

УДК 372.47:371.321
ББК 4426.221-243

ГСНТИ 14.35.09

Код ВАК 13.00.02

Воробьева Галина Васильевна,

доцент, кафедра теории и методики обучения математике и информатике в период детства, Институт педагогики и психологии детства, Уральский государственный педагогический университет; 620017, г. Екатеринбург, пр. Космонавтов, д. 26, к. 157; e-mail: wgw48@mail.ru

ПРОПЕДЕВТИКА ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СТОХАСТИКИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: стохастические задачи; формальный и неформальный методы решения комбинаторных задач; учащиеся начальных классов.

АННОТАЦИЯ. В статье говорится о пропедевтике изучения элементов стохастике на уроках математики в начальных классах. Целью данной статьи является выявление и обоснование приемов обучения обучающихся начальных классов решению статистических задач. В статье рассматриваются понятия «стохастика», «комбинаторная задача», «вероятностная задача», «статистическая задача», «формальный» и «неформальный» методы решения. На основе анализа программ и учебников по математике для начальных классов, разработанных согласно Концепции стандарта второго поколения, рассмотрены различные подходы к внедрению в практику начальной школы содержательной линии «Элементы стохастике». В статье дана краткая характеристика трем видам стохастических задач: комбинаторным, вероятностным и статистическим. Описана классификация комбинаторных задач по следующим основаниям: характер требования задачи, сложность перебора, вид комбинации, способ выбора и упорядочения множества. Согласно положениям теории формирования умственных действий и понятий П. Я. Гальперина раскрыты этапы формирования умения выполнять систематический перебор. Практическая значимость исследования заключается в том, что выявленные приемы обучения решению задач могут быть использованы педагогами для составления комплекса упражнений, способствующих формированию стохастических понятий и обобщенного способа решения стохастических задач.

Vorobieva Galina Vasilievna,

Associate Professor, Department of Theory and Methods of Teaching Mathematics and Informatics in the Period of Childhood, Institute of Pedagogy and Psychology of Childhood, Ural State Pedagogical University, Ekaterinburg, Russia.

PROPAEDEUTICS STUDY OF STOCHASTIC ELEMENTS AT MATHEMATICS LESSONS IN PRIMARY SCHOOL

KEY WORDS: stochastic task; formal and informal methods of solving combinatorial tasks; primary school pupils.

ABSTRACT. The article deals with a propaedeutic study of stochastic elements at mathematics lessons in primary school. The purpose of this article is to identify and study the methods of training of primary school pupils for solving statistical tasks. The article discusses the concepts of "stochastics", "combinatorial problem", "probabilistic problem", "statistical problem" and "formal" and "informal" methods of solution. The author dwells on various approaches to the implementation into the practice of primary school of the content line "Elements of Stochastics" on the basis of analysis of curricula and textbooks in mathematics for elementary school, designed according to the Concept of the Standard of the second generation. The article gives a brief description of the three types of stochastic problems: combinatorial, probabilistic and statistical. It describes the classification of combinatorial problems on the following grounds: the nature of task requirements, the complexity of exhaustive search, type of combination, selection method and ordered sets. Under the provisions of the theory of formation of mental actions and concepts by Galperin, the article discloses the stages of formation of the ability to perform a systematic search. The practical significance of the study consists in the fact, that the identified method of teaching problem solving can be used by educators to produce a complex of exercises ensuring the formation of stochastic concepts and a general method for solving stochastic problems.

На современном этапе развития математического образования одной из актуальных задач стало развитие у обучающихся вероятностной интуиции и логического мышления. Поэтому стохастические моменты в математике заняли достойное место рядом с основными понятиями изучения школьного курса. Это объясняется тем, что стохастические задачи являются наиболее приближенными к тем жизнен-

ным ситуациям, с которыми обучающийся уже имел дело и будет неизбежно сталкиваться в будущем.

Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики в зарубежном школьном математическом образовании, в том числе и в начальном, присутствуют уже многие десятилетия. Попытки внесения основ комбинаторики, элементов теории вероятностей и математической ста-

тики в программы по математике в российскую среднюю школу предпринимались еще в период реформ 70-х годов XX века.

Проблемой изучения элементов стохастической в основной и средней школе занимались многие математики и методисты (Н. Я. Виленкин, Г. В. Дорофеев, Ю. М. Колягин, Ю. Н. Макарычев, О. С. Медведева, А. Г. Мордкович, И. П. Никольская, В. В. Фирсов, И. Г. Шарыгин, С. И. Шварбург, А. П. Шихова). В диссертационных исследованиях Л. Ю. Березиной, В. Ф. Волгиной, А. Я. Дограшвили, А. П. Шиховой отмечалась целесообразность введения элементов стохастической в начальной школе как основы сознательного использования учащимися стохастических понятий и формул. Включение элементов стохастической в начальный курс математики обусловлено, с одной стороны, развивающими возможностями стохастических задач, а с другой стороны – преемственностью курса математики начальной и основной школы.

По словам С. Е. Царевой [15], необходимость изучения элементарных основ статистики и вероятности обусловлена большим значением данных понятий в решении современных задач социального и экономического развития. В процессе изучения стохастической у школьников получают дальнейшее развитие такие учебные и практические умения, как умения наблюдать, сравнивать, классифицировать, измерять, анализировать жизненные ситуации, применять обоснованные решения и др.

«Стохастический» в дословном переводе с греческого языка означает «умеющий угадывать», т. е. случайный, вероятностный. Стохастика (греч. «stochazomai», «искусный в стрельбе по цели») – метод, основанный на принципе вероятности.

В математике под стохастическим подходом понимается метод, в котором величины извлекаются из соответствующих последовательностей совместно распределенных случайных величин. Случайные и вероятностные (стохастические) методы – это методы структурирования, анализа и оценки информации (достоверно / недостоверно, вероятно / маловероятно / невозможно). Они используются в исследованиях многих областей знаний, способствуют пониманию разных процессов современной жизни. Применение таких методов требует умения представлять (кодировать) информацию числами, визуализировать ее в графиках, диаграммах, таблицах, а также проводить вычисления. Роль стохастических методов возрастает с развитием информационных технологий, увеличением скорости обмена информацией.

В учебно-методической литературе по математике содержательная линия «Эле-

менты стохастической» определяется как область математики, которая объединяет комбинаторику, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию игр и некоторые другие разделы математики.

В связи с действующими классическими школьными требованиями элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики входят в школьный курс математики в виде одной из содержательных методических линий, которая дает возможность накопить определенный запас представлений о статистическом характере окружающих явлений и их свойствах.

В программах по математике для начальных классов выделена новая содержательная линия «Работа с данными». Данная линия ориентирована на развитие у обучающихся умения работать с математической информацией на основе содержания всех разделов курса математики. Е. П. Виноградова, Н. Б. Истомина, Л. Г. Петерсон, В. Н. Рудницкая и др. считают оправданным начинать пропедевтику элементов стохастической в начальной школе, при этом не вводя понятий или способов решения задач, недоступных восприятию младших школьников.

В основной школе продолжается изучение стохастической линии «Анализ данных», в которой представлены основы вероятностно-статистических подходов к анализу явлений повседневной жизни. Вводятся понятия и формулы комбинаторики, статистические характеристики (среднее арифметическое, мода, размах, медиана), продолжается работа по формированию вероятностных представлений и умений представлять результаты статистического исследования с помощью графических представлений.

В начальной школе стохастика представлена в виде элементов комбинаторики, теории графов, элементов теории вероятностей и наглядной описательной статистики. Содержание вероятностно-статистических понятий раскрывается в разделе «Работа с данными» учебного предмета «Математика» и в междисциплинарных программах «Чтение: работа с информацией» и «Информационная грамотность в начальной школе».

В программе, разработанной на основе Концепции стандарта второго поколения, предлагается три варианта тематического планирования, один из которых направлен на усиление стохастической направленности курса математики. В рамках этого варианта планирования отводится большее количество часов на раздел «Работа с данными». При обучении по третьему варианту программы особое внимание уделяется пе-

реводу информации из текстовой формы в табличную, созданию разных таблиц для одного набора данных, фиксации результатов сбора, представлению информации в таблице и диаграмме, построению диаграмм по табличным данным.

Проанализировав программу и планируемые результаты ФГОС НОО (второго поколения) [10; 14], мы сделали вывод, что пропедевтическая работа по введению вероятностно-статистических задач в начальной школе носит междисциплинарный характер, но основная ответственность за качество реализации лежит на обучении математике, так как вероятностно-статистические методы являются математическими.

С. Е. Царева полагает, что содержание стохастического материала априорно заложено в ФГОС НОО, «хотя оно не имеет формальных утверждений, символики и формул» [15, с. 30].

В научно-педагогической и методической литературе встречаются разнообразные подходы к внедрению в практику содержательной линии «Элементы стохастики» в начальной школе.

В исследовании Е. Е. Белокуровой [3] обоснована роль комбинаторных рассуждений в совершенствовании умственных операций: анализа, синтеза, сравнения, обобщения и абстрагирования; в развитии действительного, образного и словесно-логического компонентов мышления и их взаимосвязи; в формировании таких качеств мышления, как вариативность, гибкость и критичность.

В диссертационном исследовании Е. П. Виноградовой [4] впервые комбинаторные задачи рассмотрены как средство усвоения программного содержания развивающего курса математики в начальных классах, разработана система комбинаторных задач, сориентированная на усвоение основных вопросов начального курса математики. Система комбинаторных задач согласована с логикой построения содержания курса начальной математики и сориентирована на последовательное овладение учащимися доступными способами решения комбинаторных задач (системный перебор, составление таблиц, построение графов и «дерева» возможных вариантов).

Таким образом, можно констатировать, что тенденция включения элементов стохастики в процесс обучения младших школьников математике активно реализуется в массовой школьной практике (Э. И. Алек-

сандрова, И. И. Аргинская, С. И. Волкова, Т. Е. Демидова Н. Б. Истомина, Л. Г. Петерсон и др.).

Процесс обучения решению стохастических задач состоит из трех частей: обучение решению комбинаторных задач, обучение решению вероятностных задач, обучение решению статистических задач. Опишем процесс обучения решению стохастических задач.

Под комбинаторной задачей мы понимаем задачу, связанную с необходимостью перечисления предметов или комбинаций и определения числа способов того или иного действия.

Вероятностная задача – это задача, в которой требуется выявить закономерности, присущие массовым однородным случайным событиям и осуществить прогноз в области случайных явлений.

Под статистической задачей мы понимаем задачу, в которой требуется определить методы сбора, систематизации и обработки статистических сведений, полученных в результате поставленных экспериментов (наблюдений) для выявления существующих закономерностей.

Базой для решения вероятностных задач являются комбинаторные задачи. Умение решать простейшие комбинаторные задачи является требованием Государственного образовательного стандарта второго поколения к уровню подготовки младшего школьника.

Методисты основной школы отмечают, что формирование у учащихся умения решать комбинаторные задачи нужно начинать как можно раньше, желательно вести пропедевтическую работу уже в начальных классах.

Комбинаторные задачи, предлагаемые в начальных классах, как правило, носят практическую направленность и основаны на реальном сюжете. Это вызвано в первую очередь психологическими особенностями младших школьников, их слабыми способностями к абстрактному мышлению. Решение таких задач дает возможность расширить знания учащихся о самой задаче, о методах решения задач.

Для классификации комбинаторных задач используют различные основания. Укажем характерные черты комбинаторных задач, которые представлены в действующих учебниках математики и в специально подготовленных учебно-методических пособиях для начальной школы (таблица 1).

Классификация комбинаторных задач

Основание классификации	Вид задачи	Пример задачи
Характер требования задачи	Найти комбинацию элементов, обладающую заданными свойствами	Распределить 24 человека так, чтобы получилось 6 рядов по 5 человек в каждом
	Доказать существование или отсутствие комбинаций элементов с заданными свойствами	Можно ли построить магический квадрат, состоящий из 9 клеток с числами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10?
	Найти общее число комбинаций с заданными свойствами	Сколько натуральных чисел, меньших 10 000, можно записать с помощью цифр 0 и 9?
	Найти решения и из всех решений данной комбинаторной задачи выбрать оптимальное по тем или иным параметрам, критериям	Имеются поселки <i>М</i> , <i>А</i> , <i>Б</i> и <i>В</i> , каждые два из которых соединены дорогой: расстояние <i>МА</i> равно 7 км, <i>МБ</i> – 10 км, <i>МВ</i> – 6 км, <i>АБ</i> – 4 км, <i>АВ</i> – 11 км, <i>БВ</i> – 6 км. В <i>М</i> находится почтовое отделение, и почтальон должен развести письма в остальные четыре села. Существует много различных маршрутов поездки. Какой из них является наикратчайшим?
Сложность перебора	Задачи, в которых нужно произвести перебор всех возможных вариантов	У мальчика есть 3 учебника: по русскому языку, по математике и по окружающему миру, - и 3 обложки для них разного цвета: голубая, зеленая, красная. Как можно обернуть книги? Назови все возможные варианты.
	Задачи, в решении которых использовать прием полного перебора нецелесообразно и нужно сразу исключить некоторые варианты, не рассматривая их (т. е. осуществить сокращенный перебор)	Какие трехзначные числа можно составить из цифр 0, 1, 2, а) числа в записи числа не повторяются; б) цифры в записи числа могут повторяться?
	Задачи, в решении которых операция перебора производится несколько раз и по отношению к разного рода объектам	Три компаньона одной фирмы хранят ценные бумаги в сейфе, на котором три различных замка. Они хотят распределить между собой ключи от замков, чтобы сейф мог быть открыт только тогда, когда соберутся хотя бы два компаньона, но не мог быть открыт одним. Как это можно сделать?
Вид комбинации	Задачи на нахождение числа перестановок без повторений и с повторениями	На подоконнике стоят в ряд три горшка с цветами: кактусом, фикусом и геранью. Каждый день мама ставит их по-новому. Сколько дней пройдет до того времени, когда горшки вновь окажутся на своих местах?
	Задачи на нахождение числа сочетаний без повторений и с повторениями	На фабрике выпускают стержни для ручек четырех цветов: красного, синего, черного и зеленого. Сколько разных наборов трехцветных ручек можно при этом собрать?
	Задачи на нахождение числа размещений без повторений и с повторениями	В зверинец привезли ламу, тигра, обезьяну и медведя. Сколько возможных вариантов расселения двух из пяти привезенных зверей в данные клетки?
Способ выбора и упорядочения множеств	Задачи на упорядочение элементов множества	Одна девочка использует бусинки только двух цветов: белые и желтые. Какие отличающиеся друг от друга украшения она может сделать, если на одной подвеске нет бусинок одинакового цвета?
	Задачи на выбор подмножества и их упорядочение	Запиши все двузначные числа, которые можно составить из цифр 3, 5, 9 и 1 так, чтобы число десятков было меньше числа единиц.
	Задачи на выбор подмножеств	В классе в шахматы играют 4 человека: Настя, Алеша, Денис и Оксана. Напиши, какие были пары играющих, если каждый играл с каждым по одному разу

Комбинаторные задачи, включенные в начальный курс математики, обладают рядом ценных качеств, которые полезны в образовательном процессе:

1) на комбинаторных моделях четко прослеживаются этапы использования математики в решении практических задач;

2) комбинаторные модели взяты из жизни;

3) наш мир построен на вероятности, нам часто приходится сталкиваться с ситуациями, разрешить которые жестко детерминированным способом невозможно.

Особенность решения комбинаторных задач заключается в том, что они имеют чаще

всего не одно, а несколько решений. Комбинаторные задачи можно решать различными методами. В курсе математики выделены два метода решения комбинаторных задач «формальный» и «неформальный».

Под «формальным» методом решения комбинаторной задачи понимают решение задачи с помощью использования формул комбинаторики и правил суммы и произведения. При формировании умения решать комбинаторные задачи «формальным» методом учащиеся знакомят с четкими определениями различных видов соединений (перестановками, размещениями, сочетаниями), с выводами соответствующих формул, с правилами суммы и произведения и лишь после этого рассматривают задачи, при решении которых используются полученные результаты. При «формальном» методе решения необходимо определить вид выборки, подобрать соответствующую формулу, подставить в нее числа и вычислить значение выражения. Значение выражения – это количество возможных вариантов, сами же эти варианты не образуются.

Под «неформальным» методом решения комбинаторных задач понимают сам процесс составления различных вариантов. Понятия «комбинация», «соединения», «выборка» дети осваивают на интуитивном уровне, опираясь на текст и контекст конкретной задачи. Комбинация может трактоваться как вид соединения. При «неформальном» методе решения на первый план выходит сам процесс составления различных вариантов.

Основным методом решения комбинаторных задач в начальных классах является «неформальный» метод, так как он учитывает особенности мышления младших школьников, их опыт и не перегружает учащихся дополнительной информацией, связанной с введением в содержание курса новых понятий.

К «неформальному» методу можно отнести метод перебора. Различают хаотический и систематический (организованный) перебор. При хаотическом переборе учащиеся осуществляют перебор методом «блуждания» при отсутствии четкого плана в поисках ответа на поставленный вопрос. Типичными ошибками, которые допускают учащиеся при решении комбинаторных задач с помощью хаотического перебора, являются пропуск вариантов, их повторение. В начальной школе основным методом решения комбинаторных задач признан метод систематического перебора вариантов.

В методической литературе выделено 3 этапа обучения детей решению комбинаторных задач: подготовительный, основной

и этап отработки умения выполнять организованный перебор.

Первый этап – подготовительный. Цель – формирование мыслительных операций в процессе решения комбинаторных задач с помощью хаотического перебора. На данном этапе учащиеся приобретают опыт образования объектов из отдельных элементов, осуществляя случайный перебор. От учеников не сразу требуется найти все возможные варианты решения задачи. Учащиеся осваивают следующие приемы решения задач: драматизацию, обыгрывание задачи, построение модели (схемы, рисунка), решение задачи с помощью практического действия.

Важнейшим этапом формирования умения решать комбинаторные задачи, на наш взгляд, является второй этап. Цель – ознакомление учащихся с методом систематического перебора всех возможных вариантов.

При формировании умения решать комбинаторные задачи с помощью систематического перебора мы опираемся на психолого-педагогическую теорию П. Я. Гальперина [6]. Согласно этой теории нами выделены следующие этапы формирования умения выполнять организованный перебор.

1. Предварительное ознакомление с приемом систематического перебора, создание положительной мотивации, эмоциональной готовности учащихся.

2. Составление схемы – ориентировочной основы перебора. В качестве ориентировочной основы перебора можно использовать таблицы и графы, т. е. данные приемы перебора позволяют решать задачи с большим числом возможных вариантов, при этом наглядно показывая процесс решения задачи.

3. Организация перебора практически в материальном виде. Все операции, входящие в действие перебора, выполняются развернуто, элементы действий фиксируются в форме внешней речи, с целью осознания общего способа действия.

4. Выполнение перебора практически с частичным сворачиванием операций, элементы действий частично фиксируются во внешней речи.

5. Выполнение перебора в умственном плане с частичной фиксацией во внешней речи.

6. Выполнение перебора как умственного действия.

На третьем этапе у учащихся отрабатываются умения выполнять систематический перебор. Решение комбинаторных задач с использованием таблиц и графов является основным содержанием третьего этапа.

Таким образом, для формирования у обучающихся приема систематического пере-

бора при решении задач целесообразно следующее.

1. Показать необходимость данного умения. Задача учителя состоит в том, чтобы показать учащимся преимущества осуществления рационально организованного перебора. Для повышения активности мыслительной деятельности следует включать учащихся в разрешение проблемных ситуаций.

2. Для обеспечения мотивации использования данного приема предлагать учащимся задания в форме дидактической игры.

3. Обучать некоторым направлениям организации перебора:

- фиксированию элементов и определению порядка перебора;

- установлению закономерностей порядка с использованием действий с предметами, рисунками, таблицами, чертежами, графами;

- использованию контроля и самоконтроля для проверки полученных комбинаций (нет одинаковых случаев и не пропущен ни один случай).

Процесс ознакомления с основными понятиями теории вероятностей и математической статистики является пропедевтическим. Такими понятиями являются «опыт», «события», «вероятность», «выборка». Данные понятия обучающиеся усваивают на опытно-наглядной основе, на интуитивном уровне, формулировки определений понятий не вводятся. Понятия вводятся контекстуально, т. е. содержание понятий раскрываются через тексты с помощью конкретных ситуаций.

Автор сборника задач по стохастике А. П. Тонких [13] предлагает школьникам систему задач, которые помогут учащимся развить интуитивное представление о вероятностной природе реального мира в ходе решения задач, в которых вводятся вероятностные понятия и формируются умения находить вероятность какого-либо события.

В начальном курсе математики [5] выделено четыре вида вероятностных задач: задачи на классификацию событий, на определение исхода в испытаниях, на сравнение вероятностей событий и на определение вероятностей событий. Знакомство с данными видами задач возможно уже в младших классах. Задачи на определение вероятности события являются задачами повышенной трудности, не обязательны для решения всеми учащимися. Для их решения требуются не формальные знания о возможности исходах и частоте появления события, а необходимо понимание (приме-

нение в нестандартных ситуациях) приемов поведения статистических исследований.

Вероятностно-статистическую пропедевтику С. Е. Царева [15] рекомендует осуществлять по двум направлениям. Первое направление – формирование у обучающихся умения проводить министатистические наблюдения, делать на их основе выводы и оценивать вероятность тех или иных характеристик исследуемых процессов. Второе направление – формирование у обучающихся базового уровня умения стохастической подготовки – умения упорядочивать и кодировать информацию. Для реализации перечисленных выше направлений можно использовать следующие приемы: статистический анализ данных, составление министатистического отчета о работе на уроке при подведении его итога, решение комбинаторных задач с последующим статистическим анализом и оценкой вероятности появления определенных комбинаций, описание характеристики вероятностных процессов при изучении величин, включение заданий вероятностного и статистического характера в устные упражнения. В проектную и исследовательскую деятельность учащихся начальных классов включаются темы вероятностно-статистического характера, которые требуют от учащихся умения проводить министатистические наблюдения, делать на их основе выводы и оценивать вероятность тех или иных характеристик исследуемых процессов [15].

Таким образом, целенаправленная работа по пропедевтике вероятностных, статистических и связанных с ними информационных и комбинаторных понятий в начальной школе необходима, так как:

- изучение элементов стохастики в начальных классах развивает и совершенствует основы вероятностного мышления учащихся, показывает, что вероятностные закономерности наблюдаются в человеческой практике чаще и являются фундаментальными закономерностями в природе;

- накопленные систематизированные представления о явлениях стохастической природы в начальных классах являются основой сознательного использования учащимися основной и средней школы стохастических понятий и формул;

- в процессе изучения стохастики у школьников получают дальнейшее развитие следующие общеучебные и практические умения: наблюдать, классифицировать, измерять, анализировать жизненные ситуации, принимать обоснованные решения и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белокурова Е. Е. Методика обучения решению комбинаторных задач // Начальная школа. 1994. №12.
2. Белокурова Е. Е. Обучение решению комбинаторных задач с помощью таблиц и графов // Начальная школа. 1995. № 1.

3. Белокурова Е. Е. Характеристика комбинаторных задач // Начальная школа. 1994. № 1.
4. Виноградова Е. П. Комбинаторные задачи в системе развивающего обучения четырехлетней начальной школы : автореф. дис. ...канд. пед. наук : 13.00.02. М., 2003.
5. Власова И. Н. Комбинаторно-вероятностные задачи в начальном обучении математике // Начальная школа. 2012. № 1.
6. Гальперин П. Я. Формирование умственных действий : хрестоматия по общей психологии: психология мышления. М., 2001.
7. Демидова Т. Е., Козлова С. А., Рубин А. Г., Тонких А. П. Элементы стохастики в начальной школе // Начальная школа плюс до и после. 2005. № 5.
8. Истомина Н. Б., Виноградова Е. П. Математика. Учимся решать комбинаторные задачи. Тетрадь для 1-4 кл. М. : Ассоциация 21 века, 2004.
9. Образовательная система «Школа 2100» – качественное образование для всех : сб. мат-лов / под науч. ред. Д. И. Фельдштейна. М. : Баласс, 2006.
10. Оценка достижения планируемых результатов в начальной школе. Система заданий. В 2 ч. Ч 1 / под ред. Г. С. Ковалевой, О. Б. Логиновой. М. : Просвещение, 2010.
11. Рудницкая В. Н., Юдачева Т. В. Математика 4 класс : учеб. для четырехлет. нач. шк. М. : Вентана-Графф, 2004.
12. Тонких А. П. Стохастика в начальной школе. Сборник задач : пособие для учителей начальных классов. М. : Баласс, 2013.
13. Тонких А. П. Элементы стохастики в курсах математики факультетов подготовки учителей начальной школы // Начальная школа плюс До и После. 2003. № 4.
14. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования / рук. Л. И. Лыняная. М. : Просвещение, 2011.
15. Царева С. Е. Вероятностно-статистическая пропедевтика в математическом образовании младших школьников // Начальная школа. 2010. № 4.

L I T E R A T U R E

1. Belokurova E. E. Metodika obucheniya resheniyu kombinatornykh zadach // Nachal'naya shkola. 1994. №12.
2. Belokurova E. E. Obuchenie resheniyu kombinatornykh zadach s pomoshch'yu tablits i grafov // Nachal'naya shkola. 1995. № 1.
3. Belokurova E. E. Kharakteristika kombinatornykh zadach // Nachal'naya shkola. 1994. № 1.
4. Vinogradova E. P. Kombinatornye zadachi v sisteme razvivayushchego obucheniya chetyrekhletney nachal'noy shkoly : avtoref. dis. ...kand. ped. nauk : 13.00.02. M., 2003.
5. Vlasova I. N. Kombinatorno-veroyatnostnye zadachi v nachal'nom obuchenii matematike // Nachal'naya shkola. 2012. № 1.
6. Gal'perin P. Ya. Formirovanie umstvennykh deystviy : khrestomatiya po obshchey psikhologii: psikhologiya myshleniya. M., 2001.
7. Demidova T. E., Kozlova S. A., Rubin A. G., Tonkikh A. P. Elementy stokhastiki v nachal'noy shkole // Nachal'naya shkola plus do i posle. 2005. № 5.
8. Istomina N. B., Vinogradova E. P. Matematika. Uchimsya reshat' kombinatornye zadachi. Tetrad' dlya 1-4 kl. M. : Assotsiatsiya 21 veka, 2004.
9. Obrazovatel'naya sistema «Shkola 2100» – kachestvennoe obrazovanie dlya vsekh : sb. mat-lov / pod nauch. red. D. I. Fel'dshteyna. M. : Balass, 2006.
10. Otsenka dostizheniya planiruemykh rezul'tatov v nachal'noy shkole. Sistema zadaniy. V 2 ch. Ch 1 / pod red. G. S. Kovalevoy, O. B. Loginovoy. M. : Prosveshchenie, 2010.
11. Rudnitskaya V. N., Yudacheva T. V. Matematika 4 klass : ucheb. dlya chetyrekhlet. nach. shk. M. : Ventana-Graff, 2004.
12. Tonkikh A. P. Stokhastika v nachal'noy shkole. Sbornik zadach : posobie dlya uchiteley nachal'nykh klassov. M. : Balass, 2013.
13. Tonkikh A. P. Elementy stokhastiki v kursakh matematiki fakul'tetov podgotovki uchiteley nachal'noy shkoly // Nachal'naya shkola plus Do i Posle. 2003. № 4.
14. Federal'nyy gosudarstvennyy obrazovatel'nyy standart nachal'nogo obshchego obrazovaniya / ruk. L. I. L'nyanaya. M. : Prosveshchenie, 2011.
15. Tsareva S. E. Veroyatnostno-statisticheskaya propedevtika v matematicheskom obrazovanii mladshikh shkol'nikov // Nachal'naya shkola. 2010. № 4.

Статью рекомендует д-р пед. наук, проф. Е. В. Коротаява.