

Beban kerut pada pelat *sandwich* anisotropik

Bambang Kismono Hadi

Jurusan Teknik Penerbangan, FTI - Institut Teknologi Bandung, Jln. Ganesa No 10, Bandung 40132

Masuk: 2 September 1999; revisi masuk: 18 Januari 2000; diterima: 2 Februari 2000

Sari

Suatu metode baru untuk menganalisis kegagalan kerut pada struktur pelat *sandwich* komposit yang bersifat anisotropik dibahas, baik untuk moda simetri maupun moda tidak simetri. Untuk mendapatkan modulus kegagalan ini, modulus geser dan normal transversal bagian inti dimasukkan ke dalam analisis. Pertama-tama, energi regangan total yang terjadi dalam sistem ini akan dihitung, dan dengan menggunakan metode Rayleigh-Ritz, sistem eigen yang didapat akan dipecahkan. Dari hasil yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa beban kritis kerut dapat terjadi jauh di bawah beban kritis Euler, sehingga menjadi beban kritis yang lebih berbahaya dibandingkan dengan beban Euler. Beban kerut ini juga terjadi pada panjang gelombang yang jauh lebih pendek daripada beban Euler, sehingga bersifat katastrofik. Hasil yang didapat juga menunjukkan bahwa analisis baru ini bersifat umum, yang dapat dipakai untuk menghitung beban kritis Euler maupun beban kritis kerut untuk pelat *sandwich* komposit anisotropik secara simultan.

Kata kunci : anisotropik; gagal kerut; gagal tekuk; panel *sandwich*

Abstract

The wrinkling of anisotropic sandwich panels

A new method to analyse the wrinkling failure of anisotropic sandwich panels was discussed, for both symmetrical and asymmetrical wrinkling. To calculate the wrinkling loads, both shear and transverse normal modulus of the core were included in the analysis. First, the total energy of the system was calculated, and then using the Rayleigh Ritz method, the eigen-system was solved to get the critical buckling loads. The results show that wrinkling could occur far below their corresponding Euler loads, that make them more dangerous. Wrinkling also contain shorter waves, that may lead to catastrophic failures. The results also show that the new method presented in this article is so general and can be used to calculate both Euler buckling and wrinkling loads of anisotropic sandwich panels simultaneously.

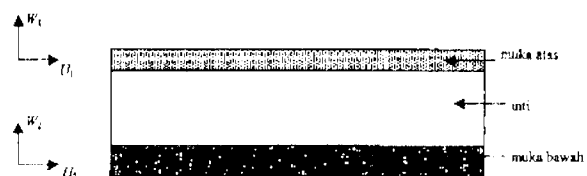
Keywords: anisotropic; buckling; sandwich panels; wrinkling.

1 Pendahuluan

Kombinasi bagian inti yang tebal, ringan, dan berkekakuan rendah yang dilapisi dua pelat muka, membuat struktur *sandwich* sangat menarik. Struktur ini ringan dan sekaligus kaku, yang merupakan persyaratan utama struktur ringan, seperti yang dipakai di pesawat ataupun kapal.

Secara sederhana, struktur *sandwich* ini terdiri atas bagian inti dan bagian muka, seperti terlihat pada Gambar 1. Bagian inti terbuat dari bahan ringan, tebal, dan berkekakuan rendah seperti kayu balsa, busa, atau sarang laba-laba (*honeycomb*). Adapun bagian muka (atas maupun bawah) terbuat dari bahan tipis dan berkekakuan tinggi seperti aluminium atau baja, *ply-wood*, pelat komposit, serta bahan berkekakuan tinggi lainnya. Hasilnya, struktur *sandwich* ini sangat ringan tetapi mempunyai kekakuan yang tinggi. Karena struktur *sandwich* mengandung bagian inti yang berkekakuan rendah, lendutan pelat karena beban geser tidak bisa

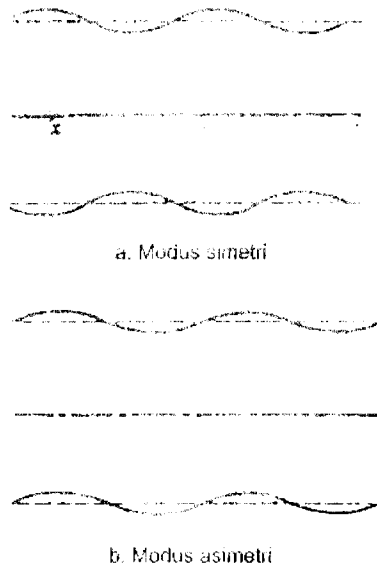
diabaikan. Karena itu, asumsi Kirchoff yang sering dipakai untuk menghitung lendutan dan beban kritis tekuk suatu pelat tipis tidak dapat dipakai lagi untuk menghitung lendutan dan beban kritis pelat *sandwich*. Hal-hal inilah yang menyebabkan perlunya teori baru yang dapat digunakan untuk menganalisis struktur *sandwich* yang bersifat anisotropik.



Gambar 1 Skema umum pelat *sandwich* komposit anisotropik

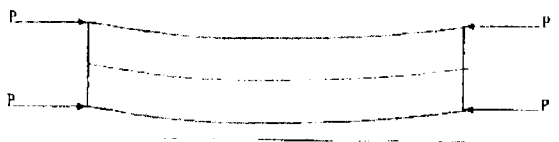
Salah satu modulus kegagalan struktur *sandwich* yang penting akibat beban tekan adalah modulus kegagalan kerut (*wrinkle*). Modulus kegagalan kerut mempunyai panjang gelombang tekuk yang pendek, berbeda dengan Euler

yang biasanya mempunyai panjang gelombang sebesar panjang panel. Karena itu, modulus kegagalan kerut sangat berbahaya, karena dapat mengakibatkan kegagalan katastropik. Sering beban kritis kerut terjadi jauh di bawah beban kritis Euler. Hal ini menyebabkan penelitian yang saksama tentang beban kritis kerut ini perlu dilakukan untuk menjaga agar struktur *sandwich* tetap aman.



Gambar 2 Modus kegagalan kerut pada pelat *sandwich*

Modus kegagalan kerut dapat terjadi dalam dua modus, yaitu modus simetri, dan modus tidak simetri seperti terlihat dalam Gambar 2. Ini berbeda dengan kegagalan tekuk Euler yang terlihat dalam Gambar 3. Dari Gambar 2 terlihat bahwa moda kegagalan kerut mempunyai panjang gelombang tekuk yang pendek dan mempunyai sifat yang berbeda dengan kegagalan tekuk Euler (Gambar 3).



Gambar 3 Modus kegagalan Euler pada pelat *sandwich*

Beberapa tinjauan teori yang menyoroti masalah beban kerut ini telah dipublikasikan semenjak tahun 1940-an, dan kebanyakan menunjukkan hasil yang kurang lebih sama [1]. Sebagian besar peneliti tersebut mendekati masalah ini melalui pendekatan teori pelat pada pondasi elastis (*plate on elastic foundations*). Beberapa teori tersebut telah dikumpulkan dan dibahas dalam monograf [1] dan [2]. Kebanyakan hanya membahas beban kerut dengan moda simetri dan *sandwich* isotropik, kecuali [3] yang juga membahas moda tak simetri, meskipun masih membatasi analisisnya pada struktur *sandwich* isotropik.

Pendekatan lain yang dilakukan adalah mengembangkan teori umum yang menggabungkan kegagalan tekuk Euler dan kerut. Ini karena kegagalan tekuk Euler sesungguhnya adalah kasus khusus dari kegagalan kerut, yaitu kegagalan kerut moda tidak simetri dengan setengah panjang gelombang sama dengan panjang pelat. Karena itu teori umum ini memberikan hubungan antara kegagalan tekuk Euler dan kerut [4, 5, 6]. Pembahasan modulus kegagalan Euler terdapat pada [7]. Beberapa teori memasukkan pengaruh modulus geser dan normal inti dalam arah transversal. Meskipun demikian tidak secara khusus menganalisis kegagalan kerut [7].

Dari studi pustaka yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa belum ada peneliti yang membahas beban kerut kritis pada pelat *sandwich* yang bersifat anisotropik. Analisis kegagalan kerut pada pelat *sandwich* isotropik [1, 2, 3], maupun ortotropik [4, 5, 6] telah dilakukan, tetapi tidak untuk pelat *sandwich* anisotropik murni. Pembahasan tentang pelat *sandwich* anisotropik juga telah dilakukan [7, 10], tetapi terbatas pada analisis kegagalan tekuk Euler dan bukan kerut. Untuk mengisi kekosongan ini, pada makalah ini akan dikembangkan analisis beban kerut kritis struktur *sandwich* anisotropik, yaitu struktur *sandwich* yang mempunyai pelat muka bagian atas dan bawah yang bersifat anisotropik murni, dan dapat berbeda ketebalan, jenis bahan, maupun arah orientasi seratinya. Bagian inti dianggap bersifat ortotropik.

2 Suku-suku energi regangan

Dalam analisis ini akan digunakan metode Rayleigh-Ritz. Karena itu, energi total sistem harus dihitung terlebih dahulu. Penyederhanaan yang digunakan adalah sebagai berikut.

1. Pelat *sandwich* mempunyai pelat muka yang tipis serta inti yang tebal dan lentur, sehingga pengaruh regangan geser pada pelat muka diabaikan.
2. Bagian inti bersifat antibidang [1], yaitu tegangan dalam arah bidang diabaikan. Asumsi ini menyebabkan tegangan pada inti yang semula bersifat tigadimensi akan menjadi hanya dua dimensi [8].

Dengan menggunakan kedua penyederhanaan di atas, suku-suku energi dari masing-masing bagian pada pelat *sandwich* ini dapat dihitung.

2.1 Energi regangan pelat muka atas-bawah

Energi regangan pelat muka atas-bawah akibat kelengkungan pelat dan regangan permukaan (*membrane strain*) adalah

$$U_{fi} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \{\epsilon_{xoi}\}^T [A] \{\epsilon_{xoi}\} + 2 \{\epsilon_{xoi}\}^T [B] \{\kappa_{xi}\} + \{\kappa_{xi}\}^T [D] \{\kappa_{xi}\} \right\} dx dy \quad (1)$$

dengan

$$\{\epsilon_{xoi}\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial U_i}{\partial x} \\ \frac{\partial V_i}{\partial y} \\ \frac{\partial U_i}{\partial y} + \frac{\partial V_i}{\partial x} \end{Bmatrix} \text{ dan } \{\kappa_x\} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 W_i}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 W_i}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 W_i}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

dan $i = 1, 2$ adalah masing-masing pelat muka atas dan bawah. U_1, V_1, W_1 dan U_2, V_2, W_2 masing-masing adalah perpindahan pelat muka bagian atas dan bawah, seperti terlihat pada Gambar 1, sedang ϵ dan κ masing-masing adalah regangan dan kelengkungan pelat. Matriks $[A]$, $[B]$, dan $[D]$ adalah matriks standar kekakuan tarik, kekakuan kopel, dan kekakuan lentur pelat komposit berlapis [12].

2.2 Energi regangan bagian inti

Diasumsikan bahwa kekakuan inti dalam arah x dan y diabaikan (penyederhanaan nomor 2), Sehingga energi regangan pada inti diberikan dalam energi akibat regangan geser dan regangan normal arah transversal saja.

a. Energi regangan geser

Energi geser pada inti diberikan dalam persamaan :

$$U_{C1} = \left(\frac{h}{2}\right) \int_0^a \int_0^b (G_x \gamma_{xz}^2 + G_y \gamma_{yz}^2) dx dy \quad (3)$$

G_x dan G_y serta γ_{xz} dan γ_{yz} masing-masing adalah modulus geser serta regangan geser pada bidang $x-z$ dan $y-z$.

b. Energi regangan normal

Energi karena regangan normal inti diberikan dalam bentuk :

$$dU_{C2} = \left(\frac{E_z}{2}\right) \epsilon_z^2 dx dy dz \quad (4)$$

Untuk dapat menghitung Persamaan (4), distribusi regangan normal ϵ_z ke arah kedalaman inti harus ditentukan terlebih dahulu, dan diberikan dalam bentuk [8]:

$$\epsilon_z = -\frac{z}{E_z} \left(G_x \frac{\partial \gamma_x}{\partial x} + G_y \frac{\partial \gamma_y}{\partial y} \right) + \left(\frac{W_1 - W_2}{h} \right)$$

sehingga, Persamaan (4) dapat diganti menjadi :

$$(U_{C2}) = \frac{h^3}{24E_z} \int_0^a \int_0^b \left\{ G_x \frac{\partial \gamma_x}{\partial x} + G_y \frac{\partial \gamma_y}{\partial y} \right\}^2 dx dy + \frac{2E_z}{h} \int_0^a \int_0^b (W_1 - W_2)^2 dx dy \quad (6)$$

Suku pertama dalam Persamaan (6) adalah sumbangan regangan geser, dan suku kedua adalah sumbangan regangan normal.

2.3 Energi regangan geser perekat

Adanya kondisi kesinambungan antara inti dan pelat muka atas-bawah menimbulkan tegangan geser pada bahan perekat antara kedua bagian tersebut. Kondisi kesinambungan tersebut disyaratkan agar didapat hasil analisis yang memuaskan, karena apabila kondisi tersebut dilanggar, hasil analisis yang didapat akan sangat menyimpang [9].

Besar energi regangan geser perekat tersebut diberikan oleh persamaan [8]:

$$U_a = \int_0^a \int_0^b (\lambda_x \phi_x + \lambda_y \phi_y) dy dx \quad (7)$$

dengan λ_x dan λ_y adalah pengali Lagrange (*Lagrange multipliers*) yang merupakan fungsi acak x dan y . Nilai ϕ_x dan ϕ_y diberikan oleh persamaan [8]:

$$\phi_x = (U_1 - U_2) + h_1 \frac{\partial W_1}{\partial x} + h_2 \frac{\partial W_2}{\partial x} + \frac{h^3}{12E_z} \left(G_x \frac{\partial^2 \gamma_x}{\partial x^2} + G_y \frac{\partial^2 \gamma_y}{\partial x \partial y} \right) - h \gamma_x \quad (8.a)$$

$$\phi_y = (V_1 - V_2) + h_1 \frac{\partial W_1}{\partial y} + h_2 \frac{\partial W_2}{\partial y} + \frac{h^3}{12E_z} \left(G_x \frac{\partial^2 \gamma_x}{\partial x \partial y} + G_y \frac{\partial^2 \gamma_y}{\partial y^2} \right) - h \gamma_y \quad (8.b)$$

dengan harga:

$$h_1 = \frac{h + t_1}{2} ; \quad h_2 = \frac{h + t_2}{2} \quad (8.c)$$

dengan h adalah tebal inti dan t_1 dan t_2 masing-masing adalah tebal pelat muka atas dan bawah.

2.4 Energi luar

Energi luar yang diakibatkan oleh adanya gaya geser dan normal adalah :

$$V_e = \frac{1}{4} \int_0^a \int_0^b \left\{ N_x (W_{1,x})^2 + N_y (W_{1,y})^2 + 2N_{xy} W_{1,x} W_{1,y} + N_x (W_{2,x})^2 + N_y (W_{2,y})^2 + 2N_{xy} W_{2,x} W_{2,y} \right\} dy dx \quad (5)$$

2.5 Energi total

Akhirnya, energi total dari sistem diberikan oleh :

$$\Pi = U_{f1} + U_{f2} + U_{C1} + U_{C2} + U_a + V_e \quad (10)$$

Dalam makalah ini dianalisis pelat *sandwich* dengan kondisi batas peletakan sederhana (*simply-supports*) di

keempat sisinya. Fungsi perpindahan yang memenuhi kondisi batas tersebut diberikan oleh :

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn}^{(1)} \cos \alpha_m x \cdot \sin \beta_n y \\
 U_2 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn}^{(2)} \cos \alpha_m x \cdot \sin \beta_n y \\
 V_1 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn}^{(3)} \sin \alpha_m x \cdot \cos \beta_n y \\
 V_2 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn}^{(4)} \sin \alpha_m x \cdot \cos \beta_n y \\
 W_1 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn}^{(5)} \sin \alpha_m x \cdot \sin \beta_n y \\
 W_2 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn}^{(6)} \sin \alpha_m x \cdot \sin \beta_n y \\
 \gamma_x &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn}^{(7)} \cos \alpha_m x \cdot \sin \beta_n y \\
 \gamma_y &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn}^{(8)} \sin \alpha_m x \cdot \cos \beta_n y \\
 \lambda_x &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn}^{(9)} \cos \alpha_m x \cdot \sin \beta_n y \\
 \lambda_y &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn}^{(10)} \sin \alpha_m x \cdot \cos \beta_n y
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

dengan

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{a} \quad ; \quad \beta_n = \frac{n\pi}{b}
 \tag{12}$$

dan m dan n adalah jumlah setengah panjang gelombang searah x dan y , dan $C_{mn}^{(1)} - C_{mn}^{(10)}$ adalah koefisien yang harus dicari. Karena dalam analisis ini akan dihitung kerutan simetri dan tidak simetri secara simultan, Persamaan (12) mempunyai 10 koefisien, dibandingkan dengan 7 koefisien hasil [4].

Kondisi batas natural tidak sepenuhnya terpenuhi oleh Persamaan (11) karena adanya sejumlah suku kopel seperti $A_{16}^{(i)}, A_{26}^{(i)}, B_{16}^{(i)}, B_{26}^{(i)}, D_{16}^{(i)}$ dan $D_{26}^{(i)}$. Dengan mengambil harga m dan n yang besar, keterbatasan akibat tidak terpenuhinya kondisi batas natural tersebut dapat diabaikan [7, 9, 10].

Dengan memvariasikan persamaan energi total pada Persamaan (10) terhadap koefisien yang belum diketahui $C_{mn}^{(1)} - C_{mn}^{(10)}$ akan didapat 10 persamaan simultan, yang diberikan dalam bentuk :

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_{mn}^{(1)}} = 0 \quad \frac{\partial \Pi}{\partial C_{mn}^{(2)}} = 0 \quad \frac{\partial \Pi}{\partial C_{mn}^{(3)}} = 0$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_{mn}^{(4)}} = 0 \quad \frac{\partial \Pi}{\partial C_{mn}^{(5)}} = 0 \quad \frac{\partial \Pi}{\partial C_{mn}^{(6)}} = 0
 \tag{13}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_{mn}^{(7)}} = 0 \quad \frac{\partial \Pi}{\partial C_{mn}^{(8)}} = 0 \quad \frac{\partial \Pi}{\partial C_{mn}^{(9)}} = 0 \quad \frac{\partial \Pi}{\partial C_{mn}^{(10)}} = 0$$

Dengan mengambil persamaan pertama, pada Persamaan (13) di atas, misalnya, akan didapat :

$$\begin{aligned}
 \text{Untuk } \frac{\partial \Pi}{\partial C_{mn}^{(1)}} = 0, \\
 C_{mn}^{(1)} (A_{11}^{(1)} \alpha_m^2 + A_{66}^{(1)} \beta_n^2) + C_{mn}^{(5)} \alpha_m \beta_n (A_{12}^{(1)} + A_{66}^{(1)}) \\
 + C_{mn}^{(5)} [(B_{12}^{(1)} + 2B_{66}^{(1)}) \alpha_m \beta_n^2 + B_{11}^{(1)} \alpha_m^3] + C_{mn}^{(9)} \\
 + \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} [- A_{16}^{(1)} (\alpha_m \beta_q L^{mn} + \beta_n \alpha_p L^{pq}) C_{pq}^{(1)} \\
 - (A_{16}^{(1)} \alpha_m \alpha_p L^{mn} + A_{26}^{(1)} \beta_n \beta_q L^{pq}) C_{pq}^{(3)} + \\
 [(B_{16}^{(1)} \alpha_p^2 + B_{26}^{(1)} \beta_q^2) \beta_n L^{pq} + 2B_{16}^{(1)} \alpha_n \alpha_p \beta_q L^{mn}] \\
 C_{pq}^{(3)}] = 0
 \end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned}
 L^{mn} &= \frac{16 mn}{\pi^2 (m^2 - p^2)(n^2 - q^2)} \\
 L^{pq} &= \frac{16 pq}{\pi^2 (m^2 - p^2)(n^2 - q^2)}
 \end{aligned}$$

dan m, n, p dan q dipilih sehingga $m + p$ dan $n + q$ adalah ganjil. Solusi lengkap Persamaan (13) diberikan dalam [8].

Dengan mengambil harga m dan n tertentu, Persamaan (13) akan memberikan persamaan linier aljabar homogen berukuran $10mn$ dalam $C_{mn}^{(i)}, i=1,2,\dots,10$. Kriteria stabilitas pelat sandwich ini menjadi persoalan masalah eigenvalue dalam bentuk $[P][C] = N_x [Q][C]$, dengan $[P]$ adalah matriks bujur sangkar dengan ukuran $10mn$.

Dalam prosedur komputasi, harga $C_{mn}^{(1)} - C_{mn}^{(4)}$ dan $C_{mn}^{(7)} - C_{mn}^{(10)}$ dalam Persamaan (13) dipecahkan dalam suku $C_{mn}^{(5)}$ dan $C_{mn}^{(6)}$. Dalam makalah ini, suatu sub-rutin [11] digunakan untuk menyelesaikan masalah eigenvalue ini.

3 Hasil analisis dan diskusi

Analisis akan diuji dan hasilnya dibandingkan dengan hasil analisis dan percobaan yang terdapat di dalam literatur [5] dan [6].

3.1 Beban kerut pada kolom sandwich

Sifat mekanik bahan pelat muka dan inti yang dipakai dalam analisis ini diberikan pada Tabel 1, sedang geometri kolom diberikan dalam Tabel 2. Hasilnya

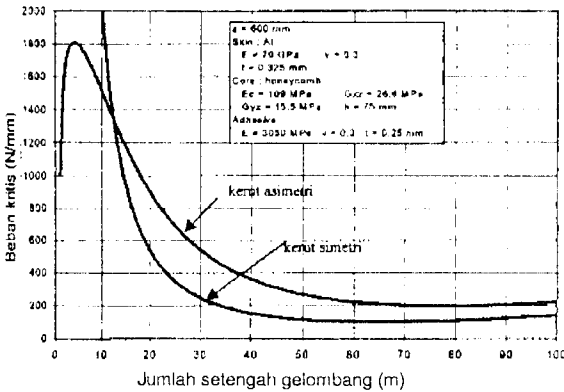
diberikan pada Gambar 4 dan 5, yang masing-masing menunjukkan beban kritis terhadap jumlah setengah panjang gelombang untuk pelat sandwich dengan pelat muka aluminium dan bahan komposit CFRP. Kedua gambar tersebut menunjukkan bahwa beban kritis simetri dan tidak simetri dapat terjadi jauh lebih rendah dibandingkan dengan beban kritis tekuk Euler (*overall buckling*). Tekuk Euler adalah kasus khusus untuk beban kerut antisimetris bila jumlah setengah panjang gelombang (m) sama dengan 1. Harga beban tekuk untuk modulus simetri sangat besar untuk $m = 1$ (tidak terlihat pada gambar).

Tabel 1 Sifat mekanik material sandwich kolom

CFRP	
$E_x = 142\ 000\ \text{N/mm}^2$; $E_y = 9800\ \text{N/mm}^2$	
$G_{xy} = 4300\ \text{N/mm}^2$; $\nu_{xy} = 0,34$	
Aluminium Alloy	
$E = 70\ 000\ \text{N/mm}^2$; $\nu = 0,3$	
Honeycomb Core	
$E_c = 109\ \text{N/mm}^2$; $G_{xz} = 26,6\ \text{N/mm}^2$	
Density $32\ \text{Kg/m}^3$, cell dia. 5 mm	
Perekat	
$E = 3050\ \text{N/mm}^2$; $\nu = 0,3$	

Tabel 2 Geometri kolom sandwich

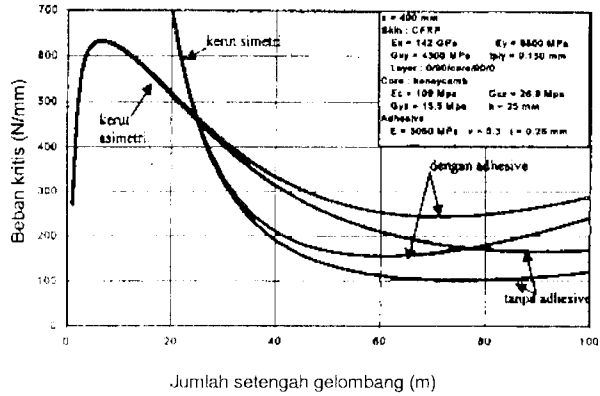
No	Bahan pelat muka	Panjang (mm)	Tebal inti (mm)	Lebar (mm)	Tebal pelat muka (mm)	Susunan
1	Al.	600	75	80	0,325	-
2	CFRP	600	75	80	0,30	0/90



Gambar 4 Kurva beban kritis terhadap jumlah setengah gelombang (m) untuk aluminium sandwich

Kedua gambar tersebut menunjukkan bahwa pada awalnya beban kritis Euler naik dengan membesarnya harga m . Tetapi, pada saat m membesar, kekakuan geser dan normal bahan inti menjadi penting, sehingga harga beban kritis menurun sampai mencapai harga minimum. Setelah mencapai harga minimum, beban kritis tekuk naik lagi. Harga beban minimum ini disebut beban kerut kritis simetri dan tidak simetri. Karena terjadinya

fenomena ini, sangatlah penting menaikkan harga m dalam analisis pelat sandwich untuk meneliti apakah kerutan merupakan modulus yang dominan. Seperti terlihat pada Gambar 4 dan 5, pada kasus ini, kerutan dapat menjadi sumber kegagalan yang lebih dominan dibandingkan dengan tekuk Euler.



Gambar 5 Kurva beban kritis terhadap jumlah setengah gelombang untuk kolom CFRP (0/90/core/90/0)

Beberapa ahli [1, 2, 3] juga meneliti beban kerut ini. Hasil analisis beberapa ahli tersebut untuk kasus kolom sandwich dengan pelat muka aluminium diberikan dalam Tabel 3. Terlihat bahwa hasil analisis ini lebih mendekati hasil percobaan dibandingkan dengan hasil pada [1, 2, 3].

Tabel 3 Beban kritis kerut pada kolom Al-sandwich (N/mm) (L = 600 mm; h = 75 mm; t = 0,325 mm)

	Hasil sekarang	Hoff	Plantema	Allen	Percobaan (Webber)
Beban kerut kritis (N/mm)	101 ^(s) 198 ^(a)	347 ^(s) 1613 ^(a)	290	348	183
Panjang kerutan kritis (mm)	9,38 ^(s) 7,5 ^(a)	5,85 ^(s) 10,6 ^(a)	6,74	5,86	-

(s) : Modus kerutan simetri

(a) : Modus kerutan tidak simetri

Pada Gambar 4 tampak bahwa harga beban kerut kritis terjadi pada saat $m = 64$. Karena itu, panjang kerutan kritis yang didapat penelitian ini adalah $600\ \text{mm}/64 = 9,38\ \text{mm}$ untuk kasus modulus kerut simetri. Harga yang sama untuk modulus antisimetri adalah $7,5\ \text{mm}$. Tabel 3 menunjukkan bahwa hasil penelitian ini memberikan harga yang lebih rendah dibandingkan dengan hasil penelitian lain, tetapi lebih mendekati hasil eksperimen Webber.

Gambar 5 juga menunjukkan bahwa pengaruh lapisan perekat adalah menaikkan beban kerut kritis karena penambahan lapisan ini menambah tebal pelat muka.

3.2 Beban kerut pada pelat sandwich

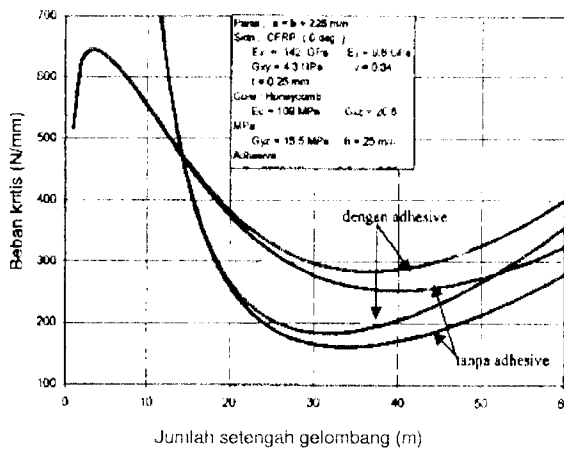
Pada kasus ini, dimensi panel dan sifat bahan pembentuk pelat sandwich dipilih sehingga beban kerut merupakan beban kritis. Dimensi panel dan sifat-sifatnya diberikan pada Tabel 4.

Tabel 4 Dimensi panel sandwich kerut dan sifatnya

Dimensi panel		
$a = b = 228 \text{ mm}$		
Pelat muka (CFRP)		
$E_x = 142 \text{ Gpa}$	$E_y = 9,8 \text{ Gpa}$	
$\nu_{xy} = 0,34$	$G_{xy} = 4,3 \text{ Gpa}$	
$t_{ply} = 0,125 \text{ mm}$		
Sifat-sifat core		
$E_c = 109 \text{ MPa}$	$G_{xz} = 26,6 \text{ Mpa}$	$G_{yz} = 15,5 \text{ MPa}$
$h = 25 \text{ mm}$		

Tabel 5 menunjukkan bahwa hasil penelitian ini sangat cocok dengan hasil yang diperoleh [5]. Penambahan lapisan perekat dalam analisis beban kerut akan menaikkan beban kritis yang dapat diterima panel sandwich serta menaikkan ketelitian hasil penelitian ini dibandingkan dengan hasil percobaan. Karena itu, hasil penelitian ini menunjukkan kesetaraan yang baik dibandingkan dengan hasil percobaan [5].

Gambar 6 menunjukkan karakteristik beban kerut ini sebagai fungsi dari jumlah setengah gelombang, m , untuk kasus $(0^*/inti/0^*)$ (Panel 2 dalam Tabel 5). Tampak bahwa kerutan merupakan faktor yang dominan pada beban tekuk. Beban tekuk modulus simetri dan antisimetri, keduanya menurun dengan meningkatnya m . Harga-harga tersebut menurun hingga mencapai harga minimum, kemudian naik lagi. Harga minimum tersebut



Gambar 6 Beban kerut kritis pada sandwich komposit (0/core/0)

Tabel 5 Beban kritis (N/mm) untuk spesimen kerut

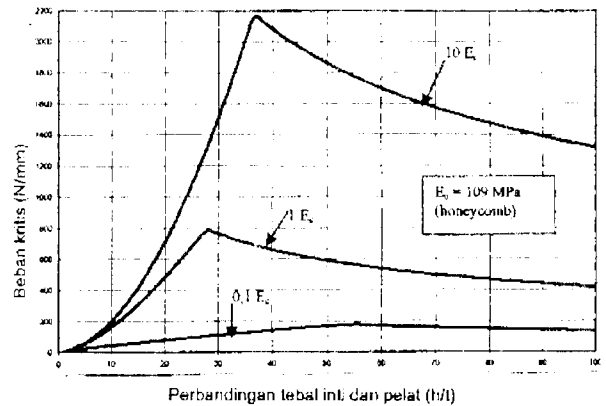
	Panel sandwich No.									
	1		2		3		4		5	
Pelat muka	Aluminium		0*		45/0/45		45/0*/45		0/90	
Hasil	Webber	Sekarang	Webber	Sekarang	Webber	Sekarang	Webber	Sekarang	Webber	Sekarang
Hasil percobaan	361	-	191	-	205	-	371	-	137	-
Beban kerut teoritis	490	497	160	161,3 (183,8)	170	171,7 (203,1)	285	287,6 (315,5)	77	77,4 (130,4)
Beban tekuk euler teoritis	583	605,6	249	252,8 (286,6)	263	268,5 (313,9)	404	414,8 (450,7)	126	128,7 (211,2)

* : menunjukkan ketebalan lapisan 0,25 mm
 () : termasuk lapisan perekat

menunjukkan harga beban kerut teoritis. Gambar 6 juga menunjukkan bahwa penambahan lapisan perekat ke dalam analisis menaikkan harga beban kerut simetri dan tidak simetri.

3.3 Pengaruh kekakuan inti

Pengaruh kekakuan inti terhadap beban kerut panel sandwich diberikan dalam Gambar 7. Dalam penelitian ini akan dianalisis panel sandwich dengan susunan lapisan (0/0/inti/0/0) dengan tebal (h) dan kekakuan inti yang berbeda. Ketebalan pelat muka diambil konstan, yaitu sebesar 0,2 mm. Gambar 7 menunjukkan bahwa untuk harga h/t yang kecil (inti tipis), tekuk Euler menjadi dominan, dan dengan naiknya perbandingan h/t , harga Euler naik terus. Harga tekuk Euler naik hingga harga h/t tertentu, hingga beban kerut mengambil alih dan menjadi dominan. Pada daerah ini, naiknya h/t lebih lanjut akan menurunkan beban tekuk, dan modulus kerutan akan menjadi dominan.



Gambar 7 Beban tekuk kritis pada panel sandwich komposit untuk kekakuan inti yang berbeda

Dengan menambah kekakuan inti, harga tekuk Euler akan naik, sehingga kerutan terjadi pada harga perbandingan h/t yang lebih tinggi (inti tebal). Dalam panel-panel ini, untuk perbandingan h/t lebih besar daripada 40, menurunkan kekakuan inti akan mengubah modulus kegagalan panel dari tekuk Euler menjadi beban kerut.

4 Kesimpulan

Dari hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa teori pelat berlapis klasik seperti yang sering dipakai untuk menganalisis pelat komposit berlapis yang berdasarkan pada hukum Kirchoff tidak dapat dipakai untuk menganalisis pelat *sandwich* komposit. Hal ini disebabkan karena pelat *sandwich* mengandung bahan inti yang mempunyai kekakuan geser yang rendah, sehingga deformasi pelat akibat beban geser menjadi besar. Juga, analisis Euler tidak dapat dipakai untuk menganalisis beban kritis kerut, karena beban kritis ini dapat terjadi pada beban dan panjang gelombang yang jauh lebih kecil dibanding daripada Euler. Hasil analisis yang diberikan dalam makalah ini sesuai dengan hasil analisis yang digunakan di literatur luar dan lebih sesuai dengan hasil percobaan. Teori baru yang dikembangkan dalam makalah ini mampu menganalisis beban tekuk Euler maupun kerut pada struktur *sandwich* yang bersifat anisotropik.

5 Daftar pustaka

1. Plantema, F.J., *Sandwich Constructions*, New York, John Wiley and Sons, (1966).
2. Allen, H.G., *Analysis and Design of Structural Sandwich Panels*, London, Pergamon Press, (1969).
3. Hoff, N.J. and Mautner, S.E., *The Buckling of Sandwich Panels*, Journal of Aeronautical Sciences, **12**, 109 – 118 (1945).
4. Benson, A.S. and Mayers, J., General Instability and Face Wrinkling of Sandwich Plates - Unified Theory and Applications , *AIAA Journal*, **5**, 729 – 739 (1967).
5. Pearce, T.R.A. and Webber, J.P.H., Buckling of Sandwich Panels with Laminated Face Plates, *Aeronautical Quarterly*, **4**, 148-160 (1972).
6. Webber, J.P.H; Kyriades, S and Lee, C.T., On the Wrinkling of Honeycomb Sandwich Columns with Laminated Cross-ply Faces, *Aeronautical Journal*, **3**, 264 – 272 (1976).
7. Kim, C.G. and Hong, C.S., Buckling of Unbalanced Anisotropic Sandwich Plates with Fibre-Reinforced Plastics , *AIAA Journal*, **26**, 982-988 (1988).
8. Hadi, B.K., *Beban Kerut pada Pelat Sandwich Yang Bersifat Anisotropik*, Laporan Penelitian Nomor : 18063197, OPF-ITB, Tahun Anggaran 1996/1997 (1997)
9. Hadi, B.K., *Buckling of Anisotropic Sandwich Panels with and without Holes*, Ph.D Thesis, University of London, (1995).
10. Rao, K.M., The Buckling of Anisotropic Sandwich Panels, *AIAA Journal*, **24**, 120 – 128 (1985).
11. Vetterling, et al., *Numerical Recipes*, John Wiley and Sons, (1990).
12. Jones, R.M., *Mechanics of Composite Materials*, Scripta Book, London, (1975).