LA ENSEÑANZA DE LA TEORÍA DE GRAFOS COMO ESTRATEGIA PARA DESARROLLAR PROCESOS DE MATEMATIZACIÓN

BIBIANA PATIÑO AVENDAÑO

OSCAR GUILLERMO CHARRY

UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

ESCUELA DE POSTGRADOS

MAESTRÍA EN DOCENCIA E INVESTIGACIÓN UNIVERSITARIA

BOGOTÁ D.C. JUNIO DE 2013

LA ENSEÑANZA DE LA TEORÍA DE GRAFOS COMO ESTRATEGIA PARA DESARROLLAR PROCESOS DE MATEMATIZACIÓN

BIBIANA PATIÑO AVENDAÑO

OSCAR GUILLERMO CHARRY

Presentado como requisito para optar al título de

Magíster en Docencia e investigación Universitaria

Director:

REINALDO NÚÑEZ

UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

ESCUELA DE POSTGRADOS

MAESTRÍA EN DOCENCIA E INVESTIGACIÓN UNIVERSITARIA

BOGOTÁ D.C. JUNIO DE 2013

Nota de aceptación

Director

Jurado

Jurado

BOGOTÁ D.C., MAYO DE 2013

A mi familia por su apoyo incondicional durante el desarrollo de la presente investigación.

Bibiana Patiño.

A mi esposa e hijas por su apoyo y comprensión durante el desarrollo de la presente investigación.

Oscar Gullermo Charry

AGRADECIMIENTOS

A Dios porque es gracias a él que hemos logrado satisfactoriamente llegar a esta etapa de nuestras vidas y ha puesto en nuestro camino personas valiosas que apoyaron, aportaron y orientaron el presente trabajo.

- A nuestras familias quienes siempre nos han apoyado a surgir personal y profesionalmente.
- Al profesor José Luis Ramírez quien nos orientó y motivó a realizar la presente investigación.
- Al Doctor Reinaldo Núñez, quien más que ser nuestro director de tesis, es la persona que me abrió las puertas de la Universidad Sergio Arboleda para mi crecimiento profesional. Gracias por su motivación a seguir surgiendo académicamente.
- A todos los profesores que guiaron los diferentes módulos de esta maestría, por sus enseñanzas y aportes al desarrollo de nuestra investigación.

Resumen

La presente investigación, se realiza con el fin de conocer el impacto que tiene la enseñanza de la teoría de grafos en el desarrollo de procesos de modelación o matematización. Para esto, se realizó una prueba de resolución de problemas y se aplicó a un grupo experimental compuesto por algunos estudiantes del programa de talentos de la Universidad Sergio Arboleda a quienes se les enseñó teoría de grafos, y a un grupo control compuesto por estudiantes de un prestigioso colegio de Bogotá (Colombia) que no conocian sobre la teoría de grafos.

Palabras claves: Teoría de grafos, matematización, talento matemático, resolución de problemas.

Contenido

Índice de figuras

Índice de tablas

Índice de gráficos

PROBLEMÁTICA

"***La mente no es un recipiente por llenar, sino un fuego por encender***"

Plutarco

INTRODUCCIÓN

La presente investigación nace del trabajo que se ha venido realizando en la Universidad Sergio Arboleda desde el año 2002 con el programa de Talentos matemáticos. Uno de los grandes objetivos del programa es ofrecer un ambiente propicio para el desarrollo del talento matemático en niños y jóvenes interesados en esta disciplina. Para ello se busca potenciar y fortalecer las habilidades de los niños con actividades planeadas que satisfagan dichos propósitos.

Es por esto, que surge un interés en conocer detalladamente cómo es el proceso de matematización de los estudiantes del grupo de talentos, mediante la Teoría de grafos. Este último, ha sido el tema que con más frecuencia se ha dictado en el programa desde sus inicios. Para este fin se planearon una serie de actividades durante las clases, relacionadas con la teoría de grafos.

Se pretende determinar mediante una prueba de resolución de problemas la diferencia sustancial en los resultados del grupo del programa de talentos con respecto a un grupo control que también tiene un fuerte interés por la matemática. Con base en los resultados buscamos mejorar los procesos de modelación o matematización de problemas en los estudiantes del programa de talentos, así como conocer el procedimiento que ellos siguen cuando se enfrentan a una situación problema en particular.

1 PROBLEMÁTICA

1.1 Antecedentes

La Universidad Sergio Arboleda viene trabajando el proyecto semicírculo (Talentos Matemáticos) desde el año 2002. En este programa se trabaja con niños entre los 13 y 17 años de diferentes colegios del país, con un fuerte gusto por la matemática. El objetivo de este proyecto es fomentar en los niños su interés por la matemática, desarrollando en ellos habilidades de pensamiento tales como: pensamiento crítico, pensamiento lógico, pensamiento divergente, pensamiento hipotético, entre otros. Algunos de estos niños alcanzan niveles tan altos en matemáticas que logran terminar una carrera universitaria antes de los 20 años.

Las áreas que se han trabajado en el programa de talentos son: lógica modal, sistemas dinámicos, autómatas finitos, lógica para la programación, teoría de grafos, entre otras.

La teoría de grafos se ha trabajado en los programas de pre talentos y talentos matemáticos desde el año 2009. Este es un tema bastante atractivo e interesante para los niños, y esta investigación quiere mostrar que la Teoría de grafos además de ser un tema llamativo, sirve para desarrollar estrategias de resolución de problemas.

1.2 Planteamiento del problema

1.2.1 Pregunta problema

¿La teoría de grafos favorece el desarrollo de procesos de matematización en los niños del programa de talentos matemáticos de la Universidad Sergio Arboleda?

1.2.2 Justificación

La modelación o matematización es uno de los procesos generales que deben ser desarrollados en la actividad matemática, tal como lo propone el Ministerio de Educación Nacional en los lineamientos curriculares desde el año 1998.

La teoría de grafos es uno de los contenidos matemáticos que permite la modelación o matematización de distintas situaciones problema en forma intuitiva y sencilla. A pesar de no estar incluida en los currículos oficiales de los colegios vale la pena mostrarla a nuestros estudiantes, pues no necesita una base matemática muy compleja y tiene múltiples aplicaciones en distintas áreas del conocimiento.

Mediante este trabajo se pretende conocer la influencia de la enseñanza de la teoría de grafos en el desarrollo de procesos de modelación o matematización en el grupo de talentos de la Universidad Sergio Arboleda, ya que a pesar de haber enseñado este tema en distintas ocasiones en la Universidad, no se ha hecho hasta el momento ningún análisis acerca del proceso de modelación matemática que realizan los estudiantes del programa de talentos.

Para esto, es necesario elaborar una prueba de resolución de problemas, que permita medir la capacidad de los estudiantes del programa de talentos para modelar distintas situaciones problema relacionadas con la teoría de grafos.

1.2.3 Hipótesis

La enseñanza de la teoría de grafos en los niños de talentos matemáticos de la Universidad Sergio Arboleda, puede facilitar el desarrollo de procesos de matematización.

1.3 Objetivos

1.3.1 General.

Determinar la incidencia de la enseñanza de la teoría de grafos en el desarrollo de procesos de matematización en los niños del programa de talentos matemáticos de la Universidad Sergio Arboleda.

1.3.2 Específicos

- Diseñar una prueba de resolución de problemas que permita verificar el nivel de los estudiantes en procesos de matematización a través de la teoría de grafos.
- Validar la prueba de resolución de problemas con un grupo de expertos en el área de matemáticas.
- Aplicar la prueba de resolución de problemas al grupo experimental y al grupo control.
- Realizar un análisis comparativo de los resultados obtenidos en las dos pruebas: grupo experimental y grupo control.
- Comparar las estrategias implementadas por el grupo experimental y el grupo de control en los procesos de matematización.

1.4 Metodología

El grupo de trabajo está conformado por el Dr Reinaldo Núñez (investigador principal), Bibiana Patiño Avendaño y Oscar Guillermo Charry estudiantes e investigadores de este proyecto de la Universidad Sergio Arboleda.

Se realizó un estudio mixto, el cual permitió recoger datos cuantitativos y cualitativos en la misma investigación, para analizarlos y establecer relación entre los mismos (Sampieri, 1998) . Se recurrió al enfoque cualitativo, por medio de entrevistas que fueron grabadas por algunos colaboradores. Estas entrevistas nos permitieron entender el proceso que siguieron, tanto los estudiantes del grupo control, como del grupo experimental, en la resolución de problemas. Por otra parte, el enfoque cuantitativo facilitó comparar los resultados de la prueba de resolución de problemas entre el grupo control y el grupo experimental.

Esta investigación, según su alcance es explicativa y según su diseño es cuasiexperimental (Sampieri, 1998), teniendo en cuenta que se manipula la variable independiente (enseñanza de la teoría de grafos), para observar su efecto en la variable dependiente (proceso de matematización), mostrándo claramente que nuestra hipótesis de investigación establece una relación de causa – efecto.

Para responder a la pregunta de investigación: “¿la teoría de grafos favorece el desarrollo de procesos de matematización en los niños del programa de talentos matemáticos de la Universidad Sergio Arboleda?”, para esto se aplicó una prueba de resolución de problemas a un grupo experimental compuesto por estudiantes del grupo de talentos de la Universidad Sergio Arboleda, al cual se le enseñó teoría de grafos; y a un grupo control compuesto por estudiantes de un colegio de Bogotá (Colombia) a los cuales no se les enseñó esta teoría.

Para llevar a cabo este proyecto, fue necesario preparar y seleccionar problemas que pueden ser solucionados de diferentes formas, entre ellas, usando la teoría de grafos. Además, es importante estudiar sobre el proceso de resolución de problemas desde el punto de vista de diferentes autores como Polya, Rico, Schoenfeld y Miguél de Guzmán.

1.5 Cronograma

Actividad		*2011*		2012												2013					
		N	D	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	E	F	M	A	M	J
1	Planteamiento del tema de investigación	X																			
2	Asesoría director de tesis	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
3	Revisión bibliográfica			X	X	X	X	X													
4	Preparación tema de teoría de grafos							X	X												
5	Recopilación y revisión preliminar de información							X	X												
7	Definición del problema y metodología a seguir							X	X	X											
8	Búsqueda y recopilación de problemas									X	X	X									
9	Construcción de prueba										X	X									
	Validez de la prueba por un grupo de expertos											X	X								
10	Evaluación y corrección de la prueba												X	X							
10	Aplicación de prueba en grupo de colegio Gimnasio Los Portales																X				
10	Aplicación de prueba en grupo experimental																X				
11	Retroalimentación de la prueba grupo experimental y de control																X				
12	Análisis de resultados																X	X			
13	Conclusiones																	X	X		
14	Elaboración de artículo																			X	
15	Sustentación																				X

Tabla 1-1 Cronograma

1.6 Estado del arte

1.6.1 Grupos nacionales e internacionales interesados en el talento

A nivel mundial hay varios grupos consolidados en diferentes instituciones y universidades interesados en el talento de niños y jóvenes, a continuación presentamos algunos de éstos que han llamado nuestra atención:

María Luz Gallejo (2004) en su artículo "*Un proyecto de Miguel de Guzmán: Identificar y estimular el talento*", menciona que el profesor Miguel de Guzmán no sólo se preocupó por presentar a los jóvenes una cara amable y atractiva de las matemáticas sino que se ocupó también de que el país se interesará por el talento matemático. "*Identificar y estimular el talento matemático precoz"* ha sido uno de sus importantes proyectos. Después de gestionar con personas e instituciones de España, en 1998 la Real Academia de ciencias puso en marcha un proyecto piloto que daba una respuesta inicial a esta necesidad en la ciudad de Madrid, extendiéndose luego a ciudades como Cataluña, Burgos, entre otras. Este proyecto perfectamente planeado respondía a cuestiones como: ¿por qué es tan importante atender a los jóvenes con talento especial en matemáticas? ¿Por qué no es una acción elitista? A las cuales Miguel de Guzmán respondía con propiedad.

El objetivo de este proyecto es detectar, orientar y estimular de manera continuada, a lo largo de dos cursos, el talento matemático excepcional de estudiantes de 12 y 13 años, sin desarraigarlos de su entorno, mediante una orientación semanal, que se efectúa cada semana por tres horas (de Guzmán, 2012)

Actualmente el proyecto se desarrolla en: Madrid, Cataluña, Burgos, Andalucía occidental y oriental, Canarias, León, Valladolid, Segovia, Galicia, Valencia y Cantabria.

En Estados Unidos existe el círculo de matemáticas de *Berkeley* (BMC, 1998) este programa se ofrece en la universidad de *Berkeley* patrocinado por el programa de matemáticas de la misma universidad, la fundación *Mosse* de artes y educación por la investigación de ciencias matemáticas (MSRI), y las contribuciones de los padres.

Este proyecto maneja metodologías de famosos modelos europeos, uno de sus objetivos es la preparación de los niños para la competición matemática, para esto se introducen llamativas teorías matemáticas, animando a sus participantes a emprender futuras carreras relacionadas con matemáticas, por ejemplo, matemáticos, educadores de matemáticas, economistas, ingenieros etc.

Por otro lado, en Chile existe un grupo interesado en el talento llamado: Programa de Estudios y Desarrollo de Talentos PENTA UC (Pontificia Universidad Católica de Chile, 2012), este es un programa interdisciplinario que busca generar conocimiento científico de trascendencia nacional e internacional sobre el talento académico. También, se propone aumentar el interés público en torno a la necesidad de desarrollar el potencial de los niños con talento académico; y promover el desarrollo de políticas públicas que favorezcan la oferta de servicios educacionales y psicológicos para los niños y jóvenes talentosos, en especial de sectores socioeconómicos menos favorecidos.

El Programa de Estudios y Desarrollo de Talentos (2012) fue creado en el año 2001 y tiene como propósito abrir un espacio académico de trabajo teórico y práctico para potenciar las capacidades de los niños y jóvenes con talentos académicos. Para cumplir este propósito, el proyecto ofrece un programa de enriquecimiento extracurricular, dirigido a escolares de 6ª Básico a 4to Medio, que son jóvenes de escasos recursos provenientes de establecimientos municipalizados de distintas comunas del Gran Santiago. Este grupo está compuesto también, en menor proporción, de alumnos de colegios privados, quienes asisten a cursos y talleres en distintas áreas del conocimiento, dictados por reconocidos profesores de la Universidad Católica de Chile. El objetivo es dar asesoría y apoyo en Educación de Talentos a familias (padres de niños académicamente talentosos) e instituciones educacionales interesadas en incorporar la Educación de Talentos a sus aulas.

Violeta Arancibia exdirectora del Programa de Estudios y Desarrollo de Talentos (2012) dice: *“Aspiramos a formar personas creativas, críticas y propositivas, apasionadas por el conocimiento y, a la vez, afectivamente integradas, socialmente comprometidas y éticamente responsables”.*

En el mes de septiembre del año 2002 el Departamento de matemáticas de la Universidad Sergio Arboleda de la ciudad de Bogotá, decidió iniciar el proyecto “El semicírculo de la U.S.A”, cuyo propósito principal era organizar una metodología de atención a estudiantes de algunos colegios de Bogotá con rendimiento en matemáticas superior al promedio. Esta propuesta estaba fundamentada en la integración de algunos de estos estuadiantes a ciertas actividades de la carrera de matemáticas. La Universidad Sergio Arboleda adopta un punto de vista que sigue la idea formulada por primera vez por *F.J. Monks* y *H.W. Van Boxtel* donde el talento no depende únicamente de las capacidades de los niños sino además, del contexto en los cuales se desenvuelven.

Cierto tipo de talento para la matemática encuentra en un ambiente universitario las mejores condiciones para su desarrollo. (Grupo Musa. E1 & Stefanny Moreno Gámez, 2008, p. 5)

Otro grupo existente en Bogotá es el Club de matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, dirigido a niños y jóvenes entre 10 y 15 años interesados por el estudio de las matemáticas y destacados en esta. El propósito de este grupo es proporcionar un espacio donde tenga lugar la vida académica, donde puedan potencializar su talento matemático, sus capacidades, su gusto por las matemáticas, ampliar sus concepciones sobre las matemáticas y su conocimiento matemático, a través del estudio de conceptos o procesos matemáticos poco usuales en el currículo escolar obligatorio o también a través de la profundización de algunas temáticas tratadas superficialmente en la escuela.

1.6.2 Teoría de grafos

En Colombia se han venido adelantando algunas investigaciones relacionadas con la enseñanza de la teoría de grafos en la educación básica. Tal es el caso del estudio realizado por Carlos Vergel y otros (2005) llamado "*grafos en la educación básica*", que presenta una propuesta para introducir la teoría de grafos en la educación básica Colombiana. Esta propuesta presenta tres actividades diseñadas por los autores, que fueron aplicadas en un grupo experimental de grado octavo, en un colegio distrital.

En la primera actividad realizada, se pretende introducir de manera un poco informal la teoría de grafos, pidiéndoles a los estudiantes que realizarán una representación, mediante un grafo, de una correspondencia entre dos conjuntos y de una situación en particular. También, se realiza una adaptación del problema del cartero chino, en el que se busca encontrar el recorrido más corto posible para realizar sus entregas.

Con la actividad dos, se buscaba que los estudiantes pudieran reconocer grafos recorribles y no recorribles, realizando enumeraciones y recuentos de las trayectorias en un grafo específico. En la actividad tres, se pretendía no sólo la identificación de grafos recorribles y no recorribles, sino también la elaboración de criterios generales para su identificación. Las actividades anteriores, tuvieron algunas fallas en cuanto a la formulación de las instrucciones, pues en algunos casos llevó a confundir a los estudiantes. Los estudiantes se motivaron por el desarrollo de estas actividades, puesto que les parecieron retadoras e interesantes.

Por su parte la Universidad Sergio Arboleda en Colombia ha venido ofreciendo en los cursos del programa de pre-talentos y talentos matemáticos la teoría de grafos desde el año 2009, con una gran acogida y excelente respuesta por parte de los estudiantes. Los programas desarrollados en este tema en los diferentes semestres y trabajados por los diferentes profesores se encuentran en los anexos.

En España, también se han venido desarrollando investigaciones relacionadas con la teoría de grafos y la solución de problemas. En el trabajo realizado por José Martín Morales y otros autores (2009) llamado *"empleo* *didáctico de juegos que se matematizan mediante grafos: una experiencia"*, se presenta una actividad en la cual algunos estudiantes de nivel de secundaria y universidad logran procesos de matematización, modelando distintos juegos a partir de los conceptos y teoremas de la teoría de grafos.

Este material fue construido teniendo en cuenta las distintas actividades realizadas con los alumnos de secundaria en el Taller de Talento Matemático de la Universidad de Zaragoza y con los alumnos de la Licenciatura en Matemáticas de las Universidades de Sevilla y Zaragoza. Las actividades presentadas, permitieron identificar procesos de matematización en los cuales se utilizan los grafos como herramienta matemática; en particular los Teoremas de Euler y la Coloreabilidad.

Los juegos elegidos para esta investigación, fueron el dominó y el sudoku, ya que son ampliamente conocidos por los estudiantes y generan cierta motivación. De echo, uno de los resultados interesantes de esta investigación fue el gran interés despertado en los estudiantes hacia los juegos estudiados. Esta situación, facilitó la introducción y asimilación de los conceptos asociados a teoría de grafos, así como los Teoremas de Euler y Colereabilidad.

Los estudiantes lograron modelar mediante grafos, los juegos de dominó y sudoku, permitiendo introducir de manera natural los Teoremas de Euler y Coloreabilidad. Finalmente, aplicaron los aprendizajes adquiridos por medio de esta experiencia, a otros problemas reales como los puentes de *Konigsberg* o el coloreado de mapas.

Nuñez y otros (2004), realizaron un interesante trabajo llamado "siete puentes, un camino: *Königsberg*", en el cual emplearon el problema de los puentes de *Königsberg* para introducir el estudio de la combinatoria. Uno de los objetivos de este trabajo era enseñar a los alumnos algunos conceptos fundamentales de la teoría de grafos. También, se pretendía mostrar a los estudiantes el proceso de modelización que en las propias palabras de Núñez y otros (2004) consiste en:

> *…que un matemático cuando se le presenta un problema de la vida real lo modeliza, es decir, prescinde del significado físico real de los elementos*

> *del problema (zonas de la ciudad y puentes en este caso), crea una nueva teoría matemática adecuada a este modelo (la Teoría de Grafos, en este caso), resuelve el problema según los fundamentos de esta teoría, y posteriormente traduce la solución obtenida (en grafos) a la situación real de partida…*

Dentro de las investigaciones más destacadas sobre la enseñanza de la teoría de grafos en la educación básica en Argentina, se encuentran las realizadas por la docente de la Universidad Nacional de Comahue, Teresa Braicovich.

Braicovich y otros sostienen en su investigación llamada: "*recorriendo grafos a lo largo de la educación general básica*", que "*los grafos constituyen una buena herramienta para conceptualizar situaciones, para extraer pautas y entender esquemas y lograr transferirlos a situaciones nuevas*". Los autores consideran que al incluir algunos conceptos de teoría de grafos se podría despertar el interés por la matemática, y de esta manera desarrollar en los estudiantes la visión espacial, la intuición y el razonamiento abstracto.

La idea de su investigación es que los niños a través de distintas actividades, tengan la posibilidad de explorar diferentes caminos, hacer conjeturas y verificarlas. Esta propuesta permite generar un espacio creativo en las aulas en horarios extracurriculares, introduciendo algunos conceptos de grafos, con el fin de desarrollar en los niños competencias básicas y que ellos tenga algún acercamiento a nuevos conceptos empleando sus propios razonamientos.

Esta investigación fue de tipo cualitativo y se evaluó a partir del trabajo realizado por los estudiantes en el marco de la resolución de problemas. También, se realizaron algunas encuestas abiertas, encuestas cerradas y entrevistas a profesores y estudiantes, para obtener información sobre el tema, y si los profesores consideraban pertinente incluir la teoría de grafos en los currículos correspondientes.

En conclusión, los autores establecen que sería positivo introducir algunos conceptos sobre grafos en los programas escolares y lo resumen en sus propias palabras con la siguiente invitación:

> *Los docentes deberíamos poner a los estudiantes frente a situaciones problema en los que sea necesaria la búsqueda autónoma, el propio descubrimiento paulatino de estructuras sencillas, de regularidades, la generación de hipótesis, la verificación de propiedades, etc.*

En el trabajo "coloreando la geografía desde el plano al toroide" Braicovich y Cognigni analizan una experiencia realizada con niños entre los 5 y 14 años de edad, teniendo en cuenta el tema de coloreo de grafos. Su principal objetivo fue proponer y organizar distintas actividades que permitieran a los niños construir el concepto de coloreo de grafos. Las actividades propuestas tuvieron distintos grados de dificultad y se presentaron a estudiantes de diferentes edades con el fin de identificar las edades mínimas para cada propuesta.

Las experiencias fueron desarrolladas en grupos pequeños, de máximo 6 niños de diferentes edades y se analizó como ellos interpretaban la información, generaban hipótesis y proponían estrategias. También, se analizaron los resultados obtenidos a partir del ensayo y error.

- La primera actividad consistía en pintar con diferentes colores las regiones que se tocan en distintos mapas geográficos y geométricos, intentando usar la menor cantidad posible de colores. Después de haber realizado la actividad, se les propusieron otros ejercicios en los que los estudiantes debían anticipar el resultado, sin necesidad de pintar las regiones.
- La segunda actividad consistió en construir grafos teniendo en cuenta los mapas trabajados en la actividad anterior. Para esto, tuvieron en cuenta que las regiones se representaban con vértices y las fronteras con aristas. Se encontró, que los niños de 8 ó 9 años realizaron esta actividad sin mayor dificultad.

- En la actividad 3, los niños colorearon los vértices de los grafos construidos anteriormente, evitando que los que estaban unidos o relacionados llevaran el mismo color. Los niños encontraron la relación entre mapas y grafos y entre el coloreo de ambos.
- La actividad 4, se realizó a partir de una mapa sin colorear, el cual debían representar mediante un grafo y analizarlo teniendo en cuenta la cantidad mínima de colores que se necesitaba para un coloreo correcto.
- En la actividad 5, se continuó utilizando distintos mapas, para proponer diferentes grafos y analizar su coloreo.
- En la sexta actividad los niños construyeron mapas con el fin de desafiar a sus compañeros en el coloreo de mapas.
- En la actividad 7, se trabajó en generar estrategias para que el número de colores utilizados fuera mínimo y para esto, se tuvo en cuenta la pregunta: ¿Por dónde conviene empezar?
- La actividad 8, consistió en entregarles a los niños distintos grafos y a partir de ellos construir los respectivos mapas.
- En la actividad 9, se trabajó con pelotas de telgopor, cajas de cartón forradas y cintas de Moebios hechas de papel. En algunos de estos cuerpos, habían mapas ya realizados y en otros no. La idea era pintar mapas sobre algunos de estos cuerpos.
- En la última actividad, los mapas fueron realizados sobre toroides.

Para el análisis de esta experiencia, se tuvo en cuenta el trabajo realizado por Piaget sobre los cuatro períodos generales de desarrollo cognitivo. Encontraron que los niños a los 5 y 6 años podían pintar regiones contiguas con diferentes colores en mapas sencillos. A los 7 y 8 años, ya podían representar mapas mediante grafos y analizar el coloreo estableciendo la relación entre el mapa y el grafo. Entre los 9 y 11 años, los niños podían generar hipótesis y trabajar algoritmos, algunos de estos generados por ellos mismos. A partir de los 12 años, los niños podían comprender con suficiente claridad algunos conceptos y trabajar de manera reflexiva y no únicamente por ensayo y error.

MARCO TEÓRICO

2 MARCO TEÓRICO

En este capítulo se definen los conceptos base de esta investigación, así como las teorías que respaldan los postulados que encierra la misma. El marco teórico se encuentra dividido en 3 grandes apartados.

En la primera parte se trabaja sobre los niños talento y sus características. En la segunda parte se trata el tema de teoría de grafos, definiciones básicas, ejemplos y algoritmos. La última parte aborda el significado de modelación o matematización y la resolución de problemas desde distintos autores.

2.1 ACERCA DEL TALENTO

2.1.1 Definición

Según Passow (1996, p. 27) el talento es la capacidad de un rendimiento superior en cualquier área de la conducta humana socialmente valiosas, pero limitadas esas áreas, al mismo tiempo a campos académicos, tales como Lengua, Ciencias Sociales, Ciencias Naturales y Matemáticas; a campos artísticos, como la Música, Artes Gráficas y Plásticas, Artes Representativas y Mecánicas; y al ámbito de las Relaciones Humanas.

Joshep Renzulli desarrolló una concepción de superdotación denominada los "tres anillos" (Alonso & Benito, 1996, p. 42). Los niños con talento son aquellos que son capaces de desarrollar y aplicar los siguientes tres grupos básicos de rasgos humanos:

- Capacidades generales por encima de la media.

- Altos niveles de implicación en la tarea, y
- Altos niveles de creatividad.

En Colombia el Ministerio de Educación (2001) hace la diferencia entre los conceptos de superdotado y talento. Para el primero, un superdotado es alguien que obtiene resultados fuera de lo común en pruebas desarrolladas para medir capacidad intelectual. Se considera que la característica primordial de un superdotado es que su potencial está relacionado con una capacidad académica general. A diferencia, un talento además de la aptitud, debe tener un carácter decidido y una motivación dirigida a su campo, (matemáticas, literatura, artes, ingeniería, etc), trabajar en éste y considerarlo como un principio central en su vida.

Tipología de los talentos:

- Talentos científicos
- Talentos tecnológicos
- Talentos Subjetivos

> *Mientras que para identificar superdotados basta con realizar pruebas de inteligencia, para identificar talentos hay que saber si ellos en realidad consideran su talento como un valor, es decir, como un principio rector de su vida sin el cual no podrían concebirse. La idea es que para que alguien se pueda considerar como talento, en un campo específico, no sólo debe tener una alta competencia, sino que debe ser capaz de trabajar sostenidamente y elaborar productos que, para su edad, superen con creces las expectativas para un individuo común (Ministerio de educación nacional, 2001).*

2.1.2 Características del talento matemático

En el pensamiento lógico matemático se registran positivamente casi todos los signos de una “inteligencia autónoma”. Esta inteligencia no debería contarse como una inteligencia sencilla sino como una inteligencia general (Howard, 1993).

Para Martín (2004), las características propias del talento matemático son las siguientes:

- flexibilidad en los procesos mentales que requiere de la realización de las actividades matemáticas;
- capacidad de abstracción;
- agilidad en los procesos de razonamiento matemático;
- pensamiento lógico;
- generalización y transferencia;
- rapidez en el aprendizaje matemático;
- estructura mental matemática.

Según Sánchez (2009), las características de los talentos matemáticos son:

- rapidez del aprendizaje;
- flexibilidad;
- generalización, transferencia;
- capacidad de abstracción;
- reducción del proceso de razonamiento matemático;
- pensamiento lógico;
- inversión, resersibilidad;
- memoria matemática;
- percepción matemática del mundo.

2.1.3 Talento matemático y El proyecto Semicírculo

El grupo Musa (2008) menciona que el proyecto Semicírculo adoptó la tendencia formulada por primera vez por F. J. Monks y H. W. Van Boxtel , según la cual el talento depende no sólo de las capacidades de los niños y niñas sino además, del contexto en los cuales se desenvuelven.

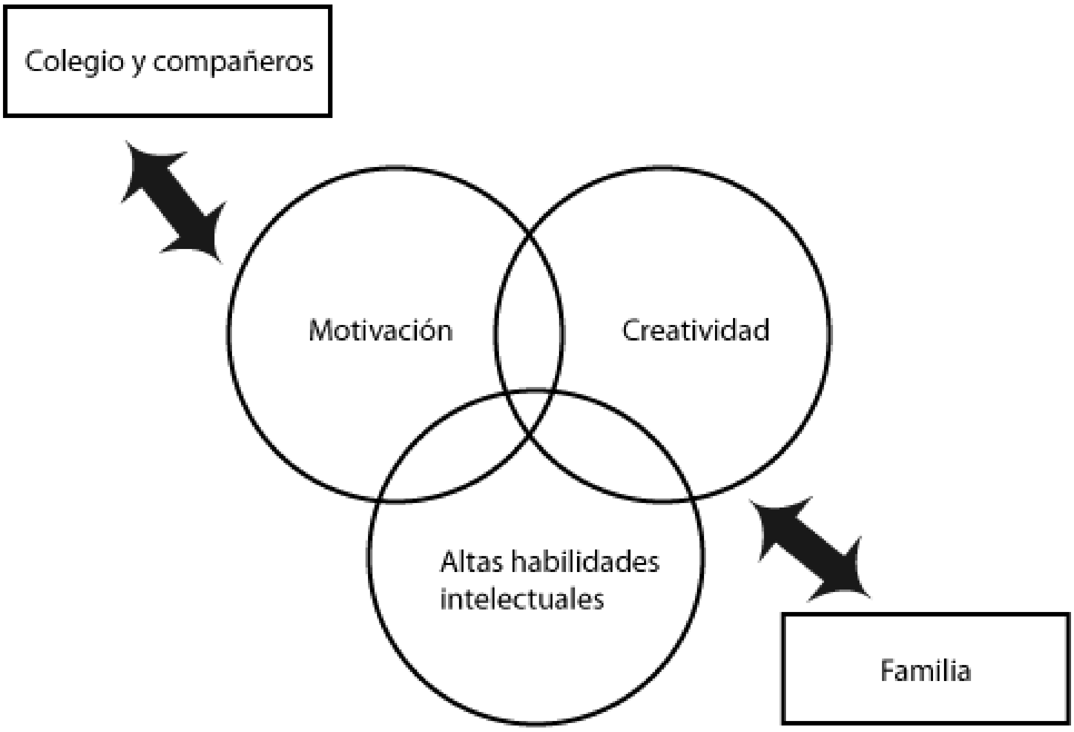


Figura 2.1 Relación contexto – talento (2008)

El talento de un niño(a) depende de las relaciones que ellos desarrollen en ambientes más cercanos como la familia y el colegio, es decir, éstos pueden ayudar o por el contrario impedir, que el talento se desarrolle.

El proyecto Semicírculo desarrolla actividades propias del contexto universitario asumiendo nuevos retos, diferentes cualitativamente a los que ofrece el entorno familiar o el colegio. Lo primero que encuentra un niño(a) al enfrentarse al ambiente universitario es interactuar con personas mayores que realizan tareas similares y esto puede ser un obstáculo en el desarrollo de sus capacidades, o por el contrario un mecanismo que le permite desarrollar y fortalecer sus habilidades.

El contexto universitario modifica los entornos de estos estudiantes. Nos podemos encontrar con un niño(a) con talento que tenga dificultades en este nuevo ambiente y no continúe en el proyecto, *esto no quiere decir que haya perdido sus capacidades; significa simplemente, que nuestro método no es el adecuado para esta persona.* (Grupo Musa. E1 & Moreno Gámez, 2008).

El siguiente diagrama resume la manera de entender el talento en matemáticas:

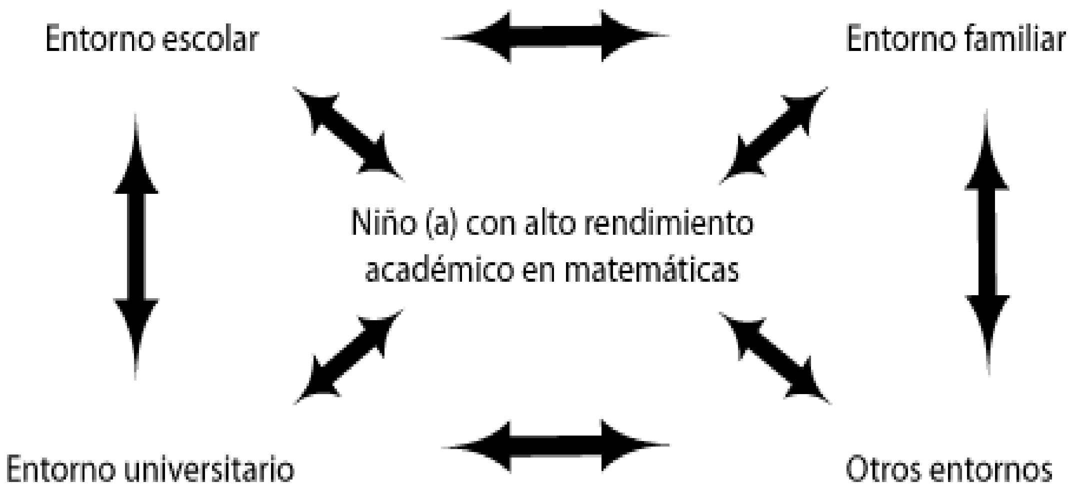


Figura 2.2 El talento en matemáticas. Proyecto semicírculo

2.2 TEORÍA DE GRAFOS

Es un hecho histórico que la teoría de grafos nace a partir de que un grupo de jóvenes visitaron a Leonhard Euler (1707-1738), matemático suizo, para pedirle que resolviera la siguiente pregunta:

¿Cuánto llevaría recorrer los puentes de Königsberg?.

Esto llevó a la afirmación empírica de que un recorrido completo de todos los puentes sin pasar más de una vez por alguno de ellos era imposible.

Euler presentó un completo informe a la Academia de Ciencias de San Petersburgo, donde afirmaba haber demostrado esta imposibilidad de resolver el problema. Este artículo fue publicado en el año 1736, considerándose éste el año del nacimiento de la Teoría de grafos y Euler se convirtió en el padre de esta teoría.(Moreno, 2004)

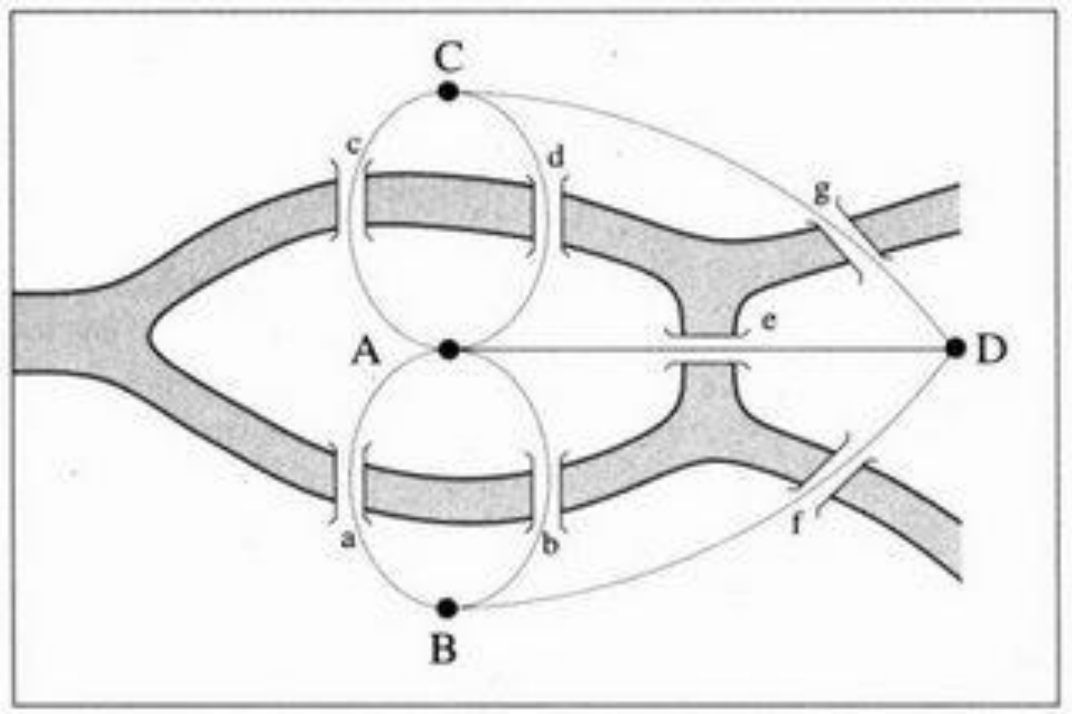


Figura 2.3 Puentes de Königsberg (Piedrabuena, 2008)

A continuación se presentan las definiciones y los algoritmos de la teoría de grafos que se trabajaron con el grupo experimental de la presente investigación. Para esto se utilizaron diferentes libros de teoría de grafos y de matemáticas discretas. Éstos fueron: The Theory of Graphs (Berge, 2001), Matemáticas discretas, Graph Theory (Diestel, 2005)

2.2.1 Recorridos Eulerianos

2.2.1.1 Definiciones básicas

Un **grafo** G consiste de un conjunto finito no vacío de objetos llamados **vértices** y de un conjunto no ordenado de vértices llamadas **aristas.** Se denotará $V(G)$ al conjunto de vértices del grafo G y $A(G)$ al conjunto de aristas.

Un grafo G es **conexo** si consiste de una sola pieza, si consiste de varios pedazos de dice que es **disconexa** y a los pedazos se les llama componentes.

Si un grafo G no tiene aristas se llaman grafo **nulo**, y un grafo donde cualquier par de vértices está unido por una única arista se llama grafo **completo**.

El **grado** de un vértice es el número de aristas que se encuentran en éste vértice.

Dos vértices son **adyacentes** si existe una arista que los une.

Un **puente** de un grafo G es una arista tal que al borrarla, el grafo G se vuelve disconexo.

En la figura 2.4 se observa un grafo conexo que tiene seis vértices y seis aristas. Los grados de los vértices A, B, C, D, E y F son respectivamente: 1, 3, 2, 3, 2 y 1. El vértice adyacente a A es B, los vértices adyacentes a B son A y C, los de C son B y D, los de D son C y F, el de E es D, y, el de F es D. La arista BE es un puente en este grafo.

Una **trayectoria** es una sucesión de vértices con la propiedad de que cada vértice es adyacente al siguiente y tal que en la correspondiente sucesión de aristas, todas las aristas son distintas. Un **circuito** es una trayectoria que inicia y termina en el mismo vértice.

Se llama una **trayectoria de Euler** a una trayectoria que recorre todas las aristas de un grafo conexo, de la misma manera un **circuito de Euler** es un circuito que recorre todas las aristas de un grafo conexa.

2.2.1.2 Teorema de Euler

1. **Existencia de trayectorias de Euler**

a. Si un grafo tiene más de dos vértices de grado impar, entonces no existe una trayectoria de Euler.
b. Si un grafo conexo tiene exactamente dos vértices de grado impar, entonces tiene por lo menos una trayectoria de Euler. Cualquier trayectoria de Euler debe iniciar en uno de los vértices de grado impar y terminar en el otro.

2. **Existencia de circuitos de Euler**

a. Si en un grafo algún vértice tiene grado impar, entonces no puede haber circuito de Euler.
b. Si todos los vértices de un grafo conexo tiene grado par, entonces hay por lo menos un circuito de Euler.

2.2.1.3 Lema de apretón de manos

En cualquier grafo, la suma de los grados de todos sus vértices es igual a dos veces el número de aristas.

Nota: El teorema de Euler proporciona un importante resultado que implica reconocer cuando en un circuito existe o no una trayectoria, o, un circuito de Euler, y en el caso de existir, no nos dice nada acerca de cómo encontrarlo. El Algoritmo de Fleury nos ayudará a encontrar un circuito o trayectoria de Euler.

2.2.1.4 Algoritmo de Fleury (Para encontrar un circuito de Euler)

1. El grafo debe tener todos sus vértices de grado par.
2. Se elige cualquier vértice inicial.
3. En cada paso se debe recorrer cualquier arista disponible, eligiendo un puente sólo cuando no haya otra alternativa.
4. Después de recorrer cualquier arista se borra y se recorre otra arista disponible. Además se borran los vértices de grado cero que resulten.
5. Cuando no se pueda seguir el recorrido. ¡**Se ha encontrado un circuito de Euler**!

De la misma manera está el algoritmo de Fleury para encontrar una trayectoria de Euler

2.2.2 Circuitos Hamiltonianos

2.2.2.1 Definiciones básicas

Una **trayectoria de Hamilton** es una trayectoria donde el recorrido incluye todas las aristas de un grafo *G*, y en donde se pasa por cada una de ellas exactamente una vez. Un **circuito de Hamilton** es un circuito donde el recorrido incluye todas las aristas de un grafo *G*, y en donde se pasa por cada una de ellas exactamente una vez.

Dado un circuito, el circuito que resulta al recorrerlo en orden inverso se llama **circuito reflejado**; y estos dos son distintos.

Un grafo cuyas aristas están etiquetadas con números se llama **grafo ponderado**. A estos números se les llama **peso** de las aristas.

El **peso total** de un circuito es la suma de los pesos de cada una de las aristas que lo forman.

2.2.2.2 Algoritmos para resolver problemas del tipo PAV

El objetivo es encontrar un circuito de Hamilton óptimo (con el menor peso total), para esto, se dará un número de posibles caminos para llegar a su solución.

2.2.2.2.1 Fuerza bruta

1. Hacer una lista de todos los posibles circuitos de Hamilton del grafo.
2. Calcular el peso total de cada circuito de Hamilton sumando los pesos de todas las aristas del circuito.

3. Encontrar los circuitos (siempre hay más de uno) con el menor peso total. Cualquiera de ellos es un circuito de Hamilton.

2.2.2.2.2 Algoritmo ambicioso

1. Elegir cualquier vértice como punto inicial
2. Del vértice inicial, ir al vértice cuya arista correspondiente tenga el menor peso. Si hay más de uno, escoger uno arbitrariamente.
3. Continuar construyendo el circuito vértice por vértice, yendo en cada paso hacia el vértice (de los que no han sido visitados aún) cuya correspondiente arista tenga el menor peso. En caso de empate elegir uno arbitrariamente. Continuar el proceso hasta que todos los vértices hayan sido visitados.
4. Desde el último vértice regresar al punto inicial.

2.2.2.2.3 Algoritmo ambicioso repetitivo

1. Escoger cualquier vértice. Aplicar el algoritmo ambicioso y calcular el costo total del circuito obtenido.
2. Repetir el proceso usando cada uno de los vértices restantes del grafo como vértice inicial.
3. De los circuitos de Hamilton obtenidos, escoger el óptimo. Si hay un vértice inicial designado, reescribir este circuito con ese vértice como punto inicial.

2.2.2.2.4 Algoritmo demínima conexión

1. Elegir la arista de menor peso (en caso de empate elegir arbitrariamente).
2. Elegir la siguiente arista disponible de menor peso.
3. Continuar eligiendo la arista disponible de menor peso, excepto cuando: (a) se cierra un circuito que no es el final (b) se unen tres aristas en un solo vértice.
4. Cuando ya no haya más vértices que conectar cerrar el circuito.

2.2.3 Árboles y colores

2.2.3.1 Definiciones básicas

Un **subgrafo** G_1 de un grafo *G* es un grafo cuyos vértices y aristas están contenidas en *G*.

Un **árbol** es un grafo conexo que no contiene circuitos, y se caracteriza por:

- En un árbol cualesquiera dos vértices están unidos por una única trayectoria. Recíprocamente, si cualesquiera dos vértices de un grafo están unidos por una única trayectoria, entonces el grafo es un árbol.
- En un árbol todas las aristas son puentes. Recíprocamente, si todas las aristas de un grafo son puentes, entonces el grafo es un árbol.
- Un árbol con n vértices tiene exactamente $n-1$ aristas. Recíprocamente, si un grafo conexo tiene *n* vértices y $n-1$ aristas, entonces es un árbol.

Un **árbol generador** de un grafo conexo *G* con *n* vértices es un grafo de *G* que tiene $n-1$ aristas de *G* y todos los n vértices de *G*.

Cualquier grafo ponderado *G* contiene árboles generadores, al que tenga menor peso total se le llama **árbol generador mínimo**.

Colorear un grafo es el proceso de asignar colores a los vértices de tal manera que vértices adyacentes reciban colores distintos. Al mínimo número de colores que se necesita usar se conoce como **número cromático**.

Un grafo que se puede dibujar de tal manera que cualquiera dos de sus aristas no se intersequen excepto en un vértice se llama **grafo planar.**

2.2.3.2 Algoritmo de Kruskal

El objetivo es encontrar *redes eficientes* (más barata, más corta, etc), por ejemplo la conexión de redes de telefonía, de carreteras, de vías férreas, de tuberías, etc. Esto se traduce en la posibilidad de interconectar un conjunto de puntos de manera óptima, y de nuevo la teoría de grafos respalda la solución a este tipo de problemas.

¿Cómo encontrar un árbol generador mínimo en cualquier grafo ponderado?

Algoritmo de Kruskal:

1. Elegir la arista de menor peso
2. Elegir la siguiente arista disponible de menor peso. Si hay más de una, elegir una arbitrariamente.
3. Elegir la siguiente arista de menor peso que no cierra un circuito con las aristas ya elegidas, si hay más de una, elegir arbitrariamente.
4. Para un grafo de n vértices, se repite 3. Hasta que se hayan elegido $n-1$ aristas del grafo. Los vértices del grafo y las $n-1$ aristas así elegidas constituyen el árbol generador mínimo.

2.2.3.3 Algoritmo de Disjtra

El objetivo es encontrar *la ruta más corta* de un punto a otro, es decir, se utilizará la teoría de grafos para encontrar una trayectoria de menor peso total que une a cualesquiera dos vértices de un grafo ponderado conexo.

Algoritmo de Dijstra

1. Marcar con un círculo el vértice inicial. Examinar todas las aristas que llegan al vértice inicial y elegir la de menor peso. Marcar la arista elegida con línea punteada y marcar con un círculo el vértice del otro extremo de la línea punteada.
2. Examinar todos los vértices que no han sido marcados con círculo y que son adyacentes a los vértices marcados con circulo en el grafo.

3. Usar únicamente vértices marcados con círculos y aristas marcadas con línea punteada; y encontrar los pesos totales que van del vértice inicial hacia cada uno de los vértices que se han examinado. Elegir el vértice y la arista que hayan dado lugar a la trayectoria de menor peso total. Marcar con un circulo el vértice y con línea punteada la arista que se eligió.
4. Repetir 2. y 3 hasta que estén marcados todos los vértices con un circulo. Las aristas punteadas del grafo forman la ruta más corta del punto inicial hacia cualquier otro vértice del grafo.

Nota: El algoritmo de Disjtra construye un árbol generador para cualquier grafo ponderado dado, del cual se puede "leer" las rutas más cortas del punto inicial hacia cualquier otro vértice. Este árbol generador no es necesariamente mínimo.

2.2.3.4 Coloración de grafos

2.2.3.4.1 Teorema de los cuatro colores

El número cromático de cualquier grafo planar es menor o igual que cuatro.

2.3 MODELACIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La inclusión de la modelación y resolución de problemas como procesos generales de la actividad matemática en Colombia, se propone en el año 1998 por parte del Ministerio de Educación Nacional en los Lineamiento Curriculares. En este sentido, se considera fundamental profundizar en la noción de la modelación.

2.3.1 Modelación o matematización según el Ministerio de Educación Nacional

Para ahondar en el concepto de modelación, el MEN (2006) parte de la definición de modelo en los siguientes términos:

Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema –a veces se dice también "una estructura"– que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo (MEN, 2006, p.52).

Teniendo en cuenta esta idea, la modelación o matematización puede concebirse como el descubrimiento de patrones reiterativos en las situaciones de la vida real, científicas y propias de las matemáticas para reedificalas mentalmente (MEN, 2006).

La siguiente figura presentada en (MEN, 1998, p. 7), muestra los elementos básicos de la construcción de modelos según el matemático holandés Hans Freudenthal.

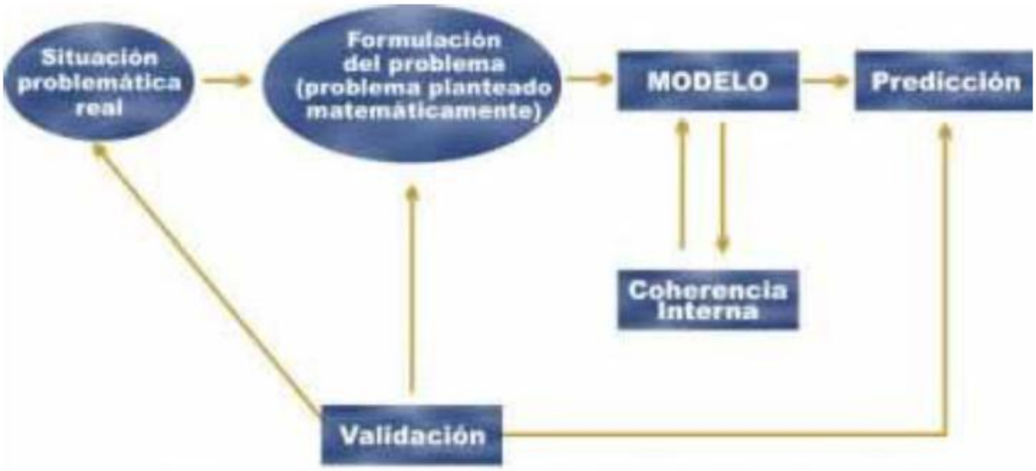


Figura 2.4 Elementos básicos de la construcción de modelos (MEN, 1998, p. 7).

En este esquema, se muestra como punto de partida de la modelación, una situación problemática real, la cual es simplificada y estructurada de acuerdo con las condiciones del problema y los intereses de quien lo resuelve.

Una vez hecha la formulación del problema, que contiene las características fundamentales de la situación original, se procede a encontrar el modelo matemático que relacione los "elementos básicos" del problema.

Finalmente, se obtienen algunos resultados matemáticos que deben ser validados e interpretados en relación con la situación problemática original. Al validar el modelo nos podemos encontrar con que no es el más adecuado y por ende, debemos devolvernos a encontrar uno nuevo. El hallazgo de un modelo satisfactorio permite realizar algunas predicciones.

2.3.2 Matematización según Luis Rico

Rico (2003) afirma que el proceso de matematización implica tres fases importantes y secuenciadas. La primera fase, conocida como matematización horizontal, que significa traducir el problema del mundo real al mundo matemático; y se desarrolla a través de las siguientes actividades:

- Identificar los conceptos matemáticos, procedimientos, propiedades o teoremas que puedan ser importantes para la solución del problema.
- Representar el problema de manera diferente.
- Entender la relación entre el lenguaje natural, el simbólico y el formal.
- Hallar regularidades, relaciones y patrones.
- Identificar problemas conocidos con la misma estructura.
- Encontrar un modelo matemático que represente la situación.
- Emplear herramientas y recursos apropiados.

Una vez traducido el problema a una expresión matemática, el estudiante puede pasar a la segunda fase, llamada matematización vertical, donde se emplean los conceptos y destrezas matemáticas para solucionar el problema dentro del mundo matemático. La matematización vertical implica:

- Usar diferentes tipos de representación.
- Hacer uso del lenguaje simbólico, formal, técnico y sus operaciones.
- Depurar y adecuar los modelos matemáticos.
- Argumentar y generalizar.

Finalmente, se lleva a cabo la fase de reflexión, que consiste en interpretar los resultados críticamente y validar el proceso empleado para la solución del problema. La siguiente descripción, resume gráficamente las fases mencionadas anteriormente.

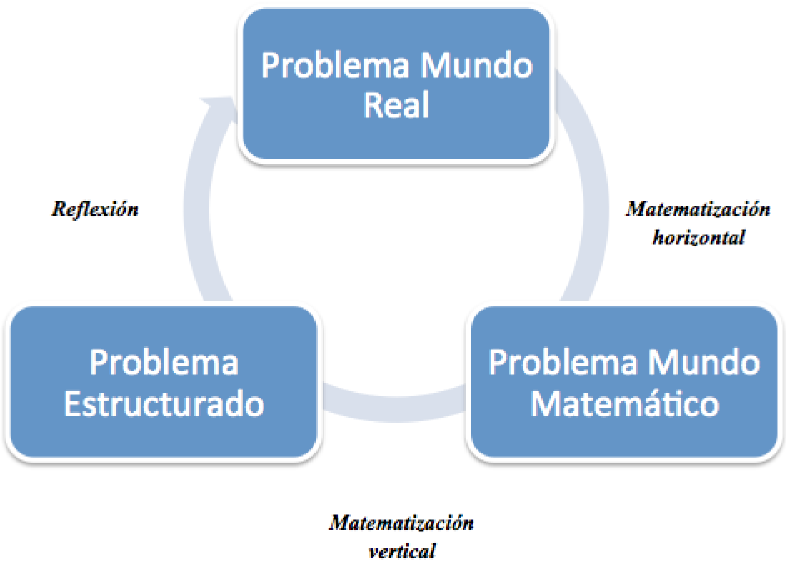


Figura 2.5 Proceso de matematización

El proceso de matematización o hacer matemáticas descrito anteriormente formaliza la metodología de resolución de problemas; en pocas palabras se puede decir según (Rico, 2009) que “la matematización consiste en la resolución de problemas”.

2.3.3 Resolución de problemas según el Ministerio de Educación Nacional

El MEN (2006) considera la resolución de problemas como un proceso que debe estar presente en todas las actividades de matemáticas, inclusive podría convertirse en el eje principal para organizar el currículo de matemáticas. Lo anterior lo justifica en los siguientes términos:

…las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden están ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad… (MEN, 2006, p.52).

El MEN (1998) propone incluir en el currículo escolar de matemáticas los siguientes aspectos:

- Formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera del contexto matemático.
- Planteamiento y ejecución de diferentes estrategias de resolución de problemas.
- Verificación e interpretación de los resultados teniendo en cuenta el problema original.
- Generalización de las soluciones y estrategias para aplicarlas en otras situaciones problema.
- Obtener confianza en el uso de las matemáticas.

Se puede observar, que el Ministerio de Educación Nacional marca una estrecha relación entre la resolución de problemas y el proceso de modelación; sin embargo no establece una diferenciación clara entre ambos procesos.

2.3.4 Diferencias y semejanzas entre los procesos de modelación matemática y resolución de problemas.

Villa y Ruis (2009), presentan algunas diferencias entre los procesos de modelación y resolución de problemas bajo ciertos criterios.

CRITERIOS	MODELACIÓN	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Contextos	Los contextos son reales; provienen de situaciones propias del entorno de los estudiantes y de otras ciencias.	Algunos son contextos reales, aunque otros pueden ser contextos adaptados y artificiales.
Propósitos	Los estudiantes son sometidos a procesos de planteamiento de hipótesis, búsqueda de información, conceptualización, análisis y síntesis, entre otros.	En algunos casos, las situaciones se presentan al estudiante simplificadas y estructuradas, por ende, no se realizan procesos de experimentación ni simplificación.
El proceso	Como proceso, la modelación se desarrolla por medio de una serie de etapas en donde el estudiante debe definir el problema en el mundo real, encontrar un modelo que lo represente, y a partir de éste, dar una solución matemática e interpretarla teniendo en cuenta el problema inicial. También, debe evaluar el modelo y reformularlo en caso de ser necesario.	Es un proceso que requiere la comprensión de la situación; identificar la información relevante e irrelevante; establecer relaciones entre los datos y con situaciones parecidas. Además, requiere del uso de distintas estrategias, suponiendo el problema ya resuelto.
Argumentos	Como las situaciones que se abordan provienen de contextos socio-culturales de los estudiantes, les permite tener una visión crítica de la realidad en que se desenvuelven. Además, les proporciona una respuesta a la típica pregunta ¿Pará que me pueden servir las matemáticas en la vida?	Le brinda la posibilidad al estudiante de construir conocimiento y pensamiento matemático a partir de situaciones en contextos significativos.

Tabla 2-1 Diferencias entre la modelación y resolución de problemas. (Villa y Ruis, 2009)

Villa y Ruis, también presentan en la siguiente figura cuándo los procesos de modelación y resolución de problemas pueden considerarse iguales y cuando pueden considerar completamente diferentes.

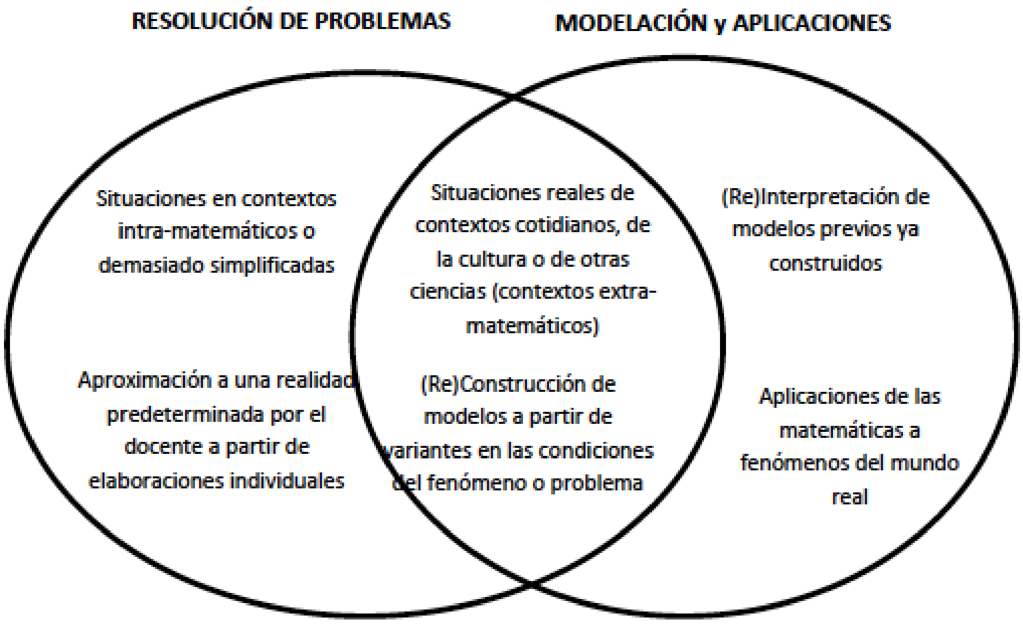


Figura 2.6 Modelación y resolución de problemas. (Villa y Ruis, 2009)

2.3.5 Modelos de resolución de problemas

Con respecto a la resolución de problemas, a lo largo de la historia, se han venido adelantando distintas investigaciones. Dentro de los trabajos más destacados en este campo se encuentran los desarrollados por Polya, Miguel de Guzmán y Alan Schoenfeld.

2.3.5.1 Modelo de Polya

Según Polya (1989, p. 108) "*resolver un problema, esencialmente es encontrar la relación entre los datos y la incógnita*".

Polya propone que para resolver un problema se tengan en cuenta las siguientes fases:

- Entender el problema

- Elaborar un plan
- Llevar a cabo el plan
- Reflexionar sobre la solución encontrada

Para cada fase, Polya sugiere un conjunto de preguntas que el estudiante puede hacerse, o algunos aspectos que debe tener en cuenta para aproximarse a la resolución del problema. A continuación, se presentan algunos de ellos para cada fase.

En la fase de compresión del problema recomienda:

- Diferenciar la información relevante e irrelevante
- Identificar qué se pregunta
- Determinar si los datos recaudados son suficientes
- Plantear el problema en sus propias palabras

Al concebir un buen plan, se debe tener en cuenta:

- Preguntarse si se ha resuelto un problema semejante anteriormente, así el planteamiento sea ligeramente diferente.
- Cuando no se pueda solucionar el problema propuesto, intente resolver un problema análogo un poco más sencillo.

Algunas de las estrategias que pueden ser útiles al resolver un problema son:

- Plantear una ecuación y resolverla.
- Encontrar un patrón.
- Organizar la información en una lista, una tabla, una figura o un diagrama.
- Empezar por el final e ir hacia atrás.
- Encontrar un modelo matemático o una fórmula.
- Resolver operaciones matemáticas empleando las propiedades.
- En problemas de demostraciones usar el razonamiento directo o indirecta.

- Utilizar el ensayo y error, entre otras.

Al llevar a cabo el plan, es indispensable:

- Comprobar cada uno de los pasos ejecutados y reflexionar sobre la solución encontrada.
- Preguntarse si la respuesta es correcta y tiene sentido.
- Verificar si existe una solución más sencilla o si se puede resolver el problema siguiendo otro camino.

El siguiente esquema resume el modelo planteado por Polya para la solución de problemas.

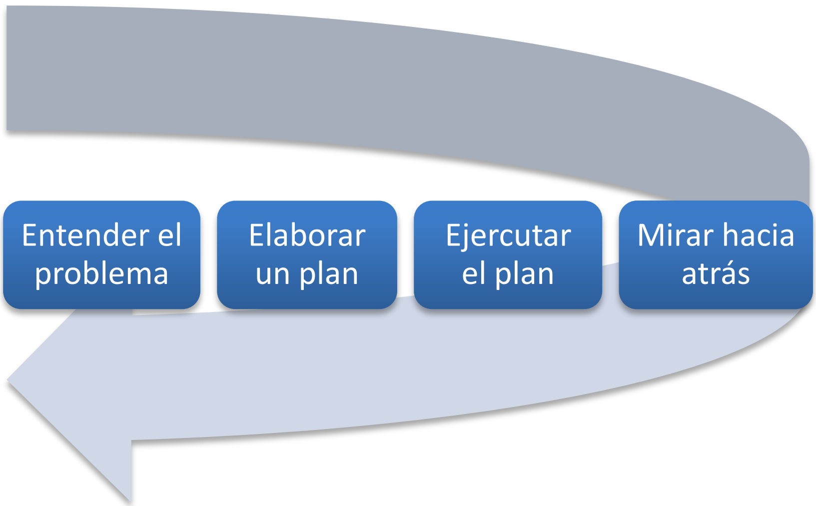


Figura 2.7 Modelo para la resolución de problemas de Polya

2.3.5.2 Modelo de Alan Schoenfeld

Alan Schoenfeld (1985), por su parte considera que en la resolución de problemas se deben tener en cuenta las siguientes dimensiones:

- Recursos: conceptos y procedimientos matemáticos (conocimientos matemáticos).
- Heurística: conjunto de estrategias y técnicas para resolver problemas.

- Control: capacidad para administrar los recursos y heurísticas para la resolución del problema.
- Sistema de creencias: creencias y opiniones relacionadas con la resolución de problemas que pueden afectar la manera en la que el estudiante se enfrente al problema matemático.

Schoenfeld considera tres fases dentro de la resolución de problemas:

- Análisis
- Exploración y ejecución
- Verificación de la solución

En cada una de las fases, Schoenfeld recomienda las siguientes estrategias:

Análisis

- Realizar un diagrama si es posible.
- Estudiar casos particulares: elegir valores especiales para familiarizarse con el problema, examinar casos límite.
- Simplificar el problema: hacer uso de la simetría o del razonamiento “sin pérdida de generalidad”

Exploración

- Estudiar problemas en esencia equivalentes: sustituyendo condiciones por otras que sean equivalentes, combinar los elementos del problema de distintas formas, introducir elementos auxiliares o reformular el problema.
- Examinar un problema ligeramente modificado: subdividir el problema y estudiar cada caso por separado.

- Examinar problemas sustancialmente diferentes: estudiar el problema con menos variables, fijar algunas variables menos una y estudiar qué sucede.

Verificación de la solución

- Verificar la solución obtenida teniendo en cuenta que se utilicen todos los datos pertinentes, las predicciones son razonables y soporta ensayos de simetría, cambios de escala o análisis dimensional.
- Verificar la solución utilizando un método diferente si es posible.

2.3.5.3 Modelo de Miguel de Guzmán

El modelo para resolución de problemas de Miguel de Guzmán (1991), presenta las siguientes etapas:

- Familiarización con el problema
- Búsqueda de estrategias
- Desarrollo de la estrategia
- Revisión del proceso

Familiarización con el problema

- Identificar: de qué se trata el problema, cuáles son los datos, qué se pregunta, si los datos son suficientes o no, si existe relación entre los datos.

Búsqueda de estrategias

- Empezar por lo fácil
- Experimentar
- Hacer un esquema, figura o diagrama
- Escoger un lenguaje adecuado, una notación apropiada

- Buscar un problema semejante
- Suponer el problema resuelto

Desarrollo de la estrategia

- Poner a funcionar alguna de las estrategias mencionadas anteriormente

Revisión del proceso

- Examinar el camino seguido
- Extraer el mayor provecho del problema

ESQUEMA DE LA INVESTIGACIÓN

3 ESQUEMA DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo se describirá ampliamente la metodología de esta investigación. Además se explicará en detalle el plan, su estructuración y diseño de la metodología seguida de todo el proceso de la investigación. De esta manera se presenta el tipo de estudio realizado, el diseño de los instrumentos de recopilación de datos, las características de la población necesarias para luego analizar los resultados.

3.1 ETAPAS DE LA INVESTIGACIÓN

La presente investigación se llevó a cabo en cinco etapas, de la siguiente manera:

1. **Planteamiento de la pregunta de investigación**

Finalmente se llegó a la siguiente pregunta: ¿La teoría de grafos favorece el desarrollo de procesos de matematización en los niños del programa de talentos matemáticos de la Universidad Sergio Arboleda?

2. **Análisis teórico y contextual**

Se edificó el estado del arte sobre el talento y la enseñanza de la teoría de grafos. Para cumplir con esto se realizaron las siguientes tareas:

- Revisión bibliográfica de artículos, páginas web y demás documentos sobre enseñanza de la teoría de grafos.
- Investigación de diferentes grupos nacionales e internacionales de niños talento.

- Recopilación de definiciones y algoritmos básicos de teoría de grafos.
- Estudio profundo del planteamiento de George Polya, Alan Schoenfeld, Rico, Miguel de Guzman sobre las etapas para resolución de problemas y modelación matemática.

3. Planteamiento de la metodología y diseño de los instrumentos de recolección de datos.

Se llevó a cabo los procesos de planeación metodológica para la recolección de datos, también la ejecución para obtener la información, para esto se siguieron las siguientes etapas:

- Planteamiento de la hipótesis.
- Identificación de las categorías.
- Elaboración de la prueba de resolución de problemas que representa la herramienta de recolección de datos.
- Validación de esta prueba por parte de expertos y grupo piloto.
- Entrevistas a los estudiantes del grupo control y experimental.

4. Análisis de datos

Con los datos de la etapa anterior se hizo un estudio de la siguiente manera:

- Análisis de los grupos de estudiantes a los cuales se les aplicó la prueba.
- Comparación entre los grupos de estudio.
- Análisis estadístico de los datos obtenidos.
- Análisis cualitativo de los resultados de la prueba.

5. Conclusiones

Compendio de los resultados obtenidos.

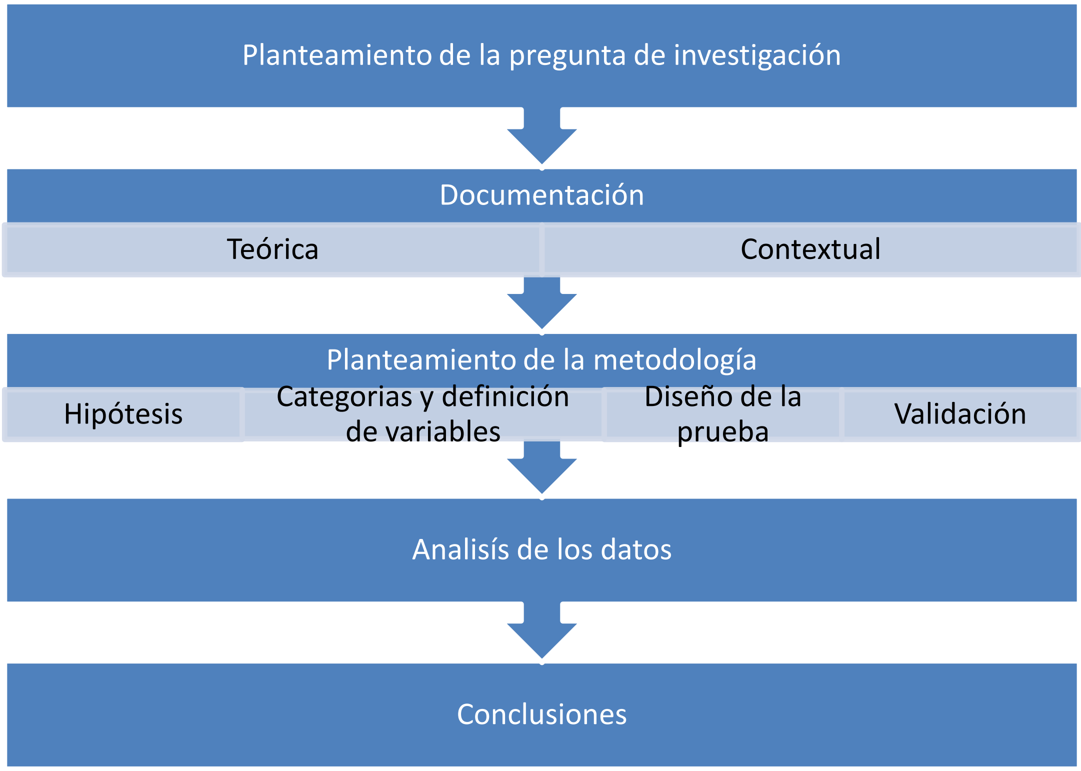


Figura 3.1 Metodología de la investigación

3.2 TIPO DE ESTUDIO

Este es un trabajo investigativo con un enfoque mixto, que se basó en una prueba de resolución de problemas aplicada a un grupo control y a un grupo experimental. El diseño de investigación implementado es considerado de tipo cuasi-experimental y el alcance de tipo explicativo.

3.3 METODOLOGÍA

Para realizar el análisis de la prueba de resolución de problemas por parte del grupo experimental, nos basamos en el proceso de matematización propuesto por Rico (2003). Las categorías para analizar los procesos de matematización de los estudiantes del grupo experimental fueron las siguientes:

Categoría	Descripción
Matematización horizontal	Representación de la situación mediante un grafo teniendo en cuenta la información y condiciones de un problema.
Matematización vertical	Uso del teorema o procedimiento desde la teoría de grafos para la solución del problema.
Solución e interpretación	Expresa adecuadamente la respuesta relacionándola con la información del problema original.

Tabla 3-1 Categorías de la investigación

La codificación de los ítems se realizó teniendo en cuenta los siguientes puntajes:

- 1, si realiza correctamente el proceso propuesto en la categoría respectiva: matematización vertical, horizontal y solución e interpretación.
- 0, si no realiza correctamente el proceso propuesto en la categoría respetiva.

3.4 ESTUDIO

3.4.1 Muestra

La investigación se llevó a cabo en la Universidad Sergio Arboleda y el colegio Gimnasio Los Portales. La muestra fue de 14 niños entre los 13 y 18 años del grupo de Talentos matemáticos de la misma universidad, y 14 estudiantes del colegio Gimnasio Los Portales con una fuerte inclinación hacia las matemáticas, ya que corresponde al grupo que hace una profundización en matemáticas y que ha tenido buenos resultados a lo largo de su escolaridad.

Las características del grupo experimental y grupo control se presentan en la siguiente tabla:

Grupo Control G1	Grupo experimental G2
Se considera grupo control porque estos estudiantes no recibieron el tema de teoría de grafos al momento de la recolección de datos.	Los estudiantes que conforman el grupo experimental, están influenciados por el tema de teoría de grafos en el momento de recolección de datos.

Tabla 3-2 Características de grupo control y grupo experimental

3.5 Técnica de recolección de datos

3.5.1 Instrumentos de recolección de datos

Prueba de resolución de problemas

Para la presente investigación, un instrumento de recolección de datos fue un cuestionario, el cual constaba de una lista de problemas que los estudiantes debían responder justificando y explicando su razonamiento.

Las etapas que se siguieron para la realización del test final fueron las siguientes:

- Se retomó los objetivos y la hipótesis.
- Se definieron las categorías e indicadores para cada una de las variables.
- Búsqueda de problemas para el instrumento.
- Validación del contenido por parte del Doctor Reinaldo Núñez, director del proyecto.
- Validación del instrumento por parte de tres expertos.
- Validación del instrumento con el grupo piloto.
- Ajustes y diseño del test final.

- **Entrevistas**

Se entrevistaron algunos estudiantes de cada grupo (control y experimental), con el fin de conocer los procedimientos seguidos para la resolución de los problemas planteados. Esta entrevista se realizó a algunos de los miembros de cada grupo (experimental y control) después de aplicado el instrumento.

Se realizaron las siguientes preguntas a los estudiantes del grupo control con relación a cada ítem:

- ¿Me puedes explicar qué es lo que se pregunta en este problema?
- ¿Qué información es relevante y qué información es irrelevante?
- ¿Cuál fue la estrategia que utilizaste para solucionar el problema?
- ¿Qué procedimiento seguiste?
- ¿Qué temas de los que has aprendido en la escuela te sirvieron para resolver el problema?
- ¿Por qué consideras que la respuesta es correcta?
- ¿Verificaste si cometiste algún error?
- ¿Buscaste un camino diferente para solucionar el problema?

Se realizaron las siguientes preguntas a los estudiantes a los estudiantes del grupo experimental con relación a cada ítem:

- ¿Me puedes explicar qué es lo que se pregunta en este problema?
- ¿Qué información es relevante y qué información es irrelevante?
- ¿Cuál fue la estrategia que utilizaste para solucionar el problema?
- ¿Qué conceptos o teoremas de la teoría de grafos empleaste para solucionar el problema?
- ¿Por qué en algunos problemas no empleaste la teoría de grafos?
- ¿Por qué consideras que la respuesta es correcta?
- ¿Verificaste si cometiste algún error?
- ¿Qué temas diferentes a la teoría de grafos de los que haz aprendido en la escuela te sirvieron para resolver el problema?

3.5.2 Cuestionario G1

Este instrumento fue aplicado al grupo control y el objetivo fue conocer cómo un estudiante que no ha adquirido la teoría de grafos resuelve diferentes problemas.

El cuestionario se encuentra en el anexo 1

3.5.3 Cuestionario G2

Este instrumento fue aplicado al grupo experimental y el objetivo fue conocer cómo un estudiante que adquirió la teoría de grafos realiza procesos de matematización para solucionar los problemas propuestos.

El cuestionario se encuentra en el anexo 1

3.5.4 Variables

En la elaboración del instrumento se establecieron diferentes variables, mencionadas anteriormente. Como ésta es una investigación de tipo cuasi experimental, debemos considerar la relación entre dos variables, donde consideramos que la variable independiente es la *enseñanza de teoría de grafos*; y se considera la causa o condición para generar un efecto sobre la variable dependiente: *proceso de matematización.*

Esta investigación se estructura sobre la ausencia y presencia de la variable independiente, es decir, la enseñanza de la teoría de grafos. La ausencia de la variable se refleja en el grupo control y la presencia de la variable se exhibe en los resultados obtenidos en el grupo experimental.

Durante el proceso de investigación, las variables trabajadas se estructuraron en tres momentos diferentes.

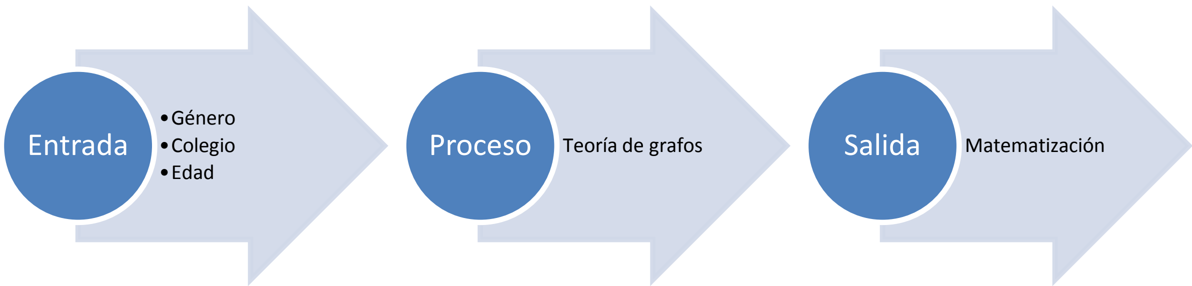


Figura 3.2 Variables trabajadas en cada momento de la investigación

3.5.4.1 Variables generales de la muestra

Variable	Valor
Género	Femenino – Masculino
Colegio	Florentino Gonzales El Rodeo Nueva Delhi Sorrento María Mercedes Carranza Cedid San Pablo San Francisco Liceo Navarra Claustro Moderno
Edad	13, 14, 15, 16, 17

Tabla 3-3 Variables generales de la muestra

3.5.4.2 Variable independiente

Enseñanza de la teoría de grafos.

3.5.4.3 Variable dependiente

Procesos de matematización o de resolución de problemas.

3.5.5 Validez y confiabilidad del instrumento

Antes de iniciar el trabajo de campo, se sometió la prueba a revisión por parte de un grupo de expertos. Posteriormente, se aplicó la prueba de solución de problemas a un grupo piloto, conformado por estudiantes que hacen parte de la población estudiada, garantizando que este grupo tuviera características similares a las del grupo experimental.

3.5.5.1 Validez

La validez del contenido del instrumento se estimó mediante un juicio de expertos. Yadira Corral (2009) asegura que se recurre a la validez para conocer la probabilidad de error en la configuración del instrumento.

> "*Mediante el juicio de expertos se pretende tener estimaciones razonablemente buenas"* (Corral, 2009)

Los juicios de los expertos se obtuvieron por el método de agregados individuales. Éste parece ser un método limitado ya que los expertos no pueden intercambiar sus puntos de vista, opiniones y experiencia, pues el requerimiento fue individual, sin embargo, esta limitación puede ser precisamente lo que se está buscando para evitar los sesgos de los datos ocasionados por conflictos interpersonales o presiones entre expertos. (Corral, 2009)

Se le pidió a cada experto que diera una estimación directa de los ítems del instrumento (ver anexo 4). Para esto realizamos lo siguiente:

- Seleccionamos tres expertos en el tema de enseñanza de teoría de grafos para juzgar de manera independiente los diez problemas iniciales de la prueba. Ellos fueron: Profesor José Luis Ramírez, docente de la escuela de matemáticas de la Universidad Sergio Arboleda, investigador principal del grupo Yaglom de la misma universidad. Wilson Pardo, coordinador de contenidos de la oficina del centro de gestión TIC de la Universidad del Rosario. Sandra Morales, coordinadora del departamento de matemáticas del colegio Gimnasio Los Portales.

- A cada experto se le hizo entrega de manera escrita la información suficiente sobre: El propósito de la prueba (objetivos) y la descripción de la muestra.
- Cada experto recibió un instrumento de validación que contiene: Claridad en la redacción, coherencia interna, inducción a la respuesta, medición del propósito y observaciones. (Ver anexo 4)
- Recogimos y analizamos los instrumentos de validación, y se decidió:
    1. Los ítems que tenían el 100% de coincidencia favorable entre los jueces quedaron incluidos en el test final.
    2. Los ítems que tenían el 100% de coincidencia desfavorable entre los jueces quedaron excluidos del test final.
    3. Los ítems que tuvieron coincidencia parcial, se revisaron y fueron reformulados y nuevamente validados.

Los ítems que tuvieron 100% de coincidencia fueron:

Ítem 2. En Numerolandia hay nueve ciudades, con los nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Aeronumerolandia S.A. es la única compañía aérea del país, dicha empresa establece una ruta aérea entre dos ciudades si y solamente si el número de dos dígitos formado por los nombres de las ciudades es divisible entre tres. Si visitas este extraño país ¿Serás capaz de viajar por avión de la ciudad 1 a la ciudad 9?

Ítem 4. El pasillo de unas oficinas tiene forma circular y está dividido en cuatro compartimientos A, B, C y D, tal como se indica en la figura 3.3

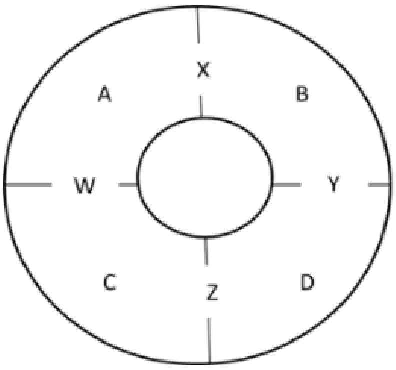


Figura 3.3 pasillos de oficinas

A partir de las 7 de la noche, por seguridad las únicas puertas por las que se puede entrar o salir son las marcadas con las letras X, Y, Z y W. La señora de la limpieza está a las 7 p.m. en el compartimiento A. hasta las 8 p.m. ha pasado 7 veces por la puerta X, 4 veces por la Y, 6 veces por la Z y 4 veces por la W. ¿Puedes decir en que compartimiento está la señora después del recorrido?

Ítem 5. Se conocen los siguientes datos sobre las personas a, b, c, d, e, f y g:

- La persona a habla inglés.
- La persona b habla inglés y español.
- La persona c habla inglés, italiano y ruso.
- La persona d habla japonés y español.
- La persona e habla alemán e italiano.
- La persona f habla francés, japonés y ruso.
- La persona g habla francés y alemán.

¿Es cierto que cada par de personas se puede comunicar entre ellas utilizando, si es necesario, a otra persona como intérprete.

Ítem 6. En Somalilandia existen cinco ciudades P_1, P_2, P_3, P_4 y P_5, que poseen entre ellos las siete fronteras que se presentan en la siguiente gráfica

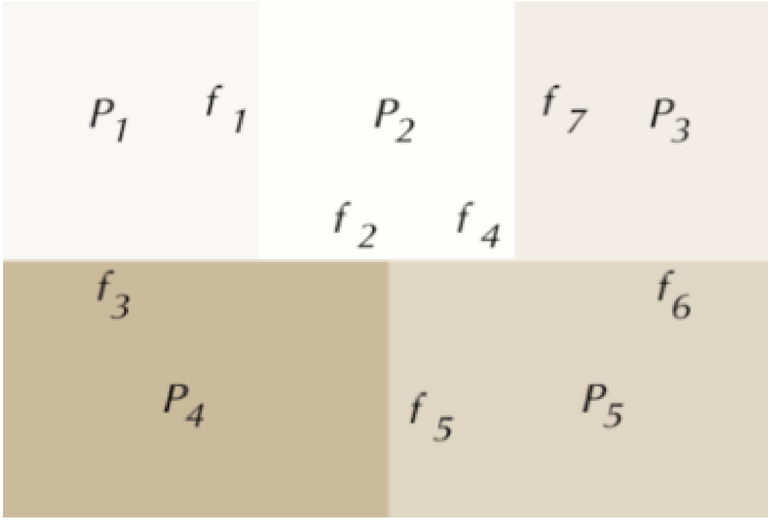


Figura 3.4 Somalilandia

Las fronteras se han indicado con f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6 y f_7 ¿Será posible iniciar una ruta partiendo de uno de las ciudades, atravesar cada una de las fronteras una sola vez, y regresar a la ciudad de partida?

Ítem 9. En un colegio se desea programar reuniones de comités estudiantiles que han sido asignados desde el grado 7 al grado 11. Se quiere asignar los días de la reunión para los comités, de tal manera que si dos comités coinciden en un mismo grado, les sean asignados distintos días para sus reuniones. La siguiente tabla muestra los comités a los que pertenece cada grado.

	Comité de aseo	Comité ambiental	Comité de eventos	Comité académico	Comité de deportes	Comité de arte y cultura
Grado 7	*	*	*			
Grado 8	*			*	*	
Grado 9		*				*
Grado 10	*		*			
Grado 11	*				*	

Tabla 3-4 Comités a los que pertenece cada grado

¿Es posible elaborar tal programa? ¿Cuál es el menor número de días que se necesita?

El ítem que tuvo 100% coincidencia desfavorable fue:

Ítem 10. En un laboratorio se quiere depositar seis sustancias en diferentes frascos, algunos pueden mezclarse con otros, pero algunos otros no porque de hacerlo podría ocurrir una explosión. *Amoniaco* puede mezclarse con *cloruro de sodio, ácido clorhídrico* con *amoniaco, acetato* con *cloruro de sodio* y *amoniaco*, *benceno* únicamente *acetato* y *formol* no puede mezclase con ninguna otra sustancia. ¿Cuál es el mínimo número de frascos que necesitan en el laboratorio para poder depositar todas las sustancias?

Los ítems que tuvieron coincidencia parcial fueron:

Ítem 1. En un futuro no muy lejano habrá viajes interplanetarios. Supón que en el sistema solar se establecieran las siguientes rutas (únicamente éstas): Tierra – Mercurio, Plutón – Venus, Urano – Neptuno, Neptuno – Saturno, Saturno – Júpiter, Júpiter – Marte y Marte – Urano. ¿Se podría realizar el viaje desde la Tierra hasta Marte?

Ítem 3. A mi hermana le he dicho que desde que me desperté, he pasado por la puerta de mi cuarto (entrando y saliendo) 9 veces a lo largo de la mañana. Al finalizar la mañana, en dónde me podrá encontrar ¿dentro o fuera de mi cuarto?

Ítem 7. Una compañía eléctrica ha edificado una central eléctrica en la ciudad Bogotá y quiere que algunas ciudades de la región andina tengan suministro eléctrico. Para ello tiene que construir tendidos eléctricos, entre las ciudades. Para que una ciudad tenga suministro eléctrico no es necesario que esté conectada con Bogotá; basta con que esté conectada por un tendido eléctrico a cualquier ciudad que tenga suministro. La compañía conoce el costo de construcción de todos los tendidos posibles.

Lógicamente la compañía quiere gastar la menor cantidad de dinero posible en la construcción de los tendidos eléctricos de tal manera que dé suministro a todas las ciudades. La compañía te ha contratado ¿Podrás ayudarles a encontrar la red más barata?

Ítem 8. En Colombia hay 32 departamentos, supongamos que cada uno de ellos está conectado a todos los demás por carretera. ¿Cuál es el número máximo de carreteras que se pueden quitar de modo que se pueda seguir viajando de un departamento a los restantes?

Se realizó el análisis de las sugerencias y observaciones, se revisaron y reformularon algunos ítems que pertenecen al conjunto de coincidencia parcial, finalmente se volvió a presentar el test con los cambios correspondientes al grupo de expertos.

Los ítems modificados quedaron de la siguiente manera:

El **ítem 1** fue eliminado del test final.

Ítem 3. A mi hermana le he dicho que desde que me desperté, he pasado por la puerta de mi cuarto (saliendo y entrando) 99 veces a lo largo de la mañana. Al finalizar la mañana, en dónde me podrá encontrar ¿dentro o fuera de mi cuarto?

Ítem 6. Una compañía eléctrica ha edificado una central eléctrica en la ciudad Bogotá y quiere que algunas ciudades de la región andina tengan suministro eléctrico. Para ello tiene que construir tendidos eléctricos entre las ciudades. Para que una ciudad tenga suministro eléctrico no es necesario que esté conectada con Bogotá, basta con que esté conectada por un tendido eléctrico a cualquier ciudad que tenga suministro. La compañía conoce el costo (en millones de pesos) de construcción de todos los tendidos posibles, como lo muestra la siguiente figura.

La compañía quiere gastar la menor cantidad de dinero posible en la construcción de los tendidos eléctricos de tal manera que dé suministro a todas las ciudades. ¿Cuál es la red más barata?

Ítem 8. En Colombia hay 32 departamentos, supongamos que cada uno de ellos está conectado a todos los demás por vía aérea. ¿Cuál es el número máximo de rutas que se pueden quitar de modo que se pueda seguir viajando de un departamento a los restantes?

El test final se redujo a 8 ítems, y se encuentra en el anexo 3.

3.5.6 Validez y confiabilidad prueba piloto

Se aplicó el test de 8 ítems a una muestra de 20 estudiantes que hacen parte de la población estudiada y se encontraron los índices de dificultad, homogeneidad y confiabilidad para este test, teniendo en cuenta los siguientes parámetros.

Índice de dificultad

Se empleó este indicador para cuantificar el grado de dificultad de cada problema. El índice de dificultad de un ítem ***i*** se define como el cocientre entre el número de sujetos que lo respondieron correctamente (Ai) y el número de sujetos que lo intetaron responder (Ni) (Abad, 2006)

$$Di = \frac{Ai}{Ni}$$

Atendiendo al proceso de cuantificación de las respuestas, con 1 para respuesta correcta y con 0 para respuesta incorrecta, el índice de dificultad del problema ***i*** será el cociente entre el número de unos y el total de unos y ceros que tiene el ítem. Los estudiantes que omitieron el ítem (no lo respondieron) no se contabilizan en *Ni*.

Para clasificar la dificultad de los ítems, se tienen en cuenta las siguientes categorías (García, 2012):

Dificultad	**Índice (*Di*)**
MF: Muy Fácil	$Di \geq 0.75$
F: Fácil	$0.55 \leq Di < 0.75$
N: Normal	$0.45 \leq Di < 0.55$
D: Dificil	$0.25 \leq Di < 0.45$
MD: Muy Difícil	$Di < 0.25$

Tabla 3-5 Categorías de índice di dificultad

Se considera que el índice de dificultad *Di* entre 0.3 y 0.9 es un intervalo de valor óptimo.

Índice de homogeneidad

El índice de homogeneidad se calculó mediante el coeficiente de correlación de Pearson. Se relacionaron las puntuaciones obtenidas en cada ítem con las puntuaciones totales. El coeficiente de Pearson puede variar entre -1 y 1, y mide la consistencia del ítem en el test. La siguiente tabla muestra los rangos establecidos para este índice (García, 2012) :

Decisión	Índice de Homogeneidad
PD: Pésimo-descartar	*Menor que cero*
POD: Pobre-descartar	*Entre 0 y 0.2*
PR: Regular-revisar	*Entre 0.2 y 0.29*
BM: Bueno-Mejorar	*Entre 0.29 y 0.39*
C: Conservar	*Mayor que 0.39*

Tabla 3-6 Rangos de índice de homogeneidad

Confiabilidad

Para evaluar la confiabilidad de las preguntas se utilizó el coeficiente de Cronbach , el cual se calculó mediante la siguiente expresión (Abad, 2006):

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum s_j^2}{s_x^2}\right)$$

Donde,

k: representa el número de ítems

$\sum s_j^2$: es la suma de las varianzas de los ítems

s_x^2: es la varianza del test

La siguiente tabla muestra la confiabilidad de una prueba teniendo en cuenta el coefiiente de Cronbach (Sampieri, 1998) :

Confiabilidad	Coeficiente de Cronbach
B: Baja	*Entre 0.25 y 0.5*
M: Media	*Entre 0.5 y 0.75*
A: Aceptable	*Entre 0.75 y 0.9*
E: Elevada	*Mayor que 0.9*

Tabla 3-7 Confiabilidad según coeficiente de Cronbach

La siguiente tabla resume los índices de dificultad, homogeneidad y confiabilidad para la prueba piloto.

Problema	1	2	3	4	5	6	7	8
Índice de Dificultad	0.45	0.55	0.95	0.55	0.8	0.55	0.5	0.6
	N	F	MF	F	F	F	N	N
Índice de homogeneidad	0.73	0.82	0.09	0.82	0.72	0.65	0.47	0.7
	C	C	POD	C	C	C	C	C
Coeficiente de Cronbach								0.8
								A

Tabla 3-8 Índices de dificultad, homogeneidad y confiabilidad del piloto

Se puede observar teniendo en cuenta la tabla, que los problemas 1, 7 y 8 presentaron dificultad normal. Por el contrario, los problemas 2, 4, 5 y 6 fueron fáciles y el más fácil fue el problema 3, puesto que el 95% de los estudiantes lo respondieron correctamente. Se puede concluir, teniendo en cuenta el índice de homogeneidad que todos los ítems menos el 3 son consistentes dentro de la prueba. Finalmente, se tiene un coeficiente de Cronbach que está por encima de 0.75, lo que determina que la prueba tiene una confiabilidad aceptable dentro de los valores deseados. Se decide eliminar de la prueba el ítem 3, ya que su índice de homogeneidad fue pobre. La prueba final queda conformada por 7 problemas y se puede ver en el anexo 1.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo presentamos los resultados de los instrumentos aplicados a cada una de las muestras de estudiantes seleccionados para el análisis de la presente investigación. En la primera parte presentamos los resultados obtenidos en el proceso de recolección de datos. En la segunda parte se realiza un análisis de estos resultados.

4.1 PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

4.1.1 Validez y confiabilidad prueba final

Se aplicó la prueba final a los grupos control y experimental conformados por 14 estudiantes en cada uno (ver anexo 5). Los resultados obtenidos para cada uno de los índices de cada ítem de la prueba fueron los siguientes:

Problema	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Índice de dificultad	0.85	0.82	0.71	0.67	0.53	0.21	0.57
	MF	MF	F	F	N	MD	F
Índice de homogeneidad	0.6	0.74	0.48	0.84	0.73	0.57	0.8
	C	C	C	C	C	C	C
Coeficiente de Cronbach						0.81	
						A	

Tabla 4-1 Resultados obtenidos para los índices de la prueba

De la tabla anterior se observa que todos los índices de homogeneidad se mantienen dentro de los valores deseados, así como el coeficiente de Cronbach. Los índices de dificultad de cada uno de los ítems se mantienen muy cercanos con respecto a la prueba piloto, excepto el del problema 6 que quedó dentro de la categoría muy difícil.

4.1.2 Variables generales grupo experimental

a. Género

La muestra de estudiantes del grupo experimental se caracteriza por ser en su mayoría niños, con un 71%, frente a un 29% de niñas. En el grafico presentado a continuación podemos observar la distribución porcentual del género de los participantes.

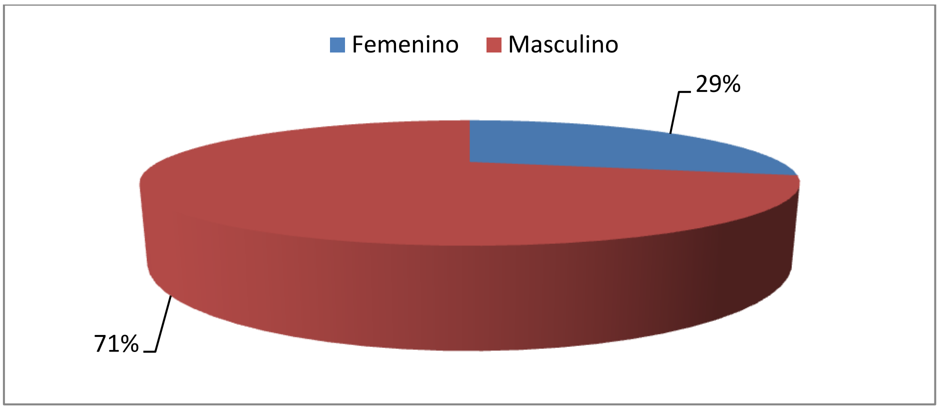


Gráfico 4-1 Distribución porcentual del género de los estudiantes

b. Edad

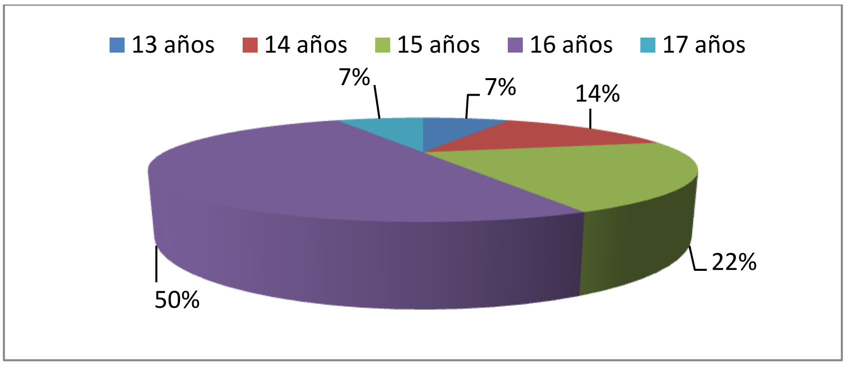


Gráfico 4-2 Distribución porcentual de la edad de los estudiantes

En cuanto a la edad, el 7% de los estudiantes tiene 13 años, el 14% tiene 14 años, el 22% tiene 15 años, el 50% tiene 16 años y el 7% tiene 17 años. Lo que quiere decir que la muestra está constituida en su mayoría por niños de 16 años.

c. Grado

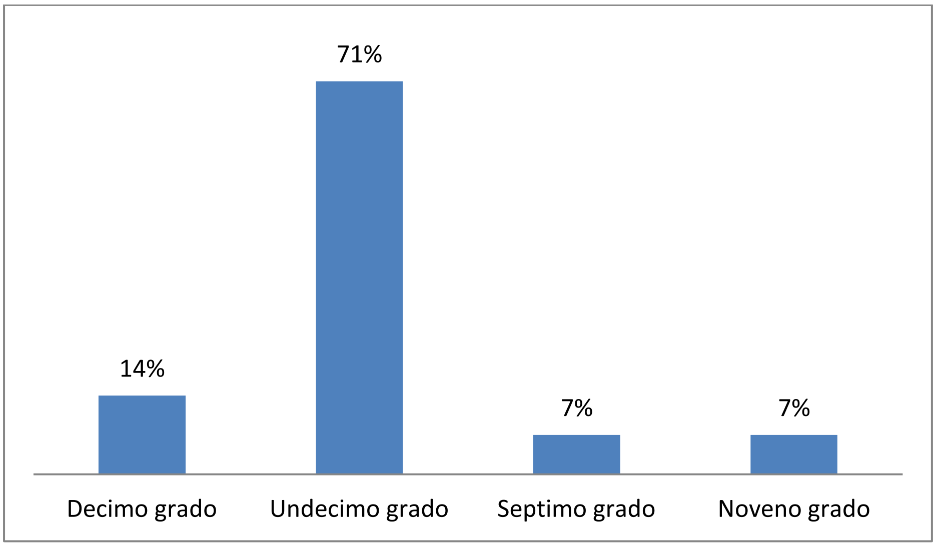


Gráfico 4-3 Distribución porcentual del grado de los estudiantes

En el grupo experimental hay niños que están cursando los grados séptimo, noveno, décimo y once, con una distribución porcentual del 7%, 7%, 14% y 72% respectivamente, siendo este último la mayoría del grupo.

4.1.3 Ítems

A partir de la propuesta presentada por Rico (2003) para procesos de matematización, se procede a solucionar cada uno de los problemas y a realizar el respectivo análisis con base en los siguientes parámetros.

PROBLEMA 1

Se conocen los siguientes datos sobre las personas a, b, c, d, e, f y g:

- La persona a habla inglés.
- La persona b habla inglés y español.
- La persona c habla inglés, italiano y ruso.
- La persona d habla japonés y español.
- La persona e habla alemán e italiano.
- La persona f habla francés, japonés y ruso.
- La persona g habla francés y alemán.

¿Es cierto que cada par de personas se puede comunicar entre ellas utilizando, si es necesario, a otra persona como intérprete?

MATEMATIZACIÓN HORIZONTAL

Diccionario

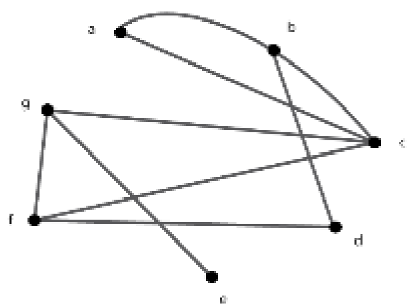
PROBLEMA 1	**TEORÍA DE GRAFOS**
Personas a, b, c, d, e, f y g	Vértices a, b, c, d, e, f y g
Comunicaciones entre dos personas que hablan un mismo idioma	Aristas
Comunicaciones entre las personas	Grafo 

Tabla 4-2 Matematización horizontal problema 1

MATEMATIZACIÓN VERTICAL

Al observar los recorridos, si dos vértices no están unidos, debe existir uno entre ellos que los conecte.

INTERPRETACIÓN DE LA SOLUCIÓN

Si se exige un único intérprete, la comunicación no sería posible, como en el caso de las personas **a** y **g** ó **e y d**.

PROBLEMA 2

En Numerolandia hay nueve ciudades, con los nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Aeronumerolandia S.A. es la única compañía aérea del país, dicha empresa establece una ruta aérea entre dos ciudades si y solamente si el número de dos dígitos formado por los nombres de las ciudades es divisible entre tres. Si visitas este extraño país ¿Serás capaz de viajar por avión de la ciudad 1 a la ciudad 9?

MATEMATIZACIÓN HORIZONTAL

Diccionario del problema 2

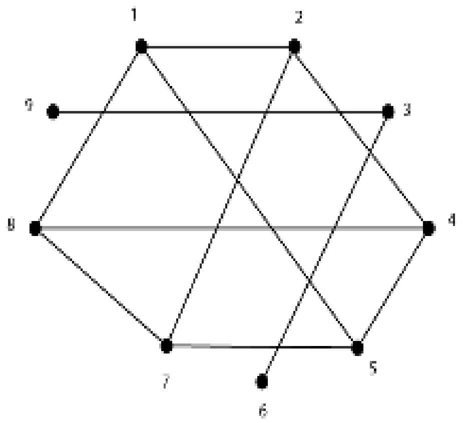
PROBLEMA 2	**TEORÍA DE GRAFOS**
Ciudades 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9	Vértices 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9
Comunicación entre ciudades cuyos dígitos formados por los nombres de las ciudades es divisible entre tres.	Aristas
Comunicaciones entre las ciudades	Grafo 

Tabla 4-3 Matematización horizontal problema 2

MATEMATIZACIÓN VERTICAL

No existe una trayectoria de Euler que inicie en el vértice 1 y termine en el vértice 9.

INTERPRETACIÓN DE LA SOLUCIÓN

Teniendo en cuenta que no existe un recorrido entre la ciudad 1 y la ciudad 9, no es posible realiar un viaje entre estas dos ciudades.

PROBLEMA 3

El pasillo de unas oficinas tiene forma circular y está dividido en cuatro compartimientos A, B, C y D, tal como se indica en la figura

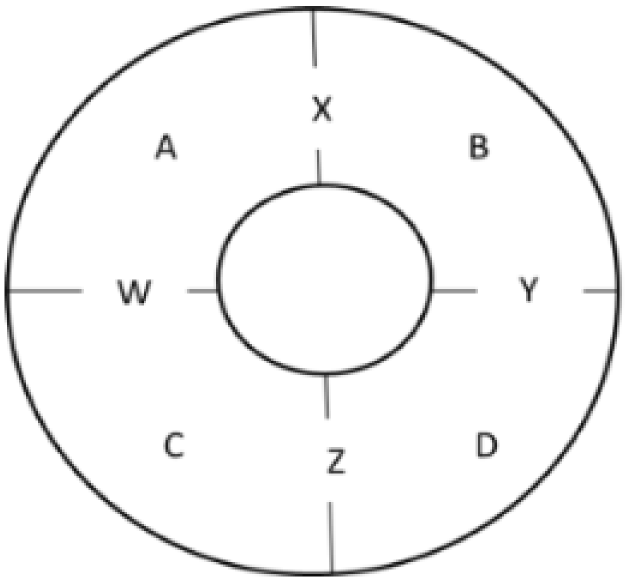


Figura 4.1 pasillo de oficinas

A partir de las 7 de la noche, por seguridad las únicas puertas por las que se puede entrar o salir son las marcadas con las letras X, Y, Z y W. La señora de la limpieza está a las 7 p.m. en el compartimiento A. hasta las 8 p.m. ha pasado 7 veces por la puerta X, 4 veces por la Y, 6 veces por la Z y 4 veces por la W. ¿Puedes decir en que compartimiento está la señora después del recorrido?

MATEMATIZACIÓN HORIZONTAL

Diccionario del problema 3

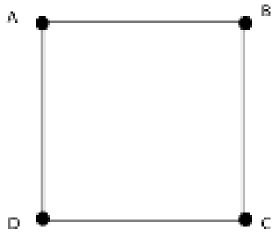
PROBLEMA 3	**TEORÍA DE GRAFOS**
Compartimientos: A, B, C y D	Vértices A, B, C y D
Paso de un compartimiento a otro	Arista
Pasillo de unas oficinas	Grafo 

Tabla 4-4 Matematización horizontal problema 3

MATEMATIZACIÓN VERTICAL

El grado de los vértices A, B, C y D, respectivamente es 11, 11, 10 y 10. Como tiene dos vértices de grado impar, entonces existe por lo menos una trayectoria de Euler. El recorrido empieza en el vértice A y debe terminar en el vértice B, que son los vértices de grado impar según el teorema de Euler para trayectorias.

En la figura se indica los números {7}, {4}, {6} y {4} indicando los grados de los vértices. Por ejemplo el grado de A es 4+7=11.

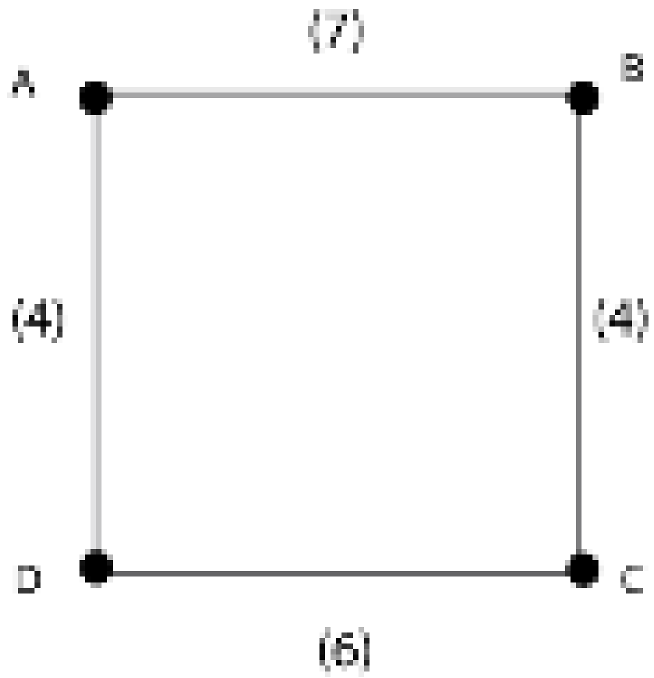


Figura 4.2 Grafo de pasillo de oficinas

INTERPRETACIÓN DE LA SOLUCIÓN

La señora de la limpieza se encuentra en el compartimiento B, después del recorrido.

PROBLEMA 4

En Somalilandia existen cinco ciudades P_1, P_2, P_3, P_4 y P_5, que poseen entre ellos las siete fronteras que se presentan en la siguiente gráfica

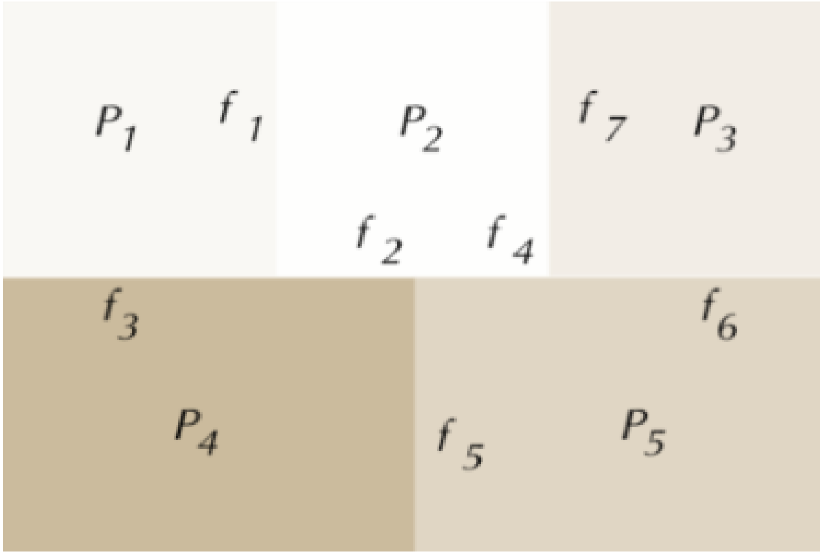


Tabla 4-5 Somalilandia

Las fronteras se han indicado con f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6 y f_7 ¿Será posible iniciar una ruta partiendo de uno de las ciudades, atravesar cada una de las fronteras una sola vez, y regresar a la ciudad de partida?

MATEMATIZACIÓN HORIZONTAL

Diccionario del problema 4

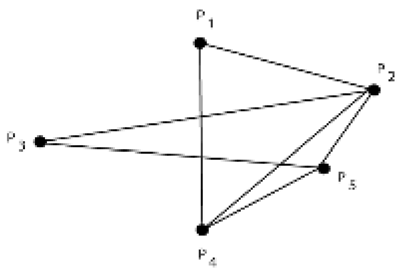
PROBLEMA 4	**TEORÍA DE GRAFOS**
Países P_1, P_2, P_3, P_4 y P_5	Vértices P_1, P_2, P_3, P_4 y P_5
Fronteras entre dos países	Aristas
Mapa de los cinco países	Grafo 

Tabla 4-6 Matematización horizontal problema 4

MATEMATIZACIÓN VERTICAL

Como se debe partir de un vértice y realizar una trayectoria para llegar al mismo punto, ya que no existe un circuito de Euler, porque los vértices P_4 y P_5 tienen grado impar.

INTERPRETACIÓN DE LA SOLUCIÓN

No se puede iniciar una ruta partiendo de uno de los paises, atravesar cada una de las fronteras una vez y llegar al país de partida.

PROBLEMA 5

Una compañía eléctrica ha edificado una central eléctrica en la ciudad Bogotá y quiere que algunas ciudades de la región andina tengan suministro eléctrico. Para ello tiene que construir tendidos eléctricos entre las ciudades. Para que una ciudad tenga suministro eléctrico no es necesario que esté conectada con Bogotá, basta con que esté conectada por un tendido eléctrico a cualquier ciudad que tenga suministro. La compañía conoce el costo (en millones de pesos) de construcción de todos los tendidos posibles.

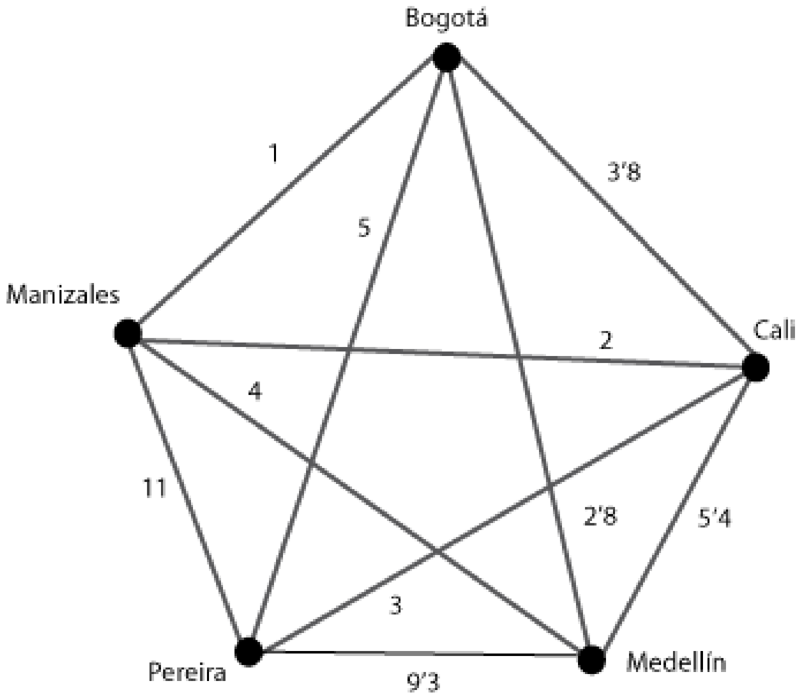


Gráfico 4-4 Grafo que representa la conexión de tendidos eléctricos

La compañía quiere gastar la menor cantidad de dinero posible en la construcción de los tendidos eléctricos de tal manera que dé suministro a todas las ciudades. ¿Cuál es la red más barata?

MATEMATIZACIÓN HORIZONTAL

Diccionario del problema 5

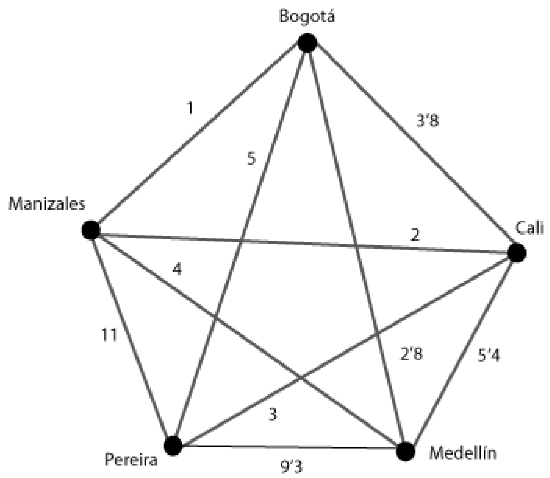
PROBLEMA 5	**TEORÍA DE GRAFOS**
Ciudades de la región andina: Bogotá, Cali, Medellín, Pereira, Manizales	Vértices Bogotá, Cali, Medellín, Pereira, Manizales
Tendidos eléctricos	Aristas
Costo del tendido eléctrico	Peso de la arista
Red de suministro eléctrico	Grafo 

Tabla 4-7 Matematización horizontal problema 5

MATEMATIZACIÓN VERTICAL

Se aplica el algoritmo de Kruskal para encontrar el árbol mínimo generador.

- La arista de menor peso es del vértice Bogotá al vértice Manizales (peso de la arista 1).

- La siguiente arista de menor peso es del vértice Manizales al vértice Cali (Peso de la arista 2).
- Le sigue la arista de Bogotá Medellín (Peso de la arista 2,8)
- Luego sigue la arista Pereira Cali (Peso 3)

Como el número de vértices es 5 y el árbol generador mínimo debe tener cuatro aristas.

INTERPRETACIÓN DE LA SOLUCIÓN

La red más barata es el tendido que va de Bogotá a Manizales, Bogotá a Medellín, Manizales a Cali y Cali a Pereira.

PROBLEMA 6

En Colombia hay 32 departamentos, supongamos que cada uno de ellos está conectado a todos los demás por vía aérea. ¿Cuál es el número máximo de rutas que se pueden quitar de modo que se pueda seguir viajando de un departamento a los restantes?

MATEMATIZACIÓN HORIZONTAL

Diccionario del problema 6

PROBLEMA 6	**TEORÍA DE GRAFOS**
32 departamentos de Colombia	Vértices (1, 2, 3, …, 32)
Viajes aéreos	Aristas
Ruta área entre todos los departamentos de Colombia	Grafo completo de 32 vértices. K_{32}

Tabla 4-8 Matematización horizontal problema 6

MATEMATIZACIÓN VERTICAL

Se tiene un grafo completo, ya que cada par de vértices está conectados por una arista. Se busca un árbol mínimo generador.

Como se debe responder la pregunta con el grafo K_{32}, se empezará a examinar que sucede con K_2, K_3, K_4, etc., hasta encontrar una generalización para K_{32}

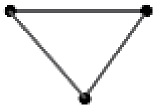
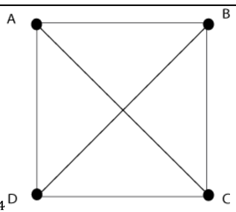
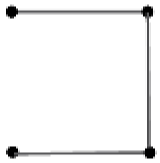
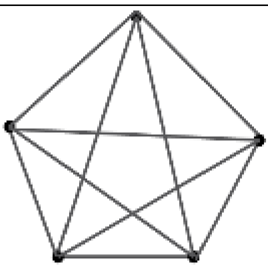
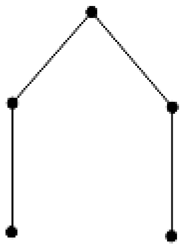
Grafo completo	**Número de aristas**	**Árbol generador mínimo**	**Número de aristas a quitar**	**Número de vértices del árbol generador**
K_2	1		0	1
 K_3	3		1	2
 K_4	6		3	3
 K_5	10		6	4
⋮ K_n	$\frac{n(n-1)}{2}$		$\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$	$(n-1)$

Tabla 4-9 Proceso de generalización problema 6

En este caso $n = 32$, entonces el número de aristas que se deben quitar es $\frac{1}{2}(32-1)(32-2) = \frac{1}{2}(31)(30) = 465$

INTERPRETACIÓN DE LA SOLUCIÓN

El número máximo de rutas que se pueden quitar de modo que se pueda seguir viajando de un departamento a los restantes es de 465.

PROBLEMA 7

En un colegio se desea programar reuniones de comités estudiantiles que han sido asignados desde el grado 7 al grado 11. Se quiere asignar los días de la reunión para los comités, de tal manera que si dos comités coinciden en un mismo grado, les sean asignados distintos días para sus reuniones. La siguiente tabla muestra los comités a los que pertenece cada grado.

	Comité de aseo	Comité ambiental	Comité de eventos	Comité académico	Comité de deportes	Comité de arte y cultura
Grado 7	*	*	*			
Grado 8	*			*	*	
Grado 9		*				*
Grado 10	*		*			
Grado 11	*				*	

¿Es posible elaborar tal programa? ¿Cuál es el menor número de días que se necesita?

MATEMATIZACIÓN HORIZONTAL

Diccionario del problema 7

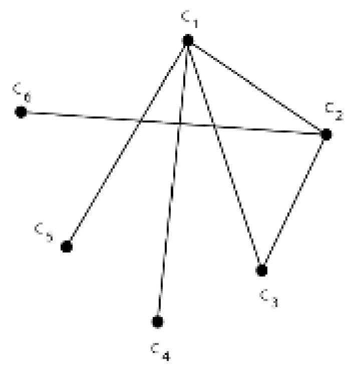
PROBLEMA 7	**TEORÍA DE GRAFOS**
Comités: aseo, ambiental, eventos, académico, deportes y, arte y cultura	Vértices: C1, C2, C3, C4, C5 y C6
Indican las comisiones que comparte un mismo grado	Aristas
Programación de las reuniones entre comités	Grafo 
Días de la semana (lunes, martes, miércoles, jueves y viernes)	Coloreado del grafo (Amarillo, azul, rojo, verde y negro)

Tabla 4-10 Matematización horizontal problema 7

MATEMATIZACIÓN VERTICAL

Se colorea el grafo como lo muestra la siguiente figura

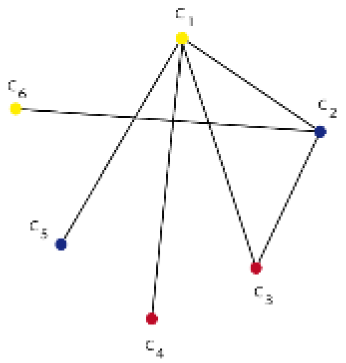


Figura 4.3 Coloreado del grafo

Y se encuentra su número cromático, que en este caso es tres.

INTERPRETACIÓN DE LA SOLUCIÓN

Es posible elaborar dicho programa en tres días: lunes, martes y miércoles. Ver figura 4.4.

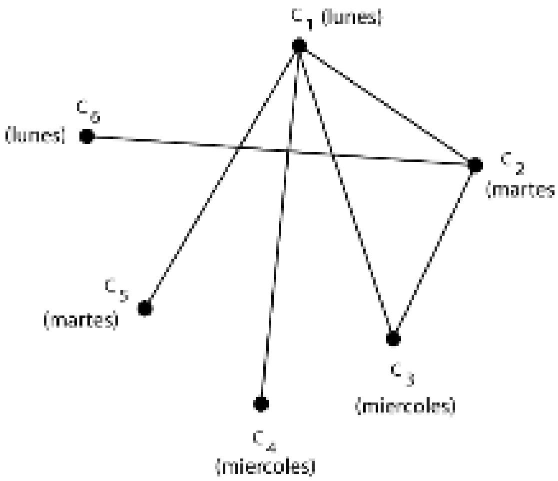


Figura 4.4 Grafo final de elaboración del programa

4.1.4 Resultados del grupo experimental en la prueba

a. Resultados problema 1

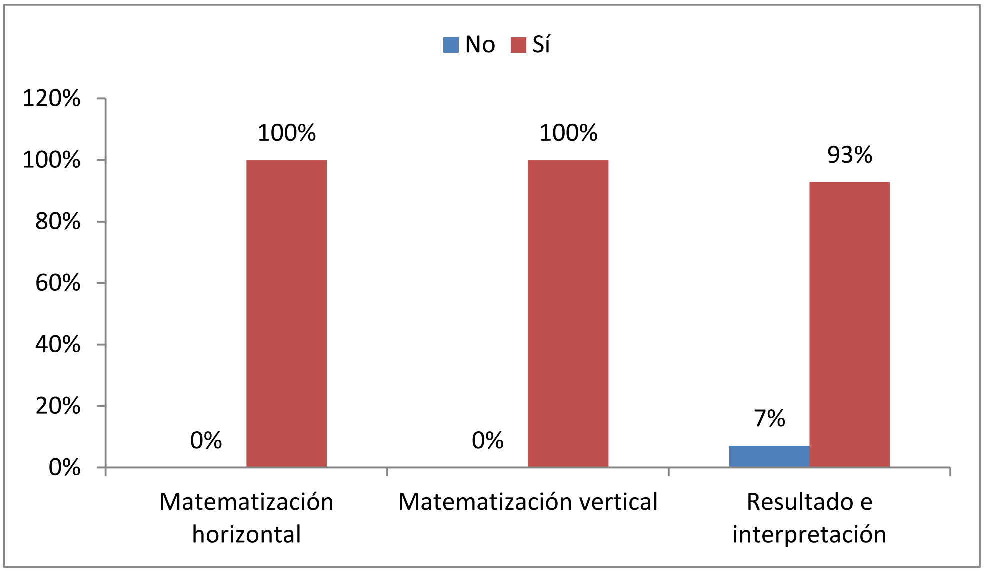


Gráfico 4-5 Distribución porcentual del proceso de matematización en el problema 1

En el grafico se puede observar la distribución porcentual del proceso de matematización. La totalidad de los estudiantes aplicaron para la solución de este problema matematización horizontal y el mismo porcentaje se presenta en la matematización vertical. El 93% de los estudiantes presentaron el resultado y su interpretación, mientras que el 7% no lo hicieron.

A continuación se da una evidencia del proceso de matematización horizontal por parte del estudiante Brayam.

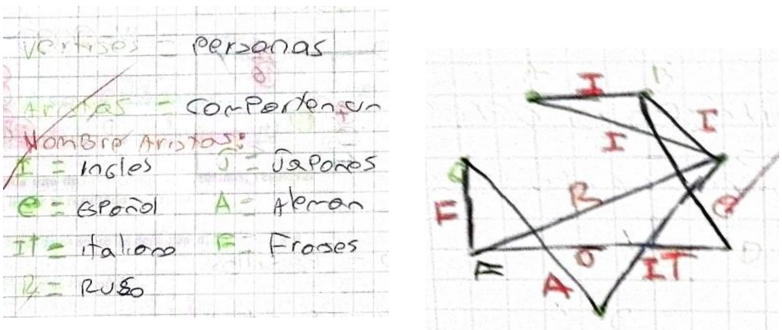
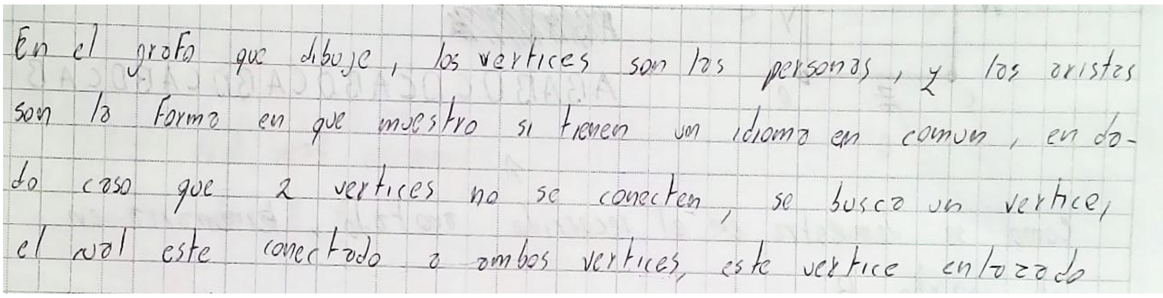


Figura 4.5 PMH del problema 1 de un estudiante del grupo experimental

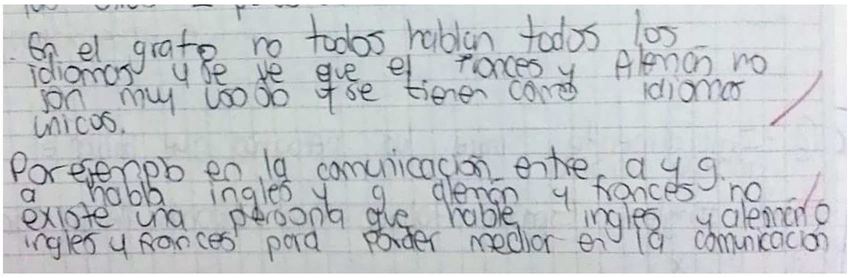
A continuación hay una muestra del estudiante Joan que realizó el procedimiento de matematización vertical:



En el grafo que dibuje, los vertices son las personas, y los aristas son la forma en que muestro si tienen un idioma en comun, en dado caso que 2 vertices no se conecten, se busca un vertice, el cual este conectado a ambos vertices, este vertice enlazado

Figura 4.6 PMV problema 1 de un estudiante del grupo experimental

El estudiante Cristián plantea la solución e interpretación como sigue:



En el grafo no todos hablan todos los idiomas y se ve que el frances y Aleman no son muy usado y se tienen como idiomas unicos.

Por ejemplo en la comunicación entre a y g. a habla ingles y g aleman y frances no existe una persona que hable ingles y aleman o ingles y frances para poder mediar en la comunicacion

Figura 4.7 Solución del problema 1 de un estudiante del grupo experimental

b. Resultados problema 2

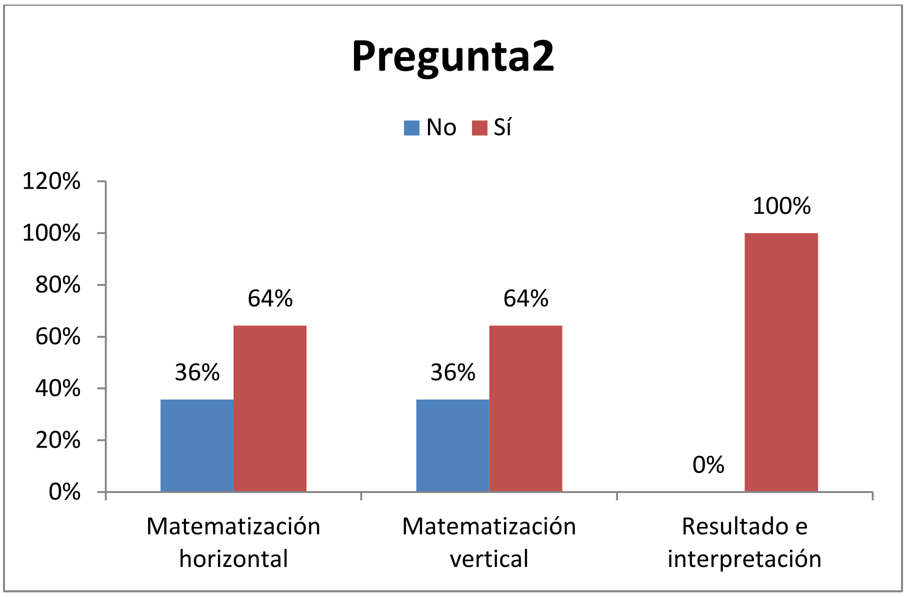


Gráfico 4-6 **Distribución porcentual del proceso de matematización en el problema 2**

En el grafico se puede observar la distribución porcentual del proceso de matematización para este problema. El 64% de los estudiantes aplicaron para la solución de este problema matematización horizontal, mientras que el 36% no lo hizo. En la matematización vertical ocurre este mismo porcentaje. La totalidad de los estudiantes lograron la solución e interpretación de este problema.

A continuación se presenta el proceso de matematización horizontal del estudiante Eduardo

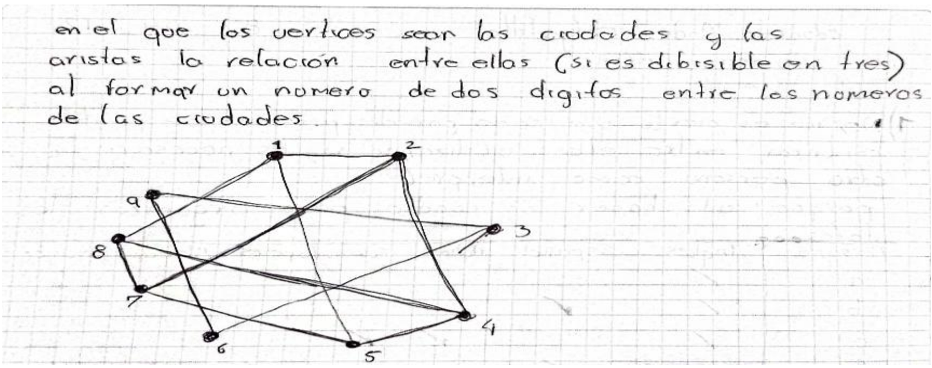


Figura 4.8 PMH del problema 2 de un estudiante del grupo experimental

Veamos el proceso de matematización vertical de Julián

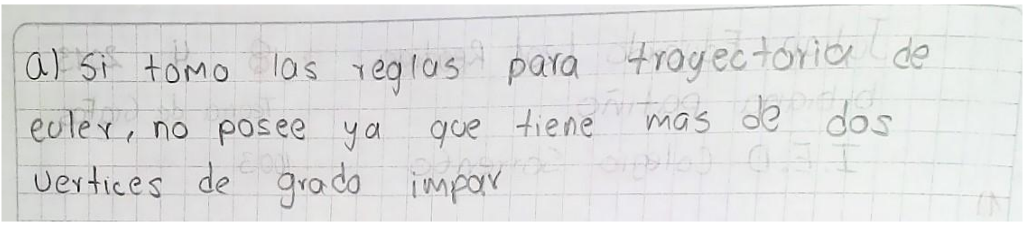


Figura 4.9 PMV del problema 2 de un estudiante del grupo experimental

La solución y propuesta de cuando el problema si podría tener solución desarrollada por el estudiante Faiber

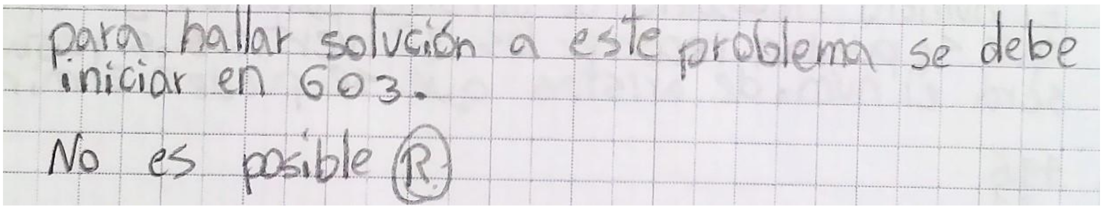


Figura 4.10 Solución del problema 2 de un estudiante del grupo experimental

c. Resultados problema 3

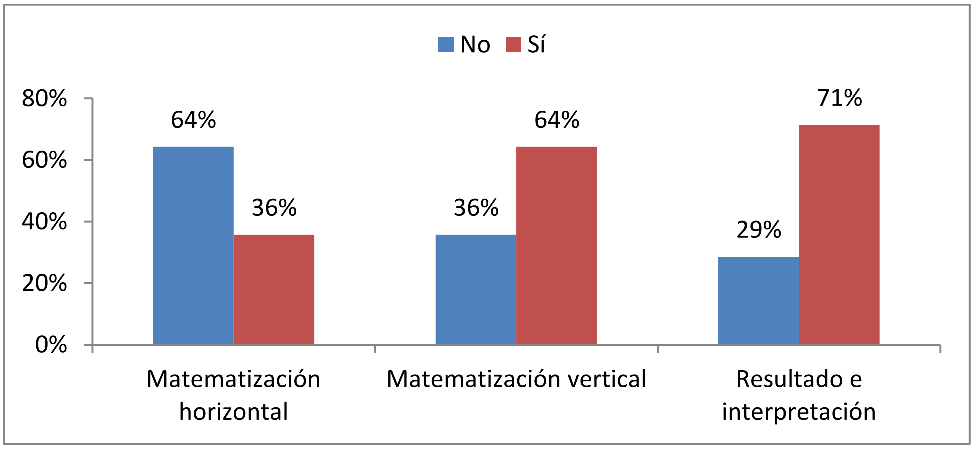


Gráfico 4-7 Distribución porcentual del proceso de matematización en el problema 3

En el grafico se puede observar que el 64% de los estudiantes no aplicaron para la solución de este problema matematización horizontal, mientras que el 36% si lo hizo. En la matematización vertical se presenta que el 36% no acudió al proceso, mientras que el 64% sí. El 71% de los estudiantes presentaron el resultado y su interpretación, mientras que el 29% no lo logró.

Este es uno de los problemas donde algunos estudiantes que adquirieron la teoría de grafos utilizaron otros métodos de solución.

Por ejemplo el estudiante Julián lo plantea así:

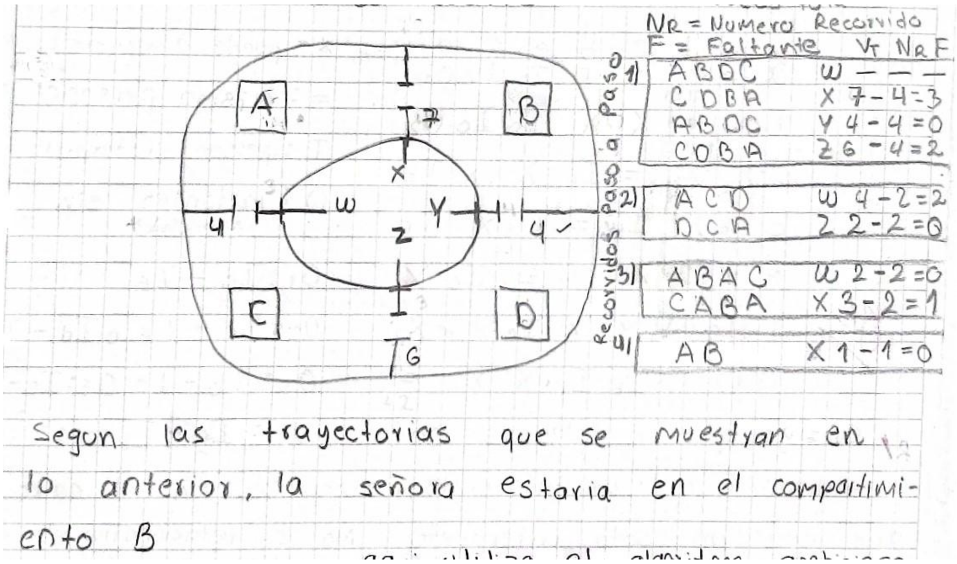
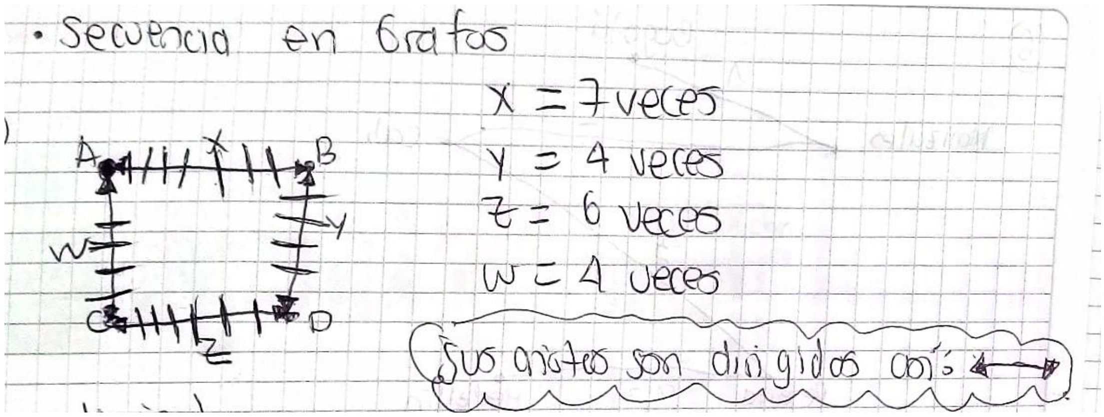


Figura 4.11 Propuesta de solución del problema 3 de un estudiante del grupo experimental

Por otro lado el estudiante Cristian lo realizó usando la teoría de grafos. A continuación se presenta el proceso de matematización del estudiante:



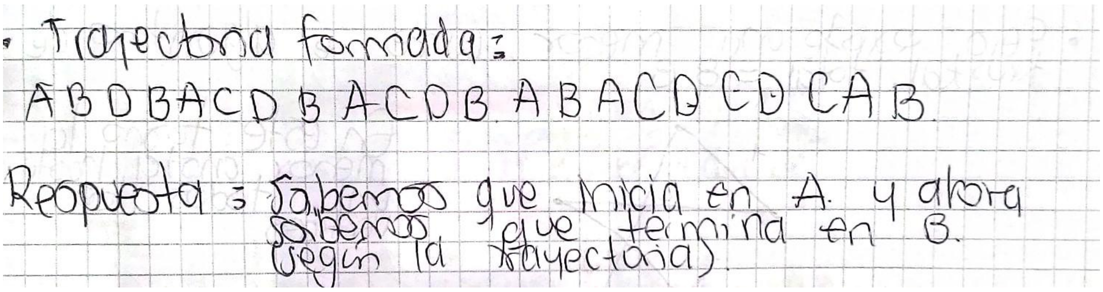


Figura 4.12 PMH del problema 3 de un estudiante del grupo experimental

d. Resultados problema 4

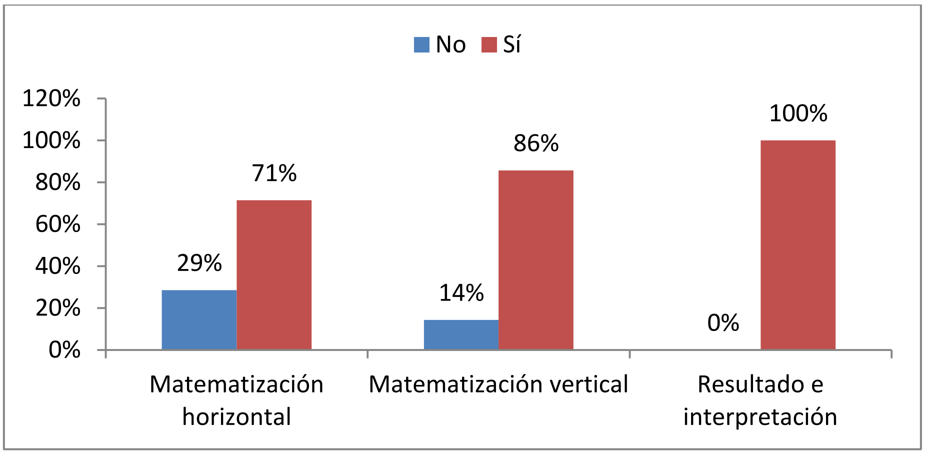


Gráfico 4-8 **Distribución porcentual del proceso de matematización en el problema 4**

En el grafico se puede observar la distribución porcentual del proceso de matematización para este problema. El 71% de los estudiantes aplicaron para la solución de este problema matematización horizontal, mientras que el 29% no realizó este proceso. En la matematización vertical se presenta que el 86% la realizó mientras que el 14% no. La totalidad de estudiantes lograron llegar a la solución e interpretación del problema.

A continuación se evidencia el proceso de matematización del estudiante Faiber

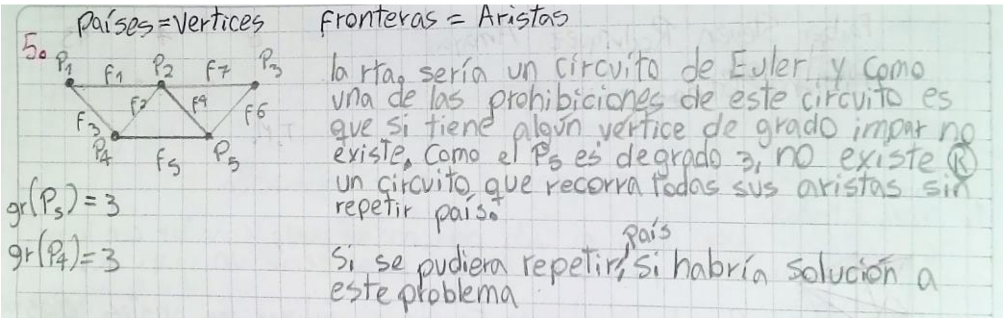


Figura 4.13 PMV del problema 4 de un estudiante del grupo experimental

e. Resultados problema 5

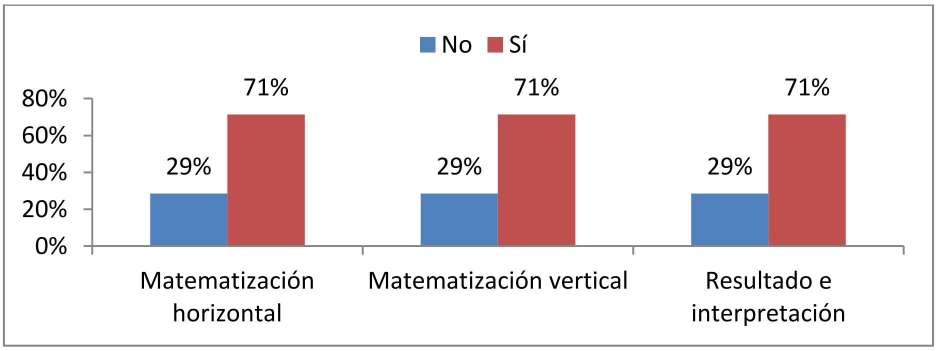


Gráfico 4-9 Distribución porcentual del proceso de matematización en el problema 5

En este gráfico, se puede observar que el 71% de los estudiantes aplicaron para la solución de este problema matematización horizontal, mientras que el 29% no realizó este proceso. En la matematización vertical y en la solución e interpretación del problema ocurre este mismo porcentaje.

A continuación se presenta el proceso de matematización horizontal de la estudiante Claudia

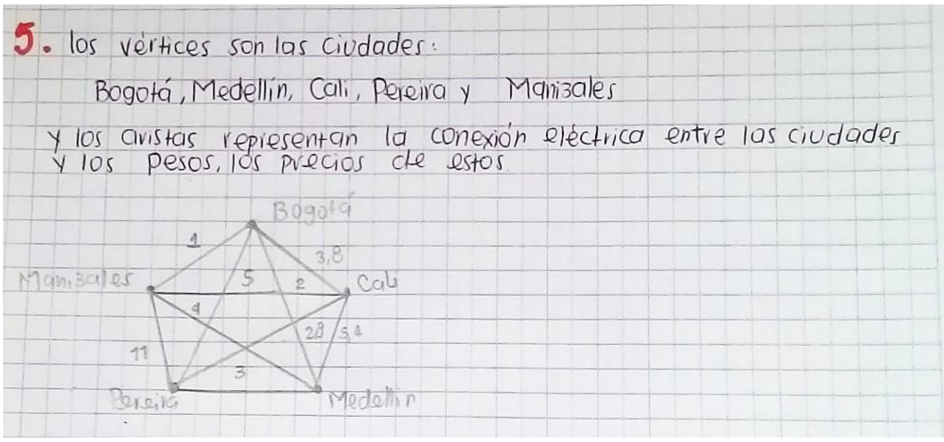


Figura 4.14 PMH del problema 5 de un estudiante del grupo experimental

Se presenta a continuación la evidencia del proceso de matematización vertical y la solución e interpretación de Lina

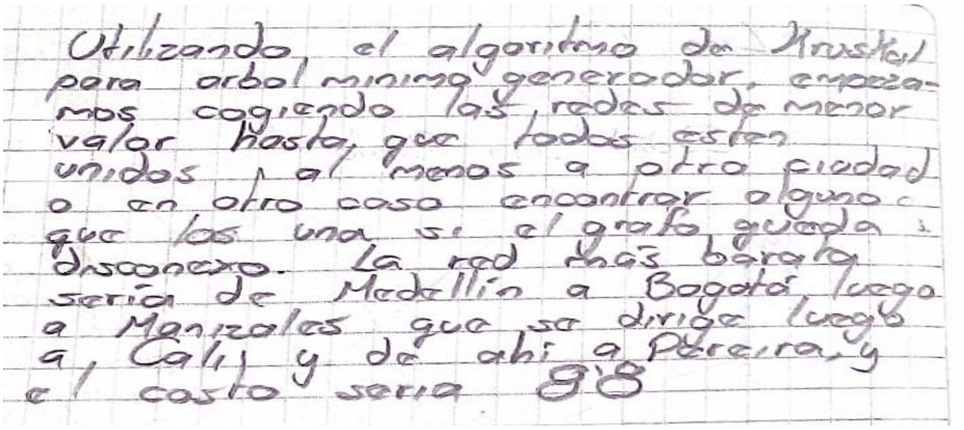


Figura 4.15 PMV y solución del problema 5 de un estudiante del grupo experimental

f. Resultados problema 6

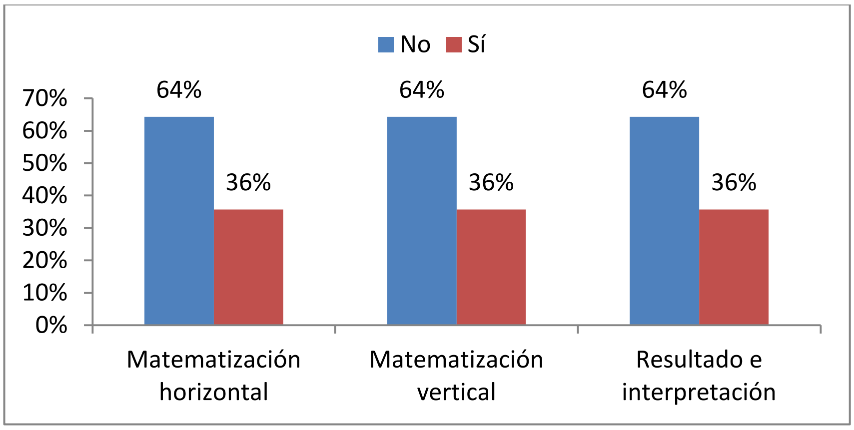
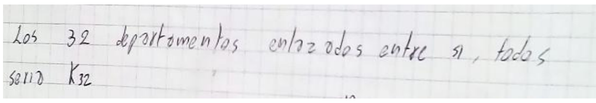
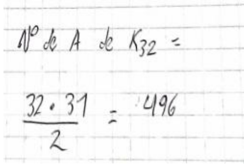


Gráfico 4-10 Distribución porcentual del proceso de matematización en el problema 6

En el grafico se puede observar que únicamente el 36% de los estudiantes aplicaron para la solución de este problema matematización horizontal, mientras que el 64% no realizó este proceso. En la matematización vertical y en la solución e interpretación del problema ocurre este mismo porcentaje.

Proceso de matematización horizontal y vertical de Johan





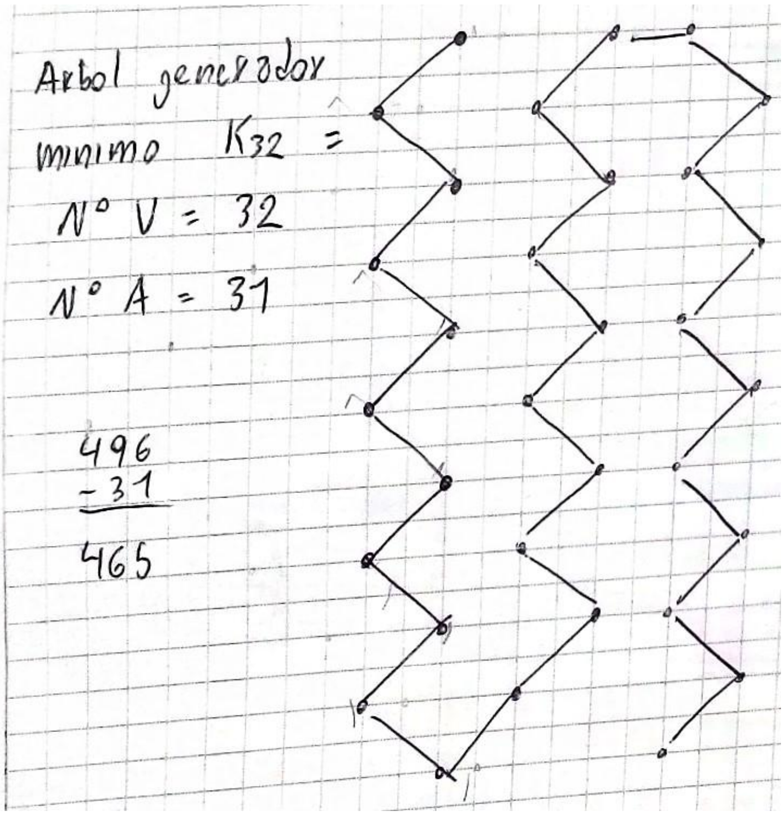


Figura 4.16 Proceso de matematización del problema 6 de un estudiante del grupo experimental

Este problema fue el único donde la mayoría de los estudiantes del grupo experimental buscó la solución por otro camino diferente a los conceptos y algoritmos de la teoría de grafos. A continuación se evidencia la solución que propuso Faiber, en esta solución no se evidencia claramente el proceso de matematización, sin embargo la solución es válida.

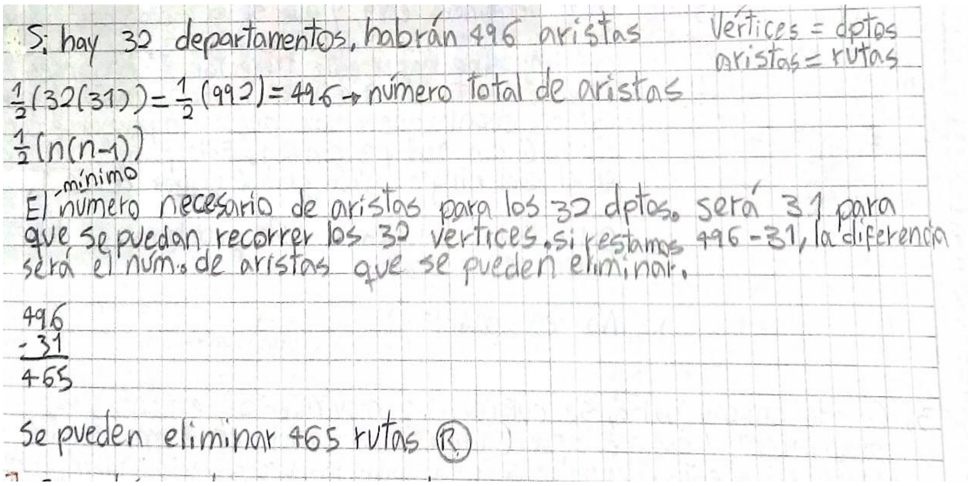


Figura 4.17 propuesta de solución del problema 6 de un estudiante del grupo experimental

g. Resultados problema 7

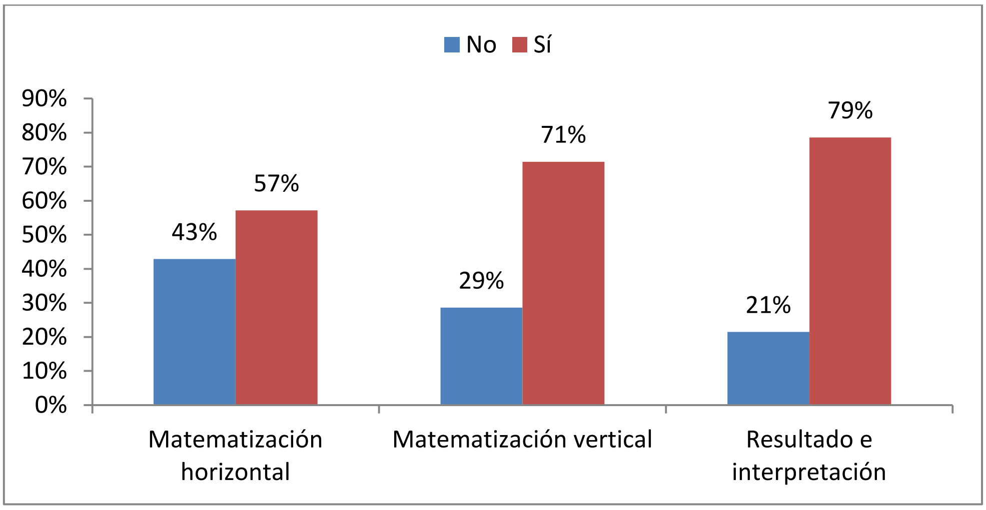
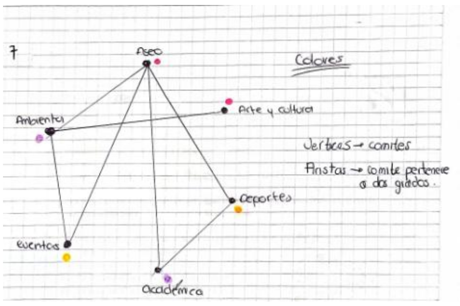


Gráfico 4-11 Distribución porcentual del proceso de matematización en el problema 7

En el grafico 4-11 se puede observar la distribución porcentual del proceso de matematización para este problema. El 57% de los estudiantes aplicaron para la solución de este problema matematización horizontal, mientras que el 43% no realizó este proceso. En la matematización vertical el 71% realizó el proceso sobre el 29% que no lo hizo. En el resultado e interpretación, el 79% de estudiantes realizaron este proceso, mientras que el 21% no lo consiguió.

A continuación se presenta la evidencia del proceso de matematización de la estudiante Lorena. Aunque le falta mayor claridad en su proceso escrito, al preguntarle por el proceso respondió con suficiente coherencia y lógica.



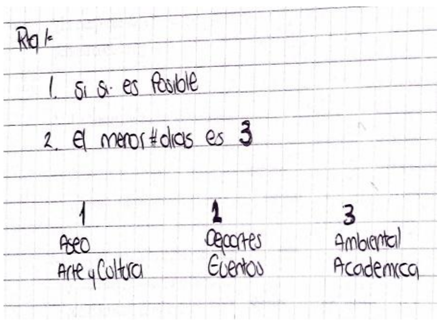


Figura 4.18 propuesta de solución del problema 7 de un estudiante del grupo experimental

Después de la prueba se le realizó una entrevista grabada en audio a Lorena, logrando ver la claridad de su proceso de matematización, algunas preguntas y respuestas fueron:

Profesora: ¿Me puedes explicar que es lo que se pregunta en este problema?

Lorena: "Lo que está preguntando el problema es si se puede realizar una programación diciendo el menor número de días que se necesita para asignar reuniones de los comités a los que pertenecen varios estudiantes, se deben cuadrar de forma que si estudiantes de un grado pertenecen a dos comités la reunión debe programarse en diferentes días de manera que puedan asistir"

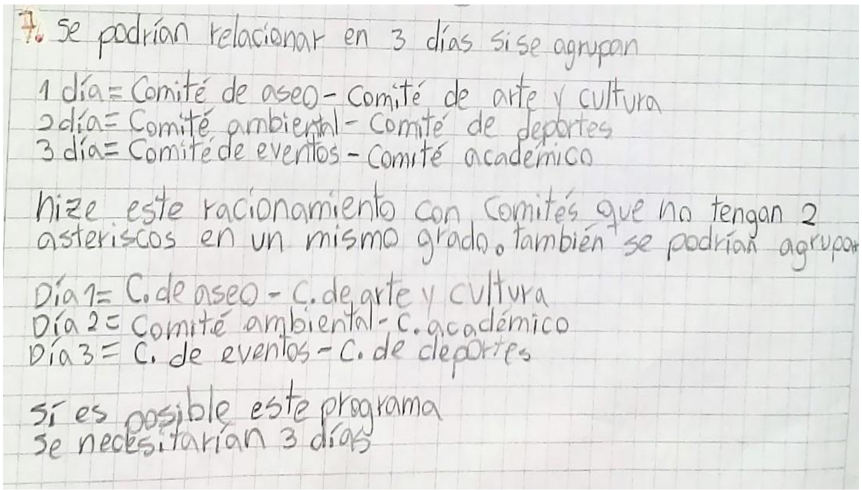
Profesora: ¿Qué información es relevante y qué información es irrelevante?

Lorena: "Toda la información es relevante, pues, básicamente el problema da los datos para interpretar los vértices como cada uno de los comités y las aristas como la intersección donde existen estudiantes que coinciden en los comités, no hay más información"

Profesora: ¿Qué conceptos o teoremas de la teoría de grafos empleaste para solucionar este problema?

Lorena: "La coloración de los vértices de un grafo, como el grafo se puede pintar con tres colores diferentes, la conclusión es que mínimo se necesitan tres días para lograr realizar las reuniones"

A continuación se presenta la solución de este mismo problema propuesta por Faiber.



7. se podrían relacionar en 3 días si se agrupan
1 día= Comité de aseo - Comité de arte y cultura
2 día= Comité ambiental - Comité de deportes
3 día= Comité de eventos - Comité académico

hize este racionamiento con comités que no tengan 2 asteriscos en un mismo grado. también se podrían agrupar

Día 1= C. de aseo - C. de arte y cultura
Día 2= Comité ambiental - C. académico
Día 3= C. de eventos - C. de deportes

sí es posible este programa
se necesitarían 3 días

Figura 4.19 Segunda propuesta de solución del problema 7 de un estudiante del grupo experimental

h. Consolidado de resultados del grupo experimental

En el grafico 4-12 se observa que la mayoría de estudiantes lograron el resultado e interpretación, uno de ellos hizo el proceso completo de matematización utilizando la teoría de grafos, cuatro estudiantes no usaron el procedimiento completo de matematización, sin embargo lograron el resultado e interpretación, y otros nueve no consiguieron llegar al resultado e interpretación en todos los ítems. En general el procedimiento de matematización estuvo presente en la mayoría de estudiantes del grupo experimental.

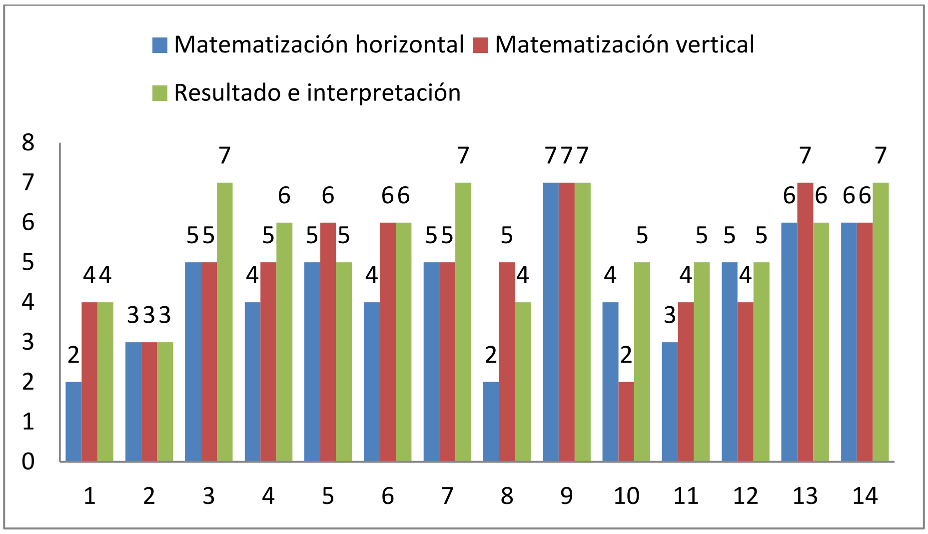


Gráfico 4-12 Consolidado de resultados por estudiante de grupo experimental

4.1.5 Correlación entre las categorías de matematización del grupo experimental

Por otro lado, se encontró la correlación entre los puntajes de la matematización vertical y horizontal, y obtuvimos como resultado un **r** = 0.6188. Para probar que existe correlación entre los puntajes de éstas dos categorías se realizó una prueba de hipótesis:

Ho: El coeficiente de correlación obtenido procede de una población con correlación igual a cero ($\rho = 0$).

Hi: El coeficiente de correlación obtenido procede de una población con correlación diferente a cero ($\rho \neq 0$).

El estadístico de prueba se expresa como $t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$, con $\boldsymbol{n-2}$ grados de libertad. (Kazmier, 1996)

Se obtiene que $t = 0.6188\sqrt{\frac{14-2}{1-0.6188^2}} = 2.73$ y se calcula con ayuda de excel el valor de la distribución $\boldsymbol{t}$ inversa para un $\propto = 0.05$ y 12 grados de libertad. El valor encontrado es $t_{(0.05,12)} = 2.178$. Teniendo en cuenta que este valor es inferior al calculado anteriormente, se rechaza la hipótesis nula con un nivel de significancia de 0.05 y se concluye que los puntajes obtenidos en las categorias de matematización vertical y horizontal están correlacionados.

De la misma manera, se determina la correlación entre los puntajes obtenidos en las categorías matematización horizontal y resultado e interpretación. Se encuentra que **r** = 0.778, $t = 0.778\sqrt{\frac{14-2}{1-0.778^2}} = 4.29$ y $t_{(0.05,12)} = 2.178$. Teniendo en cuenta que 2.178 < 4.29, se rechaza la hipótesis nula con un nivel de significancia de 0.05 y por lo tanto se concluye que los puntajes obtenidos en las categorías de matematización horzontal y resultado e interpretación están correlacionados.

Finalmente, se encuentra la correlación entre los puntajes obtenidos en las categorías de matematización vertical y resultado e interpretación. Se obtiene que **r** = 0.602, $t = 0.602\sqrt{\frac{14-2}{1-0.602^2}} = 2.615$ y $t_{(0.05,12)} = 2.178$. Como 2.615 > 2.178, se rechaza la hipótesis nula y se concluye al igual que en los dos casos anteriores que las categorías de matematización vertical y resultado e interpretación también están correlacionadas.

Por lo anterior, se demuestra que existe relación entre los procesos de matematización vertical, horizontal y resultado e interpretación, realizados por los estudiantes del grupo experimental.

4.1.6 Comparación de los resultados en la prueba del grupo control con respecto al grupo experimental.

Por su parte, en el grupo control no se evidenció un proceso claro de matematización vertical, ni horizontal. Esto es comprensible, teniendo en cuenta que al realizar entrevistas a estos estudiantes, ellos comentaron que ninguno conocía la teoría de grafos. A pesar de esto, hubo un grupo significativo de estudiantes que resolvieron la prueba satisfactoriamente. A continuación se presentan los resultados del grupo control con respecto al grupo experimental en la categoría de solución e interpretación del problema.

a. Problema 1

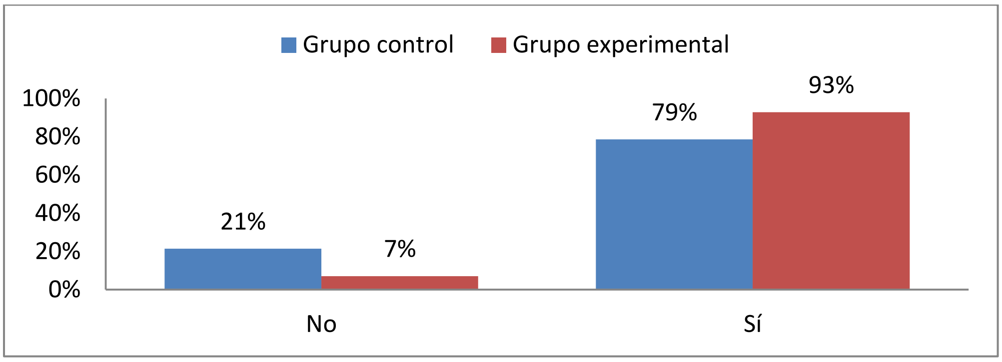


Gráfico 4-13 Grupo control con respecto al grupo experimental en la categoría de solución e interpretación del problema 1

En el grafico se puede observar que en el problema 1 el grupo control obtuvo un 79% de los estudiantes la solución satisfactoria, y el grupo experimental obtuvo un 93%, frente a un 21% y 7% respectivamente de estudiantes que no lograron la solución esperada.

b. Problema 2

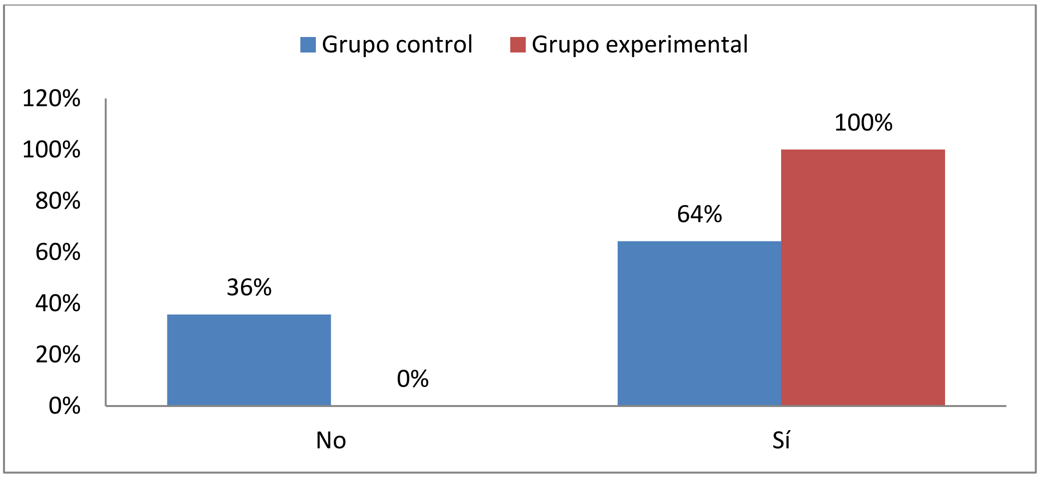


Gráfico 4-14 Grupo control con respecto al grupo experimental en la categoría de solución e interpretación del problema 2

En el grafico se puede observar que en el problema 2 el grupo control obtuvo un 64% de los estudiantes con la solución satisfactoria, y el grupo experimental obtuvo un 100%, frente a un 36% y 0% respectivamente de estudiantes que no lograron la solución esperada.

c. Problema 3

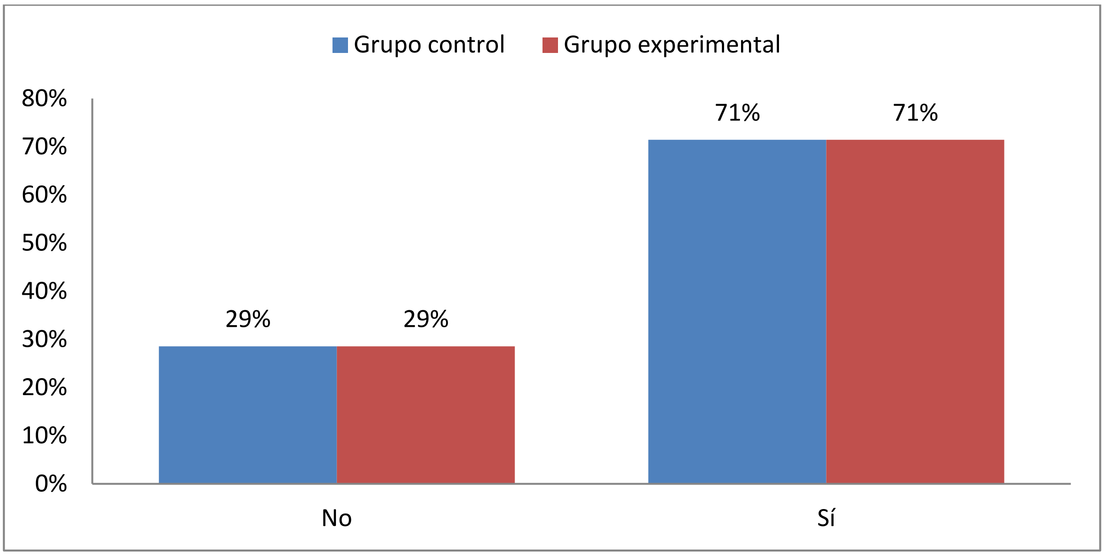


Gráfico 4-15 Grupo control con respecto al grupo experimental en la categoría de solución e interpretación del problema 3

En el grafico se puede observar que en el problema 3 el grupo control obtuvo un 71% de los estudiantes con la solución satisfactoria al igual que el grupo experimental. En este problema se evidencia una igualdad de porcentajes para ambos grupos.

d. Problema 4

En el grafico se puede observar que en el problema 4 el grupo control obtuvo un 36% de los estudiantes con la solución satisfactoria, y el grupo experimental obtuvo un 100%, frente a un 64% y 0% respectivamente de estudiantes que no lograron la solución esperada.

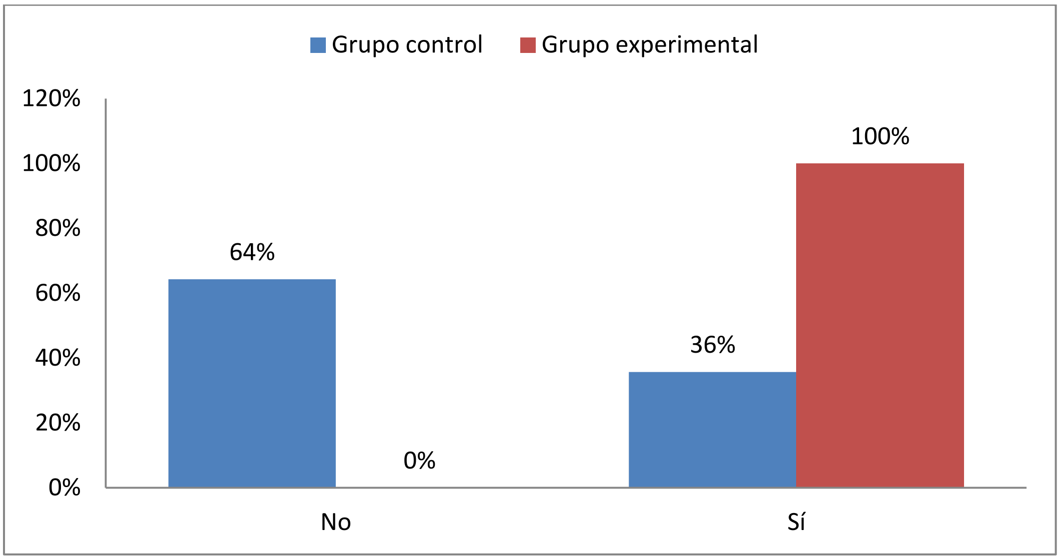


Gráfico 4-16 Grupo control con respecto al grupo experimental en la categoría de solución e interpretación del problema 4

e. Problema 5

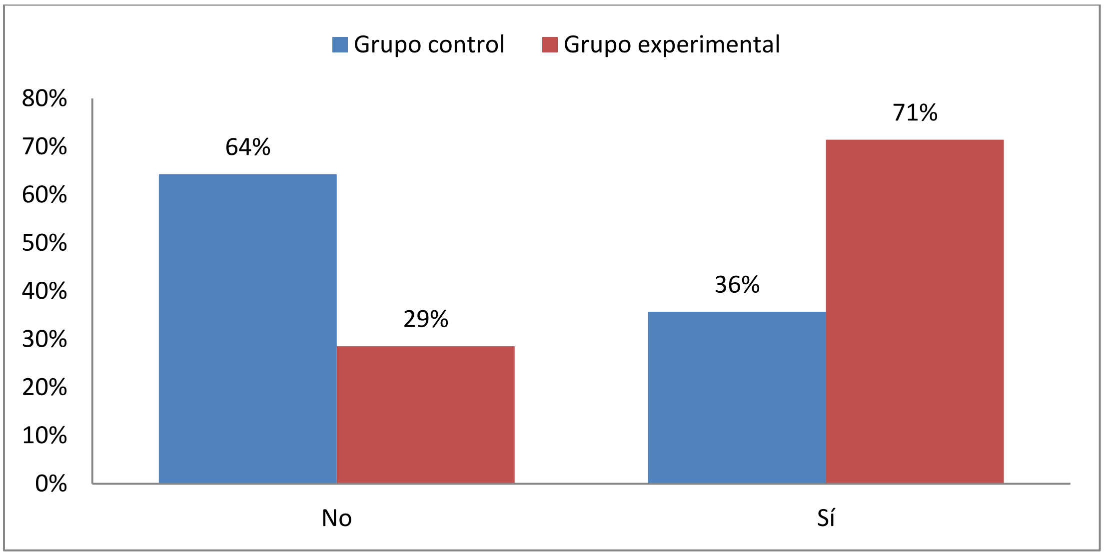


Gráfico 4-17 Grupo control con respecto al grupo experimental en la categoría de solución e interpretación del problema 5

En el grafico se puede observar que en el problema 5 el grupo control obtuvo un 36% de los estudiantes con la solución satisfactoria, y el grupo experimental obtuvo un 71%, frente a un 64% y 29% respectivamente de estudiantes que no lograron la solución esperada.

f. Problema 6

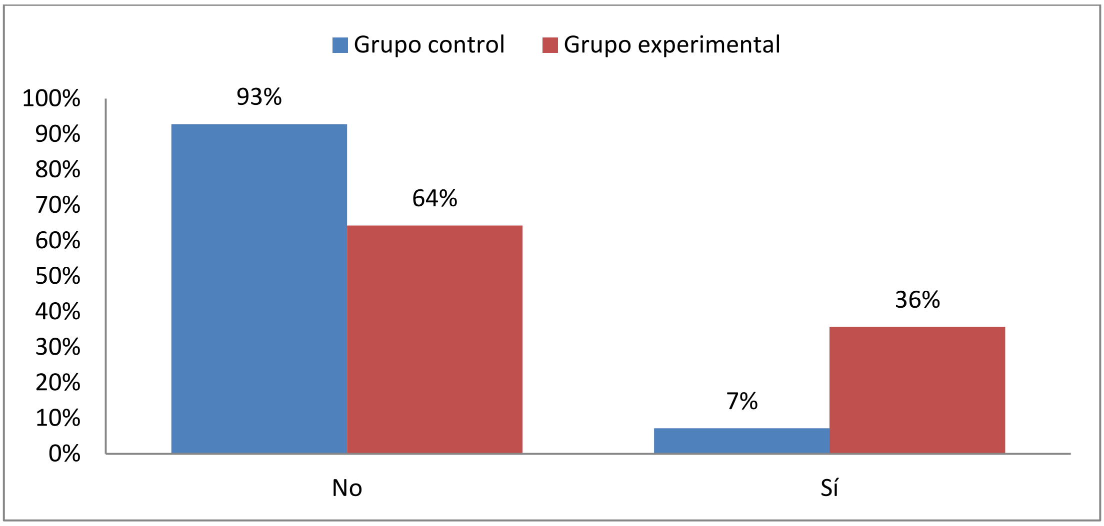


Gráfico 4-18 Grupo control con respecto al grupo experimental en la categoría de solución e interpretación del problema 6

En el grafico se puede observar que en el problema 6 el grupo control obtuvo un 7% de los estudiantes con la solución satisfactoria, y el grupo experimental obtuvo un 36%, frente a un 93% y 64% respectivamente de estudiantes que no lograron la solución esperada.

g. Problema 7

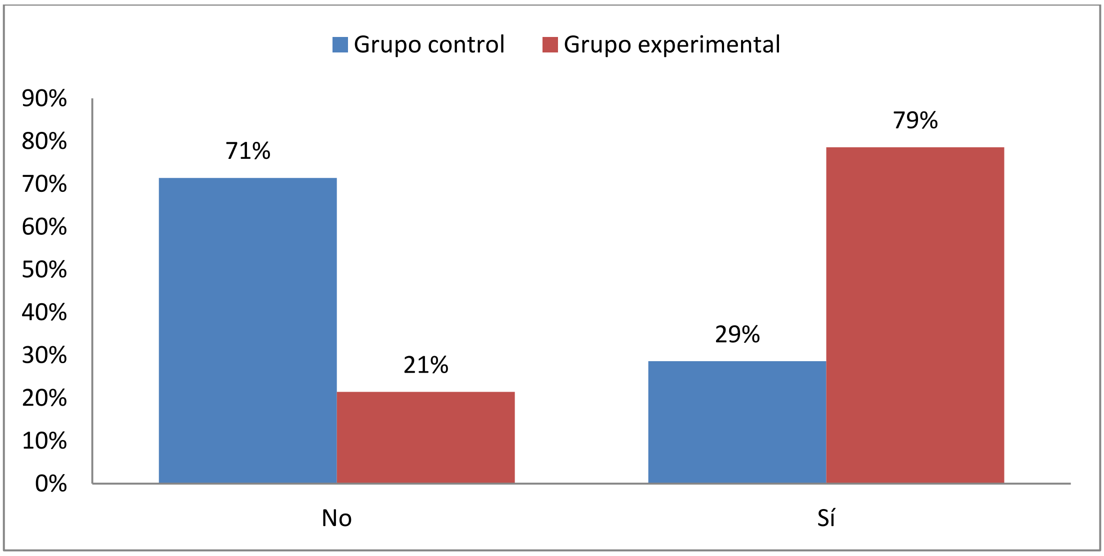


Gráfico 4-19 Grupo control con respecto al grupo experimental en la categoría de solución e interpretación del problema 7

En el grafico se puede observar que en el problema 7 el grupo control obtuvo un 29% de los estudiantes con la solución satisfactoria, y el grupo experimental obtuvo un 79%, frente a un 71% y 21% respectivamente de estudiantes que no lograron la solución esperada.

h. Consolidado de resultados del grupo control y experimental

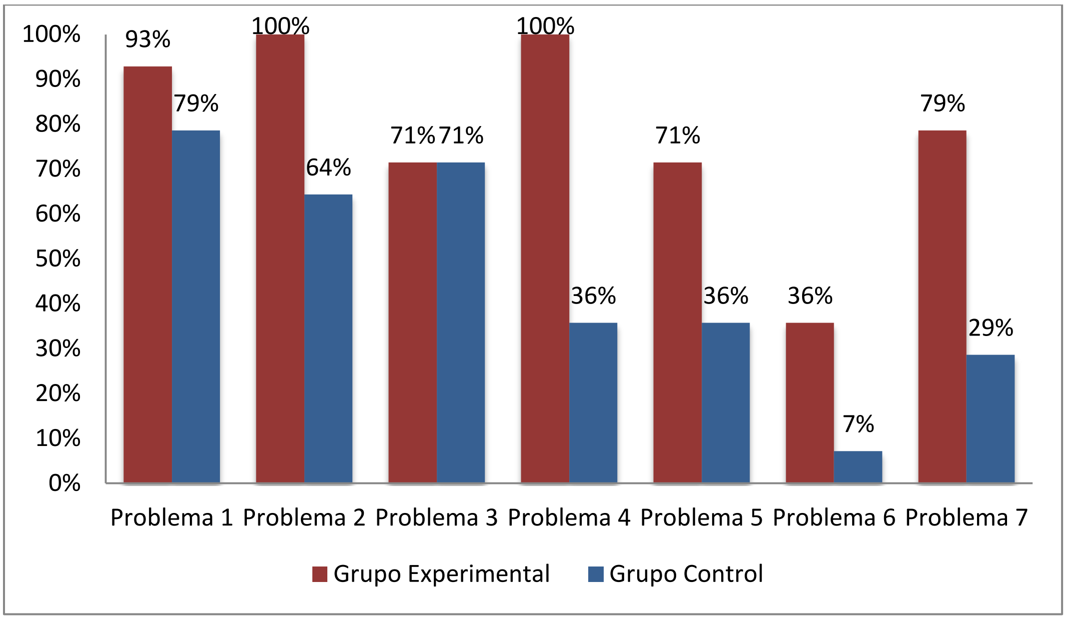


Gráfico 4-20 Resultados del grupo control y experimental

En el gráfico 4 – 20 se observa que el grupo experimental obtuvo un porcentaje muy superior en casi todos los ítems con respecto al grupo control. El único ítem en el que se obtuvieron resultados iguales fue en el 3.

Se destacan en el grupo control, los resutlados de dos estudiantes a los cuales se les realizó una entrevista para conocer el procedimiento empleado por ellos en la resolución de los problemas.

El estudiante que respondió correctamente todos los problemas comentó que siguió los siguientes procedimientos en algunos de los problemas:

Para el problema 1, respondió lo siguiente: “No porque la persona a solo habla inglés y por lo tanto necesitaría un interprete para hablar con las personas d, e, f y g. Teniendo en cuenta que los posibles intérpretes son b y c los cuales adicionalmente hablan español, italiano y ruso se podría afirmar que nose podrían comunicar con aquellos que hablan francés o japone." En cuanto al procedimiento que siguió para resolver el problema comentó lo siguiente: "identifiqué la persona que menos idiomas habla, que es la persona **a**. Si esta persona quiere comunicarse con alquien más, necesita como interprete a las personas **b** y **c**. Utilizando a estas personas como interprétes no tiene como comunicarse con las demás."

En el problema 2, respondió: "si inicio en el número 1 se podrían visitar las ciudades 2, 4, 5, 7, 8 y nunca se podría llegar a las ciudades 3 y 6 las cuales son necesarias para poder llegar a la ciudad 9."

En el problema 6, respondió: "rutas no necesarias 465 y las encontré contando todas las rutas posibles sumando los números 1+2+3+4+…+31 y me dio 496. Recordé que cuando vimos técnicas de conteo habíamos trabajado como encontrar esa suma, pero en realidad no supe cómo hacerlo. Así que sume todos los números y ya. Como el número de rutas necesarias es 31, entonces al número de rutas posibles le resto el número de rutas necesarios y me da 465, que es el número de rutas no necesarias."

Las estudiante que respondió todos los problema correctamente excepto uno, comentó que utilizó el siguiente procedimiento:

En el problema 1, respondión lo siguiente: "no, porque por ejemplo, para el par de personas d y e, no hay ninguna otra persona que hable los idiomas requeridos para la interpretación." En cuanto al procedimiento que siguió respondió: "la condición es que cada par de personas se pueda comunicar entre ellas, entonces yo lo que hice fue buscar personas en las que la condición no cuadrara. Intenté con varias personas y encontré que para las persona **d** y **e** no hay otras persona que sirvan como interprete."

En el problema 5, la estudiante subrayó en el mismo gráfico la ruta más barata y comentó que tuvo en cuenta la siguiente interpretación para solucionar este problema: "lo que hice fue buscar las rectas con los menores valores, los valores de 9.3, 11 y 5.4 ni siquiera los miré y así hasta que encontré la ruta más barata."

En el problema 7, repondió: “sí es posible, se necesitan al menos tres días porque hay grados que están hasta en tres comites”. El procedimiento seguido fue: “lo hice viendo cuáles grados tenían más comites repetidos y encontré que eran máximo 3 grados, y haciendo una lista encontré que se necesitan 3 días como mínimo para elaborar el programa.”

4.1.7 Análisis estadístico de la prueba final grupos experimental y control

A continuación se presentan los resultados arrojados por el instrumento con su respectivo análisis. A partir de los estadísticos descriptivos de los dos grupos podemos hacernos una primera idea de la diferencia circunstancial que hay entre los resultados obtenidos por el grupo experimental y el grupo control. En estos se observa que es claramente mayor el promedio en el grupo experimental que en el grupo control (ver tabla 4 - 11).

Estadísticos descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Grupo Control	14	,00	7,00	3,2143	2,25929
Grupo Experimental	14	3,00	7,00	5,5000	1,28602
N válido (según lista)	14				

Tabla 4-11 Estadísticos descriptivos grupos control y experimental

Para respaldar los argumentos de las afirmaciones anteriores, se estima la normalidad de los datos para poder realizar una comparación de medias, mediante una prueba T para muestras independientes.

Con los datos obtenidos en las pruebas, registrados en la tabla del anexo 5, se procede a determinar si cada variable se distribuye de manera normal, para lo cual se realiza la prueba de normalidad de Shapiro – Wilk, ya que la muestra es menor que 50. Con ayuda del programa SPSS se procede a verificar la normalidad de los datos del grupo control y experimental.

Las hipótesis a probar son:

Ho: La variable se distribuye de manera normal.

Hi: La variable no se distribuye de manera normal.

Pruebas de normalidad

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Grupo Control	,181	14	,200*	,936	14	,370
Grupo Experimental	,164	14	,200*	,906	14	,140

Tabla 4-12 Prueba de normalidad grupos control y experimental

Analizando los resultados de la tabla 4 - 12, se puede observar un nivel de significancia mayor que 0.05, por lo tanto, no se rechaza la hipótesis nula. Teniendo en cuenta este resultado, se considera que la muestra se distribuye de manera normal para los grupos control y experimental; y se procede a verificar la homogeneidad de varianzas por medio de la prueba de Levene.

Hipótesis:

Ho: La varianza del grupo experimental es igual a la varianza del grupo control

Hi: La varianza del grupo experimental es diferente a la varianza del grupo control.

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
Notas	Se han asumido varianzas iguales	4,555	,042	3,290	26	,003	2,28571	,69479	,85756	3,71387
	No se han asumido varianzas iguales			3,290	20,624	,004	2,28571	,69479	,83922	3,73221

Tabla 4-13 Prueba de muestras independientes grupos control y experimental

A partir de la tabla 4 -13, observamos que el nivel de significancia es menor que 0.05, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula. Al comprobar que las varianzas son diferentes, procedo al último paso que es realizar una prueba T para comparación de medias.

Hipótesis:

Ho: La media del grupo experimental es igual a la media del grupo control.

Hi: La media del grupo experimental es diferente a la media del grupo control.

Teniendo en cuenta que el nivel de significancia bilateral es menor a 0.05, se rechaza la hipótesis nula, esto significa que estadísticamente hay una diferencia entre las medias del grupo control y experimental. Se puede concluir entonces, que el promedio en los resultados del instrumento que mide los procesos de resolución de problemas para el grupo control, es significativamente menor que el promedio en los resultados del grupo experimental, mostrándonos que si hay un efecto estadísticamente significativo en la inclusión de la enseñanza de la teoría de grafos para mejorar procesos de matematización, tal como lo planteamos en nuestra hipótesis.

CONCLUSIONES

5 CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

5.1 Conclusiones sobre el objetivo general

Determinar la incidencia de la enseñanza de la teoría de grafos en el desarrollo de procesos de matematización en los niños del programa de talentos matemáticos de la USA.

En esta investigación se logró determinar el impacto que tiene la enseñanza de la teoría de grafos en el desarrollo de procesos de matematización en los estudiantes del programa de talentos de la USA. Mediante la prueba realizada se identificaron los procesos de matematización horizontal, vertical e interpretación de los resultados por parte de los niños del grupo de talentos.

5.2 Conclusiones sobre los objetivos específicos

5.2.1 Diseñar una prueba de resolución de problemas que permita verificar el nivel de los estudiantes en procesos de matematización a través de la teoría de grafos.

Se construyó una prueba de resolución de problemas en la cual se plantearon distintas situaciones que se podían resolver empleando los conceptos y teoremas propios de la teoría de grafos.

5.2.2 Validar la prueba de resolución de problemas con un grupo de expertos en el área de matemáticas.

Se validó la prueba de resolución de problemas por medio de un grupo de expertos del área de matemáticas. Posteriormente, se le realizó un análisis de validez y confiabilidad, utilizando los índices de dificultad, homogeneidad y confiabilidad. Para el análisis de confiabilidad se empleó el coeficiente alfa de Cronbach.

5.2.3 *Aplicar la prueba de resolución de problemas al grupo experimental y de control.*

Se aplicó la prueba inicialmente a un grupo de estudiantes del programa de talentos seleccionados al azar y después de un análisis detallado de cada ítem y de la confiabilidad de la prueba, se aplicó a los grupos control y experimental.

5.2.4 *Realizar un análisis comparativo de los resultados obtenidos en las dos pruebas: grupo experimental y grupo control.*

Se logró realizar un análisis estadístico de los resultados obtenidos por los grupos control y experimental, identificando un gran porcentaje de acierto en la solución de los problemas por parte del grupo experimental, así como un porcentaje alto en los procesos de matematización vertical, horizontal e interpretación de las soluciones. Así mismo, se encontró que existe una correlación directa en los resultados de los procesos de matematización realizados por los estudiantes del grupo experimental.

5.2.5 *Comparar las estrategias implementadas por el grupo experimental y el grupo de control en los procesos de matematización.*

En esta investigación se observaron los distintos procesos que siguen los estudiantes para la solución de problemas. En el caso del grupo experimental, al cual se le enseñó teoría de grafos, se evidenció el uso de procesos de matematización horizontal, vertical e interpretación de la solución. Mientras que en el grupo control, al cual no se le enseñó teoría de grafos, se logró observar gracias a las entrevistas realizadas, que emplean distintas estrategias y conocimientos adquiridos a lo largo de su escolaridad para llegar a la solución de cada problema. Algunos de estos estudiantes encontraron la solución de los problemas planteados en la prueba a pesar de no conocer la teoría de grafos.

Dentro del análisis realizado a las pruebas aplicadas al grupo control, se encuentra el uso de distintas estrategias para la resolución de problemas. Algunas de las estrategias empleadas por las estudiantes son las siguientes:

- Uso del razonamiento lógico
- Organización de la información mediantes listas
- Organización de la información mediante diagramas
- Encontraron patrones
- Hicieron uso del ensayo y error
- Se valieron de la argumentación

5.3 Conclusiones sobre la hipótesis de investigación

La enseñanza de la teoría de grafos en los niños de talentos matemáticos de la Universidad Sergio Arboleda, puede facilitar el desarrollo de procesos de matematización.

Se comprobó por medio de esta investigación que existe una influencia significativa de la enseñanza de la teoría de grafos en el desarrollo de procesos de matematización. Esto se evidenció en los resultados de la prueba aplicada, pues hubo una diferencia significativa en las calificaciones del grupo al cual se le enseño teoría de grafos, con respecto al grupo al cual no se le enseñó esta teoría. También, se observó que los estudiantes del grupo experimental mostraron mayor destreza en los procesos de matematización, utilizando los conceptos y teoremas propios de la teoría de grafos.

5.4 Conclusiones finales

A través de esta investigación hemos reconocido la importancia de la enseñanza de la teoría de grafos, no sólo por la oportunidad que brinda para desarrollar procesos de matematización, sino porque esta teoría puede ser aplicada en muchos campos del conocimiento como la lingüística, la investigación operativa, la electricidad, la genética, la sociología, etc. (Nuñez y otros, 2004). También, la teoría de grafos es un tema que facilita la didáctica en cursos básicos y al mismo tiempo permite una mayor rigurosidad matemática para un curso avanzado. Es por esto, que para el semestre 2013-II la Escuela de matemáticas de la Universidad Sergio Arboleda implementará en convenio con la Secretaría de educación un proyecto con niños de tercero y cuarto de primaria donde el tema a trabajar será Teoría de grafos.

Al finalizar el tema de teoría de grafos se realizó la siguiente pregunta a cada estudiante:

¿Cree que la teoría de grafos ayuda a desarrollar sus habilidades para resolver problemas? ¿Por qué?

Frente a esta pregunta algunos estudiantes respondieron lo siguiente:

Sí, he entendido mucho y era algo que no había visto hasta ahora y gracias a esto he hecho diferentes problemas y poderlas hacer más fácil, también me ha servido para mi colegio.

Si porque he visto que la teoría de grafos ayuda a ganar agilidad, usando los teoremas se ejercita la mente, nos hacen buscar la forma más practica de resolver un problema. Presto atención a las clases y trato de utilizar lo que he aprendido en mis otras clases del colegio.

Aunque hay muchos más métodos de solución de problemas, la teoría de grafos avarca varias posibilidades que son como recursos o herramientas que se usan de una forma eficiente y rapida como el grafo deminima conexión.

Si porque muchos problemas de la vida cotidiana tienen mucho encomun con la teoria de grafos y ademas tambie me sirve mucho para despejar la mente, concentrarme y pensar claramente cada idea.

Si, siento que aprendí y que la teoría de grafos puedo usarla en mi vida, esta nos ayuda a resolver de forma sencilla problemas que no siempre son explícitos en su solución, es decir que no hay un proceso explícito en el problema y que requiere un análisis de palabras claves para hallar lo que piden. Esto, desarrolla mis habilidades analíticas frente a problemas matemáticos.

Sí, porque un grafo al ser una representación gráfica permite una mejor asimilación del problema, lo cual ayuda a su solución sea inmediata o no.

La respuesta del grupo experimental frente a la pregunta fue favorable en un 100%. Se evidencia una vez más que la teoría de grafos fuera de ser un tema bastante atractivo para los niños, es considerada muy útil para solucionar diferentes problemas que pueden ser resueltos por otros métodos.

Adicionalmente, encontramos a través de una prueba de hipótesis, que existe correlación entre los puntajes de los estudiantes del grupo experimental en los procesos de matematización horizontal, vertical y solución e interpretación; esto significa que entre mayor sea el puntaje en los procesos de matematización horizontal y vertical, mayor será el puntaje en la solución e interpretación del problema.

5.5 Sugerencias

El proceso y desarrollo de esta investigación nos permitió observar algunos aspectos fundamentales de la resolución de problemas que pueden ser estudiados en investigaciones posteriores. Algunos de los estudios que pueden ser desarrollados posteriormente, derivados de nuestra investigación, son:

- Determinar el impacto que puede tener el uso de un software como estrategia didáctica para la enseñanza de la teoría de grafos. La idea es buscar un software que facilite la enseñanza de la teoría de grafos y al mismo tiempo sirva para encontrar solución a distintas situaciones problema.
- Identificar la incidencia de la programación de computadoras en el desarrollo de procesos de matematización en los estudiantes, haciendo uso de la teoría de grafos. Esta teoría se presta para realizar programas en algún lenguaje que sea accesible a los estudiantes, y de esta manera poder encontrar la solución de distintas situaciones empleando la teoría de grafos para la modelación de los mismos. Uno de los software más utilizados en la actualidad es Scratch, el cual presenta un ambiente muy llamativo y maneja un lenguaje de facil manejo para los niños.

BIBLIOGRAFÍA

6 BIBLIOGRAFÍA

Alonso, J. A., & Benito, M. Y. (1996). Superdotados: Adaptación Escolar y Social en Secundaria. Centro Huerto del Rey - Valladolid: Narcea, S.A.

Abad, F. J., Garrido, J., Olea, J., & POSONDA, V. (2006). Introducción a la psicometría. Teoría Clásica de los Tests y Teoría de la Respuesta al Ítem.

Alonso, J. A., & Benito, M. Y. (1996). Superdotados: Adaptación Escolar y Social en Secundaria. Centro Huerto del Rey - Valladolid: Narcea, S.A.

Berge, C. (2001). The Theory of Graphs (1ra ed.). Mineola, New York: Dover publications, INC.

BMC. (1998). Berkeley Math Circle. Recuperado 1 de abril de 2013, a partir de http://mathcircle.berkeley.edu/

Blanco, J. L. (1996). La resolución de problemas. Una revisión teórica. Revista Suma, 21, 11-20.

Braicovich, T., & Cognigni, R. M. (2011). Coloreando la geografía desde el plano al toroide. Números, (76), 135-148.

Braicovich–Claudia, R. M. C. T. Recorriendo grafos a lo largo de la Educación General Básica.

Corral, Y. (2009). Validez y confiabilidad de los instrumentos de investigación para la recolección de datos, 19(33).

De Guzmán, M. (2012, julio 14). Estímulo del talento matemático. Estímulo del talento matemático. Recuperado 14 de julio de 2012, a partir de http://www.uam.es/proyectosinv/estalmat/

De la Vega, C., & Luz, M. (2004). Un proyecto de Miguel de Guzmán: identificar y estimular el talento. Números, (59), 59–64.

Diestel, R. (2005). Graph Theory (4ta ed., Vol. 173). New York: Springer. Recuperado a partir de http://www.math.uni-haburg.de/home/diestel/books/graph.theory/

ESTALMAT. (2011). Información sobre el Proyecto Estímulo del Talento Matemático. Recuperado 10 de febrero de 2013, a partir de http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/ehernan/Talento/Indice.htm

García, L. (2012). Construcción de un test para medir los conocimientos y aptitudes de estudiantes de primer año de universidad.

Grupo Musa. E1 & Stefanny Moreno Gámez. (2008). Serie Informes de Investigación. Universidad Sergio Arboleda.

Grupo Musa. E1, & Moreno Gámez. (2008). Serie Informes de Investigación. Universidad Sergio Arboleda.

Howard, G. (1993). Estructuras de la mente: La teoría de las inteligencias múltiples (Segunda.). Nueva York: Fondo dde cultura económica.

Martín Lobo, M. P. (2004). Niños inteligentes: Guía para desarrollar sus talentos y altas capacidades (Primera.). Madrid (España): Palabra, S.A.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curricularres: Matemáticas. Bogotá: Magisterio.

Ministerio de educación nacional. (2001, marzo 30). Lineamientos generales de política para la atención de personas con talentos y/o capacidades excepcionales. Recuperado a partir de www.mineducacion.gov.co

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias. Bogotá: Magisterio.

Morales, J. M., Escolano, J. M. M., & Marcén, A. M. O. (2009). EMPLEO DIDÁCTICO DE JUEGOS QUE SE MATEMATIZAN MEDIANTE GRAFOS. UNA EXPERIENCIA. CONTEXTOS EDUCATIVOS, 12, 137-164.

Moreno, M. V. (2004). Teoría de grafos y aplicaciones (Segunda edición.). Colombia: Universidad Incca de Colombia - Colección de cartillas acádemicas.

Niño Quintero, H., & Ramírez Ramírez, J. L. (2008). Actividades de club de matemáticas para el desarrollo del talento. (1ra ed.). Bogotá, D.C.: Fundación Euler.

Núñez Valdés, J., Alfonso Pérez, M., Bueno Guillén, S., Diánez del Valle, M. D. R., & Elías Olivenza, M. D. C. D. (2004). Siete puentes, un camino: Königsberg. Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, (45), 69-78.

Polya, G. (1981). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.

Pontificia Universidad Católica de Chile. (2012, julio 15). Programa de estudios y desarrollo de talentos (PENTA UC). Recuperado 15 de julio de 2012, a partir de http://www.pentauc.cl/nuestro-programa/

Rico, L. (2009). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. Colección Digital Eudoxus, (22).

Romero, L. R. COMPETENCIAS MATEMÁTICAS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN EN EL PROYECTO PISA 2003.

Sampieri, R. H., Collado, C. F., Lucio, P. B., & Pérez, M. D. L. L. C. (1998). Metodología de la investigación. México: McGraw-Hill.

Sánchez Manzano, E. (2009). La Superdotación intelectual. Málaga: Aljibe, SL.

Universidad de Chile. (2012, julio 15). Programa de estudios y desarrollo de talentos. Recuperado 15 de julio de 2012, a partir de http://www.pentauc.cl/nuestro-programa/

Vergel, C., Molina, B., & Echeverry, A. (2005). Grafos en la educación básica. Revista EMA, 10(2 y 3), 440-451.

Villa Ochoa, J. A., & Ruiz Vahos, H. M. (2011). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. Revista virtual Universidad católica del norte, 1(27).

ANEXOS

7 ANEXOS

Los ejercicios fueron tomados del libro: actividades de club de matemáticas para el desarrollo del talento (Niño Quintero & Ramírez Ramírez, 2008) y de la página web del grupo de talento matemático (ESTALMAT, 2011)

Anexo 1 : PRUEBA FINAL

UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA Donde tú SÍ cuentas.

PRUEBA DE MATEMÁTICA

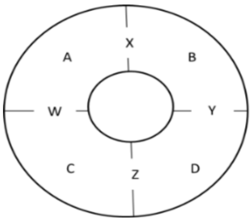
Lea atentamente cada uno de los siguientes problemas, resuélvalo explicando en cada paso su razonamiento para llegar al resultado esperado.

1. Se conocen los siguientes datos sobre las personas a, b, c, d, e, f y g:
   A. La persona a habla inglés.
   B. La persona b habla inglés y español.
   C. La persona c habla inglés, italiano y ruso.
   D. La persona d habla japonés y español.
   E. La persona e habla alemán e italiano.
   F. La persona f habla francés, japonés y ruso.
   G. La persona g habla francés y alemán.

¿Es cierto que cada par de personas se puede comunicar entre ellas utilizando si es necesario a otra persona como intérprete?

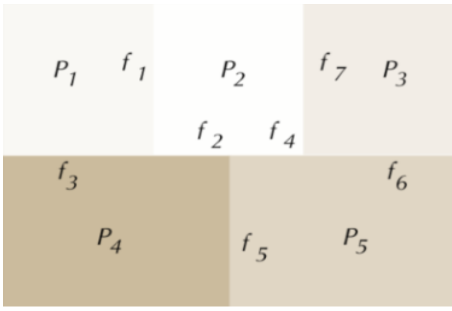
2. En Numerolandia hay nueve ciudades, con los nombres 1, 2, 3, 4, 5 , 6, 7, 8 y 9. Aeronumerolandia S.A, la única compañía aérea del país, establece una ruta aérea entre dos ciudades si y solamente si el número de dos dígitos formado por los nombres de las ciudades es divisible entre tres. Si visitas este extraño país, ¿serás capaz de viajar por avión de la ciudad 1 a la ciudad 9?

3. El pasillo de unas oficinas tiene forma circular y está dividido en cuatro compartimientos A, B, C y D, tal como se indica en la figura.



A partir de las 7 de la noche, por seguridad, las únicas puertas por las que se puede entrar o salir son las marcadas con las letras X, Y, Z y W. La señora de la limpieza está a las 7 p.m. en el compartimiento A y hasta las 8 p.m. ha pasado 7 veces por la puerta X , 4 veces por la Y, 6 veces por la Z y 4 veces por la W. ¿Puedes decir en que compartimiento está la señora después del recorrido?

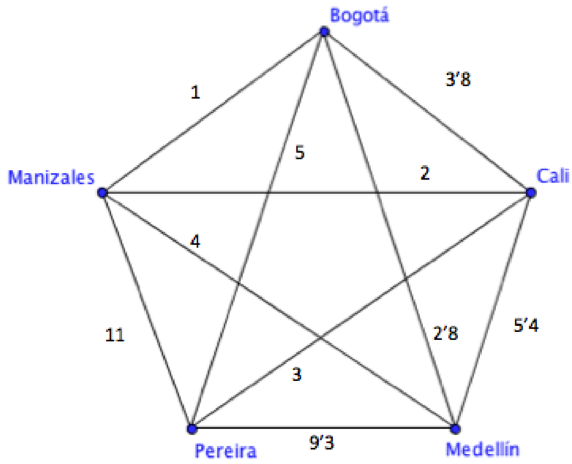
4. En Algorilándia existen cinco países P_1, P_2, P_3, P_4 y P_5, que poseen entre ellos las siete fronteras que se presentan en la siguiente gráfica.



Las fronteras se han indicado con f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6 y f_7 ¿Será posible iniciar una ruta partiendo de uno de los países, atravesar cada una de las fronteras una sola vez y regresar al país de partida?

5. Una compañía eléctrica ha edificado una central eléctrica en la ciudad de Bogotá y quiere que otras ciudades de la región andina tengan suministro eléctrico. Para ello, tiene que construir tendidos eléctricos entre las ciudades, sin que sea necesario que esté conectada con Bogotá; basta con que esté conectada por un tendido eléctrico a cualquier ciudad que tenga el suministro. La compañía conoce el costo

de construcción de todos los tendidos posibles (en millones de pesos), el cual aparece en la siguiente gráfica.



Si la compañía quiere gastar la menor cantidad de dinero posible en la construcción de los tendidos eléctricos de tal manera que dé suministro a todas las ciudades, ¿Cuál será la red más barata?

6. En Colombia hay 32 departamentos y supongamos que cada uno de ellos está conectado a todos los demás por vía aérea. ¿Cuál es el número máximo de rutas que se pueden quitar de modo que se pueda seguir viajando de un departamento a los restantes haciendo escala en los respectivos aeropuertos?

7. En un colegio se desea programar reuniones de comités estudiantiles que han sido asignados desde el grado 7 al grado 11. Se quiere asignar los días de la reunión para los comités, de tal manera que si dos comités coinciden en un mismo grado, les sean asignados distintos días para sus reuniones. La siguiente tabla muestra los comités a los que pertenece cada grado.

	Comité de aseo	Comité ambiental	Comité de eventos	Comité académico	Comité de deportes	Comité de arte y cultura
Grado 7	*	*	*			
Grado 8	*			*	*	
Grado 9		*				*
Grado 10	*		*			
Grado 11	*				*	

¿Es posible elaborar tal programa? ¿Cuál es el menor número de días que se necesita?

ANEXO 2 : PRUEBA INICIAL

UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA
Donde tú SÍ cuentas.

PRUEBA DE MATEMÁTICA

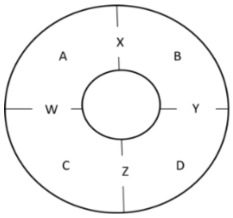
MUSA

1. En un futuro no muy lejano habrá viajes interplanetarios. Supón que en el sistema solar se establecieran las siguientes rutas (únicamente éstas): Tierra – Mercurio, Plutón – Venus, Urano – Neptuno, Neptuno – Saturno, Saturno – Júpiter, Júpiter – Marte y Marte – Urano. ¿Se podría realizar el viaje desde la Tierra hasta Marte?

2. En Numerolandia hay nueve ciudades, con los nombres 1, 2, 3, 4, 5 , 6, 7, 8 y 9. Aeronumeradia S.A, la única compañía aérea del país, establece una ruta aérea entre dos ciudades si y solamente si el número de dos dígitos formado por los nombres de las ciudades es divisible entre tres. Si visitas este extraño país ¿Serás capaz de alguna manera de viajar de la ciudad 1 a la ciudad 9 por avión?

3. A mi hermana le he dicho que desde que me desperté, he pasado por la puerta de mi cuarto (entrando y saliendo) 9 veces a lo largo de la mañana. Al finalizar la mañana en dónde me podrá encontrar ¿dentro o fuera de mi cuarto?

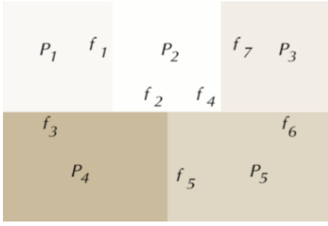
4. El pasillo de unas oficinas tiene forma circular y está dividido en cuatro compartimientos A, B, C y D, tal como se indica en la figura



A partir de las 7 de la noche, por seguridad las únicas puertas por las que se puede entrar o salir son las marcadas con las letras X, Y, Z y W. La señora de la limpieza está a las 7 p.m. en el compartimiento A. hasta las 8 p.m. ha pasado 7 veces por la puerta X , 4 veces por la Y, 6 veces por la

Z y 4 veces por la W. ¿Puedes decir en que compartimiento está la señora después del recorrido?

5. En Numerolandia existen cinco países P_1, P_2, P_3, P_4 y P_5, que poseen entre ellos las siete fronteras que se presentan en la siguiente gráfica



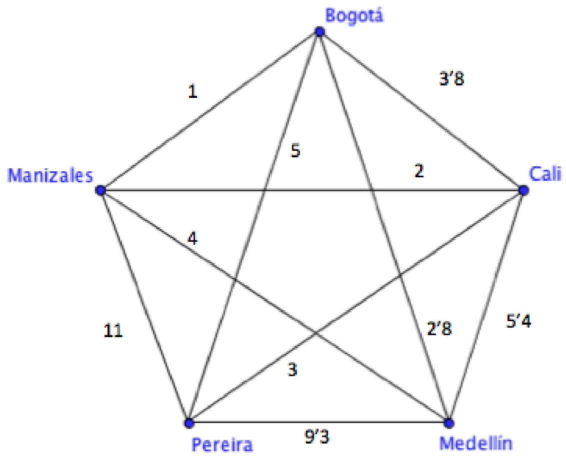
Las fronteras se han indicado con f_1, f_2, f, f_4, f_5, f_6 y f_7 ¿Será posible iniciar una ruta partiendo de uno de los países, atravesar cada una de las fronteras una sola vez, y regresar al país de partida?

6. Se conocen los siguientes datos sobre las personas a, b, c, d, e, f y g:

8. La persona a habla inglés.
9. La persona b habla inglés y español.
10. La persona c habla inglés, italiano y ruso.
11. La persona d habla japonés y español.
12. La persona e habla alemán e italiano.
13. La persona f habla francés, japonés y ruso.
14. La persona g habla francés y alemán.

¿Es cierto que cada par de personas se puede comunicar entre ellas utilizando si, es necesario, a otra persona como intérprete?

7. Una compañía eléctrica ha edificado una central eléctrica en la ciudad Bogotá y quiere que algunas ciudades de la región andina tengan suministro eléctrico. Para ello tiene que construir tendidos eléctricos, entre las ciudades. Para que una ciudad tenga suministro eléctrico no es necesario que esté conectada con Bogotá; basta con que esté conectada por un tendido eléctrico a cualquier ciudad que tenga suministro. La compañía conoce el costo de construcción de todos los tendidos posibles.



Lógicamente la compañía quiere gastar el menor dinero posible. Hay que encontrar la red más barata que de suministro a todas las ciudades. La compañía te ha contratado ¿Podrás ayudarles a encontrar la red más barata?

8. En Colombia hay 32 departamentos, supongamos que cada uno de ellos está conectado a todos los demás por carretera. ¿Cuál es el número máximo de carreteras que se pueden quitar de modo que se pueda seguir viajando de un departamento a los restantes?

9. En un plantel se desea programar reuniones de comités estudiantiles que han sido asignados desde el grado 7 al grado 11. Se quiere asignar los días de la reunión para los comités, de tal manera que si dos comités coinciden en un mismo grado, les sean asignados distintos días para sus reuniones. La siguiente tabla muestra los comités a los que pertenece cada grado.

	Comité de aseo	Comité ambiental	Comité de eventos	Comité académico	Comité de deportes	Comité de arte y cultura
Grado 7	*	*	*			
Grado 8	*			*	*	
Grado 9		*				*
Grado 10	*		*			
Grado 11	*				*	

¿Es posible elaborar tal programa? ¿Cuál es el menor número de días que se necesita?

10. En un laboratorio se quiere depositar seis sustancias en diferentes frascos, algunos pueden mezclarse con otros, pero algunos otros no porque de hacerlo podría ocurrir una explosión. *Amoniaco* puede mezclarse con

cloruro de sodio, *ácido clorhídrico* con *amoniaco*, *acetato* con *cloruro de sodio* y *amoniaco*, *benceno* únicamente *acetato* y *formol* no puede mezclase con ninguna otra sustancia. ¿Cuál es el mínimo número de frascos que necesitan en el laboratorio para poder depositar todas las sustancias?

ANEXO 3 : SEGUNDA PRUEBA

UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA Donde tú SI cuentas.

PRUEBA DE MATEMÁTICA

MUSA

Lea atentamente cada uno de los siguientes problemas, resuélvalo explicando en cada paso su razonamiento para llegar al resultado esperado.

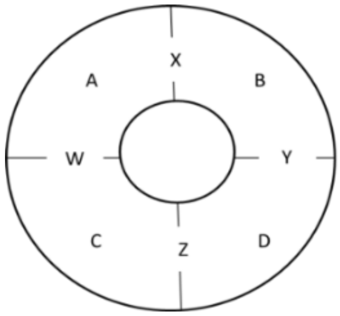
1. Se conocen los siguientes datos sobre las personas a, b, c, d, e, f y g:
   A. La persona a habla inglés.
   B. La persona b habla inglés y español.
   C. La persona c habla inglés, italiano y ruso.
   D. La persona d habla japonés y español.
   E. La persona e habla alemán e italiano.
   F. La persona f habla francés, japonés y ruso.
   G. La persona g habla francés y alemán.

¿Es cierto que cada par de personas se puede comunicar entre ellas utilizando si es necesario a otra persona como intérprete?

2. En Numerolandia hay nueve ciudades, con los nombres 1, 2, 3, 4, 5 , 6, 7, 8 y 9. Aeronumerolandia S.A, la única compañía aérea del país, establece una ruta aérea entre dos ciudades si y solamente si el número de dos dígitos formado por los nombres de las ciudades es divisible entre tres. Si visitas este extraño país, ¿serás capaz de viajar por avión de la ciudad 1 a la ciudad 9?

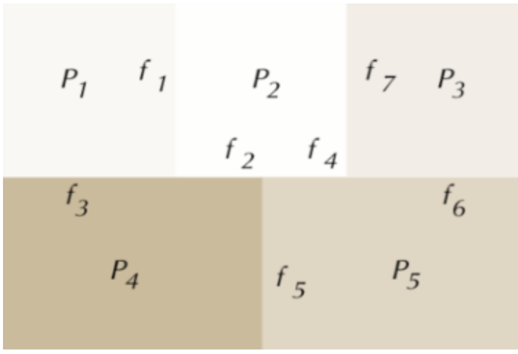
3. A mi hermana le he dicho que desde que me desperté, he pasado por la puerta de mi cuarto (entrando y saliendo) 99 veces a lo largo de la mañana. Al finalizar la mañana, ¿en dónde me podré encontrar? ¿dentro o fuera de mi cuarto?

4. El pasillo de unas oficinas tiene forma circular y está dividido en cuatro compartimientos A, B, C y D, tal como se indica en la figura.



A partir de las 7 de la noche, por seguridad, las únicas puertas por las que se puede entrar o salir son las marcadas con las letras X, Y, Z y W. La señora de la limpieza está a las 7 p.m. en el compartimiento A y hasta las 8 p.m. ha pasado 7 veces por la puerta X , 4 veces por la Y, 6 veces por la Z y 4 veces por la W. ¿Puedes decir en que compartimiento está la señora después del recorrido.

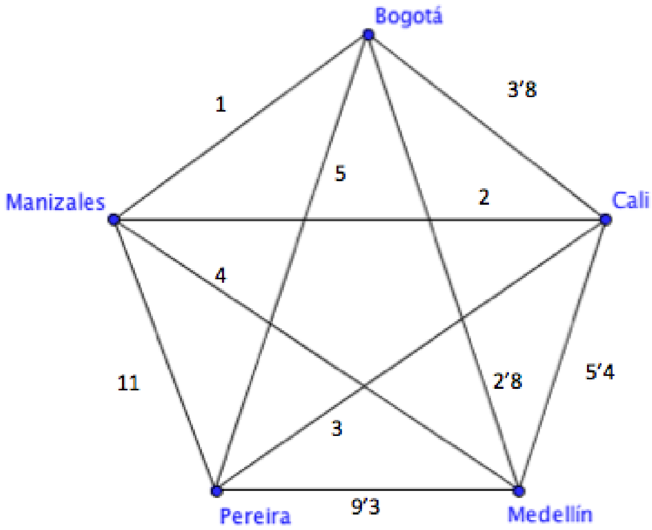
5. En Algorilándia existen cinco países P_1, P_2, P_3, P_4 y P_5, que poseen entre ellos las siete fronteras que se presentan en la siguiente gráfica.



Las fronteras se han indicado con f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6 y f_7 ¿Será posible iniciar una ruta partiendo de uno de los países, atravesar cada una de las fronteras una sola vez y regresar al país de partida?

6. Una compañía eléctrica ha edificado una central eléctrica en la ciudad de Bogotá y quiere que otras ciudades de la región andina tengan suministro eléctrico. Para ello, tiene que construir tendidos eléctricos entre las ciudades, sin que sea necesario que esté conectada con Bogotá; basta con que esté conectada por un tendido eléctrico a cualquier ciudad que tenga el suministro. La compañía conoce el costo

de construcción de todos los tendidos posibles (en millones de pesos), el cual aparece en la siguiente gráfica.



Si la compañía quiere gastar la menor cantidad de dinero posible en la construcción de los tendidos eléctricos de tal manera que dé suministro a todas las ciudades, ¿Cuál será la red más barata?

7. En Colombia hay 32 departamentos y supongamos que cada uno de ellos está conectado a todos los demás por vía aérea. ¿Cuál es el número máximo de rutas que se pueden quitar de modo que se pueda seguir viajando de un departamento a los restantes haciendo escala en los respectivos aeropuertos?

8. En un colegio se desea programar reuniones de comités estudiantiles que han sido asignados desde el grado 7 al grado 11. Se quiere asignar los días de la reunión para los comités, de tal manera que si dos comités coinciden en un mismo grado, les sean asignados distintos días para sus reuniones. La siguiente tabla muestra los comités a los que pertenece cada grado.

	Comité de aseo	Comité ambiental	Comité de eventos	Comité académico	Comité de deportes	Comité de arte y cultura
Grado 7	*	*	*			
Grado 8	*			*	*	
Grado 9		*				*
Grado 10	*		*			
Grado 11	*				*	

¿Es posible elaborar tal programa? ¿Cuál es el menor número de días que se necesita?

Anexo 4 : INSTRUMENTO DE VALIDACIÓN DE EXPERTOS

ITEM	Criterios a evaluar										Observación (Si debe modificarse o eliminarse algún item por favor indique)
	Claridad en la redacción		Coherencia interna		Inducción a la respuesta		Lenguaje adecuado		Mide lo que pretende		
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
1	X		X			X	X		X		Este item puede eliminarse, o elegir entre este y el ítem 5.
2	X		X			X	X		X		
3	X		X			X	X		X		Recomiendo no poner 9, sino un número más grande.
4	X		X		X		X		X		Debería reformularse, pues, no es verdad conectar directamente dos departamentos (Amazonas y Atlántico) por una única carretera.
5	X		X			X	X		X		
6	X		X			X	X		X		
7	X		X			X	X		X		La palabra "logicamente" no es la adecuada.
8	X			X		X	X		X		No tiene sentido decir que todos los departamentos de Colombia están conectados por vía terrestre.
9	X		X			X	X		X		
10	X			X		X		X		X	Este problema es confuso y no tiene sentido en la realidad.

Aspectos generales	SI	NO	**********************
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder el cuestionario	X		Esta prueba contiene muchos problemas, para mi estaría bien una prueba de 5 a 8 preguntas
Los item permiten el logro del objetivo de la investigación	X		
Los item están distribuidos de forma lógica y secuencial			
El número de items es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta sugiera los item a añadir.	X		
Aplicable	No aplicable	Aplicable atendiendo a las observaciones	
Validado por: José Luis Ramírez Ramírez		C.C 1072188324	
Firma	Teléfono 57 + 7250514	Email josel.ramirez@correo.edu.co	

ITEM	Criterios a evaluar										Observación (Si debe modificarse o eliminarse algún item por favor indique)
	Claridad en la redacción		Coherencia interna		Inducción a la respuesta		Lenguaje adecuado		Mide lo que pretende		
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
1	X		X			X	X		X		
2	X		X			X	X		X		Hay un espacio antes de la coma cuando se enumeran las 9 ciudades.
3	X			X		X	X		X		Debería ser: saliendo, entrado, pues se asume que está dentro del cuarto.
4	X		X			X	X		X		
5	X		X			X	X		X		Hacer la numeración con letras se puede prestar para confusiones con el nombre de las personas.
6	X		X			X	X		X		Recomiendo cambiar el nombre Numerolandia, pues ya se usó en el ítem 2.
7	X		X			X		X	X		¿Qué interpretación tienen esos números que aparecen en el grafo?
8		X	X			X	X		X		Revisar redacción.
9	X		X			X		X	X		
10	X			X		X		X		X	Considero que no tiene sentido el problema en ese contexto.

Aspectos generales	SI	NO	*********************
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder el cuestionario	X		
Los item permiten el logro del objetivo de la investigación	X		
Los item están distribuidos de forma lógica y secuancial			
El número de items es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta sugiera los item a añadir.	X		Se debería revisar el tiempo para la solución de esta prueba. La considero extensa.

Aplicable	No aplicable	Aplicable atendiendo a las observaciones

Validado por: Wilson Leandro Pardo		C.C 79731039
Firma	Teléfono	Email
	57 + 3167473678	wilson.pardo@urosario.edu.co

ITEM	Criterios a evaluar										Observación (Si debe modificarse o eliminarse algún item por favor indique)
	Claridad en la redacción		Coherencia interna		Inducción a la respuesta		Lenguaje adecuado		Mide lo que pretende		
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
1	X		X			X	X		X		
2	X		X			X	X		X		Considero importante mejorar la redacción.
3	X			X		X	X		X		
4	X		X			X	X		X		
5	X		X			X	X		X		
6	X		X			X	X		X		
7	X		X			X		X	X		Los números que aparecen en el gráfico no son claros.
8		X	X			X	X		X		Recomiendo revisar la redacción del problema.
9	X		X			X		X	X		
10	X			X		X		X		X	Me parece que el problema no es claro.

Aspectos generales	SI	NO	**********************
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder el cuestionario	X		
Los item permiten el logro del objetivo de la investigación	X		
Los item están distribuidos de forma lógica y secuancial			
El número de items es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta sugiera los item a añadir.	X		La prueba me parece un poco larga.

Aplicable ☐	No aplicable ☐	Aplicable atendiendo a las observaciones ■

Validado por: Sandra Patricia Morales Niño		C.C 52343872
Firma	Teléfono	Email
	57 + 3163030990	moralessamy9@hotmail.com

Anexo 5 : Resultados de la prueba

Estudiante	P 1	P 2	P 3	P 4	P 5	P 6	P 7
E1	0	1	1	1	1	0	0
E2	1	1	0	1	0	0	0
E3	1	1	1	1	1	1	1
E4	1	1	1	1	1	0	1
E5	1	1	0	1	1	0	1
E6	1	1	1	1	1	0	1
E7	1	1	1	1	1	1	1
E8	1	1	0	1	0	0	1
E9	1	1	1	1	1	1	1
E10	1	1	0	1	1	0	1
E11	1	1	1	1	0	1	0
E12	1	1	1	1	0	0	1
E13	1	1	1	1	1	0	1
E14	1	1	1	1	1	1	1
C1	1	0	1	0	0	0	0
C2	0	0	1	0	0	0	0
C3	1	0	1	0	0	0	0
C4	1	1	1	1	1	0	0
C5	1	1	1	1	0	0	1
C6	1	1	0	0	0	0	0
C7	1	1	1	1	1	0	1
C8	0	0	0	0	0	0	0
C9	1	1	0	0	1	0	0
C10	1	1	1	0	0	0	0
C11	1	1	1	0	0	0	0
C12	0	0	0	0	0	0	0
C13	1	1	1	1	1	1	1
C14	1	1	1	1	1	0	1

Anexo 6 : PROGRAMA CURSO DE TALENTOS UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA
PROGRAMA DE TALENTOS MATEMÁTICOS Y CIENTÍFICOS
PROGRAMA TALENTOS 1
ESCUELA DE MATEMÁTICAS

PROGRAMA DEL CURSO		
NOMBRE DE LA ASIGNATURA Teoría de Grafos		
INTENSIDAD HORARIA SEMANAL 4 Horas		Durante 15 semanas

OBJETIVO GENERAL: Identificar y promover estudiantes con talento matemático.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Estudiar la teoría de Grafos.
- Desarrollar en el estudiante habilidades propias del quehacer matemático, como lo son la elaboración de conjeturas, elaboración de ejemplos y contraejemplos, argumentación y resolución de problemas.
- Promover el trabajo cooperativo y la discusión con sus compañeros.

CONTENIDOS DEL CURSO:

PARTE 1: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS TIPO OLIMPIADAS.

PARTE 2: MOTIVACIÓN A LA TEORÍA DE GRAFOS.

PARTE 3: CONCEPTOS FUNDAMENTALES EN TEORIA DE GRAFOS
3.1. Funciones de adyacencia
3.2. Grafos no dirigidos. Clasificación
3.3. Operaciones entre grafos
3.4. Representación de Grafos
3.5. Grado de un vértice
3.6. Criterio de Euler
3.7. Subgrafos
3.8. Isomorfismos y consecuencias.

PARTE 4: CONEXIDAD Y COMPLETEZ
4.1. Caminos no dirigidos. Clasificación
4.2. Grafos conexos. Componentes conexas
4.3. Vértices y aristas de corte
4.4. Parámetros de conexidad
4.5. Bloques
4.6. Grafos de Kuratowski
4.7. Propiedades de los parámetros

PARTE 5: TEORIA DE ARBOLES
5.1. Definición de árbol
5.2. Propiedades elementales
5.3. Caminos en un árbol
5.4. Vértices y aristas de corte en arboles
5.5. Formula de Cayley *
5.6. Arboles n-arios

PARTE 6: RECORRIBILIDAD
6.1. Circuitos Eulerianos. Caracterización
6.2. Caminos Eulerianos. Caracterización
6.3. Algoritmo de Fleury
6.4. Ciclos Hamiltonianos
6.5. Condiciones suficientes para Ciclos Hamiltonianos

PARTE 7: COLORACION DE VERTICES
7.1. Funciones de coloración
7.2. Numero cromático
7.3. Grafos críticos
7.4. Cotas del numero cromático
7.5. Algoritmo austero para colorear
7.6. Polinomios cromáticos *
7.7. Ciclos y coloración *

METODOLOGÍA

En la primera parte del curso se estudiarán técnicas para la resolverán problemas tipo olimpiadas. En la segunda parte se introduce la Teoría de Grafos, mediante juegos, resolución de problemas, exposiciones, talleres escritos, actividades de consulta, materiales didácticos, acompaños por la socialización de los resultados, los cuales son plasmaos de manera oral y/o escita.

EVALUACIÓN

Durante el curso se hará una evaluación continua, en la que se trata de identificar el perfil que puede llegar a tener en estudiante con talento matemático, mediante las siguientes componentes:

- *Creatividad Matemática (40%):* Se llama creatividad matemática a la capacidad que tiene el estudiante de abstraer los conceptos matemáticos, proponer soluciones alternativas al y generar nuevo conocimiento.

- *Participación en clase (10%):* El estudiante que muestra interés por socializar de manera oral y escrita sus resultados.

Anexo 7 : PROGRAMA ACTUAL DE CURSO DE TALENTOS MATEMÁTICOS UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

PROGRAMA TALENTOS MATEMÁTICOS 2013-01

PROGRAMA DE ASIGNATURA		
NOMBRE DE LA ASIGNATURA	**Teoría de Grafos y Aritmética modular**	
FECHA DE INICIO	11 de febrero de 2013	
INTENSIDAD HORARIA SEMANAL	4 HORAS	Durante 15 semanas
TERMINACIÓN DEL CURSO	29 de mayo de 2013	

OBJETIVO GENERAL

Identificar estudiantes con talento matemático.

OBEJTIVOS ESPECÍFICOS

- Estudiar la teoría de grafos
- Desarrollar en el estudiante habilidades propias del quehacer matemático, como lo son la elaboración de conjeturas, elaboración de ejemplos y contraejemplos, argumentación y resolución de problemas.
- Promover el trabajo cooperativo y la discusión con sus compañeros.

METODOLOGÍA

El desarrollo del curso estará dividido en dos temas que son teoría de grafos y aritmética modular, el primero se desarrollará en las primeras 8 semanas, seguido del segundo tema que se trabajará hasta culminar el curso. Durante el desarrollo del curso se trabajarán tres sesiones de ejercicios de problemas de olimpiadas matemáticas para complementar el trabajo del estudiante y así fomentar y contribuir a fortalecer sus bases y sus intereses por la matemática.

Durante el curso los niños indagarán y descubrirán los diferentes teoremas y algoritmos que presenta la Teoría de grafos y la aritmética modular realizando diferentes actividades en grupos de 3 o 4 estudiantes para luego socializarlas con todo el grupo. El profesor será quien oriente dichas actividades, será un mediador entre los estudiantes y la matemática.

TEMAS PROPUESTOS

1. Ejercicios tipo olimpiadas matemáticas tomados de internet, libros y de las olimpiadas de la universidad Antonio Nariño de semestres y años anteriores.
2. Teoría de Grafos
    - 2.1. Definición Grafo
    - 2.2. Propiedades grafos: Grado y clasificaciones
    - 2.3. Grafos dirigidos
    - 2.4. Puentes de Königsberb
    - 2.5. Representación de grafos: Matrices de adyacencia e incidencia
    - 2.6. Grafos completos y cíclicos
    - 2.7. Caminos y circuitos
    - 2.8. Teorema de Euler
    - 2.9. Algoritmos
    - 2.10. Coloración de grafos
    - 2.11. La torre de Hanoi y grafos
3. Aritmética modular
    - 3.1. Divisibilidad
    - 3.2. Propiedades de divisibilidad
    - 3.3. Aritmética $\boldsymbol{Z_n}$ – Operaciones básicas
    - 3.4. Inversos multiplicativos
    - 3.5. Definición de clase de equivalencia
    - 3.6. Pequeño Teorema de Fermat

EVALUACIÓN

Durante el curso se hará una evaluación continua, en la que se trata de identificar el perfil que puede llegar a tener un estudiante con talento matemático, mediante las siguientes componentes evaluativas:

Creatividad Matemática y trabajo en clase (30%): Se llama creatividad matemática a la capacidad que tiene el estudiante de abstraer los conceptos matemáticos, proponer soluciones alternativas al planteamiento de una situación problema y generar nuevo conocimiento. Además se busca en el estudiante una persona activa, que proponga en el aula de clase.

Participación en clase (15%): Se busca en el estudiante que muestre interés por las actividades que se realizan y proponga o manifieste sus resultados.

Puntualidad y Disciplina (5%): Debido a la intensidad horaria y que se trabaja una vez a la semana es fundamental que el estudiante asista regularmente a clase.

La disciplina, es otro factor en la parte de evaluación ya que es un indicador de que el estudiante muestra o no interés por el curso.

Exámenes Escritos (50%): Estos se realizan en la mitad y al final del curso, y tienen como objetivo corroborar las componentes evaluativas anteriores.

BIBLIOGRAFÍA

GREITZER, Samuel L. *Olimpiadas Matemáticas Internacionales*. Editorial DLS-EULER. Madrid España. 1993.

CORIAT, Moisés, otros. *Nudos y nexos redes en la escuela*. Editorial SINTESIS. Madrid España. 1990.

DIESTEL, Reinhard. *Graph Theory*. Electronic Edition SPRINGER-VERLAG HEIDELBERG. New York, 2005.

BERGE, Claude. *Graphs.* Third Edition NORT-HOLLAND MATHEMATICAL LIBRARY. New York, 1991.

NÚÑEZ, Reinaldo, otros. *Procedimientos de construcción en álgebra*. Universidad Sergio Arboleda. 1996

MUÑOZ, José M. *Introducción a la teoría de números*. Cuarta edición. Universidad Nacional de Colombia.