



**Università degli Studi di Padova**

---

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA "GALILEO GALILEI"  
Corso di Laurea Magistrale in Astronomia

**Ricostruzione di sorgenti gravitazionalmente lensate  
selezionate nel sub-millimetrico**

Laureando  
**Andrea Enia**  
Matricola 1057927

Relatore  
**Prof. Alberto Franceschini**  
Correlatore  
**Dott. Mattia Negrello**



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Il lensing gravitazionale</b>	<b>5</b>
1.1 Breve storia del lensing . . . . .	5
1.2 Il formalismo del lensing . . . . .	10
1.3 Il lensing nell’ottico e nel radio . . . . .	18
<b>2 Le galassie nel sub-millimetrico</b>	<b>23</b>
2.1 Cenni di interferometria . . . . .	25
2.2 Le dust-obscured galaxies . . . . .	36
2.3 Il lensing dai conteggi differenziali di DOGs . . . . .	42
<b>3 L’inversione semilineare regolarizzata</b>	<b>49</b>
3.1 Cenni storici . . . . .	49
3.2 Formalizzazione del metodo . . . . .	54
3.2.1 Senza regolarizzazione . . . . .	54
3.2.2 Con regolarizzazione . . . . .	56
3.2.3 Estensione al piano uv dell’interferometria . . . . .	58
3.3 L’approccio bayesiano . . . . .	60
Note finali . . . . .	66
<b>4 Ricostruzione di sorgenti simulate</b>	<b>69</b>
4.1 I modelli di lente . . . . .	69
4.1.1 Distribuzione di massa circolare . . . . .	69
4.1.2 Distribuzione di massa ellittica . . . . .	70
4.1.3 Single Isothermal Ellipsoid (SIE) . . . . .	71
4.1.4 Perturbazioni esterne . . . . .	74
4.2 Implementazione del metodo . . . . .	76
4.2.1 L’immagine simulata . . . . .	76
4.2.2 L’immagine invertita . . . . .	77
4.2.3 L’impatto della regolarizzazione . . . . .	82

4.2.4	La ricostruzione nel piano delle visibilità . . . . .	84
<b>5</b>	<b>Ricostruzione di una sorgente reale</b>	<b>87</b>
5.1	Il lensing nel sub-mm . . . . .	87
5.2	Le survey H-ATLAS e SPT . . . . .	89
5.3	La ricostruzione di SDP.81 . . . . .	96
5.3.1	Ricostruzione di dati HST . . . . .	97
5.3.2	Ricostruzione di dati ALMA . . . . .	99
5.3.3	Risultati della ricostruzione . . . . .	102
	<b>Sviluppi Futuri</b>	<b>107</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>109</b>



# Indice degli acronimi

**AGB** Asymptotic Giant Branch

**AGN** Nuclei Galattici Attivi

**ALMA** Atacama Large Millimeter/Sub-millimeter Array

**APEX** Atacama Pathfinder Experiment

**CIB** Cosmic Infrared Background

**CMB** Cosmic Microwave Background

**COBE** Cosmic Background Explorer

**DOG** Dust Obscured Galaxy

**FIRAS** Far-InfraRed Absolute Spectrophotometer

**FOV** Field of View

**FWHM** Full Width at Half Maximum

**H-ATLAS** Herschel Astrophysical Terahertz Large Area Survey

**HLIRG** Hyper-Luminous Infrared Galaxy

**HST** Hubble Space Telescope

**IRAS** Infrared Astronomical Satellite

**JCMT** James Clerk Maxwell Telescope

**JWST** James Webb Space Telescope

**LABOCA** Large Apex Bolometer Camera

$\Lambda$ CDM  $\Lambda$  (simbolo della costante cosmologica) Cold Dark Matter

---

**LESS** LABOCA Extended South Survey  
**LIRG** Luminous Infrared Galaxy  
**LP** Piano della lente  
**MC** MonteCarlo  
**MCMC** MonteCarlo Markov Chain  
**PACS** Photodetector Array Camera and Spectrometer  
**PSF** Point Spread Function  
**QSO** Quasi-Stellar Object  
**QUASAR** Quasi-stellar Radio Source  
**SCUBA** Sub-millimeter Common User Bolometer Array  
**SDP** Science Demonstration Phase  
**SDSS** Sloan Digital Sky Survey  
**SED** Spectral Energy Distribution  
**SFR** Star Formation Rate  
**SIE** Single Isothermal Ellipsoid  
**SOAR** Southern Astrophysical Research Telescope  
**SLACS** Sloan Lens ACS Survey  
**SMG** Galassia nel sub-millimetrico  
**SP** Piano della sorgente  
**SPIRE** Spectral and Photometric Imaging Receiver  
**SPO** South Pole Observatory  
**ULIRG** Ultra-Luminous Infrared Galaxy  
**VLA** Very Large Array  
**WFC3** Wide-Field Camera 3

# Introduzione

La Relatività Generale, pilastro della Fisica moderna, descrive come lo spaziotempo sia una struttura tutt'altro che fissa e cristallizzata, ma muti la propria geometria, curvandosi in presenza di materia, e come la materia all'interno dello spaziotempo sia costretta a seguire le traiettorie generate dalla sua curvatura, concetto sintetizzato nella nota massima di John Arcibald Wheeler: "*Spacetime tells matter how to move; matter tells spacetime how to curve*".

Immediata conseguenza di questa semplice per quanto rivoluzionaria idea è che, essendo niente più che una pura manifestazione della geometria dello spaziotempo, la gravità influenzi in eguale misura tanto gli oggetti dotati di massa, come i pianeti nel loro moto attorno al Sole, o le stelle nel loro moto all'interno delle galassie, quanto quelli non dotati di massa, come i fotoni che compongono la luce. Anche i fotoni sono quindi costretti a seguire le traiettorie suggerite dalla struttura malleabile dello spaziotempo, venendone di conseguenza deflessi, deviando dalla loro traiettoria originale. Fotoni altrimenti diretti verso direzioni diverse vengono concentrati verso un'unica direzione, in analogia a quanto eseguito da una qualsiasi lente ottica, da cui l'etimologia del fenomeno di lente gravitazionale<sup>1</sup>.

Nonostante la misura di questo fenomeno sia stata, nel 1919, la prima prova sperimentale concreta e decisiva alla validazione della teoria di Einstein, la sua applicazione in campo astrofisico ha dovuto aspettare più di mezzo secolo prima che le tecnologie osservative rendessero possibile un suo utilizzo estensivo. Oggi il lensing è largamente usato in molteplici campi dell'indagine scientifica. Attraverso il suo studio è possibile indagare sulla componente più sfuggente dell'Universo, la materia oscura, invisibile all'interazione a noi umani più con-

---

<sup>1</sup>In seguito sempre indicato con l'inglese *lensing*.

---

geniale, quella elettromagnetica, ma decisiva durante la storia dell'Universo nel modellare la sua immagine attuale grazie ai suoi effetti gravitazionali sulla formazione delle strutture su larga scala. Il lensing permette di indagare la sua natura, le strutture che essa forma, la sua distribuzione su larga scala. La forte amplificazione in flusso che una lente gravitazionale può causare su un oggetto lontano favorisce un utilizzo decisivo del lensing nella rilevazione e studio di oggetti molto distanti altrimenti troppo deboli per essere analizzati. Questa magnificazione è stata sfruttata anche per la rilevazione di diversi pianeti extrasolari. Recentemente, si discute anche di un suo utilizzo estensivo per iniziare a svelare uno dei più grossi interrogativi della cosmologia del XXI secolo, quella proprietà dello spaziotempo del quale nulla è noto, se non che esiste, e perciò denominata energia oscura, responsabile dell'accelerazione nell'espansione dell'Universo rilevata verso la fine del secolo scorso.

Questo lavoro di tesi trova al suo interno lo studio di una delle tre principali famiglie di lensing, nota come *strong lensing*. Il lavoro di tesi è organizzato nel modo seguente:

- Nel Cap. 1 sarà fatta una introduzione del fenomeno, accennando al suo sviluppo storico, riportando il formalismo matematico, e l'esempio di uno dei più importanti progetti di ricerca di lenti nell'ottico, il programma SLACS.
- Nel Cap. 2 verrà fatta una breve panoramica sull'Universo osservato alle lunghezze d'onda tipiche del sub-millimetrico e millimetrico. Saranno forniti cenni di interferometria, fondamentale per lo studio di tali bande, e recentemente diventata importante nello studio di eventi di *strong lensing* grazie all'entrata in funzione dell'Atacama Large Millimeter/Sub-millimeter Array (ALMA). Sarà poi trattata la fenomenologia delle galassie nel sub-millimetrico (*Sub-Millimeter Galaxies*, SMG), in particolare le *dust-obscured galaxies* (DOG).
- Nel Cap. 3 verrà descritto il metodo della *Regularized Semilinear Inversion*. Scopo del metodo è ricostruire il profilo originale di brillantezza superficiale della sorgente che ha subito lensing identificando al contempo

---

i parametri che descrivono la distribuzione di massa della lente. Il formalismo sarà esteso al piano  $uv$  dell'interferometria, e verranno infine mostrati i vantaggi numerici portati da una descrizione Bayesiana del metodo.

- Nel Cap. 4 sarà mostrata l'applicazione di tale metodo a simulazioni di fenomeni di *strong lensing*, sia per immagini reali che per immagini interferometriche.
- Nel Cap. 5 verrà mostrato come nelle bande mm e sub-mm sia possibile identificare sistematicamente SMG lensate in base a una semplice selezione in flusso. Le prime cinque sorgenti identificate con tale tecnica, nel 2010, si trovavano all'interno della Science Demonstration Phase di H-ATLAS, una survey di  $570 \text{ deg}^2$  condotta con il telescopio spaziale Herschel, e successivamente studiate da estensive campagne di follow-up. Nel 2014, SDP.81, una delle sorgenti di H-ATLAS, è stata scelta come target per la Science Verification Phase di ALMA. Questa verrà studiata nel presente lavoro di tesi con il metodo della Regularized Semilinear Inversion, nelle osservazioni eseguite con Hubble Space Telescope (HST) e con ALMA.



# Capitolo 1

## Il lensing gravitazionale

### 1.1 Breve storia del lensing

L'idea che la luce possa subire l'influenza della gravità non è affatto una prerogativa del XX secolo. Il primo a porsi tale quesito fu colui che è riconosciuto come uno dei pionieri dell'ottica e padre della teoria della gravitazione, Sir Isaac Newton. Nel suo trattato del 1704, *Opticks*, Newton si chiese se l'azione a distanza gravitazionale degli oggetti agisse pure sulla luce, piegando i suoi raggi.

Ad una misura dell'angolo di deflessione che tale raggio di luce dovrebbe subire per effetto della gravità arrivarono dapprima Henry Cavendish nel 1784, che mai pubblicò il risultato, e successivamente, ignaro del lavoro di quest'ultimo, Johann von Soldner trent'anni dopo. Questo angolo di deflessione, che veniva misurato assumendo valida la teoria corpuscolare della luce di Newton, ovvero che la luce fosse composta di corpuscoli dotati di massa, risultava essere  $\alpha = 2GM/bc^2$ , con  $b$  il parametro d'impatto del sistema. La misura era, ovviamente, sbagliata, in quanto sbagliate le sue assunzioni. Pur con assunzioni diverse, non più una massa per la luce, ma che questa venga deflessa per effetto della dilatazione temporale generata dalla gravità di un oggetto, Einstein stesso, nel 1911, quando ancora la Relatività Generale era in uno stadio embrionale, arrivò alla medesima misura incorretta. Curiosamente, spedizioni organizzate in quel periodo per misurare tale fenomeno fallirono

per eventi atmosferici o per via della guerra che stava per scoppiare in Europa. Quando, nel 1915, la Relatività Generale fu completa, Einstein corresse il calcolo, assumendo in principio anche la distorsione della componente spaziale dello spaziotempo, arrivando al valore corretto: il doppio di quello misurato da Cavendish e Soldner.

Con il valore corretto di  $\alpha = 4GM/bc^2$ , divenne immediato agli scienziati dell'epoca che il Sole avrebbe causato, sulla posizione di una stella vicina al suo bordo, una deflessione di 1.74 arcsec. Si attese quindi l'occasione propizia, ovvero una eclisse totale di Sole, per validare la teoria. Questa arrivò nel 1919, con una (successivamente discussa, ma corretta) misura sperimentale, ad opera di Sir Arthur Eddington: egli osservò una deflessione in accordo con la teoria di Einstein entro il 20% di precisione. Questa misura s'è raffinata nel corso dei decenni, fino ad arrivare a una precisione dello 0.03% (Fomalont et al., 2009).

Ai tempi, tuttavia, la Scienza non aveva ancora deciso se la Via Lattea fosse l'unico oggetto presente nell'Universo, o, come molte delle nebulose osservate all'epoca, una delle tante galassie che lo popolano. Nel 1920 si tenne un famoso dibattito in tema, tra Harlow Shapley, a sostegno della prima idea, e Heber Curtis, più incline alla seconda; entrambi presentarono dati scientifici talmente contrastanti che il dibattito rimase senza vincitori. La risposta arrivò nel 1924, quando osservazioni di Edwin Hubble sancirono nettamente come le nebulose osservate erano troppo distanti per poter far parte della nostra galassia. La Scienza si ritrovò tra le mani un Universo molto più esteso di quanto immaginasse. Non stupisce, quindi, che il padre della Relatività Generale, Einstein, e il primo ad aver rilevato il fenomeno, Eddington, non videro alcun futuro per lo studio della deflessione della luce da parte di oggetti massivi, ritenendo il fenomeno troppo debole per poter essere osservato al di là del Sole. Il primo a interrogarsi sulla possibilità che oggetti extragalattici fossero abbastanza massivi da causare effetti osservabili da Terra fu Fritz Zwicky. Egli coniò termini come materia oscura e supernova, propose l'utilizzo di queste come candele standard, e fu anche un profeta del lensing. Nel 1937 riuscì a stimare che la separazione tipica tra immagini multiple poteva essere anche dell'ordine delle decine di arcosecondi (Zwicky,



## 1.1. BREVE STORIA DEL LENSING

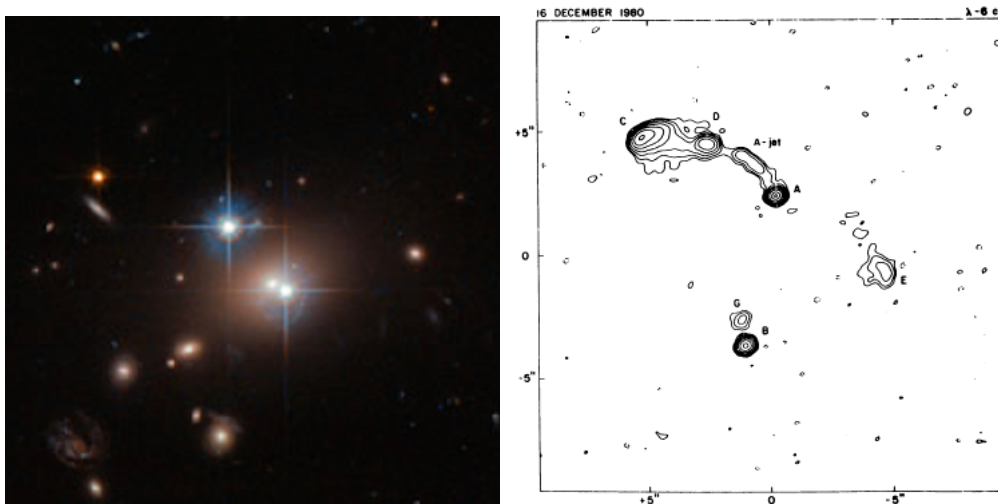


Figura 1.1: A sinistra, la sorgente SBS 0957+561 A/B, meglio nota come *Twin Quasars*, osservata da HST. A destra, la mappa dei contorni a  $\lambda = 6$  mm, osservati da VLA (Greenfield et al., 1985); i due QSO sono indicati con A e B, mentre G è la galassia che funge da lente.

1937), calcolò la probabilità che una sorgente in cielo subisca tale distorsione e anche un metodo per derivare la massa dell'oggetto che funge da lente.

La mancanza di tecnologie osservative adeguate ha fatto sì che il lensing rimanesse un settore di frontiera; ben pochi sono stati gli sviluppi alle idee di Zwicky fino al 1963. In quell'anno furono identificati i primi QSO<sup>1</sup>, oggetti molto compatti, luminosi e soprattutto molto distanti, ideali per subire lensing a una intensità tale da poter essere rilevata anche con le tecnologie dell'epoca. Da quel momento in poi diversi articoli, di stampo teorico e osservativo, iniziarono ad essere pubblicati, dando nuova linfa alla ricerca del lensing, nell'attesa che avvenisse la prima rilevazione osservativa.

Questa avvenne nel 1979: la sorgente SBS 0957+561 A/B in Fig. (1.1), da parte di Walsh, Carswell & Weymann (Walsh et al., 1979). I tre osservarono quelli che apparentemente sembravano essere due quasar gemelli, separati da 5.7 arcsec, con medesima magnitudine e redshift  $z = 1.413$ . L'analisi spettroscopica lasciò pochi dubbi, e le due sorgenti vennero sancite essere immagini

<sup>1</sup>Quasi Stellar Object. Oggi è noto che la maggior parte di questi oggetti non possiede una emissione radio (radio-quiet), e solo una piccola parte di questi emette nel radio (radio-loud), e prende il nome di quasar.

multiple dello stesso oggetto. In quell'anno furono implementati i primi CCD, che più di ogni altra tecnologia ha rivoluzionato la storia dell'astronomia osservativa, e l'anno successivo, con l'entrata in funzione di Very Large Array (VLA), venne identificata la lente: una galassia posta in mezzo ai due QSO, a  $z = 0.355$ .

Da quel momento in poi vennero identificati numerosi fenomeni di lensing: nel 1986 i primi archi gravitazionali in ammassi di galassie (Soucail et al., 1988), nel 1988 il primo anello di Einstein (Hewitt et al., 1988), nel 1989 e 1990 le prime misure di microlensing (Irwin et al., 1989) e weak lensing (Tyson et al., 1990). Il lancio di Hubble Space Telescope nel 1990 ha reso l'uso del lensing una pratica comune nell'indagine scientifica, dandogli finalmente una dignità osservativa che i suoi stessi padri, 70 anni prima, non riconobbero.

E' uso comune classificare le osservazioni di lensing all'interno di tre categorie principali (vedi Fig. (1.2)), legate all'intensità del fenomeno e ai parametri fisici degli oggetti in gioco:

- **strong lensing**, se il parametro d'impatto tra la sorgente e la lente è abbastanza piccolo, e quindi l'allineamento tra le due ottimale, così che il fenomeno risulti abbastanza forte da generare caratteristiche facilmente osservabili come archi, immagini multiple dello stesso oggetto o addirittura anelli o croci di Einstein.
- **weak lensing**, se l'allineamento è meno ottimale, il parametro d'impatto sufficientemente grande, e le distorsioni di conseguenza più piccole rispetto al caso precedente, ed è difficile vedere nella deflessione l'azione di una unica sorgente, ma quella complessiva di una enorme distribuzione di massa, che causa pattern di deformazioni nella distribuzione statistica degli oggetti in secondo piano, come uno stiramento diretto tangenzialmente rispetto al centro della lente.
- **microlensing**, se le dimensioni della lente rispetto alla sorgente sono tali da rendere impossibile risolvere la distorsione subita dall'oggetto in secondo piano, e ciò che si osserva è una improvvisa magnificazione nel flusso della sorgente, caratterizzata da una curva di luce assolutamente specifica.

## 1.1. BREVE STORIA DEL LENSING

---

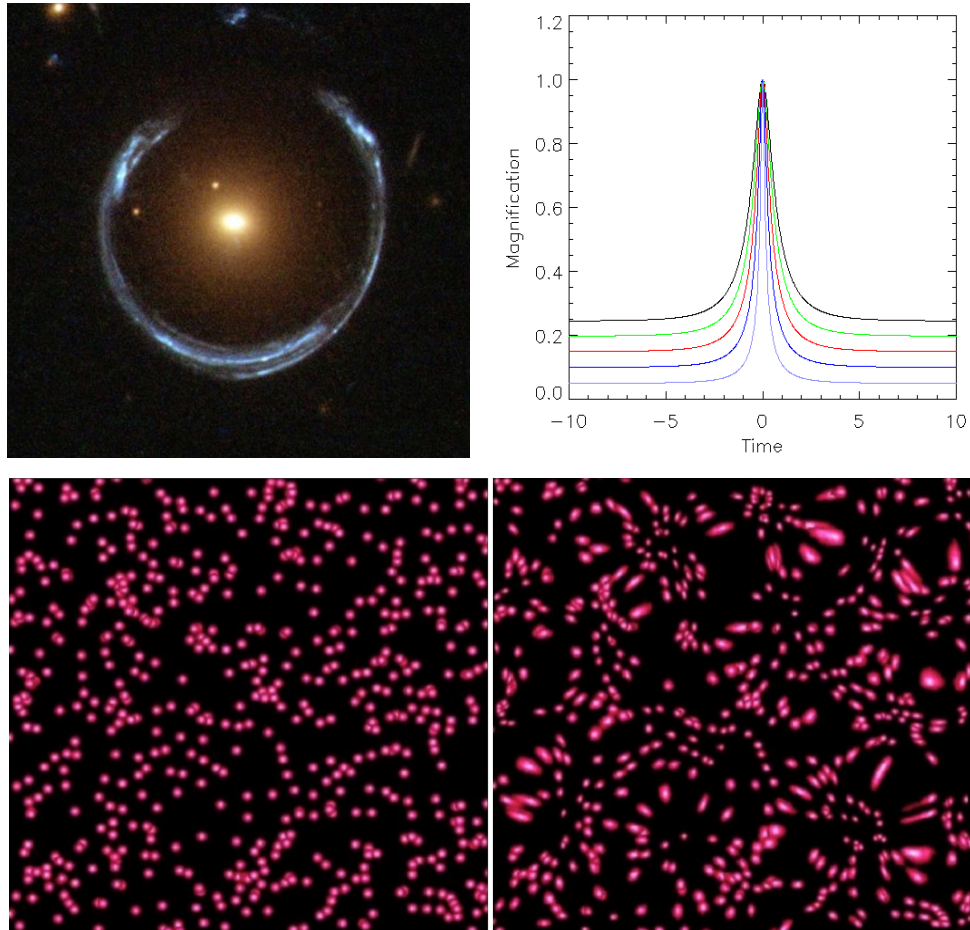


Figura 1.2: Tre esempi di lensing gravitazionale. In alto a sinistra, la sorgente LRG3-757, l'esempio per eccellenza di *strong lensing*: la galassia centrale ha distorto quella dietro quasi a formare un anello di Einstein (immagine HST); in alto a destra, la curva di luce tipica di un fenomeno di microlensing, con diverse colorazioni per i diversi parametri d'impatto tra sorgente e lente; in basso, un esempio di *weak lensing*: a sinistra una distribuzione casuale di sorgenti; a destra la disposizione è alterata dalla presenza di una distribuzione di massa in primo piano (non mostrata) che funge da lente.

## 1.2 Il formalismo del lensing

Ricavare le traiettorie dei raggi di luce deflessi da un qualsiasi potenziale gravitazionale secondo le regole della Relatività Generale nel più generale dei casi richiede un calcolo molto complesso. Per questo motivo, nelle applicazioni di interesse astrofisico, è necessario fare delle assunzioni che semplifichino i calcoli.

Si assume che la luce segua, durante il suo tragitto, le traiettorie della metrica di Robertson-Walker dalla sorgente fino all'osservatore, eccezion fatta per una piccola frazione di percorso, quella in cui incontra la lente, dove le traiettorie sono quelle generate dal suo potenziale gravitazionale. Questo potenziale è assunto essere non troppo forte (come quello in prossimità l'orizzonte degli eventi di un buco nero), sicché in prossimità della lente la geometria sia quella di uno spaziotempo debolmente perturbato dal potenziale Newtoniano

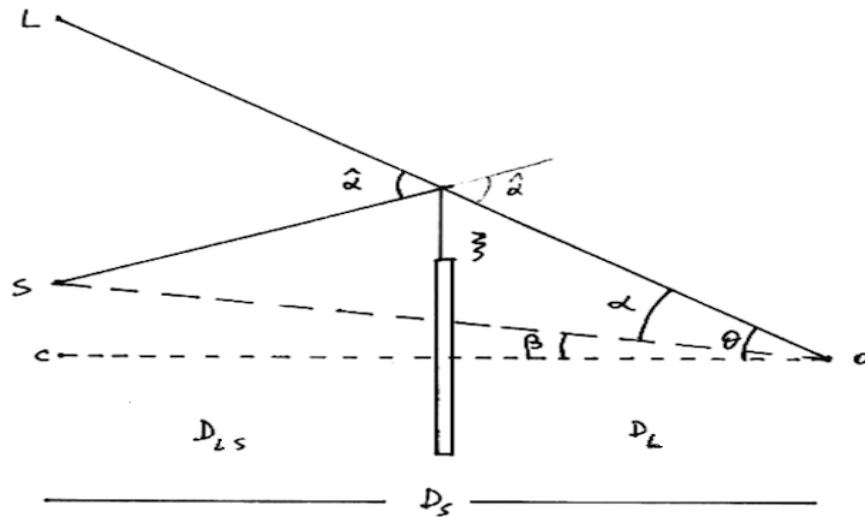


Figura 1.3: La geometria di un fenomeno di lensing.  $O$  è l'osservatore,  $S$  la sorgente,  $L$  l'immagine virtuale generata per effetto del lensing,  $C$  indica la direzione del baricentro della lente;  $D_S$ ,  $D_L$  e  $D_{LS}$  sono rispettivamente le distanze tra osservatore e sorgente, osservatore e lente, sorgente e lente;  $\hat{\alpha}$  è l'angolo di deflessione ricavato in Eq. (1.1);  $\alpha$  è detto angolo di deflessione ridotto, ed è quello misurato dall'osservatore;  $\beta$  l'angolo tra il baricentro della lente e la sorgente,  $\theta$  tra il baricentro della lente e l'immagine virtuale.

## 1.2. IL FORMALISMO DEL LENSING

---

della distribuzione di massa della lente. Le distanze in gioco, infine, sono così elevate che la lente sarà approssimata a un piano bidimensionale, e la trattazione segue la cosiddetta *approssimazione di lente sottile*.

Applicando il principio di Fermat al percorso del raggio di luce, all'interno del formalismo delle equazioni di Eulero-Lagrange, si ottiene la seguente espressione per l'angolo di deflessione:

$$\hat{\alpha} = \frac{2}{c^2} \int \vec{\nabla}_{\perp} \phi dz \quad (1.1)$$

La coordinata  $z$  indica la direzione di propagazione del raggio di luce, mentre la coordinata nella direzione ad essa perpendicolare sarà indicata con  $b$  (il precedentemente citato *parametro d'impatto*). Eq. (1.1) mostra come il gradiente del potenziale Newtoniano  $\phi$  venga misurato lungo quest'ultima direzione; conseguenza immediata è che la deflessione è sempre diretta verso il centro del deflettore.

Sostituendo al potenziale in Eq. (1.1) l'espressione Newtoniana per una sorgente puntiforme, valida in approssimazione di campo debole:

$$\phi = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{(b^2 + z^2)^{1/2}}$$

si arriva alla già citata espressione per l'angolo di deflessione:

$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{bc^2} \quad (1.2)$$

In presenza di una distribuzione continua di massa, Eq. (1.2) sarà espressa come funzione della *densità di massa proiettata*  $\Sigma$ , ovvero la distribuzione di massa proiettata lungo il piano passante per il baricentro della lente e perpendicolare alla linea di vista, cioè il piano della lente (indicato in futuro con l'acronimo LP):

$$\Sigma(\vec{\xi}) = \int \rho(\vec{\xi}, z) dz \quad (1.3)$$

con  $\vec{\xi}$  un vettore funzione della distanza tra il raggio di luce e il baricentro della lente. L'angolo di deflessione in Eq. (1.2) diventa:

$$\widehat{\vec{\alpha}} = \frac{4G}{c^2} \int \Sigma(\vec{\xi}') \frac{(\vec{\xi} - \vec{\xi}')}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|^2} d\vec{\xi}' \quad (1.4)$$

Espressione applicabile per ogni distribuzione estesa di materia.

Considerata la geometria del problema in Fig. (1.3), si definiscono tre distanze:

- $D_S$ , la distanza tra la sorgente e l'osservatore
- $D_L$ , la distanza tra la lente e l'osservatore
- $D_{LS}$ , la distanza tra la sorgente e la lente

Una volta noto il redshift di sorgente e lente, è immediato risalire al valore di queste distanze nel modello standard di Universo piatto della cosmologia, detto  $\Lambda$ CDM:

$$D(z) = \frac{1}{1+z} \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{1}{E(z')} dz'$$

con  $E(z) = H(z)/H_0$ .

Note queste, l'angolo misurato dall'osservatore sarà:

$$\vec{\alpha} = \frac{D_{LS}}{D_S} \widehat{\vec{\alpha}}$$

detto *angolo di deflessione ridotto*. A partire da questi, è immediato ricavare la cosiddetta **equazione della lente**:

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \vec{\alpha}(\vec{\theta}) \quad (1.5)$$

con  $\beta$  l'angolo tra il baricentro della lente e la sorgente e  $\theta$  tra il baricentro della lente e l'immagine virtuale, visibili in Fig. (1.3). L'equazione della lente non è un funzione biunivoca. A ogni pixel del SP non corrisponde uno e un solo pixel del LP, anzi, un pixel del SP può venire mappato in più pixel del LP, rendendo possibile la formazione di immagini multiple della stessa sorgente.

Un caso particolare si verifica quando la densità di massa proiettata della lente

## 1.2. IL FORMALISMO DEL LENSING

---

risulta essere costante:  $\Sigma(\vec{\xi}) = \Sigma = \text{cost.}$  Dalla geometria del problema risulta  $\vec{\xi} = D_L \vec{\theta}$ ; sostituendo a Eq. (1.4), l'espressione per l'angolo di deflessione ridotto diventa:

$$\vec{\alpha} = \frac{D_{LS} D_L}{D_S} \frac{4\pi G \Sigma}{c^2} \vec{\theta} \quad (1.6)$$

Osservando Eq. (1.6), si definisce una quantità, nota come densità superficiale di massa *critica*:

$$\Sigma_{\text{crit}} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_S}{D_{LS} D_S} \quad (1.7)$$

Condizione fondamentale per la formazione di immagini multiple, e quindi fenomeni di *strong lensing*, è che risulti verificato  $\Sigma \geq \Sigma_{\text{crit}}$  nella lente. All'uguaglianza, sorgente, lente e osservatore giacciono sull'asse ottico, e l'equazione della lente si riduce a  $\alpha(\theta) = \theta$ . Nella realtà, queste congiunzioni astrali non avvengono mai, e una tipica lente gravitazionale focalizza raggi partiti da direzioni diverse in punti diversi dell'asse ottico.

Il rapporto tra le due densità superficiali prende il nome di *convergenza*:

$$\vec{k} \equiv \frac{\Sigma(\vec{\theta})}{\Sigma_{\text{crit}}} \quad (1.8)$$

Quando non esiste alcuna simmetria in grado di semplificare la risoluzione del problema di lensing, grandezza di fondamentale definizione diventa la proiezione sul LP del potenziale gravitazionale della lente, noto come *potenziale di lensing*:

$$\psi(\vec{\theta}) = \frac{2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_L D_S} \int \phi(\vec{\xi}, z) dz \quad (1.9)$$

dal quale sono direttamente ricavabili le grandezze principali della lente:

- $\widehat{\vec{\alpha}} = \vec{\nabla} \psi$ , l'angolo di deflessione, come già visto in Eq. (1.1).
- $2\vec{k} = \Delta \psi$ , la convergenza, ricavata dal corrispettivo nel lensing dell'equazione di Poisson<sup>2</sup>.

E' possibile riscrivere l'equazione della lente mediante prodotto per le grandezze geometriche del problema proiettate lungo i piani di interesse (si veda Fig.

---

<sup>2</sup>L'operatore  $\Delta$  corrisponde al Laplaciano  $\nabla^2$ .

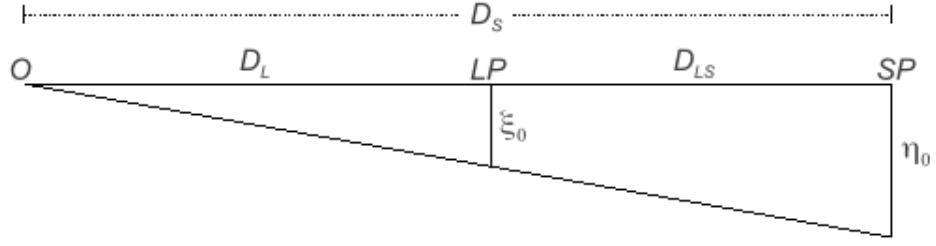


Figura 1.4:  $O$  è l'osservatore,  $LP$  il piano della lente,  $SP$  il piano della sorgente. Le quantità adimensionali saranno quelle rapportate alle grandezze di scala:  $\vec{y} = \eta/\eta_0$  e  $\vec{x} = \xi/\xi_0$

(1.4)), rendendola adimensionale:

$$\vec{y} = \vec{x} - \vec{\alpha} \quad (1.10)$$

Sviluppando l'equazione della lente con una espansione di Taylor troncata al primo ordine, affinché risulti lineare e quindi una semplice trasformazione di sistema di coordinate dal piano della sorgente e al piano della lente, si ottiene la seguente:

$$y_i = \frac{\partial y_i}{\partial x_j} x_j = A_{ij} x_j$$

Dove la matrice  $\mathbf{A}$  di elementi  $A_{ij}$  è lo Jacobiano della trasformazione, definito come:

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \vec{y}}{\partial \vec{x}}$$

e corrispondente all'inverso della matrice di magnificazione  $\mathbf{M}$ . Inserendo in quest'ultima la Eq. (1.10), si ottiene

$$A_{ij} = \delta_{ij} - \frac{\partial \vec{\alpha}_i}{\partial \vec{x}_j} = \delta_{ij} - \psi_{ij}$$

Questa matrice può essere espressa in termini della convergenza  $k$  e dello *shear*  $\vec{\gamma}$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 - k - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - k + \gamma_1 \end{pmatrix} \quad (1.11)$$



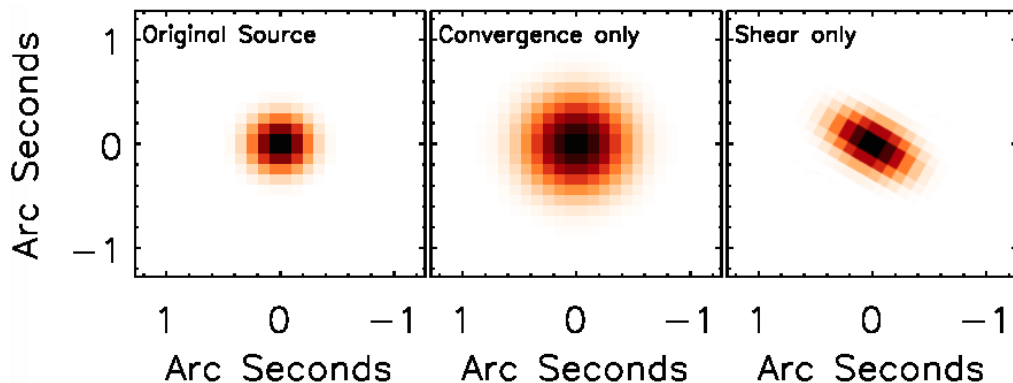


Figura 1.5: L'effetto della convergenza e dello shear su una PSF gaussiana.

Nella trasformazione da SP a LP, la convergenza identifica tutte le variazioni nella superficie di una sorgente a parità di forma, e quindi si limita a riscaldare la superficie della sorgente, mentre lo shear è un vettore che identifica tutte le variazioni nella forma della sorgente, mantenendo invariata la superficie (Fig. (1.5)).

Infine, come sopra riportato, è possibile identificare a partire da  $\mathbf{A}$  la magnificazione dell'immagine, definita come il rapporto tra l'angolo solido che sottende l'immagine e quello che sottende la sorgente.  $\mu$  corrisponde al determinante della matrice di magnificazione  $M$ , per cui:

$$\mu = \frac{1}{(1 - k)^2 - \gamma^2}$$

e la matrice  $M$  avrà autovalori:

$$\mu_t = \frac{1}{1 - k - \gamma} = \frac{1}{\lambda_t} \quad (1.12)$$

$$\mu_r = \frac{1}{1 - k + \gamma} = \frac{1}{\lambda_r} \quad (1.13)$$

Dove  $\lambda_t$  o  $\lambda_r$  si annullano, la magnificazione diverge a infinito. Sotto queste condizioni, si generano i cosiddetti punti critici, che identificano nel LP la linea critica radiale e la linea critica tangenziale, mappate nel SP nella *caustica radiale* e nella *caustica tangenziale* (Fig. (1.6)):

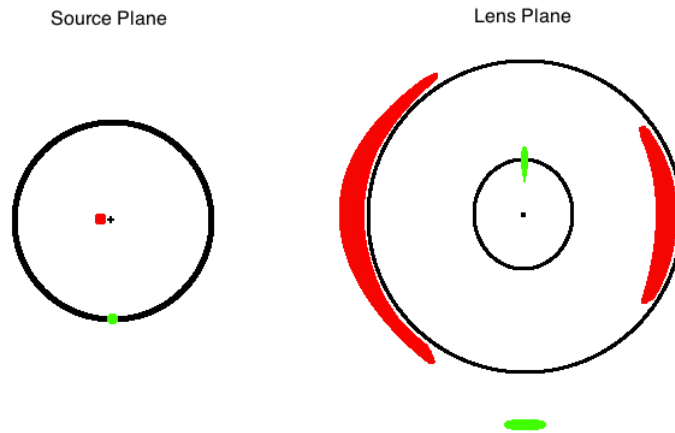


Figura 1.6: Come due punti in prossimità della caustica radiale e della caustica tangenziale nel SP vengono mappati in prossimità delle corrispondenti linee critiche nel LP.

- Una sorgente in prossimità della caustica radiale nel SP, sarà mappata nel LP come fortemente distorta lungo la direzione ortogonale alla linea critica radiale, e viceversa.
- Una sorgente in prossimità della caustica tangenziale nel SP, sarà mappata nel LP come fortemente distorta lungo la direzione parallela alla linea critica tangenziale, e viceversa.

In applicazioni pratiche, le immagini in prossimità di tali punti non mostrano realmente una magnificazione infinita, ma delle forti distorsioni, visibili nell'immagine come archi con un flusso sensibilmente superiore a quello del resto dell'immagine.

Nei fenomeni di lensing, e in particolare in quelli di *strong lensing*, fondamentale importanza riveste il modo in cui la mappatura dal SP al LP deforma il profilo intrinseco della sorgente, modificando la dimensione della sua area nel passaggio tra i due piani, di fatto magnificandola in modo analogo a quanto eseguito da una lente di ingrandimento. Questo ha enorme rilievo nelle applicazioni di interesse astrofisico e cosmologico, in quanto permette di osservare meglio e con migliore risoluzione dettagli altrimenti troppo deboli per poter essere studiati (Fig. (1.7)). A questa variazione di superficie (o di

## 1.2. IL FORMALISMO DEL LENSING

---

angolo solido) è direttamente associata una variazione intrinseca nel flusso dell'immagine che ha subito lensing. Esattamente come avviene nell'ottica geometrica, la brillantezza superficiale dell'oggetto risulta conservata. Questa è misurata come il rapporto tra il flusso della sorgente  $F$  e l'angolo solido  $\Omega$  che la sottende:

$$S = \frac{F}{\Omega} = \frac{F}{4\pi A}$$

Poiché, nel suo complesso, l'area  $A$  della sorgente risulta sempre essere maggiore sul LP che sul SP (per quanto singoli elementi dell'immagine possano venire rimpiccioliti), per mantenere costante  $S$  è necessario un aumento di  $F$ . Da un punto di vista puramente fisico, la deflessione permette all'osservatore di osservare fotoni che altrimenti non avrebbe mai potuto osservare, aumentando quindi il flusso della sorgente.

L'aumento in flusso di sorgenti ad alto  $z$  risulterà fondamentale nell'identificazione di galassie lensate, e sarà trattato nel prossimo Capitolo.

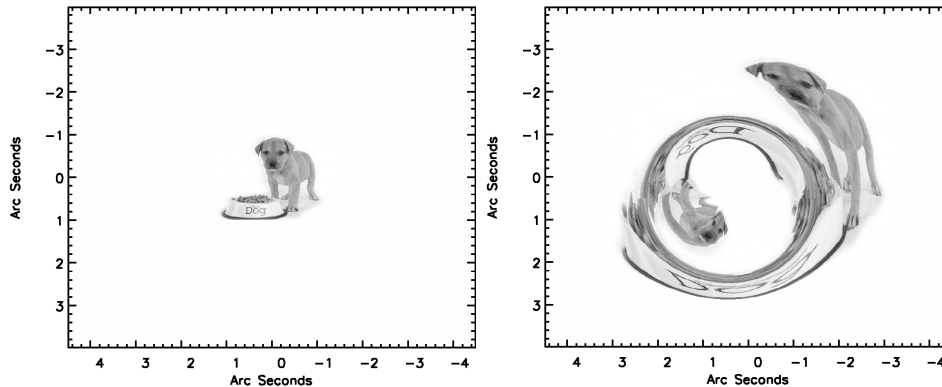


Figura 1.7: La magnificazione generata dal lensing è misurabile come variazione delle superfici sul SP e sul LP, e questo permette di aumentare la risoluzione di una immagine, distinguendo meglio dettagli altrimenti difficili da identificare.

### 1.3 Il lensing nell'ottico e nel radio

L'atmosfera terrestre ha un impatto fondamentale sull'astronomia. Non tutte le lunghezze d'onda della radiazione che finiscono sul nostro pianeta riescono ad arrivare indisturbate al suolo. Sono solo due le grandi finestre di osservazione che riescono ad trasmettere buona parte o tutta la radiazione indisturbata al suolo: la prima tra i 380 e i 760 nm (in frequenza, tra i 400 e 790 THz), la finestra ottica, che include tutte le lunghezze d'onda percepite dall'occhio umano; la seconda tra lunghezze d'onda comparabili al centimetro fino a una decina di metri (in frequenza, tra 30 GHz e 10 MHz), la finestra radio. Oltre a queste, si aggiungono nell'infrarosso delle piccole finestre osservative con diversa efficienza a diversa altezza dal suolo, fortemente sensibili all'assorbimento dovuto al vapore acqueo, motivo per cui le osservazioni a tali lunghezze d'onda sono ottimali in siti particolarmente elevati e secchi, o nello spazio. In aggiunta a ciò, bisogna sempre considerare che una osservazione astrofisica è limitata dalla diffrazione, e la risoluzione è proporzionale al rapporto  $\lambda/D$ , tra la lunghezza d'onda di osservazione e la dimensione del collettore di fotoni del telescopio. Questo limite è gestibile nell'ottico o nel vicino infrarosso, ma diventa difficilmente trattabile nel lontano infrarosso se si pretendono certe risoluzioni.

Per questi motivi, la ricerca e l'analisi dei fenomeni di *strong lensing* è stata principalmente eseguita nelle due finestre osservative con trasmissione ottimale: l'ottico e il radio, mentre l'identificazione nelle altre lunghezze d'onda era più frutto del caso che di ricerche sistematiche. Solo negli ultimi anni si è reso possibile estendere tale studio in modo estensivo a lunghezze

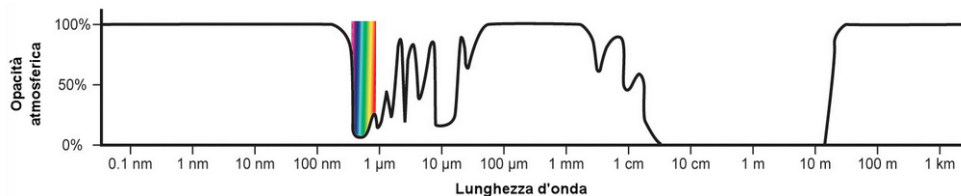


Figura 1.8: La trasmissione atmosferica a diverse lunghezze d'onda. Le uniche due finestre che arrivano al suolo quasi o del tutto indisturbate sono quella ottica e radio. Credits: NASA.

d'onda infrarosse o sub-millimetriche, grazie alla scoperta di una tecnica che sistematicamente identifica lenti nel sub-mm all'interno di una survey in tali bande, per la cui trattazione rimandiamo al Cap. 5.

Storicamente, le lunghezze d'onda radio sono state le prime ad essere impiegate estensivamente per identificare fenomeni di *strong lensing*. Questo perché le prime ricerche si concentrarono su oggetti molto luminosi, molto compatti e ad alto redshift, quindi con la maggiore probabilità di venire distorti da una galassia in primo piano. Questi oggetti, i QSO, nel 10% dei casi presentano una forte emissione radio (radio-loud QSO, o quasar). Sin dalla scoperta del primo fenomeno di lensing, la precedentemente citata sorgente 0957+561 A/B, si sono succedute diverse survey radio, principalmente a opera di VLA, che hanno identificato la maggior parte delle radiosorgenti lensate attualmente note (Myers et al., 2003; Browne et al., 2003). Tuttavia, come sopra citato, la risoluzione ottenibile a quelle lunghezze d'onda non è sufficiente a risolvere nella maggior parte dei casi la separazione tra le sorgenti, dell'ordine dell'arcosecondo. Questo non è più vero nell'ottico, dove la lunghezza d'onda diminuisce di ordini di grandezza e la risoluzione aumenta, e l'avvento di survey fotometriche e spettroscopiche su larga scala ha reso possibile l'identificazione di centinaia di fenomeni di *strong lensing*.

L'esempio principale è la Sloan Digital Sky Survey, che a partire dal 2000, sfruttando un telescopio da 2.5 m, ha osservato in cinque bande oltre il 35% del cielo, coprendo circa 14500 deg<sup>2</sup>, ricavando dati fotometrici di oltre 500 milioni di oggetti, e lo spettro di oltre 3 milioni di questi. A partire da questi spettri, il progetto SLACS<sup>3</sup> è riuscito a identificare numerose galassie responsabili di fenomeni di lente gravitazionale nella banda ottica (Bolton et al., 2004).

La rilevazione delle candidate lenti avviene tramite l'analisi degli spettri contenuti nel catalogo SDSS. In presenza di un fenomeno di *strong lensing* allo spettro della galassia in primo piano si aggiungono delle righe di emissione della galassia in secondo piano. Queste due componenti possiedono diverso redshift, implicano la presenza di un buon allineamento, e quindi la possibilità

---

<sup>3</sup>Sloan Lens Advanced Camera and Spectrograph. ACS è uno strumento per *imaging* a bordo di HST.

di *strong lensing*, come visibile in Fig. (1.9). La probabilità che una tale combinazione si verifichi per la popolazione presa in considerazione varia da 1/500 a 1/1000 spettri, il che rende necessario l'analisi di un elevato campione, reso disponibile da survey come la Sloan. Di questi, solo una parte sono stati selezionati per essere osservati, guadagnando in risoluzione (Fig. (1.10)), dallo strumento ACS montato su HST, in base a tre criteri principali: un elevato valore della sezione d'urto di lensing, l'intensità dell'emissione delle righe della sorgente in secondo piano, la necessità di ottenere un campione il più possibile uniforme in termini di redshift  $z$  della lente e dispersioni di velocità  $\sigma$ . Le lenti identificate con certezza da SLACS sono 70 (83 se si includono le identificazioni dubbie), la stragrande maggioranza galassie early-type, e solo un paio late-type comunque dominate dal bulge, con dispersione di velocità

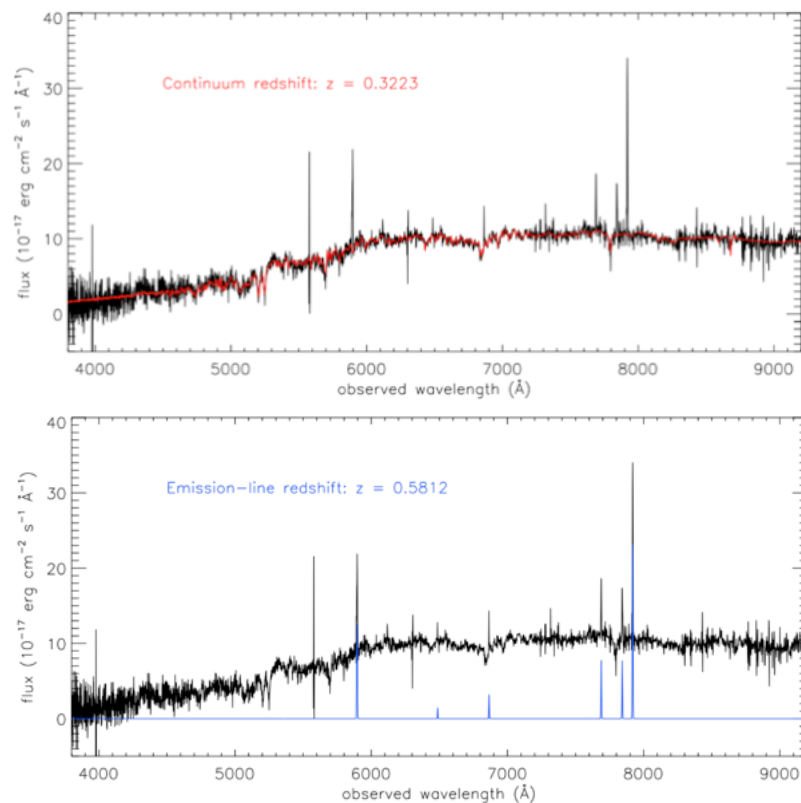


Figura 1.9: Lo spettro di una sorgente SLACS. In alto, l'emissione del continuo della galassia in primo piano; in basso, le righe in emissione della galassia in secondo piano. Immagine disponibile sul sito di SLACS: [www.slacs.org](http://www.slacs.org).

### 1.3. IL LENSING NELL'OTTICO E NEL RADIO

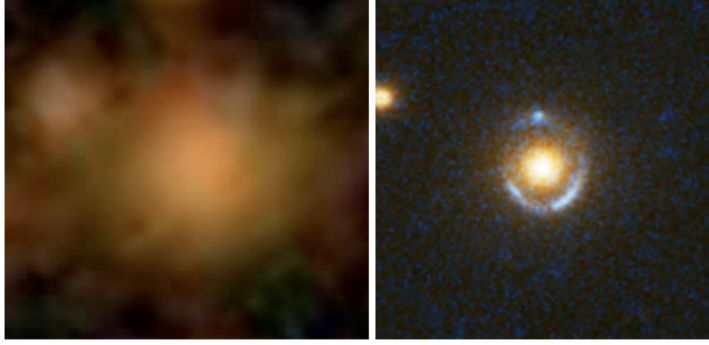


Figura 1.10: La stessa sorgente di Fig. (1.9). A sinistra, l'immagine SDSS. A destra, l'immagine HST. Nonostante entrambi gli specchi siano di 2.4 m, è evidente l'enorme differenza in risoluzione, dovuta alle condizioni di osservazione (al suolo SDSS, nello spazio HST). Immagine disponibile sul sito di SLACS: [www.slacs.org](http://www.slacs.org)

$\sigma = 160 \div 400$  km/s (dati SDSS), luminosità  $L = 10^{10} \div 10^{11.5} L_{\odot}$ , in un intervallo di redshift  $z_l = 0.08 \div 0.51$ , mentre le sorgenti si distribuiscono nell'intervallo  $z_s = 0.2 \div 1.2$ .

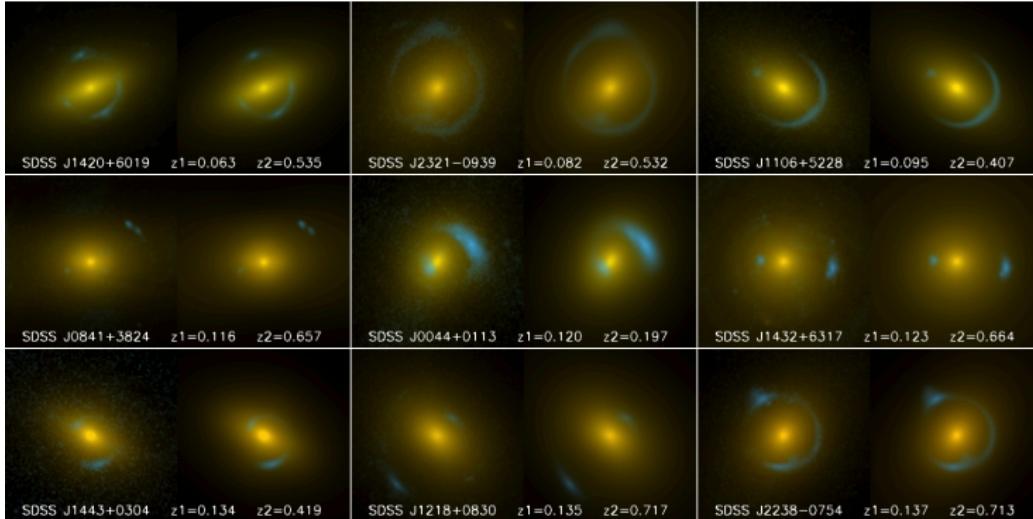


Figura 1.11: Nove delle sorgenti presenti nel campione di SLACS. in ogni riquadro, diviso in due parti con a sinistra la sorgente osservata e a destra il modello che la descrive, sono indicati il redshift della lente e della sorgente. Credits: A. Bolton (Institute for Astronomy - University of Hawaii) per SLACS e NASA/ESA.





## Capitolo 2

# Le galassie nel sub-millimetrico

Nonostante l'assenza di una precisa convenzione che ne definisca con precisione i limiti, le osservazioni astrofisiche nella banda millimetrica o sub-millimetrica si intendono eseguite in un intervallo di frequenze compreso tra 1000 GHz e 30 GHz, o, in lunghezza d'onda, tra  $\lambda \approx 0.3$  mm e  $\lambda \approx 1$  cm, a cavallo tra il lontano infrarosso e il radio. Lo studio di tali bande avviene con tecniche analoghe a quelle della radioastronomia, come osservazioni single dish con antenne paraboliche o tecniche interferometriche, pur richiedendo una maggiore accortezza nella riduzione del rumore di fondo strumentale. A differenza della finestra cosmologica nelle onde radio, in queste bande si trovano molte linee di emissione del vapore acqueo; questo rende inevitabile l'installazione di tali osservatori in zone molto alte, climaticamente stabili, secche e fredde. Esempi sono Mauna Kea alle Hawaii, che ospita il James Clerk Maxwell Telescope (JCMT) e il Sub-Millimeter Array (SMA), l'Atacama Plateau in Cile, che ospita ALMA, o il Polo Sud con il South Pole Telescope (SPT). L'alternativa vede il lancio di osservatori direttamente nello spazio: è l'esempio dei satelliti Cosmic Background Explorer (COBE), Infrared Astronomical Satellite (IRAS) o l'Herschel Space Observatory.

Il segnale osservato tra 0.3 mm e 1 cm (o  $30 \div 1000$  GHz) è composto dall'emissione della radiazione cosmica di fondo nelle microonde, la coda ad alta frequenza dell'emissione di sincrotrone (associata ai jet relativistici dei nuclei galattici attivi, AGN), radiazione da transizioni energetiche in nubi molecolari,

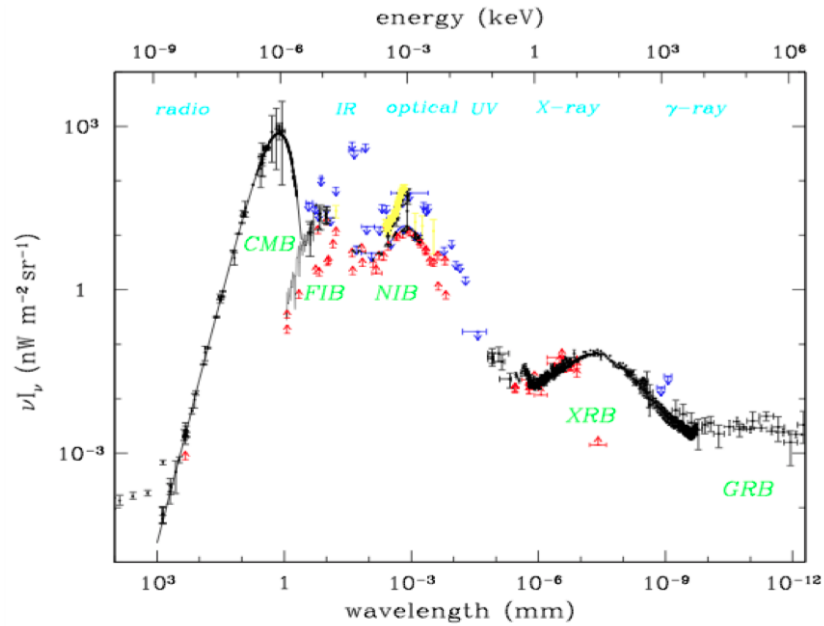


Figura 2.1: I fondi cosmici, nelle diverse zone dello spettro elettromagnetico. La maggiore densità di energia è concentrata nelle microonde (CMB), risale all'epoca della ricombinazione e mostra una perfetta forma di corpo nero. Nella banda ottica/UV e in quella infrarossa l'Universo emette una densità di energia comparabile. (Scott, 1999)

e l'emissione della polvere. Al di sotto dei 1000 GHz è presente il grosso del fondo cosmico infrarosso, Fig (2.1), la cui scoperta nella prima metà degli anni '90 da parte di COBE, assieme ad analisi compiute un decennio prima su galassie locali da parte di IRAS, dimostrò chiaramente come l'osservazione dell'Universo nelle bande ottiche e nel vicino infrarosso sia insufficiente per una comprensione completa delle sue componenti, in quanto la metà della densità di energia emessa dalle galassie è da ricercarsi nel lontano infrarosso e nel sub-millimetrico. Questo si discosta da quanto suggerito da una visione puramente locale dell'Universo, dove l'emissione infrarossa delle galassie non supera di un terzo quella ottica, mostrando uno scenario molto diverso da quello investigabile ad alto redshift. Circa il 70% di questo fondo diffuso è composto da sorgenti discrete, in particolare l'emissione di polvere riscaldata dalla radiazione UV/ottica di stelle giovani in zone di alta formazione stellare. Ciò ha suggerito l'esistenza di una popolazione di galassie la cui

## 2.1. CENNI DI INTERFEROMETRIA

---

elevata attività di formazione stellare (Star Formation Rate, SFR, fino a  $1000 M_{\odot}/\text{yr}$ ) è nascosta dalla polvere, ed è responsabile di una fetta consistente dell'emissione in quelle bande.

In questo Capitolo verrà prima eseguita una trattazione di quella che è la tecnica osservativa da utilizzare necessariamente a tali lunghezze d'onda se si richiedono risoluzioni comparabili al caso ottico. Successivamente si tratteranno l'interpretazione e la fenomenologia di queste galassie nel sub-millimetrico (SMG), dando cenni sui diversi modelli teorici che provano a descrivere la loro formazione, e come lo *strong lensing* possa aiutare a discriminare tra questi.

### 2.1 Cenni di interferometria

L'osservazione di oggetti di interesse astronomico, qualunque essi siano, risulta sempre affetta da una serie più o meno eliminabile di rumori che inficiano la qualità dell'immagine stessa. L'esempio classico è il seeing atmosferico, ovvero le perturbazioni generate dalle turbolenze atmosferiche sul fronte d'onda di una sorgente, con effetti di disturbo quali scintillazione, allargamento e moto del profilo della sorgente, che si traducono in un peggioramento della risoluzione spaziale  $\theta$ , e quindi della qualità dell'immagine. Per migliorarla è necessario implementare sistemi di ottica adattiva, o osservare direttamente

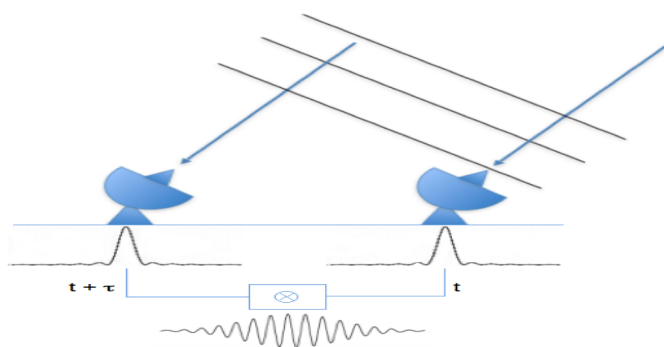


Figura 2.2: Un array di due interferometri. La distanza tra due antenne è detta baseline. E' immediato notare come, per poter correlare il segnale misurato dai due strumenti, sia necessario un delay dettato dalle condizioni geometriche dell'osservazione, per tale motivo definito delay geometrico  $\tau$ . Il segnale viene poi correlato da un apposito strumento. Credits: Italian ARC.

dallo spazio<sup>1</sup>.

Tuttavia, pur supponendo di poter eliminare tutte le possibili perturbazioni, la risoluzione angolare disponibile per un telescopio di apertura  $D$  è sempre dettata dal limite di diffrazione  $\theta \propto \lambda/D$ . La risoluzione, e quindi la qualità dell'immagine, migliora aumentando il diametro di apertura del telescopio, mentre a parità di apertura, osservazioni a lunghezza d'onda minore avranno una risoluzione migliore di osservazioni a lunghezza d'onda maggiore.

Questo diventa un problema quando ci si sposta nel lontano infrarosso, sub-millimetrico o radio, dove ottenere la stessa risoluzione con un singolo telescopio diventa materialmente impossibile: rispetto all'ottico, la lunghezza d'onda cambia di quattro o cinque ordini di grandezza, richiedendo così telescopi di decine di km in diametro per mantenere invariata la qualità delle immagini. Per questo motivo, le osservazioni in quelle bande sono principalmente eseguite mediante tecniche interferometriche, con l'ausilio di un array di strumenti posti a distanza variabile tra di loro (a seconda delle esigenze osservative) detta *baseline*; in questo modo la qualità dell'immagine non è più legata alla grandezza di un singolo collettore  $D$ , ma alla massima baseline  $B$  tra due antenne, che può risultare anche dell'ordine delle migliaia di km. Le tecniche di *aperture synthesis* permettono poi di correlare i dati ottenuti dai singoli collettori, ricostruendo il profilo di brillantezza superficiale della sorgente. La ricostruzione, ovviamente, è più complessa della semplice osservazione con un singolo strumento ottico dove si associa un numero di conteggi di fotoni a un gruppo di pixel dell'immagine, ricostruendone così il profilo di brillantezza superficiale. Un singolo interferometro, composto da due antenne, non vedrà direttamente questa distribuzione in cielo, ma un pattern di interferenza, noto come visibilità di frangia. Sarà necessario un certo numero di antenne e tempo di osservazione per ricostruire in modo affidabile l'immagine dell'oggetto di interesse.

Per poter eseguire una analisi interferometrica è necessario tenere conto di due grandezze: la baseline, e di questa è rilevante la proiezione sul piano del

---

<sup>1</sup>Molte delle immagini presenti in questo Capitolo sono tratte da presentazioni dell'ALMA proposal preparation day dell'ARC di Bologna, e saranno indicate come Italian ARC (Regional Center)

## 2.1. CENNI DI INTERFEROMETRIA

---

cielo della distanza fisica tra le singole antenne (ovvero, come la sorgente osservata vede la baseline), e il delay geometrico  $\tau$  necessario perché ad essere correlato in fase sia il medesimo fronte d'onda, e non fronti d'onda diversi, come visibile in Fig. (2.2).

Il segnale restituito da un interferometro non corrisponde precisamente alla brillantezza superficiale dell'oggetto, ma a una funzione sinusoidale detta visibilità di frangia (o funzione di visibilità), la cui distanza tra massimi successivi, ovvero la risoluzione, dipende dalla lunghezza d'onda  $\lambda$  e dalla baseline  $B$ , secondo la già citata  $\Delta\theta \propto \lambda/B$ . La visibilità contiene l'informazione sulla brillantezza superficiale osservata ad una precisa frequenza spaziale ottenuta a partire da  $\Delta\theta$ , **con la conseguenza che antenne vicine osservano regioni angolari più ampie, antenne distanti osservano regioni angolari più strette.**

Le grandezze che vanno direttamente a comporre la visibilità sono l'ampiezza del segnale  $A$ , legata al flusso misurato, e la fase del segnale, legata alla posizione geometrica dalla quale viene ricevuto il segnale (Fig. (2.3)). Nella

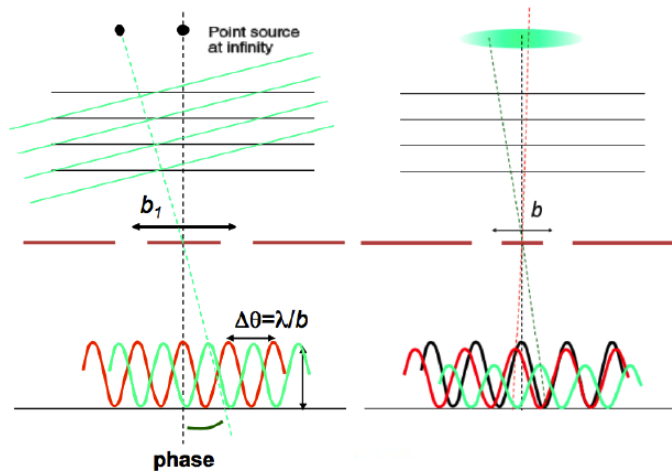


Figura 2.3: A sinistra, la stessa sorgente osservata in due posizioni diverse: il segnale è lo stesso, possiede la stessa ampiezza, a meno di un off-set in fase, la cui grandezza è direttamente legata alla posizione. A destra, una sorgente estesa, osservata lungo tre direzioni diverse, con il flusso che cambia più ci si allontana dal centro, modificando l'ampiezza del segnale. Credits: Italian ARC.

condizione più semplice in assoluto, si hanno a disposizione due antenne che osservano una medesima sorgente. Quando un'onda elettromagnetica raggiunge i due ricevitori, induce su di essi un potenziale di intensità:

$$U_1 \propto E e^{i\omega t} \qquad U_2 \propto E e^{i\omega(t-\tau)} \qquad (2.1)$$

Come sopra riportato,  $\tau$  è il delay geometrico da sommare necessariamente per poter correlare la stessa onda elettromagnetica, e non due onde separate. E' legato alla dimensione della baseline  $B$  e alla direzione di osservazione  $s$  delle antenne secondo la formula:

$$\tau = \frac{B \cdot s}{c} \qquad (2.2)$$

Il segnale viene mandato a una centrale operativa, nota come correlatore. Questi moltiplica i due segnali e li integra nel tempo dell'osservazione  $T$ , restituendo il segnale correlato:

$$R(\tau) \propto \frac{E^2}{T} \int_0^T e^{i\omega t} e^{-i\omega(t-\tau)} dt \qquad (2.3)$$

se  $\tau \gg 2\pi/\omega$  allora

$$R(\tau) \propto E^2 e^{i\omega\tau} \propto dP e^{i\omega\tau} \qquad (2.4)$$

La potenza indotta dalla sorgente, in termini dell'intensità della radiazione  $I$  e dell'angolo solido che la sottende nella direzione  $s$  è:

$$dP = I_\nu \cos \theta d\Omega d\sigma d\nu = A(s) I_\nu(s) d\Omega d\nu \qquad (2.5)$$

Dove  $A(s)$  è il beam dell'immagine. Il segnale correlato tra le due antenne diventa:

$$R_{12} = A(s) I_\nu(s) e^{i\omega\tau} d\Omega d\nu \qquad (2.6)$$

Questo segnale, una volta integrato lungo la sorgente e su tutta la banda, è la funzione di visibilità:

$$V = \int_{\Omega} \int_{\nu} A(s) I_\nu(s) e^{i2\pi\nu(B \cdot s/c)} d\Omega d\nu \qquad (2.7)$$

## 2.1. CENNI DI INTERFEROMETRIA

---

Un interferometro, in seguito alla correlazione di tutti i segnali, misura la funzione di visibilità. Questa si lega all'immagine in cielo tramite il teorema di Van Cittert-Zernike: **lo spazio delle visibilità misurato dall'interferometro e lo spazio delle immagini che misura la brillantezza del cielo si relazionano tra di loro mediante l'operazione di trasformata di Fourier.**

Lo spazio delle immagini è definito istantaneamente come funzione delle coordinate  $l$  e  $m$  nel cielo (legate all'ascensione retta  $\alpha$  e alla declinazione  $\delta$  dell'oggetto), mentre lo spazio delle visibilità è definito in ogni istante come funzione delle coordinate  $u$  e  $v$  (il che lo rende anche noto come piano  $uv$ ), l'uno la trasformata di Fourier dell'altro:

$$V(u, v) = \iint I(l, m) e^{2\pi i(ul+vm)} dl dm \quad (2.8)$$

$$I(l, m) = \iint V(u, v) e^{-2\pi i(ul+vm)} du dv \quad (2.9)$$

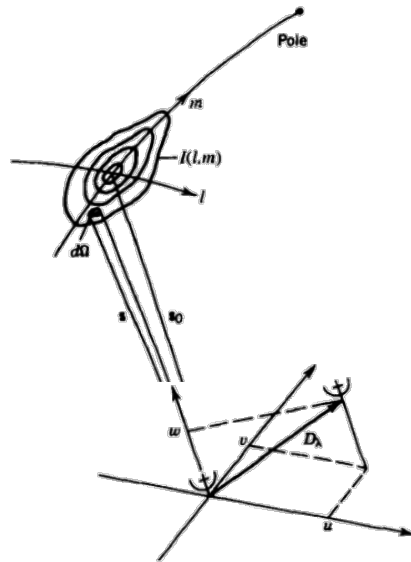


Figura 2.4: I due piani fondamentali dell'interferometria: quello delle brillanze superficiali in cielo,  $lm$ , e il suo corrispettivo nello spazio di Fourier, il piano  $uv$  delle visibilità, interpretabile come il modo in cui la sorgente in cielo osserva l'interferometro. Credits: Wilner D., *13th Synthesis Imaging Workshop*

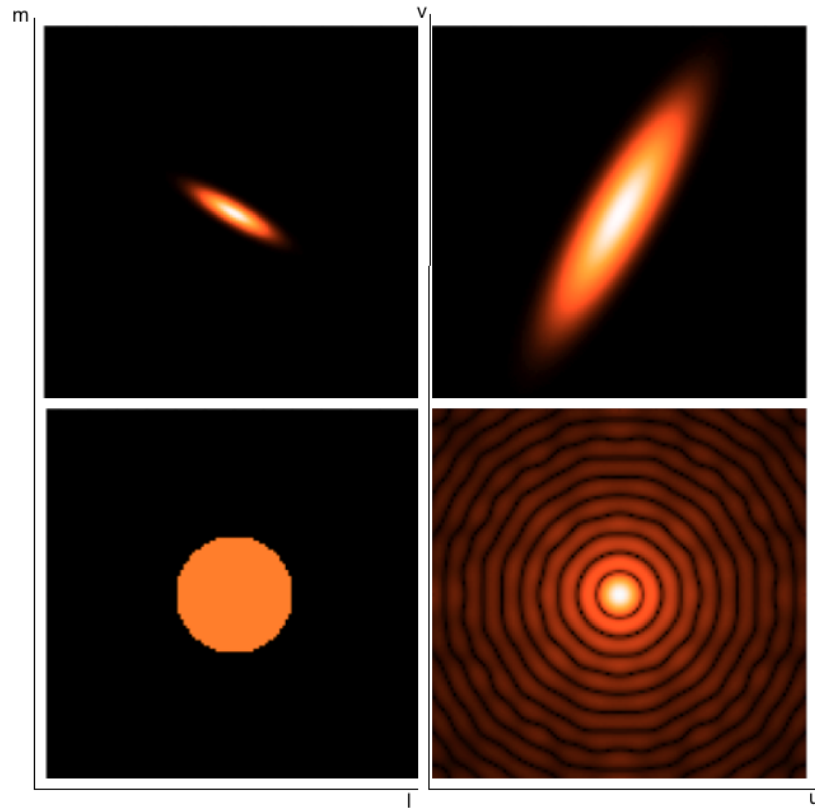


Figura 2.5: Come vengono rappresentate una gaussiana e un disco nel piano delle immagini e nel piano delle visibilità. E' immediato notare come ciò che è caratteristico nel piano dell'immagine (la larghezza, per esempio) si trasforma nell'opposto nel piano delle visibilità: la gaussiana ellittica in alto rimane una gaussiana ellittica, ma da stretta diventa larga. Credits: Italian ARC

**Una misura di intensità sul piano  $uv$  delle visibilità è l'equivalente della trasformata Fourier della brillantezza superficiale misurata in cielo.**

La rappresentazione delle diverse baseline dell'interferometro assumono rilevanza fondamentale nell'osservazione di un qualsiasi oggetto in cielo. Fissata una posizione, una baseline viene definita nel piano  $uv$  come un punto: questi è la proiezione della distanza fra due antenne nel piano di  $uv$ . Ciascuna baseline viene quindi così identificata, e  $N$  antenne, corrispondenti a  $N(N - 1)/2$  baseline, daranno luogo a  $N(N - 1)/2$  punti nel piano  $uv$  (poiché questi è un piano complesso, a questi si aggiungeranno lo stesso numero di punti nel



## 2.1. CENNI DI INTERFEROMETRIA

---

corrispettivo piano  $-u - v$ ), e in ciascuno di questi avremo una misura della trasformata di Fourier della brillantezza. **Per poter ricavare una immagine che sia il più vicina possibile a quella reale in cielo, è necessario che il piano  $uv$  venga mappato il più uniformemente possibile, e poi antitrasformato nel piano dell'immagine.** Per poter ottenere questa mappatura, gli accorgimenti principali sono due. Il primo è, ovviamente, osservare con un elevato numero di antenne. Il secondo, ricordandosi che il piano  $uv$  è il modo in cui la sorgente vede l'interferometro, sfrutta la rotazione della Terra: così facendo, i punti sul piano  $uv$  si muovono lungo delle ellissi, riempiendolo (tecnica nota con il termine *tracking*, visibile in Fig. (2.6)). Più è mappato il piano  $uv$ , migliore è la ricostruzione della brillantezza superficiale della sorgente, come visibile in Fig. (2.7)-(2.8). Un ulteriore vantaggio for-

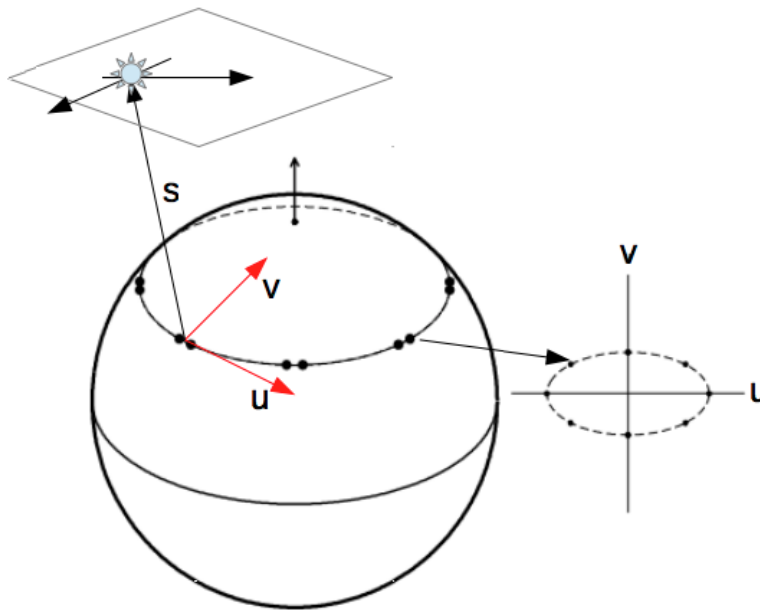


Figura 2.6: La rotazione terrestre viene sfruttata in interferometria per ottenere una più completa mappatura del piano  $uv$ , soprattutto quando non è possibile sfruttare un elevato numero di antenne. Con il passare del tempo, la proiezione della baseline sul piano genera una ellisse, il cui rapporto tra i semiassi è legato alla latitudine geografica dell'interferometro (l'ellisse diventa un cerchio all'equatore, un punto al Polo). Immagine rielaborata, tratta da *Essential Radio Astronomy*, di J. J. Condon e S. M. Ransom.

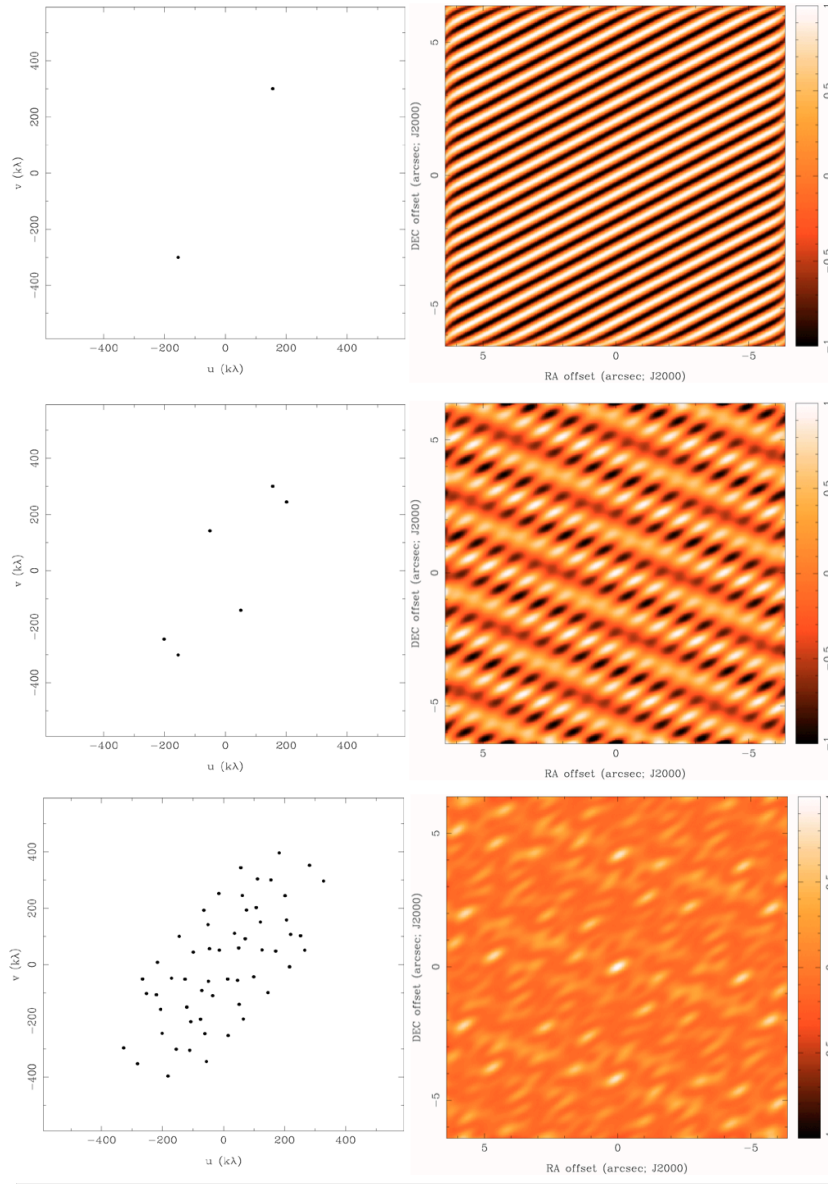


Figura 2.7: Come una PSF gaussiana nel piano dell'immagine viene vista da un interferometro a seconda della diversa mappatura nel piano  $uv$ . Con due antenne (in alto) è impossibile ricostruire l'informazione relativa all'immagine, e tutto ciò che viene restituito è una serie di frange di interferenza. La situazione non migliora passando a tre antenne (al centro), mentre si inizia a intravedere qualcosa con otto antenne (in basso). L'elevato valore del rumore è dovuto alla non completa mappatura del piano delle visibilità. Credits: Wilner D., *13th Synthesis Imaging Workshop*.

## 2.1. CENNI DI INTERFEROMETRIA

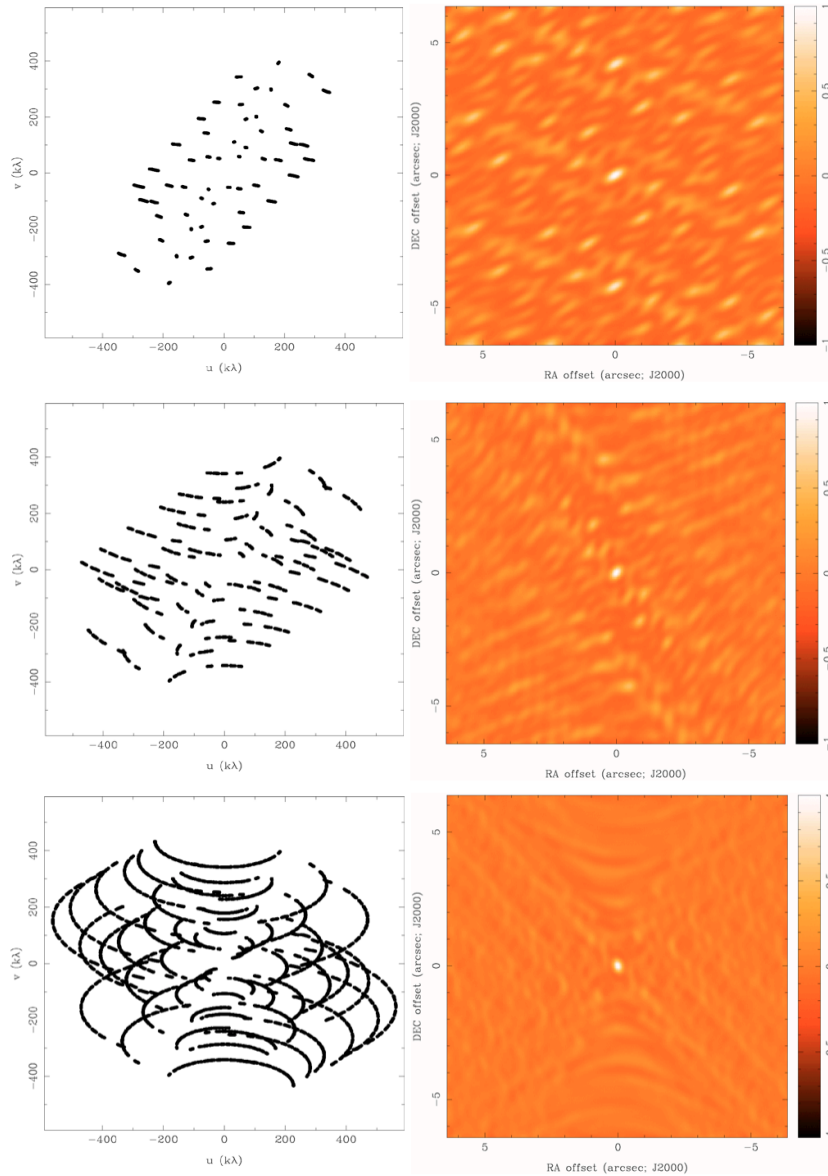


Figura 2.8: La medesima PSF gaussiana precedentemente illustrata, osservata con otto antenne. Questa volta, il piano  $uv$  viene completato dalla rotazione terrestre (30 sampling in alto, 120 sampling in mezzo, 240 sampling in basso), riducendo sensibilmente il rumore dell'immagine, portando il rapporto  $S/N$  a livelli accettabili. Le rimanenti impurità (note come side lobes) possono essere trattate successivamente tramite algoritmi di deconvoluzione e rimozione, come CLEAN. Credits: Wilner D., *13th Synthesis Imaging Workshop*.

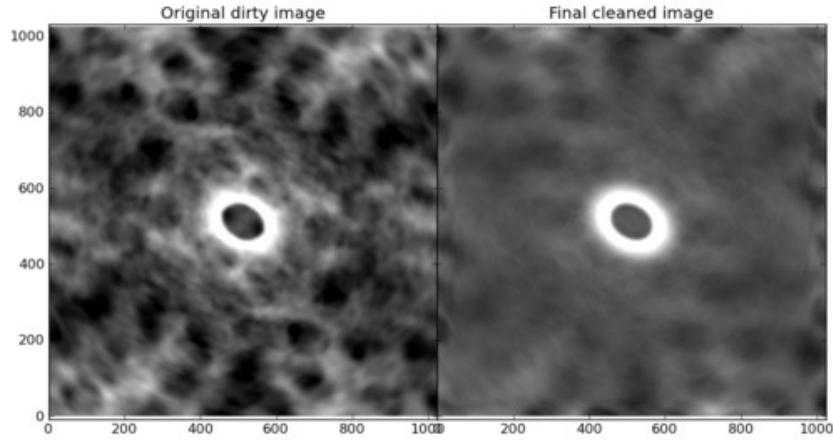


Figura 2.9: Simulazione di un disco protoplanetario osservato tramite interferometria: a sinistra l'immagine grezza, piena di impurità note come side lobes; a destra l'immagine ripulita. Credits: Katherine Rosenfeld e Nathan Sanders

nito dall'interferometria è la possibilità di riconfigurare l'array di ricevitori, spostando le antenne a seconda della sensibilità angolare (*beam size*) richiesta dall'osservazione. Questa dipende dalla massima distanza tra le antenne dell'interferometro, ed è minore per baseline ampie, maggiore per baseline strette:

$$\theta_{\max} \propto \frac{\lambda}{B_{\max}} \quad (2.10)$$

Configurazioni estese avranno un beam size più piccolo; in compenso però si perde in brillantezza superficiale misurata, necessitando di maggior tempo di integrazione per ottenere immagini accettabili.

Concetto opposto a quello del beam size è la *largest angular scale*, che dipende dalla distanza minima tra le antenne, e rappresenta la maggiore scala angolare osservata dallo strumento:

$$\text{LAS} \propto \frac{\lambda}{B_{\min}} \quad (2.11)$$

Infine, il campo di vista (FOV) dell'immagine non dipende dalla baseline dei telescopi, ma esclusivamente dalla dimensione delle antenne utilizzate.

$$\text{FOV} = 1.13 \frac{\lambda}{D} \quad (2.12)$$

## 2.1. CENNI DI INTERFEROMETRIA

---

Per poter osservare oggetti più estesi del FOV, è necessario sfruttare una tecnica nota come *mosaicking*, che copre la regione di interesse eseguendo un mosaico di singoli FOV adiacenti.

Quando si osserva alle lunghezze d'onda tipiche dell'interferometria (dal sub-millimetrico al radio), si è nel regime di Rayleigh-Jeans dello spettro. L'intensità della radiazione per unità di frequenza si ricava come:

$$I_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} T_B$$

con  $T_B$  detta *temperatura di brillantezza*, misurata in Kelvin. Il flusso per unità di frequenza della sorgente è l'integrale sull'angolo solido della  $T_B$ :

$$S_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} \int T_B d\Omega$$

misurato in Jansky ( $1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$ ). Per poter passare velocemente tra le due, si usa la seguente espressione:

$$\frac{T_B}{1K} = \frac{S_\nu}{1Jy} \left[ 13.6 \left( \frac{300 \text{ GHz}}{\nu} \right)^2 \left( \frac{1''}{\theta_{max}} \right) \left( \frac{1''}{\theta_{min}} \right) \right]$$

L'errore da associare al segnale ricevuto da un interferometro, da cercare di ridurre al minimo ad ogni osservazione, è:

$$\Delta S_\nu = 2k \frac{T_{sys}}{A\sqrt{2t\Delta\nu}} \quad (2.13)$$

dove  $A$  è la superficie della singola antenna,  $t$  è il tempo di integrazione,  $\Delta\nu$  è l'intervallo di banda di osservazione, e  $T_{sys}$ , temperatura di sistema, è una temperatura di brillantezza equivalente al flusso complessivo ricevuto dall'antenna (compresi rumori del ricevitore, l'emissione atmosferica dovuta al vapore acqueo e il background cosmico). Diminuire questa temperatura andando in siti con minore concentrazione di vapore atmosferico, aumentare l'area delle antenne, il tempo di integrazione o la banda di osservazione diminuisce il rumore, e aumenta il rapporto  $S/N$  delle immagini desiderate. La rapida evoluzione, tecnologica e scientifica, che sta vivendo l'astrofisica alle

lunghezze d'onda tipiche delle osservazioni interferometriche interessa anche il campo del lensing gravitazionale. Nuove facilities come ALMA permettono attualmente di investigare l'Universo a tali frequenze con un dettaglio e una rapidità di osservazione mai raggiunte in passato. Questo ha delle conseguenze cruciali sulla nostra conoscenza dell'evoluzione delle galassie che compongono l'Universo, che il lensing gravitazionale può aiutarci a svelare, grazie alla magnificazione che esso genera sul segnale di una sorgente ad alto redshift altrimenti troppo debole per poter essere studiato.

## 2.2 Le dust-obscured galaxies

Per dust-obscured galaxies (DOGs) si intende una popolazione di galassie, di recente scoperta, estremamente rare nell'Universo locale ma presenti in quello ad alto redshift ( $z = 1 \div 4$ ), caratterizzate dai più elevati valori del tasso di formazione stellare (SFR) presenti nell'Universo (dell'ordine delle  $10^2 \div 10^3 M_{\odot}/\text{yr}$ ) e completamente oscurate da polveri. Queste si pensano essere le progenitrici delle galassie early-type e dei bulge delle galassie late-type osservate nell'Universo oggi. L'assorbimento della polvere ha reso la loro identificazione a lunghezze d'onda ottiche o vicino infrarosse difficoltosa, ma più semplice nelle bande sub-millimetriche e millimetriche a causa della riemissione. La scoperta di questa popolazione è stata una diretta conseguenza dell'osservazione del fondo cosmico nell'infrarosso da parte di IRAS e COBE: le bande sub-mm e mm ospitano la metà dell'emissione totale delle galassie nell'Universo, conducendo gli scienziati a realizzare come queste sorgenti fossero tre o quattro ordini di grandezza più presenti nell'Universo giovane che in quello locale, dove la presenza delle polveri è limitata ai dischi delle galassie a spirale e in strutture interagenti.

La prima conferma dell'esistenza di questa popolazione è venuta da una survey a  $850 \mu\text{m}$  eseguita con il Submillimeter Common-User Bolometer Array (SCUBA) sul JCMT nella stessa regione dell'Hubble Deep Field (Hughes et al., 1998). A questa, si sono aggiunte surveys nel medio e lontano infrarosso da parte del telescopio spaziale Spitzer, numerose osservazioni sub-mm e mm single-dish con palloni stratosferici e telescopi a terra, che hanno incrementato

i cataloghi e ricavato proprietà fisiche caratteristiche della popolazione. Gli sviluppi più recenti riguardano, da terra, una survey di South Pole Telescope (SPT) di 2500 deg<sup>2</sup> a 1.4 e 2.0 mm, e da spazio quella del telescopio Herschel, eseguita tra il 2009 e il 2013, con copertura di 1000 deg<sup>2</sup> di cielo tra 100 e 500  $\mu\text{m}$ , che ha identificato numerose galassie estremamente brillanti nel lontano infrarosso e nel sub-mm attualmente oggetto di numerose campagne di follow-up. Queste ultime due survey saranno approfondite nel Cap. 5, in quanto hanno condotto all'identificazione di numerosi fenomeni di *strong lensing* all'interno del campione di galassie osservato.

## L'importanza della polvere

Come già detto, il grosso dell'emissione di queste galassie è alle lunghezze d'onda tipiche del lontano infrarosso, mentre emissioni minori (o assenti) si osservano nell'ottico e nel vicino infrarosso. All'interno di queste galassie si trovano stelle giovani molto luminose che emettono principalmente nell'ultravioletto. La maggior parte di questa emissione è assorbita dalla polvere, che viene riscaldata a una temperatura compresa tra i 20 e i 200 K, e riemette seguendo la distribuzione di energia spettrale ED) di corpo nero modificato (anche detta di corpo grigio), ottenuta a partire dalla legge di Planck:

$$B(\nu, T_d) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T_d} - 1}$$

e dalla funzione di emissività dei grani di polvere:

$$\epsilon_\nu = \nu^\beta$$

Le due descrivono il cosiddetto spettro di emissione di corpo grigio:

$$S_\nu = \epsilon_\nu B(\nu, T_d) \tag{2.14}$$

con l'indice  $\beta$  compreso tra 1 e 2, rispettivamente ad alte e basse frequenze. La temperatura della polvere dipende dall'intensità della radiazione UV assorbita (la polvere più fredda si trova in prossimità dei processi di formazione stellare,

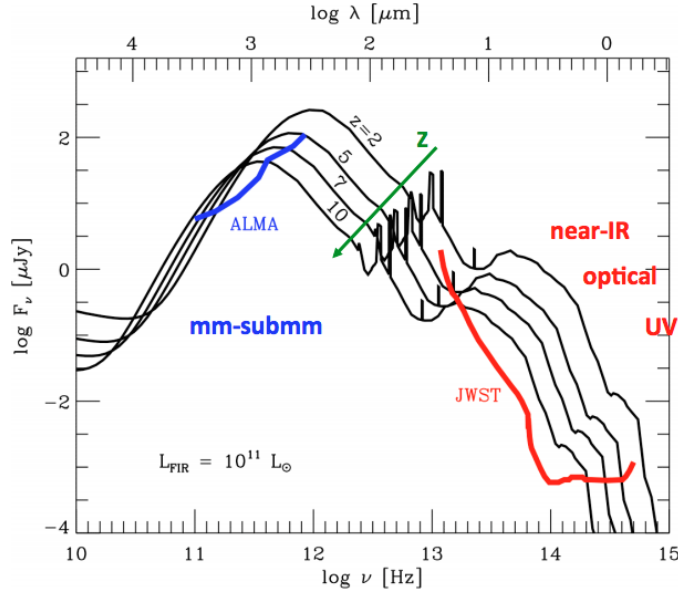


Figura 2.10: Un esempio di SED di una galassia sub-millimetrica oscurata dalla polvere, a quattro diversi redshift, con evidenziati range di osservazione di ALMA e di JWST, previsto per il 2018. L'emissione della polvere è dominante su quella stellare, e la riduzione del flusso per dimming cosmologico è rapidamente compensato dalla correzione-k negativa: il flusso a  $\lambda \approx 0.8 \div 2$  mm è quasi costante a diversi  $z$ . Credits: Maiolino R., *Lectures on mm astrophysics* consultabile in <http://www.alma.inaf.it/index.php/Courses>

quella più calda in prossimità di un AGN), l'emissività da caratteristiche fisiche, quali la dimensione o la capacità di assorbire/emettere dei grani che compongono la polvere. Dalla misura di questa emissione diffusa, si stimano proprietà fisiche importanti nella comprensione dei processi di formazione ed evoluzione delle galassie come il tasso di formazione stellare, direttamente legato alla luminosità infrarossa misurata:

$$\text{SFR}_{IR} [M_{\odot} \text{ yr}^{-1}] = 1.7 \times 10^{-10} L_{IR} [L_{\odot}] \quad (2.15)$$

o la massa della polvere (Hildebrand, 1983), legata al flusso della polvere misurato a una frequenza  $\nu$  e al suo coefficiente di assorbimento  $k_{\nu}$  da

$$M_d = \frac{F_{\nu} D^2}{k_{\nu} B(\nu, T_d)} \quad (2.16)$$



## 2.2. LE DUST-OBSCURED GALAXIES

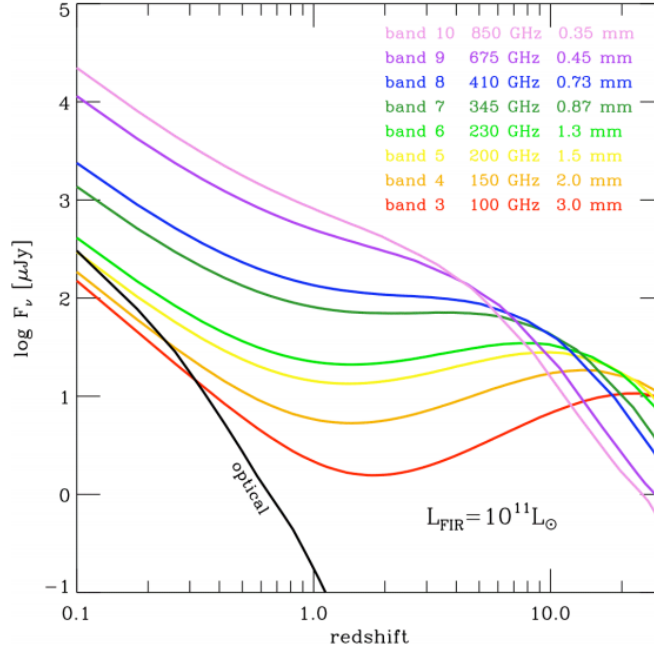


Figura 2.11: Il flusso di una tipica DOG con  $L_{\text{FIR}} = 10^{11} L_{\odot}$  in funzione di  $z$ , in diverse bande (identificate dai colori). A 0.73 mm, nell'intervallo  $z = 1 \div 8$  il flusso resta costante in funzione di  $z$  (plateau). A  $\lambda$  maggiori, la medesima galassia mostra un flusso maggiore a  $z$  più alto; addirittura a  $\lambda = 3.0$  mm diventa più semplice osservare una galassia a  $z = 10$  che a  $z = 3$ . Credits: Maiolino R., *Lectures on mm astrophysics*.

La SED complessiva della galassia sarà la somma della componente stellare, fortemente estinta nelle bande tipiche della loro emissione (picco nell'UV, visibile e coda nel vicino infrarosso) e dominata dall'emissione della polvere (nel lontano infrarosso, sub-millimetrico e in minima parte radio). Un esempio è visibile in Fig. (2.10).

Queste galassie con forte emissione nel lontano infrarosso mantengono un flusso pressoché costante in funzione del redshift a lunghezze d'onda millimetriche, per via della cosiddetta *k-correction negativa*. La *k-correction* origina dal fatto che le osservazioni astrofisiche non sono integrate su tutte le frequenze, ma vedono lo spettro elettromagnetico di una sorgente entro una certa banda (per esempio, le famose UBV del sistema di Johnson). Il redshift causa nello spettro uno spostamento in lunghezza d'onda, con il risultato che la misura del flusso di un oggetto entro una certa banda nel suo sistema di riferimento

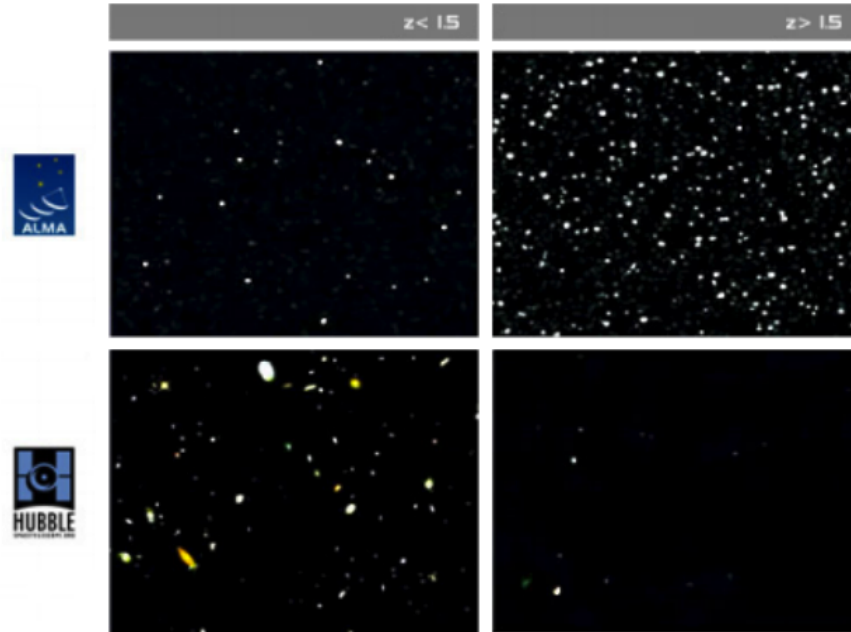


Figura 2.12: Per via della k-correction negativa, osservare in banda millimetrica e sub-millimetrica permette di identificare più semplicemente rispetto al caso ottico oggetti ad alto  $z$  che a basso  $z$ . Credits: Italian ARC.

a riposo restituisce un valore sicuramente diverso da quello osservato nel sistema di riferimento redshiftato. Se si vogliono paragonare misure a diverso  $z$  eseguite attraverso lo stesso filtro, è necessario correggere il flusso (o la magnitudine) misurata per questo effetto:

$$M = m - 5 \log_{10} D - 5 - K_{corr}$$

La k-correction è positiva quando aumenta la magnitudine osservata, diminuendone il flusso, e viceversa negativa quando il suo apporto diminuisce la magnitudine osservata, incrementando il flusso.

Nel caso delle DOG, la forma spettrale dell'emissione della polvere combinata al redshift sposta il picco di flusso misurato via via verso la banda mm/sub-mm, mantenendo così il flusso pressoché costante per galassie a  $z = 1 \div 10$  per  $\lambda = 0.8 \div 2$  mm, compensando il suo naturale affievolirsi come conseguenza delle distanze cosmologiche percorse. Questo implica che, per osservazioni eseguite a certe  $\lambda$ , galassie a  $z$  maggiore appaiono più brillanti di galassie a

### 2.3. IL LENSING DAI CONTEGGI DIFFERENZIALI DI DOGS

$z$  minore (Fig. (2.11)), quindi più facilmente identificabili. Di conseguenza, trascurando effetti evolutivi e di area di cielo campionata, è più semplice identificare sorgenti ad alto  $z$  in una survey mm/sub-mm che ottica, come visibile in Fig. (2.12).

Nell'universo locale, la polvere è per la maggior parte formata da stelle molto evolute (AGB) e poi trasportata nel mezzo interstellare dai loro venti stellari. Nelle DOGs, questo è invece un meccanismo di produzione secondario, significativo solo a  $z < 3$ : è vero che le prime stelle AGB si possono essere già formate a  $z > 10$ , ma il grosso della massa in polvere che si ricava dalle emissioni ( $10^7 \div 10^8 M_\odot$ ) doveva già essere presente a  $z > 6$ , troppo presto per il solo meccanismo di produzione delle stelle AGB, invece, un meccanismo che in così breve tempo riesce a riempire di polvere queste galassie è l'esplosione di supernovae. Tali eventi si generano a partire da stelle molto massive, che vivono un tempo relativamente breve, e quindi sono già presenti a  $z > 10$ , e rilasciano in breve tempo più polvere di una stella AGB. I tempi scala corti fanno sì che in breve tempo queste esplosioni possano generare le ingenti quantità di  $M_d$  richieste dalle osservazioni. Un esempio è visibile in Fig. (2.13).

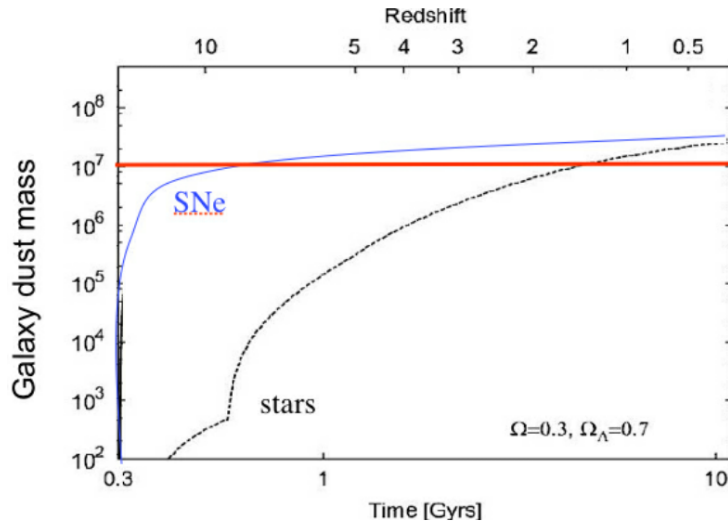


Figura 2.13: La formazione della polvere in una singola galassia a partire da SNe e da stelle AGB, in funzione del redshift o del tempo a partire dal Big Bang. Immagine tratta da Morgan and Edmunds (2003).

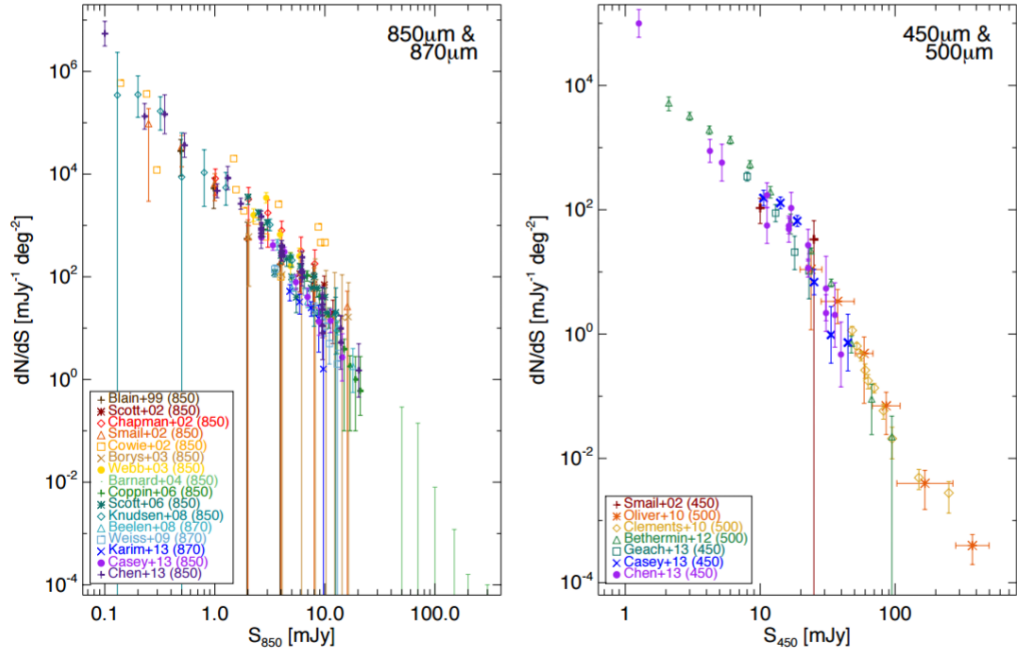


Figura 2.14: Conteggi differenziali di SMG a 850/870  $\mu\text{m}$  (pannello a sinistra) e 450/500  $\mu\text{m}$  (a destra). La forma dei conteggi segue dapprima un semplice andamento a legge di potenza, per poi crollare drasticamente dopo un certo flusso limite (i.e. 100 mJy per 500 $\mu\text{m}$ ), andando molto rapidamente a zero. Immagine tratta da Casey et al. (2014), dove è possibile ricavare i riferimenti delle singole surveys ottenute dalla letteratura.

### 2.3 Il lensing dai conteggi differenziali di DOGs

Per una qualsiasi popolazione di sorgenti di interesse astrofisico, i conteggi differenziali  $dN/dS$  sono uno strumento fondamentale per la comprensione delle caratteristiche fisiche e evolutive della popolazione in esame. Vengono definiti come il numero di sorgenti osservate a una certa densità di flusso per unità di superficie, e si misurano in unità di  $\text{mJy}^{-1} \text{deg}^{-2}$ .

Dalla forma dei conteggi delle DOGs è possibile ricavare informazioni sulla loro storia evolutiva, vincoli migliori sull'apporto che tali sorgenti danno al CIB, e un metodo sistematico per la rilevazione di fenomeni di *strong lensing*. Nelle bande mm e submm, ricavare la distribuzione dei conteggi differenziali è sempre stato un compito più complicato del semplice caso di popolazioni

### 2.3. IL LENSING DAI CONTEGGI DIFFERENZIALI DI DOGS

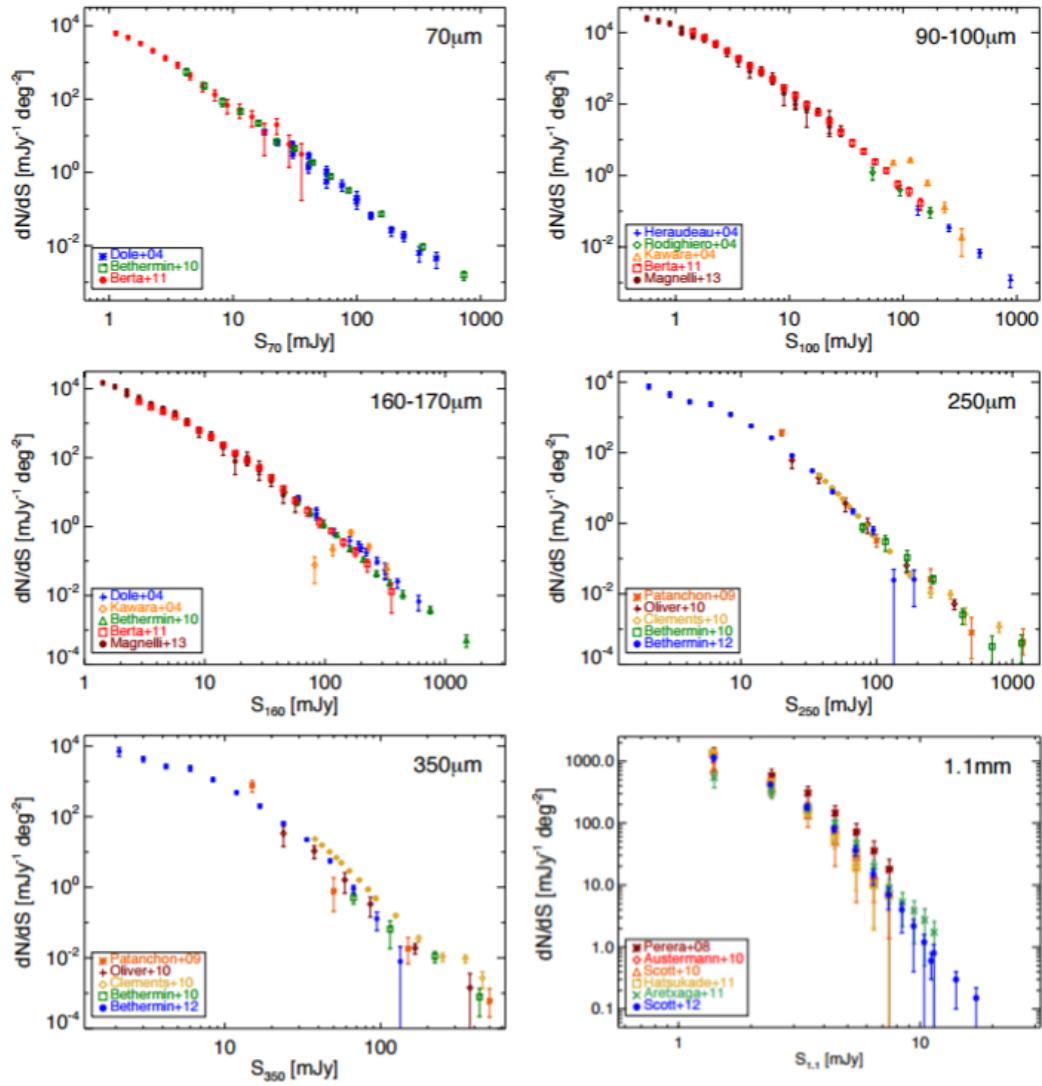


Figura 2.15: Conteggi differenziali di SMG da 70  $\mu\text{m}$  (in alto a sinistra) fino a 1.1 mm (in basso destra) ricavati dalla letteratura. I singoli riferimenti sono consultabili in Casey et al. (2014).

ottiche o vicino infrarosse, per via del *confusion noise*. Questo non ha impedito negli anni di costruire un numero sufficiente di cataloghi di DOGs tali da ricavare la loro forma dei conteggi differenziali a diverse lunghezze d'onda. I conteggi differenziali  $dN/dS$  vengono parametrizzati in due modi diversi, entrambi tendenti a riprodurre fedelmente l'andamento della distribuzione: dapprima un andamento a legge di potenza con indice  $\alpha$ , finché superato un flusso limite diventa più ripida, crolla drasticamente, e va a zero. I due modi parametrizzano diversamente l'andamento di questo crollo, facendo sì che l'espressione complessiva sia:

- o una funzione di Schechter:

$$\frac{dN}{dS} = \frac{N_0}{S_0} \left( \frac{S}{S_0} \right)^{-\alpha} e^{-S/S_0} \quad (2.17)$$

- o una doppia legge di potenza in cui il crollo è identificato dal secondo indice  $\beta$ :

$$\frac{dN}{dS} = \begin{cases} \frac{N_0}{S_0} \left( \frac{S}{S_0} \right)^{-\alpha} & \text{se } S \leq S_0 \\ \frac{N_0}{S_0} \left( \frac{S}{S_0} \right)^{-\beta} & \text{se } S \geq S_0 \end{cases} \quad (2.18)$$

Il motivo di questo crollo superato certi flussi è legato in particolare alla distribuzione in  $z$  delle DOGs. Ottenere il redshift spettroscopico o fotometrico di una DOG è più complicato del semplice caso di una galassia ottica: per la debolezza del segnale, per la difficoltà nell'identificare una controparte in diverse bande, perché l'estinzione causata dalla polvere cancella la traccia di molte delle più classiche righe in emissione utilizzate come indicatori di redshift, perché identificare i redshift fotometrici richiede forti assunzioni sull'emissione delle popolazioni stellari nascoste dalla polvere. Nonostante queste limitazioni, nel corso degli anni numerose osservazioni hanno aumentato la statistica delle DOGs, dalle quali è stato possibile iniziare a stimare la loro distribuzione in diversi intervalli di  $z$ , anche se non sempre è possibile ottenere al tempo stesso redshift fotometrici e spettroscopici di una sorgente.

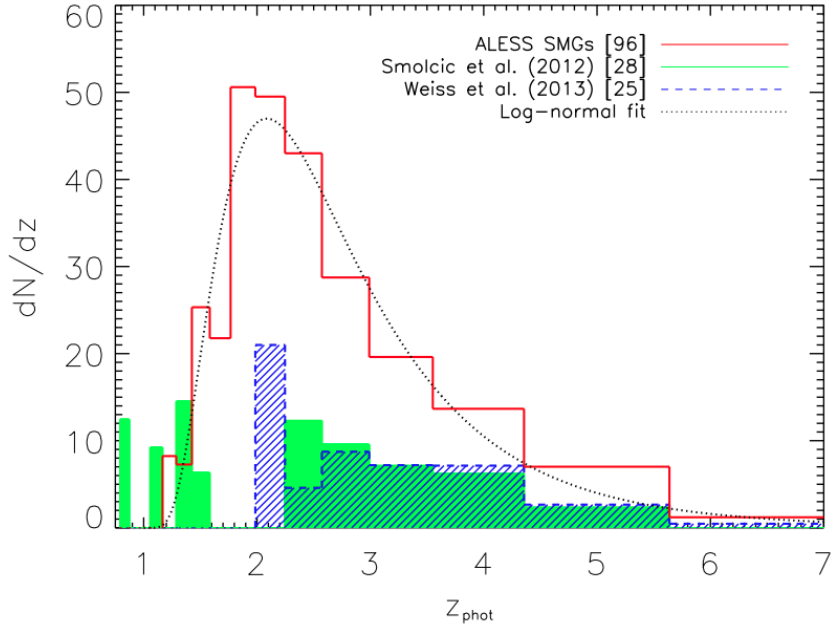


Figura 2.16: In rosso, la distribuzione in redshift di galassie nel submillimetrico a  $870 \mu\text{m}$  ottenuta da follow-up eseguito con ALMA della survey LESS (LABOCA (*Large Apex Bolometer CAmera*) Extended South Survey), ben riprodotta dalla distribuzione riportata in Eq. (2) di Simpson et al. (2014) con  $\mu = 1.53 \pm 0.02$  e  $\sigma_z = 0.59 \pm 0.01$ . A questa sono aggiunte le distribuzioni misurate da Smolčić et al. (2012) (in verde) e da Weiß et al. (2013) (in blu).

Alcuni di questi risultati sono presentati in Fig. (2.16).

Nonostante nel futuro la visione della distribuzione in  $z$  delle DOGs verrà affinata da strumenti come ALMA o James Webb Space Telescope (JWST), è possibile già da adesso ottenere dei risultati abbastanza vincolanti sulla loro presenza nelle diverse epoche che compongono la storia dell'Universo. Il grosso della distribuzione delle DOGs si trova a  $z > 1$ , con un picco a  $z = 2 \div 3$ , e una coda che si estende fino a  $z > 5$ . E' l'assenza a  $z < 1$  a delineare l'andamento ripido dei conteggi visibile in Fig. (2.14)-(2.15). A flussi superiori a quello in cui è presente la riduzione dei conteggi, perché si osservino sorgenti è necessario che le sorgenti siano estremamente luminose, o che si trovino a basso  $z$  (Fig. (2.11)); la non esistenza di tali sorgenti nell'Universo locale comporta il calo ripido dei conteggi al di sopra di quel limite. Osservare una DOG a flussi superiori può significare solo due cose:

- Si sta osservando una DOG estremamente luminosa: le cosiddette *HLIRG*<sup>2</sup> ( $L_{\text{IR}} > 10^{13} L_{\odot}$ ).
- Si sta osservando una DOG il cui flusso è stato magnificato per via di un fenomeno di *strong lensing*.

Proprio per questo motivo, la forma dei conteggi differenziali fornisce un valido metodo sistematico basato su una semplice selezione in flusso per identificare DOGs fortemente lensate all'interno di un campione. La tecnica verrà esaminata in dettaglio nel Cap. 5. La forma di  $dN/dS$  sia in presenza che in assenza di fenomeni di *strong lensing* viene usata attivamente nel discriminare i diversi modelli di formazione ed evoluzione di queste galassie, e per estensione di tutte le galassie osservate localmente nell'Universo.

Per quanto esuli dai fini di questo lavoro di tesi, verrà qui fatto breve cenno dei principali modelli teorici che nel corso degli anni han provato a spiegare come, a partire da fluttuazioni quantistiche amplificate dall'inflazione e poi rimaste impresse nella CMB, si è arrivati alla formazione di strutture su media e grande scala quali galassie e ammassi di galassie.

Il primo scenario, noto con il nome di *merger-driven galaxy evolution* (evoluzione delle galassie guidata dai merger), richiede che tanto su grandi scale quanto su quelle galattiche, l'unico protagonista di tutti i fenomeni evolutivi sia la gravità. Questa innesca i processi di formazione stellare e di accrescimento attorno ai buchi neri supermassicci al centro di aloni di materia oscura ogni volta che avviene una fusione (merging) tra di essi. Ogni evento di merging comporta fasi di formazione stellare e di accrescimento, alternati a periodi di quiescenza. Il modello nel corso degli anni s'è scontrato con diverse evidenze osservative che tendono a invalidarlo, come la non corrispondenza tra i limiti superiori e inferiori per i tempi scala di produzione stellare, analisi spettroscopiche a campo integrale NIR che han mostrato in galassie con SFR moderate una dinamica complessiva ordinata senza alcuna evidenza di eventi di merging, e il fatto che le galassie early-type mostrano una popolazione stellare molto omogenea e molto vecchia, tendenzialmente coeva, come prodotta lungo un'unica fase di formazione stellare e non brevi lampi scatenati

---

<sup>2</sup>*Hyper-Luminous Infrared Galaxy*



### 2.3. IL LENSING DAI CONTEGGI DIFFERENZIALI DI DOGS

---

da eventi random come fusioni di aloni di materia oscura.

Un secondo scenario ipotizza un meccanismo alternativo ai merging che possa sostenere gli elevati SFR misurati in galassie ad alto  $z$ , il *cold stream-driven galaxy formation*: in questo caso, un accrescimento regolare e non violento da parte di gas che segue la struttura a filamenti della materia oscura su larga scala alimenta la formazione stellare in galassie molto massicce, localizzate al centro del potenziale gravitazionale degli aloni di materia oscura. Questo genererebbe una dinamica ordinata, con il gas e le polveri in accrescimento che per conservazione del momento angolare si appiattiscono lungo un disco, formato da diversi clump dove avviene il grosso della formazione stellare.

Il terzo scenario, alternativo agli altri due, è noto come *self-regulated baryon collapse* (Granato et al., 2004; Lapi et al., 2011; Mao et al., 2007). Nella prima fase, l'alone di materia oscura collassa molto rapidamente per effetto della gravità, ed è possibile che avvengano in questa fase eventi maggiori di merging; il collasso mescola il potenziale gravitazionale del sistema di materia oscura e barioni, causando un rilassamento dinamico incompleto di entrambe le componenti, e innescando le fasi di produzione stellare che vengono successivamente auto-regolate da processi barionici, processi alimentati dal raffreddamento del gas e dalla perdita di momento angolare per radiation drag, e successivamente fermati dal feedback da parte di AGN (in galassie più massicce, che dopo  $0.5 \div 0.7$  Gyr hanno esaurito la fase di formazione stellare) o SNe (in proto sferoidi meno massicci, con fasi di formazioni stellare che durano pochi Gyr in più); in entrambi i casi, solo una piccola parte del gas è convertita in stelle, mentre il resto viene espulso dai processi di feedback. L'ambiente si riempie velocemente di metalli e polvere (circa  $10^7$  yr), nascondendo la produzione stellare e l'accrescimento del buco nero centrale. Le parti più esterne dell'alone originario, invece, evolvono per via di eventi minori di merging o per accrescimento da gas diffuso, senza alcuna influenza su quanto avviene nelle parti più interne dell'alone collassato.

Quest'ultimo scenario è l'unico a prevedere correttamente il modo in cui fenomeni di *strong lensing* possono modificare la forma dei conteggi differenziali di SMG, e quindi il numero previsto di galassie che hanno subito *strong lensing* entro una certa area di cielo, quantità anche nota come profondità ottica di

lensing (Negrello et al., 2007). Tale predizione spiega a partire da un modello fisico di formazione i risultati ottenuti da survey di SMG lensate come SPT nel mm (Vieira et al., 2010) o H-ATLAS nel sub-mm (Negrello et al., 2010), che verranno estensivamente descritti nel Cap. 5 di questa Tesi.

# Capitolo 3

## L'inversione semilineare regolarizzata

### 3.1 Cenni storici

Da una analisi approfondita di un fenomeno di *strong lensing* è possibile estrapolare diverse informazioni sul sistema lente più sorgente distorta, qui riassumibili in due grandi insiemi di quantità:

- Il profilo di brillantezza superficiale intrinseco della sorgente che ha subito lensing, dalla fotometria, o la dinamica intrinseca della sorgente, da una analisi spettroscopica.
- La distribuzione di massa (barionica + materia oscura) della lente, identificata da un determinato numero di parametri a seconda del modello con la quale questa viene descritta.

La misura di tali quantità risulta di importante nello studio delle strutture che compongono l'Universo, come le galassie e gli ammassi di galassie, o le distribuzioni su larga scala della materia oscura. Un semplice esempio: il parametro che quantifica la dispersione di velocità  $\sigma$  della lente, pur dipendendo da assunzioni sul teorema del viriale o dal modello dinamico assunto, è collegato alla sua massa gravitazionale, quindi componenti di materia oscura comprese; addirittura, la massa di una lente stimata a partire da una semplice

misura dell'angolo di Einstein di un fenomeno di *strong lensing* risulta essere la meno dipendente da modelli dinamici:

$$\theta_E = \left( \frac{4GM}{Dc^2} \right) \simeq 3 \times 10^{-6} \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \frac{1}{D_{\text{Gpc}}^{1/2}} \text{ arcsec}$$

Per cui, a tipiche distanze cosmologiche, distribuzioni di massa dell'ordine di  $10^{15}M_\odot$  causeranno al formazione di anelli di Einstein dell'ordine di decine di arcosecondi, osservabili con gli strumenti oggi a disposizione.

Durante il corso della loro evoluzione, i metodi di ricostruzione delle sorgenti hanno sfruttato la conseguenza fisica per la quale, quando avviene un evento di *strong lensing*, la brillantezza superficiale risulta conservata. Si immagina quindi che l'immagine osservata, definita come il *piano della lente* (LP), sia una mappa della distribuzione di brillantezza superficiale (anche se così in realtà non è, perché alla semplice mappa andrebbe aggiunta la convoluzione per PSF strumentale tipica di una osservazione, che rende estremamente complicata l'inversione), con l'obiettivo di ricostruire la distribuzione originaria di brillantezza superficiale, definita come il *piano dello sorgente* (SP). Le due mappe vengono descritte da una griglia di pixel, non necessariamente quadrati, ognuno con un fissato valore dei conteggi. Nonostante il SP e il LP sono intesi nell'intuizione immediata come griglie descritte da matrici bidimensionali, vengono algebricamente trattati come vettori unidimensionali, rispettivamente  $\mathbf{s}$  e  $\mathbf{d}$ , i cui valori descrivono il numero di conteggi associati a ogni determinato pixel.

Fissato un modello di lente, descritto dai suoi parametri  $p$ , l'equazione della lente si limita a definire in che relazione stiano i pixel della sorgente  $s_i$  rispetto ai corrispettivi pixel dell'immagine  $d_j \pm \sigma_j$ , dove  $\sigma_j$  è l'errore associato a ogni singolo pixel dell'immagine:

$$\mathbf{s} = \mathbf{d} - \vec{\alpha}(\mathbf{d}, p)$$

Con il termine  $\alpha(\mathbf{d}, p)$  si indica l'angolo di deflessione, espressione di tutte le informazioni relative al potenziale di lensing del sistema. L'equazione può essere letta in entrambe le direzioni, dal LP al SP e viceversa. In presenza di

immagini multiple, diversi pixel del LP vengono mappati nel medesimo pixel del SP. Poiché la brillantezza superficiale è conservata, tutti i pixel di  $\mathbf{d}$  mappati in un singolo pixel di  $\mathbf{s}$  devono possedere la medesima brillantezza superficiale, e ciò caratterizza la correttezza di un determinato modello; viceversa, pixel con diversa brillantezza superficiale mappati nel medesimo punto saranno indice di scorrettezza del modello. La bontà della ricostruzione sarà quindi stimata dal valore del  $\chi_{im}^2$  tra l'immagine osservata e quella ricavata a partire dalla sorgente ricostruita. Minore sarà il suo valore, migliore la correttezza della ricostruzione. Ricostruire l'immagine è quindi cercare il minimo valore del  $\chi_{im}^2$  nello spazio dei parametri.

Uno dei primi algoritmi a sfruttare questo principio, pubblicato nel 1989, è il cosiddetto *Ring Cycle Method* (Kochanek et al., 1989). A un pixel del SP con brillantezza superficiale  $c_i$  viene associato un pixel del LP con brillantezza superficiale  $c_j$  e incertezza sulla misura  $\sigma_j$ ; le due immagini sono correlate da un operatore  $A(p)$ , legato ai parametri della lente. La statistica da minimizzare è:

$$\chi^2 = \sum_j \frac{(c_j - A(p)c_i)^2}{\sigma_j^2}$$

E la migliore sorgente ricostruita si ottiene derivando:  $d\chi^2/dc_s = 0$ , e quindi dall'equazione:

$$c_i = A^{-1}(p)c_j$$

Con questo metodo, tuttavia, basta una distribuzione di luce della sorgente sufficientemente generica, combinata con gli effetti sull'immagine di una PSF, perché la matrice  $A$  risulti singolare e  $A^{-1}(p)$  conduca a soluzioni plausibili dal punto di vista della minimizzazione, ma senza alcun senso fisico, sparpagliate nel SP. Perfino in casi nei quali è perfettamente nota la distribuzione di massa della lente e i suoi iperparametri, lo smearing causato dalla PSF fa sì che sia impossibile risalire al SP originario senza assumere per questo delle forti assunzioni aprioristiche.

Nel decennio successivo diversi approcci hanno provato a risolvere il problema delle soluzioni fortemente disperse e senza alcun senso fisico, inglobando al loro interno anche la presenza dello smearing causato da una PSF strumen-

tale. Parametrizzare il profilo della sorgente, assieme a quello della lente, aggiustando i diversi parametri alla ricerca del  $\chi_{\min}^2$  è una soluzione plausibile; purtroppo ciò aumenta a dismisura tempi di calcolo necessario per la ricerca del minimo nello spazio dei parametri.

Implementato verso la fine degli anni 90, l'algoritmo LensMEM (Maximum Entropy Method) (Wallington et al., 1996) costruisce una griglia di pixel triangolari nel SP, rendendo ogni pixel un parametro libero, evitando la presenza di troppe dimensioni nello spazio dei parametri. L'indipendenza tra i diversi pixel può però comportare una soluzione troppo rumorosa (o addirittura irregolare); per ovviare a ciò, viene fatta una assunzione a priori sulla distribuzione di brillantezza superficiale della sorgente sotto forma di un **termine di regolarizzazione**, la cosiddetta *negentropia* (ovvero, l'opposto dell'entropia): la sua massimizzazione risulta in un profilo di sorgente regolare<sup>1</sup>. La soluzione finale doveva quindi essere un bilancio tra il miglior fit possibile per l'immagine e una necessaria richiesta di regolarità sulla distribuzione di brillantezza superficiale della sorgente. La ricerca di un punto estremale non era più quindi limitata al  $\chi_{im}^2$ , ma anche all'entropia negativa.

Con questo approccio, presi gli  $s_i$  conteggi sulla sorgente, la negentropia viene definita come  $\sum_i s_i \ln(s_i)$ . La soluzione richiesta doveva massimizzare la funzione:

$$G = - \sum_i s_i \ln(s_i) - \lambda \sum_{ij} \left( \frac{s_i - d_j}{\sigma_j} \right)^2$$

somma dell'entropia calcolata nel SP e del  $\chi_{im}^2$  calcolato nel LP, pesati da un termine di regolarizzazione  $\lambda$  che modula l'intensità della regolarizzazione. Per arrivare alla sorgente ricostruita, si passava attraverso tre cicli concatenati:

- il più interno, un ciclo necessario a ricavare il miglior profilo di sorgente per dei fissati parametri di massa della lente, alla ricerca del minimo di  $\chi_{im}^2$

---

<sup>1</sup>L'entropia è fisicamente interpretata come una misura del grado di disordine di un sistema. Maggiore è l'entropia, o minore la negentropia, maggiore il disordine. Cercare il minimo di entropia, o il massimo di negentropia, implica cercare la soluzione più ordinata possibile, e quindi la meno dispersa, da cui l'etimologia del metodo.

### 3.2. FORMALIZZAZIONE DEL METODO

---

- un ciclo intermedio, che aggiusta i parametri della lente ad ogni iterazione, alla ricerca del massimo valore di  $G$ .
- un ciclo più esterno sul termine di regolarizzazione  $\lambda$ ; si parte da un piccolo valore, affinché nelle prime fasi del ciclo domini il termine di entropia, venendo innalzato solo quando l'algoritmo raggiunge una situazione di stabilità locale prossima al minimo di  $\chi_{im}^2$ , aggiungendo così alla ricostruzione informazioni ottenute quest'ultimo.

La soluzione ricavata deve contemporaneamente essere il fit migliore e la più regolare distribuzione di brillantezza superficiale della sorgente.

Questo metodo, che rappresenta sicuramente un miglioramento rispetto alle semplici minimizzazioni del  $\chi_{im}^2$  del Ring Cycle, non è esente da difetti. Salta all'occhio immediatamente l'estrema lentezza di un metodo basato su tre cicli concatenati, che anche in situazioni fisiche descritte da un numero modesto di parametri richiede tempi di calcolo imponenti.

Un miglioramento di tale algoritmo è il metodo della *Semilinear Regularized Inversion* (inversione semilineare regolarizzata) (Warren and Dye, 2003). Il metodo non rivoluziona i concetti fondanti di LensMEM, ma li ottimizza. Da un punto di vista puramente algebrico, l'unica differenza tra i due algoritmi è il rimpiazzo della negentropia con un termine di regolarizzazione lineare. Questa semplice sostituzione fa sì che, fissato un modello di massa, la cui ricerca dei parametri continua a essere non lineare, **la ricerca del minimo locale dell'immagine diventi un problema lineare, risolvibile con un banale prodotto di matrici, di cui una invertita** (da cui inversione semilineare). **Il ciclo più interno viene così eliminato.**

Inoltre, per effetto della presenza di immagini multiple e della magnificazione della sorgente, vi sono casi nel quale il numero di vincoli può superare il numero di parametri liberi: in quei casi è possibile rimuovere il termine di regolarizzazione. In ogni modo, **l'analisi bayesiana permette di stimare il valore ottimale del termine di regolarizzazione direttamente a partire dai dati, rimuovendo così il ciclo su  $\lambda$ , e di classificare i diversi modelli di massa al fine di ricavare i corretti parametri della lente.**

## 3.2 Formalizzazione del metodo

Nel formalismo del metodo, come già accennato, nonostante sia il LP che il SP siano bidimensionali, le informazioni sui conteggi di brillantezza superficiale vengono immagazzinate all'interno di vettori. Si assume sempre di possedere un numero di conteggi per pixel  $d_j$  sul piano della lente, ai quali è associato un errore  $\sigma_j$ , indipendente tra i pixel e gaussiano, e di ricercare il numero di conteggi per pixel  $s_i$  sul piano della sorgente. Per fissati parametri del modello di massa della lente, a legare i due è la matrice rettangolare  $f_{ij}$ , che, a seguito di ray tracing e convoluzione con point spread function strumentale, misura i conteggi nel  $j$ -esimo pixel del LP in seguito al lensing di un SP uguale a zero dappertutto, meno che nell' $i$ -esimo pixel, dove ha valore unitario. Obiettivo dell'inversione semilineare regolarizzata è ricavare quali conteggi  $s_i$  possano aver condotto, fissati dei determinati parametri di massa, ai conteggi  $d_j$  sul piano della lente, entro una dispersione  $\sigma_j$ .

### 3.2.1 Senza regolarizzazione

In assenza di un termine di regolarizzazione, la funzione da minimizzare è la seguente:

$$G = \chi_{im}^2 = \sum_{j=1}^J \left[ \frac{\sum_{i=1}^I s_i f_{ij} - d_j}{\sigma_j} \right]^2 \quad (3.1)$$

Ovvero, il semplice  $\chi^2$  dei termini dell'immagine. Ricavarne il minimo implica trovare gli zeri della derivata rispetto ai termini legati alla sorgente  $s_i$ :

$$\frac{\partial G}{\partial s_i} = 0 = \sum_{j=1}^J \left[ \frac{2f_{ij}(\sum_{k=1}^I s_k f_{kj} - d_j)}{\sigma_j^2} \right]$$

Arrivando infine al set di  $I$  equazioni:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial G}{\partial s_i} = 0 = \sum_{j=1}^J \left[ \frac{f_{ij} \sum_{k=1}^I s_k f_{kj} - f_{ij} d_j}{\sigma_j^2} \right] \quad (3.2)$$



### 3.2. FORMALIZZAZIONE DEL METODO

---

Analizzando i termini dentro Eq. (3.2), si nota come questa possa essere riscritta in forma matriciale. Si definiscono quindi tre elementi:

- **S**, un vettore di dimensione  $I$  composto semplicemente dagli elementi  $s_i$
- **F**, una matrice di dimensione  $I \times I$ , simmetrica, di elementi:

$$F_{ik} = \sum_{j=1}^J \frac{f_{ij}f_{kj}}{\sigma_j^2} \quad (3.3)$$

- **D**, un vettore di dimensione  $I$  ed elementi:

$$D_i = \sum_{j=1}^J \frac{f_{ij}d_j}{\sigma_j^2}$$

Rendendo così Eq. (3.2) un prodotto tra matrici<sup>2</sup>, che esplicitato diventa

$$\mathbf{SF} - \mathbf{D} = 0$$

e quindi, invertendo

$$\mathbf{S} = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{D} \quad (3.4)$$

In questa espressione giace il cuore del metodo. Eq. (3.4) mostra in modo inequivocabile come il minimo del  $\chi_{im}^2$  in Eq. (3.1) si ottenga mediante un prodotto tra due matrici note, composte da termini lineari, di cui una invertita.

Derivando di nuovo Eq. (3.2)

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial s_i \partial s_k} = \sum_{j=1}^J \frac{f_{ij}f_{kj}}{\sigma_j^2} = \mathbf{F}$$

ovvero, la matrice **F** corrisponde anche all'Hessiano del  $\chi_{im}^2$

Alla matrice **S** verrà associata una matrice contenenti gli errori sui conteggi,

---

<sup>2</sup>Date una matrice  $A$  di dimensione  $m \times r$  e elementi  $a_{ij}$  e una matrice  $B$  di dimensione  $r \times n$  e elementi  $b_{ij}$ , il loro prodotto è una matrice  $C$  di dimensione  $m \times n$  ed elementi  $c_{ij} = \sum_{p=1}^r a_{ip}b_{pj}$

ovvero, la matrice di covarianza  $\mathbf{C}$  del problema. Nel SP, presi due pixel indipendenti,  $i$  e  $k$ , la covarianza tra questi è:

$$\sigma_{ik}^2 = \sum_{j=1}^J \sigma_j^2 \frac{\partial s_i}{\partial d_j} \frac{\partial s_k}{\partial d_j}$$

Se si assume che  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^{-1}$ , dall'Eq. (3.4) si ottiene  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^{-1} = \mathbf{SD}^{-1}$ . Ciò implica:

$$\sigma_{ik}^2 = \sum_{j=1}^J \sigma_j^2 \sum_{l=1}^I C_{il} \frac{f_{li}}{\sigma_j^2} \sum_{m=1}^I C_{km} \frac{f_{mj}}{\sigma_j^2}$$

Con il risultato finale atteso

$$\sigma_{ik}^2 = \mathbf{C}_{ik} \tag{3.5}$$

### 3.2.2 Con regolarizzazione

E' possibile implementare la regolarizzazione nello schema dell'inversione con la semplice aggiunta di un termine al  $\chi_{im}^2$ :

$$G = \chi_{im}^2 + \lambda G_L \tag{3.6}$$

dove  $G_L$  è una funzione ottenuta come combinazione lineare, così che le sue derivate parziali siano anch'esse lineari, dei termini  $s_i s_k$

$$G_L = \sum_{i,k} h_{ik} s_i s_k$$

e  $\lambda$  è il cosiddetto *termine di regolarizzazione*, la cui scelta è fondamentale per determinare il peso che avrà la richiesta di regolarità nella soluzione ricercata. Più grande è  $\lambda$ , maggiore sarà la regolarità della sorgente ricostruita; questo però al costo di ricercare un minimo, quello della funzione  $G$ , che si allontana progressivamente dal reale minimo di  $\chi_{im}^2$  ricavato in assenza di regolarizzazione.

Non esiste un'unica possibile definizione di  $G_L$ , ma la scelta dipende dal particolare tipo di immagine che si vuole invertire, al fine di penalizzare le soluzioni più rumorose. I tre esempi principali sono:

### 3.2. FORMALIZZAZIONE DEL METODO

---

- *Regolarizzazione di ordine zero*

$$G_L = \sum_{i=1}^I s_i^2$$

- *Regolarizzazione di ordine uno<sup>3</sup> (o forma gradiente)*

$$G_L = \sum_{x,y} [s_{x,y} - s_{x+1,y}]^2 + \sum_{x,y} [s_{x,y} - s_{x,y+1}]^2$$

- *Regolarizzazione di ordine due (o forma di curvatura)*

$$G_L = \sum_{x,y} [s_{x,y} - 0.5 * (s_{x-1,y} + s_{x+1,y})]^2 + \sum_{x,y} [s_{x,y} - 0.5 * (s_{x,y-1} + s_{x,y+1})]^2$$

Si definisce  $\mathbf{H}$  matrice di regolarizzazione, di elementi  $h_{ik}$ . Questa corrisponde all'Hessiano di  $G_L$ . Per minimizzare l'Eq. (3.6) è sempre necessario annullare la sua derivata rispetto ai termini di sorgente:

$$\frac{\partial G}{\partial s_i} = 0 = \sum_{j=1}^J \left[ \frac{2f_{ij} \sum_{k=1}^I s_k f_{kj} - f_{ij} d_j}{\sigma_j^2} \right] + \lambda h_{ik} \sum_k s_k \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial G}{\partial s_i} = \mathbf{F}\mathbf{S} - \mathbf{D} + \lambda\mathbf{H}\mathbf{S} = 0$$

$$\mathbf{S}(\mathbf{F} + \lambda\mathbf{H}) = \mathbf{D}$$

Il termine che minimizza l'Eq. (3.6) è quindi:

$$\mathbf{S} = (\mathbf{F} + \lambda\mathbf{H})^{-1}\mathbf{D} \quad (3.8)$$

Si nota immediatamente come, derivando una seconda volta Eq. (3.7) rispetto a  $s_k$ , il termine  $(\mathbf{F} + \lambda\mathbf{H})$  corrisponda all'Hessiano di  $G$ .

In questo lavoro di tesi si farà uso del termine di regolarizzazione di ordine

---

<sup>3</sup>Per semplicità di notazione, nelle prossime due definizioni i conteggi sul SP vengono descritti come appartenenti a una griglia bidimensionale  $(x, y)$  di pixel, anche se nella pratica sarà sempre necessario rapportarsi al vettore unidimensionale  $s_i$ .

zero e della forma gradiente; nel primo caso,  $\mathbf{H}$  coinciderà con la matrice identità, nel secondo caso sarà una espressione più complicata .

In presenza di regolarizzazione, la matrice di covarianza non risulta essere particolarmente diversa da quella ricavata precedentemente. Una volta definito

$$\mathbf{R} = (\mathbf{F} + \lambda\mathbf{H})^{-1}$$

il medesimo ragionamento che ha condotto all'Eq. (3.5) porta alla seguente:

$$\sigma_{ik}^2 = \sum_{j=1}^J \sigma_j^2 \sum_{l=1}^I R_{il} \frac{f_{li}}{\sigma_j^2} \sum_{m=1}^I R_{km} \frac{f_{mj}}{\sigma_j^2}$$

con risultato finale:

$$\sigma_{ik}^2 = \mathbf{R}_{ik} \tag{3.9}$$

### 3.2.3 Estensione al piano uv dell'interferometria

Come accennato nel Capitolo precedente, e descritto in dettaglio nel Cap. 5, è stato possibile identificare di recente un gran numero di galassie nel sub-mm fortemente lensate, il cui flusso è magnificato di un fattore  $\mu = 10 \div 30$ . In quelle bande, lo studio ad alta risoluzione delle sorgenti passa attraverso l'interferometria. Un interferometro non misura direttamente la distribuzione di brillantezza superficiale in cielo, ma la funzione di visibilità  $V(u, v, w)$ , legata all'immagine reale dalla trasformata di Fourier. Quest'ultima operazione porta con sé un numero di inconvenienti che complicano l'eventuale applicazione del metodo precedentemente descritto:

- Il rumore risulta correlato tra i diversi pixel.
- Il risultato finale dipende fortemente dai diversi algoritmi di deconvoluzione applicati all'immagine per rimuovere i side lobes, comunque presenti e nel caso interpretati dal metodo come struttura piuttosto che sottocampionamento del piano  $uv$ .
- Il flusso totale della sorgente non risulta conservato come nel caso precedente.

### 3.2. FORMALIZZAZIONE DEL METODO

---

- La ricostruzione delle strutture più estese può risultare difficoltosa o molto rumorosa.

Eeguire la ricostruzione direttamente sul piano delle visibilità, per poi passare successivamente al piano reale tramite antitrasformata di Fourier, bypassa molti di questi problemi. Per questo motivo, è importante che il formalismo venga esteso a tale piano.

L'estensione non si discosta molto dai risultati ottenuti nel piano delle immagini. La differenza principale risiede nella natura di funzione complessa della visibilità, scomponibile in una componente reale e in una immaginaria, e tale scomposizione sarà estesa alle matrici  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{D}$  precedentemente definite.

Il LP sul piano delle visibilità sarà ottenuto come modulo di due quantità, con al loro interno le componenti reali ( $\mathbb{R}$ ) e immaginarie ( $\mathbb{I}$ ) della visibilità. Le differenze principali sono le seguenti:

- il rumore sui conteggi  $\sigma(u, v)$ , in quanto definito sul piano delle visibilità, è ottenuto come  $\sigma(u, v) = \sigma^{\mathbb{R}}(u, v) + i\sigma^{\mathbb{I}}(u, v)$
- l'elemento  $f_{ij}$ , che sintetizza tutte le informazioni sul potenziale di lensing, si ottiene sempre a partire da un SP unitario nell' $i$ -esimo pixel; in questo caso, una volta lensato, il LP si Fourier-trasforma per misurarlo nello spazio delle visibilità, per ottenere a quel punto il  $j$ -esimo conteggio, quindi separato nella componente reale e in quella immaginaria. La matrice  $\mathbf{F}$  sarà ottenuta come somma di due matrici,  $\mathbf{F}^{\mathbb{R}}$  e  $\mathbf{F}^{\mathbb{I}}$ , di elementi:

$$F_{ik}^{\mathbb{R}} = \sum_{j=1}^J \frac{f_{ij}^{\mathbb{R}} f_{jk}^{\mathbb{R}}}{\sigma_j^2} \quad F_{ik}^{\mathbb{I}} = \sum_{j=1}^J \frac{f_{ij}^{\mathbb{I}} f_{jk}^{\mathbb{I}}}{\sigma_j^2}$$

- i conteggi  $d_j$  sono misurati direttamente nel piano  $uv$ , e coincidono con le visibilità osservate  $V_{obs}$ . Il vettore  $\mathbf{D}$  sarà quindi ottenuto come somma di due vettori  $\mathbf{D}^{\mathbb{R}}$  e  $\mathbf{D}^{\mathbb{I}}$  di elementi:

$$D_i^{\mathbb{R}} = \sum_{j=1}^J \frac{f_{ij}^{\mathbb{R}} d_j^{\mathbb{R}}}{\sigma_j^2} \quad D_i^{\mathbb{I}} = \sum_{j=1}^J \frac{f_{ij}^{\mathbb{I}} d_j^{\mathbb{I}}}{\sigma_j^2}$$

- la qualità della ricostruzione per un determinato set di parametri (Bussmann et al., 2012) è espressa dal  $\chi^2$ , calcolato direttamente a partire dalle visibilità  $V$  osservate (cioè  $d_j$ ) e ricostruite (cioè  $\sum_i s_i f_{ij}$ ) sul LP nello spazio di Fourier:

$$\chi^2 = \sum_{u,v}^N \frac{(V_{rec}(u,v) - V_{obs}(u,v))^2}{\sigma^2(u,v)} = \sum_{j=1}^J \frac{(\sum_i s_i f_{ij} - d_j)^2}{\sigma_j^2} \quad (3.10)$$

anch'esso scomposto in una componente reale e una immaginaria:

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \sum_{u,v}^N \frac{(V_{rec}^{\mathbb{R}}(u,v) - V_{obs}^{\mathbb{R}}(u,v))^2}{\sigma^2(u,v)} + \sum_{u,v}^N \frac{(V_{rec}^{\mathbb{I}}(u,v) - V_{obs}^{\mathbb{I}}(u,v))^2}{\sigma^2(u,v)} \\ &= \sum_{j=1}^J \frac{(\sum_i s_i f_{ij}^{\mathbb{R}} - d_j^{\mathbb{R}})^2}{\sigma_j^2} + \sum_{j=1}^J \frac{(\sum_i s_i f_{ij}^{\mathbb{I}} - d_j^{\mathbb{I}})^2}{\sigma_j^2} \end{aligned}$$

A questo punto, il SP ricostruito è ottenuto come nelle sezioni precedenti, invertendo la matrice  $\mathbf{F}$  (o la matrice  $\mathbf{F} + \lambda\mathbf{H}$  in presenza di regolarizzazione) e moltiplicando per  $\mathbf{D}$ . Restano in egual modo invariate le espressioni per gli errori sui conteggi nel SP ricostruito.

Il metodo dell'inversione semilineare regolarizzata così definito si limita a eliminare il ciclo sui parametri del LP, trasformandolo in un prodotto di matrici, non fornendo tuttavia un modo immediato per stimare i valori ottimali dei parametri della lente e del termine di regolarizzazione. A sopperire questa assenza, viene in aiuto l'analisi Bayesiana, che, sotto valide approssimazioni, fornisce un modo pratico per stimare il termine di regolarizzazione e classificare i diversi modelli di lente direttamente a partire dai dati.

### 3.3 L'approccio bayesiano

L'applicazione dei principi bayesiani al metodo dell'inversione semilineare regolarizzata (MacKay, 1991; Suyu et al., 2006) permette di ricavare direttamente a partire dai dati il valore ideale del termine di regolarizzazione  $\lambda$ , e di classificare i diversi modelli di massa della lente, al fine di identificare il

### 3.3. L'APPROCCIO BAYESIANO

---

miglior set di parametri della lente, ovvero il vero minimo del  $\chi^2$  del problema. Per continuità di notazione, si suppone di aver misurato dei dati  $N_d$ , contenuti nel vettore  $\mathbf{d}$  di elementi  $d_j$  con  $j = 1 \div N_d$ ; a partire da questi dati, si vogliono ricavare gli  $N_s$  parametri di un modello, definiti come  $s_i$  con  $i = 1 \div N_s$ . A legare gli  $s_i$  parametri del modello ai  $d_j$  dati misurati è una matrice di dimensione  $N_d \times N_s$ , definita come  $\mathbf{f}$ . Questa racchiuderà al suo interno le informazioni sul modello di lente assunto, come il potenziale di lente  $\psi$ . Se a questi dati viene associato un rumore  $\mathbf{n}$ , caratterizzato da una matrice di covarianza  $\mathbf{C}_d$ , che assumiamo gaussiano, la relazione tra queste quantità sarà:

$$\mathbf{d} = \mathbf{f}\mathbf{s} + \mathbf{n}$$

e la probabilità che, dati gli  $s_i$  parametri del modello, l'osservazione restituisca i  $d_j$  dati misurati è:

$$P(\mathbf{d}|s, \mathbf{f}) = \frac{\exp[-E_D(\mathbf{d}|s, \mathbf{f})]}{Z_D} \quad (3.11)$$

nota come *funzione di verosimiglianza*.  $Z_D$  è il termine di normalizzazione della probabilità, mentre il termine al numeratore  $E_D$  corrisponde a:

$$E_D(\mathbf{d}|s, \mathbf{f}) = \frac{1}{2}(\mathbf{f}\mathbf{s} - \mathbf{d})^T \mathbf{C}_D^{-1}(\mathbf{f}\mathbf{s} - \mathbf{d}) = \frac{1}{2}\chi^2 \quad (3.12)$$

cioè, la metà del  $\chi^2$ .

Per definizione, la soluzione più verosimile,  $s_{PV}$  è quella che massimizza la (3.11), o minimizza la (3.12), per cui  $\nabla E_D(s_{PV}) = 0$ .

In assenza di una qualsiasi forma di regolarizzazione imposta a priori sui dati, la soluzione più verosimile coincide con la soluzione più probabile  $s_{PP}$ . Questo non è più vero quando viene introdotta una assunzione a priori sui dati, come la richiesta di una regolarizzazione  $\mathbf{g}$  precedentemente discussa; in questo caso, è necessario definire una quantità nota come *probabilità a priori* (o marginale). Questa esprime l'incertezza relativa alla misura di una quantità prima che possano essere presi in considerazione dei dati, al fine di regolarizzare i parametri  $s_i$  affinché anche le previsioni  $\mathbf{f}s_i$  lo siano. Viene

espressa come:

$$P(s|\mathbf{g}, \lambda) = \frac{\exp[-\lambda E_S(s|\mathbf{g})]}{Z_S(\lambda)} \quad (3.13)$$

$Z_S$  è il suo termine di normalizzazione, mentre  $\lambda$  è la costante di regolarizzazione, e la funzione  $E_S$  è nota come funzione di regolarizzazione, il cui prodotto con  $\lambda$  è espresso, nell'assunzione che  $E_S(0) = 0$ , come:

$$\lambda E_S = \frac{1}{2} s^T \mathbf{S}^{-1} s$$

Con  $S = (\lambda \mathbf{C})^{-1}$  e  $\mathbf{C} = \nabla \nabla E_S$  l'Hessiano di  $E_S$ . Definisco da questa e da (3.12) la quantità:

$$M(s) = E_D(s) + \lambda E_S(s) = \frac{1}{2} (\mathbf{f}s - \mathbf{d})^T \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{f}s - \mathbf{d}) + \frac{1}{2} s^T \mathbf{S}^{-1} s \quad (3.14)$$

Possiamo ricavare la *probabilità a posteriori* di ottenere i parametri  $s_i$  noti i  $d_j$  dati e la distribuzione di probabilità a priori applicando il teorema di Bayes. Questa è il prodotto della probabilità a priori per la funzione di verosimiglianza, il tutto rapportato ad un termine di normalizzazione. In formule:

$$P(s|\mathbf{d}, \lambda, \mathbf{f}, \mathbf{g}) = \frac{P(\mathbf{d}|s, \mathbf{f}) P(s|\mathbf{g}, \lambda)}{P(\mathbf{d}|\lambda, \mathbf{f}, \mathbf{g})} = \frac{\exp[-M(s)]}{Z_M(\lambda)} \quad (3.15)$$

$M(s)$  è stata definita sopra a partire dalla funzione di verosimiglianza e della probabilità a priori, mentre  $Z_M$  è il termine di normalizzazione della probabilità a posteriori. Il termine al denominatore  $P(\mathbf{d}|\lambda, \mathbf{f}, \mathbf{g})$  prende il nome di **evidenza** del modello. L'evidenza è una distribuzione di probabilità, nel contesto del lensing dipende dai parametri del problema, e il suo utilizzo è decisivo per identificare il miglior termine di regolarizzazione  $\lambda$  possibile e per classificare i vari modelli di lente.

Poiché sia la funzione di verosimiglianza che la distribuzione di probabilità a priori sono (o sono approssimate) a delle distribuzioni gaussiane, anche la distribuzione di probabilità a posteriori lo sarà.

La sopra riportata soluzione più probabile sarà quindi quella che massimizza la (3.15), e quindi minimizza (3.14), perciò  $\nabla M(s_{PP}) = 0$ .



## La soluzione più probabile e la soluzione più verosimile

E' possibile ricavare una espressione per entrambe le quantità, e un legame tra le due.

Per quanto riguarda la prima, viene definito l'Hessiano di  $E_D$  come  $\mathbf{F} = \nabla\nabla E_D(s) = \mathbf{f}^T \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{f}$  e la quantità  $\mathbf{D} = \mathbf{f}^T \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{d}$ ; queste due, unite alla relazione che definisce la soluzione più verosimile  $s_{PV}$ :  $\nabla E_D(s_{PV}) = 0$  conduce al risultato:

$$s_{PV} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{D} \quad (3.16)$$

Per quanto riguarda la seconda, viene definito l'Hessiano di  $M$  come  $\mathbf{A} = \nabla\nabla M(s) = \mathbf{S}^{-1} + \mathbf{F}$ , e applicata la relazione che definisce la soluzione più probabile  $s_{PP}$ :  $\nabla M(s_{PP}) = 0$ , allora:

$$\begin{aligned} s_{PP} &= \mathbf{A}^{-1} \mathbf{f}^T \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{d} \\ &= \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{f}^T \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{d} \\ &= \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{D} \end{aligned}$$

Che, nota la (3.16), altri non è che:

$$s_{PP} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F} s_{PV} = \mathbf{D} \quad (3.17)$$

una volta esplicitati  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{F} s_{PV}$ .

## Ricavare $\lambda$ e classificare i diversi modelli

Per classificare i diversi modelli di lente, e quindi ricavare i migliori valori dei parametri della lente, e valutare il termine di regolarizzazione ottimale è necessario lavorare sull'evidenza. Applicando il teorema di Bayes, questa è espressa come:

$$P(\lambda | \mathbf{d}, \mathbf{f}, \mathbf{g}) = \frac{P(\mathbf{d} | \lambda, \mathbf{f}, \mathbf{g}) P(\lambda)}{P(\mathbf{d} | \mathbf{f}, \mathbf{g})} \quad (3.18)$$

Combinando le Eq. (3.11), (3.13), (3.15) dentro l'eq. (3.18) otteniamo:

$$P(\lambda|\mathbf{d}, \mathbf{f}, \mathbf{g}) = \frac{Z_M(\lambda)}{Z_D Z_S(\lambda)} \quad (3.19)$$

Le tre normalizzazioni si esplicitano nel modo seguente:

$$Z_S(\lambda) = e^{-\lambda E_S(0)} (2\pi/\lambda)^{N_S/2} (\det \mathbf{C})^{(-1/2)} \quad (3.20)$$

$$Z_M(\lambda) = e^{-M(s_{PP})} (2\pi)^{N_S/2} (\det \mathbf{A})^{(-1/2)} \quad (3.21)$$

$$Z_D = (2\pi)^{N_d/2} (\det \mathbf{C}_D)^{(1/2)} \quad (3.22)$$

In linea di principio non è noto l'ordine di grandezza delle quantità in gioco, quindi si preferisce non ricavare l'evidenza in modo esplicito, ma ricavare il  $\log P(\lambda|\mathbf{d}, \mathbf{f}, \mathbf{g})$ ; ai fini dell'inferenza bayesiana, i risultati saranno comunque i medesimi. Inserire quindi le Eq. (3.20), (3.21), (3.22) dentro il logaritmo di Eq. (3.19) porta a:

$$\begin{aligned} \log P(\lambda|\mathbf{d}, \mathbf{f}, \mathbf{g}) = & +\lambda E_S(0) - \lambda E_S(s_{PP}) - E_D(s_{PP}) \\ & -\frac{1}{2} \log(\det \mathbf{A}) + \frac{N_s}{2} \log \lambda + \frac{1}{2} \log(\det \mathbf{C}) \\ & -\frac{N_d}{2} \log(2\pi) + \frac{1}{2} \log(\det \mathbf{C}_D^{-1}) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Espressione per il logaritmo dell'evidenza. Derivare Eq. (3.23) rispetto al  $\log \lambda$  e porla eguale a zero conduce al valore ottimale del termine di regolarizzazione, ovvero  $\lambda_{\text{ott}}$ :

$$2\lambda_{\text{ott}} E_S(s_{PP}) = N_s - \lambda_{\text{ott}} \text{Tr}(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{C}) \quad (3.24)$$

Quest'ultima è spesso non lineare, e risolverla per ricavare  $\lambda_{\text{ott}}$  richiede necessariamente l'utilizzo di metodi numerici.

Nel formalismo dell'inversione semilineare regolarizzata (Dye et al., 2008), Eq. (3.23) viene espressa nel seguente modo:

$$-2 \ln \epsilon = \chi^2(\lambda) + \sum_j \ln(2\pi\sigma_j^2) + \ln[\det(\mathbf{F} + \lambda\mathbf{H})] - \ln[\det(\lambda\mathbf{H})] + \lambda s^T \mathbf{H} s \quad (3.25)$$

### 3.3. L'APPROCCIO BAYESIANO

---

Il primo termine nel membro di destra corrisponde al  $\chi_{im}^2$  di Eq. (3.1), esplicitata la dipendenza del termine di regolarizzazione:

$$\chi^2(\lambda) = \sum_j \left[ \frac{\sum_i s_i(\lambda) f_{ij} - d_j}{\sigma_j} \right]^2$$

in quanto dipende da esso il valore dei conteggi sul SP, secondo Eq. (3.8).

In Eq. (3.25), la somma su  $j$  è intesa sui pixel dell'immagine, mentre la somma su  $i$  sui pixel della sorgente; il membro a sinistra è il logaritmo dell'evidenza, espressa con  $\epsilon$ ; nel membro di destra, il secondo termine corrisponde a una costante associata al rumore sui dati; il terzo alla matrice di covarianza; il quarto e il quinto alla matrice di regolarizzazione  $\mathbf{H}$  e alla funzione di regolarizzazione espressa precedentemente come  $\lambda G_L$ .

**Fissati dei parametri di massa della lente, la  $\lambda_{ott}$  sarà quella che massimizza l'evidenza (o indifferentemente il suo logaritmo). E anche per il modello di lente, i parametri migliori saranno quelli per cui l'evidenza di Eq. (3.25) è massima.** Per poter confrontare i diversi modelli  $\mathbf{f}$  con regolarizzazioni  $\mathbf{g}$ , è necessario analizzare la loro probabilità a posteriori, che si ricava dalla regola di Bayes come:

$$P(\mathbf{f}, \mathbf{g} | \mathbf{d}) \propto P(\mathbf{d} | \mathbf{f}, \mathbf{g}) P(\mathbf{f}, \mathbf{g})$$

Condizione necessaria per poter classificare i diversi modelli è che la probabilità a priori  $P(\mathbf{f}, \mathbf{g})$  sia una distribuzione piatta. Richiamando dall'Eq. (3.23) l'evidenza  $P(\mathbf{d} | \mathbf{f}, \mathbf{g}, \lambda)$ , è possibile scrivere la posteriori nel seguente modo:

$$P(\mathbf{d} | \mathbf{f}, \mathbf{g}) = \int P(\mathbf{d} | \mathbf{f}, \mathbf{g}, \lambda) P(\lambda) d\lambda \quad (3.26)$$

$\lambda$  risulta così essere un parametro da marginalizzare, di non primario interesse ma necessario al fine dell'analisi. La previsione è che la corrispondente distribuzione di probabilità per  $\lambda$  sia approssimata a una delta di Dirac  $\delta_D$  centrata nel valore di  $\lambda_{ott}$  descritto nell'Eq. (3.24). All'interno di un integrale, la  $\delta_D$  si limita a selezionare nell'integrando il valore in cui essa è centrata, e di conseguenza il termine necessario a classificare i diversi modelli, cioè  $P(\mathbf{d} | \mathbf{f}, \mathbf{g})$ ,

viene approssimato dal  $P(\mathbf{d}|\mathbf{f}, \mathbf{g}, \lambda_{\text{ott}})$  esplicitato in Eq. (3.23) e Eq. (3.25). E' da precisare che l'approssimazione vale finché l'Hessiano del termine di regolarizzazione  $G_L$  risulti essere non singolare, altrimenti la comparazione tra diversi modelli risulterebbe impossibile.

L'inferenza bayesiana, quindi, traduce le informazioni contenute nel  $\chi^2$  e nella regolarizzazione in un termine globale, l'evidenza, dalla quale classificare le diverse soluzioni.

## Note finali

In questo capitolo si è mostrato il metodo della *Regularized Semilinear Inversion*, e la sua estensione al piano delle visibilità delle immagini interferometriche. Risulta chiara l'etimologia del metodo e il modo in cui questa si lega ai principi fisici e matematici che lo compongono. A scopo puramente riassuntivo, viene qui riportata:

- **Inversione**, perché la misura dei conteggi sui pixel della sorgente  $s_i$  mediante minimizzazione del  $\chi_{im}^2$  avviene attraverso un immediato prodotto di matrici, di cui una - quella contenente le informazioni su come avviene materialmente la deflessione - invertita.
- **Semilineare**, perché il metodo mira a ricavare la sorgente invertita tramite un calcolo lineare, mentre gli iperparametri della lente restano non lineari e necessitano un trattamento numerico più lungo, basato sulla massimizzazione dell'evidenza, ad esempio i Monte Carlo Markov Chain descritti in Cap. 4.
- **Regolarizzata**, perché in assenza di una qualsiasi assunzione a priori sulla distribuzione dei conteggi della sorgente, la semplice minimizzazione del  $\chi_{im}^2$  conduce a risultati fisicamente insensati. Questa assunzione di regolarità, aiutata dall'analisi bayesiana che permette di stimare a partire dai dati il valore ottimale del parametro di regolarizzazione, favorisce la ricostruzione di una sorgente plausibile dal punto di vista fisico.

### *3.3. L'APPROCCIO BAYESIANO*

---

Nei prossimi due capitoli saranno mostrate le applicazioni del metodo, inizialmente a una immagine simulata, al fine di validarne la correttezza, e successivamente a una immagine reale.



# Capitolo 4

## Ricostruzione di sorgenti simulate

### 4.1 I modelli di lente

Nel Cap. 1 è stato definito il formalismo più generale con il quale si trattano i fenomeni di lensing. In questo capitolo, per i diversi modelli di massa presi in considerazione, saranno esplicitate le espressioni per il potenziale di lente  $\psi$ , la convergenza  $k$  e lo shear  $\vec{\gamma}$ , e l'angolo di deflessione  $\alpha$ . Tutte le espressioni sotto riportate sono tratte da Oguri (2010).

#### 4.1.1 Distribuzione di massa circolare

Il caso più semplice da trattare si verifica quando la lente possiede simmetria assiale. In questo caso, tutte le incognite del problema sono funzione di un'unica quantità, la distanza di minimo avvicinamento tra il raggio di luce e il baricentro della lente  $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ . Le informazioni relative al modello di massa scelto sono racchiuse dentro la convergenza  $k(r)$ . A partire da questo, si ricavano l'angolo di deflessione e il potenziale di lente:

$$\alpha(r) = \frac{2}{r} \int_0^r r' k(r') dr' \quad (4.1)$$

$$\psi(r) = \int_0^r \alpha(r') dr' = 2 \int_0^{r'} k(r') r' \ln \left( \frac{r}{r'} \right) dr' \quad (4.2)$$

Mentre il potenziale della lente e le sue derivate prime (ovvero, l'angolo di deflessione) e seconde<sup>1</sup> si esprimono come:

$$\psi_x = \alpha(r) \frac{x}{r} \quad (4.3)$$

$$\psi_y = \alpha(r) \frac{y}{r} \quad (4.4)$$

$$\psi_{xx} = 2k(r) \frac{x^2}{r^2} - \alpha(r) \frac{x^2 - y^2}{r^3} \quad (4.5)$$

$$\psi_{yy} = 2k(r) \frac{y^2}{r^2} + \alpha(r) \frac{x^2 - y^2}{r^3} \quad (4.6)$$

$$\psi_{xy} = 2 \left[ k(r) - \frac{\alpha(r)}{r} \right] \frac{xy}{r^2} \quad (4.7)$$

Ottenendo così:

$$\frac{1}{2}(\psi_{xx} + \psi_{yy}) = k(r) \quad (4.8)$$

$$\frac{1}{2}(\psi_{xx} - \psi_{yy}) = \gamma_1 \quad (4.9)$$

$$\psi_{xy} = \gamma_2 \quad (4.10)$$

### 4.1.2 Distribuzione di massa ellittica

Immediatamente successivo alla simmetria sferica del problema vi è il caso in cui la lente risulta possedere una densità superficiale di massa ellittica, coincidente con ciò che viene verificato osservativamente.

Definita  $q$  il rapporto tra gli assi minore e maggiore della lente, legata all'ellitticità da  $e = 1 - q$ , alla quantità  $r$  viene sostituita  $v$  espressa come:

$$v \equiv \left( \bar{x}^2 + \frac{\bar{y}^2}{q^2} \right)^{1/2} \quad (4.11)$$

---

<sup>1</sup>Per comodità di notazione, si esprime la derivata prima di una funzione  $f$  rispetto a una variabile  $x$  come  $\partial f / \partial x = f_x$  e la derivata seconda  $\partial^2 f / \partial x^2 = f_{xx}$



E le quantità  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  sono definite come:

$$\bar{x} = x \cos \theta_{\text{rot}} + y \sin \theta_{\text{rot}} \quad (4.12)$$

$$\bar{y} = -x \sin \theta_{\text{rot}} + y \cos \theta_{\text{rot}} \quad (4.13)$$

Nel caso più generale in assoluto, le quantità principali del fenomeno di lensing devono essere ricavate mediante integrazione numerica, e non analiticamente:

$$\psi = \frac{q}{2} I(\bar{x}, \bar{y}) \quad (4.14)$$

$$\psi_{\bar{x}} = q\bar{x} J_1(\bar{x}, \bar{y}) \quad (4.15)$$

$$\psi_{\bar{y}} = q\bar{y} J_0(\bar{x}, \bar{y}) \quad (4.16)$$

$$\psi_{\bar{x}\bar{x}} = 2q\bar{x}^2 K_2(\bar{x}, \bar{y}) + qJ_1(\bar{x}, \bar{y}) \quad (4.17)$$

$$\psi_{\bar{y}\bar{y}} = 2q\bar{y}^2 K_0(\bar{x}, \bar{y}) + qJ_0(\bar{x}, \bar{y}) \quad (4.18)$$

$$\psi_{\bar{x}\bar{y}} = 2q\bar{x}\bar{y} K_1(\bar{x}, \bar{y}) \quad (4.19)$$

Gli integrali numerici sono espressi in funzione della variabile:

$$\zeta \equiv u^{1/2} \left( \bar{x}^2 + \frac{\bar{y}^2}{1 - (1 - q^2)u} \right)^{1/2}$$

e corrispondono a:

$$I(x, y) = \int_0^1 \frac{\zeta \alpha(\zeta)}{u(q - (1 - q^2)u)^{1/2}} du \quad (4.20)$$

$$J_n(x, y) = \int_0^1 \frac{k(\zeta)}{(1 - (1 - q^2)u)^{n+1/2}} du \quad (4.21)$$

$$K_n(x, y) = \int_0^1 \frac{uk'(\zeta)}{(1 - (1 - q^2)u)^{n+1/2}} \frac{1}{2\zeta} du \quad (4.22)$$

### 4.1.3 Single Isothermal Ellipsoid (SIE)

L'utilizzo di tale modello trova una giustificazione nei dati osservativi sulla distribuzione della materia (barionica + DM) all'interno delle galassie. Inoltre, possiede l'enorme vantaggio che le grandezze fondamentali nel fenomeno di lensing possono essere descritte, e quindi ricavate, analiticamente.

Nel modello, viene assunto che la distribuzione di materia nella lente si comporti come un gas ideale, in equilibrio termico e idrostatico. In questo modo, la distribuzione radiale della materia avrà un profilo  $\rho \propto r^{-2}$ . Si nota immediatamente come, per  $r \rightarrow 0$ , la densità di materia tende alla situazione non fisica  $\rho \rightarrow \infty$ . Per ovviare ciò, nel modello viene inserito un *core radius*  $r_{\text{core}}$ , sotto al quale la distribuzione di materia rimane costante:

$$\rho(r) \propto \begin{cases} \text{cost}, & \text{se } r < r_{\text{core}} \\ r^{-2}, & \text{se } r > r_{\text{core}} \end{cases} \quad (4.23)$$

I parametri di questo modello risultano essere cinque:

- $\sigma$ , la distribuzione di velocità della materia nella galassie, collegabile alla massa totale dai modelli dinamici assunti per il problema, per esempio  $M(R) = 2\sigma R/G$
- $\theta_{\text{rot}}$ , l'angolo di rotazione della lente
- $q$ , il rapporto tra l'asse minore e l'asse maggiore della lente, legato all'ellitticità da  $e = 1 - q$
- $(x_c, y_c)$ , la posizione del centro della lente, rispetto al quale son riferite le coordinate riportate in seguito

Per ricavare l'angolo di deflessione e il potenziale di lente, si definiscono due quantità fondamentali:  $b_{\text{SIE}}$ , fattore di normalizzazione all'interno della convergenza, e  $s$ , legato a  $r_{\text{core}}$ .

La convergenza viene espressa come:

$$k = \frac{b_{\text{SIE}}(q)}{2\sqrt{q^2(s^2(q) + \bar{x}^2) + \bar{y}^2}} = \frac{b_{\text{SIE}}}{2\Upsilon} \quad (4.24)$$

Per una sfera isoterma  $q = 1$ , e il fattore di normalizzazione  $b_{\text{SIE}}$  risulta direttamente collegato alla dispersione di velocità  $\sigma$  come:

$$b_{\text{SIE}}(1) = 4\pi \left(\frac{\sigma}{c}\right)^2 \frac{D_{LS}}{D_S} \quad (4.25)$$

#### 4.1. I MODELLI DI LENTE

---

Analogamente per  $s(q)$ :

$$s(1) = r_{\text{core}}$$

Per galassie non sferiche, viene adottata la seguente normalizzazione:

$$f(q) = \frac{b_{\text{SIE}}(q)}{b_{\text{SIE}}(1)} = \frac{s(q)}{s(1)} = \frac{1}{\sqrt{q}} \quad (4.26)$$

Le coordinate sono quelle standard, ruotate di un angolo  $\theta_{\text{rot}}$  misurato in senso antiorario a partire da Est:

$$\bar{x} = x \cos \theta_{\text{rot}} + y \sin \theta_{\text{rot}} \quad (4.27)$$

$$\bar{y} = -x \sin \theta_{\text{rot}} + y \cos \theta_{\text{rot}} \quad (4.28)$$

Nel sistema di riferimento ruotato, il potenziale di lente e le sue derivate si esprimono come:

$$\psi = \bar{x}\phi_{\bar{x}} + \bar{y}\phi_{\bar{y}} + qb_{\text{SIE}}(q)s(q) \ln \left[ \frac{(1+q)s(q)}{\sqrt{(\Upsilon + s(q))^2 + (1-q^2)\bar{x}^2}} \right] \quad (4.29)$$

$$\psi_{\bar{x}} = \frac{qb_{\text{SIE}}}{\sqrt{1-q^2}} \arctan \left[ \frac{\bar{x}\sqrt{1-q^2}}{\Upsilon + s(q)} \right] \quad (4.30)$$

$$\psi_{\bar{y}} = \frac{qb_{\text{SIE}}}{\sqrt{1-q^2}} \operatorname{arctanh} \left[ \frac{\bar{y}\sqrt{1-q^2}}{\Upsilon + q^2s(q)} \right] \quad (4.31)$$

$$\psi_{\bar{x}\bar{x}} = \frac{qb_{\text{SIE}}}{\Upsilon} \frac{q^2s^2(q) + \bar{y}^2 + s(q)\Upsilon}{(1+q^2)s^2(q) + 2\Upsilon s(q) + \bar{x}^2 + \bar{y}^2} \quad (4.32)$$

$$\psi_{\bar{y}\bar{y}} = \frac{qb_{\text{SIE}}}{\Upsilon} \frac{s^2(q) + \bar{x}^2 + s(q)\Upsilon}{(1+q^2)s^2(q) + 2\Upsilon s(q) + \bar{x}^2 + \bar{y}^2} \quad (4.33)$$

$$\psi_{\bar{x}\bar{y}} = -\frac{qb_{\text{SIE}}}{\Upsilon} \frac{\bar{x}\bar{y}}{(1+q^2)s^2(q) + 2\Upsilon s(q) + \bar{x}^2 + \bar{y}^2} \quad (4.34)$$

Per poi venire derotate nel sistema di riferimento originale da:

$$\psi_x = \psi_{\bar{x}} \cos \theta_{\text{rot}} - \psi_{\bar{y}} \sin \theta_{\text{rot}} \quad (4.35)$$

$$\psi_y = \psi_{\bar{x}} \sin \theta_{\text{rot}} + \psi_{\bar{y}} \cos \theta_{\text{rot}} \quad (4.36)$$

$$\psi_{xx} = \psi_{\bar{x}\bar{x}} \cos^2 \theta_{\text{rot}} + \psi_{\bar{y}\bar{y}} \sin^2 \theta_{\text{rot}} - 2\psi_{\bar{x}\bar{y}} \sin \theta_{\text{rot}} \cos \theta_{\text{rot}} \quad (4.37)$$

$$\psi_{yy} = \psi_{\bar{x}\bar{x}} \sin^2 \theta_{\text{rot}} + \psi_{\bar{y}\bar{y}} \cos^2 \theta_{\text{rot}} + 2\psi_{\bar{x}\bar{y}} \sin \theta_{\text{rot}} \cos \theta_{\text{rot}} \quad (4.38)$$

$$\psi_{xy} = (\psi_{\bar{x}\bar{x}} - \psi_{\bar{y}\bar{y}}) \sin \theta_{\text{rot}} \cos \theta_{\text{rot}} + \psi_{\bar{x}\bar{y}} (\cos^2 \theta_{\text{rot}} - \sin^2 \theta_{\text{rot}}) \quad (4.39)$$

Da queste si ricavano la convergenza  $k$ , lo shear  $\gamma$  e la magnification map  $\mu$ :

$$k = \frac{1}{2}(\psi_{xx} + \psi_{yy}) \quad (4.40)$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{2}(\psi_{xx} - \psi_{yy}) \quad (4.41)$$

$$\gamma_2 = \psi_{xy} \quad (4.42)$$

$$\gamma = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} \quad (4.43)$$

$$\mu = \frac{1}{(1 - \psi_{xx})(1 - \psi_{yy} - \psi_{xy}^2)} \quad (4.44)$$

#### 4.1.4 Perturbazioni esterne

Avviene spesso che il semplice sistema sorgente più lente non sia comprensivo di tutte le possibili perturbazioni gravitazionali presenti lungo il tragitto della luce. Una lente gravitazionale può, per esempio, trovarsi in prossimità di un ammasso di galassie, la cui gravità influisce, più o meno debolmente, al computo totale delle perturbazioni subite dalla luce.

Oggetti in prossimità della lente, quindi, possono influenzarne il potenziale gravitazionale totale. Quando questa influenza è relativamente debole, è possibile analizzarla limitandosi a una espansione in serie di Taylor troncata al primo ordine.

Se l'influenza dell'ambiente è abbastanza distante da poterne trascurare la convergenza  $k$ , ci si riferisce all'effetto come *external shear*. Il potenziale della

#### 4.1. I MODELLI DI LENTE

---

perturbazione sarà espresso in funzione dello shear  $\gamma$  e dell'angolo di shear  $\theta_\gamma$ :

$$\psi_\gamma = \frac{1}{2}\gamma_1(x^2 - y^2) + \gamma_2xy \quad (4.45)$$

dove  $\gamma_1 = \gamma \cos 2\theta_\gamma$  e  $\gamma_2 = \gamma \sin 2\theta_\gamma$ . Le derivate prime (ovvero l'angolo di deflessione) e seconde sono:

$$\psi_x = \gamma_1x + \gamma_2y \quad (4.46)$$

$$\psi_y = \gamma_2x - \gamma_1y \quad (4.47)$$

$$\psi_{xx} = \gamma_1 \quad (4.48)$$

$$\psi_{yy} = \gamma_1 \quad (4.49)$$

$$\psi_{xy} = \gamma_2 \quad (4.50)$$

Per completezza, è anche possibile pensare la lente come immersa in un piano di densità superficiale di massa  $k$  costante, e di shear  $\gamma$  nullo. In questo caso, il potenziale della perturbazione sarà espresso in funzione di  $k$ :

$$\psi_k = \frac{k}{2}(x^2 + y^2) \quad (4.51)$$

Da cui son facilmente ricavabili l'angolo di deflessione e le derivate seconde del potenziale:

$$\psi_x = kx \quad (4.52)$$

$$\psi_y = ky \quad (4.53)$$

$$\psi_{xx} = k \quad (4.54)$$

$$\psi_{yy} = k \quad (4.55)$$

$$\psi_{xy} = 0 \quad (4.56)$$

In un sistema dove, oltre al potenziale gravitazionale della lente, è necessario considerare delle perturbazioni esterne, sarà sufficiente aggiungere uno di questi due contributi, o entrambi. Il potenziale totale sarà la somma dei singoli potenziali, e l'angolo di deflessione totale la somma dei singoli angoli di deflessione.

La sorgente analizzata nel Cap. 5 verrà modellata sommando al potenziale della lente un external shear costante dovuto all'ambiente in cui questa si trova immersa.

## 4.2 Implementazione del metodo

Mostrare come l'inversione semilineare regolarizzata riesca, attraverso quanto descritto nel Cap. 2, a ricostruire il profilo della sorgente lensata e ricavare i parametri della lente richiede una serie precisa di passaggi di seguito riportati.

### 4.2.1 L'immagine simulata

Il primo passaggio consiste nel simulare una sorgente qualsiasi. In questo esempio, il SP sarà composto da tre sorgenti gaussiane, di diversa FWHM (dalla più piccola alla più grande  $0.13''$ ,  $0.19''$ ,  $0.23''$ ), distanziate tra di loro perché siano singolarmente distinguibili. Questa sorgente fittizia viene simulata essere a redshift  $z_s = 3$ . Viene poi creato un modello di lente, un Single Isothermal Ellipsoid, sprovvisto di flat core (e quindi  $r_{\text{core}} = 0$ ,  $s_{\text{SIE}} = 0$ ), di redshift  $z_d = 0.7$  e parametri:

- dispersione di velocità  $\sigma = 260$  km/s
- $\theta_{\text{rot}} = 130^\circ$ , misurato in senso antiorario a partire dal Nord
- $q = 0.75$

Fissato un determinato modello di lente e i parametri che lo descrivono, le informazioni sul potenziale di lensing, sulla convergenza e sull'angolo di deflessione per ogni singolo raggio sono ottenute dalle equazioni descritte nella precedente sezione. Il passaggio dalla sorgente simulata all'immagine distorta, ovvero dal SP al LP, viene quindi eseguito attraverso la semplice applicazione di tali espressioni, inserite nell'equazione della lente per ogni pixel  $s_i$  del SP. Al fine di simulare una reale osservazione, l'immagine così ottenuta viene poi convoluta per una PSF strumentale (FWHM =  $0.08''$ ), e viene aggiunto del

rumore gaussiano.

Il risultato è ben visibile in Fig. (4.1).

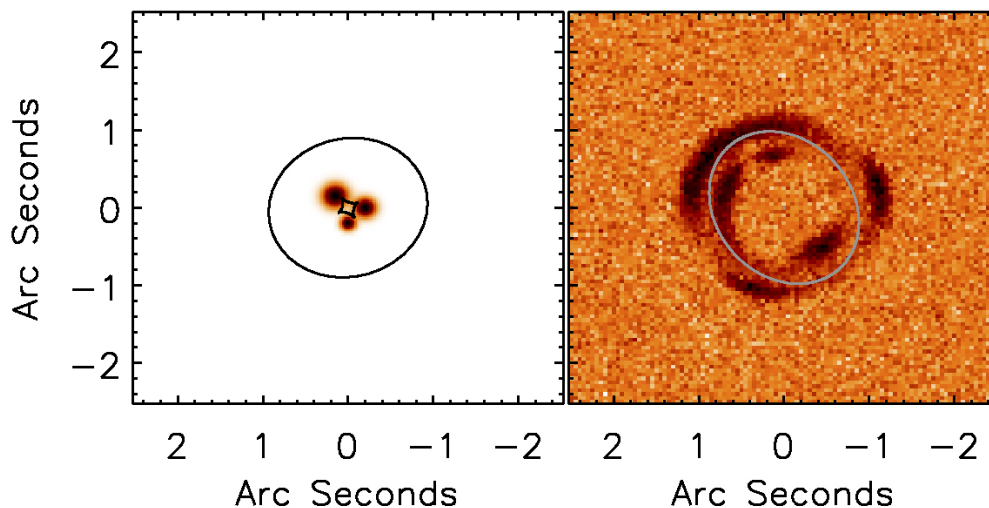


Figura 4.1: Nel riquadro a sinistra, il SP contenente la sorgente simulata; in nero, le caustiche. Nel riquadro di destra, il LP risultante a seguito di un fenomeno di lensing, convoluto per una PSF e aggiunto del rumore gaussiano al fine di simulare una osservazione; in grigio, la linea critica tangenziale (quella radiale è ridotta a un punto per via dell'assenza di un flat core nel modello SIE).

### 4.2.2 L'immagine invertita

Una volta simulata l'osservazione di una sorgente che ha subito *strong lensing*, lo scopo del metodo è quindi risalire alla sorgente imperturbata, e ai valori dei parametri che hanno causato tale distorsione.

La ricostruzione della sorgente avviene mediante l'Eq. (3.1), in assenza di regolarizzazione, o mediante l'Eq. (3.6), in presenza di una richiesta di regolarità a priori, e così si soddisfa la semplice ricerca di un punto estremale del  $\chi_{im}^2$ .

Nel livello superiore a tale minimizzazione, vi è il ciclo sui parametri della massa, finalizzato alla ricerca di quelli che meglio riproducono l'osservazione. Questa ricerca avviene mediante algoritmi **Monte Carlo Markov Chain** (MCMC).

I metodi di Monte Carlo sono delle tecniche statistiche, note a partire dalla metà degli anni '40. Si suppone di avere la misura di un fenomeno, e di voler ricavare i parametri che l'hanno generata. Se ricavare per essi una soluzione analitica è impossibile, o comunque laborioso, l'applicazione di uno dei metodi di Monte Carlo permette una stima di questi per vie traverse.

Si simulano, entro dei range prestabiliti, delle misure di valori di tali parametri, misure assolutamente casuali o che siano vincolate a seguire la distribuzione di probabilità che si pensa li abbia generati; ottenuti questi parametri, si osserva a che misura sperimentale avrebbero condotto. I parametri ricercati saranno quelli che, dopo un numero a discrezione dello sperimentatore di scelte casuali (o lanci), minimizzano la differenza tra la reale misura sperimentale e questa misura casuale (ovvero, che minimizzino un  $\chi^2$ ). Per esempio, si supponga di avere una distribuzione di valori in due dimensioni che si sanno essere generati a partire da una retta con particolare valore di intercetta e coefficiente angolare, e che siano questi ultimi due parametri quelli da voler ricavare. L'implementazione di un metodo di Monte Carlo si limita a estrarre  $N$  valori casuali di intercetta e coefficiente angolare, entro un range plausibile e con  $N$  sufficientemente elevato perché questi sia ben campionato, misurando ogni volta il  $\chi^2$  tra dati osservati e dati simulati, alla ricerca del  $\chi^2_{\min}$ .

Questa semplice ricerca casuale è numericamente dispendiosa, per due motivi: è necessario un numero elevato di realizzazioni perché la campionatura sia sufficientemente completa, e nella campionatura saranno presenti un elevato numero di valori poco interessanti o lontani dal minimo valore di  $\chi^2$ , che preferiremmo scartare aprioristicamente. Per tale motivo, piuttosto che conservare l'intero campione di parametri, si preferisce confrontare il valore del  $\chi^2$  tra una realizzazione casuale e quella che ha condotto al minimo valore finora conosciuto. Si confrontano i due  $\chi^2$ , e se la realizzazione casuale conduce a un valore superiore, viene scartata, altrimenti viene conservata, e il suo  $\chi^2$  diventa il nuovo minimo, e il processo esegue un passo in avanti.

Nel formalismo bayesiano, i MCMC sono quindi degli algoritmi che, campionando nello spazio dei parametri la funzione di verosimiglianza, generano una distribuzione di probabilità a posteriori. Ad ogni passo, si computa la verosimiglianza dei parametri in gioco, evitando di compiere un passo in avanti



## 4.2. IMPLEMENTAZIONE DEL METODO

---

a meno che la nuova verosimiglianza non sia migliore di quella precedente. Ragionamento analogo viene applicato nella ricerca degli iperparametri della lente.

Il processo avviene quindi secondo i seguenti passaggi:

1. Ad ogni passo del MCMC vengono estratti valori casuali degli iperparametri della lente. A partire da questa stima di tali valori, si valutano le quantità fondamentali del processo di lensing secondo le Eq. (4.29) - (4.34).
2. A partire da questi, avviene la misura della matrice  $\mathbf{F}$ . Essa custodisce al suo interno le informazioni relative al potenziale di lensing,  $\psi$ ; per ogni singolo pixel  $i$ , viene preso un SP unitario (ovvero, conteggi nulli dappertutto, e uguali a uno nell' $i$ -esimo pixel). Questo viene distorto per effetto della lente. Il LP viene quindi convoluto per l'appropriata PSF strumentale; il risultato sarà contenuto in una matrice di elementi  $f_{ij}$ , con la quale, secondo Eq. (3.3), viene costruita la matrice  $\mathbf{F}$ . E' necessario specificare che, per ricavare  $\mathbf{F}$ , non è necessario prendere l'intero SP, ma è sufficiente limitarsi a quei pixel contenuti all'interno di un anello che racchiude l'immagine. Non bisogna eccedere nel numero

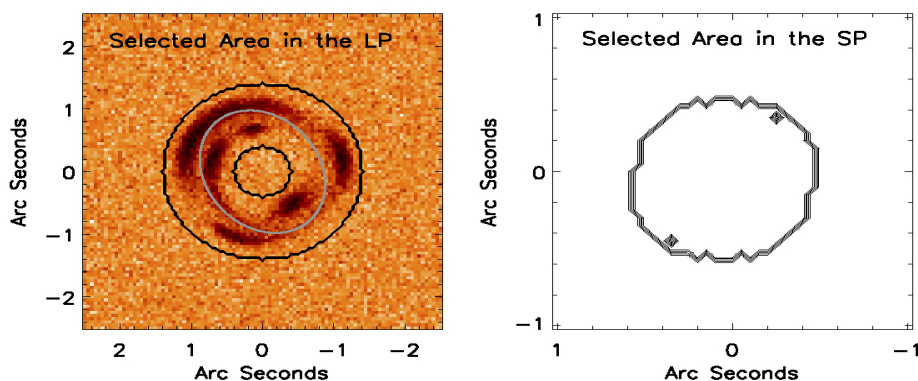


Figura 4.2: A sinistra, l'anello contenente i pixel del LP di interesse per l'inversione. Su ognuno di questi, viene eseguito il calcolo di  $f_{ij}$ , che costruiranno successivamente la matrice  $\mathbf{F}$ . A destra, come i pixel che compongono il bordo dell'anello nel LP vengono mappati indietro nel SP. L'immagine ricostruita sarà di conseguenza contenuta all'interno di quella struttura.

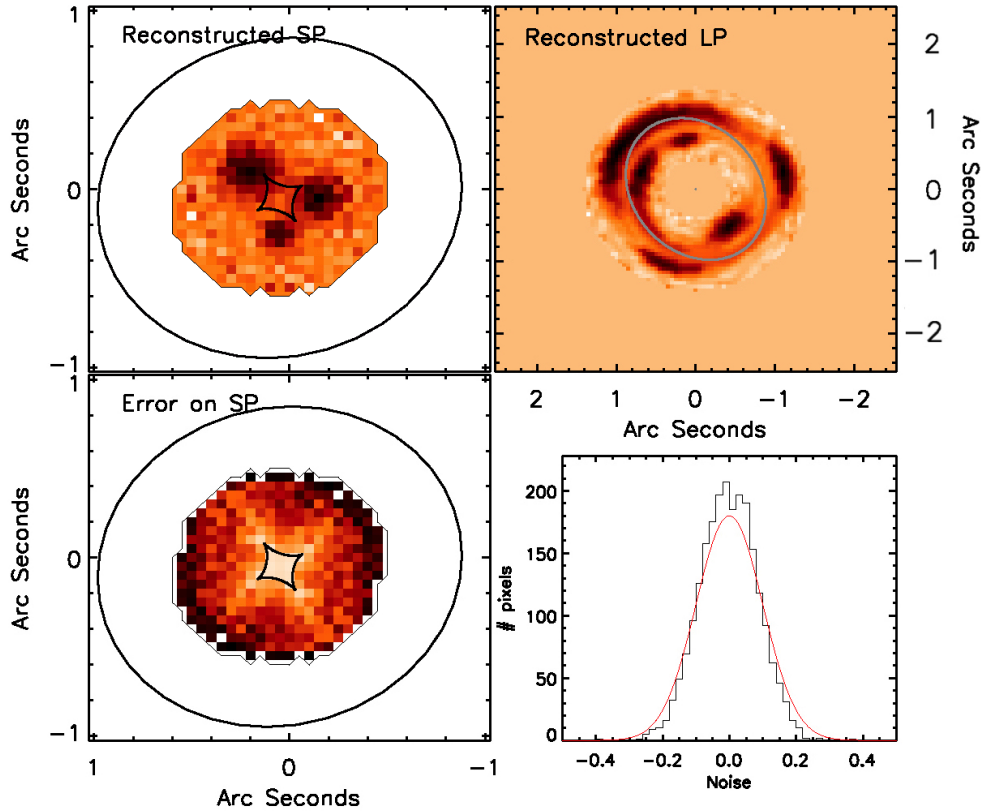


Figura 4.3: In alto a sinistra, il SP ricostruito mediante applicazione del metodo dell'inversione semilineare regolarizzata; come in precedenza detto, l'immagine è ricostruita solo nei pixel di interesse, ovvero in quelli contenuti entro un anello che racchiuda i pixel importanti al fine della ricostruzione. In alto a destra, il LP ricostruito a partire dal pannello di sinistra, ovvero quello che soddisfa la condizione di minimo di  $\chi_{im}^2$ . In basso a sinistra, gli errori associati alla ricostruzione del SP, ovvero la matrice di covarianza in Eq. (3.9). In basso a destra, l'istogramma dei residui, ovvero la differenza tra il LP originario e il LP ricostruito; in rosso, la distribuzione gaussiana del rumore atteso, in quanto stimato a partire dall'immagine, mentre le barre dell'istogramma descrivono i conteggi sui pixel dei residui. La somiglianza tra le due distribuzioni evidenzia la gaussianità del rumore risultante, e quindi la bontà della ricostruzione.

di pixel selezionati, al fine di non sovrastimare il rumore scegliendone alcuni che non fanno parte del processo di lensing, e soprattutto non bisogna limitarsi a scegliere esclusivamente i pixel con un conteggio elevato, al fine di non stimare affatto il rumore o, peggio, perdersi dei pixel che fanno comunque parte del lensing.

3. A questo punto sono noti tutti gli elementi dell'Eq. (3.25), meno che il termine di regolarizzazione  $\lambda_{\text{ott}}$ . Questo è ottenuto numericamente come il valore che massimizza l'evidenza nella sopra citata equazione.
4. Noti quindi gli iperparametri di prova, le matrici necessarie per minimizzare  $\chi_{im}^2$  e il termine di regolarizzazione  $\lambda$ , si procede al calcolo del valore di  $\ln \epsilon$ . Se questo è maggiore del valore massimo ricavato in precedenza, il MCMC esegue un passo in avanti, salva tale scelta degli iperparametri come quelli ricercati e il valore dell'evidenza come nuovo massimo. In caso contrario, i parametri vengono scartati e si ricomincia da una nuova scelta casuale.

Dopo un numero appropriato di passi, il ciclo viene concluso. Vengono quindi richiamate tutte le quantità che massimizzano l'evidenza, al fine di eseguire l'inversione semilineare regolarizzata con tali grandezze, ricavando così la sorgente ricostruita e la sua matrice di covarianza, che costituirà l'errore sull'immagine ricostruita, il tutto visibile in Fig. (4.3). Riguardo a quest'ultimo: come è immediatamente visibile negli esempi sembra che l'errore sulla ricostruzione tracci l'andamento delle caustiche (o meglio, della mappa della magnificazione). Questo è dovuto alla non corrispondenza biunivoca dell'equazione della lente. Nel processo di ray tracing dal LP al SP, è possibile che due pixel  $d_i$  e  $d_j$  del LP vengano mappati nello stesso pixel  $s_i$  del SP, e viceversa. In particolare, più i singoli pixel ricadono in prossimità o all'interno delle caustiche, più questi vengono mappati in diversi pixel del LP. Nel momento in cui il  $\chi_{im}^2$  viene misurato direttamente sul LP, questi pixel possiedono dei vincoli migliori, e di conseguenza la loro statistica è misurata con più precisione, e l'errore ad essi associato è minore.

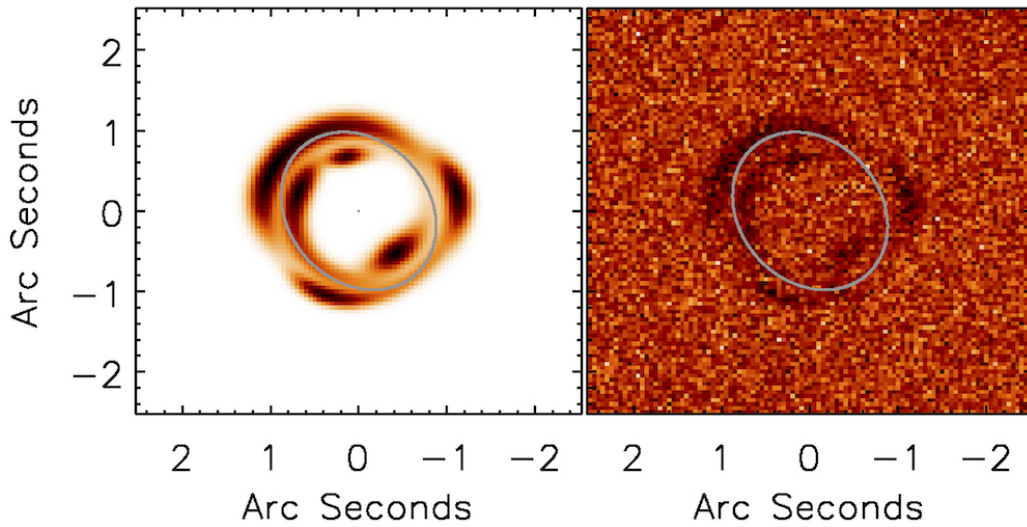


Figura 4.4: Il medesimo LP di Fig. (4.1), nei prossimi due esempi presi in questione: quando non è presente alcuna forma di rumore, o quando l'immagine è talmente rumorosa da rendere quasi impossibile l'identificazione delle caratteristiche tipiche del lensing.

### 4.2.3 L'impatto della regolarizzazione

Nei prossimi due esempi, il medesimo SP di Fig. (4.1) viene distorto dalla stessa lente assunta in precedenza. In un caso si aggiunge all'immagine un elevato valore del rumore (tre volte superiore all'esempio precedente), mostrando come la regolarizzazione sia necessaria per abbozzare un profilo di sorgente ricostruito che abbia una significato fisico; nell'altro, il rumore sarà ridotto al minimo (due ordini di grandezza inferiore all'esempio precedente), dimostrando come, in sua assenza, è sufficiente la semplice inversione senza regolarizzazione per ricostruire il profilo della sorgente. I due LP sono visibili in Fig. (4.4). Il rumore è sempre assunto essere Gaussiano. Entrambi i LP son convoluti per la medesima PSF strumentale, la stessa del precedente esempio.

I risultati sono mostrati in Fig. (4.5). E' immediato notare come la ricostruzione peggiori al crescere del rumore, e come al crescere di esso diventi fondamentale la presenza del termine di regolarizzazione perché la soluzione sul SP non risulti sparpagliata e priva di alcun senso fisico.

## 4.2. IMPLEMENTAZIONE DEL METODO

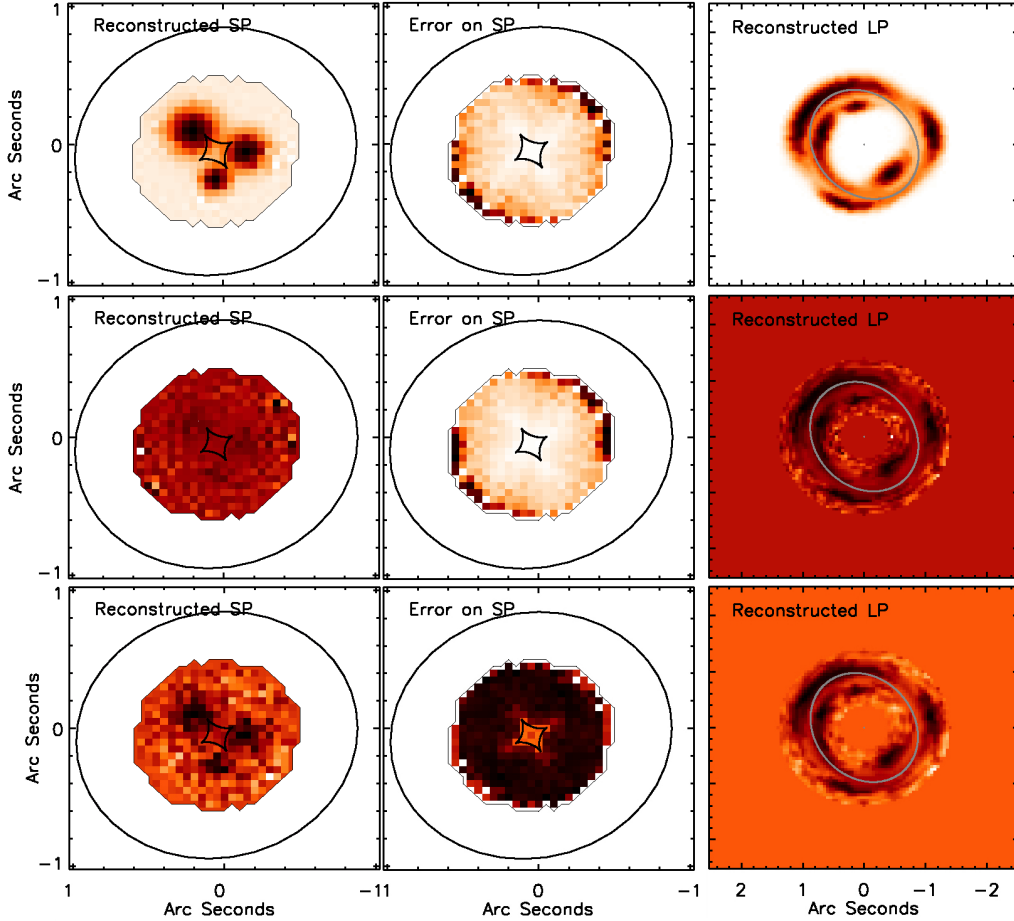


Figura 4.5: I SP ricostruiti e relativi errori. In alto, la ricostruzione effettuata a partire dal LP con rumore minimizzato, al centro e in basso da quello con elevato valore di rumore. E' immediato vedere (in alto) come, pur se convoluto con una PSF strumentale, l'assenza di una qualsiasi forma di regolarizzazione non impedisce all'inversione di ricostruire il profilo della sorgente nel SP. Non si può dire la stessa cosa nel caso in cui il rumore sia elevato: si nota immediatamente (in mezzo) come la ricostruzione priva di regolarizzazione non abbia portato al profilo della sorgente originaria, e la soluzione che minimizza semplicemente il  $\chi_{im}^2$  risulta sparpagliata all'interno dell'area di lensing; tuttavia, il LP ricostruito come quello che minimizza il  $\chi_{im}^2$  risulta essere plausibile, a dimostrazione di come soluzioni senza alcun senso fisico, e quindi non accettabili, possano essere ricavate dalla semplice minimizzazione. Per poter ricavare una soluzione accettabile è necessario aggiungere la regolarizzazione (in basso).

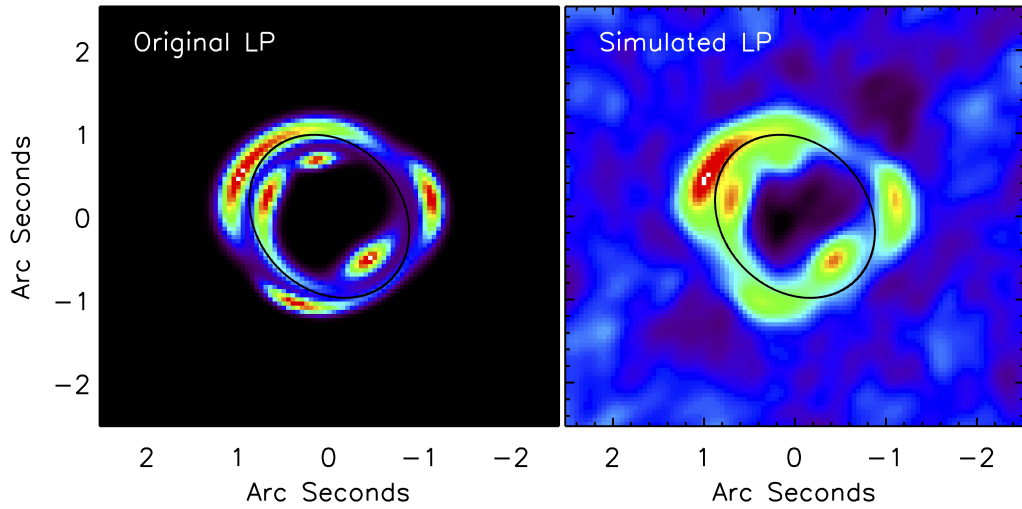


Figura 4.6: La simulazione di un'osservazione ALMA (a destra, senza che sia applicata alcuna deconvoluzione) del medesimo LP di Fig. (4.1) (a sinistra).

#### 4.2.4 La ricostruzione nel piano delle visibilità

Per mostrare l'estensione del metodo al piano  $uv$ , viene utilizzato lo stesso LP mostrato in precedenza (non convoluto per alcuna PSF strumentale e privo di qualsiasi rumore). Per simulare una osservazione interferometrica con ALMA, si sfrutta il software CASA, eseguendo i task `simobserve` e `simanalyze`. Il risultato è mostrato in Fig. (4.6). L'array è configurato in modo tale da ottenere un beam size di  $0.2''$ , e la perdita in brillantezza superficiale tipica delle configurazioni estese viene compensata simulando un'osservazione di mezz'ora. I risultati della simulazione sono salvati in un blocco di testo, contenente la distribuzione dei conteggi del LP reali e immaginari misurati direttamente nel piano  $uv$ .

Lo sviluppo del metodo è concettualmente simile al caso non interferometrico; le differenze stanno nella natura complessa delle visibilità, che comporta una separazione in componenti reali e immaginarie delle misure sul piano  $uv$ , e nella necessità di trasformare continuamente i risultati ottenuti per minimizzare nello spazio opportuno il  $\chi^2$  di Eq. (3.10). Il resto, come la necessità di ricostruire i conteggi contenuti dentro un anello, l'implementazione di una forma di regolarizzazione (in questo caso di gradiente), l'inversione e la ricerca

## 4.2. IMPLEMENTAZIONE DEL METODO

dei parametri di massa tramite MCMC, resta invariato.

La ricostruzione dell'immagine di cui sopra è visibile in Fig. (4.7).

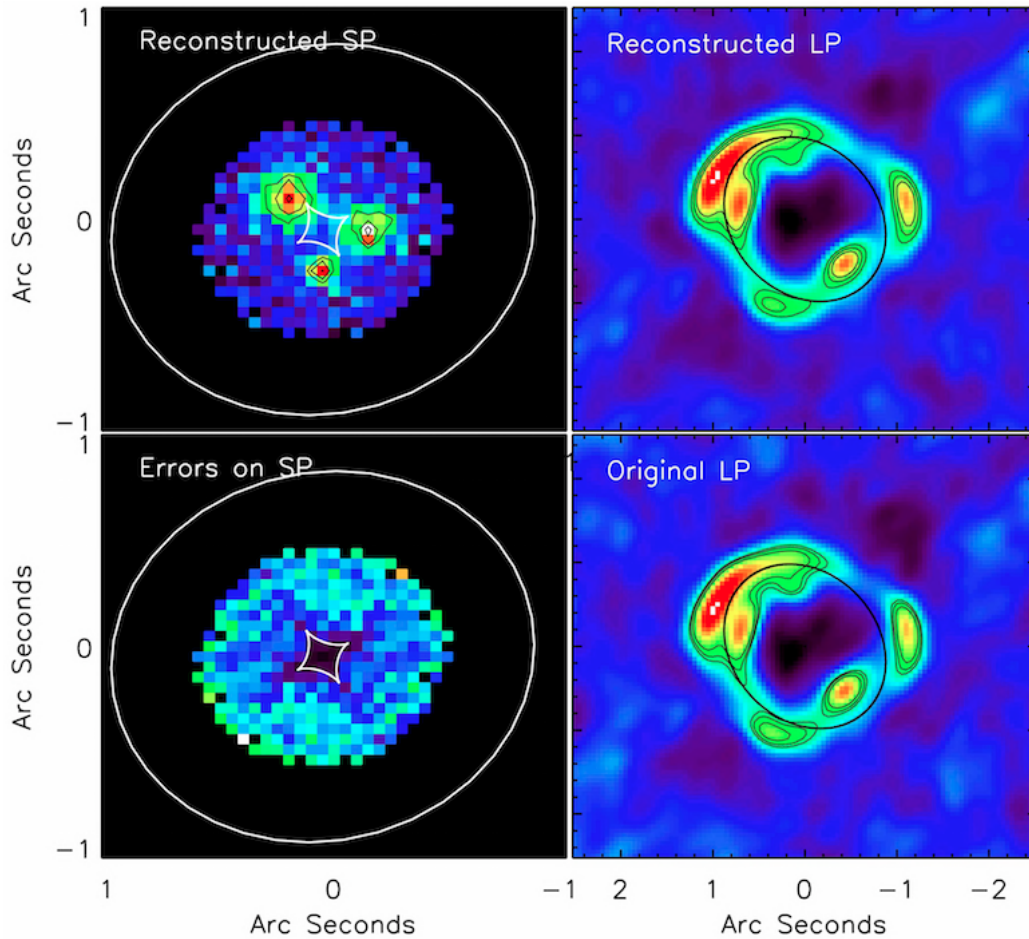


Figura 4.7: Il risultato della ricostruzione. Anche in questo caso, l'immagine è ricostruita solo nei pixel di interesse, e non all'esterno. Si noti anche la diversa conformazione del rumore di una immagine interferometrica rispetto alle precedenti. Perché il risultato sia completo, anche la ricostruzione dovrebbe passare attraverso gli stessi algoritmi di deconvoluzione dell'immagine osservata, al fine di eliminare questi residui di rumore.





# Capitolo 5

## Ricostruzione di una sorgente reale

### 5.1 Il lensing nel sub-mm

L'aumento della dimensione angolare di una sorgente nella mappatura dal SP al LP, accompagnato a una variazione nel flusso, risulta cruciale nell'identificazione e studio di sorgenti ad alto  $z$ , quando la risoluzione di strutture o di singole sotto strutture risulta complicata, o persino impossibile con i telescopi più potenti attualmente disponibili.

Come più volte accennato, la risoluzione spaziale di uno strumento è legata al limite di diffrazione; questo limite non è problematico nell'ottico, essendo dominato dal seeing, mentre limita enormemente le osservazioni nel lontano infrarosso e radio. In queste bande (Cap. 2) si ottiene una risoluzione accettabile grazie all'interferometria, che trasforma la risoluzione da quella dettata dall'apertura della singola parabola a quella della massima baseline tra due ricevitori.

La magnificazione del flusso generata dallo *strong lensing* può aiutare a risolvere le singole componenti, stellari (osservate in ottico) e di polveri (osservate nel lontano infrarosso), in quanto comporta un incremento dell'area coperta da una sorgente nel passaggio dal SP al LP, e quindi la possibilità che dettagli altrimenti inosservabili siano ben risolti.

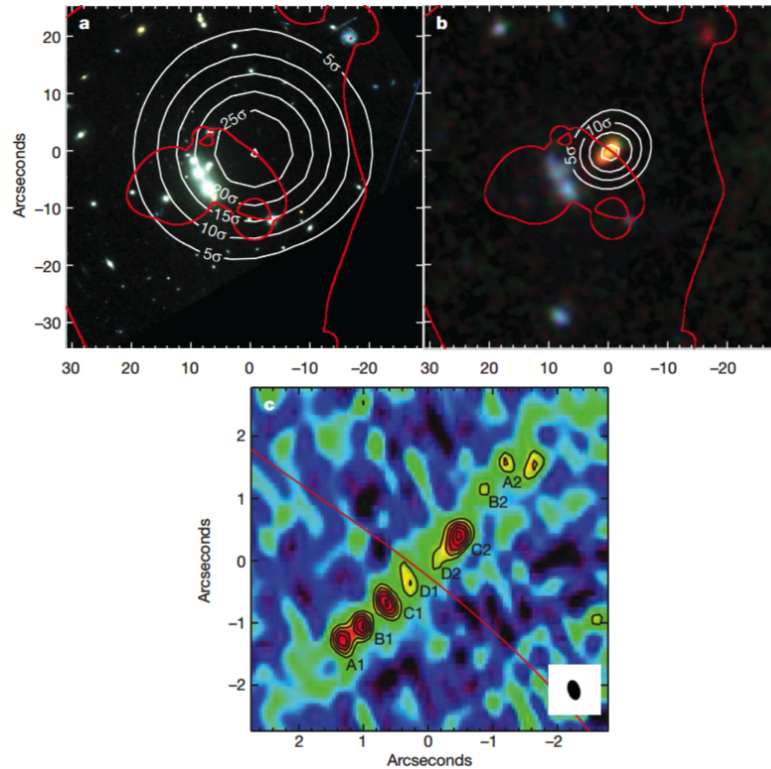


Figura 5.1: La *Cosmic Eyelash*, osservata a diverse lunghezze d'onda. In **a**, l'osservazione HST dell'ammasso; i contorni bianchi si riferiscono all'emissione misurata da LABOCA su APEX a  $870 \mu\text{m}$ , quelli rossi identificano le linee critiche del modello di lente dell'ammasso. In **b**, osservazioni a  $3.6$ ,  $4.5$  e  $8.0 \mu\text{m}$  dell'ammasso; i contorni bianchi si riferiscono all'emissione a  $350 \mu\text{m}$  osservata dal Submillimeter APEX Bolometer Camera (SABOCA). In **c** (ingrandimento di **b**), l'osservazione di LABOCA; le componenti A, B, C e D sono singole regioni risolte di alta formazione stellare, disposte lungo una regione di  $1.5 \text{ kpc}$ , la linea rossa è una linea critica dell'ammasso. Immagine tratta da Swinbank et al. (2010).

Il principale ostacolo all'utilizzo di tale magnificazione naturale nello studio dell'Universo ad alto  $z$  è sempre stato il come riuscire a scoprire tali fenomeni. In assenza di un metodo che sistematicamente riesca a identificare in una popolazione degli eventi di *strong lensing* (come nell'esempio di SLACS), la ricerca è sempre stata frutto più di scoperte casuali che volute. Un esempio è

la galassia SMMJ2135-0102 (anche nota come *Cosmic Eyelash*<sup>1</sup>), scoperta durante l'osservazione dell'ammasso MACSJ2135-010217, posto a  $z = 0.325$ , nella banda a  $850 \mu\text{m}$  dello strumento LABOCA su APEX (Swinbank et al., 2010). La galassia in background si trova a  $z = 2.3259$ , e il suo flusso ha subito una magnificazione  $\mu = 32.5 \pm 4.5$ , il che ha permesso la risoluzione (su scale dell'ordine dei 100 pc) di ben quattro diverse regioni di formazioni stellare distribuite su una regione di circa 1.5 kpc (circa 800 pc tra A e B, circa 450 pc tra C e D), visibili in Fig (5.1).

Come accennato alla fine del Cap. 2, queste osservazioni non sono più questioni di fortuna: è possibile sfruttare un metodo sistematico di identificazione di eventi di lensing nel sub-mm. Questo permetterà in futuro di analizzare e caratterizzare con enorme dettaglio le regioni di formazioni stellare all'interno delle SMG; osservare con maggiore precisione le righe che identificano il redshift della galassia, costruendo cataloghi sempre più completi e distribuzioni in  $z$  sempre più discriminanti i modelli di formazione; grazie alla ricostruzione del profilo della sorgente, di ricavare indizi sulla dinamica delle SMG, con conseguenze cruciali sui già citati modelli che tentano di descriverla in un'ottica evolutiva.

## 5.2 Le survey H-ATLAS e SPT

La tecnica sfrutta la forma molto ripida dei conteggi delle SMG nelle bande mm e sub-mm. La particolare distribuzione in redshift di questa popolazione, unita alla forma della funzione di luminosità (Lapi et al., 2011), fa sì che al di sopra di certi flussi (per esempio, 100 mJy a  $500 \mu\text{m}$ ), i conteggi differenziali crollino a zero. Osservare una SMG sopra quel particolare flusso ha due possibili implicazioni: si sta osservando una SMG insolitamente luminosa, o si sta osservando una normale SMG il cui flusso è stato magnificato da una galassia in foreground. La tecnica si basa quindi su una semplice selezione in flusso (Negrello et al., 2007).

Un esempio è visibile in Fig. (5.2): la coda dei conteggi a  $F_{500 \mu\text{m}} > 100$

---

<sup>1</sup>Così denominata perché rassomiglia a una ciglia, e per pura coincidenza trovata vicino a un oggetto noto come *The Cosmic Eye*

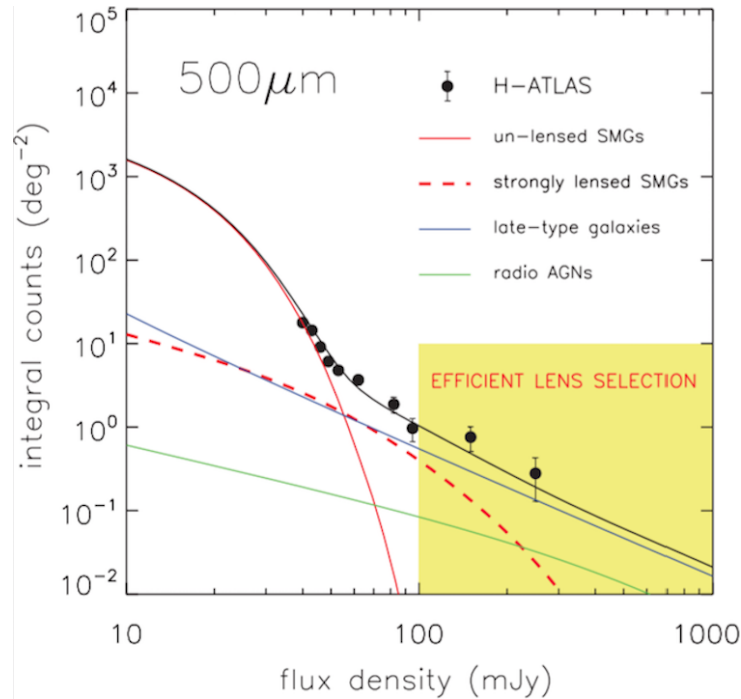


Figura 5.2: I conteggi integrali a  $500 \mu\text{m}$  sono composti di tre differenti popolazioni: SMG ad alto  $z$ , galassie late-type a basso  $z$ , radiosorgenti AGN. Sopra i 100 mJy, i conteggi delle SMG non lensate crollano drasticamente, e a dominare sono le SMG lensate (Negrello et al., 2010).

mJy risente fortemente della presenza di SMG fortemente lensate (Negrello et al., 2010). Per completezza, è ben inteso che altre sorgenti potrebbero contribuire ad alterare quella forma ripida, come l'emissione della polvere in dischi di galassie a spirale o galassie starburst locali a  $z < 0.1$ , o l'emissione di sincrotrone da AGN ad alto redshift; tuttavia, queste sorgenti sono facilmente identificate analizzando i cataloghi resi disponibili da diverse surveys radio o ottiche, e quindi rimosse dal campione. Tutto quello che rimane rientra in due categorie di sorgenti: SMG il cui flusso è stato magnificato, o SMG insolitamente luminose (HYLIRGs).

Nel caso preso in esame in Fig. (5.2), il calcolo statistico sulla probabilità di osservare le SMGs lensate, misurata a partire da assunzioni teoriche sui modelli di formazione di galassie starforming e sulla distribuzione delle lenti, conferma che questa è relativamente alta, aiutata anche dal fatto che le SMG sono localizzate a redshift tipicamente alti, comportando un incremento nella

## 5.2. LE SURVEY H-ATLAS E SPT

---

probabilità di *strong lensing*. Per osservazioni a  $500 \mu\text{m}$ , la stima porta a una densità superficiale di SMG lensate predetta dell'ordine di  $\sim 0.3 \text{ deg}^{-2}$  per densità di flusso maggiori a  $100 \text{ mJy}$ . Perché la selezione sia effettiva è quindi necessario che vengano coperte tramite delle surveys grandi aree di cielo, dell'ordine delle centinaia di gradi quadrati, riuscendo così a produrre un campione significativo di galassie lensate.

Questa analisi è stata eseguita, con successo, a partire dal 2010, sfruttando i dati resi disponibili dalle surveys condotte nel sub-mm con il telescopio spaziale dell'ESA Herschel, come ad esempio *Herschel Astrophysical Terahertz Large Area Survey* (H-ATLAS), che in oltre 600 ore ha mappato circa  $570 \text{ deg}^2$  di cielo in cinque bande diverse ( $100 \mu\text{m}$ ,  $160 \mu\text{m}$ ,  $250 \mu\text{m}$ ,  $350 \mu\text{m}$ , e  $500 \mu\text{m}$ ), sfruttando gli strumenti *Spectral and Photometric Imaging Receiver* (SPIRE) e *Photodetector Array Camera and Spectrometer* (PACS) (Eales et al., 2010).

Durante la Science Demonstration Phase (SDP, da cui il nome delle sorgenti individuate), eseguita nel Novembre 2009, sono stati coperti  $16 \text{ deg}^2$  di cielo, osservando  $\sim 6600$  sorgenti. Di queste, ne sono state identificate undici con  $F_{500 \mu\text{m}}$  superiore a  $100 \text{ mJy}$ . Un rapido controllo di cataloghi ottici e

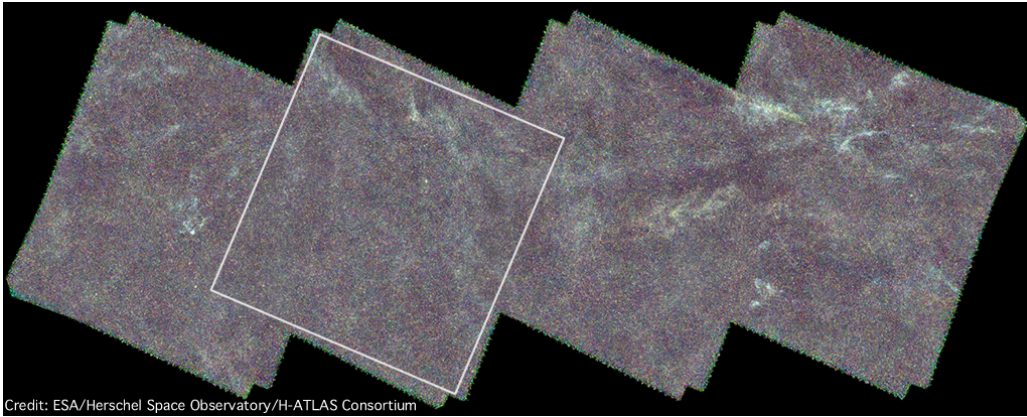


Figura 5.3: In figura: uno dei diversi patch che compongono i  $570 \text{ deg}^2$  della survey H-ATLAS. Nel riquadro bianco, centrato nelle coordinate  $\alpha = 9^{\text{h}} 5^{\text{m}}$ ,  $\delta = +0^{\circ} 30'$ , sono evidenziati i  $16 \text{ deg}^2$  della Science Demonstration Phase. La posizione scelta non è casuale: tre dei patch di H-ATLAS sono stati scelti per sovrapporsi con tre campi della survey GAMA (Galaxy and Mass Assembly) (Eales et al., 2010).

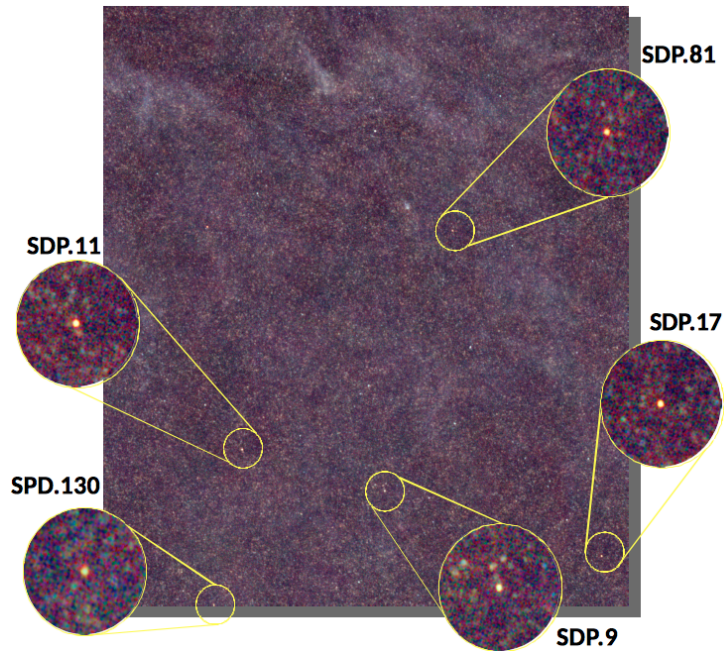


Figura 5.4: Il campo di  $16 \text{ deg}^2$  coperto durante la Science Demonstration Phase di H-ATLAS. Sono evidenziate le cinque sorgenti riconosciute come galassie sub-mm magnificate per effetto di *strong lensing*. E' immediato notare come la scarsa risoluzione spaziale tipica di una survey impedisca la risoluzione delle feature tipiche del lensing, come gli Einstein ring. Per una migliore risoluzione, è necessario eseguire un follow-up delle singole sorgenti (Negrello et al., 2014)

radio hanno mostrato come quattro di esse fossero delle galassie a spirale con  $z = 0.01 \div 0.05$  (Baes et al., 2010), una un blazar a  $z = 1$  (González-Nuevo et al., 2010), l'ultima una zona di formazione stellare galattica, mentre l'analisi degli indici di colore delle restanti risultava compatibile con quello di SMG a  $z > 1$ . Le cinque sorgenti (denominate SDP.9, SDP.11, SDP.17, SDP.81 e SDP. 130 e la cui posizione all'interno del campo H-ATLAS/SDP è visibile in Fig.(5.4)) sono state quindi sospettate essere galassie sub-millimetriche con flusso magnificato per via del lensing gravitazionale. La conferma è arrivata da diverse campagne di follow-up eseguite in un vasto intervallo di lunghezza d'onda, che hanno sfruttato, tra le tante, il SMA e il telescopio Keck (Negrello et al., 2010), lo spettrometro Z-Spec (Lupu et al., 2012), e la Wide Field Camera 3 (WFC3) a bordo di HST, che verrà in seguito riportata.



## 5.2. LE SURVEY H-ATLAS E SPT

Risultato analogo è stato ottenuto dai primi 1300 deg<sup>2</sup> di una survey di 2500 deg<sup>2</sup> condotta con il South Pole Telescope a 1.4 mm (Vieira et al., 2010). A partire dal catalogo di galassie ad alto redshift ottenuto dalle osservazioni, una volta sottratte tutte le possibili contaminazioni (galassie locali a  $z < 0.03$  già presenti nel catalogo IRAS o quasar radio con forte emissione di sincrotrone) è stato estratto un campione di 76 sorgenti con  $F_{1.4\text{mm}} > 20$  mJy. All'interno del ciclo-0 di ALMA, a Novembre 2011 e Gennaio 2012 è stato eseguito l'imaging di 47 sorgenti a 870  $\mu\text{m}$ , in due possibili configurazioni con risoluzione angolare di 1.5" e 0.5"; per 24 di queste (più due non selezionate per l'imaging) è stata eseguita anche un'analisi spettroscopica al fine di ricavarne il redshift.

Un esempio di queste osservazioni è visibile in Fig.(5.5), dove sono illustrate dieci sorgenti per le quali sono contemporaneamente disponibili osservazioni nel NIR, il redshift spettroscopico e l'imaging ALMA a 870  $\mu\text{m}$  nel quale le strutture tipiche del lensing siano ben evidenti (Vieira et al., 2013). E' interessante notare come le osservazioni con ALMA abbiamo richiesto, nelle due configurazioni dell'interferometro, non più di due minuti complessivi di

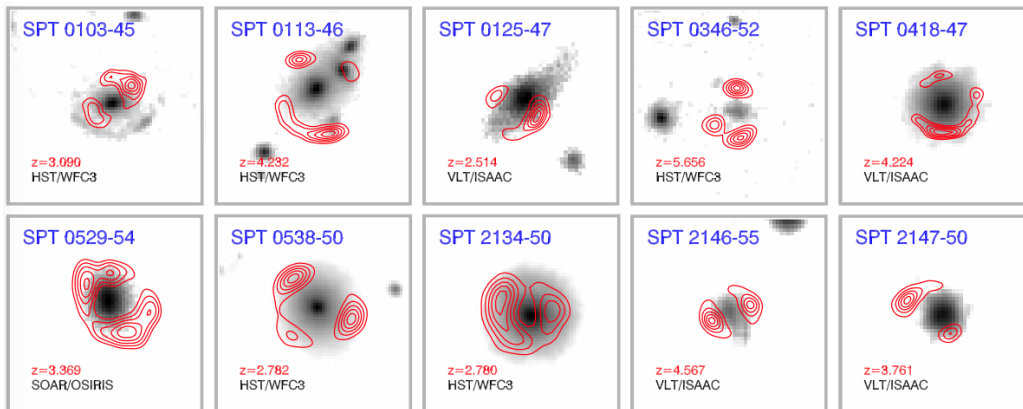


Figura 5.5: Un campione di 10 sorgenti del catalogo di SPT, osservate nel NIR da HST, VLT e SOAR, con sovrapposte (contorni rossi) le osservazioni a 870  $\mu\text{m}$  di ALMA, con risoluzione di 0.5". In rosso sono indicati i redshift spettroscopici delle singole sorgenti; degna di nota è la sorgente nell'ultimo pannello in basso a destra: da misurazioni di righe del CO è stato ricavato un redshift spettroscopico di  $z = 5.656$ , tra i più alti noti in letteratura per la popolazione di SMG, corrispondente a circa 1 Gyr dal Big Bang. (Vieira et al., 2013)

integrazione per essere eseguite, un tempo irrisorio rispetto a quanto richiesto in passato da interferometri come PdB o VLA. E' anche utile osservare come il segnale ALMA ignori completamente la presenza della galassia lente, tracciando esclusivamente la sorgente in background.

### Osservazioni HST/WFC3

Le prime cinque galassie lensate scoperte in H-ATLAS sono state osservate durante il 18esimo ciclo di osservazioni di HST, nell'Aprile 2011, con lo strumento WFC3 e filtri F110W (banda J, lunghezza d'onda al picco di  $1.15 \mu\text{m}$ ) e F160W (banda H, lunghezza d'onda al picco di  $1.545 \mu\text{m}$ ), cercando nelle osservazioni di ridurre l'impatto dell'emissione della galassia lente sul segnale della sorgente lensata, altrimenti troppo debole per essere rivelato. Il tempo di integrazione complessivo per ogni sorgente è minore nella banda J che nella H (1412 secondi contro 3718 per SDP.9, SDP.11 e SDP.17; 712 secondi contro 4418 per SDP.81 e SDP.130); in questo modo si sfrutta la prima banda per rilevare al meglio la lente, e la seconda per identificarne al meglio la morfologia e aumentare il segnale della sorgente lensata sul rumore della lente, che comunque sarà necessario sottrarre successivamente. La PSF delle immagini ha una FWHM compresa tra  $0.13''$  e  $0.16''$  a  $\lambda = 1.1 \div 1.6 \mu\text{m}$ . I risultati delle osservazioni sono visibili nei pannelli di sinistra in Fig. (5.6). Fatta eccezione di SDP.130, le altre quattro immagini mostrano, con diversa magnitudine, la presenza di strutture tipiche di fenomeni di lensing (anelli di Einstein o archetti). Mostrare nella sua pienezza la morfologia della sorgente lensata richiede la sottrazione del profilo della lente, misurato e poi sottratto con il software GALFIT. I risultati di questa sottrazione sono visibili nei pannelli di destra di Fig. (5.6).

Nella successiva sezione, sarà descritta la ricostruzione di una di queste cinque sorgenti, SDP.81, nelle osservazioni appena riportate eseguite da HST, e nei dati resi disponibili da ALMA.



## 5.2. LE SURVEY H-ATLAS E SPT

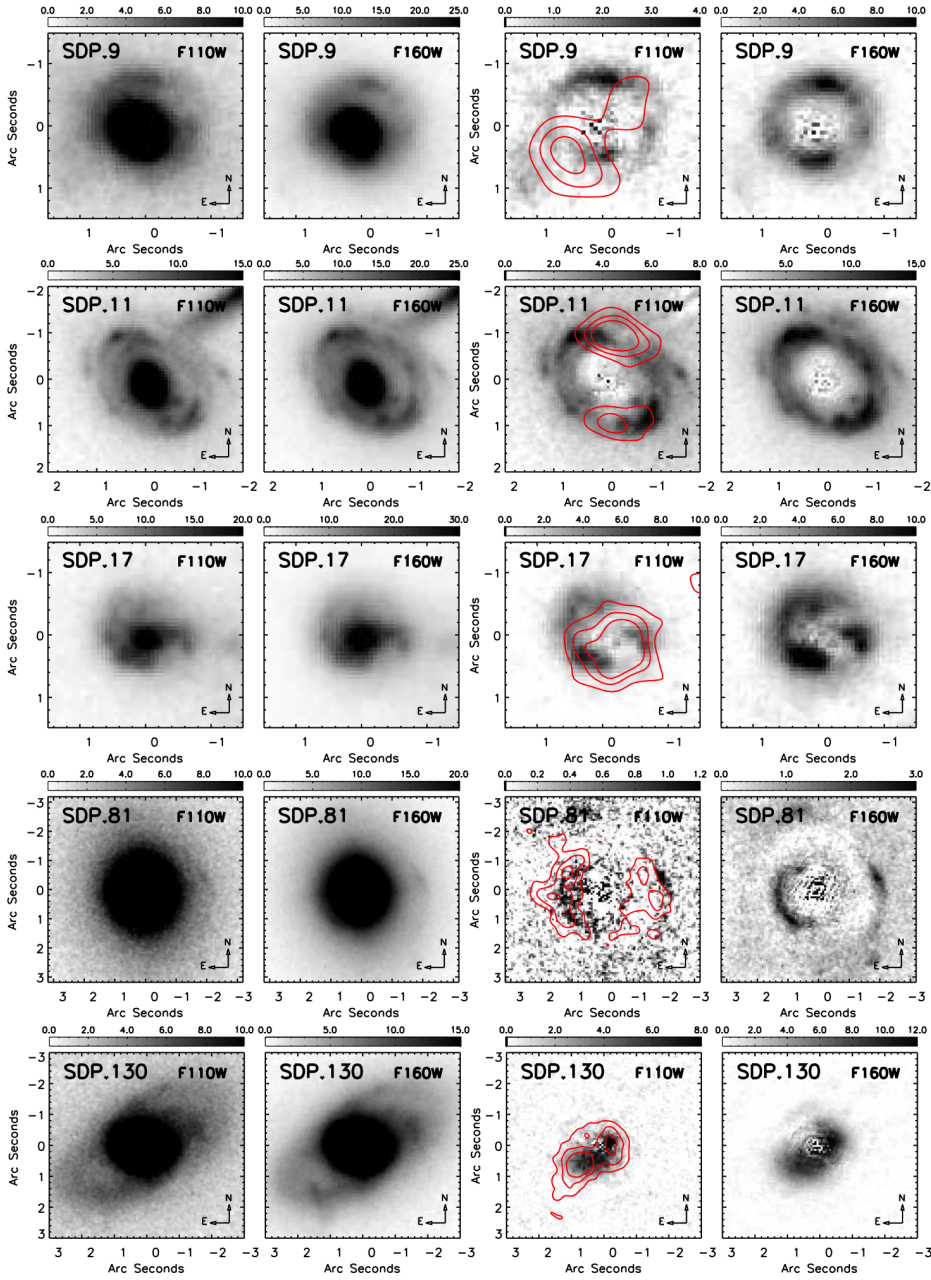


Figura 5.6: A sinistra, le cinque sorgenti SDP osservate nella campagna di follow up con lo strumento WFC3 su HST, nei filtri F110W e F160W. A destra, le stesse sorgenti una volta eseguita la sottrazione della lente tramite GALFIT; i contorni in rosso, tratti da Bussmann et al. (2013), corrispondono ai rapporti  $S/N = 3, 6$  e  $9$  osservati da SMA a  $880\mu\text{m}$ . L'intensità della brillantezza superficiale è espressa in  $\mu\text{Jy arcsec}^{-2}$ . Immagine tratta da Negrello et al. (2014).

### 5.3 La ricostruzione di SDP.81

H-ATLAS J090311.6+003906, o più semplicemente SDP.81, è stata la prima sorgente identificata all'interno di H-ATLAS. E' una galassia ellittica molto massiccia (massa in stelle misurata di  $M_* = 10.3 \pm 2.8 M_\odot$ ) a redshift  $z = 0.2999 \pm 0.0002$ , che agisce da lente su una DOG posta in background a  $z = 3.042 \pm 0.001$  (redshift spettroscopico misurato a partire da diverse righe del CO). L'emissione principale fino a lunghezze d'onda inferiori a qualche  $\mu\text{m}$  è quella della galassia in primo piano, mentre per  $\lambda$  superiori domina l'emissione della galassia lensata. La distribuzione di energia spettrale di SDP.81, mostrata in Fig. (5.7), risulta essere la tipica SED di un sistema formato da DOG più galassia lente ellittica. Delle cinque galassie presenti nel campione H-ATLAS/SDP, è l'unica ad essere stata osservata anche da ALMA con risoluzione spaziale inferiore a  $1''$ . Per questo motivo, in questo lavoro di tesi è stata scelta per ricostruire il suo profilo di brillantezza superficiale tramite l'inversione semilineare regolarizzata nel vicino infrarosso dai dati HST e nel millimetrico dai dati ALMA.

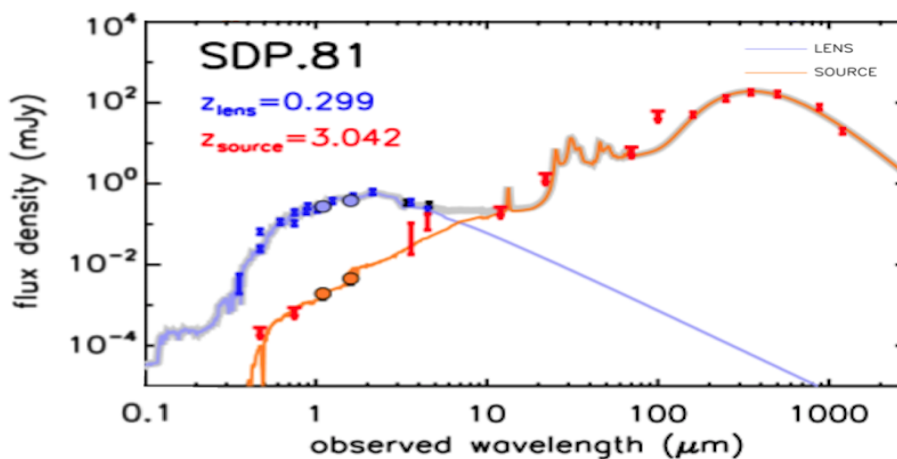


Figura 5.7: La distribuzione di energia spettrale di SDP.81. La lente è identificata dal colore blu, la sorgente in background dall'arancione, la somma delle due dal grigio. I cerchi riempiti sono i dati ottenuti con HST/WFC3. I dati ottici sono tratti dalla SDSS e da osservazioni con Keck, le misure nel vicino/medio IR da VIKING, WISE e SPITZER, la fotometria nel sub-mm da PACS/Herschel, SMA e MAMBO/IRAM. (Negrello et al., 2014)

### 5.3.1 Ricostruzione di dati HST

Per sottrarre il profilo della lente, e rendere più chiara la natura dell'evento di *strong lensing*, è necessario ricostruire il profilo di luce dei due sistemi. Il fit ricavato nelle due immagini HST è in ottimo accordo con due profili Sèrsic ( $n_1 = 2.3$  e  $n_2 = 2.0$  in F110W;  $n_1 = 2.9$  e  $n_2 = 0.9$  in F160W). Una volta sottratta la lente, vengono rilevati sui lati opposti due archi, ben visibili in Fig. (5.8), il più esteso non rilevabile in precedenza, consistente con l'emissione osservata nel sub-mm da SMA, e successivamente da ALMA. La morfologia dei due archi suggerisce che la sorgente si trova in prossimità di una cuspidale della caustica tangenziale della lente. Inoltre, un'analisi del rapporto  $S/N$  dei dati sembra implicare la presenza di altre due segnali secondari riconducibili alla sorgente, a Nord e Sud della lente, più deboli del segnale primario dei due archi, suggerendo che verranno ricostruite tre sorgenti indipendenti nel SP. La ricostruzione avviene a partire dall'immagine ottenuta nel filtro F160W (banda H) con lunghezza d'onda al picco  $1.545 \mu\text{m}$ , essendo quella ottenuta con il maggiore tempo di integrazione, e quindi con il miglior rapporto  $S/N$  una volta sottratta la contaminazione della lente. In tale banda, l'emissione HST traccia la componente stellare del sistema di SDP.81. Come mostrato nel Cap. 4, per poter ricostruire il profilo della sorgente è necessario selezionare delle zone dell'immagine contenenti i pixel di interesse, riducendo così il costo numerico e il rumore sulla ricostruzione: questi pixel sono contenuti all'interno di un anello e di due ellissi che tengano conto delle features secondarie sopra citate (Fig. (5.8)).

Il profilo della lente è assunto essere un SIE, descritto quindi dalla dispersione di velocità  $\sigma$ , dall'ellitticità  $q$  e dall'angolo di rotazione  $\theta_{\text{rot}}$  misurato in senso antiorario a partire dalla direzione Est. Altri due parametri aggiuntivi lasciati liberi sono la posizione  $(x_c, y_c)$  del centro della lente rispetto al centro dell'immagine. Infine, viene aumentato il numero di parametri a sette inserendo anche una perturbazione esterna  $\Gamma$  e l'angolo ad essa associato  $\theta_\Gamma$ , dovuta all'ambiente in cui il sistema si trova immerso. Per migliorare la qualità della ricostruzione, riducendo il rumore, viene usato il termine di regolarizzazione di ordine uno.

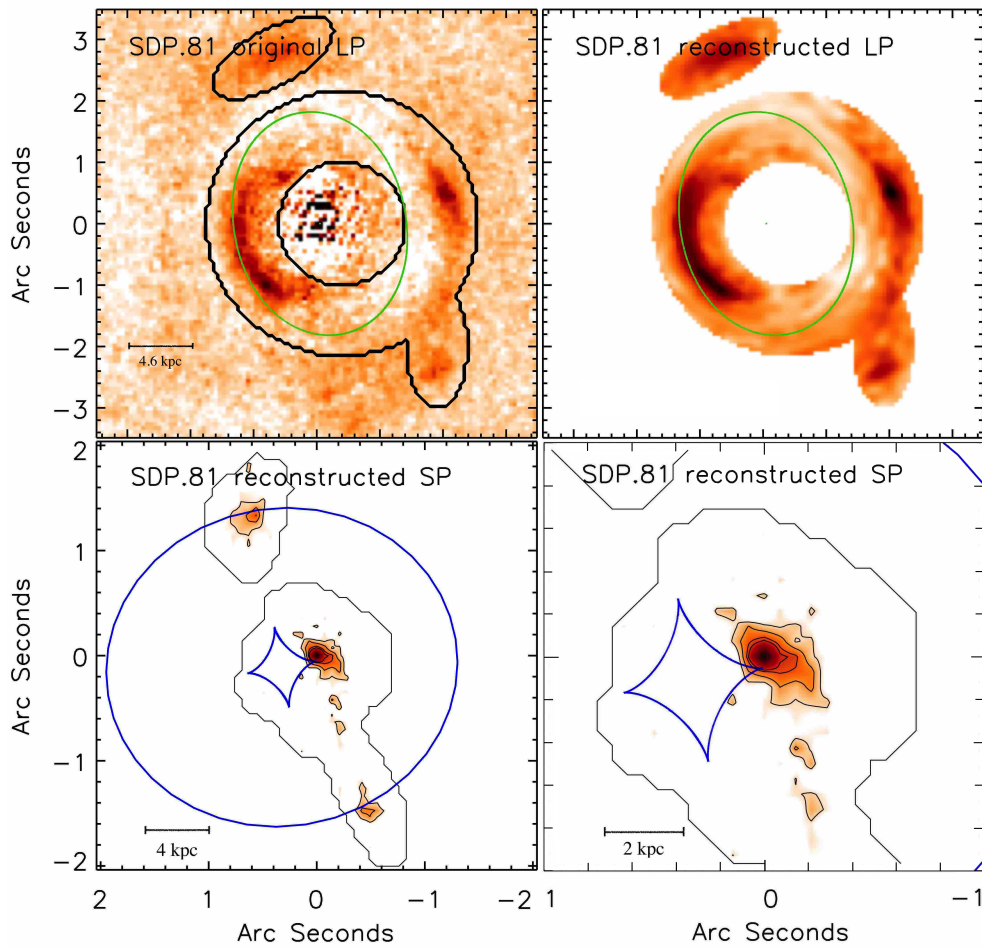


Figura 5.8: La ricostruzione dei dati HST di SDP.81. In alto a sinistra, il LP originale, ovvero l'osservazione nel filtro F160W di HST, con sovrapposti un anello e due ellissi contenenti i pixel che saranno usati nel processo di ricostruzione; in alto a destra il LP ricostruito; in basso a sinistra il SP ricostruito; in basso a destra un ingrandimento  $2'' \times 2''$  del SP ricostruito.

### 5.3. LA RICOSTRUZIONE DI SDP.81

$\sigma$ (km/s)	$\theta_E$ (")	$\theta_{\text{rot}}$ (°)	$q$	$x_c$ (mas)	$y_c$ (mas)	$\Gamma$	$\theta_\Gamma$ (°)
$259.7^{+0.8}_{-0.7}$	1.575	$102.3 \pm 0.6$	$0.79 \pm 0.05$	$54 \pm 6$	$0.52 \pm 0.05$	$0.036^{+0.04}_{-0.06}$	$6.3 \pm 2.6$

Tabella 5.1: I parametri della lente, nell'assunzione di SIE più perturbazione esterna. Gli angoli sono misurati in senso antiorario da Est. Le coordinate del centro della lente sono riferite alle coordinate del centro dell'osservazione HST. La misura di  $\theta_E$  è in naturale accordo con una prima stima osservativa basata sull'analisi dell'immagine, e con quanto presente in letteratura.

Il risultato è mostrato in Fig.(5.8), mentre i parametri di best-fit sono riportati nella Tabella di cui sopra. La scala è tale che a 500 mas sul SP corrispondono linearmente circa 4 kpc. Nella ricostruzione, si identificano tre sorgenti: quella principale in prossimità della cuspidale della caustica tangenziale, come previsto, e due sorgenti sensibilmente meno intense, allineate, distanti a  $1.35''$  ( $\sim 10.8$  kpc, sorgente a Nord) e  $1.45''$  ( $\sim 11.6$  kpc, sorgente a Sud) dalla principale. L'estensione complessiva del sistema è di  $3.11''$  ( $\sim 24.88$  kpc). Le dimensioni delle tre sorgenti, andando dall'alto verso il basso, sono approssimativamente di 403 mas, 570 mas e 348 mas, in scala lineare 3.22 kpc, 4.56 kpc e 2.78 kpc. Per ricavare la magnificazione dell'immagine si effettua una misura fotometrica sul flusso complessivo dell'immagine nel LP e nel SP, ottenendo così la magnificazione dal rapporto tra i due. In questa maniera, la magnificazione complessiva dell'immagine risulta essere  $\mu = 5.89$ , mentre quella della sorgente principale è di  $\mu = 10.3$ , in accordo con quanto ricavato da Dye et al. (2015).

#### 5.3.2 Ricostruzione di dati ALMA

Spostandosi verso lunghezze d'onda maggiori, come mostrato dalla SED in Fig.(5.7), la contaminazione della lente inizia a ridursi, fino a diventare irrilevante o sparire del tutto. Le osservazioni eseguite nel sub-mm/mm non saranno quindi influenzate dall'emissione della lente, eliminando così ogni incertezza derivante dal passaggio di sottrazione della lente.

Tra Ottobre e Novembre 2014, durante la 2014 ALMA Long Baseline Campaign, è stata osservata SDP.81 in continuo, in righe del CO e in una riga dell'H<sub>2</sub>O. Tutte le informazioni relative alle osservazioni sono consultabili in

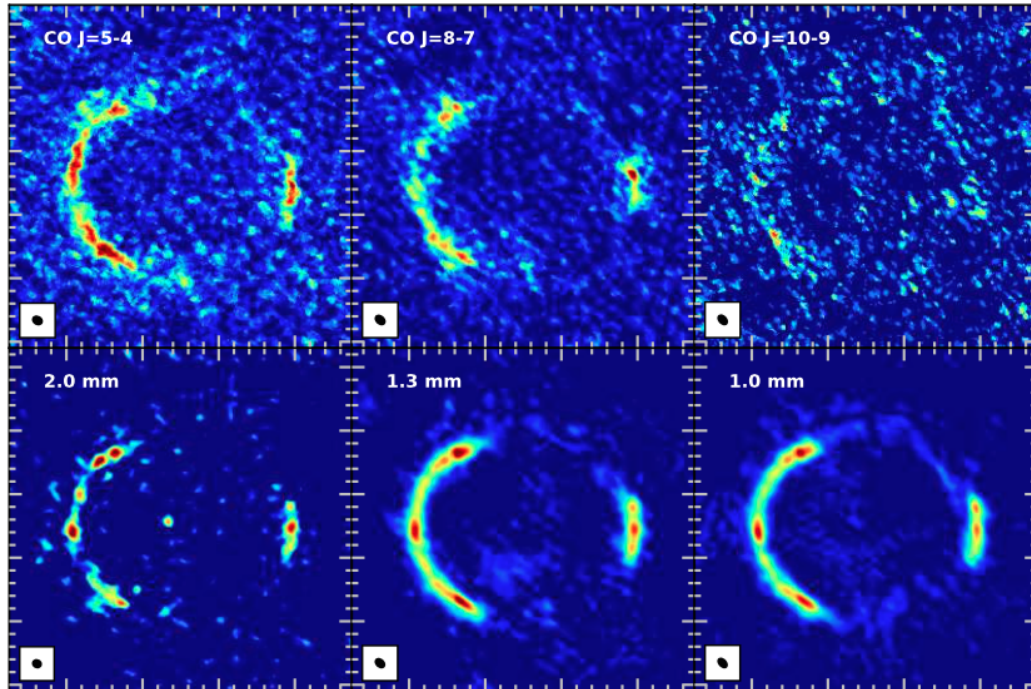


Figura 5.9: SDP.81 osservata nelle tre diverse righe del CO, e nelle tre bande spettrali. In tutti e sei i riquadri, è stato eseguito un  $uv$  tapering di  $1000 \text{ k}\lambda$ , portando il beam size (riquadro bianco in basso a sinistra) dell'immagine a  $\sim 170 \text{ mas}$ .

ALMA Partnership et al. (2015), e verranno qui sinteticamente riportate.

Le osservazioni sono state eseguite con un array di antenne compreso tra 31 e 36 a seconda della banda osservativa, e lunghezze delle baseline tra 15 m e 15 km (ma meno del 10% delle baseline era inferiore a 200 m), rendendo così l'array sensibile a strutture su scala angolare compresa tra i  $19''$  e i  $23 \text{ mas}$  (un fattore tra le 20 e le 80 volte migliore la risoluzione angolare ottenuta con SMA e PdBI). Le bande osservate sono la banda 4 ( $\sim 2 \text{ mm}$ ), la banda 6 ( $\sim 1.3 \text{ mm}$ ) e la banda 7 ( $\sim 1.0 \text{ mm}$ ). L'ampiezza totale di osservazione è di  $7.5 \text{ GHz}$ ; ogni singola banda è poi stata divisa in 4 finestre spettrali, tre da  $1.875 \text{ GHz}$  per il continuo a 2.0, 1.3 e 1.0 mm, e una centrata nella linea spettrale di interesse della singola banda:

- per le osservazioni in banda 4, la finestra di  $0.976 \text{ MHz}$  era centrata sulla riga del CO (5-4), con frequenza a riposo di  $576.267 \text{ GHz}$

- per le osservazioni in banda 6, la finestra, di dimensione variabile tra i 0.976 MHz e i 1.95 MHz, era centrata sulla riga dell'H<sub>2</sub>O (2<sub>02</sub> - 1<sub>11</sub>) con  $\nu_{\text{rest}} = 987.927$  GHz. In questa banda è inclusa anche la riga del CO (8-7) con  $\nu_{\text{rest}} = 921.799$  GHz
- per le osservazioni in banda 7, la finestra di 1.95 MHz era centrata sulla riga del CO (10-9) con  $\nu_{\text{rest}} = 1151.985$  GHz

Per tutte le righe spettrali, è stato necessario, al fine di facilitarne l'identificazione, eseguire un *uv tapering*, di 1000 k $\lambda$  per le righe del CO, aumentando il beam size a  $\sim 170$  mas, e di 200 k $\lambda$  per l'H<sub>2</sub>O, portando il beam size a 0.9". Per ottenere una copertura del piano *uv* sufficiente (resa complicata dalla posizione in prossimità dell'equatore celeste e dalla morfologia della sorgente) si è osservato per un tempo complessivo compreso tra le 9 e le 12 ore per singola banda. I tempi di osservazione on-source per le bande 4, 6 e 7 è stato di 5.9, 4.4 e 5.6 ore rispettivamente.

Le osservazioni sono riportate in Fig. (5.9). Come previsto dai contorni SMA in Fig. (5.6), vengono osservati due archi distinti in tutte le immagini, entrambi interpretabili come componenti di un anello di Einstein di raggio  $\sim 1.55''$ , in accordo con quanto precedentemente ricavato dai dati HST. Le uniche differenze sono uno spostamento tra le posizioni dei due archi, non perfettamente allineati, che verrà trattato in seguito, e la non presenza nel segnale ALMA delle due sorgenti secondarie a Nord e Sud della principale, ben visibili in HST.

Per la ricostruzione (Fig. (5.10)) in questo lavoro si è usato il segnale del continuo misurato in banda 6, centrato a 236 GHz. A queste visibilità, dopo un *averaging* di 20 secondi, si è applicato un *uv tapering*, necessario per ridurre il peso numerico della ricostruzione, e per aumentare il rapporto *S/N* evitando di interpretare rumore proveniente dal modo in cui è eseguito il *weighting* delle visibilità come sorgente da ricostruire, pur tuttavia sacrificando la risoluzione dell'immagine e della ricostruzione con l'aumento del beam size di entrambe rispetto a quanto ottenibile teoricamente. Il miglior accordo tra la necessità di contenere il costo numerico della ricostruzione, il non degradare troppo l'immagine e ridurre la presenza di segnale artificiale



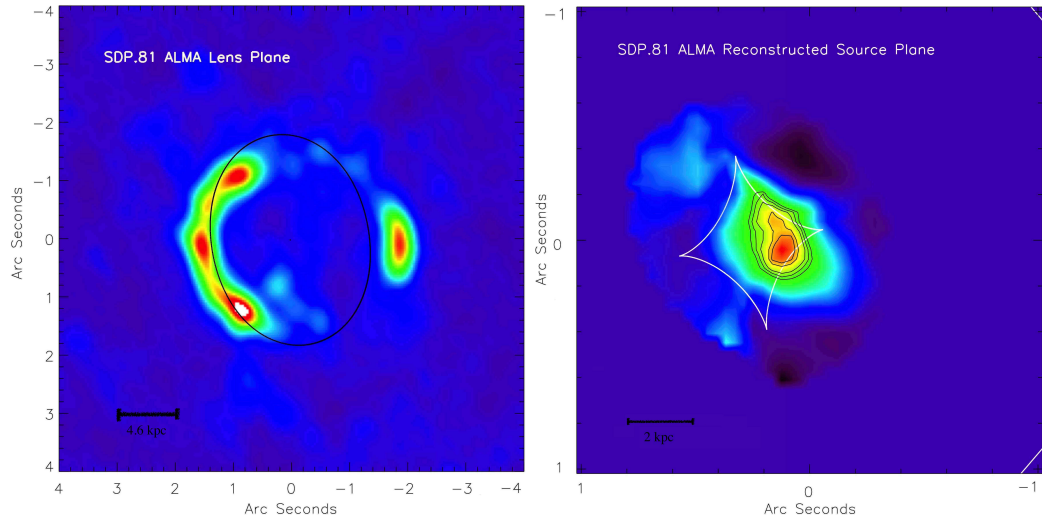


Figura 5.10: La ricostruzione del dato ALMA. A sinistra: SDP.81 osservata da ALMA nella continuo in banda 6, una volta eseguito un averaging nelle visibilità di 20 secondi, e un  $uv$  tapering di 500  $k\lambda$ . A destra, il risultato della ricostruzione.

proveniente da visibilities più alte si è ottenuto eseguendo un  $uv$  tapering a 500  $k\lambda$ , con un beam size finale di  $\sim 0.45''$ . I parametri della lente sono gli stessi ricavati dalla ricostruzione HST.

La sorgente viene ricostruita dentro la cuspidè della caustica tangenziale, non allineata con la posizione della ricostruzione HST, e possiede una magnificazione totale dal rapporto dei flussi di  $\mu = 15$ . Non è ovviamente possibile risolvere singolarmente i diversi clump di formazione stellare, anche se è intuibile la presenza di più di un singolo picco di emissione dai contorni dell'immagine in Fig. (5.10)-(5.11). Per poterli risolvere singolarmente, è necessario utilizzare le visibilità fornite da ALMA nella loro interezza, ovvero a massima risoluzione, senza alcun  $uv$  tapering o *averaging* sulle visibilità di sorta, ma ciò esula dai fini di questa tesi.

### 5.3.3 Risultati della ricostruzione

La prima cosa che salta all'occhio dalle due immagini, il cui risultato finale è visibile in Fig. (5.11), è il diverso posizionamento tra il dato nel vicino infrarosso di HST e il dato millimetrico di ALMA, che nella ricostruzione si



### 5.3. LA RICOSTRUZIONE DI SDP.81

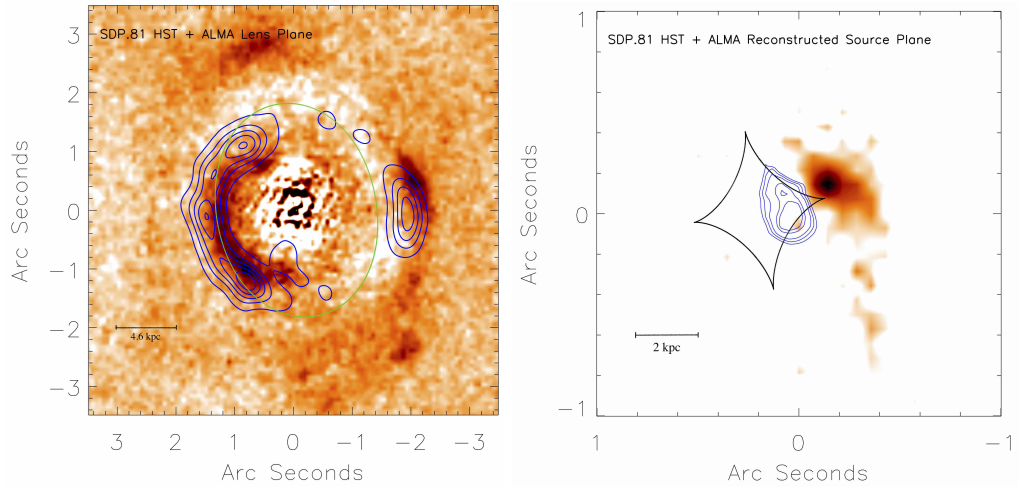


Figura 5.11: A sinistra: SDP.81 osservata da HST con sovrapposti in blu i contorni dell’osservazione ALMA in banda 6, una volta eseguito un averaging di 20s sulle visibilità e un  $uv$  tapering di 500  $k\lambda$ . Si nota distintamente nell’arco di destra il displacement tra l’emissione HST e l’emissione ALMA, che si ripercuote sul posizionamento della ricostruzione ALMA (contorni in blu) rispetto a quella HST, visibile a destra.

traduce in un netto disallineamento tra la regione che traccia la componente stellare e la regione che traccia la polvere in scala lineare di circa 1 kpc. Il disallineamento non era precedentemente rilevato dai dati SMA, anche se è necessario tenere a mente che il beam size dell’osservazione SMA è due ordini di grandezza maggiore di quella ALMA. Le possibili spiegazioni per tale disposizione tra HST e ALMA sono tre:

- Le due osservazioni stanno tracciando il segnale di due diverse sorgenti, che casualmente si trovano allineate lungo la linea di vista. Per quanto la meno probabile delle spiegazioni, è anche quella più ardua da provare: il segnale della lente rende estremamente difficoltosa una misurazione del redshift degli archi nell’immagine HST.
- Le due osservazioni provengono dalla stessa sorgente, ma non osserviamo nessun segnale ottico provenire dalla regione tracciata da ALMA per via dell’assorbimento da polveri, e i segnali secondari a Nord e Sud del principale nell’immagine HST non vengono interpretati come provenienti dalla stessa sorgente. Nell’Universo locale sono presenti numerosi esempi

di zone estremamente dense di polveri nei dischi di galassie a spirale (NGC891a) o attorno a galassie ellittiche (Centaurus A), che causano una riduzione del segnale ottico lungo una direzione. In una versione più estrema, potrebbe essere il caso di SDP.81.

- Le due osservazioni, compresi anche i segnali secondari HST, provengono dalla stessa sorgente, che sta attraverso una fase dinamicamente turbolenta, verosimilmente un fenomeno di merging, mentre il segnale ALMA, come nel caso precedente, traccerebbe una distribuzione di polveri e gas che nasconde completamente la radiazione di stelle giovani al suo interno. In questo scenario, la componente a Nord della sorgente principale sarebbe una galassia passatagli attraverso, e il resto dei segnali rilevabili nel SP ricostruito corrisponderebbero a scie mareali dovute all'interazione gravitazionale.

Quest'ultimo scenario sembra essere il più probabile. Uno studio dettagliato dell'osservazione eseguita da ALMA nei diversi canali, consultabile in Dye et al. (2015), ricostruisce la dinamica del segnale proveniente dal CO(5-4) e CO(8-7), assunto che questi si distribuisca lungo un disco inclinato di  $(40 \pm 5)^\circ$ , trovando che questi segue una dinamica ordinata, mostrata in Fig. (5.12), ma in procinto di disgregarsi una volta misurato il parametro di stabilità di Toomre ( $Q \sim 0.2$ ); disco che comunque presenta dei picchi di dispersione di velocità al suo interno, segno di una qualche interazione residua, e sembra esservi un allungamento appena pronunciato della ricostruzione del segnale ALMA verso il segnale HST, che richiederebbe una risoluzione migliore per essere pienamente visibile. La sorgente ricostruita, così, sarebbe il risultato di un merging tra due sorgenti, osservato nella fase subito successiva allo scontro, dopo che il gas è stato indotto al collasso nella regione centrale. Riguardo le altre due possibilità, occorre precisare che non è neanche così scontato che i due segnali a Nord e Sud della sorgente primaria, che ben si configurano nello scenario di un merging tra galassie con residui dovuti all'interazione mareale, siano effettivamente segnale della sorgente, posti al medesimo redshift  $z$ , e non sorgenti indipendenti poste lungo la stessa linea di vista. Purtroppo, riuscire a determinare il redshift da dati ottici o vicino infrarossi è estremamente

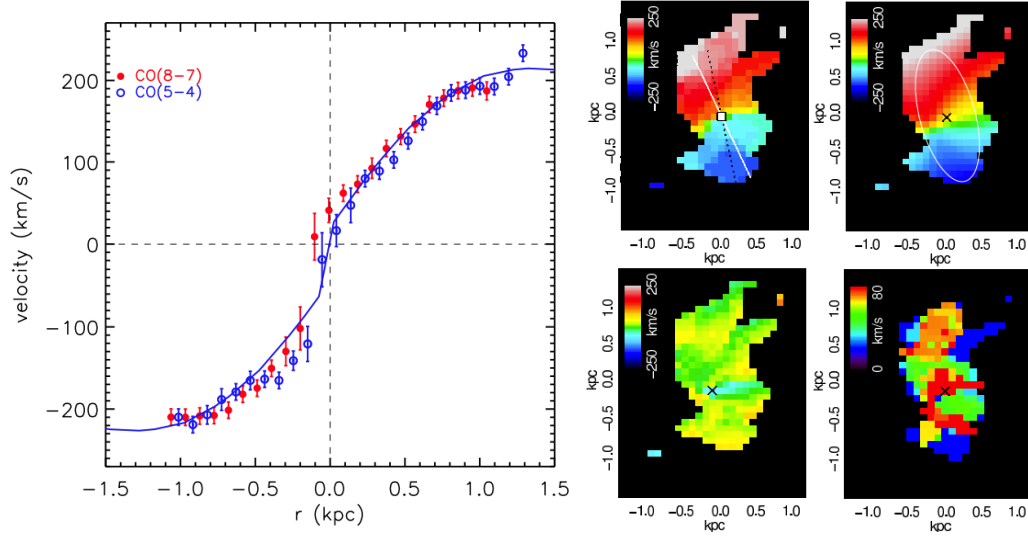


Figura 5.12: A sinistra, la curva di rotazione del segnale ricostruito proveniente dal CO(8-7) e dal CO(5-4); a destra, i campi di velocità osservati (in alto a sinistra), modellati (in alto a destra) e rispettivi residui (in basso a sinistra), più la dispersione di velocità (in basso a destra) del CO(8-7) per SDP.81 (Dye et al., 2015).

più complicato del caso sub-millimetrico/millimetrico e radio, per via della contaminazione del segnale da parte della lente. In assenza di tale misurazione, si è costretti a tenere in considerazione tutte le possibilità.

Ad ogni modo, una volta corretto il flusso per la magnificazione, per il segnale ricostruito nel millimetrico vengono trovati dei valori di luminosità infrarossa  $L_{\text{IR}} = 3.1 \pm 0.4 \times 10^{12} L_{\odot}$ , da cui si deducono una SFR di  $315 \pm 60 M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  e una massa delle polveri di  $M_d = 6.4 \pm 1.5 \times 10^8 M_{\odot}$ , consistenti con i tipici valori di una SMG a  $z \sim 2.5 \div 3$  (Dye et al., 2015).

Per il futuro, bisognerà attendere una stima indipendente di  $z$  per i segnali a Nord e Sud la sorgente principale di HST per poter confermare o indebolire l'ipotesi di una fase turbolenta del sistema a seguito di un episodio di merging, conferma che potrebbe arrivare da osservazioni a maggiore risoluzione angolare della riga del CO(1-0) di JVLA, riuscendo così a ricostruire una dinamica anche per le componenti UV/optiche presenti nel sistema.



# Sviluppi Futuri

Nel presente lavoro di tesi è stato illustrato il metodo dell'inversione semilineare regolarizzata, un metodo per ricostruire il profilo di brillantezza superficiale di una sorgente che ha subito *strong lensing*, esteso dal piano reale al piano  $uv$  dell'interferometria. Il metodo è stato applicato a osservazioni HST e ALMA di SDP.81, una sorgente scoperta nel 2010 all'interno di H-ATLAS, una survey condotta con il telescopio spaziale Herschel.

Quanto mostrato qui, ovviamente, non è esaustivo delle potenzialità e delle applicazioni del metodo. La tecnica di ricerca di eventi di *strong lensing* tramite i conteggi sub-millimetrici di un campione di galassie ad alto  $z$ , dimostratasi di enorme successo, permetterà in futuro di studiare l'Universo ad alto  $z$  con un dettaglio mai ottenuto in precedenza, se abbinato ai nuovi strumenti dell'analisi astrofisica già entrati in funzione (ALMA) o previsti per il futuro (JWST, SKA).

Anche prescindendo dalla necessità di nuove surveys per scoprire nuove sorgenti, sono già presenti in letteratura numerose osservazioni interferometriche eseguite con VLA o SMA di fenomeni di *strong lensing* all'interno dei campi osservati da H-ATLAS o HerMES (Herschel Multi-tiered Extragalactic Survey), che potrebbero essere ricostruite con l'estensione al piano  $uv$  del metodo. In passato (Bussmann et al., 2013) si è tentato di modellare e ricostruire i dati forniti da SMA tramite parametrizzazione della sorgente. Come accennato nel Cap. 3, racchiudere i conteggi della sorgente in una griglia di pixel per poi ricostruirli con il metodo dell'inversione semilineare regolarizzata s'è rivelato essere un metodo più affidabile e preciso della semplice parametrizzazione. Le conoscenze relative a quelle osservazioni migliorerebbero sensibilmente con l'applicazione del metodo a quei dati sub-millimetrici. Inoltre, restando sem-

pre nel campo di H-ATLAS, per ben due di queste sorgenti, SDP.9 e SDP.11, sono disponibili osservazioni in diverse lunghezze d'onda, come le osservazioni nell'X eseguite da Chandra dalle quali si evince la presenza di un buco nero centrale, le precedentemente citate osservazioni NIR di HST/WFC3, o quelle sub-millimetriche eseguite da SMA. Questo permetterà in futuro di ricostruire in un esteso range di frequenze il profilo delle due sorgenti, con l'enorme vantaggio della magnificazione, che aumenta il dettaglio dell'osservazione a livelli difficilmente raggiungibili in assenza del lensing, gettando così nuova luce sulle prime fasi di formazione stellare nell'Universo.

# Bibliografia

ALMA Partnership, C. Vlahakis, T. R. Hunter, J. A. Hodge, L. M. Pérez, P. Andreani, C. L. Brogan, P. Cox, S. Martin, M. Zwaan, S. Matsushita, W. R. F. Dent, C. M. V. Impellizzeri, E. B. Fomalont, Y. Asaki, D. Barkats, R. E. Hills, A. Hirota, R. Kneissl, E. Liuzzo, R. Lucas, N. Marcelino, K. Nakanishi, N. Phillips, A. M. S. Richards, I. Toledo, R. Aladro, D. Brogiere, J. R. Cortes, P. C. Cortes, D. Espada, F. Galarza, D. Garcia-Appadoo, L. Guzman-Ramirez, A. S. Hales, E. M. Humphreys, T. Jung, S. Kamenoi, R. A. Laing, S. Leon, G. Marconi, A. Mignano, B. Nikolic, L.-A. Nyman, M. Radiszcz, A. Remijan, J. A. Rodón, T. Sawada, S. Takahashi, R. P. J. Tilanus, B. Vila Vilaro, L. C. Watson, T. Wiklind, Y. Ao, J. Di Francesco, B. Hatsukade, E. Hatziminaoglou, J. Mangum, Y. Matsuda, E. van Kampen, A. Wootten, I. de Gregorio-Monsalvo, G. Dumas, H. Francke, J. Gallardo, J. Garcia, S. Gonzalez, T. Hill, D. Iono, T. Kaminski, A. Karim, M. Krips, Y. Kurono, C. Lonsdale, C. Lopez, F. Morales, K. Plarre, L. Videla, E. Villard, J. E. Hibbard, and K. Tatematsu. ALMA Long Baseline Observations of the Strongly Lensed Submillimeter Galaxy HATLAS J090311.6+003906 at  $z=3.042$ . *ArXiv e-prints*, March 2015.

M. Baes et al. Herschel-ATLAS: The dust energy balance in the edge-on spiral galaxy UGC 4754. *Astronomy and Astrophysics*, 518:L39, July 2010.

A. S. Bolton, S. Burles, D. J. Schlegel, D. J. Eisenstein, and J. Brinkmann. Sloan Digital Sky Survey Spectroscopic Lens Search. I. Discovery of Intermediate-Redshift Star-forming Galaxies behind Foreground Luminous Red Galaxies. *The Astronomical Journal*, 127:1860–1882, April 2004.

- 
- I. W. A. Browne, P. N. Wilkinson, N. J. F. Jackson, et al. The Cosmic Lens All-Sky Survey - II. Gravitational lens candidate selection and follow-up. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 341:13–32, May 2003.
- R. S. Bussmann, M. A. Gurwell, H. Fu, D. J. B. Smith, S. Dye, R. Auld, M. Baes, A. J. Baker, D. Bonfield, A. Cava, D. L. Clements, A. Cooray, K. Coppin, H. Dannerbauer, A. Dariush, G. De Zotti, L. Dunne, S. Eales, J. Fritz, R. Hopwood, E. Ibar, R. J. Ivison, M. J. Jarvis, S. Kim, L. L. Leeuw, S. Maddox, M. J. Michałowski, M. Negrello, E. Pascale, M. Pohlen, D. A. Riechers, E. Rigby, D. Scott, P. Temi, P. P. Van der Werf, J. Wardlow, D. Wilner, and A. Verma. A Detailed Gravitational Lens Model Based on Submillimeter Array and Keck Adaptive Optics Imaging of a Herschel-ATLAS Submillimeter Galaxy at  $z = 4.243$ . *The Astrophysical Journal*, 756:134, September 2012. doi: 10.1088/0004-637X/756/2/134.
- R. S. Bussmann et al. Gravitational Lens Models Based on Submillimeter Array Imaging of Herschel-selected Strongly Lensed Sub-millimeter Galaxies at  $z > 1.5$ . *The Astrophysical Journal*, 779:25, December 2013.
- C. M. Casey, D. Narayanan, and A. Cooray. Dusty star-forming galaxies at high redshift. *Physics Reports*, 541:45–161, August 2014.
- S. Dye, N. W. Evans, V. Belokurov, S. J. Warren, and P. Hewett. Models of the Cosmic Horseshoe gravitational lens J1004+4112. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 388:384–392, July 2008. doi: 10.1111/j.1365-2966.2008.13401.x.
- S. Dye, C. Furlanetto, A. M. Swinbank, C. Vlahakis, J. W. Nightingale, L. Dunne, S. A. Eales, I. Smail, I. Oteo-Gomez, T. Hunter, M. Negrello, H. Dannerbauer, R. J. Ivison, R. Gavazzi, A. Cooray, and P. van der Werf. Revealing the complex nature of the strong gravitationally lensed system H-ATLAS J090311.6+003906 using ALMA. *ArXiv e-prints*, March 2015.
- S. Eales, L. Dunne, D. Clements, A. Cooray, G. de Zotti, S. Dye, R. Ivison, M. Jarvis, G. Lagache, S. Maddox, M. Negrello, S. Serjeant, M. A. Thompson, E. van Kampen, A. Amblard, P. Andreani, M. Baes, A. Beelen, G. J.



- Bendo, D. Benford, F. Bertoldi, J. Bock, D. Bonfield, A. Boselli, C. Bridge, V. Buat, D. Burgarella, R. Carlberg, A. Cava, P. Chanial, S. Charlot, N. Christopher, P. Coles, L. Cortese, A. Dariush, E. da Cunha, G. Dalton, L. Danese, H. Dannerbauer, S. Driver, J. Dunlop, L. Fan, D. Farrah, D. Frayer, C. Frenk, J. Geach, J. Gardner, H. Gomez, J. González-Nuevo, E. González-Solares, M. Griffin, M. Hardcastle, E. Hatziminaoglou, D. Herranz, D. Hughes, E. Ibar, W.-S. Jeong, C. Lacey, A. Lapi, A. Lawrence, M. Lee, L. Leeuw, J. Liske, M. López-Caniego, T. Müller, K. Nandra, P. Panuzzo, A. Papageorgiou, G. Patanchon, J. Peacock, C. Pearson, S. Phillipps, M. Pohlen, C. Popescu, S. Rawlings, E. Rigby, M. Rigopoulou, A. Robotham, G. Rodighiero, A. Sansom, B. Schulz, D. Scott, D. J. B. Smith, B. Sibthorpe, I. Smail, J. Stevens, W. Sutherland, T. Takeuchi, J. Tedds, P. Temi, R. Tuffs, M. Trichas, M. Vaccari, I. Valtchanov, P. van der Werf, A. Verma, J. Vieria, C. Vlahakis, and G. J. White. The Herschel ATLAS. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 122:499–515, May 2010.
- E. Fomalont, S. Kopeikin, G. Lanyi, and J. Benson. Progress in Measurements of the Gravitational Bending of Radio Waves Using the VLBA. *The Astrophysical Journal*, 699:1395–1402, July 2009.
- J. González-Nuevo et al. Herschel-ATLAS: Blazars in the science demonstration phase field. *Astronomy and Astrophysics*, 518:L38, July 2010.
- G. L. Granato, G. De Zotti, L. Silva, A. Bressan, and L. Danese. A Physical Model for the Coevolution of QSOs and Their Spheroidal Hosts. *The Astrophysical Journal*, 600:580–594, January 2004.
- P. D. Greenfield, D. H. Roberts, and B. F. Burke. The gravitationally lensed quasar 0957 + 561 - VLA observations and mass models. *The Astrophysical Journal*, 293:370–386, June 1985.
- J. N. Hewitt, E. L. Turner, D. P. Schneider, B. F. Burke, and G. I. Langston. Unusual radio source MG1131+0456 - A possible Einstein ring. *Nature*, 333:537–540, June 1988.

- R. H. Hildebrand. The Determination of Cloud Masses and Dust Characteristics from Submillimetre Thermal Emission. *Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society*, 24:267, September 1983.
- D. H. Hughes, S. Serjeant, J. Dunlop, M. Rowan-Robinson, A. Blain, R. G. Mann, R. Ivison, J. Peacock, A. Efsthathiou, W. Gear, S. Oliver, A. Lawrence, M. Longair, P. Goldschmidt, and T. Jenness. High-redshift star formation in the Hubble Deep Field revealed by a submillimetre-wavelength survey. *Nature*, 394:241–247, July 1998.
- M. J. Irwin, R. L. Webster, P. C. Hewett, R. T. Corrigan, and R. I. Jedrzejewski. Photometric variations in the Q2237 + 0305 system - First detection of a microlensing event. *The Astronomical Journal*, 98:1989–1994, December 1989.
- C. S. Kochanek, R. D. Blandford, C. R. Lawrence, and R. Narayan. The ring cycle - an iterative lens reconstruction technique applied to MG1131+0456. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 238:43–56, May 1989.
- A. Lapi et al. Herschel-ATLAS Galaxy Counts and High-redshift Luminosity Functions: The Formation of Massive Early-type Galaxies. *The Astrophysical Journal*, 742:24, November 2011.
- R. E. Lupu et al. Measurements of CO Redshifts with Z-Spec for Lensed Submillimeter Galaxies Discovered in the H-ATLAS Survey. *The Astrophysical Journal*, 757:135, October 2012.
- David J.C. MacKay. Bayesian interpolation. *Neural Computation*, 4:415–447, 1991.
- J. Mao, A. Lapi, G. L. Granato, G. de Zotti, and L. Danese. The Role of the Dust in Primeval Galaxies: A Simple Physical Model for Lyman Break Galaxies and Ly $\alpha$  Emitters. *The Astrophysical Journal*, 667:655–666, October 2007.
- H. L. Morgan and M. G. Edmunds. Dust formation in early galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 343:427–442, August 2003.

## BIBLIOGRAFIA

---

- S. T. Myers, N. J. Jackson, I. W. A. Browne, et al. The Cosmic Lens All-Sky Survey - I. Source selection and observations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 341:1–12, May 2003.
- M. Negrello, F. Perrotta, J. González-Nuevo, L. Silva, G. de Zotti, G. L. Granato, C. Baccigalupi, and L. Danese. Astrophysical and cosmological information from large-scale submillimetre surveys of extragalactic sources. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 377:1557–1568, June 2007.
- M Negrello et al. The detection of a population of submillimeter-bright, strongly lensed galaxies. *Science*, 330:800–804, 2010.
- M Negrello et al. Herschel \*-ATLAS: deep HST/WFC3 imaging of strongly lensed submillimetre galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 440:1999–2012, May 2014.
- M. Oguri. The Mass Distribution of SDSS J1004+4112 Revisited. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 62:1017–, August 2010.
- D. Scott. New physics from the Cosmic Microwave Background. *ArXiv Astrophysics e-prints*, November 1999.
- J. M. Simpson, A. M. Swinbank, I. Smail, D. M. Alexander, W. N. Brandt, F. Bertoldi, C. de Breuck, S. C. Chapman, K. E. K. Coppin, E. da Cunha, A. L. R. Danielson, H. Dannerbauer, T. R. Greve, J. A. Hodge, R. J. Ivison, A. Karim, K. K. Knudsen, B. M. Poggianti, E. Schinnerer, A. P. Thomson, F. Walter, J. L. Wardlow, A. Weiß, and P. P. van der Werf. An ALMA Survey of Submillimeter Galaxies in the Extended Chandra Deep Field South: The Redshift Distribution and Evolution of Submillimeter Galaxies. *The Astrophysical Journal*, 788:125, June 2014.
- V. Smolčić, M. Aravena, F. Navarrete, E. Schinnerer, D. A. Riechers, F. Bertoldi, C. Feruglio, A. Finoguenov, M. Salvato, M. Sargent, H. J. McCracken, M. Albrecht, A. Karim, P. Capak, C. L. Carilli, N. Cappelluti, M. Elvis, O. Ilbert, J. Kartaltepe, S. Lilly, D. Sanders, K. Sheth, N. Z. Scoville, and

- Y. Taniguchi. Millimeter imaging of submillimeter galaxies in the COSMOS field: redshift distribution. *Astronomy and Astrophysics*, 548:A4, December 2012.
- G. Soucail, Y. Mellier, B. Fort, G. Mathez, and M. Cailloux. The giant arc in A 370 - Spectroscopic evidence for gravitational lensing from a source at  $Z = 0.724$ . *Astronomy & Astrophysics*, 191:L19–L21, February 1988.
- S. H. Suyu, P. J. Marshall, M. P. Hobson, and R. D. Blandford. A Bayesian analysis of regularized source inversions in gravitational lensing. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 371:983–998, September 2006.
- A. M. Swinbank, I. Smail, S. Longmore, A. I. Harris, A. J. Baker, C. De Breuck, J. Richard, A. C. Edge, R. J. Ivison, R. Blundell, K. E. K. Coppin, P. Cox, M. Gurwell, L. J. Hainline, M. Krips, A. Lundgren, R. Neri, B. Siana, G. Siringo, D. P. Stark, D. Wilner, and J. D. Younger. Intense star formation within resolved compact regions in a galaxy at  $z = 2.3$ . *Nature*, 464:733–736, April 2010. doi: 10.1038/nature08880.
- J. A. Tyson, R. A. Wenk, and F. Valdes. Detection of systematic gravitational lens galaxy image alignments - Mapping dark matter in galaxy clusters. *The Astrophysical Journal, Letters*, 349:L1–L4, January 1990.
- J. D. Vieira, T. M. Crawford, E. R. Switzer, P. A. R. Ade, K. A. Aird, M. L. N. Ashby, B. A. Benson, L. E. Bleem, M. Brodwin, J. E. Carlstrom, C. L. Chang, H.-M. Cho, A. T. Crites, T. de Haan, M. A. Dobbs, W. Everett, E. M. George, M. Gladders, N. R. Hall, N. W. Halverson, F. W. High, G. P. Holder, W. L. Holzappel, J. D. Hrubes, M. Joy, R. Keisler, L. Knox, A. T. Lee, E. M. Leitch, M. Lueker, D. P. Marrone, V. McIntyre, J. J. McMahon, J. Mehl, S. S. Meyer, J. J. Mohr, T. E. Montroy, S. Padin, T. Plagge, C. Pryke, C. L. Reichardt, J. E. Ruhl, K. K. Schaffer, L. Shaw, E. Shirokoff, H. G. Spieler, B. Stalder, Z. Staniszewski, A. A. Stark, K. Vanderlinde, W. Walsh, R. Williamson, Y. Yang, O. Zahn, and A. Zenteno. Extragalactic Millimeter-wave Sources in South Pole Telescope Survey Data: Source Counts, Catalog, and Statistics for an 87 Square-degree Field. *The Astrophysical Journal*, 719:763–783, August 2010. doi: 10.1088/0004-637X/719/1/763.

- J. D. Vieira, D. P. Marrone, S. C. Chapman, C. De Breuck, Y. D. Hezaveh, A. Weiß, J. E. Aguirre, K. A. Aird, M. Aravena, M. L. N. Ashby, M. Bayliss, B. A. Benson, A. D. Biggs, L. E. Bleem, J. J. Bock, M. Bothwell, C. M. Bradford, M. Brodwin, J. E. Carlstrom, C. L. Chang, T. M. Crawford, A. T. Crites, T. de Haan, M. A. Dobbs, E. B. Fomalont, C. D. Fassnacht, E. M. George, M. D. Gladders, A. H. Gonzalez, T. R. Greve, B. Gullberg, N. W. Halverson, F. W. High, G. P. Holder, W. L. Holzapfel, S. Hoover, J. D. Hrubes, T. R. Hunter, R. Keisler, A. T. Lee, E. M. Leitch, M. Lueker, D. Luong-van, M. Malkan, V. McIntyre, J. J. McMahon, J. Mehl, K. M. Menten, S. S. Meyer, L. M. Mocanu, E. J. Murphy, T. Natoli, S. Padin, T. Plagge, C. L. Reichardt, A. Rest, J. Ruel, J. E. Ruhl, K. Sharon, K. K. Schaffer, L. Shaw, E. Shirokoff, J. S. Spilker, B. Stalder, Z. Staniszewski, A. A. Stark, K. Story, K. Vanderlinde, N. Welikala, and R. Williamson. Dusty starburst galaxies in the early Universe as revealed by gravitational lensing. *Nature*, 495:344–347, March 2013. doi: 10.1038/nature12001.
- S. Wallington, C. S. Kochanek, and R. Narayan. LensMEM: A Gravitational Lens Inversion Algorithm Using the Maximum Entropy Method. *The Astrophysical Journal*, 465:64, July 1996.
- D. Walsh, R. F. Carswell, and R. J. Weymann. 0957 + 561 A, B - Twin quasistellar objects or gravitational lens. *Nature*, 279:381–384, May 1979.
- S. J. Warren and S. Dye. Semilinear Gravitational Lens Inversion. *The Astrophysical Journal*, 590:673–682, June 2003.
- A. Weiß et al. ALMA Redshifts of Millimeter-selected Galaxies from the SPT Survey: The Redshift Distribution of Dusty Star-forming Galaxies. *The Astrophysical Journal*, 767:88, April 2013.
- F. Zwicky. Nebulae as Gravitational Lenses. *Physical Review*, 51:290–290, February 1937.