

Pontificia Universidad Católica del Perú
Facultad de Ciencias e Ingeniería



PUCP

**“DESARROLLO DE UN MODELO PARA LA
ESTRUCTURACIÓN Y GESTIÓN DE PORTAFOLIOS
UTILIZANDO LA METODOLOGÍA DE INVERSIÓN BASADA
EN FACTORES Y EL MODELO BLACK-LITTERMAN”**

Tesis para obtener el título profesional de Ingeniero Industrial

AUTOR:

Erick Jesus Infante Acosta

ASESOR:

Oscar Enrique Miranda Castillo

Lima, 16 de abril de 2021

Resumen

La presente tesis busca desarrollar un modelo para la estructuración y gestión de portafolios haciendo uso de la Metodología de Inversión basada en Factores, y calculando los retornos y varianzas estimadas a través de una metodología bayesiana como lo es Black-Litterman. Esta aplicación se realiza teniendo en consideración que todos los portafolios desarrollados en la presente tesis tienen como única exposición a los mercados latinoamericanos de Brasil, Chile, Colombia, México y Perú.

El estudio que se presenta a continuación está dividido en seis capítulos. En el capítulo 1, se detalla el marco teórico, el cual describe el principal índice bursátil de cada mercado a considerar en la investigación; luego, se describe la literatura que da la base y cimientos a la gestión de portafolios y al modelo de factores. En el capítulo 2, se presentan los cinco factores que serán usados en el desarrollo del documento, así como la base teórica económica de la metodología del modelo de Black-Litterman. En el capítulo 3, se describe el desarrollo de la metodología propuesta en donde se tienen ocho pasos a seguir: en primer lugar, la obtención de las empresas a ser consideradas en cada momento de rebalanceo; en segundo lugar, la obtención de la información financiera; en tercer lugar, el cálculo de los parámetros de entrada para el desarrollo de las simulaciones; en cuarto lugar, el desarrollo de las simulaciones de Montecarlo y la obtención de las diferencias de los retornos de estas; en quinto lugar, la elaboración de las de las matrices de expectativas retornos esperados y niveles de confianza; en sexto lugar, la aplicación del modelo de Black Litterman; en séptimo lugar, el cálculo de los pesos de cada acción dentro de cada portafolio propuesto; y, finalmente, la descripción de los factores a considerar para la evaluación del desempeño de los portafolios propuestos en base a diez años de backtesting. En el capítulo 4, se desarrollan los ocho pasos descritos en el capítulo 3 aplicados a las características (alcance y mercados bursátiles) de la presente tesis. En el capítulo 5, se presenta el análisis de los resultados por cada uno de los cinco factores que han sido considerados para la presente investigación y se mostrarán los cuadros resúmenes con los indicadores de rendimiento y riesgo por cada uno, y un cuadro con la evaluación estadística con la finalidad de validar que los retornos encontrados son estadísticamente significativos. Finalmente, en el capítulo 6, se realizan las conclusiones del estudio y recomendaciones a considerar para las aplicaciones de la metodología que se puedan desarrollar en futuras investigaciones de portafolios o inversiones.

ÍNDICE

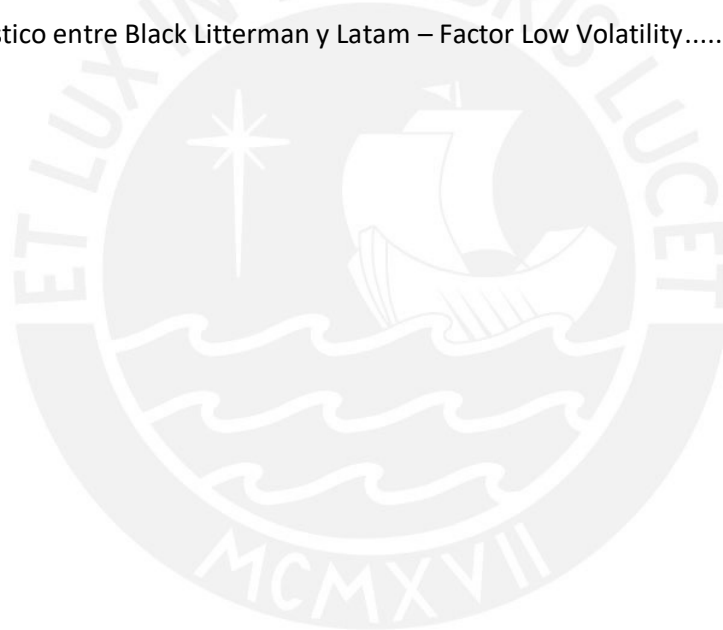
ÍNDICE DE TABLAS	v
ÍNDICE DE GRÁFICOS	vii
GLOSARIO	viii
CAPÍTULO 1: MARCO TEÓRICO	1
1.1. Mercados Latinoamericanos.....	3
1.1.1. IBOVESPA	3
1.1.2. COLCAP	3
1.1.3. S&P IPSA.....	4
1.1.4. S&P/BMV IPC	5
1.1.5. S&P Merval	5
1.1.6. S&P BVL PERU SELECT.....	6
1.2. Los Factores	6
1.3. Estructuración del portafolio	12
1.3.1. Markowitz Asset Allocation	12
1.3.2. Black and Litterman Asset Allocation	16
CAPÍTULO 2: METODOLOGÍA	23
2.1. Factores	23
2.1.1. Size.....	23
2.1.2. Value.....	25
2.1.3. Momentum	27
2.1.4. Profitability y Quality	29
2.1.5. Low-Volatility	30
2.2. Modelo de Black-Litterman	31
2.2.1. Retornos en equilibrio (π):.....	31
2.2.2. Grado de aversión al riesgo (δ):	32

2.2.3.	Matriz de variancia-covarianza en equilibrio (Σ):.....	32
2.2.4.	Pesos en equilibrio (W):.....	32
2.2.5.	Matriz de los views (Q):	35
2.2.6.	Matriz de expectativas de los retornos de los views (P):	35
CAPÍTULO 3: DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA		37
3.1.	Obtención del universo de empresas para un periodo t.	37
3.2.	Obtención de información financiera para evaluación y selección.....	37
3.3.	Obtención de parámetros para la simulación.....	38
3.4.	Desarrollo de simulaciones de Montecarlo y obtención de las diferencias de retorno.....	38
3.5.	Elaboración de matrices de expectativas, retornos esperados y nivel de confianza.	39
3.6.	Aplicación del modelo Black and Litterman.....	39
3.7.	Obtención de los pesos por acción dentro del portafolio que maximice el ratio riesgo retorno... ..	40
3.8.	Evaluación del desempeño del portafolio y tablas de resultados.....	40
CAPÍTULO 4: APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA		41
CAPÍTULO 5: ANÁLISIS DE RESULTADOS		49
5.1.	Value - Resultados.	49
5.2.	Size - Resultados.	51
5.3.	Profitability - Resultados.	53
5.4.	Momentum - Resultados.....	55
5.5.	Low Volatility - Resultados.	58
CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		61
BIBLIOGRAFÍA.....		63

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Análisis de segmentación cruzada y evidencia de value premium	8
Tabla 2: Comparación de rendimientos acumulados obtenidos para la muestra de veinte semestres	10
Tabla 3: Asignación de pesos para el primer semestre del 2007	14
Tabla 4: Asignación de pesos para el segundo semestre del 2007	14
Tabla 5: Asignación de pesos para el primer semestre del 2008	15
Tabla 6: Asignación de pesos para el segundo semestre del 2008	15
Tabla 7: Asignación de pesos para el primer semestre del 2009	15
Tabla 8: Retornos por periodo - factor Size	23
Tabla 9: Retornos por periodo - factor Value	25
Tabla 10: Retornos por periodo - factor Momentum.....	27
Tabla 11: Miembros del MEXBOL.....	41
Tabla 12: Miembros del IPC	42
Tabla 13: Empresas pertenecientes al portafolio Value	42
Tabla 14: Media trimestral móvil de las 30 empresas a formar parte del portafolio	43
Tabla 15: Varianza de las 5 primeras empresas a formar parte del portafolio.....	43
Tabla 16: Retornos esperados de <i>las 30 expectativas</i>	45
Tabla 17: Matriz de no confianza en los <i>views</i>	45
Tabla 18: Matriz de <i>views</i>	46
Tabla 19: Retornos esperados según el modelo Black and Litterman	46
Tabla 20: Varianza según el modelo de Black and Litterman	47
Tabla 21: Pesos para el portafolio Value en el primer periodo del 2018	48
Tabla 22: Cuadro estadístico comparativo entre Black Litterman, Markowitz y MXLA index – Factor Value	50
Tabla 23: Test estadístico entre Black Litterman y Markowitz – Factor Value	51
Tabla 24: Test estadístico entre Black Litterman y Latam – Factor Value	51
Tabla 25: Cuadro estadístico comparativo entre Black Litterman, Markowitz y MXLA index – Factor Size	52
Tabla 26: Test estadístico entre Black Litterman y Markowitz – Factor Size.....	53
Tabla 27: Test estadístico entre Black Litterman y Latam – Factor Size.....	53

Tabla 28: Cuadro estadístico comparativo entre Black Litterman, Markowitz y MXLA index – Factor Profitability	54
Tabla 29: Test estadístico entre Black Litterman y Markowitz – Factor Profitability.....	55
Tabla 30: Test estadístico entre Black Litterman y Latam – Factor Profitability.....	55
Tabla 31: Cuadro estadístico comparativo entre Black Litterman, Markowitz y MXLA index – Factor Momentum	57
Tabla 32: Test estadístico entre Black Litterman y Markowitz – Factor Momentum	57
Tabla 33: Test estadístico entre Black Litterman y Latam – Factor Momentum	57
Tabla 34: Cuadro estadístico comparativo entre Black Litterman, Markowitz y MXLA index – Factor Low Volatility.....	59
Tabla 35: Test estadístico entre Black Litterman y Markowitz – Factor Low Volatility.....	59
Tabla 36: Test estadístico entre Black Litterman y Latam – Factor Low Volatility.....	60



ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Precios de los índices del 2004 al 2008	14
Gráfico 2: Diagrama de bloques del proceso	37
Gráfico 3: Simulaciones de la acción Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais SA.....	44
Gráfico 4: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Latam – Factor Value	49
Gráfico 5: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Markowitz – Factor Value.....	50
Gráfico 6: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Latam – Factor Size	51
Gráfico 7: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Markowitz – Factor Value.....	52
Gráfico 8: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Latam – Factor Profitability	54
Gráfico 9: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Markowitz – Factor Profitability	54
Gráfico 10: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Latam – Factor Momentum.....	56
Gráfico 11: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Markowitz – Factor Momentum	56
Gráfico 12: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Latam – Factor Low Volatility	58
Gráfico 13: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Markowitz – Factor Low Volatility	58



GLOSARIO

- **Excess return:** Exceso de rendimiento superior al de un comparable que en la mayoría de los casos es el retorno de un índice que emula el comportamiento del mercado o el rendimiento de un activo libre de riesgo.
- **Expense ratio:** Este es un indicador que mide cuanto es el costo operativo de un fondo respecto al total de activos administrados. El principal costo operativo es el pago al administrador de portafolio o gestor.
- **Índice:** Este es un indicador que busca reflejar el comportamiento de un subyacente en específico o es la construcción de un portafolio hipotético de *securities* diseñado para representar el comportamiento de distintas clases de activos, mercados, sectores, entre otros.
- **Price to cash flow:** Indicador que busca medir el ratio de precio unitario por cada unidad monetaria de flujo de caja por acción generada por la empresa.
- **Price to earnings:** Indicador que busca medir el ratio de precio unitario por beneficio por acción generada por la empresa.
- **Price to book:** Indicador cuyo propósito es medir el precio en el mercado bursátil por valor contable de la acción de la empresa.
- **Premium:** Retorno que brinda una inversión en exceso del rendimiento de un activo libre de riesgo.
- **Rebalanceo:** Es un proceso por medio del cual se liquidan y aperturan posiciones dentro del portafolio con el fin de ajustarlo a lo que se tenga estipulado en un IPS o, para el caso de la presente tesis, a lo que el modelo indique.
- **Securities:** Son instrumentos negociables que sirven como medio para la obtención de capital tanto en mercados públicos como privados. Los dos más representativos son las acciones y los bonos.
- **Treasury Bill:** Son bonos emitidos por el gobierno de Estados Unidos con un vencimiento no mayor a un año, es importante resaltar que son considerados activos libre de riesgos.
- **Views:** Esto es entendido como las creencias o perspectivas que puede tener un inversionista sobre una acción o conjunto de acciones; dentro de la metodología de Black and Litterman, este es el componente más importante, puesto que es incorporada al modelo en equilibrio con el fin de encontrar los retornos finales.

CAPÍTULO 1: MARCO TEÓRICO

En 1952, Harry Markowitz encontró que el modelo de descuentos de dividendos no era correcto en la predicción de retornos esperados; luego, Jack L. Treynor (1961) y William F. Sharpe (1964) desarrollan el modelo de CAPM (Capital Asset Pricing Model) con el cual, junto a Markowitz, ganaron el premio Nobel en 1990. El modelo de CAPM tiene cuatro asunciones; en primer lugar, asume que los inversionistas buscan invertir en un solo periodo, y que basan sus decisiones de inversión únicamente en función de la media y la varianza de las acciones a considerar; en segundo lugar, se asume que no hay impuestos ni costos transaccionales; en tercer lugar, todos los inversionistas tienen puntos de vistas homogéneos con respecto a los parámetros que distribuyen la probabilidad de los retornos; y, en cuarto lugar, todos los inversionistas pueden prestarse o prestar a la tasa libre de riesgo. Es así como la principal contribución es la fórmula de CAPM en donde se describe la relación entre el valor esperado de la prima por riesgo de un activo y su riesgo sistemático. Sin embargo, en la publicación de Black, Jensen y Scholes (1972), se encuentra empíricamente que el *excess return* no es estrictamente proporcional al riesgo sistemático, medido a través del β ; como consecuencia de lo mencionado anteriormente es que proponen un modelo de dos factores en donde se agrega el retorno de un activo que tenga 0 covarianza con el retorno del mercado, consideran al retorno del activo *Treasury Bill* a 30 días. En Ross (1976) se propone una alternativa al modelo de CAPM llamado APT (Arbitrage Pricing Theory). Esta teoría demuestra que los retornos de los activos pueden ser explicados por diferentes exposiciones a distintos factores (Riesgos), estos factores tienen igual *premium* para todos los activos del mismo tipo, pero distinto beta el cual es la métrica del grado de exposición a este riesgo, es así como, por ejemplo, todas las acciones tienen el mismo *premium* por su exposición al mercado, pero cada una de ellas tiene un beta distinto que, finalmente, se traduce en un retorno esperado distinto; a pesar de parecer bastante intuitiva esta metodología, una de las principales críticas que recibe este modelo es que no se precisa cuáles son esas otras exposiciones que se tiene o que podrían conllevar a generar un mayor *excess return*.

Luego de esto en 1993 se publicó la investigación que cambiaría o que centraría el inicio de lo que hoy es ya, ampliamente, estudiado como la Inversión basada en el Modelo de Factores (Factor Based Investment) con la investigación de Fama and French (1993, 1994 y 1995); en esta investigación ambos autores se centraron, principalmente, en contemplar dos factores los cuales fueron *Value* (HML, High minus Low) y *Size* (SMB, Small minus Big) con el fin de explicar en mayor medida el retorno del mercado y dar un sentido económico a cada uno de estos factores. El primer factor nos dice que las acciones que tengan múltiplos pequeños son las acciones que pueden considerarse *Value* mientras que las que tengan uno alto son consideradas Growth, esto intuitivamente nos dice que si, por ejemplo, una acción tiene un ratio *Price*

to Book de 0.95 nos indicaría que estamos pagando 0.95 unidades monetarias como precio de una acción que en libros vale 1 unidad monetaria; el segundo factor nos indica que las acciones con una capitalización bursátil grande tendrán un menor desempeño que las acciones con una menor capitalización. La incorporación de estos dos factores al factor de mercado que ya se contemplaba en el modelo original de CAPM tuvo como resultado el poder explicar en aproximadamente 90% la variabilidad en los retornos mientras que el modelo de CAPM solo puede predecir un 70%, aproximadamente.

Luego, en 1997 Mark Cahart publicó una investigación en donde construyó su propio modelo de 4 factores haciendo uso del modelo de Fama y French publicado en 1993, y un factor adicional incorporado y estudiado por Jegadeesh y Titman en 1993 llamado *Momentum*.

Después, en 2014 Fama y French volvieron a presentar una investigación en donde añadían 2 factores más a los que ya habían sido mostrados y estudiados en su publicación de 1993. En el escrito del 2014 incorporaron los factores *Profitability* (RMW, *Robust minus Weak*) el cual indica que las acciones con menores ratios de rentabilidad (Weak) tienden a tener menores retornos que los que tienen ratios altos (Robust); estas medidas de rentabilidad pueden ser halladas de distintas formas; por ejemplo, se puede hallar un indicador a través de la división entre el resultado que se obtiene de la resta entre las ventas, el costo de ventas, gasto de ventas, gastos administrativos e intereses; y el valor en libros de la empresa ajustados por impuestos. Asimismo, incorporaron un quinto factor el cual fue *Investment* (CMA, *conservative minus aggressive*) el cual indica que las empresas que invierten o reinvierten más en sí mismas (*Aggressive*) tienden a generar menores retornos que las que devuelven valor a los inversionistas a través del pago de dividendos (*Conservative*), midiendo el nivel de inversión como el crecimiento de un periodo anual a otro dividido por la cantidad total de activos en el balance general ajustado por impuestos.

Por lo antes mencionado, la hipótesis de la presente tesis es que se pueda tener rendimientos superiores a los retornos de los portafolios construidos aplicando la metodología de Markowitz, así como el índice MSCI Emerging Markets Latin America Index (MXLA Index), el cual replica el comportamiento de las empresas pertenecientes a las 6 principales economías en Latinoamérica con un total de 111 constituyentes. Los países a los cuales tiene exposición este índice son: Argentina, Brazil, Chile, Colombia, México, and Perú.

1.1. Mercados Latinoamericanos

Para la presente tesis se partirá de un universo de acciones que conformen el mercado integrado más grande de Latinoamérica, el MILA; al cual se le agrega el mercado brasileño con el fin de darle una mayor amplitud al universo de acciones sobre la cual escoger; además de una mayor liquidez.

Para la obtención de las empresas a ser escogidas partiremos de las acciones que conforman los principales índices de cada uno de los 6 mercados en el periodo a analizar; es decir, cada vez que se tenga que hacer un rebalanceo y, por consiguiente, ver con qué acciones se cuentan; se procederá a verificar qué empresas conforman en ese momento cada uno de los índices. Esto se hace porque como se podrá ver en la descripción de cada índice, los miembros que conforman cada uno de estos pueden cambiar de un periodo a otro. A continuación, se detallan cuáles son estos índices:

1.1.1. IBOVESPA

Este índice se conforma como un promedio ponderado de la cartera de acciones según los criterios establecidos en esta metodología. Su principal objetivo es medir el retorno promedio contemplando las acciones más negociadas y representativas del mercado de valores brasileño. Para que una empresa sea considerada dentro del índice debe de cumplir con los siguientes requerimientos:

- No deben de ser acciones negociadas a través de Certificados de Depósitos en Brasil
- Tener un nivel de negociación mayor al del promedio de los últimos tres ciclos del portafolio
- Haber tenido una negociación activa de al menos el 95% de las veces que se negoció en el mercado brasileño, en los últimos tres ciclos del portafolio.
- No haber tenido menos del 0.1% del valor total negociado en el mercado en los últimos tres ciclos del portafolio.
- No ser considerada un *Penny Stock*.

Para la obtención de los pesos de cada acción dentro del índice, se procede a calcular el *total free float* de cada una y se divide entre el total de las acciones que la conformaran en ese periodo. En donde ninguno de los pesos de las empresas debe de superar el 20% del portafolio.

1.1.2. COLCAP

El COLCAP es el principal índice de la Bolsa de Valores de Colombia el cual busca capturar el retorno de las 20 acciones más líquidas de este mercado y su fecha de lanzamiento fue en enero del 2008. El número de componentes es el que se mencionó anteriormente; pero si en algún momento desapareciese alguno de los miembros del índice, este permanecerá con un número inferior a 20 emisores hasta el siguiente

rebalanceo. Además, la participación máxima que puede tener una acción dentro de la canasta debe de ser 20%. Si algún emisor excediese este límite, su participación será ajustada al 20% y el excedente se repartirá proporcionalmente entre los demás miembros.

Los requisitos que debe cumplir una acción para que se tenga en cuenta en el proceso de selección del COLCAP son los siguientes:

- Que se haya realizado por lo menos una operación bursátil en el periodo de 90 días calendario anterior a la fecha de la selección.
- La acción debe inscribirse 30 días calendario antes respecto al día de entrada en vigencia del índice.
- El estado de la acción debe ser “Activa”; es decir, que la acción haya presentado cotización oficial durante los últimos 30 días calendario y/o que presenta ofertas vigentes en el sistema de negociación.
- No se tendrán en cuenta las acciones que no contemplen pago de dividendos
- Las acciones pertenecientes al Mercado Global Colombiano, es decir, el conjunto de valores extranjeros emitidos fuera del país por emisores nacionales o extranjeros, no se tendrán en cuenta en el proceso de selección del COLCAP.

Para actualizar los componentes de los índices, por un lado, está la recomposición de la canasta y, por otro lado, el rebalanceo de esta:

La recomposición del índice se realiza anualmente, el último día de Octubre; en esta revisión se incluirán y excluirán las acciones que cumplan o no con los requisitos mencionados anteriormente para que puedan formar parte del índice. Mientras que el proceso de recomposición se da trimestralmente en los meses de enero, abril y julio de cada año y es aquí en donde se determina la participación en el índice de cada acción seleccionada para el siguiente trimestre.

1.1.3. S&P IPSA

Este índice es el mejor indicador de rentabilidad del mercado chileno. El retorno de este es calculado como el promedio ponderado de los rendimientos de las empresas que lo conforman y su principal objetivo es brindar una métrica del rendimiento de las empresas más líquidas de este mercado.

Esta canasta de acciones está compuesta por treinta empresas y la selección de estas se efectúa durante los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre de cada año. A continuación, se señalan los requisitos que deben de cumplir las empresas para formar parte del índice:

- La capitalización bursátil de las empresas debe de ser mayor de US\$200 MM.
- Las empresas deben de tener un ratio de *Free Float* mayor a 5%.

Luego, del total de empresas que cumplan con estos dos requisitos, se eligen las 40 empresas con mayor monto transado ponderado anual (MTPA).

1.1.4. S&P/BMV IPC

El IPC Mexico o IPyC es el principal indicador de la de la bolsa de valores mexicana y es una medida de la evolución de los precios de las acciones de mayor tamaño y liquidez que cotizan en ella, es decir, refleja el desempeño del mercado accionario mexicano en su conjunto, en esta no se consideran las FIBRAS.

Para ser considerada parte del grupo de acciones que la conforman se deben de cumplir con los siguientes requerimientos:

- El factor de *Free Float* debe de ser mayor a 10%
- Las empresas deben de tener por lo menos una capitalización bursátil de 8 MM de pesos mexicanos
- Las acciones deben de tener por lo menos un historial de tres meses de negociación en el mercado bursátil
- Las acciones deberán de contar con por lo menos un 95% de días negociados en los últimos seis meses
- Las acciones deben de tener una mediana de valor diario de 30 MM de pesos mexicano en los tres y seis meses previos a la evaluación

El índice es ponderado en función del esquema de Ponderación por Capitalización de Mercado Ajustada por Flotación, considerando que ninguna acción puede tener más de 25% dentro del portafolio y la ponderación acumulada de las cinco series accionarias más grandes no puede exceder el 60% en el índice. Finalmente, el índice se reconstituye dos veces al año, con fecha efectiva después del cierre de mercado del tercer Viernes de Marzo y septiembre. La fecha de referencia de cada reconstitución es el último día hábil de enero y Julio respectivamente. Asimismo, independientemente de la reconstitución bianual, el índice es preponderado con fecha efectiva después del cierre de mercado del tercer viernes de junio y diciembre.

1.1.5. S&P Merval

El Merval Index es el principal indicador de la bolsa de valores argentina. Este índice mide el comportamiento de las compañías de mayor capitalización y liquidez, en donde ninguna empresa puede exceder un 15% de peso dentro del índice. Además, el número de constituyentes tiene un mínimo de 20 empresas. Los requisitos para ser elegidos para formar parte de este índice son principalmente los siguientes:

- Las acciones deben de tener cuanto menos un 5% de *Investable Weighted Factor (IWF)*.

- Las acciones tienen que haber cotizado en al menos un 95% de las últimas sesiones de los últimos 6 meses.
- En la fecha de rebalanceo, las acciones deberían tener una capitalización bursátil, ajustada por flotación, mínima de 2.5 Billones de pesos argentinos.
- Un mínimo de media de precios tranzados dentro de los últimos seis meses mayores a 2.5 millones.

El índice es rebalanceado semestralmente los lunes después del tercer viernes de cada marzo y setiembre.

1.1.6. S&P BVL PERU SELECT

El índice Select está diseñado para medir el desempeño de las compañías más importantes y líquidas en el mercado bursátil peruano, este índice se reequilibra el tercer viernes de marzo y septiembre, y se vuelve a calcular el tercer viernes de junio y diciembre de cada año. Los requisitos para ser elegidos para formar parte de este índice son principalmente los siguientes:

- Las empresas se seleccionan del Índice General de Perú de S & P / BVL
- En la fecha de rebalanceo, las acciones deberían tener una capitalización bursátil, ajustada por flotación, mínima de S /150 millones
- En la del rebalanceo, las acciones deben tener un Valor Diario Promedio Operado (MDVT) de al menos S / 250,000 en los últimos tres y seis meses previos al análisis de empresas a incorporar

En cada rebalanceo de las ponderaciones de los componentes, ningún sector puede representar más del 40% en el índice, y la ponderación de ninguna acción individual puede superar el 13% del índice. Este, además, se rebalancea dos veces al año con fecha efectiva después del cierre de mercado del tercer Viernes de Marzo y septiembre. Además, el índice se repondera con periodicidad trimestral después del cierre de mercado del tercer viernes de los meses de junio y diciembre.

La fecha de referencia del rebalanceo para los cambios en la composición del índice es cinco semanas antes de la fecha de rebalanceo. La cuenta de acciones para efectos de rebalanceo se calcula tomando los precios de cierre de siete días hábiles previos a la fecha de rebalanceo.

1.2. Los Factores

Los factores son características o estilos de inversión que generan altos retornos, pero sobre periodos de inversiones largos. Es preciso señalar que en el mundo existen muchas características que han demostrado generar altos retornos en distintos periodos de tiempo y que son llamados también Factores, y es debido a esta proliferación de factores que el profesor John Cochrane dijo, famosamente, que los académicos de las

finanzas y las personas que trabajan en esto han creado el zoológico de los factores: “*Factor Zoo*”, en un discurso en el 2011 siendo presidente de la Asociación Americana de Finanzas.

En los últimos años se ha estudiado la incorporación de *Factor Based Investment* como metodología para la elección de acciones y estructuración de portafolios. De aquí que, por ejemplo, en la investigación de Hjalmarsson (2011), se propone la estructuración de un portafolio diversificado a través de distintas características aplicadas a todas las acciones que cotizan en The New York Stock Exchange (NYSE), American Stock Exchange (AMEX) y Nasdaq Stock Market (Nasdaq); en esta investigación se estudian las siguientes siete características: *Short-term Reversal*, la cual se basa en el retorno obtenido de una acción entre el periodo t y $t-1$; *Medium-term Momentum*, la cual se basa en el retorno obtenido entre el periodo $t-12$ a $t-2$; *Long-term reversals*, cuyo retorno es obtenido entre el periodo $t-60$ y $t-13$; *Book to Market ratio* (BM), cuyo ratio se obtiene con la división entre el valor en libros y el valor de mercado; *Cash Flow to Price ratio* (CF), en donde el ratio se halla como la división entre el cash que se genera por cada acción en circulación y el precio de cada acción; *Earnings to price ratio* (EP), en donde el ratio se halla como la división entre la utilidad neta por acción obtenida entre el precio de cada opción; Y, finalmente, *Size*, en donde se clasifica en función de la capitalización bursátil de cada empresa. Los resultados empíricos de esta investigación mostraron que un portafolio compuesto de todas las características con pesos iguales obtuvo mejores retornos ajustados por riesgo que los portafolios que fueron constituidos con una sola característica, y mejores, también, que el portafolio compuesto por los factores Value y Momentum.

Luego, en una investigación de The Brandes Institutes (2015), se estudia la diferencia entre *Value Stocks* y *Glamour Stocks* a través de diferentes regiones, y acciones de alta y baja capitalización bursátil para un periodo de 34 años, desde 1984 hasta el 2014. En este estudio se contempla segmentar en cuatro grupos las acciones: U.S. Sample, que son las que se encuentran cotizando en Estados Unidos; Non U.S. Sample, la cual está conformado por empresas que coticen en 22 mercados desarrollados exceptuando Estados Unidos; Global Sample, está conformado por la unión del U.S. Sample y Non U.S. Sample; y, finalmente, Emerging-market Sample, conformado por empresas que no coticen en mercados desarrollados.

Se obtuvo como resultado que las acciones menos populares (*Value Stocks*) tienen un mejor desempeño que las acciones más populares (*Glamour Stocks*) y que esta prima se evidencia a través de las tres características de Value que se proponen: Price to cash flow, Price to earnings y Price to book; distintas zonas geográficas y distintos tamaños de empresas, medidas en base a su capitalización; también, se evidencia que las acciones Value tienen un mejor desempeño en los Mercados Emergentes que en los Non U.S. y que en U.S. Y que, además, este desempeño superior de las acciones Value por encima de las

Glamour se dan sin importar si son empresas de alta capitalización bursátil o no. En la siguiente tabla se muestran los resultados de esta investigación.

Tabla 1: Análisis de segmentación cruzada y evidencia de value premium

Valuation Metrics \ Region	U.S.		Non-U.S.		Emerging Markets	
	Large	Small	Large	Small	Large	Small
P/B	3.6%	4.4%	7.0%	8.2%	20.5%	14.4%
P/E	3.3%	4.0%	7.9%	8.3%	19.5%	13.8%
P/CF	3.6%	6.2%	7.7%	8.9%	17.3%	12.8%

Fuente: Worldscope via FactSet, The Brandes Institute.

Elaboración: The Brandes Institute.

Asimismo, se han elaborado una gran variedad de investigaciones y tesis sobre *Factor Based Investment* en Latinoamérica. A continuación, se procederá a mencionar y resaltar algunos de los más importantes hallazgos.

La investigación de Juan Alonso Peschiera Pérez Salmon (2014) tiene como objetivos principales identificar si existe o no *momentum* en los mercados bursátiles de Chile, Colombia, México y Perú, y analizar cuáles son las causas de este momentum. Como plantea Moskowitz (2012), existen dos tipos de momentum: El primero es de tipo Sección Cruzada, en donde nos indica que aquellos activos que han mostrado comportamientos positivos o negativos en periodos anteriores tienden a tener el mismo comportamiento en periodos posteriores; mientras que el segundo es de tipo Serie de tiempo, que nos habla más sobre el comportamiento autorregresivo que tienen las acciones; la investigación de Peschiera se enfoca en el tipo de Sección Cruzada.

En su investigación, Peschiera trabajó con retornos mensuales de 666 acciones de 1991 al 2003. La metodología que aplica para la selección de las acciones que formaran el portafolio está basada en estudiar el comportamiento de los retornos de las empresas en J periodos; luego, agruparlas en quintiles y formar portafolios de igual peso en cada acción por cada quintil; y, finalmente, mantener esa posición por K periodos, en donde J puede ser 3, 6, 9 y 12, mientras que K va desde un mes hasta veinticuatro meses. Las conclusiones a las que llegan son las siguientes: En primer lugar, encontró que las ganancias por *momentum* son mayores en el portafolio formado por las acciones que componen el quintil superior, mientras que vender en corto un portafolio de acciones que compongan el portafolio del quintil inferior no generarían ganancias significativas. En segundo lugar, la evidencia que encontró, después de su análisis estadístico,

sugiere la existencia de un Alpha de *momentum* en la muestra analizada, concentrándose este efecto en los portafolios con acciones que hayan tenido el mejor rendimiento en los últimos tres meses y manteniendo el portafolio por tres meses, lo que se traduce en que los portafolios fueron rebalanceados trimestralmente.

Finalmente, los portafolios de acciones ganadoras tienden a generar alfa positivo y significativo en el corto plazo, mientras que los portafolios que son sostenidos por largos plazos tienden a perder este efecto; demostrando así que los efectos del factor momentum existen en el corto plazo, pero parecen desvanecerse en el largo plazo.

Asimismo, en la investigación de Lopez (2015), el autor busca aplicar la investigación de modelo de factores de Fama & French sobre la valoración de activos de un universo de veintidós empresas que cotizan en el mercado peruano tomando como periodo de análisis cuatro años, de enero 2011 a diciembre 2014. Asimismo, excluye a empresas del sector financiero por el nivel de apalancamiento que estas tienen, propio de su modelo de negocios, de aquí que el autor termina con un universo de cinco empresas en el sector Minero, siete empresas del sector Industrial, tres empresas del sector intangible e inmobiliario, cinco empresas del sector Agrícola y dos empresas de Servicios Públicos. Luego, se ordenan en diez deciles de mayor a menor ratio para que, finalmente, se resten los rendimientos ponderados de los cinco deciles con menor capitalización bursátil o mayor ratio Valor Libro/Valor de Mercado (PB) con las empresas que conforman los cinco deciles con mayor capitalización bursátil o menor ratio PB. Esta investigación llega a la conclusión de que el modelo de Fama y French no pueden explicar estadísticamente los retornos esperados de las empresas en el mercado peruano bursátil.

Es preciso señalar que esta investigación busca explicar los retornos de las empresas mas no tener un rendimiento mejor que un índice de referencia, además que se excluyen a las empresas financieras del factor *Size* y no solo del value en donde también se podría incorporar a las empresas de este rubro si se consideran otros ratios como el *Price to Earnings* o *Enterprise Value to EBITDA*, las cuales no contemplan el nivel de apalancamiento directamente.

Luego, en la tesis de Wendell, Pinto y Garavaglia (2016), los autores buscan plantear una estrategia basada en múltiplos con el fin de obtener retornos superiores al Mercado Integrado Latinoamericano que estaba compuesto en ese momento por los mercados bursátiles de Chile, Colombia y Perú. Los autores plantean la utilización de múltiplos como criterio de decisión, puesto que el realizar un análisis fundamental de cada empresa tomaría demasiado tiempo, por lo que hacen uso de tres ratios financieros: *Price to Earnings Ratio* (PER), *Price to Book Value* (PBV) y *Ratio de Apalancamiento* (RPA). En cuanto a la forma de asignar las

ponderaciones a cada activo, los autores se basan en el criterio usado en la tesis de Giancarlo Chang (2012). Seguidamente, proponen la elaboración de dieciséis portafolios en donde hacen combinaciones de los tres ratios que usan e incorporan dos opciones para la asignación de los pesos. Finalmente, llegan a la conclusión de que su Portafolio 8, compuesto por los ratios PER y PBV, obtuvo mejores resultados ajustados por riesgo que su índice de referencia; sin embargo, no pudieron concluir que tenga un alfa positivo estadísticamente significativo como resultado de una regresión de mínimos cuadrados ordinarios; además, entre sus conclusiones recomiendan incorporar al mercado mexicano en la investigación, puesto que cuando realizaron esta investigación este país aún no era parte del MILA. Como se puede apreciar en la tabla 2, el portafolio con mayor rentabilidad ajustada por riesgo fue el portafolio 8.

Tabla 2: Comparación de rendimientos acumulados obtenidos para la muestra de veinte semestres

Portafolio	OPCIÓN A - Con criterio falso = 1				OPCIÓN B - Con criterio falso = 0			
	Retorno acumulado (opción A)	Desviación estándar	Rentabilidad ajustada por riesgo	Diferencia de retorno acumulado	Retorno acumulado (opción B)	Desviación estándar	Rentabilidad ajustada por riesgo	Diferencia de retorno acumulado
MILA	114,62%	21,67%	5,29					
Portafolio 1	135,68%	20,02%	6,78	21,07%	146,31%	20,24%	7,23	31,70%
Portafolio 2	123,28%	19,75%	6,24	8,66%	127,71%	19,68%	6,49	13,09%
Portafolio 3	88,59%	18,72%	4,73	-26,02%	61,93%	18,14%	3,41	-52,68%
Portafolio 4	136,11%	20,80%	6,54	21,49%	145,98%	21,39%	6,83	31,37%
Portafolio 5	112,28%	19,35%	5,80	-2,34%	107,72%	19,11%	5,64	-6,90%
Portafolio 6	137,61%	20,30%	6,78	22,99%	149,07%	20,57%	7,25	34,45%
Portafolio 7	117,45%	19,66%	5,97	2,84%	119,29%	19,55%	6,10	4,68%
Portafolio 8 (optimizado)	222,68%	22,95%	9,70	108,06%	267,69%	25,67%	10,43	153,07%

Fuente: (Bloomberg 2015, Economía 2015)

Elaboración: Wendell, Pinto y Garavaglia, 2016

Es así que con toda las investigaciones que se han publicado y las que siguen publicándose respecto a estos temas es difícil poder trabajar, finalmente, con un grupo reducido de factores e inclusive poder discernir entre los que son realmente factores y los que son producto de *Data Mining*, los cuales pueden haber tenido periodos de retornos por encima de sus *benchmarks* pero que no tienen un sentido financiero-económico, no son consistentes en el tiempo y que en ocasiones son producto de la aleatoriedad. Es en base a esto que se toma como principal y única fuente de diferenciación en la selección de los factores que se usarán para el desarrollo del presente trabajo, lo señalado por Andrew Berkin y Larry Swedroe en su libro: “Your complete guide to Factor-Based Investing” publicado en 2016. En este libro ambos autores señalan que no es muy lejano de la realidad pensar que existe un Factor Zoo; pero también reconocen que muchos de estos presumibles factores son consecuencia de otros ya existentes o que en algunos casos son explicados por

otros. Es así como describen 5 características que debe de tener un atributo o característica para ser considerado un factor. A continuación, se presentan estas características:

- Persistente (Persistent): Esta característica nos indica que este factor ha demostrado altos retornos en periodos largos de tiempo y en diferentes ciclos y regímenes económicos.
- Dominante (Pervasive): Este atributo nos indica que este factor debe de mostrar altos retornos en distintos países, regiones, sectores económicos e incluso clases de activos.
- Robusto (Robust): Esta característica nos indica que debe de mostrar altos retornos para diferentes formas del factor; por ejemplo, hay una prima que se paga por el factor Value ya sea que este sea medido con los ratios P/B, P/E, P/CF, etc.
- Invertible (Investable): Este indicador nos señala que un factor no solo de mostrar altos retornos en una investigación en un mercado sin fricciones, sino que además deben de seguir siéndolo después de costos de venta y compra de acciones e impuestos.
- Intuitivo (Intuitive): Esta característica nos indica que tiene que tener una lógica que explique estos retornos ya sea que esta esté basada en el riesgo que se está tomando o en el comportamiento del inversionista, además de asegurar que este factor siga existiendo.

En base a los requerimientos señalados anteriormente es como los autores del libro establecen que son siete los factores que cumplen con los criterios, y colocan uno más en los apéndices del libro el cual también cumple con los estándares definidos; en resumen, se tienen 7 factores que cumplen con los cinco criterios establecidos anteriormente; estos son: *Value, Size, Momentum, Profitability and Quality, Term, Carry y Low-Volatility*.

En el presente trabajo se hará uso de los factores *Value, Size, Momentum, Profitability and Quality y Low-Volatility* para poder construir los portafolios de acciones. Asimismo, se debe de mencionar que en el libro también estipulan que podría encontrarse un factor más ligado a la renta fija llamado default factor, sin embargo, mencionan que los retornos alcanzados por esta característica no han sido persistentes ni robustos, por lo que finalmente se termina descartando que sea un factor.

Es preciso señalar que la Academia no está de acuerdo con algunos de estos factores, puesto que van en contra de las hipótesis de eficiencia. Estas teorías contemplan que todos los activos del mercado reflejan en sus precios toda la información disponible; que no es posible ganarle al mercado consistentemente cuando se evalúa en base al retorno ajustado por riesgo, lo que nos dice en otras palabras es que si se logra ganarle al mercado será por suerte y azar, y no por haber podido tener el modelo correcto que pueda tener un mejor

comportamiento que sus pares; es así que se define que la eficiencia de mercado tiene tres formas: débil, semi fuerte y fuerte.

La forma débil indica que los precios futuros de un activo no pueden ser predecidos por sus precios pasados, así que no se puede tener un retorno superior al del mercado solo por los precios pasados; sin embargo, aun el análisis fundamental en donde se busca el valor intrínseco del activo a través de sus estados financieros puede conseguir retornos superiores. La forma semi fuerte de eficiencia indica que los precios de los activos ya tienen incorporados toda la información disponible y que no se puede conseguir retornos superiores aplicando análisis a los estados financieros ni incorporando las noticias en un modelo de valuación; sin embargo, aún se podría conseguir retornos superiores si se cuenta con información no publica como la información interna de la empresa, si es el caso de una acción. Finalmente, la forma fuerte de la hipótesis de la eficiencia del mercado indica que los precios a los que cotice un activo ya tienen incorporados toda información que exista, ya sea esta pública o privada y que por lo tanto no es posible conseguir retornos superiores de ninguna forma.

1.3. Estructuración del portafolio

Cuando se habla del manejo de Portafolios y específicamente la estrategia para construir uno, se podría pensar inmediatamente en la asignación 60/40 para colocaciones de activos, colocando 60% en renta variable y 40% en renta fija, con el propósito de diversificar el portafolio; o incluso asignando a veces parte de nuestro portafolio en inversiones alternativas como *Private Equity* o *Real State*. Sin embargo, empíricamente, se ha demostrado que no hay una única metodología para la estructuración de un portafolio y más si es que estos difieren en si son elaborados para clientes individuales o institucionales, esta es la razón por la que la industria de *Portfolio Management* opera bajo diferentes estrategias de colocación, como las descritas anteriormente.

No hay duda de que cada estrategia ha mostrado buenos desempeños para los administradores de portafolios en diferentes países, industrias y periodos de tiempo. Esta es la razón por la que muchos de estos enfoques vienen siendo usados en la construcción de portafolios de inversión en América Latina.

1.3.1. Markowitz Asset Allocation

Una de las metodologías más conocidas en el mundo de las inversiones es la de Media Varianza desarrollado por Harry Markowitz (1952), en donde se hace uso de información historica de precios para poder obtener la media y la varianza de una serie de tiempos para cada uno de los activos que formaran

parte del portafolio y de donde se obtiene los pesos en base a la obtención de distintos objetivos como puede ser maximizar el retorno ajustado por riesgo, minimizar el máximo *Drawdown*, maximizar el retorno, minimizar el riesgo, entre otros. Sin embargo, empíricamente se puede ver que la metodología que propone Markowitz es poco intuitiva, ya que no contempla lo que un inversionista desde su experiencia o creencia puede aportar a la estructuración de un portafolio. A continuación, se presenta un ejemplo de lo que anteriormente se menciona; para esto se formará un portafolio haciendo uso de la metodología de Markowitz en el periodo de la última crisis financiera que tuvo lugar en el 2008, se procederá a hacer uso de los siguientes índices:

- Vanguard Energy Index Fund ETF Shares (VDE), el cual es un fondo que busca replicar el desempeño del índice MSCI US Energy, que a su vez está compuesto por grandes, medianas y pequeñas empresas de EE. UU. Dentro del sector energético de ese país.
- Vanguard Financials Index Fund ETF Shares (VFH), el cual es un fondo que busca replicar el desempeño del índice MSCI US Financial, que a su vez está compuesto por acciones de grandes, medianas y pequeñas empresas estadounidenses que pertenecen al sector financiero de ese país.
- Vanguard Utilities Index Fund ETF Shares (VPU), este es un ETF que busca replicar el desempeño del índice MCSI Utilities, que a su vez está compuesto por empresas grandes, medianas y pequeñas dentro del sector de servicios públicos estadounidense.
- Vanguard Health Care Index Fund ETF Shares (VHT), el cual es un ETF que busca capturar el desempeño del índice MSCI US Health Care, que a su vez está compuesto por grandes, medianas y pequeñas empresas dentro del sector salud estadounidense.
- Vanguard Information Technology Index Fund ETF Shares (VGT), el cual es un ETF que busca capturar el desempeño del índice MSCI Information Technology, que a su vez está compuesto por empresas grandes, medianas y pequeñas dentro del sector estadounidense de tecnologías de la información.

Para continuar con esta ejemplificación se obtendrá los precios históricos de Bloomberg para un periodo de cinco años que va desde enero del 2004 hasta diciembre del 2008. Luego, se usará la herramienta estadística R Studio para poder obtener los retornos esperados, la volatilidad; y, por último, teniendo como objetivo maximizar el retorno ajustado por riesgo, medido a través del *Sharpe Ratio*, se obtiene los pesos que se le da a cada ETF dentro del portafolio.

A continuación, se muestra el grafico 1, que nos permite observar el comportamiento de los precios de los índices en el transcurso de los 5 años; y en las tablas 3,4,5,6 y 7 se muestra la distribución de los pesos

dentro del portafolio óptimo para los periodos a diciembre 2006, julio 2007, diciembre 2007, julio 2008 y diciembre 2008.

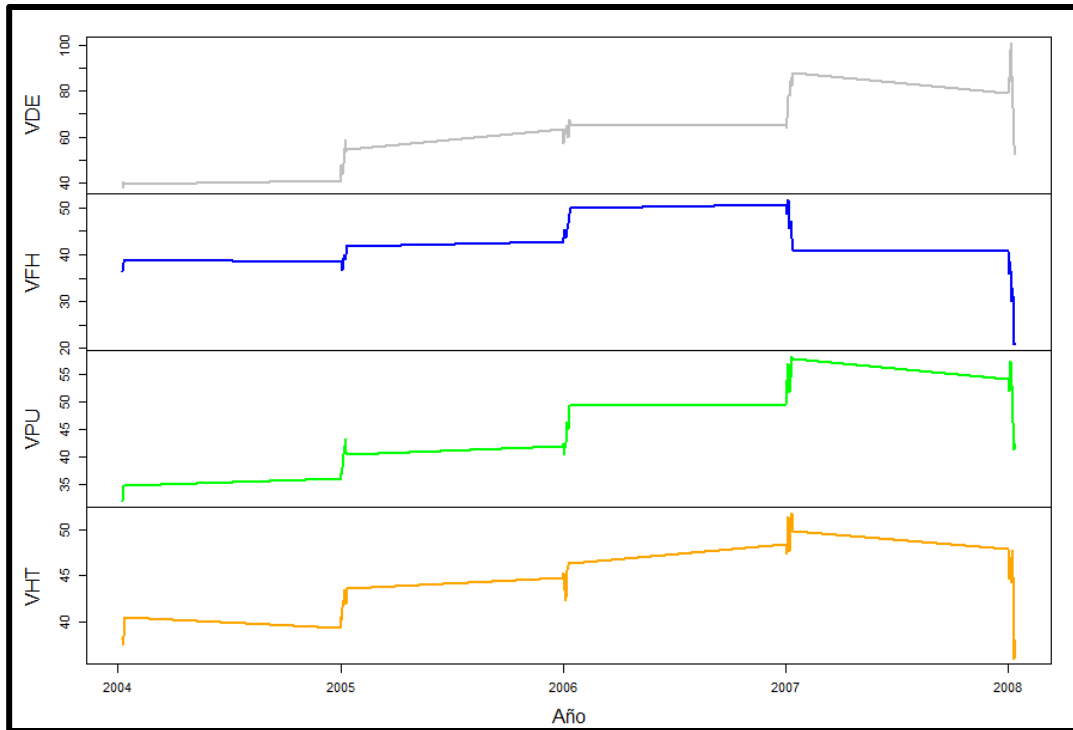


Gráfico 1: Precios de los índices del 2004 al 2008

Tabla 3: Asignación de pesos para el primer semestre del 2007

Portfolio Allocation - Dic 2006	
VDE	0.0%
VFH	47.2%
VPU	32.6%
VHT	20.2%
Sharpe Ratio	45.64

Fuente: Bloomberg

Tabla 4: Asignación de pesos para el segundo semestre del 2007

Portfolio Allocation - Jul 2007	
VDE	10.1%
VFH	22.1%
VPU	40.2%
VHT	27.6%
Sharpe Ratio	21.18

Fuente: Bloomberg

Tabla 5: Asignación de pesos para el primer semestre del 2008

Portfolio Allocation - Dic 2007	
VDE	12.6%
VFH	1.5%
VPU	45.1%
VHT	40.8%
Sharpe Ratio	21.78

Fuente: Bloomberg

Tabla 6: Asignación de pesos para el segundo semestre del 2008

Portfolio Allocation - Jul 2008	
VDE	14.2%
VFH	0.0%
VPU	40.0%
VHT	45.8%
Sharpe Ratio	12.56

Fuente: Bloomberg

Tabla 7: Asignación de pesos para el primer semestre del 2009

Portfolio Allocation - Dic 2008	
VDE	0.0%
VFH	0.0%
VPU	93.3%
VHT	6.7%
Sharpe Ratio	2.94

Fuente: Bloomberg

Entiéndase que los cuadros nos indican que los pesos fueron hallados con información hasta la fecha que muestra y que se debe de mantener esa posición hasta el siguiente rebalanceo; por ejemplo, la tabla 3 nos indica que con la información que se tiene hasta diciembre 2006, se obtienen los pesos que se muestran y que se debe de mantener esta posición hasta julio 2007 que es en donde se vuelve a calcular los pesos en base a la información nueva de ese primer semestre.

Como se puede apreciar en los resultados para el periodo diciembre 2006, julio 2008 y diciembre 2008, uno de los primeros problemas que tiene el modelo son las soluciones de esquina que para estos casos se colocó 0% en un determinado activo que en este caso son los ETF de cada sector. Asimismo, ya en la parte final del 2006 se sabía, aunque con un nivel de incertidumbre alto, de los problemas que se avecinaban para el 2007 con la inflación de las hipotecas subprime; sin embargo, al construir un portafolio de rebalanceo semestral a través del modelo de Markowitz para el primer semestre del 2007, este nos indica invertir la mayor proporción en activos del sector financiero los cuales cayeron en un 10%, aproximadamente, en el primer semestre del 2007, y esto se debe a que durante el último semestre del 2006 los precios y, por consiguiente, los retornos del sector financiero se habían incrementado en un 11%, aproximadamente, lo que hace que el algoritmo del modelo que se sigue obtenga como resultado que ese sector es el ideal para poder invertir, sin contemplar los *insights* que pueden tener los *portfolio managers* sobre la economía o el desempeño de un sector en específico en base a información que el mercado aun no refleja en sus precios.

En vista de que algunas veces el modelo de Markowitz puede obtener resultados no muy intuitivos es que para el presente trabajo se propone usar el modelo de Black Litterman para la obtención de los retornos y varianzas, los cuales son usados posteriormente para el cálculo de los pesos que tendrá cada activo dentro de cada portafolio.

1.3.2. Black and Litterman Asset Allocation

Este modelo fue desarrollado por Fisher Black y Robert Litterman, y presentado en 1992 en su *paper* de nombre: “Global Portfolio Optimization”. En esta investigación presentan la importancia que tiene la asignación de pesos dentro de una estrategia de Asset Allocation sin importar el tipo de activo que se pretenda usar o el país de este. Asimismo, indican que en épocas, como las que se viven actualmente, en donde las finanzas cuantitativas presentan una preponderancia entre los inversionistas, estos deberían de encontrar mejores resultados; sin embargo, en muchos casos los resultados que se obtienen no son muy intuitivos y alineados con las perspectivas que tiene el inversionista respecto al futuro comportamiento del mercado, es así como ellos presentan una forma alternativa en donde combinan dos principios de la teoría moderna de portafolios: en primer lugar, la metodología de optimización de Media Varianza de Markowitz y el modelo de CAPM de Sharpe y Lintner, teniendo como resultado final una metodología que incorpore los *risk premiums* generados desde la perspectiva de un mercado en equilibrio y generados por el modelo CAPM; y, en segundo lugar, incorporar lo que un inversionista pueda llegar a creer sobre los futuros resultados de un activo, a esto lo llaman: “*views*”.

Es preciso señalar que como lo indican en la investigación, no se asume que el mercado siempre está en equilibrio en base al modelo de CAPM; sino que cuando los retornos esperados difieren del equilibrio de mercado, estos tienden a retornar a este punto con el tiempo y es justamente aquí en donde se incorporan las perspectivas del inversionista o administrador de portafolios para poder tener una idea de cuánto se puede desviar el mercado del equilibrio. En resumen, se usa el modelo de CAPM en equilibrio para poder gravitar alrededor de este punto y las expectativas sobre los activos permitirán poder saber cuánto se desviarán los retornos esperados de los del equilibrio.

El modelo tiene como datos de entrada los retornos esperados y la confianza en estos, que se traducen en el riesgo de cada proyección, tanto para los retornos en equilibrio como para los retornos el inversionista espera que se den sobre una acción en específico o un grupo de acciones. A continuación, se procederá a describir estas dos variables que se deben de incorporar al modelo tanto para los retornos en equilibrio como para los views.

- La primera variable en la metodología es la relacionada a los retornos en equilibrio. Según la investigación de Black y Litterman, se tiene las siguiente 4 formas para hallar los retornos esperados en equilibrio de los activos del portafolio: Promedios históricos, el cual asume que los *excess returns* serán iguales a sus promedios históricos; Iguales retornos, el cual asume que estos retornos en exceso serán iguales para todos los activos y en todos los países sin contemplar el riesgo intrínseco que conlleva invertir en distintos activos y países; Iguales retornos ajustados por riesgos, lo cual significa que todos los activos de cualquier país tienen el mismo nivel de retorno extra por cada unidad de riesgo que toman. En los tres enfoques propuestos hasta ahora hay un problema que salta inmediatamente y es que su enfoque es desde la perspectiva de la demanda, pero qué pasaría si todos los inversionistas desean tener la misma estructura de portafolio y salen al mercado a comprar; es aquí en donde se debe de incorporar el lado de la oferta; en consecuencia, los autores proponen el enfoque de equilibrio del mercado en base al modelo de CAPM, el cual indica que si no se tienen otras expectativas de mercado o razones para invertir en activos riesgosos a parte del mercado; entonces, se debe de invertir solo en el mercado o en lo que el mercado como un todo tiene. En base a esta última teoría los pesos del portafolio en equilibrio deben de estar basados en el porcentaje que representa la capitalización bursátil de un activo de la suma de todas las capitalizaciones bursátiles del total de activos que conforman el portafolio; seguidamente, se hizo uso de optimización inversa o proceso inverso a la derivada de la función de utilidad para obtener los *excess returns* en equilibrio, como se muestra en la siguiente fórmula.

$$\Pi = \delta \Sigma w$$

Donde:

Π : Retorno en equilibrio

δ : Grado de aversión al riesgo del inversionista que va de 0 a 1

Σ : Matriz de varianzas y covarianzas

W : Matriz con los pesos en equilibrio de los activos

En cuanto al grado de aversión al riesgo, este puede ser calculado haciendo uso de la siguiente formula:

$$\delta = \frac{R_M - R_f}{\sigma_M^2}$$

Donde:

δ : Grado de aversión al riesgo del inversionista

R_M : Retorno del mercado

R_f : Retorno del activo libre de riesgo

σ_f^2 : Varianza de los retornos del mercado

Además, la obtención del *excess return* es distribuida con una covarianza de $\tau \Sigma$ que refleja la incertidumbre de los retornos en equilibrio. La matriz Σ es hallada en base a los resultados de los retornos históricos de los activos que formaran parte del portafolio, mientras que τ puede ser hallada de diferentes formas; por ejemplo, en el paper de Black and Litterman señalan que el valor de este escalar debería de ser cercano a 0, en la investigación de Idzorek (2004) se considera que este valor esta entre 0.01 y 0.05; mientras que otra forma de hallarlo es en base a la muestra total de retornos de los activos que formaran parte del portafolio, esto se ve en la siguiente formula: $\tau = 1/\text{Número total de activos}$.

- La segunda variable en la metodología es la relacionada a los retornos en base a las perspectivas del inversionista. Para esta variable se tienen 3 componentes, los cuales serán descritos a continuación. En primer lugar, se tiene a la matriz con las expectativas de retornos (Q) la cual tiene un orden de K x 1, en donde K es el número de opiniones que se tiene, es preciso señalar que estas expectativas que tiene el inversionista pueden ser relativas o absolutas. En segundo lugar, se tiene la matriz con los *views* (P) del orden de K x N, donde K es el número de opiniones que se tiene y N es el número de activos. Por último, se tiene a la matriz de la confianza en las opiniones (Ω) la cual tiene un orden de K x K, donde K es el número de opiniones; y todos los elementos son ceros exceptuando los que conforman la diagonal, esto debido a que las opiniones no son correlacionadas entre sí.

Es así que finalmente se tiene que la fórmula de Black y Litterman para la obtención de los retornos es la siguiente:

$$E[R] = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1} [(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}Q]$$

Asimismo, como se indica en el libro “*Bayesian Methods in Finance*” de Rachev, Hsu, Bagasheva y Fabozzi (2008) la varianza producto del modelo sigue la siguiente fórmula:

$$V[R] = \Sigma + [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}$$

Esta metodología ha sido ampliamente estudiada y tiene sus cimientos desde el enfoque bayesiano, ya que los retornos esperados se van actualizando condicionadas a las expectativas que se tienen en un periodo o momento puntual. Asimismo, es preciso señalar que se han desarrollado diversos estudios que buscan Extender la metodología. A continuación, se describirán brevemente investigaciones cuyo propósito es aplicar, mejorar o extender la metodología de Black and Litterman.

En primer lugar, Meucci (2008) analiza el método y plantea las siguientes variaciones con el fin de extender la metodología:

- Tener un ranking de las perspectivas que tienen los inversionistas sobre los activos.
- Realizar pruebas de estrés a las correlaciones y volatilidades
- Incorporar estas expectativas sobre los factores de riesgo, en lugar de los que se plantean sobre los retornos

- Incorporar *views* sobre factores externos que afecten a los estados de resultados de las empresas indirectamente a través de la correlación
- Incorporar una evaluación para mercados cuyos retornos no sigan una distribución normal
- Evaluar los *views* para mercados complejos de derivados.

En segundo lugar, la investigación de Giacometi et al. (2007) busca mejorar el modelo clásico de Black-Litterman mediante la aplicación de modelos más realistas para la rentabilidad de los activos (las distribuciones normales, t-student y estable) y mediante el uso de medidas de riesgo alternativas (medidas de riesgo basadas en la dispersión, valor en riesgo y valor condicional en riesgo). Finalmente, muestran cómo los retornos esperados hallados a través de las expectativas de los inversionistas pueden impactar la composición óptima de la cartera si siguen distribuciones diferentes a las normales.

Por último, Martellini & Ziemann (2010) en su investigación encuentran que debido a que los retornos de los activos siguen una distribución no normal, las técnicas de selección de cartera óptimas requieren estimaciones para los parámetros de varianza-covarianza; en base a esto último es que se centran en la matriz de covarianza, mediante la introducción de estimadores mejorados para los parámetros de coskewness y cokurtosis. De donde encuentran que el uso de estas estimaciones mejoradas genera una mejora en los rendimientos del portafolio.

Asimismo, para Latinoamérica se tienen investigaciones como la de Mateo Eduardo Trujillo Segura (2009) en donde analiza la metodología de Black-Litterman a detalle y en vista de que, según menciona Trujillo, en investigaciones anteriores se ha encontrado que la estructuración de portafolios para las FPO aplicando Markowitz es ineficiente financieramente, el autor plantea la elaboración de portafolios aplicando Black-Litterman. Finalmente, el autor llega a la conclusión de que, para el caso de las FPO, la metodología propuesta provee de portafolios más diversificados e intuitivos que los que se obtendría aplicando metodologías tradicionales; asimismo, menciona que se podría elaborar el modelo para un esquema multifondos y utilizar *dual-benchmark Optimization*.

Por otro lado, también se tiene la tesis de Rafael Cruz Salazar (2012) en donde evalúa la aplicación del Modelo de Black y Litterman, y cómo ésta le permitirá al inversionista identificar los elementos que afectan su portafolio de inversión dentro de los mercados globales. El autor realiza su investigación desde la perspectiva de un inversionista mexicano buscando invertir en mercados internacionales, los mercados considerados fueron: Alemania, Brasil, España, Inglaterra y Estados Unidos; creando así portafolios en base al modelo de Markowitz y al modelo de Black Litterman para poder contrastarlos posteriormente, es

preciso señalar que Cruz también crea distintos portafolios dentro de una misma metodología haciendo variar el coeficiente de aversión al riesgo del inversionista. Finalmente, el autor llega a la conclusión de que aplicación del Modelo de Black y Litterman, le permite al inversionista identificar los componentes que modelan el comportamiento de los portafolios en los mercados internacionales. Asimismo, resalta que el modelo de Black Litterman es muy útil para aquellos inversionistas que previamente tienen una estrategia de inversión definida. Esto en particular es recogido en la presente tesis, puesto que la estrategia de inversión será el modelo de factores. Finalmente, luego de comparar ambas metodologías, el autor llega a la conclusión de que los métodos tradicionales proporcionan portafolios poco diversificados; además este comenta que el tipo de cambio fue un factor sumamente significativo al momento de considerar el rendimiento total de los portafolios de inversión.

Finalmente, Jesús David Torres Navarro (2014) en su monografía desarrolla la implementación del modelo Black-Litterman para la optimización de portafolios dentro del mercado integrado latinoamericano (MILA) el cual incluyó, al momento de la elaboración de la tesis, a la Bolsa de Comercio de Santiago, la Bolsa de Valores de Lima y la Bolsa de Valores de Colombia. Entre las conclusiones a las que llegó el autor se encuentran las siguientes: En primer lugar, resaltan que la inversión en el MILA es relativamente complicada, en especial por el efecto del tipo de cambio de cada uno de los países, ya que este efecto puede cambiar el rendimiento de una acción en un específico país. En segundo lugar, manifiesta que fue una tarea difícil la recopilación de información puesto que se trata de mercados diferentes de lo que recomienda que se use un único sistema de información. Finalmente, señala que el modelo de Black-Litterman permite obtener portafolios más intuitivos y menos concentrados que los que se hallan aplicando el modelo de Markowitz.

Todos estos autores resaltan principalmente el dinamismo que se incorpora a la estructuración de un portafolio a través del modelo de Black Litterman, lo que es muy conveniente para cualquier administrador de portafolios, debido a que la información o creencias sobre un hecho que podría impactar en el mercado surge en cualquier momento y no necesariamente es reflejada inmediatamente en el precio de una acción o en el desempeño de un portafolio, por lo que es muy conveniente tener herramientas que ayuden a incorporar estas creencias sobre los activos. Sin embargo, en la propuesta de Black-Litterman no se plantea cómo medir los principales parámetros del modelo: La matriz de las expectativas del inversionista, la matriz de varianza-covarianza de estas o también llamada la matriz de nivel de confianza sobre las expectativas, y el retorno esperado de estas perspectivas. Es así que hay numerosos estudios que proponen métodos sobre cómo hallarlos e incorporarlos en el modelo; a continuación, se describirán tres investigaciones en donde se detallan los enfoques que proponen los autores.

En primer lugar, en la publicación “The Black-Litterman Model for Structured Equity Portfolios”, hecha por Robert Jones, Terence Lim y Peter Zangari (2007), proponen la evaluación de la exposición que tiene cada acción a un determinado factor o característica; es decir, poder encontrar las características de cada acción para, por ejemplo, Value y evaluar la magnitud de exposición que tiene una empresa en específico como podría ser aplicando el ratio *Price o Book*. Luego, desarrollan portafolios de expectativas sobre las acciones para cada factor al que se tenga exposición y, posteriormente, obtienen los pesos a través de una multiplicación ortogonal entre las matrices de exposiciones que tienen las empresas a los factores que se considera. También, los autores incorporan una metodología para minimizar el riesgo de las proyecciones que son dadas por los inversionistas. Finalmente, hallan, a lo que los autores llaman: “Black-Litterman Alpha”, que son los retornos a través del modelo de Black and Litterman.

En segundo lugar, en la investigación “Quantitative Forecast Model for the Application of the Black-Litterman Approach”, elaborada por Becker y Gürtler (2009), proponen el uso de las proyecciones de los analistas. Para esta propuesta se obtiene los retornos esperados en función a el promedio entre los retornos máximo y mínimo que ha pronosticado un conjunto de analistas; en cuanto a la matriz de perspectivas se considera que se tienen predicciones absolutas; y, el nivel de certidumbre que se tiene sobre las expectativas son calculadas asumiendo que estas opiniones siguen una distribución normal de dos colas, es así que tomando como rango a la proyección más alta y baja, teniendo el nivel de probabilidad dentro de este rango y encontrando el estadístico en la tabla normal estándar de la distribución normal se halla la desviación estándar.

En tercer lugar, en la investigación “Aplicación del Modelo Black-Litterman al Mercado de Renta Variable Colombiano” propuesto por Susana Luna y Diego Agudelo (2017) desarrollan una propuesta en donde utilizan las recomendaciones de precio objetivo, y de compra, mantener o venta que dan los analistas a través de Bloomberg sobre las acciones que están evaluando incorporar al portafolio. Es en base al precio objetivo que obtienen los retornos esperados y en base a la calificación que se le da a la exposición hacia el activo que se construye la matriz de expectativas.

CAPÍTULO 2: METODOLOGÍA

En este acápite se desarrollarán dos ideas principalmente. La primera de estas será describir los factores que serán contemplados y usados como herramienta para la selección de empresas que formaran parte del portafolio; y, además, será descrito cómo estos encajan con los requerimientos que debe tener un factor para ser considerado como tal. Mientras que la segunda será la descripción de la metodología de Black-Litterman; y cómo se encontrarán los retornos esperados y la confianza sobre las expectativas de los inversionistas, para que estos, posteriormente, sean incorporados al modelo de optimización.

2.1. Factores

Como se mencionó anteriormente, de acuerdo a Berkin y Swedroe (2016), para que una característica sea considerada como un factor, esta debe de cumplir con los siguientes requerimientos: persistente, dominante, robusto, invertible e intuitivo. A continuación, se enumerarán los factores a desarrollarse.

2.1.1. Size

Este es uno de los tres primeros factores que fue estudiado por Fama y French en su publicación “The Cross-Section of Expected Returns”, este factor es hallado en base a la capitalización bursátil de cada empresa que se tiene dentro de los cinco países contemplados en esta investigación; posteriormente, es ordenado de menor a mayor y se divide en deciles, para que finalmente se incorporen los primeros cinco deciles (los de menor capitalización) en el portafolio, cuyo rebalanceo será evaluado en tres, seis y doce meses. A continuación, se enlistarán los requerimientos y se detallará como este factor cumple con todas estas especificaciones.

- **Persistente** Este factor muestra una prima por tamaño persistente a lo largo del periodo de 1927 al 2015, como se puede apreciar en la Tabla 8. En esta se detalla el rendimiento obtenido por este factor a lo largo del periodo mencionado, mostrando estos retornos en ventanas de tiempos de 1, 3, 5, 10 y 20 años.

Tabla 8: Retornos por periodo - factor Size

	1 año	3 años	5 años	10 años	20 años
Size	59%	66%	70%	77%	86%

Fuente: Berkin y Swedroe (2016)

- **Dominante:** Para el presente atributo, se analizarán los siguientes índices: MCSI EAFE small-cap, MSCI EAFE, DFA International Small-Cap, Fama-French Emerging Markets y Fama-French Emerging Markets Small Cap. El primero busca capturar el retorno de empresas de pequeña capitalización bursátil en países desarrollados, excluyendo Canadá y Estados Unidos; el segundo, captura los retornos de empresas medianas y grandes de la misma región; el tercero, busca capturar el retorno de 15 mercados Europeos; el cuarto, es un índice elaborado y publicado en la página de Fama y French el cual busca capturar los retornos de países dentro de la categoría de mercados emergente; y, finalmente, el quinto está basado en la misma metodología que el anterior con la diferencia que solo incluye a empresas de pequeña capitalización bursátil. El retorno del índice DFA International Small-Cap, durante el periodo 1970 a 2015, fue de 14.5 %, mientras que el del índice MSCI EAFE fue de 9.5%. Asimismo, para el periodo 1989 a 2015, el índice Fama-French Emerging Markets obtuvo un retorno de 10.4%, mientras que el índice Fama-French Emerging Markets Small Cap retornó 11.7%. Por último, durante el periodo 1999 al 2015, el índice MCSI EAFE small-cap obtuvo un retorno de 8.4% en comparación con el 4.1% que obtuvo el índice MSCI EAFE.
- **Invertible:** El fondo de inversión Bridgeway Ultra-Small Company Market Fund (BRSIX), el cual invierte en las empresas de menor tamaño dentro de un grupo de empresas pequeñas tuvo un rendimiento de 10.3%; mientras que los índices CRSP 9- 10 y Fama-French U.S. Small Cap y Russell 2000 tuvieron un rendimiento de 9.5%, 8.5% y 7.0%, respectivamente. Asimismo, el fondo de nemónico NAESX del periodo 1989 al 2015 (9.6% de retorno) tuvo un mejor desempeño que el índice Russell 2000 (8.9% de retorno), pero menor que el índice CRSP 6-10 (10.5% de retorno).
- **Intuitivo:** Una de las primeras explicaciones que se da a la prima de este factor es la exposición al riesgo que conllevan intrínsecamente las empresas más pequeñas, estos riesgos son, por ejemplo, un mayor grado de apalancamiento, una menor cantidad de capital para hacer frente a problemas en escenarios de estrés, menor poder de negociación para créditos, menores niveles de ganancias, menos liquidez en su precio, menor nivel de gerencia y una mayor volatilidad en el precio de sus acciones; asimismo, llevando este análisis al campo de *Behavioral Finance*, un estudio de Barberis y Huang (2008) demuestra que los inversionistas tienden a preferir acciones con un futuro prometedor, pero que no necesariamente ya están asentadas en sus respectivos mercado, estas acciones o inversiones son llamadas “Lottery tickets”.

2.1.2. Value

Este es el factor, seguramente, más conocido y usado; en gran parte por la simplicidad de la idea detrás del factor y por los grandes representantes que ha tenido y tiene como son, por ejemplo: Benjamin Graham, Warren Buffet y Peter Lynch. Al igual que el anterior, este factor, también, fue incluido en la publicación de 1992 de Fama y French, y la idea principal detrás de este es la capacidad que tienen los activos baratos por generar mejores retornos que los activos caros, midiéndose el nivel de barato y caro en función a ratios o métricas financieras que se derivan de los estados financieros. Este factor es hallado en función a una métrica financiera y posteriormente ordenada de la más cara a la más barata en deciles, para que finalmente se incorpore en el portafolio los tres deciles con los activos más baratos. El rebalanceo propuesto por los autores para estos portafolios fue en periodos de tres, seis y doce meses. A continuación, se nombrarán los requerimientos y como este factor cumple con todos estos.

- **Persistente:** Para el factor estudiado, se observa que el *value premium* es más persistente en comparación con los resultados obtenidos para el *size premium*. En la tabla 9, se detalla el rendimiento obtenido por este factor a lo largo del periodo de 1927 a 2015 mostrados en ventanas de tiempos de 1, 3, 5, 10 y 20 años.

Tabla 9: Retornos por periodo - factor Value

	1 año	3 años	5 años	10 años	20 años
Value	63%	72%	78%	86%	94%

Fuente: Berkin y Swedroe (2016)

- **Dominante:** Para el presente atributo, primero se evaluarán los índices Fama-French International Growth y el Fama-French International Value, posteriormente se comparará el índice Fama-French Emerging Markets Growth con el índice Fama-French Emerging Markets Value y, finalmente, se evaluará adicionalmente el índice DFA. En primer lugar, se tiene registro que, entre los años 1975 y 2015, el índice Fama-French International Growth reportó un retorno de 8.6% mientras que el de Fama-French International Value fue de 13.8%, lo cual representa una ventaja de 5.2% para el factor *value*. Tomando como referencia los mercados emergentes, también se puede analizar sus índices, para lo cual, en el periodo de 1989 y 2015, el índice Fama-French Emerging Markets Growth registró un 9.3% en comparación con el de Fama-French Emerging Markets Value que generó un 13.0%. Finalmente, analizando el índice DFA, también evidencia un desempeño adecuado de este factor, ya

que, durante los años 1982 y 2014, el *value premium* representó un 4.9%, el cual denotó similitud entre lo obtenido en Estados Unidos (4.5%) y en los mercados desarrollados internacionales (6.0%).

- **Invertible:** Durante el periodo de marzo 1993 a diciembre 2015, el fondo *DFA U.S. Large Cap Value Portfolio Institutional Class* (DFLVX), con un *expense ratio* de 0.27%, tuvo un retorno de 9.8%; el cual supero en rendimiento al índice *MSCI US Prime Market Value*, el cual tuvo un retorno de 9.3%, y al índice *Russell 1000 Value*, el cual alcanzo un retorno de 9.4%. Por otro lado, para el periodo de abril 1993 a diciembre 2015, el fondo *DFA U.S. Small Cap Value Portfolio Institutional Class* (DFSVX), con un *expense ratio* de 0.52%, tuvo un retorno de 11.6%, mientras que el índice *MSCI US Small Cap Value* tuvo un retorno de 10.6% y el índice *Russell 2000 Value* tuvo un retorno de 9.7%. Finalmente, de enero de 1997 a diciembre del 2015 el índice *DFA Emerging Markets Value Portfolio Institutional Class* (DFEVX), con un *expense ratio* de 0.56%, tuvo un retorno de 9.8%, mientras que el índice *MSCI Emerging Markets Value* tuvo un retorno de 5.7%. Es así que en base a lo mencionado anteriormente se concluye que el *value premium* puede ser capturado por fondos de inversión y que cuanto más es la exposición a este factor, más es el retorno.
- **Intuitivo:** La principal característica que da origen al *value premium* es el hecho de que, en la mayoría de los casos, los inversionistas buscan el precio del activo en lugar del valor del activo, lo cual conlleva a que dejen de lado empresas con muy buenos fundamentos por empresas que presenten una clara tendencia alcista de sus precios. Es así que, por ejemplo, los seguidores de la corriente del *Behavioral Finance* plantean que estas anomalías son generadas por un tema de familiaridad de las personas con las empresas más populares, las cuales son, en su mayoría de veces, Growth lo cual conlleva a que estén sobre valorizadas. Otras de las explicaciones a estos mejores retornos de las empresas *value* son explicadas por la corriente que sigue una explicación de Exposición al Riesgo que toman los inversionistas al tener exposición a las empresas *value* y esto debido a que, en su mayoría, estas son empresas en estrés, debido a que presentan un alto grado de apalancamiento y un alto grado de riesgo sobre sus beneficios.
- **Robusto:** a pesar de que el ratio BtM es uno de los más usados para medir si un activo es o no *value*, hay muchas otras métricas que permiten ayudar a clasificar un activo con esta característica como puede ser PER, EV/EBITDA, Price To Sales, entre otros. Es así que, para el periodo de 1952 al 2015, se obtiene que el *value premium* del ratio BtM fue de 4.1% con un estadístico t de 2.4; para el ratio *Cash Flow to Price* se tuvo un retorno de 6.3% con un nivel t estadístico de 2.9; y para el ratio PER se tuvo un retorno de 6.3% de retorno con un estadístico t de 3.4. además, como también se puede

encontrar en la investigación de The Brandes Institute tiene altos rendimientos de los activos *value* sin importar los ratios que se usen para medirlo y las zonas geográficas en las que se dé.

2.1.3. Momentum

El objetivo de este factor es medir la tendencia entre el desempeño obtenido en los últimos años y el esperado en los años futuros. De acuerdo a lo delimitado por Berkin y Swedroe (2016), para el cálculo de este se consideran los últimos doce meses de retorno, sin incluir el más reciente de estos, es decir, se excluye el mes previo al análisis (t-1) para evitar que las fluctuaciones de este último afecte la tendencia buscada. Para el cálculo del factor *momentum*, primero se ordena de mayor a menor (del resultado más positivo al más negativo) los retornos obtenidos; posteriormente se dividen los elementos que los componen en deciles, para así, con ello, proceder a realizar un promedio ponderado, de acuerdo a sus pesos, de los tres primeros y tres últimos deciles, cada conjunto por separado; finalmente, en el libro se indica que el retorno de este factor se obtiene a través de la diferencia entre el promedio ponderado por sus pesos obtenido del primer grupo de tres deciles menos el último grupo conformado; sin embargo, para la presente investigación no se considera el retorno de los últimos deciles, debido a que no hay ventas en corto. Además, se define realizar un rebalanceo para estos portafolios en tres escenarios: tres, seis y doce meses. A continuación, se detallarán los requerimientos para validar este factor y se presentarán resultados que avalan su cumplimiento con todos estos.

- **Persistente:** Este factor muestra una prima por tamaño persistente a lo largo del periodo de 1927 al 2015. En la tabla 10. Se detalla el rendimiento obtenido por este factor a lo largo del periodo de 1927 a 2015 mostrados en ventanas de tiempos de 1, 3, 5, 10 y 20 años.

Tabla 10: Retornos por periodo - factor Momentum

	1 año	3 años	5 años	10 años	20 años
Momentum	73%	86%	91%	97%	100%

Fuente: Berkin y Swedroe (2016)

- **Dominante:** en la investigación de Moskowitz (2010) “Explanations for the Momentum Premium” se muestra que la prima por exposición a este factor ha estado presente en 40 países y en más de una docena de activos. Asimismo, en el estudio de Asness, Moskowitz y Pedersen (2013) “*Value and Momentum Everywhere*” se evalúa las acciones de ocho mercados diferentes y en diferentes tipos de activos; los autores encontraron que no solo había primas positivas en momentum, sino

que esto se da en cada tipo de activo y mercado contemplado, excepto en Japón. Además, Fama y French (2002) desarrollaron su investigación “Size, Value, and Momentum in International Stocks Returns” en donde incorporan en su análisis 23 empresas de mercados externos a estados unidos durante el periodo de noviembre 1989 a marzo del 2011; luego para el análisis agrupan a las acciones por el tipo de región al que pertenecen siendo estas: Norteamérica, Japón, Asia-Pacífico y Europa. Finalmente, concluyen que Momentum estuvo presente en los cuatro mercados con excepción de Japón; de donde el retorno para Norteamérica fue de 0.64% con un t-stat de 1.9 mientras que para Europa obtuvieron un retorno de 0.92% con un estadístico t de 3.4.

- **Invertible:** a pesar de que a lo largo de la historia se ha mencionado sobre la practicidad de la aplicación del factor Momentum, debido a que esta involucra un alto nivel de costos de transacción, se han desarrollado estudios que demuestran que esto no es realmente cierto; esto último debido a que, principalmente, hoy en día, y conforme se desarrollan más los mercados, el pasar de una posición a otra se hace más rápido debido a una mayor liquidez y, en consecuencia, los niveles de costos de *trading* van disminuyendo. Por ejemplo, en la investigación de Frazzini, Israel, y Moskowitz “*Trading Costs of Asset Pricing Anomalies*” miden el costo real de implementar una estrategia basada en Momentum, llegando a la conclusión de que los costos reales en los que incurrieron son lo suficientemente bajos como para poder desarrollar y encontrar una prima por exposición a este factor; por lo que concluyen que esta estrategia es implementable, en términos de costos y tamaño.
- **Intuitiva:** Para explicar la prima por exposición a este factor se hace uso principalmente de la corriente de Behavioral Finance, en donde se enmarca principalmente la sobre-reacción o la poca reacción de los inversionistas al incorporar las noticias al precio de la acción.; por ejemplo, esto se demuestra en la reacción tardía de estos cuando se presentan resultados corporativos o los anuncios de pagos de dividendos. Otra explicación nace con lo llamado *Disposition effect*, que nos señala que los inversionistas tienden a vender inversiones ganadoras antes de tiempo, porque requieren recuperar su dinero, con el temor de que los precios disminuyan; y mantienen posiciones en empresas o acciones que no han desarrollado un buen desempeño con la esperanza de que haya un punto de quiebre.
- **Robusto:** A pesar de que la metodología más usada para la aplicación de momentum es el ya mencionado 12-2, se han desarrollado diversos estudios en donde se evidencian que se puede generar primas cuando se tienen ventanas diferentes como, por ejemplo, 6-9 que nos dice que se debe de medir el momentum entre los periodos 6 y 9 meses antes del que se está analizando. Además, se han hecho estudios no solo de momentum en los precios, sino también en indicadores como ganancias, retornos residuales, márgenes de rendimiento, entre otros.

2.1.4. Profitability y Quality

Como bien se define en la investigación “*The Other Side of Value: The Gross Profitability Premium*” de Robert Novy-Marx (2013), el factor Profitability le ofrece al inversionista una nueva forma de exposición a la selección de las acciones que, además, ayuda explicar los retornos superiores a los del mercado obtenidos por Warren Buffet.

En otra investigación de Fama y French (2006) “*Profitability, Investment and Average Returns*”, se menciona que las empresas con altos niveles de rentabilidad, medidos por las ganancias obtenidas, obtuvieron altos retornos, después de haber sido filtradas por el ratio *Book to Market*. Además, como también se mencionó para el factor *value*, este factor es usado indirectamente desde hace ya bastante tiempo por inversionistas muy conocidos en la historia como Benjamin Graham, Peter Lynch, David Dodd, entre otros. Para la presente investigación se plantea recoger la investigación de Masha Gordon (2013) “*The Profitability Premium in EM Markets*”, porque en esta se desarrolla el factor haciendo uso de los ratios: Retorno sobre patrimonio (ROE, por sus siglas en ingles), Retorno sobre capital invertido (ROIC, por sus siglas en ingles) y margen bruto; posteriormente se dividirá en deciles de donde se escogerán a los primeros 5; haciendo el rebalanceo cada tres, seis y doce meses. A continuación, se detallarán los requerimientos para validar este factor y se presentarán resultados que avalan su cumplimiento con todos estos.

- **Persistente:** Este factor muestra una prima por tamaño persistente a lo largo del periodo de 1927 al 2015. En la tabla 11 se detalla el rendimiento obtenido por este factor a lo largo del periodo de 1927 a 2015 mostrados en ventanas de tiempos de 1, 3, 5, 10 y 20 años.

Tabla 11: Retornos por periodo - factor Profitability y Quality

	1 año	3 años	5 años	10 años	20 años
Momentum	63%	72%	77%	85%	93%

Fuente: Berkin y Swedroe (2016)

- **Dominante:** En el estudio de Norvy-Marx mencionado anteriormente se evalúa la prima obtenida por este factor para un periodo de 1990 al 2009 a través de los mayores mercados desarrollados del mundo; de donde se obtiene que esta prima es persistente a lo largo del tiempo y sin importar el mercado. Asimismo, en el estudio de Black, Stanley and Philipp Meyer-Brauns (2015) “*Dimensions of Equity Returns in Europe*”, se muestra que para un periodo de 33 años sobre el mercado europeo se presenta una prima de 3.6%.

- **Intuitivo:** para poder comprender las primas que generan este factor se enfoca en la compensación por el riesgo al que se expone y *behavioral Finance*. Para el primero de estos se afirma que las firmas más rentables tienden a ser empresas en crecimiento, las cuales tienen más de sus flujos de caja puesto sobre la expectativa de su crecimiento, por lo que representan un mayor riesgo de inversión; además, otra explicación de riesgo es que mientras más rentable sea una empresa más competencia atrae y por lo tanto sus flujos futuros se hacen no tan predecibles. En cuanto a la segunda explicación se plantea que de acuerdo a estudios realizados, mientras más rentable es una empresa menos confianza tienen los inversionistas en esta, por lo que en consecuencia podría hacer que estos quieran cerrar su posición sobre la acción y con esto causen una disminución en los retornos del precio.
- **Invertible:** Este factor es una estrategia *low-turnover*, lo que se traduce en que las posiciones que se tienen de una empresa no varían tanto de un periodo a otro, por lo que los costos de negociación pueden ser disminuidos a través de algoritmos haciendo atractivo la implementación del factor.
- **Robusto:** en una investigación hecha por el Hedge Fund, AQR Capital Management, señala que las siguientes tres maneras de tener exposición al factor Profitability proveen de una prima por encima del mercado: Ganancias totales entre Total de Activos, Ganancias totales entre Ventas Totales y Flujo de caja libre entre Total de activos.
- **Dominante:** En la investigación de Max, Kozlov y Antti Petajisto (2013) evalúan las primas que entregan los factores Value, Market y Profitability a través de la estructuración de portafolio conformada por empresas con alta calidad de ratios de rentabilidad para el periodo de julio de 1988 a junio del 2012. De esta investigación se concluye que manteniendo una posición larga en acciones con altos ratios de Profitability o Quality, y una posición corta con los de bajos ratios se consigue altos niveles para el ratio Sharpe y muestran un mejor desempeño que mantener una posición larga de todo el mercado o manteniendo posiciones sobre estrategias enfocadas en empresas de poca capitalización bursátil. Asimismo, se muestra que las primas obtenidas por la exposición al factor Quality son estadísticamente aceptadas con un t-stat de 3.38.

2.1.5. Low-Volatility

El modelo CAPM nos dice la relación entre el riesgo, en el que podemos medir el riesgo con Volatility o beta, y el rendimiento; esto significa que para un mayor riesgo se puede esperar un mayor rendimiento. Sin embargo, esto no es totalmente cierto; la evidencia empírica, como la que hizo Robert Novy Marx (2016), señala que la baja volatilidad tiende a tener un mejor desempeño que la alta volatilidad; en base a la investigación específica que desarrollo al hacer uso de una volatilidad trimestral; este factor se obtiene de

la varianza de cada acción durante cada trimestre y luego se clasifica en deciles, en donde primer decil es el de menor volatilidad y el ultimo es el que tiene la volatilidad más alta.

A diferencia de los factores anteriormente planteados, los autores no hacen una clara mención en como este factor cumple con los requerimientos propuestos; sin embargo, dedican un capítulo entero en proveer de información fáctica y académica sobre la prima que Low Volatility entrega. Entre las investigaciones citadas por los autores Berkin y Swedroe se plantea que una revisión a las asunciones que dan cimiento al modelo de CAPM, proveen de una intuición para el entendimiento del factor Low Volatility, por ejemplo, una de las bases del modelo de CAPM es que no hay compras apalancadas o ventas en corto; sin embargo, en la parte empírica del día a día se demuestra que muchos inversionistas tienden a tener aversión a las ventas en *Margin* porque producen una mayor volatilidad a las acciones. Además, hay restricciones regulatorias que ponen en situaciones de estrés a las empresas, por lo que las hace más expuestas a volatilidades en el mercado o ciclos económicos.

2.2. Modelo de Black-Litterman

Como se mencionó anteriormente, este modelo fue presentado por Black y Litterman en 1992, en su publicación: “Global Portfolio Optimization”. En este se introduce una nueva forma de encontrar los pesos óptimos para los activos de un portafolio incorporando las creencias (views) del inversionista. Es así como se llega a las fórmulas finales del retorno esperado del portafolio y la varianza de este. Estas fórmulas requieren de seis componentes, los cuales ya fueron descritos en el punto 1.2.1 Black and Litterman Asset Allocation; a continuación, se procederá a detallar cómo se hallarán cada uno de estos componentes.

2.2.1. Retornos en equilibrio (π):

Estos retornos serán hallados haciendo uso de la formula mencionada anteriormente y que muestra a continuación:

$$\Pi = \delta \Sigma w$$

Esta será utilizada para cada grupo de empresas que forman parte del factor que se esté evaluando en su respectivo portafolio. El primer término de esta expresión es correspondiente al grado de aversión al riesgo del agente económico; el segundo término representa la matriz de varianza-covarianza de las acciones a considerar en cada portafolio durante el periodo que se esté evaluando; finalmente, el tercer término hace referencia a los pesos que tiene cada acción dentro de un portafolio compuesto en base a la capitalización de mercado.

2.2.2. Grado de aversión al riesgo (δ):

En distintas investigaciones se propone que este componente sea evaluado aplicando la fórmula ya mencionadas líneas arriba y que de igual forma se coloca a continuación:

$$\delta = \frac{R_M - R_f}{\sigma_M^2}$$

Dado que el portafolio que se plantea para la presente tesis tendrá exposición a 5 países diferentes que implican 5 monedas diferentes y diferentes tasas libres de riesgo, no se podría usar una sola en representación; es por lo señalado anteriormente que se plantea hacer uso de una forma alternativa para la obtención de este parámetro. Para el desarrollo de la tesis se tomará un nivel de aversión al riesgo igual a 3 (Inversionista con perfil moderado) para una escala que va de 1 (Inversionista con perfil conservativo) a 5 (Inversionista con perfil agresivo), esto alineado a los niveles de grado de inversión que manejan los administradores de portafolio en la industria.

2.2.3. Matriz de variancia-covarianza en equilibrio (Σ):

Esta matriz será hallada haciendo uso de la información histórica de retornos trimestrales móviles en un periodo de 10 años previos al periodo que se está evaluando. Esta será hallada para cada grupo de empresas que forman parte del factor que se esté evaluando en su respectivo portafolio. Por ejemplo, para una empresa en periodo de rebalanceo específico t , se obtendrán los precios diarios desde $t-3650$ hasta t ; luego, se calcula el retorno trimestral de estos precios, por ejemplo, el retorno que se tuvo entre $t-89$ y t , luego entre $t-90$ y $t-1$ y así sucesivamente.

2.2.4. Pesos en equilibrio (W):

Como se mencionó previamente, el modelo de Black-Litterman asume un equilibrio de oferta y demanda por las acciones, lo que se traduce en que la asignación en los pesos en equilibrio se da en función a la relación que tiene la capitalización bursátil de una empresa respecto a la suma de todas las capitalizaciones de las empresas que forman el portafolio a evaluarse. Esto se puede apreciar y entender mejor en la siguiente fórmula:

$$W_i = \frac{C_i}{\sum_i C_i}$$

Donde:

W_i: Peso que tiene un activo en equilibrio dentro del portafolio

C_i: Capitalización bursátil del activo i

Σ_i: Suma de todas las capitalizaciones bursátiles del total de empresas que conforman el portafolio

Los siguientes tres puntos serán contemplados haciendo uso de los criterios que se obtienen de los factores y de simulaciones de Montecarlo sobre las empresas que pertenecen al portafolio que se está evaluando.

El primero de estos componentes es hallado como ya se indicó en la sección 2.1. Factores, dependiendo de qué factor se esté evaluando y la característica de este.

Como se mencionó anteriormente, no hay una regla definitiva de cómo encontrar las perspectivas de los inversionistas que se requieren para el modelo, en esta investigación será calculado usando un modelo estocástico con el fin de poder realizar simulaciones de escenarios. A pesar de que muchos estudios demuestran que los precios de las acciones no siguen una distribución log normal, en el mundo de las finanzas es ampliamente usada la asunción de que estos precios siguen un movimiento geométrico browniano (GBM, por sus siglas en inglés) que tiene como componente aleatorio un proceso de Wiener que sigue una distribución normal con media 0 y desviación estándar 1. Para la presente tesis se usará la teoría de que las acciones siguen un GBM apoyados en algunos usos que esta recibe como la teoría de Fischer Black and Myron Scholes (1973) que usa este modelo para obtener los precios de opciones europeas y que aún tiene vigencia para la obtención de la volatilidad implícita; asimismo, se tienen investigaciones como las de Krishna Reddy y Vaughan Clinton (2016) en donde aplican GBM para simular los precios de las acciones australianas pertenecientes al S&P/ASX 50 Index, los cuales también están incluido en 20 sectores diferentes.

Una vez obtenida cada una de las series de tiempo referentes a los precios de las empresas que conforman el portafolio que estamos evaluando, se procede a calcular los retornos trimestrales móviles; esto es hallado como el logaritmo natural del resultado de dividir el precio en t sobre el precio en t-89, luego se obtiene el siguiente retorno trimestral que sería el logaritmo natural del resultado de la división entre el precio en t+1 sobre t-88, y así sucesivamente. Finalmente, se procede a realizar las simulaciones de Montecarlo, las cuales requieren de tres variables. En primer lugar, la media de los retornos trimestrales calculados previamente.

En segundo lugar, el resultado de la volatilidad histórica que se tiene de los retornos trimestrales móviles calculados. Por último, el precio final de la ventana de tiempo en evaluación es considerado como el precio inicial de la simulación. A continuación, se muestra la fórmula que agrupa los componentes mencionados anteriormente.

$$\ln\left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\right) = \mu + z_t\sigma$$

Donde:

S_t : Precio de la acción en el periodo t

μ : Retorno trimestral móvil logarítmico promedio histórico

z_t : Variable aleatoria que sigue una distribución normal de media 0 y varianza 1

σ : Desviación estándar de los retornos logarítmicos trimestrales móviles históricos

Es preciso señalar que en la herramienta estadística R se tiene la función GBM del paquete SDE, esta herramienta permite realizar las simulaciones, pero da como resultado el precio final en cada simulación, por lo que se procede a calcular el retorno en cada simulación como el logaritmo natural de cada precio final simulado sobre el precio inicial, lo cual nos daría el retorno trimestral para cada simulación.

Posteriormente, para poder hallar los retornos esperados de las perspectivas se agrupa de dos en dos cada una de las acciones que serán evaluadas dentro de cada portafolio y se restarán los retornos de sus simulaciones en cada periodo, esto con el propósito de encontrar la media de las restas y las desviaciones de estas. Por ejemplo, si se tiene la acción de Vina Concha y Toro SA (Ticker: CONCHA CC Equity) de Chile y CIA Hering (Ticker: HGTX3 BS Equity) de Brasil, se desarrollarán por separado sus simulaciones, luego se hallarán los retornos trimestrales de las 10,000 simulaciones para cada una de las empresas y se restarán las dos series de tiempo; es decir, el primer retorno simulado de CONCHA CC Equity se restará con el primero de HGTX3 BS Equity y así sucesivamente. Finalmente, se tendrá una resta de todos los retornos simulados y de estas se obtendrán el promedio y la varianza; si, por ejemplo, la media resulta ser 5%, esto nos quiere decir que se proyecta que los retornos de Vina Concha superarán a los de CIA Hering en un 5%, si, por el contrario, sale -3%, se entiende que la acción brasileña tendrá un retorno superior al de la chilena en 3%. Finalmente, con la media y varianza que se obtendrá de la resta de los retornos de cada par de empresas se procederá a realizar una prueba t para validar que estadísticamente la media de las diferencias entre ambas acciones sean mayores a 0; si el *p value* sale mayor a 5% se descarta ese *view* y no se tomara en cuenta para la matriz de perspectivas, para la de retornos de las creencias del inversionista ni en la matriz de no confianza sobre estos

2.2.5. Matriz de los views (Q):

Esta matriz será completada con la interpretación de los resultados de la resta de los retornos simulados de cada grupo de acciones; por ejemplo, si la resta de las simulaciones entre A y B sale 2%, en esta matriz se colocará 1 en la celda de la acción A y -1 en la celda de la acción B, lo que se interpreta que A tendrá un mejor desempeño que B para un periodo determinado.

2.2.6. Matriz de expectativas de los retornos de los views (P):

Esta matriz será completada con los resultados de la resta de las simulaciones de cada grupo de acciones; por ejemplo, si la resta de las simulaciones entre A y B sale 2%, en esta matriz se colocará 2% en la celda correspondiente a la primera expectativa del inversionista y así sucesivamente hasta completar todos los retornos de estas creencias que se tienen.

2.2.7. Matriz de no confianza en los views (Ω):

Esta matriz nos indica el grado de no confianza que se tienen sobre los retornos de las expectativas. Esta se llena con las covarianzas de las opiniones; sin embargo, considerando que se plantea como asunción que estas perspectivas no están correlacionadas entre sí, todos los valores de la matriz serán 0, con excepción de la diagonal que se traduce en la varianza de cada uno de forma independiente. Por ejemplo, si se tiene que la resta de las simulaciones de A y B dan como resultado una media de 4% y una desviación estándar de 1% con un nivel de confianza del 95%, se puede hallar el nivel de incertidumbre (el valor en la diagonal de esa matriz de no confianza) como el cuadrado de la desviación estándar, con el fin de calcular la covarianza de este o que en este caso da lo mismo decir la varianza de la perspectiva.

Luego, todos los componentes mencionados anteriormente serán colocados dentro de la fórmula de los retornos esperados y de la desviación estándar, ambos usando la metodología de Black-Litterman, para que, finalmente, se pueda optimizar el portafolio maximizando el indicador riesgo retorno que mide cuanto de retorno se tiene por cada unidad de riesgo asumida.

Para cada cartera, se mostrarán tres gráficos: En primer lugar, el desempeño de cada factor en comparación con sus índices de referencia que en este caso es el índice MSCI Emerging Markets Latin America Index (MXLA Index). En segundo lugar, un gráfico con su desempeño histórico en comparación con un portafolio que contenga las mismas acciones que el portafolio propuesto pero aplicando la metodología de Markowitz en lugar de la de Black & Litterman. Finalmente, se mostrará un cuadro estadístico en el que se encuentra el índice de Sharpe que es el rendimiento en exceso durante el período seleccionado dividido por la

desviación estándar (riesgo total) de la cartera; el índice de Treynor que mide el rendimiento en exceso que tenemos por unidad del riesgo sistemático en relación con los índices de referencia, el *Information Ratio* que se calcula como el rendimiento en exceso sobre el índice de referencia dividido por el riesgo sistemático en relación con el índice de referencia; y Jensen Alpha, que es, básicamente, el rendimiento en exceso de la cartera en comparación con lo previsto mediante el uso de CAPM con una beta relativo a un portafolio que contenga los benchmarks.

Finalmente, se evaluará la significancia estadística de los *alphas* que se generen respecto a los dos comparables propuestos anteriormente, su índice de referencia y un portafolio aplicando Markowitz. Esta significancia será calculada mediante una prueba de hipótesis en donde de valide que la diferencia entre el portafolio propuesto y el *benchmark* sea mayor que 0 con un nivel de confianza del 95%.



CAPÍTULO 3: DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA

PROPUESTA

El desarrollo de la presente tesis se hizo con el apoyo de la herramienta estadística R y Bloomberg, el cual es el mayor proveedor mundial de noticias e información financiera. A continuación, se presenta un diagrama de cajas con el propósito de describir y graficar el flujo que se seguirá para la realización de la metodología.

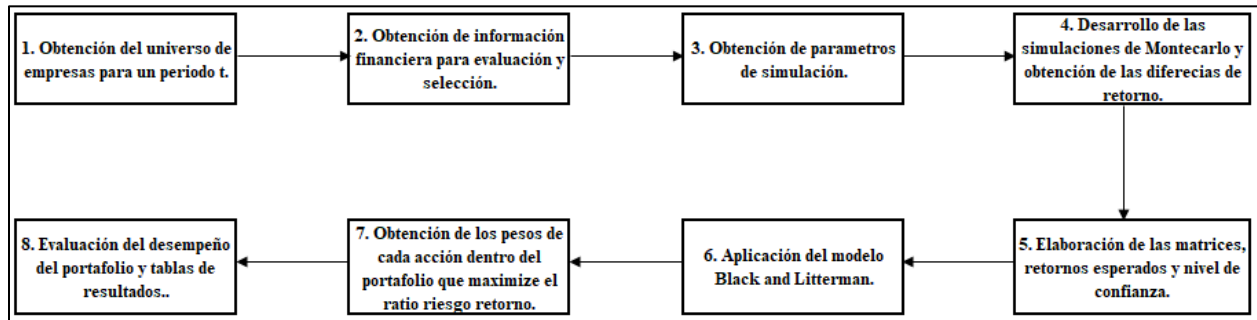


Gráfico 2: Diagrama de bloques del proceso

Como se puede observar en el diagrama, anteriormente mostrado, se tienen 10 pasos a seguir para poder finalmente obtener los retornos esperados en base al modelo Black and Litterman para cada uno de los factores.

3.1. Obtención del universo de empresas para un periodo t.

Para cada periodo en que se procederá con la realización del rebalanceo en el portafolio se procederá con la búsqueda de las empresas que conforman cada uno de los índices en ese periodo en específico. Esto con el fin de obtener el universo total de acciones a ser consideradas para la evaluación de su incorporación al portafolio en construcción.

3.2. Obtención de información financiera para evaluación y selección.

Luego de tener dentro de un vector a todo el universo de acciones se procederá a la recolección de información que se requiera para poder evaluar a cada una de estas empresas dentro de cada uno de los factores; por ejemplo, si nos situamos en el último día de Diciembre del 2017 y deseamos evaluar qué empresas cumplen con el factor *Value* se procederá a obtener el ratio Price to Book

(PX_TO_BOOK_RATIO) de cada una de las acciones que conforman el universo filtrado previamente en la fecha mencionada y luego se ordena de forma descendente para poder, finalmente, seleccionar a las 30 primeras empresas.

Es preciso mencionar dos puntos a tener en consideración; el primero de estos es que Bloomberg en algunos periodos no tiene información para mostrar por diversas razones como, por ejemplo, que alguna empresa haya presentado resultados negativos o que no haya presentado información hasta el momento en donde se realiza la descarga de los datos; es así que cuando no se tuvo información se retiraron las acciones de la lista de empresas elegibles para formar un portafolio de un factor en específico. El segundo punto a considerar es que no para todos los factores se ordena de forma descendente o ascendente, esto va a depender del factor y característica que se esté evaluando; por ejemplo, si se está evaluando el ratio *Price to Book* para el factor *Value* se debe de ordenar de forma ascendente, porque lo que se busca es capturar los retornos que ofrecen las empresas que cotizan a descuento; mientras que si se está evaluando en el factor *Profitability* a través del ratio *ROE* se busca incorporar al portafolio las que tengan un mayor número, por lo que se ordenara de forma descendente y se tomaran las primeras 30 empresas.

3.3. Obtención de parámetros para la simulación.

Una vez que se tiene la lista de empresas que serán incluidas en el rebalanceo se procede a hallar los parámetros para la simulación que se realizará. Para la realización de la simulación se requiere de tres datos de entrada: el precio inicial, la media y desviación estándar de los retornos trimestrales móviles. Es así que se obtienen los precios históricos en una ventana de 10 años con una frecuencia diaria para cada una de las acciones; luego, se obtienen los retornos trimestrales móviles como fue explicado previamente y en base a estos se calcula el retorno promedio y desviación estándar conseguidos durante la ventana de tiempo que se está trabajando.

3.4. Desarrollo de simulaciones de Montecarlo y obtención de las diferencias de retorno.

Luego de tener los tres datos mencionados anteriormente se procede a desarrollar las simulaciones para cada una de las acciones que serán incorporadas en el portafolio en cada periodo y para cada tipo de factor. Como ya se mencionó anteriormente, estas simulaciones se realizarán a través del movimiento browniano geométrico (GBM, por sus siglas en inglés) la cual incorpora en si los siguientes puntos: los tres parámetros obtenidos en el acápite anterior; el número de simulaciones que para este caso son 10,000; el tiempo de

simulación para la presente tesis será de tres meses que para el desarrollo de la tesis se traduce a un periodo, puesto que los parámetros de entrada (media y desviación estándar) son obtenidos de retornos móviles trimestrales; y, finalmente, el número de diferenciales que conformaran las simulaciones son 1,024.

3.5. Elaboración de matrices de expectativas, retornos esperados y nivel de confianza.

Una vez que se tiene cada una de las restas por cada par de simulaciones, se procede a armar las matrices de retornos esperados (Q), varianzas (Ω) y *views* (P). Para la matriz de retornos esperados se halla el promedio de las 10,000 restas por cada uno de los pares armados, dado que en la presente tesis se desarrolla un portafolio compuesto por 30 acciones se tiene en primera instancia 435 perspectivas que resultan del combinatorio de 30 en 2, la cual tendrá como resultado una matriz de 435 por 1; es preciso recordar que el conjunto de esta matriz vista como una serie de tiempo será validada con una prueba de hipótesis para evaluar estadísticamente si debe de ser incorporada o no.

La matriz de las varianzas es en realidad un matriz de varianza-covarianza; sin embargo, el modelo de Black and Litterman toma como suposición que las expectativas no tendrán relación entre ellos, por lo que las covarianzas resultan 0 y solo se trabaja con las varianzas que son la covarianza de una perspectiva sobre sí mismo. Estos datos son obtenidos calculando la varianza de la matriz de un grupo de restas, lo cual se hace por cada par de acciones que se tenga dentro del periodo que se está trabajando.

Finalmente, para el caso de las expectativas sobre las acciones, se tiene una matriz cuyo número de filas es igual al número que pasaron la prueba de hipótesis y el número de columnas es igual a 30, cada celda puede tener como valor un 0, 1 o -1 lo cual nos indica la relación de cada perspectiva.

3.6. Aplicación del modelo Black and Litterman.

Una vez que se tienen las tres matrices anteriormente señaladas se procede a incorporarlas sobre la fórmula de Black and Litterman para la obtención del nuevo retorno esperado. Es preciso recordar que la fórmula de Black and Litterman incorpora 5 matrices y un escalar en su fórmula final. El escalar τ (τ) es un número que de acuerdo con el paper de Idzorek (2004) este debería de estar entre 0.01 y 0.05, para la presente tesis se escogerá trabajar con 0.05. Tres de estas cinco matrices son las descritas anteriormente, la cuarta es la matriz de varianza-Covarianza (Σ) obtenida de los retornos trimestrales móviles de los últimos 10 años hasta el periodo de rebalanceo y la quinta corresponde a los *excess returns* en equilibrio que son calculados como

la multiplicación de los pesos en equilibrio del mercado hallados en base a la capitalización bursátil, el grado de aversión al riesgo de los inversionistas y la matriz de varianza-covarianza.

3.7. Obtención de los pesos por acción dentro del portafolio que maximice el ratio riesgo retorno.

Una vez obtenida la nueva matriz de retornos esperados y la matriz de varianza-covarianza en base al modelo Black and Litterman se procede a encontrar los pesos que optimizan los retornos y minimizan el riesgo, maximizando así el ratio riesgo retorno en cada periodo.

3.8. Evaluación del desempeño del portafolio y tablas de resultados.

Finalmente, Para la medición del desempeño de los portafolios se hará uso de las herramientas que provee Bloomberg para la evaluación de resultados, en donde se mostrará una gráfica con el comportamiento histórico del portafolio y un cuadro con el Sharpe ratio, Treynor ratio, Information Ratio y Jensen Alpha. Asimismo, como se mencionó anteriormente, se evaluará la consistencia estadística mediante el uso de una prueba de hipótesis en donde de valide que la diferencia entre el portafolio propuesto y el *benchmark* sea mayor que 0 con un nivel de confianza del 95%.

CAPÍTULO 4: APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

PROPUESTA

A continuación, se mostraran los resultados de la aplicación de cada uno de los puntos descritos en el capítulo 3, referente a la metodología propuesta en la presente tesis.

4.1. Obtención del universo de empresas para un periodo t.

Para el trimestre que empieza el 01 de abril del 2018 se evalúa qué empresas formaron parte del índice el 30 de marzo del 2018; a continuación, se muestra en la tabla los diez principales constituyentes en base a su capitalización de mercado para el periodo mencionado dentro de los índices MEXBOL de México e IPSA de Chile.

4.2. Obtención de información financiera para evaluación y selección.

Para la presente tesis se tiene, por ejemplo, que para el trimestre que empieza el 01 de abril del 2018 se evalúa qué empresas formaron parte del índice el 30 de marzo del 2018; a continuación, se muestra en la tabla los diez principales constituyentes en base a su capitalización de mercado para el periodo mencionado dentro de los índices MEXBOL de México e IPSA de Chile.

Tabla 11: Miembros del MEXBOL

Nemónimo	Sector
AMXL MF Equity	Servicios de comunicación
WALMEX* MF Equity	Productos básicos de consumo
FEMSAUBD MF Equity	Productos básicos de consumo
GMEXICOB MF Equity	Material
GFNORTEO MF Equity	Financiero
KOFL MF Equity	Productos básicos de consumo
AC* MF Equity	Productos básicos de consumo
GFINBURO MF Equity	Financiero
BIMBOA MF Equity	Productos básicos de consumo
CEMEXCPO MF Equity	Material

Fuente: Bloomberg

Tabla 12: Miembros del IPC

Nemónimo	Sector
FALAB CC Equity	Productos básicos de consumo
COPEC CC Equity	Energía
CHILE CC Equity	Financiero
BSAN CC Equity	Financiero
ENELAM CC Equity	Utilities
SQM/B CC Equity	Materiales
CMPC CC Equity	Materiales
LTM CC Equity	Industrial
BCI CC Equity	Financiero
CENCOSUD CC Equity	Productos básicos de consumo

Fuente: Bloomberg

Es preciso señalar que solo se está mostrando los miembros de dos de las cinco listas que en total se tienen, los cuales luego son agrupadas en una sola lista y en su totalidad forman el universo de acciones de las que se procederá a elegir las que entraran a cada portafolio basado en el factor que se requiera evaluar.

A continuación, se muestran las 30 que se obtuvo para el total de empresas correspondiente al rebalanceo del segundo trimestre del 2018 para el portafolio Value luego de realizar la selección del total del universo de acciones que se tuvo en ese periodo.

Tabla 13: Empresas pertenecientes al portafolio Value

Nemónico	Nombre	País	Nemónico	Nombre	País
COME AR Equity	SOC COMERCIAL PL	ARGENTINA	ENTEL CC Equity	ENTEL	CHILE
PETR4 BS Equity	PETROBRAS-PREF	BRASIL	JBS3 BS Equity	JBS	BRASIL
APBR AR Equity	PETROBRAS	BRASIL	ANTAR CC Equity	ANTARCHILE	CHILE
PETR3 BS Equity	PETROBRAS	BRASIL	BOGOTA CB Equity	BANCO BOGOTA	COLOMBIA
GOAU4 BS Equity	MET GERDAU-PREF	BRASIL	VALE3 BS Equity	VALE SA	BRASIL
YFPD AR Equity	YPF SA-D	ARGENTINA	ETB CB Equity	EMP TELECOM BOGO	COLOMBIA
QUINENC CC Equity	QUINENCO	CHILE	IFS PE Equity	INTERCORP FINANC	PERÚ
TECO2 AR Equity	TELECOM ARGENT-B	ARGENTINA	TAE11 BS Equity	TRANSM ALIAN-UNI	BRASIL
CRES AR Equity	CRESUD SA	ARGENTINA	SMCHILEB CC Equity	SM-CHILE SA-B	CHILE
SECUR CC Equity	GRUPO SECURITY	CHILE	ORBIA* MF Equity	ORBIA ADVANCE CO	MÉXICO
EXITO CB Equity	ALMACENES EXITO	COLOMBIA	EMBR3 BS Equity	EMBRAER	BRASIL
CAP CC Equity	CAP	CHILE	EDN AR Equity	EDENOR-B	ARGENTINA
ALFAA MF Equity	ALFA SAB-A	MÉXICO	UNACEMC1 PE Equity	UNACEM SAA	PERÚ
AESGENER CC Equity	AES GENER SA	CHILE	ENBR3 BS Equity	ENERGIAS DO BRAS	BRASIL
MIRG AR Equity	MIRGOR-C	ARGENTINA	CSAN3 BS Equity	COSAN SA	BRASIL

Fuente: Bloomberg

4.3. Obtención de parámetros para la simulación.

A continuación, se muestra dos cuadros para el segundo periodo del 2018 respecto al portafolio Value, uno con la media y otro con las varianzas para cada una de las acciones a simular.

Tabla 14: Media trimestral móvil de las 30 empresas a formar parte del portafolio

Fecha	Nemónico	Media del retorno trimestral móvil	Fecha	Nemónico	Media del retorno trimestral móvil
2018-03-30	VIVT4 BS Equity	0.5%	2018-03-30	AESGENER CC Equity	-0.1%
2018-03-30	SMCHILEB CC Equity	6.2%	2018-03-30	BOGOTA CB Equity	3.3%
2018-03-30	TIMP3 BS Equity	2.5%	2018-03-30	BSMXB MF Equity	1.5%
2018-03-30	IAM CC Equity	2.5%	2018-03-30	SECUR CC Equity	2.0%
2018-03-30	CEMEXCPO MF Equity	-1.0%	2018-03-30	PETR3 BS Equity	-3.4%
2018-03-30	ALFAA MF Equity	4.0%	2018-03-30	GOAU4 BS Equity	-7.0%
2018-03-30	ITAUCORP CC Equity	2.4%	2018-03-30	YFPD AR Equity	3.8%
2018-03-30	ANTAR CC Equity	0.5%	2018-03-30	APBR AR Equity	0.5%
2018-03-30	ENTEL CC Equity	-0.1%	2018-03-30	PETR4 BS Equity	-3.0%
2018-03-30	JBSS3 BS Equity	0.5%	2018-03-30	TECO2 AR Equity	9.0%
2018-03-30	CPLE6 BS Equity	-0.8%	2018-03-30	EMBR3 BS Equity	1.2%
2018-03-30	IFS PE Equity	2.2%	2018-03-30	MINSURI1 PE Equity	-2.2%
2018-03-30	ETB CB Equity	-1.2%	2018-03-30	CRES AR Equity	7.7%
2018-03-30	CSAN3 BS Equity	1.9%	2018-03-30	EXITO CB Equity	0.9%
2018-03-30	CAP CC Equity	-3.0%	2018-03-30	COME AR Equity	8.1%

Fuente: Bloomberg

Tabla 15: Varianza de las 5 primeras empresas a formar parte del portafolio

Fecha	Nemónico	Varianza del retorno trimestral móvil	Fecha	Nemónico	Varianza del retorno trimestral móvil
2018-03-30	VIVT4 BS Equity	1.0%	2018-03-30	AESGENER CC Equity	1.4%
2018-03-30	SMCHILEB CC Equity	1.6%	2018-03-30	BOGOTA CB Equity	1.0%
2018-03-30	TIMP3 BS Equity	2.6%	2018-03-30	BSMXB MF Equity	4.5%
2018-03-30	IAM CC Equity	0.6%	2018-03-30	SECUR CC Equity	2.2%
2018-03-30	CEMEXCPO MF Equity	8.0%	2018-03-30	PETR3 BS Equity	7.3%
2018-03-30	ALFAA MF Equity	7.5%	2018-03-30	GOAU4 BS Equity	14.2%
2018-03-30	ITAUCORP CC Equity	2.0%	2018-03-30	YFPD AR Equity	7.4%
2018-03-30	ANTAR CC Equity	1.6%	2018-03-30	APBR AR Equity	11.4%
2018-03-30	ENTEL CC Equity	0.9%	2018-03-30	PETR4 BS Equity	7.9%
2018-03-30	JBSS3 BS Equity	6.5%	2018-03-30	TECO2 AR Equity	5.6%
2018-03-30	CPLE6 BS Equity	2.8%	2018-03-30	EMBR3 BS Equity	3.0%
2018-03-30	IFS PE Equity	4.8%	2018-03-30	MINSURI1 PE Equity	10.0%
2018-03-30	ETB CB Equity	2.6%	2018-03-30	CRES AR Equity	5.3%
2018-03-30	CSAN3 BS Equity	5.9%	2018-03-30	EXITO CB Equity	3.2%
2018-03-30	CAP CC Equity	11.5%	2018-03-30	COME AR Equity	9.0%

Fuente: Bloomberg

4.4. Desarrollo de simulaciones de Montecarlo y obtención de las diferencias de retorno.

A continuación, se muestran las gráficas de las 10,000 simulaciones para la empresa **Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais SA (USIM5 BS Equity)** correspondientes al trimestre del 2017, que es el periodo que estamos tomando como ejemplo. Luego de que se tienen cada una de las simulaciones de los precios y con esto los retornos simulados por cada empresa se proceden a restar una por una por par de acciones. Es decir, si se tiene el grupo de 30 acciones que se viene trabajando hasta ahora, se procede a armar grupos de a dos, por lo que el número total de grupos o pares que se llevara a cabo resulta de la operación matemática combinatorio de 30 en 2. Por ejemplo, se resta el retorno de la simulación número 1 de Bradesco con la simulación 1 de Bancolombia y así sucesivamente hasta llegar a las 10,000 simulaciones de retornos hechos para un periodo en específico. A continuación, se muestra las primeras 10 restas por cada par armado para las acciones que forman parte del portafolio Value para el segundo trimestre del 2018.

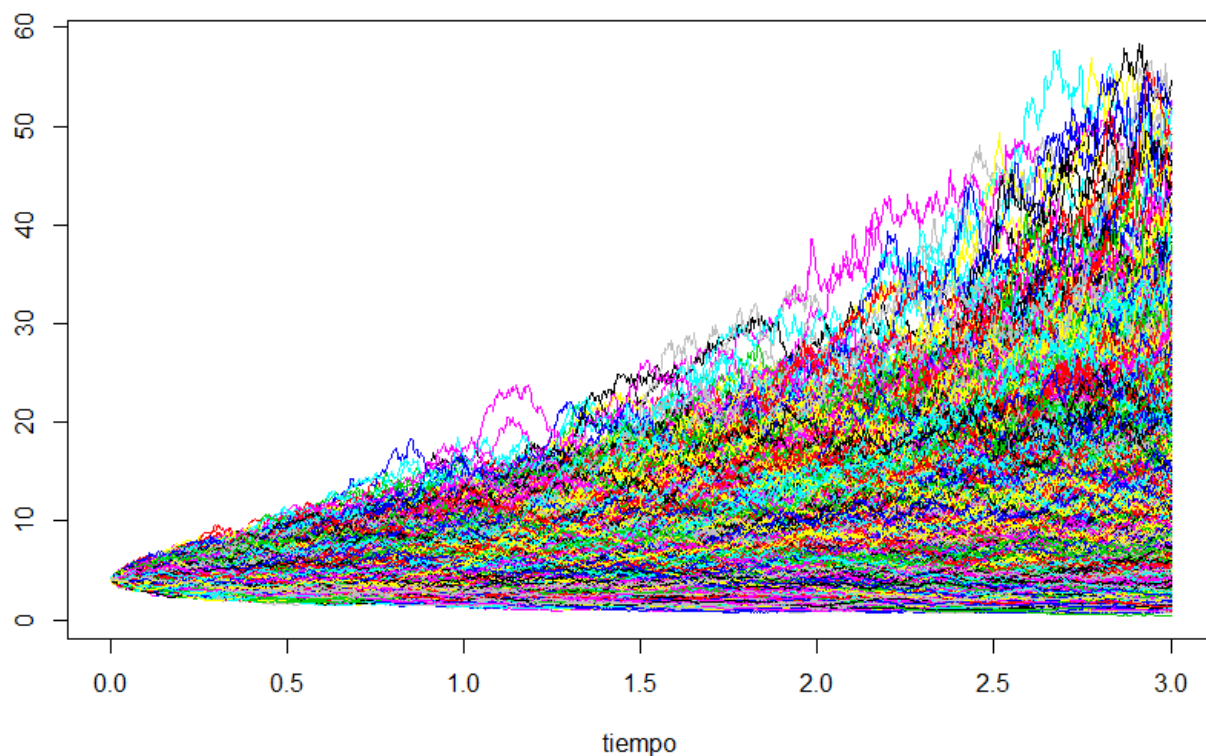


Gráfico 3: Simulaciones de la acción Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais SA

Fuente: Bloomberg

4.5. Elaboración de matrices, retornos esperados y nivel de confianza.

A continuación, se muestran las tres matrices descritas. En primer lugar, se muestra la matriz con retornos esperados de las primeras 30 expectativas para el portafolio de ejemplo.

Tabla 16: Retornos esperados de las 30 expectativas

Q					
Fecha	View	Retorno Esperado	Fecha	View	Retorno Esperado
2018-03-30	View 1	4%	2018-03-30	View 16	4%
2018-03-30	View 2	11%	2018-03-30	View 17	6%
2018-03-30	View 3	4%	2018-03-30	View 18	7%
2018-03-30	View 4	10%	2018-03-30	View 19	4%
2018-03-30	View 5	9%	2018-03-30	View 20	4%
2018-03-30	View 6	3%	2018-03-30	View 21	2%
2018-03-30	View 7	17%	2018-03-30	View 22	3%
2018-03-30	View 8	11%	2018-03-30	View 23	9%
2018-03-30	View 9	3%	2018-03-30	View 24	2%
2018-03-30	View 10	4%	2018-03-30	View 25	2%
2018-03-30	View 11	1%	2018-03-30	View 26	4%
2018-03-30	View 12	4%	2018-03-30	View 27	7%
2018-03-30	View 13	12%	2018-03-30	View 28	6%
2018-03-30	View 14	4%	2018-03-30	View 29	4%
2018-03-30	View 15	6%	2018-03-30	View 30	13%

Fuente: Bloomberg

En segundo lugar, se muestra la matriz con los primeros 15 perspectivas del caso que se viene desarrollando.

Tabla 17: Matriz de no confianza en los views

Ω															
	View 1	View 2	View 3	View 4	View 5	View 6	View 7	View 8	View 9	View 10	View 11	View 12	View 13	View 14	View 15
View 1	12%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
View 2	0%	19%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
View 3	0%	0%	12%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
View 4	0%	0%	0%	17%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
View 5	0%	0%	0%	0%	20%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
View 6	0%	0%	0%	0%	0%	17%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
View 7	0%	0%	0%	0%	0%	0%	23%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
View 8	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	16%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
View 9	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	11%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
View 10	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	13%	0%	0%	0%	0%	0%
View 11	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	10%	0%	0%	0%	0%
View 12	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	10%	0%	0%	0%
View 13	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	21%	0%	0%
View 14	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	15%	0%
View 15	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	12%

Fuente: Bloomberg

Finalmente, se presenta la matriz P, la cual muestra solo 8 ejemplos del total de expectativas que se tiene sobre cada par de acciones para el ejemplo del segundo periodo del 2018.

Tabla 18: Matriz de views

		P									
		SOC COMERCIAL PL	ALMACENES EXITO SA	MINSUR-INV	EMBRAER	PETROBRAS-PREF	PETROBRAS	YPF SA-D	MET GERDAU-PREF	PETROBRAS	PETROBRAS
View 1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
View 2	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
View 3	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
View 4	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
View 5	1	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
View 6	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
View 7	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
View 8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1

Fuente: Bloomberg

Por ejemplo, el *view 1* nos indica que se tiene la expectativa que la empresa Sociedad Comercial tendrá un mejor desempeño que Almacenes Exito SA para el periodo que se está evaluando.

4.6. Aplicación del modelo Black and Litterman.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos para la matriz de retornos esperados y la matriz de varianza-covarianza de la aplicación del modelo de Black and Litterman sobre el caso que se está desarrollando.

Tabla 19: Retornos esperados según el modelo Black and Litterman

Fecha	Nemónico	Retornos Esperados	Fecha	Nemónico	Retornos Esperados
2018-03-30	COME AR Equity	9%	2018-03-30	CAP CC Equity	12%
2018-03-30	EXITO CB Equity	3%	2018-03-30	CSAN3 BS Equity	6%
2018-03-30	CRES AR Equity	5%	2018-03-30	ETB CB Equity	3%
2018-03-30	MINSURI1 PE Equity	10%	2018-03-30	IFS PE Equity	5%
2018-03-30	EMBR3 BS Equity	3%	2018-03-30	CPL6 BS Equity	3%
2018-03-30	TECO2 AR Equity	6%	2018-03-30	JBSS3 BS Equity	7%
2018-03-30	PETR4 BS Equity	8%	2018-03-30	ENTEL CC Equity	1%
2018-03-30	APBR AR Equity	12%	2018-03-30	ANTAR CC Equity	2%
2018-03-30	YPFD AR Equity	8%	2018-03-30	ITAUCORP CC Equity	2%
2018-03-30	GOAU4 BS Equity	15%	2018-03-30	ALFAA MF Equity	8%
2018-03-30	PETR3 BS Equity	8%	2018-03-30	CEMEXCPO MF Equity	8%
2018-03-30	SECUR CC Equity	2%	2018-03-30	IAM CC Equity	1%
2018-03-30	BSMXB MF Equity	5%	2018-03-30	TIMP3 BS Equity	3%
2018-03-30	BOGOTA CB Equity	1%	2018-03-30	SMCHILEB CC Equity	2%
2018-03-30	AESGENER CC Equity	1%	2018-03-30	VIVT4 BS Equity	1%

Fuente: Bloomberg

Tabla 20: Varianza según el modelo de Black and Litterman

Fecha	Nemónico	Desviación estándar esperada	Fecha	Nemónico	Desviación estándar esperada
2018-03-30	COME AR Equity	9%	2018-03-30	CAP CC Equity	12%
2018-03-30	EXITO CB Equity	3%	2018-03-30	CSAN3 BS Equity	6%
2018-03-30	CRES AR Equity	5%	2018-03-30	ETB CB Equity	3%
2018-03-30	MINSURI1 PE Equity	10%	2018-03-30	IFS PE Equity	5%
2018-03-30	EMBR3 BS Equity	3%	2018-03-30	CPLE6 BS Equity	3%
2018-03-30	TECO2 AR Equity	6%	2018-03-30	JBSS3 BS Equity	7%
2018-03-30	PETR4 BS Equity	8%	2018-03-30	ENTEL CC Equity	1%
2018-03-30	APBR AR Equity	12%	2018-03-30	ANTAR CC Equity	2%
2018-03-30	YFPD AR Equity	8%	2018-03-30	ITAU CORP CC Equity	2%
2018-03-30	GOAU4 BS Equity	15%	2018-03-30	ALFAA MF Equity	8%
2018-03-30	PETR3 BS Equity	8%	2018-03-30	CEMEXCPO MF Equity	8%
2018-03-30	SECUR CC Equity	2%	2018-03-30	IAM CC Equity	1%
2018-03-30	BSMXB MF Equity	5%	2018-03-30	TIMP3 BS Equity	3%
2018-03-30	BOGOTA CB Equity	1%	2018-03-30	SMCHILEB CC Equity	2%
2018-03-30	AESGENER CC Equity	1%	2018-03-30	VIVT4 BS Equity	1%

Fuente: Bloomberg

4.7. Obtención de los pesos por acción dentro del portafolio que maximice el ratio riesgo retorno.

A continuación, se muestra el cuadro con los pesos correspondientes al portafolio Value que son los que toman cada una de las acciones para el primer periodo del 2018. En la fecha aparece el 30 de diciembre del 2017, porque estos son los pesos que entraran en vigencia desde el 01 de abril del 2018 al 30 de junio del 2018.

Tabla 21: Pesos para el portafolio Value en el primer periodo del 2018

Nemónico	Fecha	Pesos	Nemónico	Fecha	Pesos
COME AR Equity	30/03/2018	4%	CAP CC Equity	30/03/2018	1%
EXITO CB Equity	30/03/2018	1%	CSAN3 BS Equity	30/03/2018	2%
CRES AR Equity	30/03/2018	4%	ETB CB Equity	30/03/2018	7%
MINSURI1 PE Equity	30/03/2018	2%	IFS PE Equity	30/03/2018	2%
EMBR3 BS Equity	30/03/2018	5%	CPLE6 BS Equity	30/03/2018	5%
TECO2 AR Equity	30/03/2018	2%	JBSS3 BS Equity	30/03/2018	3%
PETR4 BS Equity	30/03/2018	1%	ENTEL CC Equity	30/03/2018	2%
APBR AR Equity	30/03/2018	2%	ANTAR CC Equity	30/03/2018	2%
YFPD AR Equity	30/03/2018	7%	ITAUCORP CC Equity	30/03/2018	2%
GOAU4 BS Equity	30/03/2018	1%	ALFAA MF Equity	30/03/2018	2%
PETR3 BS Equity	30/03/2018	4%	CEMEXCPO MF Equity	30/03/2018	3%
SECUR CC Equity	30/03/2018	3%	IAM CC Equity	30/03/2018	3%
BSMXB MF Equity	30/03/2018	7%	TIMP3 BS Equity	30/03/2018	2%
BOGOTA CB Equity	30/03/2018	2%	SMCHILEB CC Equity	30/03/2018	6%
AESGENER CC Equity	30/03/2018	6%	VIVT4 BS Equity	30/03/2018	7%

Fuente: Bloomberg

4.8. Evaluación del desempeño del portafolio y tablas de resultados.

En el capítulo 5 se desarrollan y muestran los resultados obtenidos para cada uno de los factores para un periodo de prueba de diez años.

CAPÍTULO 5: ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación, se mostrarán los resultados de las comparaciones entre el portafolio propuesto haciendo uso de Black and Litterman versus el portafolio de referencia que es un portafolio construido haciendo uso de la teoría de media varianza y contra el índice MCSI LATAM Index.

5.1. Value - Resultados.

Como se puede apreciar en la Gráfica 4, el portafolio propuesto tiene un retorno acumulado mayor al de su índice *benchmark* posicionándose por encima de la línea de color naranja, la cual refleja el desempeño del MXLA Index; esto se da en todo el periodo de prueba.



Gráfico 4: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Latam – Factor Value

Fuente: Bloomberg

Sin embargo, en comparación a su portafolio benchmark se puede observar que se tuvo un desenvolvimiento mixto, teniendo periodos de mejor desempeño para algunos meses del 2010, 2013, 2014, 2018, 2019 y 2020.; pero mostrando su peor desenvolvimiento en el año 2015 en comparación a su índice de referencia.



Gráfico 5: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Markowitz – Factor Value

Fuente: Bloomberg

Asimismo, en la Tabla 22 se puede apreciar que el portafolio con mayor rendimiento acumulado en los 10 años de backtesting es el conseguido por el portafolio construido aplicando la metodología de Markowitz. Asimismo, este presenta un VaR con 95% de confiabilidad de -2.32, mostrando así el de menor pérdida de los tres portafolios. Finalmente, los dos portafolios de estrategia activa tuvieron un Sharpe ratio superior al índice MXLA, con lo cual se demuestra un retorno superior por cada unidad de riesgo.

Tabla 22: Cuadro estadístico comparativo entre Black Litterman, Markowitz y MXLA index – Factor Value

	Portafolio Value	Portafolio Markowitz	Portafolio Value	MXLA Index
Return indicators				
Total return	10.62	12.00	10.62	-28.47
Annualized mean return	6.31	6.32	6.31	-0.08
Annualized mean excess return	-0.01		6.39	
Risk indicators				
Annualized standard deviation	25.80	25.34	25.80	25.54
VaR 95% (ex-post)	-2.40	-2.32	-2.40	-2.39
Risk-Return indicators				
Sharpe ratio	0.15	0.15	1.00	-0.03
Jensen alpha	-0.03		4.44	
Information ratio	0.00		0.34	
Treynor measure	0.04		0.04	

Fuente: Bloomberg

Finalmente, en los dos siguientes cuadros se muestra la validez de que el portafolio no genera rendimientos diarios estadísticamente superiores a sus dos comparables con un nivel de confianza de 95% lo que nos indica que hay un 5% de probabilidad de cometer el error tipo I.

Tabla 23: Test estadístico entre Black Litterman y Markowitz – Factor Value

```
One sample t-test  
data: PRUEBA.T  
t = 0.15339, df = 2737, p-value = 0.4391  
alternative hypothesis: true mean is greater than 0  
95 percent confidence interval:  
-6.913371e-05      Inf  
sample estimates:  
mean of x  
7.107488e-06
```

Fuente: Bloomberg

Tabla 24: Test estadístico entre Black Litterman y Latam – Factor Value

```
One sample t-test  
data: PRUEBA.T  
t = 1.3475, df = 2737, p-value = 0.08897  
alternative hypothesis: true mean is greater than 0  
95 percent confidence interval:  
-4.763334e-05      Inf  
sample estimates:  
mean of x  
0.0002154253
```

Fuente: Bloomberg

5.2. Size - Resultados.

El portafolio propuesto tiene un desempeño superior mostrando un retorno acumulado consistente respecto a su índice benchmark.



Gráfico 6: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Latam – Factor Size

Fuente: Bloomberg

Sin embargo, este no es el caso en comparación contra el portafolio benchmark, en donde solo se tuvo un mejor desempeño del periodo 2012 al 2015.



Gráfico 7: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Markowitz – Factor Value

Fuente: Bloomberg

Asimismo, se puede apreciar que muestra un ratio riesgo retorno menor al de su portafolio benchmark, pero uno mayor a su índice de referencia. Asimismo, presenta un beta menor a uno en ambos casos, indicando una menor volatilidad que sus respectivos comparables.

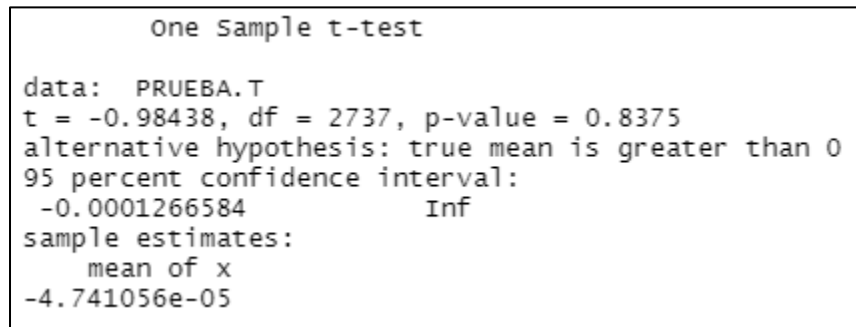
Tabla 25: Cuadro estadístico comparativo entre Black Litterman, Markowitz y MXLA index – Factor Size

	Portafolio Size	Portafolio Markowitz	Portafolio Size	MXLA Index
Return indicators				
Total return	25.52	44.09	25.52	-28.47
Annualized mean return	6.30	8.47	6.30	-0.08
Annualized mean excess return	-2.00		6.39	
Risk indicators				
Annualized standard deviation	20.36	20.69	20.36	25.54
VaR 95% (ex-post)	-1.82	-1.83	-1.82	-2.39
Risk-Return indicators				
Sharpe ratio	0.19	0.26	0.19	-0.03
Jensen alpha	-1.33		4.26	
Information ratio	-0.35		0.26	
Treynor measure	0.04		0.07	

Fuente: Bloomberg

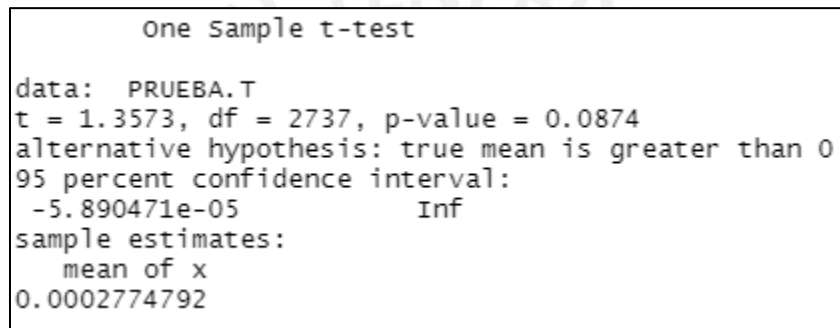
Finalmente, se valida con un nivel de confianza del 95% que el portafolio no genera rendimientos diarios estadísticamente superiores a sus dos benchmarks.

Tabla 26: Test estadístico entre Black Litterman y Markowitz – Factor Size



Fuente: Bloomberg

Tabla 27: Test estadístico entre Black Litterman y Latam – Factor Size



Fuente: Bloomberg

5.3. Profitability - Resultados.

Las siguientes dos gráficas muestran el mejor desempeño del portafolio propuesto respecto a su índice y portafolio benchmark.



Gráfico 8: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Latam – Factor Profitability

Fuente: Bloomberg



Gráfico 9: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Markowitz – Factor Profitability

Fuente: Bloomberg

Asimismo, se puede apreciar en la Tabla 28 que el portafolio propuesto muestra un sharpe ratio mayor a su benchmark en ambos casos, lo cual nos indica que se tiene un mayor retorno por unidad de riesgo asumida. Asimismo, se puede observar que el portafolio Black and Litterman presenta un mayor Jensen Alpha que el índice de referencia y el portafolio elaborado aplicando Markowitz, este indicador es calculado asumiendo el modelo CAPM y tomando como retorno de mercado a su comparable en cada caso evaluado.

Tabla 28: Cuadro estadístico comparativo entre Black Litterman, Markowitz y MXLA index – Factor Profitability

	Portafolio Profitability	Portafolio Markowitz	Portafolio Profitability	MXLA Index
Return indicators				
Total return	61.91	41.46	61.91	-28.47
Annualized mean return	11.10	9.12	11.10	-0.08
Annualized mean excess return	1.81		1.81	
Risk indicators				
Annualized standard deviation	23.11	23.39	23.11	25.54
VaR 95% (ex-post)	-2.15	-2.16	-2.15	-2.39
Risk-Return indicators				
Sharpe ratio	0.31	0.25	0.31	-0.03
Jensen alpha	1.51		7.71	
Information ratio	0.35		0.54	
Treynor measure	0.07		0.10	

Fuente: Bloomberg

Finalmente, se valida que el portafolio no genera rendimientos diarios estadísticamente superiores a su portafolio benchmark, pero sí superior a su índice benchmark.

Tabla 29: Test estadístico entre Black Litterman y Markowitz – Factor Profitability

```
One Sample t-test
data: PRUEBA.T
t = 1.3898, df = 2737, p-value = 0.08235
alternative hypothesis: true mean is greater than 0
95 percent confidence interval:
-1.125288e-05      Inf
sample estimates:
mean of x
6.118362e-05
```

Fuente: Bloomberg

Tabla 30: Test estadístico entre Black Litterman y Latam – Factor Profitability

```
One Sample t-test
data: PRUEBA.T
t = 2.0001, df = 2737, p-value = 0.02279
alternative hypothesis: true mean is greater than 0
95 percent confidence interval:
6.199026e-05      Inf
sample estimates:
mean of x
0.000349565
```

Fuente: Bloomberg

5.4. Momentum - Resultados.

Como se puede apreciar en la gráfica, el portafolio propuesto tiene un outperformance respecto a su índice de referencia, pero no respecto a su portafolio benchmark, en donde solo mostro un desempeño acumulado superior en el último semestre del 2012 y todo el 2013.

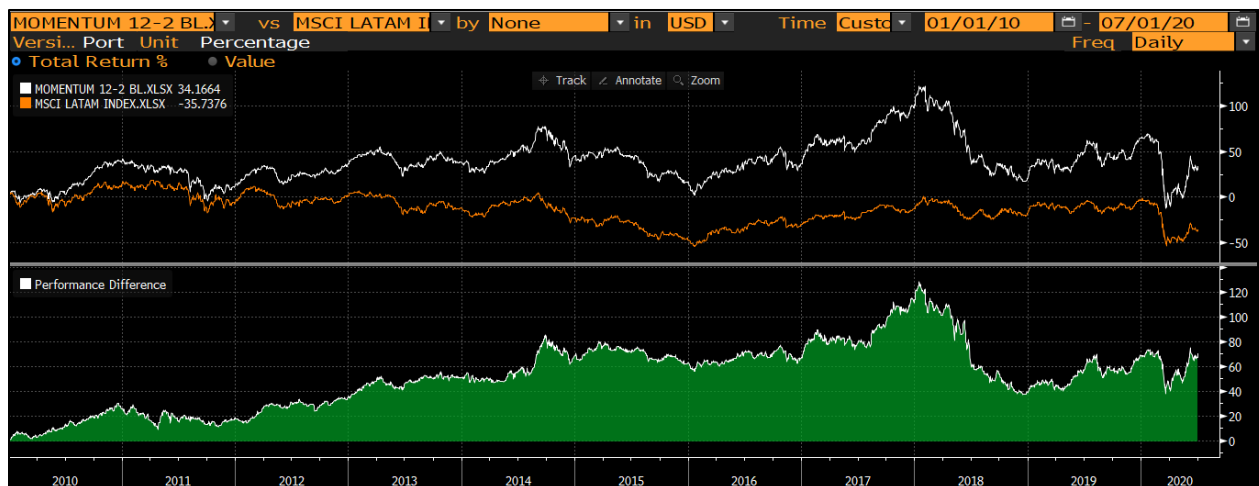


Gráfico 10: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Latam – Factor Momentum

Fuente: Bloomberg



Gráfico 11: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Markowitz – Factor Momentum

Fuente: Bloomberg

Asimismo, se puede apreciar que muestra un Sharpe ratio menor a su metodología de portafolio de referencia y un Jensen Alpha negativo, lo que indica un menor retorno respecto al mismo comparable. Mientras que en comparación a su índice de referencia muestra un desempeño superior en todos sus indicadores.

Tabla 31: Cuadro estadístico comparativo entre Black Litterman, Markowitz y MXLA index – Factor Momentum

	Portafolio Momentum	Portafolio Markowitz	Portafolio Momentum	MXLA Index
Return indicators				
Total return	30.92	37.85	30.92	-28.47
Annualized mean return	8.29	9.03	8.29	-0.08
Annualized mean excess return	-0.69		8.37	
Risk indicators				
Annualized standard deviation	24.34	24.24	24.34	25.54
VaR 95% (ex-post)	-2.24	-2.22	-2.24	-2.39
Risk-Return indicators				
Sharpe ratio	0.22	0.24	0.22	-0.03
Jensen alpha	-0.46		5.77	
Information ratio	-0.12		0.39	
Treynor measure	0.05		0.07	

Fuente: Bloomberg

Finalmente, se valida que el portafolio no genera rendimientos diarios estadísticamente superiores a sus dos benchmarks con un 95% de nivel de confianza.

Tabla 32: Test estadístico entre Black Litterman y Markowitz – Factor Momentum

```

One sample t-test
data: PRUEBA.T
t = -0.26207, df = 2737, p-value = 0.6034
alternative hypothesis: true mean is greater than 0
95 percent confidence interval:
-9.111134e-05      Inf
sample estimates:
mean of x
-1.251773e-05
    
```

Fuente: Bloomberg

Tabla 33: Test estadístico entre Black Litterman y Latam – Factor Momentum

```

One sample t-test
data: PRUEBA.T
t = 1.4907, df = 2737, p-value = 0.06808
alternative hypothesis: true mean is greater than 0
95 percent confidence interval:
-2.783576e-05      Inf
sample estimates:
mean of x
0.0002681432
    
```

Fuente: Bloomberg

5.5. Low Volatility - Resultados.

Como se puede apreciar en las gráficas, el portafolio propuesto presenta un claro outperformance de retorno acumulado respecto a su índice y portafolio de referencia.



Gráfico 12: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Latam – Factor Low Volatility

Fuente: Bloomberg

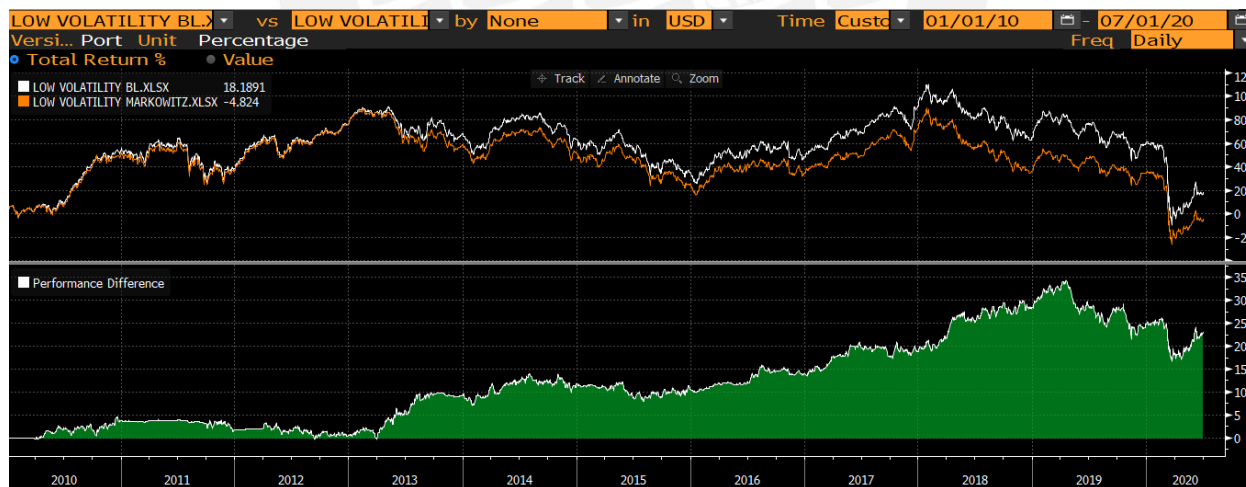


Gráfico 13: Gráfico comparativo entre Black Litterman y Markowitz – Factor Low Volatility

Fuente: Bloomberg

Asimismo, en la Tabla 34 se puede apreciar que el portafolio propuesto muestra un mayor retorno acumulado, pero una mayor volatilidad que el portafolio de Markowitz. Por el lado de indicadores riesgo -

retorno, se tiene un mejor Sharpe Ratio comparado con sus dos benchmarks y Jensen Alpha superior a sus benchmarks durante el periodo en evaluación.

Tabla 34: Cuadro estadístico comparativo entre Black Litterman, Markowitz y MXLA index – Factor Low Volatility

	Portafolio Low Volatility	Portafolio Markowitz	Portafolio Low Volatility	MXLA Index
Return indicators				
Total return	9.39	-10.18	9.39	-28.47
Annualized mean return	3.46	0.62	3.46	-0.08
Annualized mean excess return	2.82		3.54	
Risk indicators				
Annualized standard deviation	17.44	17.31	17.44	25.54
VaR 95% (ex-post)	-1.53	-1.52	-1.53	-2.39
Risk-Return indicators				
Sharpe ratio	0.11	-0.01	0.11	-0.03
Jensen alpha	2.02		2.23	
Information ratio	0.70		0.16	
Treynor measure	0.02		0.03	

Fuente: Bloomberg

Finalmente, se valida que el portafolio genera rendimientos diarios estadísticamente superiores a su portafolio benchmark con un p-value menor al 5%, pero no mayor que su índice de referencia.

Tabla 35: Test estadístico entre Black Litterman y Markowitz – Factor Low Volatility

<pre> One sample t-test data: PRUEBA.T t = 2.3756, df = 2737, p-value = 0.008794 alternative hypothesis: true mean is greater than 0 95 percent confidence interval: 2.436237e-05 Inf sample estimates: mean of x 7.925902e-05 </pre>

Fuente: Bloomberg

Tabla 36: Test estadístico entre Black Litterman y Latam – Factor Low Volatility

```
One Sample t-test  
data: PRUEBA.T  
t = 1.1987, df = 2737, p-value = 0.1154  
alternative hypothesis: true mean is greater than 0  
95 percent confidence interval:  
-8.299307e-05      Inf  
sample estimates:  
mean of x  
0.0002226853
```

Fuente: Bloomberg



CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Luego de la elaboración y análisis de la presente tesis, se obtienen las siguientes conclusiones y recomendaciones, las cuales son descritas a continuación:

1. Haciendo la evaluación gráfica, se puede observar que todos los portafolios propuestos presentan un mejor resultado que el índice de referencia y, en tres de los cinco casos, mejor que su metodología de referencia en los diez años de evaluación.
2. Los parámetros obtenidos asumiendo GBM no alcanzan el grado informativo que deberían y esto hace que casi todos los portafolios propuestos presenten una tendencia muy parecida a la de Markowitz, puesto que en ambos casos se usa como dato de entrada para la obtención de los momentos los precios históricos.
3. A pesar de que la evaluación estadística de los resultados superiores del portafolio propuesto sobre sus comparables demuestra que en la mayoría de casos no se puede rechazar la hipótesis nula, es importante tener en cuenta que los resultados podrían salir distintos para una evaluación de frecuencia semanal, mensual o, inclusive, anual.
4. Si bien es cierto, hasta donde es de conocimiento del autor de la presente tesis, no hay investigaciones que descarten el uso de un proceso estocástico como GBM para el pronóstico o simulación de las trayectorias que podría llegar a seguir el precio de una acción, hay modelos que también son usados y que han sido probados en otras investigaciones como la de Fátima Villalba y Miguel Flores (2013), en donde aplican el modelo ARMA-GARCH para pronosticar la varianza y retorno del índice IPC (MEXBOL) de México.
5. La presente tesis exigió una gran cantidad de descarga de información de forma periódica, simulaciones, optimizaciones, multiplicaciones de matrices de grandes dimensiones, entre otras operaciones cada vez que se realizaba el rebalanceo. Es por esto que se recurrió al lenguaje de programación R y al sistema de información de Bloomberg para poder desarrollar exitosamente el modelo de la presente tesis. La complejidad computacional relacionada a una mayor cantidad de información provista, no solo en una forma tradicional sino también en formas alternativas como texto, flujo de personas, entre otros, hace más preponderante el uso de lenguajes de programación para el tratamiento de esta información.
6. Se propone analizar el comportamiento de un portafolio que contemple dos o más factores juntos, con el propósito de evaluar lo que teóricamente se señala en el libro *Your Complete Guide to Factor Based Investment* y lo que también se puede encontrar en ETFs que ya siguen esta estrategia

multifactorial como Invesco Goldman Sachs Equity Factor Index World UCITS ETF (ISIN: IE00BFG1RG61).

7. Se sugiere evaluar el desempeño del modelo Black and Litterman haciendo uso de otros métodos para la obtención de las expectativas. Esto ya ha sido evaluado en otras investigaciones como se indicó anteriormente; por ejemplo, para el caso en donde se usa como *inputs* los análisis que emiten los bancos de inversión sobre acciones que valorizan; es así que se podrían contemplar distintos enfoques evaluados en otras investigaciones y conseguir un resultado distinto al de la presente tesis.
8. Se recomienda hacer uso de Copulas para poder evaluar correctamente el comportamiento que tienen las acciones al estar juntas dentro de un portafolio y también para evaluar la relación entre los *views*, ya que para la presente investigación se está basando en el supuesto de Black and Litterman en donde los retornos sobre las expectativas que se tienen no están correlacionados entre estas, pero esto no es del todo realista, puesto que *views* sobre empresas dentro de una misma industria podrían estar relacionadas.
9. Se propone evaluar distintas formas de cada uno de los factores. Como se mencionó previamente, un factor debe de cumplir cinco características para ser considerado como tal. Entre estas se encuentra el ser considerado Robusto, el cual indica que, por ejemplo, el factor Value no solo debe de mostrar un mejor rendimiento al ser medido con el ratio Price to Book, si no que además debería de mostrar rendimientos superiores al usarse el ratio EV/EBITDA; asimismo, esto ocurre para Momentum, en donde podría hacerse uso de uno que sea relativo a los retornos de los últimos seis meses en lugar del 12-2 aplicado en la presente tesis.

BIBLIOGRAFÍA

BECKER, Franziska and Mark GÜRTLER

2009 “*Quantitative Forecast Model for the Application of the Black-Litterman Approach*”. Paris December 2009 Finance International Meeting AFFI - EUROFIDAI. Consulta: 26 de mayo del 2020.

https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1483571

BLACK, Stanley and Philipp MEYER-BRAUNS

2015 “*Dimensions of Equity Returns in Europe*”. Dimensional Fund Advisors. Consulta: 26 de abril del 2019.

<https://static1.squarespace.com/static/54d0ee1be4b0e6a1ae5ed3d9/t/5667220aa2bab8c35c573f6a/1449599498362/Dimensions+of+Equity+Returns+in+Europe.pdf>

BLACK, Fisher and Robert LITTERMAN

1992 “*Global Portfolio Optimization*”. Financial Analysts Journal. pp. 28–43. Consulta: 13 de abril del 2019.

<http://www.sef.hku.hk/tpg/econ6017/2011/black-litterman-1992.pdf>

CLINTON, Vaughan and REDDY, Krishna

2016 *Simulating Stock Prices Using Geometric Brownian Motion: Evidence from Australian Companies* Australasian Accounting, Business and Finance Journal. Consulta: 20 de junio del 2019.

<https://ro.uow.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1705&context=aabfj>

CRUZ, Rafael

2012 *Aplicación del Modelo de Black-Litterman a la Selección de Portafolios Internacionales*. Tesis de maestría en Finanzas. Ciudad de México: Universidad Nacional Autónoma de México. Consulta: 14 de marzo del 2019.

https://www.researchgate.net/publication/319659440_Aplicacion_del_modelo_de_Black_-_Litterman_a_la_seleccion_de_portafolios_internacionales

FAMA, Eugene F. and Kenneth FRENCH

1992 “*The Cross-Section of Expected Stock Returns*”. Journal of Financial Economics. pp. 427–465. Consulta: 13 de marzo del 2019.

<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1111/j.1540-6261.1992.tb04398.x>

FAMA, Eugene F. and Kenneth FRENCH

2005 “*Profitability, Investment, and Average Returns*”. *Journal of Financial Economics*. pp. 491–518.

Consulta: 26 de abril del 2019.

http://finpko.faculty.ku.edu/myssi/FIN938/Fama%20French_Profitability%20Investment%20%26%20Avg%20Returns_JFE_2006.pdf

FAMA, Eugene F. and Kenneth FRENCH

2012 “*Size, Value and Momentum in International Stock Returns*”. *Journal of Financial Economics*. pp. 457-72. Consulta: 11 de abril del 2019.

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304405X12000931>

FERNÁNDEZ José Luis, Eduardo GELDRES, Carlos ZEVALLOS

2016 *Una estrategia de inversión basada en múltiplos que bate los retornos del MILA*. Tesis de maestría en Finanzas. Lima: Universidad del Pacífico, Escuela de Postgrado. Consulta: 13 de marzo del 2019.

http://repositorio.up.edu.pe/bitstream/handle/11354/1194/José_Tesis_maestria_2016.pdf?sequence=1&isAllowed=y

FLORES-ORTEGA, Miguel and VILLALBA PADILLA, Fátima Irina

2013 “*Forecasting the variance and return of Mexican financial series with symmetric GARCH models*”. *Theoretical and Applied Economics* Volume XX (2013), No. 3(580), pp. 61-82

Consulta: 20 de junio del 2020.

<https://pdfs.semanticscholar.org/4bbf/e224d34211650c6365da8112aed18a0d7988.pdf>

GIACOMETTI, Rosella, Marida BERTOCCHI, Svetlozar T. RACHEV y Frank J. FABOZZI

2007 “*Stable distributions in the Black-Litterman approach to asset allocation*”. *Quantitative Finance*, volumen 7, número 4, pp. 423-433. Consulta: 23 de marzo del 2019.

https://www.researchgate.net/publication/24086163_Stable_distributions_in_the_Black-Litterman_approach_to_asset_allocation

GORDON, Masha

2013 “*The Profitability Premium in EM Markets*”. Pimco. Consulta: 27 de abril del 2019.

http://media.pimco.com/Documents/PIMCO_In_Depth_EM_Profitability_Dec2013.pdf

IDZOREK, Thomas

2004 “A step-by-step guide to the Black-Litterman Model Incorporating user-specified confidence levels”. Consulta: 24 de marzo del 2019.

https://faculty.fuqua.duke.edu/~charvey/Teaching/BA453_2006/Idzorek_onBL.pdf

JONES, Robert, Terence LIM and Peter J. Zangari

2007 “The Black-Litterman Model for Structured Equity Portfolios”. *The Journal of Portfolio Management Winter*, 33(2) pp. 24-33. Consulta: 24 de marzo del 2020.

<https://jpm.pm-research.com/content/33/2/24>

KOSLOV, Max and Antti PETAJITSO

2013 “*Global Return Premiums on Earnings Quality, Value, and Size*”. Consulta: 28 de marzo del 2019.

https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2179247

LITTERMAN, Bob and the Quantitative Resources Group

2003 “*Modern Investment Management: An Equilibrium Approach*”. Consulta: 25 de marzo del 2019.

LÓPEZ VERA, Juan Gabriel

2015 “*El modelo de tres factores de Fama & French: aplicación en el mercado de valores peruano*”. *Revista Observatorio de la Economía Latinoamericana*. Consulta: 25 de abril del 2019.

<http://www.eumed.net/cursecon/ecolat/la/15/mercado-peruano.html>

LUNA, Susana y Diego AGUDELO

2017 “Agrega valor el modelo Black-Litterman en portafolios del Mercado Integrado Latinoamericano (MILA)?”. *Revista de métodos cuantitativos para la economía y la empresa* (27), pp. 55-73. Consulta: 24 de marzo del 2020.

https://www.researchgate.net/publication/334524708_Agrega_valor_el_modelo_Black-Litterman_en_portafolios_del_Mercado_Integrado_Latinoamericano_MILA_Does_the_Black-Litterman_Model_Add_Value_in_Portfolios_of_the_Integrated_Latin_American_Market_MILA

MARTELLINI, Lionel y Volker ZIEMANN

2010 “Improved Estimates of Higher-Order Comoments and Implications for Portfolio Selection”. *Review of Financial Studies*, volumen 23, número 4, pp. 1467-1502. Consulta: 24 de marzo del 2019.

https://www.researchgate.net/publication/46513279_Improved_Estimates_of_Higher-Order_Comoments_and_Implications_for_Portfolio_Selection

MEUCCI, Attilio

2008 “The Black-Litterman Approach: Original Model and Extensions”. Bloomberg ALPHA Research & Education Paper, n.º 2008-01. Consulta: 25 de marzo del 2019.

https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1117574

MOSKOWITZ, Tobias

2010 “Explanations for the Momentum Premium”. AQR Capital Management White Paper, 2010. Consulta: 29 de marzo del 2019.

<https://www.aqr.com/Insights/Research/White-Papers/Explanations-for-the-Momentum-Premium>

NOVY-MARX, Robert

2012 “*The Other Side of Value: The Gross Profitability Premium*”. Journal of Financial Economics. April 2012, 108(1): 1–28. Consulta: 20 de abril del 2019.

<http://rnm.simon.rochester.edu/research/OSoV.pdf>

NOVY-MARX, Robert

2016 “*Understanding Defensive Equity*”. Consulta: 18 de abril del 2019.

<http://rnm.simon.rochester.edu/research/UDE.pdf>

PESCHIERA, Juan Alonso

2014 *Determinantes de momentum en acciones del mercado integrado de Latinoamérica*. Tesis de maestría en Finanzas. Lima: Universidad del Pacífico, Escuela de Postgrado. Consulta: 12 de marzo del 2019.

http://repositorio.up.edu.pe/bitstream/handle/11354/1152/Juan_Tesis_maestria_2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y

RACHEV, Svetlozar T., John S.J. HSU, Biliiana S. BAGASHEVA y Frank J. FABOZZI

2008 *Bayesian Methods in Finance*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. Consulta: 15 de abril del 2019.

<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781119202141>

THE BRANDES INSTITUTE

2015 “*Value vs Glamour: A Long-Term Worldwide Perspective*”. Consulta: 29 de marzo del 2019.

<https://www.brandes.com/docs/default-source/brandes-institute/value-vs-glamour-worldwide-perspective.pdf>

TORRES, Jesús David

2014 *Optimización de portafolios: una aplicación del modelo black-litterman para el mercado integrado latinoamericano 2009 - 2014*. Tesis de especialización en Finanzas. Antioquía: Universidad de Antioquía, Facultad de Ingeniería Industrial. Consulta: 14 de marzo del 2019.
https://www.academia.edu/8012555/OPTIMIZACIÓN_DE_PORTAFOLIOS_UNA_APLICACIÓN_DEL_MODELO_BLACKLITTEMAN_PARA_EL_MERCADO_INTEGRADO_LATINOAMERICANO_2009-2014

TRUJILLO, Mateo

2009 *Construcción y gestión de portafolio con el modelo Black-Litterman: Una aplicación a los fondos de pensiones obligatorias en Colombia*. Tesis de maestría en Ingeniería Industrial. Bogotá: Universidad de los Andes, Departamento de Ingeniería Industrial. Consulta: 10 de abril de 2019.
<https://www.worldcat.org/title/construccion-y-gestion-de-portafolios-con-el-modelo-black-litterman-una-aplicacion-a-los-fondos-de-pensiones-obligatorias-en-colombia/oclc/964891137>

