

ANÁLISIS DE FUNCIONES MEDIANTE WAVELETS Y SU APLICACIÓN A LA COMPRESIÓN DE IMÁGENES SAR

Carlos López Martínez

Estudiante de doctorado del grupo de Ingeniería Eléctrica y Fotónica (D3)
lopez@vltor.upc.es

1.- INTRODUCCIÓN

En la actualidad la compresión de imagen es un campo del procesado de señal que ha adquirido una enorme importancia. La principal causa de dicha importancia radica en la posibilidad de realizar un tratamiento o procesado de las imágenes, de forma que el almacenamiento o transmisión de dichas imágenes pueda realizarse de forma más eficiente.

El principal objetivo de la compresión de imagen es minimizar el número de bits necesarios para representar la imagen, sin que este hecho suponga un excesiva merma en la calidad. Dependiendo de las pérdidas de la imagen, existen dos tipos de compresión. El primero de ellos se denomina *compresión sin pérdidas*, que se caracteriza por una ausencia de pérdidas entre la imagen original y la imagen reconstruida. Estos sistemas se basan, principalmente, en explotar la estadística de la imagen, siendo los factores de compresión que se alcanzan pequeños (menos de 10). El segundo tipo de compresión se denomina *compresión con pérdidas*. En este caso se introducen pérdidas en la imagen reconstruida obteniéndose factores de compresión mucho más elevados. Dentro de la compresión con pérdidas, la forma de realizar la compresión de imagen depende de la técnica empleada [Jai89]. A continuación se muestran las técnicas más empleadas:

- *Codificación de pixel*: Mediante estas técnicas cada pixel es procesado de forma independiente, ignorando las posibles dependencias que existan con otros pixels. Ejemplos de estos sistemas son: PCM, codificación en planos de bits, etc...

- *Codificación predictiva*: Estas técnicas se basan en eliminar la redundancia entre pixels sucesivos y codificar sólo la nueva información. Ejemplos de estos sistemas son: modulación delta, sistema DPCM, etc...

- *Codificación transformada*: En estas técnicas a la imagen se le aplica un proceso de transformación mediante el cual se pretende que en el nuevo dominio la energía esté concentrada en un reducido número de coeficientes transformados. Por lo tanto sólo habrá que enviar estos coeficientes para obtener una imagen reconstruida con una calidad elevada. Es en este tercer grupo en el que se enmarcan por ejemplo el sistema JPEG o la compresión de imágenes mediante wavelets.

En las últimas décadas el análisis de funciones mediante wavelets ha adquirido una enorme importancia en diversos campos de la ciencia, ya que suponen una síntesis de ideas que han ido surgiendo en los últimos veinte o treinta años. A pesar de ello, el campo en el que las wavelets han encontrado su principal aplicación parece ser que es el análisis y compresión de imágenes.

En el siguiente punto se realizará una breve descripción de la teoría de análisis de funciones mediante wavelets, para pasar posteriormente a explicar la compresión de imágenes mediante wavelets. En concreto se mostrará la compresión de imágenes SAR (Radar de Apertura Sintética) mediante wavelets.

2.- LA TRANSFORMADA WAVELET

2.1.- La Transformada Continua Wavelet

En la actualidad uno de los procesos de transformación más empleados es la transformada de Fourier, tanto a nivel de análisis de funciones como a nivel de compresión de imagen. La variante denominada *transformada coseno* o DCT es la transformada empleada en el sistema de compresión JPEG. Debido a que la transformada de Fourier es ampliamente conocida, se partirá de ella con la finalidad de entender de forma más sencilla la transformada wavelet.

Dada una señal $f(t)$ su transformada de Fourier se define como:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1)$$

donde $F(\omega)$ es la transformada de Fourier de la señal $f(t)$. De igual forma la transformada inversa de Fourier, que hace posible la obtención de la señal original $f(t)$ a partir de $F(\omega)$, se define de la forma:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2)$$

En los dos casos anteriores la base de transformación es la base formada por las funciones exponenciales

$\{e^{j\omega t}\}$. La principal característica de estas funciones es que son funciones infinitas en el dominio temporal t . Este hecho provoca que no se tenga resolución temporal en el dominio transformado o dominio frecuencial ω . Dicho de otra forma, toda característica temporal de la función (transitorios, impulsos, etc...) queda esparcida en todo el dominio transformado. Varias han sido las técnicas destinadas a resolver el problema de resolución temporal en el dominio transformado, siendo uno de los métodos más empleados el enventanado de la base de descomposición, que da lugar a la STFT o *Short Time Fourier Transform*. En este caso todas las frecuencias son analizadas por igual, sin distinción entre ellas.

Una de las principales características de la transformada wavelet, y que la diferencia de la transformada de Fourier, es que se trata de una transformada cuyo dominio transformado posee tanto resolución temporal como resolución frecuencial [Vet95]. Este hecho provoca que no se haya de recurrir a procesos adicionales con el fin de obtener resolución temporal en el dominio frecuencial. De esta forma, la función transformada wavelet de una función unidimensional será una función bidimensional. En la **Figura 1** pueden observarse las diferencias entre la transformada de Fourier y la transformada wavelet.

Para poder obtener la doble resolución en el dominio transformado es necesario poseer una base de descomposición cuyas funciones componentes sean de longitud finita, tanto en el dominio temporal como en el dominio frecuencial, de forma que las características temporales de la función original no sean esparcidas a todo el dominio frecuencial [Dau92]. De igual forma que ocurre en la transformada de Fourier, en el caso de la transformada wavelet, la base de descomposición ha de poseer una estructura interna bien definida, de forma que el proceso de transformación sea factible. En el caso de la base de descomposición wavelet se parte de una función principal $\psi(t)$, denominada también *mother wavelet*, a la que se aplican transformaciones de escalado (que se relacionarán posteriormente con la resolución frecuencial) y transformaciones de desplazamiento temporal (que se relacionarán posteriormente con la resolución temporal) [Vet95]. Por lo tanto la base de descomposición wavelet se puede expresar como:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a \in \mathbb{R}^+ \quad (3)$$

donde b define la operación de desplazamiento temporal y a representa el escalado. Una a de valor elevado ($a \gg 1$) representará funciones base que identifiquen términos de larga duración, mientras que un a pequeño ($0 < a < 1$) representará términos de duración corta. Por lo tanto se posee un análisis adaptado a la frecuencia. Una vez definida la base de descomposición, el proceso de transformación se define como:

$$CWT_f(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (4)$$

De igual forma el proceso de antitransformación se define como:

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} CWT_f(a,b) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{da db}{a^2} \quad (5)$$

Como puede verse en (4) la señal transformada es una señal bidimensional ya que depende de los valores de a que proporciona la información frecuencial y b que proporciona la información temporal. De igual forma, y salvando las pequeñas diferencias, puede verse la enorme similitud entre los procesos de transformación de Fourier (1) y (2) y los procesos de transformación wavelet (4) y (5).

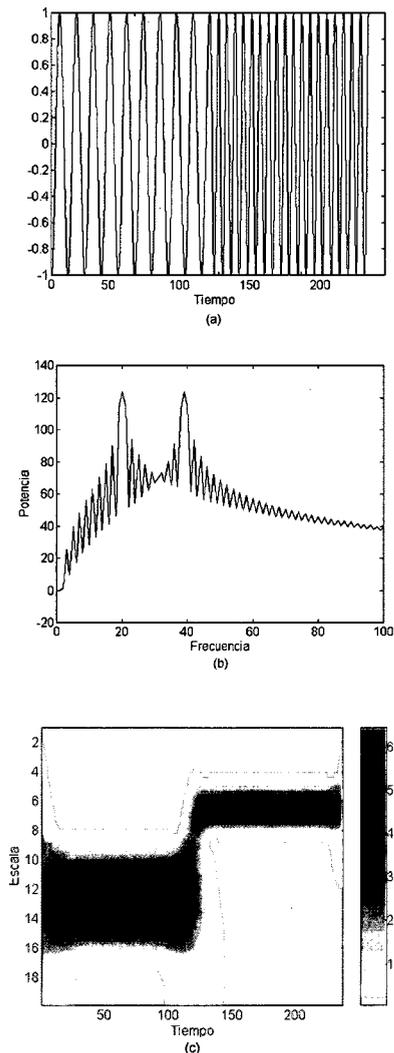


Figura 1: (a) Señal original formada por dos tonos de diferente frecuencia y no solapados en tiempo, (b) Transformada de Fourier, (c) Transformada Wavelet. Puede observarse como la transformada de Fourier no posee resolución temporal, mientras que la transformada wavelet posee tanto resolución temporal como frecuencial.

2.2.- La transformada Discreta Wavelet o DWT

Para poder trabajar con señales discretas, y en especial imágenes, se ha de poder trasladar toda la teoría de la transformada wavelet al dominio discreto. El paso para obtener una transformada discreta pasa por realizar una discretización de la base de descomposición. Concretamente, dicha discretización se basa en realizar una discretización de los parámetros a y b de la ecuación (3) y que definen la base de descomposición [Vet95]. Para el valor de a se escogerán potencias de un factor de escalado fijo $a_0 > 1$ de forma que $a = a_0^m$ y $m \in \mathbb{Z}$. En el caso del parámetro b hay que tener en cuenta que dicho parámetro, que controla el desplazamiento temporal, también depende de la escala o frecuencia. Esta dependencia se debe a que las wavelets de longitud corta (que se relacionan con alta frecuencia) son trasladadas pequeños intervalos, mientras que wavelets de longitud elevada (relacionadas con baja frecuencia) han de desplazarse longitudes mayores. Debido a que el ancho de la wavelet $\psi(a_0^m t)$ depende del valor de m , se escoge la discretización de b como $b = nb_0 a_0^m$, donde $b_0 > 0$ es un valor fijo y $n \in \mathbb{Z}$. Mediante esta elección se asegura que las wavelets al nivel o escala m cubran el espacio de la misma forma que lo hacen las wavelets $\psi(t - b_0)$ en la escala cero $n=0$. Por lo tanto la base discretizada puede expresarse de la siguiente forma:

$$\psi_{m,n}(t) = a_0^{-(m/2)} \psi(a_0^{-m} t - b_0 n) \quad (6)$$

En este caso los índices de la base pasan a ser n , que indica el desplazamiento temporal (que se comporta como coordenada temporal) y m que es la escala y que puede relacionarse con el inverso de la frecuencia (dando lugar a la coordenada frecuencia). De esta forma la transformada se expresa como:

$$T_f(a,b) = \frac{1}{a_0^{m/2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi(a_0^{-m} t - b_0 n) dt \quad (7)$$

Esta transformada crea un plano o grid en el plano tiempo-frecuencia, en el cual los puntos de evaluación vienen determinados por los valores de m y n .

En la **Figura 2** pueden verse las diferencias que existen entre la transformada STFT y la transformada DWT. En el segundo caso se muestra que en la DWT se realiza un análisis adaptado de la frecuencia ya que las frecuencias bajas se analizan mediante ventanas temporales de larga duración, mientras que en el caso de altas frecuencias estas son analizadas mediante ventanas temporales cortas. En el caso de la STFT todas las frecuencias se analizan de la misma forma.

En este punto se plantea la cuestión de si es posible caracterizar una función $f(t)$ a partir de sus valores transformados $T_f(a,b)$, o lo que es lo mismo, si es posible

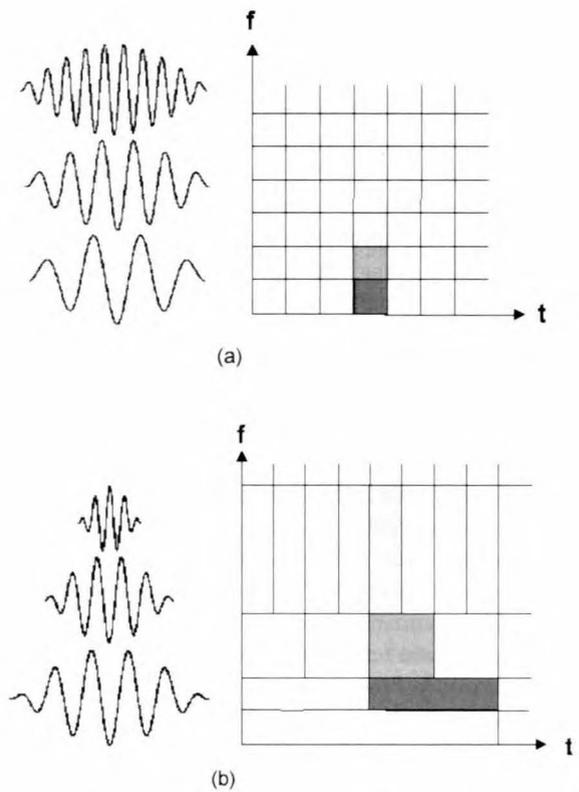


Figura 2: (a) División o grid que realiza la transformada STFT del espacio tiempo-frecuencia, junto con el aspecto que tiene la base de exponenciales enventanadas. (b) División o grid que realiza la transformada DWT junto con el aspecto de la base wavelet.

reconstruir la función $f(t)$ de forma estable a partir $T_f(a,b)$. Previamente se la llegado a la transformada discreta a partir de una discretización de la base de descomposición $\{\psi_{a,b}(t)\}$. Otra forma de llegar al mismo resultado, y quizás más en consonancia con la estructura de escalas de la transformada, es mediante el *Análisis Multirresolución* [Dau92]. Mediante esta herramienta puede verse que es posible reconstruir una función $f(t)$ a partir de sus valores transformados $T_f(a,b)$.

El enfoque que posee el *Análisis Multirresolución* es describir el aumento de información que sufre una función en un entorno de análisis mediante escalas [Dau92]. Dicho *Análisis Multirresolución* se basa en realizar un estudio del entorno de escalas mediante un álgebra de espacios vectoriales. No es intención de este artículo realizar una exposición detallada del *Análisis Multirresolución*, por lo tanto únicamente se proporcionarán las bases; en la bibliografía proporcionada puede encontrarse todo un análisis detallado.

Si se posee una función $f(t)$ descrita en un entorno de escalas, como el descrito anteriormente, a medida que la escala es menor (mayor frecuencia) los detalles que se tienen de la función $f(t)$ son mayores. Además si la estructura de los espacios es la siguiente:

$$\dots \subset V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset V_{-2} \subset \dots \quad (8)$$

un espacio V_m contiene a los espacios V_n $n > m$. Si ahora se realiza una proyección de la función $f(t)$ sobre el conjunto de subespacios, ésta puede expresarse de la forma:

$$P_{m-1}f(t) = P_m f(t) + \sum_{n \in Z} \langle f(t), \psi_{m,n}(t) \rangle \psi_{m,n}(t) \quad (9)$$

donde $P_{m-1}f(t)$ y $P_m f(t)$ indican respectivamente la proyección de la función $f(t)$ sobre los espacios V_{m-1} y V_m . La ecuación (9) debe interpretarse de la siguiente forma: la proyección de una función sobre un espacio dado V_{m-1} puede obtenerse como la suma de dos proyecciones, la proyección sobre un espacio de menor detalle V_m y la proyección sobre un espacio que da las diferencias entre los espacios V_{m-1} y V_m . Esta idea puede expresarse en notación de espacios vectoriales de la siguiente forma:

$$V_{m-1} = V_m \oplus W_m \quad (10)$$

donde W_m es el espacio diferencia. Este proceso puede llevarse hasta el extremo, de forma que una función en un espacio V_{m-1} puede expresarse de la forma:

$$V_m = V_M \oplus \bigoplus_{k=0}^{M-m-1} W_{M-k} \quad (11)$$

es decir que una función en un espacio V_m puede expresarse como la proyección en un espacio base junto con las proyecciones en los espacios de detalles W_i .

Todos los espacios son generados mediante una base. En el caso de los espacios V_m , éstos están generados a partir de una función principal $\phi(t)$ denominada *función de escalado*, generándose la base de la siguiente forma:

$$\phi_{m,n}(t) = 2^{-(m/2)} \phi(2^{-m}t - n) \quad (12)$$

En el caso de los espacios W_m , denominados espacios de detalles, éstos son generados mediante la función $\psi(t)$ que es la *función wavelet*. Por lo tanto en este caso la base se genera de la siguiente forma:

$$\psi_{m,n}(t) = 2^{-(m/2)} \psi(2^{-m}t - n) \quad (13)$$

A partir de las relaciones que pueden establecerse entre los diferentes espacios, y que exceden el propósito de este artículo, se desprende que la función de escalado $\phi(t)$ y la función wavelet $\psi(t)$ pueden expresarse de la siguiente forma:

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_0[n] \phi(2t - n) \quad \Phi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} G_0(e^{j\omega/2}) \Phi\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (14)$$

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_1[n] \phi(2t - n) \quad \Psi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} G_1(e^{j\omega/2}) \Phi\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (15)$$

Las relaciones de la columna de la izquierda expresan las relaciones en el dominio temporal, mientras que la segunda columna expresa las relaciones en el dominio frecuencial, obtenidas mediante la transformada de

Fourier. Como puede verse, las ecuaciones (14) y (15) son ecuaciones de convolución con lo cual g_0 y g_1 son filtros. De forma más específica g_0 tiene un comportamiento de filtro paso bajo, mientras que g_1 tiene un comportamiento de filtro paso alto.

Si ahora pasamos de tener una función de tiempo continuo $f(t)$ a tener una secuencia discreta $x[n]$, y a partir de las ecuaciones (14) y (15) puede verse que puede obtenerse la señal transformada mediante un banco de filtros [Vet95].

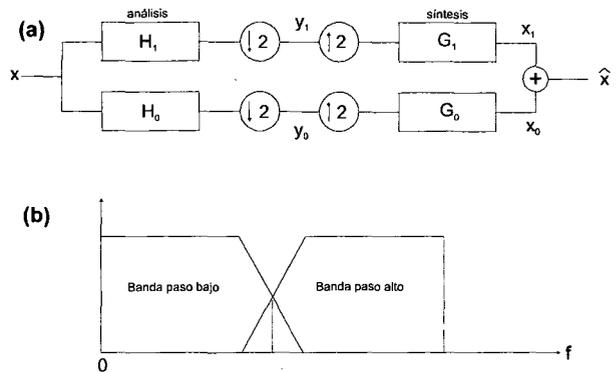


Figura 3: Banco de filtros de dos canales con filtros de análisis $h_0[n]$ y $h_1[n]$ y filtros de síntesis $g_0[n]$ y $g_1[n]$. (a) Diagrama de bloques, (b) División del espectro realizado por el banco de filtros. x indica la señal original, \hat{x} indica la señal reconstruida y y_i indica la señal transformada.

Como se observa en la **Figura 3**, en el caso discreto, la DWT puede obtenerse mediante un banco de filtros. Una de las principales características de este banco de filtros es que se trata de un *banco de filtros de reconstrucción perfecta o QMF (Quadrature Mirror Filters)*. Una de las principales características de este tipo de implementación es la velocidad de realización de la transformada, ya que para conseguir la señal transformada únicamente se ha de realizar un filtrado de la secuencia de entrada. La **Figura 3.a** puede relacionarse con la ecuación (9); la proyección en el espacio V_{m-1} es la propia señal original x , mientras que las proyecciones en los espacios V_m y W_m son respectivamente las señales y_0 (señal paso bajo) y y_1 (señal paso alto). Si ahora se procede a aplicar el mismo esquema sobre la señal y_0 se obtienen dos nuevas señales paso bajo y paso alto. El número de veces que se realiza esta nueva división se denomina número de escalas de la transformada y determina la resolución frecuencial en el dominio transformado. Como puede verse se realiza una división logarítmica del eje frecuencial. A este algoritmo, que obtiene la DWT mediante un banco de filtros de forma eficiente se denomina *Algoritmo de Mallat* [Vet95].

Como puede verse en todos los puntos anteriores se ha tratado con secuencias unidimensionales, como podrían ser secuencias de audio. Como se mostró en la introducción de este artículo, el objetivo final era el

tratamiento de imágenes. Por esa razón se han de aplicar todos los resultados obtenidos anteriormente a señales bidimensionales o imágenes. Una primera opción sería buscar wavelets bidimensionales puras. Esta opción, aunque válida, es una vía muy difícil de seguir debido a la enorme dificultad de encontrar wavelets bidimensionales. Otra opción, válida también, es el aplicar un esquema separable, es decir, aplicar los resultados anteriores a cada una de las dimensiones de la imagen [Dau92]. O lo que es lo mismo, aplicar un esquema de transformación unidimensional, primero a filas y luego a columnas.

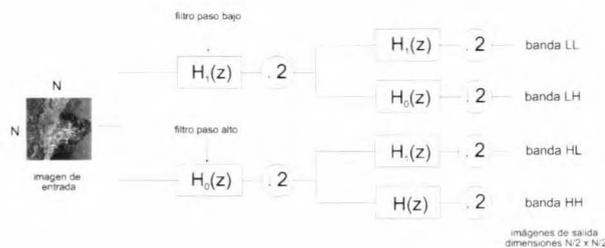


Figura 4: Esquema del banco de filtros de dos canales para su aplicación en imágenes. Se trata de filtros separables aplicados primero a filas y después a columnas.

Como puede observarse en la **Figura 4** el proceso de transformación de una imagen da como resultado cuatro bandas, denominándose a la banda HH (obtenida a partir de aplicar el filtro paso bajo tanto a filas como a columnas) banda residuo paso bajo. De igual forma que en el esquema unidimensional este proceso puede iterarse a partir de la banda HH aplicando el mismo esquema, obteniendo la imagen transformada con un cierto número de escalas.

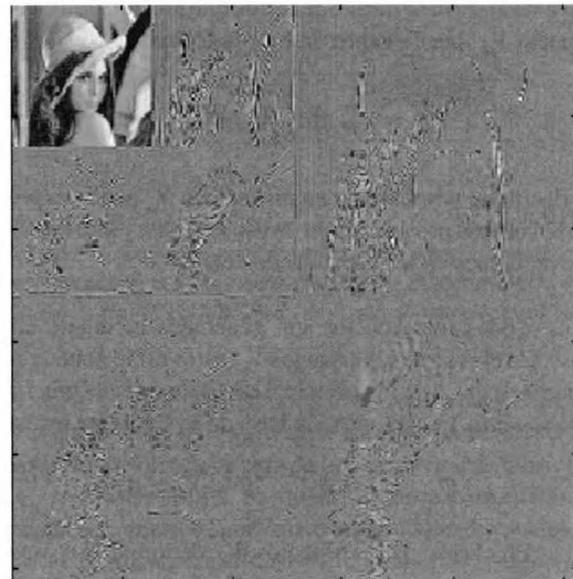
2.3.- Filtros Wavelet

Como se ha visto anteriormente, la DWT puede implementarse mediante el *Algoritmo de Mallat*, que básicamente se trata de un banco de filtros. En el caso de la DWT se han conseguido avances con respecto a la transformada de Fourier que son la inclusión de resolución temporal en el dominio transformado y una mayor velocidad de transformación, al tratarse únicamente de filtros. A pesar de tener estos avances hay un punto que implica una dificultad en el análisis de funciones mediante wavelets, que es el encontrar la base de descomposición, o lo que es lo mismo encontrar una función wavelet $\psi(t)$, adecuada al análisis que se pretende realizar. La elección de dicha base determinará cuales son los filtros a emplear. La elección de los filtros dependerá de múltiples aspectos como pueden ser: la aplicación a la que se destina la transformada (compresión, análisis, etc...), el tipo de señal a tratar, etc... lo que dificulta en mayor medida la elección de los filtros [Dau92].

Los tipos de bases existentes son:



(a)



(b)

Figura 5: Descomposición en dos escalas de la imagen "Lena". Puede observarse la orientación de cada una de las bandas dentro de una misma escala. (a) Imagen original. (b) Imagen transformada.

- **Bases ortonormales:** En este caso las diferentes componentes de la base $\psi_{a,b}(t)$ son funciones ortonormales. En este caso y debido a la enorme restricción que representa la ortonormalidad, los filtros en el banco de análisis y de síntesis son iguales (ver **Figura 4**). En el caso de estas bases se mantiene el *Teorema de Parseval* o conservación de la energía entre el dominio original y el dominio transformado.

- **Bases biortogonales o no ortonormales:** En este caso se relaja la condición de ortonormalidad de las componentes de la base y únicamente se mantiene la independencia lineal de las componentes de la base. Al eliminar la ortonormalidad, provoca que los filtros de

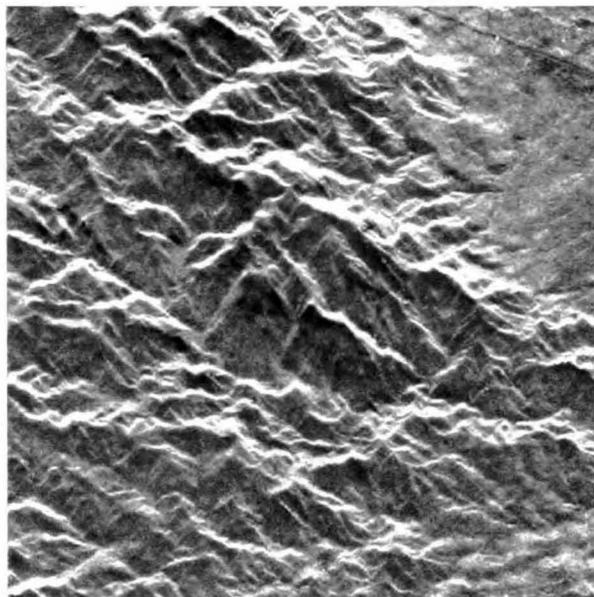
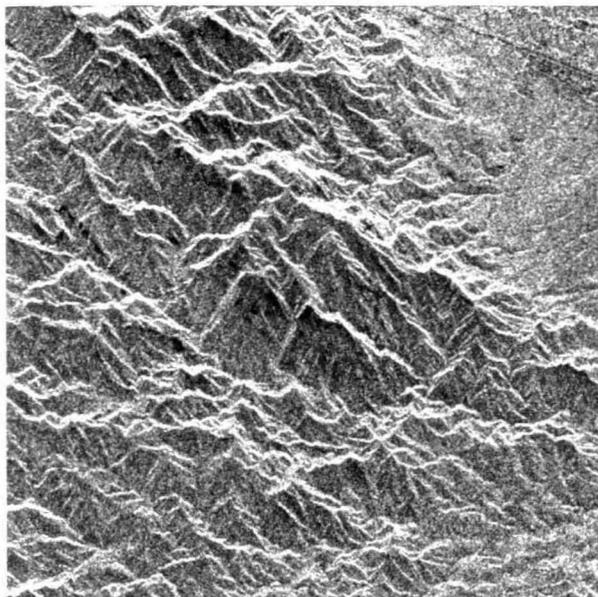


Figura 6: (a) Imagen original de 512x512 píxeles. Puede observarse el ruido speckle como el patrón de granularidad superpuesto a la imagen. (b) Imagen procesada con el Método Sigmoid. Se aprecia la enorme reducción de ruido speckle y la casi nula pérdida de resolución.

análisis y síntesis sean diferentes. En este caso no hay conservación de la energía entre los dominios original y transformado.

- *Bases sobrecompletadas o frames:* En este caso se elimina la condición de independencia lineal de la base de descomposición. Al no ser las componentes linealmente independientes el conjunto de funciones deja de ser una base.

En el marco de compresión se emplean básicamente los dos primeros tipos de bases ya que el tercero, al existir cierta redundancia en la base de descomposición, provoca que una función pueda tener varias transformadas. Además el introducir redundancia posee poco sentido en el campo de compresión de señales.

3.- APLICACIÓN DEL ANÁLISIS WAVELET A IMÁGENES SAR

Una vez establecidas las bases de la transformada wavelet, y más en concreto las bases de un algoritmo eficiente para calcular la transformada discreta wavelet denominado *Algoritmo de Mallat*, se va a mostrar la aplicación de dicha transformada al análisis de imágenes.

En el marco de este artículo, la transformada wavelet se aplicará a imágenes SAR (Synthetic Aperture Radar). En la actualidad la observación de la superficie terrestre o teledetección mediante sensores, ya sean orbitales o aerotransportados, es de gran importancia. Uno de los sensores que más han destacado son los radares de imagen o sistemas SAR (Synthetic Aperture Radar). Esta importancia se ha visto respaldada por varias misiones

como son la SEASAT norteamericana, el lanzamiento de los satélites ERS-1 y ERS-2 por parte de la Agencia Espacial Europea y el futuro lanzamiento del satélite ENVISAT (caracterizado por ser un sistema SAR polarimétrico).

Todo sistema radar está caracterizado por dos direcciones principales [Cur91]. La dirección *range* o dirección perpendicular a la dirección de vuelo y la dirección *azimuth* o dirección paralela a la dirección de vuelo. En la dirección *range* tanto un sistema radar convencional como un sistema SAR obtienen la resolución en base a las características del pulso electromagnético transmitido. Es en la dirección *azimuth* donde se encuentran las diferencias entre un sistema radar convencional y un sistema SAR. En el caso del sistema SAR se obtiene una mayor resolución en base a sintetizar una apertura, de mayores dimensiones que la apertura real, observando el desplazamiento Doppler que sufre el eco debido a la existencia de una velocidad relativa entre la plataforma de observación y el objetivo [Cur91]. La síntesis de la nueva apertura se realiza a nivel de procesado de los datos recibidos.

El resultado que ofrece un sistema SAR es una imagen de reflectividad del terreno observado. Las características de este tipo de imágenes son muy diferentes a las de las imágenes ópticas. En primer lugar al tratarse el sistema SAR de un sistema coherente las imágenes son complejas, es decir, cada píxel está definido por un módulo y por una fase. Además este tipo de imágenes posee un margen dinámico mucho más elevado que las imágenes ópticas, codificándose tanto el módulo como la fase con 16 bits cada uno. Los principales problemas que presentan este tipo de imágenes son dos. En primer lugar las imágenes SAR presentan ruido speckle, fruto de la

naturaleza coherente del sistema, que degrada la calidad de la imagen. En segundo lugar las imágenes SAR ocupan un volumen muy elevado, superando el centenar de Mbytes por imagen.

En mi Proyecto Final de Carrera, realizado en el Grupo de Ingeniería Electromagnética y Fotónica del Departamento de Teoría del Señal y Comunicaciones de la Universidad Politécnica de Cataluña, he aplicado la teoría wavelet a la problemática de las imágenes SAR, tanto en el campo de la eliminación de ruido speckle como en el campo de la compresión de imagen.

3.1.- Eliminación de ruido speckle en el dominio wavelet

Tal y como se mostró en el punto anterior uno de los problemas de las imágenes SAR es el hecho que presentan un ruido denominado ruido speckle que degrada la calidad de la imagen. La principal razón que explica la aparición del ruido speckle es el hecho de que la celda de resolución o pixel es rugosa a la frecuencia de trabajo [Cur91]. Por lo tanto la amplitud de un pixel puede observarse como la suma coherente de un elevado número de reflectores. Otra de las características del ruido speckle es que se trata de un ruido multiplicativo y un ruido espacial (y no temporal).

Los principales sistemas de eliminación de ruidos speckle son los sistemas denominados *Multilook*, que se basan en realizar un promediado de pixels independientes, y los sistemas de filtrado espacial. El principal

problema de este tipo de sistemas es la reducción de la resolución de las imágenes. Empleando la transformada wavelet se pretende realizar una eliminación de ruido speckle, pero que no implique una pérdida de resolución de la imagen.

En el dominio transformado wavelet el ruido speckle está presente principalmente en las escalas pequeñas (o de alta frecuencia) debido a que se trata de un ruido de alta frecuencia. Además el ruido speckle está compuesto básicamente por los coeficientes de pequeño valor. Por lo tanto los métodos de eliminación de ruido speckle, en el dominio wavelet, se basan en eliminar los coeficientes de pequeño valor. Existen dos métodos principales. El primero, denominado *Método Donoho*, se basa en eliminar los coeficientes más pequeños que un cierto umbral y el segundo denominado *Método Sigmoid* que se basa en ecualizar los coeficientes transformados. Mediante el segundo método los resultados obtenidos son mucho mayores ya que no implica tanta pérdida de información como el *Método Donoho*.

3.2.- Compresión de imágenes SAR en el dominio Wavelet

El enorme volumen de las imágenes SAR, que pueden llegar a ocupar 130 Mbytes, hace necesario el empleo de un proceso de compresión para que tanto el almacenamiento como la transmisión de dichas imágenes sea más eficiente.

Cuando se emplea un dominio transformado para realizar el análisis de una función, como puede ser el empleo de la transformada de Fourier o la transformada Wavelet, la información que proporciona un coeficiente está determinada por dos factores: el valor del coeficiente y la posición que ocupa dentro del dominio transformado. Por lo tanto el coste de la codificación de una imagen puede dividirse en dos partes: la codificación de los valores de los coeficientes y la codificación de los *Mapas de Significancia*. Los mapas de significancia dan información de la posición de aquellos coeficientes que serán empleados para la obtención de la imagen reconstruida. A medida que la compresión aumenta el coste de codificar los mapas de significancia aumenta, por lo tanto todos aquellos algoritmos que se basan en reducir el coste de codificar los mapas de significancia podrán conseguir mayores calidades de imagen a factores de compresión más elevados.

La idea básica que hay detrás del empleo de la transformada wavelet para comprimir una imagen es el hecho que en el dominio transformado la energía de la imagen se concentra en un conjunto de coeficientes. Por lo tanto el proceso de compresión se basa en decidir el conjunto de coeficientes que serán transmitidos, sin que la calidad de la imagen sufra una pérdida elevada. Otra de las razones de emplear al transformada wavelet es el

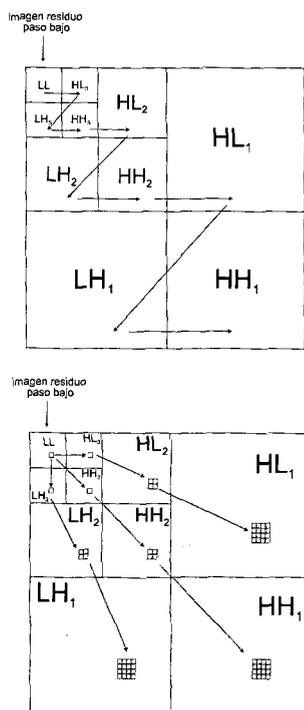


Figura 7: En la parte superior se observa la forma de escanear las diferentes bandas. En la inferior se observa la relación entre los coeficientes de diversas escalas.

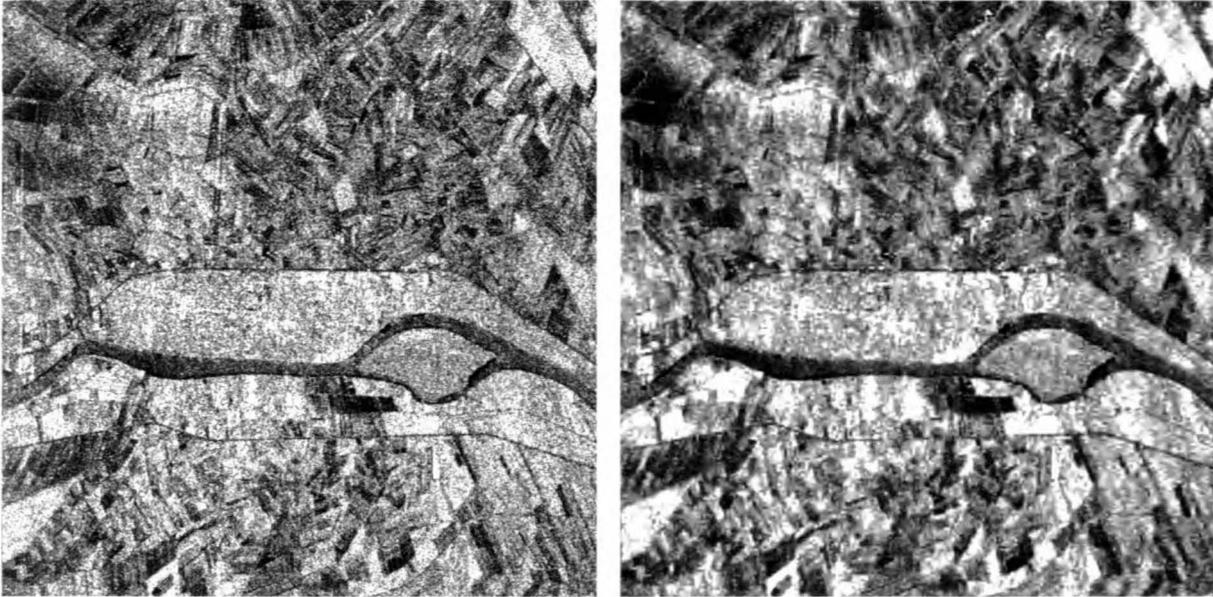


Figura 8: A la izquierda se tiene la imagen original. A la derecha la imagen obtenida con un factor de compresión $C=32$ (0.5 bpp). Se ha empleado el método Sigmoid de eliminación de speckle junto con filtros biortogonales. Se puede observar el alto mantenimiento de los detalles de la imagen. La imagen ha sido reconstruida únicamente con 21340 coeficientes de un total de 262144 lo que muestra la capacidad de concentración de la energía de la Transformada Discreta Wavelet.

hecho que dicha transformada presenta un coste operacional muy bajo, con lo cual puede aplicarse a la imagen completa. En el marco de este proyecto se han empleado varias imágenes de 512x512 pixels a las que se aplica la transformada por completo. Al aplicar la transformada a la imagen se evita la aparición del efecto bloque, típico por ejemplo del sistema de compresión JPEG. Dentro del dominio wavelet hay varios métodos que pueden emplearse para comprimir imágenes. En el caso que nos ocupa se ha empleado el método EZW (*Embedded Zero Wavelet*) inventado por Jerome M. Shapiro [Sha93]. El sistema EZW se basa en realizar una codificación eficiente de los Mapas de Significancia empleando una estructura denominada *Zerotree*. Otra de las características del sistema EZW es que puede ser un sistema de transmisión progresiva.

3.2.1.- Codificación de los mapas de significancia

Todo coeficiente x que cumpla que $|x| \geq T$, donde T es un umbral definido, se denomina coeficiente significativo. La estructura *Zerotree* pretende codificar la significancia de los coeficientes de forma eficiente.

Dada una imagen transformada mediante la DWT se procede a barrer las bandas de la forma mostrada en la **Figura 7**. Los coeficientes de diferentes escalas pueden relacionarse entre si, ya que aquellos coeficientes que ocupan la misma zona espacial en diferentes escalas aportan información de la misma zona de la imagen original. De esta forma se pueden definir coeficientes *padres* y coeficientes *descendientes* tal y como se muestra en la **Figura 7**.

Los coeficientes se codifican entonces de la siguiente forma:

- *Significativo positivo*: Si $x \geq T$.
- *Significativo negativo*: Si $x \leq -T$.
- *Cero aislado*: Si $|x| < T$ pero algún coeficiente descendiente es significativo.
- *Zerotree*: Si $|x| < T$ y todos los coeficientes descendientes son significativos.

De esta forma se ha codificado la significancia de los coeficientes únicamente con un alfabeto de cuatro símbolos.

3.2.2.- Codificación de una imagen

La codificación propiamente dicha, se basa en la codificación de la imagen mediante la codificación de varios Zerotrees. De esta forma se puede establecer una estructura que describa un aumento progresivo del detalle de la imagen. El nexo de unión de los diferentes Zerotrees es el umbral de significancia T . Los umbrales se escogen de la forma:

$$T_0 = \frac{|x_{max}|}{2} \quad T_i = \frac{T_{i-1}}{2} \quad (16)$$

donde T_0 es el umbral inicial y $|x_{max}|$ es el coeficiente transformado máximo. El proceso de codificación es un proceso iterativo en el que se codifican varios Zerotrees.

Los pasos dentro de cada una de las iteraciones son:

- *Paso Dominante*: En el que se codifica un Zerotree con respecto al umbral T_i obteniendo una lista de símbolos denominada *Lista Dominante*.

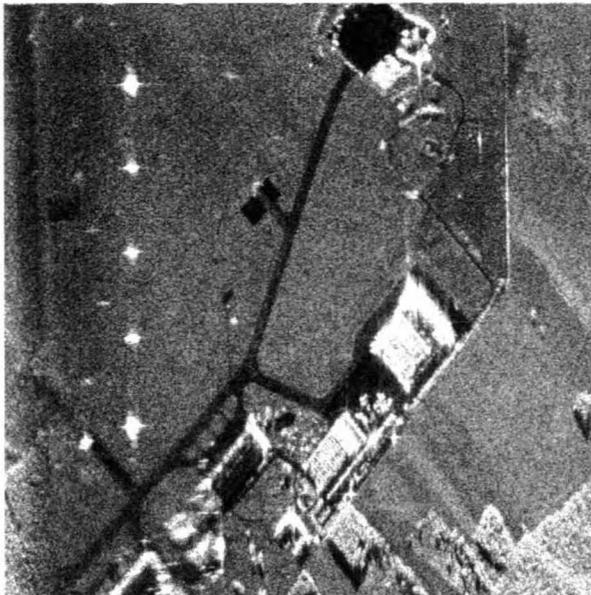


Figura 9: A la izquierda se tiene la imagen original de 512x512 píxeles. A la derecha la imagen obtenida con un factor de compresión $C=128$ (0.125 bpp). Se ha empleado el método Donoho de eliminación de speckle junto con filtros biortogonales. Se puede observar que en la imagen reconstruida no aparecen artefactos extraños fruto del proceso de compresión. La imagen ha sido reconstruida únicamente con 3108 coeficientes de un total de 262144.

· *Paso Subordinado:* En este paso se añade un bit más de resolución a los coeficientes clasificados como significativos. En este caso se pueden reutilizar dos símbolos del paso anterior, ya que en todo momento se puede saber, dentro de bit stream, en que punto se encuentra el proceso de codificación. El resultado de este proceso es una *Lista Subordinada*.

Como se desprende de la explicación anterior la cuantificación de los coeficientes está gobernada por el número de iteraciones que realiza el sistema de compresión. Es el conjunto de listas dominantes y subordinadas el que contiene la imagen comprimida. Como se observa la imagen se ha codificado únicamente con un alfabeto de cuatro símbolos como máximo.

Posterior al proceso de compresión se aplica un proceso de codificación entrópica mediante un *codificador aritmético* [Kie—]. La principal función de este segundo proceso es la reducción de la entropía de los símbolos. Debido a que el alfabeto se compone únicamente de cuatro símbolos, se puede mantener un modelo muy preciso, y sencillo a la vez, de las probabilidades de aparición de los símbolos, hecho que redundará en un aumento de la eficiencia de compresión del sistema.

4.- CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos con respecto a la eliminación de speckle y a la compresión de imágenes SAR muestran que la teoría de análisis de funciones mediante wavelets es perfectamente aplicable a la problemática SAR.

En primer lugar, la DWT se caracteriza por realizar una elevada concentración de la energía en un número mínimo de coeficientes, que junto con una codificación eficiente de los mapas de significancia por parte del sistema EZW dan lugar a un sistema de compresión muy robusto.

Por otro lado, antes de comprimir una imagen SAR, se le aplica un proceso de eliminación de speckle, ya sea el método Donoho o el método Sigmoid. Los buenos resultados obtenidos con respecto a la compresión se deben en gran medida a la aplicación de dichos procesos de eliminación de ruido speckle. Por lo tanto puede afirmarse que los procesos de eliminación de speckle poseen una enorme importancia a la hora de aplicar posteriores sistemas de compresión de imágenes SAR.

5.- BIBLIOGRAFÍA

- [Cur91] ROBERT C. CURLANDER. Synthetic Aperture Radar. NY: John Wiley & Sons, Inc, 1991.
- [Dau92] INGRID DAUBECHIES. Ten lectures on Wavelets. Philadelphia: SIAM, 1992.
- [Jai89] A. K. JAIN. Fundamentals of digital image processing. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1989.
- [Kie—] JOHN KIEFFER. "Lectures on source coding". www.ee.umn.edu/users/kieffer/index.html
- [Vet95] MARTIN VETTERLI Y JELENA KOVACEVIC. Wavelets and subband coding. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1995.