recuperado el 29 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/yxy5zlfp>
- Mayorga, J., & Madrid, D. (2010). Modelos didácticos y Estrategias de enseñanza en el Espacio Europeo de Educación Superior. *Tendencias pedagógicas*, 91-111. Recuperado el 8 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y3zvwsnu>
- Medina, A. (1982). La elaboración de un modelo didáctico: base para la realización eficiente de la tarea docente. *Revista Española de Pedagogía*, 75-103. Recuperado el 8 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y44lebpm>
- Mesonero, A. (1995). *Psicología del desarrollo y de la educación en la edad escolar*. Recuperado el 6 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y2nwo9pz>
- Micelli, M., & Crespo, C. (2012). Ábacos de América Prehispánica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 159-190. Recuperado el 27 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/qqr3waq>
- Ministerio de Educación. (2009). La importancia de enseñar y aprender matemática. *Área de Matemática*. Recuperado el 7 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y2hhveqq>
- Ministerio de Educación. (2016a). *Matemática 2do grado Texto del estudiante*. Recuperado el 31 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y6dc7sor>
- Ministerio de Educación. (2016b). *Matemática 3° grado Texto del estudiante*.

- Ministerio de Educación. (2016c). *Matemática 4° grado Texto del estudiante*. Recuperado el 31 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y23kbpss>
- Ministerio de Educación. (2016d). *Matemática 5° grado Texto del estudiante*. Recuperado el 31 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y6gpr9v3>
- Ministerio de Educación. (2016e). *Talento matemático 2*. Quito: Edinun.
- Ministerio de Educación de Colombia. (2003). *Estándares de matemáticas*. Recuperado el 7 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y2of8q7j>
- Ministerio de Educación del Ecuador. (2008). *Informe técnico 2007 logros académicos y factores asociados*. Recuperado el 1 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/y32ftfe7>
- Ministerio de Educación del Ecuador. (2009). *La importancia de saber y enseñar matemática*. Recuperado el 11 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/y2hhveqq>
- Ministerio de Educación del Ecuador. (2017). *Educación General Básica Subnivel Preparatoria*. Recuperado el 31 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y4a3agqx>
- Mora, L., & Valero, N. (2007). La yupana como herramienta pedagógica en la primaria. Recuperado el 30 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/vdob3co>
- Moscovich, V. (2006). Yupana, tabla de contar inca. *Revista Andina*, 96-127. Recuperado el 30 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/r87zvk7>
- Muntaner, J. (2009). Consecuencias didácticas de la teoría de J. Piaget. *Enseñanza & Teaching: Revista Interuniversitaria de Didáctica*. Recuperado el 23 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/wg78x8f>
- National Council of Teachers of Mathematics, Inc. (2014). *Principios para la acción*. Recuperado el 7 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y4wp5mrz>
- Notimex, V. C. (20 de Junio de 2009). Nepohualtzintzin, la cuenta relevante. (F. J. Lara, Entrevistador)

- Ortega, V., & Gil, C. (2018). Estudio de aplicación de modelos didácticos de Ciencias Experimentales en un proyecto Comunidad de Aprendizaje. *ReiDoCrea*, 80-94. Recuperado el 8 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y3s9rnnk>
- Ortiz, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, 93-110. Recuperado el 21 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/tslblpf>
- Paenza, A. (2012). *Matemática para todos*. Buenos Aires: Random House Mondadori S.A. Recuperado el 31 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y5n2abek>
- Pareja, D. (1986). Instrumentos prehispánicos de cálculo: el quipu y la yupana. *Revista integración*, 37-56. Recuperado el 30 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/roatss4>
- Payer, M. (2011). Teoría del constructivismo social de Lev Vygotsky en comparación con la teoría de Jean Piaget. Recuperado el 23 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/ukyvo2a>
- Pérez, P. (2012). *La ansiedad matemática como centro de un modelo causal predictivo de la elección de carreras*. Granada. Recuperado el 7 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/yxr9c3uk>
- Ramírez, F. (s.f.). *Galería de Misterios*. Recuperado el 25 de Septiembre de 2017, de <https://sites.google.com/site/galeriademisterios/home/la-calculadora-azteca>
- Real Academia Española. (2019). *Diccionario de la Real Academia Española*. Recuperado el 20 de Noviembre de 2019, de <https://dle.rae.es/matem%C3%A1tico#ObS8ajk>
- Rico, L., Lupiáñez, J., Marín, A., & Gómez, P. (2007). Matemáticas Escolares y Análisis de Contenido con Profesores de Secundaria en Formación. Universidad de Granada. Recuperado el 6 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/yyezhmvu>
- Ríos, J. (2013). Las matemáticas ancestrales y la yupana. *Pensamiento pedagógico*, 41-47. Recuperado el 27 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/sa367p7>

- Ríos, J., & Florez, E. (2017). Teoría de la mente en niños de 6 a 10 años de edad con antecedente de nacimiento prematuro y en edad escolar. *Psicología*, 29-43. doi:10.21500/19002386.2626
- Rivero, M. (2012). Teoría genética de Piaget. Recuperado el 23 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/uczj98m>
- Rodríguez, Rhonny;. (12 de Diciembre de 2018). Ecuador se queda de año en Matemáticas. *Expreso*. Recuperado el 7 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y4wp5mrz>
- Rojas, M., & Stepanova, M. (2015). Sistema de numeración Inka en la Yupana y el Khipu. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 46-68. Recuperado el 30 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/sysrv2y>
- Rojas, O. (2005). La educación entre los aztecas. *Ethos Educativo*, 154-160. Recuperado el 25 de Septiembre de 2017, de <http://www.imced.edu.mx/portal/files/EthosWeb/Archivo/33-34-154.pdf>
- Romero, M. (2018). *YouTube*. Recuperado el 28 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/vhvvyfz5>
- Rovira, R. (2011). Mesoamérica: concepto y realidad de un espacio cultural. Recuperado el 27 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/wo3ebq8>
- Ruiz, F. (2007). Modelos didácticos para la enseñanza de las ciencias naturales. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia)*, 41-60. Recuperado el 8 de Octubre de 2019, de <https://tinyurl.com/y5rdvu6l>
- Ruz, A. (1981). *Los antiguos mayas*. Fondo de Cultura Económica; ProQuest Ebook Central. Recuperado el 28 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/vjwy9ga>
- Sáenz, E. (2018). *YouTube*. Recuperado el 21 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/ybvsjwyh>
- Saldarriaga, P., Bravo, G., & Loor, M. (2016). La teoría constructivista de Jean Piaget y su significación para la pedagogía contemporánea. *Dominio de las ciencias*, 127-137. Recuperado el 22 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/thn7b9m>

- San Martín, R. (2014). Estructuración filo y ontogenética de la cognición incorporada. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, 123-168. Recuperado el 22 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/rpc9kwp>
- Sánchez Regalado, P. (2001-2006). *Los Ábacos Instrumentos Didácticos*. México: Programa Nacional de Educación México.
- Santillán, A., & Zachman, P. (2009). Una experiencia de capacitación en Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 27-42. Recuperado el 24 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/rywbt99>
- Sono, D. (2019). El nepohualtzintzin: instrumento de cálculo ancestral y su aplicación en la enseñanza de las operaciones aritméticas básicas. *Revista Conrado*, 410-418. Recuperado el 27 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/vvnzgm9>
- Suárez, M., Acevedo, M., & Huertas, C. (2009). Etnomatemática, educación matemática e invisibilidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 17-51. Recuperado el 23 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/w5sqkbs>
- Tejón, F. (2009). *Manual de uso del ábaco vigesimal Nepohualtzintzin*. Recuperado el 29 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/wmmqyno>
- Tun, M., & Díaz, M. (2015). Recuperar la memoria histórica y las matemáticas andinas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 67-86. Recuperado el 30 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/wsy9t9a>
- Tun, M., & Zubieta, F. (2016). Los quipus funerarios y tributarios de cuspón y chiquián: hoy y ayer. *Arqueología y sociedad*, 403-421. Recuperado el 30 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/v42rj2y>
- UNESCO. (2016). *Aportes para la enseñanza de la matemática*. Recuperado el 20 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/wvb54le>
- Vasquez Jaico, R. (2014). *Influencia de los métodos didácticos en el rendimiento académico*. Tacna: Universidad Jorge Basadre Grosmont

- Vásquez, A., & Trigueros, E. (2015). Etnomatemática en Costa Rica: Un acercamiento a su perspectiva socio-histórica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 69-91. Recuperado el 23 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/vulmdan>
- Vázquez, Á. (2016). Nepohualtzintzin: una experiencia docente en matemáticas. Recuperado el 1 de Diciembre de 2019, de <https://n9.cl/au08>
- Vega, Y. (2007). La educación de los aztecas. Recuperado el 25 de Septiembre de 2017, de <http://scarball.awardspace.com/documentos/trabajos-de-filosofia/la-educacion-azteca.pdf>
- Vera, M., & Morales, F. (2005). Propuesta de un modelo didáctico para la elaboración de un software educativo para la enseñanza del cálculo integral. *Acción pedagógica*, 50-57. Recuperado el 8 de Octubre de 2019, de <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:VY-D5uz1T4cJ:dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2968996.pdf+&cd=15&hl=en&ct=clnk&gl=ec>
- Villalta, C. (2011). *Aplicación del juego para el desarrollo del pensamiento lógico matemático, en el segundo año de educación básica*. Cuenca. Recuperado el 1 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/yyfrkcx>
- Vygotsky, L. (1984). Aprendizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar. *Infancia y aprendizaje*, 105-116. Recuperado el 23 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/wt7as84>
- Weaver, M. (2019). *The Aztecs, Maya, and their Predecessors Archaeology of Mesoamerica, Third Edition*. eBook Published. Recuperado el 27 de Noviembre de 2019, de <https://tinyurl.com/v8gavxm>

## **ANEXOS**

## ANEXO 01: MATRIZ DE CONSISTENCIA

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	INDICADORES	METODOLOGÍA TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
<b>PROBLEMA GENERAL</b>	<b>OBJETIVO GENERAL</b>	<b>HIPÓTESIS GENERAL</b>			<b>Tipo y nivel de la Investigación:</b>
¿Cuál es el nivel de desarrollo de la calidad del aprendizaje matemático por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa "Ciudad de Ibarra" perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019?	Establecer el nivel de desarrollo de la calidad del aprendizaje matemático por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa "Ciudad de Ibarra" perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.	Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la calidad del aprendizaje matemático por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa "Ciudad de Ibarra" perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.	Y: Calidad del aprendizaje matemático Y: Calidad del aprendizaje matemático	Y1: Operatividad Y2: Síntesis Y3: Análisis Y4: Manejo de objetos matemáticos	Experimental  <b>Nivel de la investigación:</b>  Debe ser entendida como una tesis de aplicación de gran demanda intelectual.  <b>Diseño:</b>  Cuasiexperimental
<b>PROBLEMA ESPECIFICA</b>	<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>HIPÓTESIS ESPECIFICAS</b>			<b>La Población:</b>
a) ¿Cuál es el nivel de desarrollo de la Operatividad por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa "Ciudad de Ibarra" perteneciente al Cantón	a) Determinar el nivel de desarrollo de la Operatividad por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa "Ciudad de Ibarra" perteneciente al	a) Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la Operatividad por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa "Ciudad de Ibarra"	X: Uso del nepohualtzintzin	X1: Presencia X0: Ausencia	La población está conformada por estudiante del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa "Ciudad de Ibarra" perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.

---

<p>de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019?</p>	<p>Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.</p>	<p>perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.</p>
<p>b) ¿Cuál es el nivel de desarrollo del Análisis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019?</p>	<p>b) Establecer el nivel de desarrollo del Análisis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.</p>	<p>b) Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo del Análisis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.</p>
<p>c) ¿Cuál es el nivel de desarrollo de la síntesis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019?</p>	<p>c) Establecer el nivel de desarrollo de la síntesis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.</p>	<p>c) Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo de la Síntesis por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.</p>

---

---

<p>d) ¿Cuál es el nivel de desarrollo del manejo de objetos matemáticos por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019?</p>	<p>d) Determinar el nivel de desarrollo del manejo de objetos matemáticos por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.</p>	<p>d) Existe un nivel de desarrollo significativo, lineal y positivo del manejo de objetos matemáticos por medio del uso del nepohualtzintzin en estudiantes del cuarto grado de EGB de la Unidad Educativa “Ciudad de Ibarra” perteneciente al Cantón de Ibarra, Provincia Imbabura en Ecuador en el año 2019.</p>
--	--	---

---

## ANEXO 02: INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS



### UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

UNIDAD DE POSGRADO

POSTEST MATEMÁTICA

UNIDAD EDUCATIVA FISCAL "CIUDAD DE IBARRA"

QUINTO DE AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA

Por favor lee con atención y responderás muy bien las preguntas planteadas.

#### Instrucciones:

- 1.- Las preguntas presentan cuatro opciones de respuesta: a, b, c y d
- 2.- Solo una de las opciones es la correcta
- 3.- Si la respuesta es correcta, encierra con el lápiz la letra que corresponde de esa opción, como en el ejemplo.

**0** El número veintisiete se escribe

<input type="radio"/> A	2
<input type="radio"/> B	7
<input checked="" type="radio"/> C	27
<input type="radio"/> D	72

**Toma las siguientes**

#### recomendaciones:

La prueba consta de 11 preguntas

Si necesitas cambiar una respuesta, borra totalmente la respuesta incorrecta.

Si no estás seguro de responder, pasa a la siguiente pregunta, y cuando hayas concluido el test, retorna a las preguntas que no contestaste.

Anita tiene 14 dólares y quiere comprar el juguete más caro. ¿Cuántos dólares le faltan para comprarlo?

MUÑECA \$. 38
------------------

CARRITO \$. 31
-------------------

PELOTA \$. 25
------------------

OSITO \$. 23
-----------------

- a. 37
- b. 24

- c. 9  
d. 3

**Pregunta 2:**

¿Qué figura geométrica continúa?

**Pregunta 3:**

Lee la lista de precios y responde. ¿Cuánto cuestan dos carnes coloradas, Chaltura y dos chichas?

Cuy de Chaltura ..... 9 USD  
Fritada ..... 5 USD  
Carne colorada ..... 3 USD  
Chicha ..... 2 USD  
Helado de paila ..... 1 USD

- a. 21  
b. 17  
c. 15  
d. 19

**Pregunta 4:**

Juan tiene 34 aguacates y Blanca 52 aguacates. Ellos quieren juntarlos y colocarlos en paquetes de 10 aguacates cada uno. ¿Cuántos paquetes de 10 unidades podrán formar en total?

- a. Podrán formar 9 paquetes  
b. Podrán formar 8 paquetes  
c. Podrán formar 8,6 paquetes  
d. Podrán formar 26 paquetes

**Pregunta 5:**

Un grupo de 15 personas va a la plaza, 9 van caminando y el resto va en auto. ¿Cuántas personas van en auto?

- a. 6 personas  
b. 15 personas  
c. 24 personas  
d. 8 personas

**Pregunta 6:**

Observa el tablero

Decenas	Unidades

El número en el tablero es igual a:

- a. 47 decenas y 16 unidades  
b. 7 unidades  
c. 47 unidades  
d. 9 unidades

**Pregunta 7:**

La tabla muestra la cantidad de botellas que recogieron Carlos y Dayana durante la campaña de limpieza. ¿cuántas botellas recogió Juana en total?

Horario	Carlos	Dayana
En la mañana	13	14
En la tarde	8	5

- a. 27 botellas
- b. 21 botellas
- c. 13 botellas
- d. 10 botellas

**Pregunta 8:**

En la mañana, Pedro tenía algunos dólares en el bolsillo. A la salida de la escuela, su papá le dio 5 dólares, y ahora tiene 20 dólares en el bolsillo. ¿Cuántos dólares tenía en la mañana?.

- a. 5
- b. 15
- c. 25
- d. 35

**Pregunta 9:**

Observa el gráfico y responde

En total, ¿Cuántas mujeres más que hombres asistieron a la fiesta?



- a. 3 mujeres más que hombres
- b. 9 mujeres más que hombres
- c. 6 mujeres más que hombres
- d. 12 mujeres más que hombres

**Pregunta 10:**

Joselyn prepara en su restaurante 35 empanadas de morocho y 25 empanadas de verde. ¿Cuántas de morocho y cuantas empanadas de verde preparó en total Joselyn?

- a. 60 empanadas
- b. 10 empanadas
- c. 25 empanadas
- d. 15 empanadas

**Pregunta 11:**

Andrés logró tres medallas de oro en el concurso de poesía. Cada una de 20 puntos ¿Cuántos puntos acumuló por todas las “Medallas de Oro” que se llevó?

MEDALLA DE ORO: 56 PUNTOS
---------------------------------

MEDALLA PLATA: 36 PUNTOS
--------------------------------

MEDALLA DE BRONCE 16: PUNTOS
------------------------------------

- a. 60 puntos
- b. 36 puntos
- c. 16 puntos
- d. 20 puntos

**Pregunta 12:**

En una cancha de fútbol hay 12 participantes entrenando en total. Existen 24 balones, ¿Cuántos balones le toca a cada uno?

- a. 5 balones
- b. 2 balones
- c. 20 balones
- d. 4 balones

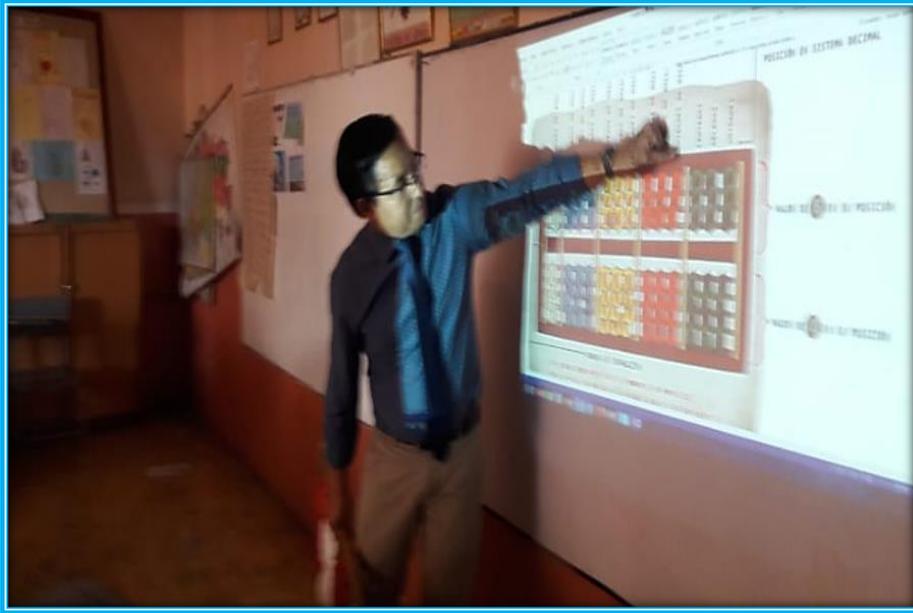
### ANEXO 03: EVIDENCIAS DEL TRABAJO DE CAMPO



UNIDAD EDUCATIVA "CIUDAD DE IBARRA"  
Ingreso principal de la Institución Educativa donde se ha implementado la Tesis Doctoral



UNIDAD EDUCATIVA "CIUDAD DE IBARRA"  
Vista panorámica de la Institución Educativa donde se ha implementado la Tesis Doctoral



UNIDAD EDUCATIVA "CIUDAD DE IBARRA"  
Impartiendo Clases sobre el funcionamiento del Nepohualtitzin  
Tesis Doctoral



UNIDAD EDUCATIVA "CIUDAD DE IBARRA"  
Impartiendo Clases sobre estructura del Nepohualtitzin  
Tesis Doctoral

## ANEXO 04: FICHAS DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
UNIDAD DE POSGRADO

### FICHA DE VALIDACIÓN

#### I. DATOS INFORMATIVOS

Apellidos y nombres del Experto	Institución	Nombre del instrumento validado	Autor
Dr. Edgar Damian	Universidad Nacional Mayor de San Marcos	Pretest - Posttest	Daniel Sono

#### II. TÍTULO DE LA TESIS

Aplicación del instrumento de cálculo de control de reproducción en la calidad del aprendizaje de la resolución de operaciones aritméticas básicas.

#### III. ASPECTOS VALIDADOS

ASPECTOS	INDICADORES	Deficiente 0- 20%	Regular 21- 40%	Buena 41- 60 %	Muy buena 61-80%	Excelente 81- 100%
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje Claro y apropiado.					100
2. OBJETIVIDAD	Expresa en conductas observables.					100
3. ACTUALIDAD	Acorde con el avance de la ciencia y la tecnología.					100
4. ORGANIZACIÓN	Está presentado con una organización lógica.					100
5. SUFICIENCIA	Los ítems son suficientes en cantidad y calidad.					100
6. INTENCIONALIDAD	Los ítems son adecuados al propósito del instrumento.					100
7. CONSISTENCIA	Se basa en teorías científicas y no presenta contradicciones.					100
8. COHERENCIA	Índices e indicadores coherentes con las dimensiones.					100
9. METODOLOGÍA	Corresponde al propósito del estudio.					100
10. OPORTUNIDAD	El momento de aplicación es el más oportuno y adecuado.					100

#### IV. PROMEDIO DE VALIDACIÓN

Excelente = 100%

#### V. OPINIÓN

Aplicable [  ]      Aplicable después de corregir [  ]      No aplicable [  ]

Lima, 05-02-2019	08056163	980085413	
Lugar y fecha	DNI	Teléfono	Firma del Experto

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
UNIDAD DE POSGRADO

**FICHA DE VALIDACIÓN**

**I. DATOS INFORMATIVOS**

Apellidos y nombres del Experto	Institución	Nombre del instrumento validado	Autor
Dr. Miguel Ingo	Universidad Nacional Mayor de San Marcos	Pre test- Postest	Daniel Sono

**II. TÍTULO DE LA TESIS**

Aplicación del instrumento de control pretest, postest, repetido y cruzado en la validación del cuestionario de la medición de operaciones aritméticas básicas.
---

**III. ASPECTOS VALIDADOS**

ASPECTOS	INDICADORES	Deficiente 0- 20%	Regular 21- 40%	Buena 41- 60 %	Muy buena 61-80%	Excelente 81- 100%
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje Claro y apropiado.					100
2. OBJETIVIDAD	Expresa en conductas observables.					100
3. ACTUALIDAD	Acorde con el avance de la ciencia y la tecnología.					100
4. ORGANIZACIÓN	Está presentado con una organización lógica.					100
5. SUFICIENCIA	Los ítems son suficientes en cantidad y calidad.					100
6. INTENCIONALIDAD	Los ítems son adecuados al propósito del instrumento.					100
7. CONSISTENCIA	Se basa en teorías científicas y no presenta contradicciones.					100
8. COHERENCIA	Índices e indicadores coherentes con las dimensiones.					100
9. METODOLOGÍA	Corresponde al propósito del estudio.					100
10. OPORTUNIDAD	El momento de aplicación es el más oportuno y adecuado.					100

**IV. PROMEDIO DE VALIDACIÓN**

Excelente = 100%
------------------

**V. OPINIÓN**

Aplicable [ ]	Aplicable después de corregir [ ]	No aplicable [ ]
---------------	-----------------------------------	------------------

Lima, 05/02/2019	67302193	998024757	
Lugar y fecha	DNI	Teléfono	Firma del Experto

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
UNIDAD DE POSGRADO

**FICHA DE VALIDACIÓN**

**I. DATOS INFORMATIVOS**

Apellidos y nombres del Experto	Institución	Nombre del instrumento validado	Autor
CAMPANA CONCHA ARIELARDO RODOLFO	UNMSM	Pretest - Postest	Daniel Sono

**II. TÍTULO DE LA TESIS**

Aplicación del instrumento de cálculo aritmético Mepshueltzintzin en la calidad del aprendizaje de la resolución de operaciones aritméticas básicas.

**III. ASPECTOS VALIDADOS**

ASPECTOS	INDICADORES	Deficiente 0-20%	Regular 21-40%	Buena 41-60%	Muy buena 61-80%	Excelente 81-100%
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje Claro y apropiado.					92
2. OBJETIVIDAD	Expresa en conductas observables.					95
3. ACTUALIDAD	Acorde con el avance de la ciencia y la tecnología.					90
4. ORGANIZACIÓN	Está presentado con una organización lógica.					92
5. SUFICIENCIA	Los ítems son suficientes en cantidad y calidad.					95
6. INTENCIONALIDAD	Los ítems son adecuados al propósito del instrumento.					90
7. CONSISTENCIA	Se basa en teorías científicas y no presenta contradicciones.					91
8. COHERENCIA	Índices e indicadores coherentes con las dimensiones.					93
9. METODOLOGÍA	Corresponde al propósito del estudio.					90
10. OPORTUNIDAD	El momento de aplicación es el más oportuno y adecuado.					92

**IV. PROMEDIO DE VALIDACIÓN**

Excelente = 92 %

**V. OPINIÓN**

Aplicable     Aplicable después de corregir     No aplicable

C.V. 05/02/19	10372562	949557419	
Lugar y fecha	DNI	Teléfono	Firma del Experto

## ANEXO 04: AUTORIZACIÓN LEGAL



**UNIDAD EDUCATIVA "CIUDAD DE IBARRA"**

CALLE HONDURAS S/N° Y LUIS FELIPE BORJA IBARRA- ECUADOR  
TELEFONO (06) 2957- 345 CORREO ELECTRÓNICO: coltecibarra@hotmail.es



El Magíster Luis Rea Reyes, en calidad de **Rector de la Unidad Educativa Fiscal Ciudad de Ibarra**, tengo a bien:

### CERTIFICAR

Que el MSc. Daniel David Sono Toledo, estudiante del Doctorado en Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, ha implementado y socializado en nuestra institución su tesis doctoral con el tema: **"Calidad del aprendizaje en la educación, bajo el uso del instrumento de cálculo ancestral Nephualtzintzin, en la resolución de operaciones aritméticas básicas."**

Es todo cuanto puedo certificar en honor a la verdad

Ibarra, 03 de diciembre de 2018

MSc. Luis Rea Reyes  
**RECTOR**

