



**Colegio de Estudios
Superiores de Administración**

**CREACIÓN DE ÍNDICES INMOBILIARIOS DESAGREGADOS DE VIVIENDA
NUEVA PARA LA CIUDAD DE BOGOTÁ**

Diego Andrés García Álvarez

Colegio de Estudios Superiores de Administración – CESA

Maestría en Finanzas Corporativas

Bogotá D.C. – Colombia

2020

**CREACIÓN DE ÍNDICES INMOBILIARIOS DESAGREGADOS DE VIVIENDA
NUEVA PARA LA CIUDAD DE BOGOTÁ**

Diego Andrés García Álvarez

Director:

Bernardo León Camacho

Colegio de Estudios Superiores de Administración – CESA

Maestría en Finanzas Corporativas

Bogotá D.C. – Colombia

2020

Para Samuel

Porque la vida, como el lego, consiste en armar bloques.

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	14
1.1. Planteamiento del problema.....	14
1.1.1. Ciclo económico del mercado de vivienda en Bogotá y Colombia.....	14
1.1.2. Los índices disponibles no presentan la información de manera adecuada ...	16
1.1.3. No es posible homologar la información presentada por los REITS	17
1.1.4. Necesidad de contar con información específica de sectores.....	17
1.2. Justificación	18
1.3. Objetivo general.....	19
1.4. Objetivos específicos	20
2. MARCO TEÓRICO.....	21
2.1. Determinación de índices.....	21
2.1.1. Índice de Lowe	21
2.1.2. Índice de Lowe con ponderaciones	22
2.1.3. Índice de Laspeyres y Paasche	22
2.1.4. Diferencias entre los índices de Laspeyres y Paasche.....	22
2.1.5. Índice de precios de Fisher	23
2.1.6. Índice de vivienda Case-Shiller.....	23
2.2. Selección de portafolio	23
2.3. Python	24

2.3.1.	Lenguaje de programación	24
2.3.2.	Jupyter notebook	25
2.3.3.	Numpy	25
2.3.4.	Pandas	26
3.	ESTADO DEL ARTE	27
3.1.	Índices de precios de vivienda	27
3.2.	Índices de precios de vivienda nueva en Bogotá	28
3.3.	Inversiones en bienes raíces	30
3.4.	Relaciones entre acciones e inmuebles	31
4.	METODOLOGÍA	33
4.1.	Alistamiento de la base de datos de vivienda nueva	33
4.1.1.	Filtrado de datos	33
4.1.2.	Preparación de la información	33
4.2.	Determinación del índice general y específico	36
4.3.	Selección de portafolio	37
4.3.1.	Determinación de tipologías de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños	37
4.3.2.	Optimización del portafolio	38
4.3.3.	Determinación de los activos del portafolio de inversión	39
5.	RESULTADOS	41

5.1.	Distribución de áreas disponibles	41
5.2.	Comportamiento de precios en la ciudad de Bogotá según el estrato.....	41
5.3.	Índice de precios de vivienda nueva	45
5.4.	Comparación del índice obtenido con los índices de precios de Vivienda Nueva publicados por el Dane y el Banco de la República.....	48
5.5.	Índice por tamaño de áreas	51
5.6.	Índice por tamaño de número de habitaciones.....	55
5.7.	Índice por barrios	58
5.8.	Índice por estratos 4, 5 y 6 – áreas menores a 40m2	61
5.9.	Resumen de índice de precios de vivienda nueva para Bogotá y municipios aledaños	64
5.10.	Comparación del índice obtenido con índices de diversas ciudades de Estados Unidos	66
5.11.	Selección de estratos para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños.....	69
5.12.	Selección de tamaño de unidades para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños	72
5.13.	Selección de número de habitaciones para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños	75
5.14.	Selección de barrios para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños.....	77
5.15.	Selección de portafolio de activos de inversión.....	81
6.	CONCLUSIONES	87

7. BIBLIOGRAFÍA.....	91
----------------------	----

Índice de ecuaciones

Ecuación 1: Índice de Lowe	21
Ecuación 2: Índice de Lowe	22
Ecuación 3: Ponderaciones del Índice de Lowe	22
Ecuación 4: Índice de precios de Fisher	23
Ecuación 5: Coeficiente de Sharpe	24
Ecuación 6: Desviación estándar del exceso de retorno.....	24
Ecuación 8: Cálculo del índice de Laspeyres	36
Ecuación 9: Cálculo del índice de Paasche	36
Ecuación 10: Índice de Fisher del índice de vivienda nueva.....	36
Ecuación 11: Cálculo del coeficiente de Sharpe	38
Ecuación 12: Desviación estándar del exceso de retorno.....	38
Ecuación 13: Deducción del índice de Laspeyres y Paasche para cada uno de los estratos	47

Índice de tablas

Tabla 1: Variación anual en las ventas de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá, junio 2019	15
Tabla 2: Rendimiento del Fondo Inmoval al mes de agosto de 2019.....	17
Tabla 3: Principales características de los índices de vivienda nueva en Colombia	28
Tabla 4: Estadística descriptiva de dos índices durante el periodo 2007 - 2014	29

Tabla 5: Lista de activos a incluir en la determinación de participación del portafolio de inversión	39
Tabla 6: Validación estadística del índice de índice de Fisher ideal de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá publicado por el Dane y el índice de Fisher calculado	49
Tabla 7: Validación estadística del índice de índice de Fisher ideal de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá publicado por el Banco de la República y el índice de Fisher calculado	50
Tabla 8: Clasificación de áreas disponibles de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños	51
Tabla 9: Variación al mes de diciembre de 2018 del área disponible, precio promedio e índice de precios de vivienda nueva, con respecto al mes de enero de 2013.	65
Tabla 10: Validación estadística del índice Case-Shiller Composite-20 cities y el índice de Fisher calculado	67
Tabla 11: Coeficiente de correlación entre el índice de precios de vivienda nueva calculado para Bogotá y municipios aledaños y el índice Case-Shiller para varias ciudades de Estados Unidos.....	68
Tabla 12: Correlaciones entre el índice de renta variable Colcap y los índices de precios de vivienda nueva en Colombia	83
Tabla 13: Tabla de correlación entre las acciones pertenecientes al Colcap y los índices de precios de vivienda en Colombia	84
Tabla 14: Correlación entre los precios de vivienda de Colombia y el Dólar.....	84
Tabla 16: Resumen de rentabilidad anual, volatilidad anual y portafolio óptimo.....	86

Índice de gráficas

Gráfica 1: Ventas de vivienda nueva por segmento de precios	15
Gráfica 2: Índice de precios de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá, Dane	16
Gráfica 3: Categorías de clasificación de la información.....	35
Gráfica 4: Proceso de obtención de índices de precios de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá.....	37
Gráfica 5: Proceso de obtención del portafolio óptimo de índices de precios de vivienda específicos	39
Gráfica 6: Proceso de obtención de portafolio óptimo de diferentes activos	40
Gráfica 7: Histograma de frecuencias de tamaño de unidades de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, para el periodo 2013 - 2018	41
Gráfica 8: Precio por metro cuadrado promedio por estrato para la oferta de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, periodo 2013 - 2018	42
Gráfica 9: Precio por metro cuadrado promedio normalizado por estrato para la oferta de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, mes base enero 2013	43
Gráfica 10: Metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por estrato	44
Gráfica 11: Variación de Metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por estrato.....	44
Gráfica 12: Distribución de áreas disponibles por estrato para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños	45
Gráfica 13: Índice de Fisher calculado, base enero 2013	46
Gráfica 14: Índice de Fisher calculado por estrato, base enero 2013	48

Gráfica 15: Comparación entre el índice de Fisher ideal de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá publicado por el Dane y el índice de Fisher calculado	49
Gráfica 16: Histograma de frecuencias de tamaño de unidad disponibles de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños.....	51
Gráfica 17: Metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por tamaño de la unidad.....	52
Gráfica 18: Variación de Metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por tamaño de la unidad	53
Gráfica 19: Precio por metro cuadrado promedio de la oferta disponible de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por tamaño de la unidad	53
Gráfica 20: Variación del precio por metro cuadrado promedio de la oferta disponible de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por tamaño de la unidad...	54
Gráfica 21: Índice de Fisher, por tamaño de la unidad.....	54
Gráfica 22: Metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por número de habitaciones	55
Gráfica 23: Variación de metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por número de habitaciones.....	56
Gráfica 24: Precio por metro cuadrado promedio de la oferta disponible de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por tamaño de la unidad	57
Gráfica 25: Variación en el precio por metro cuadrado promedio de la oferta disponible de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por tamaño de la unidad...	57
Gráfica 26: Índice de Fisher calculado, por número de habitaciones.....	58

Gráfica 27: Metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por los cinco barrios con mayor cantidad de metros cuadrados disponibles durante el periodo 2013 - 2018.....	59
Gráfica 28: Variación en los metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por los cinco barrios seleccionados	59
Gráfica 29: Precio por metro cuadrado promedio de la oferta disponible de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por los barrios seleccionados	60
Gráfica 30: Variación en el precio por metro cuadrado promedio de la oferta disponible de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por barrios seleccionados.	60
Gráfica 31: Índice de Fisher para los barrios con mayor cantidad de metros cuadrados disponibles durante el periodo 2013 – 2018.....	61
Gráfica 32: Metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, en áreas mayores a 40 m ² en estratos 4, 5 y 6, disponibles durante el periodo 2013 - 2018.....	62
Gráfica 33: Variación de los metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, en áreas mayores a 40 m ² en estratos 4, 5 y 6, disponibles durante el periodo 2013 - 2018.....	62
Gráfica 34: Precios por m ² de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, en áreas mayores a 40 m ² en estratos 4, 5 y 6, disponibles durante el periodo 2013 - 2018.....	63
Gráfica 35: Precios por m ² normalizados de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, en áreas mayores a 40 m ² en estratos 4, 5 y 6, disponibles durante el periodo 2013 – 2018.....	63

Gráfica 36: Índice de Fisher de precios de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, en áreas mayores a 40 m ² en estratos 4, 5 y 6, disponibles durante el periodo 2013 – 2018	64
Gráfica 37: Comparación entre Índice Case-Shiller Composite 20 cities e Índice de Fisher de vivienda nueva calculado para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños.	66
Gráfica 38: Comparación entre Índice Case-Shiller de algunas ciudades de estados Unidos e Índice de Fisher de vivienda nueva calculado para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños.	67
Gráfica 39: Correlación de los índices de precios de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por estrato	69
Gráfica 40: Retorno anual de los índices de precios de cada uno de los estratos.....	70
Gráfica 41: Volatilidad anual de los índices de precios de vivienda, por cada uno de los estratos	70
Gráfica 42: Portafolio óptimo de los índices de precios de vivienda, por cada uno de los estratos	71
Gráfica 43: Correlaciones de los índices de precios de cada uno de los rangos de tamaño de unidades	72
Gráfica 44: Retorno anual de los índices de precios de cada uno de los rangos de tamaño de unidades	73
Gráfica 45: Volatilidad anual de los índices de precios de cada uno de los rangos de tamaño de unidades	73
Gráfica 46: Portafolio óptimo de los índices de precios de vivienda, por cada uno de los rangos de tamaño de unidades	74
Gráfica 47: Correlaciones de los índices de precios según el número de habitaciones.....	75

Gráfica 48: Retorno anual de los índices de precios según el número de habitaciones	75
Gráfica 49: Volatilidad anual de los índices de precios según el número de habitaciones ..	76
Gráfica 50: Portafolio óptimo de los índices de precios de vivienda, según el número de habitaciones	77
Gráfica 51: Correlación de índices de precios para los 30 barrios con mayor cantidad de unidades disponibles.....	78
Gráfica 52: Retorno anual de los índices de precios para los 30 barrios con mayor cantidad de unidades disponibles	79
Gráfica 53: Volatilidad anual de los índices de precios para los 30 barrios con mayor cantidad de unidades disponibles	80
Gráfica 54: Portafolio óptimo de los índices de precios de vivienda para los 30 barrios con mayor cantidad de unidades disponibles	81
Gráfica 55: Retorno anual de cada uno de los componentes del portafolio	82
Gráfica 56: Volatilidad anual de cada uno de los componentes del portafolio	83
Gráfica 57: Composición óptima del portafolio de inversión	85

1. INTRODUCCIÓN

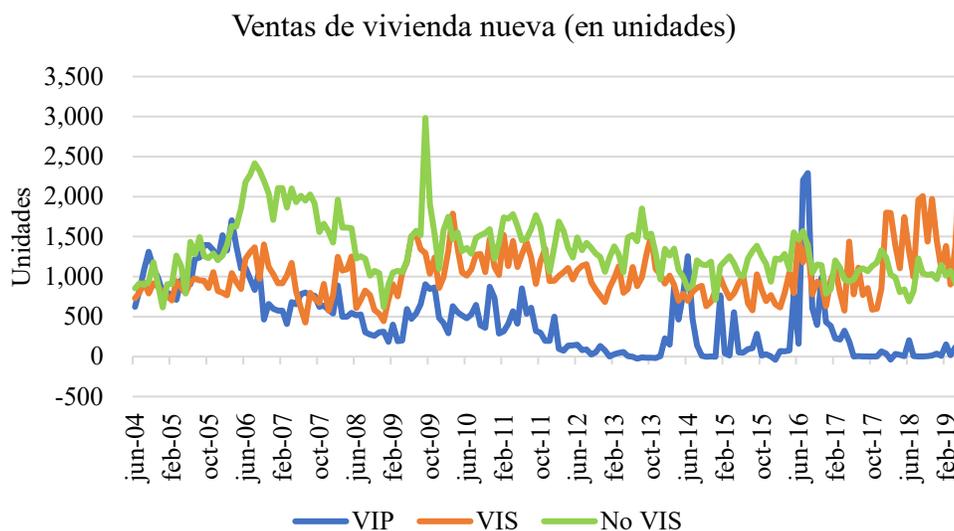
1.1. Planteamiento del problema

1.1.1. Ciclo económico del mercado de vivienda en Bogotá y Colombia

De acuerdo con la Unidad Administrativa Especial de Catastro Distrital de Bogotá, la ciudad cuenta con 2.64 millones de predios que representan 287.3 millones de m² construidos y 623.8 billones de pesos (UAECD, 2019). De ese total de predios que tiene la ciudad, 30,965 inmuebles corresponden a nuevas viviendas en el año 2008, que equivalen a 1,660,330 m² (Secretaría de Hábitat, 2019).

El mercado de vivienda nueva en Bogotá no es ajeno a las fluctuaciones económicas, como se muestra en la Gráfica 1. Cuando se analiza la variación anual de ventas de inmuebles en el periodo julio 2018 – junio 2019 que se muestran en la Tabla 1, se presenta una disminución en las ventas en unidades, metros cuadrados y millones de pesos para la Vivienda No VIS, con precios mayores a 150 salarios mínimos legales vigentes (SMLV), mientras que la Vivienda de interés Prioritario (VIP, con precios hasta de 90 SMLV) y Vivienda de Interés Social (VIS, entre 90 y 150 SMLV) han experimentado un aumento en sus niveles de ventas. Vale la pena aclarar que el decreto 1467 de 2019 autorizó el aumento en los topes de vivienda VIP de 70 a 90 SLMV y de vivienda VIS de 135 a 150 SMLV, respectivamente, para las ciudades de Colombia con más de 1 millón de habitantes.

Gráfica 1: Ventas de vivienda nueva por segmento de precios



Fuente: Secretaría de Hábitat

Tabla 1: Variación anual en las ventas de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá, junio 2019

	Unidades	m ²	MCOP	% ventas (MCOP)
VIP	57%	49%	65%	1%
VIS	34%	27%	53%	42%
No VIS	-5%	-14%	-5%	58%
TOTAL	16%	3%	9%	100%

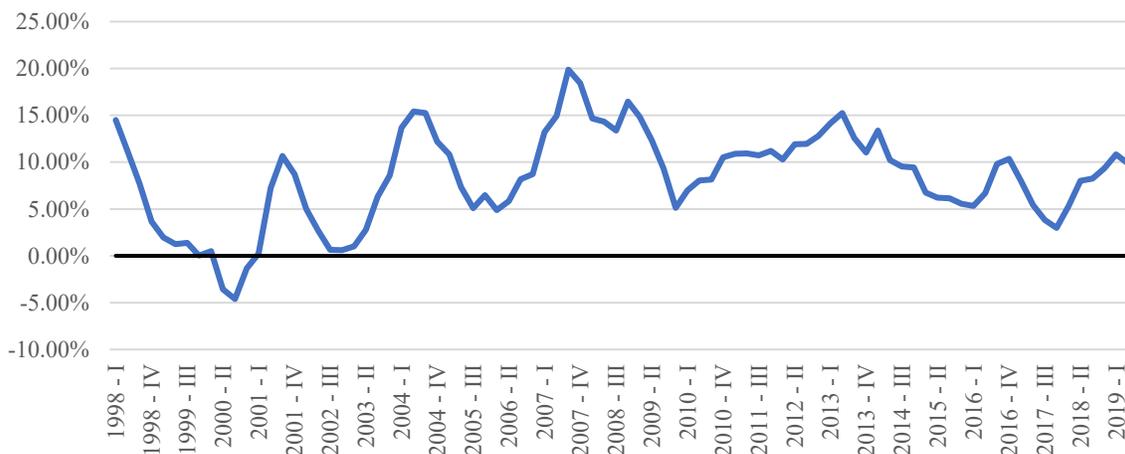
Fuente: Secretaría de Hábitat de Bogotá, 2019. Cálculos elaborados por el autor

Según la Cámara Colombiana de la Construcción, “...las ventas [de vivienda nueva en junio de 2019] registraron un leve incremento de 0.2%. Por segmentos de precios se observa una moderación en la comercialización de Vivienda VIS, acompañada con reducciones en lanzamientos, Por su parte, el segmento medio muestra crecimientos en lanzamientos después de dos años de ajuste. Mientras que el segmento alto continúa reduciendo sus volúmenes de ventas y lanzamientos.” (Camacol, 2019).

1.1.2. Los índices disponibles no presentan la información de manera adecuada

Actualmente varias entidades gubernamentales, entre las que se encuentra el Departamento Nacional de Estadística, el Banco de la República y el Departamento Nacional de Planeación, publican índices inmobiliarios de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá y otras ciudades de Colombia. En líneas generales, la información mostrada en estos índices está clasificada por ciudad, con una periodicidad mensual o trimestral. Sin embargo, la información publicada no presenta mayores niveles de desagregación por otro tipo de variables, como son la cantidad de m² de área vendible, el estrato del predio, el barrio o la tipología general (Lavado & Mosquera, 2015).

Gráfica 2: Índice de precios de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá, Dane



Fuente: IPVN Dane

1.1.3. No es posible homologar la información presentada por los REITS

De manera adicional, el precio de la unidad de varios fondos de inversión inmobiliarios (REIT, por sus siglas en inglés) que operan en la ciudad de Bogotá puede ser consultada en plataformas especializadas de carácter financiero, como Bloomberg. No obstante, los bienes que hacen parte del portafolio corresponden a unidades comerciales, corporativas, especializado y bodegas, debido a que los fondos de inversión no contemplan viviendas dentro de sus portafolios de inversión (Credicorp, 2018, PEI, 2019).

Tabla 2: Rendimiento del Fondo Inmoval al mes de agosto de 2019

Análisis de Desempeño diario	
1 Mes	0.86%
MTD	0.86%
QTD	1.47%
YTD	6.21%
3 meses	2.19%
6 meses	4.99%
1 año	9.53%
2 años	18.66%
3 años	28.36%

Fuente: Bloomberg

1.1.4. Necesidad de contar con información específica de sectores

Los promotores de vivienda en la ciudad de Bogotá necesitan disponer de una herramienta que permita conocer, de manera ágil y eficaz, la valorización que puede tener un inmueble a partir de su ubicación y de su tipología, entendida como el tamaño, el número de habitaciones, baños y parqueos, al igual que conocer la relación entre las tipologías de los

inmuebles y las variables rentabilidad y volatilidad para la vivienda nueva en la ciudad de Bogotá. Para ello se propone, a partir de la información proveniente de estudios de mercado especializados en el sector, construir una serie de índices que permitan conocer la valorización de nuevos inmuebles en la ciudad de Bogotá, a partir de su ubicación, estrato y tipología.

1.2. Justificación

Por medio de este estudio se busca realizar un análisis en mayor profundidad de las características del mercado inmobiliario en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños. Aunque en la actualidad se cuenta con información relacionada al mercado de vivienda en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, éstos se caracterizan por ofrecer una visión general del mercado, sin ahondar en los detalles y especificidades, lo que lleva a un claro perjuicio tanto de compradores como vendedores.

Al respecto, varias entidades gubernamentales, entre las que se encuentra el Departamento Nacional de Estadística, el Banco de la República y el Departamento Nacional de Planeación, publican índices inmobiliarios de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá y otras ciudades de Colombia. En líneas generales, la información mostrada en estos índices está clasificada por ciudad, con una periodicidad mensual o trimestral. Sin embargo, la información publicada no presenta mayores niveles de desagregación por otro tipo de variables, como son la cantidad de m² de área vendible, el estrato del predio, o la tipología general (Lavado & Mosquera, 2015). Por lo tanto, este estudio busca solventar esas falencias, al ofrecer índices específicos que serán de mayor utilidad al mercado.

Por otra parte, la oferta de vivienda nueva también es un activo que puede usarse como alternativa de inversión. Con los índices específicos, se pueden establecer portafolios de inversión que contemplen la inclusión de este tipo de activos, con las características propias del sector inmobiliario. Para ello, se propone construir un portafolio de inversión que aplique la teoría moderna de portafolio (MPT por sus siglas en inglés), que maximice el retorno ajustado al riesgo y que al mismo tiempo combine diferentes índices de vivienda nueva con otros activos representativos, como son el mercado accionario, divisas (TRM) y fondos de inversión inmobiliaria (REITs, por sus siglas en inglés).

Finalmente, para poder realizar los cálculos requeridos para obtener los índices como el portafolio de inversión, se propone realizarlo por medio del lenguaje de programación Python. En los últimos años, este lenguaje de programación ha ganado popularidad, gracias a factores como la simplicidad y su flexibilidad (Cervantes et al. 2017). Adicionalmente, la mayoría de las librerías existentes son de código abierto (*open source*), lo que lo convierte en una herramienta muy atractiva para utilizar, especialmente en el área de finanzas (Hilpisch, 2014).

1.3. Objetivo general

Establecer los barrios y tipologías de inmueble que presentan un mayor retorno ajustado al riesgo para la ciudad de Bogotá por medio de la construcción de índices generales y específicos de precios de vivienda nueva y la selección de un portafolio de carácter inmobiliario.

1.4. Objetivos específicos

- Preparar información histórica del comportamiento de proyectos inmobiliarios de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá, por medio del alistamiento de las bases de datos de estudios de mercado del sector inmobiliario.
- Determinar el comportamiento de los precios de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá por medio de la construcción tanto de un índice general para la ciudad como índices específicos para cada estrato, tipologías y barrio.
- Establecer un portafolio de inversión de carácter inmobiliario basado en la información proveniente de los índices de precios de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Determinación de índices

De acuerdo con el FMI (2006), un índice de precios permite determinar las variaciones en términos relativos durante un periodo de tiempo establecido. Se han establecido diferentes metodologías para establecer los índices:

2.1.1. Índice de Lowe

La primera determinación de un índice se obtiene a partir de la metodología de Lowe, en la que el índice consiste en la variación porcentual de los precios de un periodo a otro (OIT, 2006).

Ecuación 1: Índice de Lowe

$$P_{Lo} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^t q_i}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i}$$

donde el índice consta de la sumatoria de los precios p_i por las cantidades q_i en un tiempo t , sobre la sumatoria de los precios p_i por las cantidades q_i en el tiempo 0.

El periodo en el cual se usan ciertas cantidades se denomina periodo de referencia de las ponderaciones del periodo b . Hay que tener en cuenta que el periodo b no necesariamente es el periodo 0. Cuando el índice se publica por primera vez, el periodo b es igual a cero.

Cuando el periodo de referencias de las ponderaciones es b , se tiene la siguiente ecuación (OIT, 2006)

2.1.2. Índice de Lowe con ponderaciones

Ecuación 2: Índice de Lowe

$$P_{Lo} = \sum_{i=1}^n \frac{p_i^t}{p_i^0} * s_i^{0b}$$

Donde:

Ecuación 3: Ponderaciones del Índice de Lowe

$$s_i^{0b} = \frac{p_i^0 q_i^0}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0}$$

2.1.3. Índice de Laspeyres y Paasche

Cuando en el índice de Lowe, las cantidades q corresponden al periodo de referencia de las ponderaciones b , es decir, cuando $b = 0$, se entiende que se refiere al índice de Laspeyres.

Por otra parte, cuando el periodo b es diferente de cero, se tiene el índice de Paasche (OIT, 2006).

2.1.4. Diferencias entre los índices de Laspeyres y Paasche

De acuerdo con el FMI (2006), el índice de Laspeyres pondera las cantidades con los valores del primer periodo, mientras que el índice de Paasche las valoriza con los últimos valores. Por lo tanto, generalmente se usa el índice de Paasche cuando se trata de generar validaciones de precios de tipo corriente, mientras que el índice de Laspeyres es más utilizado que cuando se trata de indexaciones de tipo constante.

2.1.5. Índice de precios de Fisher

El índice de Fisher es un índice de tipo simétrico, es decir, que usa iguales precios y cantidades de los dos periodos y trata de compararlos de forma simétrica. Se define como la media geométrica de los índices de Laspeyres y de Paasche, y se expresa de la siguiente forma (OIT, 2006):

Ecuación 4: Índice de precios de Fisher

$$P_F = \sqrt{P_L * P_P}$$

2.1.6. Índice de vivienda Case-Shiller

Los índices *S&P CoreLogic Home Price* son usados para determinar los precios de vivienda en los Estados Unidos. Es calculado de manera mensual y está enfocado a las principales 20 áreas metropolitanas. El índice se calcula usando un promedio móvil de tres meses. En caso de registrarse una venta anterior del mismo inmueble, se procede a determinar el cambio del precio durante el periodo de las dos ventas, manteniendo constante las características del inmueble. (S&P Dow Jones Indices, 2019).

2.2. Selección de portafolio

Markowitz (1952), considerado como uno de los orígenes de la Teoría Moderna de Portafolio (MTP), afirma que en la selección de un portafolio se debe tener en cuenta no solo el retorno, sino también la minimización del riesgo; es decir, aquellos que tienden a

maximizar la utilidad y a minimizar la varianza. Sharpe (1966, 1994) utiliza una métrica (Sharpe ratio) para evaluar la rentabilidad y la variabilidad de un activo, teniendo en cuenta aspectos como la tasa libre de riesgo.

A continuación, se muestra la ecuación del coeficiente de Sharpe:

Ecuación 5: Coeficiente de Sharpe

$$S = \frac{E[R_a - R_f]}{\sigma}$$

Donde R_a corresponde al retorno del activo, R_f al retorno libre de riesgo y σ es la desviación estándar del exceso de retorno.

Ecuación 6: Desviación estándar del exceso de retorno

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(R_a - R_f)}$$

2.3. Python

2.3.1. Lenguaje de programación

Python es un lenguaje de programación, desarrollado por Guido von Rossum, cuya primera versión se lanzó en el año de 1991. (Cervantes et al. 2017). Es un lenguaje de alto nivel, interpretado y orientado a objetos, que tiene la capacidad de utilizarse en múltiples aplicaciones.

Dentro de las ventajas que presenta Python para su utilización se encuentran (Hilpisch, 2014):

- Es un programa fácil de usar y depurar.

- Es un lenguaje interpretado: es decir, que el intérprete del lenguaje permite hacer la ejecución de cada una de las instrucciones del código sin necesidad de una compilación previa.
- Su código es independiente de la plataforma que se utilice (Windows, Mac, Linux) lo que facilita su aplicación.
- Contiene una librería estándar que tiene una gran cantidad de aplicaciones.
- Debido a su naturaleza *open source*, diferentes usuarios han desarrollado módulos y librerías que amplían mucho más su capacidad de utilización. Dentro de las principales librerías se encuentra Numpy, Pandas y Matplotlib.
- Las aplicaciones desarrolladas no tienen costo (gratuitas).

2.3.2. *Jupyter notebook*

Jupyter notebook es una herramienta de edición web de carácter *open source* que permite usar Python y otros lenguajes de programación en un browser (Google Chrome, Mozilla, Microsoft Edge). Como herramienta de edición, permite una visualización más efectiva del código, depurar errores de código y compilación.

2.3.3. *Numpy*

Numpy es una librería que permite realizar operaciones de tipo científico. Fue desarrollada en el año desde el año de 1995 hasta el 2006, cuando su creador, Travis Oliphant, lanzó la versión 1.0. En la actualidad se reconoce como una de las librerías más usadas y con mayor aplicación (García & Sarasa, 2018)

2.3.4. *Pandas*

La librería Pandas Fue desarrollada por Wes McKinney y Change She en el año 2012. Esta librería permite representar tablas y series de datos, así como el cargue de información de otros archivos, principalmente de Microsoft Excel. (García & Sarasa, 2018)

2.3.5. *Scipy*

La librería Scipy se compone de varios algoritmos de tipo matemático. Su creador fue Travis Olliphant en el año 2001. Uno de los sub-paquetes fue el módulo optimize, que permite realizar procesos de programación lineal. (García & Sarasa, 2018)

3. ESTADO DEL ARTE

3.1. Índices de precios de vivienda

Los índices de precios de bienes inmuebles se consideran una herramienta adecuada para realizar valoraciones de propiedades. A pesar de esta ventaja, en muchos países no se cuenta con índices de precios apropiados, ni existe en la actualidad un estándar para su elaboración (Domingo & Fulleros, 2005).

De acuerdo con Wood (2015), los precios de los bienes inmuebles poseen varias características, como la heterogeneidad, la frecuencia y los registros, las cuales hacen que sea difícil obtener indicadores de precios fiables. Wood (2015) también hace mención del uso de herramientas para mitigar las distorsiones causadas por el uso de promedios simples en la determinación de índices de vivienda residencial. Para ello, propone el uso de promedios ponderados según criterios de estratificación basados en tamaño de áreas, ubicación, tipo de estructura y número de habitaciones. El éxito del uso del método de la estratificación radica en la calidad de los criterios de selección de las variables; entre más variables se usen, mayor será la homogeneidad de las muestras y mejores los resultados del índice (Eurostat, 2013).

3.2. Índices de precios de vivienda nueva en Bogotá

En la actualidad se pueden encontrar varios índices de precios de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá. En la Tabla 3 se muestran las principales características de los índices de precios de vivienda nueva disponibles (Lavado & Mosquera, 2015).

Tabla 3: Principales características de los índices de vivienda nueva en Colombia

Índice	Institución	Metodología	Fuente	Frecuencia	Ciudades	Rezago
IPVN DANE	DANE	Índice de Fisher de base fija	Censo de edificaciones del DANE	Trimestral	Armenia, Barranquilla, Bogotá, Bucaramanga, Cali, Medellín, Pereira	Un trimestre
IPVN BR	Banco de la República	Índice de Fisher de base fija	La Galería inmobiliaria	Mensual	Bogotá, Cali y Medellín	Un mes
IPVN Hedónico BR	Banco de la República	Precios hedónicos	La Galería inmobiliaria	Anual	Bogotá	Dos años
IPVN DNP	DNP	Medias o medianas con estratificación	Revista la Guía	Mensual	Bogotá	Un mes
IPVN CEDE	CEDE	Medias o medianas con estratificación	Clasificados periódico El Tiempo	Anual y semestral	Bogotá	Un semestre
IPVN Camacol	Camacol	Medias o medianas	Censo Coordinada Urbana	Mensual	Bogotá	Un mes

Fuente: Lavado & Mosquera, (2015).

Así mismo, en la Tabla 4 se muestra la estadística descriptiva de los índices del DANE y del Banco de la República para el periodo comprendido entre el 2007 y el 2014:

Tabla 4: Estadística descriptiva de dos índices durante el periodo 2007 - 2014

Índice	Promedio (%)	Desviación estándar	Mínimo (%)	Máximo (%)
IPVN DANE	7.12	2.19	13.49	3.38
IPVN BR	5.74	2.65	11.07	0.68

Fuente: Lavado & Mosquera, (2015).

A continuación, se hace una recopilación de la literatura relacionada con los índices de precios de vivienda nueva en Colombia:

- Lavado & Mosquera, (2015) observan que los métodos internacionales para la construcción de índices se están utilizando en el país, sumado al hecho que se cuenta con series de precios de larga duración y que se encuentran índices para las principales ciudades del país y para cada tipo de vivienda.
- Castaño-Lavado et al. (2013) desarrolló un índice de precios de vivienda nueva ajustado a las características y tipologías, para la ciudad de Bogotá, utilizando la metodología de precios hedónicos. Cuando se compararon el índice calculado con los publicados por diferentes entidades, se encontró que tienen tendencias equivalentes.
- Posteriormente, Laverde et al. (2015) construyeron otro índice de precios hedónicos para la vivienda nueva en la ciudad de Bogotá. Encontraron que el crecimiento que presenta el índice es inferior al registrado por otros suministradores del índice. Así mismo, se presenta una disparidad de los resultados cuando se analiza por estrato socioeconómico. Finalmente, muestran como las áreas de los inmuebles han disminuido en el periodo comprendido entre 2003 y 2012, mientras que elementos adicionales como chimenea, salón comunal, depósito, entre otros, han aumentado.

- Jaramillo (2004) realizó un estudio de los precios de vivienda en la ciudad de Bogotá. Encontró que los precios de la vivienda en el periodo de 1970 a 2004 presentaban una tendencia a la baja en términos reales. Por otra parte, el precio del suelo destinado para vivienda tiene un comportamiento al alza de manera importante. Finalmente, las variaciones tanto de los precios de vivienda como los del suelo presentan el mismo tipo de oscilaciones. Vale la pena anotar que este estudio tiene en cuenta hasta el año 2004, periodo en el cual los precios de la finca raíz comenzaron a subir nuevamente debido al ciclo económico.

3.3. Inversiones en bienes raíces

Tradicionalmente se ha reconocido que los bienes inmuebles son una alternativa de inversión segura (Hromada, 2015). Sin embargo, las recesiones y otros eventos económicos -como la crisis económica del año 2008 que afectó principalmente a los Estados Unidos y Europa- son evidencia del carácter variable de los precios de la finca raíz. Ibbotson & Siegel (1984) han podido apreciar que los precios de los bienes raíces presentan correlaciones bajas con otra clase de activos -como las acciones o los bonos-, llegando a ser una alternativa de diversificación de portafolios.

Sin embargo, DiPasquale & Wheaton (1992) muestran que los mercados de bienes raíces se ven influenciados por las variables macroeconómicas del sector y los mercados financieros, resultando en choques exógenos en las variables de arriendos, precios de activos, construcción e inventarios de inmuebles. Según Maier & Herath (2009), la mayoría de los estudios realizados muestran que los mercados de bienes raíces se caracterizan por ser

ineficientes, debido a las restricciones de información, costos de transacción, volatilidad en los precios y factores cíclicos.

3.4. Relaciones entre acciones e inmuebles

De acuerdo con Quan & Titman (1999), se ha observado que los precios de los inmuebles no guardan correlación con los precios de los índices accionarios, a excepción de Japón. Adicionalmente, se pudo comprobar que los precios guardan una relación estadísticamente significativa con el comportamiento del crecimiento del PIB.

En el caso de Sydney, Melser & Hill (2019) muestran que se obtienen retornos más altos que las acciones y con menor grado de riesgo. También pudieron demostrar que las variaciones de las rentabilidades se deben a las características internas de la vivienda, independiente de las condiciones del mercado.

Kallberg, Liu, & Greig (1996) incorporaron las inversiones de bienes raíces, tanto en renta como en venta, dentro de la composición de portafolio, junto con notas del tesoro, bonos e índices de acciones. En este estudio pudieron comprobar que se obtienen mejores resultados cuando se incluyen inmuebles de tamaño pequeño. En general, encontraron que una participación de 9% es óptima, aunque en otros estudios este valor aumenta hasta 20%.

Lin & Lin (2011) analizaron la relación que hay entre los mercados accionarios y los bienes raíces en China, Hong Kong, Taiwan, Japón, Corea del Sur y Singapur. Se encontró que los mercados de bienes raíces están integrados con las acciones en Japón, mientras que están parcialmente relacionadas con China, Hong Kong y Taiwan. En el caso de Corea del Sur y

Singapur, los mercados de real estate sirven como un activo de diversificación. En los Estados Unidos, se ha podido apreciar que, en el largo plazo, la relación entre los precios del mercado de valores y los bienes raíces es más fuerte que en el corto plazo, según Liow, Huang & Song (2019). En Alemania, se pudo observar que hay una relación entre los precios de las acciones y la finca raíz, especialmente en el largo plazo. Eso indica que no se puede usar como un activo de diversificación de portafolio. (Gokmenoglu, Hesami, 2019).

Ali & Zaman (2017) realizaron un estudio de las relaciones de los precios de las acciones y de inmuebles. A nivel general, observaron que por cada 1% de incremento en los precios de los inmuebles, se presenta un descenso del 1,74% en las acciones. Cuando se revisa la situación de los países, se observa que con un incremento en los precios de los inmuebles se produce un descenso en los precios de las acciones en algunos países como Austria, Bélgica, Alemania, y España. Por otra parte, en otros países, dentro de los que se encuentran Dinamarca, Suecia y el Reino Unido, muestran una relación positiva entre inmuebles y acciones.

4. METODOLOGÍA

4.1. Alistamiento de la base de datos de vivienda nueva

4.1.1. Filtrado de datos

Para el estudio en cuestión, se utilizó la base de datos de vivienda nueva publicada por Galería Inmobiliaria, la cual contiene información de unidades disponibles, precio total, estrato socioeconómico y número de habitaciones, para la oferta de vivienda nueva en la ciudad-región de Bogotá, en el periodo comprendido desde enero de 2013 hasta diciembre de 2018, de carácter mensual.

Con el objeto de afinar la oferta disponible del mercado de vivienda nueva, se limitó el rango de información a apartamentos y casas, y se retiró la información de venta de lotes.

4.1.2. Preparación de la información

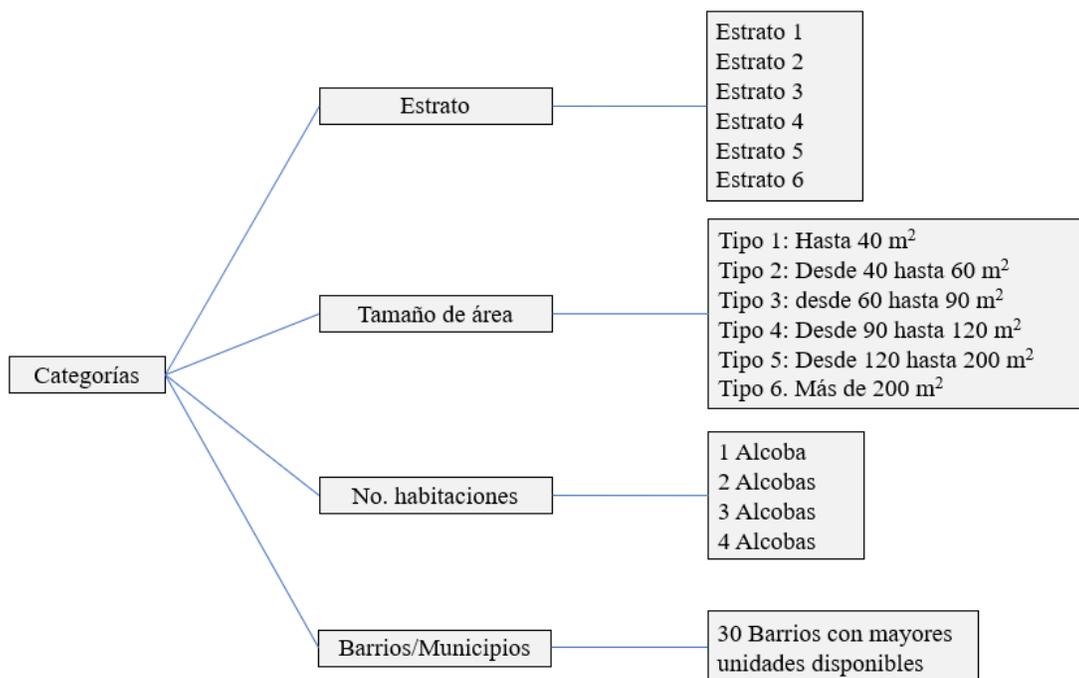
Con la información filtrada previamente, se procede a preparar la información de la base de datos, como se muestra a continuación:

- Cargue de la información en Python: por medio de la librería Pandas, se procede a hacer el cargue de la información en el *DataFrame*, desde un archivo de Excel al Jupyter Notebook.
- Extracción de la información: por medio de la librería Pandas, se extrae la información contenida en la base de datos para su posterior tratamiento. La información obtenida se separa en: a) número de unidades disponibles por cada uno

de los inmuebles disponible en el periodo 2013 - 2018, b) área de las unidades disponibles en el mismo periodo de tiempo, c) precio total de las unidades disponibles, d) estrato socioeconómico, e) número de habitaciones de los inmuebles ofrecidos.

- Filtrado de la información: con el propósito de obtener una información más adecuada para el tratamiento posterior, se retiraron los *outliers* relativos al área de las unidades, por medio de la utilización de la técnica de *winsorización*, que consiste en reemplazar por una parte los valores más pequeños k con los valores $k+1$, y reemplazar los valores más grandes k con los valores $k-1$ (Ruppert, 2014).
- Separación y clasificación de la información: por medio de las listas de Python, se procede a separar la información en categorías, según se muestra en la Gráfica 3: a) estrato socioeconómico del inmueble, b) área de la unidad, c) número de habitaciones y d) barrios con el mayor número de unidades disponibles durante el periodo de estudio.

Gráfica 3: Categorías de clasificación de la información



- Obtención de precios promedio y áreas disponibles: con la información de precio total y área disponible por unidad, se procedió a obtener a) el precio por metro cuadrado promedio para cada estrato, tamaño de área y número de habitaciones y b) los metros cuadrados disponibles para cada estrato, tamaño de área y número de habitaciones, con una periodicidad mensual.
- Normalización de precios promedio y áreas disponibles: Los valores obtenidos de precio por metro cuadrado promedio y área disponible se normalizaron, tomando como base el mes de enero 2013 = 100.

4.2. Determinación del índice general y específico

Una vez obtenido el precio por metro cuadrado y el área disponible normalizado para las categorías anteriormente nombradas (estrato, tipo de áreas, número de habitaciones), se procede a calcular el índice de Laspeyres, Paasche y Fisher.

Ecuación 7: Cálculo del índice de Laspeyres

$$I_L = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{p}_i^t \bar{q}_i^0}{\sum_{i=1}^n \bar{p}_i^0 \bar{q}_i^0}$$

Ecuación 8: Cálculo del índice de Paasche

$$I_P = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{p}_i^t \bar{q}_i^t}{\sum_{i=1}^n \bar{p}_i^0 \bar{q}_i^t}$$

Donde \bar{p}^t corresponde a los precios por metro cuadrado promedio en el mes t , q^t es el número de metros cuadrados disponibles promedio en el tiempo t , \bar{p}^0 son los precios por metro cuadrado promedio en el tiempo 0 y \bar{q}^t son los metros cuadrados disponibles promedio en el tiempo 0, todo esto para cada una de las categorías (estrato, tipo de áreas, número de habitaciones).

Finalmente, el índice de Fisher se procede a calcular de la siguiente manera, para cada una de las categorías (estrato, tipo de áreas, número de habitaciones):

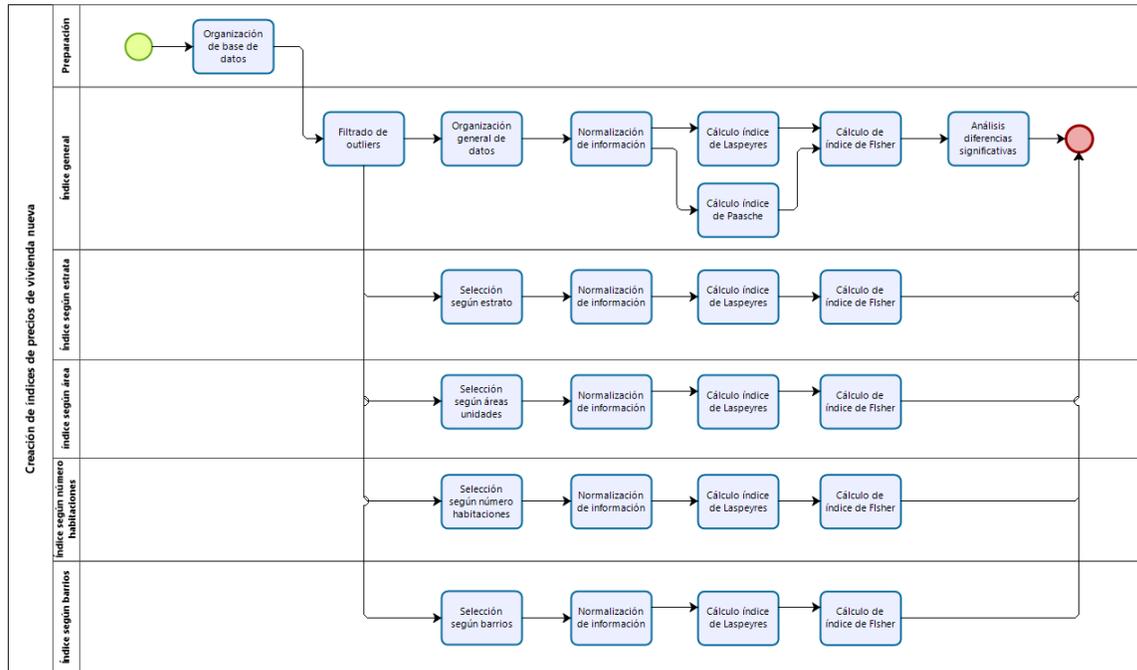
Ecuación 9: Índice de Fisher del índice de vivienda nueva

$$P_F = \sqrt{I_L * I_P}$$

Vale la pena aclarar que en todos los casos se toma el mes de enero de 2013 como mes base para el cálculo del índice.

A continuación, se muestra el proceso de obtención de los índices de precios de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá.

Gráfica 4: Proceso de obtención de índices de precios de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá



4.3. Selección de portafolio

4.3.1. Determinación de tipologías de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños

Para realizar una selección de las tipologías de los inmuebles de vivienda nueva, se propone establecer una selección de las características de a) estrato, b) tamaño de la unidad, c) número de habitaciones y d) barrios con mayor cantidad de área disponible, que maximizan el retorno ajustado al riesgo.

Para la determinación de los porcentajes de portafolios que maximizan la utilidad y minimizan la varianza, se utiliza como parámetro de evaluación el coeficiente de Sharpe, el cual se muestra a continuación:

Ecuación 10: Cálculo del coeficiente de Sharpe

$$S = \frac{E[R_a - R_f]}{\sigma}$$

Donde R_a corresponde al retorno del activo, R_f al retorno libre de riesgo y σ es la desviación estándar del exceso de retorno.

Ecuación 11: Desviación estándar del exceso de retorno

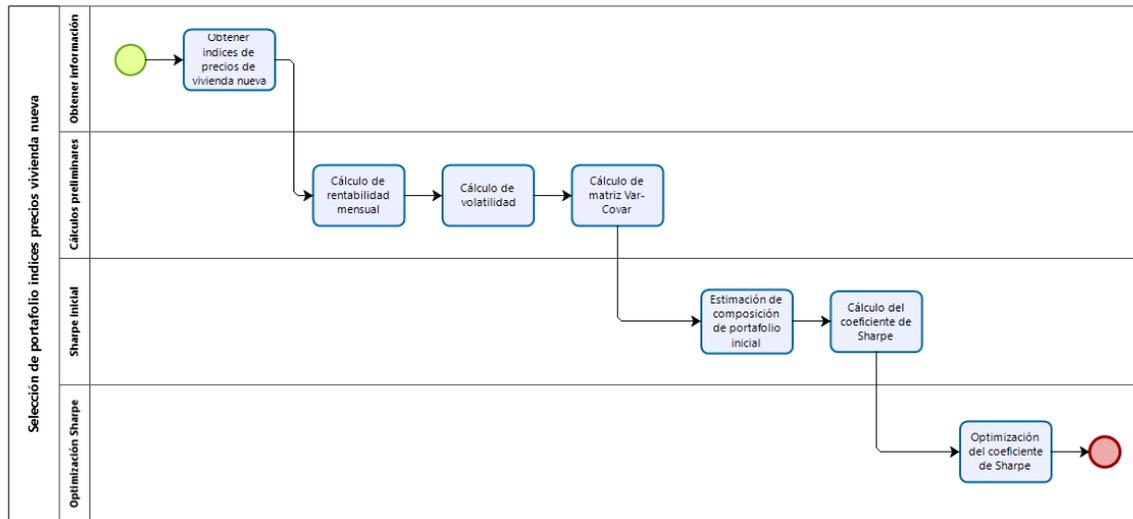
$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(R_a - R_f)}$$

Para la determinación de la desviación estándar del exceso de retorno, se usa la librería Numpy.

4.3.2. Optimización del portafolio

Posteriormente, se utiliza la librería *Scipy* y el paquete *Optimize* para elaborar un algoritmo de programación lineal basado en un método de optimización de mínimos cuadrados, con el ánimo de encontrar el portafolio de tangencia que optimiza el coeficiente de Sharpe.

Gráfica 5: Proceso de obtención del portafolio óptimo de índices de precios de vivienda específicos



4.3.3. Determinación de los activos del portafolio de inversión

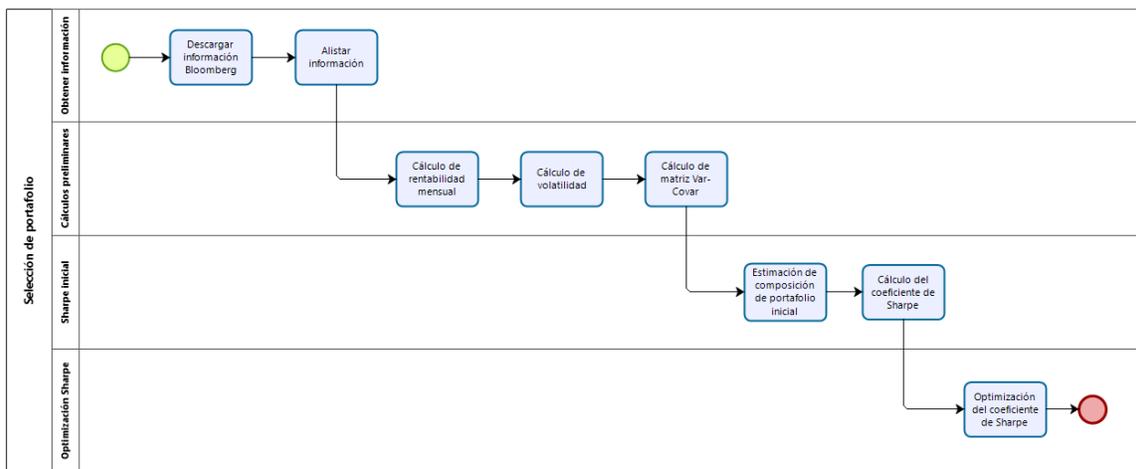
Con el propósito de determinar la mezcla de activos que presentan un mayor retorno ajustado al riesgo, se tuvieron en cuenta las siguientes informaciones de índices de bolsa, acciones, bonos e índices de precios de vivienda nueva, para el periodo comprendido entre enero de 2008 y septiembre de 2020. Como en el caso de la determinación de las tipologías, se busca el portafolio de tangencia por medio de la maximización del coeficiente de Sharpe como criterio para la selección del portafolio óptimo.

Tabla 5: Lista de activos a incluir en la determinación de participación del portafolio de inversión

Activo	Tipo	Descripción
COLCAP	Índice Colombia	Indice COLCAP
SPBVCSBT	Bonos Colombia	S&P Colombia Sovereign Bond Total Return Index

BEMDOF		Bloomberg Barclays Colombia Govt Inflation-linked all maturities
PFBCOLO	Acciones Colombianas	Preferencial Bancolombia
ISA		ISA
ECOPETRL		Ecopetrol
NUTRESA		Nutresa
BCOLO CB		Bancolombia
GRUPOSUR		Sura
GRUPOARG		Inversiones Argos
BOGOTA CB		Banco de Bogotá
CORFICOL		Corficolombiana
CEMARGOS		Cementos Argos
MINEROS		Mineros
PFCORCOL		Preferencial Corficolombiana
BVC		Bolsa de Valores de Colombia
ÉXITO		Éxito
ETB		ETB
IPVN_agregado	Índices Vivienda nueva Colombia	Indice de precios de vivienda nueva Colombia - BanRepública
IPVN_alrededores		Indice de precios de vivienda nueva Bogotá- BanRepública
IPVN_Bogota		Indice de precios de vivienda nueva Municipios aledaños Bogotá- BanRepública
IPVN_Cali		Indice de precios de vivienda nueva Cali - BanRepública
IPVN_Medellin		Indice de precios de vivienda nueva Medellín - BanRepública

Gráfica 6: Proceso de obtención de portafolio óptimo de diferentes activos

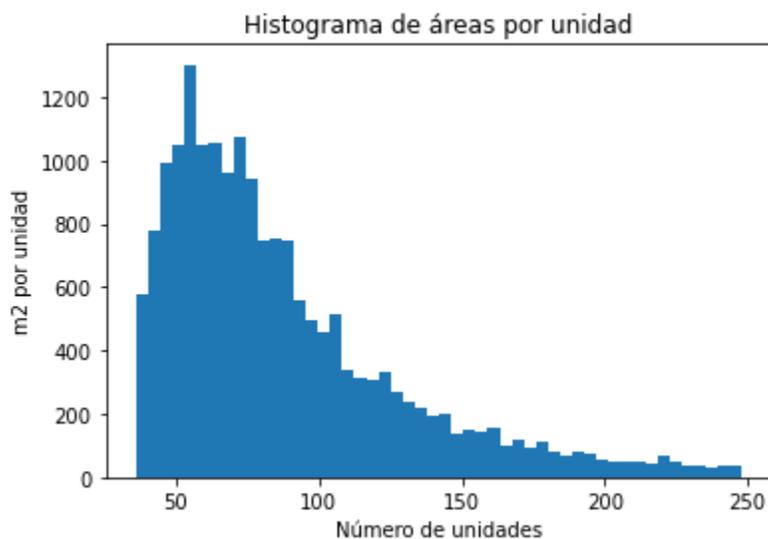


5. RESULTADOS

5.1. Distribución de áreas disponibles

Se elaboró el histograma de frecuencias correspondiente al tamaño de las áreas, medido en metros cuadrados. Se puede apreciar que la mayor cantidad de unidades disponibles se encuentran en el rango de 50 a 100 m².

Gráfica 7: Histograma de frecuencias de tamaño de unidades de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, para el periodo 2013 - 2018

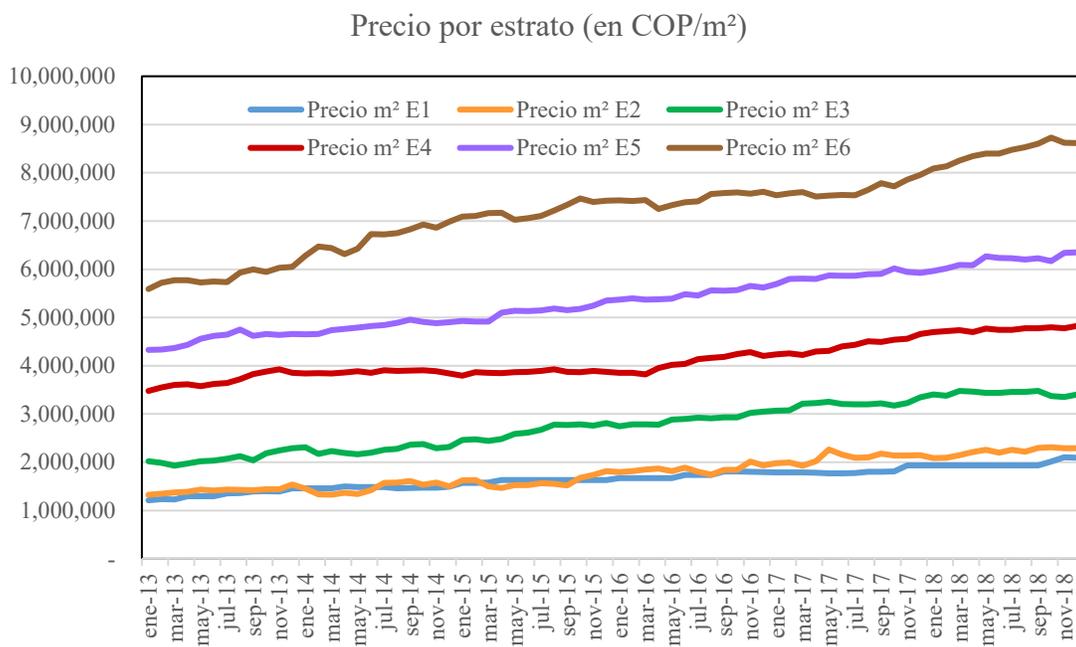


5.2. Comportamiento de precios en la ciudad de Bogotá según el estrato

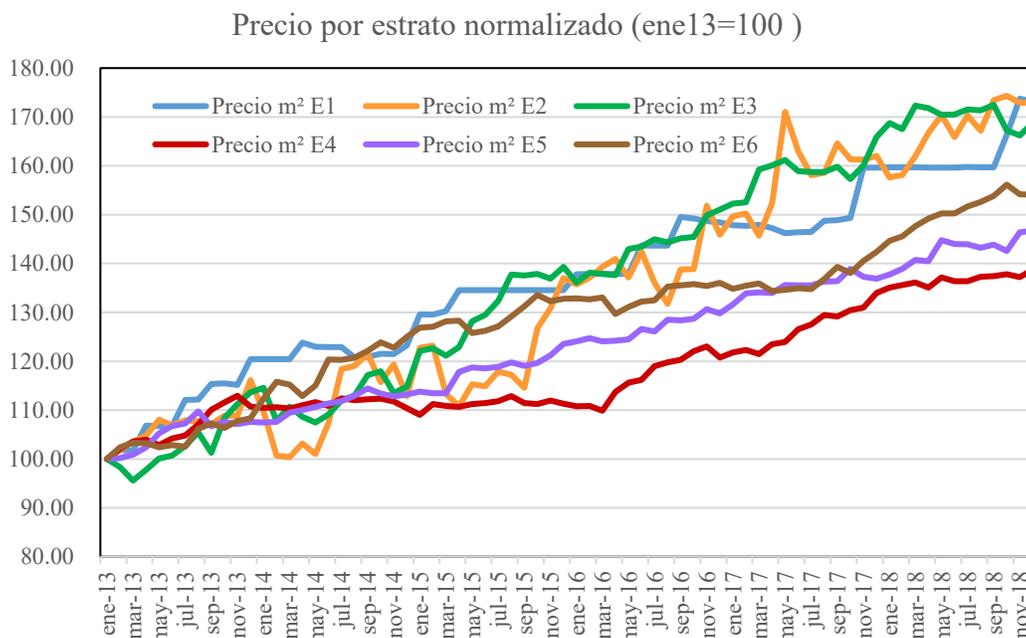
Se determinaron los precios por metro cuadrado promedio para cada uno de los estratos socioeconómicos de la ciudad de Bogotá y municipios aledaños durante el periodo 2013 – 2018. Se puede observar que a medida que aumenta el estrato, también aumenta el precio por m². Esto es especialmente palpable en los estratos 3, 4, 5 y 6.

También se aprecia que el precio por m² aumenta en todos los estratos. En cuanto a la velocidad de crecimiento a partir del año 2013 hasta el 2018, se aprecia que, aunque todos los estratos tuvieron crecimiento, no todos lo hicieron en la misma proporción. Mientras que el estrato 4 creció un 39% en el lapso de 6 años, el estrato 1, 2 y 3 llegaron a valores superiores al 70%.

Gráfica 8: Precio por metro cuadrado promedio por estrato para la oferta de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, periodo 2013 - 2018

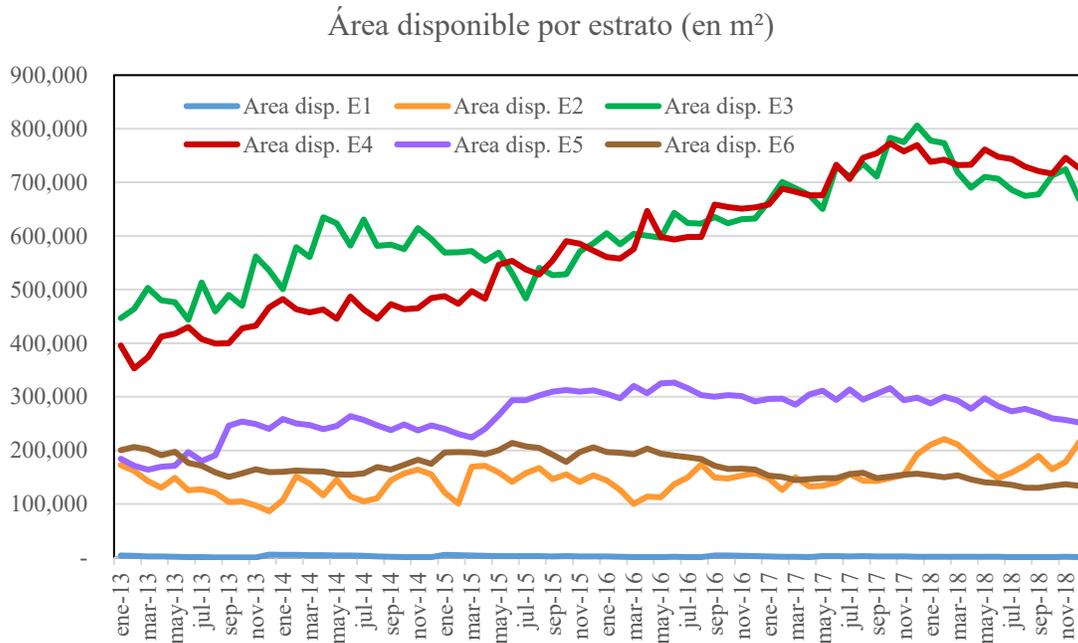


Gráfica 9: Precio por metro cuadrado promedio normalizado por estrato para la oferta de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, mes base enero 2013

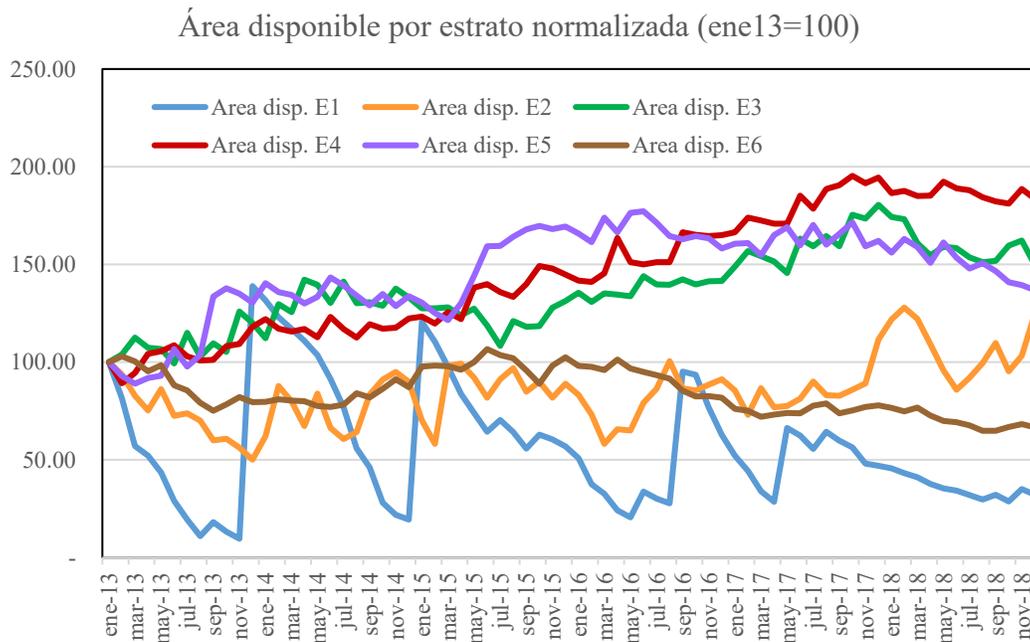


De igual manera se revisaron las áreas disponibles promedio por estrato. Se aprecia que mientras en algunos estratos el área disponible para venta permanece constante debido a que el precio no es atractivo para los constructores -como ocurre con el estrato 1-, en otros presenta un alza significativa en el área disponible, como ocurre con el estrato 3 y 4, con incrementos que alcanzan valores del 84% para el estrato 4 y del 50% para el estrato 3, en el periodo en cuestión. Es de destacar la reducción en el área presentada en el estrato 6 que alcanzó el 33%.

Gráfica 10: Metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por estrato

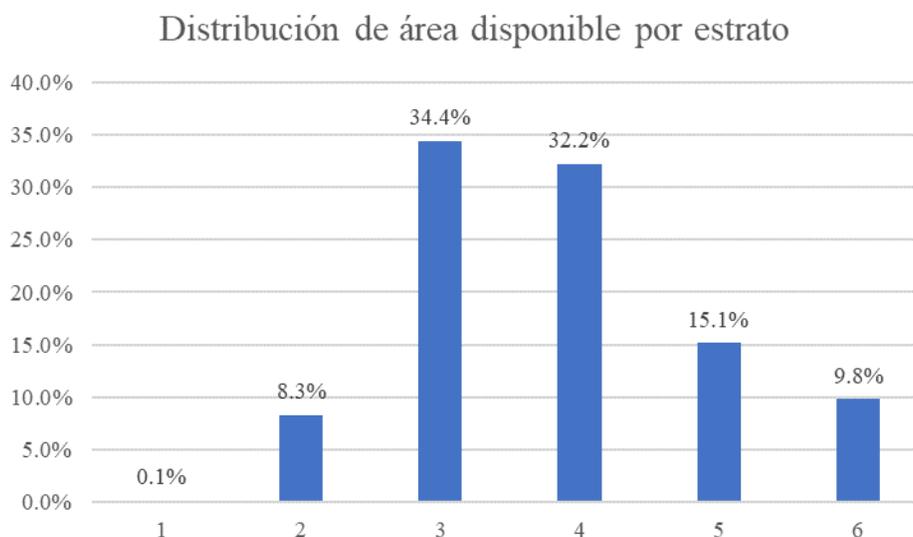


Gráfica 11: Variación de Metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por estrato



Al revisar la variación de las áreas disponibles promedio por estrato, se observa un crecimiento sostenido en las áreas disponibles de los estratos 3 y 4. Así mismo, un descenso paulatino del estrato paulatino del 5 y 6, especialmente después de 2016. De manera adicional, se muestra la distribución de áreas disponibles promedio por estrato. Se aprecia que el 66.6% de las áreas corresponden a los estratos 3 y 4. Por otra parte, el promedio de las áreas disponibles para los estratos 4, 5 y 6 alcanzan el 57%, lo cual guarda relación con los hallazgos realizados por Yunda (2019), en el que describe la concentración de área disponible en estos estratos.

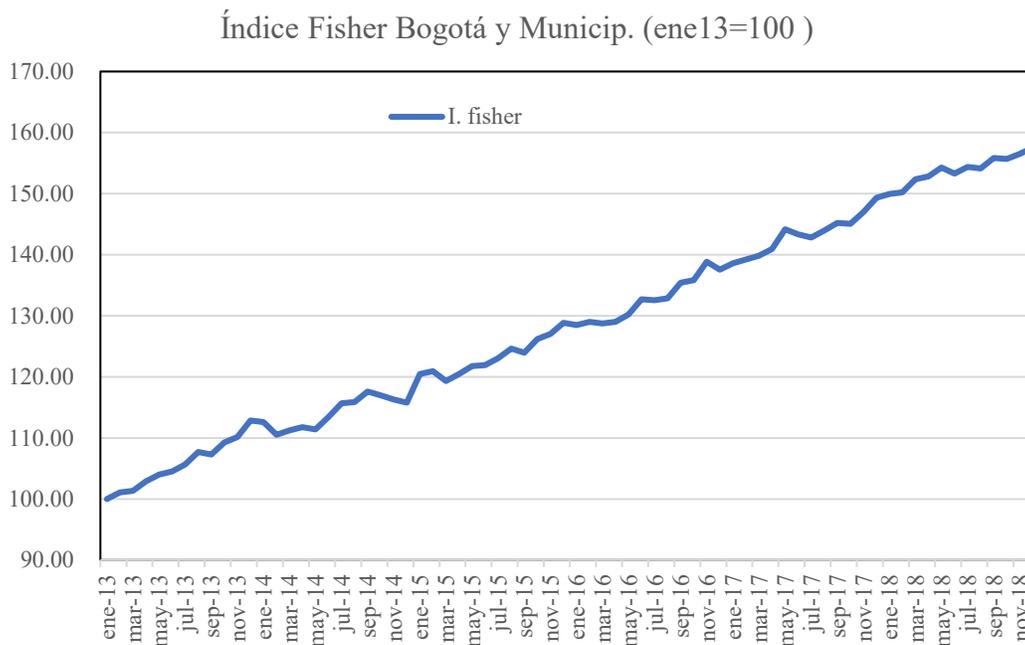
Gráfica 12: Distribución de áreas disponibles por estrato para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños



5.3. Índice de precios de vivienda nueva

A continuación, se muestra la gráfica de precios de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, obtenida a partir del cálculo del índice de Fisher.

Gráfica 13: Índice de Fisher calculado, base enero 2013



Se puede apreciar que, en líneas generales, el índice presenta un crecimiento sostenido a lo largo del periodo evaluado, llegando a alcanzar una valoración del 54% en el periodo 2013 – 2018.

De manera adicional, el índice de Fisher calculado para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños tiene en cuenta tanto el índice de Laspeyres, que está orientado a la variación en el precio al dejar las cantidades como constantes, como el índice de Paasche, que busca determinar la variación en el precio a partir del cambio en las cantidades ofrecidas. El hecho que sea una media geométrica significa que le asigna una ponderación igual a cada uno de los índices (Laspeyres y Paasche) arriba mencionados.

Asimismo, se elaboró el índice para cada uno de los estratos socioeconómicos. Al respecto, se puede observar que los índices de precios calculados son iguales a los precios

normalizados, los cuales se muestran en la Gráfica 1. La razón para este comportamiento es que cuando se realiza el cálculo de los índices de Laspeyres y Paasche, la ponderación s^{0b} , que se muestran en la Ecuación 12 y que determina el cálculo de los índices citados anteriormente, es igual a 1, por lo que el índice obtenido se asemeja al índice de Lowe, que corresponde únicamente a la variación en el precio.

Ecuación 12: Deducción del índice de Laspeyres y Paasche para cada uno de los estratos

$$P_{LO} = \sum_{i=1}^n \frac{p_i^t}{p_i^0} * s_i^{0b}, \text{ en donde } s_i^{0b} = \frac{p_i^0 q_i^0}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0}$$

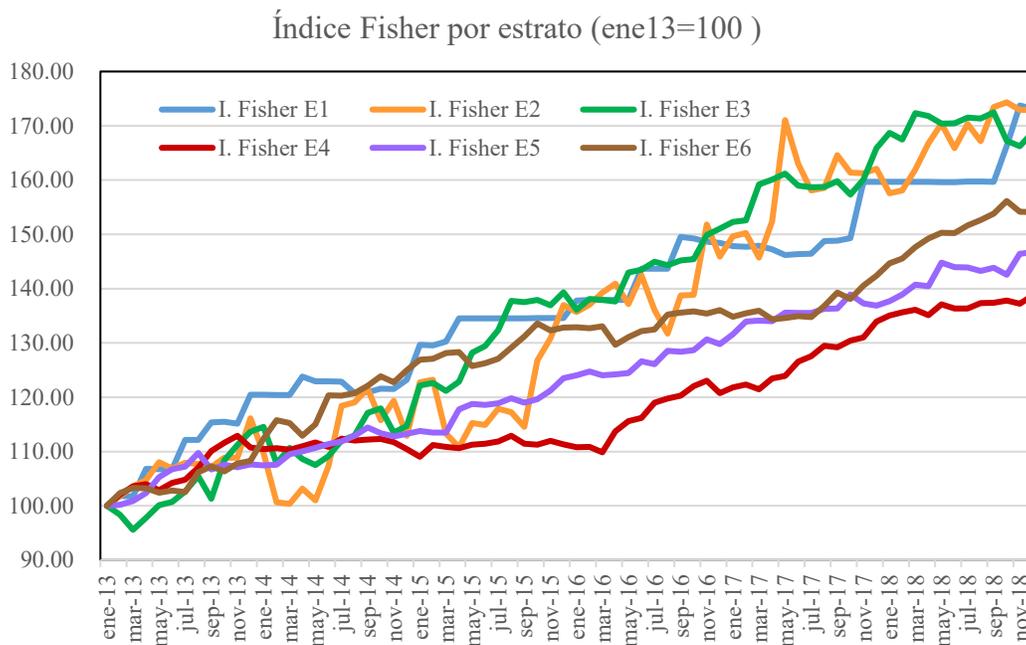
Cuando el término de la sumatoria n es igual a 1:

$$\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0 = p_i^0 q_i^0$$

Por lo que:

$$s_i^{0b} = \frac{p_i^0 q_i^0}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0} = \frac{p_i^0 q_i^0}{p_i^0 q_i^0} = 1$$

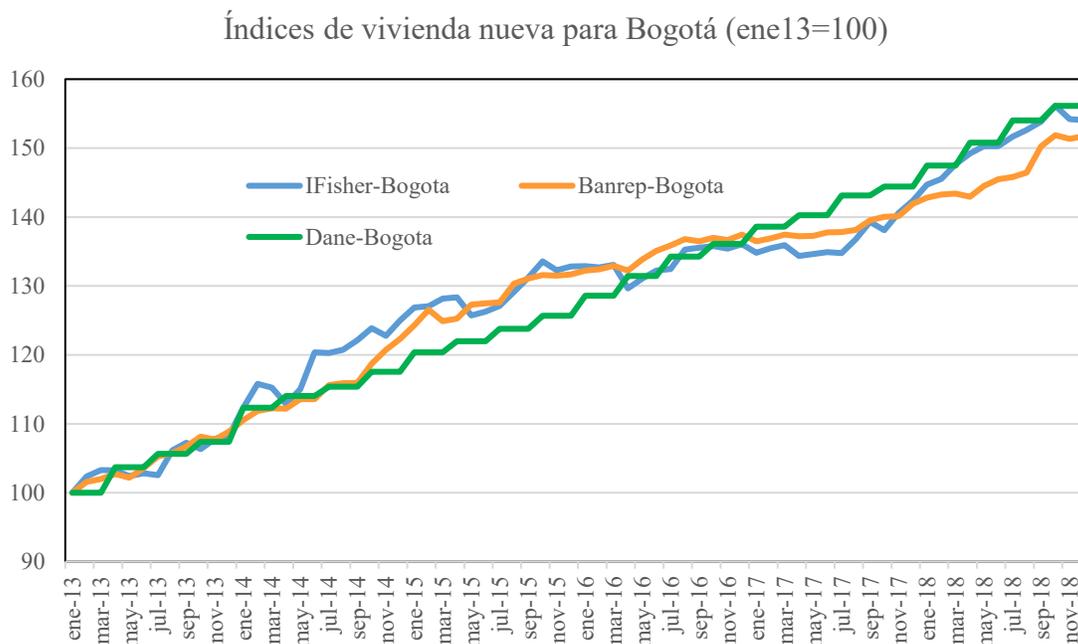
Gráfica 14: Índice de Fisher calculado por estrato, base enero 2013



5.4. Comparación del índice obtenido con los índices de precios de Vivienda Nueva publicados por el Dane y el Banco de la República.

Se comparó el índice obtenido con los índices publicados por el Dane y el Banco de la República. En líneas generales se aprecia que la correlación entre los dos índices es superior al 95% y las pruebas estadísticas apuntan a que el índice calculado se ajusta a los publicados.

Gráfica 15: Comparación entre el índice de Fisher ideal de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá publicado por el Dane y el índice de Fisher calculado



Se determinó el coeficiente de correlación entre el índice calculado y el publicado por el Dane, así como la bondad de ajuste por medio de la prueba de Chi-cuadrado.

Tabla 6: Validación estadística del índice de índice de Fisher ideal de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá publicado por el Dane y el índice de Fisher calculado

Prueba estadística	Valor
Coeficiente de correlación	0.9951
Prueba Chi-cuadrado	1.9434
P-value Chi-cuadrado	1.0

Con esta serie de pruebas estadísticas se puede determinar que existe una alta correlación entre el índice calculado y el índice del Dane.

Con respecto a la aceptación del índice calculado, la prueba de hipótesis se define de la siguiente manera:

H0: El índice calculado se ajusta al índice publicado por el Dane

H1: El índice calculado no se ajusta al índice publicado por el Dane

Por lo tanto, la prueba Chi-cuadrado muestra que el índice calculado se ajusta al comportamiento del índice publicado por el Dane.

Por otra parte, ese mismo comportamiento se aprecia cuando se compara con el índice de precios de vivienda nueva del Banco de la República.

Tabla 7: Validación estadística del índice de índice de Fisher ideal de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá publicado por el Banco de la República y el índice de Fisher calculado

Prueba estadística	Valor
Coeficiente de correlación	0.9684
Prueba Chi-cuadrado	11.2498
P-value Chi-cuadrado	1.0

Se puede observar que la prueba Chi-cuadrado nuevamente muestra que el índice calculado se ajusta al índice publicado por el Banco de la República.

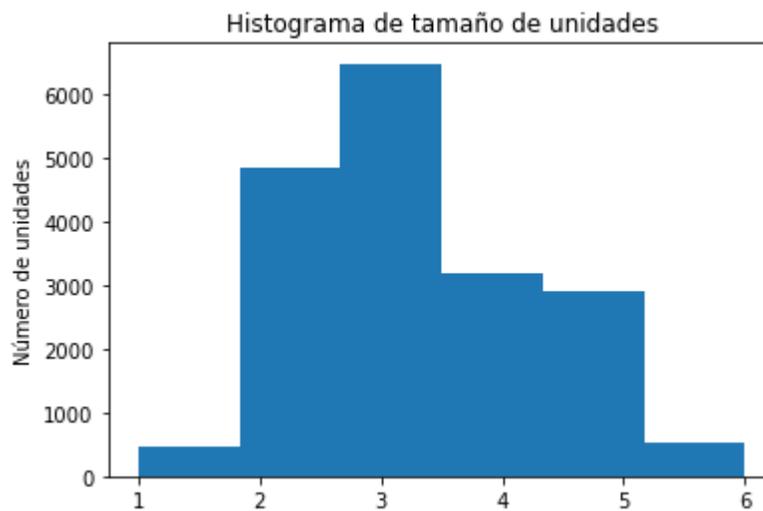
5.5. Índice por tamaño de áreas

Para calcular el índice de precios de vivienda nueva por tipo de área, se escogieron 6 tipos de áreas, representados de la siguiente manera:

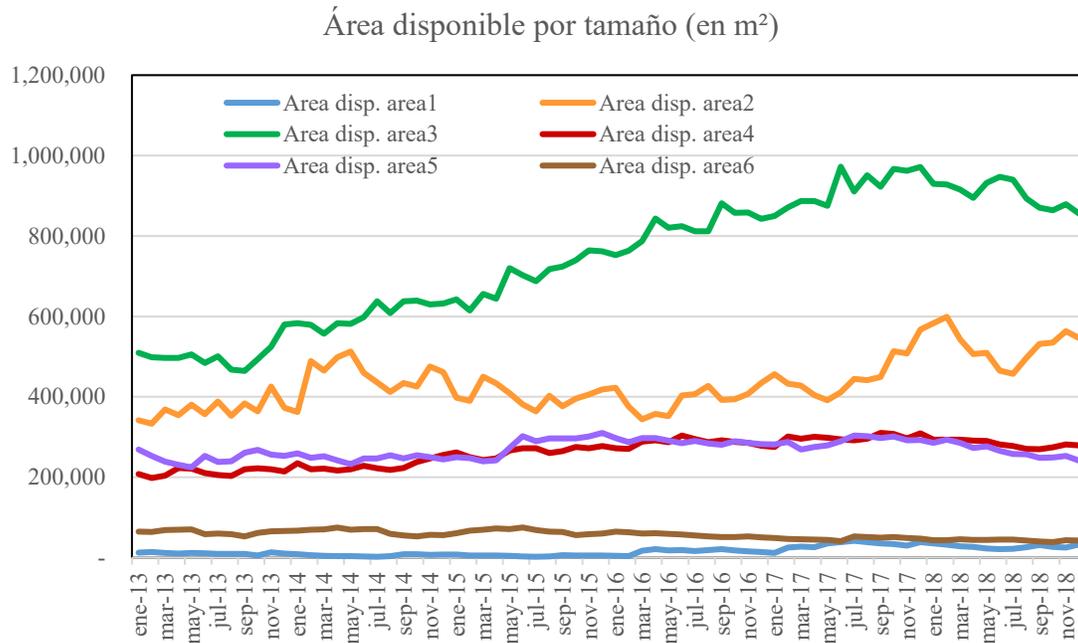
Tabla 8: Clasificación de áreas disponibles de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños

Tipo de área	Tamaño (en m ²)
1	Hasta 40 m ²
2	Desde 40 hasta 60 m ²
3	Desde 60 hasta 90 m ²
4	Desde 90 hasta 120 m ²
5	Desde 120 hasta 200 m ²
6	Desde 200 m ² en adelante

Gráfica 16: Histograma de frecuencias de tamaño de unidad disponibles de vivienda nueva para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños

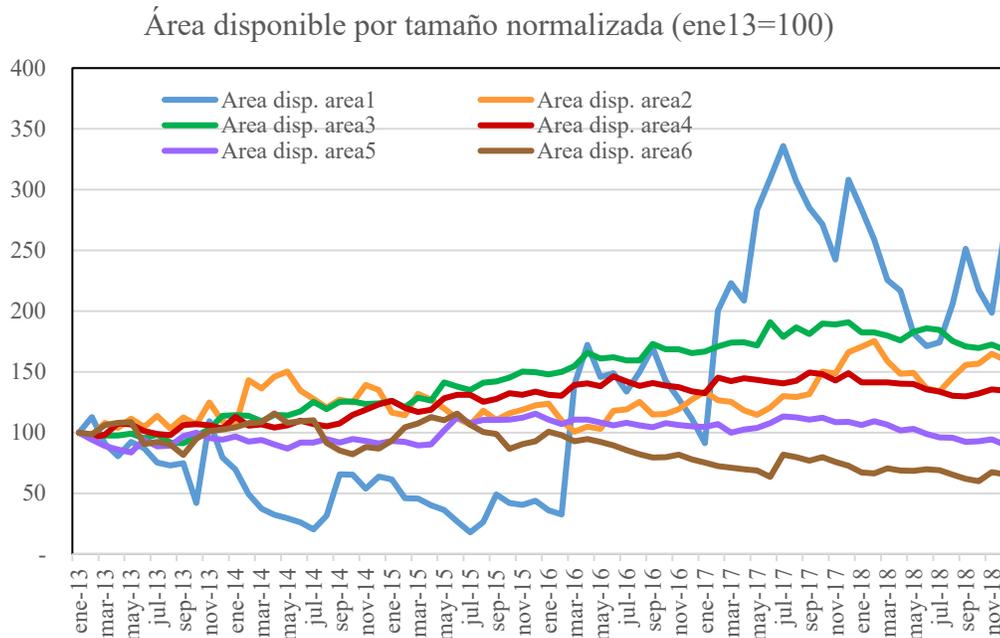


Gráfica 17: Metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por tamaño de la unidad

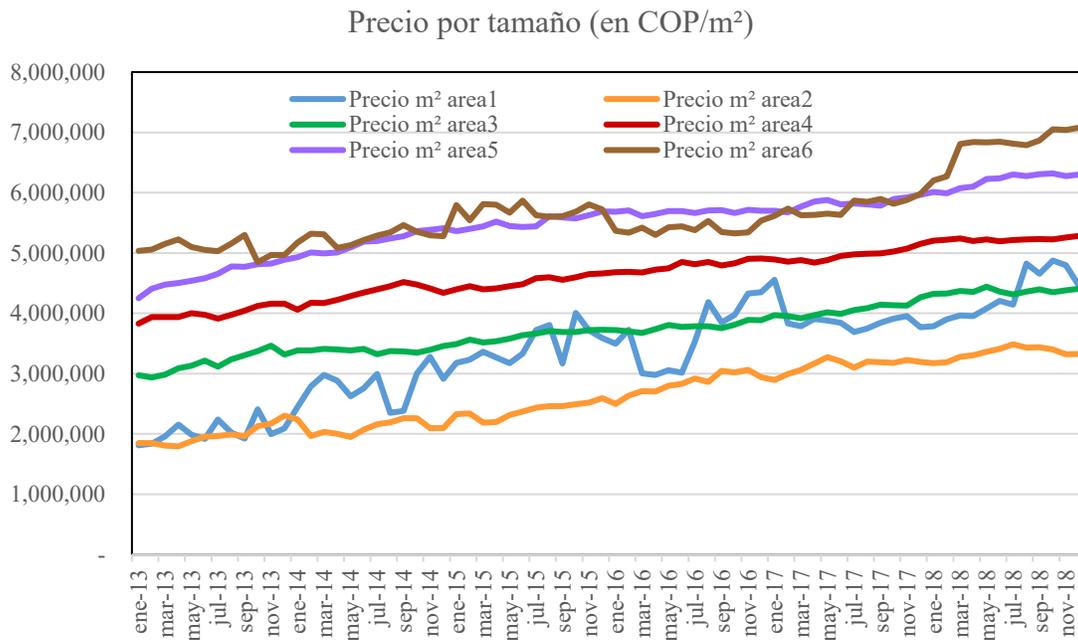


Cuando se analiza el comportamiento del tipo de unidades por tamaño, se aprecia que un 41% del área disponible en la actualidad está en áreas de 60 a 90 m², seguido por un 24% de áreas entre 40 y 60 m². Por otra parte, las áreas menores a 40 m² han tenido el mayor crecimiento, al alcanzar el 166% en el periodo de tiempo de 2013 a 2018.

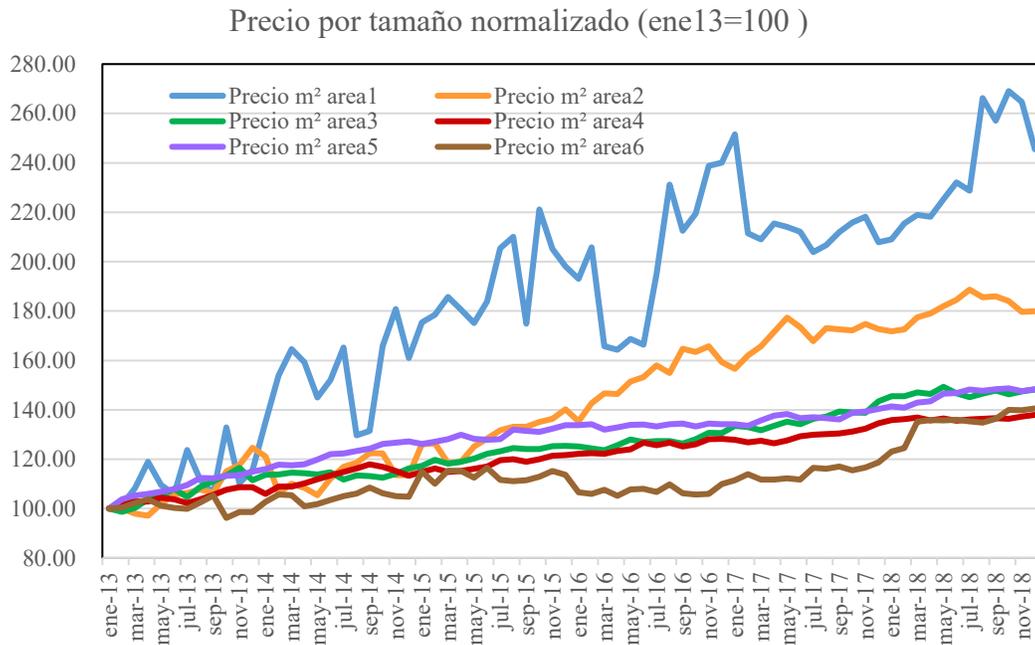
Gráfica 18: Variación de Metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por tamaño de la unidad



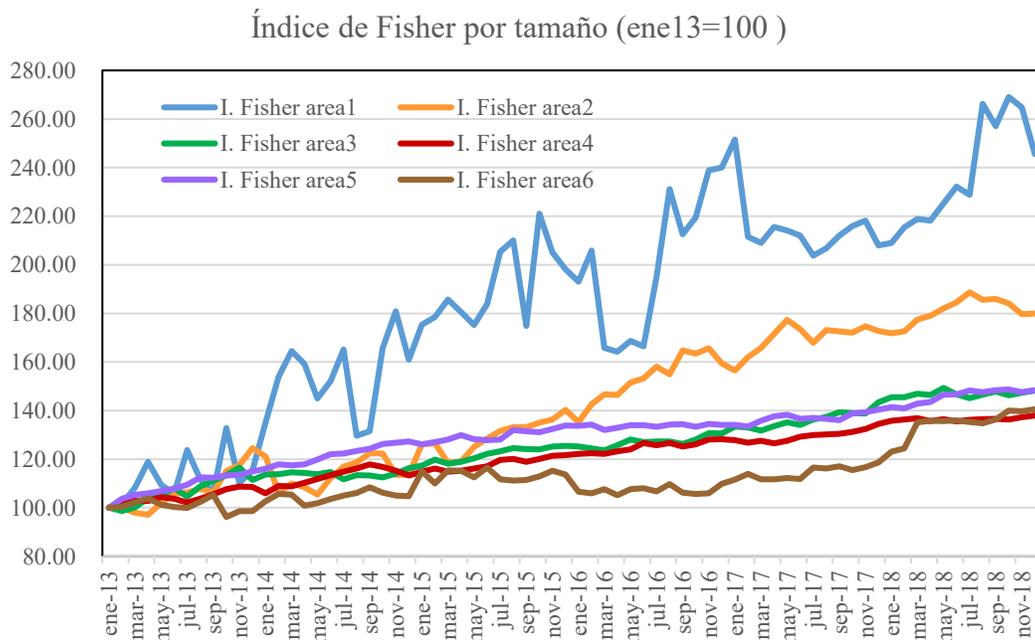
Gráfica 19: Precio por metro cuadrado promedio de la oferta disponible de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por tamaño de la unidad



Gráfica 20: Variación del precio por metro cuadrado promedio de la oferta disponible de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por tamaño de la unidad



Gráfica 21: Índice de Fisher, por tamaño de la unidad

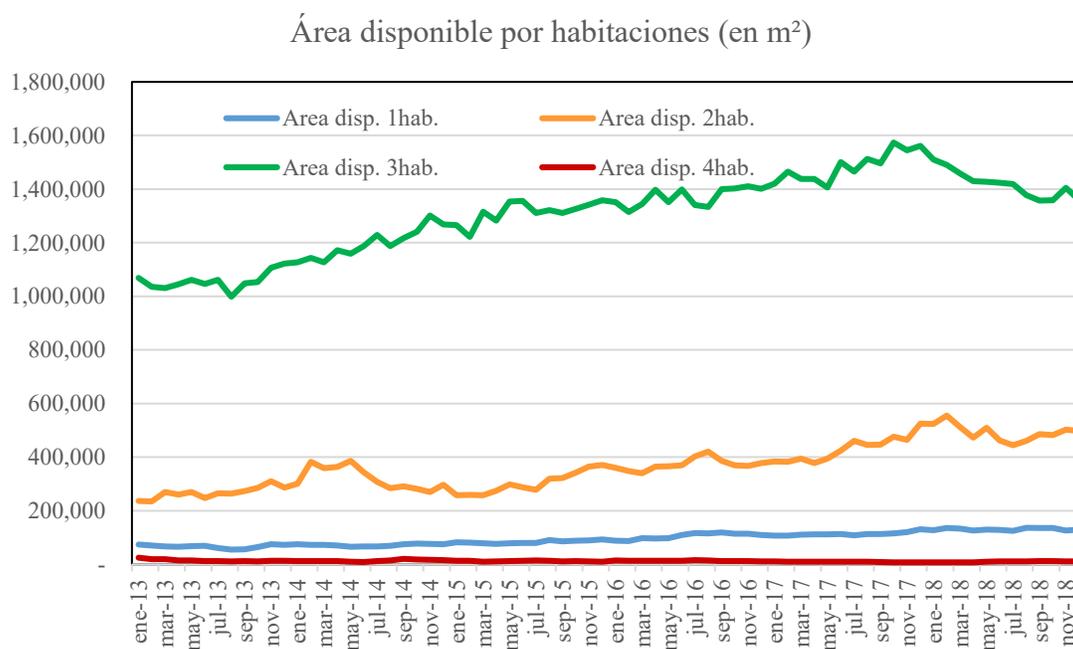


Al calcular el índice de precios por tamaño de las unidades, se muestra el incremento de precios de las unidades pequeñas (hasta 40 m²) ha aumentado en un 146% en un periodo de 6 años.

5.6. Índice por tamaño de número de habitaciones

En cuando a la situación del número de habitaciones, se observa que, en promedio, el 74% de la oferta de vivienda nueva está representada en unidades de 3 alcobas, seguido por las unidades de dos habitaciones, con un 20%.

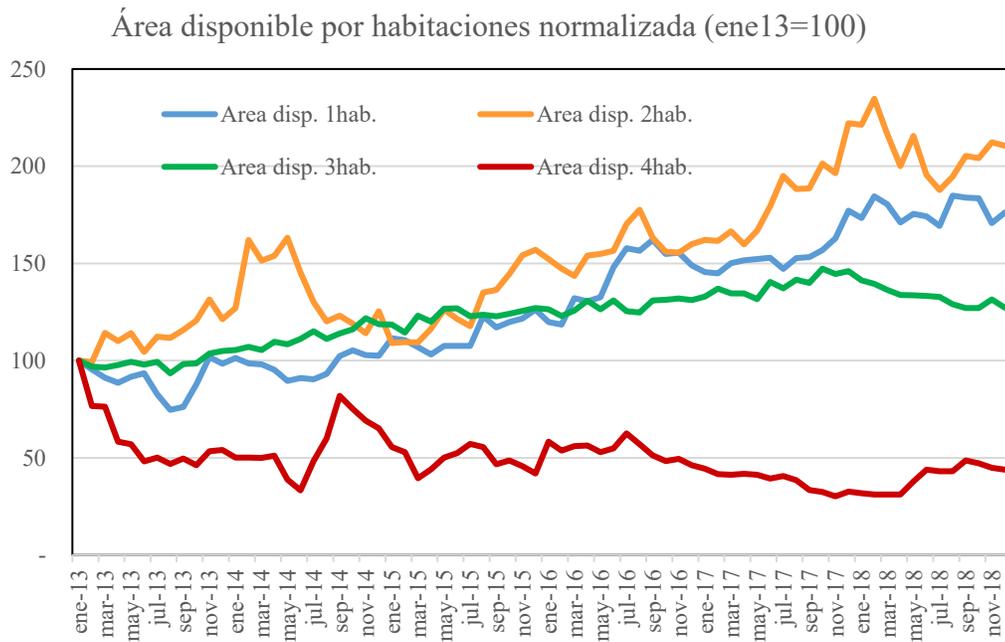
Gráfica 22: Metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por número de habitaciones



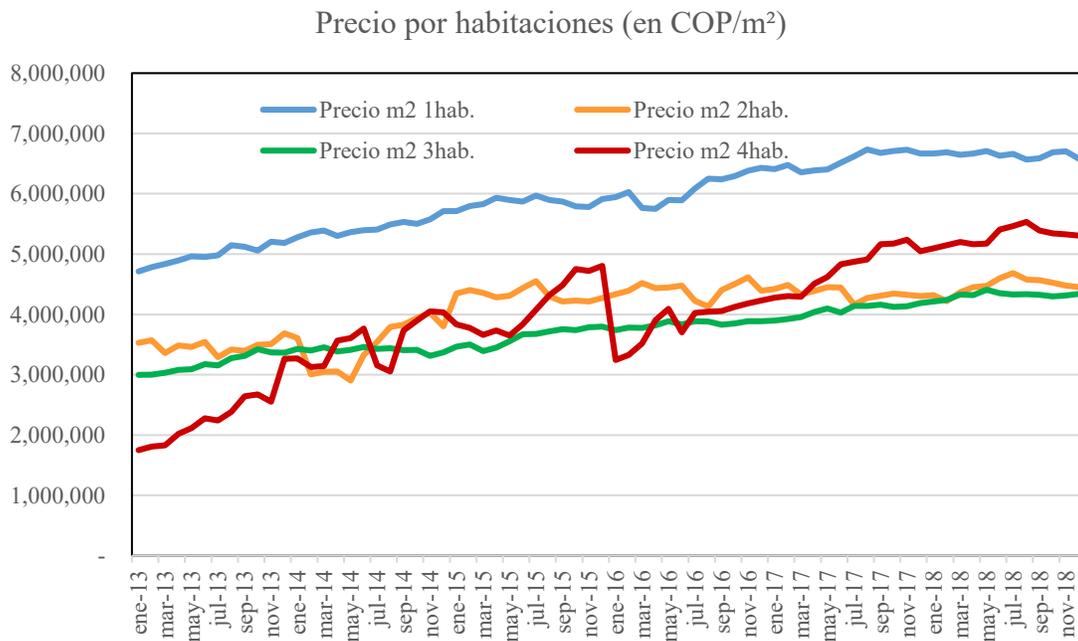
Es importante anotar que se observa un aumento de las unidades con una y dos habitaciones, con 76% y 110%, respectivamente. Este fenómeno está en sintonía con las

dinámicas de población y hogares, en los que se relaciona la reducción en el tamaño del hogar. Al respecto, es importante destacar que el tamaño del hogar en la ciudad de Bogotá se ubica en 2.85 personas por hogar, según las cifras del censo de población de 2018 (Dane, 2019)

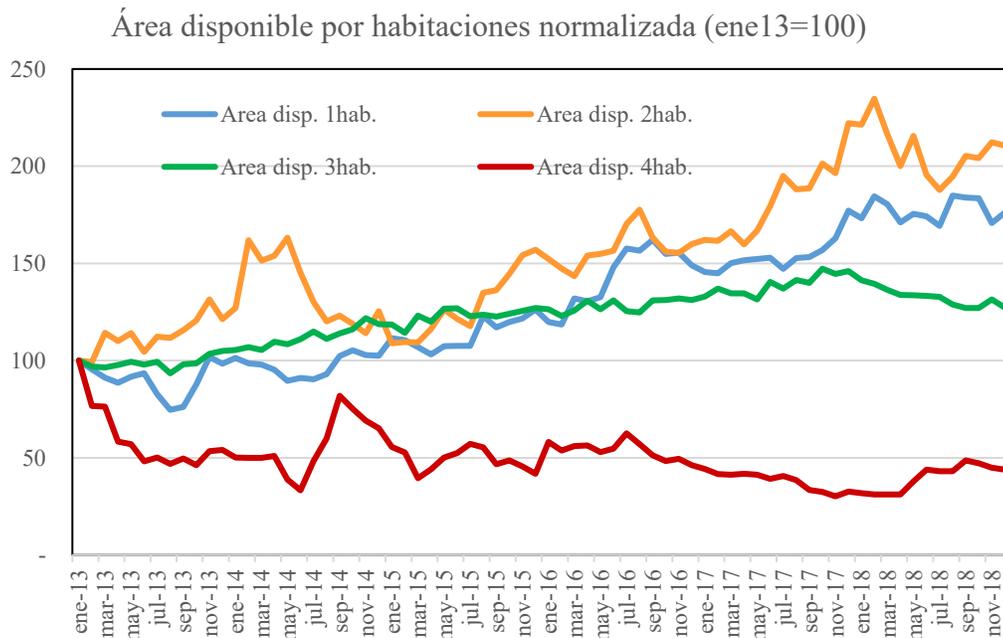
Gráfica 23: Variación de metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por número de habitaciones



Gráfica 24: Precio por metro cuadrado promedio de la oferta disponible de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por tamaño de la unidad

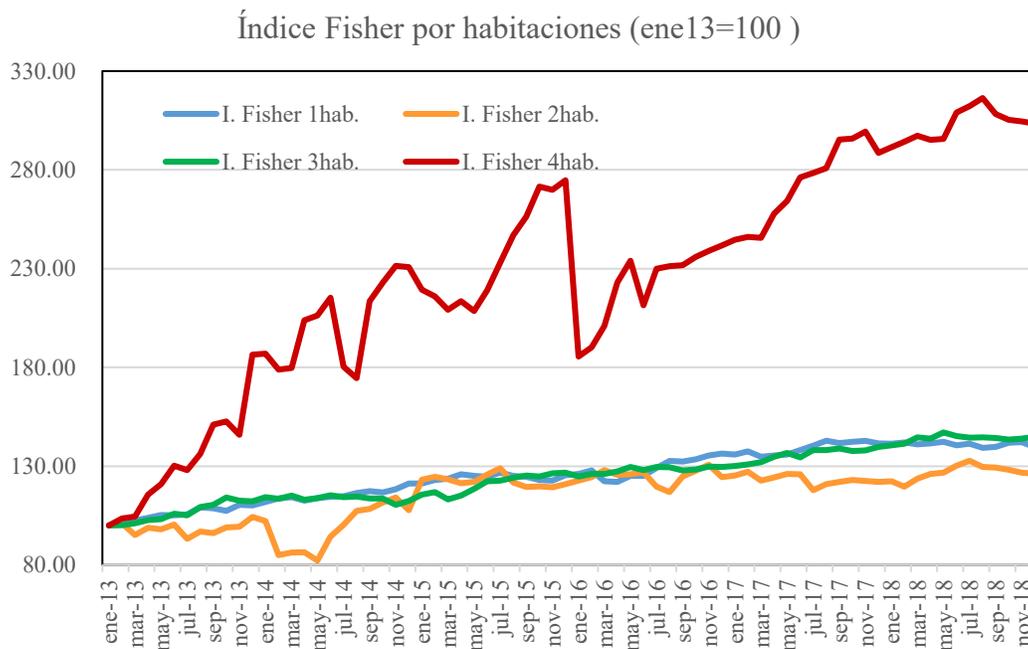


Gráfica 25: Variación en el precio por metro cuadrado promedio de la oferta disponible de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por tamaño de la unidad



En cuanto a los precios, se aprecia que, aunque se ha reducido su participación, los precios de las unidades de 4 alcobas han aumentado cerca de 203% en el periodo 2013 – 2018.

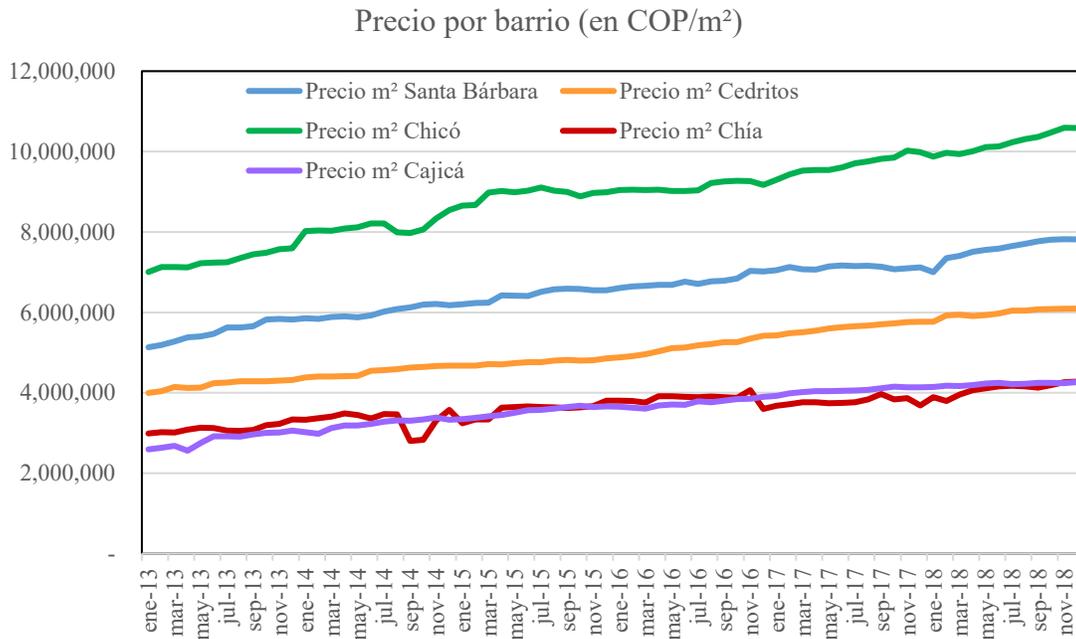
Gráfica 26: Índice de Fisher calculado, por número de habitaciones



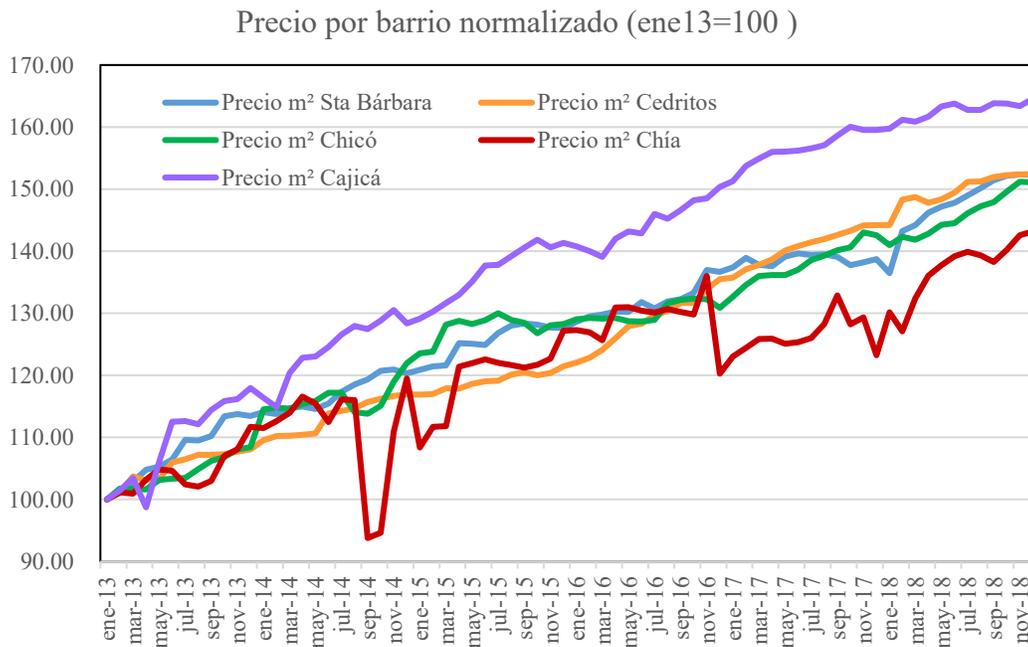
5.7. Índice por barrios

Con el propósito de hacer una revisión general del comportamiento de los barrios, se revisa el comportamiento de los 5 barrios con mayor cantidad de unidades disponibles.

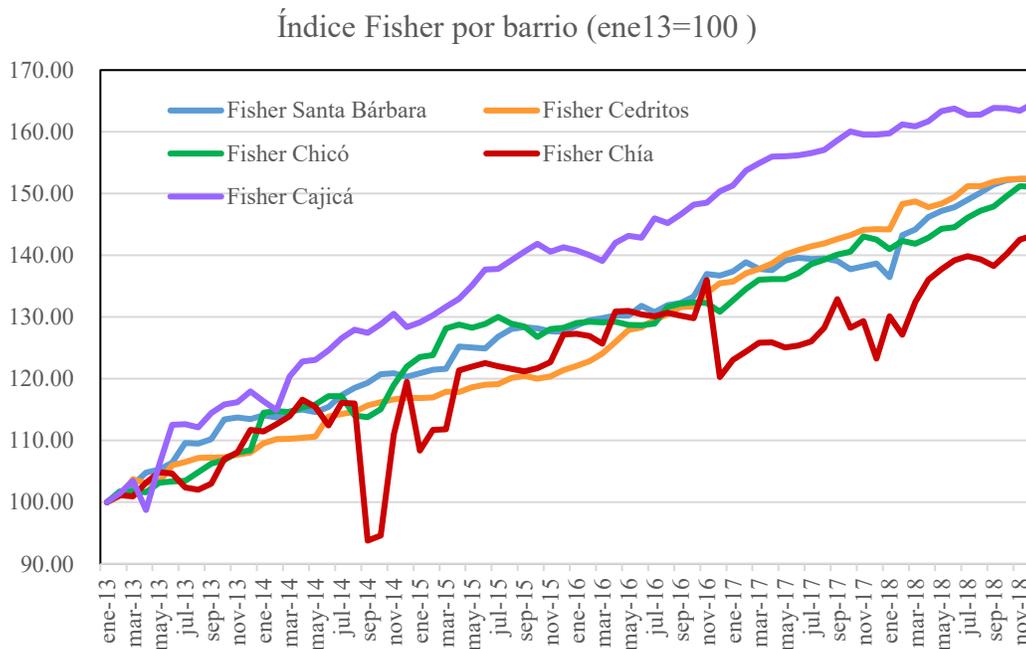
Gráfica 29: Precio por metro cuadrado promedio de la oferta disponible de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por los barrios seleccionados



Gráfica 30: Variación en el precio por metro cuadrado promedio de la oferta disponible de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por barrios seleccionados



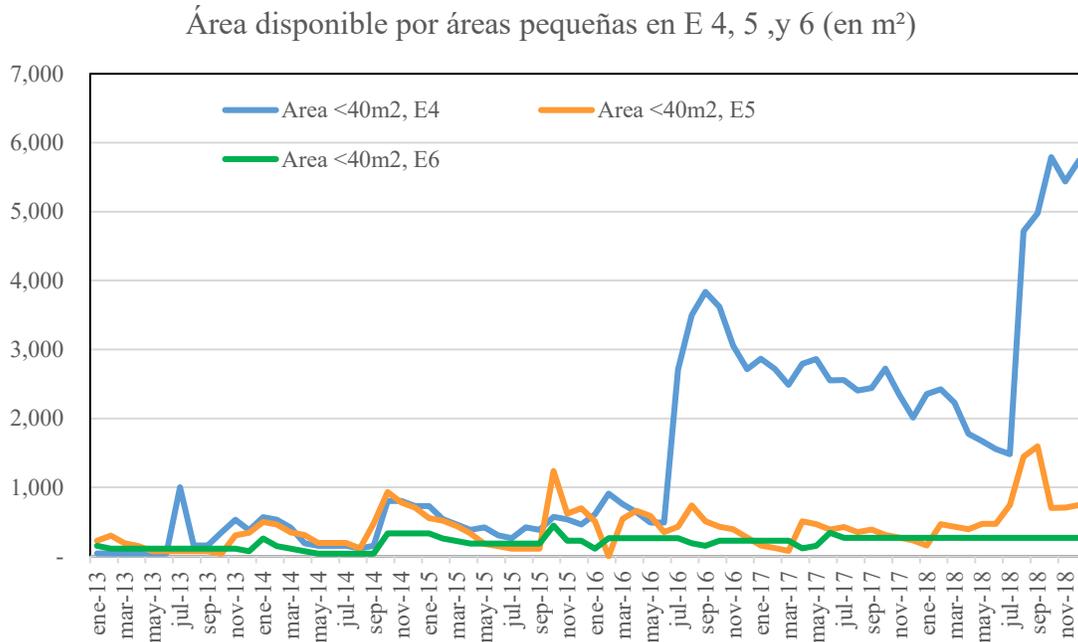
Gráfica 31: Índice de Fisher para los barrios con mayor cantidad de metros cuadrados disponibles durante el periodo 2013 – 2018.



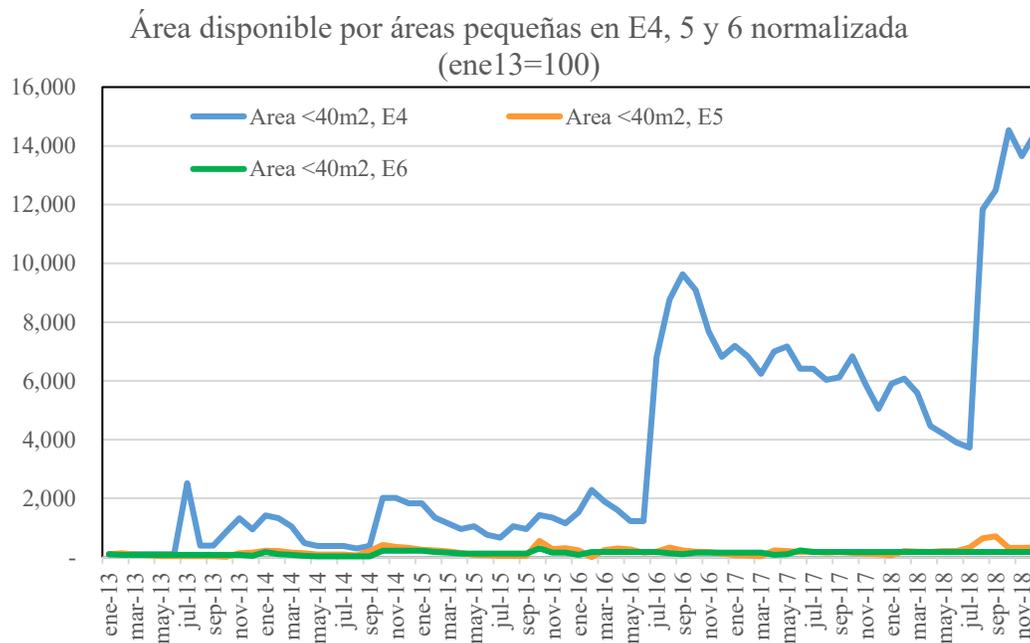
5.8. Índice por estratos 4, 5 y 6 – áreas menores a 40m²

A continuación, se muestra las variaciones de las áreas disponibles y precios para los estratos 4, 5 y 6 en áreas pequeñas (menores a 40 m²). Se puede apreciar que gran parte de la oferta de áreas pequeñas se concentra en el estrato 4. Por otra parte, se muestra que los precios en el estrato 4 tienen el mayor crecimiento.

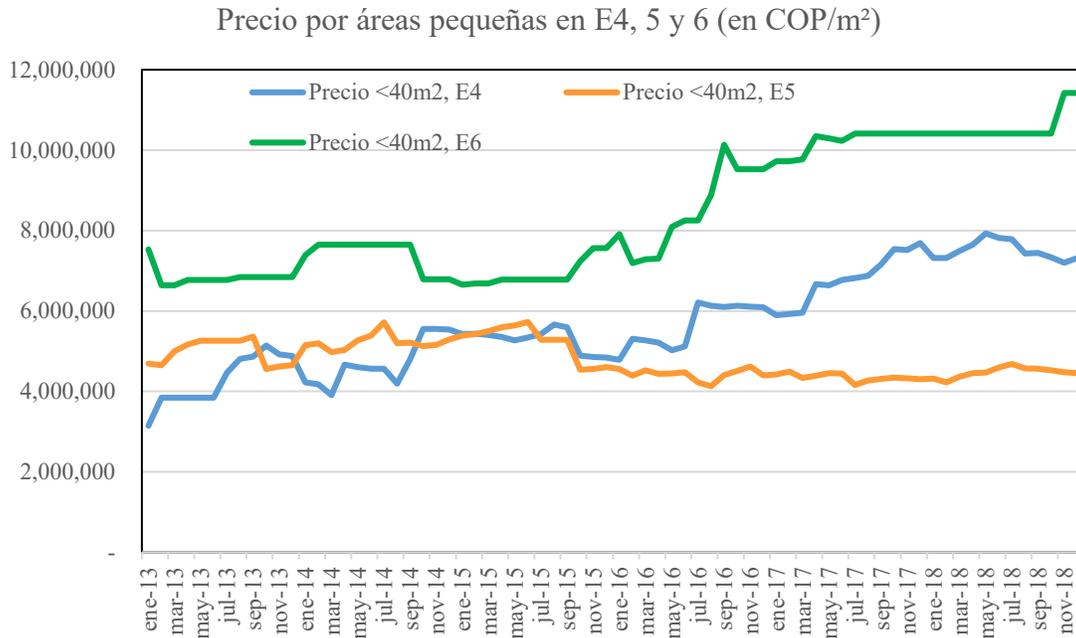
Gráfica 32: Metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, en áreas mayores a 40 m² en estratos 4, 5 y 6, disponibles durante el periodo 2013 - 2018



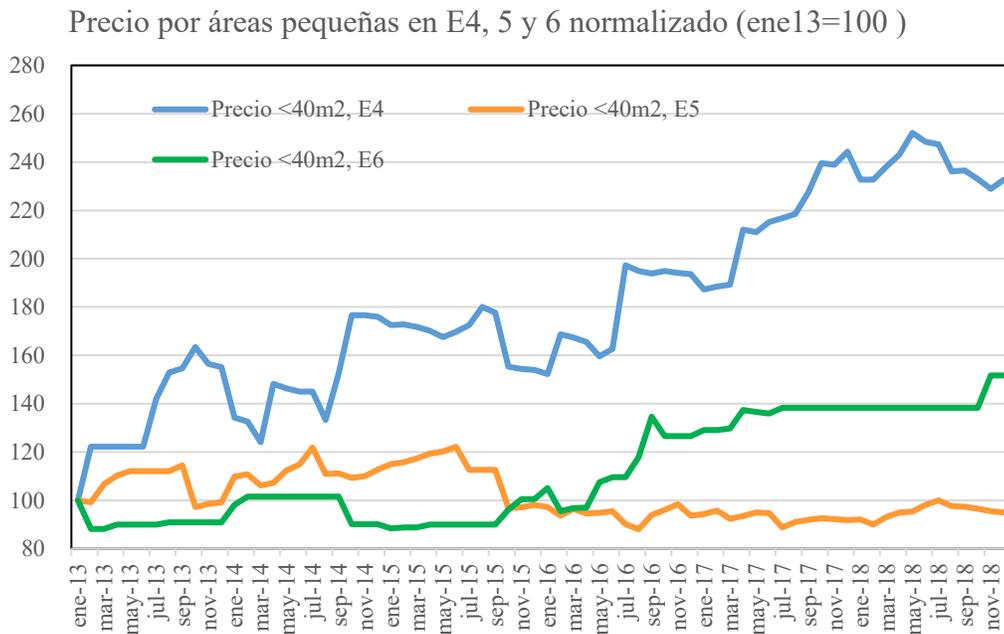
Gráfica 33: Variación de los metros cuadrados disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, en áreas mayores a 40 m² en estratos 4, 5 y 6, disponibles durante el periodo 2013 - 2018



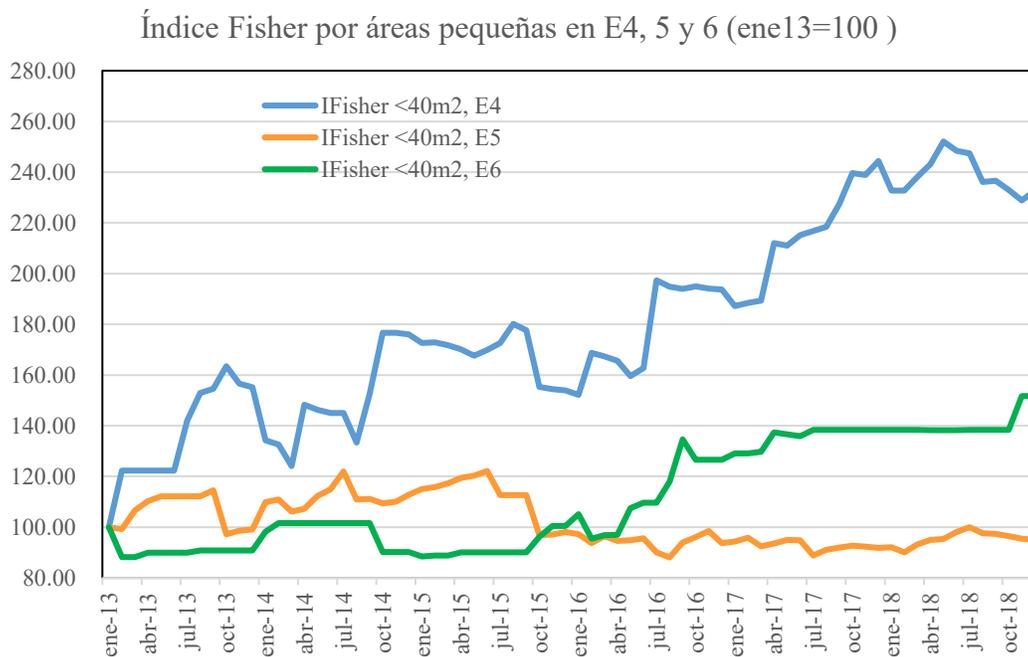
Gráfica 34: Precios por m² de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, en áreas mayores a 40 m² en estratos 4, 5 y 6, disponibles durante el periodo 2013 - 2018



Gráfica 35: Precios por m² normalizados de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, en áreas mayores a 40 m² en estratos 4, 5 y 6, disponibles durante el periodo 2013 – 2018



Gráfica 36: Índice de Fisher de precios de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, en áreas mayores a 40 m² en estratos 4, 5 y 6, disponibles durante el periodo 2013 – 2018



5.9. Resumen de índice de precios de vivienda nueva para Bogotá y municipios aledaños

A continuación, se presenta un resumen de las variaciones entre enero 2013 y diciembre 2018, para cada una de las tipologías analizadas.

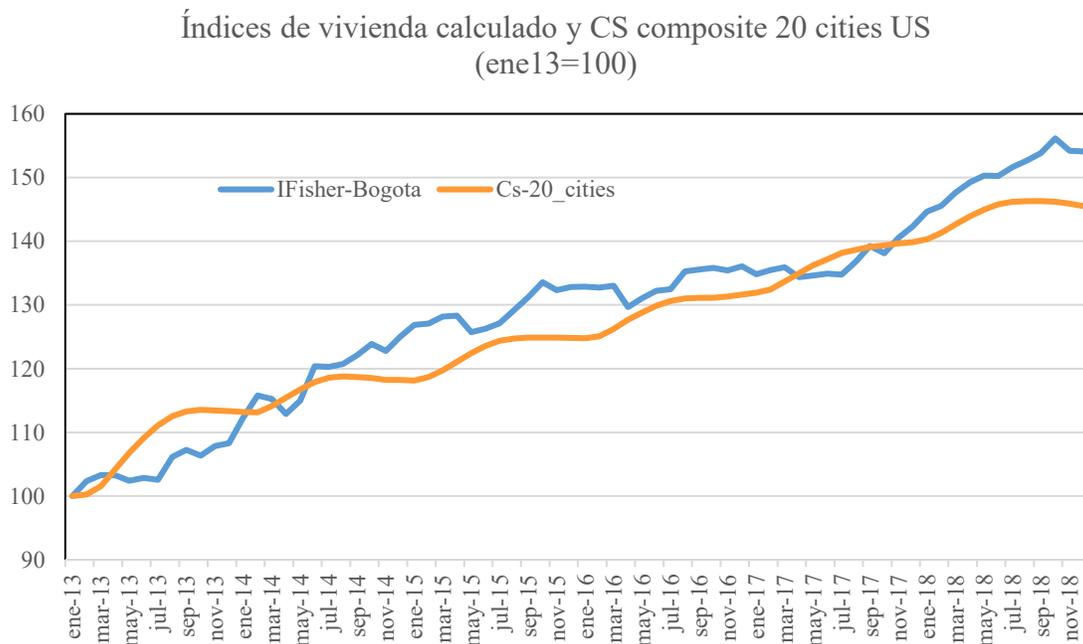
Tabla 9: Variación al mes de diciembre de 2018 del área disponible, precio promedio e índice de precios de vivienda nueva, con respecto al mes de enero de 2013.

Categoría	Variación área disponible 2013 - 2018	Variación Índice precios 2013 - 2018
Hasta 40 m ²	166%	146%
Desde 40 hasta 60 m ²	60%	80%
Desde 60 hasta 90 m ²	68%	48%
Desde 90 hasta 120 m ²	35%	38%
Desde 120 hasta 200 m ²	-10%	48%
Desde 200 m ² en adelante	-34%	41%
1 habitación	76%	40%
2 habitaciones	110%	26%
3 habitaciones	27%	45%
4 habitaciones	-56%	203%
Estrato 1	-68%	73%
Estrato 2	25%	73%
Estrato 3	50%	69%
Estrato 4	84%	39%
Estrato 5	37%	47%
Estrato 6	-33%	54%
Hasta 40 m ² - Estrato 4	14309%	133%
Hasta 40 m ² - Estrato 5	229%	-5%
Hasta 40 m ² - Estrato 6	78%	52%
Santa Bárbara	-22%	52%
Cedritos	-34%	52%
Chicó	-33%	51%
Chía	76%	43%
Cajicá	298%	65%
Chicó Navarra	4%	26%
Chapinero Alto	-63%	63%
Santa Paula	12%	39%
Bella Suiza	-41%	52%
Rosales	57%	62%
Colina Campestre	-46%	70%
Nueva Autopista	-35%	46%
Antiguo Country	47%	60%
Contador	-71%	39%
El Batán	-70%	48%
Soacha Ciudad Verde	37%	61%
San Patricio	65%	40%
Lisboa	-48%	45%
Pasadena	297%	57%
Nicolas de Federman	451%	48%
Soacha	-14%	82%
Zipaquirá	367%	90%
Puente Largo	66%	36%
Ciudad Salitre	335%	111%
Chapinero	70%	44%
Calleja	-52%	40%
Mosquera	-36%	71%
Centro	270%	35%
La Carolina	-64%	44%
Chicó Norte	-61%	35%

5.10. Comparación del índice obtenido con índices de diversas ciudades de Estados Unidos

Para la comparación de los índices de los precios de vivienda con respecto a los de Estados Unidos, se obtuvo la información de los índices de Case-Shiller (Federal Reserve de St. Louis, sf).

Gráfica 37: Comparación entre Índice Case-Shiller Composite 20 cities e Índice de Fisher de vivienda nueva calculado para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños.



Se puede apreciar que el índice Case -Shiller presentan la misma tendencia, aunque crece en menor medida que el índice de Fisher calculado para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños.

Posteriormente se realiza la prueba estadística para determinar las diferencias significativas entre el índice Case-Shiller y el índice de precios de vivienda nueva calculado para Bogotá y municipios aledaños.

Tabla 10: Validación estadística del índice Case-Shiller Composite-20 cities y el índice de Fisher calculado

Prueba estadística	Valor
Coefficiente de correlación	0.98995
Prueba Chi-cuadrado	15.18515
P-value Chi-cuadrado	0.999999

Como se aprecia en la tabla inmediatamente anterior, no existen diferencias significativas entre el índice de Case-Shiller composite 20 cities y el índice calculado para Bogotá y municipios aledaños.

Gráfica 38: Comparación entre Índice Case-Shiller de algunas ciudades de estados Unidos e Índice de Fisher de vivienda nueva calculado para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños.

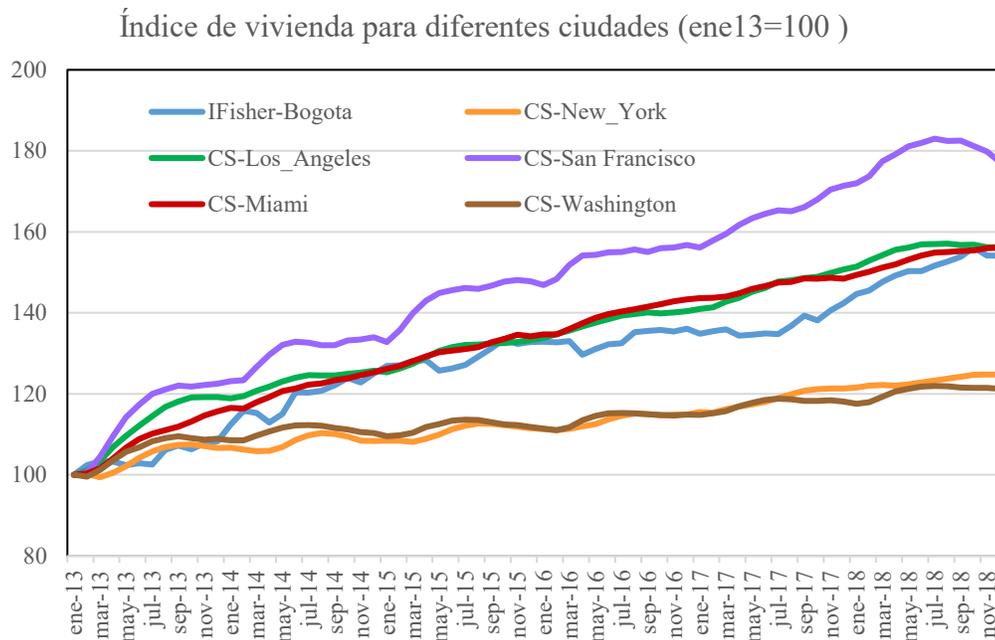


Tabla 11: Coeficiente de correlación entre el índice de precios de vivienda nueva calculado para Bogotá y municipios aledaños y el índice Case-Shiller para varias ciudades de Estados Unidos

Ciudad	Correlación con índice calculado
CS-New_York	0.9451
CS-Los_Angeles	0.9674
CS-Washington	0.9226
CS-Atlanta	0.9611
CS-Las_Vegas	0.9678
CS-Miami	0.9750
CS-Boston	0.9518
CS-Phoenix	0.9599
CS-Portland	0.9489
CS-San Francisco	0.9724
CS-Dallas	0.9581
CS-Chicago	0.9042
Cs-Seattle	0.9329

Cuando se obtienen los valores de correlación entre el índice calculado para Bogotá y los índices de las principales ciudades de Estados Unidos, se aprecia que en todos los casos las correlaciones superan el 92%. En varias ciudades, como es el caso de Dallas, Phoenix y Portland, los coeficientes están por encima de 99%. Vale la pena aclarar que este comportamiento similar se da a pesar de la diferencia entre los dos métodos de cálculo, ya que el índice de Case-Shiller recurre al método de ventas repetidas, mientras que el calculado para Bogotá usa el método de Fisher.

5.11. Selección de estratos para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños

Con el propósito de seleccionar las mejores opciones de estratos como alternativa de inversión, se hace una selección de un portafolio de inversión en vivienda nueva basada en los índices de los estratos obtenidos con anterioridad.

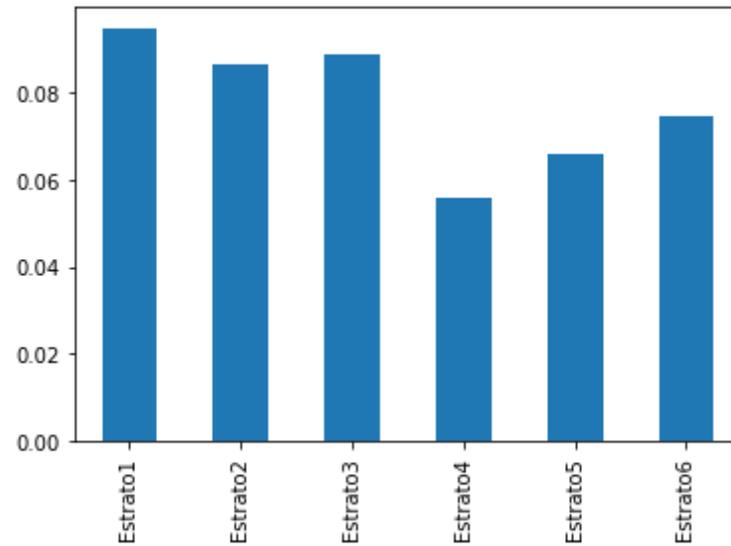
Inicialmente se determina la correlación de los índices de precios por cada uno de los estratos. Se puede apreciar que hay altas correlaciones directas entre cada uno de los estratos analizados, con valores promedio de 0.94.

Gráfica 39: Correlación de los índices de precios de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños, por estrato

	Estrato 1	Estrato 2	Estrato 3	Estrato 4	Estrato 5	Estrato 6
Estrato 1	1.000	0.923	0.967	0.924	0.974	0.969
Estrato 2	0.923	1.000	0.958	0.924	0.970	0.901
Estrato 3	0.967	0.958	1.000	0.921	0.985	0.949
Estrato 4	0.924	0.924	0.921	1.000	0.943	0.887
Estrato 5	0.974	0.970	0.985	0.943	1.000	0.952
Estrato 6	0.969	0.901	0.949	0.887	0.952	1.000

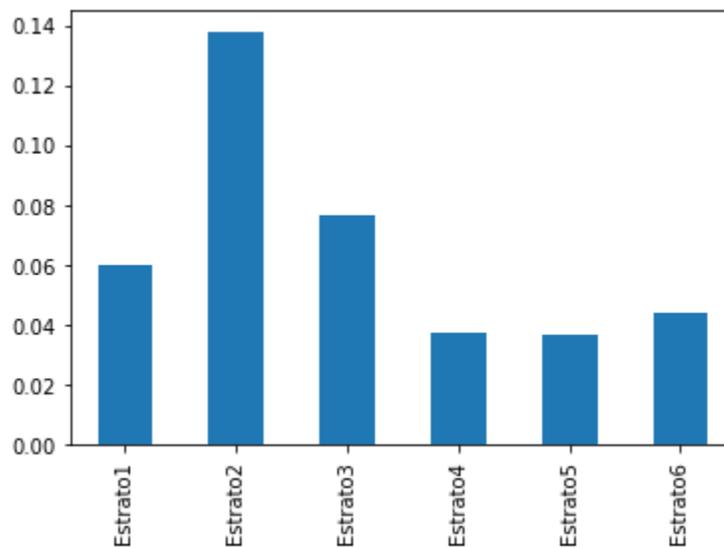
A continuación, se muestra el retorno anual de los índices de precios para cada uno de los estratos. Se aprecia que el estrato 1 que presenta el mayor retorno, con un 9.49% anual, mientras que el estrato 4 es el que menos rentabilidad tuvo en el periodo, con 5.61% anual.

Gráfica 40: Retorno anual de los índices de precios de cada uno de los estratos



Cuando se revisa la volatilidad en el mismo periodo, el estrato 2 tiene la mayor volatilidad en los precios, con un 13.8% anual. Por otra parte, el estrato 5 presenta la menor volatilidad, con un 3,67% anual.

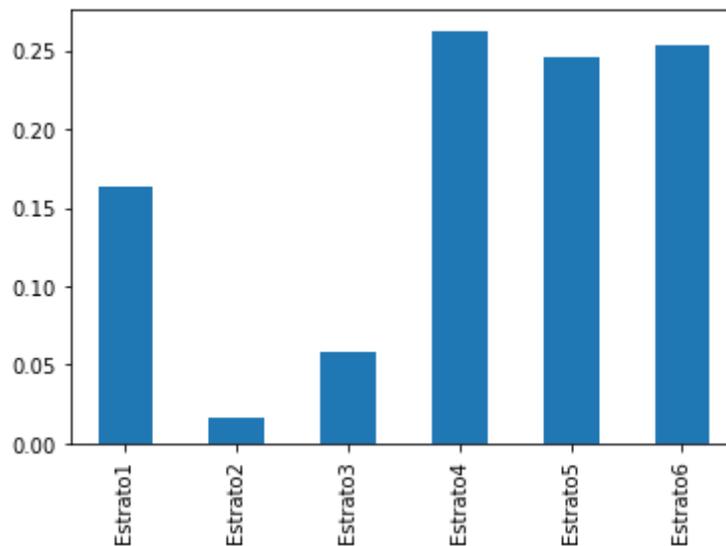
Gráfica 41: Volatilidad anual de los índices de precios de vivienda, por cada uno de los estratos



Con el propósito de determinar la distribución del portafolio de los activos seleccionados, se ejecuta un algoritmo de programación lineal, utilizando como parámetro de maximización el coeficiente de Sharpe, el cual tiene en cuenta no solo el retorno, sino también la minimización del riesgo.

Se puede apreciar que al obtener el portafolio de tangencia que maximiza el coeficiente de Sharpe, favorece la inversión en estratos 4, 5 y 6. Nuevamente, este resultado guarda relación con los resultados obtenidos por Yunda (2019), en los que muestra que los desarrolladores inmobiliarios han priorizado estos estratos para ofrecer sus proyectos al mercado.

Gráfica 42: Portafolio óptimo de los índices de precios de vivienda, por cada uno de los estratos



5.12. Selección de tamaño de unidades para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños

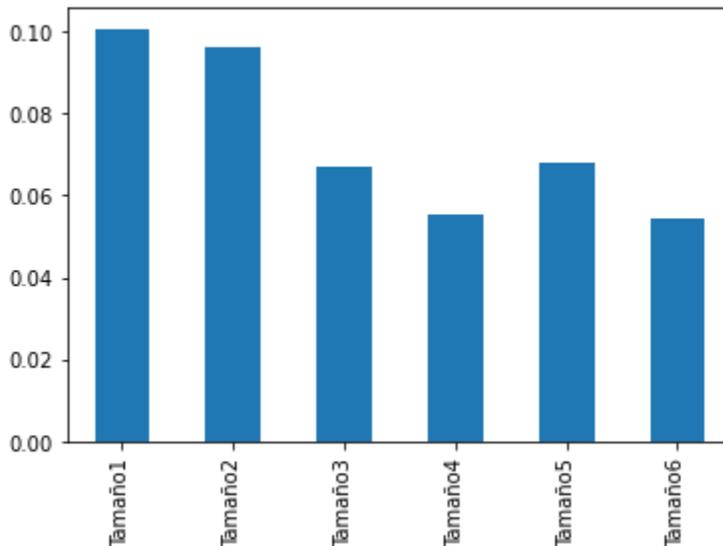
La correlación entre los diferentes tamaños de unidades disponibles de vivienda nueva en la ciudad de Bogotá y municipios aledaños muestra que los valores de las correlaciones son altos en todos los casos.

Gráfica 43: Correlaciones de los índices de precios de cada uno de los rangos de tamaño de unidades

	Tamaño 1	Tamaño 2	Tamaño 3	Tamaño 4	Tamaño 5	Tamaño 6
Tamaño 1	1.000	0.864	0.882	0.901	0.921	0.753
Tamaño 2	0.864	1.000	0.960	0.964	0.921	0.767
Tamaño 3	0.882	0.960	1.000	0.973	0.950	0.856
Tamaño 4	0.901	0.964	0.973	1.000	0.971	0.810
Tamaño 5	0.921	0.921	0.950	0.971	1.000	0.817
Tamaño 6	0.753	0.767	0.856	0.810	0.817	1.000

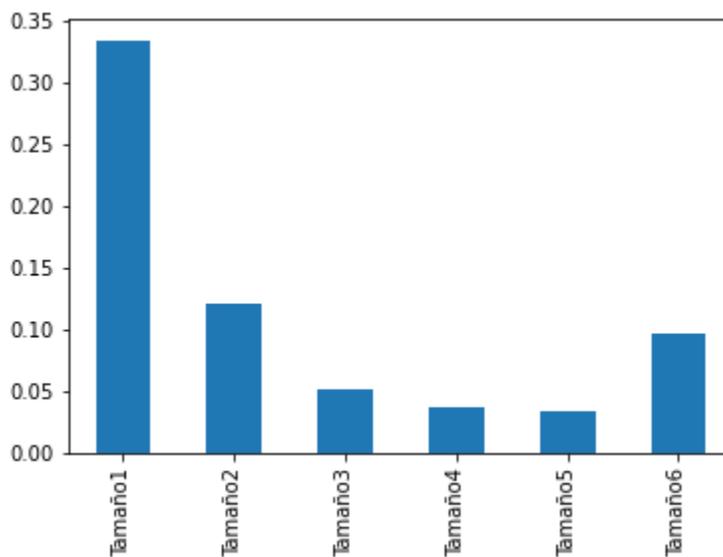
Cuando se revisa la rentabilidad anual de los inmuebles por su tamaño, se aprecia que los tamaños pequeños (hasta 40 m²) presentan los retornos más altos, por encima del 10% anual. Por otra parte, los inmuebles mayores de 200 m² presentan los menores rendimientos, con valores del 5.4% anual.

Gráfica 44: Retorno anual de los índices de precios de cada uno de los rangos de tamaño de unidades



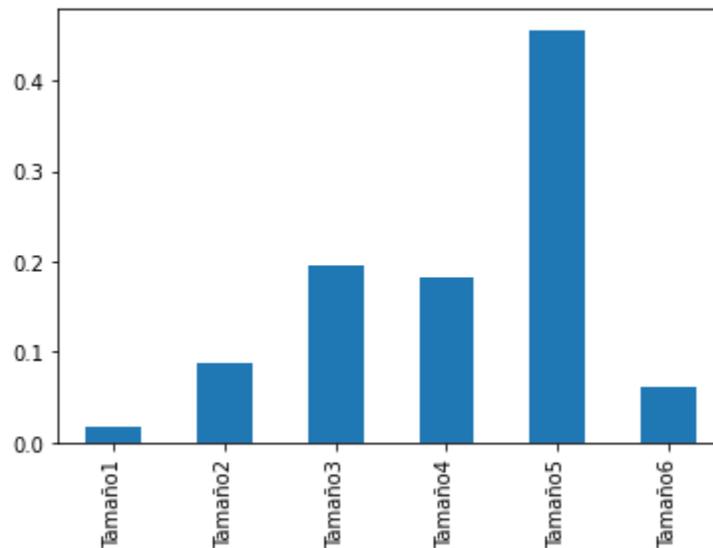
Cuando se observa la volatilidad de los precios de vivienda por tamaño, las unidades más pequeñas son las que presentan los mayores valores, cercanos al 33% anual, mientras que las áreas entre 120 y 200 m² muestran los menores valores, alrededor del 3.3% anual.

Gráfica 45: Volatilidad anual de los índices de precios de cada uno de los rangos de tamaño de unidades



Al revisar la composición del portafolio óptimo por tamaño, se encuentra que la mayor proporción se encuentra en inmuebles entre 120 y 200 m² (45.6%), debido a que ofrecen la mejor relación entre relatividad y riesgo. Sin embargo, es importante anotar que, aunque las áreas más pequeñas tienen el menor peso en el portafolio óptimo (1.8%) debido principalmente a sus altas volatilidades, son las que presentan el mayor crecimiento en área disponible durante el periodo 2013 – 2018 (166%). Este crecimiento se debe a que, en términos comerciales, estos inmuebles pequeños presentan un menor valor absoluto (en millones de pesos), por lo que, en un mercado con tendencia a aumentar los precios, son los que están más al alcance del comprador.

Gráfica 46: Portafolio óptimo de los índices de precios de vivienda, por cada uno de los rangos de tamaño de unidades



5.13. Selección de número de habitaciones para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños

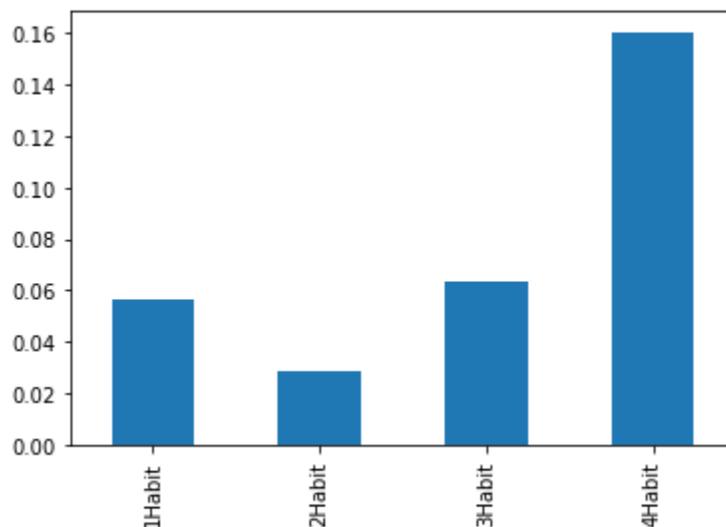
Las correlaciones correspondientes al número de habitaciones para la ciudad de Bogotá muestran que, como en el caso de los estratos y los tamaños, hay una alta correlación directa en todos los casos.

Gráfica 47: Correlaciones de los índices de precios según el número de habitaciones

	1 habit.	2 habit.	3 habit.	4 habit.
1 habit.	1.000	0.806	0.955	0.924
2 habit.	0.806	1.000	0.757	0.726
3 habit.	0.955	0.757	1.000	0.923
4 habit.	0.924	0.726	0.923	1.000

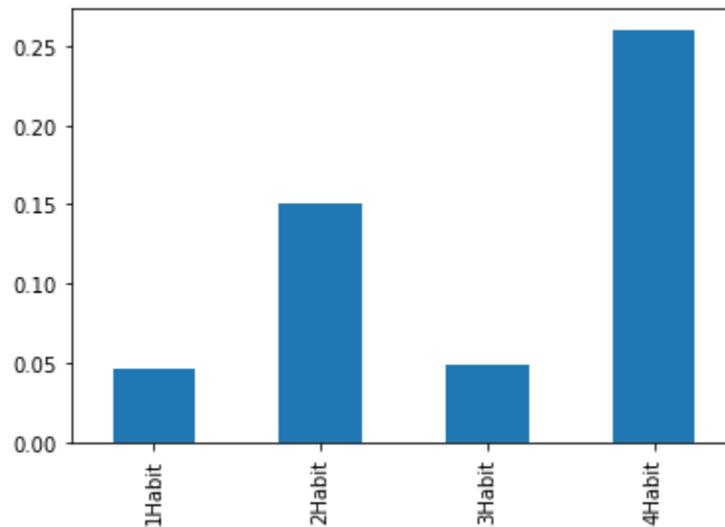
Al observar los retornos de los inmuebles según su número de habitaciones, las unidades de 4 habitaciones muestran la mayor rentabilidad, con valores del 16% anual. Por otra parte, las unidades de 2 habitaciones tienen una rentabilidad de 2.8% únicamente.

Gráfica 48: Retorno anual de los índices de precios según el número de habitaciones



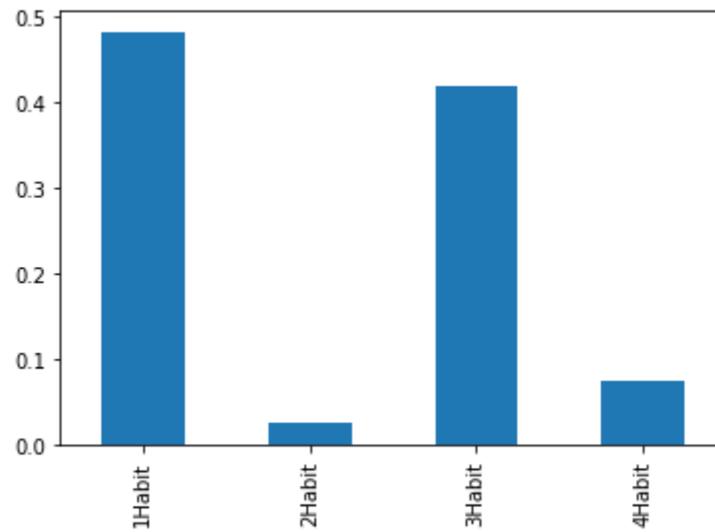
En cuanto a la volatilidad, los inmuebles de 4 habitaciones tienen la mayor volatilidad (26.0%), mientras que las unidades de 1 y 3 habitaciones muestran valores superiores al 4%.

Gráfica 49: Volatilidad anual de los índices de precios según el número de habitaciones



Finalmente, son precisamente las unidades de 1 y 3 habitaciones las que maximizan el ingreso ajustado al riesgo, con proporciones superiores al 40%.

Gráfica 50: Portafolio óptimo de los índices de precios de vivienda, según el número de habitaciones



5.14. Selección de barrios para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños

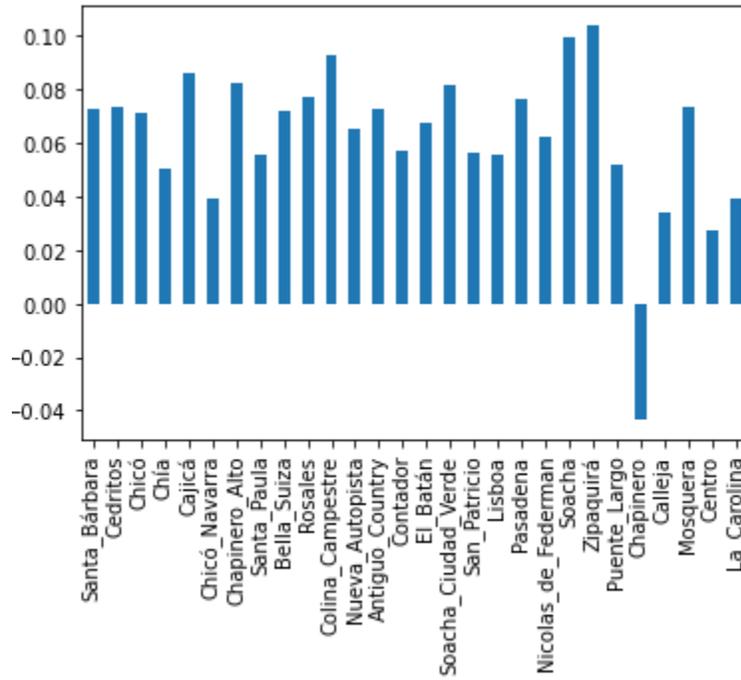
La información de correlación entre los barrios muestra que, en líneas generales, hay altas correlaciones entre los barrios. Sin embargo, en algunos barrios esta correlación es más baja.

Gráfica 51: Correlación de índices de precios para los 30 barrios con mayor cantidad de unidades disponibles

	Santa_Bárbara	Cedritos	Chicó	Chía	Cajicá	Chicó_Navarra	Chapinero_Alto	Santa_Paula	Bella_Suiza	Rosales	Colina_Campestre	Nueva_Autopista	Antiguo_Country	Contador	El_Batán	Soacha_Ciudad_Verde	San_Patricio	Lisboa	Pasadena	Nicolas_de_Federman	Soacha	Zipaquirá	Puente_Largo	Chapinero	Calleja	Mosquera	Centro	La_Carolina
Santa_Bárbara	1.00	0.98	0.98	0.90	0.98	0.97	0.88	0.96	0.96	0.93	0.96	0.97	0.89	0.97	0.97	0.98	0.94	0.81	0.94	0.89	0.95	0.97	0.93	0.57	0.72	0.87	0.69	0.75
Cedritos	0.98	1.00	0.96	0.87	0.97	0.95	0.83	0.91	0.95	0.91	0.98	0.97	0.86	0.99	0.97	0.98	0.94	0.80	0.91	0.87	0.98	0.96	0.91	0.67	0.80	0.92	0.78	0.83
Chicó	0.98	0.96	1.00	0.91	0.98	0.95	0.91	0.96	0.97	0.97	0.94	0.96	0.88	0.97	0.96	0.96	0.91	0.82	0.96	0.90	0.94	0.97	0.92	0.50	0.65	0.84	0.64	0.69
Chía	0.90	0.87	0.91	1.00	0.88	0.89	0.81	0.91	0.86	0.85	0.87	0.85	0.74	0.87	0.88	0.89	0.80	0.73	0.88	0.74	0.86	0.88	0.84	0.51	0.65	0.80	0.63	0.68
Cajicá	0.98	0.97	0.98	0.88	1.00	0.95	0.90	0.95	0.99	0.95	0.94	0.98	0.89	0.98	0.98	0.98	0.95	0.84	0.96	0.90	0.96	0.97	0.96	0.55	0.70	0.87	0.69	0.73
Chicó_Navarra	0.97	0.95	0.95	0.89	0.95	1.00	0.84	0.93	0.95	0.92	0.95	0.92	0.88	0.93	0.94	0.94	0.87	0.70	0.92	0.84	0.92	0.93	0.88	0.51	0.66	0.81	0.61	0.69
Chapinero_Alto	0.88	0.83	0.91	0.81	0.90	0.84	1.00	0.94	0.92	0.94	0.78	0.87	0.76	0.88	0.91	0.89	0.80	0.82	0.93	0.89	0.81	0.90	0.89	0.31	0.47	0.73	0.47	0.52
Santa_Paula	0.96	0.91	0.96	0.91	0.95	0.93	0.94	1.00	0.95	0.95	0.88	0.92	0.82	0.92	0.95	0.95	0.86	0.80	0.95	0.88	0.90	0.94	0.91	0.43	0.60	0.81	0.57	0.64
Bella_Suiza	0.96	0.95	0.97	0.86	0.99	0.95	0.92	0.95	1.00	0.97	0.91	0.97	0.87	0.96	0.98	0.97	0.92	0.83	0.97	0.92	0.94	0.95	0.95	0.47	0.63	0.83	0.61	0.66
Rosales	0.93	0.91	0.97	0.85	0.95	0.92	0.94	0.95	0.97	1.00	0.87	0.92	0.84	0.93	0.95	0.93	0.85	0.79	0.96	0.92	0.89	0.93	0.90	0.37	0.54	0.77	0.53	0.58
Colina_Campestre	0.96	0.98	0.94	0.87	0.94	0.95	0.78	0.88	0.91	0.87	1.00	0.93	0.85	0.96	0.93	0.95	0.90	0.74	0.86	0.81	0.96	0.94	0.85	0.68	0.80	0.90	0.76	0.82
Nueva_Autopista	0.97	0.97	0.96	0.85	0.98	0.92	0.87	0.92	0.97	0.92	0.93	1.00	0.86	0.98	0.98	0.97	0.96	0.84	0.94	0.88	0.96	0.96	0.96	0.61	0.74	0.90	0.74	0.78
Antiguo_Country	0.89	0.86	0.88	0.74	0.89	0.88	0.76	0.82	0.87	0.84	0.85	0.86	1.00	0.84	0.85	0.84	0.88	0.69	0.84	0.83	0.82	0.84	0.81	0.38	0.52	0.68	0.50	0.55
Contador	0.97	0.99	0.97	0.87	0.98	0.93	0.88	0.92	0.96	0.93	0.96	0.98	0.84	1.00	0.98	0.98	0.93	0.84	0.93	0.87	0.97	0.97	0.94	0.63	0.76	0.92	0.75	0.79
El_Batán	0.97	0.97	0.96	0.88	0.98	0.94	0.91	0.95	0.98	0.95	0.93	0.98	0.85	0.98	1.00	0.99	0.93	0.84	0.95	0.91	0.96	0.95	0.95	0.54	0.69	0.88	0.68	0.73
Soacha_Ciudad_Verde	0.98	0.98	0.96	0.89	0.98	0.94	0.89	0.95	0.97	0.93	0.95	0.97	0.84	0.98	0.99	1.00	0.93	0.85	0.94	0.89	0.97	0.96	0.95	0.61	0.75	0.92	0.74	0.78
San_Patricio	0.94	0.94	0.91	0.80	0.95	0.87	0.80	0.86	0.92	0.85	0.90	0.96	0.88	0.93	0.93	0.93	1.00	0.83	0.88	0.86	0.92	0.92	0.93	0.63	0.74	0.86	0.75	0.77
Lisboa	0.81	0.80	0.82	0.73	0.84	0.70	0.82	0.80	0.83	0.79	0.74	0.84	0.69	0.84	0.84	0.85	0.83	1.00	0.83	0.77	0.82	0.82	0.89	0.49	0.60	0.78	0.64	0.64
Pasadena	0.94	0.91	0.96	0.88	0.96	0.92	0.93	0.95	0.97	0.96	0.86	0.94	0.84	0.93	0.95	0.94	0.88	0.83	1.00	0.89	0.89	0.93	0.96	0.40	0.57	0.78	0.56	0.61
Nicolas_de_Federman	0.89	0.87	0.90	0.74	0.90	0.84	0.89	0.88	0.92	0.92	0.81	0.88	0.83	0.87	0.91	0.89	0.86	0.77	0.89	1.00	0.84	0.88	0.86	0.36	0.51	0.74	0.51	0.55
Soacha	0.95	0.98	0.94	0.86	0.96	0.92	0.81	0.90	0.94	0.89	0.96	0.96	0.82	0.97	0.96	0.97	0.92	0.82	0.89	0.84	1.00	0.94	0.92	0.67	0.80	0.92	0.79	0.82
Zipaquirá	0.97	0.96	0.97	0.88	0.97	0.93	0.90	0.94	0.95	0.93	0.94	0.96	0.84	0.97	0.95	0.96	0.92	0.82	0.93	0.88	0.94	1.00	0.92	0.59	0.73	0.89	0.71	0.77
Puente_Largo	0.93	0.91	0.92	0.84	0.96	0.88	0.89	0.91	0.95	0.90	0.85	0.96	0.81	0.94	0.95	0.95	0.93	0.89	0.96	0.86	0.92	0.92	1.00	0.55	0.68	0.86	0.69	0.72
Chapinero	0.57	0.67	0.50	0.51	0.55	0.51	0.31	0.43	0.47	0.37	0.68	0.61	0.38	0.63	0.54	0.61	0.63	0.49	0.40	0.36	0.67	0.59	0.55	1.00	0.98	0.86	0.97	0.97
Calleja	0.72	0.80	0.65	0.65	0.70	0.66	0.47	0.60	0.63	0.54	0.80	0.74	0.52	0.76	0.69	0.75	0.74	0.60	0.57	0.51	0.80	0.73	0.68	0.98	1.00	0.94	0.98	1.00
Mosquera	0.87	0.92	0.84	0.80	0.87	0.81	0.73	0.81	0.83	0.77	0.90	0.90	0.68	0.92	0.88	0.92	0.86	0.78	0.78	0.74	0.92	0.89	0.86	0.86	0.94	1.00	0.93	0.95
Centro	0.69	0.78	0.64	0.63	0.69	0.61	0.47	0.57	0.61	0.53	0.76	0.74	0.50	0.75	0.68	0.74	0.75	0.64	0.56	0.51	0.79	0.71	0.69	0.97	0.98	0.93	1.00	0.98
La_Carolina	0.75	0.83	0.69	0.68	0.73	0.69	0.52	0.64	0.66	0.58	0.82	0.78	0.55	0.79	0.73	0.78	0.77	0.64	0.61	0.55	0.82	0.77	0.72	0.97	1.00	0.95	0.98	1.00

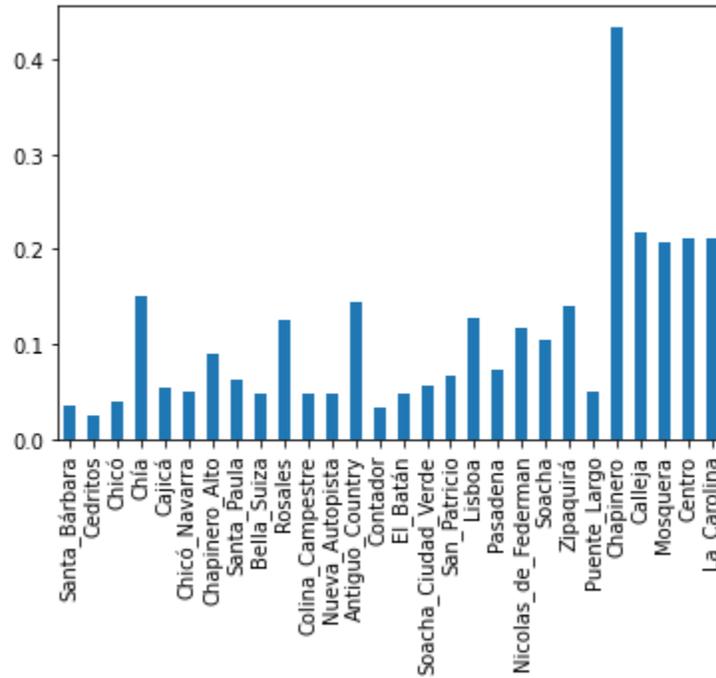
Los barrios que presentan una mayor rentabilidad son Zipaquirá (10.4%) y Soacha, con 9.9%. Destaca el retorno negativo que ofrecen barrios como Chapinero (-4.3%)

Gráfica 52: Retorno anual de los índices de precios para los 30 barrios con mayor cantidad de unidades disponibles



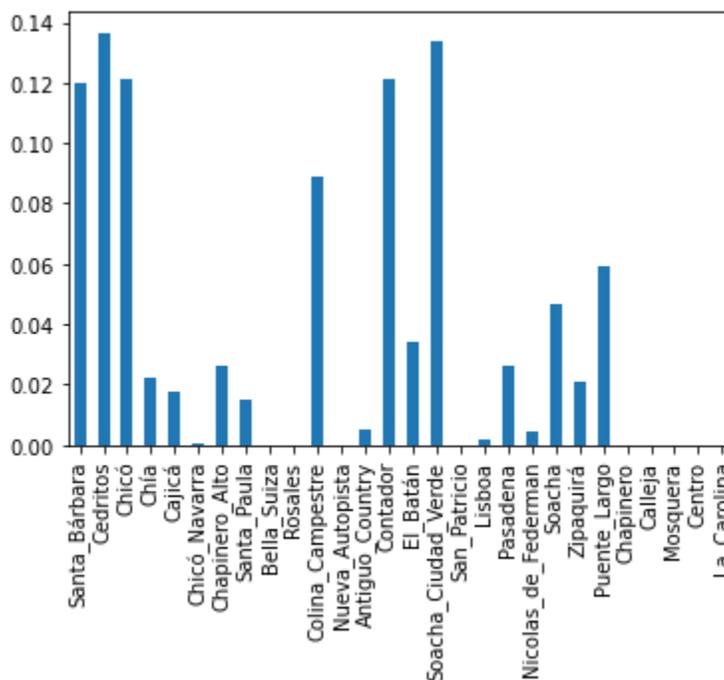
Al observar los valores de volatilidad por barrios, destaca el alto valor de volatilidad que presenta Chapinero, superior al 40%. Por otra parte, Cedritos muestra los menores valores de volatilidad, cercanos al 2.4%.

Gráfica 53: Volatilidad anual de los índices de precios para los 30 barrios con mayor cantidad de unidades disponibles



Cuando se revisa la composición del portafolio por barrios, el retorno ajustado al riesgo prioriza a barrios con volatilidades bajas, como es el caso de Cedritos (14.7%), Contador (13.9%) y Soacha – Ciudad verde (12.3%).

Gráfica 54: Portafolio óptimo de los índices de precios de vivienda para los 30 barrios con mayor cantidad de unidades disponibles



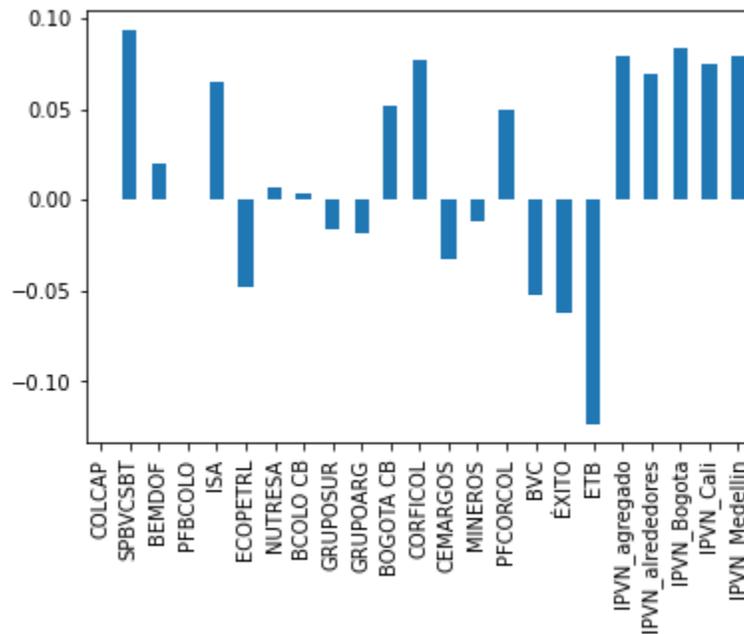
5.15. Selección de portafolio de activos de inversión

Con el propósito de comparar el performance de diferentes alternativas de inversión, se hace una selección de portafolio con los siguientes grupos de activos para el periodo comprendido entre enero de 2008 y septiembre de 2020:

- Índice de renta variable colombiano
- Acciones pertenecientes al índice Colcap
- Índices de renta fija colombianos
- Índices de precios de vivienda nueva

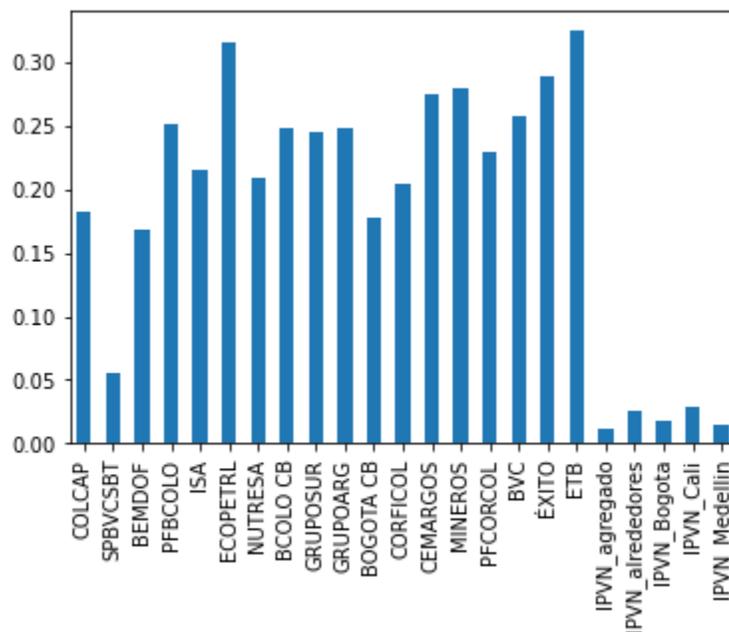
Se puede apreciar que los bonos soberanos presentan la mayor rentabilidad anual. Por otra parte, destaca el comportamiento negativo de algunas acciones. Por otra parte, los índices de precios de vivienda tienen rendimientos entre el 6.9% y el 8.3%

Gráfica 55: Retorno anual de cada uno de los componentes del portafolio



En cuanto a la volatilidad de los activos, se destacan los altos valores de volatilidad que presentan las acciones. Por otra parte, los índices de precios de vivienda generan volatilidades bajas, con valores entre el rango de 1 y 2% anual.

Gráfica 56: Volatilidad anual de cada uno de los componentes del portafolio



Cuando se analizan las correlaciones entre los diferentes activos, se aprecia que los índices de renta variable Colcap y los índices colombianos de vivienda presentan correlaciones bajas, con valores promedio cercanas a 0.11, lo que indica que no hay correlación entre los dos activos.

Tabla 12: Correlaciones entre el índice de renta variable Colcap y los índices de precios de vivienda nueva en Colombia

Activo	Descripción	IPVN agregado	IPVN alrededores	IPVN Bogota	IPVN Cali	IPVN Medellin
COLCAP	Índice COLCAP	0.131	0.092	0.174	0.044	0.108

Por otra parte, se puede observar un comportamiento dispar en cuanto a la correlación con las acciones que pertenecen al índice Colcap. Mientras que hay correlaciones directas altas como con la acción del Banco de Bogotá (0.80 en promedio), existen otras que tienen una correlación negativa como la ETB (-0.67) y otras que no tienen una correlación clara.

Tabla 13: Tabla de correlación entre las acciones pertenecientes al Colcap y los índices de precios de vivienda en Colombia

Activo	Descripción	IPVN agregado	IPVN alrededores	IPVN Bogota	IPVN Cali	IPVN Medellín
PFBCOLO	Preferencial Bancolombia	0.691	0.674	0.704	0.667	0.684
ISA	ISA	0.527	0.517	0.506	0.603	0.545
ECOPETRL	Ecopetrol	-0.307	-0.338	-0.270	-0.345	-0.333
NUTRESA	Nutresa	0.580	0.550	0.612	0.492	0.562
BCOLO CB	Bancolombia	0.669	0.649	0.683	0.644	0.660
GRUPOSUR	Sura	0.431	0.403	0.469	0.315	0.415
GRUPOARG	Inversiones Argos	0.233	0.198	0.273	0.122	0.215
BOGOTA CB	Banco de Bogotá	0.819	0.802	0.843	0.754	0.798
CORFICOL	Corficolombiana	0.619	0.616	0.648	0.510	0.597
CEMARGOS	Cementos Argos	0.497	0.474	0.526	0.384	0.486
MINEROS	Mineros	-0.535	-0.554	-0.527	-0.526	-0.529
PFCORCOL	Preferencial Corficolombiana	0.468	0.462	0.503	0.348	0.441
BVC	Bolsa de Valores de Colombia	-0.533	-0.560	-0.526	-0.517	-0.524
ÉXITO	Éxito	-0.238	-0.267	-0.182	-0.359	-0.278
ETB	ETB	-0.679	-0.673	-0.694	-0.658	-0.657

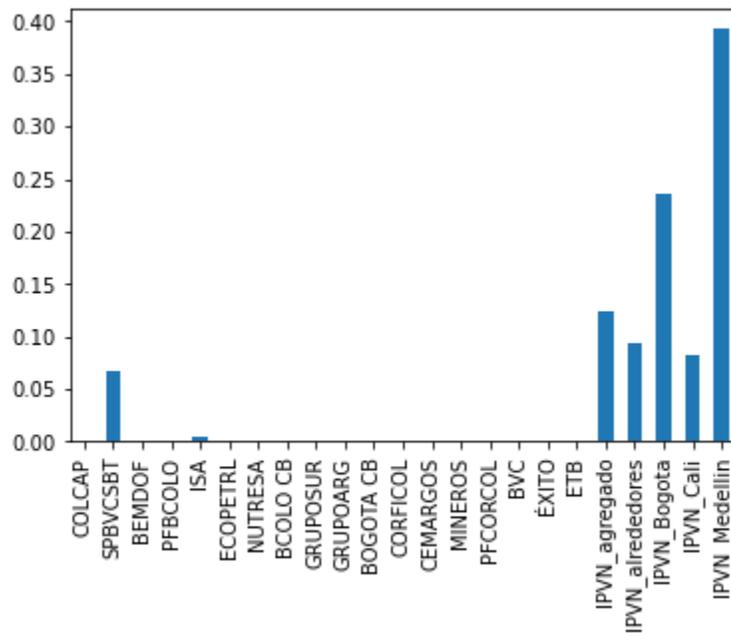
Cuando se revisa la correlación entre los índices de vivienda en Colombia y los índices de renta fija, presentan correlaciones altas, con valores promedio de 0.88.

Tabla 14: Correlación entre los precios de vivienda de Colombia y el Dólar

Activo	Descripción	IPVN agregado	IPVN alrededores	IPVN Bogota	IPVN Cali	IPVN Medellín
SPBVCSBT	S&P Colombia Sovereign Bond Total Return Index	0.977	0.972	0.976	0.971	0.975
BEMDOF	Bloomberg Barclays Colombia Govt Inflation-linked all	0.808	0.790	0.834	0.732	0.785

Finalmente, cuando se analiza la composición óptima del portafolio de inversión, se puede apreciar que se favorece los índices de vivienda y los REIT local Inmoval.

Gráfica 57: Composición óptima del portafolio de inversión



A continuación, se muestra el resumen de la rentabilidad anual, volatilidad anual y la composición del portafolio óptimo de los activos seleccionados.

Tabla 15: Resumen de rentabilidad anual, volatilidad anual y portafolio óptimo

Sigla	Descripción	Rentabilidad anual	Volatilidad anual	Portafolio óptimo
COLCAP	Índice COLCAP	-0.04%	18.29%	0.00%
SPBVCSBT	S&P Colombia Sovereign Bond Total Return Index	9.35%	5.59%	6.64%
BEMDOF	Bloomberg Barclays Colombia Govt Inflation-linked all maturities	2.02%	16.86%	0.00%
PFBCOLO	Preferencial Bancolombia	0.05%	25.11%	0.00%
ISA	ISA	6.47%	21.57%	0.53%
ECOPETRL	Ecopetrol	-4.82%	31.60%	0.00%
NUTRESA	Nutresa	0.67%	20.85%	0.00%
BCOLO CB	Bancolombia	0.35%	24.77%	0.00%
GRUPOSUR	Sura	-1.61%	24.55%	0.00%
GRUPOARG	Inversiones Argos	-1.84%	24.85%	0.00%
BOGOTA CB	Banco de Bogotá	5.19%	17.68%	0.00%
CORFICOL	Corficolombiana	7.66%	20.34%	0.00%
CEMARGOS	Cementos Argos	-3.25%	27.46%	0.00%
MINEROS	Mineros	-1.14%	27.95%	0.12%
PFCORCOL	Preferencial Corficolombiana	4.98%	22.91%	0.09%
BVC	Bolsa de Valores de Colombia	-5.24%	25.81%	0.00%
ÉXITO	Éxito	-6.26%	28.92%	0.00%
ETB	ETB	-12.32%	32.40%	0.00%
IPVN_agregado	Índice de precios de vivienda nueva Colombia - BanRepública	7.91%	1.23%	12.36%
IPVN_alrededores	Índice de precios de vivienda nueva Bogotá- BanRepública	6.94%	2.54%	9.28%
IPVN_Bogota	Índice de precios de vivienda nueva Municipios aledaños Bogotá- BanRepública	8.38%	1.74%	23.53%
IPVN_Cali	Índice de precios de vivienda nueva Cali - BanRepública	7.47%	2.86%	8.21%
IPVN_Medellin	Índice de precios de vivienda nueva Medellín - BanRepública	7.87%	1.50%	39.25%

6. CONCLUSIONES

A partir del trabajo llevado a cabo, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

Uso de Python como herramienta robusta:

- Se pudo comprobar que el lenguaje de programación *Python* y las librerías asociadas *Pandas*, *Numpy* y *Scipy* permiten realizar un análisis detallado de la información proveniente de las bases de datos de manera rápida y eficiente. La obtención de los índices y la selección de portafolios usando Microsoft Excel hubiera sido mucho más dispendiosa, debido a que el tamaño de la base de datos pone un reto para su operabilidad y para la obtención de los cálculos subsiguientes.
- El uso de este lenguaje de programación también permitió desarrollar tanto las pruebas de validez estadística, como la obtención del portafolio de tangencia y la determinación del retorno ajustado al riesgo del portafolio de una manera mucho más fácil de operar, rápida y económica, ya que al tener una orientación *open source*, hace innecesaria la compra de licencias de paquetes informáticos. De manera adicional, los módulos de *Python* utilizados en este estudio fueron elaborados para poder ser utilizados posteriormente en ambientes profesionales.

Determinación de índices

- La aplicación del índice de Fisher para la ciudad de Bogotá y municipios aledaños como método de cálculo para determinar la variación de precio permite tener en

cuenta tanto las variaciones presentadas en el área disponible, como en los precios propiamente dichos. De manera adicional, el uso del índice de Fisher como media geométrica permite dar igual peso tanto al índice de Laspeyres, enfocado en la variación del precio, y el índice de Paasche, que prioriza la variación del área, en línea con lo reportado por otros autores (Lavado & Mosquera, 2015).

- La mayoría de los inmuebles nuevos disponibles en Bogotá y los municipios aledaños se caracterizan por ser de estrato 3 y 4, con áreas entre 40 y 90 m² y con tres habitaciones.
- El índice de precios de vivienda nueva calculado en este estudio no presenta diferencias significativas tanto con el publicado por el Dane como con el del Banco de la República.
- El índice de precios de vivienda nueva calculado en este estudio no presenta diferencias significativas Índice Case-Shiller composite 20 cities, como se observa en la prueba de validez estadística de Chi-cuadrado, en la Tabla 10 de la página 67.
- Los índices de precios de vivienda nueva presentan altas correlaciones directas entre los diferentes estratos, tamaños y número de habitaciones. Así mismo, en la mayoría de los barrios existen altas correlaciones directas.

- Los precios de la vivienda nueva en la región de Bogotá y municipios aledaños presentan la misma tendencia de precios que el índice que agrupa a las 20 mayores ciudades de Estados Unidos, como muestran los altos valores de correlaciones mostrados en la Tabla 11 de la página 68.

Herramienta de optimización de portafolio de inversión

- Con el propósito de tener más información disponible (desde enero de 2010 hasta junio de 2020), se decidió utilizar la información del índice de precios de vivienda nueva provenientes del Banco de la República. Vale la pena recordar que mientras el índice de precios de vivienda nueva publicado por el Dane tiene una periodicidad trimestral, la base de datos de la Galería Inmobiliaria autorizada para el uso en este estudio se restringe desde enero de 2013 hasta diciembre de 2018.
- Se pudo observar que los índices de precios de vivienda nueva no presentan correlaciones con el índice de renta variable en Colombia. No obstante, presenta correlaciones positivas con los índices de bonos soberanos para Colombia.
- Se puede apreciar que los índices de precios de vivienda en Colombia presentan altos niveles de retorno anualizado y bajos niveles de volatilidad, para el periodo comprendido entre enero de 2010 y junio de 2020.

- Aunque el índice general muestra altos niveles de rentabilidad y bajos niveles de volatilidad, esta situación no es constante en todos los barrios de la ciudad, porque las características específicas de cada barrio hacen que estos valores varíen.
- Con este estudio, se pudo comprobar que las herramientas clásicas de selección de portafolio clásico pueden ser usadas de manera efectiva para una combinación de activos que incluye renta fija y renta variable en Colombia.

Aplicación en el sector de la construcción:

- El uso de índices de precios de vivienda específicos constituye una gran herramienta para los constructores y promotores de vivienda, ya que permite conocer la tendencia que presentan los precios según diferentes variables de tipología (tamaño de la unidad y número de habitaciones). Esto permite optimizar los ingresos de los proyectos inmobiliarios de vivienda al modificar las características de las unidades.
- Al conocer la variación de los precios de vivienda por barrios, los promotores de vivienda tienen la oportunidad de distribuir sus inversiones en la ciudad, de tal manera que puedan maximizar sus retornos ajustado al riesgo.

7. BIBLIOGRAFÍA

- Ali, G., & Zaman, K. (2017). Do house prices influence stock prices? Empirical investigation from the panel of selected European Union countries. *Economic research-Ekonomska istraživanja*, 30(1), 1840-1849.
- Banco de la República, (2019). Índice de precios de la vivienda nueva (IPVNBR). Tomado de <http://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/indice-precios-vivienda-nueva-ipvnbr>
- Castaño-Lavado, J. F., Laverde, M., & Morales-Mosquera, M. Á. (2013). Índice de los precios de la vivienda nueva para Bogotá: metodología de precios hedónicos. *Temas de Estabilidad Financiera*; No. 78.
- Cervantes O., Báez D., Arizaga, A., Castillo E. (2017). Python ® con aplicaciones a las matemáticas, ingeniería y finanzas. Ciudad de México, Editorial Alfaomega.
- Credicorp, 2018. Prospecto Fondo de Inversión Colectiva Inmobiliario Cerrado INMOVAL.
- Decreto 1467 de 2019, Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística, 2015. Metodología general Índice de Precios de Vivienda Nueva.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística, 2019. Censo Nacional de Población y Vivienda - CNPV 2018. Recuperado el 3 de octubre de 2020 de: http://systema59.dane.gov.co/redcol/CNPV2018/PERSONAS_DEMOGRAFICO_Cuadros%20CNPV_2018.htm y

http://systema59.dane.gov.co/redcol/CNPV2018/HOGARES_Cuadros%20CNPV_2018.htm

DiPasquale, D., & Wheaton, W. C. (1992). The markets for real estate assets and space: A conceptual framework. *Real Estate Economics*, 20(2), 181-198.

Domingo, E. V., & Fulleros, R. F. (2005). Real estate price index: a model for the Philippines. Press & Communications CH-4002 Basel, Switzerland E-mail: publications@bis.org Fax:+ 41 61 280 9100 and+ 41 61 280 8100, 139.

Eurostat, 2013. Manual del Índice de precios de Inmuebles Residenciales (IPIR). Oficina de publicaciones de la Unión Europea, Luxemburgo, pg. 43.

Federal Reserve St. Louis (s.f.), Recuperado el 8 de marzo de 2020, de <https://fred.stlouisfed.org/categories/32261>

García, Y., & Sarasa, A. (2018). Big data. Análisis de datos con Python. Editorial Garceta, Madrid.

Gokmenoglu, K., & Hesami, S. (2019). Real estate prices and stock market in Germany: analysis based on hedonic price index. *International Journal of Housing Markets and Analysis*.

Hilpisch, Y. (2014). Python for Finance: Analyze big financial data. " O'Reilly Media, Inc."

Ibbotson, R. G., & Siegel, L. B. (1984). Real estate returns: a comparison with other investments. *Real Estate Economics*, 12(3), 219-242.

- Kallberg, J. G., Liu, C. H., & Greig, D. W. (1996). The role of real estate in the portfolio allocation process. *Real Estate Economics*, 24(3), 359-377.
- Lavado, J. F. C., & Mosquera, M. Á. M. (2015). Revisión metodológica de índices de precios de la vivienda. Banco de la República Colombia.
- Laverde, M., Castaño-Lavado, J. F., Morales, M., & Yaruro-Jaime, A. M. (2015). Índice de precios de la vivienda nueva para Bogotá: metodología de precios hedónicos. Capítulo 11. Índice de precios de la vivienda nueva para Bogotá: metodología de precios hedónicos. Pág.: 339-387.
- Lin, T. C., & Lin, Z. H. (2011). Are stock and real estate markets integrated? An empirical study of six Asian economies. *Pacific-Basin Finance Journal*, 19(5), 571-585.
- Liow, K. H., Huang, Y., & Song, J. (2019). Relationship between the United States housing and stock markets: Some evidence from wavelet analysis. *The North American Journal of Economics and Finance*, 50, 101033.
- Maier, G., & Herath, S. (2009). Real Estate Market Efficiency. A Survey of Literature.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
- Melser, D., & Hill, R. J. (2019). Residential Real Estate, Risk, Return and Diversification: Some Empirical Evidence. *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, 59(1), 111-146.
- OIT, F., & OCDE, E. ONU e Banco Mundial. (2006). Manual del Índice de precios al consumidor. Teoría y práctica.

PEI, 2019. Políticas de inversión. Recuperado el 6 de noviembre de 2019 de:

<http://www.pei.com.co/que-es-el-pei/politicas-de-inversion>

Quan, D. C., & Titman, S. (1999). Do real estate prices and stock prices move together? An international analysis. *Real Estate Economics*, 27(2), 183-207.

Ruppert, D. (2014). Trimming and winsorization. *Wiley StatsRef: Statistics Reference Online*.

Secretaría de Hábitat de Bogotá, 2019. Indicadores información sectorial Bogotá DC. Actualización a Julio 18 de 2019.

Secretaría de planeación, alcaldía Mayor de Bogotá, 2018. Monografía 2017 Diagnóstico de los principales aspectos territoriales, de infraestructura, demográficos y socioeconómicos. Bogotá DC. Secretaría de planeación, alcaldía Mayor de Bogotá. Pág. 26, 28, 32, 158, 160.

Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *The Journal of business*, 39(1), 119-138.

Sharpe, W. F. (1994). The sharpe ratio. *Journal of portfolio management*, 21(1), 49-58.

S&P Dow Jones Indices, 2019. S&PCoreLogic Case-Shiller Home Price Indices Methodology

Unidad Administrativa Especial de Catastro Distrital, 2019. Resultados del Censo Inmobiliario 2019, página 11.

Vaidyanathan V., Martellini, L. (n.d.) Portfolio Construction and Analysis with Python [MOOC]. Coursera.

Wood, R. (2005). A comparison of UK residential house price indices. *BIS papers*, 21(16), 212-227.

Yunda, J. G. (2019). Densificación y estratificación social en Bogotá: distribución sesgada de la inversión privada. *EURE (Santiago)*, 45(134), 237-257.