

FILTRADO DE KALMAN PARA LA RECUPERACION DE PORTADORA A PARTIR DE ESTIMACIONES PREVIAS

JOSEP SALA i ALVAREZ
GREGORI VAZQUEZ i GRAU
MIGUEL ANGEL LAGUNAS HERNANDEZ

DPTO. DE TEORIA DE LA SEÑAL Y COMUNICACION
ETSI DE TELECOMUNICACION DE BARCELONA
APDO. 30002, BARCELONA 08080
TEL. +34-3-4016451
FAX. +34-34016447

ABSTRACT:

Two approaches to carrier recovery in a digital communications system under non-stationary conditions are presented for low and high signaling rates with respect to the maximum allowable Doppler frequency. A Kalman-based scheme is proposed for small frequency deviations, while for Doppler uncertainties, equal to the signaling rate or higher, an adaptive scheme based on a zero error detector is shown to perform satisfactorily.

INTRODUCCION

En cualquier sistema de comunicaciones, es necesario conocer con exactitud la frecuencia de la portadora a fin de demodular correctamente la señal recibida. Debido al efecto Doppler, el patrón de frecuencia del demodulador no coincide con la portadora de la señal. En consecuencia, el filtro adaptado trabaja en condiciones subóptimas. En el caso de modulaciones diferenciales de fase, las fases de los símbolos estan afectadas por un offset correspondiente a la fase transcurrida en un período de señalización por efecto Doppler.

$$\Delta\theta = \omega_d T_{amb}$$

En este artículo proponemos una estructura para paliar este efecto basada en el filtro de Kalman. A continuación introducimos brevemente las propiedades del filtro para entrar en situación.

Dado un sistema definido por unas ciertas variables de estado, que se encuentran en relación lineal o no con las medidas que efectuamos del sistema, es posible hallar una estructura óptima que filtre las sucesivas estimaciones de estas variables a conveniencia. Se considera que el sistema se puede definir según un modelo de Gauss-Markov de la siguiente forma:

Ecuación de estado:

$$x_{k+1} = F_k x_k + w_k$$

Ecuación de medida:

$$z_k = H_k x_k + v_k$$

Donde el ruido w se asocia a la inexactitud en la definición del modelo y de las variables de estado escogidas, o bien a la no estacionariedad de estas variables. El ruido v se considera como ruido asociado a las medidas debido al ambiente o a la imperfección del proceso de medida. Podemos caracterizar a ambos procesos a partir de sus matrices de autocorrelación (Suponemos a priori que se cumple la condición de gaussianidad, a fin de que sean definibles sólo a partir de sus estadísticas de primer y segundo orden).

$$E\{w_k w_l^T\} = Q_k \delta_{kl} \quad E\{v_k v_l^T\} = R_k \delta_{kl}$$

Los valores que toman estas matrices dependen del criterio del diseñador en cuanto a las condiciones en que tendrá que trabajar el filtro. La matriz Q de w representará cuánto deseamos alisar las variables de estado. La inercia que presente el sistema a los cambios depende fuertemente de los valores que le asignemos. Para valores pequeños de Q , el filtro tendrá a considerar cualquier variación temporal de las medidas como ruido, presentando en consecuencia un error de seguimiento. Si se quiere evitar este efecto, el filtro será más nervioso, las variables de estado presentarán una mayor covarianza. La matriz R de v representa la autocorrelación del ruido de medida. Para ambientes muy ruidosos deberemos asignar valores grandes a R . Aunque R no coincida exactamente con la autocorrelación del ruido a la entrada, se comprueba experimentalmente que el filtro es poco sensible a este parámetro.

La más importante propiedad del filtro de Kalman es que en cualquier instante da la mejor estimación posible de las variables de estado a partir de las medidas disponibles, por lo cual presenta una convergencia muy rápida.

Como se explicó anteriormente, la inercia del filtro a los cambios depende fuertemente de los valores de Q . Este artículo propone un método para la reducción de las covarianzas de las variables de estado sin que por ello la inercia a los cambios se vea aumentada.

APLICACION A LA ESTIMACION DE FRECUENCIA

A fin de estimar la frecuencia Doppler de la señal necesitamos disponer de las muestras instantáneas de las diferencias de fase entre símbolo y símbolo, previa eliminación de las fases discretas de la modulación por medio de la función módulo. Se presentan dos métodos posibles para abordar el problema, según sea la dimensión del vector de estado:

- 1.- frecuencia Doppler de la señal.
- 2.- frecuencia Doppler más Doppler-rate (derivada de la frecuencia)

Aplicaremos el segundo método en situaciones donde la frecuencia varíe apreciablemente.

USO DE ESTIMACIONES PREVIAS.

A fin de reducir la covarianza de la frecuencia previamente al filtrado de Kalman, utilizamos estimadores de bloque. Estos estimadores se deducen por maximización directa de la función de verosimilitud y utilizan un segmento finito de datos para producir su estimación. La covarianza asociada aproxima el límite de Cramer-Rao y disminuye a medida que ensanchamos la ventana de estimación. Estos métodos son apropiados para trabajar en lazo abierto, mientras que métodos como el filtro de Kalman funcionan en lazo cerrado. En general, una estructura en lazo cerrado conduce a covarianzas menores.

Gracias a que a la entrada del filtro de Kalman dispondremos de varianzas reducidas, nos permite para una misma covarianza hacer el filtro más sensible a los cambios.

Los dos estimadores de bloque que se utilizan son los siguientes:

- Ventana de Kay para la estimación de frecuencia: dado un bloque de muestras, produce una estimación de mínima covarianza de la frecuencia central.
- Ventana para la estimación de Doppler-rate: dado un bloque de muestras, produce una estimación del ritmo de variación de la frecuencia.

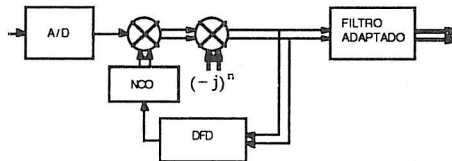
(El comportamiento detallado de estos estimadores se describe en el artículo "Extensión del método de Kay para estimación conjunta ML de Doppler y Doppler-rate" presentado a este congreso).

El margen permitido de frecuencias estimables está limitado a $1/2M$ de la frecuencia de señalización, donde M es el número de niveles de la modulación, debido a la eliminación de ésta. Para márgenes superiores se requieren otros métodos que trabajen directamente sobre los canales de fase y cuadratura. El inconveniente que presentan estos métodos es la degradación que la misma modulación produce sobre la estimación de frecuencia. No obstante, bajo ciertas condiciones de diseño este efecto desaparece.

A continuación presentamos un estimador de frecuencia denominado detector de filtro dual (DFD) que puede utilizarse para enganchar desviaciones doppler incluso superiores a la frecuencia de señalización.

CORRECCION DE FRECUENCIA PORTADORA MEDIANTE FILTROS EN DIFERENCIA (DFD)

Para el muestreo digital de una señal modulada, es aconsejable un submuestreo de tal forma que el espectro real quede centrado a $1/4$ de la frecuencia de muestreo, para evitar efectos de aliasing. Debido a la presencia de una desviación Doppler, la señal quedará centrada a una frecuencia diferente. Nuestro objetivo es estimar tal desviación y centrar el espectro a frecuencia cero para que pueda actuar el filtro adaptado. Para grandes desviaciones Doppler, del orden de la frecuencia de señalización o superiores, debe engancharse la frecuencia antes de realizar el filtraje adaptado, debido a las pérdidas en frecuencia de éste. Para este fin utilizaremos un oscilador numérico (NCO) controlado por el DFD. El esquema propuesto es el siguiente:



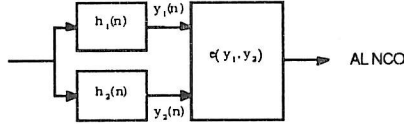
Para el diseño del DFD que se propone en este artículo, se han supuesto grandes incertidumbres en la frecuencia Doppler (Como dato ilustrativo, para satélites en órbita polar, se puede llegar a desviaciones Doppler del orden de 160KHz con una variación de la frecuencia de 380Hz/s,siendo a veces aconsejable una pre-compensación analógica de frecuencia), superiores a la frecuencia de señalización. El diseño del DFD propuesto no está libre de ruido de modulación, no obstante, el método converge suficientemente para ser utilizado en la etapa de adquisición. Para la etapa de seguimiento, sólo se requiere disminuir el ancho de banda del DFD para eliminar potencia de ruido y ruido de modulación. Bajo ciertas condiciones de diseño del DFD (Véase referencia [1]) puede eliminarse totalmente el ruido de modulación.

Nótese que la señal a la salida del NCO debe ser compleja para que realice un desplazamiento en frecuencia de la señal real recibida, de no ser así, a la salida del mezclador tendríamos 4 y no 2 frecuencias complejas. El segundo mezclador, a un cuarto de la frecuencia de muestreo, equivalente a la frecuencia de señalización, realiza una conversión hacia abajo para que una vez que el DFD haya convergido, la señal quede centrada a frecuencia cero, en condiciones óptimas para que actúe el filtro adaptado. La complejidad añadida no es tal, ya que el segundo mezclador se limita simplemente a intercambiar partes real e imaginaria con el signo correspondiente, presentando por consiguiente pocas dificultades de implementación. El margen máximo de frecuencias a las que puede trabajar el DFD viene dado por la siguiente expresión en función del ancho de banda de la señal y de la frecuencia de muestreo:

$$f_{d, \max} + \frac{1}{2} B_f \leq \frac{1}{8} f_m$$

La limitación a un octavo de la frecuencia de muestreo es debido a la presencia de la frecuencia imagen, para evitar que afecte al funcionamiento correcto del DFD al introducirse en el ancho de banda de los filtros de éste. Nótese que para bajas velocidades de señalización, el efecto Doppler puede ser dominante frente al ancho de banda de la señal.

El esquema propuesto para el DFD es el siguiente:



Donde los filtros deben cumplir la siguiente propiedad:

$$h_1(n) = h_2^*(n) \quad \Leftrightarrow \quad H_1(\omega) = H_2^*(-\omega)$$

De esta forma, el primer filtro estará centrado a las frecuencias positivas y el segundo a las negativas. Si calculamos la potencia a la salida de ambos filtros y efectuamos la diferencia disponemos de una señal de error para controlar el NCO en bucle cerrado. Finalmente, hemos adoptado un esquema adaptativo para el cálculo del error de frecuencia que además resulta ser independiente de la potencia de la señal:

$$\Delta\omega_{d,n+1} = \Delta\omega_{d,n} + \mu \frac{u_{+,n+1} - u_{-,n+1}}{u_{+,n+1} + u_{-,n+1}} \quad u_+ = |y_1|^2, \quad u_- = |y_2|^2$$

Nótese, que esta definición del error es equivalente a un paso adaptativo, es decir, para adquisición el valor del denominador toma valores pequeños, lo que provoca mu's equivalentes elevados. En contra, en seguimiento, podemos considerar la señal casi centrada de modo que a la salida de los filtros tendremos potencia máxima, lo cual implicará un paso pequeño, condición indispensable para conseguir un buen filtrado del error.

El diseño de estos filtros reviste suma importancia para un funcionamiento correcto del DFD ya que cumplen dos funciones: permiten la generación de una señal de error y realizan un filtrado conveniente de la frecuencia imagen. Se han seguido dos estrategias de diseño para los coeficientes de los filtros:

- Basado en la DFT: Se obtienen los coeficientes sumando las componentes en frecuencia de la señal en la banda de interés corregidas en fase y utilizando relleno por ceros de la secuencia temporal. Se consiguen buenos comportamientos del DFD.

- Basado en el método de muestreo en frecuencia: A diferencia del caso anterior, permiten controlar muy bien el rizado de los filtros y las atenuaciones en las bandas pasante y atenuada.

Se ha comprobado experimentalmente que se llega a un buen acuerdo entre los comportamientos an adquisición y seguimiento del DFD, cuando la respuesta de los filtros es plana en la banda de paso. Se pueden conseguir mejores comportamientos en seguimiento si se conforma la respuesta de los filtros para eliminar potencia de ruido, sin embargo la velocidad de convergencia disminuye apreciablemente.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Figura 1:
Curva de covarianza de la frecuencia en función del tiempo en un filtro de Kalman sin estimaciones previas. Se representa la covarianza en escala logarítmica como menos diez veces su logaritmo en base 10.
 $Q = 0,000001$

Figura 2:
 Curva de covarianza de la frecuencia en función del tiempo en un filtro de Kalman con estimaciones previas.
 Estimador previo: Ventana de Kay de 8 coeficientes.
 $Q = 0,000001$

Figura 3:
 Respuesta de 1 filtro del DFD correspondiente al margen positivo de frecuencias.
 Número de coeficientes: 32

Figura 4:
 Respuesta temporal de la frecuencia estimada por el DFD para modulación QPSK.
 Se han modelado los efectos de no-estacionariedad de la frecuencia por medio de un comportamiento sinusoidal:
 Offset medio de frecuencia normalizado a la frecuencia de muestreo: 0.1
 Amplitud de la senoide de frecuencia: 0.01
 Número de muestras por símbolo: 16
 μ : 0.0002
 Relación SNR: 0 dB's

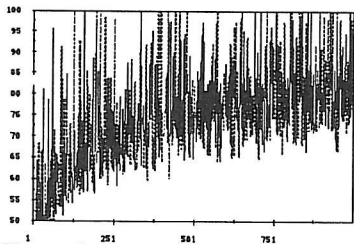


Figura 1

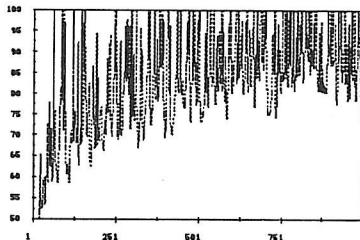


Figura 2

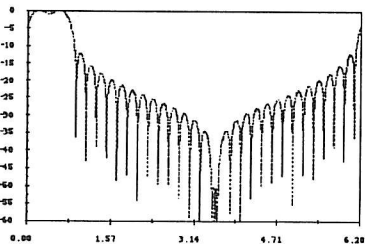


Figura 3

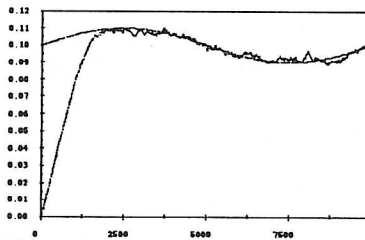


Figura 4

REFERENCIAS:

[1] Floyd M. Gardner, "Demodulator Reference Recovery Techniques Suited for Digital Implementation". ESTEC Contract No 6847/86/NL/DG, European Space Agency.