

Modelado de las concentraciones locales de ozono en la Zona Centro del Area Metropolitana de la Ciudad de México

Jesús Acosta* Angela Nebot** Josep M. Fuertes*

* Dpt. d'Enginyeria de Sistemes, Automàtica i Informàtica Industrial
Universitat Politècnica de Catalunya,
Edif. U (FME), Campus Sud. C/ Pau Gargallo 5. 08028 Barcelona
Teléfono: (34) 93-4016974; Fax: (34) 93-4017045
jesus.acosta@upc.edu, josep.m.fuertes@upc.edu

** Dpt. de Llenguatges i Sistemes Informàtics
Universitat Politècnica de Catalunya,
Edif. Omega-Campus Nord. C/Jordi Girona 1-3. 08034 Barcelona
Teléfono: (34) 93-4137783; Fax: (34) 93-4137833
angela@lsi.upc.edu

Resumen: La contaminación del aire constituye el problema medioambiental de principal atención en las áreas urbanas debido a que afecta la salud de la población, en especial a la de los niños. Es por ello, que la construcción de modelos de ozono que capturen tan preciso como sea posible el comportamiento de este gas en la atmósfera resulta ser el principal interés no sólo del área científica sino de las agencias gubernamentales. En esta investigación se identifican modelos de concentraciones de ozono para la Región Oriental Austriaca por medio de una metodología de Soft Computing denominada *Razonamiento Inductivo Difuso (FIR)*, la cual es una herramienta muy útil para modelar y simular aquellos sistemas de los cuales no hay conocimiento previo disponible o éste es muy escaso. Es sabido que las variaciones en las funciones de pertenencia tienen un efecto en la eficiencia de los sistemas basados en reglas difusas. La metodología FIR no es una excepción. La eficiencia de los procesos de identificación del modelado cualitativo y de predicción de FIR está muy influenciada por los parámetros de discretización de las variables del sistema, es decir, del número de clases de cada variable y de las funciones de pertenencia que definen su semántica. Es por ello que en este trabajo se presenta una metodología híbrida, unos nuevos Sistemas Genéticos Difusos (SGDs) en el contexto de la metodología FIR que sugieren de manera automática parámetros de discretización adecuados. En este trabajo se describen en detalle los componentes principales de los métodos que utilizamos.

Palabras clave: Algoritmos genéticos, razonamiento inductivo difuso, sistemas genéticos difusos, machine learning, concentraciones de ozono, contaminación del aire, modelado medioambiental.

1 Introducción

El contaminante ambiental es una sustancia del aire, agua o suelo que cuando está presente en exceso disminuye la calidad o capacidad de la vida. Están presentes en el ambiente en cantidades que no dañan a plantas o animales. Sin embargo, cuando se excede determinado nivel constituyen un peligro real o potencial. Este nivel, por debajo del cual no tienen efectos nocivos, se determina con fundamento en antecedentes científicos.

Los contaminantes del aire se pueden clasificar de acuerdo a su tamaño, origen, estado físico o naturaleza química. Pueden ser átomos; moléculas o compuestos orgánicos o inorgánicos; iones o radicales libres; mezclas o agregados; partículas o emulsiones físicas, químicas o biológicas de origen natural o artificial generados por fuente móvil o estacionaria, primarias o secundarias, extramuros o intramuros.

Los volcanes, por ejemplo, son fuentes naturales que emiten óxidos de azufre (SO_2) y partículas; las tormentas eléctricas que generan ozono (O_3) y óxidos de nitrógeno (NO_2); los animales que producen bióxido de carbono (CO_2) e hidrogeniones (H^+) y la erosión, deforestación y sequías que generan partículas esparcidas por el viento.

Entre los ejemplos de fuentes artificiales están algunas industrias que emiten NO_2 y SO_2 , así como partículas. Los motores de combustión interna que emiten monóxido de carbono (CO), bióxido de nitrógeno (NO_2) e hidrocarburos (HC) y producen ruido. La combustión de carbón, leña o basura que genera CO , partículas y SO_2 . Otros contaminantes son los sulfatos (SO_4^-), los nitratos (NO_3^-), el ácido nítrico (HNO_3) y el ácido sulfúrico (HSO_4) que resultan principalmente de la combustión de carbón y biomasa.

Por otro lado, el humo producido por la combustión del tabaco es el contaminante más importante intramuros y genera partículas suspendidas de naftaleno, fenantreno, antraceno, pyreno, fenol, nitrosamina, anilina, varios ácidos grasos e hidrocarburos aromáticos policíclicos y de metales pesados como el plomo. Algunos se han comprobado científicamente que son cancerígenos como los bencenos, las nitrosaminas, el formaldehído y el etil-carbamato. También genera gases, algunos de ellos dañinos como el monóxido de carbono, el cianuro de hidrógeno, el amonio, el acetileno, el ácido fórmico, el formaldehído, el ácido acético, la acetona y el acetaldehído, entre otros [Hub89, RSP00, RRT05].

No es común encontrar un contaminante aislado, generalmente se observan en forma de mezclas o agregados, además es importante considerar las interacciones de

los contaminantes del aire con otros factores como por ejemplo, la humedad o la radiación solar. Es por ello, que los contaminantes del aire también se pueden clasificar en primarios y secundarios. Los primarios son los que permanecen en la atmósfera tal y como fueron emitidos por la fuente. Para fines de la evaluación de la calidad de aire se consideran: óxidos de azufre (SO_x), óxido de carbono (CO), óxidos de nitrógeno (NO_x), hidrocarburos y partículas. Los secundarios son los que han estado sujetos a cambios químicos, o bien, son el producto de la reacción de dos o más contaminantes primarios en la atmósfera. Entre ellos destacan los oxidantes fotoquímicos y algunos radicales de corta existencia como el O_3 .

El ozono llamado también "smog" fotoquímico, se forma en la baja atmósfera mediante la reacción química de compuestos volátiles orgánicos (VOC) y bióxido de nitrógeno (NO_2) en presencia de la luz solar. Es por ello que las temperaturas elevadas estimulan la reacción fotoquímica. El ozono es un gas compuesto de tres átomos de oxígeno y es el resultado de la cantidad de combustible que consumen los vehículos, industrias y servicios de cualquier centro urbano. La creación del ozono depende de la cantidad y tipo de fuentes emisoras, la localización geográfica del área y de los asentamientos humanos y fabriles. El ozono produce efectos tóxicos porque fácilmente quita electrones a otras moléculas, iniciando reacciones en cadena y perturbando estructuras vitales en las células ocasionando daños que afectan la salud de la población en general, tales como dolores de cabeza, problemas respiratorios, irritaciones en los ojos, nariz y garganta, así como el empeoramiento de las enfermedades cardiovasculares.

Existen distintos modelos disponibles para la predicción de la calidad del aire a escala local y para la previsión de niveles de ozono. Muchos de ellos se basan en aproximaciones estadísticas [CJ01, SKM02] mientras que otros se sustentan en técnicas que se enmarcan en el área de la inteligencia artificial, tales como las redes neuronales [Com97, AA02, WW99, LHP+04, YB06, Ghi05, MV03, WL06], los sistemas difusos [LHP+04, Ghi05, HK04, PDP+00, ODH04, MV03, MYS05, GNMW01, GNRA+03], los árboles de decisión o las reglas de asociación [WW01, RHBF03].

1.1 La Ciudad de México

México es uno de los países más contaminado del mundo, el 65% de las emisiones de contaminantes es de origen vehicular. Su capital, Ciudad de México, concentra casi la mitad de las industrias del país y es considerada como una de las ciudades que posee mayor población a nivel mundial.

La Ciudad de México se encuentra ubicada en una cuenca a 2240 m de altura

sobre el nivel del mar. El clima se caracteriza por madrugadas frías y medio días calurosos. Como sucede en valles similares, durante la noche la temperatura en las laderas de las montañas aumenta a medida que se asciende, lo cual guarda una relación inversa al comportamiento habitual. Este fenómeno determina la inmovilidad de la capa de aire frío próxima al suelo, la cual concentra los contaminantes generados por la actividad industrial y el tránsito vehicular del día anterior. Esta capa se empieza a movilizar cuando el sol la calienta; se eleva, desaparece la inversión térmica y se dispersan los contaminantes.

Es por ello, que el aire aparece hoy día como el principal objeto de preocupación entre los distintos problemas ambientales que se enfrentan en la Ciudad de México [Lez00]. Este problema comenzó a ser relevante a partir de 1940, cuando el carácter centralista del proceso de desarrollo desencadenó una aglomeración industrial y poblacional. Esta última variable llegó a presentar tasas de crecimiento superiores al 3% anual [Her90, CCG99].

Actualmente, se calcula que en un año la ciudad arroja al aire alrededor de cinco millones de toneladas de contaminantes, entre los que destacan los NO₂, los SO₂, los óxidos de carbono, los hidrocarburos aromáticos como el benceno y una gran variedad de partículas de origen, naturaleza y tamaño diverso, algunas de las cuales, menores de 10 µg de diámetro, permanecen suspendidas en el aire y son factibles de ser respiradas y depositadas en las vías aéreas [Per92, MM02].

La elevada radiación ultravioleta sobre el valle de México que, se explica por el frecuente número de días soleados y la menor densidad y grosor de la capa protectora de aire, determina la transformación de las moléculas de bióxido de nitrógeno (NO₂) y el HC, en O₃. Es por ello, que esto hace que el problema de contaminación sea muy complejo aún cuando se han implementado medidas para tratar de aminorarla en estos últimos años, tales como cambios en el uso de los carburantes del parque automotor e implementación de diversos programas: "Hoy no circula"¹, "Contingencias ambientales"², "Verificación Vehicular"³, entre otros; y se estén haciendo esfuerzos institucionales para concienciar a la ciudadanía y fomentar la investigación en este campo.

De todo lo anterior se desprende que el principal problema de contaminación

¹ De acuerdo al último dígito de la placa permanente de circulación del vehículo automotor no puede transitar ciertos días de la semana

² A partir del 01/09/2006 se pone en vigencia el "Decreto por el que se reforma y adiciona el Programa para Contingencias Ambientales Atmosféricas (PCAA)". Para más información consulte la Gaceta Oficial del Distrito Federal: http://www.sma.df.gob.mx/simat/pdf/gaceta_df_300806.pdf, publicada el 30/08/2006.

³ Se encarga de establecer el calendario y los lineamientos conforme a los cuales todos los vehículos deberán ser verificados, en sus emisiones de contaminantes.

del aire que ha sido identificado en el Área Metropolitana de la Ciudad de México (AMCM) es la formación del "smog" fotoquímico. Cabe destacar que los niveles de ozono en la Ciudad de México siguen siendo altos actualmente aunque se ha reducido en los últimos años. Distinto de las mayorías de las ciudades en el hemisferio norte donde el fenómeno ozono de la troposfera es solamente presentado durante los días de verano, la AMCM presenta condiciones favorables para la formación de O₃ a lo largo de todo el año [Mau94]. Por lo tanto, para que las autoridades de ésta o cualquier centro urbano puedan tomar decisiones y salvaguardar la salud de su ciudadanía, requieren de modelos capaces de capturar el comportamiento de cualquier contaminante con la finalidad de predecir posibles contingencias ambientales⁴ con la debida anticipación.

Hay que tener en cuenta, pues, que el problema más grande de la calidad del aire en los centros urbanos es la contaminación por ozono, ya que a su vez, resulta ser uno de los contaminantes de más difícil predicción. Es por ello que para poder advertir a tiempo y de manera adecuada a la población, es importante tener previsiones lo más precisas y fiables posibles de los niveles altos futuros de ozono. Por consiguiente, la construcción de modelos de ozono que capturen de la manera más precisa posible el comportamiento de éste contaminante en la atmósfera y permitan generar un pronóstico fiable de los niveles máximos de ozono en el aire, resultan ser el principal interés no sólo de los científicos medioambientales sino de las agencias gubernamentales.

1.2. Sistema de Monitoreo Atmosférico (SIMAT)

En diciembre del año 2000 la Secretaría del Medio Ambiente del Gobierno del Distrito Federal⁵, integró el Sistema de Monitoreo Atmosférico de la Ciudad de México (SIMAT), con la finalidad de unificar los esfuerzos destinados a la medición de contaminantes atmosféricos y parámetros meteorológicos.

El objetivo del SIMAT es vigilar y evaluar el estado de la calidad del aire en la Ciudad de México, como medida de prevención para protección de la salud de sus habitantes. Asimismo, busca consolidarse ante los habitantes de la Ciudad de México, como un organismo confiable, eficaz, honesto, innovador y transparente en los servicios de información de la calidad del aire. Es por ello, que continúan trabajando con la aplicación de procedimientos de gestión de mejora continua.

⁴ Entiéndase por contingencia ambiental a la situación eventual y transitoria, declarada por las autoridades competentes, en que la concentración de contaminantes en la atmósfera alcanza niveles dañinos para la salud de la población en general.

⁵ <http://www.sma.df.gob.mx/sma/>

Tabla 1. Relación de parámetros registrados por las estaciones del SIMAT, 2006.

RED	EQUIPOS	PARÁMETROS
RAMA	36	Ozono (O ₃), dióxido de azufre (SO ₂), óxidos de nitrógeno (NO ₂ , NO _x y NO), monóxido de carbono (CO), partículas menores a 10 micrómetros (PM ₁₀), partículas menores a 2.5 micrómetros (PM _{2.5}) y ácido sulfhídrico (H ₂ S).
REDMET	15	Temperatura ambiente (TMP), velocidad de viento (VV), dirección del viento (DV), humedad relativa (HR) y radiación solar UV-B (UVb).
REDMA	14	Partículas suspendidas totales (PST), PM ₁₀ , PM _{2.5} , nitratos (NO ₃ ⁻), sulfatos (SO ₄ ²⁻) y metales pesados (Pb, Cd, Cu, Fe, V, Mn, Ni).
REDDA	16	pH, conductividad específica, aniones (NO ₃ ⁻ , SO ₄ ²⁻ , Cl ⁻ y CO ₃ ²⁻) y cationes (NH ₄ ⁺ , Na ⁺ , Ca ²⁺ , Mg ²⁺ y K ⁺).

Para lograr su propósito, el SIMAT cuenta con varias estaciones de monitoreo por medio de las cuales se registran diferentes parámetros en el Área Metropolitana de la Ciudad de México. Dichas estaciones se clasifican de acuerdo a la forma en que operan y al parámetro o parámetros que miden, conformando de ese modo las cuatro redes de monitoreo o subsistemas operativos especializados que integran el SIMAT (Véase *Tabla 1*).

1.3 El Índice Metropolitano de la Calidad del Aire (IMECA)

En México, el Índice Metropolitano de la Calidad del Aire (IMECA) es un valor de referencia que permite a la población conocer los niveles de contaminación prevalentes en su zona de residencia, de manera precisa y oportuna, pudiendo de este modo tomar las medidas pertinentes de protección. Se ha asignado una escala de 0 a 500 para cada uno de los contaminantes. La *Tabla 2* presenta la interpretación del IMECA, se observa que 100 puntos equivalen al nivel permitido, tanto en concentración como en duración. Por debajo de 100, en un tiempo determinado, no existe riesgo para la integridad de la vida vegetal y animal; en cambio, concentraciones superiores a 100 en un tiempo determinado representan un riesgo cada vez mayor.

Tabla 2. Interpretación del IMECA.

INTERPRETACIÓN DEL IMECA	
IMECA	CONDICIÓN
0-50	Buena
51-100	Regular
101-150	Mala
151-200	Muy mala
>201	Extremadamente Mala
-99	Mantenimiento o falla de equipo

De todos los contaminantes del aire, tanto las investigaciones nacionales como internacionales han mostrado fehacientemente que las principales partículas que ejercen un efecto nocivo sobre la salud respiratoria son el O₃ y las PM₁₀.

2 Trabajos previos

En [NM06] se realizó una investigación usando la plataforma *Visual-FIR* basada en la metodología FIR para la identificación de modelos de concentraciones de ozono a largo plazo en la zona Centro del AMCM. Los datos usados para este estudio fueron tomados del Sistema de Monitoreo Atmosférico (SIMAT), que mide contaminantes y variables atmosféricas desde varias estaciones distribuidas a lo largo de las cinco zonas del AMCM. Las variables registradas son los contaminantes atmosféricos: O₃, SO₂, NO₂, CO y PM₁₀, así como las variables meteorológicas: temperatura, humedad relativa, velocidad del viento y dirección del viento. Estas variables se muestrean las 24 horas del día, cada día del año. Siempre que por alguna razón, un instrumento de medición de una de las estaciones falle, se produce un conjunto de valores perdidos (*missing values*).

Esta investigación está dirigida al modelado de un sólo contaminante en la zona centro (MERCED) del AMCM. El contaminante elegido fue el O₃ por ser el problema de contaminación más severo, aunque resulta más complicado de tratar por ser un contaminante secundario. La zona elegida fue la central debido a que allí se concentra el mayor asentamiento poblacional, y por ende, cuenta con la mayor actividad humana durante los días y las horas laborables, siendo más propensa a un elevado índice de contaminación. De este modo, el ozono (O₃) es la variable de salida

del sistema y está medido en partes por mil millón (ppm). Las variables de entrada son: a) la temperatura (TMP), medida en °C; b) la humedad relativa (HR), establecida en porcentaje (0% a 100%); c) la velocidad del viento (VV), determinada en metros por segundo (m/s); d) la dirección del viento (DV), medida en grados (desde 0° a 359°); y e) la hora del día (HD), desde 1 a 24. La página web del SIMAT⁶ ofrece una base de datos de registros meteorológicos y de contaminantes desde 1986 hasta la actualidad. Para este estudio, se utilizaron datos medidos desde Enero 2000 hasta Febrero 2006.

La raíz del error cuadrático medio, *Root Mean Square Error* (RMS), se usó para determinar la validez de cada uno de los modelos y viene dado por:

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i(t) - \hat{y}_i(t))^2}{N}} \quad (1)$$

donde: $y(t)$ es la salida del sistema, $\hat{y}(t)$ es la salida predicha y N denota el número de observaciones.

En este trabajo se definieron dos perspectivas de modelado. El primero buscaba el modelado del comportamiento del ozono durante un mes específico del año. El segundo estaba centrado en el modelado del ozono en cierta estación de tiempo del año. Existen dos períodos estacionales bien diferenciados en la Ciudad de México: a) Estación seca: está comprendida aproximadamente de noviembre a abril, y b) Estación lluviosa: la cual va desde mayo a octubre. Todas las variables, excepto HD y O₃, fueron discretizadas en dos clases usando el método EFP. Las variables HD y O₃ fueron discretizadas manualmente en tres clases siguiendo las recomendaciones de los expertos ambientales. Los landmarks que se obtuvieron para cada variable se muestran en la *Tabla 3* y fueron usados en ambas perspectivas de modelado.

Tabla 3. Landmarks usados por [NM06] en el proceso de fusificación para las variables de entrada y de salida.

	HD	HR	TMP	DV	VV	O ₃
Clase 1	1..12	6..64	10.7..16.7	0..124	0.06..1.40	0.0..0.05
Clase 2	12..17	64..93	16.7..28.4	124..360	1.40..4.82	0.05..0.10
Clase 3	17..24	-----	-----	-----	-----	0.10..0.20

En esta memoria sólo serán evaluados los métodos **AG1**, **AG2** y **AG3** usando la primera perspectiva, es decir, el modelado del O₃ durante un mes específico del año.

⁶ <http://www.sma.df.gob.mx/simat/>

En [NM06] fueron identificados dos modelos mensuales, el primero de ellos “Enero” corresponde a la estación seca y el segundo “Agosto” correspondiente a la estación lluviosa. En nuestra investigación realizaremos, también, ambas identificaciones usando los SDEs desarrollados.

2.1 Modelo del mes Enero

En esta sección se muestran los modelos FIR publicados en [NM06] que capturan el patrón de comportamiento del contaminante O_3 en el mes de Enero. Este mes corresponde a la estación seca en la Ciudad de México y los niveles de O_3 son usualmente altos. Los datos registrados en Enero de los años 2001 a 2005 (ambos inclusive) se usaron como conjunto de entrenamiento mientras que Enero del año 2006 se usó como conjunto de prueba para mostrar la eficiencia del modelo identificado. El conjunto de datos disponible contiene en total 3720 registros, en los cuales hay 318 valores perdidos. Los datos perdidos están distribuidos a lo largo de todas las variables a excepción de la hora del día. Para evitar la generación de relaciones inexistentes entre las variables, se añadió un conjunto de datos abarcando cuatro instantes de tiempo con valores perdidos en la concatenación de los meses de Enero de los diferentes años. Las *figuras 1* y *2* muestran las señales de entrenamiento (con valores perdidos) de las variables de entrada (HD, HR, TMP, VV y DV) y de la variable de salida O_3 para el mes de Enero.

Tabla 4. Máscaras obtenidas por [NM06] para el modelo mensual **Enero**.

Máscara (en posición de notación)	Complejidad	Q	RMS_{prue}
(1,6,10,11,18)	5	0.5850	0.0176
(1,10,12,18)	4	0.7390	0.0185

La *Tabla 4* presenta el conjunto de las mejores máscaras obtenidas para diferentes complejidades usando *Visual-FIR*.

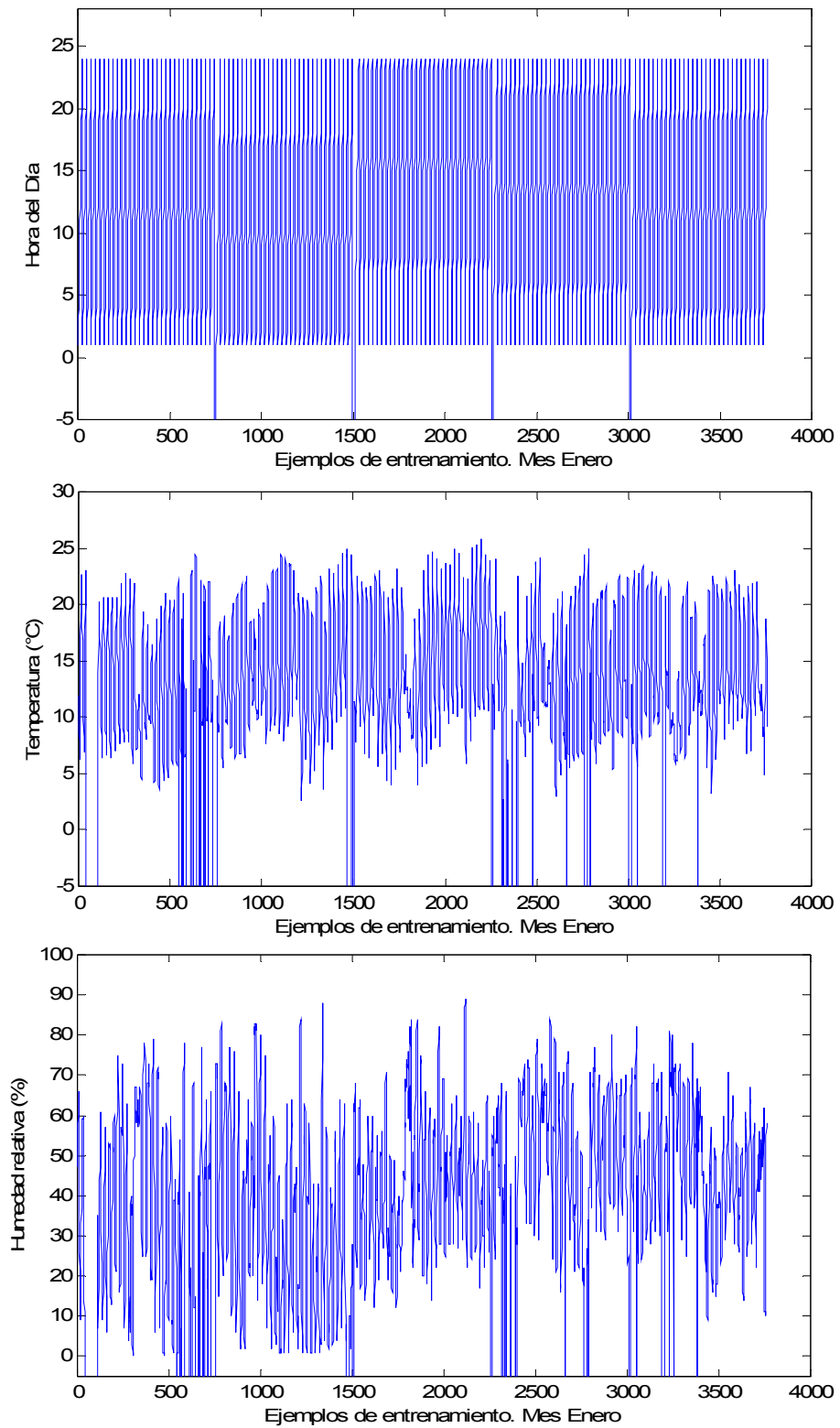


Figura 1. Señales de entrenamiento para las variables de entrada HD, TMP y HR. **Mes Enero.**
Nota: Los valores negativos corresponden a valores perdidos.

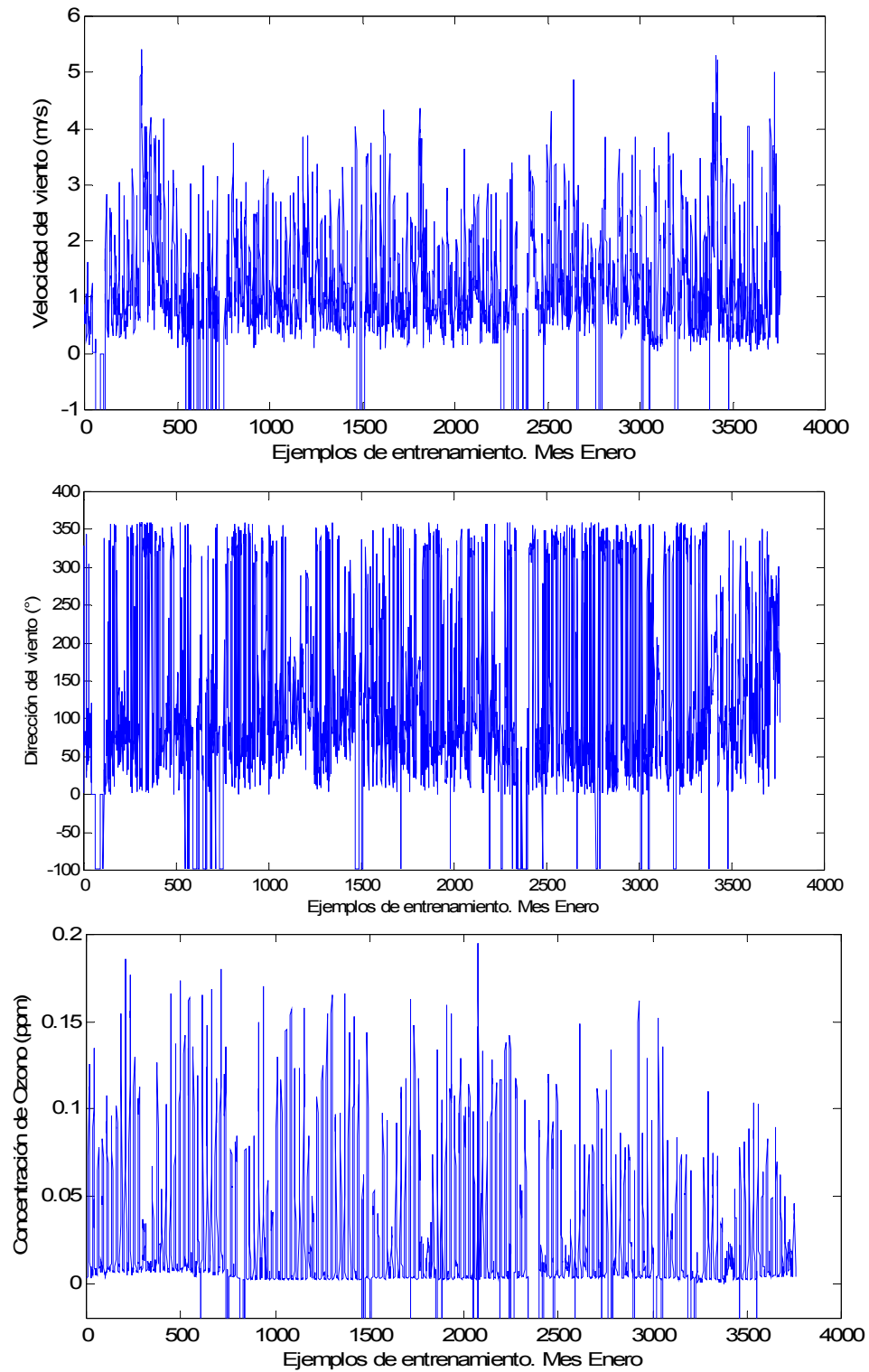


Figura 2. Señales de entrenamiento para las variables de entrada VV , DR y la variable de salida O_3 . **Mes Enero.** Nota: Los valores negativos corresponden a valores perdidos.

La segunda y tercera columnas muestran la complejidad y la calidad asociada a esa máscara. La última columna indica el error RMS cuando esa máscara se usa para predecir el conjunto de datos de prueba. Se notó que las variables hora del día, dirección del viento y ozono eran seleccionadas en todas las máscaras obtenidas, lo cual significa que estas variables son muy relevantes. La variable velocidad del viento se consideró también importante para incrementar la precisión de la predicción. Por otro lado, se observó que la temperatura y la humedad relativa no eran seleccionadas, lo cual indicaba que no tienen influencia significativa en el comportamiento del ozono durante la estación seca.

2.2 Modelo del mes Agosto

En esta otra sección se muestran los modelos FIR publicados en [NM06] que capturan el patrón de comportamiento del contaminante O_3 en el mes de Agosto, el cual corresponde a la estación lluviosa de la Ciudad de México. Los niveles de O_3 no son tan altos como en la temporada seca pero están aún por encima de 100 ppm. Los datos registrados en Agosto de los años 2000 a 2004 (ambos inclusive) se usaron como conjunto de entrenamiento mientras que Agosto del año 2005 se usó como conjunto de prueba para mostrar la eficiencia del modelo identificado. El conjunto de datos disponible contiene en total 3720 registros, en los cuales hay 153 valores perdidos. Como antes, un conjunto de valores perdidos abarcando cuatro instantes de tiempo se incluyó para separar los datos de dos meses de Agosto de años consecutivos con el fin de evitar relaciones no reales entre las variables. Las *figuras 3* y *4* muestran las señales de entrenamiento (con valores perdidos) de las variables de entrada (HD, HR, TMP, VV y DV) y de la variable de salida O_3 para el mes de Agosto.

Tabla 5. Máscaras obtenidas por [NM06] para el modelo mensual **Agosto**.

Máscara (en posición de notación)	Complejidad	Q	RMS_{prue}
(1,5,8,12,18)	5	0.1960	0.0180
(1,6,8,18)	4	0.3260	0.0189

La *Tabla 5* presenta el conjunto de mejores máscaras obtenidas para diferentes complejidades en el proceso de la máscara óptima de *Visual-FIR*. La tabla fue estructurada como la *Tabla 4*. Como sucedió en los modelos de Enero, instantes previos de las variables ozono, hora del día y velocidad del viento llegan a ser cruciales para la predicción. Sin embargo, ahora la humedad relativa apareció como un componente relevante en vez de la dirección del viento. Esto resultó ser un interesante hallazgo que tiene mucho sentido debido a que Agosto está dentro de la

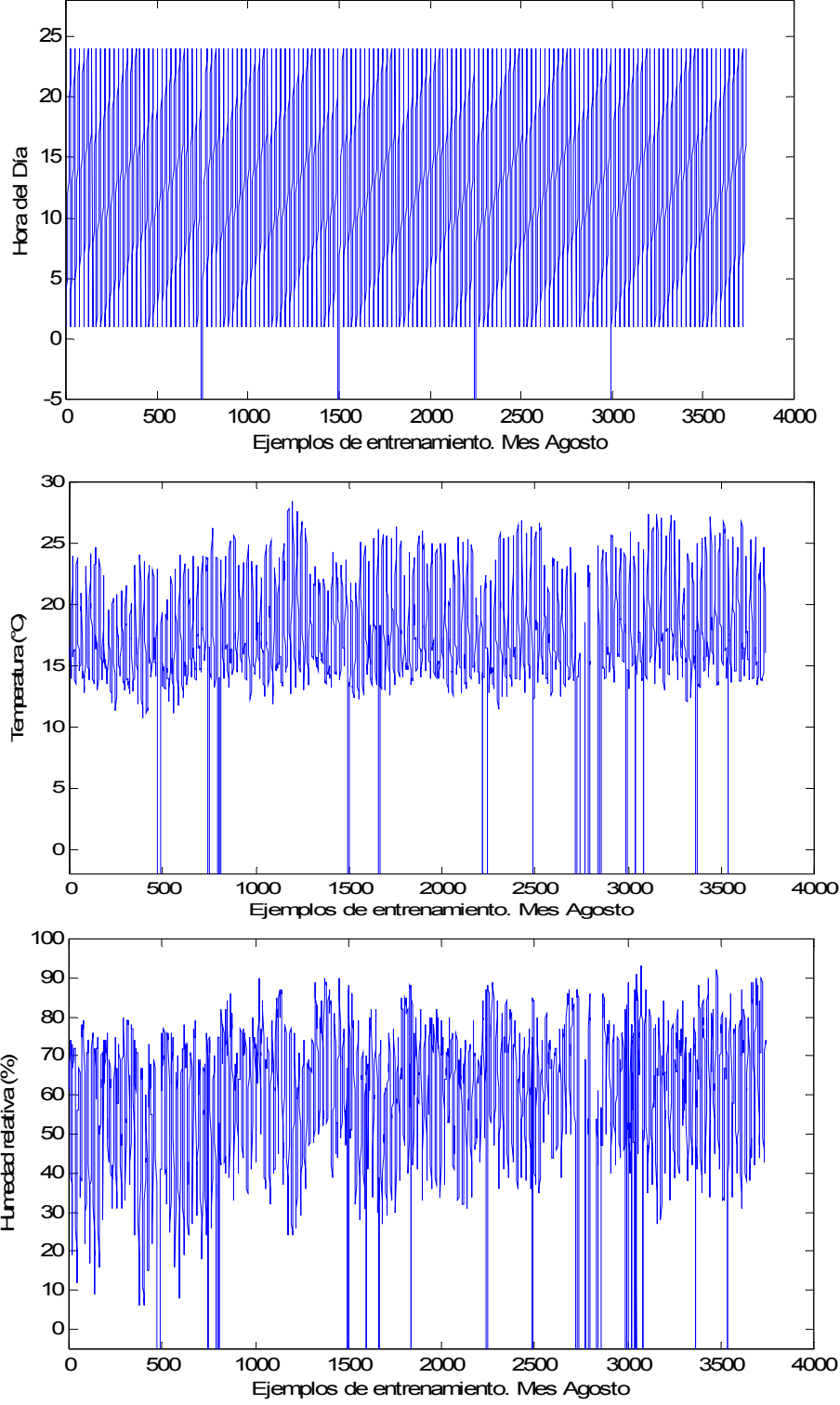


Figura 3. Señales de entrenamiento para las variables de entrada HD, TMP y HR. **Mes Agosto.** Nota: Los valores negativos corresponden a valores perdidos.

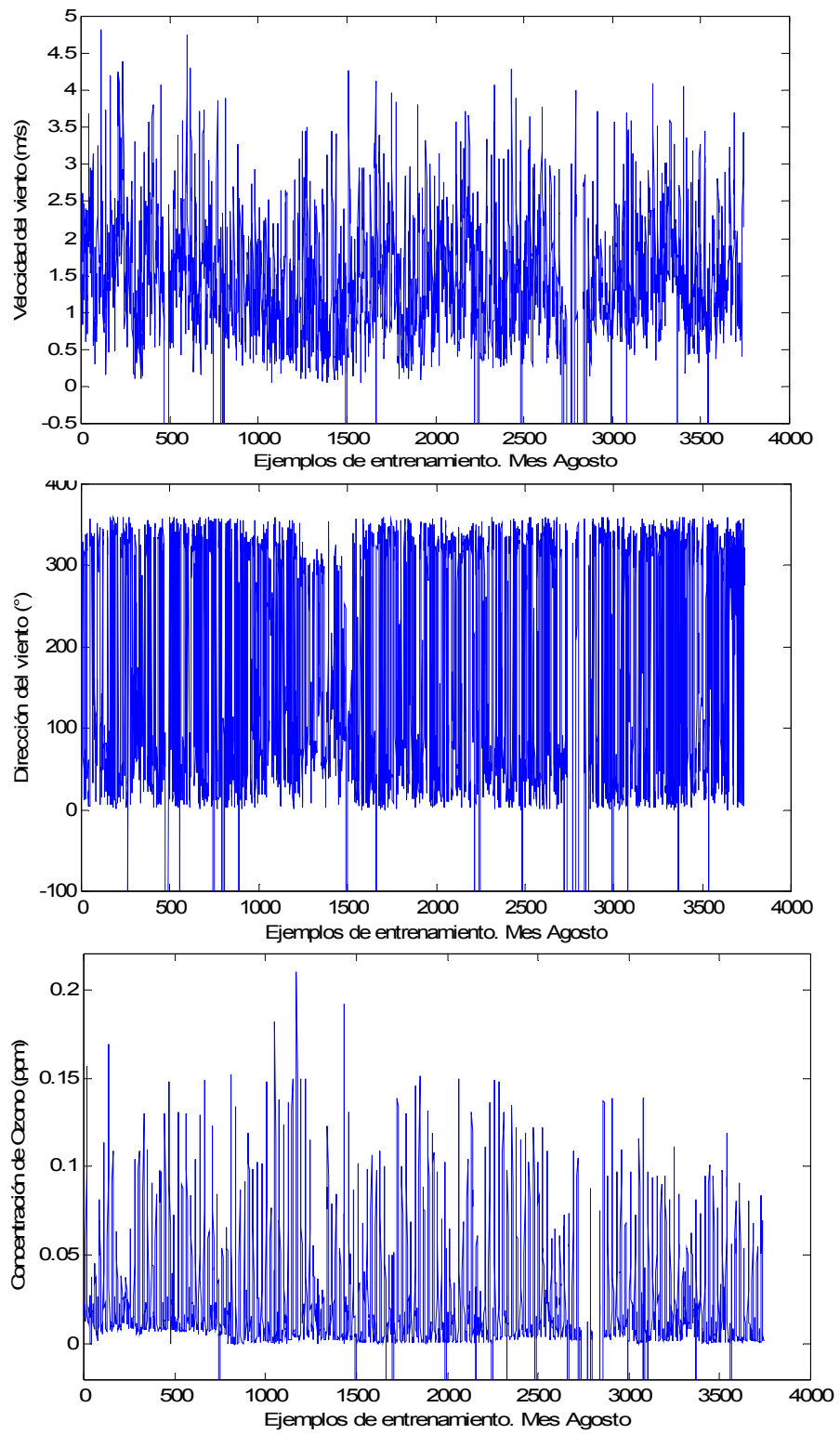


Figura 4. Señales de entrenamiento para las variables de entrada VV, DR y la variable de salida O₃. **Mes Agosto.** Nota: Los valores negativos corresponden a valores perdidos.

estación lluviosa, y por lo tanto, la presencia de la humedad relativa en el aire influye directamente en los niveles de ozono. Los errores de predicción de los modelos de Agosto fueron similares a los obtenidos por los modelos de Enero, siendo ambos realmente bajos.

3 Modelos obtenidos por los métodos *AG1*, *AG2* y *AG3*

Del mismo modo que en las experimentaciones del capítulo anterior, en este caso de estudio se han realizado 30 ejecuciones (con distinto valor de la semilla) para cada función objetivo y criterio de parada en cada método genético planteado en esta memoria. Del mismo modo, se estudian dos funciones objetivo diferentes: a) 1-Q, y b) el error de predicción MSE de una parte del conjunto de datos de entrenamiento (MSE_{entr}). En esta aplicación medioambiental el último 25% de la señal de entrenamiento se usa para la evaluación de la función objetivo MSE_{entr} y el 75% inicial de la señal se usa para la obtención de los modelos FIR (máscaras y base de reglas patrón).

Tabla 6. Parámetros de los AGs para el problema de la estimación de concentraciones locales máximas de ozono en México DF.

Parámetro	Tipo AG	Valor
<i>Tamaño de la población</i> (# individuos)	AG1	9
	AG2, AG3	50
<i>Probabilidad de cruce</i>	Todos	0.6
<i>Probabilidad de mutación</i>	Todos	0.1
<i>Criterio de parada</i> (# evaluaciones de cromosomas)	AG1	{100, 200, 400, 800}
	AG2	{1000, 2000, 4000, 8000}
	AG3	{1000, 2000, 4000, 8000}

Como ya se ha mencionado anteriormente se ha trabajado con la perspectiva de modelado del comportamiento del ozono durante un mes específico del año considerada por [NM06]. Es así como se seleccionaron dos meses de períodos estacionales diferentes, el mes Enero que pertenece a la época seca y el mes de Agosto a la lluviosa.

$$\begin{array}{rcccccc}
 t \times & \text{HD} & \text{HR} & \text{TMP} & \text{DV} & \text{VV} & \text{O3} \\
 t - 2\delta t & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\
 t - \delta t & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\
 t & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1
 \end{array} \quad (2)$$

En la ecuación 2 se muestra la máscara candidata de profundidad 3 (tres filas) utilizada, la cual permite encontrar las relaciones causales y temporales entre las variables de la aplicación bajo estudio. Los elementos -1 de la máscara candidata representan las relaciones causales y temporales potenciales con la variable de salida (elemento +1).

Los valores establecidos para los parámetros de los AGs se presentan en la *Tabla 6*. Las probabilidades de cruce y de mutación se establecen de acuerdo a [Gre86]. Se empleó un cluster del Laboratorio de Cálculo LSI que contiene ocho procesadores Pentium IV (3.2 GHz) para realizar las simulaciones correspondientes a los métodos **AG2** y **AG3**, mientras que para **AG1** se utilizó un PC Pentium Centrino (1.60HZ). En los Anexos se muestran todos los resultados obtenidos para los métodos **AG1**, **AG1+AG2**, **EXPERTOS+AG2** y **AG3**. Los mejores resultados obtenidos por los métodos propuestos se presentan en las *Tablas 7 a 24*.

A continuación se muestran los resultados en cuatro sub-apartados denominados en base al método empleado para la resolución del problema.

7.3.1 Aprendizaje de las funciones de pertenencia de las clases (AG2). Granularidad (3,2,2,2,2,3) suministrada por expertos en estudios previos

En éste bloque se presentan los resultados obtenidos para el problema de estimación de concentraciones de ozono en México por el método **AG2**. Se considera la granularidad (3,2,2,2,2,3) suministrada por expertos en [NM06], por lo tanto, se tiene la combinación **EXPERTOS+AG2**.

Las *Tablas 7 y 8* revelan los resultados del **AG2** para la granularidad (3,2,2,2,2,3) cuando se usa la función objetivo 1-Q para los meses de Enero y Agosto, respectivamente. Las tablas están organizadas como se especifica a continuación. La primera columna se divide en tres secciones. La sección *A* corresponde a los mejores resultados obtenidos por la combinación **EXPERTOS+AG2**, es decir mínimo valor de la función objetivo. La sección *B* corresponde a los mejores resultados de predicción del conjunto de datos de prueba obtenidos por **EXPERTOS+AG2**. La sección *C* muestra los mejores resultados de predicción obtenidos por FIR en [NM06] cuando éste AG no es usado, es decir, cuando se usa el método EFP para discretizar todas las variables (a excepción de HD y O₃) y se usan máscaras subóptimas (Véanse *Tablas 4 y 5*). De esta forma, *C* se usa como referencia para el análisis de los resultados. La segunda columna indica el criterio de parada, es decir, el número de evaluaciones de cromosomas realizadas por el AG. La tercera columna muestra la proporción de datos para las variables de entrada (HD,HR,TMP,DV,VV) y la variable de salida (O₃). El número de elementos de la proporción de datos corresponde al número de clases para cada variable (mostradas en la cabecera de cada tabla). La proporción de datos es la salida del **AG2** y el segundo parámetro de entrada del

proceso de fusificación de la metodología FIR. La cuarta columna presenta la máscara óptima (en notación de posición) encontrada por FIR cuando se usa la proporción de datos obtenida para determinar los landmarks. La quinta columna corresponde a la calidad asociada a la máscara óptima. La sexta columna es el valor de la función objetivo 1-Q. La última columna muestra el valor del error RMS_{prue} .

Tabla 9. Tiempo consumido por el EXPERTOS + AG2 para realizar las treinta ejecuciones para cada criterio de parada. Caso Estudio: Ozono México-**Mes Enero**. Funciones objetivo: 1-Q y MSE_{entr} .

Criterio de Parada (# evaluaciones de cromosomas)	Tiempo (horas) por función objetivo	
	1-Q	MSE_{entr}
1000	39:17	47:44
2000	77:09	94:15
4000	152:53	186:38
8000	315:13	371:40

En la *Tabla 9* se presenta el tiempo necesario de CPU para alcanzar las treinta ejecuciones en el modelado de concentraciones de ozono en México durante el mes de Enero haciendo uso de la combinación **EXPERTOS + AG2** y considerando cada uno de los criterios de parada estipulados y funciones objetivo. Hay que señalar que para el mes de Agosto el tiempo consumido ha sido del mismo orden de magnitud.

Por otro lado, las *Tablas 10 y 11* muestran los resultados para la función objetivo MSE_{entr} . Estas tablas están organizadas como la *Tabla 7*. La diferencia estriba en que la sexta columna representa los valores de la función objetivo MSE_{entr} en vez de 1-Q.

Tabla 7. Resultados de las funciones de pertenencia para la estimación de concentraciones de ozono en México usando la función objetivo 1-Q (Número de clases por variable proporcionado por expertos en [NM06]). **Mes Enero.**

		Núm. Clases: (3,2,2,2,2,3)				
	# eval	Proporción de datos	Opt. Mask	Q	1-Q	RMS _{prue}
A	8000	HD:(0.51,0.23,0.26) HR:(0.18,0.82) ; TMP: (0.49,0.51) DV:(0.46,0.54) ; VV:(0.64,0.36) O3:(0.07,0.88,0.05)	(5,7,14,17,18)	0.8911	0.1089	0.0176
	4000	HD:(0.52,0.42,0.06) HR:(0.47,0.53) ; TMP:(0.23,0.77) DV:(0.40,0.60) ; VV:(0.68,0.32) O3:(0.09,0.86,0.05)	(12,17,18)	0.8793	0.1207	0.0659
	2000	HD:(0.57,0.17,0.26) HR:(0.47,0.53) ; TMP: (0.88,0.12) DV:(0.52,0.48) ; VV:(0.65,0.35) O3:(0.09,0.86,0.05)	(5,8,13,17,18)	0.8808	0.1192	0.0175
	1000	HD:(0.18,0.63,0.19) HR:(0.86,0.14) ; TMP: (0.28,0.72) DV:(0.59,0.41) ; VV:(0.49,0.51) O3:(0.09,0.11,0.80)	(1,12,18)	0.8667	0.1333	0.0427
B	8000	HD:(0.51,0.23,0.26) HR:(0.18,0.82) ; TMP: (0.49,0.51) DV:(0.46,0.54) ; VV:(0.64,0.36) O3:(0.07,0.88,0.05)	(5,7,14,17,18)	0.8911	0.1089	0.0176
	8000	HD:(0.27,0.48,0.25) HR:(0.52,0.48) ; TMP: (0.56,0.44) DV:(0.46,0.54) ; VV:(0.65,0.35) O3:(0.08,0.87,0.05)	(2,3,13,17,18)	0.8801	0.1199	0.0176
	4000	HD:(0.38,0.34,0.28) HR:(0.44,0.56) ; TMP: (0.49,0.51) DV:(0.69,0.31) ; VV:(0.45,0.55) O3:(0.64,0.06,0.30)	(7,12,16,18)	0.8395	0.1605	0.0179
	4000	HD:(0.39, 0.3,0.31) HR:(0.45,0.55) ; TMP: (0.58,0.42) DV:(0.37,0.63) ; VV:(0.53,0.47) O3:(0.05,0.89,0.06)	(1,5,14,17,18)	0.8617	0.1383	0.0184
	2000	HD:(0.57,0.17,0.26) HR:(0.47,0.53) ; TMP: (0.88,0.12) DV:(0.52,0.48) ; VV:(0.65,0.35) O3:(0.09,0.86,0.05)	(5,8,13,17,18)	0.8808	0.1192	0.0175
	2000	HD:(0.51,0.20,0.29) HR:(0.41,0.59) ; TMP: (0.26,0.74) DV:(0.50,0.50) ; VV:(0.55,0.45) O3:(0.09,0.81,0.10)	(5,13,14,17,18)	0.8404	0.1596	0.0180
	1000	HD:(0.21,0.48,0.31) HR:(0.38,0.62) ; TMP: (0.24,0.76) DV:(0.64,0.36) ; VV:(0.61,0.39) O3:(0.06,0.18,0.76)	(12,13,18)	0.8573	0.1427	0.0160
	1000	HD:(0.34,0.23,0.43) HR:(0.56,0.44) ; TMP: (0.50,0.50) DV:(0.47,0.53) ; VV:(0.45,0.55) O3:(0.64,0.06,0.30)	(1,12,18)	0.8079	0.1921	0.0177
C	Método EFP en todas las variables, excepto en HD y O3. Máscara subóptima	(1,6,10,11,18)	0.5850	0.4150	0.0176	

Tabla 8. Resultados de las funciones de pertenencia para la estimación de concentraciones de ozono en México usando la función objetivo 1-Q (Número de clases por variable proporcionado por expertos en [NM06]). **Mes Agosto.**

Núm. Clases: (3,2,2,2,2,3)						
	# eval	Proporción de datos	Opt. Mask	Q	1-Q	RMS _{prue}
A	8000	HD:(0.50,0.29,0.21) HR:(0.66,0.34) ; TMP: (0.50,0.50) DV:(0.47,0.53) ; VV:(0.44,0.56) O3:(0.06,0.05,0.89)	(12,18)	0,8373	0,1627	0,0334
	4000	HD:(0.49,0.27,0.24) HR:(0.52,0.48) ; TMP: (0.23,0.77) DV:(0.50,0.50) ; VV:(0.54,0.46) O3:(0.05,0.06,0.89)	(12,18)	0,8373	0,1627	0,0334
	2000	HD:(0.52,0.26,0.22) HR:(0.42,0.58) ; TMP: (0.58,0.42) DV:(0.39,0.61) ; VV:(0.45,0.55) O3:(0.05,0.89,0.06)	(12,18)	0,8314	0,1686	0,0273
	1000	HD:(0.52,0.26,0.22) HR:(0.50,0.50) ; TMP: (0.78,0.22) DV:(0.22,0.78) ; VV:(0.70,0.30) O3:(0.05,0.05,0.90)	(12,18)	0,8373	0,1627	0,0334
B	8000	HD:(0.41,0.33,0.26) HR:(0.37,0.63) ; TMP: (0.76,0.24) DV:(0.52,0.48) ; VV:(0.59,0.41) O3:(0.79,0.15,0.06)	(12,14,18)	0,8081	0,1919	0,0248
	8000	HD:(0.37,0.33, 0.3) HR:(0.55,0.45) ; TMP: (0.71,0.29) DV:(0.53,0.47) ; VV:(0.54,0.46) O3:(0.85,0.09,0.06)	(12,15,18)	0,8171	0,1829	0,0244
	4000	HD:(0.46,0.44,0.10) HR:(0.37,0.63) ; TMP: (0.58,0.42) DV:(0.39,0.61) ; VV:(0.66,0.34) O3:(0.77,0.17,0.06)	(12,14,18)	0,8007	0,1993	0,0245
	4000	HD:(0.35,0.26,0.39) HR:(0.37,0.63) ; TMP: (0.37,0.63) DV:(0.51,0.49) ; VV:(0.64,0.36) O3:(0.78,0.12,0.10)	(12,14,18)	0,7984	0,2016	0,0238
	2000	HD:(0.21,0.55,0.24) HR:(0.36,0.64) ; TMP: (0.31,0.69) DV:(0.18,0.82) ; VV:(0.57,0.43) O3:(0.78,0.15,0.07)	(12,14,18)	0,8008	0,1992	0,0245
	2000	HD:(0.07,0.32,0.61) HR:(0.43,0.57) ; TMP: (0.38,0.62) DV:(0.57,0.43) ; VV:(0.23,0.77) O3:(0.07,0.71,0.22)	(12,14,18)	0,7763	0,2237	0,0241
	1000	HD:(0.42,0.40,0.18) HR:(0.42,0.58) ; TMP: (0.33,0.67) DV:(0.17,0.83) ; VV:(0.43,0.57) O3:(0.07,0.78,0.15)	(12,14,18)	0,7809	0,2191	0,0238
	1000	HD:(0.32,0.35,0.33) HR:(0.37,0.63) ; TMP: (0.37,0.63) DV:(0.38,0.62) ; VV:(0.30,0.70) O3:(0.78,0.12,0.10)	(12,14,18)	0,7984	0,2016	0,0238
C		Método EFP en todas las variables, excepto en HD y O3. Máscara subóptima	(1,5,8,12,18)	0,1960	0,8040	0,0180

Tabla 10. Resultados de las funciones de pertenencia para la estimación de concentraciones de ozono en México usando la función objetivo MSE_{entr} (Número de clases por variable proporcionado por expertos en [NM06]). **Mes Enero.**

Núm. Clases: (3,2,2,2,2,3)						
# eval	Proporción de datos	Opt. Mask	Q	MSE_{entr}	RMS_{prue}	
A	8000	HD:(0.38,0.33,0.29) HR:(0.59,0.41) ; TMP: (0.50,0.50) DV:(0.57,0.43) ; VV:(0.53,0.47) O3:(0.57,0.29,0.14)	(4,12,13,16,18)	0.6370	29.3040	0.0180
	4000	HD:(0.38,0.34,0.28) HR:(0.48,0.52) ; TMP: (0.33,0.67) DV:(0.57,0.43) ; VV:(0.49,0.51) O3:(0.46,0.40,0.14)	(4,12,13,16,18)	0.6048	32.6062	0.0184
	2000	HD:(0.40,0.36,0.24) HR:(0.64,0.36) ; TMP: (0.63,0.37) DV:(0.57,0.43) ; VV:(0.48,0.52) O3:(0.46,0.36,0.18)	(4,12,13,16,18)	0.6090	32.7024	0.0185
	1000	HD:(0.16,0.28,0.56) HR:(0.85,0.15) ; TMP: (0.43,0.57) DV:(0.46,0.54) ; VV:(0.89,0.11) O3:(0.09,0.41,0.50)	(3,12,15,18)	0.5636	29.6646	0.0223
B	8000	HD:(0.40,0.30,0.30) HR:(0.59,0.41) ; TMP: (0.55,0.45) DV:(0.53,0.47) ; VV:(0.61,0.39) O3:(0.33,0.21,0.46)	(8,12,13,17,18)	0.6364	34.8826	0.0167
	8000	HD:(0.41,0.34,0.25) HR:(0.60,0.40) ; TMP: (0.11,0.89) DV:(0.67,0.33) ; VV:(0.59,0.41) O3:(0.56,0.19,0.25)	(4,12,13,16,18)	0.6684	33.4619	0.0168
	4000	HD:(0.38,0.40,0.22) HR:(0.57,0.43) ; TMP: (0.44,0.56) DV:(0.72,0.28) ; VV:(0.60,0.40) O3:(0.30,0.27,0.43)	(8,12,13,17,18)	0.6638	35.1395	0.0168
	4000	HD:(0.36,0.32,0.32) HR:(0.65,0.35) ; TMP: (0.76,0.24) DV:(0.58,0.42) ; VV:(0.89,0.11) O3:(0.57,0.29,0.14)	(4,7,12,16,18)	0.6397	33.4943	0.0170
	2000	HD:(0.41,0.34,0.25) HR:(0.42,0.58) ; TMP: (0.51,0.49) DV:(0.57,0.43) ; VV:(0.47,0.53) O3:(0.39,0.28,0.33)	(4,12,13,16,18)	0.7057	37.5814	0.0174
	2000	HD:(0.35,0.40,0.25) HR:(0.49,0.51) ; TMP: (0.58,0.42) DV:(0.55,0.45) ; VV:(0.50,0.50) O3:(0.41,0.23,0.36)	(7,8,12,17,18)	0.7057	37.3764	0.0176
	1000	HD:(0.36,0.43,0.21) HR:(0.58,0.42) ; TMP: (0.43,0.57) DV:(0.46,0.54) ; VV:(0.60,0.40) O3:(0.31,0.22,0.47)	(7,8,12,17,18)	0.6548	36.1851	0.0164
	1000	HD:(0.40,0.32,0.28) HR:(0.64,0.36) ; TMP: (0.77,0.23) DV:(0.46,0.54) ; VV:(0.61,0.39) O3:(0.29,0.24,0.47)	(8,12,13,17,18)	0.6443	37.4077	0.0167
	C	Método EFP en todas las variables, excepto en HD y O3. Máscara subóptima	(1,6,10,11,18)	0.5850	---	0.0176

Tabla 11. Resultados de las funciones de pertenencia para la estimación de concentraciones de ozono en México usando la función objetivo MSE_{entr} (Número de clases por variable proporcionado por expertos en [NM06]). **Mes Agosto.**

Núm. Clases: (3,2,2,2,2,3)							
# eval	Proporción de datos	Opt. Mask	Q	FCMSE _{entr}	FCRMS _{entr}	RMS _{prue}	
A	8000	HD:(0.27,0.46,0.27) HR:(0.54,0.46) ; TMP: (0.85,0.15) DV:(0.51,0.49) ; VV:(0.29,0.71) O3:(0.65,0.29,0.06)	(12,15,18)	0,6962	66,8431	0,0225	0,0246
	4000	HD:(0.27,0.23,0.50) HR:(0.58,0.42) ; TMP: (0.83,0.17) DV:(0.36,0.64) ; VV:(0.35,0.65) O3:(0.58,0.30,0.12)	(12,15,18)	0,6773	65,5131	0,0222	0,0245
	2000	HD:(0.51,0.24,0.25) HR:(0.47,0.53) ; TMP: (0.60, 0.40) DV:(0.81,0.19) ; VV:(0.36,0.64) O3:(0.58,0.19,0.23)	(12,14,18)	0,6787	70,5310	0,0231	0,0255
	1000	HD:(0.55,0.34,0.11) HR:(0.53,0.47) ; TMP: (0.44,0.56) DV:(0.43,0.57) ; VV:(0.11,0.89) O3:(0.61,0.21,0.18)	(12,14,18)	0,6822	69,9443	0,0230	0,0247
B	8000	HD:(0.27,0.46,0.27) HR:(0.54,0.46) ; TMP: (0.85,0.15) DV:(0.51,0.49) ; VV:(0.29,0.71) O3:(0.65,0.29,0.06)	(12,15,18)	0,6962	66,8431	0,0225	0,0246
	8000	HD:(0.24,0.50,0.26) HR:(0.53,0.47) ; TMP: (0.38,0.62) DV:(0.25,0.75) ; VV:(0.18,0.82) O3:(0.64,0.24,0.12)	(12,14,18)	0,6986	74,0258	0,0237	0,0243
	4000	HD:(0.31,0.47,0.22) HR:(0.53,0.47) ; TMP: (0.39,0.61) DV:(0.30,0.70) ; VV:(0.49,0.51) O3:(0.61,0.21,0.18)	(12,14,18)	0,6822	69,9443	0,0230	0,0247
	4000	HD:(0.27,0.23,0.50) HR:(0.58,0.42) ; TMP: (0.83,0.17) DV:(0.36,0.64) ; VV:(0.35,0.65) O3:(0.58,0.30,0.12)	(12,15,18)	0,6773	65,5131	0,0222	0,0245
	2000	HD:(0.25,0.52,0.23) HR:(0.38,0.62) ; TMP: (0.41,0.59) DV:(0.47,0.53) ; VV:(0.46,0.54) O3:(0.50,0.30,0.20)	(12,14,18)	0,6541	75,9336	0,0240	0,0248
	2000	HD:(0.34,0.32,0.34) HR:(0.51,0.49) ; TMP: (0.55,0.45) DV:(0.51,0.49) ; VV:(0.52,0.48) O3:(0.62,0.23,0.15)	(12,14,18)	0,6865	75,1663	0,0238	0,0247
	1000	HD:(0.55,0.34,0.11) HR:(0.53,0.47) ; TMP: (0.44,0.56) DV:(0.43,0.57) ; VV:(0.11,0.89) O3:(0.61,0.21,0.18)	(12,14,18)	0,6822	69,9443	0,0230	0,0247
	1000	HD:(0.37,0.53,0.10) HR:(0.55,0.45) ; TMP: (0.20,0.80) DV:(0.74,0.26) ; VV:(0.29,0.71) O3:(0.66,0.13,0.21)	(12,14,18)	0,7123	75,6913	0,0239	0,0236
C	Método EFP en todas las variables, excepto en HD y O3. Máscara subóptima	(1,5,8,12,18)	0,1960	---	----	0,0180	

3.2 Aprendizaje del número óptimo de clases para cada variable del sistema (AG1)

En esta sección, el **AG1** se ejecuta para obtener el número óptimo de clases tanto para las variables de entrada como para la variable de salida. Aquí se presentan los resultados obtenidos para el problema de predicción de concentraciones de ozono en México. El método EFP se emplea para encontrar las funciones de pertenencia de las clases.

Tabla 12. Resultados de granularidad para la estimación de la concentración de ozono en México usando las funciones objetivo: a) 1-Q y, b) Error de predicción MSE del último 25% de datos del conjunto de entrenamiento (MSE_{entr}). Método EFP. **Mes Enero.** (X significa cualquier valor entre [2..9]).

1-Q	# eval.	Gran.	Opt. Mask	Q	1-Q	RMS_{prue}
	400, 800	(5,X,X,X,2)	(12,13,18)	0.6999	0.3001	0.0406
	400, 800	(3,X,X,3,3,2)	(4,7,12,17,18)	0.6826	0.3174	0.0179
	800	(3,4,5,3,8,2)	(7,12,17,18)	0.6894	0.3106	0.0185
	400	(3,X,X,3,X,3)	(4,7,12,18)	0.6816	0.3184	0.0194
	400	(6,3,8,3,3,2)	(7,12,18)	0.6855	0.3145	0.0360
	400, 800	(8,X,X,X,2)	(12,13,18)	0.6970	0.3030	0.0416
	100,200	(5,X,X,X,2)	(12,13,18)	0.6999	0.3001	0.0406
	100,200	(3,X,X,3,3,2)	(4,7,12,17,18)	0.6826	0.3174	0.0179
	200	(3,3,7,3,6,2)	(7,12,17,18)	0.6864	0.3136	0.0188
	100, 200	(3,X,X,3,X,3)	(4,7,12,18)	0.6816	0.3184	0.0194
	100, 200	(8,X,X,X,2)	(12,13,18)	0.6970	0.3030	0.0416
	100	(9,9,9,6,3,2)	(1,12,18)	0.6886	0.3114	0.0416
	Solución óptima sugerida: Partición = (5,X,X,X,2); Q=0,6999					
MSE_{entr}	# eval.	Gran.	Opt. Mask	Q	MSE_{entr}	RMS_{prue}
	400, 800	(2,2,X,X,4,2)	(1,12,14,17,18)	0.5812	47.94	0.0229
	800	(3,3,6,9,3,2)	(7,12,16,18)	0.6695	56.73	0.0184
	400, 800	(2,X,X,X,4,4)	(1,12,17,18)	0.5587	57.91	0.0193
	400, 800	(2,2,X,X,2,2)	(1,12,14,17,18)	0.5687	49.12	0.0221
	400, 800	(2,2,X,X,3,3)	(1,12,14,17,18)	0.6275	52.85	0.0244
	200	(2,2,5,7,4,2)	(1,12,14,17,18)	0.5812	47.94	0.0229
	100	(3,8,8,8,2,2)	(7,12,16,18)	0.6683	60.89	0.0180
	100	(3,4,3,9,2,2)	(7,12,16,18)	0.6695	56.73	0.0184
	100, 200	(2,X,X,X,4,4)	(1,12,17,18)	0.5587	57.91	0.0193
	200	(3,4,2,4,6,4)	(4,7,12,18)	0.5729	58.49	0.0215
	100, 200	(2,2,X,X,2,2)	(1,12,14,17,18)	0.5687	49.12	0.0221
	100	(2,2,3,2,3,2)	(1,11,12,14,18)	0.5794	57.87	0.0235
	100	(2,2,X,X,3,3)	(1,12,14,17,18)	0.6275	52.85	0.0244
Solución óptima sugerida: Partición = (2,2,X,X,4,2); $MSE_{entr}=47.94$						

Tabla 13. Resultados de granularidad para la estimación de la concentración de ozono en México usando las funciones objetivo: a) 1-Q y, b) Error de predicción MSE del último 25% de datos del conjunto de entrenamiento (MSE_{entr}). Método EFP. **Mes Agosto.** (X significa cualquier valor entre [2..9]).

1-Q	# eval.	Gran.	Opt. Mask	Q	1-Q	RMS _{prue}	
	800	(4,2,X,X,X,2)	(12,14,18)	0,7155	0,2845	0,0281	
	800	(8,8,X,X,5,2)	(12,13,18)	0,7132	0,2868	0,0195	
	400	(3,2,X,X,X,2)	(12,14,18)	0,7155	0,2845	0,0281	
	400	(8,6,2,4,5,2)	(12,13,18)	0,7132	0,2868	0,0195	
	200	(2,2,X,X,X,2)	(12,14,18)	0,7155	0,2845	0,0281	
	200	(8,7,5,2,7,2)	(12,13,18)	0,7132	0,2868	0,0195	
	200	(3,3,2,3,3,2)	(12,14,18)	0,7116	0,2884	0,0272	
	200	(3,2,X,X,X,3)	(12,14,18)	0,6249	0,3751	0,0267	
	100	(2,2,X,X,X,2)	(12,14,18)	0,7155	0,2845	0,0281	
	100	(8,5,2,X,2,2)	(12,13,18)	0,7132	0,2868	0,0195	
	100	(2,2,X,X,X,3)	(12,14,18)	0,6249	0,3751	0,0267	
	100	(4,3,7,6,4,3)	(12,14,18)	0,6234	0,3766	0,0268	
Solución óptima sugerida: Partición = (2,2,X,X,X,2); Q=0,7155							
MSE _{entr}	# eval.	Gran.	Opt. Mask	Q	FCMSE _{entr}	FCRMS _{entr}	RMS _{prue}
800	(9,5,X,X,X,3)	(1,12,18)	0,6062	43,29	0,0182	0,0189	
800	(8,7,X,X,X,2)	(12,13,18)	0,7122	50,54	0,0197	0,0199	
800	(5,4,X,X,X,2)	(12,13,18)	0,6886	52,86	0,0202	0,0200	
400	(9,5,X,X,X,3)	(1,12,18)	0,6062	43,29	0,0182	0,0189	
400	(8,4,X,X,X,2)	(12,13,18)	0,7122	50,54	0,0197	0,0199	
400	(5,7,X,X,X,2)	(12,13,18)	0,6886	52,86	0,0202	0,0200	
400	(7,3,7,3,4,3)	(1,12,18)	0,6092	70,38	0,0233	0,0244	
200	(9,5,X,X,X,3)	(1,12,18)	0,6062	43,29	0,0182	0,0189	
200	(8,3,X,X,X,2)	(12,13,18)	0,7122	50,54	0,0197	0,0199	
200	(5,7,X,X,X,2)	(12,13,18)	0,6886	52,86	0,0202	0,0200	
200	(5,6,8,3,4,3)	(12,13,18)	0,5957	53,87	0,0203	0,0214	
100	(9,6,X,X,X,3)	(1,12,18)	0,6062	43,29	0,0182	0,0189	
100	(7,6,X,X,X,2)	(12,13,18)	0,6829	54,91	0,0205	0,0196	
100	(8,3,X,X,X,2)	(12,13,18)	0,7122	50,54	0,0197	0,0199	
100	(5,5,X,X,X,2)	(12,13,18)	0,6886	52,86	0,0202	0,0200	
100	(9,3,X,X,X,2)	(1,12,18)	0,6972	54,35	0,0204	0,0201	
Solución óptima sugerida: Partición = (9,5,X,X,X,3) ; FCMSE _{entr} = 43,29							

Las *Tablas 12 y 13* presentan los resultados obtenidos por el **AG1** para la estimación de concentraciones locales máximas de ozono en México usando las funciones objetivo: a) 1-Q, y b) Error de predicción MSE del último 25% del conjunto de datos de entrenamiento (MSE_{entr}). Como se ha indicado en otros casos, el resto de la señal de entrenamiento (el primer 75% de los datos), en la función objetivo MSE_{entr} se utiliza para obtener los modelos FIR (máscaras y base de reglas patrón). Cada tabla se refiere a uno de los meses considerados para el estudio de modelado. Las tablas han sido distribuidas de la siguiente manera:

- $\# Eval.$: indica el número de evaluaciones de cromosomas hechas por el AG.
- $Gran.$: señala la granularidad sugerida por el **AG1** cuando finaliza su ejecución. Nótese que aquí la granularidad sugerida es el parámetro de entrada al proceso de fusificación de la metodología FIR.
- $Opt. Mask$ y Q : contienen la máscara óptima (en notación de posición) identificada por FIR para esta granularidad específica y la calidad asociada a esta máscara, respectivamente.
- $1-Q$: corresponde al valor de la función objetivo de la calidad.
- MSE_{entr} : corresponde al valor de la función objetivo del error de predicción MSE del último 25% de los datos del conjunto de entrenamiento.
- RMS_{prue} : indica al error de predicción del conjunto de datos de prueba (Véase ecuación 1).

En la *Tabla 14* se muestra el tiempo de CPU que necesita el **AG1** para realizar las treinta ejecuciones para cada uno de los criterios de parada estipulados y mes considerado cuando se utilizan las funciones objetivo $1-Q$ y MSE_{entr} , respectivamente.

Tabla 14. Tiempo consumido por el AG1 para realizar las treinta ejecuciones por cada criterio de parada. Caso de Estudio: Ozono México-**Meses (Enero y Agosto)**. Funciones objetivo: $1-Q$ y MSE_{entr} .

Función objetivo	Criterio de Parada (# evaluaciones de cromosomas)	Tiempo (horas) por mes considerado	
		Enero	Agosto
1-Q	100	11:22	30:50
	200	15:43	47:31
	400	23:17	94:08
	800	44:28	172:51
MSE_{entr}	100	16:59	34:10
	200	26:13	72:05
	400	42:16	124:24
	800	86:15	235:39

3.3 Aprendizaje de las funciones de pertenencia de las clases (AG2). Granularidad suministrada por el AG1

A continuación se exponen los resultados obtenidos del **AG2** utilizando el número óptimo de clases obtenido por el **AG1**. De este modo, se logra la combinación **AG1 + AG2**.

Tabla 15. Resultados de las funciones de pertenencia para la estimación de concentraciones de ozono en México usando la función objetivo 1-Q (Número de clases por variable suministrado por el AG1). **Mes Enero.**

		Núm. Clases: (3,2,2,3,3,2)				
	# eval	Proporción de datos	Opt. Mask	Q	1-Q	RMS _{prue}
A	8000	HD:(0.26,0.28,0.46) HR:(0.93,0.07) ; TMP: (0.49,0.51) DV:(0.20,0.74,0.06) ; VV:(0.26,0.13,0.61) O3:(0.09,0.91)	(12,14,18)	0.9818	0.0182	0.0328
	4000	HD:(0.25,0.29,0.46) HR:(0.76,0.24) ; TMP: (0.17,0.83) DV:(0.05,0.38,0.57) ; VV:(0.14,0.25,0.61) O3:(0.09,0.91)	(5,14,15,17,18)	0.9821	0.0179	0.0198
	2000	HD:(0.44,0.33,0.23) HR:(0.68,0.32) ; TMP: (0.52,0.48) DV:(0.33,0.38,0.29) ; VV:(0.14,0.29,0.57) O3:(0.09,0.91)	(5,10,14,17,18)	0.9814	0.0186	0.0288
	1000	HD:(0.35,0.44,0.21) HR:(0.60,0.40) ; TMP: (0.43,0.57) DV:(0.35,0.34,0.31) ; VV:(0.28,0.30,0.42) O3:(0.07,0.93)	(5,14,16,17,18)	0.9801	0.0199	0.0285
B	8000	HD:(0.38,0.34,0.28) HR:(0.45,0.55) ; TMP: (0.56,0.44) DV:(0.34,0.26,0.40) ; VV:(0.62,0.22,0.16) O3:(0.69,0.31)	(7,12,17,18)	0.8689	0.1311	0.0183
	8000	HD:(0.39,0.33,0.28) HR:(0.50,0.50) ; TMP: (0.47,0.53) DV:(0.41,0.29,0.30) ; VV:(0.58,0.25,0.17) O3:(0.70,0.30)	(7,12,17,18)	0.8648	0.1352	0.0195
	4000	HD:(0.38,0.34,0.28) HR:(0.40,0.60) ; TMP: (0.47,0.53) DV:(0.46,0.26,0.28) ; VV:(0.24,0.31,0.45) O3:(0.69,0.31)	(7,12,16,18)	0.8575	0.1425	0.0181
	4000	HD:(0.27,0.39,0.34) HR:(0.73,0.27) ; TMP: (0.53,0.47) DV:(0.27,0.46,0.27) ; VV:(0.65,0.17,0.18) O3:(0.09,0.91)	(5,7,14,18)	0.9741	0.0259	0.0187
	2000	HD:(0.39,0.33,0.28) HR:(0.52,0.48) ; TMP: (0.55,0.45) DV:(0.41,0.34,0.25) ; VV:(0.66,0.16,0.18) O3:(0.69,0.31)	(7,12,17,18)	0.8677	0.1323	0.0189
	2000	HD:(0.39,0.32,0.29) HR:(0.61,0.39) ; TMP: (0.50,0.50) DV:(0.34,0.39,0.27) ; VV:(0.57,0.26,0.17) O3:(0.69,0.31)	(7,12,17,18)	0.8678	0.1322	0.0190
	1000	HD:(0.34,0.36,0.30) HR:(0.48,0.52) ; TMP: (0.52,0.48) DV:(0.39,0.31,0.30) ; VV:(0.36,0.35,0.29) O3:(0.70,0.30)	(1,12,18)	0.8501	0.1499	0.0176
	1000	HD:(0.37,0.32,0.31) HR:(0.45,0.55) ; TMP: (0.54,0.46) DV:(0.26,0.31,0.43) ; VV:(0.30,0.43,0.27) O3:(0.70,0.30)	(1,12,18)	0.8501	0.1499	0.0176

Las *Tablas 15 y 16* muestran los resultados obtenidos por el **AG2** para cada mes usando la función objetivo 1-Q tomando en cuenta las granularidades suministradas por el **AG1**. Las tablas están distribuidas como la *Tabla 7*. La diferencia radica en el contenido de las secciones de la primera columna. La sección *A* corresponde al mejor resultado obtenido (valor 1-Q) por la combinación **AG1 + AG2**. En cambio, la

sección *B* pertenece a los mejores resultados de predicción de los datos de prueba obtenidos por la combinación **AG1 + AG2**. Por su parte, las *Tablas 17 y 18* presentan los resultados obtenidos por el **AG2** para la función objetivo MSE_{entr} y están organizadas como la *Tabla 10* pero se contemplan las dos secciones del mismo modo que la *Tabla 15*.

Tabla 16. Resultados de las funciones de pertenencia para la estimación de concentraciones de ozono en México usando la función objetivo 1-Q (Número de clases por variable suministrado por el AG1). **Mes Agosto.**

		Núm. Clases: (8,5,2,2,2,2)				
	# eval	Proporción de datos	Opt. Mask	Q	1-Q	RMS _{prue}
A	8000	HD:(0.10,0.20,0.12,0.12,0.14,0.07,0.08,0.17) HR:(0.17,0.20,0.21,0.33,0.09); TMP:(0.53,0.47) DV:(0.52,0.48); VV:(0.58,0.42); O3:(0.07,0.93)	(12,18)	0,9022	0,0978	0,0276
	4000	HD:(0.05,0.19,0.07,0.06,0.05,0.35,0.15,0.08) HR:(0.08,0.15,0.11,0.55,0.11); TMP:(0.44,0.56) DV:(0.48,0.52); VV:(0.54,0.46); O3:(0.07,0.93)	(12,18)	0,9022	0,0978	0,0276
	2000	HD:(0.13,0.08,0.24,0.13,0.09,0.05,0.21,0.07) HR:(0.43,0.07,0.08,0.31,0.11); TMP:(0.29,0.71) DV:(0.65,0.35); VV:(0.72,0.28); O3:(0.07,0.93)	(12,18)	0,9022	0,0978	0,0276
	1000	HD:(0.12,0.22,0.10,0.05,0.21,0.10,0.08,0.12) HR:(0.23,0.61,0.06,0.05,0.05); TMP:(0.67,0.33) DV:(0.54,0.46); VV:(0.59,0.41); O3:(0.06,0.94)	(12,18)	0,9022	0,0978	0,0276
B	8000	HD:(0.12,0.13,0.17,0.14,0.15,0.16,0.07,0.06) HR:(0.24,0.23,0.24,0.15,0.14); TMP:(0.71,0.29) DV:(0.44,0.56); VV:(0.67,0.33); O3:(0.91,0.09)	(12,15,18)	0,8695	0,1305	0,0250
	8000	HD:(0.11,0.10,0.06,0.22,0.06,0.14,0.12,0.19) HR:(0.10,0.20,0.33,0.26,0.11); TMP:(0.71,0.29) DV:(0.40,0.60); VV:(0.45,0.55); O3:(0.93,0.07)	(12,15,18)	0,8811	0,1189	0,0249
	4000	HD:(0.12,0.16,0.11,0.12,0.15,0.11,0.11,0.12) HR:(0.14,0.44,0.10,0.20,0.12); TMP:(0.66,0.34) DV:(0.64,0.36); VV:(0.27,0.73); O3:(0.93,0.07)	(12,15,18)	0,8775	0,1225	0,0250
	4000	HD:(0.21,0.10,0.13,0.07,0.23,0.14,0.06,0.06) HR:(0.13,0.16,0.18,0.29,0.24); TMP:(0.74,0.26) DV:(0.57,0.43); VV:(0.63,0.37); O3:(0.93,0.07)	(12,15,18)	0,8809	0,1191	0,0246
	2000	HD:(0.09,0.08,0.22,0.10,0.23,0.14,0.06,0.08) HR:(0.14,0.30,0.11,0.21,0.24); TMP:(0.67,0.33) DV:(0.47,0.53); VV:(0.51,0.49); O3:(0.85,0.15)	(12,15,18)	0,8458	0,1542	0,0247
	2000	HD:(0.07,0.10,0.21,0.08,0.22,0.13,0.05,0.14) HR:(0.13,0.12,0.18,0.37,0.20); TMP:(0.74,0.26) DV:(0.19,0.81); VV:(0.50,0.50); O3:(0.93,0.07)	(12,15,18)	0,8809	0,1191	0,0246
	1000	HD:(0.11,0.07,0.07,0.07,0.17,0.32,0.06,0.13) HR:(0.36,0.06,0.14,0.22,0.22); TMP:(0.71,0.29) DV:(0.49,0.51); VV:(0.52,0.48); O3:(0.90,0.10)	(12,15,18)	0,8657	0,1343	0,0255
	1000	HD:(0.11,0.05,0.13,0.27,0.05,0.27,0.06,0.06) HR:(0.10,0.26,0.28,0.21,0.15); TMP:(0.69,0.31) DV:(0.27,0.73); VV:(0.62,0.38); O3:(0.89,0.11)	(12,15,18)	0,8596	0,1404	0,0245

Tabla 17. Resultados de las funciones de pertenencia para la estimación de concentraciones de ozono en México usando la función objetivo MSE_{entr} (Número de clases por variable suministrado por el AG1). **Mes Enero.**

Núm. Clases: (3,2,2,8,2,2)					
# eval	Proporción de datos	Opt. Mask	Q	MSE_{entr}	RMS_{prue}
A 8000	HD:(0.19,0.26,0.55) HR:(0.28,0.72) ; TMP: (0.41,0.59) DV:(0.13,0.13,0.17,0.12,0.12,0.12,0.11,0.10) VV:(0.55,0.45) ; O3:(0.52,0.48)	(3,11,12,15,18)	0.5836	29.6107	0.0195
4000	HD:(0.24,0.68,0.08) HR:(0.59,0.41) ; TMP: (0.42,0.58) DV:(0.09,0.15,0.09,0.13,0.09,0.13,0.27,0.05) VV:(0.56,0.44) ; O3:(0.52,0.48)	(3,11,12,15,18)	0.5873	31.2674	0.0196
2000	HD:(0.24,0.68,0.08) HR:(0.57,0.43) ; TMP: (0.53,0.47) DV:(0.16,0.12,0.15,0.13,0.13,0.13,0.09,0.09) VV:(0.64,0.36) ; O3:(0.53,0.47)	(3,11,12,15,18)	0.6051	32.5828	0.0179
1000	HD:(0.29,0.58,0.13) HR:(0.35,0.65) ; TMP: (0.42,0.58) DV:(0.09,0.09,0.24,0.07,0.10,0.08,0.10,0.23) VV:(0.67,0.33) ; O3:(0.41,0.59)	(11,12,13,15,18)	0.6612	36.4081	0.0208
B 8000	HD:(0.23,0.53,0.24) HR:(0.49,0.51) ; TMP: (0.54,0.46) DV:(0.11,0.14,0.13,0.15,0.14,0.13,0.11,0.09) VV:(0.46,0.54) ; O3:(0.79,0.21)	(2,13,15,17,18)	0.7268	37.7292	0.0169
8000	HD:(0.39,0.27,0.34) HR:(0.42,0.58) ; TMP: (0.48,0.52) DV:(0.16,0.14,0.07,0.12,0.21,0.12,0.11,0.07) VV:(0.60,0.40) ; O3:(0.49,0.51)	(12,13,14,17,18)	0.6489	40.0706	0.0186
4000	HD:(0.38,0.33,0.29) HR:(0.52,0.48) ; TMP: (0.34,0.66) DV:(0.13,0.10,0.11,0.15,0.10,0.11,0.14,0.16) VV:(0.59,0.41) ; O3:(0.64,0.36)	(7,12,14,17,18)	0.8437	40.8856	0.0185
4000	HD:(0.32,0.48,0.20) HR:(0.51,0.49) ; TMP: (0.44,0.56) DV:(0.09,0.26,0.18,0.15,0.12,0.07,0.07,0.06) VV:(0.67,0.33) ; O3:(0.58,0.42)	(12,13,14,17,18)	0.7129	39.2474	0.0191
2000	HD:(0.41,0.32,0.27) HR:(0.45,0.55) ; TMP: (0.64,0.36) DV:(0.12,0.12,0.12,0.10,0.19,0.14,0.12,0.09) VV:(0.57,0.43) ; O3:(0.41,0.59)	(12,13,14,17,18)	0.7246	42.044	0.0184
2000	HD:(0.38,0.36,0.26) HR:(0.47,0.53) ; TMP: (0.41,0.59) DV:(0.13,0.13,0.13,0.12,0.12,0.14,0.11,0.12) VV:(0.56,0.44) ; O3:(0.41,0.59)	(12,13,14,17,18)	0.7240	42.7117	0.0187
1000	HD:(0.45,0.31,0.24) HR:(0.52,0.48) ; TMP: (0.40,0.60) DV:(0.13,0.11,0.11,0.16,0.14,0.08,0.09,0.18) VV:(0.58,0.42) ; O3:(0.64,0.36)	(12,13,14,17,18)	0.8429	39.9073	0.0183
1000	HD:(0.39,0.27,0.34) HR:(0.40,0.60) ; TMP: (0.35,0.65) DV:(0.08,0.11,0.18,0.09,0.18,0.13,0.15,0.08) VV:(0.59,0.41) ; O3:(0.41,0.59)	(12,13,14,17,18)	0.7099	41.9458	0.0185

Tabla 18. Resultados de las funciones de pertenencia para la estimación de concentraciones de ozono en México usando la función objetivo MSE_{entr} (Número de clases por variable suministrado por el AG1). **Mes Agosto.**

Núm. Clases: (9,6,2,2,2,3)							
# eval	Proporción de datos	Opt. Mask	Q	FCMSE _{entr}	FCRMS _{entr}	RMS _{prue}	
A 8000	HD:(0.22,0.09,0.08,0.07,0.09,0.09,0.09,0.10,0.17) HR:(0.16,0.18,0.17,0.20,0.21,0.08) TMP:(0.36,0.64) ; DV:(0.55,0.45) VV:(0.41,0.59) ; O3:(0.33,0.31,0.36)	(12,13,18)	0,5897	25,0262	0,0139	0,0159	
4000	HD:(0.12,0.11,0.16,0.09,0.07,0.11,0.12,0.05,0.17) HR:(0.15,0.14,0.15,0.14,0.26,0.16) TMP:(0.38,0.62) ; DV:(0.56,0.44) VV:(0.55,0.45) ; O3:(0.33,0.31,0.36)	(12,13,18)	0,5963	25,0905	0,0139	0,0159	
2000	HD:(0.06,0.13,0.17, 0.1,0.06,0.14,0.21,0.05,0.08) HR:(0.09,0.17,0.13,0.33,0.08,0.20) TMP:(0.48,0.52) ; DV:(0.26,0.74) ; VV:(0.38,0.62) ; O3:(0.16,0.42,0.42)	(12,13,18)	0,6453	25,4579	0,0140	0,0160	
1000	HD:(0.10,0.11,0.17,0.10,0.08,0.07,0.14,0.14,0.09) HR:(0.21,0.14,0.09,0.23,0.13,0.20) TMP:(0.50,0.50) ; DV:(0.39,0.61) ; VV:(0.57,0.43) ; O3:(0.35,0.29,0.36)	(12,13,18)	0,6089	25,4427	0,0140	0,0159	
B 8000	HD:(0.09,0.17,0.14,0.09,0.09,0.09,0.09,0.14,0.10) HR:(0.10,0.19,0.12,0.27,0.09,0.23) TMP:(0.47,0.53) ; DV:(0.53,0.47) VV:(0.44,0.56) ; O3:(0.59,0.14,0.27)	(12,13,18)	0,6590	29,6041	0,0151	0,0156	
8000	HD:(0.11,0.11,0.08,0.10,0.14,0.13,0.11,0.12,0.10) HR:(0.22,0.26,0.13,0.22,0.10,0.07) TMP:(0.52,0.48) ; DV:(0.48,0.52) VV:(0.55,0.45) ; O3:(0.46,0.19,0.35)	(12,13,18)	0,6270	28,2883	0,0147	0,0154	
4000	HD:(0.10,0.12,0.10,0.08,0.09,0.11,0.14,0.12,0.14) HR:(0.18,0.21,0.18,0.13,0.18,0.12) TMP:(0.49,0.51) ; DV:(0.36,0.64) VV:(0.65,0.35) ; O3:(0.51,0.14,0.35)	(12,13,18)	0,6521	27,7048	0,0146	0,0154	
4000	HD:(0.18,0.06,0.17,0.18,0.17,0.07,0.05,0.06,0.06) HR:(0.08,0.26,0.19,0.06,0.05,0.36) TMP:(0.41,0.59) ; DV:(0.70,0.30) VV:(0.65,0.35) ; O3:(0.51,0.12,0.37)	(12,13,18)	0,6534	28,5687	0,0148	0,0153	
2000	HD:(0.13,0.14,0.08,0.08,0.09,0.17,0.11,0.11,0.09) HR:(0.14,0.17,0.14,0.16,0.23,0.16) TMP:(0.48,0.52) ; DV:(0.64,0.36) ; VV:(0.60,0.40) ; O3:(0.56,0.15,0.29)	(12,13,18)	0,6494	27,8988	0,0146	0,0157	
2000	HD:(0.12,0.14,0.12,0.10,0.17,0.09,0.08,0.07,0.11) HR:(0.22,0.10,0.27,0.15,0.14,0.12) TMP:(0.68,0.32) ; DV:(0.55,0.45) VV:(0.56,0.44) ; O3:(0.49,0.14,0.37)	(12,13,18)	0,6500	28,5358	0,0148	0,0154	
1000	HD:(0.10,0.13,0.11,0.08,0.17,0.11,0.13,0.10,0.07) HR:(0.16,0.18,0.14,0.18,0.14,0.20) TMP:(0.44,0.56) ; DV:(0.43,0.57) VV:(0.49,0.51) ; O3:(0.28,0.27,0.45)	(12,13,18)	0,5969	27,7950	0,0146	0,0157	
1000	HD:(0.09,0.10,0.09,0.11,0.12,0.16,0.07,0.08,0.18) HR:(0.13,0.30,0.10,0.16,0.09,0.22) TMP:(0.30,0.70) ; DV:(0.46,0.54) VV:(0.30,0.70) ; O3:(0.49,0.16,0.35)	(12,13,18)	0,6444	29,5849	0,0151	0,0154	

La *Tabla 19* muestra el tiempo necesario de CPU del **AG1 + AG2** para alcanzar las treinta ejecuciones para cada uno de los criterios de parada estipulados durante el mes de Enero cuando se utilizan las funciones objetivo 1-Q y MSE_{entr} , respectivamente. El tiempo consumido para el mes de Agosto es de similar magnitud.

Tabla 19. Tiempo consumido por el AG1 + AG2 para realizar las treinta ejecuciones por cada criterio de parada. Caso Estudio: Ozono México-**Mes Enero**. Funciones objetivo: 1-Q y MSE_{entr} .

Criterio de Parada (# evaluaciones de cromosomas)	Tiempo (horas) por función objetivo	
	1-Q	MSE_{entr}
1000	50:37	52:19
2000	100:43	102:24
4000	194:54	202:39
8000	390:31	404:52

3.4 Aprendizaje global del número óptimo de clases y de las funciones de pertenencia de las clases (AG3)

En esta sección se visualizan los resultados obtenidos por el método propuesto AG3 sobre el problema de modelado de concentraciones de ozono en México. Las *Tablas 20 y 21* muestran los resultados obtenidos cuando se usa la función objetivo 1-Q para cada uno de los meses considerados. Las tablas están organizadas como se describe a continuación. La primera columna se divide en tres secciones. La sección *A* corresponde al mejor resultado obtenido por el **AG3** (valor mínimo de las funciones objetivo). La sección *B* corresponde a los mejores resultados de predicción obtenidos por el **AG3**. La sección *C* indica los resultados obtenidos cuando se emplean parámetros por defecto en FIR (**FIR DEFECTO**), es decir, todas las variables se discretizan en tres clases y se obtienen particiones difusas uniformes usando el método EFP para establecer las funciones de pertenencia. La sección *D* y *E* muestran los resultados cuando se emplean **AG1** y **AG1+AG2** que fueron implementados en apartados previos. De esta forma, *C*, *D* y *E* se usan como referencia para el análisis de los resultados. La segunda columna indica el criterio de parada, es decir, el número de evaluaciones de cromosomas realizadas por el AG. La tercera y cuarta columnas presentan la solución sugerida por el **AG3** (número de clases y distribución de landmarks) para las variables de entrada (HD, HR, TMP, DV, VV) y la variable de salida (O_3) cuando se cumple el criterio de parada estipulado. El número de elementos de la proporción de datos corresponde al número de clases para esa variable. La quinta columna contienen la máscara óptima (en

Tabla 20. Resultados de la granularidad y las funciones de pertenencia para la estimación de la concentración de ozono en México usando la función objetivo 1-Q. **Mes Enero.**

# eval	Gran.	Proporción de datos	Opt. Mask	Q	1-Q	RMS _{prue}
A 8000	(8,9,3,2,3,2)	HD:(0.12,0.12,0.12,0.12,0.13,0.13,0.13,0.13) HR:(0.11,0.11,0.14,0.11,0.11,0.14,0.09,0.09,0.10) TMP: (0.45,0.29,0.26) ; DV:(0.50,0.50) VV:(0.24,0.26,0.50) ; O3:(0.09,0.91)	(4,14,16,17,18)	0.9858	0.0142	0.0299
4000	(5,7,3,3,2,2)	HD:(0.20,0.20,0.20,0.20,0.20) HR:(0.19,0.10,0.33,0.10,0.10,0.11,0.07) TMP: (0.33,0.33,0.34) ; DV:(0.25,0.25,0.50) VV:(0.36,0.64) ; O3:(0.08,0.92)	(5,10,14,17,18)	0.9854	0.0146	0.0291
2000	(8,8,3,2,2,2)	HD:(0.17,0.05,0.19,0.12,0.15,0.06,0.11,0.15) HR:(0.11,0.24,0.13,0.20,0.07,0.09,0.09,0.07) TMP:(0.33,0.33,0.34) ; DV:(0.50,0.50) VV:(0.45,0.55) ; O3:(0.06,0.94)	(5,14,16,17,18)	0.9857	0.0143	0.0297
1000	(8,9,5,2,2,2)	HD:(0.06,0.06,0.23,0.08,0.19,0.14,0.10,0.10) HR:(0.10,0.16,0.10,0.09,0.17,0.09,0.09,0.09,0.11) TMP:(0.26,0.07,0.43,0.09,0.15) ; DV:(0.50,0.50) VV:(0.40,0.60) ; O3:(0.08,0.92)	(5,10,14,17,18)	0.9842	0.0158	0.0292
B 8000	(5,5,3,8,2,2)	HR:(0.20,0.20,0.20,0.20,0.20) ; TMP: (0.43,0.42,0.15) DV:(0.09,0.12,0.09,0.09,0.23,0.18,0.10,0.10) VV:(0.83,0.17) ; O3:(0.69,0.31)	(7,12,17,18)	0.8737	0.1263	0.0179
8000	(6,3,4,3,5,3)	HD:(0.11,0.14,0.15,0.32,0.13,0.15) ; HR:(0.51,0.26,0.23) TMP: (0.20,0.24,0.26,0.30) DV:(0.46,0.26,0.28) ; VV:(0.20,0.25,0.21,0.13,0.21) O3:(0.05,0.65,0.30)	(7,14,16,18)	0.8598	0.1402	0.0195
4000	(5,2,4,4,2,2)	HD:(0.35,0.13,0.22,0.12,0.18) HR:(0.50,0.50) ; TMP: (0.25,0.25,0.25,0.25) DV:(0.37,0.36,0.14,0.13) ; VV:(0.83,0.17) O3:(0.67,0.33)	(1,12,17,18)	0.8609	0.1391	0.0177
4000	(3,3,4,2,2,2)	HD:(0.34,0.32,0.34) HR:(0.38,0.24,0.38) ; TMP:(0.17,0.17,0.16,0.50) DV:(0.68,0.32) ; VV:(0.63,0.37) O3:(0.69,0.31)	(1,12,16,18)	0.8534	0.1466	0.0183
2000	(2,6,8,6,2,2)	HD:(0.64,0.36) ; HR:(0.18,0.05,0.06,0.15,0.51,0.05) TMP:(0.32,0.11,0.05,0.05,0.21,0.05,0.16,0.05) DV:(0.10,0.12,0.20,0.05,0.09,0.44) VV:(0.63,0.37) ; O3:(0.95,0.05)	(1,6,12,18)	0.8795	0.1205	0.0182
2000	(4,7,2,8,2,2)	HD:(0.34,0.24,0.11,0.31) HR:(0.14,0.14,0.14,0.14,0.15,0.15) ; TMP:(0.50,0.50) DV:(0.09,0.10,0.10,0.27,0.11,0.11,0.11,0.11) VV:(0.72,0.28) ; O3:(0.70,0.30)	(1,12,17,18)	0.8746	0.1254	0.0185
1000	(3,2,8,4,2,2)	HD:(0.39,0.31,0.30) ; HR:(0.24,0.76) TMP:(0.12,0.12,0.12,0.12,0.13,0.13,0.13,0.13) DV:(0.46,0.19, 0.3,0.05) VV:(0.72,0.28) ; O3:(0.7,0.30)	(7,12,17,18)	0.8534	0.1466	0.0178
1000	(4,3,3,5,4,3)	HD:(0.25,0.25,0.25,0.25) HR:(0.33,0.33,0.34) ; TMP: (0.33,0.33,0.34) DV:(0.20,0.20,0.20,0.20,0.20) VV:(0.25,0.25,0.25,0.25) ; O3:(0.06,0.80,0.14)	(8,13,17,18)	0.8278	0.1722	0.0178
C	(3,3,3,3,3,3)	Equal Frequency Partition method	(4,7,12,18)	0.6816	0.3184	0.0194
D	(3,2,2,3,3,2)	Equal Frequency Partition method	(4,7,12,17,18)	0.6826	0.3174	0.0179
E	(3,2,2,3,3,2)	HD:(0.34,0.36,0.30) HR:(0.48,0.52) ; TMP: (0.52,0.48) DV:(0.39,0.31,0.30) ; VV:(0.36,0.35,0.29) ; O3:(0.70,0.30)	(1,12,18)	0.8501	0.1499	0.0176

notación de posición) encontrada por FIR para esa partición (número de clases) y proporción de datos (distribución de landmarks). La sexta columna corresponde a la calidad asociada a la máscara óptima. La séptima columna es el valor de la función objetivo 1-Q. La última columna muestra el error de predicción RMS para el conjunto de datos de prueba (RMS_{prue}).

Por otra parte, las *Tablas 22 y 23* presentan los resultados del **AG3** cuando se usa la función objetivo del error de predicción MSE del último 25% del conjunto de datos de entrenamiento (MSE_{entr}). Estas tablas están organizadas como la *Tabla 75*. La diferencia está en que la séptima columna contiene los valores de la función objetivo MSE_{entr} en vez de la de 1-Q.

La *Tabla 24* muestra el tiempo de CPU que necesita el **AG3** para realizar las treinta ejecuciones por cada uno de los criterios de parada estipulados durante el mes de Enero, cuando se utilizan las funciones objetivo 1-Q y MSE_{entr} , respectivamente. Es necesario señalar que el tiempo de CPU para el mes de Agosto es del mismo orden de magnitud.

Tabla 24. Tiempo consumido por el AG3 para realizar las treinta ejecuciones para cada criterio de parada. Caso Estudio: Ozono México - **Mes Enero**. Funciones objetivo: 1-Q y MSE_{entr} .

Criterio de Parada (# evaluaciones de cromosomas)	Tiempo (horas) por función objetivo	
	1-Q	MSE_{entr}
1000	147:23	166:25
2000	268:05	285:50
4000	512:14	491:04
8000	919:16	945:55

Tabla 21. Resultados de la granularidad y las funciones de pertenencia para la estimación de la concentración de ozono en México usando la función objetivo 1-Q. **Mes Agosto.**

# eval	Partición	Proporción de datos	Opt. Mask	Q	1-Q	RMS _{true}
A 8000	(3,3,8,2,3,2)	HD:(0.26,0.12,0.62); HR:(0.71,0.15,0.14) TMP: (0.12,0.12,0.12,0.12,0.13,0.13,0.13,0.13) DV:(0.50,0.50); VV:(0.34,0.34,0.32); O3:(0.05,0.95)	(12,18)	0,9022	0,0978	0,0276
4000	(8,3,3,4,3,2)	HD:(0.12,0.12,0.12,0.12,0.13,0.13,0.13,0.13) HR:(0.69,0.16,0.15); TMP: (0.33,0.33,0.34) DV:(0.28,0.15,0.28,0.29); VV:(0.33,0.33,0.34) O3:(0.06,0.94)	(12,18)	0,9022	0,0978	0,0276
2000	(6,3,2,3,2,2)	HD:(0.16,0.16,0.17,0.17,0.17,0.17) HR:(0.24,0.51,0.25); TMP:(0.42,0.58) DV:(0.33,0.33,0.34); VV:(0.38,0.62); O3:(0.07,0.93)	(12,18)	0,9022	0,0978	0,0276
1000	(4,2,2,4,2,2)	HD:(0.25,0.25,0.25,0.25) HR:(0.68,0.32) TMP: (0.2, 0.8); DV:(0.25,0.25,0.25,0.25) VV:(0.83,0.17) O3:(0.07,0.93)	(12,18)	0,9022	0,0978	0,0276
B 8000	(6,5,2,2,3,2)	HD:(0.16,0.16,0.17,0.17,0.17,0.17) HR:(0.20,0.20,0.20,0.20,0.20); TMP: (0.71,0.29) DV:(0.50,0.50); VV:(0.39,0.09,0.52); O3:(0.91,0.09)	(12,15,18)	0,8695	0,1305	0,0245
8000	(7,3,3,8,3,2)	HD:(0.13,0.13,0.13,0.13,0.13,0.21,0.14) HR:(0.34,0.34,0.32); TMP: (0.75,0.17,0.08) DV:(0.11,0.11,0.11,0.19,0.12,0.12,0.12,0.12) VV:(0.41,0.40,0.19); O3:(0.94,0.06)	(12,15,18)	0,8894	0,1106	0,0239
4000	(3,3,3,3,6,2)	HD:(0.33,0.33,0.34) HR:(0.17,0.16,0.67); TMP: (0.66,0.24,0.10) DV:(0.40,0.20,0.40); VV:(0.13,0.31,0.14,0.14,0.14,0.14) O3:(0.90,0.10)	(12,15,18)	0,8632	0,1368	0,0239
4000	(5,3,3,4,2,2)	HD:(0.29,0.12,0.10,0.39,0.10); HR:(0.20,0.15,0.65) TMP: (0.33,0.33,0.34); DV:(0.25,0.25,0.25,0.25) VV:(0.38,0.62); O3:(0.94,0.06)	(12,14,18)	0,8825	0,1175	0,0232
2000	(9,3,6,3,3,2)	HD:(0.05,0.08,0.06,0.09,0.36,0.21,0.05,0.05,0.05) HR:(0.33,0.33,0.34); TMP:(0.16,0.16,0.17,0.17,0.17,0.17) DV:(0.33,0.33,0.34); VV:(0.33,0.33,0.34); O3:(0.93,0.07)	(12,14,18)	0,8745	0,1255	0,0238
2000	(8,3,6,7,2,2)	HD:(0.12,0.12,0.12,0.12,0.13,0.13,0.13,0.13) HR:(0.16,0.18,0.66); TMP:(0.16,0.16,0.17,0.17,0.17,0.17) DV:(0.05,0.20,0.24,0.05,0.19,0.21,0.06) VV:(0.50, 0.50) O3:(0.91,0.09)	(12,14,18)	0,8644	0,1356	0,0233
1000	(5,3,3,7,3,3)	HD:(0.54,0.05,0.18,0.05,0.18); HR:(0.19,0.18,0.63) TMP: (0.60,0.24,0.16) DV:(0.14,0.17,0.05,0.19,0.18,0.19,0.08) VV:(0.45,0.16,0.39); O3:(0.75,0.05,0.20)	(12,14,18)	0,7858	0,2142	0,0235
1000	(9,3,2,7,8,2)	HD:(0.11,0.11,0.11,0.11,0.11,0.11,0.11,0.12) HR:(0.33,0.33,0.34); TMP:(0.34,0.66) DV:(0.14,0.14,0.14,0.14,0.14,0.15,0.15); VV:(0.12,0.12,0.12,0.12,0.13,0.13,0.13,0.13); O3:(0.84,0.16)	(12,14,18)	0,8374	0,1626	0,0235
C	(3,3,3,3,3,3)	Equal Frequency Partition method	(12,14,18)	0,6234	0,3766	0,0268
D	(8,5,2,2,2,2)	Equal Frequency Partition method	(12,13,18)	0,7132	0,2868	0,0195
E	(8,5,2,2,2,2)	HD:(0.11,0.05,0.13,0.27,0.05,0.27,0.06,0.06) HR:(0.10,0.26,0.28,0.21,0.15); TMP: (0.69,0.31) DV:(0.27,0.73); VV:(0.62,0.38); O3:(0.89,0.11)	(12,15,18)	0,8596	0,1404	0,0245

Tabla 22. Resultados de la granularidad y las funciones de pertenencia para la estimación de la concentración de ozono en México usando la función objetivo MSE_{entr} . **Mes Enero.**

# eval	Gran.	Proporción de datos	Opt. Mask	Q	MSE_{entr}	RMS_{prue}
A 8000	(2,4,2,4,3,2)	HD:(0.22,0.78) ; HR:(0.09,0.09,0.20,0.62) TMP:(0.47,0.53) DV:(0.22,0.22,0.21,0.35) ; VV:(0.33,0.33,0.34) O3:(0.45,0.55)	(3,12,15,16,18)	0.5977	30.1209	0.0198
4000	(2,3,4,2,9,3)	HD:(0.74,0.26) ; HR:(0.70,0.13,0.17) TMP:(0.25,0.25,0.25,0.25) ; DV:(0.50,0.50) VV:(0.10,0.10,0.10,0.10,0.19,0.10,0.10,0.10,0.11) O3:(0.68,0.14,0.18)	(10,12,13,16,18)	0.7485	26.2010	0.0197
2000	(2,6,2,2,3,3)	HD:(0.74,0.26) HR:(0.05,0.25,0.09,0.27,0.07,0.27) TMP:(0.50,0.50) ; DV:(0.50,0.50) VV:(0.09,0.31,0.60) ; O3:(0.71,0.13,0.16)	(4,12,13,16,18)	0.7622	31.8716	0.0190
1000	(2,5,2,3,3,3)	HD:(0.46,0.54) ; HR:(0.27,0.06,0.26,0.06,0.35) TMP:(0.50,0.50) ; DV:(0.11,0.52,0.37) VV:(0.34,0.10,0.56) ; O3:(0.29,0.16,0.55)	(3,12,15,18)	0.6025	38.0939	0.0217
B 8000	(3,7,7,2,8,8)	HD:(0.38,0.33,0.29) HR:(0.17,0.11,0.13,0.25,0.11,0.11,0.12) TMP:(0.13,0.15,0.13,0.17,0.13,0.14,0.15) DV:(0.37,0.63) VV:(0.07,0.07,0.25,0.05,0.05,0.20,0.21,0.10) O3:(0.07,0.22,0.11,0.07,0.08,0.29,0.08,0.08)	(4,12,13,16,18)	0.5311	30.3373	0.0180
8000	(3,2,2,5,3,2)	HD:(0.51,0.24,0.25) ; HR:(0.50,0.50) TMP:(0.39,0.61) ; DV:(0.17,0.36,0.21,0.07,0.19) VV:(0.32,0.37,0.31) ; O3:(0.83,0.17)	(8,13,17,18)	0.7711	38.0946	0.0180
4000	(3,4,4,2,3,2)	HD:(0.33,0.33,0.34) ; HR:(0.37,0.32,0.16,0.15) TMP:(0.26,0.25,0.24,0.25) ; DV:(0.75,0.25) VV:(0.66,0.16,0.18) ; O3:(0.53,0.47)	(1,4,12,16,18)	0.7141	40.5327	0.0176
4000	(3,2,8,2,4,2)	HD:(0.33,0.33,0.34) ; HR:(0.73,0.27) TMP:(0.11,0.25,0.10,0.10,0.11,0.11,0.11,0.11) DV:(0.76,0.24) ; VV:(0.25,0.25,0.25,0.25) O3:(0.56,0.44)	(1,4,12,16,18)	0.7379	40.2915	0.0178
2000	(4,5,6,2,3,2)	HD:(0.25,0.25,0.25,0.25) HR:(0.18,0.07,0.30,0.13,0.32) TMP:(0.19,0.06,0.60,0.05,0.05,0.05) DV:(0.45,0.55) ; VV:(0.33,0.33,0.34) O3:(0.83,0.17)	(8,13,17,18)	0.7545	42.5093	0.0169
2000	(3,3,7,2,5,5)	HD:(0.31,0.31,0.38) ; HR:(0.33,0.33,0.34) TMP:(0.14,0.14,0.14,0.14,0.14,0.15,0.15) DV:(0.50,0.50) ; VV:(0.41,0.05,0.05,0.39,0.10) O3:(0.07,0.34,0.18,0.21,0.20)	(1,10,12,16,18)	0.6093	39.5302	0.0180
1000	(4,2,6,9,3,2)	HD:(0.25,0.25,0.25,0.25) ; HR:(0.50,0.50) TMP:(0.09,0.23,0.05,0.32,0.05,0.26) DV:(0.07,0.11, 0.2,0.06,0.05,0.06,0.16,0.15,0.14) VV:(0.33,0.33,0.34) ; O3:(0.87,0.13)	(8,13,17,18)	0.7808	40.0559	0.0170
1000	(2,4,4,2,4,4)	HD:(0.71,0.29) ; HR:(0.32,0.09,0.31,0.28) TMP:(0.58,0.14,0.07,0.21) ; DV:(0.76,0.24) VV:(0.32,0.06,0.57,0.05) ; O3:(0.51,0.18,0.11,0.20)	(10,12,13,16,18)	0.6587	40.5973	0.0181
C	(3,3,3,3,3,3)	Equal Frequency Partition method	(4,7,12,18)	0.6816	-----	0.0194
D	(3,2,2,8,2,2)	Equal Frequency Partition method	(7,12,16,18)	0.6683	60.89	0.0180
E	(3,2,2,8,2,2)	HD:(0.23,0.53,0.24) HR:(0.49,0.51) ; TMP:(0.54,0.46) DV:(0.11,0.14,0.13,0.15,0.14,0.13,0.11,0.09) VV:(0.46,0.54) ; O3:(0.79,0.21)	(2,13,15,17,18)	0.7268	37.7292	0.0169

Tabla 23. Resultados de la granularidad y las funciones de pertenencia para la estimación de la concentración de ozono en México usando la función objetivo MSE_{entr} . **Mes Agosto.**

# eval	Partición	Proporción de datos	Opt. Mask	Q	FCMSE _{entr}	FCRMS _{entr}	RMS _{pruc}
A 8000	(6,8,8,3,7,4)	HD:(0.15,0.26,0.16,0.15,0.15,0.13) HR:(0.11,0.24,0.11,0.1,0.11,0.11,0.11) TMP:(0.12,0.13,0.13,0.13,0.07,0.14,0.14,0.14) DV:(0.41,0.29,0.30) VV:(0.14,0.22,0.14,0.14,0.15,0.06,0.15) O3:(0.27,0.27,0.19,0.27)	(12,13,18)	0,5393	25,6903	0,0140	0,0162
4000	(8,8,5,3,8,2)	HD:(0.05,0.11,0.06,0.18,0.25,0.15,0.11,0.09) HR:(0.22,0.25,0.19,0.12,0.05,0.05,0.05,0.07) TMP:(0.17,0.16,0.16,0.16,0.35); DV:(0.33,0.33,0.34) VV:(0.09,0.14,0.07,0.12,0.14,0.15,0.05,0.24) O3:(0.67,0.33)	(12,13,18)	0,7445	26,0676	0,0142	0,0155
2000	(8,8,4,5,2,2)	HD:(0.10,0.10,0.10,0.10,0.27,0.11,0.11,0.11) HR:(0.20,0.05,0.12,0.07,0.24,0.05,0.17,0.10) TMP:(0.08,0.12,0.38,0.42); DV:(0.20,0.20,0.20,0.20,0.20) VV:(0.69,0.31); O3:(0.67,0.33)	(12,13,18)	0,7411	25,939	0,0141	0,0157
1000	(5,7,8,3,2,2)	HD:(0.20,0.20,0.20,0.20,0.20) HR:(0.14,0.14,0.14,0.14,0.14,0.15,0.15) TMP:(0.11,0.11,0.22,0.17,0.08,0.16,0.08,0.07) DV:(0.33,0.33,0.34); VV:(0.67,0.33); O3:(0.67,0.33)	(12,13,18)	0,7428	26,6882	0,0143	0,0157
B 8000	(8,8,8,4,5,5)	HD:(0.12,0.12,0.11,0.12,0.18,0.12,0.12,0.11) HR:(0.12,0.12,0.12,0.12,0.13,0.13,0.13,0.13) TMP:(0.12,0.12,0.12,0.12,0.13,0.13,0.13,0.13) DV:(0.25,0.25,0.25,0.25); VV:(0.20,0.20,0.20,0.20,0.20) O3:(0.23,0.05,0.31,0.11,0.30)	(12,13,18)	0,5411	26,3305	0,0142	0,0154
8000	(6,6,6,3,7,3)	HD:(0.14,0.26,0.15,0.15,0.15,0.15) HR:(0.19,0.11,0.09,0.15,0.33,0.13) TMP:(0.16,0.16,0.17,0.17,0.17,0.17); DV:(0.33,0.33,0.34) VV:(0.12,0.12,0.26,0.12,0.12,0.13,0.13) O3:(0.52,0.24,0.24)	(12,13,18)	0,6137	27,2828	0,0145	0,0154
4000	(6,7,6,4,2,3)	HD:(0.18,0.21,0.09,0.27,0.09,0.16) HR:(0.14,0.14,0.14,0.14,0.14,0.15,0.15) TMP:(0.16,0.16,0.17,0.17,0.17,0.17) DV:(0.25,0.26,0.24,0.25); VV:(0.50,0.50) O3:(0.60,0.05,0.35)	(12,13,18)	0,6931	27,3414	0,0145	0,0154
4000	(5,5,3,9,8,3)	HD:(0.20,0.20,0.20,0.20,0.20,0.20) HR:(0.05,0.56,0.22,0.10,0.07); TMP:(0.33,0.33,0.34) DV:(0.11,0.11,0.11,0.11,0.11,0.11,0.11,0.11,0.12) VV:(0.11,0.11,0.22,0.11,0.12,0.12,0.11,0.10) O3:(0.54,0.09,0.37)	(12,13,18)	0,6543	28,6313	0,0148	0,0154
2000	(8,8,4,5,2,2)	HD:(0.10,0.10,0.10,0.10,0.27,0.11,0.11,0.11) HR:(0.20,0.05,0.12,0.07,0.24,0.05,0.17,0.10) TMP:(0.08,0.12,0.38,0.42); DV:(0.20,0.20,0.20,0.20,0.20) VV:(0.69,0.31); O3:(0.67,0.33)	(12,13,18)	0,7411	25,939	0,0141	0,0157
2000	(5,9,7,7,2,2)	HD:(0.20,0.20,0.20,0.20,0.20) HR:(0.05,0.06,0.13,0.12,0.05,0.15,0.34,0.05,0.05) TMP:(0.14,0.14,0.14,0.14,0.14,0.15,0.15) DV:(0.18,0.18,0.19,0.21,0.06,0.13,0.05) VV:(0.50,0.50); O3:(0.68,0.32)	(12,13,18)	0,7430	28,1821	0,0147	0,0156
1000	(7,8,7,9,2,2)	HD:(0.34,0.12,0.09,0.07,0.05,0.16,0.17) HR:(0.11,0.10,0.10,0.10,0.11,0.11,0.11,0.26) TMP:(0.06,0.10,0.24,0.06,0.33,0.05,0.16) DV:(0.05,0.06,0.14,0.21,0.08,0.08,0.05,0.15,0.18) VV:(0.74,0.26); O3:(0.64,0.36)	(12,13,18)	0,7397	28,3528	0,0148	0,0156
1000	(5,5,5,5,2,2)	HD:(0.20,0.20,0.20,0.20,0.20) HR:(0.17,0.20,0.06,0.29,0.28) TMP:(0.42,0.07,0.23,0.17,0.11) DV:(0.20,0.20,0.20,0.20,0.20) VV:(0.46,0.54); O3:(0.68,0.32)	(12,13,18)	0,7430	28,1821	0,0147	0,0156
C	(3,3,3,3,3,3)	Equal Frequency Partition method	(12,14,18)	0,6234	-----	-----	0,0268
D	(9,6,2,2,2,3)	Equal Frequency Partition method	(1,12,18)	0,6062	43,2900	0,0182	0,0189
E	(9,6,2,2,2,3)	HD:(0.18,0.06,0.17,0.18,0.17,0.07,0.05,0.06,0.06) HR:(0.08,0.26,0.19,0.06,0.05,0.36) TMP:(0.41,0.59); DV:(0.70,0.30) VV:(0.65,0.35); O3:(0.51,0.12,0.37)	(12,13,18)	0,6534	28,5687	0,0148	0,0153

4 Análisis de resultados y conclusiones

Este apartado comprende un análisis de los resultados obtenidos por los métodos **AG1**, **AG2** y **AG3** propuestos en esta memoria para la resolución del problema de estimación de concentraciones de ozono en la zona centro del Área Metropolitana de Ciudad de México. Las dos funciones objetivo establecidas serán evaluadas y comparadas desde la perspectiva de su eficiencia y tiempo computacional. Para finalizar se proporcionarán algunas conclusiones.

4.1 Modelado Mes Enero

4.1.1 Método AG1

De la *Tabla 12* se observa que la solución óptima para la función objetivo 1-Q corresponde a la granularidad (5,X,X,X,X,2) con una calidad de 0.6999.

En relación a la función objetivo MSE_{entr} la solución óptima sugerida por el **AG1** es la partición (2,2,X,X,4,2) con un MSE_{entr} de 47.94%.

Es interesante analizar los resultados obtenidos por el **AG1** para ambas funciones objetivo. En principio, se puede indicar que todas las máscaras incluyen relaciones causales con valores anteriores del O3 y la variable HD. Estas son dos entradas fundamentales según FIR. En muchas de las máscaras se encuentra que además son relevantes las variables VV y DV o HR, consiguiendo los mejores resultados en la predicción de los conjuntos de datos de prueba. Para las máscaras derivadas de la función objetivo 1-Q la variable DV es más relevante que la HR, mientras que sucede justo lo contrario para la función objetivo MSE_{entr} .

Por otra parte, las máscaras derivadas de las soluciones subóptimas sugeridas son las que presentan el mejor poder de predicción. Sin embargo, se observa que los modelos FIR obtenidos para ambas funciones objetivo son del mismo orden de magnitud ($RMS_{prue}=0.0179$ vs. $RMS_{prue}=0.0180$). El menor error supera en poco al obtenido por **FIR EXPERTOS** ($RMS_{prue}=0.0176$) y es inferior al error de **FIR DEFECTO** ($RMS_{prue}=0.0194$).

Con respecto al tiempo de CPU requerido por ambas funciones objetivo, se observa en la *Tabla 14* que MSE_{entr} requiere más tiempo que 1-Q para realizar las 30 ejecuciones del AG, como ya se ha justificado anteriormente.

4.1.2 Método AG2 con granularidad suministrada por expertos (EXPERTOS+AG2)

Se destaca de la *Tabla 7* que todas las soluciones referentes a la función objetivo 1-Q son mejores que el resultado presentado en la investigación previa [NM06]. Las calidades de las máscaras identificadas son siempre superiores a 0.80 mientras que la máscara de **FIR EXPERTOS** tiene una calidad muy inferior de 0.58. Lo mismo sucede con las máscaras derivadas de la función objetivo MSE_{entr} (*Tabla 10*).

En cuanto a la precisión de los modelos (última columna) se observa, una vez más que no siempre se obtiene el menor RMS_{prue} cuando se usan los mejores modelos obtenidos por FIR. Sin embargo, los menores RMS_{prue} conseguidos por soluciones subóptimas en ambas funciones objetivo son inferiores a los de referencia, siendo de 0.0160 para la de 1-Q y de 0.0164 para la de MSE_{entr} .

De la *Tabla 9* se puede observar que se duplica el tiempo de CPU a medida que se aumenta el número de evaluaciones.

4.1.3 Método AG2 con granularidad suministrada por AG1 (AG1 + AG2)

Observando la *Tabla 15* se aprecia que todas las soluciones sugeridas por el AG en las evaluaciones de la función objetivo (valores de 1-Q) son mejores con respecto a aquellas obtenidas cuando se usa por defecto el método EFP para obtener las funciones de pertenencia de cada clase, es decir, el resultado de referencia de la sección *D* de la *Tabla 20*.

En relación a la función objetivo MSE_{entr} se puede indicar (Véase *Tabla 17*), que todas las soluciones sugeridas por el **AG2** (valores de MSE_{entr}) son mejores que la de referencia de la sección *D* (Véase *Tabla 20*). Sin embargo, las mejores predicciones se obtienen de las soluciones subóptimas.

El mejor resultado de predicción logra un valor RMS_{prue} de 0.0169, siendo inferior al mejor resultado obtenido en estudios previos para el mismo problema (Véase *Tabla 4*).

4.1.4 Método AG3

La *Tabla 20* presenta máscaras con alta calidad en comparación a las obtenidas usando la función objetivo MSE_{entr} , las encontradas por **FIR EXPERTOS** (*Tabla 4*) y por **FIR DEFECTO** (sección *C* de cada tabla). Sin embargo, la capacidad de predicción de las dos funciones objetivo propuestas en este caso es muy similar, no

destacando una sobre la otra.

El mejor resultado logrado por **FIR EXPERTOS** tiene un RMS_{prue} de 0.0176 superior al error de 0.0169 obtenido por el **AG3**. Para la función objetivo 1-Q el mejor modelo FIR encontrado obtuvo un RMS_{prue} de 0.0177.

4.1.5 Conclusiones generales

Los sistemas difusos evolutivos (SDEs) propuestos en esta memoria, permiten obtener modelos FIR para el mes de Enero con igual o mejor habilidad de predicción que los obtenidos por [NM06] y **FIR DEFECTO**. La combinación **EXPERTOS + AG2** ha sido el método más eficaz para obtener los mejores resultados de predicción del conjunto de datos de prueba, aunque le siguen muy de cerca **AG1+AG2** y **AG3**. La *Tabla 25* muestra estos resultados. En general, la función objetivo MSE_{entr} tuvo mejor desempeño que la función objetivo 1-Q.

Tabla 25. ECM_{prue} de los mejores resultados obtenidos (desde la perspectiva del error de predicción del conjunto de datos de prueba) para el **Mes de Enero** usando: AG1+EFP, EXPERTOS+AG2, AG1+AG2, AG3, FIR EXPERTOS.

AG1+EFP	EXP.+AG2	AG1+AG2	AG3	FIR DEF.	FIR EXP.
0.0179	0.0160	0.0169	0.0169	0.0194	0.0176

Los mejores modelos de los SDEs identifican las variables HD, VV y valores previos de O_3 como las variables más relevantes para la predicción de las futuras concentraciones de ozono. Estos resultados están en concordancia con los modelos de ecuaciones diferenciales obtenidos en trabajos previos [RO96]. Sin embargo, cuando se usa la función objetivo 1-Q, muchos modelos encuentran relevante, además de las variables anteriormente mencionadas, la variable HR (humedad relativa). Contrariamente, cuando se trata de la función MSE_{entr} la variable HR no aparece prácticamente en ninguno de los modelos identificados. En este caso es la variable DV (dirección del viento) la que toma un papel relevante en la mayoría de las máscaras identificadas. Consideramos que los modelos derivados del uso de la función MSE_{entr} son más confiables en cuanto a la selección de variables relevantes puesto que tienen mejor desempeño en el proceso de predicción.

La *figura 5* muestra la señal real y de predicción obtenida usando el mejor modelo derivado de la función objetivo MSE_{entr} . Vemos que la predicción es capaz de seguir de manera bastante precisa la señal real. A pesar que hay picos que no llega a seguir adecuadamente, sí que alcanza la mayoría de ellos. Recordemos que estamos realizando predicciones a largo plazo, de más de 700 valores de golpe, en donde los

valores de ozono en instantes anteriores son datos predichos por el propio modelo FIR. Si se tiene esto en cuenta podemos considerar que el trabajo de predicción realizado por estos modelos es muy bueno.

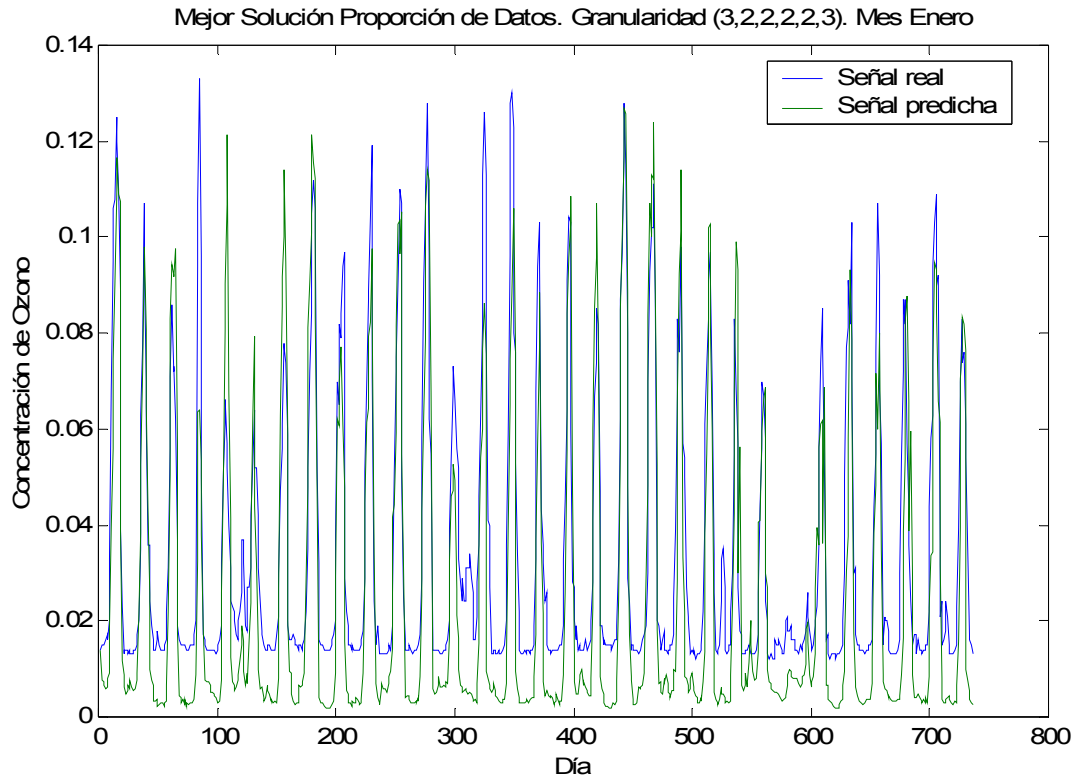


Figura 5. Predicción del mejor modelo FIR para **Mes Enero**. Problema concentraciones de ozono en México. Función objetivo MSE_{entr} . Granularidad (3,2,2,2,2,3) con $Q=0.6548$ y distribución de landmarks: HD:(0.36,0.43,0.21)-HR:(0.58,0.42)-TMP:(0.43,0.57)-DV:(0.46,0.54)-VV:(0.60,0.40)- 0_3 :(0.31,0.22,0.47). Máscara:(7,8,12,17,18). $RMS_{prue}=0.0164$. Método **EXPERTOS+AG2**.

Una cosa más a tener en cuenta es el papel que realiza la variable hora del día. Las predicciones realizadas por modelos FIR que no incluyen la variable HD en ningún instante de tiempo son predicciones muy pobres que no siguen la frecuencia de la señal real. Esto es debido a que HD está realizando el papel de los precursores del ozono. Si tenemos en cuenta que no tenemos variables disponibles que nos registren la carga de circulación, los puestos de carne asada en la calle, etc... esta información está indirectamente capturada por la variable hora del día. Es por ello que esta variable es muy relevante para la predicción del ozono y aparece en todos los modelos.

4.2 Modelado Mes Agosto

4.2.1 Método AG1

La *Tabla 13* indica que la solución óptima para la función objetivo 1-Q corresponde a la granularidad (2,2,X,X,X,2) con una calidad de 0.7155. En este caso se sugiere una granularidad de 2,3,4 y 8 clases para la variable hora del día mientras que para la variable de salida se sugieren 2 o 3 clases.

Para la función objetivo MSE_{entr} la solución óptima encontrada es la partición (9,5,X,X,X,3) con un MSE_{entr} de 43.29% ya que fue la que presentó el menor MSE_{entr} . El error de prueba en este caso es más inferior de 0.0189.

Los modelos FIR obtenidos con la función objetivo MSE_{entr} tienen mayor eficiencia en la predicción del conjunto de prueba que los derivados de la función objetivo 1-Q, pero tiene un costo computacional más elevado (Véase *Tabla 14*). El menor RMS_{prue} fue de 0.0189 siendo éste mayor al error del modelo **FIR EXPERTOS** de la *Tabla 5* ($RMS_{prue}=0.0180$) e inferior al error de **FIR DEFECTO** de 0.0268.

4.2.2 Método AG2 con granularidad suministrada por expertos (EXPERTOS+AG2)

De las *Tablas 8 y 11* se observa que los mejores resultados de predicción cuando se implementa el **AG2** con la granularidad suministrada por expertos no tienen un error significativamente inferior al obtenido por el resultado de referencia (C), es decir, al mejor resultado obtenido cuando se utiliza **FIR EXPERTOS** (Véase *Tabla 5*).

Por otra parte, cabe señalar que en la mayoría de las máscaras aparecen la variable humedad relativa o la variable temperatura como fundamental para obtener una buena predicción. Sin embargo, la variable hora del día (HD) que es importante para obtener un buen modelo no es considerada.

4.2.3 Método AG2 con granularidad suministrada por AG1 (AG1 + AG2)

De las *Tablas 16 y 18* se confirma, una vez más, que la función objetivo MSE_{entr} proporciona particiones que derivan en máscaras con más poder de predicción que las obtenidas usando la función 1-Q. También aquí, las relaciones causales de las variables HD con la variable de salida O_3 , son las que consiguen mayor habilidad de predicción. El menor error encontrado por este método es inferior significativamente al encontrado por el método **EXPERTOS+AG2**.

4.2.4 Método AG3

En las *Tablas 21 y 23* se observa que los menores errores de predicción se logran con las máscaras de la función objetivo MSE_{entr} ($RMS_{prue}=0.0154$).

Si comparamos los menores RMS_{prue} obtenidos por el **AG3** en ambas funciones objetivo con los resultados de **FIR DEFECTO** y **AG1** (con excepción en 1-Q) se tiene que estos últimos tienen errores superiores a aquellos. En este caso los errores más pequeños se logran con la combinación **AG1+AG2** usando MSE_{entr} ($RMS_{prue}=0.0153$).

4.2.5 Conclusiones generales

Los SDEs obtuvieron de nuevo modelos FIR para el mes de Agosto con mejor habilidad de predicción que los obtenidos por [NM06] y **FIR DEFECTO**. La combinación **AG1 + AG2** ha sido el método más eficaz para obtener los mejores resultados y la función objetivo MSE_{entr} la que tuvo mejor desempeño. Sin embargo, le sigue muy de cerca el método **AG3**. La *Tabla 26* muestra esta información resumida. De este modo, se señala que los modelos FIR obtenidos usando los SDEs son buenos modelos para predecir el comportamiento real del ozono en la ciudad de México.

Tabla 26. ECM_{prue} de los mejores resultados obtenidos (desde la perspectiva del error de predicción del conjunto de datos de prueba) para el **Mes de Agosto** usando: AG1+EFP, EXPERTOS+AG2, AG1+AG2, AG3, FIR EXPERTOS.

AG1+EFP	EXP.+AG2	AG1+AG2	AG3	FIR DEF.	FIR EXP.
0.0189	0.0236	0.0153	0.0154	0.0268	0.0180

Los mejores modelos de los SDEs del mes de agosto identifican mayoritariamente las variables HD y valores pasados del O_3 como las más relevantes para la predicción de las futuras concentraciones de ozono.

Las *figura 6* corresponde al mejor modelo FIR, desde la perspectiva del error de predicción del conjunto de datos de prueba, para el mes de Agosto usando los SDEs desarrollados. Analizando la figura vemos que los picos más altos de la señal no se alcanzan, aunque hay picos intermedios que se llegan a predecir correctamente. Hay que recordar aquí que se están realizando predicciones a largo plazo, es decir la predicción de todo el mes (más de 700 valores) se realiza en una sola ejecución y los valores de ozono en instantes previos son en cada momento los valores del ozono predichos por el mismo modelo FIR. Bajo esta perspectiva, los errores se pueden

considerar muy bajos y los modelos encontrados están haciendo un buen trabajo. Estos modelos pueden usarse en la práctica para realizar predicciones reales de la concentración de ozono hora a hora, día a día o semana a semana con precisión suficiente para garantizar su utilidad.

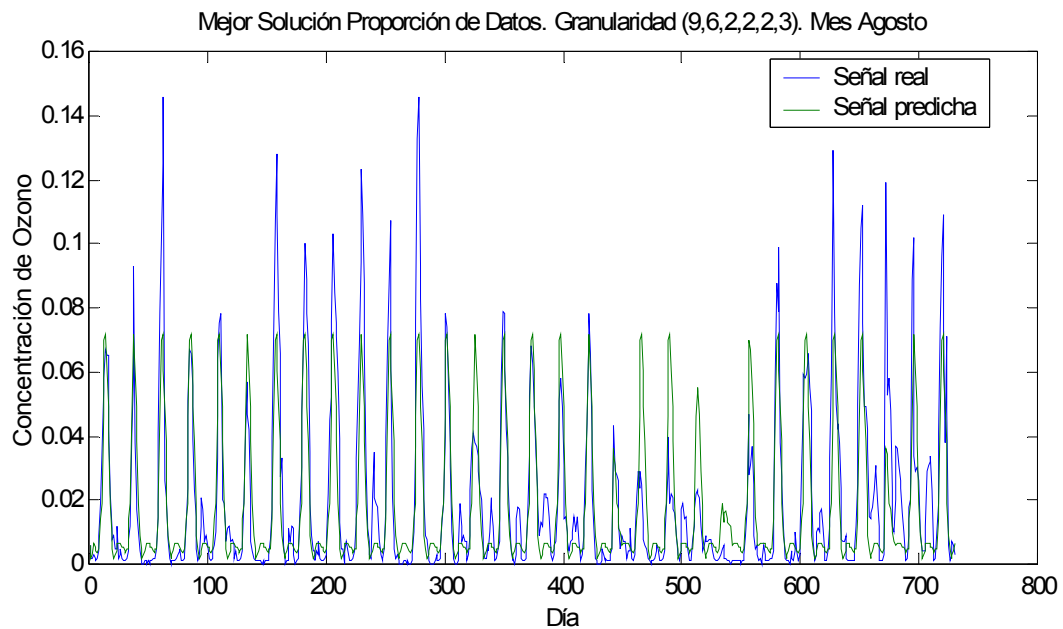


Figura 6. Predicción del mejor modelo FIR para **Mes Agosto**. Problema concentraciones de ozono en México. Función objetivo MSE_{entr} . Granularidad (9,6,2,2,2,3) con $Q=0.6534$ y distribución de landmarks: HD:(0.18,0.06,0.17,0.18,0.17,0.07,0.05,0.06,0.06)-HR:(0.08,0.26,0.19,0.06,0.05,0.36)-TMP:(0.41,0.59)-DV:(0.70,0.30)-VV:(0.65,0.35) O3:(0.51,0.12,0.37). Máscara: (12,13,18). $RMS_{prue} = 0.0153$. Método **AG1+AG2**.

Referencias Bibliográficas

- [AA02] S.A. Abdul-Wahab and S.M. Al-Alawi, "Assessment and prediction of tropospheric ozone concentration levels using artificial neural networks," *Environmental Modelling and Software*, vol. 17, no. 3, pp. 219-228, 2002.
- [CCG99] R. Corona, A.M. Chávez, and R. Gutiérrez, "Dinámica migratoria de la Ciudad de México. Serie: Tu ciudad así funciona," México: Gobierno del Distrito Federal, 1999.
- [CJ01] J. Chenevez and Ch. Jensen, "Operational ozone forecast for the region of Copenhagen by the Danish Meteorological Institute", *Atmospheric Environment*, vol. 35, pp. 4567-4580, 2001
- [Com97] A.C. Comrie, "Comparing Neural Networks and Regression Models for Ozone Forecasting," *Air & Waste Management*, vol. 47, pp. 653-663, 1997.
- [Ghi05] C. Ghiaus, "Linear fuzzy-discriminant analysis applied to forecast ozone concentration classes in sea-breeze regime", *Atmospheric Environment*, vol. 39, pp. 4691-4702, 2005.
- [GNMW01] P. Gómez, A. Nebot, F. Mugica, and F. Wotawa, "Fuzzy Inductive Reasoning for the Prediction of Maximum Ozone Concentration," in *Proceedings of 13th European Simulation Symposium*, Marsella, 2001, pp. 535-542.
- [GNRA+03] P. Gómez, A. Nebot, S. Ribeiro, R. Alquézar, F. Mugica and F. Wotawa, "Local Maximum Ozone Concentration Prediction using Soft Computing Methodologies", *Systems Analysis Modelling Simulation*, vol. 43, no. 8, pp. 1011-1031, 2003.
- [Gre86] J. J. Grefenstette, "Optimization of Control Parameters for Genetic Algorithms," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 16, no. 1, pp. 122-128, Jan./Feb. 1986.
- [Her90] A. Herrera, "Utilitarismo y ecología", *Estudios*, vol. 22, pp. 92-104, 1990.
- [HK04] J.S. Heo and D.S. Kim, "A new method of ozone forecasting using fuzzy expert and natural network systems", *Science of the Total Environment*, vol. 325, pp. 221-237, 2004.
- [Hub89] G.L. Huber, "Physical, chemical, and biologic properties of tobacco, cigarette smoke, and other tobacco products", *Seminars in Resp. Med.*,

vol. 10, pp. 297-332, 1989.

- [Lez00] J.L. Lezama, "Aire dividido. Crítica a la política del aire en el Valle de México. 1979-1996," México: El Colegio de México, 2000.
- [LHP+04] A. Lengyel, K. Héberger, L. Paksy, O. Bánhidi, and R. Rajkó, "Prediction of ozone concentration in ambient air using multivariate methods", *Chemosphere*, vol. 57, pp. 889-896, 2004.
- [Mau94] A. Mauzy, "Estudio Global de la Calidad de Aire en la Ciudad de México," Final Technical Report LA-12699, Instituto Mexicano del Petróleo and Los Alamos National Laboratory, México, 1994.
- [MM02] M. Molina and L. Molina, "Air Quality in the Mexico Megacity. An Integrated Assessment," Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [MV03] F.C. Morabito and M. Versaci, "Fuzzy neural identification and forecasting techniques to process experimental urban air pollution data", *Neural Networks*, vol. 16, pp. 493-505, 2003.
- [MYS05] R. Mintz, B. R. Young, and W. Y. Svrcek, "Fuzzy logic modeling of surface ozone concentrations", *Computers & Chemical Engineering*, vol. 29, pp.2049-2059, 2005
- [NM06] A. Nebot and V. Mugica, "Finding qualitative patterns in ozono behavior," in *Proceedings of 5th Mexican International Conference on Artificial Intelligence (MICAI'06)*, Apizaco, México, 2006, pp. 91-100.
- [ODH04] G. Onkal-Engin, I. Demir, and H. Hiz, "Assessment of urban air quality in Istanbul using fuzzy synthetic evaluation", *Atmospheric Environment*, vol. 38, pp. 3809-3815, 2004.
- [PDP+00] N. Peton, G. Dray, D. Pearson, M. Mesbah, B. Vuillot, "Modelling and analysis of ozone episodes", *Environmental Modelling and Software*, vol. 15, pp. 647-652, 2000.
- [Per92] N.J. Pérez, "La contaminación del aire en la zona metropolitana de la Ciudad de México," *Revista del Instituto Nacional de Enf. Resp. Mexicano*, vol. 5, pp. 63-65, 1992.
- [RHBF03] R.V. Rohli, S.A. Hsu, B.W. Blanchard, and R.L. Fontenot, "Short-Range Prediction of Tropospheric Ozone Concentrations and Exceedances for Baton Rouge, Louisiana," *Weather and Forecasting*, vol. 18, pp. 371-383, 2003.
- [RO96] E. Ruiz and E. Ortiz, "Simulación matemática de la formación de ozono en la zona metropolitana de la ciudad de México," Technical Report, Instituto Mexicano de Petróleo, México, 1996.

- [RRT05] K. Riveles, R. Roza, and P. Talbot, "Phenols, Quinolines, Indoles, Benzene, and 2-Cyclopenten-1-ones are Oviductal Toxicants in Cigarette Smoke," *Toxicol. Sci.*, vol. 86, no. 1, pp. 141 – 151, July 2005.
- [RSP00] A. Rodgman, C.J. Smith, and T.A. Perfetti, "The composition of cigarette smoke: A retrospective, with emphasis on polycyclic components," *Hum. Exp. Toxicol.*, vol. 19, 573–595, 2000.
- [SKM02] Th. Slini, K. Karatzas, and N. Moussiopoulos, "Statistical analysis of environmental data as the basis of forecasting: an air quality application", *The Science of the Total Environment*, vol. 288, pp. 227-237, 2002.
- [WL06] D. Wang and W.Z. Lu, "Interval estimation of urban ozone level and selection of influential factors by employing automatic relevance determination model", *Chemosphere*, vol. 62, pp. 1600-1611, 2006.
- [WW01] F. Wotawa and G. Wotawa, "Deriving Qualitative Rules from Neural Networks- A case study for Ozone Forecasting", *AI Communications*, vol. 14, no. 1, pp. 23-33, 2001.
- [WW99] D. Wieland and W. Wotawa, "Local Maximum Ozone Concentration Prediction Using Neural Networks," in *Proceedings of the AAAI Workshop on Environmental Decision Support Systems and Artificial Intelligence (AAAI'99)*, U. Corté and M. Sánchez-Marrè, Eds. Technical Report WS-99-07. The AAAI Press, 1999, pp. 47-54.
- [YB06] Y. Yildirim and M. Bayramoglu, "Adaptive neuro-fuzzy based modelling for prediction of air pollution daily kevels in city of Zonguldak", *Chemosphere*, vol. 63, pp. 1575-1582, 2006.