



# Universidad Tecnológica de Panamá

## Facultad de Ingeniería Eléctrica



### Maestría en Ingeniería Eléctrica

### Especialización en Electrónica Digital y Automatización

## Diseño y Control de Robots (DyCR)

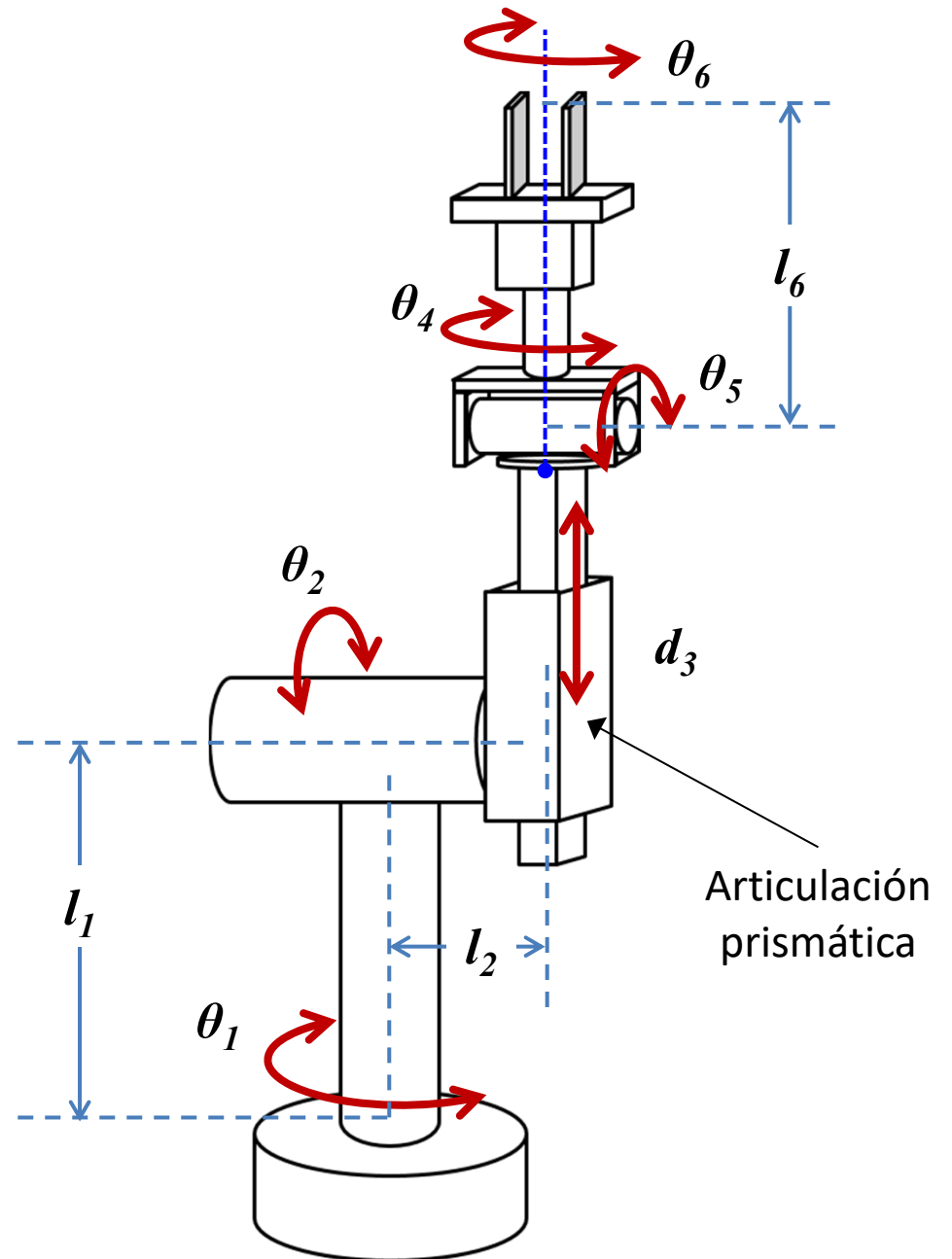
*“Análisis cinemático del brazo robótico de Stanford”*

**Prof. Dr. Héctor Montes Franceschi**

## Características principales del brazo robótico de Stanford

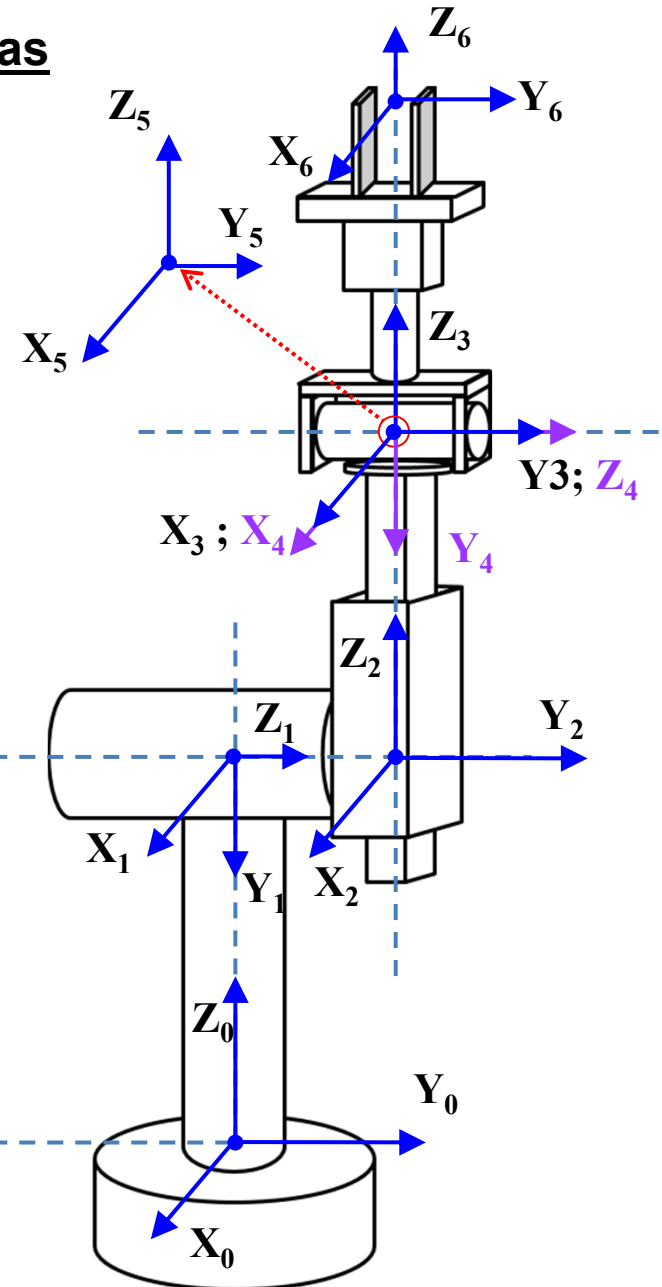
- Es un robot manipulador de 6 ejes con cinco articulaciones rotacionales y una prismática, lo que le da seis grados de libertad.
- Las articulaciones 1, 2, 4, 5 y 6 son rotacionales, cuyas variables serán  $\theta_i$ , esto es,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_4$ ,  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ , respectivamente.
- La articulación 3 es del tipo prismática, por lo tanto, la variable de esta articulación es  $d_3$ .
- La gráfica de este brazo robótico se encuentra en la siguiente diapositiva.

# Brazo robótico de Stanford



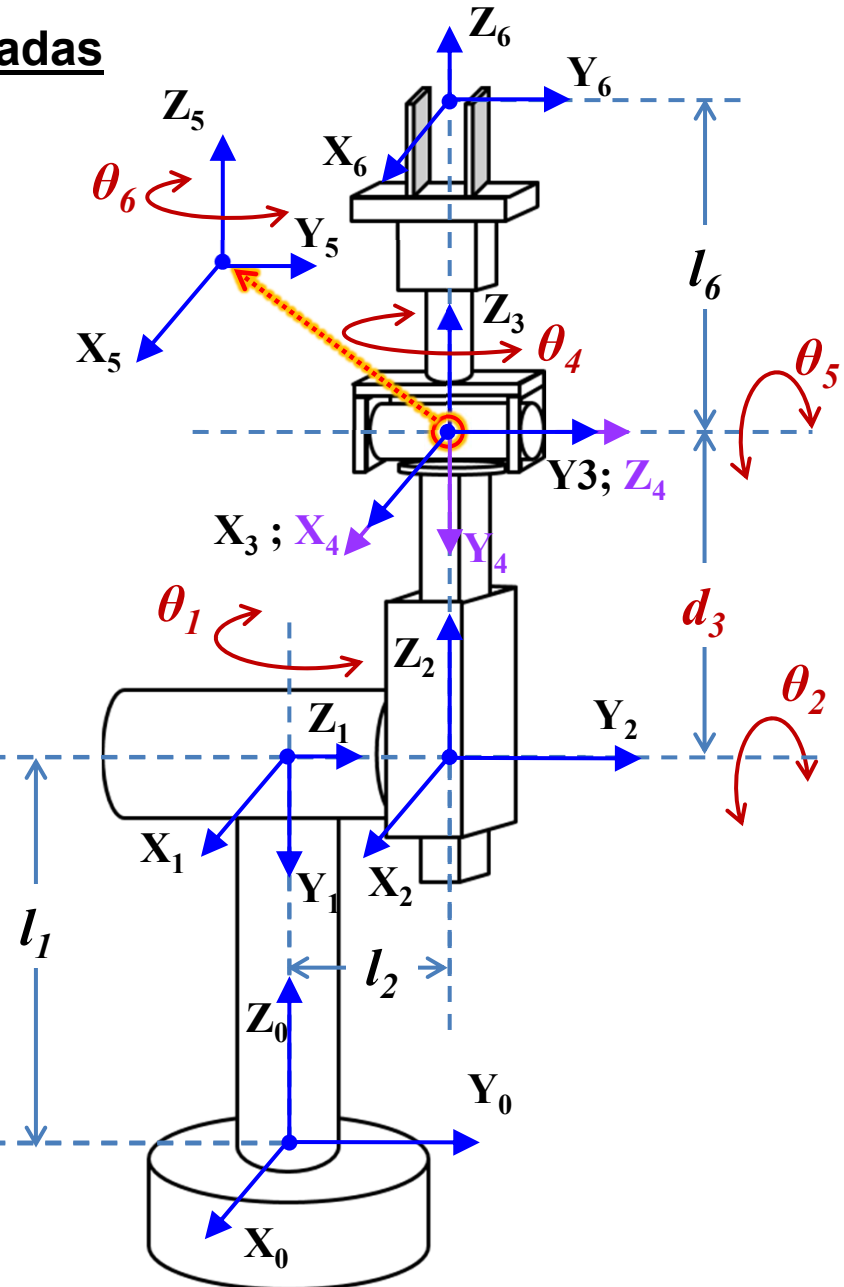
## Asignación de los sistemas de coordenadas

1. El eje  $z_{i-1}$  se coloca a lo largo del eje de la articulación ' $i$ '. Es decir, el eje  $z_0$  se coloca a lo largo de la articulación ' $1$ '.
2. El eje  $x_i$  es normal al eje  $z_{i-1}$ . Esto es, por ejemplo, el eje  $x_2$  es perpendicular al eje  $z_1$ .
3. El eje  $y_i$  completa el sistema dextrógiro. El eje ' $y$ ' correspondiente forma el sistema cartesiano según la regla de la mano derecha, por ejemplo, si el eje ' $x$ ' sale de esta hoja hacia el frente y el eje ' $z$ ' va hacia arriba de esta hoja, entonces, el sistema dextrógiro se completa colocando el eje ' $y$ ' a la derecha de esta hoja.



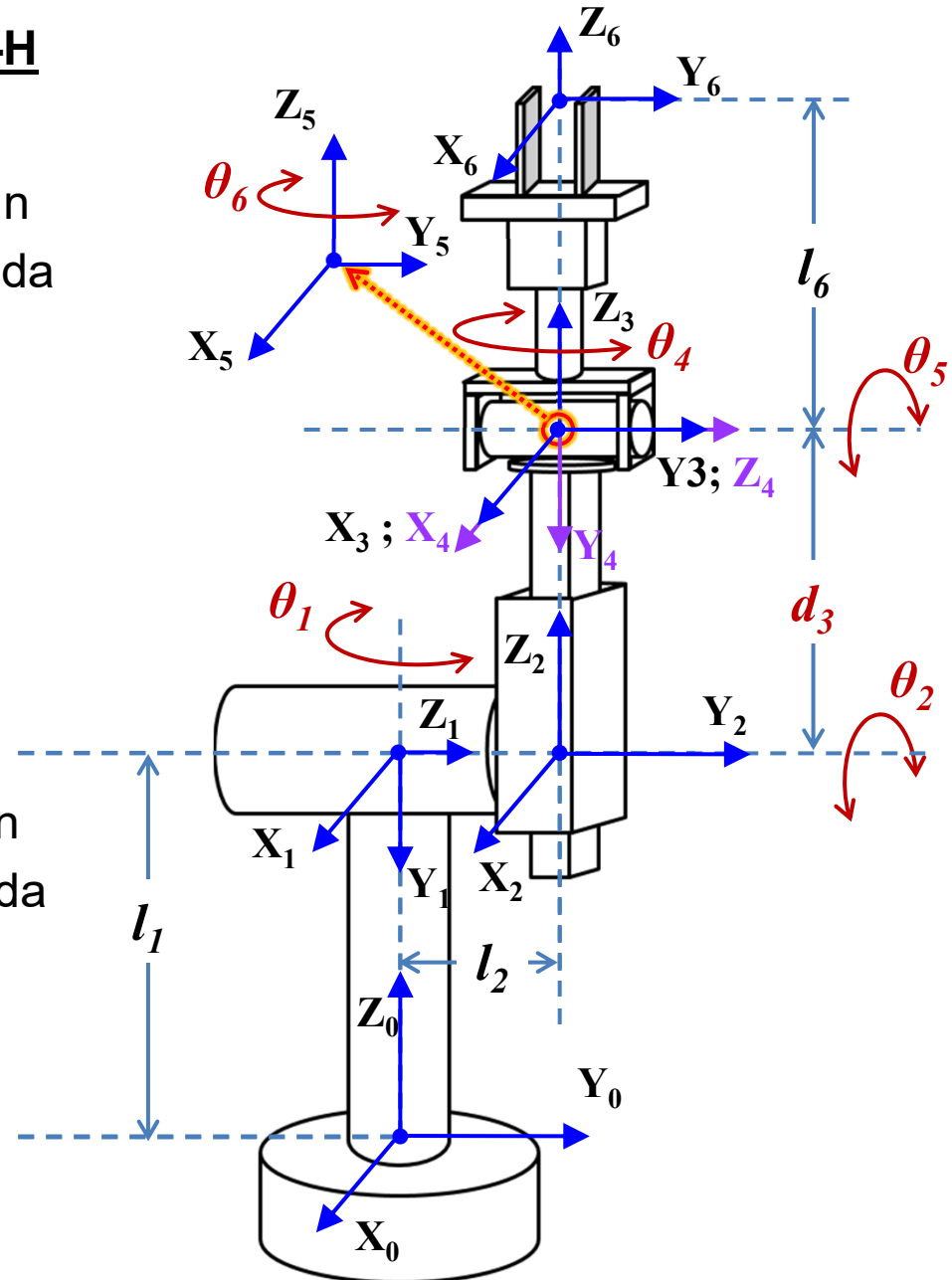
## Asignación de los sistemas de coordenadas

1. El eje  $z_{i-1}$  se coloca a lo largo del eje de la articulación ' $i$ '. Es decir, el eje  $z_0$  se coloca a lo largo de la articulación ' $1$ '.
2. El eje  $x_i$  es normal al eje  $z_{i-1}$ . Esto es, por ejemplo, el eje  $x_2$  es perpendicular al eje  $z_1$ .
3. El eje  $y_i$  completa el sistema dextrógiro. El eje ' $y$ ' correspondiente forma el sistema cartesiano según la regla de la mano derecha, por ejemplo, si el eje ' $x$ ' sale de esta hoja hacia el frente y el eje ' $z$ ' va hacia arriba de esta hoja, entonces, el sistema dextrógiro se completa colocando el eje ' $y$ ' a la derecha de esta hoja.



## Obtención de los parámetros de D-H

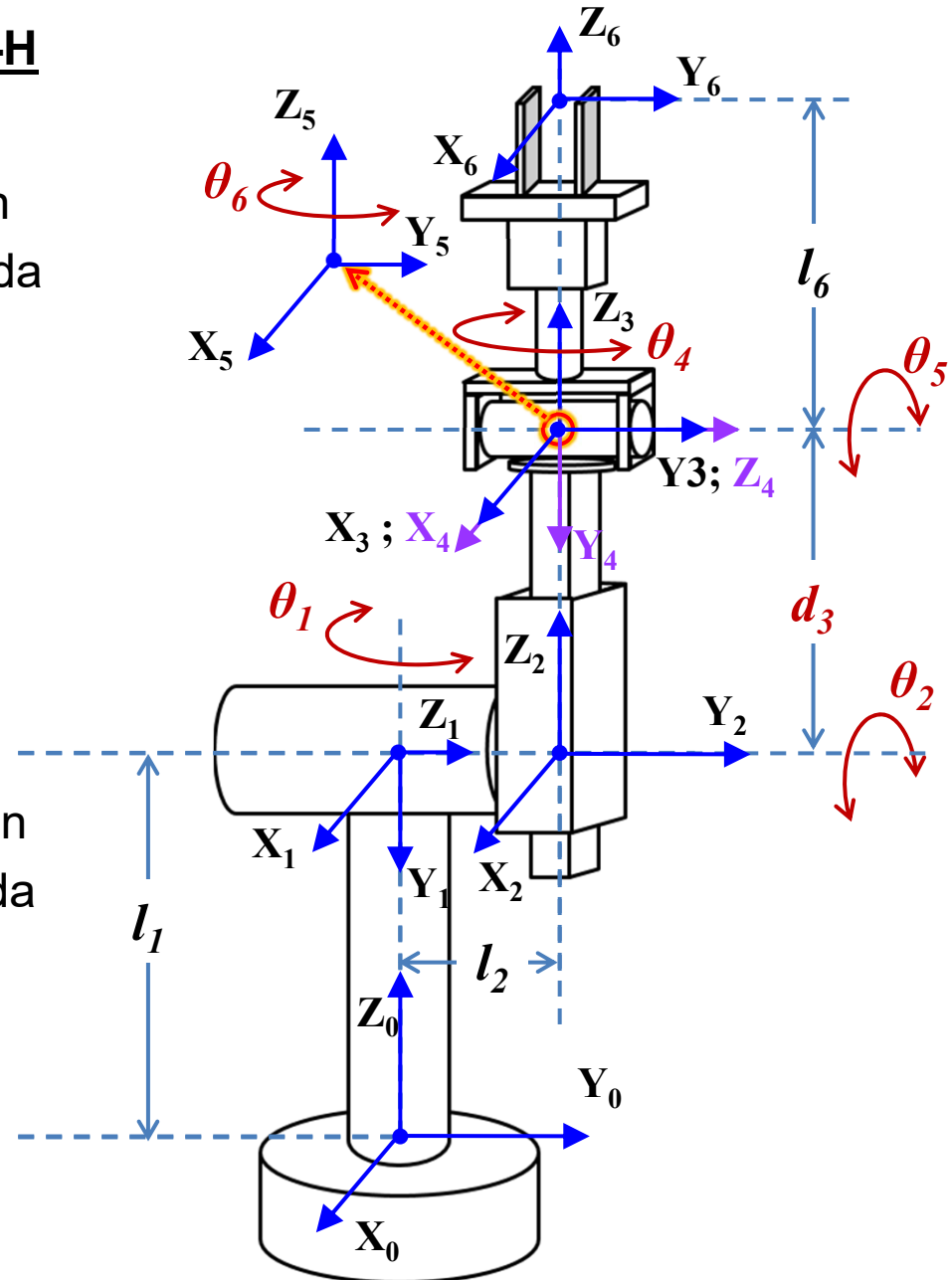
1. Rotación alrededor del eje " $Z_{i-1}$ " un ángulo " $\theta_i$ ", para que " $X_{i-1}$ " coincida con " $X_i$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_{i-1}$ " una distancia " $d_i$ ", para que " $O_{i-1}$ " coincida con " $O_i$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_i$ " una distancia " $a_i$ ", para que " $O_{i-1}$ " coincida con " $O_i$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_i$ " un ángulo " $\alpha_i$ ", para que " $Z_{i-1}$ " coincida con " $Z_i$ ". Se rota el " $\{S_{i-1}\}$ ".



## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 1

1. Rotación alrededor del eje " $Z_0$ " un ángulo " $\theta_1$ ", para que " $X_0$ " coincida con " $X_1$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_0$ " una distancia " $d_1$ ", para que " $O_0$ " coincida con " $O_1$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_1$ " una distancia " $a_1$ ", para que " $O_0$ " coincida con " $O_1$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_1$ " un ángulo " $\alpha_1$ ", para que " $Z_0$ " coincida con " $Z_1$ ". Se rota el " $\{S_0\}$ ".

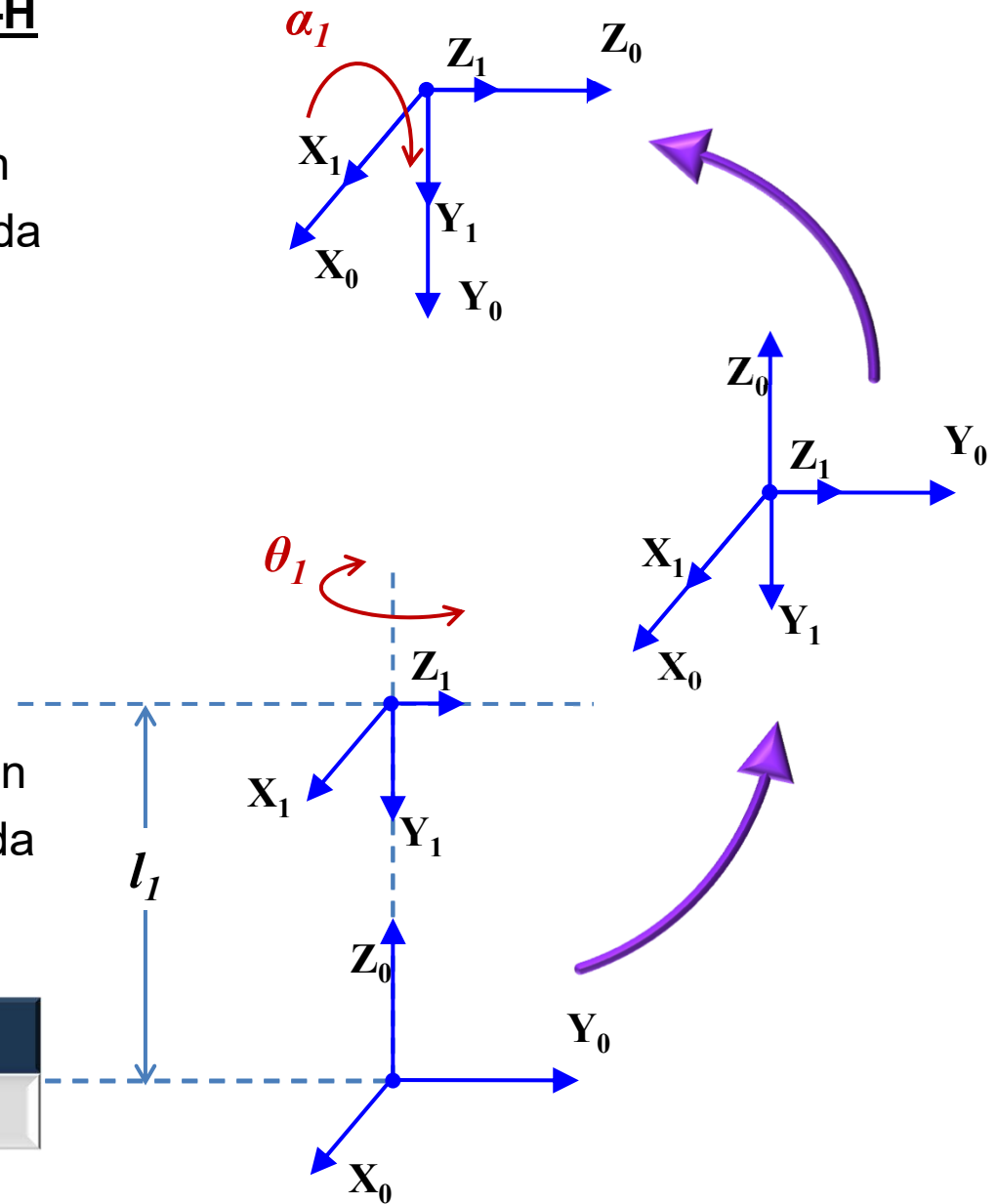


## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 1

1. Rotación alrededor del eje " $Z_0$ " un ángulo " $\theta_1$ ", para que " $X_0$ " coincida con " $X_1$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_0$ " una distancia " $d_1$ ", para que " $O_0$ " coincida con " $O_1$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_1$ " una distancia " $a_1$ ", para que " $O_0$ " coincida con " $O_1$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_1$ " un ángulo " $\alpha_1$ ", para que " $Z_0$ " coincida con " $Z_1$ ". Se rota el " $\{S_0\}$ ".

ART.	$a$	$d$	$\alpha$	$\theta$
1				



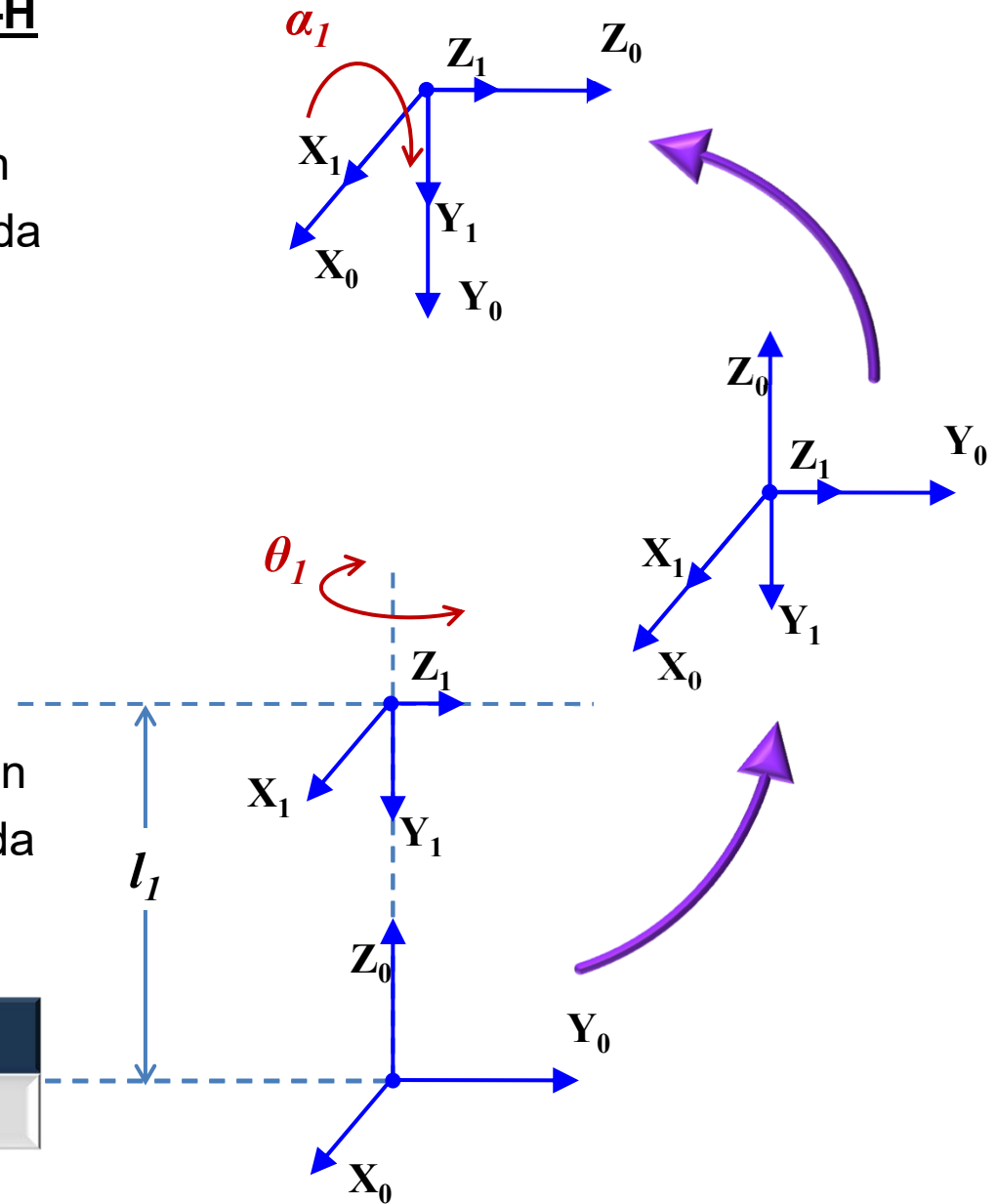


## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 1

1. Rotación alrededor del eje " $Z_0$ " un ángulo " $\theta_1$ ", para que " $X_0$ " coincida con " $X_1$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_0$ " una distancia " $d_1$ ", para que " $O_0$ " coincida con " $O_1$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_1$ " una distancia " $a_1$ ", para que " $O_0$ " coincida con " $O_1$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_1$ " un ángulo " $\alpha_1$ ", para que " $Z_0$ " coincida con " $Z_1$ ". Se rota el " $\{S_0\}$ ".

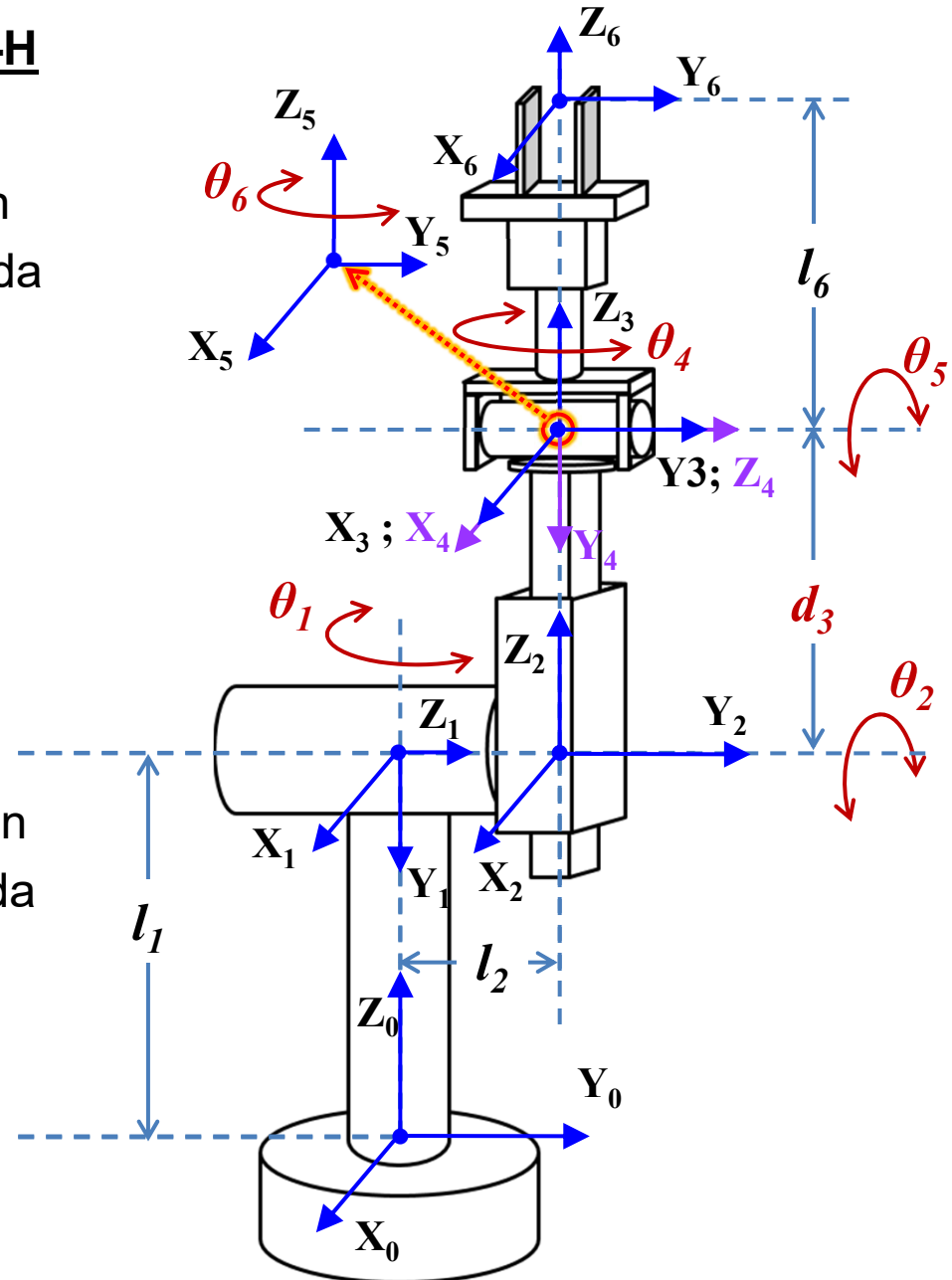
ART.	$a$	$d$	$\alpha$	$\theta$
1	0	$l_1$	$-\pi/2$	$\theta_1$



## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 2

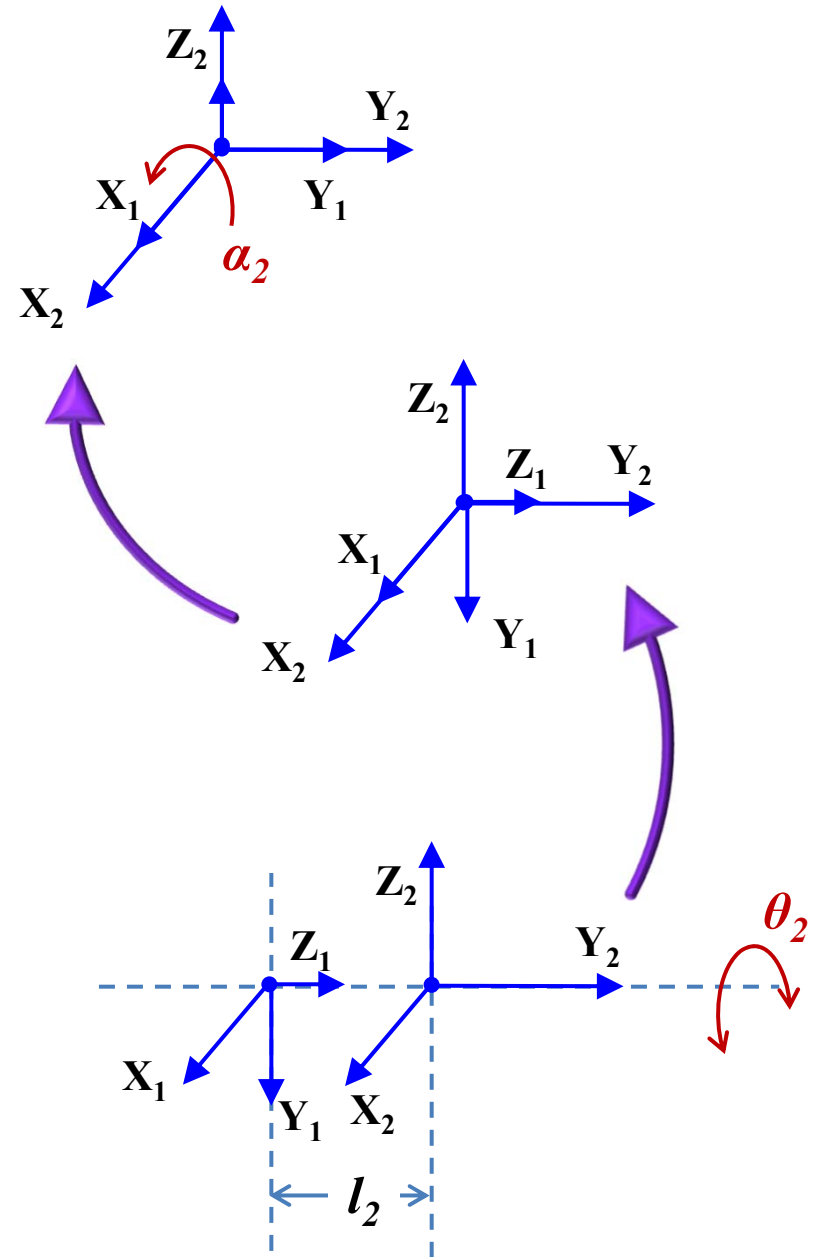
1. Rotación alrededor del eje " $Z_1$ " un ángulo " $\theta_2$ ", para que " $X_1$ " coincida con " $X_2$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_1$ " una distancia " $d_2$ ", para que " $O_1$ " coincida con " $O_2$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_2$ " una distancia " $a_2$ ", para que " $O_1$ " coincida con " $O_2$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_2$ " un ángulo " $\alpha_2$ ", para que " $Z_1$ " coincida con " $Z_2$ ". Se rota el " $\{S_{11}\}$ ".



## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 2

1. Rotación alrededor del eje " $Z_1$ " un ángulo " $\theta_2$ ", para que " $X_1$ " coincida con " $X_2$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_1$ " una distancia " $d_2$ ", para que " $O_1$ " coincida con " $O_2$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_2$ " una distancia " $a_2$ ", para que " $O_1$ " coincida con " $O_2$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_2$ " un ángulo " $\alpha_2$ ", para que " $Z_1$ " coincida con " $Z_2$ ". Se rota el " $\{S_{11}\}$ ".

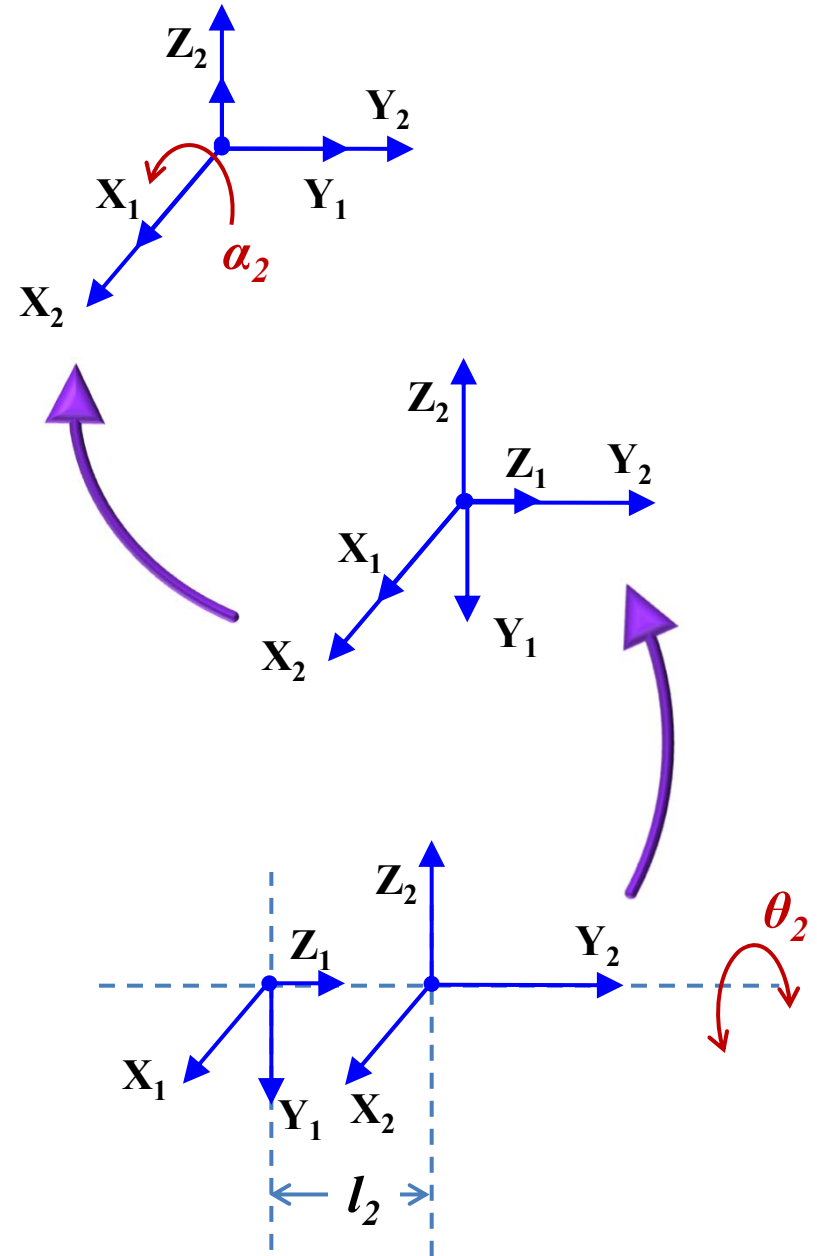


ART.	$a$	$d$	$\alpha$	$\theta$
2				

## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 2

1. Rotación alrededor del eje " $Z_1$ " un ángulo " $\theta_2$ ", para que " $X_1$ " coincida con " $X_2$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_1$ " una distancia " $d_2$ ", para que " $O_1$ " coincida con " $O_2$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_2$ " una distancia " $a_2$ ", para que " $O_1$ " coincida con " $O_2$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_2$ " un ángulo " $\alpha_2$ ", para que " $Z_1$ " coincida con " $Z_2$ ". Se rota el " $\{S_{11}\}$ ".



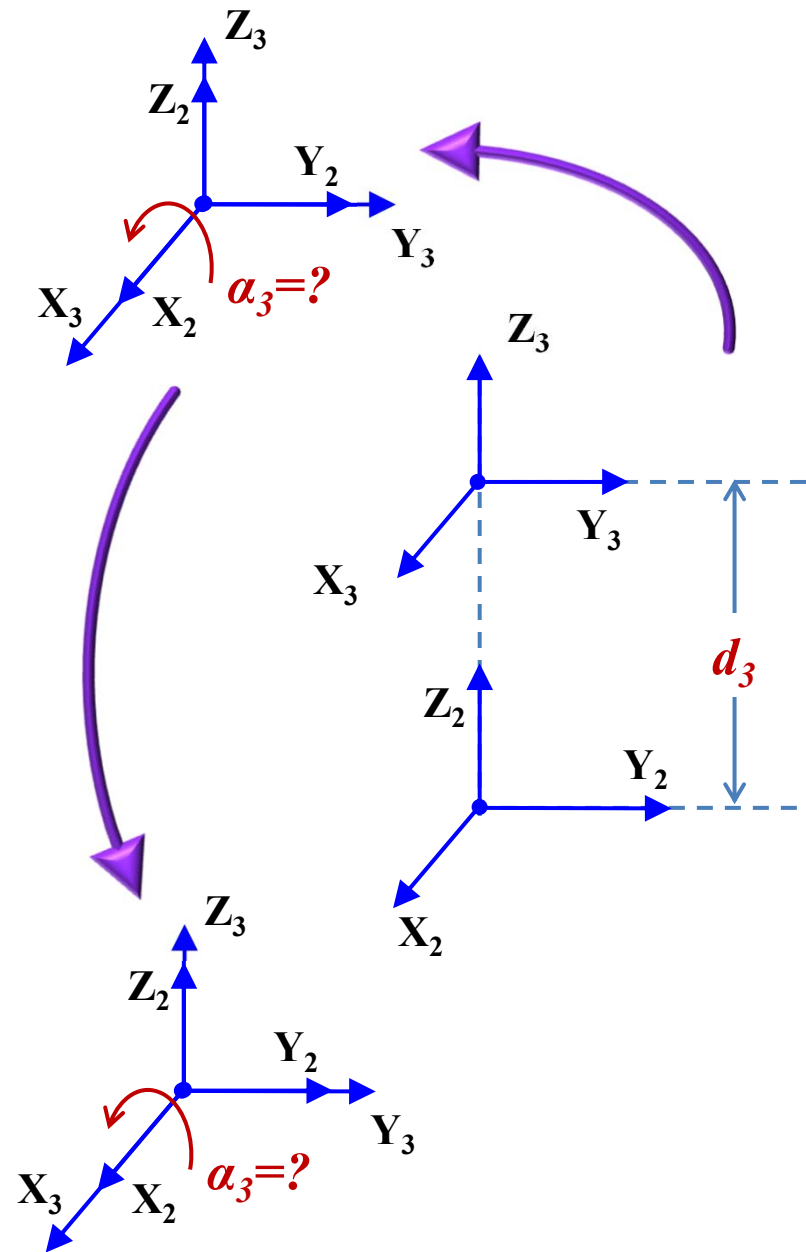
ART.	$a$	$d$	$\alpha$	$\theta$
2	0	$l_2$	$\pi/2$	$\theta_2$



## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 3

1. Rotación alrededor del eje " $Z_2$ " un ángulo " $\theta_3$ ", para que " $X_2$ " coincida con " $X_3$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_2$ " una distancia " $d_3$ ", para que " $O_2$ " coincida con " $O_3$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_3$ " una distancia " $a_3$ ", para que " $O_2$ " coincida con " $O_3$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_3$ " un ángulo " $\alpha_3$ ", para que " $Z_2$ " coincida con " $Z_3$ ". Se rota el " $\{S_2\}$ ".

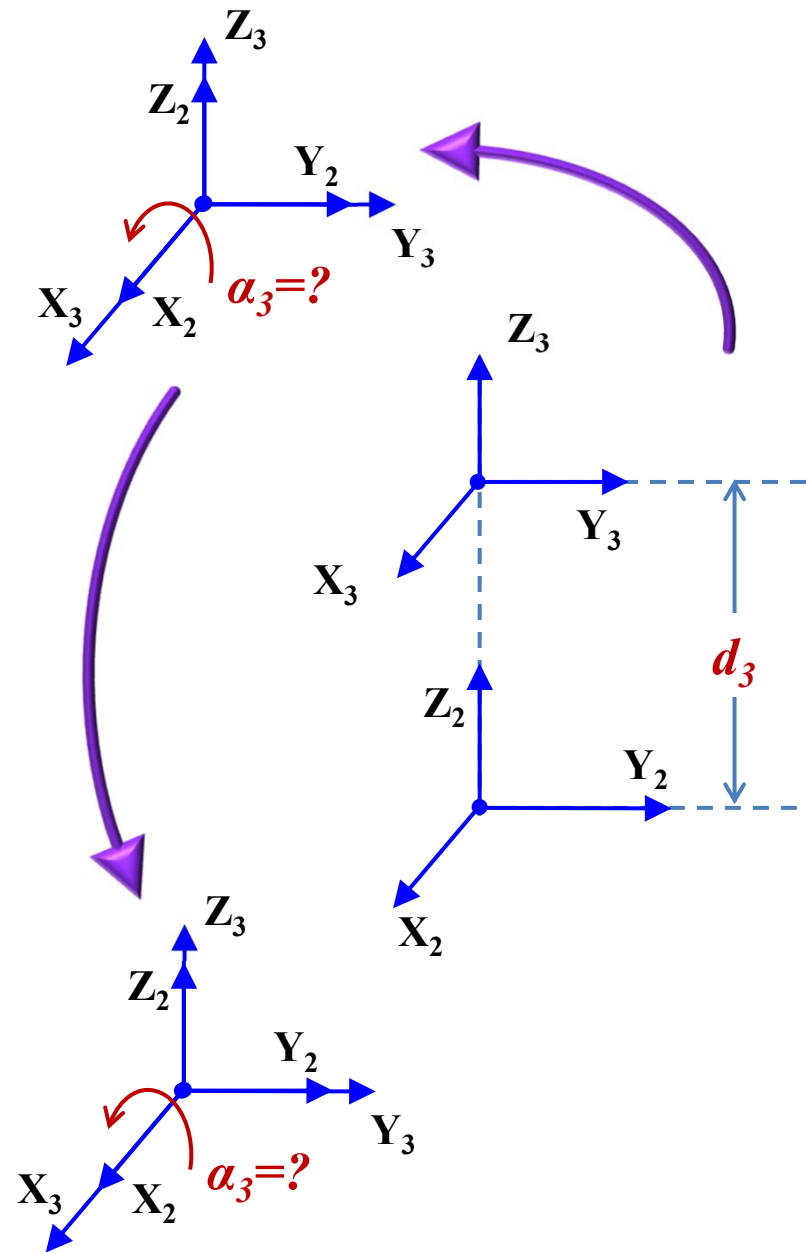


## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 3

1. Rotación alrededor del eje " $Z_2$ " un ángulo " $\theta_3$ ", para que " $X_2$ " coincida con " $X_3$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_2$ " una distancia " $d_3$ ", para que " $O_2$ " coincida con " $O_3$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_3$ " una distancia " $a_3$ ", para que " $O_2$ " coincida con " $O_3$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_3$ " un ángulo " $\alpha_3$ ", para que " $Z_2$ " coincida con " $Z_3$ ". Se rota el " $\{S_2\}$ ".

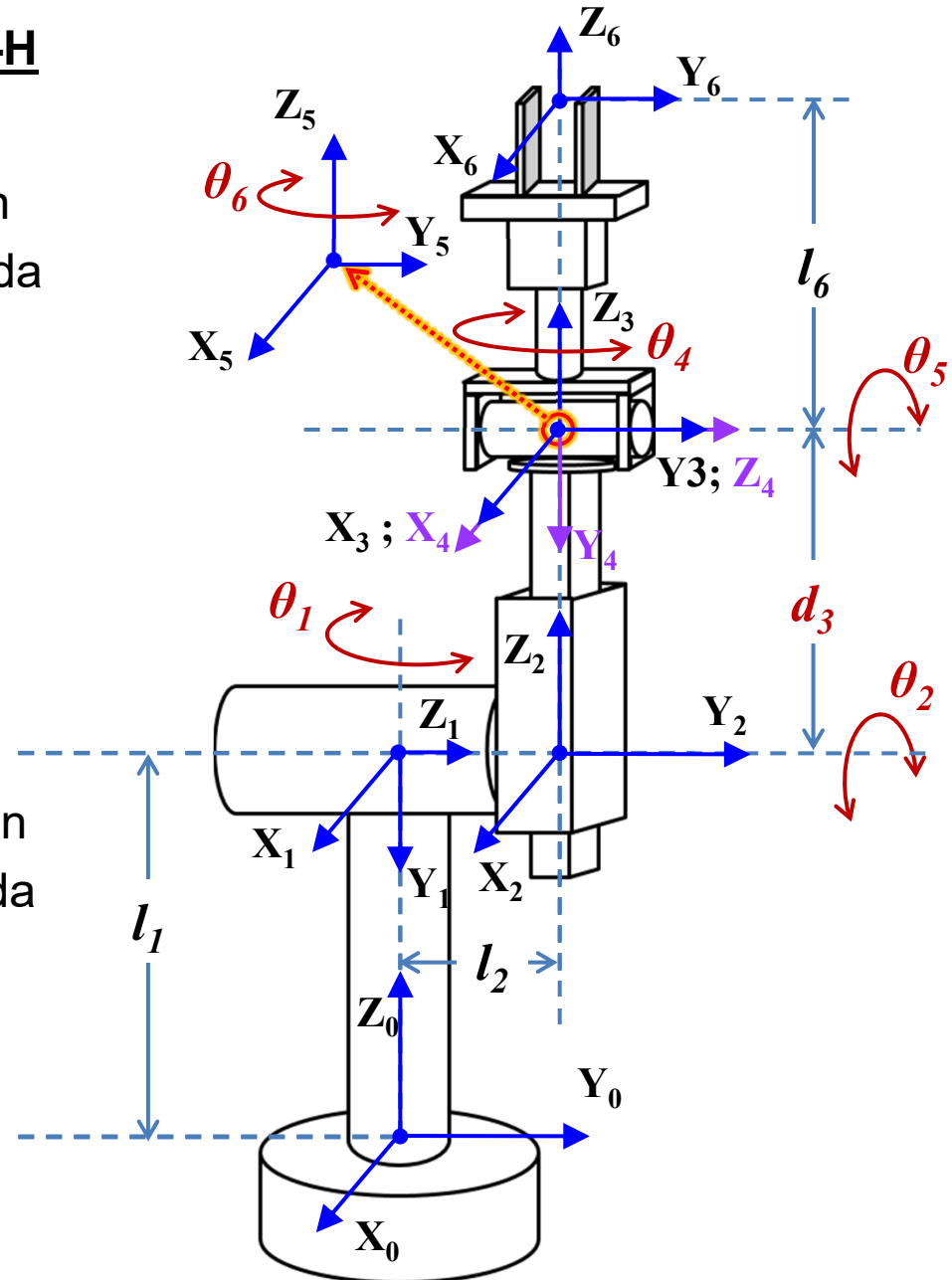
ART.	$a$	$d$	$\alpha$	$\theta$
3	0	$d_3$	0	0



## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 4

1. Rotación alrededor del eje " $Z_3$ " un ángulo " $\theta_4$ ", para que " $X_3$ " coincida con " $X_4$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_3$ " una distancia " $d_4$ ", para que " $O_3$ " coincida con " $O_4$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_4$ " una distancia " $a_4$ ", para que " $O_3$ " coincida con " $O_4$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_4$ " un ángulo " $\alpha_4$ ", para que " $Z_3$ " coincida con " $Z_4$ ". Se rota el " $\{S_3\}$ ".

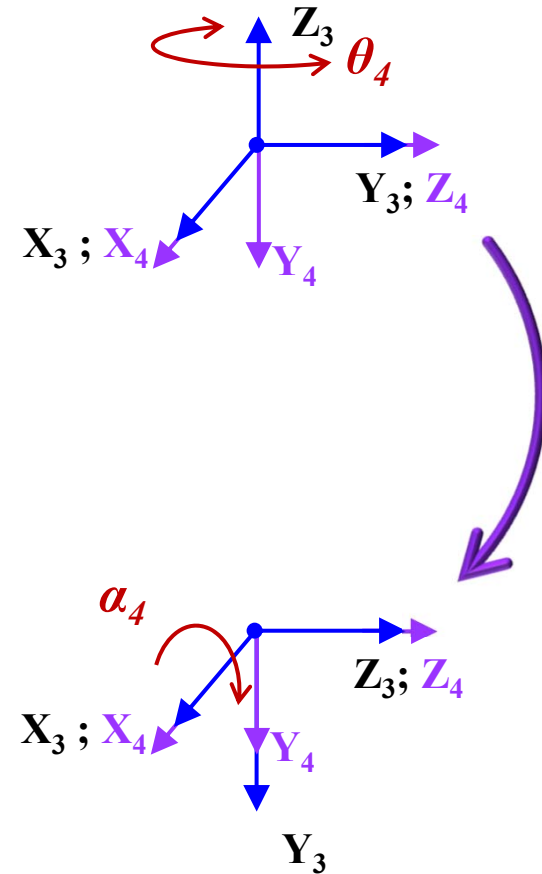




## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 4

1. Rotación alrededor del eje “ $Z_3$ ” un ángulo “ $\theta_4$ ”, para que “ $X_3$ ” coincida con “ $X_4$ ”.
2. Traslación a lo largo de “ $Z_3$ ” una distancia “ $d_4$ ”, para que “ $O_3$ ” coincida con “ $O_4$ ”.
3. Traslación a lo largo de “ $X_4$ ” una distancia “ $a_4$ ”, para que “ $O_3$ ” coincida con “ $O_4$ ”.
4. Rotación alrededor del eje “ $X_4$ ” un ángulo “ $\alpha_4$ ”, para que “ $Z_3$ ” coincida con “ $Z_4$ ”. Se rota el “ $\{S_3\}$ ”.

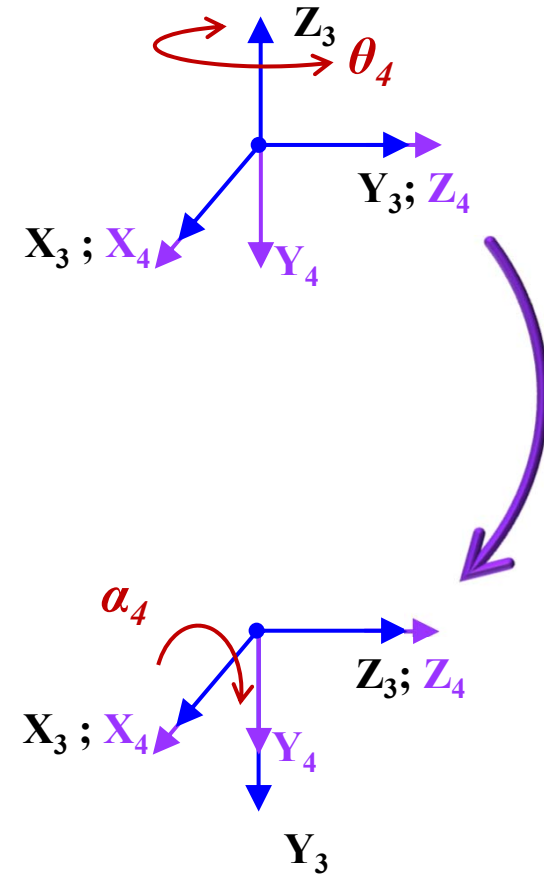


ART.	$a$	$d$	$\alpha$	$\theta$
4				

## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 4

1. Rotación alrededor del eje “ $Z_3$ ” un ángulo “ $\theta_4$ ”, para que “ $X_3$ ” coincida con “ $X_4$ ”.
2. Traslación a lo largo de “ $Z_3$ ” una distancia “ $d_4$ ”, para que “ $O_3$ ” coincida con “ $O_4$ ”.
3. Traslación a lo largo de “ $X_4$ ” una distancia “ $a_4$ ”, para que “ $O_3$ ” coincida con “ $O_4$ ”.
4. Rotación alrededor del eje “ $X_4$ ” un ángulo “ $\alpha_4$ ”, para que “ $Z_3$ ” coincida con “ $Z_4$ ”. Se rota el “ $\{S_3\}$ ”.

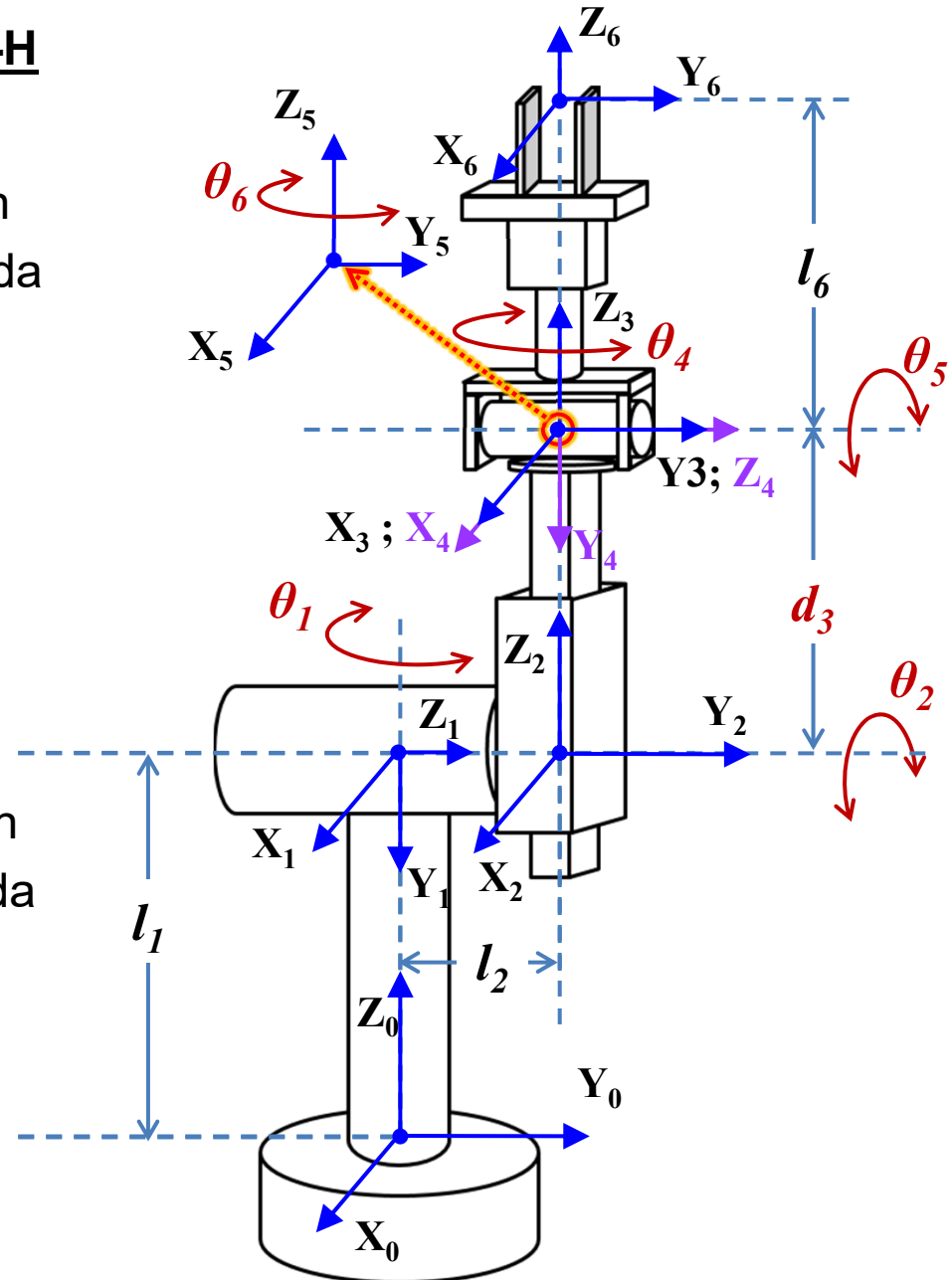


ART.	$a$	$d$	$\alpha$	$\theta$
4	$0$	$0$	$-\pi/2$	$\theta_4$

## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 5

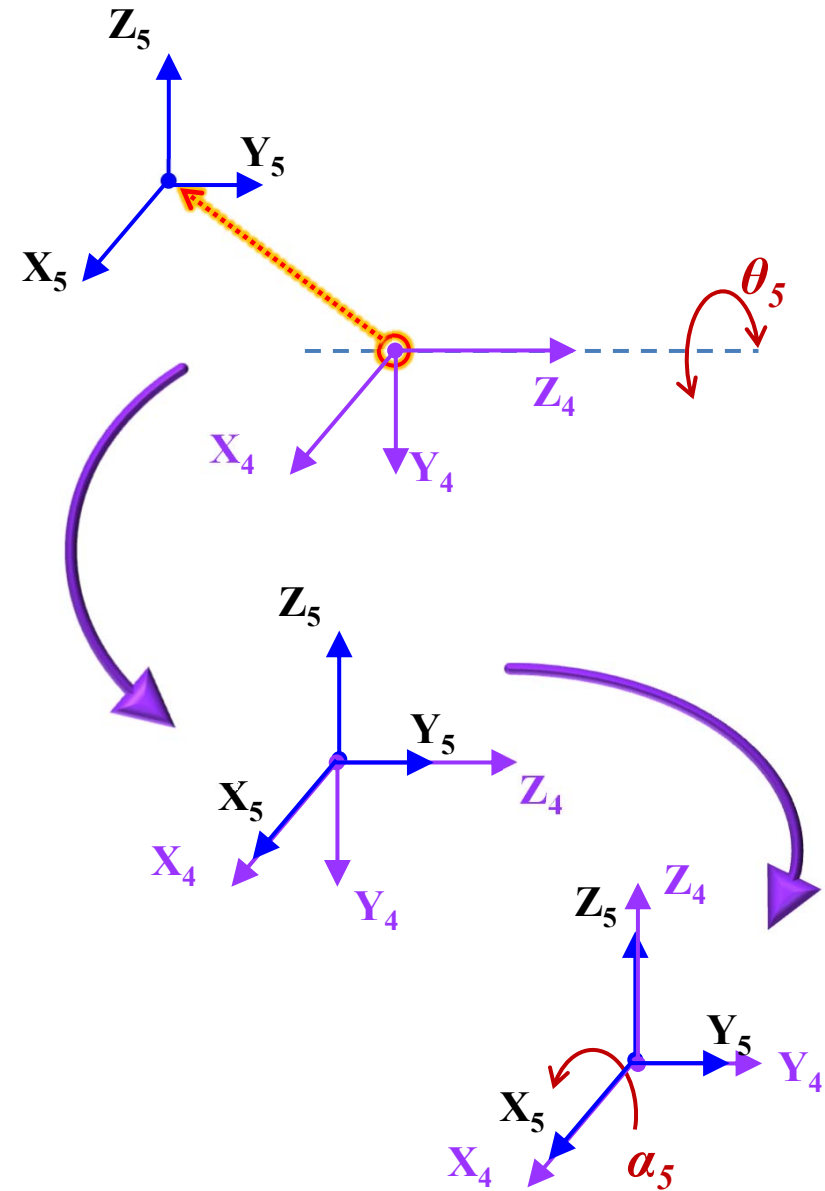
1. Rotación alrededor del eje " $Z_4$ " un ángulo " $\theta_5$ ", para que " $X_4$ " coincida con " $X_5$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_4$ " una distancia " $d_5$ ", para que " $O_4$ " coincida con " $O_5$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_5$ " una distancia " $a_5$ ", para que " $O_4$ " coincida con " $O_5$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_5$ " un ángulo " $\alpha_5$ ", para que " $Z_4$ " coincida con " $Z_5$ ". Se rota el " $\{S_4\}$ ".



## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 5

1. Rotación alrededor del eje " $Z_4$ " un ángulo " $\theta_5$ ", para que " $X_4$ " coincida con " $X_5$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_4$ " una distancia " $d_5$ ", para que " $O_4$ " coincida con " $O_5$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_5$ " una distancia " $a_5$ ", para que " $O_4$ " coincida con " $O_5$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_5$ " un ángulo " $\alpha_5$ ", para que " $Z_4$ " coincida con " $Z_5$ ". Se rota el " $\{S_4\}$ ".

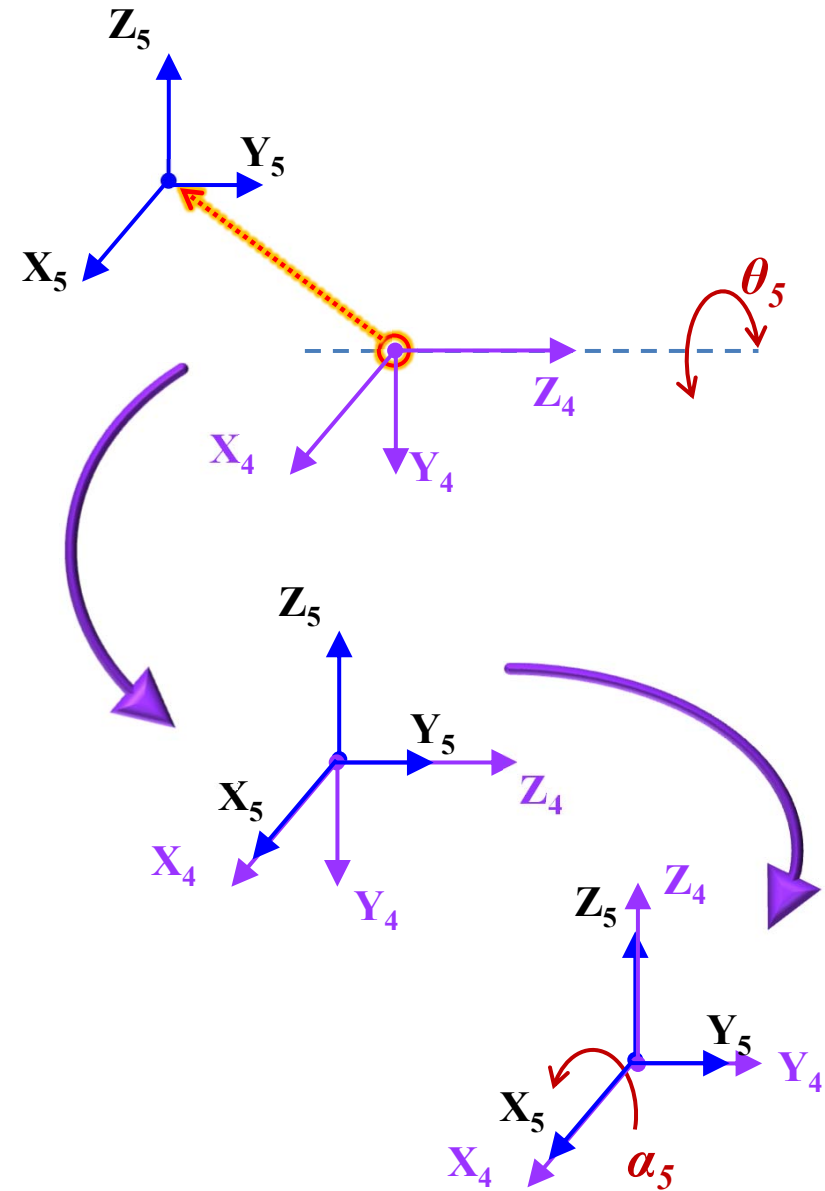


ART.	$a$	$d$	$\alpha$	$\theta$
5				

## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 5

1. Rotación alrededor del eje " $Z_4$ " un ángulo " $\theta_5$ ", para que " $X_4$ " coincida con " $X_5$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_4$ " una distancia " $d_5$ ", para que " $O_4$ " coincida con " $O_5$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_5$ " una distancia " $a_5$ ", para que " $O_4$ " coincida con " $O_5$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_5$ " un ángulo " $\alpha_5$ ", para que " $Z_4$ " coincida con " $Z_5$ ". Se rota el " $\{S_4\}$ ".

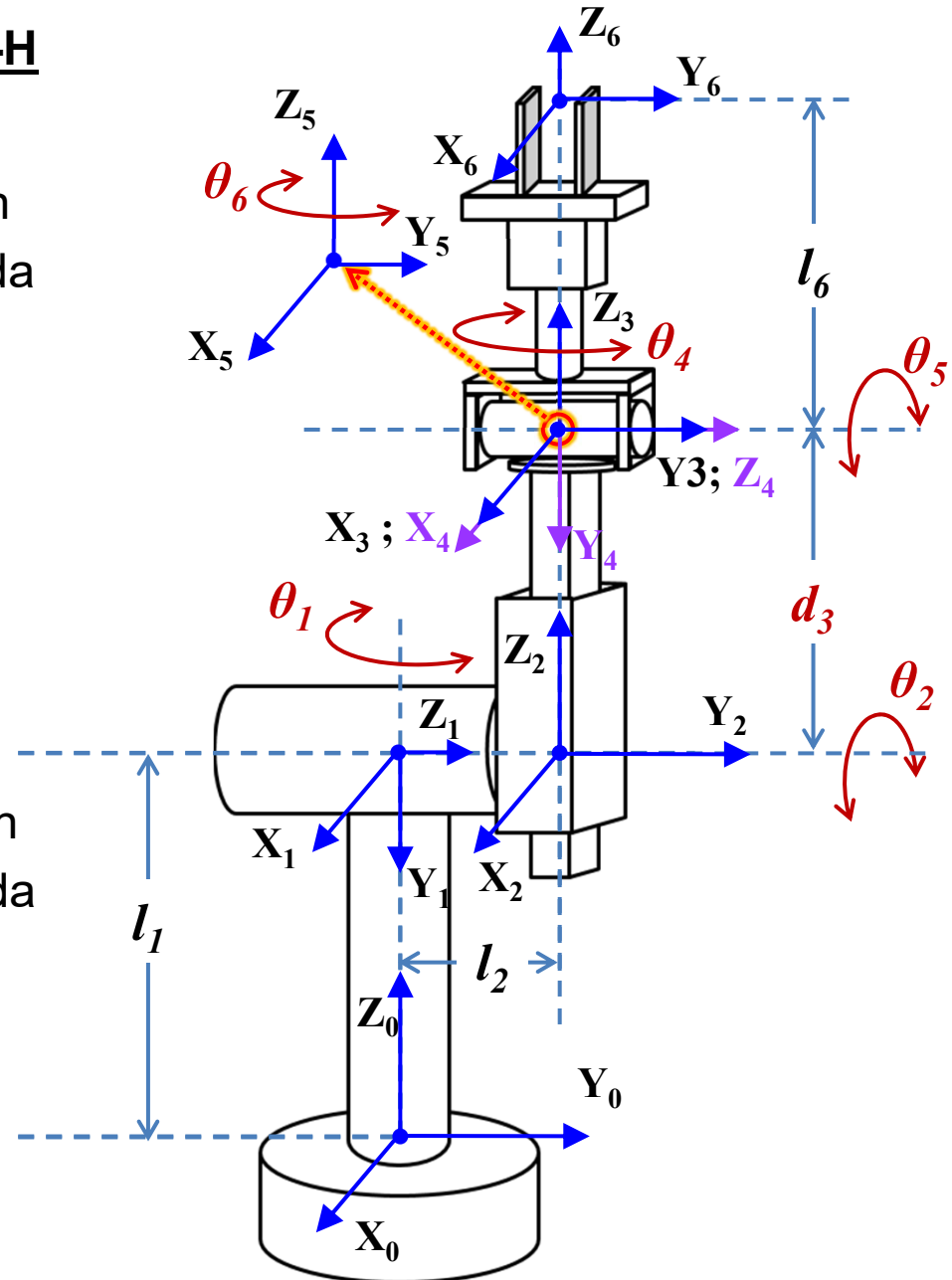


ART.	$a$	$d$	$\alpha$	$\theta$
5	$0$	$0$	$\pi/2$	$\theta_5$

## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 6

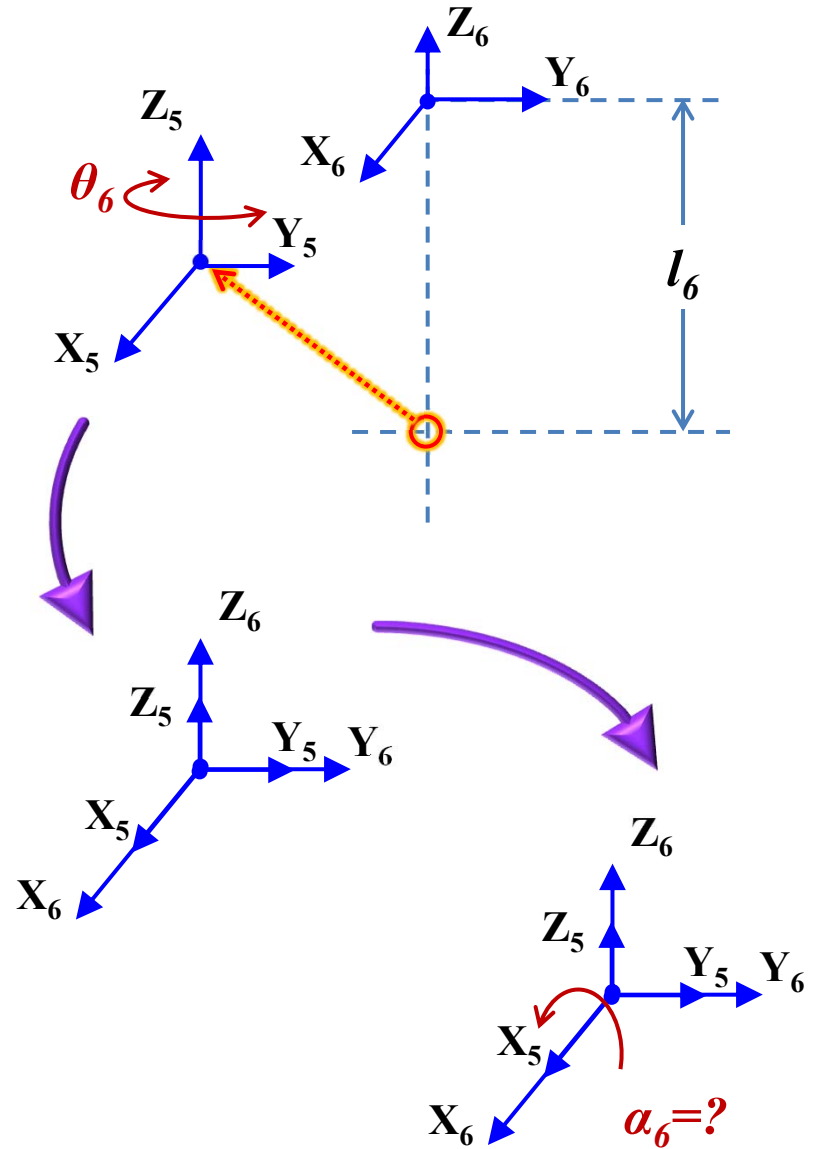
1. Rotación alrededor del eje " $Z_5$ " un ángulo " $\theta_6$ ", para que " $X_5$ " coincida con " $X_6$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_5$ " una distancia " $d_6$ ", para que " $O_5$ " coincida con " $O_6$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_6$ " una distancia " $a_6$ ", para que " $O_5$ " coincida con " $O_6$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_6$ " un ángulo " $\alpha_6$ ", para que " $Z_5$ " coincida con " $Z_6$ ". Se rota el " $\{S_5\}$ ".



## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 6

1. Rotación alrededor del eje " $Z_5$ " un ángulo " $\theta_6$ ", para que " $X_5$ " coincida con " $X_6$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_5$ " una distancia " $d_6$ ", para que " $O_5$ " coincida con " $O_6$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_6$ " una distancia " $a_6$ ", para que " $O_5$ " coincida con " $O_6$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_6$ " un ángulo " $\alpha_6$ ", para que " $Z_5$ " coincida con " $Z_6$ ". Se rota el " $\{S_5\}$ ".

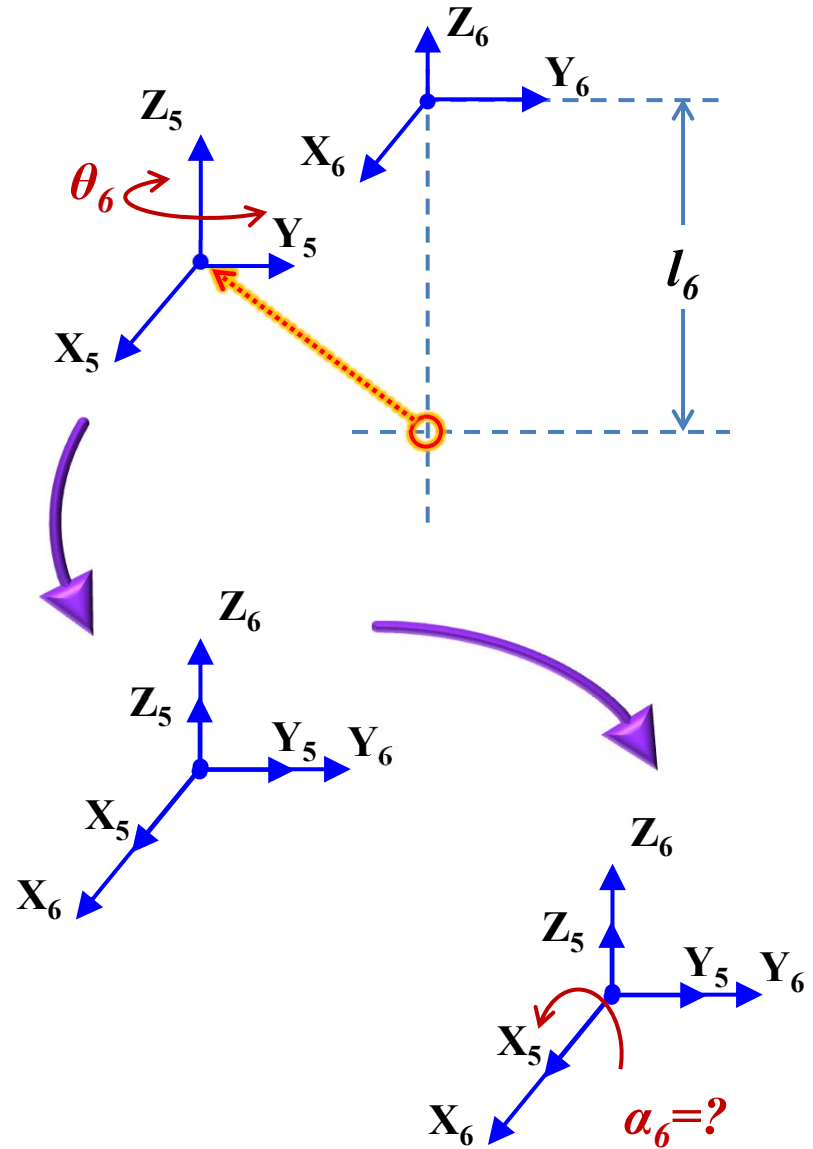


ART.	$a$	$d$	$\alpha$	$\theta$
6				

## Obtención de los parámetros de D-H

### ART. 6

1. Rotación alrededor del eje " $Z_5$ " un ángulo " $\theta_6$ ", para que " $X_5$ " coincida con " $X_6$ ".
2. Traslación a lo largo de " $Z_5$ " una distancia " $d_6$ ", para que " $O_5$ " coincida con " $O_6$ ".
3. Traslación a lo largo de " $X_6$ " una distancia " $a_6$ ", para que " $O_5$ " coincida con " $O_6$ ".
4. Rotación alrededor del eje " $X_6$ " un ángulo " $\alpha_6$ ", para que " $Z_5$ " coincida con " $Z_6$ ". Se rota el " $\{S_5\}$ ".

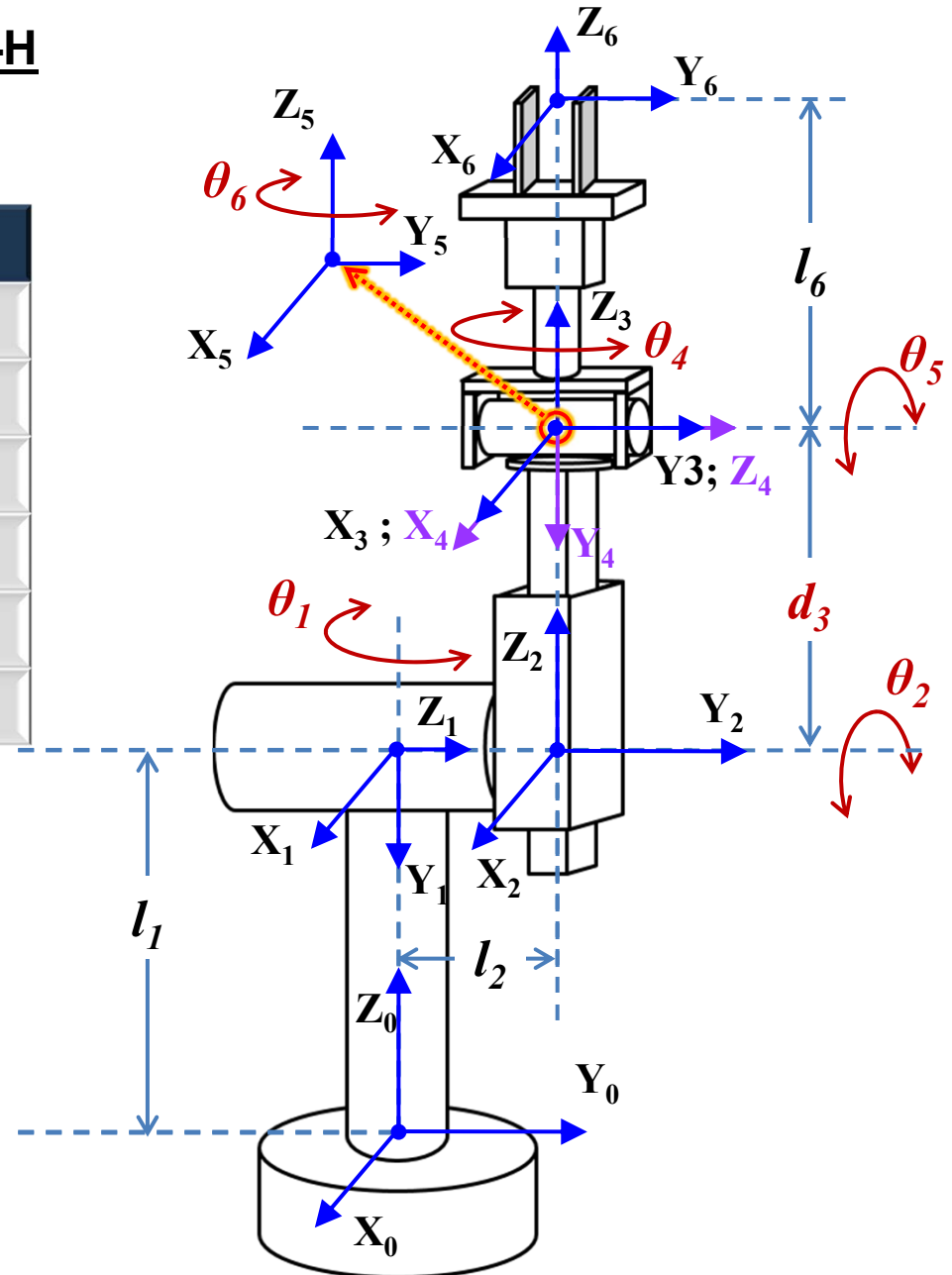


ART.	$a$	$d$	$\alpha$	$\theta$
6	0	$l_6$	0	$\theta_6$



## Obtención de los parámetros de D-H

ART.	$a$	$d$	$\alpha$	$\theta$
1	0	$l_1$	$-\pi/2$	$\theta_1$
2	0	$l_2$	$\pi/2$	$\theta_2$
3	0	$d_3$	0	0
4	0	0	$-\pi/2$	$\theta_4$
5	0	0	$\pi/2$	$\theta_5$
6	0	$l_6$	0	$\theta_6$



## Matrices de transformación homogénea de cada articulación

ART.	$a$	$d$	$\alpha$	$\theta$
<b>1</b>	<b>0</b>	$l_1$	$-\pi/2$	$\theta_1$
<b>2</b>	<b>0</b>	$l_2$	$\pi/2$	$\theta_2$
<b>3</b>	<b>0</b>	$d_3$	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>4</b>	$\theta$	$\theta$	$-\pi/2$	$\theta_4$
<b>5</b>	$\theta$	$\theta$	$\pi/2$	$\theta_5$
<b>6</b>	$\theta$	$l_6$	<b>0</b>	$\theta_6$

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i\sin\theta_i & \sin\alpha_i\sin\theta_i & a_i\cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i\cos\theta_i & -\sin\alpha_i\cos\theta_i & a_i\sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} C1 & 0 & -S1 & 0 \\ S1 & 0 & C1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} C4 & 0 & -S4 & 0 \\ S4 & 0 & C4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C2 & 0 & S2 & 0 \\ S2 & 0 & -C2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^4\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} C5 & 0 & S5 & 0 \\ S5 & 0 & -C5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^5\mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} C6 & -S6 & 0 & 0 \\ S6 & C6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 {}^2\mathbf{A}_3 {}^3\mathbf{A}_4 {}^4\mathbf{A}_5 {}^5\mathbf{A}_6$$

## Matrices de transformación homogénea del robot

Para ello se utilizará el siguiente código de Matlab®:

```
%multiplicación de matrices simbólicas
%declaración de símbolos
syms C1 S1 L1 C2 S2 L2 d3 C4 S4 C5 S5 C6 S6 L6

%matrices de transformación Ai
A1=[C1 0 -S1 0; S1 0 C1 0; 0 -1 0 L1; 0 0 0 1];
A2=[C2 0 S2 0; S2 0 -C2 0; 0 1 0 L2; 0 0 0 1];
A3=[1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 d3; 0 0 0 1];
A4=[C4 0 -S4 0; S4 0 C4 0; 0 -1 0 0; 0 0 0 1];
A5=[C5 0 S5 0; S5 0 -C5 0; 0 1 0 0; 0 0 0 1];
A6=[C6 -S6 0 0; S6 C6 0 0; 0 0 1 L6; 0 0 0 1];

%Obtención de la matriz de transformación homogénea T
T=A1*A2*A3*A4*A5*A6;

% Luego, en el command windows escriba T y obtendrá la
respuesta.
```

## Matrices de transformación homogénea del robot

Para ello se utilizará el siguiente código de Matlab®:

```
% Si desea ver la respuesta de una manera más  
adecuada/resumida puede utilizar la función 'pretty(T)' de  
esta manera  
pretty(T);
```

La respuesta de T en el *Command Window* de Matlab es la siguiente:

### Fila 1 de T

$$[- S6*(C4*S1 + C1*C2*S4) - C6*(C5*(S1*S4 - C1*C2*C4) + C1*S2*S5), S6*(C5*(S1*S4 - C1*C2*C4) + C1*S2*S5) - C6*(C4*S1 + C1*C2*S4), C1*C5*S2 - S5*(S1*S4 - C1*C2*C4), C1*S2*d3 - L2*S1 - L6*(S5*(S1*S4 - C1*C2*C4) - C1*C5*S2)]$$

### Fila 2 de T

$$[ S6*(C1*C4 - C2*S1*S4) + C6*(C5*(C1*S4 + C2*C4*S1) - S1*S2*S5), C6*(C1*C4 - C2*S1*S4) - S6*(C5*(C1*S4 + C2*C4*S1) - S1*S2*S5), S5*(C1*S4 + C2*C4*S1) + C5*S1*S2, L6*(S5*(C1*S4 + C2*C4*S1) + C5*S1*S2) + C1*L2 + S1*S2*d3]$$

## Matrices de transformación homogénea del robot

La respuesta de T en el *Command Window* de Matlab es la siguiente:

Fila 3 de T

$$[ S2*S4*S6 - C6*(C2*S5 + C4*C5*S2), \quad S6*(C2*S5 + C4*C5*S2) + C6*S2*S4, \\ C2*C5 - C4*S2*S5, \quad L1 + C2*d3 + L6*(C2*C5 - C4*S2*S5)]$$

Fila 4 de T

$$[ \quad 0, \quad \quad 0, \quad \quad 0, \quad \quad 1]$$

Con `pretty(T)`, la respuesta sería la siguiente:

$$\begin{array}{l} / \quad - S6 \#4 - C6 \#7, \quad S6 \#7 - C6 \#4, \quad C1 \ C5 \ S2 - S5 \#9, \quad C1 \ S2 \ d3 - L2 \ S1 - L6 \ (S5 \#9 - C1 \ C5 \ S2) \ \\ | \\ | \quad S6 \#3 + C6 \#5, \quad C6 \#3 - S6 \#5, \quad \#6, \quad \quad \quad L6 \#6 + C1 \ L2 + S1 \ S2 \ d3 \\ | \\ | \quad S2 \ S4 \ S6 - C6 \#2, \quad S6 \#2 + C6 \ S2 \ S4, \quad \#1, \quad \quad \quad L1 + C2 \ d3 + L6 \#1 \\ | \\ \ \quad 0, \quad \quad \quad 0, \quad \quad \quad 0, \quad \quad \quad 1 \end{array} /$$

## Matrices de transformación homogénea del robot

Donde los números representan lo siguiente,

$$\#1 == C2 C5 - C4 S2 S5$$

$$\#2 == C2 S5 + C4 C5 S2$$

$$\#3 == C1 C4 - C2 S1 S4$$

$$\#4 == C4 S1 + C1 C2 S4$$

$$\#5 == C5 \#8 - S1 S2 S5$$

$$\#6 == S5 \#8 + C5 S1 S2$$

$$\#7 == C5 \#9 + C1 S2 S5$$

$$\#8 == C1 S4 + C2 C4 S1$$

$$\#9 == S1 S4 - C1 C2 C4$$

## Matrices de transformación homogénea del robot

De aquí, se encuentran las posiciones  $p_x$ ,  $p_y$  y  $p_z$  del robot

$$p_x = C_1 S_2 d_3 - L_2 S_1 - L_6 (S_5 \#9 - C_1 C_5 S_2)$$

$$p_x = C_1 S_2 d_3 - L_2 S_1 - L_6 [S_5 (S_1 S_4 - C_1 C_2 C_4) - C_1 C_5 S_2]$$

$$p_y = L_6 \#6 + C_1 L_2 + S_1 S_2 d_3$$

$$p_y = L_6 [S_5 \#8 + C_5 S_1 S_2] + C_1 L_2 + S_1 S_2 d_3$$

$$p_y = L_6 [S_5 (C_1 S_4 + C_2 C_4 S_1) + C_5 S_1 S_2] + C_1 L_2 + S_1 S_2 d_3$$

$$p_z = L_1 + C_2 d_3 + L_6 \#1$$

$$p_z = L_1 + C_2 d_3 + L_6 (C_2 C_5 - C_4 S_2 S_5)$$

## Utilizando la Robotics System Toolbox

```
% Modelo del robot de Standford usando la Robotics System
Toolbox
% se declaran algunas variables simbólicas (con 'q' se tienen
todas las variables)
syms q1 q2 q3 q4 q5 q6 d1 d2 d6

% usando los parámetros de D-H se completa cada articulación
L1=Revolute('a', 0, 'd', d1, 'alpha', -pi/2);
L2=Revolute('a', 0, 'd', d2, 'alpha', pi/2);
L3=Prismatic('a', 0, 'theta', 0, 'alpha', 0);
L4=Revolute('a', 0, 'd', 0, 'alpha', -pi/2);
L5=Revolute('a', 0, 'd', 0, 'alpha', pi/2);
L6=Revolute('a', 0, 'd', d6, 'alpha', 0);

L=[L1 L2 L3 L4 L5 L6]; % vector con todas las articulaciones

% se realiza los enlaces de las articulaciones
R_Stanford = SerialLink(L, 'name', 'R-STD');

%obtención de la matriz de transformación homogénea
T = R_Stanford.fkine([q1 q2 q3 q4 q5 q6]);
```



## Utilizando la Robotics System Toolbox

En el Command Window se puede obtener los parámetros de D-H

```
>>R_Stanford
```

```
R_Stanford =
```

```
R-STD:: 6 axis, RRP4RR, stdDH, slowRNE, Symbolic
```

```
+---+-----+-----+-----+-----+-----+
| j |   theta |     d |     a |   alpha |   offset |
+---+-----+-----+-----+-----+-----+
| 1 |    q1 |    d1 |    0 |  -1.5708 |     0 |
| 2 |    q2 |    d2 |    0 |   1.5708 |     0 |
| 3 |     0 |    q3 |    0 |         0 |     0 |
| 4 |    q4 |     0 |    0 |  -1.5708 |     0 |
| 5 |    q5 |     0 |    0 |   1.5708 |     0 |
| 6 |    q6 |    d6 |    0 |         0 |     0 |
+---+-----+-----+-----+-----+-----+
```

## Utilizando la Robotics System Toolbox

También se puede obtener la MTH. Sin embargo, como es sabido es muy grande. A manera de ejemplo, solo se colocará la respuesta de px.

>>T

```
(24678615572571482867467662723121*d6*cos(q1)*sin(q2))/6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096 -
(122597380068651197257713859414983140362437055831*d6*sin(q1))/53399675898022752059875542654238802865067613058916319248676
0401955554931445160137505740521734144 - (4967757600021511*q3*sin(q1))/81129638414606681695789005144064 - d2*sin(q1) +
(122597380068651197257713859414983140362437055831*d6*cos(q2)*sin(q1))/5339967589802275205987554265423880286506761305891631
92486760401955554931445160137505740521734144 - (4967757600021511*d6*cos(q4)*sin(q1))/81129638414606681695789005144064 -
(4967757600021511*d6*cos(q5)*sin(q1))/81129638414606681695789005144064 + q3*cos(q1)*sin(q2) +
(4967757600021511*q3*cos(q2)*sin(q1))/81129638414606681695789005144064 -
(4967757600021511*d6*cos(q1)*cos(q2)*sin(q4))/81129638414606681695789005144064 -
(24678615572571482867467662723121*d6*cos(q1)*cos(q4)*sin(q2))/6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436
096 -
(122597380068651197257713859414983140362437055831*d6*cos(q2)*cos(q4)*sin(q1))/533996758980227520598755426542388028650676130
589163192486760401955554931445160137505740521734144 + d6*cos(q1)*cos(q5)*sin(q2) +
(4967757600021511*d6*cos(q2)*cos(q5)*sin(q1))/81129638414606681695789005144064 +
(4967757600021511*d6*cos(q4)*cos(q5)*sin(q1))/81129638414606681695789005144064 +
(24678615572571482867467662723121*d6*sin(q1)*sin(q2)*sin(q4))/65820182292848241686198767302294020199309434625343194533944360
96 - d6*sin(q1)*sin(q4)*sin(q5) + d6*cos(q1)*cos(q2)*cos(q4)*sin(q5) +
(4967757600021511*d6*cos(q1)*cos(q2)*cos(q5)*sin(q4))/81129638414606681695789005144064 +
(24678615572571482867467662723121*d6*cos(q1)*cos(q4)*cos(q5)*sin(q2))/658201822928482416861987673022940201993094346253431945
3394436096 +
(122597380068651197257713859414983140362437055831*d6*cos(q2)*cos(q4)*cos(q5)*sin(q1))/53399675898022752059875542654238802865
0676130589163192486760401955554931445160137505740521734144 -
(4967757600021511*d6*cos(q1)*sin(q2)*sin(q4)*sin(q5))/81129638414606681695789005144064 -
(24678615572571482867467662723121*d6*cos(q2)*sin(q1)*sin(q4)*sin(q5))/6582018229284824168619876730229402019930943462534319453
394436096 - (4967757600021511*d6*cos(q4)*sin(q1)*sin(q2)*sin(q5))/81129638414606681695789005144064 -
(24678615572571482867467662723121*d6*cos(q5)*sin(q1)*sin(q2)*sin(q4))/6582018229284824168619876730229402019930943462534319453
394436096]
```

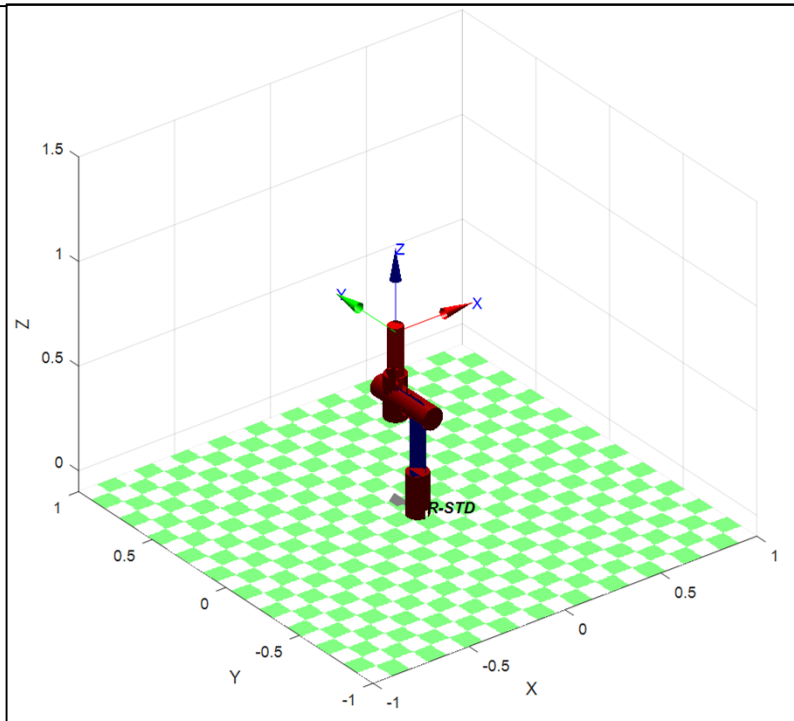
## Utilizando la Robotics System Toolbox

Se le darán valores a las dimensiones del robot de Stanford, esto es,  $d1= 0.4$  m;  $d2= 0.15$  m; y,  $d6= 0.3$  m.

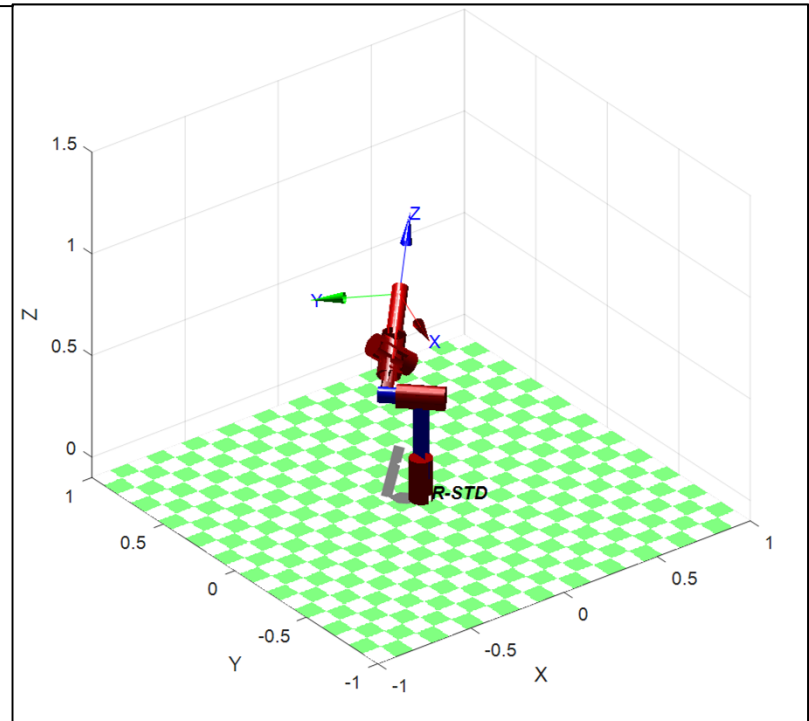
Se harán dos gráficas con las siguientes características:

<i>Fig.</i>	<i>q1</i>	<i>q2</i>	<i>q3</i>	<i>q4</i>	<i>q5</i>	<i>q6</i>
<b>Fig. 1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Fig. 2</b>	<b>45°</b>	<b>60°</b>	<b>0.2</b>	<b>45°</b>	<b>0</b>	<b>-60°</b>

```
R_Stanford.plot([0 0 0 0 0 0],  
'workspace', [-1 1 -1 1 -0.1  
1.5], 'reach', 1)
```



```
R_Stanford.plot([pi/4 pi/3 0.2 pi/4  
0 -pi/3], 'workspace', [-1 1 -1 1 -  
0.1 1.5], 'reach', 1)
```



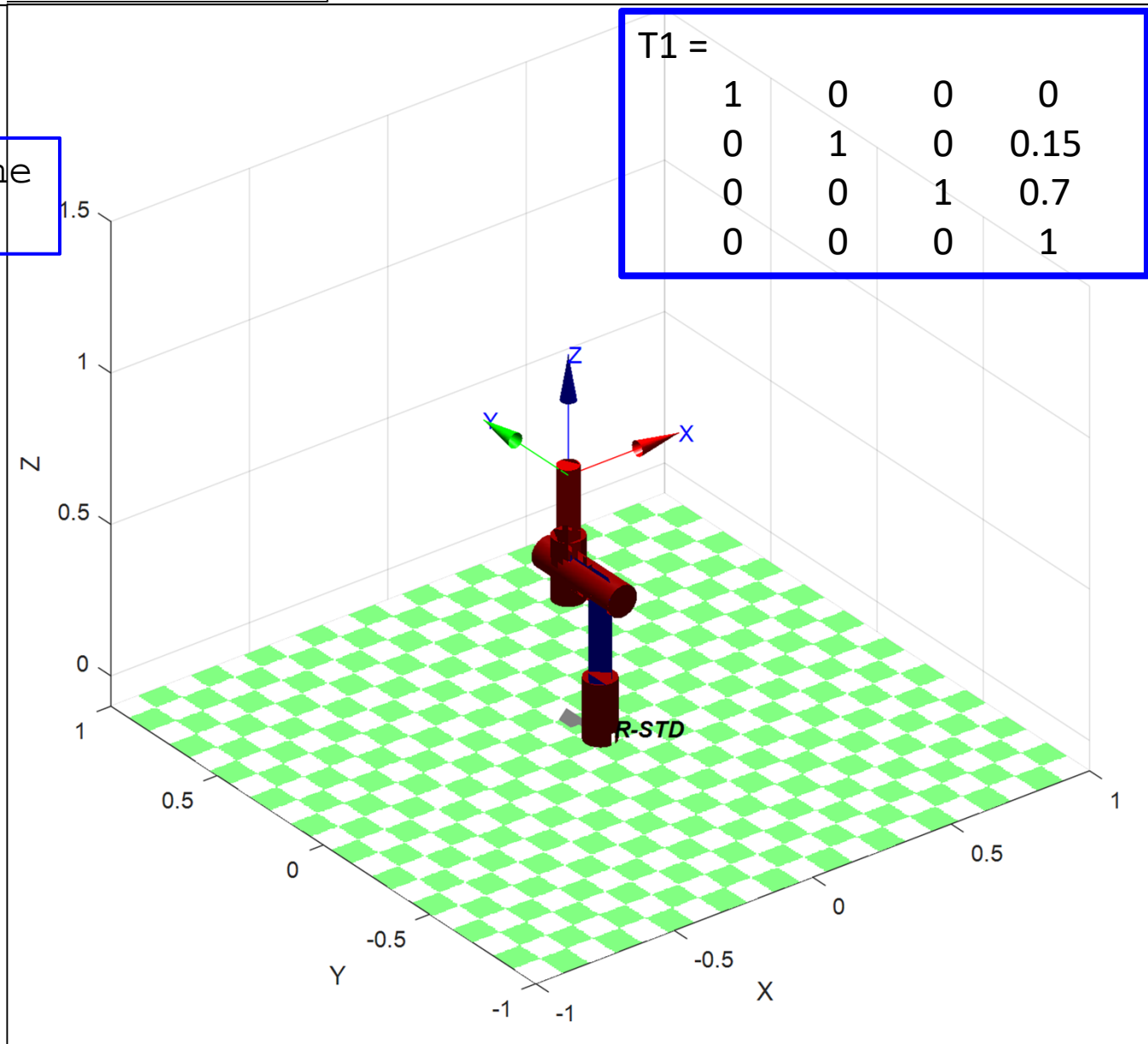
```
R_Stanford.plot([0 0 0 0 0 0],  
'workspace', [-1 1 -1 1 -0.1  
1.5], 'reach', 1)
```

<i>Fig.</i>	<i>q1</i>	<i>q2</i>	<i>q3</i>	<i>q4</i>	<i>q5</i>	<i>q6</i>
<b>Fig. 1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

```
T1=R_Stanford.fkine  
([0 0 0 0 0 0]);
```

T1 =

1	0	0	0
0	1	0	0.15
0	0	1	0.7
0	0	0	1



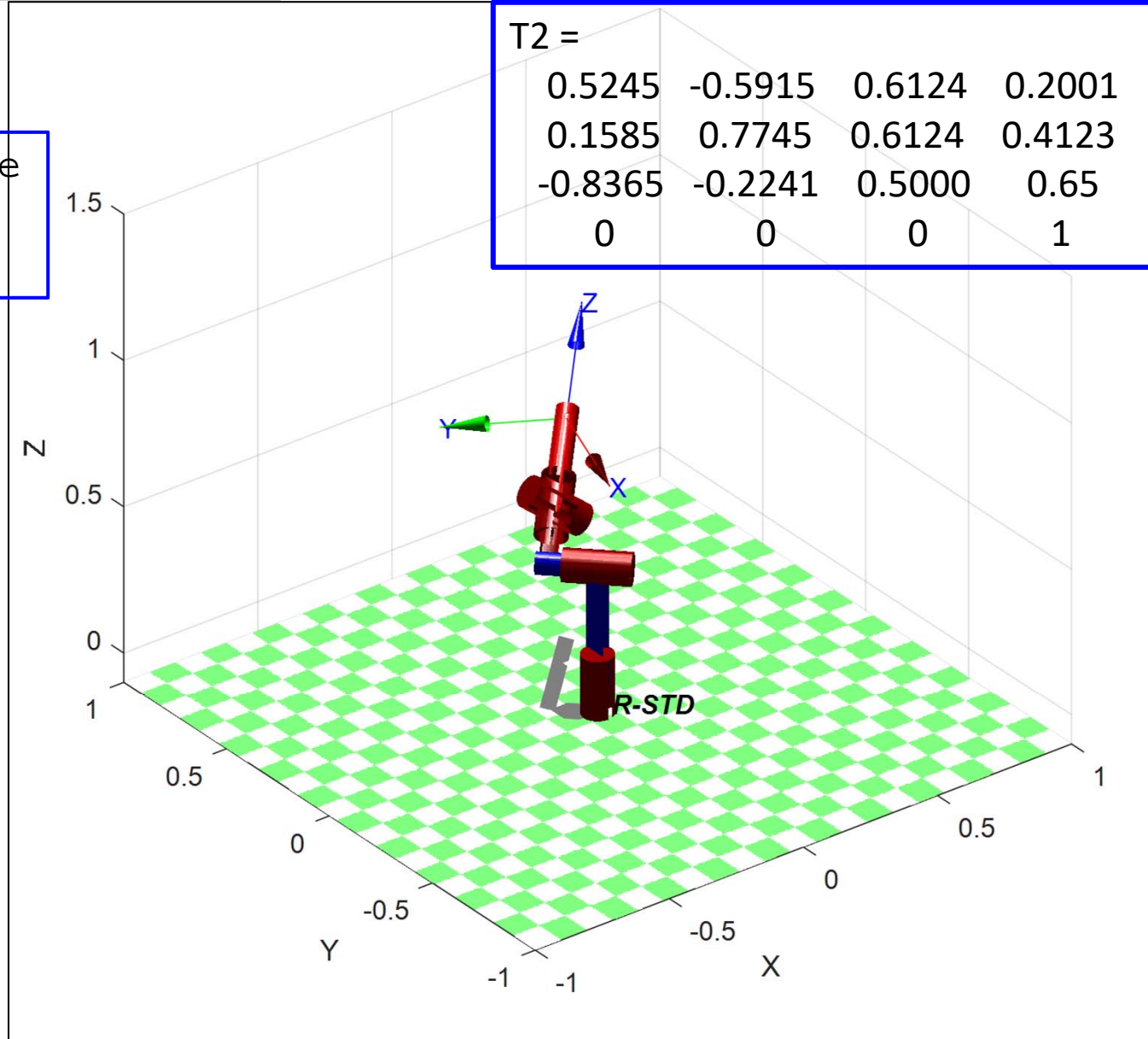
```
R_Stanford.plot([pi/4 pi/3 0.2  
pi/4 0 -pi/3], 'workspace', [-1  
1 -1 1 -0.1 1.5], 'reach', 1)
```

<i>Fig.</i>	<i>q1</i>	<i>q2</i>	<i>q3</i>	<i>q4</i>	<i>q5</i>	<i>q6</i>
<b>Fig. 2</b>	<b>45°</b>	<b>60°</b>	<b>0.2</b>	<b>45°</b>	<b>0</b>	<b>-60°</b>

```
T2=R_Stanford.fkine  
([pi/4 pi/3 0.2  
pi/4 0 -pi/3]);
```

T2 =

0.5245	-0.5915	0.6124	0.2001
0.1585	0.7745	0.6124	0.4123
-0.8365	-0.2241	0.5000	0.65
0	0	0	1



## Cinemática inversa

Se obtendrá la cinemática inversa con los tres primeros gdl, desacoplando cinemáticamente los otros tres gdl (muñeca).

En Matlab, la MTH es la siguiente:  $\{\mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 {}^2\mathbf{A}_3\}$

/	C1 C2,	-S1,	C1 S2,	C1 S2 d3 - L2 S1	\
	C2 S1,	C1,	S1 S2,	C1 L2 + S1 S2 d3	
	-S2,	0,	C2,	L1 + C2 d3	
\	0,	0,	0,	1	/

Donde la posición cartesiana del extremo del último eslabón es:

$px = C1S2 d3 - L2 S1$
$py = C1L2 + S1 S2 d3$
$pz = L1 + C2 d3$