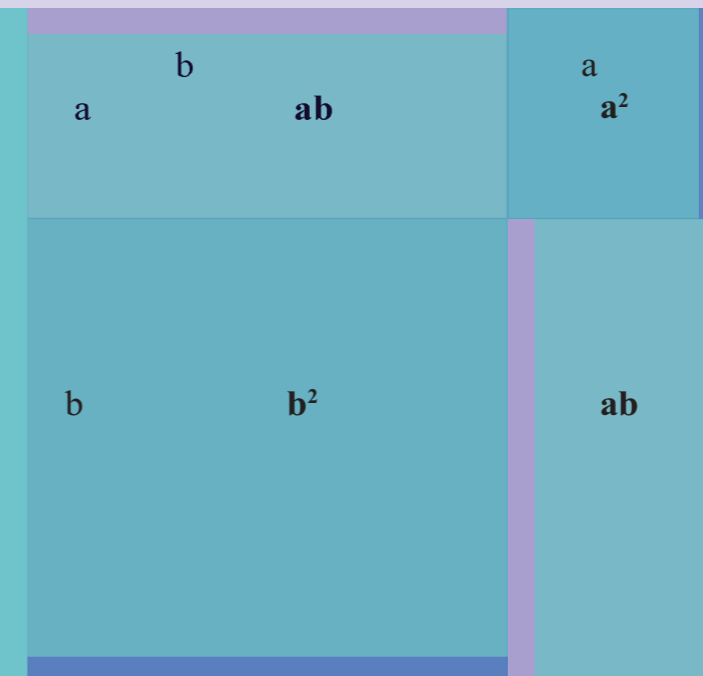


Lesnyánszky András (1795 – 1859) a jeho spôsob modelovania vo vyučovaní matematiky v komparácii s teóriou Víta a Milana Hejného

Lesnyánszki András (1795 – 1895) és modellálási módszere a matematikaoktatás-ban, összehasonlítva Vít és Milan Hejný elméletével

a b
 ab

**Ján Gunčaga, Stanislava Kružliaková, Erika Sztakovics,
Sándor János Tóth, Alžbeta Uhrinová – Hornoková**



Békešská Csaba 2016

ISBN 978-615-5330-08-7



9 786155 330087

Lesnyánszky András (1795-1859) a jeho spôsob modelovania vo vyučovaní matematiky v komparácii s teóriou Víta a Milana Hejného

Lesnyánszki András (1795-1895) és modellálási módszere a matematika oktatásban, összehasonlítva Vít és Milan Hejný elméletével

Ján Gunčaga, Stanislava Kružliaková, Erika Sztakovics,
Sándor János Tóth, Alžbeta Uhrinová-Hornoková

Békešká Čaba 2016

Lesnyánszky András (1795-1859) a jeho spôsob modelovania vo vyučovaní matematiky v komparácii s teóriou Víta a Milana Hejného

Lesnyánszki András (1795-1895) és modellálási módszere a matematikaoktatásban, összehasonlítva Vít és Milan Hejný elméletével

Lesnyánszky András (1795-1859) a jeho spôsob modelovania vo vyučovaní matematiky v komparácii s teóriou Víta a Milana Hejného

Lesnyánszki András (1795-1895) és modellálási módszere a matematikaoktatásban, összehasonlítva Vít és Milan Hejný elméletével

Ján Gunčaga, Stanislava Kružliaková, Erika Sztakovics,
Sándor János Tóth, Alžbeta Uhrinová-Hornoková

Békešská Csaba 2016

Vydanie vedeckej monografie finančne podporil – A tudományos monográfiát támogatta

Projekt KEGA č. 017KU-4/2014 Progresívne prvky v materiáloch prvého Učiteľského ústavu na území Slovenska a ich aplikácia pre pedagogiku a odborové didaktiky 21. storočia

Progressive elements in materials of the First Teachers Institute in Slovakia and their applications for pedagogy and subjectual didactics in 21st century

© Ján Gunčaga; Stanislava Kružliaková; Erika Sztakovics; Sándor János Tóth; Alžbeta Uhrinová-Hornoková

Recenzenti – Szakmai lektorok:

Zsolt Simonka,
Ivana Rochovská

Jazykový lektor – Nyelvi lektor:

Sztakovics, Erika; Tóth, Sándor János

Prípravné práce – Előkészítő munkák:

Lucia Griešová

Návrh obálky - Borítóterv

Jozef Zentko

Vydavateľ – Kiadó

Výskumný ústav Slovákov v Maďarsku –
Magyarországi Szlovákok Kutatóintézete
Békešská Čaba 2016

ISBN 978-615-5330-08-7

Obsah

Predslov	9
1 Klasifikácia metodologických prístupov vo výučbe matematiky v metodike Víta a Milana Hejného	12
1.1 Konštruktivistický prístup vo výučbe matematiky	14
1.2 Mechanizmus poznávacieho procesu matematiky	18
1.2.1 Jednotlivé etapy poznávacieho procesu.....	21
1.2.2 Schematické znázornenie poznávacieho procesu	29
1.2 Formovanie matematických poznatkov a predstáv	31
1.2.1 Formálne a neformálne poznávanie matematických zákonitostí	32
1.2.2 Kybernetický model žiaka pri počítaní	35
2 Vyučovanie matematiky v knihe Metodika a didaktika od Andrása Lesnyanszkého	41
39. §. <i>Obyčajné zákony vyučovania matematiky</i>	47
40. §. <i>Pokračovanie</i>	58
41. §. <i>I. O matematike bez číslíc alebo o výpočtoch len spamäti</i>	63
42. §. <i>Je potrebné vyučovanie na zapamätanie čísel a počítanie s nimi</i>	66
43. §. <i>Vnímanie čísel od 1 do 10</i>	73
44. §. <i>Od desať až do sto</i>	82
45. §. <i>Od sto do tisíc</i>	90
46. §. <i>O sčítaní bez číslíc</i>	100
47. §. <i>O odčítaní bez číslíc</i>	113
48. §. <i>Pokračovanie počítania bez číselných znakov</i>	121
49. §. <i>Pokračovanie v odčítaní bez číselných znakov</i>	140
50. §. <i>Prechod na násobenie bez číslíc</i>	155
51. §. <i>O príprave tabuľky násobenia</i>	162
52. §. <i>Používanie násobilky jedenkrát jeden</i>	174
53. §. <i>Príprava k deleniu</i>	187
54. §. <i>O príprave tabuľky delenia</i>	209
56. §. <i>Cvičenia na jeden z jedného</i>	227
57. §. <i>Deliace tabuľky a ich bližšie a 1) najjednoduchšie a najľahšie</i>	

<i>aplikácie</i>	242
58. §. <i>Zložené aplikácie</i>	248
3 Záver	254
Literatúra	257
Összefoglalás	260
Summary	261

A on im povedal: „Preto sa každý zákonník, ktorý sa stal učeníkom nebeského kráľovstva, podobá hospodárovi, ktorý vynáša zo svojej pokladnice veci nové i staré.“
(Mt 13,52)

Predslov

Prvý učiteľský ústav pre prípravu učiteľov ľudových škôl v Európe bol zriadený svätým Jánom de la Salle (1651-1719) vo Francúzsku v roku 1685 v meste Reims. Do začiatku novoveku neexistovali na území dnešného Slovenska žiadne špecializované školy pre prípravu učiteľov ľudových škôl.¹ Situácia sa začala meniť v období vlády Márie Terézie (1740-1780). Svoju školskú reformu opierala o myšlienku pruského kráľa Fridricha II. Veľkého (1712-1786), že ľudia sa musia rozvojom vzdelania podieľať na zveľadovaní štátu a ten má zabezpečiť vzdelávanie tak, aby sa investície do školstva viacnásobne vrátili. Preto vydala základný dokument pre školskú reformu Ratioeducationis v roku 1777, ktorý bol novelizovaný v roku 1806. Tento dokument vytvoril aj podmienky pre inštitucionálne vzdelávanie učiteľov v tzv. kurzoch normálnej školy. V roku 1775 bola otvorená v Bratislave prvá normálna škola vo vtedajšom Uhorsku. To bola taká ľudová škola, v ktorej sa študenti učili aj metodiku vyučovania základných školských predmetov a jej absolventi mohli nastúpiť na miesto učiteľov, ktorí boli uvádzaní do učiteľskej praxe v dedinských školách.²

V prvom desaťročí 19. storočia ešte stále chýbali špecializované školy pre prípravu učiteľov ľudových škôl a učitelia mohli v tom období len

¹MICHALIČKA V., VANĚKOVÁ D., ZACHAROVÁ E.: Dejiny najstarsích učiteľských ústavov na Slovensku-vysokých školských pamiatok, In: Historianajstarsích učiteľských ústavov na Slovensku, Presov: Philosophical faculty of the University of Presov, 2007, s. 22-55.

²BARTOK B.: Az egri római katolikus érseki tanítóképző, In: T. Petercsák u. a., Az egri Domus Universitatis es Liceum. Oktatas, tudomány, művészet, 1763-2013, Eger: Eszterházy Károly College, 2013, s. 3-34.

niekoľkomesačný prípravný kurz. Existovali učitelia v tom období, ktorí mali problém s čítaním a písaním, takže ich odborná úroveň bola nízka.³

Za zakladateľa vzdelávania učiteľov ľudových škôl v Uhorsku je možné považovať biskupa Jána Ladislava Pyrkeru (1772-1847). Bol menovaný za spišského biskupa 18. Augusta 1818. Do tejto diecézy prišiel ako nový biskup 12. mája 1819. Počas svojej kanonickej vizitácie v období júl-august 1819 zistil nízku úroveň učiteľov vo farnostiach a dedinách svojej diecézy. Preto sa v budove seminára v Spišskej Kapitule rozhodlo zriadiť Učiteľský ústav, ktorý dňa 2. novembra 1819 oficiálne otvoril. Vyučovanie v ňom sa začalo 19. novembra 1819. Bol to prvý učiteľský ústav na území Uhorska.⁴

Pyrker nebol dlho v úrade spišského biskupa, pretože v roku 1820 ho rakúsky cisár vymenoval za benátskeho patriarchu, v roku 1826 za jágerského arcibiskupa. Podobne ako v spišskej diecéze a benátskej arcidiecéze, aj v jágerskej arcidiecéze uskutočnil kanonickú vizitáciu a na jej základe sa v roku 1828 rozhodol založiť prvý maďarský učiteľský ústav pre učiteľov ľudových škôl.⁵ V tejto monografii by sme sa chceli venovať osobnosti Andrása Lesnyanszkého (1795-1859), ktorý v čase vzniku spomínaných učiteľských ústavov významne ovplyvnil spôsob vyučovania matematiky na primárnom stupni a v príprave budúcich učiteľov v prvej polovici 19. storočia na ľudových školách vo vtedajšom Uhorsku.

Jeho metodiku vyučovania matematiky by sme chceli porovnať s metodickým prístupom Víta a Milana Hejného z druhej polovice 20. storočia, ktorých metodický prístup ovplyvňuje spôsob vyučovania matematiky v súčasnosti. Domnievame sa, že v oboch metodikách

³BENKOCZY E.:Pyrkerelsomagyartanitokepzozje – Azegrierseki r. k tanitokepzocentenario mara – Adatok a magyartanitokepzestortenetehez, Eger: Azegrierseki liceumikonyvnyomdanyomasa, 1928.

⁴GUNČAGA J.: Teachers Institute in Spiška Kapitula. The first teachers institute in the area of Slovakia, In: History of Education & Children's Literature IX/1 2014, Macerata: University of Macerata, s. 409 – 429.

⁵PYRKER J. L.: Mein Leben 1772-1847, Wien: Aladar Paul Czigler, 1966

vyučovania matematiky sa kladie dôraz na proces modelovania v poznávacom procese. Modely by mali byť vybrané najmä z prostredia žiakov a ich rodičov, aby žiaci pri manipulácii s nimi lepšie porozumeli príslušným matematickým pojmom.

Predložená vedecká monografia je výstupom projektu KEGA *Progresívne prvky v materiáloch prvého Učiteľského ústavu na území Slovenska a ich aplikácia pre pedagogiku a odborové didaktiky 21. storočia*. Predpokladáme, že prispeje k lepšiemu porozumeniu pedagogických a didaktických tradícií v oblasti vyučovania matematiky v stredoeurópskom kontexte, ktorých pochopenie v súčasnej zjednocujúcej sa Európe nadobúda čoraz väčší význam.

V mene autorov:

Ján Gunčaga

1 Klasifikácia metodologických prístupov vo výučbe matematiky v metodike Víta a Milana Hejného

Korene didaktiky matematiky siahajú už do roku 1872, kedy Felix Christian Klein publikoval svoj slávny Erlangen program. Predniesol prednášku o matematickom vzdelávaní, v ktorom presadzoval väčšiu pozornosť aplikáciám matematiky v iných oblastiach a apeloval na oživenie výuky matematiky. Neskôr prispel k tomu, aby sa didaktika matematiky uznala ako samostatný vedný odbor a stal sa prezidentom výboru pre výučbu matematiky International Commission on Mathematical Instruction.⁶

Dôležitým medzníkom bolo vytvorenie komisie pre štúdium a rozvoj vyučovania matematiky (Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching) v roku 1950, ktorého cieľom je skúmanie v oblasti aktuálnych podmienok a možností rozvíjania nového matematického vzdelávania. (Charakter výskumu výrazne ovplyvňovali významné osobnosti ako Choquet, Piaget, Dieudonné, Krygowska, Freudenthal, Poya, Kilpatrick.) V 60-tych rokoch 20. storočia sa objavuje hnutie New Math, ktorého podstatou je presvedčenie, že školskú matematiku treba postaviť na množinový základ.⁷

Počnúc týmto obdobím prebiehajú v Československu experimentálne výskumy v oblasti didaktiky matematiky, ktoré do centra pozornosti kladú modernizáciu obsahu a koncepcie vyučovania matematiky. Neskoršou základnou vývojovou tendenciou je prechod od jednostranného zdôrazňovania matematického obsahu osnov k problematike matematického

⁶ STEHLÍKOVÁ, N.: Diplomová práca alebo diplomová spolupráca? In *7. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol. Mariánské Lázně*. 2000. [Online]. [Citované 2014]. Dostupné na: <http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Download/Volne/SUMA_56.pdf>.

⁷ KYBERMATIKA: *Poznávací proces*. [Online]. [Citované 2014]. Dostupné na: <http://kybermatika.uniza.sk/images/document/didaktika/4_Poznavaci_proces.pdf>.

vzdelávania, zameraného na rozvoj osobnosti žiakov, ich kultúrnych a matematických gramotností.⁸ V kontexte týchto historických, didaktických faktorov prichádza so svojou psychologickou a didaktickou teóriou vzdelávania matematiky stredoškolský profesor Vít Hejný.

Vít Hejný (*6. jún 1904 Litovel, Rakúsko-Uhorsko, † 26. máj 1976 Martin, Česko-Slovensko) bol významný slovenský matematik a pedagóg českého pôvodu. Po absolvovaní štúdia na osemročnom *Zemskom reálnom gymnáziu* v Litovli, pôsobil ako pomocný učiteľ na Národnej škole v Bouzove. Po roku učiteľskej praxe a maturite v Učiteľskom ústave v Přerove nastúpil na štúdium bankovníctva na Vysokej škole obchodnej v Prahe. V roku 1929 prijal výzvu vtedajšieho prezidenta Masaryka k obrode výchovy a vzdelávania mládeže Slovenska a začal pôsobiť ako profesor na Obchodnej akadémii v Turčianskom sv. Martine. Patril k jej popredným budovateľom. Okrem pedagogickej činnosti sa intenzívne venoval aj organizovaniu kultúrno-spoločenského života v Martine. V roku 1930 sa oženil s významnou herečkou Slovenského komorného divadla, Nad'ouPetrovou (*6. 10. 1906 Martin, † 8. február 1994 Ružomberok), s ktorou sa im narodil syn Milan (*23. máj 1936) a dcéra Ivana (*30. máj 1941).

Vplyvom nepriaznivej politickej situácie bol za svoje protifašistické zmýšľanie preložený na *Štátnu Slovenskú obchodnú akadémiu* v Nitre. Po potlačení SNP, do ktorého sa zapojil ako dôstojník, bol prepustený zo služby učiteľa a za svojej neprítomnosti odsúdený na smrť. Začiatkom mája 1945 sa spolu s rodinou presťahoval do Prahy, kde dostal miesto na Ministerstve školstva a osvetu v odbore školského filmu. Po trojročnom pôsobení bol z dôvodu reorganizácie pracovných miest Ministerstva školstva bol preložený na miesto učiteľa na Obchodnú akadémiu v Prahe I, no na vlastnú žiadosť mu

⁸ STEHLÍKOVÁ, N. – TICHÁ, M.: *Didaktika matematiky a jejiproměny*. In *Pedagogická orientace*. 2011, roč.21, č.2, s.158-162.

bolo umožnené vrátiť sa na Obchodnú akadémiu do Martina, kde pôsobil až do smrti. Okrem sústavnej pedagogickej činnosti sa venoval vedecko-výskumnej činnosti v oblasti psychológie a psychologických problémov vyučovania matematiky.

Problematiku metodológie vyučovania matematiky podľa Víta Hejného ponúkame v stručnom priereze.

1.1 Konštruktivistický prístup vo výučbe matematiky

Celé stáročia prevládal vo vzdelávaní matematiky tzv. pozitivistický (transmisívny) model výučby, ktorého podstata tkvela v učiteľovom odovzdávaní ucelených matematických informácií (definícií, poučiek a pod.) žiakom. V druhej polovici 20. storočia sa začala rozvíjať reťaz nových didaktických koncepcií, usilujúcich sa o inováciu vyučovacieho procesu. Medzi inými aj koncepcia Víta Hejného. Podľa jeho nauky je možné skvalitniť vyučovanie matematiky v dvoch smeroch. Prvý spočíva v metóde výuky vôbec a druhý vo vecnom skvalitnení matematickej výuky.

„Problematika metodológie výučby matematiky je chápaná ako logicky individualizovaná rigorozita kritérií. Význam metódy je viazaný na metodologickom prístupe a úrovni metodológie na účinnosti metód. Tak sa metodológia priamo zúčastňuje na pôsobnosti súboru kritérií, logických princípov, ktoré slúžia k triedeniu, definovaniu, organizovaniu a systematickému získavaniu poznatkov a ich hierarchií a má tak priamy vplyv na pojmovú tvorbu poznávania.“ Riešenie praktických problémov výuky si žiada teoretické konštruktivizácie. „Žiadne abstraktné myslenie sa nezaobíde a nie je mysliteľné bez konštruktivizácie. Hľadajú sa také konštruktivizácie, ktoré by dokázali riešiť jednotlivé individuálne prípady

výučby a umožnili by skutočný individuálny prístup edukátora k žiakovi.“⁹

V Hejného koncepcii matematického konštruktivismu je príznačný spôsob aktívneho vytvárania matematiky v mysli žiaka. Tento vychádza z predpokladu, že žiak na základe stimulov z vonkajšieho prostredia postupne aktívne konštruuje svoju vnútornú realitu (vnútorný systém poznania) s cieľom dať zmysel svojim skúsenostiam. Matematické poznanie je štruktúrované aktivitou subjektu vyučovania (žiakom). Štruktúry vznikajú organizovaním postupných aktivít, ktoré vykonáva subjekt. Aktívnym učením preto rozumieme postupy a procesy, pomocou ktorých žiak s aktívnym pričinením prijíma informácie a na ich základe si vytvára vlastné úsudky. Tieto informácie spracováva a potom začleňuje do systému znalosti, zručnosti a postojov. Metódy aktívneho učenia sú charakteristické svojim zameraním na žiaka, predpokladajú plné zapojenie každého jedinca do celého procesu výuky. Žiak nie je len pasívnym objektom učiteľovho záujmu, ale je centrom komplexnej vzdelávacej činnosti, spolutvorcom priebehu a obsahu vyučovania.¹⁰ Silnou stránkou konštruktivistického vyučovania je učiteľova stratégia, ktorá umožňuje žiakom tvoriť ich vlastné zmysluplné a koncepčné prezentovanie vonkajšieho sveta. Učiteľ v tomto prípade hrá len roľu facilitátora – tzv. inštruktora, ktorý sprevádza žiakov na ich púti vzdelávania. Zásadnú rolu zohráva motivácia. Úlohou učiteľa je podnecovať žiakov, poskytovať im zaujímavé úlohy, ktoré sú pre nich výzvou. Nezastupiteľnú úlohu konštrukcii poznatku má aj sociálna interakcia.. Vyžaduje si, aby sa vo výučbe využívalo riešenie konkrétnych životných (autentických) problémov.¹¹ Podľa povahy žiaka môže byť predpokladom pre rekonštrukciu bežný problém zo sveta, techniky, alebo samotnej matematiky. Žiaci

⁹ HEJNÝ, V.: Problémy metodológie. In *Výročná zpráva za školský rok 1942/43*. Nitra: Kníhtlačiareň Štefana Huszara, 1943.

¹⁰ SÍTNA, D.: *Metody aktivního vyučování*. Praha: Portál. 2009. s. 9.

¹¹ TUREK, I. *Didaktika*. Bratislava : IURA EDITION, 2010, s. 123

skúmajúc danú problémovú situáciu, používajú znalosti (skúsenosti) z bežného života prichádzajú postupným odôvodňovaním (dokazovaním) k novým riešeniam problémov – k novým poznatkom a k následnému prepojeniu medzi jednotlivými dosiaľ v pamäti uloženými vedomosťami.¹²

Hejného konštruktivistický prístup vo vyučovaní matematiky formuluje niekoľko zásadných princípov vyučovania matematiky:¹³

- *Aktivita.* Matematiku chápeme ako špecifickú ľudskú aktivitu, teda nie len jej výsledok, ktorý sa formuluje do súboru definícií, viet a dôkazov.
- *Riešenie úloh.* Podstatnou zložkou matematickej aktivity je hľadanie súvislostí, riešení úloh a problémov, tvorba pojmov, zovšeobecňovanie tvrdenia a jeho dokazovanie.
- *Konštrukcia poznatkov.* Matematické poznatky sú neprenosné, vznikajú v myslí poznávajúceho človeka. Sú individuálne konštruované. Vždy však ide o učenie sa s porozumením. Porozumenie si študent konštruje sám, a to tak, že zvažuje nové informácie, porovnáva ich s predchádzajúcimi skúsenosťami, poznatkami a schémami.¹⁴
- *Skúsenosti.* Vytváranie poznatkov (postupov, predstáv) sa opiera o skúsenosti poznávajúceho. Skúsenosti si žiak vytvára z kontaktu s realitou svojho života, preto by mal vyučovací proces prinášať dostatok príležitostí k experimentovaniu a pod.
- *Podnetné prostredie.* Základom matematického vzdelávania je

¹² HEJNÝ, V.: *Matematicko-geometrické poznanie a žiak 1, 2.* Nepublikované dielo. Rukopis T24. Martin : neznámy rok, (Privátny archív prof. Milana Hejného, CSc., Praha). 183 s.

¹³ HEJNÝ, M.: *Díte, škola a matematika.* Praha: Portál, 2009. s 194-195.

¹⁴ TUREK, I. *Didaktika.* Bratislava: IURA EDITION, 2010, s. 129

prostredie podnecujúce tvorivosť. Nutným predpokladom je tvorivý učiteľ a dostatok vhodných podnetov na jednej strane a na druhej strane priaznivá pracovná sociálna klíma.

- *Interakcia.* Akokoľvek je konštrukcia a nadobúdanie poznatkov individuálnym procesom, k jeho rozvoju prispieva sociálna interakcia v triede.
- *Reprezentácia.* Pre konštrukciu poznatkov je dôležité použitie rôznych druhov reprezentácie a štruktúrného budovania matematického sveta.
- *Komunikácia.* Značný význam má komunikácia v triede a pestovanie rôznych jazykov matematiky.
- *Vzdelávací proces.* Vzdelávací proces v matematike je nutné hodnotiť minimálne z troch hľadísk: porozumenie matematike, zvládnutie matematickej činnosti (remesla), aplikácia matematiky v praktickom živote. Pre porozumenie matematiky má zásadný význam vytváranie predstáv, pojmov, postupov, uvedomovanie si súvislostí. Rozvíjanie matematickej činnosti si vyžaduje tréning a prípadné pamäťové zvládnutie určitých pravidiel, algoritmov a definícií. Aplikácia matematiky nemusí byť vrcholom vzdelávacieho procesu, môže zohrávať motivačnú úlohu.
- *Formálne poznávanie.* Vyučovanie, ktoré má charakter reprodukcie informácií (transmisívne vyučovanie) vedie k pseudopoznaniu a k formálnemu poznávaniu. Reprodukované poznatky majú krátkodobý charakter a len zriedka kedy dochádza k ich netriviálnemu využitiu.

V konštruktivistickom vyučovaní sa zdôrazňuje úloha spontánneho konceptu.

Je to referenčný systém, v rámci ktorého prebieha transformácia, integrácia a osvojenie nových či odlišných informácií. Predkoncepty sú prostredníkom medzi matematickým poznatkom a myšlienkovými štruktúrami žiaka. Sú samostatným nástrojom konštrukcie poznania. Poznanie založené na vlastnej skúsenosti, na žiakových predkonceptoch a na vlastnej konštrukcii poznatku vedie k poznatkom, ktoré sú kvalitnejšie ako poznatky získané v transmisívnom vyučovaní a to z hľadiska: ¹⁵

- previazanosti poznatkov na dosiaľ existujúce poznatky,
- miery autonómie poznávacieho procesu – v konštruktivistickom vyučovaní je žiak vedený k tomu, aby navrhol spôsob riešenia problému predostretého učiteľom a aby si kládol otázky,
- trvanlivosti – žiak si rýchlejšie vybaví, zrekonštruuje poznatok, ktorý si skonštruoval on sám, ako poznatok, ktorý sa učil mechanicky.

1.2 Mechanizmus poznávacieho procesu matematiky

Poznávací proces je všeobecne definovaný ako kognitívny proces manifestácie sveta v ľudskom vedomí, ktorý vyúsťuje do znalostí a poznatkov. Matematika je výsledkom myšlienkových procesov, v ktorých sú reálne procesy nahradené matematickými modelmi. Podstatou náuky sú princípy ľudského myslenia upravené do logického systému. De facto matematika je metódou ľudského rozumu, ktorý človek používa na formulovanie logického myslenia. ¹⁶

Matematický proces poznávania môžeme chápať ako „schopnosť chápať

¹⁵HEJNÝ, V.: *Základní matematické představy z hlediska psychologie*. Nепublikované dielo. Rukopis T44. Martin: neznámy rok. (Privátny archív prof. Milana Hejného, CSc., Praha). s. 23.

¹⁶HEJNÝ, V. – HEJNÝ, M.: Prečo je matematika taká ťažká? In *Pokroky matematiky, fyziky, astronómie*. Bratislava : Jednota českých matematiků a fyziků, 1978, č.2, roč. XXIII.

povahu matematických úloh, znakov, metód a overovaní, naučiť sa ich, podržať si ich v pamäti, reprodukovať ich, kombinovať ich s inými úlohami, znakmi, metódami, a overovaniami, používať ich pri riešení matematických a podobných príkladov.“¹⁷

Avšak v samotnom vyučovaní matematiky a budovaní základných poznávacích procesov, ide o vzťah matematiky k človeku, k spoločnosti. (K tomuto vzťahu patria otázky významu jednotlivých matematických aplikácií, ako aj ich súvis s rozumovými štruktúrami -psychologické aspekty). Podstata vyučovania matematiky tkvie v tom, že matematika ponúka základné trvalé nástroje logického a kritického myslenia, schopnosti argumentovať, komunikovať a spolupracovať na riešení problémov. „Ak chceme naučiť žiakov myslieť, ak chceme akcelerovať ich logické a abstraktné myslenie, nestačí poznať axiomatické stavby jednotlivých matematických disciplín. Úspešnosť učiteľskej práce závisí predovšetkým od toho, či poznáme zákonitosti, ako vzniká a rastie proces „učenia sa myslieť“, či poznáme spôsoby ako takýto proces môžeme u žiakov navodiť.“¹⁸

Základom poznávania je analyticko-syntetická činnosť nervovej sústavy človeka. Tkvie vo vyčleňovaní jednotlivých vlastností a častí objektov a ich spájanie do členitých obrazov, objektov, a to tak na zmyslovej, ako aj na pojmovej úrovni. V poznávacom procese prebieha zmyslové aj pojmové poznanie nerozlučne spojené.¹⁹

Náplňou matematického poznávania sú dve základne oblasti, ktoré pokrývajú

¹⁷VAŠUTOVÁ, M.: *Dětisespecifickými vývojovými poruchami učení a chování a násilí veškolnímprostředí*. Ostrava: Filozofická fakulta, Ostravská univerzita v Ostravě. 2008. s. 44.

¹⁸HEJNÝ, V. – HEJNÝ, M.: Prečo je matematika taká ťažká? In *Pokroky matematiky, fyziky, astronómie*. Bratislava: Jednota českých matematiků a fyziků, 1978, č.2, roč. XXIII.

¹⁹ĐURIČ, L. a kol.: *Psychológia pre učiteľov*. Bratislava: SPN, 1997. s. 37

prevažnú časť ľudského intelektu:²⁰

1. Obsah matematického poznania

Súbor matematických poznatkov klasifikujeme do nasledovných skupín:

- Objekty – základ poznatkovej štruktúry (napr. celé číslo, zlomok),
- vzťahy – vzájomné prepojene viacerých objektov (tvrdenia, napr. Pytagorova veta a vzorce, napr. $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$),
- postupy – široká trieda poznatkov, (algoritmy, riešiteľské stratégie, argumentácie vzťahov a pod),
- schémy – ucelené predstavy vytvorené vo vedomí človeka, ktoré sú nositeľmi mnohých konkrétnych poznatkov.

Dôležitú úlohu zohráva kvalita daného poznatku – miera naviazanosti poznatku na predchádzajúce alebo následné poznatky ako aj životné skúsenosti. Previazanosť matematických poznatkov je záležitosťou celej oblasti matematického poznania, nielen jeho jednotlivých prvkov.

2. Súhrn matematických schopností

Do oblasti matematických schopností sú zaradené experimenty, analýzu jednotlivých situácií, objavovanie, argumentáciu, hľadanie riešiteľskej stratégie, formulovanie myšlienok a pod. Tieto schopnosti sú univerzálne, presahujú oblasť matematiky a sú súčasťou komplexného ľudského mechanizmu.

Vágnerová chápe matematické schopnosti ako špecifickú zložku inteligencie, ktorú tvorí niekoľko kompetencií:²¹

²⁰HEJNÝ, M. a kol.: *Dvacetpět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. s. 24-25.

²¹VÁGNEROVÁ, M.: *Kognitivní a sociální psychologie žáka základní školy*. Praha: Karolinum, 2001. s.133-135.

- Numerické dispozície – schopnosť porozumieť podstate čísla v písomnom aj ústnom prejave, uchovávanie číselných informácií,
- matematické zručnosti – zvládnutie základných matematických operácií,
- matematické uvažovanie – špecifický spôsob myslenia, prejavujúci sa abstrakciou a generalizáciou.

Cieľom vyučovania matematiky je vybudovanie základného systému poznatkov, uložených do systému konkrétneho človeka. Žiadny poznatok sa neobjaví okamžite. Zvyčajne človek najskôr pochopí niekoľko konkrétnych príkladov, všíma si ich spoločné znaky a tak dochádza k všeobecným, abstraktným poznatkom. Objavenie poznatku je proces, ktorého zákonitosti najlepšie rozumieme jeho etapizáciou. Jadrom sú dva mentálne zdvihy. Prvý vedie od izolovaných modelov k univerzálnym modelom a druhý od univerzálnych modelov k abstraktnej znalosti. Treba zdôrazniť, že mechanizmus poznávacieho procesu nie je chápaný ako realita sama, ale ako nástroj, ktorým môžeme popisovať a analyzovať konkrétne poznávacie procesy. Jednotlivé mechanizmy sa o odlišujú podľa toho, na ktorú zložku poznávacieho procesu zamerajú pozornosť.²²

1.2.1 Jednotlivé etapy poznávacieho procesu

Hejného model genézy poznatkov je založený na nasledovných etapách:

a) Stimulácia

„Pristupuj k učeniu len vtedy, ak bola u žiaka silne podnietená chuť k učeniu“
(Ján A. Komenský)

Všeobecne stimulácia vzniká vonkajším podnetom, ktorý v psychike odráža istú tenziu. Tenzia zvyšuje citlivosť psychiky na určité podnety a usmerňuje

²²HEJNÝ, M.: Od skúsenosti k poznaniu. In Zborník z konferencie *Matematika v škole dnes a zajtra 2007*. Ružomberok: PF KU, 2007, ISBN 978-80-8084-262-8. s. 240

záujem o určitú zážitkovú oblasť. Ak podnety ku konaniu nevychádzajú z vonkajších popudov, ale z vnútorných potrieb jedinca, oprávnené môžeme hovoriť o motivácii. Chápeme ju ako napätie v mysli človeka vďaka rozdielu medzi existujúcim a požadovaným stavom znalosti a vedomostí. Motivácia je jedným z najvýznamnejších činiteľov vyučovania, ktoré ovplyvňujú rozvoj schopnosti, zručnosti a tvorivého myslenia.²³

Pardel uvádza tri základné znaky motivácie:²⁴

- aktivácia, ktorou rozumieme impulzy jednotlivých vnútorných potrieb,
- smerovosť, ktorá udáva aktivácii zameranie a obsahovú náplň,
- cieľovosť, ktorá vyjadruje úsilie dosiahnutia konkrétnych úmyslov a ambícií.

Z dôvodu častých nedorozumení pri vyučovaní poukazujeme na dva zásadné fakty motivácie dieťaťa:

- zlomovosť motivácie – motivácia dieťaťa je prudko sa meniaci – dieťa sa venuje jednej činnosti tak dlho, pokiaľ sa udržuje jeho vnútorná motivácia,
- urgentnosť motivácie – akonáhle príslušná motivácia zmizne, dieťa stráca záujem o danú činnosť.

Všeobecne je motivácia predpokladom zahájenia procesu učenia, predstavuje jeho úspešný štart. Spôsobuje napätie medzi „neviem“ a „chcel by som vedieť“. Môže byť prirodzená (vyplývajúca zo samostatnej podstaty matematiky, z riešenia problémov) alebo umelá (založená na pokuse, experimentovaní, vždy však doplnenom deduktívnym alebo induktívnym dôkazom). V procese zámerného nadobúdania matematických poznatkov je stimulom životná potreba orientácie v kvantifikovaných situáciách. Vo

²³HEJNÝ, V. – HEJNÝ, M.: Prečo je matematika taká ťažká? In *Pokroky matematiky, fyziky, astronómie*. Bratislava: Jednota českých matematiků a fyziků, 1978, č.2, roč. XXIII.

²⁴PARDEL, T.: *Psychológia*. Bratislava: SPN, 1989. s. 138.

fylogénéze dochádza k potrebe spočítania členov rodiny, domácnosti a pod. V ontogenéze to môže byť potreba spočítania hracích guľôčok, alebo potreba pomoci rozprávkovému hrdinovi pri prekonávaní prekážok.²⁵

Ilustrácia

Dve osoby: Adela a Boris stoja na rovnakom brehu rieky. Aká je najkratšia trasa, pri ktorej Adela vkročí do rieky, naberie vodu a donesie ju Borisovi?²⁶

Komentár

Úloha je príkladom „otvorenej úlohy“ pre žiakov, ktorí sa ešte nezoznámili s osovou súmernosťou a neriešili s ňou súvisiace úlohy. Žiaci si formulujú (hľadajú a skúšajú) mnoho riešení (rôznych trás), aby našli to správne (najkratšiu cestu). Jednotlivé spôsoby riešenie si navzájom vysvetľujú a hľadajú matematické odôvodnenia riešení. Žiakovi, ktorému sa podarí potvrdiť platnosť svojho riešenia (nájsť bod súmerný s bodom A (Adelou) podľa rieky) by mal byť schopný dokázať, že úsečka je najkratšia trasa medzi dvomi bodmi.

b) Izolované modely

Stimulácia / motivácia implikuje zintenzívnenie vyhľadávania zážitkov určitej oblasti. Dochádza ku kvantitatívnemu nárastu separovaných skúseností. Túto úroveň preto nazývame etapou univerzálnych teda izolovaných modelov. Modely sa dostávajú do mysle postupne. Majú dlhodobú perspektívu. Kvantitatívny nárast vyvoláva potrebu kvantitatívnej zmeny. Zmena začína triedením a hierarchizáciou získaných skúseností. Do týchto modelov sa projektuje každý zážitok.²⁷

²⁵HEJNÝ, V. – HEJNÝ, M.: Prečo je matematika taká ťažká? In *Pokroky matematiky, fyziky, astronómie*. Bratislava: Jednota českých matematiků a fyziků, 1978, č.2, roč. XXIII.

²⁶MAKRIDES, G.: *Objevování, motivace a podpora matematických talentů na evropských školách*. Cyprus-Praha: Intercollege, 2006. ISBN 9963-634-31-1. s. 149.

²⁷HEJNÝ, V. – HEJNÝ, M.: Prečo je matematika taká ťažká? In *Pokroky matematiky, fyziky, astronómie*. Bratislava: Jednota českých matematiků a fyziků, 1978, č.2, roč. XXIII.

Milan Hejný dopĺňa štyri štádia budovania izolovaných modelov:²⁸

- konkrétna skúsenosť – prvý izolovaný model, zárodok, ktorý vyvoláva zdroj novej znalosti, budúceho poznatku,
- nárast modelov, ktoré sú v tomto štádiu izolované a navzájom nepoprepájané,
- vzťah modelov – vytváranie prvých skupín modelov,
- spoločnosť modelov – korešpondencia medzi dvomi ľubovoľnými modelmi.

V žiakovej myslí dochádza k postupnému nadobúdaniu skúseností s konkrétnymi prípadmi budúceho poznania. Čím viac izolovaných modelov dieťa pozná, tým pevnejšie bude jeho budúce poznanie. Dôležitú rolu tu však zohrávajú prekvapujúce modely(modely objektov, ktorých existencia nebola predpokladaná), zdanlivé modely (skutočnosti, ktoré sa javia ako model daného objektu, ale nimi nie sú) a ne-modely(javy, ktoré sú ilustrované komplementom skúmaného objavu).“²⁹

Stimuláciou dochádza u dieťaťa k zvýšeniu pozornosti o kvantitatívne prvky. Dieťa registruje základné skutočnosti, ako napr. že fúrik má jedno koleso, bicykel dve, auto štyri, a pod. Táto registrácia sa postupne zafixuje vo vedomí, ale nie je ešte vybudovaný vzťah medzi „dve kolesá“ a „dva prsty“.

Ilustrácia

Matka častokrát používala vyjadrenie „na sto percent“. Štvorročná dcéra tento idióm prevzala a používala ho na vyjadrovanie úplnej istoty. O rok neskôr prevzala aj vyjadrenie „tak asi na päťdesiat percent“, ktoré používala matka zriedkavejšie. Raz na otázku babičky, či už dojedla polievku,

²⁸STEHLÍKOVÁ, N.: *Náměty na podnětnévýučování v matematice*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2007. s. 16

²⁹HEJNÝ, M. a kol.: *Dvacetpět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. s. 28.

odpovedala, že na päťdesiat percent. Keď malo dievčatko šesť rokov opýtalo sa matky, čo je to na tridsať percent. Ako žiačka druhej triedy začala používať výraz „na nula percent“. V tej dobe na jej otázku, či pôjdeme v nedeľu na výlet, odpovedal otec, že na deväťdesiat percent. Dievčatko porozumelo odpovedi a vysvetlilo svojmu mladšiemu bračkovovi slovami „neboj, pôjdeme“.³⁰

Komentár

Výraz „na sto percent“ znamenal pre dievčatko zárodok jej budúceho poznania percent. I keď percentá majú charakter kvantity, bol tento model pre dievčatko vnímaný ako pojem istoty. Rovnako ako ďalší separovaný model „na päťdesiat percent“ pochopila ako vyjadrenie neistoty. Keď sa dievčatku otvoril svet čísel a spoznala 100, 50, prepojila svoje separované modely s kontextom kvantity a sama si vytvorila model, ktorý bol na rozhraní kvalitatívneho a kvantitatívneho. Model je veľmi dobre sémantizovaný a v budúcnosti určite pomôže dievčatku vyvarovať sa chybám formálneho pochopenia pojmu percentá.³¹

c) Univerzálne modely

Izolované modely uložené vo vedomí človeka sa postupným vzťahovým procesom organizujú a zoskupujú, čím dochádza k ich štrukturalizácii. Jednotlivé izolované skúsenosti sa zovšeobecnením preformulujú do univerzálnych skúsenosti a vzniká objav. Proces objavovania generického modelu je zovšeobecňovaním. Objav chápeme ako náhle uzretie abstraktného faktu. Univerzálne (generické) skúsenosti prechovávajú k spoločstvu základných /izolovaných skúsenosti základné väzby, ktoré sa vyznačujú

³⁰HEJNÝ, M. a kol.: *Dvacetpět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. s. 30.

³¹HEJNÝ, M. a kol.: *Dvacetpět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. s. 31.

konštrukciou univerzálneho /generického modelu a poukázaním na spôsob fungovania modelu. Sú prototypom všetkých skupín separovaných modelov. Generické modely sa môžu prejavovať formou signalizácie, návodu, či nápovedi. Ich objav je vo výuke matematiky zvyčajne sprevádzaný pocitom radosti a obľuby.³²

Mnohonásobným opakovaním rovnakých javov dochádza u dieťaťa k procesu získania univerzálneho objavu. Dieťa zisťuje, že kvantitatívne situácie je možné modelovať na prstoch prípadne počítadle. Univerzálnym modelom sa teda stávajú spomínané počítacie prostriedky.

Ilustrácia

Danka prehovára babičku aby jej kúpila nanuk. Babička súhlasí: „dobre, ale kúpime nanuky pre všetkých. Koľko nanukov máme kúpiť?“ Danka menuje: „ ja, Emil, mama, dedko, babka, otec“ na prstoch spočíta a hovorí: „šesť“. V obchode berie nanuky z mrazničky a priraduje ich jednotlivým členom rodiny. Na babičkin dotaz, koľko nanukov vložila do košíka, odpovedá „šesť“ ale ešte si ich hlasne prepočíta. O mesiac neskôr pomáha Danka s pečením cukroví. Na prvom plechu je päť rožkov, ktoré urobila a spočítala Danka. Matka vkladá do rúry druhý plech so siedmimi Dankinými a pýta sa, na ktorom plechu je viac rožkov. Danka po chvíľke váhania odpovie: „Poviem Ti, až sa upečú.“³³

Komentár

Danka používa prsty ako nástroj evidencie počtu. Je isté, že tento generický model neobjavila, ale prevzala. Zatiaľ prsty nepoužíva k modelovaniu operácii s objektmi. Pri úlohe o porovnaní dvoch počtov sa ani nepokúsi

³²HEJNÝ, V. – HEJNÝ, M.: Prečo je matematika taká ťažká? In *Pokroky matematiky, fyziky, astronómie*. Bratislava: Jednota českých matematiků a fyziků, 1978, č.2, roč. XXIII.

³³HEJNÝ, M. a kol.: *Dvacetpět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. s. 32.

použiť prsty. Príbeh poukazuje nato, že sa v priebehu vývoja dve hladiny modelov vzájomne prelínajú. Proces zovšeobecňovania prebieha v etapách. Je rozložený na niekoľko menších objavov: prsty sú nástrojom evidencie počtov, porovnania, sčítania, odčítania, modelovania. Typickým príkladom použitia prstov k modelovaniu je určenie počtu hodín, napr. od 13. do 21. hodiny.³⁴

d) Abstraktné znalosti

Schéma procesu nadobúdania znalostí je vybudovaná na troch úrovniach. V tejto etape dochádza ku nadobudnutiu najvyššieho stupňa – kulminácii poznatku. Nastáva zdvih – premena kvantity vedomostí na novú kvalitu reprezentovanú novým poznatkom či pojmom. Etapa je zrodom abstraktného poznania. Podstata rozdielu medzi univerzálnym modelom a abstraktným poznaním spočíva v tom, že univerzálny model má rovnakú úroveň abstrakcie, ako majú modely izolované, zatiaľ čo abstraktné poznanie nemá takú hĺbku a je podložené symbolikou.³⁵

Ilustrácia

Dedko sa pýta vnúčika koľko lodičiek vidí v prístave? Malý Ferko odpovedá: stojí tu biela a sivá loďka, v pozadí za sebou prichádzajú, zelený taxi, červená - záchranná služba a modrá - policajná hliadka. ³⁶ Ferko si berie papier a kreslí lodičky.



³⁴HEJNÝ, M. a kol.: *Dvacetpět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. s. 31.

³⁵HEJNÝ, V. – HEJNÝ, M.: Prečo je matematika taká ťažká? In *Pokroky matematiky, fyziky, astronómie*. Bratislava: Jednota českých matematiků a fyziků, 1978, č.2, roč. XXIII.

³⁶HEJNÝ, M. a kol.: *Dvacetpět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. s. 31.

sústredenie na počet

$$2+3$$

$$a + b$$

sústredenie na spočítanie

Komentár

Ferkovo počínanie môžeme určiť ako počiatok abstraktného myslenia v matematike. Vyjadruje koncentráciu záujmu. Početnosť znázorňuje radom symbolov (obrázkov) a čiarok. Do stredu záujmu sa dostáva operácia sčítania; v reálnom svete jej zodpovedá zjednotenie množín (lodičiek). Nakoniec postupne prichádzajú na rad čísla a operácia sčítania.³⁷

Etapa abstrakčného zdvihu je v poznávacom procese základných početných operácii reprezentovaná objavom čísla. Objav čísla je prvou veľkou premenou kvantity na kvalitu poznatku. Prsty rovnako ako jablká, domy, stromy alebo hrnčeky majú predmetný charakter. Ak dieťa rozumie pojmu „päť“ alebo znaku „5“ bez ďalšieho preukazovania (počítania na prstoch), jeho znalosť tohto objektu je aj abstraktná.

e) Kryštalizácia poznatku a automatizácia

Hoci je abstraktný poznatok vrcholom genézy poznávacieho procesu, nie je ešte poslednou etapou. Poslednou etapou rozumieme proces domestikácie poznatku. Poznatok sa v kognitívnej štruktúre udomácňuje, vytvára vzťahy s existujúcimi poznatkami a zároveň vykonáva zmenu štruktúry – reštrukturalizáciu poznatkov. Čím je stupeň abstrakcie nového poznatky vyšší, dochádza k tým zásadnejšiemu prebudovaniu poznatkovej štruktúry. V priebehu kryštalizácie dochádza ku postupnému uvoľňovaniu stimulu, ktorý celý poznávací proces evokoval. Z tohto hľadiska je poznávací proces

³⁷FISCHER, R. - MALLE G.: Človek a matematika. Úvod do didaktického myslenia a konania. Bratislava: SPN. 1992. s. 209.

považovaný za ukončený.

Kryštalizácia v procese poznávania základných početných operácií je veľmi chudobná. Nieto tu žiadnej vybudovanej štruktúry, v ktorej by sa poznatok domestikoval. Pod kryštalizáciou v tomto prípade rozumieme spätné pôsobenie abstraktného pojmu do konkrétnych modelov.

Dôležitou a neodmysliteľnou súčasťou vzdelávacia je proces automatizácie poznatku. Tento však z procesuálneho aspektu nepatrí medzi štádia nadobúdania poznatku. Ide o sformalizovanie poznatku v zmysle jeho samočinného mechanického uskutočňovania. Automatizácia je stimulovaná potrebou uvoľnenia psychiky k riešeniu nových náročnejších problémov.³⁸

Automatizáciou v procese poznávania základných početných operácií je mechanizácia počítania. Pri mechanickom počítaní dochádza k uvoľneniu psychiky na riešenie náročnejších problémov, napr. operácie so zlomkami.

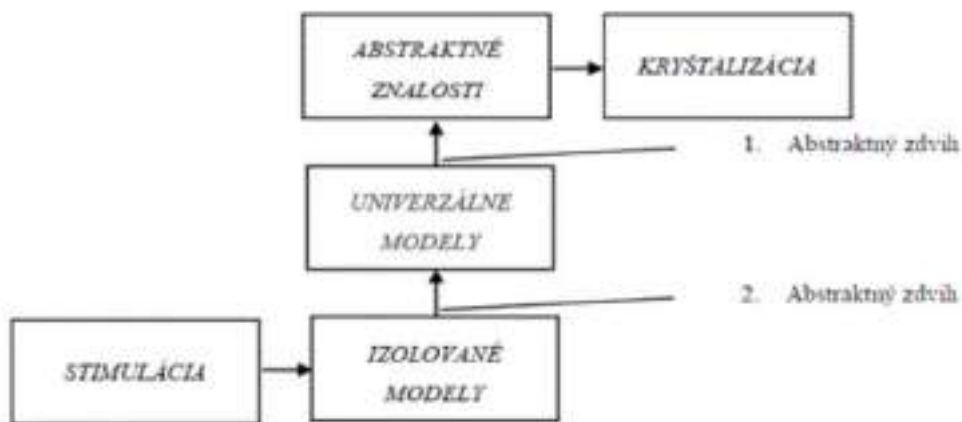
1.2.2 Schematické znázornenie poznávacieho procesu

Jadrom poznávacieho procesu sú mentálne zdvihy, od izolovaných modelov k univerzálnym modelom a od univerzálnych modelov k abstraktným znalostiam. Najdôležitejším spúšťačom procesu je motivácia. Permanentnou zložkou poznávania je zaraďovanie nových poznatkov do štruktúr (kryštalizácia). Po kryštalizácii nastáva už len mechanizácia poznatkov, ktorá ako taká nie je súčasťou schematického budovania poznávacieho procesu.

Každý poznávací proces v matematike nemusí prechádzať všetkými hladinami nadobúdania poznatku. Musí však obsahovať hladinu izolovaných modelov a aspoň jeden zdvih. Nosnú konštrukciu mechanizmu poznávacieho procesu by sme mohli syntetizovať do trojice: motivácia – skúsenosti – poznanie, ktoré majú dialektický charakter. Hýbateľom je motivácia. Od jej

³⁸HEJNÝ, V. – HEJNÝ, M.: Prečo je matematika taká ťažká? In *Pokroky matematiky, fyziky, astronómie*. Bratislava: Jednota českých matematiků a fyziků, 1978, č.2, roč. XXIII.

kvality závisí, ako intenzívne bude psychika nadobúdať nové skúsenosti. Narastanie poznatkov je narastaním kvantity, ktorá sa postupne hierarchizuje. Následne poznatok nadobúda kvalitatívny zdvih. Ten sa stáva okamihom objavu. Okamihom, vyvolávajúcím v psychike silnú tenziu, ktorá zohráva vo formovaní žiakovej osobnosti veľkú úlohu.³⁹



Obrázok 1. Schematické znázornenie priebehu poznávacieho procesu

Ilustrácia

Dedko sa pýta vnúčika: „Koľko áut vidíš na parkovisku?“ Cyrilko odpovedá dedkovi, stojí tu: Opel, Mazda, BMW a práve prichádzajú ďalšie autá: Škoda a Volkswagen. Cyrilko počíta na prstoch Opel + Mazda + BMW, to sú tri autá plus Škoda a VW, to sú ďalšie dve autá. Spolu päť áut. Potom sa dedko opýta Cyrilka. Koľko budeš mať motoriek, ak ti babka dá dva motorky a dedko tri motorky? Cyrilko počíta na prstoch a hovorí: opäť to bude 5.⁴⁰

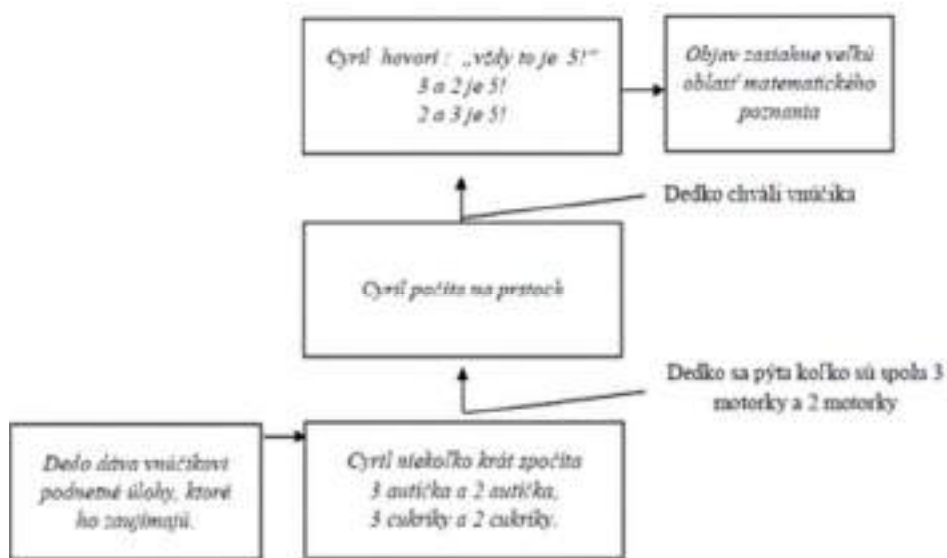
Komentár

Motiváciou rozumieme túžbu Cyrila vyriešiť záhadný problém s počtom áut na parkovisku. Etapou separovaných modelov je rozumieme detskú

³⁹HEJNÝ, M. : *Teória vyučovania matematiky 2*. Bratislava: SPN, 1990. s. 35.

⁴⁰HEJNÝ, M. : *Teória vyučovania matematiky 2*. Bratislava: SPN, 1990. s. 59.

nevedomosť súvislosti rovnakého počtu predmetov. Cyril obidva prípady starostlivo prepočítava. Etapou univerzálneho modelu chápeme Cyrilovu schopnosť evidencie mnohosti. Nepotrebuje mať autá, vystačia mu prsty. Etapa univerzálneho modelu ostáva ešte však v zajatí predmetných predstáv (autá, motorky). Vplyvom nadobúdania skúsenosti prichádza k etape abstraktného poznatku. V etape kryštalizácie sa Cyril naučí pracovať s abstraktným pojmom tak, že mu počítanie nerobí žiadne starosti.



Obrázok 2. Schematické znázornenie priebehu poznávacieho procesu na konkrétnej ilustrácii

1.2 Formovanie matematických poznatkov a predstáv

Vít Hejný poukazuje na dôležitosť budovania neformálnych matematických poznatkov a predstáv v rannom štádiu matematického poznávania. Hľadá nové spôsoby, ktoré by umožnili budovanie neformálnych poznatkov lepšie ako vtedajšie metódy.

1.2.1 Formálne a neformálne poznávanie matematických zákonitostí

Kvalita štruktúry matematických poznatkov nezávisí od kvantity poznatkov, ale od miery kauzálnej korelácie poznatkov. Poznatok ako taký, nie je formálny ani neformálny. Mieru formálnosti prisudzujeme iba poznatku uloženému vo vedomí konkrétneho človeka. Rozlišujeme poznatky, ktoré vytvárajú vedomostnú štruktúru a poznatky, ktoré sú uložené mimo vytvorenej poznatkovej štruktúry. Neformálnym nazývame poznatok, ktorý je abstraktnou znalosťou, podopretou o izolované a univerzálne modely. Znalosť, ktorá je založená výlučne na pamäťových podkladoch a nie je podpretá o izolované a univerzálne modely je formálnym poznatkom. Formalizmus je teda najväčším vzdelávacím problémom, ktorého genéza vychádza z poruchy harmónie poznávacieho procesu- poruchy kognitívnej štruktúry.⁴¹

Ilustrácia 1

Žiaci majú za úlohu vykonať delenie 36:3. Prvý žiak nahradí neznalosť algoritmu delenia úvahou. Delenie vykoná usporiadaním 36 guľičiek do 3 priečinkov. Druhý žiak ovláda algoritmus delenia a výsledok 12 dostane veľmi rýchlym spôsobom. Nie je však schopný vysvetlenia podstaty delenia ako takého, nerozumie podstatu princípu delenia.

Ilustrácia 2

Boris mal za úlohu rozložiť mnohočlen $(a + b)^2$ na súčin členov. Keďže nepoznal základný vzorec, pomohol si geometrickým nákresom.

⁴¹HEJNÝ, V. – HEJNÝ, M.: Formovanie matematických predstáv. In *Matematické obzory*. Bratislava: ALFA, 1972, č. 2.

b a	ab	a a²
b	b²	ab

Obrázok 3. Geometrický model pre mnohočlen $(a + b)^2$

Najskôr zobrazil štvorec a^2 , pomocou rohového spojenia nakreslil štvorec b^2 a tieto štvorce upravil na jeden veľký štvorec. Nákresom predviedol úpravu kvadratického mnohočlena na štvorec.

Na základe obrázku si uvedomil, že mnohočlen $(a + b)^2$ možno vyjadriť ako $(a^2 + ab + b^2 + ab) = a^2 + 2ab + b^2$. Jeho poznatok môžeme nazvať neformálnym.

Pri výuke žiakov je veľmi dôležitá učiteľova sústavná diagnostika vedomostnej štruktúry žiaka. Podstatnou súčasťou diagnózy je hodnotenie stupňa formálnosti. Stupeň formálnosti určujeme na základe nasledovných kritérií:⁴²

- *Použitelnosť poznatku.* Formálny poznatok je v praxi takmer nevyužitelný a naopak neformálny poznatok prináša výborné možnosti praktického využitia. (Napríklad, spomínaní dvaja žiaci riešia úlohu: Máme 36 králikov, ktoré treba rozdeliť do troch chlievov, tak aby v každom chlieve bol rovnaký počet králikov.)
- *Rozvoj poznatku.* Formálny poznatok nemožno ďalej rozvíjať, je

⁴²HEJNÝ, V. – HEJNÝ, M.: Formovanie matematických predstáv. In *Matematické obzory*. Bratislava: ALFA, 1972, č. 2.

výslednou a uzavretou znalosťou. Neformálny poznatok je možné ďalej vplyvom formovania ďalej tvoriť a rozvíjať. (Žiak, ktorý sa spamäti naučil algoritmus násobenia, naučí sa aj algoritmus delenia. Súvislosť medzi tými dvomi algoritmami však nevníma, iba vizuálne.)

- *Kvalita poznatku.* Ak v niektorom poznatku nastane chyba, nedostatky je možné odstrániť len v štruktúre neformálneho poznatku. (Žiak, ktorý si zmýli pravidlá násobenia a delenia čísel, nie je schopný uvažovania a vlastného dopracovania sa k algoritmu jednotlivých operácii.)
- *Diferencovanosť poznatku.* Formálny poznatok nie je možné rozpoznávať skúsenosťou žiaka. Je výsledkom učenia sa spamäti. Neformálny poznatok je postavený na praktickej skúsenosti, nie je možné s ním manipulovať ani ho pred diferencovať. (Napríklad pri riešení úlohy 36:3 je postup prvého žiaka pred diferencovaný vlastnou skúsenosťou, zatiaľ čo poznatky druhého žiaka nie sú založené na praxi. Žiak dokáže dobre počítat, ale nevie logicky premýšľať.)

Každá matematická skúsenosť determinuje v mysli žiaka určité matematické postupy. Skúsenosť však možno nadobudnúť len s vynaložením istého úsilia a so schopnosťou postupného prekonávania prekážok. Intenzívnym opakovaním asociačného procesu dochádza k urýchleniu postupovania, až ku mechanizácii činnosti. Preto môžeme poznatku prideliť aj vlastnosť automatizovaný/neautomatizovaný. Vo vzdelávaní matematiky sa vyskytujú všetky štyri kombinácie poznatkov. Zatiaľ čo pri automatizovaní neformálneho poznatku je nutné rozlíšenie medzi pamäťovou a obsahovou zložkou poznatku, pri automatizácii formálneho poznatku nastáva iba pamäťové memorovanie.

1.2.2 Kybernetický model žiaka pri počítaní

V kybernetike považujeme zariadenie, ktorého vnútro nepoznáme, ale skúmame za čiernu schránku. Na vstupe do zariadenia vkladáme určité informácie, pozorujeme ich priebeh a evidujeme reakcie na výstupe. Na základe skúseností získaných z bádania sa usilujeme o prestavbu zariadenia-čiernej schránky. Vo vyučovacom procese za túto čiernu schránku pokladáme žiaka.

Schematický model čítania a písania

Aby sme ľahšie pochopili kybernetický model vzdelávania žiakov v matematike, objasníme najskôr mechanizmus poznávacieho procesu základnej gramotnosti. Tento schematický model zachytávajúci proces budovania dynamického stereotypu čítania a písania funguje ako tzv. „čierna skrinka“, ktorú tvoria dva vstupy a dva výstupy.⁴³



Obrázok 4. Schematický model procesu čítania a písania

Model je zložený z vstupných, výstupných a vnútorných blokov, ktoré sú medzi sebou prepojené orientovanými kanálmi. Existujú exogénne (abcd, efgh) a endogénne (abAgh, efBcd) možnosti prechodu informácií. Z nášho pohľadu sú zaujímavé prenosi signálu obsahujúce vnútorné spracovanie:

- abAgh - učiteľ napíše na tabuľu písmenko C a žiak číta "Ce",

⁴³HEJNÝ, V.: *Základní matematické představy z hlediska psychologie*. Nepublikované dielo. Rukopis T44. Martin: neznámy rok. (Privátny archív prof. Milana Hejného, CSc., Praha).

- efbcd - učiteľ povie "Ce" a žiak napíše do zošita C,

Výuka čítania a písania je nácvik dokonalej, automatizovanej činnosti kanálov A, B. Funkcia kanála A zabezpečuje zobrazenie množiny zrkových predstáv do množiny sluchových predstáv. Inverzné zobrazenie zaisťuje kanál B. Ak je dokonale vybudovaná činnosť spomínaných kanálov, spolu tvoria asociáciu vizuálnej a akustickej predstavy. Podobnú asociáciu zákonitost' nachádzame napr. pri učení sa cudzej reči.⁴⁴

Schematický model počítania

Pri vyučovaní matematiky nastáva odlišná situácia. Na rozdiel od predchádzajúceho modelu, nejedná sa len o prietok informácie či jej transformáciu z tvaru akustického na vizuálny alebo opačne.



Obrázok 5. Schematický model procesu počítania

Keďže za najdôležitejšiu zložku procesu výučby matematiky považujeme uskutočňovanie kauzálnych operácií, musíme náš model doplniť o blok v ktorom by sa operácia odohrávala. Tento blok nazveme blokom vzťahovo

⁴⁴HEJNÝ, V.: *Pracovné materiály školiaceho pracoviska TMM*. Rukopis T49. Ponická Huta: 1977, Privátny archív prof. Milana Hejného, CSc., Praha).

abstraktnej činnosti – Blok VAČ.⁴⁵

Prvé matematické predstavy vznikajú budovaním zrakovej, sluchovej a mnohostnej predstavy prirodzených čísel, ktorých množina sa vývojom jedinca postupne zväčšuje. Model žiakovho vedomia je vnorený do blokov zrakovej a sluchovej predstavy a orgán VAČ obsahuje len náznakom. Prvými krokmi osamostatnenia orgánu VAČ je porovnávanie veľkosti čísel. (Predškolač vie, že štyri cukríky sú viac ako tri, a zároveň aj menej ako päť. Ďalším krokom automatizácie sú operácie sčítania a odčítania.) Na opísanom modeli ukážeme proces riešenia úlohy: Na parkovisku boli zaparkované tri autá. Prišli ďalšie dve autá. Koľko áut je na parkovisku? Prietok informácii vyzerá takto: kanálmi A, B do zrakovej predstavy, odtiaľ kanálom E do orgánu VAČ, v ktorom sa symbolu 3 priradí množstevná predstava *** a symbolu 2 predstava **. Informácia, zatiaľ nespracovaná, sa dostala do orgánu VAČ. Tam dochádza k operácii spojenia obidvoch predstáv. Vzniká nová predstava *****. Žiak zapíše 5 ako symbol, ktorý kanál C priradil novej množstevnej predstave, alebo môže žiak iba odpovedať "päť" - vtedy množstevná predstava spracovanej informácie vytiekla kanálmi E, c, h.

Inak povedané žiak si pomocou predmetnej predstavy (obrázky, prsty, počítadlo) postupne vytvorí vzťahovo-abstraktnú predstavu, učí sa obidve predstavy navzájom transformovať. Vzťahovo abstraktná predstava čísel 3 a 2 sa transformuje na predmetnú predstavu, keď žiak modeluje príklad na počítadle. Priraduje alebo oddeľuje príslušný počet guľôčok, manipuláciou s nimi určí výsledok. Vnútorňá časť operácie však prebieha v akusticko-vizuálnej-abstraktnej asociácii, ktorej dominantou je zložka bloku VAČ. Riešenie vyššie uvedeného príkladu $3+2$ okrem tvorby bloku VAČ posilňuje aj pamäťový záznam. Opakovaním príkladov dochádza k automatizácii

⁴⁵HEJNÝ, V. – HEJNÝ, M.: Formovanie matematických predstáv. In *Matematické obzory*. Bratislava: ALFA, 1972, č. 2.

sčítania a odčítania.

Poruchy mechanizmu počítania

Pri prechode informácii jednoduchým modelom základných gramotností môžu nastať niekoľké chyby. Z hľadiska vyučovacieho procesu nás zaujímajú chyby vzniknuté v prenose signálu vnútorného spracovania. Chyby pri čítaní a písaní vznikajú nesprávnou funkciou kanála A, B. Ku odstráneniu chyby je nutné opakovanie asociačných pochodov tak dlho, až je akusticko-vizuálna asociácia bezchybne automatizovaná.

Pri mechanizme počítania môžu nastať dva zásadné nedostatky. Prvým je chybná činnosť akusticko-vizuálne abstraktnej asociácie. Omyl môže nastať vo funkcii kanála E alebo D, alebo funkcii orgánu VAČ. Keď sa vrátíme k príkladu: Na parkovisku boli zaparkované tri autá, dve práve prišli. Koľko áut je na parkovisku? V kanály E môže dôjsť pri zvukovej predstave slova „tri“ k mylnému priradeniu množstevnej predstavy 4. V kanály D môže dôjsť k mylnému priradeniu zvukovej predstavy „šesť“ množstevnej predstavy piatich. A v bloku VAČ k nesprávnemu vykonaniu spočítania. Nesprávnosť výsledku sama o sebe ešte nedefinuje úroveň, v ktorej nastala chyba. Správnu diagnózu omylu je možné zistiť jedine konštruktívnym dialógom, počas ktorého učiteľ žiada žiaka, aby predviedol výpočet na počítadle.⁴⁶

Funkcia orgánu VAČ

Spomínali sme, že orgán VAČ spolu so strategickým orgánom⁴⁷ tvoria

⁴⁶HEJNÝ, V.: *Pracovné materiály školiaceho pracoviska TMM*. Rukopis T49. Ponická Huta: 1977, Privátny archív prof. Milana Hejného, CSc., Praha).

⁴⁷Mechanizmus strategického orgánu v troch zložkách: *administrácia minulých duševných pohybov* (Na základe prežitých zážitkov sa formuje životná skúsenosť. A zo skúsenosťou registrovaného faktu vzniká poznatok.), *projektovanie do prebiehajúcich duševných pohybov* (Ide o využitie skúsenosti v uskutočňovaných duševných pohyboch. Mechanizmus projektovej funkcie je založený na sprítomnení minulého zážitku s konaním alebo

základný pilier vo výučbe matematiky. Keďže v praxi sa objavuje kompenzácia tvorby bloku VAČ pamäťovými záznamami, je nutné hľadať spôsoby, ako znemožniť a zabrániť tvorbe takýchto postupov. Defekt vzniká z tzv. všeobecne mylného názoru, diferenciácie matematickej nadanosti. Prvé matematické činnosti sú pre žiaka veľmi náročné, pretože sú spojené so zrodením bloku VAČ. Ak učiteľ v tomto období nalieha na žiaka požaduje od neho zvýšenie rýchlosti počítania, nastáva štiepenie matematického poznania. Žiak je v dôsledku potrieb vyhovieť učiteľovi prinútený zanechať „prstové kalkulácie“ a prejsť k mechanickému počítaniu spamäti. Najväčším negatívom tejto nepriaznivej situácie je fakt, že nevyhovujúca funkcia bloku VAČ sa zväčša objaví až v takom štádiu, kedy žiak už nie je schopný nastúpiť na cestu tvorby bloku VAČ.

Hejný vychádzajúc z tradičnej školy poukazuje na možnosti zamedzenia mechanického zapamätávania už od počiatku matematickej činnosti žiaka. Navrhuje, aby učiteľ od začiatku výuky matematiky nedal žiakom k dispozícii možnosť užívať čísllice, ale iba modely (napríklad bodky, guľky a pod) „Keď nenaučíme žiakov používať čísla, oslabíme možnosť pamäťového záznamu a špecifikujeme matematický proces učenia sa vo vedomí žiaka. Matematika sa začne podstatne odlišovať od čítania a písania, založeného na asociácii vizuálnej a akustickej predstavy. Výstavba VAČ sa organizuje prirodzenou cestou, bez násilných zásahov pedagóga.“ Keď počítanie na modeli vykáže istú mieru automatizácie a žiaci budú pociťovať neefektívnosť primitívneho zápisu prostredníctvom modelov sa vtedy je možné pristúpiť k zavedeniu čísllic a k abstraktnej činnosti.⁴⁸

asociovaným hodnotením.), *zamieravanie budúcich duševných pohybov* (Cieľom je plánovanie budúcich alternatívnych situácií, ktoré môžu v živote nastať. Zameranie mechanizmu je priamo závislé od kvality skúsenosti – časového dosahu, etickej hierarchie a intenzity s ktorou sa naplánované konanie realizuje).

⁴⁸HEJNÝ, V. – HEJNÝ, M.: Formovanie matematických predstáv. In *Matematické obzory*.

Hejného teória jednotlivých modelov bola konštruovaná ako nástroj na porozumenie formálneho poznania. Tento nástroj je možné použiť na:⁴⁹

- porozumenie príčin vzniku formálneho poznávania,
- diagnostikovanie formálneho poznatku,
- reedukáciu formálneho poznatku,
- predchádzanie tvorby fixovaných formálnych poznatkov.

Cieľom Hejného analýzy jednotlivých štádií poznávacieho procesu je hľadanie efektívnej metódy vzdelávania matematiky, ktorá by v žiakovi vyvolala pozornosť a záujem. Metóda je založená na procese vnímania a jeho základných zložkách ako sú spoznávanie, klasifikácia zobrazení, zovšeobecňovanie a učenie sa.

V ďalšej kapitole bude možnosť konfrontovať túto modernú teóriu poznávacieho procesu vo vyučovaní matematiky s metodickým prístupom Andrása Lesnyanszkého (1795-1859).

Bratislava: ALFA, 1972, č. 2.

⁴⁹HEJNÝ, M. a kol.: *Dvacetpět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. s. 31.

2 Vyučovanie matematiky v knihe Metodika a didaktika od Andrása Lesnyanského

Vyučovanie matematiky v Uhorsku na ľudových školách významne ovplyvnila učebnica “Didaktika a metodika” od Andrása Lesnyanského (1795-1859). Bola vydaná v meste Oradea v roku 1832. Jej autorom je rímsko-katolícky kňaz, ktorý vyučoval v normálnej škole⁵⁰ v meste Oradea.⁵¹

Prepokladá sa, že inšpiráciou pre túto knihu bola kniha “Didaktik und Methodik” od autora Josepha Weinkopfa (1787-1873). Pôsobil ako diecézny kňaz vo viedenskej arcidiecéze a bol vysvätený v roku 1811. Pôsobil v období rokov 1819-1832 ako učiteľ katolíckeho náboženstva na Normálnej škole svätej Anny vo Viedni, ako aj ako profesorkatechetiky a pedagogiky na Viedenskej univerzite.⁵²

Táto učebnica má dve hlavné časti:

1. Všeobecná didaktika
2. Metodika

V prvej hlavnej časti sa autor venuje nasledovným oblastiam (v zátvorkách uvádzame podkapitoly):

- O zásadách výberu a usporiadania vo vyučovacom procese (učivo, učebné plány),

⁵⁰Normálna škola bola stredná škola, ktorá pripravovala aj budúcich učiteľov pre primárny stupeň (vtedy ľudové školy).

⁵¹PUKÁNSZKY B.: Kéttanítókézikönyv a múlt század első feléből. In: www.pukanszkybela.hu

⁵²MACKO M.: Der erste Redemptoristenausdemalten Ungarn: Johannes Kuban 1797-1866, In: *Spicilegium historicum Congregationis Ssmi Redemptoris*, 2011, Vol. 59, Num. 2, s. 415-428. Normálna škola bola stredná škola, kde sa vyučovali aj budúci učitelia pre ľudové školy (dnes prvý stupeň základných škôl).

- O rôznych vyučovacích metódach a všeobecných vlastnostiach účelného vyučovania (O rôznych vyučovacích metódach a ich využití, O všeobecných vlastnostiach účelného vyučovania, O skúšaní).

D r i t t e r A b s c h n i t t .

Von dem Verfahren bey dem Unterrichte im Rechnen.

- §. 38. Das Rechnen ist ein allgemein nothwendiger Lehrgegenstand.
- §. 39. Allgemeine Forderungen des Unterrichtes im Rechnen.
- §. 40. Fortsetzung.
- §. 41. Vom Kopfrechnen.
- §. 42. Bey dem Unterrichte im Rechnen lehrt man Anfangs zählen oder numeriren, dann addiren, subtrahiren, multipliciren, dividiren.
- §. 43. Vortheile und Abkürzungsregeln bey dem Kopfrechnen.
- §. 44. Von der Wichtigkeit und Nothwendigkeit des Unterrichtes im Zifferrechnen.
- §. 45. Von dem Verfahren bey der Beybringung der Zifferkenntniß.
- §. 46. Verfahren, nach welchem den Schülern der Werth der Ziffern in ihrer Zusammensetzung, und das Aufschreiben zusammengesetzter Zahlen gelehrt werden soll.
- §. 47. Vom Addiren oder Zusammenzählen in Ziffern.
- §. 48. Vom Subtrahiren oder Abziehen.
- §. 49. Vom Multipliciren.
- §. 50. Vom Dividiren.
- §. 51. Fortsetzung.
- §. 52. Verfahren bey dem Rechnungsunterrichte in Brüchen.
 - A. Von der Beybringung des Begriffes von einem Brüche, und der Aufschreibung desselben.
 - §. 53. B. Vom Zusammenzählen der Brüche.
 - §. 54. C. Von der Subtraction der Brüche.
 - §. 55. D. Von der Multiplication der Brüche.
 - §. 56. E. Vom Dividiren der Brüche.
- §. 57. Von der Regel Detri.
- §. 58. Von der verkehrten Regel Detri.
- §. 59. Von den Kennzeichen der geraden und der verkehrten Regel Detri.
- §. 60. Beybringung der Rechnungsart in geometrischen Proportionen.
- §. 61. Von der Gesellschaftsregel.

Obrázok 6: Časť obsahu učebnice “Didaktik und Methodik” od Jozefa Weinkopfa venovaná matematike

Tieto časti sú zamerané na všeobecné didaktické zásady práce učiteľa na prvom a druhom stupni základnej školy.

V druhej časti sa autor venuje odborovej didaktike jednotlivých predmetov na uvedených školách:

- O vyučovaní poznávania písmen, slabikovaní, hláskovaní a čítaní,
- O vyučovaní krasopisu,
- O postupoch pri vyučovaní počítania,
- Účelné postupy pri vyučovaní nemeckého jazyka a pravopisu,
- O úvode k písaniu slohových prác.⁵³

Kým Weinkopfova učebnica bola určená kňazom s pedagogickým vzdelaním, tak učebnica AndrásaLesnyanszkého bola určená pre učiteľov ľudových škôl, ktorí boli nekvalifikovaní a bez pedagogického vzdelania. Z uvedeného dôvodu bola obsiahnejšie napísaná a jednotlivým témam sa venovala podrobnejšie.

Harmadik Szakasz.

A' számvetésre való oktatásról.

38. §.	A' számvetés közönségesen szükséges tanítástárgy. —	318
39. és 40. §.	A' számvetésre való oktatásnak közönséges törvényei. —	320
41. §.	I. A' számjelek nélkül, vagy csupán a' főből való számvetésről. —	326
42. §.	A' számoknak észfogására, és a' számlálásra való tanítás szükséges. —	327
43. §.	A' számoknak észfogásai egytől tizig, —	330
44. §.	Tiztől mind százig, —	334
45. §.	Száztól ezerig. —	338
46. §.	A' számjelek nélkül való összeadásról. —	342
47. §.	A' számjelek nélkül való kivonásról. —	348
48. §.	A' számjelek nélkül való összeadásnak folytatása. —	352
49. §.	A' számjelek nélkül való kivonásnak folytatása. —	360
50. §.	A' számjelek nélkül való sokszorozásra átmenetel. —	366
51. §.	A' sokszorozó táblácskának elkészítéséről. —	369
52. §.	Az egyszer egynek alkalmaztatása. —	375
53. §.	Az elosztáshoz való előkészülés. —	380
54. §.	Az elosztó táblácskának elkészítéséről. —	390

Obrázok 7: Časť učebnice “Didaktika ésMethodika” od AndrásaLesnyanszkého venovaná matematike

Prvá časť tejto učebnice je venovaná všeobecným zásadám vyučovania najmä z hľadiska cieľov, voľby vyučovacích predmetov, cieľov vyučovania,

⁵³WEINKOPF J.: Methodik und Didaktik. Wien: Johannes Baptist Wallishausser, 1822.

formám skúšania a hodnotenia žiakov. Ďalšia časť je venovaná jednotlivým vyučovacím predmetom v ľudových školách. Obsahuje nasledujúce základné kapitoly:

1. O vyučovaní čítania
2. O vyučovaní krasopisu
3. O vyučovaní počítania
4. O vyučovaní zameranom na maďarskú jazykovedu a pravopis

V tretej kapitole sa autor venuje najmä aritmetike pre ľudové školy. Najprv zavedeniu desiatkovej číselnej sústavy, operácie s prirodzenými číslami: sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie.

V ďalších častiach tejto kapitoly je pozornosť venovaná výučbe zlomkov a operáciám s nimi, ako aj praktickým úlohám s trojčlenkou. Vo výučbe počítania odporúča dodržiavať nasledovné zásady:

1. Vo výučbe počítania treba postupovať od jednoduchého k zložitejšiemu a od ľahšieho ku ťažšiemu, a nikdy netreba postúpiť ďalej na ďalší druh počítania, kým deti dokonale neovládajú to, čo je základom danej časti vyučovania počtov.
2. Vyučovanie počítania nemá byť zamerané len na pamäť, ale má to byť aj záležitosť rozumu, teda je potrebné ho tak prezentovať, aby žiaci aj chápali to, čo sa naučili. Je chybou trápiť deti vyučovaním nezrozumiteľných abstraktných pravidiel. Deti im nebudú rozumieť, budú z nich dezorientované, rýchlo ich zabudnú a vyučovanie sa stane pre nich obtiažne.
3. Počítanie nemá byť prezentované ako čisto mechanická operácia, ale dieťa sa ho má naučiť s porozumením a pochopením. V opačnom prípade sa vyučovanie stane nepríjemným, nepraktickým, labilným v aplikáciách v praxi. Často sa vyskytnú pravidlá, ktoré deti ľahko zabudnú alebo omylom vymenia medzi sebou.

4. Vyučovanie počítania má byť navyše príjemné a zaujímavé. Vhodný predmet alebo model podporuje pozornosť detí. Učiteľ by nemal predkladať hotové abstraktné a suché definície, ale aby deti sami tieto pravidlá a definície objavili pre nich známym spôsobom. Vtedy sa vyučovanie hneď stane príjemným, lebo to, čo deti sami objavia je pre nich viac cenné. Učiteľ by nemal prázdne výpočty s číslami zadávať, ale príklady z prostredia detí a ich rodičov.

Obe horeuvedené historické učebnice používajú modely na pochopenie matematických pojmov. Tieto modely sa vyskytujú v stupňových teóriách poznávacieho procesu vo vyučovaní matematiky.

V nasledujúcej časti uvedieme komentovaný preklad časti tejto učebnice od strany 320 po stranu 409. Preklad bol realizovaný z vtedajšej staršej podoby maďarského jazyka do súčasného slovenského jazyka. Poznámky autora v dolnej časti strán sú uvedené písmenami a naše didaktické poznámky číslami. Samotná učebnica AndrásaLesnyanszkého z roku 1832⁵⁴ pochádza z digitálneho voľne prístupného fondu rakúskej národnej knižnice *ÖsterreichischeNationalbibliothek* vo Viedni. Vyslovujeme uznanie tejto knižnici za úspešný projekt digitalizácie historických učebníc a po konzultácii s touto knižnicou ďakujeme za možnosť používať ich vydania z prvej polovice 19. storočia.

⁵⁴LESNYANSZKÝ A.: *Didaktika és Methodika*, Oradea: Tichý János Könyvnyomtatóintézet, 1832.

39. §.

A' Számvetésre való oktatásnak közönséges törvényei.

A' Számvetésre való oktatásnak közönséges törvényei ezek: 1) A' számvetésre való oktatásban grádicsonkint, az egyszerűekről az öszveszerkeztettekre, a' könnyebbekről a' nehezebbekre kell menni, és soha sem kell a' számvetésnek más nemére átlépni, minekelőtte a' tanítványok tökéletesen megtanúlták azokat, mellyek a' számvetés ama' nemének alapúl szolgálnak.

2) A' számvetés ne űzetessen úgy, mint csupán csak az emlékezetnek, hanem mint az értelemnek dolga, azaz: úgy adasson elő, hogy a' gyermekek értsék is azt, a' mit tanultak. Azért hibás dolog őket sok értetlen, elvont törvényekkel kínozni. A' gyermekek nem értik ezeket, gyakorta meg zavartatnak, hamar elfelejtik a' törvényeket, 's ekképen

nítástárgy, minthogy majd soha sem kerül elő a' tanításban. Én valóban tudnék most is egész falut nevezni, mellyben eggy köz ember sem találta, a' ki paszuly, vagy tengeri nélkül tudna számolni, noha sokan ezek közül jártak oskolába. Ez felette nagy hiba az Oskola Igazgatók, és Tanítók részéről, kik azt vélik, hogy szabad kényekre vagyon bízva, mit tanítsanak. Ezért méltán vonatathatnának kérdésre attól, kinek törvényét e' pontban áthágják.

ter-

39.§.

Obyčajné zákony vyučovania matematiky

Obyčajné zákony vyučovania matematiky sú nasledovné: 1) Vo vyučovaní matematiky treba postupovať od jednoduchého k zložitému a od ľahšieho k ťažšiemu a nikdy netreba postúpiť ďalej, do ďalšej oblasti matematiky, kým žiaci dokonale neovládajú to, čo je základom danej časti matematiky.

2) Matematika nemá byť zameraná len na pamäť, ale ako záležitosť rozumu, teda: treba ju tak predložiť, aby deti aj rozumeli tomu, čomu sa naučili. Preto je nesprávne ich trápiť s veľkým množstvom nezrozumiteľných a abstraktných zákonov. Deti to nechápu, často sú z toho zmätené, rýchlo zabúdajú zákony a tým sa

... predmet, keďže nikdy sa potom neobjaví vo vyučovaní. Vedel by som teraz vymenovať celú dedinu, v ktorej nenájdeme ani jedného prostého človeka, ktorý by bez fazule alebo kukurice vedel počítat', napriek tomu, že mnohí z nich chodili do školy. Preto je veľká chyba zo strany riaditeľov škôl a učiteľov si myslieť, že môžu hocičo vyučovať podľa vlastnej vôle. Preto by mali mať zodpovednosť za to, koho zákon porušujú v tomto bode.

(dokončenie poznámky z predchádzajúcej strany 319)

terhessé lesz nekik a' tanítás. Szint olyan hiba a' gépelyezetnek (mechanismus) törvényeit tanítványokkal könyv nélkül megtanúltatni. Ezeket a' velek való élés által kell a' tanúlok' elméjébe tartósan benyomni. Minékutánna magok kezdenek dolgozni, akkor kell őket saját munkájokból a' regulákra figyelmetesekké tenni. Még nevetségesebb dolog a' számvetésnek egész feladásait tanítványokkal megtanúltatni. Ez másokra nézve szemfényvesztés, melly a' tanúlok' restségének kedvez, és a' Tanítónak érletlenségét palástollja. Nem kisebb hiba a' gyermekekét egyszeregynél az öszveadás, és kivonás tábláinak könyv nélkül való megtanulásával sanyargatni. Ezeket mind kell a' tanítványoknak tudni, de először értelemmel megfogni, és csak akkor azután gyakorlás által könyv nélkül megtanúlni; különben csak a' számok' neveivel, nem pedig azok' ész fogásaival bírnak. Szükséges ugyan a' rideg mesterséges kifejezéseket, és jeleket az elmébe, emlékezetbe benyomni; de ennek csak akkor kell először történni, ha azok' észfogásait az értelem világosan felfogta.

3) A' számvetést nem úgy kell előadni, mint csupa gépelyes munkálódást, hanem úgy, mint az értelemnek munkálódását. Külömben a' tanítás kellemetlen, haszontalan, és az alkalmaztatásban tántorgó, a' szabások halomra gyűjtetnek, mellyek könnyen feladékenységbe bocsátatnak, vagy fel-

pre nich vyučovanie stáva ťarchou. Takmer taká istá chyba je dať deťom sa naučiť naspamäť zákony strojov (mechanizmov). To treba dostať natrvalo do pamäti žiakov pomocou skúsenosti práce s nimi. Potom, keď sami začnú s nimi pracovať, vtedy ich treba upozorniť na tieto pravidlá v priebehu práce. Ešte smiešnejšie je dať žiakom, aby sa naučili všetky úlohy z matematiky. To je zavádzanie vzhľadom na druhých ľudí, čo prispieva k ostýchavosti žiakov a zastiera nechápavosť učiteľov. Nie menšou chybou je trápiť žiakov s násobilkou a s tým, aby sa naspamäť naučili tabuľky sčítania a odčítania. Toto všetko majú žiaci ovládať, ale najprv im to treba vysvetliť, aby to pochopili, a len potom sa ich majú naučiť naspamäť cvičením; v opačnom prípade budú ovládať len čísla a nie ich logické súvislosti. Síce je potrebné im natlačiť do pamäte a do vedomia nevlúdne umelé výrazy a znaky; ale má sa to prvýkrát uskutočniť len vtedy, keď tieto súvislosti ich rozum jasne pochopil.

3) Matematika sa nemá predstaviť ako mechanický proces, ale ako rozumový proces. Inak je vyučovanie nepríjemné, neužitočné, v praxi kolísavé, hromadia sa poučky, na ktoré sa ľahko zabúda alebo

cseréltetnek. Hogy ez megakadályoztasson, először a' számjelek nélkül, vagy a' főből való számvetést kell gyakorolni, mert ez gépelyes törvények nélkül csupán csak az értelemnek dolga. A' számjelekkel való minden számvetésben a' számjelek nélkül való számvetés kapcsoltsasson össze, hogy így a' gépelyes fortélyoknak helyes volta, igazsága szembetűnővé tétessen. Ez legjobb mód a' feledékenységnek meggátolására, noha nem olyan hamar tanúttatik ki. Minden gépelyes szabásnál elő kell adni az alapot miért történt ez így, és miért kell így történnie, 's ezen alapot a' gyermekeknek jól, és világosan meg kell érteni. Tanítani kell a' gyermekeket, a' mennyire lehetséges, hogy a' gépelyes szabásokat, és a' fortélyokat magok találják fel, hogy az értelemnek tulajdonává légyenek. A' gépelyes szabások helyes voltának, igazságának legnevezetesebb jele a' gyermekekre nézve a' számjelek nélkül való számvetés. Kiváltképen fontos dolog minden szabást, regulát, eleintén nagyon könnyű, és egyszerű példákba öltöztetni és ezekben feltaláltatni.

De noha arra kell törekedni, hogy a' gyermekek tanítassanak értelemmel számolni; mégis más részről nagy hiba lenne az is, ha azok a' tiszta mennyiség Tudományának (Mathesis pura) elvont úttján vezetettének a' szabások, regulák igazságának általátására.

322

sa zamieňajú. Aby sa tomu zabránilo, najprv treba precvičiť počítanie bez číslíc (číselných znakov) alebo naspamäť, lebo bez mechanických zákonov je len to záležitosť rozumu. Je potrebné, aby pri každom výpočte s číslami sa spájal výpočet bez číslíc, a tým viac nech padne do očí správnosť a pravdivosť mechanických fortieľov. To je najlepší spôsob na zabránenie zabudnutia, hoci nedá sa to rýchlo osvojiť. Pri každom mechanickom modeli treba uviesť základ toho, prečo sa to tak stalo, prečo sa to tak má stať, a tento základ deti musia dôkladne a jasne pochopiť. Pokiaľ je to možné, treba viesť deti k tomu, aby mechanické modely a fortiele objavili sami, aby sa to stalo súčasťou ich vedomia a porozumenia. Najvýznamnejším znakom správnosti a pravdivosti mechanického modelu z pohľadu detí sú výpočty bez číslíc. Obzvlášť dôležité je nazačiatku každý model, každé pravidlo uviesť na veľmi ľahkých a jednoduchých príkladoch a pomocou nich objaviť ich zmysel.

Ale hlavne sa treba usilovať o to, aby sa deti naučili počítat s rozumom; na druhej strane by bolo veľkou chybou, keby po abstraktnej ceste čistej matematiky (mathesis pura) viedli k zovšeobecneniu pravdivosti modelov a pravidiel.

4) Továbbá azon kell lenni a' Tanítónak, hogy a' számvetést is mennél kellemetesebb, és kedvesebb módonn, 's főrmában adgya elő, és interessánsá tegye: mert mennél nagyobb figyelmet kíván valamelly tárgy, annál szükségesebb, hogy kellemetes módonn tanítasson, a' minek a' számvetésben helye van. Ezen oknál fogva mutassa meg a' Tanító tanítványinak a' Számvetés hasznát olyan történetekben, mellyek azoknak köréből életéből vétetnek. Továbbá ne adgyon nekik elő száraz meghatározásokat (definitio) hanem kerestesse fel a' szabásokat, és meghatározásokat ösmeretes módonn. Ez által a' tanítás nem csak interessáns, hanem kellemetes is léssen; mert több ingere van annak, a' mit a' tanítványok magok feltalálnak. Ne adgyon fel, a' tanítványoknak számjelekkel való üres számvetéseket, hanem a' gyermekek' és szülők' munkásság köréből vett példákat. Ne mondgya p. o. osszatok fel 547-tet hét részre; mert az ebbéli munka unalmas, és az a' gyermek is, a' ki ezt legtökéletesebben megtudgya csinálni, még sem tanul ebből semmit, és a' mindennapi életben tudományának hasznát venni nem tudgya a) hanem így adgya fel az említett

a) A' mi itt mondatik, az nem kikoholtt gondolat, hanem valóságos igazság, mellyről én most nem régen meggyözödtem tökéletesen, midőn az első deák oskolába járó némelly tanítványnak próbául példába felöltöztetve va-

4) Ďalej sa učiteľ musí snažiť o to, aby matematiku predložil čo najpriaznivejším a najpríťažlivejším spôsobom a vzbudil o ňu záujem; lebo čím väčšiu pozornosť si vyžaduje niektorý predmet, tým je potrebné, aby sa to vyučovalo príjemnejším spôsobom, čo je v prípade matematiky opodstatnené. Z tohto dôvodu nech učiteľ ukáže svojim žiakom užitočnosť matematiky na takých historkách (príbehoch), ktoré pochádzajú z okruhu ich života. Ďalej nech sa neprednášajú suché definície (definitio), ale odkrývajú sa modely a definície známym spôsobom. Tým sa vyučovanie stáva nielen zaujímavým, ale aj príjemným; pretože väčší prínosom je to, na čo prídu žiaci sami. Nemajú sa zadávať žiakom prázdne úlohy na výpočet s číslami, ale príklady zo života detí a z okruhu práce rodičov. Napr. nemá sa hovoriť, rozdeľte 547 na sedem častí; pretože takáto práca je nudná, a ani to dieťa, ktoré to vie spraviť najdokonalejšie, z toho sa predsa nič nenaučí a svoje vedomosti nevie využívať v každodennom živote *a)* ale nech takto zadá spomínanú

a) To, o čom sa tu hovorí, nie je vymyslená historka, ale skutočná pravda, o ktorej som sa mohol nedávno sám osobne dokonale presvedčiť, keď niekoľkým žiakom v prvej triede pokusne formou príkladu som zadal (pokračovanie poznámky na strane 324 pod §40)

324

példát: p. o. A' Plébános Úr 547 diót küldött azon hét gyermekek' számára, kik tegnap a' Keresztény Tanításból jól feleltek; hány diót kap egy egy gyermek? Arra is vigyázzon a' Tanító, hogy a' feladások ne legyenek hosszúk, nehezek, és számosak, kiváltképen az új regulának, vagy számvetés nemének kezdetén. Külömbféle formákban adgya elő feladását, és változtassa a' számvetésnek azon nemeit, mellyeket a' gyermekek már megtanultak; az efféle bánásmód mellett a' számvetésre való tanítás bizonyosan nem fog szűkölködni interessé nélkül.

Weinkopf.

40. §.

F o l y t a t á s .

5) A' számvetés nem csak azon üdöre tanittatik, míg a' gyermekek az iskolába járnak, hanem az egész életre. Azért mutassa meg a' Tanító a' számvetés minden neleinek az életnek egyes — nem képzelt, hanem valóságos — történeteire, kiváltképen pedig olyanokra való alkalmaztatását, mellyek a' gyermekeknek láthatára között

lósággal csekély számvetést adtam fel. A' szegény fiú semmiképen nem tudott rajta elmenni, holott másképen könnyen megtette volna a' munkát. Innen kitetszik, melly felette szükséges legyen a' számvetésre való tanításban más módot követni.

324

úlohu, napríklad: pán farár poslal 547 orechov pre tie deti, ktoré včera dobre odpovedali na hodine náboženstva; koľko orechov dostane každé dieťa? Učiteľ si musí dávať pozor aj na to, aby príklady neboli príliš dlhé, ťažké, číselné, hlavne na začiatku preberania nových pravidiel a výpočtov. Zadanie musí predniesť v rôznych formách, a musí meniť tie časti výpočtov, ktoré si už deti osvojili; pri takomto zaobchádzaní vyučovanie matematiky zrejme nebude mať nedostatok záujmu.

Weinkopf. (táto poznámka znamená odvolanie sa na metodickú učebnicu Weinkopf J.: *Didaktik und Methodik*. Wien: Wallishausser, 1822)

40.§.

Pokračovanie

5) Matematika sa nevyučuje len pre to obdobie, pokiaľ deti chodia do školy, ale na celý život. Preto musí Učiteľ poukázať na vplyv všetkých súčastí matematiky na jednotlivé – nie vymyslené, ale skutočné – udalosti života a zvlášť na jej použiteľnosť, na také udalosti, ktoré sú dostupné v obzore detí.

v skutočnosti ľahký výpočet. Chudák chlapec vôbec nevedel čo má s ním robiť, hoci inokedy by túto prácu hravo zvládol. Z toho vysvitá, že ako veľmi je potrebné vo vyučovaní matematiky hľadať a používať iné, nové spôsoby.

vannak. Magyarázza meg nekik szóval, és mutassa meg példákban a' mindennapi életben előforduló számadásoknak, jövedelmeknek, kiadásoknak, kontóknak, 's a' t. készítése módgyát, és formáját. Ösmértesse meg velek a' pénznek közönséges neveit, a' mértékeket, és fontokat; tegye fel a' dolgoknak azon árát, a' mellyen adatnak. Az idegen mértékeket, fontokat, és pénznek neveit, mellyek nállunk folyamatban nincsenek, p. o. az Anglus pénzt, nem szükséges a' gyermekeknek tudni. Ne tanítsa őket a' számvetésnek semmiféle haszontalan neveire, ne is vezesse őket tovább, mint elrendeltetések kívánnya.

Felette fontos dolog a' gyermekeket abban gyakorolni, hogy a' rideg feladásoknak megoldására szükséges nemét a' számvetésnek magok találják fel, és az úgy nevezett feltételt (Условіе) csinálják meg, kiváltképen a' Hármas Regulában. Meg kell velek lassankint ösmértetni a' számvetésnek fortéllyait, de csak a' könnyűket, érthetőket, és nem sokakat.

6) Végezetre tartóssá kell tenni a' számvetésre való tanítást. Eggy tanítástárgy sem felejtetik el olyan hamar, mint a' számvetés. Ezt legtöbb emberek elfelejtik azon üdeig, mellyben annak hasznát a' házi életben kelleire venniük. Ennek meggátolására adgyon fel a' Tanító tanítványinak olyan példákat, a' számvetésnek már tapúltna-

Nech im to slovné vysvetlí a na príkladoch ukáže spôsoby spracovania a formy zhotovenia výpočtov z každodenného života, ako sú príjmy, výdavky, kontá, ako aj ich prípravu a formu prezentovania. Nech ich oboznámi s bežnými druhmi peňazí, ich hodnotou a váhou (hmotnosťou); nech poukáže na ich výmennú hodnotu. Cudzíe miery a váhy (hmotnosti) a cudzie meny, ktoré u nás sa bežne nenachádzajú, napr. anglický peniaz, deti nepotrebujú ovládať. Netreba ich učiť na nepotrebné časti matematiky a nech ich v tomto smere učiteľ nevedie, ako si to nariadenia požadujú.

Je nesmierne dôležité, aby deti získali prax v tom, aby sami objavili tú časť matematiky, ktorú potrebujú k riešeniu danej úlohy, a nech utvoria tzv. podmienku (Umfass), zvlášť v "Trojitom pravidle". Postupne ich treba oboznámiť s formami, dômyselnosťami matematiky, ale len s tými ľahkými, zrozumiteľnými a nie s veľkým ich počtom.

6) Na záver, vyučovanie matematiky treba realizovať tak, aby malo trvalú hodnotu. Ani v jednom vyučovacom predmete sa tak rýchlo nezabúda ako v matematike. Väčšina ľudí zabudne čerstvo získané vedomosti ešte skôr, než by ich stihli využiť v každodennom živote. Aby sa to nestávalo, nech učiteľ zadá svojim žiakom také príklady, už z prebranej časti matematiky,

meiből, mellyeket otthon készítsenek el. De ezen példákat egész felöltöztetésben adgya fel úgy, hogy a' tanítványoknak kellyen fel-találni a' számvetésnek azon nemét, melly által megoldhattyák a' feladott példát. Írják le magoknak a' tanítványok a' számvetés minden nemének főmunkálódását némelly példákkal egyg tékába, hogy ezt az előforduló esetekben megtekinthessék. A' számvetésnek minden új neme mellett az előbb tanúltakban is mindenkor kell a' tanulókat gyakorolni. Ne siessen a' Tanító a' számvetésre való tanítással, mert a' mi hamar megtanúltatik, hamar elfelejtetik. A' könyvben foglalt regulákra csak akkor útasítatnak a' tanítványok, ha azok már megmagyaráztattak, 's akkor tanúllják meg azokat könyv nélkül.

Weinkopf.

41 §.

I. A' számjelek nélkül, vagy csu- pán a' főből való számvetésről.

A' számjelek nélkül való számvetés felette hasznos. Ez nagyon jeles, derék eszköz a' figyelemnek felébresztésére, és az értelemnek gyakorlására; ezt könnyen tehetni interessánsá, ez a' közönséges életben sokkal hasznosabb, és sokkal hasznolhatóbb, mint a' számjelekkel való számvetés; minthogy ezt útonn útfélénn ténta, papiros, kréta, asztal, és minden készü-

326

ktoré majú vypracovať doma. Ale tieto príklady musí zadať v takej forme, aby žiaci sami vyhládali spôsob výpočtu, na základe ktorého môžu zadaný príklad vyriešiť. Nech žiaci sami vytvoria tabuľku rôznych spôsobov výpočtov s niekoľkými príkladmi, aby podľa potreby sa mohli do toho pozrieť. Popri preberaní nových spôsobov výpočtov, vždy treba precvičiť so žiakmi aj predtým osvojené učivo. Nech sa učiteľ neponáhľa s preberaním novej látky, pretože čo sa rýchlo naučí, aj sa rýchlo zabudne. Na poučky uvedené v knihe len vtedy treba upozorniť žiakov, ak už tie boli vysvetlené predtým, a len potom sa ich majú naučiť naspamäť.

Weinkopf.

41. §.

I. O matematike bez číslic alebo o výpočtoch len spamäti

Počítanie bez číslic (číselných znakov) je veľmi užitočné. Je to veľmi významný a znamenitý prostriedok na vzbudenie pozornosti a precvičovanie pamäti; je ľahké vzbudiť záujem o tento nástroj, lebo je v bežnom živote oveľa užitočnejší a použiteľnejší než počítanie s číslicami; pretože sa to môže vykonávať hocikde bez nárokov na atrament, papier, kriedu, stôl a iné potreby;

let nélkül megtehetni : nem is felejtetik el olyan hamar, mint a' számjelekkel való számvetés. De felette hibázik, a' ki azt véli, hogy a' számjelek nélkül való számvetés csak abban áll, hogy a' számjelek ne íratassanak le, hanem képző erő által elevenen képeztessenek, egyéb munkálódás pedig ugyanazon módon vitessen véghez, mint a' számjelekkel való számvetésben. A' számjelekkel való számvetés gépelyes törvényekenn épül; ellenben pedig a' számjelek nélkül való számvetés csupán az értelemnek munkálódása. A' bánásmód mind a' kettőben felette különböző, ammint ez a' következőkből ki fog tetszeni. A' számjelek nélkül való számvetést úgy is tekinthetni, mint a' számjelekkel való számvetésre előkészülést; mivel az a' számoknak észfogásait a' tanulóknak előadgya, és azokat legtöbbnyire annak megítélésében gyakorollya, mellyik neme által a' számvetésnek oldhatni meg a' feladást,

42. §.

A' számoknak észfogásaira, és számlálására való tanítás szükséges.

Ammint minden más tanítástárgyoknak előadásában, úgy a' számvetésnek előadásában is arra kell a' Tanítónak törekedni, hogy tanítvánnyai ne csak a' szavakat mondgyák, hanem kapcsollyák is össze azokkal azon

a ani tak rýchlo to deti nezabúdajú ako počítanie prostredníctvom číslíc. Ale zásadne sa mýli ten, kto si myslí, že podstata počítania bez číslíc je len v tom, aby sa číslice nemuseli napísať, ale pri použití tvorivej sily sa naživo tvorili a pritom ďalšie úkony sa vykonávali tak isto ako v prípade použitia číslíc. Počítanie s použitím číslíc je mechanicky budované na základoch zákonov; naproti tomu zase výpočet bez použitia číslíc je len práca rozumu. Postup má v oboch prípadoch podstatné rozdiely, čo bude zrejmé z nasledujúcich úvah. Počítanie bez číslíc sa dá považovať aj za prípravu na počítanie s používaním číslíc; pretože prinesie pre žiakov pochopenie čísel, ktoré sa vo väčšine prípadov precvičujú s cieľom posúdenia spôsobu počítania, ktorý pomôže vyriešiť zadanie nejakej úlohy.

42.§.

Je potrebné vyučovanie na zapamätanie čísel a počítanie s nimi

Tak ako pri vyučovaní každého predmetu aj v prípade matematiky sa učiteľ musí snažiť o to, aby žiaci nehovorili len slová,

észfogásokat, mellyek a' szavaknak megfelelnek. A' gyermekek tudgyák a' számoknak neveit, midőn az oskolába felhozatnak; mert mihelyt fecsegni kezdenek, előmondatnak nekik a' számnevek, és megtanúllják azokat sorba elmondani. De vallyon bírnek az azoknak megfelelő észfogásokkal is? Ha ezekkel bírnának, kellene tudniok, hogy p. o. 14 a' tizennégyszónak jelentése szerint 10 és 4 számokból áll, és ugyanazon könnyűséggel meg kellene nekik mondaniok, mi marad meg, ha 10 elvételük a' 14ből, a' millyen könnyűséggel megmondgyák azt, hogy, ha egy almájok, és egy körtvéjek van kezekben, mi marad nekik, ha másnak adgyák az almát. — Lassankint tanúllják a' gyermekek a' számjeleket megösmérni, de azon mód szerint, melly a' tanításban tartatni szokott, legfellyebb azt tudgyák, mit jelentenek azok mint egyesek, de nem azt, mit jelentenek mint tízesek, százások, 's a' t. erről nincsen világos észfogások, azért írják a' száz tízet így: 10010. Továbbá tanúllják azt, hogy 4szer 8 az 32, de nem tudgyák, hány almát kellene elosztaniok, ha négy játzó társaik közül mindeniknek 8 almát akarnának adni.

Ezek nyilvánóságosan mutattyák, hogy más módot kell követnünk a' számvetésre való tanításban, ha a' tudományoknak ezen leghasznosabb ágát úgy akarjuk előadni, hogy ez által tanítványink lelkeikre nézve,

328

ale aby ich aj spájali s vedomosťami, ktoré zodpovedajú daným slovám. Deti poznajú názvy jednotlivých čísel, keď sa dostanú do školy, pretože hneď, ako začnú hovoriť, učia sa o číslach a o tom, ako ich treba dávať do správneho poradia. Otázka je, či pochopia aj ich význam? Keby zvládli aj to, mali by vedieť napríklad, že 14 znamená význam slova „štrnásť“ sa skladá z čísel 10 a 4. S rovnakou ľahkosťou by mali vedieť aj to, čo zostane, keď odčísle 14 odrátame 10, a takisto aj to, keď majú v ruke jedno jablko a jednu hrušku, a z toho jablko darujú niekomu, čo a koľko im zostane. – Pomaly sa deti naučia rozoznávať jednotlivé matematické znaky, a to podľa spôsobu, ktorý sa používa vo vyučovaní matematiky, nanajvýš pochopia to, čo sú jednotky, ale o desiatkach a stovkách atď. ešte nemajú čisté predstavy, a práve preto píšu číslo 110 nasledovne: 10010. Ďalej sa učia aj to, že 4 krát 8 je 32, ale už by nevedeli, koľko jabĺk by mali rozdeliť, ak sú štyria a svojim kamarátom by chceli dať každému po 8 jabĺk.

Tieto údaje jasne dokazujú, že vo vyučovaní matematiky by sme mali zvoliť inú metódu. Máme tak vyučovať túto dôležitú vednú disciplínu,

és a' polgári életben igazán nyerjenek ; hogy úgy kell tanítványainkat a' számvetésre tanítani, hogy ne csak a' számneveket tudgyák, hanem azoknak észfogásaival is bírjanak.

A' tanításnak azon módgya szerint, melly a' következő §phusokban előadatik, ugyanazon eggy nemű valóságos dolgoknak megsemlélése által jutnak a' tanítványok a' számoknak észfogásaihoz ; ezen észfogásokkal megösmértetnek velek azoknak szabad akarat szerint választott jeleik ; a' tízeseknek mesterséges systemája előttök ered, ők a' különösökről vezettetnek a' közönségesekre, melly oknál fogva előbb mondatik 2szer két alma, körte 's a' t. minekelötte mondatná : 2szer 2 az 4.

Azon segédeszközök, mellyekre szükségök leend azon Tanítóknak, kik az itt előadandó módot akarják köyetni, néhány ezer babszemből áll. Ezek azért választatnak, mivel mindenütt könnyen tehetni szert azokra, és nem görnyedeznek le az asztról. Mit kellyen ezekkel cselekedni, a' következőkből meg fog tetszeni.

Hosszas ugyan az az út, mellyet én e' munkában a' számvetésnek tanítására nézve megjelelek ; de én ezt nyereségnek tartom, mivel így oktattatván a' tanítványok, nem mondgyák a' szavakat mint a' szajkók, hanem világos képzeteket foglalnak öszve minden szóval. Minthogy pedig játékos a' tanításmód, éppen ez által tétetik interessáns-

aby sa naši žiaci uplatnili aj v občianskom živote. Musíme ich učiť matematiku tak, aby čísla nielen poznali, ale aby im aj porozumeli.

Podľa spôsobu učenia, ktorý predstavíme v nasledujúcej časti, žiaci pochopia význam čísel cez rovnako reálne skutočnosti; podľa tejto metódy by pochopili jednotlivé číselné znaky; aby pochopili výhody desiatkovej číselnej sústavy, postupovali by od osobitného k všeobecnému a vedeli by skôr povedať, že koľko je dvakrát dve jablká, hrušky atď., ako by aj predtým povedali, že 2 krát 2 je 4.

Vyučovacie pomôcky, ktoré budú potrebné pre učiteľov pri tejto metóde, sú poskladané z tisícov semien fazule. Tieto pomôcky sa zvolia preto, lebo sa ľahko dajú získať a neskotúľajú sa zo stola. Ako ich treba využívať, dozvieme sa z nasledujúcej časti.

Cesta je síce dlhá, kým sa úspešne aplikuje táto metóda v praxi; ale podľa môjho názoru sa to oplatí: žiaci totiž týmto spôsobom nielen opakujú slová ako papagáj, ale aj pochopia ich význam. Tým pádom je táto metóda hravá,

sá a' tanítványokra nézve a' számvetésnek tanulása, mellyet mind eddig többnyire csak únalommal tanúltak.

43. §.

A számoknak észfogásai egytől tízig.

Hogy a' tanítványok a' számoknak észfogásaira tanítassanak, legjobb leend a' Tanítónak babszemekkel kezdeni tanítását ekképen; Vegyen egy babszemet, és kérdezze tanítványait: hány babszem van most a' kezemben? Azután vétessen valamelly tanítvánnyal is egyet, 's maga is vévén egyet, kérdezze, hány szemet vett most ismét a' kosárból? Hellyes felelet utáni mondgya: egy szem, meg egy szem, az két szem. Ezt mondván kérdezze a' tanítványt, hány bab van most a' kezében? És hány a' tanítványnak kezében, a' melly előbb egyet vevé a' kosárból? Tovább mondgya a' Tanító: nekem tehát több α) babszemem van, mint neked, 's újra kérdezi a' tanítványt, mellyikjéknek van több babszemek? És mit kellene a' tanítványnak cselekedni, hogy nekie

α) Jól meg kell ösmértetni a' gyermekekkel ezen kifejezések' értelmét: több, kevesebb, éppen annyi, megszorítani, megkevesíteni, mert ezek sokszor előkerülnek a' számvetésben.

a tak to, čo bolo doteraz nudné pre žiakov v chápaní matematiky, sa teraz stáva zaujímavým.

43.§.

Vnímanie čísel od 1 do 10

Ak chceme, aby sa žiaci učili čísla vnímať, mali by sme začať učiť s fazuľami (v ďalšom tým myslíme semená fazule). Zoberme si jednu fazuľu do rúk a spýtajme sa žiakov, koľko fazúľ máme v ruke? Potom si zoberieme ešte jednu z košíka a rovnako by mal podobne zobrať jednu fazuľu aj jeden žiak, opýtame sa, koľko fazúľ sme vybrali znovu z košíka. Po správnej odpovedi povieme: jedna plus jedna fazuľa sú dve fazule. Podľa toho sa spýtame žiaka, koľko fazúľ práve držíme v ruke? Koľko má žiak, keď si zobral jednu z košíka? Ďalej hovorí učiteľ: teda ja mám viac *a)* fazúľ ako ty a znovu sa spýta žiaka, kto má viac fazúľ? A čo by mal žiak urobiť,

a) S deťmi treba viackrát zopakovať význam týchto výrazov: viac, menej, presne toľko, pripočítať, odpočítať, pretože sa často objavujú v matematike.

is két babszeme legyen? Ekkor vétet a' tanítvánnyal még egy babszemet, és kérdezi őtet, hány babszeme vagyon? Hányszor tett egy szemet maga elejébe a' tanítvány? — Azutunn kérjen el a' tanítványtól két szemet a' kosárból, és ezt azonnal visszavetvén a' kosárba, kérdezze, hány szem fekszik előtte? és hány a' tanítvány előtt? mellyiknek van kettőjük közül több szeme? Hányszor vehet ő egy szemet az előtte lévő két babszemből? és hányszor a' tanítvány az övéből? Ezek után kér a' tanítvány előtt lévő két babszemből magának egyet átadni, és az átadás után kérdezi a' tanítványt, hány babszem van ez előtt? Honnan van az, hogy nincsen többé két babszeme a' tanítványnak? Több babszemet kapotté tehát a' tanítvány ez által, hogy a' Tanítónak adott egy szemet? Annyi vané tehát most a' tanítványnak, mint a' Tanítónak? Több vané a' tanítványnak, mint a' Tanítónak, vagy kevesebb? Hánnyal van kevesebb nekie (a' tanítványnak)? Hány szem babnak kellene lenni még a' tanítványnak, hogy annyi legyen, mint a' Tanítóé? Ezután vétet a' tanítvánnyal egy szemet, 's maga is vesz egy szemet, mondván: lásd, én megint teszek e' két babszemhez egyet, és akkor három szem babom lessz. Hány babszem van előtttem? 's a' t. E' három szemmel ismét úgy eselekszik a' Tanító, mint előbb a' kettővel: összehasonlíttya ezeket a' tanítvány előtt lé-

aby aj on mal dve fazule? Vtedy si žiak musí zobrať ďalšiu fazuľu a spýta sa ho učiteľ, koľko má teraz fazúl? Koľkokrát si zobral jednu fazuľu? – Potom si učiteľ vypýta od žiaka dve fazule, ktoré si žiak predtým vybral z košíka a hneď ich vráti späť do košíka⁵⁵, a spýta sa žiaka, koľko má pred sebou fazúl? Kto ich má viac: učiteľ alebo žiak? Koľkokrát môže žiak zobrať jednu fazuľu z pred neho ležiacich dvoch fazúl? Potom si vypýta jednu fazuľu z dvoch ležiacich pred žiakom. Po preložení jednej fazule, sa spýta učiteľ žiaka, koľko ich má pred sebou? Prečo už nemá žiak dve fazule? Dostal žiak viac fazúl tým, že odovzdal učiteľovi jednu fazuľu? Má toľko fazúl učiteľ ako žiak? Má žiak viac alebo menej ako učiteľ? O koľko má menej žiak? Koľko fazúl by potreboval žiak, aby mal rovnaké množstvo ako učiteľ? Potom zoberú učiteľ aj žiak ešte jednu ďalšiu fazuľu. Potom povie učiteľ žiakovi: Pozri, zoberiem si ku dvom fazuliam ešte jednu, a takto budem mať tri. Teraz sa spýta: Koľko mám teraz pred sebou? S tromi fazuľami urobí učiteľ to isté, čo s dvoma: porovnáva svoje fazule s tými, čo má žiak

⁵⁵Tu je možnosť pre učiteľa vysvetliť číslo nula, pretože pred ním neostane žiadna fazuľa.

vő szemekkel, kérdi, mennyivel kevesebb a tanítványé? hányat kellene ennek még venni, hogy annyija legyen, mint a Tanítónak? Hányszor vehet ezekből eggyet? 's a' t. Ha hozzájok teszen, vagy azokból valamit elveszen, kérdezi, megszaporodtaké, vagy megkevesedtek a' szemek? és mennyivel? miért? Hányszor vehetni el a' háromból eggyet? Ez így megyen mind tizig. Kiváltképen jegyezze meg magának a' Tanító azt, hogy midőn más felsőbb számra jön, megszaporitván eggyel az előtte lévő babokat, maga mondgya meg először, mennyi van előtte, és minden szám előadásának a' végénn számláltasson magának eggytől kezdve annyi számot, a' mennyire tanítá tanítványait, de a' babszemekkel, és maga számlálván elébb ezeket.

Minekutánna megtanúlták a' gyermekek a' tíz számot; hogy változtatás legyen a' tanításban, fel kell függeszteni az oskolai táblára az első táblácskát, és annak jobb felé álló négyszegeletekenn ilyen gyakorlásokat vehet elő a' Tanító tanítványaival: 1) számláltathat velek eggytől tizig úgy, hogy midőn eggyet mond a' tanítvány, akkor a' táblácskán is eggyet mutasson valami botocskával. 2) Már ezzel, már más tanítvánnyal mondattya a' számneveket tíztől eggyig, és visszafelé az ő természetes rendgyekben, 's e' mellett mutattya ugyanazon négyszegeleteket; mellyeknek száma kimondatott. 3) Gyakorollya tanítványait

332

a pýta sa, o koľko má žiak menej? Koľko by žiak potreboval, aby mal rovnaký počet ako učiteľ? Koľkokrát si môže zobrať po jednom semene fazule? Ak si pridá alebo odoberie, pýta sa, či tam bude viac alebo menej. O koľko? Prečo? Koľkokrát môže odobrať z troch jednu? atď. Takto to pokračuje až do desať.⁵⁶ Učiteľ si musí zapamätať, že rovnako ako pridáva jednotlivé fazule do vyššieho počtu, vždy musí povedať on ako prvý, koľko má pred sebou. Učiteľ vždy musí opakovať so žiakmi čísla od jedna po číslo, po ktoré sa so žiakmi dostal. A potom počítajú aj žiaci podobne ako učiteľ.

Keď sa deti naučili prvých desať čísel, aby bola vo vyučovaní aj nejaká zmena, učiteľ zavesí prvú tabuľku na školskú tabuľu a v pravej časti tabuľky môže riešiť nasledovné úlohy so žiakmi: 1) počíta s nimi od jedna do desať, aby mohli počítat tak, že keď žiak povie číslo 1, tak to aj ukazuje s nejakou palicou na tabuli. 2) Buď ten istý alebo iný žiak povie čísla od desať po jedna a aj v opačnom poradí, ale tak, že ich aj ukazuje na tabuli. 3) Učia sa

⁵⁶Vzhľadom k porozumeniu prirodzených čísel ako Peanovej množiny je tento model vhodný aj pre pochopenie pojmu nasledovník a predchodca prirodzeného čísla. Ak pridám z košíka jednu fazuľu k existujúcej skupine fazúl dostanem nasledovníka, ak jednu fazuľu z tejto skupiny odoberiem dostanem predchodcu.

készséggel kimondani: egy meg egy az kettő; kettő meg egy az három, 's a' t. mind a' kilenczig, kilencz meg egy az tíz. De itt is mindenkor azon számbéli, vagy annyi számú négyszégeleket 'kell a' tanítványoknak mutatni, a' mellyeknek számát mondgyák. P. o. ha azt mondgya a' tanítvány: kettő, akkor felülről kezdve a' második sort mutattya a' táblácskán, folytatván pedig ezt, meg egy, az első sort mutattya, a' hol egy négyszegület van, végre mondván: az három: a' harmadik sorra mutat a' botocskával; 's a' t. Ezen tételek azután ekképen változtatnak meg: 2 eggyel több mint 1; 5 eggyel több mint 2, 's a' t.

Végre mind ezek után következik a' tanúttaknak alkalmaztatása. P. o. Itt van neked Jancsi 6 meg 1 babszemed, neked pedig Józsi 7 babszemed; mellyiknek van közületek több babszeme? Így alkalmaztatik mind az, a' mit eddig tanúttak, már megsaporítottván, már megkevesítettván eggyel az egész summa, már ugyanazon summa két számban előadatván, de úgy, hogy a' hol két számban adatik elő azon summa, 'melly a' másik egy számban találtatik, a' kisebb szám eggyenél többet ne foglallyon magában. Hogy a' gyermekek' elméje gyakoroltasson, tehetni ilyen kérdéseket is, p. o. Egy mérsáros levágott egy ökröt, hány ökre maradt meg nekie? Az ebbéli kérdések által tanúlnak a' gyermekek élesen gondolkodni,

vyslovovať nasledovné úlohy: jedna a jedna sa rovná dva, dva a jedna sa rovná tri atď., až do deväť, deväť a jedna sa rovná desať. Tak ako inde, aj tu platí, že žiak musí čísla aj ukázať na tabuli. Keď žiak povie napr. dva, tak ukazuje zhora na druhý rad na tabuli, potom povie jedna, vtedy ukazuje zhora na prvý rad, a keď povie tri, to sa rovnako ukazuje zhora na tretí rad atď. Tieto tézy sa zmenia nasledovne: 2 je o jeden viac ako 1; 3 je o jeden viac ako 2, atď.

Po tom všetkom nasleduje aplikovanie vedomostí. Napr. Jano tu máš pred sebou 6 fazúl a 1 fazuľu, a ty Jozef máš 7 fazúl. Ktorý z vás má viac fazúl? Takto sa používa hore uvedená metóda, ktorú sa doteraz učili, keď postupne sčítali alebo odčítali číslo jedna od nejakého súčtu. Môžeme podobne zadať aj iný súčet ako celkovú sumu, potom zadať tento súčet o jedna zmenšený a k nemu pričítať jeden.⁵⁷ Na precvičovanie vedomostí by sme mohli zadať aj otázky ako napríklad: Mäsiar zaklal jedného vola, koľko mu zostalo? Pomocou takýchto otázok sa deti naučia rozmýšľať logicky

⁵⁷Pokračovanie rozvoja pojmu predchodca a nasledovník pomocou úloh $6+1=$, $7-1=$, $5+1=$, $6-1=$. Je to veľmi prirodzený spôsob počítania. Keď na ulici, kde sú v rade po jednom očíslované domy, hľadáme dom číslo 7, tak najprv nájdeme dom číslo 6, lebo vieme, že za ním nasleduje dom číslo 7.

334

és magokat határozottan, 's tökéletesen kifejezni. Fel lehet adni az ilyen példákat is: Az én testvéremnek, a' kinek 9 garassa van erszénnyében, egy garassal több van, mint nekem: hány garasomnak kell tehát nekem lenni? Lajosnak hét almája vagyon zsebében, és egyikét a' másika után kiszedte zsebéből: hányszor kellett nekie a' zsebébe nyúlni? Gyuri eladott 6 tojást, minden tojásért kapott egy krajczárt: hány krajczárt kapott tehát a' hat tojásért?

Ezen kérdések a' számoknak változtatásával mind addig folytatatnak, míg a' gyermekek készséggel nem felelnek azokra. — Minden hamis felelet mellett babszemekkel meg kell a' dolgot világosítani.

44. §.

Tízről mind százig.

Ha tudnak a' tanítványok tizig számlálni, mondgya meg nekik a' Tanító, hogy, ha tíznél több dolgot kell számlálnunk, akkor ismét előről, azaz: egytől kezdünk számlálni, de a' már öszveszámláltt tízet is hozzá mondgyuk. Hogy a' gyermekek minden számnévvel helyes észfogást kapcsollyanak öszve, azon módonn mennyen a' Tanító, mint az előbbeni §phusban előadánk. Tegyen a' tíz babszemhez egyet, kettőt, hármat, négyet, 's a' t. mind tizig, de egyenkint, és más sorba. Kérdezze mindenkor tanít-

334

a dokonale sa vyjadrovať. Môžeme zadať aj nasledovné typy úloh: Môj brat, ktorý má 9 grošov v peňaženke, má o jeden groš viac ako mám ja. Koľko teda mám ja? Ľudovít má sedem jabĺk vo vrecku a vyberal ich za sebou, kým sa neminuli. Koľkokrát musel siahnuť do vrecku? Juro predal 6 vajíčok a za každé vajce dostal jeden grajciar: koľko dostal dokopy za šesť vajíčok?

Tieto úlohy zmien čísel sa opakujú dovtedy, kým deti neodpovedajú pohotovo. – Každú zlú odpoveď treba vysvetliť s fazuľami.

44. §.

Od desať až do sto

Keď žiaci vedia počítať do desať, učiteľ im musí vysvetliť, že ak počítame niečo v množstve nad desať, aj vtedy musíme začať od čísla jeden, ale už spočítaných desať tiež pripočítame. Aby deti vedeli viazať význam k číslu, učiteľ by mal postupovať rovnako ako predtým. Nech dá k desiatim fazuliam jednu, dve, tri, štyri atď. až do desať, ale iba po jednom a do nového radu. Vždy sa musí spýtať svojich žiakov,

ványait, hány babszem lesz az új sorban ezen eggynek hozzájárulásával? és hány lesz mind a' két sorban? hányal több most, mintsem azelőtt volt? Tanítsa meg őket, hogyan szoktunk mondani e' helyett: tíz meg eggy, tíz meg kettő, kétszer tíz? Milyen szóval jelentetik ki az, hogy csak eggy, vagy kettő van tizen felül? Szóval minden új számmal — mellynek észfogására tanította tanítványait — úgy mennyen, mint a' második számnak tanításában.

Minekutánna mind a' húsz számnak észfogása előadatott, a' Tanító számláltat magának a' gyermekekkel tizeneggy, tizenkét, 's a' t. babszemeket tíz sorba egymás alá úgy, hogy a' tíz mindenkor eggy sort, a' tízenn felül való szemek pedig más sort tegyenek, a' tízeseknek eránnyában, hogy könnyű legyen a' gyermekeknek a' babszemeknek számát átnézni. Azután kérdezi a' gyermekeket: hol fekszik 11? hol 12? hol 15? 's a' t. babszem, 's elmondattya velek sorba a' számokat először tizeneggytől húszig, azután pedig húsztól tízig, természetes rend szerint, ekképen: itt van tizeneggy, itt tizenkettő 's a' t., különben pedig a' soron kívül kérdezi a' számokat, p. o. hol van tizenhat babszem? Hányszor tíz szem van a' tizenhat babszemben? és hány szem van abban tizen felül? Hány babszeme marad annak, a' ki a' tizenhatból tízet elvesz? és hány marad nekie, ha hat szemet vesz el

o koľko sa zvýšil počet v novom rade, ak pridá k predošlému radu túto jednu fazuľu? O koľko je teraz viac ako predtým? Má ich naučiť, čo zvykneme povedať miesto desať a jedna, desať a dva, dvakrát desať? Ako sa povie, že iba o jeden alebo o dva je viac ako desať? Takže s každým novým číslom – ktoré učí svojich žiakov – má postupovať tak, ako vo vyučovaní ďalšieho čísla.⁵⁸

Keďže už poznáme prvých dvadsať čísel, učiteľ dá žiakom vyrátať jedenásť, dvanásť, atď. fazuľ do desiatich riadkov pod sebou tak, aby 10 bolo v jednom rade a čísla nad 10 v druhom, aby žiaci mali prehľad nad počtom fazuľ. Potom sa pýta detí: kde leží 11? kde 12? kde 13 atď.? Prikáže im vymenovať čísla postupne najprv od jedenásť do dvadsať, potom od dvadsať po desať podľa prirodzeného poradia, nasledovne: tu je jedenásť, tu je dvanásť atď., ale pýta sa aj bez poradia: napr. kde je šesťnásť fazuľ? Koľkokrát desať je v šesťnástich fazuliach? A koľko je v ňom fazuľ nad desať? Koľko zostane tomu, kto si zoberie desať zo šesťnásť? A koľko zostane, tomu kto si zoberie šesť

⁵⁸Pomocou fazuľ zoradených v radoch sa dajú vhodne vysvetliť čísla od 10 do 100. Podobný prístup je viditeľný v matematických pomôckach vyvinutých Máriou Montessori.

336

a' tizenhatból? Hány szeme lesz nekie, ha hatot tesz a' tizhez? és hány szeme lesz, ha tízet tesz a' hathoz?

Ezen gyakorlás mind addig folytattatik, míg a' gyermekek minden számot egytől tízig, a' tizhez készséggel hozzá nem tudnak adni, és attól elvonni. Midőn e' tanítás ismételtetik, a' Tanító ismét felakasztya az iskolai táblára az első táblácskát (Tab. I.) Azután kezébe vévén egy botocskát, mutattya bal oldalról a' legfelsőbb sort, 's kérdezi: hány négyszzeget van abban? Minek-utánna a' gyermekek megolvasták a' négyszzegeleteket, és megmondották, hogy tíz négyszzeget van azon sorban, a' Tanító inti őket, hogy jegyezzék meg magoknak, hogy a' bal oldalonn álló minden sorban tíz négyszzeget vagyon. Ezután kérdezi a' jobb oldalonn lévő legfelsőbb sorban hány négyszzeget vagyon. Helyes feleletet vevén, kérdezi: mennyi légyen tíz meg egy? és egy meg tíz? Így folytattya e' gyakorlást mind a' legutólsó sorokig, mellyekben kétszer tíz találtatik. Továbbá elmondattya magának a' gyermekekkel e' következendő tételeket: 10 meg 1 az 11; 10 meg 2 az 12, 's a' t. ezeknek vége lévén a' húszon, megfordittya a' dolgot ekképen: 1 meg 10 az 11; 2 meg 10 az 12, 's a' t. De ezen gyakorlás mellett is mutassák a' gyermekek mindenkor a' négyszzegeleteknek azon sorait, a' mellyeknek számát mondgyák. Ha ez elég gyakran történt,

a'

336

zo šestnástich? Koľko bude mať semien fazule, keď pridá šesť k desiatim? A koľko ich bude keď sa pridá desať k šiestim?

V tomto cvičení sa pokračuje až dovedy, kým sa deti nenaučia každé číslo od jedna po desať pripočítať k číslu desať alebo odrátať z tohto získaného čísla. Vyučovanie sa opakuje takýmto spôsobom, kým učiteľ znovu zavesí prvú tabuľku na školskú tabuľu. Potom s palicou ukáže na ľavú stranu horného radu a pýta sa: koľko štvorčekov je tu? Keď ich deti spočítali a povedali, že je ich desať, učiteľ im prikáže, aby si zapamätali, že na ľavej strane v každom riadku je desať štvorčekov.⁵⁹ Potom sa pýta koľko štvorčekov je na pravej strane v najvrchnejšom riadku. Keď dostane správnu odpoveď, pýta sa: koľko je desať a jedna? a jedna a desať? Takto pokračuje cvičenie až do posledného riadku, kde nájdeme dvakrát desať. Deti ďalej hovoria nasledovné tézy: 10 a 1 je 11, 10 a 2 je 12, atď. Pri dvadsať to celé otočí: 1 a 10 je 11, 2 a 10 je 12, atď. Deti ešte stále musia ukazovať vyslovené čísla, príslušné štvorčeky aj na tabuľke podľa toho, aké číslo práve pomenovali. Keď úlohy už boli veľakrát zopakované,

⁵⁹Zrejme sa jedná o grafickú predstavu čísel s ktorými je možné sa stretnúť aj v učebniciach Franza Močnika (1814-1892). Desať je ■■■■■■■■■■.

a' Tanító felszólít valamelyiket tanítványjai közül, és mondgya nekie, hogy mutassa p. o. a' 15. négyszegeletet. Midőn ez megmutattatik, kérdezi a' tanítványt: millyen két számra osztatnak fel ezen tizenöt négyszegeletek? Hol van a' 10, és hol az 5 négyszegelet? Mennyi marad, ha az 5 négyszegelet (ezt most kezével eltakarja a' Tanító) elvétetik? és hány marad, ha a' tíz elvétetik? 's ú. t. hogy világosan ösmérjék meg, és eltörülhetetlenül nyomják emlékezetekbe a' tanítványok azt, hogy mink úgy gondoljuk magunknak a' tizeneggyet, tizenkettőt 's a' t. mint a' 10 meg 1, 10 meg 2 számokból öszvetett számokat; mert nem csak a' számjelekre való tanításban; hanem más gyakorlatásokban is vissza kell térni ezen tétélekre.

Hasonló módonn taníthatni a' gyermekeket minden más számoknak észfogásaira husztól százig. Itt használhat a' Tanító csomócskákba kötött tíz babszemeket, tízesek helyett, megintvén tanítványait, hogy minden csomócskában tíz babszem legyen. Ezeket egyenkint szaporítván kérdezi, hány tízes ez, és mit szoktunk mondani háromszor, négyszer, ötször 's a' t. tíz helyett? a' melly kérdésre ha nem tudnak felelni, maga megmondgya nekiek, hogy háromszor tíz helyett harminczat, négyszer tíz helyett negyvent 's a' t. szoktunk mondani. Minden tízes után számláltatni kell a' tanítványokkal azon számokat, a' mellyek elejébe adat-

učiteľ vyvolá jedného žiaka, ktorému prikáže, aby ukázal na tabuľke 15. štvorček. Keď ho žiak ukáže, pýta sa učiteľ ďalej: na aké čísla môžeme rozdeliť týchto pätnásť štvorčekov? Kde je 10 a kde je 5 štvorčekov? Koľko zostane, keď 5 štvorčekov odoberieme? (učiteľ zakryje rukou tieto štvorčeky). Koľko zostane, keď odoberieme desať? atď. Je potrebné, aby pre žiakov bolo jednoznačné a aby si navždy zapamätali, že my chápeme jedenásť, dvanásť, atď. ako čísla, ktoré vznikli sčítaním čísel 10 a 1, 10 a 2; pretože tieto pravidlá nielen v matematike, ale aj v iných cvičeniach budeme potrebovať a stále s k nim vracat'.

Rovnako učíme deti čísla od dvadsať po sto. Učiteľ tu môže používať vrecúška semien fazule zaviazané na uzol, pričom v každom vrecúšku je ich 10, a to tak, že žiakom povie, že v každom zauzlenom vrecúšku máme desať kusov fazúl. Po jednom pridáva k sebe vrecúška fazule a pýta sa detí, koľko desiatok to je, čo zvykneme hovoriť namiesto dva, tri, štyri, päťkrát desať? Keď na túto otázku nevedia žiaci odpovedať, tak učiteľ sám povie žiakom, že trikrát desať je tridsať, štyrikrát desať je štyridsať, atď. Po každej desiatke musia žiaci počítat' tie čísla, ktoré pred nimi boli zadané,

tak, előbb egytől a' szokott rend szerint, azután azon tízestől, a' melly utólyára előadatott, mind az egyig visszafelé, továbbá csak a' páratlan számokat, p. o. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 's a' t. később pedig csak a' párosokat, p. o. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 18, 20, 's a' t. hasonlóképen előre is, hátra felé is. Szorgalmasan meg kell kérdezni a' tanítványokat, hány tízes, és hány egyes van valamely számban, p. o. negyvenhétben, ötvenkilencben 's a' t.? mennyi marad, ha az egyesek; és mennyi, ha a' tízesek elvételnek? Ezen gyakorlás folytattatik a' számoknak — tíztől százig — minden változtatásaival mind addig, míg a' gyermekek mindenben készséget nyertek.

Hogy a' tanítás nagyon egyforma ne legyen, használhatni e' pontban a' fellyebb álló táblácskát, mellyen a' tízesek, és egyesek egymás irányában vannak. Ezenn lehet a' gyermekekkel számláltatni: 10, 20, 30, 40, mind százig, 's a' t.

45. §.

Százról ezerig.

Minekutánna megtanúltak a' tanítványok mind százig olvasni, könnyen vezettethetnek tovább a' számlálásban. A' Tanító itt is hasonolhattya a' csomócskákha kötött babszemeket, de most ismét nagyobb csomócskák-

338

najprv od čísla jeden ako zvyčajne, potom od desať k číslu jedna a potom len nepárne čísla, ako 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, a neskôr párne čísla ako 2, 4, 6, 8, 10, 12, 18, 20, aj zozadu, aj spredu. Stále sa treba pýtať na to, koľko desiatok a koľko jednotiek je v danom čísle, napr. v čísle štyridsaťsedem alebo päťdesiatdeväť, atď. Koľko zostane, keď si zoberieme jednotky a koľko, keď si zoberieme desiatky? Tieto úlohy sa zopakujú so všetkými číslami – od desať až po sto – až kým žiaci všetko nepochopia a vedomosti sa nestanú ich zručnosťou.

Aby vyučovanie nebolo stále rovnaké, môžeme používať aj hore spomenutú tabuľku, na ktorej sú desiatky a jednotky v protichodnom smere. Na tom môžeme počítat' s deťmi: 10, 20, 30, 40 až do sto atď.

45.§.

Od sto do tisíc

Keď sa žiaci naučili počítat' až do sto, môžeme ľahko pokračovať v počítaní ďalej. Učiteľ aj tu môže používať vrecúška zaviazané na uzol, ale teraz používame desaťkrát väčšie vrecúška,

köt csinál, mellyekben 10 tízes csomócska találtatik, mintegy ekképen szóllván tanítványaihoz: „Hogy e' sok csomócskák öszve ne zavarjanak bennünket, és hogy mink azokat könnyebben átnézhessük, ezen oknál fogva most ismét tíz csomócskát kötök öszve egy csomóba. — Így! Hány kisebb csomócskát foglal magában minden nagyobb csomócska? — De hány egyes babszem vanon minden nagyobb csomócskában? — Minthogy minden nagyobb csomócskában száz egyes babszem találtatik, azért ezeket a' csomócskákat százás csomócskáknak, vagy százásoknak fogjuk nevezni. Midőn tehát ilyen egy csomócskát teszek az asztalra, mondhatom, hogy most százat teszek ide.“ Ezután megmondgya tanítványainak, hogy ha száz babszemet akarnánk számlálni az asztalra, ismét egytől kellene kezdeni a' számlálást. Továbbá számláltat valamelly tanítvánnyal 10 babszemet, de legalább két csapatban, hogy a' számnak kimondására oktassa a' tanítványokat; meginti őket, hogy a' százat is oda kell mondani a' számlálásban, és ugyan, előbb a' százat, így: százegy, százkettő, 's a' t. Tíz egyes babszemek helyett tesz egy tízes csomócskát, és folytattya a' számlálást, mindgyárt a' száz tizenegynél tévén a' tanítványoknak kérdést: hány részre osztva fekszik most az asztalonn a' száz tizenegy babszem? Hány egyes babszemet foglal magába az első, és legnagyobb

do ktorých dáme desať vrecúšok, ktoré majú 10 fazuliek. Učiteľ hovorí: kvôli tomu, aby som vás nepomýlil, aby sme to vedeli ľahšie zrátať, teraz desať vrecúšok zaviažem do jedného vrecúška na uzol. – Takto! Koľko menších vrecúšok obsahuje jedno veľké vrecúško? – Koľko fazúl je v každom väčšom vrecúšku? – Keďže v každom väčšom vrecúšku máme sto fazúl, tieto nazývame stovkami. Teda keď takéto veľké vrecúško položím na stôl, môžem povedať, že som vyložil sto fazúl na stôl. Potom učiteľ povie, že keby žiaci chceli napočítať sto fazúl na stole, museli by začať od čísla jeden. Ďalej dá spočítať niektorému žiakovi 10 fazúl, ale aspoň v dvoch skupinách, aby takto ich učil vyslovovanie čísel. Povie im, že treba pri počítaní vysloviť aj sto, a to ako prvé na prvom mieste takto: sto jeden, sto dva atď. Namiesto desiatich jednotlivých fazúl položí jednovrecúško obsahujúce desať fazúl a takto pokračuje v počítaní: na koľko častí je rozdelených sto jedenásť?⁶⁰ Koľko fazúl obsahuje prvá a najväčšia

⁶⁰Alternatívna aktivita môže byť s malými kockami. Môžeme vytvoriť rad 10 kociek. Potom môžeme vytvoriť 10 radov po 10 kockách, to je 100 kociek. Ak by sme na túto vrstvu dali postupne smerom nahor ďalších 9 rovnakých vrstiev získali by sme novú kocku z 1000 malých kociek.

rész? hányat a' kisebb rész? hányat a' harmadik legkisebb rész? Megmondgya nekik, hogy valósággal így is lehetne mondani: itt fekszik száz, e' mellett tíz, 's ismét e' mellett egy babszem, de rövideden így szoktuk mondani: száz tizenegy. Azután számláltat tovább p. o. 13ig, 's kérdezi tanítványait: hány száz fekszik most az asztalonn? hány tízes? hány egyes? hol fekszik a' száz? hol a' tízes, hol az egyesek? Ezen kérdéseket ismételi azután is többször a' számlálás közben, valamint minden egyenkint kiszámláltt tíz babszemek helyett is tízes csomócskát tesz az asztalra, míg két százat nyer. Ezen újonnan kiszámláltt százat ismét egy csomócskába köti, leteszi, és megmondgya, hogy most két száz fekszik az asztalonn. Ehhez tesz néhány tízes csomócskát, és néhány egyes babszemet, 's kérdi: mennyi fekszik az asztalonn? hol fekszik a' két száz? 's a' t. mint előbb. Ekképen folytatattik a' számlálás, hasonló kérdéseket kevervén a' közébe, míg nem tízszer száz vagyon, ezt a' Tanító ismét egy csomóba köti, megkérdezi tanítványait, hány száz van azon csomócskában, azután pedig megmondgya nekik: „Mínthogy ezen csomócskában tízszer száz van, ezért mondhattuk: itt van ezer. Mert, jegyezzétek meg ezt magatoknak, éd. gyer.! tízszer száz, ezert tesz.“ Ezen ezert tovább teszi bal kéz felé, melléje jobb

340

časť? Koľko menšia časť? Koľko tretia, najmenšia časť? Povie im, že aj takto je to možné vysloviť: tu leží sto, vedľa desať, a potom jedna fazuľa, ale dá sa to aj tak povedať, že sto jedenásť. Potom počítajú ďalej napr. do 113 a potom sa opýta žiakov: Koľko stoviek mám teraz na stole? Koľko desiatok? Koľko jednotiek? kde je sto, kde sú desiatky, jednotky? Tieto otázky opakuje stále pri počítaní. Po jednom vypočítané fazuľky, keď je ich desať zamení za vrecúška desiatok, keď má desať vrecúšok z desiatok, vymení ich za väčšie vrecúško - na stovku a nakoniec doloží tam ešte sto, a povie, že takto už tam má dvesto fazúl na stole. Doloží k tomu ešte zopár menších vrecúšok, ktoré reprezentujú desiatky a jednotky a pýta sa: Koľko je ich teraz na stole? Kde leží 200? atď. ako predtým. Takto pokračuje počítanie s podobnými otázkami, až kým sa nedostane k číslu desaťkrát sto. Vtedy učiteľ zabalí tých desať vrecúšok po sto fazúl do väčšieho vrecúška. Opýta sa žiakov, koľko stoviek fazúl zabalil do väčšieho vrečka. Potom im hovorí: Keďže v týchto vrecúškach máme desaťkrát po sto fazúl, môžeme to povedať aj tak: Tu je tisíc. Zapamätajte si, milé deti, že desať krát sto je tisíc. Túto tisícku posúva k ľavej ruke,

kéz felé egy százas csomócskát, e' mellé egy tízes csomócskát, és e' mellé ismét jobb kéz felé egy egyes babszemet. Ez meglé-
vén, így szól: „Ha most azt kérdezné va-
laki: hány babszem fekszik itten, igazán
mondhatnám: Egy ezer, egy százas, egy
tízes, és egy,” és visszafelé az egyeseknél
kezdvén. Ezt kikérdezi tanítványaiktól is,
azután pedig ilyen kérdéseket támaszt: hány
egyes babszem van egy tízesben, hány tí-
zes egy százasban? és hány száz egy eze-
resben? Mennyije van tehát annak, a' ki-
nek tíz százassa, vagy tízszer százta vagyon?
és mennyije van annak, a' kinek tízszer tíz-
ze vagyon? Azután előveszen már több,
már kevesebb ezeres csomócskákat (az nem
szükséges, hogy minden csomócskában ezer
egyes találtasson, hanem lehet több cso-
mócskát fűrészporral, vagy valami más kön-
nyű szerrel megtölteni, mellyek azután az
ezereseket jelentik), és oda teszi azokat a'
százások, tízések, és egyesekhez, és kérdi,
hány ezeres, százas, 's a' t. fekszik most az
asztalonn? gyakorolván egyszersmind tanít-
ványaiktól a' számoknak rövidebb kimondásá-
ban. A' tanítványokkal is rakat magának
már több, már ismét kevesebb ezereseket,
százásokat, 's így tovább. — E' gyakorlás
mind addig folytatatik, míg a' gyermekek
a' 9000, és 1 között lévő minden számát a'

k pravej ruke vrecúško stovky, vedľa toho vrecúško desiatky a potom jednu fazuľu. Keď je hotový, hovorí: Ak by teraz mal niekto takú otázku, koľko fazuľ mám pred sebou, mohol by som povedať: Jedna tisícka, jedna stovka, jedna desiatka a jedna fazuľa a naopak takisto počnúc od jednej fazule. Na túto otázku musia odpovedať aj jeho žiaci, ďalej im zadá nasledovné otázky: Koľko jednotiek fazuľ je v desiatke? Koľko desiatok je v stovke? Koľko stoviek je v tisícke? Koľko má teda ten, ktorý má desať stoviek alebo desaťkrát sto? A koľko má ten, kto má desaťkrát desať? Potom si vyberie ďalšie vrecúška, ktoré reprezentujú tisícky (vovrecúšku nemusia byť fazule, môžeme ich nahradiť napr. pilinami alebo iným materiálom, ktorého nemusí byť presne tisíc kusov, pretože to vrecúško reprezentuje tisícku), a položí ich vedľa stoviek, desiatok, jednotiek, a pýta sa, koľko je ich teraz na stole? Cvičí so žiakmi pomenovanie čísel skrátenými výpoveďami. Žiaci si tiež vyložia samostatne viacero malých vrecúšok, ktoré reprezentujú tisícky, stovky a tak ďalej.

Toto opakovanie sa pokračuje až dovtedy, kým deti nevedia pomenovať každé číslo od 9000 ažpo 1, ktoré sa predtým opísaným postupom rad zaradom

342

babszemeknek meg tudgyák nevezni, ammint az elejekbe tétetik. *a)*

46. §.

A' számjelek nélkül való öszveadásról.

Ha jól tudgyák már a' tanítványok azokat, mellyeket az előbbeni §phusokban előadtam, átmehetnek velek az olyan két számnak öszveadására, mellyek egyesekből állanak, és az öszveadásokból költt summa nem rüg fellyebb kilencznél. Mind ezen pár számok summáikkal egygyütt teszik egygy részét az úgy nevezett egygy meg egygynek, mellyet magoknak a' tanítványoknak szükséges kidolgozni, hanem a' Tanítónak vezérlése alatt. Itt is jó szolgálatot tennének a' babszemek, egyébaránt pedig, minthogy itt nem szükséges a' számoknak megsaporítása, és megkevesítése úgy, mint a' számlálásra való tanításban, 's így a' táblára írt pon-

a) A' mellyek itt a' 43—45. §phusban rövideden előadattak, azokat hosszan olvashatni Pöhlmannnak ilyen czimü munkájában: *Praktische Anweisung, Kindern die ersten Anfangsgründe der Rechenkunst auf eine anschauliche Weise beizubringen.* 2. Aufl. Erlangen 1808. 1. B. S. 1—24, 45—54, 58—63, 67—75, 87—93. Ha a' főből való számvetés a' számjelekkelvalóval öszvekapcsoltatik, akkor az előadattak után tanítatnak a' tanítványok a' számoknak leírására 's a' t.

342

učili pomenovať. a)

46.§.

O sčítaní bez číslic

Ak žiaci už dobre vedia všetko, čo sme v predchádzajúcej časti prebrali, môžeme s nimi prejsť na také sčítanie dvoch čísel, ktoré sa skladajú z jednotiek a ich suma nie je vyššia ako deväť. Tieto čísla patria medzi úlohy typu jedna a jedna, ktoré musia vypracovať sami žiaci pod vedením učiteľa. Aj tu by mohla dobre poslúžiť metóda s fazuľami. Keďže tu nie je potrebné odčítanie alebo pripočítanie k číslu, ako pri učení počítat', nie je potrebné

a) To, čo tu bolo v paragrafoch 43-45 krátko predložené, sa dá podrobnejšie prečítať v Pöhlmannovej práci, s názvom *Praktische Anweisung, Kinderndieersten Anfänge der Rechenkunst auf die anschauliche Weise beizubringen*. 2. Aufl. Erlangen 1808 1. B. S. (Praktické rady, ako priblížiť deťom prvé základy umenia počítania názorným spôsobom) na stranách 1-24., 45-54., 58-63., 67-75., 87-93. Keď už žiaci vedia počítat' naspamäť spájať v hlave číselné znaky, až potom sa budú učiť, ako treba napísať číslice – spôsob písania číslic.

toknak, vagy vonásoknak létörülése sem kívántatik, ezek kipótolhattják most a' habszemeket. A' Tanító tehát ír a' táblára p. o. két pontot, 's'kérdi, hány pont az? Azután e' két pont alá más sorba ír ismét két pontot, kérdezvén, hány pont ez is? Most ezen pontokat öszveszámláltattya tanítványaival, és kérdi: hány pontot írt kétszer? Helyes feleletet vévén, kérdezi: két pont meg két pont hány pont? Két alma meg két alma hány alma? Két krajczár meg két krajczár hány krajczár? Két ló meg két ló hány ló? Mennyi tehát mindenkor kettő meg kettő? És mennyi mindenkor kétszer kettő? Ekképen kell a' Tanítónak tanítványait vezetni e' következő tételekre:

- 2 meg 2, vagy
- 2-szer 2 (::) 4.
- 2 meg 6 (::...) 8.
- 2 meg 4 (...:) 6.
- 2 meg 2 meg 2, vagy
- 3-szor 2 (::) 6.
- 2 meg 3 (::) 5.
- 2 meg 7 (::...) 9.
- 4 meg 5 (:::.) 9.
- 3 meg 3, vagy
- 2-szer 3 (::) 6.
- 3 meg 5 (::...) 8.
- 2 meg 2 meg 2 meg 2, vagy
- 4-szer 2 (::) 8.
- 2 meg 5 (::...) 7.
- 5 meg 4 (:::.) 7.

zotrieť z tabule ani napísané bodky a čiarky, teraz nimi môžu byť nahradené fazule. Učiteľ teda napíše na tabuľu napr. dve bodky a pýta sa: koľko je to bodov? Potom do nasledujúceho riadku zase nakreslí dve bodky a znovu sa pýta: koľko ich je teraz? Ak zaznie správna odpoveď, spýta sa: dve bodky a dve bodky je koľko bodiek? Dve jablká a dve jablká je koľko jablák? Dva grajciare a dva grajciare je koľko grajciarov? Dva kone a dva kone je koľko koní? Koľko je teda všeobecne dva plus dva? A koľko je dvakrát dva? Učiteľ by mal postupovať v nasledujúcich tézach takto:

2 a 2, alebo

2 krát 2 (: :) 4.

2 a 6 (: :) 8.

2 a 4 (. . : :) 6.

2 a 2 a 2, alebo

3 krát 2 (: : :) 6.

2 a 3 (: : .) 5.

2 a 7 (: :) 9.

4 a 5 (: : : .) 9.

3 a 3, alebo

2 krát 3 (: : :) 6.

3 a 5 (: : : .) 8.

2 a 2 a 2 a 2, alebo

4 krát 2 (: : : :) 8.

2 a 5 (: : . . .) 7.

3 a 4 (: : : .) 7.

344

4 meg 4, vagy

2-szer 4 (:::) 8.

3 meg 6 (:::...) 9.

3 meg 3 meg 3, vagy

3-szor 3 (:::) 9.

Mind ezen tételeket sok példákba fel kell öltöztetni, 's csak azután vonatni le ezekből a' tételeket: Nem is kell egy tételtől is hamar eltávozni, míg az a' tanítványoknak emlékezetébe jól be nem nyomattalott. Ha ez nem történik, a' tanítványok soha sem lesznek jó számolók, minden léptenn meg fognak akadni az öszveadásban, és újjaikra szorúlni, ammint ezt a' tapasztalás eléggé bizonyította.

Itt megmondhatni a' tanítványoknak, hogy azon szám, melly más két, vagy három számnak öszveadásából származik, summának neveztetik. Továbbá megösmérettetni velek a' pénzeknek, 's mértékeknek külömbféle nemeit is.

Az eggy meg eggy közvetlenül e' kérdésre vezet: nem lehetne az nagyobb számoknak öszveadásában használni? Igen könnyen jöhetni e' következendő alkalmaztatásokra, és a' Tanító igen könnyen fogja tudni tanítványait ezeknek feltalálására vezetni, és ezeket velek megértetni.

I. Alkalmaztatás. Annyi tízeseket öszveadni, a' mennyi eggyesek fellyebb öszveadattak; p. o. a' harmincz, meg negyvennek summáját felkeresni, minthogy könyv

344

4 a 4, alebo

2 krát 4 (:: : :) 8.

3 a 6 (: : : . . .) 9.

3 a 3 a 3, alebo

3 krát 3 (:::) 9.

Na všetky tieto pravidlá si musíme dať veľa príkladov, až potom z nich vydedukovať poučku: Netreba sa vzdialiť od jedného pravidla – zostaňme pri ňom, kým sa žiakom nevštepí do pamäti. Ak sa toto nestane, žiaci nikdy nebudú dobrí v počítaní, zaseknú sa pri každom kroku sčítania, a budú si volať naďalej svoje prsty na pomoc, ako to dosť dobre dokazujú skúsenosti.

Tu sa môže žiakom povedať, že číslo, ktoré nám vzniká pridaním dvoch alebo troch iných čísel, sa volá výsledok, suma. Ďalej sa môžeme venovať oboznámeniu žiakov s peniazmi a mierami.

Problematika sčítania jedna a jedna vedie k ďalším otázkam: Nedalo by sa toto aplikovať v sčítaní väčších čísel? Dá sa ľahko aplikovať princíp jednoduchého sčítania do komplikovanejších operácií? Pomocou tejto aplikácie ľahko privedie žiakov k správne sčítaniu a k pochopeniu princípu.

I. Použitie: Toľko desiatok spočítať, koľko jednotiek bolo vyššie spočítané; napr. vyhľadať sumu sčítania tridsiatky a štyridsiatky, pretože žiaci vedľa

nélkül tudgyák a' tanítványok, hogy három meg négy öszveségesen hét légyen. Ezen alkalmaztatásra így vezetheti a' Tanító tanítványait: Három alma, meg négy alma, hány alma? Három dió, meg négy dió; hány dió? Három tehén, meg négy tehén, hány tehén? Három könyv, meg négy könyv hány könyv? Hány mindenkor három meg négy? Hány tehát három sor pont, és négy olyan sor pont, mellyek közül minden sorban tíz pont találtatik? hány tízes három tízes, meg négy tízes? mit mondhatunk három tízes, négy tízes, hét tízes helyett? mennyi tehát harmincz, meg negyven? Gondoljátok meg éd. gyer.! ha mind azon számok, mellyeket az eggy meg eggyben öszveszámláltatok, tízesek lennének, mik lennének akkor a' summák is? A' ki tehát tudgya az eggyesekből költt summákat: minek a' summáit is tudgya az még? A' tízesek' summáit.

Ha a' tanítványok minden tételeit az eggy meg eggynek alkalmaztatták a' tízesekre: ügyekezzen a' Tanító őket azon gondolatra vezetni, hogy talán még több nemű számok is vannak, mellyeknek summáit az eggy meg eggynek segítségével azonnal meg lehetne mondani, azután mondgya meg nekik, hogy keressenek, és adgyanak elő eggy pár olyan számot, a' millyeneket mind eddig nem adtak még öszve, de a' mellyek kisebbek száznál, és a' mellyeknek summá-

naspamäť to, že tri a štyri bude stále sedem. Na túto aplikáciu môže učiteľ naviesť žiakov nasledovným spôsobom: Tri jablká a štyri jablká je spolu koľko jablák? Tri orechy a štyri orechy je spolu koľko orechov? Tri kravy a štyri kravy je spolu koľko kráv? Tri knihy a štyri knihy je koľko kníh? Koľko je v každom prípade tri a štyri? Tak teda koľko je: tri rady bodiek a štyri také rady bodiek, v ktorých v každom riadku je desať bodiek? Koľko desiatok sú tri desiatky a štyri desiatky? Čo môžeme povedať namiesto troch desiatok, štyroch desiatok a siedmich desiatok? Koľko je teda tridsať a štyridsať? Premyslite si milé deti! Keby všetky čísla, ktoré ste spočítali ako jednotky by boli desiatky, aká by bola ich suma? Ak teda niekto vie vypočítať výsledky sčítaním jednotkových čísiel, pozná aj sumy (súčty) desiatkových čísiel.

Keď žiaci aplikovali a vykonali všetky výpočty na základe príkladu jedna a jedna na desiatkové čísla, tak učiteľ by sa mal snažiť ich priviesť k takým myšlienkam, že sú aj iné čísla ako desiatkové a aplikácia princípu jedna a jedna funguje aj v týchto prípadoch. Potom nech učiteľ povie žiakom, aby našli niekoľko párov takých čísiel, ktoré ešte nesčítali, ale ktoré sú menšie ako sto, a k sume

ját feltalálhattyák az eggy meg eggynek nekik megmondandó valamelly tétele által, p. o. ezen tétel által: „3 meg 4 az 7.“ Ha nem találnak a' tanítványok eggy pár ilyen számot, nevezzen nekik a' Tanító ilyen pár számot, mellyben a' következő alkalmaztatásnak van helye.

II. Alkalmaztatás. Két olyan számot összeadni, mellyek közül az eggyik tízesekből, és egyesekből, a' másik pedig csak tízesekből áll, de a' tízeseknek summája nem rúg fellyebb kilencznél; p. o: 42 dió, meg 50 dió, hány dió összeségesen? Itt vissza kell a' tanítványokat emlékeztetni arra, hogy 4 egyes meg 5 egyes 9 egyes, éppen azon módonn, mint az előbbeni alkalmaztatásban, végre pedig figyelmetesekké kell őket tenni arra, hogy negyven diónn felül még két dió is van, mellyet nem szabad a' summából kihagyni.

III. Alkalmaztatás. Olyan két számot összeadni, mellyek közül az eggyik ugyan tízesekből, és egyesekből áll, mint előbb, a' másik pedig csak egyesekből, és ugyan annyi egyesekből, hogy a' tízesek mellett lévő egyesekkel összeadatván, kilencznél nagyobb summát nem adnak; p. o. 55 dió meg 4 dió, hány dió összeségesen? Meg kell a' tanítványokat kérdezni: 4 dió, meg 5 dió, hány dió? Azután pedig észre kell velek vétetni, hogy itt az egyesekénn kívül még öt tízes is vagyon, 's a' t.

346

sa majú dopracovať rovnakým spôsobom ako pri sčítaní jedna a jedna, alebo pri sčítaní iných im známych príkladov, napr.: „3 a 4 je 7“. Ak žiaci samostatne nenájdu páry takýchto čísel, učiteľ im vymenuje takéto páry čísel a žiaci môžu aplikovať už im známy princíp sčítania.

II. Použitie: Spočítať dve také čísla, z ktorých jedno pozostáva z desiatok a jednotiek a druhé je iba desiatkové, ale desiatky nesmú dať väčší súčet ako je deväť; napríklad: 42 orechov a 50 orechov je spolu koľko orechov? Tu treba žiakom pripomenúť, že 4 jednotky a 5 jednotiek je spolu 9 jednotiek, k výsledku sme sa dostali rovnakým spôsobom ako v predchádzajúcej aplikácii, a treba im upriamiť pozornosť aj na fakt, že okrem štyridsiatich orechov nám ostali ešte dva orechy, ktoré nemôžeme z výsledku vynechať.

III. Použitie: Spočítať dve také čísla, z ktorých jedno pozostáva z jednotiek aj desiatok, kým to druhé pozostáva iba z jednotiek, pričom súčet jednotkových čísel nesmie mať vyššiu sumu ako je deväť; napr. 55 orechov a 4 orechy je koľko orechov spolu? Žiakom sa treba spýtať: koľko je 5 orechov a 4 orechy? Napokon treba ukázať žiakom to, že okrem jednotiek máme aj päť desiatok, ktoré nesmú vynechať, atď.

IV. Alkalmaztatás. Ollyan két számot összeadni, melyek tízesekből, és egyesekből állanak, de sem a' tízesek' summája 9 tízesnél, sem az egyeseké 9 egyesnél fellyebb nem megy; 23 alma, meg 56 alma, hány alma? Itt meg kell a' tanítványokat inteni, hogy, ha ollyan számokat kell nekik összeadni, melyek közül mindenik tízesekből is, egyesekből is áll, legjobb legyen a' tízeseket előbb összeadni, és csak azután az egyeseket, 's úgy kell őket vezetni a' summának feltalálására, mint az első alkalmaztatásnál.

Soha sem kell a' Tanítónak a' számvetés' valamelly tárgyától eltávozni, míg azt tanítványaival szorgalmasan meg nem szemléltette, és nem nyomoztatta, hová vezethetné az még őket? Kiváltképen a' megfordítás vezet új nyomozásokra, midőn a' feladott számok közül az egyik ösméretlen szám gyanánt vétetik, azután pedig a' feltalált felelet a' másik adott számmal összehasonlíttatik. Ez szerint ne mulassa el a' tanítványait e' kérdésre vezetni: mit kapunk akkor, ha két bizonyos számnak summájából azon számoknak egyikét kivonnyuk? Hogy a' kérdést meg kell érzékíteni, önként értődik. P. o. Károlynak két zsebében van 8 almája, és ugyan az egyik zsebében 3, a' másikban pedig 5 almája. — Ha Károly 8 almájából elajándékozza azon almáját, melly az egyik zsebében vagyon: megmarad ne-

IV. Použitie: Sčítanie dvoch čísel, kde obe čísla pozostávajú z jednotiek a desiatok, ale ani suma jednotiek, ani suma desiatok nemôže presahovať 9; 23 jablák a 56⁶¹ jablák je koľko jablák? Tu treba žiakov upozorniť, že ak sčítajú také čísla, ktoré pozostávajú aj z jednotiek aj z desiatok, je potrebné najprv sčítať desiatky a až potom jednotky, tak ich treba priviesť k výsledku, ktorý objavia oni tak isto ako pri predošlých aplikáciách.

Učiteľ sa nikdy nemá vzdialiť od nejakej témy počítania, kým do svojich žiakov usilovne nevštepí vedomosti a kým nevypátra, kam by ich to mohlo posunúť. Najmä „otočenie“ prináša nové stopy v pátraní, keďže jedno číslo bude figurovať ako neznáme a porovnaním čísel, ktoré ostali, sa dopátra k výsledku. Podľa tejto rady sa nezabudnite spýtať svojich žiakov nasledovné: čo dostaneme vtedy, keď zo sumy dvoch čísel jedno odčítame? Túto otázku treba samozrejme naozaj objasniť. Napr.: Karol má v dvoch vreckách 8 jablák, a to v jednom 3 a v druhom 5 jablák. Ak Karol daruje jablká z jedného vrečka, ostanú mu len

⁶¹Tu je možné využiť aj názorné modely, ktoré autor predtým uvádza. Napríklad ak žiaci problém s úlohou $23 + 56$, tak sa môžu vrátiť k modelu fazule. 23 sú dve vrecúška po 10 fazúl a 3 fazule, 56 je päť vrecúšok po 10 fazúl a 6 fazúl. Keď ich dáme spolu, tak dostaneme 7 vrecúšok po 10 fazúl a 9 fazúl. Preto je výsledkom 79.

348

kie azon almája, melly a' másik zsebében vagyon; ha öt almáját elajándékozza: akkor három almája marad; ha pedig hármát elajándékoz: akkor 5 almája marad. Ha tehát valamely két számnak summájából ezen számoknak egyikét elveszük: a' másik szám marad meg. Ez a' kivonásra való helyes előrekészülés.

47. §.

A számjelek nélkül való kivonásról.

Ha az eggy meg eggynek minden tételeiben kivonatik a' summából azon első szám, mellyből a' summa támadott, ammint ezt az előbbeni §phusnak végénn mondánk: akkor készen van az olyan táblácskának eleje, melly a' kivonásra szolgál, és szokás szerint így neveztetik: eggy az eggyből. Ez legkönnyebb mód illyen táblácskát készíteni, mellyet azután a' tanítványoknak lassan lassan be is kell nyomni emlékezetükbe. Ennek készítésére így vezetheti a' Tanító tanítványait: p. o. Jancsinak van az eggyik kezében két krajczárja, a' másikban is két krajczárja, hány krajczárja van tehát mind a' két kezében? Ha azon két krajczárját, melly az eggyik kezében vagyon, odaadgya testvérjének: hány krajczárja marad akkor nekie? Hány krajczárja volt pedig előbb? Miért nincsen most is négy krajczárja, mint előbb? Ha tehát kettőt elveszek a'

348

tie z druhého vrecka: Ak daruje 5 jablák, tak mu ostanú 3 jablká; ak daruje 3 jablká, ostane mu 5 jablák. Takže ak z týchto dvoch čísel danej sumy jedno odoberieme, tak zostane len jedno číslo. Toto je správna príprava na odčítanie.

47.§.

O odčítaní bez číslic

Ak sa v prípade „jedna a jedna“ (tabuľka sčítania) odčíta číslo, z ktorého vznikol výsledok, tak ako sme to spomenuli na konci predchádzajúceho paragrafu, tak je hotový začiatok takej tabuľky, ktorá slúži na odčítanie a zvyčajne sa nazýva: jedna z jednej. Toto je najjednoduchšia cesta, pripraviť si takúto tabuľku a potom pomaly ju vstúpiť do pamäti žiakov. Na prípravu tejto tabuľky môže učiteľ nabádať žiakov nasledovne: napr. Janko má v jednej ruke dva grajciare a v druhej ruke tiež dva grajciare, koľko grajciarov má v oboch rukách dohromady? Ak dá dva grajciare z jednej ruky svojmu súrodencovi: Koľko grajciarov mu ostane? A koľko grajciarov mal predtým? Prečo nemá aj teraz štyri grajciare, tak ako pred chvíľou? Takže ak dve zoberiem zo

négyből, hány merad mindenkor? Nagyobb világosságnak okáért jó leend a' babszemeket elővenni, és ezeknek segedelmével a' tanítványokkal e' következő táblácskát elkészíteni :

1 az 1ből	marad 0.	8 a' 9ből	marad 1.
2 a ² 4ből	2.	4 7ből	3.
2 8ból	6.	2 3ból	1.
2 6ból	4.	5 7ből	2.
2 5ből	3.	6 9ből	3.
4 5ből	1.	5 6ból	1.
2 9ből	7.	6 7ből	1.
4 9ből	5.	5 8ból	3.
3 6ból	5.	3 5ből	2.
3 8ból	5.	5 9ből	4.
6 7ből	1.	7 9ből	2.
2 7ből	5.	4 6ból	2.
3 7ből	4.	6 8ból	2.
4 8ból	4.	7 8ból	1.
3 9ből	6.	3 4ből	1.

Ezen tételeket szintúgy alkalmaztathatni, mint az egy meg egynek tételeit, és a' tanítványok, előre el lévén készítve az öszveadás által, bizonyosan fel fogják találni ezen alkalmaztatásokat.

I. Alkalmaztatás. A' kisebb számú tízeseket a' nagyobb számú tízesekből kivonni. P. o. Palinak volt 90 diója, és ezekből adott Jancsinak 30 diót: hány diója maradt még Palinak? Ezen kérdésnek megfejtésére úgy kell a' tanítványt vezetni, mint az öszveadásban az első alkalmaztatásnál mon-

štyroch, koľko vždy ostane? Pre ešte jasnejší obraz by bolo dobré použiť fazule a pomocou týchto fazúl môžu žiaci pripraviť nasledovnú tabuľku:

1 z 1 ostane	0.8 z 9 ostane	1.	
2 zo 4	2.4 zo 7	3.	
2 z 8	6.	2 z 3	1.
2 zo 6	4.	5 zo 7	2.
2 z 5	3.	6 z 9	3.
4 z 5	1.	5 zo 6	1.
2 z 9	7.	6 zo 7	1.
4 z 9	5.	5 z 8	3.
3 zo 6	3.	3 z 5	2.
3 z 8	5.	5 z 9	4.
6 zo 7	1.	7 z 9	2.
2 zo 7	5.	4 zo 6	2.
3 zo 7	4.	6 z 8	2.
4 z 8	4.7 z 8	1.	
3 z 9	6.	3 zo 4	1.

Tieto tézy sa dajú takisto aplikovať ako aj téza jedna a jedna a žiaci, ktorí sú už vycvičení v počítaní, nájdu aplikáciu tejto tabuľky ako veľmi nápomocnú.

I. Použitie: Menšie desiatkové čísla odčítat' od väčších desiatkových čísel. Príklad: Paľko mal 90 orechov a z toho 30 dal Jankovi: Koľko orechov ostalo ešte Paľkovi? Aby žiak vedel vyriešiť túto úlohu, nabádame ho rovnakým spôsobom ako v prípade sčítania pri prvej aplikácii.

datott. Meg kell ötet kérdezni, hogy ha kilencz diójából három diót ad másnak, hány diója marad nekie? Hány marad mindenkor, ha 9ből hármat elveszünk? Hány tízes marad tehát, ha 9 tízesből három tízest elveszünk? Mit mondhatunk 9 tízes, három tízes, hat tízes helyett? Mennyi marad tehát, ha 90ből 30at elveszünk?

II. Alkalmaztatás. A' kisebb tízest nagyobb tízesekből, és egyesekből kivonni. P. o. Gyurinak van 68 szilvája, ezekből 20at ad Erzsinek, hány szilvája marad tehát Gyurinak? Ezen kérdésnek megfejtésére úgy kell a' tanítványt vezetni, mint az első alkalmaztatásban, azután pedig figyelmetessé kell ötet tenni arra, hogy a' hat tízesen felül még nyolcz egyes is van a' kérdésben, mellyből minthogy semmit sem ad Gyuri Erzsinek, ez egészen Gyurinál marad a' 4 tízessel.

III. Alkalmaztatás. Az egyik szám tízesekből és egyesekből áll, ebből kevesebb egyeseket kell kivonni, mint az előbbeni számnak egyesesei, P. o. Julinak van 28 almája, 's ezekből ad Józsinak 5 almát, hány almája marad még Julinak? Kérdeztessen a' tanítvány, hány almája marad nekie, ha 8 almából ötöt ad másnak? Továbbá tétessen figyelmetessé arra, hogy a' feltett példában az egyesekenn kívül még tízesek is vannak, t. i. húsz alma, mellyekből minthogy semmit sem ad Juli Józsinak, azok mind Juli-

350

Treba sa ich spýtať, ak má deväť orechov a dá z nich niekomu tri, koľko orechov mu ostane? Koľko ostane v každom prípade, ak z 9 odčítame tri? Koľko desiatok zostane teda, ak z 9 desiatok zoberieme tri desiatky? Čo môžeme povedať namiesto 9 desiatok, tri desiatky a šesť desiatok? Koľko teda ostane ak z 90 odčítame 30?

II. Použitie: Menšiu desiatku odčítať z väčších desiatok a jednotiek. Napr.: Juraj má 68 sliviek a z toho dá 20 Alžbete, koľko sliviek mu ostane? Na zodpovedanie tejto otázky treba žiakov naviesť podobne ako v prvej aplikácii, ale treba ich upozorniť na to, že okrem šiestich desiatok je tam aj osem jednotiek, z ktorých Juraj nedá nič. Tie mu ostanú aj so 4 desiatkami.

III. Použitie: Jedno číslo pozostáva z desiatok aj jednotiek a z toho treba odčítať menej jednotiek ako v prípade desiatkového čísla. Napr.: Julka má 28 jabĺk a z toho dá 5 Jožkovi. Koľko jabĺk ostane Julke? Spýtajte sa žiaka, koľko jabĺk mu ostane, ak z 8 jabĺk dá niekomu päť? Ďalej dávajte pozor na to, aby si žiaci uvedomili, že sú tam ešte dve desiatky jabĺk, na ktoré sa nesmie zabudnúť, to znamená dvadsať jabĺk, z ktorých Julka nedá Jožkovi ani jedno.

nál maradnak, 's így ha Juli 28 almájából 5 almát ad Józsinak, marad még Julinak 23 almája.

IV. Alkalmaztatás. Mind a' két szám tízesekből, és egyesekből áll; az egyikjek kisebb a' másiknál, és kevesebb tízeseket, 's kevesebb egyeseket foglal magában. P. o. Péter attyának volt 79 juha, ezekből eladott 34 juhót; hány juha maradott tehát még Péter attyának? Intessenek meg a' tanítványok, hogy itt is legalkalmasabb előbb a' tízeseket tízesekből, azután pedig az egyeseket egyesekből kivonni. Azután pedig vezettessenek a' kérdésnek megfejtésére úgy, mint az előbbeni példákban.

Fontos törvény ez a' Tanítóra nézve, hogy változtassa tanítását, nehogy a' tanítványok elfárasztassanak, 's így végezetre semmi ingere se légyen a' tanításnak reájok nézve; de ezért koránt sem kell egy tárgyról a' másikra nagyon hamar elsietni, sem pedig a' számvetésnek sokféle tárgyait egyszerre tanítani. Inkább arra kell nézni a' Tanítónak, hogy világosan lássák át a' tanítványok azt, a' mire taníttatnak, és nagyobb készséget nyerjenek abban. Erre való nézve, midőn tanítványait a' számjelek nélkül való kivonásban gyakorollja, gyakorollja őket egyszersmind az összeadásban is azon bércek szerint, mellyek szerint a' kivonásban megy. Ha e' felett a' tanítványoknak látköréből, a' Természetiek' tudomán-

Tie ostanú všetky Julke, teda ak Julka dá z 28 jabĺk 5 Jožkovi, tak jej ostane 23 jabĺk.

IV. Použitie: Obe dané čísla pozostávajú z jednotiek aj desiatok; jedno číslo zahŕňa menej desiatok a menej jednotiek ako to druhé. Napr.: Petrov otec mal 79 oviec, z nich predal 34 oviec; koľko oviec ostalo teda Petrovmu otcovi? Naveďte žiakov na to, že aj v tomto prípade najprv musia odčítať desiatky z desiatok a potom jednotky z jednotiek. Potom navádzajte žiakov na vyriešenie príkladu rovnakými otázkami ako aj v predchádzajúcich aplikáciách.

Dôležitým pravidlom pre učiteľa je, aby svoje vyučovanie obmieňal, aby sa žiaci neunavili a nestratili pozornosť, záujem a motiváciu; ale netreba ani rýchlo preskakovať z jedného učiva na druhé, alebo naraz vyučovať rôzne disciplíny matematiky. Učiteľ by mal radšej prihliadnuť na to, aby žiaci jasne pochopili učivo a súvislosti, ktoré im pomôžu pri úspešnom riešení úloh. Prihliadajúc na fakt, že žiakov učíme odčítať bez číselných znakov, navedme ich na rovnaký princíp aj pri sčítaní. Ak učiteľ zakomponuje do práce spomínanej hore so žiakmi aj také prvky, ktoré zaujímajú

nyából, a' Földleírás' Tudományából, 's a' gazdálkodásból vétetnek a' példák, és olyan kérdésekkel kapcsoltatnak össze, mellyek utollyára tréfával végződnek: bizonyosan nem fáradnak el a' tanítványok, és örömmel fogják tanulni a' számvetést.

48. §.

A' számjelek nélkül való összeadásnak folytatása.

A' Tanító ismét visszatér az eggy meg eggy re, 's észrevéteti tanítványaival, hogy nagyon hiányos még azon eggy meg eggy, mellyet eddig megtanultak, minthogy nem foglaltattak benne az egyesekből álló minden számoknak summái, p. o. 3 vagy 2 meg 8; 4 meg 6 vagy 7 's a' t. hogy segíthetnének ugyan magokonn sokszori összeadás által, de ez által nem tanulnának serényen számolni; hogy tehát szükséges nekik az eggy meg eggynek még hibás tételeit felkeresni, kinyomozni, 's ezeket is azután emlékezetekbe jól benyomni.

Az eggy meg eggy' hibázó tételeinek kikeresése új alkalmatosságot ad a' Tanítónak tanítványaikat a' gondolkodásban gyakorolni. A' mi illeti a' summákat, ezeket részszerint az eggy meg eggy' első részének, részszerint pedig a' babszemek', vagy a' táblára irtt pontok', vonások' összeváz-
lá-

352

prírodovedne zameraných žiakov, ktorí sa zaujímajú o zemepis, o prírodovedu, alebo uvedie príklady z hospodárstva spojené s nejakým vtipom: je takmer isté, že žiaci sa neunavia a s radosťou sa budú učiť číselné operácie.

48. §.

Pokračovanie počítania bez číselných znakov

Učiteľ sa vráti k úlohám typu jedna a jedna a ukáže žiakom, že ich vedomosti, ktoré sa doteraz naučili o sčítaní jedna a jedna, sú ešte neúplné, lebo nezhrnuli v ňom všetky číselné kombinácie jednotiek a ich sumy, napr.: 3 alebo 2 a 8 ; 4 a 6 alebo ⁷⁶² atď., aj keď si môžu pomôcť žiaci tým, že veľakrát sčítajú rôzne kombinácie jednotiek, pomocou tejto metódy sa nenaučia rýchlo počítať a je potrebné: aby preskúmali a vychytali ešte nedostatky v počítaní jedna a jedna, aby si ich mohli vštepiť hlboko do pamäti.

Chýbajúce tézy jedna a jedna dajú nové možnosti učiteľovi vo vyučovaní žiakov a precvičovať ich v premýšľaní. Čo sa sumy týka, žiaci sa k nim musia dopracovať sčasti pomocou princípu jedna a jedna a sčasti pomocou fazuliek, alebo na tabuli nakreslených bodiek, čiar, paličiek.

⁶²Myslí sa tu na operácie $3+8=$, $2+8=$, $4+6=$, $4+7=$.

lálásának segédelmével szükséges kitalálniok. Élhetnek e' foglalatosságban e' következő megkönnyebbitő eszközökkel is:

1) Gondollyák magoknak előbb a' nagyobb számot, és számlállják ehhez a' kisebbiket. P. o. ha ez adatna nekik összeadás végett: Jancsi kapott édes annyától öt almát, édes atyától pedig 8 almát: hány almát kapott tehát Jancsi összesen? Itt 5 meg 8 helyett könnyebb 8 meg 5ötöt gondolni, és így számlálni. —

2) Ha 9 számhoz kell valami más számot számlálniok, számlállyanak előbb ezen számból egyet a' 9hez, 's így lesz 10, mellyhez azután hozzáadatik az, a' mi a' másik számból megmaradott, minekutánna abból egy a' 9hez vétetett. P. o. Péternek az egyik zsebében van 9 almája, a' másikban pedig 6 almája: hány almája van Péternek mind a' két zsebében? Itt előbb a' 6 almából elveszek egyet, mellyet a' 9hez tévén, lesz 10 alma; minthogy a' másik zsebében lévő hat almából elvettem egyet, tehát ott 5 marad a' hatból, 's ezt tévén a' 10hez, lesz 15. Péternek tehát a' két zsebében 15 almája vagyon.

3) Ha pedig 9et kell számlálni más számhoz, akkor 10et számlállyanak a' másik számhoz, azután pedig vegyenek el a' summából egyet. P. o. Józsi tegnap kapott 5 diót, ma pedig 9 diót: hány diót kapott tehát e' két nap? 9 dió helyett adok az 5 dióhoz 10et,

Učiteľ môže využiť aj ďalšie nástroje na uľahčenie úlohy ako napríklad:

1) Predstavte si najprv väčšie číslo a k tomu pripočítajte menšie. Napr., ak by ste mali takýto príklad na počítanie: Janko dostal od mamičky päť jablák a od otecka 8 jablák: Koľko jablák dostal teda Janko spolu? V tomto prípade je namiesto 5 a 8 oveľa ľahšie počítat' 8 a 5.

2) Ak k číslu 9 treba pripočítať ešte nejaké číslo, pripočítajte z toho najprv číslo jedna k 9, tak výsledok bude 10, k tomu sa neskôr pripočíta to číslo, ktoré ešte ostalo. Napr. Peter má vo vrecku 9 jablák a v druhom vrecku má 6 jablák; koľko jablák má spolu v oboch vreckách Peter? Tu najprv zo 6 jablák zoberiem jedno jablko, ktoré pripočítam k 9 a dostanem číslo 10 –takto máme desať jablák; keďže z druhého vrečka zobral zo šiestich jablák jedno, teda tam mu ostalo 5 jablák zo šiestich, a týchto 5 jablák pripočítame k 10 a dostaneme spolu 15 jablák. Peter má teda v oboch vreckách 15 jablák.

3) Ak 9 treba pripočítať k inému číslu, tak 10 pripočítajte k inému číslu a napokon zoberte z výsledku jeden. Napr. Jožo dostal včera 5 orechov a dnes 9 orechov: koľko orechov dostal za tieto dva dni? Namiesto 9 orechov pripočítam k 5 orechom 10,

364

's lesz 15 dió, ebből elveszek egyet, mivel 9 helyett 10et, és így eggyel többet adtam az 5hez, mint a' mennyit Józsi kapott, 's lesz 14 dió.

Ezek után fel kell a' tanítványokkal találatni e' következendő tételeket, az szerint, ammint fellyebb (46. §.) mondánk:

2 meg 8 az 10.

3 7 10; (3szor 3 meg 1)

2 9 11.

4 9 13.

3 8 11.

5 9 14; 5 meg 10 kevesebb 1.

4 7 11; 2ser 4 meg 3.

3 9 12; 4szer 3.

5 6 11; 2szer 5 meg 1.

9 9 18; 2szer 9.

6 6 12; 2szer 6.

4 8 12; 3szor 4.

8 9 17.

6 7 13; 2szer 6 meg 1.

5 5 10; 2szer 5.

5 8 13.

8 8 16; 2szer 8.

6 8 14.

7 7 14; 2szer 7.

5 7 12.

6 9 15; 6 meg 10 kevesebb 1 és 5ször 3

7 8 15; 2szer 7 meg 1.

4 6 10.

7 9 16; 7 meg 10 kevesebb 1, vagy
5ször 3 meg 1.

354

z toho bude potom 15 orechov, z ktorých odčítam jeden orech, keďže namiesto 9 máme 10 a tak sme dali o jeden viac k 5. Takto sme dostali výsledok 14 orechov.

Po tomto treba žiakov nabádať na riešenie ďalších príkladov pomocou toho, čo sme spomenuli v paragrafe 46.:

2 a 8 je 10.

3 a 7 10. (3 krát 3 a 1)

2 a 9 11.

4 a 9 13.

3 a 8 11.

5 a 9 14. (5 plus 10 mínus 1)

4 a 7 11. (2 krát 4 plus 3)

3 a 9 12. (4 krát 3)

5 a 6 11. (2 krát 5 plus 1)

9 a 9 18. (2 krát 9)

6 a 6 12. (2 krát 6)

4 a 8 12. (3 krát 4)

8 a 9 17.

6 a 7 13. (2 krát 6 a 1)

5 a 5 10. (2 krát 5)

5 a 8 13.

8 a 8 16. (2 krát 8)

6 a 8 14.

7 a 7 14. (2 krát 7)

5 a 7 12.

6 a 9 15. (6 plus 10 mínus 1 a 5 krát 3)

7 a 8 15. (2 krát 7 plus 1)

4 a 6 10.

7 a 9 16. (7 plus 10 mínus 1 alebo 5 krát tri plus 1)

Midőn a' tanítványok ezen tételeknek feltalálásában foglalatoskodnak, észre kell velek vétetni, a' következendő alkalmaztatások miatt, milyen különbség legyen az egy meg egynek két részei között. Az első részben t. i. (46. §.) valamint azon számok, mellyek öszveadatnak, úgy az azoknak öszveadásából költt summa is csupa eggyesekből áll; ellenben pedig a' második részben az öszveadandó számok ugyan eggyesekből, de az azoknak öszveadásából eredett summa vagy csak egy tizesből, vagy tizesből, és eggyesekből egyszersmind áll.

Az egy meg egynek második részét éppen úgy alkalmaztathatni, mint az első, azon kivétellel, hogy a' második résznek alkalmaztatásában az eggyes summáknak minémüése miatt elenyészik azon megszorítás, mellynek az első rész' alkalmaztatásában vala helye, és a' melly abban állott, hogy a' tizeseknek, és eggyeseknek summája nem mehetett fellyebb kilencznél. Azért ezen alkalmaztatásokban magok a' tanítványok is reá jönnek e' következendő két kérdésre:

- 1) Mit kell cselekedni, ha a' tizeseknek, vagy az eggyeseknek öszveadásából származott szám nagyobb kilencznél?
- 2) Hogyan változtatnak a' sok eggyesek tizesekre, a' tizesek pedig százakra?

Pokiaľ sa žiaci venujú týmto príkladom a pokúšajú sa objavovať výsledky, kvôli nasledujúcim aplikáciám im treba ukázať aj to, aký má byť rozdiel medzi dvomi časťami princípu jedna a jedna. V prvej časti (46.§.) čísla ako aj sumy, ktoré boli počítané pozostávali zo samých jednotiek; v druhej časti tiež figurovali jednotkové čísla na sčítanie, ale ich sumy presiahli desať a tak mohli mať výsledok desať alebo väčšie desiatkové číslo.

Druhá časť princípu jedna a jedna sa môže používať rovnako ako prvá časť toho princípu, avšak s tým rozdielom, že pri aplikovaní druhej časti sa kvôli výsledku spočítania jednotiek stratí obmedzenie, ktoré nastúpilo v prvej časti princípu jedna a jedna, a ktoré sa držalo pravidla, že súčet jednotiek a desiatok nemohol prevýšiť deväť. Takže pri aplikovaní týchto dvoch častí princípu aj žiaci prídu na to, aby položili dve otázky:

- 1) Čo treba robiť v prípade, ak súčet desiatok alebo jednotiek prevýši deväť?
- 2) Ako zameniť veľa jednotiek na desiatky a desiatky na stovky?

356

A' mi az első kérdést illeti, könnyen át fogják látni a' tanítványok, hogy a' kilencznél több tízeseket százásokra, a' kilencznél több eggyeseket pedig tízesekre kell változtatni. A' második kérdésnek megoldására ide írok néhány példát:

Hány százat tesz hetven tízes? — Hetven helyett mondhatok hétszer tízet, tehát hetven tízes helyett is mondhatok hétszer tíz tízest. Már tíz tízes annyi mint száz, tehát hétszer tíz tízes annyi, mint hét száz.

Hány százast, és hány tízest tesz tizenhét tízes? — Tizenhét tízes annyi mint hét tízes, meg tíz tízes; tíz tízes tesz százat, tehát tizenhét tízes tesz százat meg hét tízest, vagy száz hetvenet.

Hány százast, és hány tízes van a' 85 tízesben? — Nyolczvanöt tízes helyett mondhatok nyolczvan tízest meg öt tízest. Nyolczvan tízes pedig annyi, mint nyolczszor tíz tízes, vagy, minthogy tíz tízes százat tesz, annyi, mint nyolcz száz; nyolczvanöt tízes tehát nyolcz száz meg öt tízes, vagy nyolcz száz meg ötven.

I. Alkalmaztatás. A' tízeseket öszveadni. P. o. Péter gazda az eggyik lovát vette 60 forinton, a' másikat 70 forinton; hány forinton vette tehát a' két lovat? Itt reá kell a' tanítványt emlékeztetni arra, hogy 6 eggyes meg 7 eggyes 13 eggyes. Ebből kell általa következtetni, hogy 6 tízesnek meg 7 tízesnek is 13 tízesnek kell lenni. Tíz

356

Čo sa týka prvej otázky, žiaci rýchlo prídu na to, že ak mám číslo väčšie ako deväť desiatok, tak ho treba rozdeliť na stovky a ak mám číslo väčšie ako deväť jednotiek, tak ho treba rozdeliť zasa na desiatky. K druhej otázke sem napíšem niekoľko riešení:

Koľko stoviek vydá sedemdesiat desiatok? – Namiesto sedemdesiat môžem povedať aj sedemkrát desať, takže namiesto sedemdesiat desiatok môžem povedať sedemkrát desať desiatok. Keď desať desiatok je sto, tak sedemkrát desať desiatok je sedemsto.

Koľko stoviek a koľko desiatok vydá sedemnásť desiatok? – Sedemnásť desiatok je toľko ako sedem desiatok a desať desiatok; desať desiatok vydá sto, takže sedemnásť desiatok vydá sto a sedem desiatok alebo sto sedemdesiat.

Koľko stoviek a koľko desiatok je v 85 desiatkach? – Namiesto osemdesiatich piatich desiatok môžem povedať osemdesiat desiatok a päť desiatok. Osemdesiat desiatok je toľko, ako osemkrát desať desiatok, alebo keďže desať desiatok je sto, tak je to osemsto; osemdesiatpäť desiatok je teda osemsto a päť desiatok alebo osemsto a päťdesiat.

I. Použitie: Sčítanie desiatok. Napr.: Gazda Peter kúpil jedného svojho koňa za 60 forintov a druhého za 70 forintov; za koľko forintov teda kúpil oba kone? Tu je potrebné žiakovi pripomenúť, že 6 jednotiek a 7 jednotiek je 13 jednotiek. Z toho treba vyvodiť, že 6 desiatok a 7 desiatok musí byť 13 desiatok.

Desať

tízes százat tesz, tehát 13 tízes tesz százat, meg három tízest, vagy száz harminczat. Itt is úgy kell a' gyermekeket vezetni, amint ez fellyebb (46. §.) az első alkalmaztatásnál mondatott.

Hogy a' tízeseket öszveadgyuk, lehet a' nagyobb tízeshez is annyi tízest előbb számlálnunk, míg százunk lesz, azután pedig e' százhoz a' többi tízeseket vennünk. Vegyük példa gyanánt Péter gazdának előadott vásárlását, ennek summáját megtudhatom, ha a' 7 tízeshez számlálók előbb annyi tízest, hogy százom legyen, tehát 3 tízest, a' megmaradott három tízest ismét hozzáadom e' százhoz, és leszen száz meg 3 tízes, vagy száz harmincz.

II. Alkalmaztatás. Ollyan számokat öszveadni, mellyeknek egyike tízesekből, és egyesekből, a' másik pedig csak tízesekből áll. P. o. Jancsinak édes atya tegnap fizetett 60 forintot, ma pedig 86 forintot, hány forintot fizetett e' két nap? Itt is úgy kell a' tanítványt vezetni, mint fellyebb (46. §.) a' második alkalmaztatásnál, és azon két mód szerint fel kell találatni a' summát, mellyet az első alkalmaztatásban mutatánk.

Ezen alkalmaztatásnál gyakorolhatni a' tanítványokat a' számjelek nélkül való gyors öszveadásban is ollyan formán, hogy valamely tízeshez vagy ugyanazt, vagy valami más tízest folyvást számlállyanak, míg 90 tízesnél fellyebb nem mennek; p. o. ha 5

desiatok je sto, takže 13 desiatok je sto a ešte tri desiatky alebo stotridsať. Aj tu treba dieťa viesť tak, ako je to vedené vyššie (46.§) pri prvom použití.

Aby sme sčítali desiatky, môžeme aj vyšší počet sčítať tak, aby sme najskôr dostali sto a potom pripočítame ostatné desiatky. Ako príklad zoberme nákup gazdu Petra, hodnotu jeho nákupu zistím tak, že k 7 desiatkam pridám toľko desiatok, aby som dostal sto, čiže 3 desiatky, zvyšné tri desiatky, ktoré mi zostali, pridám k sto a vyjde mi sto a 3 desiatky alebo sto tridsať.

II. Použitie: Spočítanie takých čísel, z ktorých sa jedno skladá z desiatok a jednotiek a druhé len z desiatok. Napr. Janov otec včera zaplatil 60 forintov, dnes zase 86 forintov, koľko zaplatil za dva dni spolu? Aj tu treba žiaka viesť tak, ako vyššie (46.§) pri druhom použití, a týmito dvoma spôsobmi treba vypočítať výslednú sumu, ktorú sme ukázali v prvom použití.

Pri tomto použití žiaci precvičujú rýchle sčítanie bez číselných znakov a to tak, že k niektorej desiatke pripočítajú buď tú istú alebo nejakú inú desiatku, tak, že nepôjdu vyššie ako 90 desiatok, napr. ak k 5

tízeshez folyvást 7 tízest adnak, lassankint lessz 5 tízes, 12 tízes, 19 tízes, 26 tízes, 33 tízes, 40 tízes, 47 tízes, 54 tízes, 61 tízes, 68 tízes, 75 tízes, 82 tízes, 89 tízes, 96 tízes, vagy 960.

III. Alkalmaztatás. Ollyan számokat öszveadni, mellyek közül az egyik tízesekből, és egyesekből, a' másik pedig csak egyesekből áll. P. o. Plébános Úr akar Jancsinak adni 16 diót, Józsinak pedig 7 diót, hány diójának kell lenni Plébános Úrnak? Meg kell kérdezni a' tanítványt 6 egyes, meg 7 egyes, hány egyes legyen? Reá kell ötet emlékeztetni arra, hogy itt az egyesekenn kívül még tízes is van, mellyhez az egyeseknek öszveadásából származott tízest is kell adni.

Ezen alkalmaztatás hasonló gyakorlásra szolgáltat alkalmatosságot, mint a' második, azon különbséggel, hogy itt nem a' tízesek, hanem az egyesek adatnak öszve mind addig, míg száz, vagy nagyobb szám is nem ered az öszveadásból. P. o. ha 2hez folyvást 7 adatik, lassan lassan lessz 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, 58, 65, 72, 79, 86, 93, 100. De azon számnak, a' melly más valami számhoz számláltatik, most még nem lehet 9nél nagyobbnak lenni.

Hogy az ebbéli gyakorlások több mulatságot szerezzenek a' tanítványoknak, és így kellemetesebben foglalatostkodtassák őket,

358

desiatkam pridávajú 7 desiatok postupne vznikne 5 desiatok, 12 desiatok, 19 desiatok, 26 desiatok, 33 desiatok, 40 desiatok, 47 desiatok, 54 desiatok, 61 desiatok, 68 desiatok, 75 desiatok, 82 desiatok, 89 desiatok, 96 desiatok alebo 960.

III. Použitie: Sčítanie takých čísel, z ktorých sa jedno skladá z desiatok a z jednotiek a druhé iba z jednotiek. Napr. pán farár chce Jankovi dať 16 orechov, Jožkovi zasa 7 orechov. Koľko orechov musí mať pán farár? Treba sa žiakov spýtať, koľko jednotiek je 6 jednotiek a 7 jednotiek spolu. Treba im však pripomenúť aj to, že okrem jednotiek sú tu aj desiatky, ku ktorým treba pripočítať aj desiatku, ktorú dostali zo sčítania jednotiek.

Toto použitie slúži na podobné precvičovanie ako druhé použitie s tým rozdielom, že tu sa sčítajú nie desiatky, ale jednotky, dovtedy, kým nevznikne sto alebo ešte väčšie číslo. Ak napr. k 2 začneme pridávať 7, pomaličky nám bude vznikať 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, 58, 65, 72, 79, 86, 93, 100. Ale to číslo, ktoré sa k inému pripočítava teraz ešte nesmie byť väčšie ako 9.

Aby tieto precvičovania žiakov viac zabavili a zaujali,

beszöbetni azokat elbeszélésekbe, mintegy ekképen p. o. az uraságnak aklába hajtottak egy nagy nyáj juhót, legelőször két juhót hajtottak be, azután pedig mindenkor négyet négyet; „számlállyatok éd. gyer.!” így szólhat azután a Tanító, „én megmondom nektek, midőn el fogjátok érni azt a számot, melly a nyájnak nagyságát jelenti.“

IV. Alkalmaztatás. Ollyan számokat öszveadni, mellyek tízesekből, és egyesekből állanak. P. o. Péternek az édes atya vett két lovakat, az egyiket 89 forinton, a' másikat pedig 96 forinton: mennyibe került nekie a' két ló? — Itt legelőször a' tízeseket kell öszveadni, 8szor tíz, és 9szer 10 forint 17szer 10 forint; 10szer 10 forint tesz 100 forintot, tehát tizenhétszer tíz 170 forintot. Most öszveadom az egyeseket: 6 forint, meg 9 forint = 16 — 1 forint, azaz 15 forint. Ezén tíz forintot a' 170 forinthez, lessz 180 forint, meg 5 forint = 185 forintba került nekie a' két.ló.

Csak az ugyanazon egy rendű, és e' felett ugyanazon egy nevezetű számokat lehet öszveadni, és egymásból kivonni. E' törvényt magoknak a' tanítványoknak szükséges feltalálni, a' mire könnyen vezetheti őket a' Tanító, mintegy illyen kérdéseket tevén nekik: 3 százas, 5 tízes, és 3 egyes: hány százasat tesz öszveségesen? — 12 juh, 3 rucza, és 4 nyúl, hány ez öszve-

môžu sa tieto cvičenia komentovať, napríklad takto: na panský dvor priviezli veľké stádo oviec, najskôr však priviezli len dve ovce a potom postupne štyri a štyri; „počítajte, drahé deti,“ a potom ešte učiteľ môže dodať, „ja vám poviem, keď prídete k číslu veľkosti stáda.“

IV. Použitie: Spočítanie takých čísel, ktoré sa skladajú z desiatok a jednotiek. Napr. Petrov otec kúpil dva kone. Jedného za 89 forintov a druhého za 96 forintov: koľko zaplatil za oba kone spolu? – Tu treba najskôr sčítať desiatky. 8 krát desať forintov a 9 krát 10 forintov je 17 krát 10 forintov; 10 krát 10 forintov vydá 100 forintov, takže sedemnástkrát desať je 170 forintov. Teraz spočítam jednotky: 6 forintov a 9 forintov = 16 – 1 forint, teda 15 forintov. Týchto desať forintov pripočítame k 170 forintom, a budeme mať 180 forintov a ešte 5 forintov, to = 185 forintov. Oba kone ho teda stáli 185 forintov.

Iba čísla s rovnakým postavením a pritom s rovnakým názvom môžu byť sčítané a odčítané. Žiaci musia na tento zákon prísť sami, ale učiteľ ich na to môže ľahko naviesť, kladúc im takéto otázky: 3 stovky, 5 desiatok a 3 jednotky, koľko stoviek vydajú spolu? 12 oviec, 3 kačice a 4 zajace koľko je to

350

ségesen? — 50 ökör, és 70 disznó, nemde 120 ökör öszveségesen? *a*)

49. §.

A számjelek nélkül való kivonásnak folytatása.

Minekutánna a' tanítványok az eggy meg eggynek első részét (46. §.) Tanító-joknak vezérlése alatt elkészítették, és azt külömbféleképen alkalmaztatták, ennek megfordítása által származott az eggy az eggyből. (47. §.) — Azután figyelmetesekké tettek az eggy meg eggynek fogyatkozásaira, ammint az az első táblácskán talál-tatik, végre pedig az eggy meg eggy' második része' (48. §.) táblácskájának elkészítésére vezettek.

De az eggy az eggyből is (47. §.) hasonlóképen hiányos, és ennek alkalmaztatásai olyan megszorításoknak valának alávetve, mint az eggy meg eggy első része' táblácskájának alkalmaztatásai. Így nem tudnak a' gyermekek p. o. nyolczat a' huszonháromból kivonni azon táblácskának segédelmével, mellyet addig készítettek a' ki-

a) Ha a' számjelek nélkül való számvetés a' számjelekkel valóval öszvekapcsoltatik, akkor az eddig előadottak után az következik, a' mi alább a' számjelekkel való öszveadásról mondatik.

360

spolu? – A 50 volov a 70 sviň je naozaj 120 volov spolu? a)

49.§.

Pokračovanie v odčítaní bez číselných znakov

Potom, keď žiaci skončili prvú časť jedna a jedna (46.§.) pod vedením svojho učiteľa a použili ju v rôznych prípadoch, tak nasledoval jej opak a to jedna z jednej (47.§.) – Následne boli žiaci upozornení na odčítanie jedna z jednej, ako sa to nájde v prvej tabuľke – a nakoniec nasledovala druhá časť jedna a jedna (48.§.), čo viedlo k príprave druhej tabuľky.

Ale aj spôsob počítania jedna z jednej (47.§.) je rovnako neúplný ako prvá časť jedna a jedna. A tak ešte nevedia deti napríklad odčítať osem z dvadsaťtri pomocou tých tabuliek, ktoré si doteraz pripravili na

a) Ak počítanie bez číselných znakov spájame s číselnými znakmi, vtedy po tom, čo bolo doteraz prednesené nasleduje to, čo nižšie bude povedané o počítaní s číselnými znakmi.

vonásra. Erre való nézve szükséges ezen táblácskát is nagyobb tökéletességre vinni, megszaporitani, a' mi ismét az eggy meg eggy második része tételeinek megfordítása által megtörténhet. Erre így vezetheti a' Tanító tanítványait; p. o. Erzsi kapott édes atyától 9 krajczárt, és édes anyjától 1 krajczárt: hány krajczárt kapott tehát összeségesen? Ezen 10 krajczárból oda adott a' koldusnak 1 krajczárt: hány krajczárja maradt tehát még Erzsinek? Ha tehát tízből elveszünk eggyet, hány marad? Illyen példák által vezetettnek a' tanítványok e' következő táblácskának elkészítésére:

A.

1 a' 10ből marad 9.	2 a' 10ből marad 8.
3 10ből 7.	4 10ből 6.
8 10ből 2.	7 10ből 3.
5 10ből 5.	6 10ből 4.
9 10ből 1.	

B.

3 a' 12ből marad 9.	9 a' 13ból marad 4.
7 12ből 5.	7 14ből 7.
9 15ből 6.	6 13ból 7.
8 17ből 9.	8 16ból 8.
9 18ból 9.	7 13ból 6.
9 12ből 3.	4 12ből 8.
4 13ból 9.	6 12ből 6.
8 13ból 5.	8 15ből 7.
6 15ból 9.	7 16ból 9.
9 16ból 7.	5 14ből 9.
5 13ból 8.	5 12ből 7.

odčítanie. Preto treba tieto tabuľky rozšíriť, zdokonaľovať, a to sa môže stať zase otočením pravidiel druhej časti jedna a jedna. Na to môže učiteľ svojich žiakov naviesť takto; napr. Betka dostala od otca 9 grajciarov a od mamy 1 grajciar: Koľko grajciarov teda dostala spolu? Z týchto 10 grajciarov dala žobrákovi 1 grajciar: koľko grajciarov jej ešte zostalo? Keď teda z desiatich vezmeme jeden, koľko ostane? Takýmito príkladmi sa dajú žiaci naviesť na zhotovenie nasledujúcej tabuľky.

A.

Vezmeme 1 z 10 a ostane 9.		2 z 10 a ostane 8.	
3 z 10	7.	4 z 10	6.
8 z 10	2.	7 z 10	3.
5 z 10	5.	6 z 10	4.
9 z 10	1.		

B.

3 z 12 a ostane 9.		9 z 13 a ostane 4.	
7 z 12	5.	7 zo 14	7.
9 z 15	6.	6 z 13	7.
8 zo 17	9.	8 zo 16	8.
9 z 18	9.	7 z 13	6.
9 z 12	3.	4 z 12	8.
4 z 13	9.	6 z 12	6.
8 z 13	5.	8 z 15	7.
6 z 15	9.	7 zo 16	9.
9 zo 16	7.	5 zo 14	9.
5 z 13	8.	5 z 12	7.

362

7 a' 15ből marad 8.	6 a' 14ből marad 8.
9 17ből 8.	9 14ből 5.
8 14ből 6.	8 12ből 4.

Midőn e' táblácskának B. alatt lévő részét készítik a' gyermekek, hasznos lesz őket azon észrevételre vezetni, hogy ennek tételeit könnyen kitalálhatták, ha az A. alatt lévő tételeket jól tudgyák, és e' mellett mindenkor visszaemlékeznek az egy meg egynek első részére (45. §.). Ha kell nekik p. o. 8at a' 14ből kivonni, e' táblácskának A. alatt lévő részéből tudgyák, hogy ha 8at elvesznek a' 10ből, marad 2; az egy meg egynek első részéből pedig ismét tudgyák, hogy 2 meg 4 az 6, tehát 8 elvévén a' 14ből marad 6. A' kivonás táblácska második része B. alatt lévő tételeinek készítésében tehát az adatott egyeseket a' tízesekből kell kivonni, a' tízesből kivonás után maradott egyeseket pedig a' tízes mellett álló egyesekhez számlálni, 's ezekből költt. summa lesz az, a' mi a' kivonásból marad. Könyv nélkül kell mindazáltal a' gyermekeknek tudni a' kivonás táblácskájának ezen második részét is, hogy szaporán számlálhassanak. De lassankint, és gyakorlás által kell ezt emlékezetébe nyomni, nem pedig velek valami könyvből szajkók módgyára megtanúztatni.

A' kivonás táblácskájának most elkészített második része, kiváltképen pedig ennek

362

Vezmem 7 z 15 a ostane 8.

9 zo 17

8.

8 zo 14

6.

6 zo 14 a ostane 8.

9 zo 14

5.

8 z 12

4.

Keďže všetky časti tabuľky pod časťou B pripravujú žiaci, je užitočné ich naviesť na to, že na to môžu prísť sami, ak dobre poznajú položky v tabuľke A a pritom si spomínajú aj na prvú časť jedna a jedna (45.§). Ak musia napríklad odčítať 8 z 14 z prvej časti tabuľky, vedia, že keď z 10 odčítajú 8, tak im zostane 2 a z prvej časti jedna a jedna vedia, že 2 a 4 je 6, takže ak zo 14 zoberú 8 zostane 6. Pri príprave položiek v časti B sa teda odčítajú jednotky z desiatok a jednotky ostávajúce po odčítaní od týchto desiatok zase treba pripočítať k jednotkám stojacim pri desiatkach, a z toho vzniknutá suma bude to, čo zostalo z odčítania. Žiaci teda musia ovládať aj druhú tabuľku odčítania naspamäť bez používania knihy, aby tak mohli rýchlo počítať. Treba ich to však naučiť pomaly pomocou precvičovania, nenechať ich si to nabífl'ovať z knihy.⁶³ Pripravená druhá časť tabuľky odčítania a k tomu predovšetkým

⁶³To precvičovanie môže spočívať aj v používaní modelov, napríklad semien fazule, ktorý bol už navrhnutý.

A. alatt lévő tételei e' következő alkalmazásokra vezetnek:

I. Alkalmaztatás. Az eggyeseket több tízesekből kivonni. P. o. 60 júból megdöglött 7 juh; hány juh maradott életben? Itt meg kell a' tanítványt inteni, hogy vegyen el a' 6 tízesből 1 tízest, 's akkor lesz 5 tízes, meg egy tízes; ezen egy tízesből, vagy tíz eggyesből vegyen el 7 eggyest, 's marad 3 eggyes, ehhez adván az 5 tízest, lesz 5 tízes, meg 3 eggyes, vagy 53.

II. Alkalmaztatás. A' tízeseket egy, vagy több százból kivonni. P. o. Péter tartozott János gazdának 100 forinttal, ebből fizetett 30 forintot; hány forinttal tartozik tehát még? Itt a' százat tízesekre kell változtatni, 's lesz 10 tízes, ebből ki kell vonni három tízest, 's marad 7 tízes, vagy 70 forint tartozás. — Józsi atyának termett 700 véka búzája, ebből elvetett 60 vékát; mennyi maradott még nekie a' vetéstől? — Itt el kell venni 700ból egy százat, és ezt tízesekre fordítani, 's lesz 600 meg 10 tízes, ezen tízesekből kivonván a' 6 tízest, marad 4 tízes; ehhez adván a' 600at, lesz 640 véka, melly a' vetéstől marada.

III. Alkalmaztatás. A' csupa eggyesekből álló számot olyan más számból kivonni, a' melly tízesekből, és eggyesekből áll, de az eggyeseknek száma itt kevesebb, mint az első számban. P. o. Józsi tegnap tanult 43 szót könyv nélkül, ma pedig elfe-

položky tabuľky A nás privedú k nasledovnému použitiu v praxi:

I. Použitie: Jednotky odčítať z viacerých desiatok. Napr. Zo 60 oviec zahynulo 7; koľko oviec zostalo živých? Tu treba žiakovi poradiť, aby odčítal zo 6 desiatok 1 desiatku a tak dostane 5 desiatok a jedna desiatku; z tejto jednej desiatky alebo z desiatich jednotiek nech odčíta 7 jednotiek a ostanú 3 jednotky, k tomu sa pridá 5 desiatok a bude 5 desiatok a 3 jednotky alebo 53.

II. Použitie: Desiatky odčítať z jednej alebo z viacerých stoviek. Napr. Peter dlhoval gazdovi Janovi 100 forintov, z toho vyplatil 30 forintov; koľko forintov je teda ešte dlžný? Tu treba stovku premeniť na desiatky, takže bude 10 desiatok, z toho treba odčítať tri desiatky a zostane 7 desiatok alebo 70 forintov dlžoby. – Jožovmu otcovi sa urodilo 700 meríc pšenice, z toho zasial 60 meríc; koľko pšenice mu ešte ostalo? – Tu musíme zo 700 vziať stovku a premeniť ju na desiatky, takže bude 600 a desať desiatok. Z týchto desiatok odčítame 6 desiatok a ostanú nám 4 desiatky. K tomu keď pridáme 600, vyjde nám, že ostalo 640 meríc pšenice.

III. Použitie: Číslo pozostávajúce zo samých jednotiek odčítať od čísla pozostávajúceho z desiatok a jednotiek, ale počet jednotiek je tu menší ako v prvom čísle. Napr. Jožko sa včera naučil 43 slov naspamäť a doteraz z toho

f. 364

lejtett abból 6 szót; hány szót tud még Józsi ma abból, a' mit tegnap tanult? Az ebbéli példákat kétféleképen fejthetik meg a' tanítványok, és ugyan 1) elvehetnek a' nagyobb számnak tízeseseiből egyet, ezt eggyesekre változtatták, és e' tíz eggyesekből kivonnyák a' kisebb számnak eggyeseit, azután azt, a' mi e' kivonásból marada, hozzáadgyák a' nagyobb számnak eggyesei, és tízeseihez, tehát a' feladott példában $43 = 10$ meg 33; hatot kivévén a' 10ből, marad 4, ezt hozzáadván a' 33hoz, lesz 37; vagy 2) elvehetnek a' nagyobb számnak tízeseseiből egyet, ezt eggyesekre változtatták, és ugyanazon számnak eggyeseihez adgyák, azután ezen summából kivonnyák a' kisebb számnak eggyeseit, ahhoz pedig, a' mi e' kivonásból marada, a' nagyobb számnak egyéb tízeseit veszik. Ez szerint az előhozott példa így lenne: $43 = 13$ meg 30, ha hatot kivonok a' 13ből, marad 7, ehhez adván a' megmaradott 30at, lesz 37.

IV. Alkalmaztatás. Az eggyik szám egy, vagy több százból, és tízesekből áll; ebből több tízest kell kivonni, mint a' hány az első számban találhatik. P. o. György gazdának volt 650 forintya, de vett egy lovat, 's ezért adott 70 forintot; hány forintya van még György gazdának? Minthogy nem lehet 70 forintot az 50 forintból elvenni, el kell venni 600 forintból egy százat, és ezt tízesekre változtatván, az 50 fo-

364

zabudol 6 slov. Koľko slov vie ešte dnes Jožko z toho, čo sa včera naučil? Takéto príklady môžu žiaci vyriešiť dvoma spôsobmi a to takto: 1) Môžu vziať z desiatok väčšieho čísla jednu, tie premenia na jednotky a z desiatich jednotiek odčítajú jednotky menšieho čísla, potom to, čo zostalo z odčítania, pripočítajú k jednotkám a desiatkam väčšieho čísla, takže v príklade $43 = 10$ a 33 , odčítame 6 z 10 a ostane 4 , to keď pridáme k 33 bude 37 alebo 2) Zoberú z desiatok väčšieho čísla jednu, tie zmenia na jednotky a pridajú to k jednotkám toho istého čísla. Z tohto čísla potom odčítajú jednotky menšieho čísla a k tomu, čo zostane pridajú desiatky väčšieho čísla. Príklad by vyzeral takto: $43 = 13$ a 30 , ak odčítam 6 od 13 zostane 7 a k tomu keď pridám 30 bude 37 .

IV. Použitie: Jedno číslo sa skladá z jednej alebo z viacerých stoviek a desiatok, z neho treba odčítať viac desiatok, než koľko sa v ňom nachádza. Napr. Gazda Juraj mal 650 forintov, ale kúpil si koňa, za ktorého zaplatil 70 forintov. Koľko forintov má ešte gazda Juraj? Pretože nemôžeme z 50 forintov odčítať 70 , musíme zo 600 zobrať jednu stovku a premeniť ju na desiatky a pridáme ju k 50

rinthoz, vagy 5 tízeshez adni, így lesz 16 tízes. Ebből le kell vonni 70 forintot, vagy 7 tízest, 's marad 8 tízes, vagy 80 forint, melyet hozzáadván azon 500 forinthez, melly a' 600ból egy száznak elvétele után marada, lesz 580 forint. — Vagy el kell a' 600 forintból 100at venni, ezt tízesekre fordítani, 's ezen 10 tízesből kivonni a' 7 tízest, vagy 70 forintot, 's marad 3 tízes, vagy 30 forint, melyet hozzáadván a' 650 forintnak azon summájához, melly a' száz forintnak abból történt kivonása után marada, vagy 550 forinthez, lesz 580 forint.

V. Alkalmaztatás. A' tízesekből, és egyesekből álló számból más kisebb, kevesebb tízesekből, de több egyesekből — mintsem az első szám — álló számot kivonni. P. o. Péternek volt egyszerre 82 mogyorója, ebből lassankint megevett 19 mogyorót; hány mogyorója maradt még Péternek? Ezen példát ekképen oldhatni meg: vonatasson ki előbb a' kisebb tízes a' nagyobb tízesből, 's lesz a' jelenvaló példában 72, most, hogy 9 egyest lehessen kivonni, szükséges ezen 72ből egy tízest egyesekre fordítani, 's akkor lesz 60, meg 12, vagy 6 tízes, meg 12 egyes, ezen 12 egyesből kivonom a' 9 egyest, 's marad 3 egyes, melyet az előbb említett 60hoz adván, lesz 63.

Az előadott harmadik és negyedik alkalmaztatás szolgáltat alkalmatosságot a' ki-

forintom, alebo k piatim desiatkam a tak bude 15 desiatok. Z toho treba odčítať 70 forintov, alebo 7 desiatok a ostane nám 8 desiatok alebo 80 forintov, ktoré keď pridáme k 500 forintom, ktoré nám ostali po odčítaní jednej stovky zo 600, vyjde nám 580 forintov. Alebo môžeme zo 600 odčítať stovku a premeniť ju na desiatky. Z týchto 10 desiatok odčítame 7 desiatok, teda 70 forintov, a ostanú tri desiatky, alebo 30 forintov, ktoré keď pridáme k tej sume zo 650 forintov, ktoré nám ostali po odčítaní jednej stovky, teda k 550 forintom, vyjde nám 580 forintov.

V. Použitie: Z čísla skladajúceho sa z desiatok a jednotiek odčítať číslo, ktoré sa skladá z menej desiatok ale z viacerých jednotiek, než prvé číslo. Napr. Peter mal 82 orieškov, z toho postupne zjedol 19. Koľko orieškov mu teraz ostáva? Tento príklad sa dá vyriešiť nasledovne: najprv sa odčítajú desiatky menšieho čísla z väčšieho, to dá číslo 72. Aby sme mohli ďalej odčítať 9 jednotiek, musíme jednu desiatku premeniť na jednotky. To budeme mať 60 a 12, alebo 6 desiatok a 12 jednotiek. Z týchto 12 jednotiek odčítame 9 jednotiek a zostanú 3 jednotky, ktoré keď pripočítame k 60 bude 63.

Predstavené tretie a štvrté použitie dávajú schopnosť na

vonásban való olyan gyakorlásokra, a' milyenek fellyebb (48. §.) az öszveadásban tétettek. P. o. vonatasson ki 100ból folyvást 7, 's lassankint lessz: 100, 93, 86, 79, 72, 65, 58, 51, 44, 37, 30, 23, 16, 9, 2. Ha 450től, azaz: 45 tízestől lassankint 60, azaz: 6 tízes elvétetik, ilyen számok támadnak: 39 tízes, 33 tízes, 27 tízes, 21 tízes, 15 tízes, 9 tízes, 3 tízes, vagy 30.

Itt arra kell még intenem a' Tanító Urakat, hogy midőn tanítványaikat a' kivonásban gyakorolják, ne felejtkezzenek meg az öszveadásról is, hanem ezt is azon lépések szerint ismétellyék, mellyek itten a' kivonásra nézve megjeleltettek; külömben elfelejtik a' tanítványok azt, a' mit előbb tanultak, 's így nem éretik el a' tanításnak czéllya. a)

50. §.

A' számjelek nélkül való sokszorozásra átmenetel.

A' számvetésnek külömbféle részei, mellyeket a' Tanító tanítványaival mind eddig megösmértetett, vagy ezután meg fog ösmértetni, olyanok, hogy egyiket a' másik-

a) A' mély Tanító a' számjelek nélkül való számvetéssel a' számjelekkel valót is egybekapcsolja, a' most előadattak után gyakorolhattya tanítványait a' számjelekkel való kivonásban az szerint, ammint ez alább előadatik.

366

také precvičovanie odčítania, ako bolo uvedené vyššie (48.§) pri sčítaní. Začnime odčítať 7 zo 100 pomaly, postupne vznikne: 100, 93, 86, 79, 72, 65, 58, 51, 44, 37, 30, 23, 16, 9, 2. Keď zo 450 alebo 45 desiatok postupne odčítame 60 alebo 6 desiatok, vzniknú takéto čísla: 39 desiatok, 33 desiatok, 27 desiatok, 21 desiatok, 15 desiatok, 9 desiatok, 3 desiatky alebo 30. Tu musím upozorniť pánov učiteľov, aby pri učení svojich žiakov odčítať nezabudli ani na sčítanie, a krok za krokom ho s nimi opakovali, inak žiaci zabudnú to, čo sa učili skôr a tak nedosiahli cieľ v učení sa. a)

50.§.

Prechod na násobenie bez číslic

Rôzne časti počítania, s ktorými učiteľ žiakov doteraz oboznámil alebo ich bude oboznamovať, sú také,

a) A kde učiteľ spája číselné operácie s použitím aj bez použitia číslic, teraz po prednáške tohoto využitia môže precvičovať so žiakmi princíp odčítania bez použitia číslic, ako to predniesol v novom učive.

ból mindenkor következtethetni, származtathatni. Ezt tudni elkerülhetetlenül szükséges mesterség a' Tanítóra nézve, melly által könnyű leendő nekie, tanítványait a' számvetésben való új tárgynak feltalálására észrevétetlenül vezetni; — Észrevétetlenül mondom, mert nem szabad a' gyermeknek tudni, hogy új cél szegeztetett elejébe, mellyet el kell érnie. Külömben azt képezi magának, hogy ennek elérése felülműllyá az ő erejét, 's gyakorta kénytelen lessz a' Tanító hallani: „ez nehéz!“ 's a' t. — De ha semmit sem vesz észre a' gyermek; ha végre meglepetik a' Tanítónak azon kinyilatkoztatása által, hogy már ismét valami újat tanult, akkor örvend azon újnak, mellyet mintegy önmagától tanult meg.

Ez szerint vezesse most a' Tanító tanítványait észrevétetlenül a' sokszorozásra, melly nem egyéb, mint az összeadásnak megrövidítése, következésképen ebből is kell azt származtatni.

E' végre vissza kell a' tanítványokat vezetni az egy meg egyre — mintha ezt ismétíteni akarjá a' Tanító — és figyelme-sekké kell őket tenni annak azon tételeire, mellyeknek summái két, vagy több egyenlő számokból származtak, vagy több egyenlő számokra feloldathatnak, p. o. ezen tételekre: 2 meg 2, vagy 2szer 2 az 4; 2 meg 2 meg 2, vagy 3szor 2 az 6; 3 meg 3, vagy 2szer 3 az 6. Ezután vétessen a' Ta-

že môžeme vyvodit' záver jedenz druhého. Je veľmi dôležité, aby to učiteľ vedel, lebo tým môže žiakov ľahko a nebadateľne oboznámiť s novými predmetmi v počítaní. – Hovorím nebadateľne lebo dieťa nesmie vedieť, že je pred ním vytýčený nový cieľ, ktorý treba dosiahnuť. Ináč si myslí, že dosiahnutie tohto cieľa presahuje jeho silu, a učiteľ je nútený často počúvať: „to je ťažké“ atď. – Ale ak dieťa nič nezbadá, tak bude prekvapené, keď mu učiteľ povie, že sa znovu naučilo niečo nové a vtedy sa teší tomu, čo sa naučilo samé.

Je dôležité, aby učiteľ nebadateľne riadil svojich žiakov v násobení, čo nie je iné, ako skrátenie sčítania, teda z toho to treba odvodiť.

Žiakov treba vrátiť k jedna plus jedna – ako keby to Učiteľ chcel s nimi zopakovať – a treba ich upozorniť na tie tézy, ktorých súčet je odvodený z dvoch alebo viacerých čísel, alebo sa môžu rozdeliť na viac rovnakých čísel, napr.: na tie tézy ako: 2 a 2 alebo 2 krát 2 je 4, 2 a 2 a 2 alebo 3 krát 2 je 6, 3 a 3 alebo 2 krát 3 je 6.⁶⁴

⁶⁴Tu je vhodné využiť modely, ktoré boli skôr použité pomocou bodiek.

Napríklad ::, :::, :::, ::::.

nitó tanítványaival számjelek nélkül csupán gondolattyaikban tízeseket, vagy százásokat háromszor mind tízszerig, a' mit ők most öszveadás által tehetnek; mutassa meg nekik, milyen hosszas munka ez, és mit kellett volna ez, vagy ama' példának megoldásában könyv nélkül tudni, hogy hamarabb találta meg a' felelet. A' dolog példában világosabb leend. Kérdezze a' Tanító p. o. milyen nagy 9szer 60 kr.nak summája? — A' gyermekek 60hoz más 60at számlálnak, ennek summájához más 60at, 's ú. tovább, lépésenkint mondván: 6 tízes, 12 tízes, 18 tízes, 24 tízes, 30 tízes, 36 tízes, 42 tízes, 48 tízes, 54 tízes, vagy 540 kr. — Ha e' summának keresésében tudták volna könyv nélkül a' 9szer 6nak summáját: nem kellett volna nekik ilyen hosszason számlálni. Ez még megtörténhetett e' példában; de ha nagyobbak a' számok, a' számlálás is hosszabb — és a' gyermekek bizonyosan szívből fogják kívánni, hogy valami rövidebb mód ösmértessen meg velek.

Sok ebbéli példák által könnyen megösmértetheti a' Tanító tanítványaival, hogy szükséges legyen az egytől meg egyhez hasonló táblácskát készíteni, mellyből megtessenek azon summák, mellyek származnak, ha az egytől mind kilenczig való számok egyszer, mind tízszerig vétetnek, és hogy az ilyen táblácskát egyszer eggynek nevezhetni.

Potom učiteľ káže, aby žiaci počítali spamäti desiatky alebo stovky trikrát až desaťkrát, čo môžu robiť sčítaním a nech im ukáže, aká dlhá je táto práca, a čo by mali vedieť bez kníh pri riešení úloh, aby čo najrýchlejšie našli odpoveď. Na príkladoch je to viditeľnejšie. Učiteľ sa má spýtať napr. koľko je súčet 9-krát 60 grajciarov? Deti toto počítajú tak, že k 60 pripočítajú ďalších 60 a z toho vyjde súčet a k tomu pripočítajú ďalších 60 atď., krok za krokom: 6 desiatok, 12 desiatok, 18 desiatok, 24 desiatok, 30 desiatok, 36 desiatok, 42 desiatok, 48 desiatok, 54 desiatok, alebo 540 grajciarov. – Keby vedeli bez pomoci knihy koľko je 9 krát 6: tak by nemuseli tak dlho počítat'. Toto je ešte možné aj v tomto príklade, keby čísla boli väčšie. Vtedy by aj počítanie trvalo dlhšie – a aj deti by to veľmi chceli zvládnuť vyriešiť kratšou cestou alebo kratším spôsobom.

Na takýchto príkladoch učiteľ vie ľahko ukázať žiakom, aké sú potrebné tabuľky podobné tabuľke jedna a jedna, z toho vyplýva, že sú potrebné aj ďalšie tabuľky, v ktorých sú číslice brané viackrát od 1 až po 10, a tieto tabuľky môžeme nazvať jedenkrát jeden.⁶⁵

⁶⁵V súčasnosti by sme to nazvali malá násobilka.

51 §.

A' sokszorozó táblácskának elkészítéséről.

Ha átlátták a' tanítványok az egyszer egynek szükségét; vezetessenek ennek elkészítésére, a' minék öszveadás által kell történni. Itt ismét igen nagyon hasznos szolgálatot fognak tenni a' babszemek. A' Tanító tétet magának ezekből az asztalra két szemet, azután pedig megint két szemet, 's kérdezi tanítványát; hányszor tett két szemet? mennyi az öszveségesen? mennyi tehát két babszem meg két babszem? két alma meg két alma? mennyi mindenkor kettő meg kettő, vagy kétszer kettő? Ezt több tanítványaitól kikérdezi, hogy annál jobban nyomják emlékezetekbe e' tételt. *a)* Ez meglévén, tétet még az asztalra egyszer két babszemet, 's kérdezi tanítványait: hányszor két babszem fekszik most az asztalon? mennyi az mind öszveségesen? mennyi tehát háromszor két babszem? mennyi háromszor két dio? — háromszor két toll? mennyi mindenkor háromszor kettő? *b)* most öszvetéti ezen hat szemet, azután elvétel

-
- a)* Ezt eselekszi az egyszer egynek minden tétele után, mellyet tanítványaival feltalálatott.
b) Ekképen kell az egyszer egynek minden tételét több példákban kikérdezni a' gyerekektől, minnelötte az elvonna adatna elő.

51.§.

O príprave tabuľky násobenia

Keď už žiaci vidia význam počítania typu jedenkrát jeden; treba im ukázať, ako to pripraviť, a to musí byť urobené sčítaním. Tu opäť budú veľmi dobre slúžiť fazule. Učiteľ si zoberie z fazúl dve a ešte raz dve fazule a potom sa opýta od žiakov: Koľkokrát dal dve fazule na stôl? Koľko je to spolu? Koľko sú teda dve fazule a dve fazule? Dve jablká a dve jablká? Koľko je vždy dva a dva alebo dvakrát dva? To sa spýta viacerých žiakov, aby si to ešte lepšie zapamätali. a) Potom učiteľ dá na stôl jedenkrát dve fazule a opýta sa od žiakov: Koľkokrát dve fazule ležia teraz na stole? Koľko je to spolu, koľko sú teda trikrát dve fazule? Koľko sú trikrát dva orechy? – trikrát dve perá? Koľko je vždy trikrát dva? b) Teraz zoskupí tých 6 fazúl, potom zoberie

a) Toto precvičovanie prevedie za každou úlohou, ktorú žiaci vynášli jeho pomocou.

b) Podľa tohoto sa treba pýtať žiakov na 1 krát 1 vo viacerých variantoch príkladov a to predtým, ako by to chceli odčítať.

abból hármat, és az asztalra téteti, kérdezvén: hány fekszik még az előbbeni helyen a' hat bab szemből? Hányszor három szem fekszik az asztalon? mennyi az öszveségesen? mennyi tehát kétszer három? sokat fog használni, ha a' Tanító itten e' következő kérdéseket is keveri a' beszédbe: Ha én neked három különös ízben babszemeket adok, és mindenkor két babszemet adok; azután pedig kétszer három babszemet nyújtok: mikor adtam neked több babszemet, először, mikor háromszor kettőt, vagy másodszor, mikor kétszer hármat adtam? Látod tehát, hogy kétszer három éppen annyi, mint háromszor kettő. Most széjjel rakja a' hat babszemet kettőnkint az asztalon, 's tétet még a' tanítvánnyal kettőt, kérdezvén: hányszor két babszem fekszik az asztalonn? mennyi az öszveségesen? mennyi tehát négyszer kettő. Azután öszvetétevé e' nyolcz szemet, elvétet abból a' tanítvány által négyet, mellyet már helyre tétetvén, kérdezi a' tanítványt: mennyi maradott az előbbi helyenn? Hányszor négy van most az asztalonn? mennyi az öszveségesen? mennyi tehát kétszer négy? Ha én neked négy különös ízben babszemeket adok, és mindenkor kettőt adok, azután pedig kétszer négy babszemet nyújtok: mikor adtam neked több babszemet, először, mikor négyszer kettőt, vagy pedig másodszor, mikor kétszer négyet adtam? Látod tehát, hogy kétszer négy éppen annyi, mint négyszer kettő. Most is-

370

z toho tri fazule, položí na stôl a opýta sa: Koľko leží na stole zo šiestich fazúl? Koľkokrát tri fazule ležia na stole? Koľko je to spolu? Koľko je teda dvakrát tri? Veľa im bude pomáhať, ak učiteľ sa opýta aj nasledovné: Ak ti dám trikrát po dve fazule, potom ti dám dvakrát po tri fazule: v ktorom prípade som ti dal viac? V prvom prípade, keď som ti dal trikrát dve, alebo v druhom prípade, keď som ti dal dvakrát tri? Vidíš, že dvakrát tri je presne toľko ako trikrát dva. Teraz rozloží na stole šesť fazuľových semien v pároch a vyzve žiaka, aby pridal ešte dva a zároveň sa ho spýta: Koľkokrát dve fazule ležia na stole? Koľko je to spolu? Koľko je teda štyrikrát dva? Potom z tých ôsmich semien dá žiakovi vziať štyri, oddelia ich od ostatných a opýta sa ho: Koľko zostalo na predchádzajúcom mieste? Koľkokrát štyri fazule sú teraz na stole? Koľko fazuľ je to spolu? Koľko je teda dvakrát štyri? Keď ti dám fazule štyrikrát, vždy po dvoch kusoch, a potom ti dám dvakrát štyri fazule, v ktorom prípade som ti dal viac fazuľ, v prvom prípade, keď som ti dal štyrikrát dve, alebo v druhom prípade, keď som ti dal dvakrát štyri? Vidíš, že dvakrát štyri je presne toľko, ako štyrikrát dva.⁶⁶Teraz

⁶⁶Je možné to aj graficky znázorniť: ::::alebo:: ::

mét szét rakja a' nyolcz babszemet kettőnkint, és tétet hozzá újra két szemet, kérdezi hányszor két szem van az asztalonn? mennyi az öszveségesen? -mennyi tehát ötször kettő? Továbbá öszveteszi ezen tíz szemet, elvétet belőlle ötöt, kérdezi, mennyi maradott a' tizből az előbbeni helyen, hányszor öt babszem fekszik az asztalonn, mennyi az öszveségesen, mennyi tehát kétszer öt-babszem? 's a' t. mint fellyebb. Ezen hozzátételt minden előadott kérdésekkel folytatya mind addig, míg kétszer tizet, vagy tízszer két babszemet kap, azután pedig így szól: ki felel meg nekem azonnal helyesen ezen kérdésekre? mennyi kétszer két babszem? — háromszor kettő? — négyszer kettő? — ötször kettő? — hatszor kettő? — hétszer kettő? 's a' t. mennyi kétszer három? — kétszer négy? — kétszer öt? 's a' t. Erzsi eladott két csókát, mindeniket két krajczáronn, hány krajczárt kap mind a' két csókáért öszveségesen? a) Józsi vett magának két füzet papiroost,

a) Ha nem találhatnák ki még a' gyermekek az igaz feleletet, mellyet erre, vagy a' következő kérdésekre kellene adniok, segíteni kell őket annak feltalálásában megérzékítés által. A' fellyebb előadott esetben p. o. vegyen a' Tamító két könyvet, mellyek kipótolhattják a' csókákat, 's mondgya: Itt van neked egy csókát, adgy nekem érette két babszemet (krajczárt). Itt a' másik csóka is,

znovu rozloží na stole osem fazúl po dvoch a vyzve žiaka, aby pridal ešte dve, a sa ho spýta: koľkokrát dve fazule ležia na stole? koľko je to spolu? – koľko je teda päťkrát dva? Teraz zhrnie tých desať fazúl, dá z nich vziať päť a spýta sa: koľko zostalo z desiatich fazúl na predchádzajúcom mieste? Koľkokrát päť fazúl leží na stole? Koľko je to spolu, koľko je teda dvakrát päť atď.? a pokračuje, ako v predchádzajúcich prípadoch. Ďalším pridávaním sa znovu pýta, ako doteraz, kým nedostane k dvakrát desať, alebo desaťkrát dva, potom sa spýta: kto mi odpovie hneď správne na tieto otázky? koľko sú dvakrát dve fazule? – trikrát dve? – štyrikrát dve? – päťkrát dve? – šesťkrát dve? – sedemkrát dve? atď. Koľko je dvakrát tri? – dvakrát štyri? – dvakrát päť? atď. Betka predala dve kavky, každú po dva grajciare, koľko grajciarov dostane za dve kavky spolu? a) Jožo kúpil dva zošity,

a) Ak by žiaci ešte nevedeli správnu odpoveď, môže ich učiteľ naviesť názorným príkladom. V hore uvedenom príklade napríklad nech vezme dve knihy namiesto kaviek. Podá knihu žiakovi a povie: Tu máš kavku, daj mi za ne dve fazule (grajciarov). Tu máš aj druhú kavku, (pokračovanie na str. 372)

's mindenikért fizetett három krajczárt : mennyit kelle nekie fizetni a' két fűzetért öszveségesen ? — Juli vett magának két rőf galandot , mellyből minden rőf négy krajczárt ér : mennyit kell nekie a' két rőfért fizetni ? — Eggy Atyának van öt gyermeke , mindeniknek ezek közül ajándékoz két krajczárt , hány krajczárt kell nekie az ő öt gyermekének adni ? — Pali kap minden nap két krajczárt az annyától : hány krajczárt kap négy nap alatt ? Hány diót kellene nekem kiadni , ha kettőtök közül mindeniknek hatot akarnék adni ? — És hány diót kellene kiadnom , ha nyolcz gyermek közül mindeniknek kettőt akarnék adni ? — Édes Atyám ! monda egykor Józsi , ha te nekem két krajczárt adsz , az édes Anyám is két krajczárt , a' nagy-anyám is két krajczárt ; úgy hét krajczárt kapok öszveségesen : jól számlált ë az a' gyermek ? — Hallgass csak , monda Peti a' kis Jancsinak , tudod ë , hány lába van öszveségesen a' te két lovadnak ? Hat , felele Jancsi : helyyes volt ë ez a' felelet ? — Hány lába van nyolcz galambnak ? és hány lába van két juhnek ? — mond meg nekem , kinek van több babszeme , annak ë ,

adgy ezért is ismét két babszemet. Hányszor adtál nekem két babszemet ? Tehát éppen annyiszor , a' mennyiszor én neked eggy csókát (könyvet) adtam. Hány pedig kétszer két babszem ? 's a' t.

372

za každý jeden zošit zaplatil tri grajciare. Koľko zaplatil za zošity spolu? – Julka kúpila dva metre látky, z ktorej meter stál štyri koruny: koľko musela zaplatiť za dva metre? – Otec má päť detí, každému daruje dva grajciare. Koľko grajciarov dá spolu deťom? – Paľo dostane každý deň dva grajciare od mamy: Koľko grajciarov dostane spolu za štyri dni? Koľko orechov by som musel rozdať, ak chcem dať vám obom po šesť orechov? – A koľko orechov by som musel rozdať, ak by som chcel dať ôsmim deťom po dva orechy? – Môj milý otec, povedal raz Jožo, ak mi dáš dva grajciare, mamička mi dá tiež dva grajciare a babička mi tiež dá dva grajciare; tak budem mať spolu sedem grajciarov: Dobre rátať Jožo? – Počúvaj, hovorí Peťo malému Jankovi, vieš, koľko nôh majú spolu tvoje dva kone? Šesť – povedal Janko: Odpovedal správne? – Koľko nôh má osem holubov? – Koľko nôh majú dve ovce? – Povedz mi, kto má viac fazuľových semien,

(dokončenie zo str. 371) aj za tú mi daj dve fazule. Koľkokrát si mi dal dve fazule? Teda presne toľkokrát, ako som ti dal jednu kavku(knihu). Koľko sú teda dvakrát dve fazule. A tak ďalej.

a' kinek négy meg kettő, vagy annak, a' kinek 3szor kettő vagyon? — Ki ad ki naponkint több pénzt, azé, a' ki kilenczszer két garast, vagy pedig a' ki 8 meg 9 garast ad ki? — Nekem van 7 meg 6 juh, szomszédomnak pedig vagyon hétszer két juha, mellyiknek van kettőnk közül kevesebb juha? 's a' t.

Ezen gyakorlások után tesz a' Tanító háromszor három három babszem az asztalra, és kérdezi tanítványait: Hány babszem van minden sorban? Hányszor három babszem fekszik tehát az asztalonn? Hány babszem kétszer három babszem? És hány hat meg három babszem? Hány tehát háromszor három babszem is? Ha e' 9 babszemhez még egy babszemet tennék, hány babszemem lenne akkor? És ha a' tizhez két babszemet tennék még, hány lenne akkor? De ha ezen kilencz szemhez egyszerre tennék három babszemet, hánynak kellene akkor itten lenni? Teszek tehát három szemet. Hány szem van most ezen sorban? Tizenkettő. Hányszor kell vennünk hármat, hogy 12 legyen? négyszer. Mennyi tehát négyszer három? És mennyi háromszor négy? Így folytattatik a' tanítás mind tízszer háromig, azután pedig megpróbáltatnak a' tanítványok, vallyon benyomták emlékezetekbe az egyszer egynek azon tételeit, a' mellyekre tanítottak, feltétetvén nekik olyan példák, mint fellyebb.

ten, kto má štyri a dva, alebo ten, kto má 3-krát dva?– Kto minie denne viac peňazí, ten, kto minie deväťkrát dva groše, alebo kto minie 8 a 9 grošov? – Ja mám 7 a 6 oviec, môj sused má sedemkrát dve ovce. Kto má z nás menej oviec? A podobne.

Po týchto cvičeniach položí učiteľ na stôl trikrát tri fazule a pýta sa žiakov: Koľko fazúl je v každom rade? Teda koľkokrát tri fazule ležia na stole? Koľko je dvakrát tri fazule? A koľko je šesť a tri fazule? Koľko bude teda aj trikrát tri fazule? Ak by som pridal k týmto deviatim fazuliam ešte jednu, koľko fazúl by bolo spolu? Ak by som pridal k desiatim ešte dve, koľko fazúl bude spolu? Ak by som pridal k deviatim fazuliam naraz tri, koľko by ich tu malo byť? Pridám teda tri fazule. Koľko fazúl je v tomto rade? Dvanásť. Koľko kôp po troch fazuliach musíme utvoriť, aby bolo tu dvanásť fazúl? Štyri. Koľko je teda štyrikrát tri? A koľko je trikrát štyri? Takto pokračuje výučba až po desaťkrát tri. Následne budú žiaci preskúšaní podobnými príkladmi, aby sa zistilo, do akej miery si zapamätali tú časť násobilky, ktorú si precvičovali.⁶⁷

⁶⁷Tu je možné použiť model: :: :: alebo :: ::

Az eddig előadattakból könnyen átlátja a' Tanító, hogyan kellyen tovább vezetni a' tanítványokat, hogy az egyszer egynek egyéb tételeit is feltalállyák, már a' babszemeknek számlálása, már az egy meg egynek hasznolása által; azért ezeknek hosszas előadásával nem szaporítom a' könyvnek íveit. Itt csak arra intem még a' Tanító Urakat, hogy ne siessenek igen nagyon az egyszer egy tételeinek felkerestetésével, elégedgyenek meg kevés tétellel egyszerre, és annál inkább szorítsák tanítványaikat, hogy jól nyomják emlékezetekbe e' keveset. Nem az a' dolognak veleje, hogy a' tanítványok sokat tanuljanak, hanem az, hogy jól tudgyák azt, a' mit tanúltak. Továbbá: vigyázzon a' Tanító arra is, hogy, midőn az egyszer egynek tételeit példákba felöltözteti úgy, ammint fellyebb a' kétszer tiz, vagy tizszer kettő után történt, a' tanítványok maradgyanak meg a' kérdés mellett, és ne cseréllyék fel a' sokszorozandót a' sokszorozóval. P. o. ha ez adatna fel a' gyermekeknek: „Egy Tanítónak vala egy kosár almája, mellyeket 9 szorgalmatos gyermek között elosztott. Éppen annyi alma volt a' kosárban, hogy minden gyermeknek két almát adhatott.” Hány almát osztott el a' Tanító? — a' gyermekeknek mintegy ekképen kellene az ő gondolkodásokat kifejezni: „minthogy 9 gyermek volt, és mindenik két almát kapott: a' Tanítónak is

Z doterajších prednášok učiteľ ľahko posúdi, ako treba ďalej viesť žiakov, aby prišli na ostatné pravidlá násobilky jedenkrát jeden pomocou počítania fazúl a praktickým počítaním jedenkrát jeden; preto ďalším zdĺhavým vysvetľovaním nebudem zvyšovať počet strán tejto knihy. Tu len varujem pánov učiteľov, aby sa neponáhľali s výučbou násobilky, nech sa uskromnia menším učivom, radšej o to viac majú podporovať žiakov, aby sa čo najviac naučili to málo. Podstata veci nie je v tom, aby sa žiaci veľa naučili, ale to, aby vedeli to, čo sa naučili. Ďalej: Nech dáva pozor učiteľ aj na to, že keď bude dávať príklady z násobilky jedenkrát jeden, nech postupuje tak, ako sa to robilo vyššie, v prípade dvakrát desať alebo desaťkrát dva, žiaci majú ostať pri zadanej otázke, nech si nezamenia poradie násobenca a násobiteľa. Napríklad, ak by zadal túto úlohu: „Učiteľ mal jeden košík jabĺk, ktoré rozdelil medzi 9 usilovných žiakov. Akurát toľko jabĺk bolo v košíku, že mohol dať každému žiakovi dve jablká.“ Koľko jabĺk rozdelil učiteľ? –Deti by sa mali takto zamyslieť: „Keďže bolo 9 žiakov, každý dostal dve jablká:aj učiteľ musel mať

„9szer két almájának kellett lenni a' kosárban, mert 9szer két alma 18 alma;” ellenben pedig nem szabad lenne elfogadni ezen feleletet: „kétszer 9 alma 18 alma”, mert ez nem foly közbevetetlenül a' kérdésből, vagy feladásból, hanem következtetések által, — mellyeket nem várhatni a' kis gyermekektől — kell azt először levonni. Az ebbéli felelet tehát minden gondolkodás, elmélkedés nélkül adatik, az illyennel pedig nem elégedhet meg a' Tanító.

52. §.

Az egyszer eggynek alkalmaztatása.

A' Tanító kevés fáradsággal vétetheti tanítványait az egyszer eggynek következő alkalmaztatásaira:

I. Alkalmaztatás. A' tízeseket, százásokat, és ezereket kétszer, mind tízszerig venni. P. o. Jancsinak az atya vett két lovat, minden loért adott 90 forintot; mennyit adott tehát a' két loért öszveségesen? Hogy a' tanítvány e' kérdésre felelhessen, kérdeztessen: kétszer 9 mennyi legyen? Helyes felelet után kérdeztessen: minthogy kétszer 9 eggyes 18 eggyes, hány tízes lesz a' kétszer 9 tízes? Ha jól felelt a' tanítvány kérdeztessen: mennyi legyen tíz tízes, vagy tízszer tíz? és mit mondhatni nyolcz tízes helyett? 's meglesz oldva a' kérdés. — Bi-

9 krát dve jablká v košíku, lebo 9 krát dve jablká sú 18 jablák,“ a nemal by prijať takú odpoveď, že „dvakrát 9 jablák je 18 jablák“, lebo to nezávisí bezprostredne od tejto otázky alebo z tohto príkladu, ale z usudzovania, – ktoré nemôžeme očakávať od malých detí – treba to odvodiť. Takáto odpoveď vzniká bez nejakého rozmýšľania, uvažovania a učiteľ sa s tým nemôže uspokojiť.

52.§.

Používanie násobilky jedenkrát jeden

Učiteľ s malým vynaložením sily vie svojich žiakov podnecovať k nasledujúcemu aplikovaniu násobilky jedenkrát jeden:

I. Použitie: Desiatky, stovky a tisícky násobiť dvoma až k desať-tisícke. Napríklad: Jankov otec kúpil dva kone, za každého koňa dal deväťdesiat forintov; koľko dal za dva kone spolu? Aby žiak na túto otázku vedel odpovedať, musí sa ho učiteľ opýtať: Dvakrát 9 je koľko? Po správnej odpovedi sa má učiteľ opýtať: dvakrát deväť jednotiek je osemnásť jednotiek, koľko desiatok bude dvakrát deväť desiatok? Keď dobre odpovedal žiak, má sa ho učiteľ ďalej pýtať: Koľko má byť desať desiatok alebo desaťkrát

desať? A čo môžeme povedať namiesto osemdesiat? A otázka bude vyriešená.

zonyos ember bérbe vett három pusztát, mindenikért fizet 900 forintot; hány forintot fizet a' három pusztáért öszveségesen? Itt is legelőször arra kell a' gyermeket reá emlékeztetni, mennyi eggyes légyen a' háromszor 9 eggyes? Innen kérdezze hány száz a' 3szor 9 száz? mennyi a' tízszer száz forint? minthogy tízszer 100 forint ezer; hány forint lesz a' húszszor 100 forint? 's a' t.

Az egyszer eggynek első alkalmaztatása vezet a' következő

II. Alkalmaztatásra. Az eggyesekből álló számot tízesekkel, százásokkal, vagy ezéresekkkel sokszorozni.

a) Az eggyeseket húszszor mind százszorig venni, vagy húszszal mind százig sokszorozni.

A' gyermekek tudgyák könyv nélkül, hány légyen kétszer, háromszor 's a' t. mind kilenczszor tízig, vagy tízszer kettő, három 's a' t. mind kilenczig; de nem is tudnak különben semmit, a' mi nekik útát mutatna annak kiszámlálására. — Ez tehát új tárgya az elmélkedésnek, és — ha láttya a' Tanító, hogy a' gyermekek az ebbéli feladások' kiszámlálásának módgyát felfedezték — új öröm is mind reá, mind tanítványaikra nézve! — Azonban legnagyobb részét a' gyermekeknek szükséges vezetni ezen módnak feltalálására. Azon példa, mellyet az ebbéli feladásoknak megoldásáról előadánk, meg-

376

Istý človek si prenajal tri pusty, všetky za 900 forintov; koľko celkovo zaplatí za tri pusty? Dieťaťu treba predovšetkým aj tu pripomenúť, koľko jednotiek bude trikrát deväť jednotiek. Tiež sa treba spýtať, koľko stoviek je 3 krát 9 sto?, koľko je desaťkrát 100 forintov? keďže desaťkrát 100 forintov sa rovná tisíc forintom, koľko forintov bude dvadsaťkrát 100 forintov? atď.

Z prvej aplikácie násobilky vyplýva

II. Použitie. Čísla pozostávajúce z jednotiek násobiť desiatkami, stovkami alebo tisíckami.

a) Jednotky zobrať dvadsaťkrát až stokrát alebo vynásobiť dvadsiatimi až stami.

Deti už vedia aj bez knihy, koľko je dvakrát, trikrát atď. až deväťkrát desať, alebo desaťkrát dva, tri atď. až k deväť; ale nepoznajú nič, čo by im pomohlo k vypočítaniu spomínaných príkladov. – Toto je teda novým objektom úvahy a – ak učiteľ vidí, že deti sa už naučili metódy vypočítania takýchto príkladov – znamená to veľkú radosť aj pre neho, aj pre jeho žiakov! – Podstatnú väčšinu detí však treba naviesť k osvojovaniu si týchto metód. Úloha, ktorú by sme uviedli na vypočítanie uvedených príkladov, naznačí učiteľovi, ako treba viesť deti v tomto momente.

mutattya a' Tanítónak, hogyan kellyen ne-
 kie tanítványainak elmélkedését, okoskodá-
 sát e' pontban kormányozni, vezetni. „Hány
 „forintot tesz olyan 40 darab bankó, mel-
 „lyek közül minden darab 5 forintot ér?”
 Itt kérdezi a' Tanító tanítványát: hány-
 tíz darab bankó a' negyven darab? négy-
 szer tíz. Minthogy minden darab bankó 5
 forintot ér, hány-szor 5 forintot ér a' 10
 darab ilyen bankó? tízszer 5, vagy 50 fo-
 rintot. Tehát 10 darab 5 forintos bankó,
 vagy 50 forint ugyanazon egy. Minthogy
 10 darab 5 forintos bankó annyi, mint 50
 forint, nem lehetne ezért a' négyszer 10
 darab 5 forintos bankóért is négyszer 50 fo-
 rintot tenni? mennyi pedig négyszer 50 fo-
 rint? — Illyen több feladásoknak megol-
 dása után le kell a' tanítványokkal vonatni
 e' következő törvényt: „Ha valamely
 számot az egytől kilenczig húzsor, har-
 minczszor, 's a' t. mind százig kell venni,
 akkor előbb az egyes számot tízszer kell
 venni, azután pedig ezen summát annyi-
 szor, a' hány tízest foglal magában a' má-
 sik szám.” — Más példa: mennyi a' száz-
 szor 8? Hány tízes van a' százban? és men-
 nyi a' tízszer nyolcz? Hány tízes van a'
 nyolczvanban? Vegyünk tehát nyolczvan
 helyett nyolcz tízest. Hány tízest tesz nyolcz-
 szor 10 tízes? nyolczvan tízest? minthogy
 10 tízes százat tesz, mennyit fog tenni 80
 tízes? nyolcz százat. (Ha a' gyermek e' kí-

„Akú hodnotu má 40 takých bankoviek, z ktorých všetky majú hodnotu 5 forintov?“ Učiteľ sa tu opýta svojho žiaka: Koľkokrát desať kusov bankoviek je štyridsať bankoviek? Štyrikrát desať. Ak všetky bankovky majú hodnotu 5 forintov, koľkokrát 5-forintovú hodnotu má 10 takýchto bankoviek? Desaťkrát 5 alebo 50 forintov. Z toho vyplýva, že 10 kusov 5-forintových bankoviek a 50 forintov je to isté. Nakoľko 10 kusov 5-forintových bankoviek sa rovná 50 forintom, nebolo by preto možné za štyrikrát 10 kusov 5-forintových bankoviek zaplatiť štyrikrát 50 forintov? koľko je štyrikrát 50 forintov? – Po riešení viacerých takýchto príkladoch treba naviesť žiakov, aby vyvodili nasledujúce pravidlo: „Ak akékoľvek jednociferné číslo treba brať dvadsaťkrát, tridsaťkrát atď. až stokrát, tak najprv jednotku treba brať desaťkrát, potom túto sumu znásobiť toľkým, koľko desiatok obsahuje druhé číslo.“ – Iný príklad: Koľko je stokrát 8? Koľko desiatok je v stovke? A koľko je desaťkrát osem? Koľko desiatok je v osemdesiatich? Zoberme teda osem desiatok namiesto osemdesiat. Koľko desiatok je osemkrát desať desiatok? Nakoľko desať desiatok je sto, koľko bude osemdesiat desiatkov? Osemsto. (Ak by dieťa

378

vántt feléletet nem ádná a' feltett kérdésre, kérdeztessen: hányszor tíz tízes van a' 80 tízesben? minthogy a' 80 tízesben 8szor tíz tízes van, tíz tízes pedig százat tesz: hány százat tesz tehát nyolczszor tíz, vagy 80 tízes? *)

b) Az egyeseket kétszázszor mind ezerszerig venni. — Hogyan kellyen ennek történni, könnyen következtetheti az előbeniekből; azért elegendő lészen erről csak egy példát annak feloldásával ide iktatni. „Hány tallér ezerszer 9 tallér?” Ezer annyi, mint tízszer száz. Százszor 9 tallér annyi, mint 9 száz tallér, tízszer kilencz száz pedig annyi, mint kilenczvenszer száz tallér, vagy 9 ezer tallér.

c) Az egyeseket két ezerszer mind kilenczszerig venni. P. o. hány tallér ötezszer 4 tallér? Ezerszer 4 tallér annyi, mint 4 ezer tallér. Ötször négy ezer tallér annyi mint húsz ezer tallér.

III. Alkalmaztatás. A' tízesekből, vagy százásokból álló számot néhány tízszer venni. P. o. egy Úr megajándékozott húsz

*) Ha az a' Tanítónak szándéka, hogy tanítványait a' gondolkodásban, és a' tulajdonképen úgy nevezett számjelek nélkül való számvetésben — a' költő erőnek minden öszvemunkálkodása nélkül — gyakorollya: ne közöllye velek azon törvényt, hogy tegyenek gondolatlyokban egy nullát azon számhoz, melyet 10szer kell venni.

378

nebolo schopné zodpovedať túto otázku, treba sa ho opýtať: Koľko desať desiatok je v 80 desiatkach? Keďže v 80 desiatkach je 8 krát desať desiatkov a desaťkrát desať sa rovná stom: koľko sto je teda osemkrát desať desiatok alebo osemdesiat desiatok?*)

b) Treba brať jednotky dvesto krát, až tisíckrát.– Ako sa to má diať, sa dá ľahko odvodiť z predchádzajúceho príkladu a preto stačí na túto otázku len jednu úlohu rozlúštiť: „Koľko toliarov je tisíckrát 9 toliarov? Tisíc je toľko ako desaťkrát sto. Stokrát 9 toliarov sa rovná deväťsto toliarom, desaťkrát deväťsto je deväťdesiat krát sto toliarov, čiže 9-tisíc toliarov.

c) Treba brať jednotky dvetisíc krát, až k deväťtisíc. Napríklad: koľko toliarov je päťtisíc krát 4 toliare? Tisíckrát 4 toliare sa rovná štyrom tisícom toliarov. Päťkrát štyritisíc toliarov je dvadsaťtisíc toliarov.

III. Použitie. Číslo, ktoré sa skladá z desiatok alebo zo stoviek, treba brať niekoľko desaťkrát. Napríklad: Jeden pán daroval dvadsiatim

* Ak má učiteľ za cieľ to, aby si jeho žiaci v myšli precvičovali takzvané číselné operácie bez použitia číslíc tak jediné čo musí urobiť je precvičovať to s nimi : Nech im neprezradí hneď zákon v ktorom by mali vo svojej myšli pridať nulu k tomu číslu, ktoré treba 10 krát brať.

szegényt, 's mindeniknek adott 70 forintot: mennyit adott tehát a' 70 szegénynek összeségesen? Az ebbéli példának megoldásában úgy kell menni, mint a' második Alkalmaztatásban a) alatt mondatott. Tízszor 70, vagy tízszer hét tizes annyi, mint 70 tizes, vagy hétszer tíz-tizes. Minthogy tíz tizes százat tesz, tehát hétszer tíz tizes annyi, mint hétszáz. Ennyit kapott tíz szegény. De itt 20 szegényről van a' szó, ezért a' hét százat kétszer kell venni, 's lesz 14 száz, vagy ezer négyszáz. — Egy uraságnak van 40 adóssa, mindenik tartozik nekie 800 forinttal; hány forinttal tartoznak tehát nekie a' 40 adósok összeségesen? — Negyven annyi mint négyszer tíz. Minden tízszer nyolczszáz forint annyi, mint 80szor száz forint, vagy nyolczszor tíz száz forint, vagy nyolcz ezer forint. Ezzel tartozik az Úrnak tíz adós, tehát 40 adós tartozik négyszer nyolcz ezer forinttal, vagy harmincz két ezer forinttal.

Ez, és az előbbi alkalmaztatás c) alatt olyan számokra vezet, mellyek tíz ezerekből állanak. Észre kell vétetni a' gyermekkel, hogy nem ösmernek még ilyen számokat.

IV. Alkalmaztatás. Ollyan számot, a' melly egyesekből, és tízesekből áll, kétszer mind tízszerig venni. Itt meg kell jegyezni, hogy jobb legyen előbb a' tízeseket, azután pedig az egyeseket sokszo-

chudobným peniaze, každému po 70 forintov: Koľko forintov mohol dať sedemdesiatim chudobným spolu? Tieto úlohy treba vypočítať podľa druhej aplikácie, ako to bolo povedané v bode a) Desaťkrát 70, alebo desaťkrát sedem desiatok je toľko, ako 70 desiatok, alebo sedemkrát desať desiatok. Keďže desať desiatok je dohromady stovka, teda sedemkrát desať desiatok je toľko, ako sedemsto. Toľko dostali desiati chudobní. Ale tu je reč o 20 chudobných a preto sedem stoviek treba brať dvakrát, takto dostaneme 14 stoviek, alebo tisíc štyristo. – Jeden pán má 40 dlžníkov, každý mu dlží 800 forintov; koľko forintov mu dlží 40 dlžníkov spolu? – Štyridsať je toľko ako štyrikrát desať. Každých desaťkrát osemsto forintov je toľko, ako 80 krát sto forintov alebo osem tisíc forintov. Takže osem tisíc forintov je dlžný pánovi desať dlžníkov, teda 40 dlžníkov dlží štyrikrát osem tisíc forintov alebo tridsaťdva tisíc forintov.

Tá a predchádzajúca aplikácia pod bodom c) vedie k takým číslam, ktoré sa skladajú z desať tisícov. Treba upozorniť deti, že také čísla ešte nepoznajú.

IV. Použitie Treba brať také číslo, ktoré sa skladá z jednotiek a z desiatok a toto násobiť dvakrát až desaťkrát. Tu musíme upozorniť, že je lepšie brať najprv desiatky a potom jednotky a tak vynásobiť.

rozni. P. o. János gazda 4 ízben kapott pénzt, minden ízben 64 for. hány forintot kapott tehát négy ízben öszveségesen? E' kérdésnek megoldásában így kellene menni a' mondattak szerint: négyszer 60, vagy 6 tízes, annyi mint 24 tízes. Minthogy 10 tízes annyi, mint száz, 24 tízes annyi, mint két száz 4 tízes, vagy 240. Most sokszorozván a' 4 eggyest, melly a' 60 mellett áll, négyszer 4 annyi mint 16. Ezt hozzá adván a' 240hez lesz 256.

Ezen bánásmódra könnyen vezethetni a' tanítványokat; mert ha figyelmetesekké tétének az öszveadásnak és kivonásnak hasonló példáira, önmagoktól is reá akadnak ezen módra. *a)*

53. §.

Az elosztáshoz való előkészülés.

Ha a' számjelek nélkül való sokszorozásnak előhozott eseteiből annyi sok példa adatott fel a' gyermekeknek kiszámlálás, és megfejtés végett, hogy nem csak világosan átlátták azokat, hanem készséget is nyertek mindenben: lehet benne új észképeket támasztani, vagy inkább lelkeikben már meg-

a) Az eddig előadattak után következhet a' számjelekkel való sokszorozás az szerint, amint ez alább előadatik, ha mind a' két nemű számvetés egymással adatik elő.

380

Napríklad: Gazda Ján dostal v 4 splátkach peniaze, pri každej splátke 64 forintov, koľko peňazí teda dostal spolu pri týchto štyroch splátkach? V tejto otázke by bolo potrebné postupovať takto: štyrikrát 60 alebo 6 desiatok je toľko ako 24 desiatok. Keďže desať desiatok sa rovná stovke, tak potom 24 desiatok je toľko, koľko dve stovky a štyri desiatky, čiže 240. A teraz rozmnožiť štyri jednotky, ktoré stoja pri 60-ke, znamená vypočítať štyrikrát štyri, čo je 16. Keď pripočítam 16 k 240, dostaneme 256.

Na tieto jednoduché postupy je ľahké naviesť žiakov, lebo keď sa naučia postupovať podľa podobných úloh na sčítanie a odčítanie, tak aj sami prídu na odpoveď. a)

53.§.

Príprava k deleniu

A teraz, keď sme už nazhromaždili toľko príkladov deťom na násobenie bez číslíc, a kvôli úlohám, z ktorých získali nielen schopnosti ale aj zručnosti: môžeme v nich vzbudiť aj iné rozumové prvky alebo môžeme

a)Po tomto učive môže nasledovať vyučovanie veľkej násobilky s využitím číselných znakov podľa toho, ako sú oba druhy početových operácií (násobenie a delenie) spolu prednášané žiakom.

lévő, noha még homályos észképeket megvilágosítani. Az egyenlő részekre való elosztásnak képzete bizonyára nem léssen egészen új előttök: mellyik gyermek nem hallott már valamit szülőinek házában, vagy játszó társai között sok almának elosztásáról, mellyekből kiki ugyanannyit kap? — Vezessük tehát őket észrevétetlenül a' számvetésnek negyedik főnemére: az elosztásra. — Hogy ezt megtehessük, hogy őket elmélkedéseknek ezen új tárgyára lassan lassan vezérellyük: szükséges nekik a' számjelek nélkül való sokszorozásra, több olyan példákat feladni, mellyekbe be van szöve az egyenlő részekre való felosztásnak észfogása. Imhol egy pár ilyen példa:

1) Némelly atya egykor olyan nagyon örült gyermekei' jó magaviseletének, és szorgalmának, hogy egy tányér cseresznyét elosztta közöttök. Minden gyermekének ugyanannyit, 30 szem cseresznyét adott. Három gyermeke volt pedig; hány szem cseresznyét osztott el az atya közöttök? Itt mind kiszámlálás előtt, mind azután mintegy e' következő kérdéseknek lenne helye: Hány szem cseresznyéből állott minden gyermeknek része? — Hányszor harmincz szem cseresznyének kellett a' tányéronn lenni? — Hány egyenlő részre osztatott el a' 90 szem cseresznye?

2) „Négy katona felosztta maga között „a' háborúban nyertt zsákmányt. Kiki kö-

naučené zručnosti ďalej rozvíjať. Delenie na rovnaké časti pravdepodobne nie je pre nich nové: Ktoré dieťa by nepočulo doma od rodičov alebo medzi kamarátmi, ako rozdeliť veľa jabĺk rovnomerne? – Vedme ich nebadateľne na štvrtú hlavnú početovú operáciu: na delenie. – K tomu, aby sme to urobili, aby sme ich pomaly pripravili na tento nový predmet činnosti: musíme im zadať niekoľko príkladov na násobenie bez číselných znakov, na ktorých konci príde aj delenie na rovnaké časti.

Teraz uvedieme niekoľko príkladov:

1) Otec sa raz tak potešil dobrému správaniu svojich detí, že kvôli tomu im rozdelil misu čerešní. Každému svojmu dieťaťu dal rovnako po 30 kusov. Mal spolu tri deti. Koľko kusov čerešní im rozdelil otec spolu? Ako aj v predchádzajúcich úlohách, mohli by nasledovať aj pred počítaním aj po počítaní otázky: Koľko čerešní mali deti zvlášť? – Koľkokrát tridsať čerešní by malo byť na tanieri? – Na koľko rovnomerných častí sa dá deliť 90 kusov čerešní?

2) „Štyria vojaci si rozdelili medzi sebou korisť, čo získali vo vojne. Každý

„zülök kapott a' maga részére 79 forintot ;
 „milyen nagy volt az egész zsákmány ?”
 3) „Az öreg Péter gazda vidám, és
 „megelégedve hala meg, mivel tudta, hogy
 „jól használta életének üdejét, és használt
 „felebaráttjainak. Hagyott maga után 5
 „jól neveltetett gyermeket. Testamentoma
 „szerint a' vagyonnya öt egyenlő részre
 „osztatott fel, és minden gyermeke kapott
 „a' maga részére 2356 forintot. Milyen
 „nagy volt Péter gazdának egész vagyon-
 „nya ?” a)

Minekutánna ebbéli példák által megös-
 mértettük a' gyermekekkel, mit tesz elosz-
 tani, azon kell ügyekezni, hogy ezen sza-
 vaknak: egész, fél, harmad rész 's a'
 t. értelme a' tanítványoknak szemlélések ál-
 tal jól megvilágosítasson, azután pedig a-
 dassanak fel nekik erről sokszorozásbéli pél-
 dák. Ezt megtehetni ekképen:

A' Tanító elkészít magának egy ív, ár-
 kus, papirost, 's így kezdi magyarázását:

a) Ha a' feladott példákban olyan szavak jön-
 nek elő, mellyek ösmeretlenek még a' tanít-
 ványok előtt; ezeket meg kell nekik ma-
 gyarázni. A' fellyebb előadott példákban il-
 lyenek lennének p. o. e' szavak: háború,
 zsákmány, felebarát, testamentom,
 vagyon. Ez valóságosan kellemetesebbé, és
 kedvesebbé teszi a' számvetésnek tanítását,
 minthogy ez által különbféliek kerülnek elő
 a' tanításban. „Varietas delectat.”

382

z nich dostal 79 forintov; koľko forintov obsahovala korist’?“

3) Starý gazda Peter veselo, spokojne zomrel, nakoľko vedel, že dobre využil čas svojho života a pomáhal svojim blízkym. Po sebe zanechal 5 dobre vychovaných detí. Podľa jeho závetu, jeho majetok sa rozdelil na päť rovnakých častí a všetky jeho deti rovnako dostali 2356 forintov. Aký veľký bol majetok gazdu Petra?“ a)

Keď na základe takýchto príkladov sme zoznámili detis delením, treba ich oboznámiť, čo znamenajú pojmy: celok, polovica, tretina, aby to deti jasne pochopili a potom im môžeme zadať príklady na delenie. Na to máme možnosť nasledujúcim spôsobom:

Učiteľ pripraví pre seba papier a začína takto vysvetľovať:

a) Keď v zadaných príkladoch nájdú neznáme slová, treba im vysvetliť, čo znamenajú. Napríklad v hore uvedených príkladoch sú takéto: vojna, korist’, blížny, závet, bohatstvo. Táto metóda slúži na láskavejšie a príjemnejšie ovládanie matematiky, lebo objaví sa niečo iné vo vyučovaní. „Varietasdelectat.“

„A' mi nincsen még darabokra osztva, az egész, és annyira egésznek neveztetik. Ez az ív papiros egész, mivel nincsen darabokra metszve, ez tehát eggy egész. Azután kétfelé vágja az ív papirost; és kérdezi tanítványaait: leheté még ezt az ív papirost egésznek nevezni? miért nem lehet azt egésznek nevezni? Hány darabra metszette, vagy osztotta el most az ív papirost? Ezen kérdések után azt mondgya: minden darab, melly valamelly egészből el-metszetik, vágatik, elvételik azon egész részének neveztetik. Most megmérési tanítványaival az ívnek részeit, mellyekre azt elosztá, és kérdezi: mellyik rész nagyobb e' kettő közül? Helyes felelet után ezt mondgya: mivelhogy az eggyik rész olyan nagy, mint a' másik, azért ezek a' részek eggyenlő részeknek neveztetnek. De ha azt az ív papirost úgy elosztottam volna, mint ezt, (itt más az előbbenilhez hasonló ív papirost két nem eggyenlő darabra oszt) nevezhetném annak részeit eggyenlő részeknek? miért nem nevezhetném akkor annak részeit eggyenlő részeknek? minthogy nem nevezhetném annak részeit eggyenlő részeknek akkor, ha az eggyik részt nagyobbra vágtam volna, mint a' másikat, millyeneknek nem nevezhetem a' második ívnek részeit is azért, mivel eggyet azok közül nagyobbra vágtam? miért nem nevezhetem a' második ívnek részeit eggyenlő részeknek?

„Čo nie je rozdelené na časti, je celé a nazýva sa celok. Tento hárok papiera je celok, nakoľko nie je rozstrihnutý, toto je teda jeden celok. Potom učiteľ rozstrihá hárok papiera na dve časti opýta sa žiakov: Môžeme nazvať tento hárok papiera ako celok? Prečo ho nemôžeme nazvať ako celok? Na koľko častí som rozstrihal alebo rozdelil teraz hárok papiera? Po týchto otázkach konštatuje: Každý kus, ktorý je odstrihnutý, zobrahaný z celku, nazývame ako časť z celku. Teraz nechá odmerať žiakom jednotlivé časti hárku papiera opýta sa: ktorá časť je väčšia z dvoch častí? Po správnej odpovedi hovorí: Pretože prvá časť je taká istá veľká ako druhá časť, hovoríme o rovnakých častiach. Keby som ten druhý hárok papiera rozdelil takto ako tento papier (teraz jeden druhý papier, ktorý sa podobá predošlému rozdelí na dve nerovnaké časti), mohol by som nazvať časti papiera ako rovnaké? Prečo by som nemohol nazvať jeho časti za rovnaké? A takisto nemôžem nazvať časti papiera za rovnaké v tom prípade, keby som rozstrihal jednu časť na väčšiu ako druhú, ako nemôžem nazvať časti druhého hárku papiera, keby jeden bol väčší než druhý? Prečo nemôžem nazvať časti druhého hárku papiera ako rovnaké časti?⁶⁸

⁶⁸Tu je skrytá propedeutika zlomku jedna polovica, ako aj celého tematického celku v školskej matematike zlomok.

Itt van négy krajczár, oszd el azokat két egyenlő részre! — hány krajczár jön egy részre? és a' másikra? minthogy egy részre is két krajczár jön, a' másikra is kettő, millyenek ezért ezek a' részek? Egyenlő részek. Jól vagyon. Vigyázzatok, éd. gy.! és jegyezzétek meg magatoknak azt, a' mit most fogok mondani: Ha egy ív papiroost, vagy egy rakás krajczárt; vagy akármedly egészet két egyenlő részre elosztunk, akkor minden részt az egész felének nevezünk. Mutasd nekem az itt előttem lévő papirosok között fél árkust, az árkusnak felét! (Ezutánn elővévén egy darabot a' másik árkusból, mellyet nem egyenlő részre osztott) mondhatomē ezt az árkus felének? miért nem mondhatom ezt az árkus felének? Ha én neked fél almát akárnék adni, mit kellene nekem akkor az almával cselekedni? Hány darabra kellene azt vágnom? És millyen két darabra, vagy részre kellene azt vágnom? — Most elővesz a' Tanító egy darab papiroost, és felvágja azt három egyenlő részre, azután pedig így kérdezősködik: Hány részre osztottam én fel most ezt a' darab papiroost? millyen részek ezek azért, mivel az egyik olyan nagy, mint a' másik? egyenlő részek. Én ez előtt azt mondtam, hogy, ha valami egész két egyenlő részre osztatik, mindenik rész félnek neveztetik: hogyan nevezhetem ezen három részeket, minthogy ezek is

Tu sú štyri grajciare, rozdeľ ich na dve rovnaké časti! –Koľko grajciarov zostane v prvej časti? A v druhej? Keďže v obidvoch častiach sú dva grajciare, čiže rovnaké časti, aké sú tieto časti? Sú to rovnaké časti. Dobré. Dávajte pozor a zapamätajte si, čo teraz budem hovoriť: Keď niečo také ako kus papiera alebo kopy grajciarov delíme na dve rovnaké časti, tak každú časť nazývame polovica celku. Ukáž mi medzi týmito papiermi polovicu papiera! (Potom si učiteľ vyberie z druhej kopy papiera jeden hárok papiera, ktorý rozdelil na rozličné, nerovnaké časti.) Môžem toto nazvať polovicou hárku papiera? Prečo to nemôžem nazvať polovicou hárku papiera? Keby som ti chcel dať polovicu jablka, čo by som mal robiť s tým jablkom? Na koľko častí by som ho mal rozkrájať? A na aké dve časti by som ho mal rozkrájať? – Učiteľ teraz vyberie jeden hárok papiera a rozstrihá ho na tri rovnaké časti, potom kladie nasledujúce otázky: Na koľko častí som rozdelil tento hárok papiera? Aké sú tieto časti, keď jedna je taká veľká ako druhá? Sú to rovnaké časti. Pred chvíľkou som hovoril, že keď celok rozdelíme na dve rovnaké časti, každú časť nazývame polovica. Ako môžem nazvať tieto tri časti, keď tieto

is egyenlő részek? Ha feltalálja magát a tanítvány, és azt mondja, hogy ezen egyenlő részeket nem lehet feleknek mondani, elő kell vele adni annak okát, miért nem lehet ezen részeket feleknek mondani, noha egyenlő részek? Ha pedig kétségkedvén hallgat, vagy éppen azt mondja, hogy ezen részeket is nevezhetni feleknek, kérdeztessen: hány egyenlő részre osztatik az egész akkor, midőn ezen egyenlő részek feleknek neveztetnek? 's a' t. Hány részre osztatott pedig most a' darab papiros? Ezen kérdések után így folytattya továbbá a' Tanító tanítását: Vigyázzatok édesgyer. és jegyezzétek meg magatoknak azt, a' mit most fogok mondani: Ha valamely egész három egyenlő részre, darabokra osztatik, akkor minden darab az egész harmadának, vagy harmad részének neveztetik. Most elővesz egyet ezen három darabok közül, és kérdezi tovább: hányada, vagy hányadik része ez a' felvágott papirosnak? miért harmada a' felvágott papirosnak? Hány részre kell az egészet elosztani, hogy azok a' részek az egésznek harmad részei legyenek? De millyennek kell lenni annak a' három résznek, hogy mindenik egy harmada lehessen az egésznek? Hány harmada, vagy harmad rész van egy egészben? Háromszor három mennyi az? De mi a' három a' kilenczből? harmad rész. Többféle kérdések után, mellyek a' dolognak

časti sú tiež rovnaké? Keď sa žiak vynájde sám a povie, že tieto rovnaké časti nemôžeme nazvať ako polovice, tak sa ho musíme spýtať na dôvod, prečo nemôžeme tieto časti nazvať ako polovice, keď sú to rovnaké časti? A keď sedí potichu, má pochybnosti, alebo práve povie, že tieto časti môžu byť polovice, treba sa ho opýtať: na koľko rovnakých častí sa dá deliť celok vtedy, keď tieto rovnaké časti sú nazvané ako polovice? Atd'. Na koľko častí je rozdelený teraz tento kus papiera? Po týchto otázkach takýmto smerom vedie učiteľ vyučovanie: Dávajte pozor milé deti a zapamätajte si to, čo vám teraz poviem: Keď hocijaký celok sa rozdelí na tri rovnaké časti alebo kusy, vtedy každý kus tvorí tretinu z celku. Teraz si vezme jeden kus z tých troch kusov a ďalej sa pýta: Koľká časť je to zo zostrihaného hárku papiera? Prečo je to tretina zo zostrihaného hárku papiera? Na koľko častí treba rozdeliť celok, aby tie časti zostali tretinami z celku? Akými musia byť tie tri časti, aby každá z nich mohla byť jednou tretinou z celku? Koľko tretín nájdeme v jednom celku? Trikrát tri je koľko? Ale koľko je tri z deväť? Tretina. Po viacerých takýchto otázkach, ktoré slúžia na to,

megvilágosítására szolgálnak, elővesz a' Tanító egyet a' fél ív papirosokból, 's mondgya: Láttjátok, fiaim! én felvágom most az egy árkus papirosnak felét két egyenlő részre; azután a' másik féllal is azt cselekszi, 's kérdezi: hány darabból, vagy hány részből áll most az egész árkus papiros? Millyenek ezek a' részek? egyenlők. Ha ezt nem találják ki a' gyermekek, mérse meg velek a' részeket, hogy saját szemekkel lássák, győződgyenek meg, és világosabb észfogást nyerjenek. Ez ha késleli is azelőbbre való lépést, de a' tanítást világosabbá teszi, és annak megtartására sokat tesz. Ezek után figyelmezésre intvén tanítványait, ezt mondgya: Ha valaméty egész négy egyenlő darabra, részre, osztatik, minden darab, vagy rész az egésznek negyedgye, vagy negyed része. Hányadik része az egésznek a' negyed? Hány negyed vagy negyed rész van az egészben? Itt van nyolcz babszem, oszd el azt négy részre! Jól van! hány szem jön egy részre? Hogyan nevezetik minden rész ezek közül? Mennyi tehát a' nyolcz babszemnek negyedgye? Én most elveszek ezen babszemekből kettőt, milyen részét veszem el ez által az egésznek? negyed részét, vagy negyedgyét. És ha még egy negyedet veszek-el, hány negyed lesz akkor nállam? két negyed. Hány babszemem lesz nekem akkor? négy. És hány fog még maradni az asztalonn? négy. Az

aby pochopili žiaci učivo, učiteľ si zoberie jednu polovicu papiera a povie: Vidíte, moji synovia! Rozrežem polovicu papiera na dve rovnaké časti; potom to isté robí učiteľ aj s druhou polovicou a spýta sa: Z koľkých kusov alebo z koľkých častí sa skladá teraz celý hárok papiera? Aké sú tieto časti? Sú rovnaké. Keby to deti neuhádli, nech zmerajú tieto časti, aby to so svojimi očami videli, a presvedčili sa o tom. Aj keď to zdržiava ísť ďalej dopredu, ale objasní to proces vyučovania a veľa to znamená v zapamätaní si učiva. Potom upozorní svojich žiakov a hovorí: Keď sa niečo rozdelí na štyri rovnaké časti alebo kusy, každý kus alebo časť celého je štvrtina. Koľká časť v celku je štvrtina? Koľko štvrtín je v celku? Je tu osem fazúl, rozdeľ ich na štyri časti. Dobre! Koľko fazúl zostalo na jednu časť? Ako sa nazývajú všetky tieto časti, ktoré tu máme? Koľko je teda štvrtina z ôsmich fazúl? Ja si teraz zoberiem dve z fazúl, akú veľkú časť si teraz zoberiem z celku? Štvrtinovú časť alebo štvrtinu. A keď si zoberiem ešte jednu štvrtinu, koľko potom štvrtín bude u mňa? Dve štvrtiny. Koľko fazúl budem mať vtedy? Štyri. A koľko ich zostane ešte na stole? Štyri.

asztalonn van négy, nállam is négy, hány egyenlő részre van itt tehát felosztva a' nyolcz babszem én közöttem, és az asztal között? Két egyenlő részre. Ha az egészet két egyenlő részre osztjuk el, hogyan neveztetik minden egyes rész azok közül? az egész felének. Hányadik része a' nyolcz babszemnek van tehát nállam? a' fele. Mi tehát a' nyolcz babszemnek a' fele? és mi a' nyolcz babszemnek a' negyedgye, vagy negyed része? Illyen példák és kérdések által megtaníthatni a' gyermekeket, mi legyen ötöd, hatod, heted 's a' t. része az egésznek. Az egész dolog legfellyebb néhány árkus papirosba kerül, mellynek még is azután is lehet hasznát venni, midőn valami hirdető, vagy más kiseded írást kell készíteni. De ha nem is lehetne más hasznát venni, már az is elég nagy haszon, és ugyan minden egyebet felülmuló haszon, hogy a' gyermekeknek mindenek olyan világosan adattak elő, a' mint csak lehetett, olyan világosan, hogy lehetetlen vala meg nem érteni mindeneket, a' mellyek előadattak, ha csak be nem zárta a' tanítvány szeméit, hogy ne lássa az igazságot.

Most átmehet a' Tanító a' páros számoknak felezésére. Rakasson magának tanítvány által egymás alá öt sor babszemet úgy, hogy az egyikben két, a' másokban 4, a' harmadikban 6, a' negyedikben 8, az ötödikben 10 babszem legyen. Osztozzon el azu-

Na stole sú štyri, u mňa sú tiež štyri, tak na koľko rovnakých častí je teraz rozdelených osem kusov fazúl medzi stolom a mnou? Na dve rovnaké časti. Keď rozdělíme celok na dve rovnaké časti, tak ako sa volajú jeho časti? Polovica z celku. Ktorá časť je u mňa z ôsmich fazúl? Polovica. Čo je to polovica z ôsmich fazúl? A čo je štvrtina z ôsmich fazúl? Pomocou takýchto príkladov a otázok môžeme naučiť dieťa čo je pätina, šestina, sedmina a ďalšie časti celku. Na túto vec budeme musieť minúť nanajvýš niekoľko hárkov papiera, ktoré môžeme používať ďalej, keď máme niečo oznámiť alebo musíme pripraviť nejaký menší spis. Aj keby to nemalo prínos, aj to je veľký zisk, a veľmi veľký zisk, že deťom bolo všetko tak jasne predstavené, ako to len bolo možné, tak jasne, že sa to nedá nepochopiť len vtedy, keď žiak zavrel oči, aby nevidel pravdu.

Teraz učiteľ môže prejsť na delenie párnych čísel. Nech dá položiť žiakom päť radov fazúl pod sebou tak, že v prvom rade sú dve, v druhom 4, v treťom 6, vo štvrtom 8 a v piatom 10 fazúl. Potom nech sa každý rad rozdelí

tánn minden sort két egyenlő részre. Most mondgya meg a' tanítványoknak, hogy az általa felteendő kérdésekre való feleletet a' babszemeknek sorainn mintegy olvashattják, 's kérdezze őket: Mi a' két, négy? hat? nyolcz? tíz babszemnek fele? azután elmondattya velek ugyanezen tételeket, a' nélkül, hogy a' babszemekre nézzenek. Ha valamellyik megakadna, megnézeti vele a' babszemeket.

Ezek utánn átmehet a' járatlan számoknak felezésére is. Elővesz p. o. 3 földi almát, vagy krumplit, tesz eggyet egy felé, másat más felé. Ez meglévén mintegy ekképen szólhat: de most még egy maradt nállam. Ha bal felé teszem azt, akkor itt több lesz, mint jobb felé, ha pedig a' jobb felül álló krumplihoz teszem azt, ismét itten több lesz, mint bal felül, mert itt kető lesz, bal felül pedig csak eggy. Mit kellene tehát cselekednem, hogy három földi almából felet kapjak? Hány részre kellene vágnom az eggyik földi almát? és milyen részekre kellene azt vágnom? Egyenlő részekre. (Ha nem találnák ki a' gyermekek ezen feleletet, vezetessenek vissza a' félnek észfogására.) Elosztom tehát a' harmadik földi almát két egyenlő részre, és az eggyiket ide teszem, a' másikat ide. Most három földi almát kétfelé osztottam. Mennyi jön tehát eggy részre, vagy eggy félre? Eggy egész, meg eggy fél. Eggy egé-

na dve rovnaké časti. Teraz nech povie žiakom, že odpovede na jeho otázky môžu vidieť na fazuľových radoch a nech sa ich opýta: Čo je polovica dvoch, štyroch? šiestich? ôsmich? desiatich fazuľ? Potom káže aj im zadať tieto otázky bez toho, aby sa na fazule pozreli. Keby sa niektorý zastavil, povie mu, aby sa pozrel na fazule položené na stole.

Po tomto môže prejsť ďalej na delenie nepárnych čísel. Vytiahne si napr. 3 jablká alebo zemiaky, jedno dá pred jedným, druhé pred druhým. Teraz hovorí: jedno ešte zostalo u mňa. Keď to dám vľavo, tak tu bude viac ako na pravej strane, a keď to dám na pravú stranu, tak tam bude viac ako na ľavej strane, lebo tu bude dve a vľavo len jeden. Čo by som mal robiť, aby som dostal z troch jablák polovicu? Na koľko časti treba rozdeliť jedno jablko? A na aké časti by som to mal rozrezať? Na rovnaké časti. (Keby deti neuhádli odpoveď, treba ich vrátiť k učivu o polovici.) Rozdelím tak tretie jablko na dve rovnaké časti, jednu časť dám sem a druhú tam. Teraz som rozdelil tri jablká na polovicu. Koľko dostane tak na jednu časť a na jednu polovicu? Jedno celé a jedno polovičné. Jeden celok

szet, meg egy felet együtt másfélnek is nevezünk. — Ha én három babszemet két egyenlő részre akarnék osztani, mennyi esne egy részre? És ha öt babszemet akarnék két egyenlő részre osztani, mennyi jönne egy részre? Két egészet meg egy felet másképen harmadfélnek is mondunk. Így osztat a' Tanító két egyenlő részekre még egyéb páratlan számokat is, 's minden résznek a' nevét közli tanítványaival. Azután vehet két már páros, már páratlan számokat egyszerre, és kérdezi, mennyi ezeknek fele, harmada 's a' t. öszveségesen? Hány fél, harmad, negyed 's a' t. rész van egy egészben?

Hogy a' Tanító az itt előadott észfogásokat különbféleképen megvilágosíthattya tanítványaainak, és több kérdést 's példát adhat fel nekik, mellyek az itten feltettekhez hasonlítanak; végre, hogy az itten mondatokat csak jeladások gyanánt kell tekinteni, mellyeket a' Tanító tanítványaainak oktatásában kövessen, nem pedig egész kiterjedésben előadott tanításnak venni, ezt kiki könnyen átláthattya.

Most az elosztó táblácskának (eggyet az egyben) elkészítésére kell a' gyermekeket vezetni.

a jednu polovicu nazývame aj jeden a pol. – Keby som chcel rozdeliť tri fazule na dve rovnaké časti, koľko by sa dostalo na jednu časť? A keby som chcel rozdeliť päť kusov fazúl na dve rovnaké časti, koľko by sa dostalo na jednu časť? Dve celé a jednu polovicu nazývame aj dva a pol. Takto dá deliť učiteľ na dve rovnaké časti aj ostatné nepárne čísla a názov každých častí oznámi študentom. Potom sa môže spýtať naraz, koľko je polovica, tretina, atď. dvoch párných a dvoch nepárných čísel. Koľko polovic, tretín, štvrtín je v jednom celku?

Učiteľ tu môže vysvetliť prednášané logické činnosti rôznym spôsobom pre svojich žiakov a môže napríklad klásť viac otázok a príkladov, podobných na vyššie uvedené; nakoniec, tu povedané treba pokladať iba za znaky, ktoré má sledovať učiteľ pri vyučovaní svojich žiakov, a nie za celostne, široko prednesené učenie, je to jasné každému.

Teraz treba naviesť dieťa k príprave tabuľky delenia (jedna v jednom).⁶⁹

⁶⁹Je to podobný pojem ako malá násobilka, teoreticky by sme to mohli nazvať malá „delilka.“

54. §.

Az elosztó táblácskának elkészítéséről.

Hogy a' gyermekek az elosztó táblácskának elkészítésére vezetessenek, vissza kell a' gyermekeket emlékeztetni arra: 1) hogy az egy meg egy tételeinek megfordítása által egyet az egyből nyertek; 2) hogy az egy meg egynek minden tételéből a' kivonó táblácskának két tétele származtatott; p. o. ezen tételből 2 meg 3 az 5, ezen tételek származtattak: 2 az 5ből marad 3, és 3 az 5ből marad 2., végezetre 3) hogy az egyszer egy tulajdonképen folytatása az egy meg egy rideg tételeinek.

Ha ekképen visszatekint a' Tanító tanítványaival azon útra, mellyet fáradsággal hátrahagytak, ez szolgáltat nekie alkalmatosságot tanítványaikat azon gondolatra bírni, hogy az egyszer egynek tételeiből is új tételeket származtassanak.

De ezen táblácskának szorgalmatos megtekintése, és fontolása mutattya, hogy ennek minden tételénél két különböző kérdést tehetni, mellyeket a' gyermekek a' mondatokból megösmertek már, tudni illik e' kérdést: 1) Hányszor találtaik egyik szám a' másikban? (tudni illik a' sokszorozandó a' sokszorozásból költt summában) 2) Millyen nagy legyen valamely számnak fele, har-

54.§.

O príprave tabuľky delenia

Aby sme vedeli deti priviesť k vytvoreniu tabuľky delenia, musíme im pripomenúť: 1) že otočením pravidla jedna plus jedna dostanú jedna mínus jedna; 2) že z každého pravidla jedna a jedna pochádzajú dve pravidlá tabuľky odčítania; napr.: z tohto pravidla $2+3$ sa rovná 5, pochádzajú nasledovné pravidlá: Zoberiem 2 z 5 a ostane 3 a zoberiem 3 z 5 a ostane 2, a nakoniec 3) že jedenkrát jeden je vlastne pokračovaním formálneho pravidla jedna a jedna.⁷⁰

Keď týmto spôsobom sa učiteľ pozrie so žiakmi späť na tú cestu, ktorú s únavou nechali za sebou, dáva mu to predpoklady na to, aby žiakov priviedol na myšlienky, aby aj z pravidla jedenkrát jeden vedeli odvádzať nové pravidlá.

Ale usilovným pozorovaním a premyslením tejto tabuľky sa ukazuje, že na každé z týchto pravidiel je možné vytvoriť dve rôzne otázky, s ktorými sa deti už mohli oboznámiť z predchádzajúcich pravidiel, na ktoré otázky by mali vedieť aj odpoveď: 1) Koľkokrát sa nachádza jedno číslo v druhom čísle? (čiže násobenec v súčine násobenia) 2) Aká veľká má byť

⁷⁰Autor tu vhodne poukazuje na to, že násobenie je postupné sčítovanie a delenie je postupné odčítovanie.

polovica,

mad 's a' t. része? Ha ezen kérdések szerint az egyszer egynek minden tétele feltagol-
tatik, ezen feltagolásból egy az egyben
származik.

Hogy először az első kérdésre, és az
elosztó táblácskána az azon részére vezettesse-
nek a' tanítványok, melly annak alapja;
adasson elő magának a' Tanító valamely tét-
elt az egyszer egyből, azután elhagyván
annak sokszorozóját, kérdezze, hányszor ta-
láltatik a' kisebb szám a' nagyobbban. P. o.
5ször öt, az 25, elhagyván a' sokszorozót
kérdezze: hányszor találtatik 5 xr. a' 25
xrban? hányszor találtatik 5 xr. a' 10 xr-
ban? hányszor a' kétszer tíz vagy 20 xrban?
hányszor az 5 xrban? hányszor tehát a' 25
xrban öszveségesen? — Ha nyolcször veszek
ötöt, millyen számot kapok? Negyvenet.
Hányszor találtatik 5 garas a' 40 garasban?
hányszor találtatik 5 garas a' 10 garasban?
— tehát a' 4szer 10 garasban? — Ha négy-
szer veszek kettőt, millyen számot kapok?
's a' t. Az ebbéli kérdéseket az egyforma-
ságnak elkerülése végett a' csupán főből va-
ló ismétített kivonás által is meg lehet a' ta-
nítványokkal oldatni. *) Ezen számlálást ek-

*) P. o. hat krajczár hányszor találtatik a' 60
xrban. Itt azok szerint kell menni, mellyek
fellyebb az kivonásnál mondattak. Tehát hat-
vanból, vagy 6 tízesből egy tízest változta-
tok egyesekre, 's ezekből kivonom a' 6 eg-

tretina tohto čísla? Keď je podľa týchto otázok rozdelené každéz pravidiel jedenkrát jeden, z tohto rozdelenia pochádzajú aj pravidlá jedna v jednej.

Na toto žiakov navedie učiteľ v prvom rade prvou otázkou, a to na tú časť deliacej tabuľky, ktorá je základom. Učiteľ má dať žiakovi otázku z násobilky a potom vynechaním násobiteľ'a v danej úlohe, sa má pýtať koľkokrát sa nachádza menšie číslo vo väčšom.

Napr.: 5-krát päť sa rovná 25, ponechaním násobiteľ'a sa opýta: Koľkokrát sa nachádza 5 v 25? Koľkokrát sa nachádza 5 v 10? Koľkokrát je 2-krát 10 alebo 2 v 20? Koľkokrát je 5 krát 5? A koľkokrát teda je 5 v 25? – Keď beriem osemkrát päť, aké číslo dostanem? Štyridsať. Koľkokrát sa nachádza 5 grošov v 40 grošoch? Koľkokrát sa nachádza 5 grošov v 10 grošoch? – takže v 4-krát 10 grošoch? Keď štyrikrát beriem 2, tak aké číslo dostanem? A takto ďalej. Z dôvodu obmedzenia podobnosti takýchto otázok je možné riešiť túto úlohu jednoducho odčítaním spamäti. *) Týmto spôsobom

*) Napr. koľkokrát je šesť grajciarov v 60-ich. Tu treba postupovať podľa toho, čo sme povedali vyššie pri odčítaní. Takže zo šesťdesiatich alebo zo 6 desiatok zmením raz desať na jednotky a z toho odčítam šesť jednotiek (pokračovanie na strane 392),

képen könnyebbíthetik meg magoknak a' gyermekek: lehajtyák újjaikat, és valahányszor kivonták az elosztó számot az elosztandóból, annyiszor felemelnek egy újat; a' felemelt újaknak száma megmutattya azután: hányszor vonták ki az elosztó számot az elosztandóból, avvagy, hányszor találta-tik az elosztó az elosztandóban. — Ez szerint bizonyosan el fogják készíteni — minden további segedelem nélkül — a' többi tételeket, mellyek mutattya, hányszor találta-tik egyik szám a' másikban? De ezért meg is érdemlik azután a' Tanítónak dicséretét, melly nem keveset fog használni a' végre, hogy lelki erejüknek új kifizetésére ösztönöztesse.

Hasonló módonn vezethetni a' tanítványokat azon tételeknek feltalálására, mellyek mutattya, milyen nagy legyen valamely számnak fele, harmad 's a' t. része. Elmondatnak t. i. az egyszer eggynek némely tételei egyenkint, mellyekben a' gyermekeknek a' sokszorozandó számot; azaz: azt a' számot, a' melly többször vétetik, ösmeretlen gyanánt kell venni, 's azután

gyest, marad 4 eggyes, és 5 tízes, vagy 54. Most veszek 14 eggyest, 's ebből kivonván a' 6 eggyest; marad 48. A' nyolcz eggyesből kivévén 6 eggyest, marad 42, 's így végig, míg semmi sem marad utollyára. Ezen számlálás eggyzersmind a' kivonásnak ismétélése. —

si vedia žiaci uľahčiť úlohu. Zohnú prsty a koľkokrát odrátajú deliteľa od delenca, toľkokrát zdvihnú jeden prst; počet zdvihnutých prstov ukáže, koľkokrát bol odpočítaný deliteľ od delenca alebo koľkokrát sa nachádza deliteľ v delenci. – Pravdepodobne vedia urobiť – bez každej pomoci – ďalšie úlohy, s ktorými ukazujú koľkokrát sa nachádza jedno číslo v druhom. Potom si zaslúžia aj pochvalu učiteľa, ktorá im bude v nemalej miere prispievať k duševnejmotivácii.

Podobným spôsobom sa dá naviesť žiakov na nové vytvorenie viet, ktoré ukazujú, aká veľká má byť polovica, tretina, atď. nejakého čísla. Treba skúšať žiaka z niektorých viet násobilky postupne jednu za druhou, pričom násobiteľa, to znamená číslo, ktoré sa viackrát berie, treba brať za neznáme,

(dokončenie zo strany 391) zostanú 4 jednotky a 5 desiatok alebo 54. Teraz si zoberiem 14 jednotiek a z toho odrátajúc 6 jednotiek zostane 48. Z ôsmich jednotiek vyberiem 6 jednotiek, zostane 42, a tak do konca, kým naposledy nezostane nič. Toto počítanie je aj opakovaním odčítania.

a' másodikhöz hasonló kérdést tenni. Lehet az ide tartozó és az egyszer egy által megfejtethető kérdéseket közben közben részint az ismétített kivonás, részint a' sokszorozó táblácskának segedelme által megoldatni. P. o. 4. gyermeknek fel kell magok között egyaránt osztani 12 almát, hányat kap egy egy gyermek? A' 12 almát nyilvánosan annyi egyenlő részre kell osztani, a' hány gyermek legyen, 's ez szerint minden gyermek negyed részét kapja a' 12 almának. Hogy ez kivonás által találtasson fel, képezhetni, hogy az almának száma nem egyszerre, hanem lassankint osztatik el; minden gyermeknek mindenkor egy alma adatik, és ez az elosztás mind addig folytattatik, míg minden alma felosztatik, és semmi sem marad többé, a' mit fel kellene osztani. — Először tehát négy alma osztatott el a' 12 almából, 's 8 maradt. Ha ebből ismét minden gyermeknek egy alma adatik: 4 elosztani való alma marad még. Ebből ismét egy almát kap minden gyermek, és így elosztatott a' 12 alma az szerint, amint kívántatott; minden gyermeknek háromszor egymás után mindenkor egy egy alma adatott, 's éppen annyiszor vétetett négy alma a' 12ből.

Ezután könnyen megértethetni a' gyermekekkel, hogy ezen képzés mellett e' kérdést: milyen nagy a' 12 almának negyed része? e' kérdésre hozták: hányszor vehet-

a potom pridáme k nasledujúcej otázke podobnú otázku. Možno vyriešiť príklady a otázky patriace do malej násobilky (jedenkrát jeden), pomocou opakovaného odčítania a násobilky. Napr. 4 deti si musia rozdeliť medzi sebou 12 jablák, koľko dostane jedno dieťa? 12 jablák treba rozdeliť na toľko rovnomerných častí, koľko je detí, podľa toho by každé dieťa malo dostať štvrtinu z 12 jablák. Aby to mohol byť príklad na odčítanie, môžeme to robiť tak, že 12 jablák nerozdelíme naraz; ale počet jablák rozdáme po jednom a rozdelenie pokračuje dovtedy, kým sa každé jablko nerozdelí, a neostane nič, čo sa môže ešte deliť. Takže najprv štyri jablká rozdelíme z 12, ostane tak ešte 8. Keď z týchto zase dáme každému dieťaťu jedno: tak ostanú ešte 4 na rozdelenie. Aj z týchto zase dáme jedno jablko každému dieťaťu, a tak sme rozdelili 12 jablák podľa potreby; každé dieťa trikrát za sebou dostalo jedno jablko, a presne toľkokrát sa zobrali 4 jablká z 12.⁷¹

Po takomto vysvetlení je už potom jednoduchšie pre žiaka porozumieť otázku na základe hore uvedeného postupu: aká veľká je štvrtina z 12 jablák? Koľkokrát si môžeme zobrať 4 jablká z 12?

⁷¹Tu je vhodné pripomenúť žiakom, že delenie je postupné odčítovanie a pomocou vhodných modelov tento postup prezentovať a ukázať na viacerých úlohách.

ni 4 almát a' 12 almából? vagy: hányszor találtatik 4 alma a' 12 almában? de hogy ama' kérdésre az egyszer egyből is egyenesen felelhetnének: csak ekképen tennék fel ama' kérdést: „mellyik szám az, a' melly négyszer véve 12 ad?” így azonnal vissza emlékeztek volna az egyszer egynek ezen tételére: „4szer 3 az 12,” és 3 almát mondtak volna feleletül.

Ha ekképen elkészítettnek a' gyermekek előre, akkor nem lehet nekik többé nehéz az elosztó táblácskának ebbéli tételét is az egyszer egyből következtetni, származtatni.

55. §.

Az egyet az egyben, mellynek okát az egyszer egyből átlátni.

Első rész, vagy az első kérdésnek megfejtésére szolgáló tételek:	Második rész, vagy a' második kérdésnek megfejtésére szolgáló tételek:
„Hányszor találtatik egy szám a' másikkban?”	Millyen nagy valamely számnak fele, harmad's a' t. része?
1 az 1ben találtatik 1	72nek 9dik része 8
8 a' 72ben 9szer	25nek 5dik 5
5 a' 25ben 5ször	49nek 7ted 7
7 a' 49ben 7szer	6nak 3ad 2
2 a' 6ban 3szor	63nak 9cd 7

394

Alebo: Koľkokrát sa nachádzajú 4 jablká v 12 jablkách? Alebo by sme mohli túto otázku zmeniť, aby žiaci vedeli odpovedať priamo z malej násobilky (jedenkrát jeden): ktoré je to číslo, ktoré keď vynásobíme štyrmi, dostaneme 12? Teraz by už vedeli rýchlo odpovedať: „4 -krát 3 je 12“, lebo sa pamätajú na túto predošlú úlohu z malej násobilky (jedenkrát jeden). Ak sa žiaci takto pripravujú, nemôže byť pre nich ťažké odvodiť pravidlá delenia z malej násobilky.

55.§.

Jedna v jednom, ktorého príčinu vidieť z jedenkrát jeden.

Prvá časť alebo tvrdenia, ktoré slúžia na riešenie prvej otázky: „Koľkokrát sa nachádza jedno číslo v druhom?“	Druhá časť, alebo tvrdenia, ktoré slúžia na riešenie druhej otázky: Aká veľká je polovica, tretina atď. niektorého čísla?
1 v 1 sa nachádza 1-krát	9. časť (devätina) zo 72 je 8
8 v 72 sa nachádza 9-krát	5. časť (päťina) z 25 je 5
5 v 25 sa nachádza 5-krát	7. časť (sedmína) zo 49 je 7
7 v 49 7-krát	3. časť (tretina) zo 6 je 2
2 v 6 3-krát	9. časť (devätina) zo 63 je 7

7 a' 63ban talált.	9szer	40nek	5töd része	8
8 a' 40ben	5ször	2nek	fele	1
1 a' 2ben	2szer	40nek	10ed része	4
4 a' 40ben	10szer	12nek	3mad	4
4 a' 12ben	3szor	30nak	5töd	6
6 a' 30ban	5ször	24nek	8czad	3
3 a' 24ben	8szor	54nek	9czed	6
6 a' 54ben	9szer	21nek	7ted	3
3 a' 21ben	7szer	24nek	4ed	6
6 a' 24ben	4szer	27nek	3ad	9
9 a' 27ben	3szor	30nak	6tod	5
5 a' 30ban	6szor	16nak	4ed	4
4 a' 16ban	4szer	54nek	6tod	9
9 az 54ben	6szor	28nak	7ted	4
4 a' 28ban	7szer	70nek	10zed	7
7 a' 70ben	10szer	15nek	3mad	5
5 a' 15ben	3szor	24nek	6tod	4
4 a' 24ben	6szor	64nek	8czad	8
8 a' 64ben	8szor	36nak	6tod	6
6 a' 36ban	6szor	81nek	9czed	9
9 a' 81ben	9szer	4nek	fele	2
2 a' 4ben	2szer	8nak	8czad része	1
1 a' 8ban	8szor	50nek	10zed	5
5 az 50ben	10szer	18nak	6tod	3
3 a' 18ban	6szor	28nak	4ed	7
7 a' 28ban	4szer	15nek	5töd	3
3 a' 15ben	5ször	10nek	10zed	1
1 a' 10ben	10szer	36nak	4ed	9
9 a' 36ban	4szer	45nek	9czed	5
5 a' 45ben	9szer	32nek	4ed	8
8 a' 32ben	4szer	14nek	fele	7
7 a' 14ben	2szer	6nak	6tod része	1

7 v 63	9-krát	5. časť (päťina) zo 40 je 8
8 v 40	5-krát	polovica z 2 je 1
1 v 2	2-krát	10. časť (desatina) zo 40 je 4
4 v 40	10-krát	3. časť (tretina) z 12 je 4
4 v 12	3-krát	5. časť (päťina) z 30 je 6
6 v 30	5-krát	8. časť (osmina) z 24 je 3
3 v 24	8-krát	9. časť (devätina) z 54 je 6
6 v 54	9-krát	7. časť (sedmina) z 21 je 3
3 v 21	7-krát	4. časť (štvrtina) z 24 je 6
6 v 24	4-krát	3. časť (tretina) z 27 je 9
9 v 27	3-krát	6. časť (šestina) z 30 je 5
5 v 30	6-krát	4. časť (štvrtina) z 16 je 4
4 v 16	4-krát	6. časť (šestina) z 54 je 9
9 v 54	6-krát	7. časť (sedmina) z 28 je 4
4 v 28	7-krát	10. časť (desatina) z 70 je 7
7 v 70	10-krát	3. časť (tretina) z 15 je 5
5 v 15	3-krát	6. časť (šestina) z 24 je 4
4 v 24	6-krát	8. časť (osmina) z 64 je 8
8 v 64	8-krát	6. časť (šestina) z 36 je 6
6 v 36	6-krát	9. časť (devätina) z 81 je 9
9 v 81	9-krát	polovica zo 4 je 2
2 v 4	2-krát	8. časť (osmina) z 8 je 1
1 v 8	8-krát	10. časť (desatina) z 50 je 5
5 v 50	10-krát	6. časť (šestina) z 18 je 3
3 v 18	6-krát	4. časť (štvrtina) z 28 je 7
7 v 28	4-krát	5. časť (päťina) z 15 je 3
3 v 15	5-krát	10. časť (desatina) z 10 je 1
1 v 10	10-krát	4. časť (štvrtina) z 36 je 9
9 v 36	4-krát	9. časť (devätina) z 45 je 5
5 v 45	9-krát	4. časť (štvrtina) z 32 je 8
8 v 32	4-krát	polovica zo 14 je 7
7 v 14	2-krát	6. časť (šestina) zo 6 je 1

396

1 a' 6ban talált.	6szor	12nek 4ed része	3
3 a' 12ben	4szer	20nak 5töd	4
4 a' 20ban	5ször	27nek 9czed	3
3 a' 27ben	9szer	9nek 3mad	3
3 a' 9ben	3szor	56nak 7ted	8
8 az 56ban	7szer	10nek 5töd	2
2 a' 10ben	5ször	18nak 9czed	2
3 a' 18ban	9szer	24nek 3mad	8
8 a' 24ben	3szor	35nek 5töd	7
7 a' 35ben	5szö	48nak 6tod	8
8 a' 48ban	6szor	63nak 7ted	9
9 a' 63ban	7szer	12nek 6tod	2
2 a' 12ben	6szor	48nak 6tod	8
6 a' 48ban	8szor	36nak 9czed	4
4 a' 36ban	9szer	14nek 7ted	2
2 a' 14ben	7szer	45nek 5töd	9
9 a' 45ben	5ször	42nek 7ted	6
6 a' 42ben	7szer	56nak 8czad	7
7 az 56ban	8szor	80nak 10zed	8
8 a' 80ban	10szer	9nek 9czed	1
1 a' 9ben	9szer	4nek 4ed	1
1 a' 4ben	4szer	12nek fele	6
6 a' 12ben	2szer	21nek 3mad része	7
7 a' 21ben	3szor	72nek 8czad	9
9 a' 72ben	8szor	40nek 8czad	5
5 a' 40ben	8szor	7nek 7ted	1
1 a' 7ben	7szer	90nek 10zed	9
9 a' 90ben	10szer	60nak 10zed	6
6 a' 60ban	10szer	5nek 5töd	1
1 az 5ben	5ször	3nak 3mad	1
1 a' 3ban	3szor	30nak 10ed	3
3 a' 30ban	10szer	10nek fele	5

396

1 v 6	6-krát	4. časť (štvrtina) z 12 je 3
3 v 12	4-krát	5. časť (päťina) z 20 je 4
4 v 20	5-krát	9. časť (devätina) z 27 je 3
3 v 27	9-krát	3. časť (tretina) z 9 je 3
3 v 9	3-krát	7. časť (sedmina) z 56 je 8
8 v 56	7-krát	5. časť (päťina) z 10 je 2
2 v 10	5-krát	9. časť (devätina) z 18 je 2
2 v 18	9-krát	3. časť (tretina) z 24 je 8
8 v 24	3-krát	5. časť (päťina) z 35 je 7
7 v 35	5-krát	6. časť (šestina) z 48 je 8
8 v 48	8-krát	7. časť (sedmina) z 63 je 9
9 v 63	7-krát	6. časť (šestina) z 12 je 2
2 v 12	6-krát	6. časť (šestina) z 48 je 8
6 v 48	8-krát	9. časť (devätina) z 36 je 4
4 v 36	9-krát	7. časť (sedmina) z 14 je 2
2 v 14	7-krát	5. časť (päťina) z 45 je 9
9 v 45	5-krát	7. časť (sedmina) z 42 je 6
6 v 42	7-krát	8. časť (osmina) z 56 je 7
7 v 56	8-krát	10. časť (desatina) z 80 je 8
8 v 80	10-krát	9. časť (devätina) z 9 je 1
1 v 9	9-krát	4. časť (štvrtina) z 4 je 1
1 v 4	4-krát	polovica z 12 je 6
6 v 12	2-krát	tretina z 21 je 9
7 v 21	3-krát	8. časť (osmina) z 72 je 9
9 v 72	8-krát	8. časť (osmina) z 40 je 5
5 v 40	8-krát	7. časť (sedmina) z 7 je 1
1 v 7	7-krát	10. časť (desatina) z 90 je 9
9 v 90	10-krát	10. časť (desatina) z 60 je 6
6 v 60	10-krát	5. časť (päťina) z 5 je 1
1 v 5	5-krát	tretina z 3 je 1
1 v 3	3-krát	10. časť (desatina) z 30 je 3
3 v 30	10-krát	polovica z 10 je 5

5 a' 10ben talált.	2szer	18nak fele	9
9 a' 18ban	2szer	42nek 6tod része	7
7 a' 42ben	6szor	35nek 7ted	5
5 a' 35ben	7szer	8nak 4ed	2
2 a' 8ban	4szer	18nak 3mad	6
6 a' 18ban	3szor	32nek 8ad	4
4 a' 32ben	8szor	20nak 4ed	5
5 a' 20ban	4szer	16nak fele	8
8 a' 16ban	2szer	8nak fele	4
4 a' 8ban	2szer	6nak fele	3
3 a' 6ban	2szer	16nak 8czad része	2
2 a' 16ban	8szor	20nak 10zed	2
2 a' 20ban	10szer		

Az előadatott tételekből egyet sem lehet elmellőzni, a' nélkül hogy a' tanítvány annak alapját az egyszer egyből előadná. Ennek előadásában a' leghatározottabb módon kell nekie magát kifejezni. Ha kérdeztetik p. o. hogyan van az, hogy 2, 5ször találtatik a' 10ben? nem fogadhatni el e' feleletet: „mivel 2szer 5, 10;” hanem így kell felelnie: mivel 5ször 2, 10. Hasonlóképen ha az kérdeztetik: miért 8czad része 48 a' 6? nem felelhetni, „mivel 6szor 8, 48;” hanem ezt kell adni feleletül? mivel 8szor 6, 48. Éppen ezt kell tartani az elosztó táblácskának alkalmaztatására nézve.

5 v 10	2-krát	polovica z 18 je 9
9 v 18	2-krát	6. časť (šestina) z 42 je 7
7 v 42	6-krát	7. časť (sedmina) z 35 je 5
5 v 35	7-krát	4. časť (štvrtina) z 8 je 2
2 v 8	4-krát	tretina z 18 je 6
6 v 18	3-krát	8. časť (osmina) z 32 je 4
4 v 32	8-krát	4. časť (štvrtina) z 20 je 5
5 v 20	4-krát	polovica z 16 je 8
8 v 16	2-krát	polovica z 8 je 4
4 v 8	2-krát	polovica z 6 je 3
3 v 6	2-krát	8. časť (osmina) zo 16 je 2
2 v 16	8-krát	10. časť (desatina) z 20 je 2
2 v 20	10-krát	

Z týchto príkladov nie je možné vynechať ani jeden bez toho, aby ho žiak predniesol na základe malej násobilky. V tomto prednese sa musí vyjadrovať veľmi zreteľne. Keď sa pýtame, ako je možné, že číslo 2 sa nájde 5-krát v 10, nemohli by sme prijať odpoveď: „lebo 2-krát 5 je 10“? Vhodnejšia odpoveď je: lebo 5-krát 2 je 10. Podobne ak sa pýtajú: prečo je 8. časť zo 48 je 6? Nemožno na to odpovedať: lebo 6-krát 8 je 48. Dobrá odpoveď je: lebo 8-krát 6 je 48. Presne toto treba precvičovať využívaním predošlej tabuľky.

56. §.

Az eggyet az eggyből megfejthető néhány példa.

Azokból, mellyek fellyebb (54. §.) mondtak, láttuk, hogy az eggyet az eggyben nem csak az egyszer eggy' tételeinek megfordítása, hanem az ismételt kivonás által is feltalálhatni. Továbbá kevés elmélkedés után megdetszik, hogy az eggyet az eggyben úgy tekinthetni, mint a' kivonás tábláskájának (eggyet az eggyből) folytatását, mint a' kivonásnak alkalmaztatását, és hogy az elosztó tábláskának (eggyet az eggyben) első, vagy második kérdéséhez tartozó minden feladást a' mondott tábláskának ösmere nélkül felette hosszas úton, ismételt kivonás által, számolhatni ki. Ezt a' Tanító könnyen megértetheti tanítványaival is.

Minekelőtte vezetnének a' gyermekek az elosztó tábláskának más, abban nem foglalt, számokra való alkalmaztatására, készséget kell nyerniük azon táblácska minden tételeiben, és az azt illető két kérdésnek hasonolásában. E' készséget megszerzik magoknak, ha az elosztó tábláskának — kellemes és hasznos példákba felöltöztetve sok tételei feladatnak nekik, azután pedig megkérdeztetnek, hogyan, és miért éppen így, és nem másképen keresték a' feltett kérdésre való feleletet.

56.§.

Cvičenia na jeden z jedného

Z vyššie uvedených príkladov (54.§) vidíme, že úlohy deliacej tabuľky (jedna v jednej) môžeme riešiť nielen otočením pravidiel malej násobilky (jedenkrát jeden), ale aj pomocou opakovaného odčítania. Ďalej po krátkom rozmýšľaní môžeme pozerat' na deliacu tabuľku(jedna v jednej) ako na pokračovanie tabuľky odčítania (jeden z jedného), akoby na aplikáciu odčítania, deliacu tabuľku potrebujeme k prvej a druhej úlohe jedna v jednej a keď ju nepoznáme, tak práca s ňou bude ťažká, žiak pri tejto úlohe pracuje s opakovaným odčítaním. Učiteľ to ľahko bude vedieť vysvetliť svojim žiakom.

Pred predstavením iných spôsobov používania deliacej tabuľky, iných, tam nefigurujúcich čísel, najprv sa musia naučiť pracovať s tou tabuľkou a s tým súvisiacimi dvomi otázkami. Žiaci získajú tieto zručnosti – keď budú počítat' užitočné príklady a budú sa zaoberat' tým, ako prišli na správne odpovede, prečo nie inak.

Egy pár példa megmutattya a' Tanítónak, milyen példákat kellyen feladnia, és hogyan kellyen a' Tanítványoknak előadniok azt, a' mit a' példának megfejtése végett cselekedniek kell.

1.) Az első kérdéshez tartozó példa.

„Az indigó mind a' képeknek, mind pedig a' posztóknak, és más szövvényeknek festésére használtatik. Ez fűnemű növvény, mellynek levelei a' vízben ásztatnak, és ezekből válik felette szép kék festék. — Ennek fontya 9 forintba kerül; hány fontot vehetni 90 forintért?”

A' gyermekek mintegy ekképen nyilatkozathatnák ki gondolkodásokat, és elmélkedéseket:

Kilencz forint egy font indigónak az ára. Tehát annyiszor egy font indigót kapunk, a' kányszor kilencz forint a' 90 forintban találhatik. Azt kell tehát kinyomozni, hányszor találhatik 9 for. a' 90 forintban? A' felelet: tízszer; mert tízszer 9 forint 90 forint; következésképen 10szer 1 font indigót, vagy 10 fontot, kapunk 90 forintért.

A' példának e' következő megfejtését nem fogadhattya el a' Tanító:

9 a' 90ben találhatik 10szer, tehát 10 font jön 90 forintért; vagy

90-nek 9dik része 10, tehát 10 font.

2.) A' második kérdéshez tartozó példák:

Niekoľko príkladov ukáže učiteľovi, aké úlohy by mal zadať učiteľ žiakom a vysvetliť im, ako treba úlohy riešiť.

1.) Úloha, ktorá sa týka prvej otázky:

Indigo sa používa na farbenie obrazov aj textilu. Listy tejto byliny sa namočia do vody a takto získame krásnu modrú farbu. – Z tejto byliny jeden funt/približne 50 dekagramov stojí 9 forintov; koľko dekagramov môžeme kúpiť za 90 forintov?

Žiaci by mohli dať nasledovnú odpoveď: 9 forintov je cena jedného funtu indiga. Tak by sme mohli kúpiť toľkokrát jeden funt indiga, koľkokrát sa deväť forintov nachádza v 90 forintoch. Naša otázka je teda to, koľkokrát je 9 forintov v 90 forintoch? Odpoveď: Desaťkrát; lebo desaťkrát 9 forintov je 90 forintov; a takto môžeme kúpiť 10-krát 1 funt indiga, alebo za 90 forintov dostaneme 10 funtov tohto farbiva.

Učiteľ nemôže akceptovať takéto odpovede na túto otázku :

9 sa nachádza 10-krát v 90, teda za 90 forintov dostaneme 10 fontov indiga; alebo

keď deväť častí (devätina) z 90 je 10, tak je to 10 fontov.⁷²

2.) K druhej otázke sa vzťahujú nasledujúce úlohy:

⁷²Tu by bolo vhodnejšie dať modifikovanú úlohu, že 3 funty stoja 9 forintov. Vtedy by bol výsledok, že za 90 forintov kúpime desaťkrát tri funty, čo je 30 funtov farbiva.

a) „Ez szép pántlika, monda Erzsi Julinak, kinek új pántlika vala a' hajába, füzve, mennyit ér annak rőfe? — Ezt nem tudom, monda Juli; de azt tudom, hogy ez három rőf pántlika, a' melly nekem 15 pengő garasba került. — Milyen drága lehetne ezen pántlikának rőfe?”

A' tanítványnak felelete 5 garas, az ő gondolkodásának kinyilatkoztatása mintegy e' következendő lehet:

Egy rőf harmad része a' 3 rőfnek, következésképen ennek ára is harmad részéből, a' mit három rőf ér. — Már 15 garasnak harmad része 5 garas, mivel 3-szor 5 garas = 15 garas.

Hibás kinyilatkoztatás lenne pedig e' következendő. 3mat a' 15-ben találok 5-ször, mert 3-szor 5 = 15.

b) Az elosztó táblácska tételeinek második kérdése által megfejtethető kiváltképen hasznos számlálásokhoz tartozik az olyan nagyobb nemű számok' részeinek megszámlálása, mellyet a' hozzájok legközelebb álló kisebb nevezetek által kifejezhetni, a' milyenek nállunk:

Hány garas a' forintnak negyed, ötöd, nyolczad, tized része; hány krajczár a' forintnak harmad, negyed, ötöd, hatod, nyolczad, tized, tizenketted része; hány font a' mázsának fele, negyed, ötöd, tized, húszad része; hány lat a' fontnak fele, negyed, nyolczad része? 's a' t.

Ezt

400

a) Julka, máš peknú sponku vo vlasoch.– povedala Betka Julke. Koľko stojí 1 lakť z toho? – Julka povedala, že to nevie, ale to vie, že jej sponka má tri lakte, a ona za to platila 15 pengő v grošoch. – Koľko stojí tak lakť z týchto sponiek?

Žiak odpovedá: 5 grošov, jeho myšlienkový postup môže byť nasledovný: Jeden lakť je tretina z troch lakt'ov, tak aj cena má byť tretinou. Stojí teda 5 pengő, čo je 5 grošov, lebo: tretina z 15 grošov je 5 grošov, pretože 3-krát 5 grošov je 15 grošov.

Nesprávna odpoveď by bola taká: v čísle 15 sa číslo 3nachádza 5-krát, lebo 3-krát 5=15.

b) Pri použití vety deliacej tabuľky môžeme pracovať aj číslami v druhej úlohe, ktoré sú väčšie a majú také časti, ktoré je možné vyjadriť ich najbližšími a najmenšími výrazmi, ako napríklad:

Koľko grošov je tretina, pätina, osmina, desatina forintu; koľko grajciarov je tretina, štvrtina, pätina, šestina, osmina, desatina, dvanástina forintu; koľko funtov je polovica, štvrtina, pätina, desatina, dvadsatina centu; koľko lakt'ov je polovica, štvrtina, osmina funtu? atď.

Ezt a' gyermekeknek ki kell számlálni, azután pedig emlékezetekbe nyomni; mint-hogy ez által képesekké lesznek az életben előkerülő némelly dolgokat számjelek nélkül hamar felvetni. Itt következik egy példa, melly tulajdonképen a' sokszorozáshoz tartozik, de a' mellyet ama' megrövidítés szerint az első kérdés által fejthetni meg.

„Egy font hal kerül négy garasba.
„Bizonyos házhoz vesznek minden hétenn
„18 fontot; mennyibe kerül ezen 18 font?

Tizennyolcz font kerül tizennyolczszor 4 garasba; 4 garas annyi, mint 5töd része a' forintnak. Tizennyolczszor 4 garas helyett tehát mondhatok 18szor ötöd rész forintot, vagy 18 ötöd rész forintot. Minden öt ötöd rész forint tesz 1 forintot, és 5 ötöd rész a' 18 ötöd részben találatik 3szor, 's marad még három ötöd rész, vagy háromszor 4 garas; tehát 18 ötöd rész forint annyi, mint 3 forint 12 garas.

E' példa könnyebb leendő a' gyermekekre nézve, ha úgy tétetik fel, hogy a' halnak ára tökéletes forintokat tégyen, tehát 15 font p. o. vagy 20, 25, 30, 35 font. Jó is előbb ilyen könnyebb példákat adni a' tanítványoknak, 's csak azután menni a' nehezebbekre.

Feladhatni a' tanítványoknak megszámlálás végett olyan könnyű példákat is, mellyekben a' sokszorozandó két nemű számokból áll; de ezen példákban arra kell vigyáz-

Tieto úlohy by žiaci mali vypočítať, potom učiť sa ich spamäti, pretože len takto budú vedieť počítať v živote bez číslic. Tu je jedna úloha, ktorá patrí k násobeniu, ale je možné ju riešiť na základe prvej úlohy.

Jeden funt ryby stojí štyri groše. V jednom dome kupujú každý týždeň 18 funtov ryby. Koľko stojí týchto 18 funtov?

Za osemnásť funtov platíme osemnásťkrát 4 groše; 4 groše sú pätina forintu. Teda môžem povedať namiesto 18-krát 4 groše aj 18 pätín forintu. A každých päť pätín forintu je 1 forint, a 5 pätín je 3-krát v 18 pätinách a ešte zostáva nám trikrát pätina alebo 3-krát 4 groše; teda 18 pätín forintu je toľko, koľko sú 3 forinty a 12 grošov.

Táto úloha bybola ľahšia pre žiakov, keby sme sa pýtali tak, aby cena rýb bola okrúhla. Teda napríklad by bola 15, 20, 25, 30, 35 funtov. Bolo by to lepšie, keby sme dali také ľahšie úlohy pre žiakov a len neskôr ťažšie.

Môžeme dať žiakom aj také úlohy, v ktorých násobenec je z dvoch číslic; ale vtedy musíme dávať pozor na to,

ni, hogy a' kisebb nemű számnak megszámlálásában azimént említettek lehetessen alkalmaztatni.

„Egy embernek bizonyos ruhához 4 rőf posztó vala szükséges, mellynek rőfe 9 forintba, és 5 garasba került; mennyit fizetett 4 rőf posztóért?”

Felelet: négyszer 9 forintot, és 5 garast; 4szer 9 for. 36 forint; ehhez négy negyedrészt a' forintnak, vagy 1 forintot, lessz 37. forint.

„Valaki holnaponkint bevesz 25 forintot, és 15 garast; mennyit vesz be egy esztendő alatt?”

Húszonöt forinthez 15 garashoz hibázik 5 garas, vagy negyed rész forint, hogy azon embernek egy holnapi bevétele 26 forintot tegyen. Ha ennyi jövedelme lenne holnaponkint: úgy háromszor 26 forintot, vagy 78 forintot kapna három holnap alatt, 's négyszer három holnap alatt bevenne négyszer 78 = 312 forintot.

De ezen esztendei jövedelemből hibázik 12szer negyed rész forint, mivel minden holnapban a' 26 forinthez hibázik nekie egy negyed rész forint. A' tizenkét negyed rész forint tesz három forintot, mert négy negyed rész a' tizenkét negyed részben háromszor találtaik, ez szerint azon embernek jövedelme esztendőn által 309 forintra megy.

c) A' második kérdéshez tartozó tételek szolgáltatnak a' Tanítónak alkalmatosságot

402

aby žiaci mohli použiť to, čo sa už predtým naučili.

Jeden človek potrebuje k šatám 4 lakte textilu. Za laket' platíme 9 forintov a 5 grošov. Koľko platíme teda za 4 lakte?

Odpoveď: platíme štyrikrát 9 forintov a päť grošov; 4-krát 9 forintov je 36 forintov; a ešte k tomu štyri štvrtiny forintu⁷³, čo je 1 forint, a takto to bude 37 forintov.

„Jeden človek zarába 25 forintov a 15 grošov za mesiac; koľko zarába za rok?“

Aby človek zarábal 26 forintov mesačne, chýba ešte 5 grošov alebo štvrt' forintu k tým dvadsiatim piatim forintom a 15 grošom. Keby zarábal toľko peňazí za mesiac, tak by dostal trikrát 26 forintov alebo 78 forintov za tri mesiace, a za štyrikrát tri mesiace by zarábal štyrikrát $78=312$ forintov.

Ale z tohto ročného príjmu chýba 12-krát štvrtina forintu, pretože v každom mesiaci mu chýba štvrtina forintu k tým 26 forintom. A dvanásť štvrtín vydá tri forinty, lebo štyri štvrtiny sa nachádzajú v dvanástich štvrtinách trikrát, a takto ročný príjem toho človeka je 309 forintov.

c) Vety patriace k druhej úlohe sú vhodné na to,

⁷³4 groše je päťna forintu. 5 grošov je štvrtina forintu, lebo jeden forint je 20 grošov. Je zaujímavé, že autor využíva istú formu zlomkov a zmiešaných čísel už pri používaní deliacej tabuľky a malej násobilky.

tanítványaival kiszámláltatni: hány kisebb része valamely egésznek megy annak egy nagyobb részére.

Hány nyolczad része a' kalácsnak éppen annyi, mint annak negyed része?

Ha valamely kalácsot négy egyenlő részre vágunk: akkor négy negyed részből áll; ellenben ha nyolcz egyenlő részre vágjuk azt: akkor nyolcz nyolczad részből áll. Azért négy negyed része a' kalácsnak olyan nagy, mint ugyanazon kalácsnak nyolcz nyolczad része. Egy negyed rész negyedik része a' négy negyed résznek, következésképen csak olyan nagy lehet, mint a' nyolcz nyolczad résznek negyedik része. A' nyolcz nyolczad résznek negyedik része két nyolczad rész, tehát egy negyed része a' kalácsnak annyi mint annak két nyolczad része.

Hogy a' gyermekeket vezetni, és e' dolgot nekik megérzékíteni szükséges, mi-
nekelőtte erről magok egyedül előadhatnák gondolkodásoknak, és bánás módgyoknak alapos leírását, ez természetes. Hogyan kel-
lyen ezen megérzékítésnek történni, alább megfogom mutatni, midőn a' darabb számokról lesz szó. — Egyébaránt nem lesz terhes a' Tanítónak tanítványait e' következő tételekre vezetni.

1) Akármelly egészset sok részekre lehet elosztani, ha kis részek vétetnek, és kevés részekre, ha a' részek nagyoknak vétetnek.

aby učiteľ dal žiakom vypočítať, koľko menších častí celku tvorí väčšiu časť.

Koľko osmín z koláča je rovnaké množstvo ako štvrtina z tohto koláča?

Ak koláč rozkrájame na štyri rovnaké časti: vtedy sa skladá zo štyroch štvrtín; ale v prípade, keď je rozkrájaný na osem rovnakých častí: vtedy sa to skladá z ôsmich osmín. Preto štyri štvrtiny koláča sú také veľké ako osem osmín toho istého koláča. Jedna štvrtina je štvrtou časťou štyroch štvrtín, z toho sa dá vyvodit' záver, že môže byť len taká veľká ako štvrtá časť osem osmín. Štvrtá časť osem osmín sú dve osminy, teda jedna štvrtina koláča je taká veľká, ako jeho dve osminy.

Je to prirodzené, aby sme deťom pomohli, aby sme ich viedli, ako by sa toto učivo mali naučiť. Nižšie ukážem, ako by sme to mali urobiť, keď sa budeme zaoberať jednotlivými číslami. – Inak učiteľovi nebude na ťarchu učiť žiakov nasledujúce pravidlá.

1) Akýkoľvek jeden celok môžeme deliť na viacero menších častí alebo ho môžeme rozdeliť aj na menej väčších častí.

2) Ha sok részekre elosztatik az egész, akkor kicsinyek lesznek a' részek: de ha kevés részekre osztatik, akkor nagyok lesznek a' részek.

57. §.

Az elosztó táblácskának közelebbről való, és ugyan 1) legegyszerűbb, és legkönnyebb alkalmaztatásai.

Ha gyakorlottak a' tanítványok az eddig előadottakban, vezethetni őket az elosztó táblácskának más nemű számokra való alkalmaztatására. Legegyszerűbbek és legkönnyebbek

1) Az elosztó táblácska' második részének alkalmaztatásai, mellyekben az elosztandó szám tízesekből, vagy százasokból, ezerekből — mennyit a' gyermekek ezekből eddig tanultak — az elosztó pedig eggyesekből áll. — Ha p. o. 6nak a' fele 3: akkor a' 60nak, vagy 6 tízesnek fele is 3 tízes, vagy 30; mert kétszer $30 = 60$. Ollyan világos, és érthető az is, hogy a' 600nak fele 300; 6000nek fele 3000, 60,000nek fele 30,000, és a' 600,000nek fele 300,000.

2) Az elosztó táblácska' első részének alkalmaztatásai, mellyekben az elosztandó ollyan, mint előbb, az elosztó pedig nem megy fellyebb 9nél. Az ide tartozandó példának megszámlálását nehezebb megmagyarázni, mint az 1) alatt lévő alkalmaztatás-

2) Ak sa celok rozdelí na veľa častí, tak časti budú malé; ale ak sa rozdelí na menej častí, tak časti budú väčšie.

57.§.

Deliace tabuľky a ich bližšie a 1) najjednoduchšie a najľahšie aplikácie

Ak sú žiaci skúsení z doteraz prednášaného učiva, môžeme ich viesť k iným číselným aplikáciám v deliacich tabuľkách.

Najjednoduchšie a najľahšie sú

1) Aplikácie druhej časti deliacej tabuľky, kde delené čísla sú desiatky, stovky, tisícky – podľa doteraz prebraného učiva. – Ak napr. polovica zo 6 je 3, tak polovica zo 60 alebo zo šiestich desiatok sú 3 desiatky, čiže 30; pretože dvakrát $30 = 60$. Je jasné a zrozumiteľné aj to, že polovica zo 600 je 300; polovica zo 6000 je 3000, zo 60 000 je 30 000, a zo 600 000 je 300 000.

2) Aplikácie prvej časti deliacej tabuľky, kde delenec je taký ako predchádzajúce, a deliteľ nie je väčší ako 9. Sem patriace príklady sa ťažšie vysvetľujú než aplikácie 1) dole spomínanej časti.

hoz tartozandókat. Ezen oknál fogva lassankint kell a' gyermekekkel a' könnyebbekről a' nehezebbekre menni, és őket legközelebből.

a) Az olyan feladásoknak kiszámlálásában gyakorolni, mellyekben az elosztandó legfellyebb ezerekből áll. P. o. ha minden személynek 2 forintot kell kapni, hány személy osztozhat 80 forintból? Felelet: annyi személy, a' hányszor találta 2 forint a' 80 forintban. Az a' kérdés támad tehát: hányszor találta 2 forint a' 80 forintban, vagy 8szor tíz forintban? Az elosztó táblácskának első része szerint kettő minden 8 forintban 4szer, azért tízszor 8 forintban tízszor négyszer, azaz: 40szer találta. Negyven személy osztozhat tehát 80 forintból, mivel negyvenszer kettő ismét 80 forint. — Egy forintba megy 4 öt garasos; hány forint ez szerint 8000 ötgarasos darab? Felelet: 8000 ötgarasos darab ézerszer nyolcz ötgarasos darab. Minden nyolcz ötgarasos darab tesz 2 forintot, mert az elosztó táblácska szerint kétszer 4 ötgarasos darab találta a' két forintban. Ez szerint ézerszer 8 ötgarasos darab ézerszer két forint, vagy két ezer forint.

Ha készséget nyertek a' gyermekek, az ebbéli példák meg számlálásában, adassanak nekik

b) Ollyan példák, mellyekben az elosztandó tízezeresekből, vagy százezeresekből

Teda práve preto treba deti oboznamovať najprv pomaly s jednoduchšími príkladmi a postupne ich viesť k zložitejším.

a) Počítanie príkladov, kde delené číslo pozostáva maximálne z tisícok. Napr., ak by každá osoba mala dostať 2 forinty, koľkým osobám môžeme rozdeliť 80 forintov? Odpoveď: Toľkým osobám, koľkokrát sa nachádzajú 2 forinty v 80 forintoch. Otázka teda znie: Koľkokrát sa nachádzajú 2 forinty v 80, alebo 8-krát v 10 forintoch? Podľa prvej časti deliacej tabuľky sa dva nachádza v každých 8 forintoch 4-krát, preto v desaťkrát 8 forintoch sa bude nachádzať desaťkrát štyrikrát: čiže 40-krát. Teda 40 osôb sa môže podeliť z 80 forintov, keďže 40 krát 2 je 80 forintov.

- Jeden forint je 4-krát päť grošov, teda koľko forintov je 8000 päť grošových kusov?

Odpoveď: 8000 päť grošových kusov je tisíckrát osem päť grošových kusov. Každých osem päť grošových kusov sú 2 forinty, pretože podľa deliacej tabuľky dvakrát 4 päť grošových kusov sa nachádza v dvoch forintoch. Podľa tohto tisíckrát 8 päť grošových kusov sú tisíckrát 2 forinty alebo dve tisíc forintov.

Ak už deti získali zručnosť v takýchto príkladoch, treba im zadať:

b) Také príklady, kde delené čísla sú z desať tisícok alebo sto tisícok.

áll. De itt előre feltéteik, hogy a' gyermekek könyv nélkül tudgyák, mennyi légyen tízezerszer, százezerszer egy mind kilenczig. Ez nem lesz nekik nehéz, ha az szerint vezetnek erre, a' mi fellyebb (52. §.) mondatott.

3) Az elosztó táblácska' mind a' két részének alkalmaztatásai, mellyekben az elosztandó szám két, legfellyebb három részből áll, de a' másik adatott szám ismét nem nagyobb kilencznél — Az ebbéli példának megoldásában legelőször a' legnagyobb, azután így sorba a' kisebb kisebb nemű számokkal úgy kell banni, mint az előbbeni alkalmaztatásokban. P. o. millyen nagy a' négyszáz hatvan tallérnak, vagy forintnak fele? — A' négy száznak fele = kétszáz, a' hatvannak fele pedig = harmincz, öszveségesen tehát = kétszázharmincz tallér, vagy forint. — Hányszor találtatik 3 forint a' 96 forintban? Felelet: 3 forint a' 96 forintban találtatik 3szor, tehát a' 90ben, vagy tízszer kilencz forintban tízszer háromszor, azaz: harminczszor; három a' 6 forintban találtatik kétszer: öszveségesen tehát a' 96 forintban 52szer.

4) Az elosztó táblácska' első részének alkalmaztatása, mellyben mind a' két adatott szám ugyanazon rendű, és ugyan tízesekből, vagy felsőbb rendű egyesekből áll; p. o. a' hol azt kell keresni, hányszor találtatik 400 forint 800 forintban. Itten észre kell

Ale tu sa predpokladá, že deti už ovládajú naspamäť, bez knihy koľko je desaťtisíc krát, stotisíc krát jeden až po deväť. Toto pre nich nebude ťažké, ak sa riadia tým, čo už bolo spomenuté (52.§).

3) Aplikácie oboch častí deliacej tabuľky, kde delené číslo je zložené z dvoch alebo maximálne troch častí, ale druhá daná časť nie je väčšia než deväť. – V riešení týchto príkladov najprv postupujeme od najväčšieho po najmenšie číslo podľa predchádzajúcich aplikácií. Napr. koľko je polovica štyristošesťdesiat toliarov alebo forintov? – Polovica zo štyristo =200, polovica zo šesťdesiat = tridsať, celkovo teda dvestotridsať toliarov alebo forintov. – Koľkokrát sa nachádzajú 3 forinty v 96 forintoch? Odpoveď: 3 forinty v 9 forintoch sa nachádzajú 3-krát, takže v 90 forintoch alebo desaťkrát deväť forintoch desaťkrát trikrát, čiže tridsaťkrát; tri v 6 forintoch sa nachádza dvakrát, teda výsledok je v 96 forintoch sa tri nachádza 32-krát.

4) Aplikácia prvej časti deliacej tabuľky, kde obe dané čísla sú rovnaké, zložené z desiatok alebo jednotiek; napr. kde treba hľadať, koľkokrát sa nachádza 400 forintov v 800 forintoch. Tu si deti musia

vételni a' tanítványokkal, hogy a' kívántt hányados soha sem lehet nagyobb kilencznél, 's hogy ezért a' feleletnek sérelme nélkül a' két adatott számnak közönséges rendnevét elhagyhatni, és úgy tekinthetni azokat, mint eggyeseket. — Hogyan kellyen ennek történni, az eddig mondattak után szüségtelen hosszasan magyarázni. Melly könnyü p. o. a' gyermekeknek érthetövé tenni azt, hogy éppen annyiszor találattik 4 a' 8ban, mint 40 a' 80ban, 400 a' 800ban, 4000 a' 8000ben, 40,000 a' 80,000ben, 400,000 a' 800,000ben? — a)

58. §.

2) *Öszvetett alkalmaztatásai.*

I. Az elosztó táblácska' 2dik részének, mellyekben a' kilencznél nagyobb elosztandó szám vagy *eggy* rendü, vagy *két* egymás után következö rendü eggyesekből áll; a' másik adatott szám pedig kisebb, és 10-nél fellyebb nem rüg. Eggy példa meg fogja világosítani, hogyan kellyen az ebbéli esetekben munkálkodni. — Kerestessen tehát p. o. a' 240 forintnak hatod része. — 240

a) Az elosztó táblácska második részének hasonló alkalmaztatásait nem tartya tanácsosoknak Biermann, minthogy az ő tapasztalása szerint felette nehéz ezeket a' gyermekeknek világosan megérteni.

uvedomiť, že žiadaný podiel nikdy nemôže presiahnuť deväť, a preto ich treba vnímať ako obyčajné jednotky. – Ako sa to má urobiť, je už zbytočné zdĺhavo vysvetľovať po doposiaľ spomínaných vysvetleniach. Ako ľahko sa dá objasniť deťom, že 4 v 8 sa nachádza presne toľkokrát ako 40 v 80, 400 v 800, 4 000 v 8 000, 40 000 v 80 000, 400 000 v 800 000. – a)

58. §.

Zložené aplikácie

I. Budeme skúmať druhú časť deliacej tabuľky, kde delené číslo je väčšie než deväť alebo je rovnakého druhu, alebo zložené z dvoch za sebou nasledujúcich jednotiek; a druhé číslo zasa nie je väčšie ako 10. Nasledujúci príklad jasne ukáže ako treba pracovať s podobnými príkladmi. – Hľadáme teda šestinu z 240 forintov. –
240

a) Podobnú aplikáciu deliacej tabuľky Biermann neradí, na základe jeho skúseností pre deti je to veľmi ťažké jasne pochopiť.

forint annyi mint 24szer tíz forint, vagy 24 tízes. A' 24 forintnak hatod része 4 forint; tehát 24szer tíz forintnak hatod része 4szer 10 forint, vagy 40 forint; mert 6szor 40 forint ismét 240 forint.

II. az elosztó táblácska' első részének, melyekben mind a' két adatott szám éppen olyan, mint az előbbeni szám alatt. Az ide tartozó példáknak megoldását nagyon megrövidíthetik magoknak a' gyermekek. Nekik t. i. csak azt kell kérdezni a' tízeseknél hány tízszer, a' százásoknál hány százszor 's a' t. találtatik azokban az elosztó. Egy pár példa megvilágosította a' mondatokat:

1) „Egy bizonyos háromtagú szó a' „növények' országából jelent valamit. Ezt „az urak levesnek, és más étkeknek használya; némelly nemzeteknek kenyér helyett is szolgál, 's Ázsia lakosainak legfőbb eledele, nálunk is néhány tíz esztendőnk óta Bánátban természetik. Millyen növény lehet az? — Ezen portékának 8 fontja 1 forintot ér; hány forintot ér 320 font? Felelet: a' hányszor találtatik 8 font a' 320 fontban. Százszor nem találtatik 8 font a' 320 fontban; mert százszor 8 font 800 font. De 320 font helyett tehetünk 32szer tíz fontot, 32 tízest. Most az a' kérdés támad, hány tízszer találtatik 8 a' 32 tízesben? 8 a' 32ben találtatik 4szer, következésképen a' 32 tízesben négy-

forintov je 24-krát desať forintov, alebo 24 desiatok. Šestina z 24 forintov sú 4 forinty; teda šestina z 24-krát desať forintov je 4-krát 10 forintov alebo 40 forintov; lebo 6-krát 40 forintov je 240.

II. Tu skúmame v prvej časti deliacej tabuľky, kde oba údaje sú rovnaké ako v predchádzajúcej časti. Riešenie sem patriacich príkladov si deti môžu veľmi zjednodušiť. Musia sa len opýtať, v desiatkach koľko desaťkrát, v stovkách koľko stokrát sa nachádza deliteľ. Niekoľko príkladov teraz uvedieme na ujasnenie nasledujúcich tvrdení:

1) Určité trojslabičné slovo z ríše rastlín znamená niečo. Páni to používajú do polievky alebo do iného jedla; pre niektoré národy slúži namiesto chleba, a pre Ázijčanov je to ich hlavné jedlo, aj u nás nejakých tých desať rokov rastie v Banáte. Aká rastlina to môže byť? – 8 funtov tohto tovaru stojí 1 forint, koľko forintov stojí 320 funtov? Odpoveď: Toľko, koľkokrát sa nachádza 8 funtov v 320 funtoch; pretože stokrát 8 funtov je 800 funtov. Ale namiesto 320 môžeme napísať 32-krát desať funtov, 32 desiatok. Teraz je otázkou, koľko desaťkrát sa nachádza 8 v 32 desiatkach? 8 sa nachádza v 32 4-krát, teda v 32 desiatkach sa štyrikrát

„szer tízszer, azaz: negyvenszer; mert a'
 „tízeseket elosztván az eggyesekkel a' mi az
 „elosztásból származik tízes lézen. Tehát
 „320 font riskása 40 forintot ér.

2) „Hány dupla aranyat tesz 270,000
 „pengő forint? Felelet: 270,000 forint an-
 nyi, mint 27szer 10,000 forint, egy dupla
 arany pedig tesz 9 pengő forintot. Itt te-
 hát azt kell keresni, hány tízezerszer talál-
 tatik 9 forint a' 27szer 10,000 forintban?
 Már minthogy 9 háromszor találtatik a' hu-
 szonhétben; a' 9nek is háromszor tízezerszer
 azaz: harmincz ezerszer kell találtatni a'
 27szer 10,000 forintban. Következésképen
 270,000 pengő forint harminczezer dupla
 aranyat tesz.

III. Az elosztandó olyan, mint e' §-
 phusban az első szám alatt leírt alkalmazta-
 tásban, az elosztó pedig az elosztandónak
 alacsonyabb nevezetéhez tartozik. — Itten
 is az elosztandónak legnagyobb két megne-
 vezését annak alsóbb megnevezésére kell hoz-
 ni, a' többi úgy van, mint az előbbeni §-
 phusnak 4dik száma alatt tett alkalmaztatás-
 ban. P. o. háromszáz hatvan ezer $\hat{=}$ har-
 minczhat tízezer; négy tízezer a' harmincz-
 hāt tízezerben kilenczszer találtatik.

A' jelenvaló, és az előbbeni §phusban
 előforduló minden példa' megoldásának hel-
 lyes voltát sokszorozás által kell a' gyerme-
 keknek bebizonyítani.

desaťkrát, teda štyridsaťkrát. Teda 320 funtov ryže stojí 40 forintov.

2) Koľko kusov dvojitého zlata je 270 000 pengő forintov? Odpoveď: 270 000 forintov je 27-krát 10 000 forintov, a jeden kus dvojitého zlata stojí 9 pengő forintov. Tu teda treba hľadať, koľko desaťtisíckrát sa nachádza 9 forintov v 27-krát 10 000 forintoch? Keďže 9 sa nachádza 3-krát v dvadsaťsedem; 9 sa musí tiež nachádzať trikrát desaťtisíckrát, teda tridsaťtisíckrát v 27-krát 10 000 forintoch. Záver je teda, že 270 000 pengő forintov stojí tridsaťtisíc kusov dvojitého zlata.

III. Teraz je delenec taký, aký v tomto paragrafe prvé opísané číslo, deliteľ patrí do menšieho menovateľa delenca. – Aj tu treba previesť na dve najväčšie menovatele delenca, ostatné úvahy robíme tak, ako v predchádzajúcom paragrafe pod číslom 4. Napr. tristošesťdesiat tisíc = tridsaťšesť desaťtisíc; 4 desať tisícky v tridsaťšesť desiatich tisíckach sa nachádza deväťkrát.

V tomto aj v predchádzajúcom paragrafe správne riešenie každého príkladu treba deťom dokázať násobením.

3 Záver

Vyučovanie matematiky v ľudových školách v Rakúsko-Uhorsku bolo poznačené tým, že postupne sa budovali učiteľské ústavy pripravujúce budúcich učiteľov pre tieto školy a najmä zo začiatku nebol dostatok kvalifikovaných učiteľov na týchto školách.⁷⁴ Tento problém sa rozhodli riešiť v tom čase viacerí významní odborníci v oblasti metodiky a didaktiky matematiky ako Joseph Weinkopf (1787-1873), Lesnyánszky András (1795-1859), Franc Močnik (1814 - 1892) a ďalší.

V našej monografii sme sa zamerali najprv na pedagogiku a metodiku vyučovania matematiky Víta a Milana Hejného, ktorí vo svojej teórii poznávacieho procesu kládli dôraz na používanie separovaných a univerzálnych modelov. Ďalej sa usilovali o praktickú aplikáciu konštruktivistických prístupov vo vyučovaní matematiky, aby žiak na základe vlastnej činnosti s modelmi počas vyučovania získal najprv náhľad na daný abstraktný pojem a potom o ňom získal abstraktnú predstavu aj bez použitia modelov. Už v prvej polovici devätnásteho storočia viacerí autori metodických príručiek pre učiteľov ľudových škôl v rakúsko-uhorskej monarchii odporúčali veľmi podobný prístup.

Preto sme sa v ďalšej časti našej monografie zamerali na učebnicu „Didaktika ésmethodika“ od Andrása Lesnyánszkého z roku 1832. Dôvodom bolo postupné budovanie aritmetických pojmov najmä v oblasti prirodzených čísel. Zámer autora budovať desiatkovú sústavu pomocou modelu semien fazule je cenný z hľadiska výberu vhodných modelov. András Lesnyánszký odporúčal používať modely z roľníckeho prostredia detí vtedajších ľudových škôl v Uhorsku. Podobné modely možno v 19. storočí nájsť aj u ďalších

⁷⁴GEJDOŠ M.: Juraj Paleš – Pierwszy dyrektor Akademii Pedagogicznej. In: Pracazbiorowa. Widziec – Oceniac – Dzialac. Wieloaspektowosc badannaukowych, Stalowa Wola – Ružomberok, 2006, s. 68 – 79.

autorov napríklad u Márie Montessori.

V súčasnosti sme svedkami častého formalizmu vo vyučovaní matematiky, ktorý často vzniká vynechaním etapy separovaných a univerzálnych modelov v poznávacom procese. Ak učiteľ nepoužije tieto modely, potom v prípade problémov žiaka s pochopením učiva stratí možnosť urobiť „krok späť“ na úroveň separovaných a univerzálnych modelov. Spoločný dôraz Víta a Milana Hejného, Andrása Lesnyanského je preto dôležitý aj pre súčasného učiteľa matematiky. V ich prístupe je dôraz kladený aj na spôsoby práce s modelmi, interakciu a komunikáciu učiteľa a žiaka, čo je dôležité aj v súčasnej pedagogickej praxi učiteľov.

Postupujúca digitalizácia týchto učebníc v historických archívoch a knižniciach umožnila ich podstatne ľahšiu dostupnosť a možnosť obsahovo ich analyzovať. Ich didaktické zásady sú využiteľné v učiteľskom vzdelávaní najmä v strednej Európe aj v súčasnosti, pretože spôsoby vyučovania v rozličných častiach Rakúsko-Uhorskej monarchie sa vzájomne ovplyvňovali. Európska integrácia znova priniesla toto ovplyvňovanie, preto vyžitie historických skúseností je užitočné aj v súčasnosti, keď je možné do vyučovacieho procesu zapojiť prostriedky informačných a komunikačných technológií⁷⁵ s historickú tému atraktívne prezentovať aj pre súčasných žiakov a študentov. V týchto cenných historických učebniciach sa často vyskytujú aj úlohy z finančnej matematiky a praktických problémov z reálneho života⁷⁶.

V súčasnosti tieto úlohy môže učiteľ vizualizovať a ilustrovať pomocou vhodných informačných a komunikačných technológií.⁷⁷

⁷⁵KRECH I.: On rotations of geometrical figures. In: *Obzory matematiky, fyziky a informatiky*, Nitra, PROTONIT, 2014, Nr. 3, s. 21-24.

⁷⁶SIMONKA Zs.: Kreslenie grafov elementárnych funkcií a ich transformácií s využitím IKT (projekty a štúdie vo svete). In: *Aplimat 2008 : 7th international conference*, February 5 - 8, 2008 Bratislava. - ISSN 1337-6365. - s. 1015-1022.

⁷⁷MAJHEROVÁ J., KOPÁČOVÁ J.: Matematické kompetencie žiakov na informatike. In:

Literatúra

BARTÓK B.:

Azegriomaikatomikusersekitanitokepzo, In: T. Petercsaka kol.: *AzegriDomusUniversitatis es Liceum. Oktatas, tudomány, művészet, 1763-2013*, Eger: EszterházyKárolyCollege, 2013, s. 3-34.

BENKÓCZY E.:

Pyrkerelsomagyartanitokepzoje – Azegrierseki r. k tanitokepzocentenariumara – Adatok a magyartanitokepzestortenetehez, Eger: Azegriersekiliceumikonyvnyomdanyomasa, 1928.

ĐURIČ L. a kol.:

Psychológia pre učiteľov. Bratislava: SPN, 1997.

FISCHER R., MALLE G.:

Človek a matematika. Úvod do didaktického myslenia a konania Bratislava: SPN, 1992.

GEJDOŠ M.:

Juraj Paleš – PierwszydyrektorAkademiiPedagogicznej. In: *Pracazbiorowa. Widziec – Oceniac – Dzialac. Wieloaspektowoscbadannaukowych*, StalowaWola – Ružomberok, 2006, s. 68 – 79.

GUNČAGA J.:

TeachersInstitute in Spisska Kapitula. Thefirstteachersinstitute in thearea of Slovakia, In: *History of Education&Children'sLiterature*, IX/1 2014, Macerata: University of Macerata, s. 409 – 429.

HEJNÝ M. a kol.:

Dvacetpět kapitol z didaktiky matematiky. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004.

HEJNÝ M.:

Teória vyučovania matematiky 2. Bratislava: SPN, 1990.

HEJNÝ M.:

Od skúsenosti k poznaniu. In: *Zborník z konferencieMatematika v škole dnes a zajtra 2007*. Ružomberok: PFKU, 2007, s. 10-18.

HEJNÝ V.:

Problémy metodológie. In: *Výročná zpráva za školský rok 1942/43*. Nitra: Kníhtlačiareň Štefana Huszara, 1943.

HEJNÝ V.:

Základní matematické predstavy z hľadiska psychológie. Nepublikované dielo. Rukopis T44. Martin: neznámy rok. (Privátny archív prof. Milana Hejného, CSc., Praha)

HEJNÝ V. – HEJNÝ M.:

Prečo je matematika také ťažké? In: *Pokroky matematiky, fyziky, astronómie*. Bratislava: Jednota českých matematiků a fyziků, 1978, č.2, roč. XXIII, s.

85-93.

HEJNÝ, V., HEJNÝ M.:

Formovanie matematických predstáv. In *Matematické obzory*. Bratislava: ALFA, 1972, č. 2., s. 9 – 20.

HEJNÝ V.:

Základní matematické představy z hlediska psychologie. Nepublikované dielo. Rukopis T44. Martin: neznámy rok. (Privátny archív prof. Milana Hejného, CSc., Praha).

HEJNÝ V.:

Pracovné materiály školiaceho pracoviska TMM. Rukopis T49. Ponicka Huta: 1977, Privátny archív prof. Milana Hejného, CSc., Praha).

KRECH I.:

On rotations of geometrical figures. In: *Obzory matematiky, fyziky a informatiky*, Nitra: PROTONIT, 2014, Nr. 3, s. 21-24.

KYBERMATIKA:

Poznávací proces. [Online]. [Citované 2014]. Dostupné na: http://kybermatika.uniza.sk/images/document/didaktika/4_Poznavaci_proces.pdf

LESNYANSZKÝ A.:

Didaktika és Methodika. Oradea: Tichý János Könyvnyomtató intézet, 1832.

MACKO M.:

Der erste Redemptoristenausdemalten Ungarn: Johannes Kuban 1797-1866, In: *Spicilegium historicum Congregationis Ssmi Redemptoris*, 2011, Vol. 59, Num. 2, s. 415-428.

MAJHEROVÁ J., KOPÁČOVÁ J.:

Matematické kompetencie žiakov na informatike. In: *Dva dny s didaktikou matematiky 2012 : zborník príspevků* : Praha, 16.-17. 2. 2012, Praha : Univerzita Karlova v Praze, 2012, s. 132-136.

MAKRIDES, G.:

Objevování, motivace a podpora matematických talentů na evropských školách. Cyprus-Praha: Intercollege, 2006.

MICHALIČKA V., VANĚKOVÁ D., ZACHAROVÁ E.:

Dejiny najstarších učiteľských ústavov na Slovensku-výskyt školských pamiatok, In: *História najstarších učiteľských ústavov na Slovensku*, Prešov: Filozofická fakulta Prešovskej univerzity, 2007, s. 22-55.

PARDEL T.:

Psychológia. Bratislava: SPN, 1989.

PUKÁNSZKY B.:

Kéttanítói kézikönyv a múlt század első feléből. In: www.pukanszkybela.hu

PYRKER J. L.:

Mein Leben 1772-1847, Wien: Aladar Paul Czigler, 1966.

SIMONKA Zs.: Kreslenie grafov elementárnych funkcií a ich transformácií s

využitím IKT (projekty a štúdie vo svete). In: *Aplimat 2008 : 7th international conference*, February 5 - 8, Bratislava: STU, 2008, s. 1015-1022.

SÍRNA D.:

Metody aktivního vyučování. Praha: Portál, 2009.

STEHLÍKOVÁ N.:

Náměty na podnětné vyučování v matematice. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2007

STEHLÍKOVÁ N.:

Diplomová práce nebo diplomová spolupráce?, In: *7. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol*. Mariánské Lázně. 2000. [Online].

[Citované 2014]. Dostupné na:

http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Download/Volne/SUMA_56.pdf

STEHLÍKOVÁ N., TICHÁ M.:

Didaktika matematiky a její proměny. In: *Pedagogická orientace*. 2011, roč.21, č.2, s. 158-162.

TUREK I.:

Didaktika. Bratislava: IURA EDITION, 2010.

VÁGNEROVÁ, M.:

Kognitivní a sociální psychologie žáka základní školy. Praha: Karolinum, 2001.

VAŠUTOVÁ M.:

Dětespecifickými vývojovými poruchami učení a chování a násilí ve školním prostředí. Ostrava: Filozofická fakulta, Ostravská univerzita v Ostravě. 2008.

WEINKOPF J.:

Methodik und Didaktik. Wien: Johannes Baptist Wallishausser, 1822.

Összefoglalás

A matematika – didaktika nemcsak kizárólag a matematika gyakorlatias tanítása kérdéseivel foglalkozik a matematika területén, de egyes módszertani megközelítésekkel is, azok empirikus igazolásával, és az ilyen empirikus kutatás eredményei bevezetésével az oktatásba. E kérdések közé tartozik az elmélkedés afölött is, hogyan lehet az ilyen matematikai oktatást előkészíteni és milyen tananyagot választani. A matematika – didaktika egy tipikus határtudomány, mely kihasználja a tudást más szakterületekről is, melyek vele összefüggnek, mint például a pszichológia, pedagógia, szociológia, filozófia, stb.

1970 után Vít és Milan Hejný hangsúlyozták a szeparál és univerzális modellek használatát a megismerési folyamatban. A legalkalmasabbak, azok a konkrét szeparál modellek, amelyek a diákok tapasztalataiból indulnak ki. Például a $2+3=5$ számításában a következő: kettő autó és három autó az öt autó. Az univerzális modell reprezentál minden szeparált modellt. A $2+3 = 5$ feladatban ez lehetne golyós számológép, ujjak, stb. Amikor a diák használja ezeket a modelleket, a későbbiekben új absztrakt felismeréshez juthat.

Hasonló módon Lesnyánszky András a „Didaktika és methodika” könyvében 1832-ben bevezeti a természetes számok. Ezeket a számok babszem modellen reprezentálja. Lesnyánszky szavai alapján a matematikai oktatásban fontos az egyszerűektől az általánosabbig, a könnyebektől a nehezebbekig haladni. A számvetést nem úgy kell előadni, mint csupán gépies tevékenységet, hanem úgy, mint az értelem munkálódását. Ebben a tudományos monográfiában szerettünk volna bemutatni az olvasóknak egy modern és egy történelmi matematikai oktatási módszert, mert sok közös gondolat rejlik bennük, és ezzel segítségére lehet a matematika tanároknak abban, hogy az oktatás érthetőbb és érdekesebb legyen a gyermekek és a

diákok számára.

Summary

Didactics of mathematics deals with the issues of the practical teaching of mathematics not only in the area of mathematics itself but also with different methodological approaches, their empirical verification, and then also with how the results of such empirical research can be put into teaching. This issue also includes thinking about how to prepare such teaching of mathematics and what curriculum use in it. Didactics of mathematics tries to answer the questions that are relevant for learning and mathematics teaching. Didactics of mathematics is a typical boundary discipline that uses knowledge from other related disciplines such as psychology, pedagogy, sociology, etc.

After 1970 Vít and Milan Hejnýs stressed the importance of using separated and universal models. The best particular separated models are those that are based on the experiences of children and pupils. For instance, in the computation $2+3=5$ it is: two cars and three cars are five cars. A universal model represents each separated model. In the problem $2+3=5$ it can be an abacus or fingers. If pupils use these models, they can later gain an abstract knowledge as well.

Similarly, in 1832 András Lesnyánszky in his textbook *Didaktika és methodika* [Didactics and Methodology] introduced natural numbers. He explained them by the means of the model of bean seeds. According to him it is important in the teaching of mathematics to proceed from the simple to the general, from the easy to the difficult. It is not good to teach mathematics as a purely mechanical activity but as an intellectual activity.

In this monograph we would like to present one modern and one historical method of the teaching of mathematics because they contain many common

ideas. They can make the teaching of mathematics more understandable and interesting.