

Tilburg University

Het stochastische variantie optiewaarderingsmodel

van Bremen, M.R.R.; Zijlstra, J.C.G.

Publication date:
1991

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link to publication in Tilburg University Research Portal](#)

Citation for published version (APA):
van Bremen, M. R. R., & Zijlstra, J. C. G. (1991). *Het stochastische variantie optiewaarderingsmodel*. (Research Memorandum FEW). Faculteit der Economische Wetenschappen.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

CBM
R



UNIVERSITEIT
BRABANT

POSTBOX 90153
5000 LE TILBURG
THE NETHERLANDS

7626
1991



* C I N O 1 9 1 6 *

530



DEPARTMENT OF ECONOMICS
RESEARCH MEMORANDUM



**HET STOCHASTISCHE VARIANTIE
OPTIEWAARDERINGSMODEL**

Michel R.R. van Bremen
Jeroen C.G. Zijlstra

FEW 530

R29
336.761.5
336.764.3
(492)

HET STOCHASTISCHE VARIANTIE OPTIEWAARDERINGSMODEL¹

Michel R.R. van Bremen

Jeroen C.G. Zijlstra

Versie: november 1991

1 Inleiding

Het waarden van Nederlandse call-opties op aandelen staat in dit paper centraal. Het model dat daarvoor in de praktijk het meest wordt gebruikt is het model van Black en Scholes (1973). De prijs die het Black en Scholes-model (BS-OPM) aan een call-optie toekent blijkt echter niet altijd overeen te komen met de marktprijs. Dit zou kunnen liggen aan het feit dat niet wordt voldaan aan de specifieke veronderstellingen van het model of kan zijn oorsprong vinden in markt-inefficiënties of het niet-synchroon zijn van markten. In dit paper wordt de specifieke veronderstelling van het BS-OPM ten aanzien van het constant zijn van de variantie van de aandelenopbrengsten losgelaten. Aannemelijk wordt gemaakt dat de variantie in werkelijkheid in de tijd varieert. Een model dat wél met een veranderende variantie van de aandelenopbrengsten rekening houdt, het Stochastische Variantie-model (SV-OPM), zal hierna worden behandeld, waarna een empirische test op Nederlandse call-opties zal worden uitgevoerd. In de slotparagraaf zullen de waarderingsprestaties van het SV-OPM vergeleken worden met de prestaties van het BS-OPM. Hieruit zou kunnen worden afgeleid of de oorzaak van afwijkingen van de modelprijs van de marktprijs moet worden gezocht in de richting van de specifieke of de meer algemene veronderstellingen van de beide modellen.

¹ De auteurs zijn veel dank verschuldigd aan Adri Verboven en Harrie Geerts voor hun stimulerende en sturende op- en aanmerkingen. De auteurs blijven natuurlijk verantwoordelijk voor eventuele resterende fouten.

2 De variantie van de opbrengsten van het onderliggende aandeel:

De prijs van een optie wordt door tenminste zes factoren bepaald:

- de prijs van het onderliggende aandeel
- de risicovrije interestvoet
- de resterende looptijd van de optie
- de uitoefenprijs
- de hoogte van het dividend dat in de resterende looptijd wordt uitgekeerd
- de variantie van de opbrengsten van het onderliggende aandeel

Het BS-OPM veronderstelt dat de variantie van de opbrengsten van het onderliggende aandeel van een optie gedurende de resterende looptijd constant is. In de literatuur zijn echter verschillende redenen te berde gebracht die deze veronderstelling in twijfel trekken. Black (1975) en later Schmalensee en Trippi (1978) ontdekken bijvoorbeeld uit empirische gegevens een inverse relatie tussen de beweging van de aandelprijs en de variantie van de aandeelopbrengsten. Zij verklaren deze inverse relatie aan de hand van een eenvoudig economisch mechanisme. Als de koers van het aandeel van een onderneming daalt (bijvoorbeeld als gevolg van een verwachte winstdaling), dan zal de marktwaarde van het eigen vermogen sneller dalen dan de marktwaarde van het vreemd vermogen van de onderneming. Hierdoor zal de vreemd vermogen/eigen vermogen-quote stijgen en dus het risico van het aandeel toenemen. Een vergelijkbaar effect treedt op als een onderneming vrijwel geen vreemd vermogen heeft en een koersdaling optreedt als gevolg van een verwachte winstdaling. Omdat elke onderneming vaste kosten heeft die betaald zullen moeten worden ongeacht de hoogte van het inkomen, zal een daling van het inkomen een stijging van de risicograad veroorzaken. Naast deze eenvoudige mechanismen noemt Schwert (1989) onder andere de volgende variabelen die een significant verband met de variantie van de aandelenopbrengsten vertonen: de variantie van de geldgroei, de variantie van de industriële productie en de omvang van de handel in aandelen. In het kader van dit paper is het voldoende te constateren dat er redenen zijn om aan te nemen dat de variantie van de aandeelopbrengsten niet constant is. Eerst zal nu worden nagegaan of de variantie van de aandeelopbrengsten in de werkelijkheid varieert.

De specifieke veronderstelling van het BS-OPM ten aanzien van het gedrag van de variantie van de aandeloopbrengsten kan onderzocht worden door de variantie gedurende de looptijd van een bepaalde optie te volgen. In de literatuur zijn twee schattingsmethoden ontwikkeld om de waarde van deze variantie vast te stellen. De historische variantie methode schat de waarde van de variantie uit de variantie van de aandeloopbrengsten die in een bepaalde periode heeft gegolden. De belangrijkste nadelen die aan deze methode van het schatten van de toekomstige variantie kleven zijn onder andere dat een grote koersmutatie in het verleden gedurende een lange periode zijn invloed doet gelden op de hoogte van de schatting. Een ander nadeel is dat in de financieringstheorie wordt verondersteld dat de aandelenmarkt zich houdt aan de semi-stringente vorm van marktefficiëntie. Deze hypothese houdt ondermeer in dat historische prijzen geen additionele informatie bevatten voor de schatting van de toekomstige prijzen.

De methode van de impliciete variantie neemt als schatter voor de variantie vandaag de waarde die de modelprijs van een optie gelijk doet zijn aan de marktprijs van gisteren². Onder de veronderstellingen van Black en Scholes zou de impliciete variantie voor opties met dezelfde looptijd identiek moeten zijn. Dit blijkt echter niet het geval. In navolging van Beckers (1981) is daarom gekozen voor de impliciete variantie van die optie die de hoogste afgeleide kent van de modelprijs naar de variantie³. Hij toont aan dat deze variantie de beste voorspelling geeft van de toekomstige variantie.

Het koersgedrag gedurende het jaar 1988 is onderzocht voor 5 hoofdfondsen (Akzo, KLM, Philips, Royal Dutch en Unilever) die zijn genoteerd aan de Amsterdamse Effectenbeurs. Juist deze fondsen zijn geselecteerd, omdat de handel in de opties op deze aandelen het meest liquide is in vergelijking met andere fondsen. Hierdoor worden problemen met betrekking tot het niet-efficiënt

² Er zijn verschillende variaties op beide methoden, zoals het gebruik van de impliciete variantie van een andere optie op hetzelfde aandeel.

³ De reden dat deze variantie de beste schatting geeft is gelegen in het feit dat de waarde van deze optie het meest gevoelig is voor veranderingen in de hoogte van de variantie.

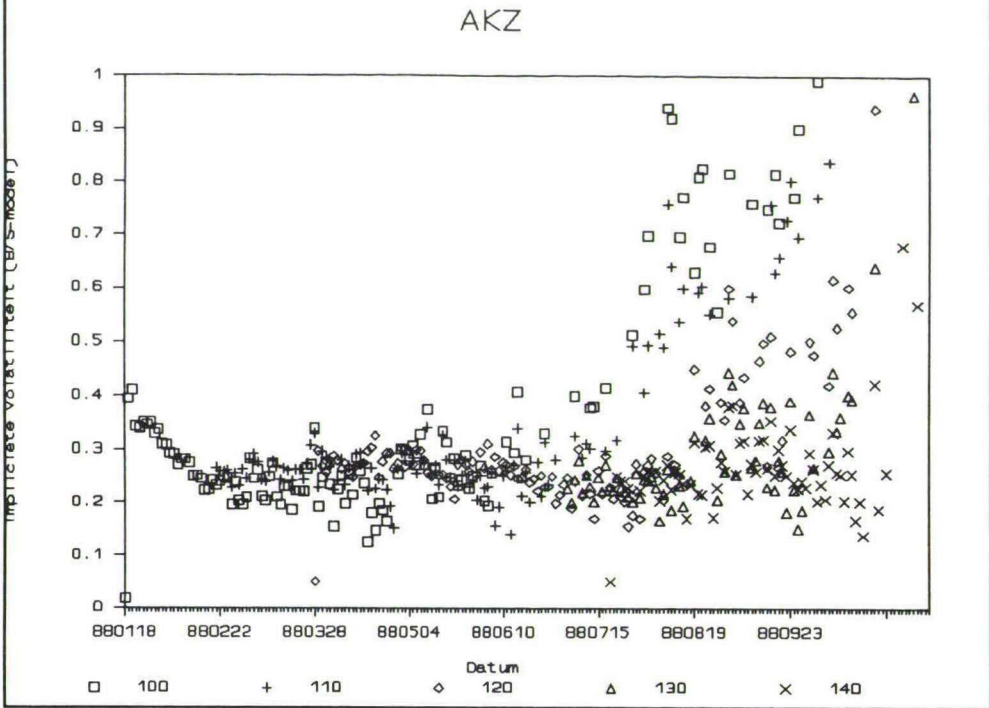
en niet-synchroon zijn van de optie- en aandelenmarkt zoveel mogelijk vermeden⁴. Wordt de impliciete variantie bepaald van vijf call-opties op het aandeel Akzo met dezelfde resterende looptijd en verschillende uitoefenprijzen, dan leidt dit tot afbeelding 1⁵.

In de afbeelding komt duidelijk tot uiting dat de variantie varieert en dat de spreiding van de verschillende varianties toeneemt naarmate de resterende looptijd afneemt. Een soortgelijk beeld wordt verkregen voor de andere onderzochte fondsen. Concluderend kan worden gesteld dat de veronderstelling van het BS-OPM, dat de variantie van de aandeelopbrengsten gedurende de resterende looptijd constant is, in de praktijk niet altijd opgaat. In de volgende paragraaf zal een ander optiewaarderingsmodel worden gepresenteerd, dat expliciet rekening houdt met een variërende variantie.

⁴ Een markt is efficiënt als geen enkele handelaar consistent, voor het risico aangepaste, abnormale winsten behaalt. Dit na transactiekosten en belastingen. Voor een volledig risicovrije strategie betekent abnormale winst dat deze hoger is dan de risicovrije interestvoet. Markten zijn synchroon als de handel in aan elkaar gerelateerde effecten gelijktijdig plaatsvindt en de prijzen deze synchroniteit tot uiting brengen. Synchroniteit van de aandeel- en optiemarkten wil bijvoorbeeld zeggen dat een verandering in de aandeelprijs onmiddellijk in de optieprijs tot uiting komt.

⁵ In het vervolg van dit artikel zullen slechts de onderzoeksresultaten van testen op het aandeel Akzo alsmede de hieraan gerelateerde opties worden gepresenteerd. Wanneer daar aanleiding toe is zullen de onderzoeksresultaten van de andere onderzochte fondsen naar voren worden gebracht.

Afbeelding 1 De ontwikkeling van de impliciete volatiliteit voor call-opties op het aandeel Akzo met afwijkende uitoefenprijzen en dezelfde looptijd in het jaar 1988.



3 Het Stochastische Variantie-model

In de literatuur zijn verschillende modellen naar voren gebracht die uitgaan van een niet constante variantie gedurende de looptijd van de optie. Naast het SV-OPM, kunnen onder andere worden genoemd: Het Constant Elasticity of Variance-model (Cox en Ross, 1976) en het Jump Diffusion-model (Merton, 1976). In tegenstelling tot laatst genoemde modellen, volgen bij het SV-OPM zowel de aandelprijs als de variantie een stochastische beweging. Hull en White (1987) veronderstellen dat de aandelprijs (S) en de instantaneous variantie ($\nu = \sigma^2$) zich houden aan de volgende bewegingen:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW \quad (1)$$

$$dV = \phi V dt + \xi V dZ \quad (2)$$

De variabele μ is een parameter die mogelijk afhankelijk is van S , σ en t . De Wiener-processen dZ en dW hebben een correlatie-coëfficiënt gelijk aan ρ ⁶. In formule 2 is de waarde van de parameter ξ een maatstaf voor de mate waarin de variantie van de aandelenopbrengsten varieert⁷.

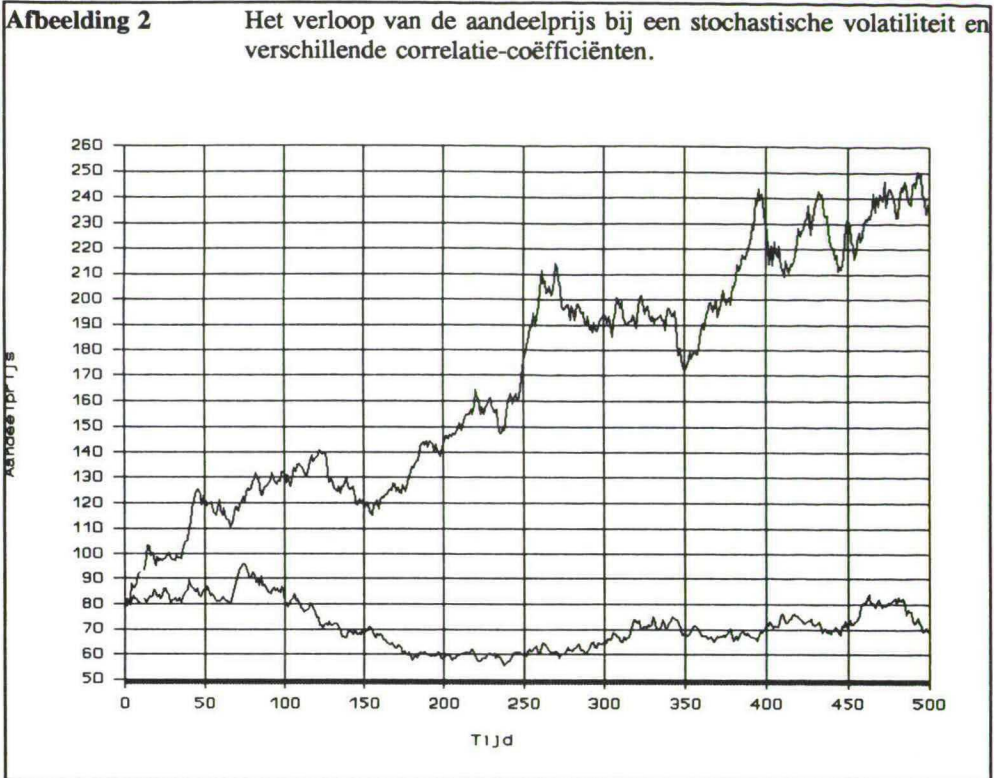
Doordat zowel de aandelprijs als de variantie een stochastische beweging doormaken kunnen afzonderlijke stijgings- of dalingspercentages voorkomen. Tevens is het bij dit model mogelijk om een correlatie tussen de beide bewegingen te veronderstellen. Hierdoor kunnen de mechanismen zoals beschreven in paragraaf 2 in het model worden gecorporeerd. Een negatief (positief) verband tussen de beweging van de aandelprijs en de beweging van de variantie kan worden ingevoerd in het model door aan de correlatiecoëfficiënt een negatieve (positieve) waarde toe te kennen.

Om een indruk te geven van de invloed van verschillende correlatie-coëfficiënten op de ontwikkeling van de aandelprijs zijn in afbeelding 2 twee mogelijke, gesimuleerde prijsontwikkelingen van een aandeel afgebeeld. De bovenste grafiek heeft een correlatie-coëfficiënt tussen de afzonderlijke Wiener-processen van 1 en de onderste een correlatie-coëfficiënt van -1. Uit afbeelding 2 komt duidelijk naar voren dat in geval van een positieve correlatie tussen de variantie en de aandelprijs de prijsbewegingen wilder worden naarmate de aandelprijs stijgt. Bij een negatieve correlatie zijn de prijsbewegingen rustiger. Doordat het verwachte rendement op het aandeel (μ) positief wordt verondersteld, zal de aandelprijs in de tijd gemiddeld toenemen. Bij een negatieve correlatie tussen de beweging

⁶ Indien in formule 2 geldt dat $dV=0$ dan is het SV-OPM gelijk aan het BS-OPM. Doordat de verandering in de variantie in dit geval elke periode nihil is, blijft de variantie constant.

⁷ In het gehele onderzoek is gesteld, dat $\xi = 1$.

van de aandelprijs en de beweging van de variantie, heeft dit tot gevolg dat de variantie gemiddeld afneemt.



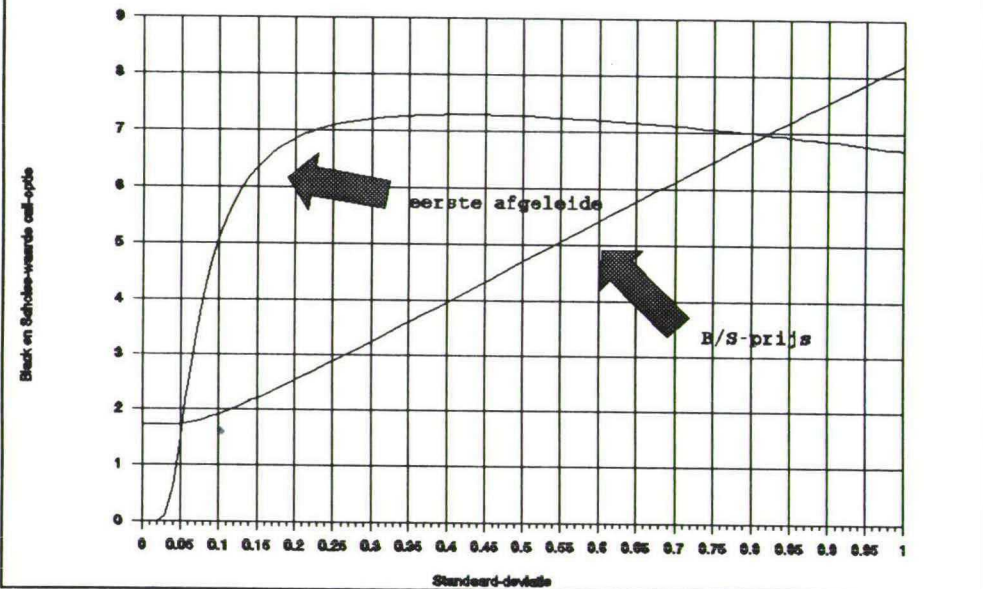
Wanneer op basis van een dergelijk proces een optiewaarderingsmodel moet worden geformuleerd, wordt er gestuit op het probleem van het vormen van een hedge, die geen systematisch risico bevat. Black en Scholes leiden hun model af door het vormen van een risicovrije hedge portefeuille van aandelen en geschreven call-opties. Zij zijn hiertoe in staat, omdat beide portefeuille bestanddelen onderhevig zijn aan één en dezelfde bron van risico, het Wiener-proces van het aandeelrendement. Door het stochastisch zijn van de variantie, is er bij het SV-OPM sprake van een tweede bron van risico en is het vormen van de hedge volgens de methode van Black en Scholes niet meer mogelijk. Voor het vormen van de van de risicovrije hedge zijn aanvullende veronderstellingen nodig. Om de invloed van de tweede stochastische term op de hedge uit te schakelen, wordt aangenomen dat dit risico slechts bestaat uit niet-systematisch

risico, ofwel de variantie is niet gecorreleerd met de marktontwikkeling. Dit veronderstellend komen Hull en White uiteindelijk tot de SV-OPM-prijs, die gelijk is aan de BS-modelprijs, geïntegreerd over de verdeling van de gemiddelde volatiliteit. Als concrete invulling van deze SV-OPM-prijs deduceren zij de gemiddelde BS-OPM-prijzen van de mogelijk door de variantie gevolgde tijdspaden ($E[C_{bs}(V)]$). De BS-OPM prijs bij het aanwezig zijn van een stochastisch variërende variantie kan dan worden gezien als de BS-OPM prijs waarbij voor de variantie de gemiddelde variantie over de looptijd is ingevuld ($C_{bs}(E[V])$).

4 Theoretische verschillen in waarderingsgedrag tussen het SV-OPM en het BS-OPM.

Het SV-OPM is in de praktijk nog niet vaak getest. Wel hebben Hull en White verschillende simulaties met het model doorgerekend. Als er van uit wordt gegaan dat de prijs volgens het SV-OPM de juiste prijs is, tonen zij aan dat de BS-waarde hoger is dan de juiste prijs voor at-the-money opties en lager voor deep-in- en deep-out-of-the money optie. Deze afwijking is te verklaren uit het verloop van de BS-prijs als functie van de standaarddeviatie. Anders dan vaak wordt verondersteld is het verloop van de functie niet uitsluitend convex, maar is de BS-OPM-waarde $C_{bs}[E(V)]$ convex ($E[C_{bs}(V)] > C_{bs}(E[V])$) voor lage waarden van $E(V)$ en concaaf ($E[C_{bs}(V)] < C_{bs}(E[V])$) voor hogere waarden van de standaarddeviatie (zie afbeelding 3).

Afbeelding 3 De Black en Scholes-waarde en eerste afgeleide als functie van de standaard-deviatie voor het interval $0 \leq \sigma \leq 1$ ($S=80$, $X=80$, $r_f=0.09$, $T-t=180$ dagen).



In de afbeelding is zichtbaar dat de eerste afgeleide een maximum bereikt bij een waarde van de standaarddeviatie van 0.45. In dat punt vindt dus de overgang

plaats van het convexe gedeelte van de grafiek naar het concave gedeelte⁸. Het gevolg van de convexiteit is dat een stijging van de standaard-deviatie de BS-OPM-waarde meer doet stijgen, dan een daling de waarde doet dalen. Voor concaviteit geldt het tegenovergestelde. Als gevolg van het benaderen van de gevolgde beweging van de stochastische variantie met het gemiddelde treden er dus schattingsfouten op. De afwijkingen van de werkelijke variantie van het gemiddelde als gevolg van de stochastische component, hebben een verschillende invloed op de BS-OPM-waarde afhankelijk van de waarde van de standaarddeviatie. Bij lage waarden van de standaarddeviatie is de grafiek van de BS-OPM-waarde convex. Een positieve afwijking van de werkelijke variantie ten opzichte van het gemiddelde heeft daardoor een grotere invloed op de BS-OPM-waarde, dan een even grote negatieve afwijking. Wordt vervolgens het gemiddelde genomen van de BS-OPM-waarden met de werkelijke varianties, die zowel positief als negatief kunnen afwijken van het gemiddelde, dan zal dit tot een hogere modelprijs leiden in vergelijking met de BS-OPM-waarde, waarbij de gemiddelde variantie is gebruikt.

Indien de waarde van de standaarddeviatie hoog is, heeft de grafiek van de BS-OPM-waarde een concaaf verloop. Hierdoor heeft juist een negatieve afwijking van de werkelijke variantie ten opzichte van het gemiddelde een grotere invloed op de resulterende optieprijs. De BS-OPM-waarde, gebaseerd op de gemiddelde variantie over de looptijd van de optie is dan altijd hoger, dan het gemiddelde van de BS-OPM-waarden op basis van de werkelijke varianties. Als een optie at-the-money is zal er altijd sprake zijn van een concaaf verloop van de grafiek, wat een oorzaak kan zijn van de structurele overwaardering door het BS-OPM van deze opties (Galai, 1983).

⁸ Wel moet bedacht worden dat voor verschillende aandelprijzen en uitoefenprijzen, verschillende grafieken gevonden worden. Indien bijvoorbeeld de aandelprijs gelijk is aan de contant gemaakte uitoefenprijs zal de grafiek altijd een concaaf verloop kennen.

5 De waarderingsprestaties van het SV-OPM

Het SV-OPM is getest op de eerder genoemde dataset van het jaar 1988. Gezien het complexe karakter van het model is in dit onderzoek is gekozen voor een gefaseerde behandeling. Telkens wordt daarbij een extra eigenschap van het model benut, die het verder doet verschillen van het BS-OPM. In het hele onderzoek is de drift van de variantie (ϕ) gelijk aan nul verondersteld. Dit heeft als reden dat als dit niet zou gelden, opties met verschillende looptijden zeer verschillende varianties zouden hebben. Zou ϕ groter zijn dan 0, dan zou dit betekenen dat er a priori een neiging tot toeneming is in de variantie voor langere termijnen. Dit lijkt geen verdedigbare aanname, hoewel dit in de praktijk wel eens kan voorkomen (Rubinstein 1985).

Één van de verschillen van het SV-OPM met het BS-OPM is dat het rekening kan houden met een bepaalde correlatie tussen de variantie en de aandelprijs. Toch wordt dit verschil bij de volgende test niet benut. Eerst is gekozen voor een correlatie van 0, omdat er ex ante geen zinvolle uitspraken zijn te doen met betrekking tot de correlatie die gedurende de looptijd kan optreden. Dit argument wint aan kracht door de resultaten van Rubinstein (1985), die zowel een negatieve als een positieve correlatie vond tussen de koers en de variantie in de door hem beschouwde periode⁹.

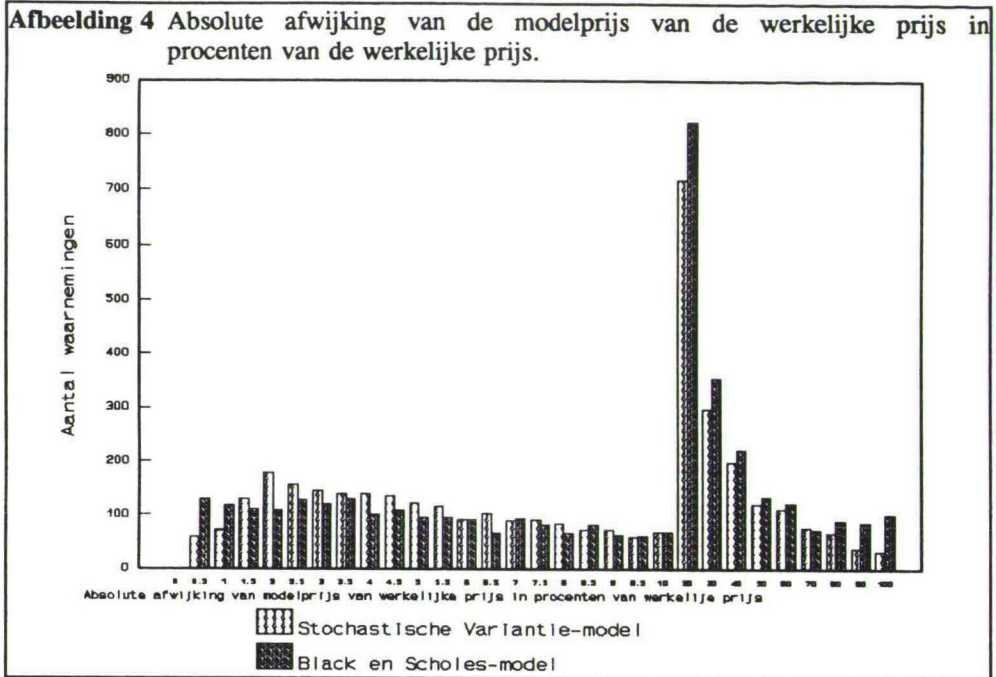
De keuze voor geen correlatie brengt met zich mee dat gebruik kan worden gemaakt van een efficiënte procedure voor het berekenen van de modelprijzen, zoals voorgesteld door Hull en White (1987). Deze procedure heeft als praktisch voordeel dat de (computer)-tijdrovende simulaties niet nodig zijn¹⁰. Met behulp van een Taylor-expansie rondom de waarde van de standaard-deviatie, komen zij tot een closed-form solution.

Deze formule is toegepast op een dataset van 3927 slotnoteringen van call-opties op het aandeel Akzo, zoals die tot stand kwamen in het jaar 1988. Uit de

⁹ Dit impliceert niet dat de keuze voor geen correlatie het resultaat is van een optelsom van positieve en een negatieve correlatie, maar meer een gevolg van de onmogelijkheid om vooraf een uitspraak te doen over hoogte en teken van de correlatie.

¹⁰ In paragraaf 5 zullen de simulaties worden besproken en uitgevoerd.

oorspronkelijke dataset van 6192 zijn 2265 noteringen weggenomen, omdat er ofwel geen impliciete variantie kon worden berekend ofwel een marktprijs tot stand kwam die onder de 60 cent lag¹¹. In het volgende staafdiagram zijn de procentuele absolute afwijkingen van de modelprijs van de werkelijke prijs aangegeven.



De uitkomst van deze test is dat de waarderingsprestaties van het SV-OPM nauwelijks verschillen van die van het BS-OPM. De absolute gemiddelde procentuele afwijking van de SV-OPM-prijs van de werkelijke prijs is 12.28% en

¹¹ In dit geval is de bid-ask spread relatief groot ten opzichte van de prijs van de optie. De bid-ask spread is het verschil tussen de prijs waartegen een handelaar op de optiemarkt wil kopen en verkopen. Tevens is de vervuiling bij deze "lage" prijzen als gevolg van de discrete prijsvorming, in sprongen van 10 cent, het grootst. Een optie die een "werkelijke" waarde kent van 16 cent zal als gevolg van deze prijsvorming genoteerd staan tegen 20 cent.

die van de BS-OPM-prijs 12.36%¹². Er worden ook geen duidelijke verschillen in waarderingsprestaties gevonden als de prestaties worden uitgezet tegen de resterende looptijd, de mate van in- of out-of-the-money of de hoogte van de impliciete variantie.

Ondanks de moeilijkheid om vooraf uitspraken te doen met betrekking tot de correlatie tussen de variantie van de aandelenopbrengsten en de aandelprijs in een toekomstige periode, wordt in het navolgende uitgegaan van een correlatie coëfficiënt, die ongelijk is aan 0. De rechtvaardiging voor een negatieve correlatie schuilt in de mechanismen zoals behandeld in paragraaf 2, waarop het C.E.V.-model mede gebaseerd is. Een positieve correlatie zou het gevolg kunnen zijn van een ander mechanisme. Indien een onderneming zware rentelasten draagt als gevolg van een overvloedige financiering met vreemd vermogen in het verleden, dan zullen de aandeelhouders een grote voorkeur hebben voor projecten met een grote spreiding in de toekomstige kasstromen. De reden voor dit gedrag is dat de rentelasten zo hoog zijn, dat de onderneming een grote kans heeft om failliet te gaan. De aandeelhouders zijn dan waarschijnlijk al hun geld kwijt. Door te kiezen voor projecten met een hoog risico, liggen de extremen in de uitkomsten verder uit elkaar. Het is mogelijk dat het project grote kasstromen genereert, waardoor de onderneming alsnog blijft voortbestaan. Er treedt een verschuiving van waarde op van de obligatiehouders naar de aandeelhouders, waardoor de aandeelkoers stijgt¹³. Een stijging van het risico gaat gepaard met een stijging van de aandeelkoers.

Daar nu verondersteld wordt dat de waarde voor de correlatie-coëfficiënt afwijkt van 0, hangt de beweging van de variantie samen met het aandelenprijsproces. De efficiënte Taylor-expansie kan nu niet meer worden toegepast. Er zal overgeschaald moeten worden op een minder efficiënte, maar meer inzichtelijke simulatie-

¹² De absolute gemiddelde afwijking van de SV-OPM-prijs bedraagt 96.6 cent en voor de BS-OPM-prijs 97.25 cent. In 1883 van de 3927 gevallen geeft het BS-OPM een betere benadering van de werkelijke prijs en in de resterende gevallen scoort het SV-OPM beter.

¹³ De obligatiehouders krijgen een vaste rentevergoeding en zullen daarom een voorkeur hebben voor projecten met een zo laag mogelijk risico. In de literatuur wordt dit verschijnsel ook wel aangeduid als " Bondholder wealth expropriation ".

methode. Als binnen het BS-OPM, met een constante variantie, de optieprijs moet worden bepaald, dan is het ondermeer nodig om de mogelijke aandeelprijzen op de afloopdatum te bepalen. De verdeling van de toekomstige aandelenprijzen is bekend, daar die slechts afhankelijk is van de ontwikkeling van de aandeelprijs¹⁴. Door de introductie van een variërende variantie, die daarenboven ook nog samenhangt met de aandeelprijs, is voorshands niet te zeggen hoe de uiteindelijke verdeling van aandeelprijzen er uit zal zien. Een simulatie, waarbij de looptijd in kleine tijdsintervallen wordt opgedeeld, kan soelaas bieden. Hierbij wordt per tijdsinterval de waarde van de variantie bepaald op basis van een gesimuleerde stochastische beweging. De variantie maakt de volgende geometrische Brown beweging door:

$$dV = \phi V dt + \xi V dZ \quad (3)$$

De simulatie heeft als doel te bepalen welke tijdspaden de variantie tot aan de expiratedatum kan doormaken. Aan de hand van de eindwaarde van een variantie, die een bepaald tijdspad heeft doorgemaakt, wordt de BS-waarde van de optie berekend. Door deze procedure een groot aantal keren te herhalen worden evenzoveel verschillende BS-waarden gevonden. Door de verwachte waarde van deze prijzen te bepalen, wordt de waarde van de optie volgens het SV-OPM verkregen. Deze waarde zal afwijken van de BS-OPM-prijs die berekend is op basis van de gemiddelde variantie. De grootte van de afwijking hangt af van de in paragraaf 4 behandelde lokale concaviteit en convexiteit van het verloop van de BS-prijs als functie van de standaard-deviatie.

Om het inzicht in de gebruikte simulatiemethoden en daarmee het begrip van het SV-OPM te vergroten, wordt voor het moment wederom verondersteld dat er geen samenhang bestaat tussen beide aandeelprijs en de variantie, ofwel $\rho = 0$. Een Monte Carlo-methode is gebruikt om volgens formule 4. De verschillende eindwaarden van de stochastische varianties te bepalen. Deze methode houdt in

¹⁴ De verdeling van aandelenprijzen is in dit geval lognormaal. De verdeling van aandelenrendementen is, onder bepaalde veronderstellingen, dan normaal.

dat op elk tijdsmoment een trekking wordt gedaan uit een standaardnormale verdeling. Op basis van deze trekkingen wordt op elk volgend tijdsmoment met behulp van formule 4 tot aan de expiratedatum de nieuwe waarde van de stochastische variantie berekend.

$$V_i = V_{i-1} e^{(\phi - \xi^2/2)\Delta t + v_i \xi \sqrt{\Delta t}} \quad (4)$$

Hierin is:

$$\begin{aligned} v_i &= \text{een standaardnormale variabele.} \\ \Delta t &= \frac{T-t}{n}, \text{ waarbij } n \text{ het aantal perioden is, waarin de resterende} \\ &\quad \text{looptijd is opgesplitst.} \end{aligned}$$

Met behulp van de "antithetic variable technique"¹⁵ worden op basis van één simulatie twee tijdspaden van de variantie berekend. Door het rekenkundige gemiddelde van deze varianties over het tijdspad te berekenen en deze in te vullen in het BS-OPM resulteren twee waarden voor de optieprijs. Het gemiddelde van deze twee prijzen is de schatting van de optieprijs volgens het SV-OPM voor één simulatie. Dit zal voor een groot aantal simulaties worden herhaald. Het uiteindelijke gemiddelde van de op deze wijze verkregen prijzen is een schatting voor de SV-OPM-prijs in het geval er geen relatie bestaat tussen de aandelprijs en de variantie.

Nu de algemene aanpak van het berekenen van de SV-OPM-prijs met behulp van een Monte Carlo methode bekend is, kan worden overgestapt naar de situatie waarin er wel sprake is van correlatie tussen de variantie en de aandelprijs. Het is niet de eerste keer dat het mogelijke bestaan van correlatie mee wordt genomen in een optiewaarderingsmodel. Black (1975) constateert dat bij een stijging van de

¹⁵ De "antithetic variable technique" houdt in dat twee simulaties tegelijkertijd plaatsvinden. De ene simulatie vindt plaats met een trekking uit de standaardnormale verdeling met de waarde X , terwijl de andere simulatie de waarde $-X$ gebruikt. Hierdoor wordt de variatie in de uitkomsten beperkt, waardoor de procedure aan efficiëntie wint en dus het aantal simulaties wordt verkleind.

aandeprijs de variantie in waarde afneemt. Dit verschijnsel van een negatieve correlatie is geïncorporeerd in het constant elasticity of variance-model. In het SV-OPM kan rekening worden gehouden met deze correlatie door een samenhang tussen de afzonderlijke Wiener-processen te veronderstellen.

De SV-OPM-prijs bij het bestaan van correlatie kan worden berekend door het toepassen van een Monte Carlo-methode op zowel de aandeprijs als de variantie. Als de resterende looptijd van de call-optie wederom in n deelperioden wordt opgesplitst, dan hebben de aandeprijs en de variantie op ieder tijdsmoment de volgende waarde:

$$S_i = S_{i-1} e^{(r_f - V_{i-1}/2)\Delta t + u_i \sqrt{V_{i-1}\Delta t}} \quad (5)$$

$$V_i = V_{i-1} e^{(\phi - \xi^2/2)\Delta t + \rho u_i \xi \sqrt{\Delta t} + \sqrt{1 - \rho^2} v_i \xi \sqrt{\Delta t}} \quad (6)$$

In deze vergelijkingen zijn u_i en v_i onafhankelijke trekkingen uit de standaard-normale verdeling. Deze zijn nodig om de geometrische Brownbewegingen te simuleren. Een eerste schatting van de SV-OPM-prijs wordt verkregen door, met behulp van een methode analoog aan de wijze van berekening bij geen correlatie, zowel de eindwaarde van de variantie als de aandeprijs te bepalen. Uit vergelijking 7 volgt dan de SV-OPM-prijs.

$$e^{-r_f(T-t)} \text{Max}[S_n - K, 0] \quad (7)$$

Deze vergelijking impliceert dat als de gesimuleerde aandeprijs op de expiratedatum boven de uitoefenprijs ligt, de waarde van de call-optie op dit moment kan worden berekend, door het positieve verschil tussen de aandeprijs en de uitoefenprijs contant te maken. De kansverdeling van de aandeprijs op de expiratedatum wordt "gevonden" door zoveel mogelijk eindwaarden van de aandeprijs te bepalen. Volgens de procedure van de "antithetic variable technique" kunnen dan in totaal per simulatie vier schattingen voor de optieprijs worden

verkregen. Het middelen van deze schattingen geeft de optieprijs voor één simulatie. Wordt deze procedure voor een zeer groot aantal simulaties herhaald (minstens 10000 keer) waarbij de resultaten worden opgeteld en uiteindelijk gemiddeld, dan resulteert een nauwkeurige benadering van de SV-OPM-prijs¹⁶.

Alvorens deze procedure kan worden geïmplementeerd, zal de waarde van de correlatie-coëfficiënt tussen de aandelprijs en de variantie gedurende de resterende looptijd van de call-optie moeten worden bepaald. Als benadering voor de waarde van deze parameter is in dit onderzoek gekozen voor de waarde van de correlatie-coëfficiënt, zoals die in de voorafgaande periode heeft gegolden¹⁷. Hiertoe is de dataset in twee deelperioden gesplitst en fungeert de waarde van de correlatie-coëfficiënt uit de eerste deelperiode als schatting van de waarde in de tweede deelperiode. De waarde van de correlatie-coëfficiënt in de eerste deelperiode is 0.7882. Deze waarde is ook gebruikt als schatting voor de eerste periode, zodat kan worden nagegaan of het SV-OPM nauwkeuriger waardeert dan het BS-OPM indien de invoerparameters zo nauwkeurig mogelijk zijn geschat. Voor de geselecteerde call-opties op het aandeel Akzo in het jaar 1988 zijn tabel 1 de waarderingsresultaten van beide modellen samengevat.

¹⁶ Zoals reeds eerder aangegeven is deze Monte Carlo-methode erg inefficiënt. Indien er voor wordt gekozen om 10000 simulaties door te rekenen per optieprijs, is daar op een VAX 8700 computer 20 minuten zuivere rekentijd voor benodigd.

¹⁷ De correlatie-coëfficiënt is geschat met behulp van de door Hull en White afgeleide beschrijvende parameters van de (normale) verdeling van de logaritmische aandeelrendementen conditioneel op het tijdspad dat gevolgd wordt door de variantie.

Tabel 1: Waarderingsprestaties van het BS-OPM en het SV-OPM bij het bestaan van correlatie.				
	1° per. BS-OPM	1° per. SV-OPM	2° per. BS-OPM	2° per. SV-OPM
%beter	77.932%	22.068%	61.857%	38.143%
gem. abs. afw.	fl. 1.2046	fl. 1.3915	fl. 1.5323	fl. 1.6982
gem. %abs. afw.	41.505%	51.605%	15.118%	19.376%

De resultaten laten duidelijk zien dat het BS-OPM zowel wat betreft het aantal opties, als wat betreft de nauwkeurigheid van waardering het SV-OPM overtreft.

6. Conclusie

Aangezien in paragraaf 2 aannemelijk is gemaakt dat de variantie van de aandeloopbrengsten in de tijd varieert, is het opvallend dat het SV-OPM, wat rekening houdt met een veranderende variantie, niet beter waardeert dan het BS-OPM. Verschillende redenen kunnen daaraan ten grondslag liggen. De meest waarschijnlijke oorzaak is een niet juiste inschatting van de waarde van de correlatie-coëfficiënt tussen de onderliggende Wiener-processen van het aandeel en de variantie. In dit paper is gekozen als schatter voor de waarde van de correlatie-coëfficiënt in de tweede helft van 1988 de waarde van de correlatie-coëfficiënt zoals die in de eerste helft van het jaar heeft gegolden. Om te onderzoeken of een niet juiste inschatting van de correlatie-coëfficiënt de reden is voor de superioriteit van het BS-OPM is voor de eerste helft van het jaar uitgegaan van een 'perfect foresight' ten aanzien van de waarde van de correlatie-coëfficiënt. Ook nu blijkt echter het BS-OPM beter te waarderen. Nadeel van deze schattingsmethode voor de waarde van de correlatie-coëfficiënt is dat de waarde van de correlatie-coëfficiënt voor een half jaar vast wordt gehouden, terwijl het waarschijnlijk is dat de correlatie-coëfficiënt van dag tot dag in waarde verandert (Rubinstein, 1988). Een kortere schattingsperiode zou soelaas kunnen bieden.

Een andere mogelijke oorzaak van de opvallende resultaten is het afwijken van het door het SV-OPM veronderstelde proces wat door de variantie wordt gevolgd en het werkelijke proces. Het is denkbaar dat de variantie inderdaad varieert, maar niet volgens een stochastisch proces zoals bij het SV-OPM, maar volgens een deterministisch proces (zoals bij het CEV-model).

De resultaten van het onderhavige onderzoek lijken erop te duiden dat de door het BS-OPM gebruikte benadering van de in werkelijkheid variërende variantie beter voldoet dan de door het SV-OPM gebruikte benadering. Het variëren van de variantie van de opbrengsten van het onderliggende aandeel lijkt dus weinig invloed te hebben op de waardering van de call-opties die daarop zijn uitgegeven. Een nadere analyse van de resultaten en de theoretische verschillen tussen het BS-OPM en SV-OPM zal hierover uitsluitsel moeten geven.

Referenties

- Beckers, Stan, 1981, Standard deviations implied in option prices as predictors of future stock price variability, *Journal of Banking and Finance*, 3, 363-381.
- Black, Fisher and Myron Scholes, 1973, The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economy*, 81, 637-654.
- Black, Fisher, 1975, Fact and fantasy in the use of options, *Financial Analysts Journal*, 31, 36-72.
- Cox, John C. and Stephen A. Ross, 1976, The valuation of option for alternative stochastic processes, *Journal of Financial Economics*, 3, 145-166.
- Galai, Dan, 1983, A survey of empirical tests of option-pricing models, in Brenner, M., ed: *Option Pricing* (Lexington Massachusetts).
- Hull, John and Alan White, 1987, The pricing of options on assets with stochastic volatilities, *Journal of Finance*, 42, 281-300.
- Merton, Robert C., 1976, Option pricing when underlying stock returns are discontinuous, *Journal of Financial Economics*, 3, 125-144.
- Rubinstein, Mark, 1985, Nonparametric tests of alternative option pricing models using all reported trades and quotes on the 30 most active CBOE option classes from August 23, 1976 through Augusts 31, 1978, *Journal of Finance*, 40, 455-480.
- Schmalensee, R. and R. Trippi, 1978, Common stock volatility expectations implied by option premia, *Journal of Finance*, 33, 129-147.
- Schwert, G. William, 1989, Why does stock market volatility change over time, *Journal of Finance*, 44, 1115-1153.

IN 1990 REEDS VERSCHENEN

- 419 Bertrand Melenberg, Rob Alessie
A method to construct moments in the multi-good life cycle consumption model
- 420 J. Kriens
On the differentiability of the set of efficient (μ, σ^2) combinations in the Markowitz portfolio selection method
- 421 Steffen Jørgensen, Peter M. Kort
Optimal dynamic investment policies under concave-convex adjustment costs
- 422 J.P.C. Blanc
Cyclic polling systems: limited service versus Bernoulli schedules
- 423 M.H.C. Paardekooper
Parallel normreducing transformations for the algebraic eigenvalue problem
- 424 Hans Gremmen
On the political (ir)relevance of classical customs union theory
- 425 Ed Nijssen
Marketingstrategie in Machtsperspectief
- 426 Jack P.C. Kleijnen
Regression Metamodels for Simulation with Common Random Numbers: Comparison of Techniques
- 427 Harry H. Tigelaar
The correlation structure of stationary bilinear processes
- 428 Drs. C.H. Veld en Drs. A.H.F. Verboven
De waardering van aandelenwarrants en langlopende call-opties
- 429 Theo van de Klundert en Anton B. van Schaik
Liquidity Constraints and the Keynesian Corridor
- 430 Gert Nieuwenhuis
Central limit theorems for sequences with $m(n)$ -dependent main part
- 431 Hans J. Gremmen
Macro-Economic Implications of Profit Optimizing Investment Behaviour
- 432 J.M. Schumacher
System-Theoretic Trends in Econometrics
- 433 Peter M. Kort, Paul M.J.J. van Loon, Mikuláš Luptacik
Optimal Dynamic Environmental Policies of a Profit Maximizing Firm
- 434 Raymond Gradus
Optimal Dynamic Profit Taxation: The Derivation of Feedback Stackelberg Equilibria

- 435 Jack P.C. Kleijnen
Statistics and Deterministic Simulation Models: Why Not?
- 436 M.J.G. van Eijs, R.J.M. Heuts, J.P.C. Kleijnen
Analysis and comparison of two strategies for multi-item inventory systems with joint replenishment costs
- 437 Jan A. Weststrate
Waiting times in a two-queue model with exhaustive and Bernoulli service
- 438 Alfons Daems
Typologie van non-profit organisaties
- 439 Drs. C.H. Veld en Drs. J. Grazell
Motieven voor de uitgifte van converteerbare obligatieleningen en warrantobligatieleningen
- 440 Jack P.C. Kleijnen
Sensitivity analysis of simulation experiments: regression analysis and statistical design
- 441 C.H. Veld en A.H.F. Verboven
De waardering van conversierechten van Nederlandse converteerbare obligaties
- 442 Drs. C.H. Veld en Drs. P.J.W. Duffhues
Verslaggevingsaspecten van aandelenwarrants
- 443 Jack P.C. Kleijnen and Ben Annink
Vector computers, Monte Carlo simulation, and regression analysis: an introduction
- 444 Alfons Daems
"Non-market failures": Imperfecties in de budgetsector
- 445 J.P.C. Blanc
The power-series algorithm applied to cyclic polling systems
- 446 L.W.G. Strijbosch and R.M.J. Heuts
Modelling (s,Q) inventory systems: parametric versus non-parametric approximations for the lead time demand distribution
- 447 Jack P.C. Kleijnen
Supercomputers for Monte Carlo simulation: cross-validation versus Rao's test in multivariate regression
- 448 Jack P.C. Kleijnen, Greet van Ham and Jan Rotmans
Techniques for sensitivity analysis of simulation models: a case study of the CO₂ greenhouse effect
- 449 Harrie A.A. Verbon and Marijn J.M. Verhoeven
Decision-making on pension schemes: expectation-formation under demographic change

- 450 Drs. W. Reijnders en Drs. P. Verstappen
Logistiek management marketinginstrument van de jaren negentig
- 451 Alfons J. Daems
Budgeting the non-profit organization
An agency theoretic approach
- 452 W.H. Haemers, D.G. Higman, S.A. Hobart
Strongly regular graphs induced by polarities of symmetric designs
- 453 M.J.G. van Eijs
Two notes on the joint replenishment problem under constant demand
- 454 B.B. van der Genugten
Iterated WLS using residuals for improved efficiency in the linear model with completely unknown heteroskedasticity
- 455 F.A. van der Duyn Schouten and S.G. Vanneste
Two Simple Control Policies for a Multicomponent Maintenance System
- 456 Geert J. Almekinders and Sylvester C.W. Eijffinger
Objectives and effectiveness of foreign exchange market intervention
A survey of the empirical literature
- 457 Saskia Oortwijn, Peter Borm, Hans Keiding and Stef Tijs
Extensions of the τ -value to NTU-games
- 458 Willem H. Haemers, Christopher Parker, Vera Pless and Vladimir D. Tonchev
A design and a code invariant under the simple group Co_3
- 459 J.P.C. Blanc
Performance evaluation of polling systems by means of the power-series algorithm
- 460 Leo W.G. Strijbosch, Arno G.M. van Doorne, Willem J. Selen
A simplified MOLP algorithm: The MOLP-S procedure
- 461 Arie Kapteyn and Aart de Zeeuw
Changing incentives for economic research in The Netherlands
- 462 W. Spanjers
Equilibrium with co-ordination and exchange institutions: A comment
- 463 Sylvester Eijffinger and Adrian van Rixtel
The Japanese financial system and monetary policy: A descriptive review
- 464 Hans Kremers and Dolf Talman
A new algorithm for the linear complementarity problem allowing for an arbitrary starting point
- 465 René van den Brink, Robert P. Gilles
A social power index for hierarchically structured populations of economic agents

IN 1991 REEDS VERSCHENEN

- 466 Prof.Dr. Th.C.M.J. van de Klundert - Prof.Dr. A.B.T.M. van Schaik
Economische groei in Nederland in een internationaal perspectief
- 467 Dr. Sylvester C.W. Eijffinger
The convergence of monetary policy - Germany and France as an example
- 468 E. Nijssen
Strategisch gedrag, planning en prestatie. Een inductieve studie binnen de computerbranche
- 469 Anne van den Nouweland, Peter Borm, Guillermo Owen and Stef Tijs
Cost allocation and communication
- 470 Drs. J. Grazell en Drs. C.H. Veld
Motieven voor de uitgifte van converteerbare obligatieleningen en warrant-obligatieleningen: een agency-theoretische benadering
- 471 P.C. van Batenburg, J. Kriens, W.M. Lammerts van Bueren and R.H. Veenstra
Audit Assurance Model and Bayesian Discovery Sampling
- 472 Marcel Kerkhofs
Identification and Estimation of Household Production Models
- 473 Robert P. Gilles, Guillermo Owen, René van den Brink
Games with Permission Structures: The Conjunctive Approach
- 474 Jack P.C. Kleijnen
Sensitivity Analysis of Simulation Experiments: Tutorial on Regression Analysis and Statistical Design
- 475 C.P.M. van Hoesel
An $O(n \log n)$ algorithm for the two-machine flow shop problem with controllable machine speeds
- 476 Stephan G. Vanneste
A Markov Model for Opportunity Maintenance
- 477 F.A. van der Duyn Schouten, M.J.G. van Eijs, R.M.J. Heuts
Coordinated replenishment systems with discount opportunities
- 478 A. van den Nouweland, J. Potters, S. Tijs and J. Zarzuelo
Cores and related solution concepts for multi-choice games
- 479 Drs. C.H. Veld
Warrant pricing: a review of theoretical and empirical research
- 480 E. Nijssen
De Miles and Snow-typologie: Een exploratieve studie in de meubelbranche
- 481 Harry G. Barkema
Are managers indeed motivated by their bonuses?

- 482 Jacob C. Engwerda, André C.M. Ran, Arie L. Rijkeboer
Necessary and sufficient conditions for the existence of a positive definite solution of the matrix equation $X + A^T X^{-1} A = I$
- 483 Peter M. Kort
A dynamic model of the firm with uncertain earnings and adjustment costs
- 484 Raymond H.J.M. Gradus, Peter M. Kort
Optimal taxation on profit and pollution within a macroeconomic framework
- 485 René van den Brink, Robert P. Gilles
Axiomatizations of the Conjunctive Permission Value for Games with Permission Structures
- 486 A.E. Brouwer & W.H. Haemers
The Gewirtz graph - an exercise in the theory of graph spectra
- 487 Pim Adang, Bertrand Melenberg
Intratemporal uncertainty in the multi-good life cycle consumption model: motivation and application
- 488 J.H.J. Roemen
The long term elasticity of the milk supply with respect to the milk price in the Netherlands in the period 1969-1984
- 489 Herbert Hamers
The Shapley-Entrance Game
- 490 Rezaul Kabir and Theo Vermaelen
Insider trading restrictions and the stock market
- 491 Piet A. Verheyen
The economic explanation of the jump of the co-state variable
- 492 Drs. F.L.J.W. Manders en Dr. J.A.C. de Haan
De organisatorische aspecten bij systeemontwikkeling een beschouwing op besturing en verandering
- 493 Paul C. van Batenburg and J. Kriens
Applications of statistical methods and techniques to auditing and accounting
- 494 Ruud T. Frambach
The diffusion of innovations: the influence of supply-side factors
- 495 J.H.J. Roemen
A decision rule for the (des)investments in the dairy cow stock
- 496 Hans Kremers and Dolf Talman
An SLSPP-algorithm to compute an equilibrium in an economy with linear production technologies

- 497 L.W.G. Strijbosch and R.M.J. Heuts
Investigating several alternatives for estimating the compound lead time demand in an (s,Q) inventory model
- 498 Bert Bettonvil and Jack P.C. Kleijnen
Identifying the important factors in simulation models with many factors
- 499 Drs. H.C.A. Roest, Drs. F.L. Tijssen
Beheersing van het kwaliteitsperceptieproces bij diensten door middel van keurmerken
- 500 B.B. van der Genugten
Density of the F-statistic in the linear model with arbitrarily normal distributed errors
- 501 Harry Barkema and Sytse Douma
The direction, mode and location of corporate expansions
- 502 Gert Nieuwenhuis
Bridging the gap between a stationary point process and its Palm distribution
- 503 Chris Veld
Motives for the use of equity-warrants by Dutch companies
- 504 Pieter K. Jagersma
Een etiologie van horizontale internationale ondernemingsexpansie
- 505 B. Kaper
On M-functions and their application to input-output models
- 506 A.B.T.M. van Schaik
Productiviteit en Arbeidsparticipatie
- 507 Peter Borm, Anne van den Nouweland and Stef Tijs
Cooperation and communication restrictions: a survey
- 508 Willy Spanjers, Robert P. Gilles, Pieter H.M. Ruys
Hierarchical trade and downstream information
- 509 Martijn P. Tummers
The Effect of Systematic Misperception of Income on the Subjective Poverty Line
- 510 A.G. de Kok
Basics of Inventory Management: Part 1
Renewal theoretic background
- 511 J.P.C. Blanc, F.A. van der Duyn Schouten, B. Pourbabai
Optimizing flow rates in a queueing network with side constraints
- 512 R. Peeters
On Coloring j-Unit Sphere Graphs

- 513 Drs. J. Dagevos, Drs. L. Oerlemans, Dr. F. Boekema
Regional economic policy, economic technological innovation and networks
- 514 Erwin van der Krabben
Het functioneren van stedelijke onroerend-goed-markten in Nederland - een theoretisch kader
- 515 Drs. E. Schaling
European central bank independence and inflation persistence
- 516 Peter M. Kort
Optimal abatement policies within a stochastic dynamic model of the firm
- 517 Pim Adang
Expenditure versus consumption in the multi-good life cycle consumption model
- 518 Pim Adang
Large, infrequent consumption in the multi-good life cycle consumption model
- 519 Raymond Gradus, Sjak Smulders
Pollution and Endogenous Growth
- 520 Raymond Gradus en Hugo Keuzenkamp
Arbeidsongeschiktheid, subjectief ziektegevoel en collectief belang
- 521 A.G. de Kok
Basics of inventory management: Part 2
The (R,S)-model
- 522 A.G. de Kok
Basics of inventory management: Part 3
The (b,Q)-model
- 523 A.G. de Kok
Basics of inventory management: Part 4
The (s,S)-model
- 524 A.G. de Kok
Basics of inventory management: Part 5
The (R,b,Q)-model
- 525 A.G. de Kok
Basics of inventory management: Part 6
The (R,s,S)-model
- 526 Rob de Groof and Martin van Tuijl
Financial integration and fiscal policy in interdependent two-sector economies with real and nominal wage rigidity

- 527 A.G.M. van Eijs, M.J.G. van Eijs, R.M.J. Heuts
Gecoördineerde bestelsystemen
een management-georiënteerde benadering
- 528 M.J.G. van Eijs
Multi-item inventory systems with joint ordering and transportation
decisions
- 529 Stephan G. Vanneste
Maintenance optimization of a production system with buffercapacity

Bibliotheek K. U. Brabant



17 000 01066355 8