

## PROTOTIPO EXPERIMENTAL PARA VER Y OIR LA DINAMICA CAOTICA EN UN CIRCUITO ELECTRONICO

J.M. Miguel, J. Herranz, J.M. Miró,  
A. Puerta(\*), P. Palà, M. Sanz

Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones. UPC

(\*)Dpto. Ingeniería de Comunicaciones. E.T.S.I. Telecom. Málaga

### Abstract

Chaos, apparently disordered behaviour which is nonetheless deterministic, is a universal phenomenon which occurs in many systems in all areas of science. For it to have place, the equations describing the situation must be nonlinear. In this paper chaos is introduced via an actual circuit and, by using a digital storage oscilloscope and an integrated audio amplifier, it possible to get sights and sounds of chaos.

### Introducción

Una idea fuertemente arraigada hasta no hace muchos años entre los estudiosos del comportamiento temporal y frecuencial de circuitos electrónicos, es la de que si se conocen las condiciones iniciales, la excitación y las ecuaciones integro-diferenciales de los mismos, su comportamiento será predecible. En ciertos casos, incluso será posible obtener soluciones analíticas. Cuando ello no sea viable, la simulación numérica junto con el uso de ordenadores resuelve satisfactoriamente el problema de la determinación de la respuesta.

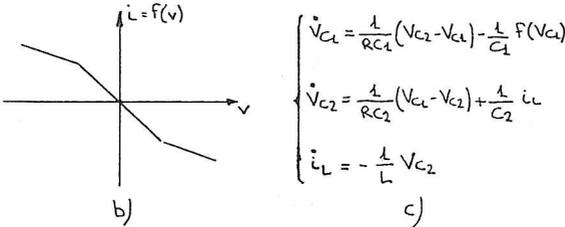
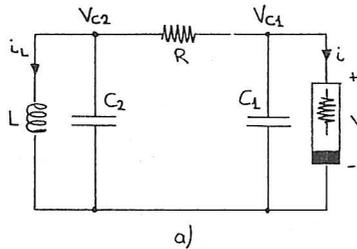
Abundando en lo anterior, es bien conocido el comportamiento que cabe esperar en un circuito analógico: Si es lineal y estable, una vez ha transcurrido suficiente tiempo para que la respuesta libre se haya desvanecido, todas las tensiones y corrientes en el circuito tendrán la misma forma que la excitación. Si ésta era sinusoidal de frecuencia  $f_0$ , la respuesta también lo será. Para los circuitos no lineales, el abanico de comportamientos es más variado. Los hay que siendo autónomos (sin excitación) generan como respuesta una señal periódica y, por tanto, se los denomina osciladores. Otros proporcionan respuestas cuya frecuencia fundamental es un subarmónico o un supraarmónico

de la frecuencia de la excitación. En esta categoría se incluirían los mezcladores, amplificadores no lineales, etc.

En cualquier caso, una característica común a todos los comportamientos descritos sería la siguiente: Visualizando en un analizador de espectros las respuestas de los circuitos, se observaría un espectro discreto. Si por cualquier causa apareciera un espectro plano sería invariablemente asociado al ruido generado por los componentes con que se ha implementado el circuito.

Sin embargo, esta última conclusión no siempre es cierta. En efecto, tal como mostró Lorenz [1], hay sistemas deterministas autónomos o excitados por señales deterministas con dinámicas impredecibles. A este tipo de comportamiento, que en circuitos electrónicos conduce a respuestas con espectro frecuencial plano (ruido), se le denomina caótico.

Generador caótico



$$\begin{cases} \dot{V}_{C1} = \frac{1}{RC1}(V_{C1} - V_{C1}) - \frac{1}{C1} F(V_{C1}) \\ \dot{V}_{C2} = \frac{1}{RC2}(V_{C1} - V_{C2}) + \frac{1}{C2} i_L \\ \dot{i}_L = -\frac{1}{L} V_{C2} \end{cases}$$

Fig.1

El comportamiento más complejo de un circuito de orden dos autónomo es una oscilación periódica (ciclo límite en el espacio de estados). Será preciso, por tanto, recurrir como mínimo a un circuito de orden tres para que puedan producirse comportamientos caóticos. El más simple es el mostrado en la Fig.1.a que incorpora tres elementos dinámicos lineales y una conductancia no lineal.

Este circuito, que aparentemente debiera comportarse como un oscilador a resistencia negativa, está rigurosamente demostrado [2] que para determinados valores de los elementos muestra una dinámica caótica. Por tanto, partiendo de la condición inicial  $\{v_{C1}(0), v_{C2}(0), i_L(0)\}$ , el vector de estado  $\{v_{C1}, v_{C2}, i_L\}$  se mantiene permanentemente dentro

de una región del espacio de estados tridimensional que se denomina "atractor extraño" describiendo una trayectoria que nunca se intersecta a sí misma.

Para comprobar experimentalmente todo lo expuesto, se ha implementado el circuito de la Fig.1.a mediante el esquema indicado en la Fig.2. Puede verse como el inductor se realiza mediante un convertor generalizado de inmitancias, construido en torno a los amplificadores operacionales (AO1, AO2) y la conductancia negativa se realiza mediante el amplificador operacional AO3 y los diodos. Finalmente, un amplificador de audio integrado conectado a un nodo de baja impedancia posibilita oír mediante un altavoz la evolución caótica del circuito.

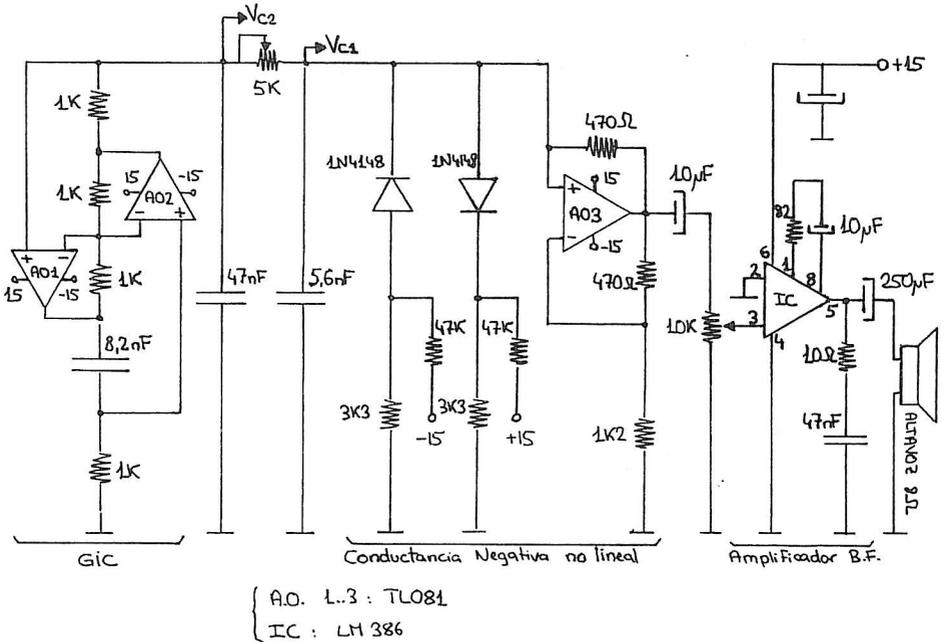


Fig.2

Resultados experimentales

Una vez el circuito se ha alimentado, basta visualizar en un osciloscopio las tensiones  $v_{c1}$  y  $v_{c2}$  en modo x-y e ir desplazando el cursor del potenciómetro de 5 KΩ hasta que aparezca en pantalla el peculiar "double scroll" (ver Fig.3) y en el altavoz se reproduzca el típico sonido del ruido

blanco. Si el osciloscopio dispone de memoria, pueden obtenerse oscilogramas de las tensiones  $v_{c1}$  y  $v_{c2}$ , tal como los mostrados en la Fig.4 que ilustran, fehacientemente, la dinámica caótica del circuito.

### Referencias

- [1] LORENZ, E.N.  
"Deterministic Non-Periodic Flow"  
Journal Atmospheric Science. Vol.20, pp. 130-141, 1963
- [2] MATSUMOTO, T.; CHUA, L.O. and KOMURO, M.  
"The double scroll"  
IEEE CAS. Vol.32, no.8, pp. 797-818, 1985

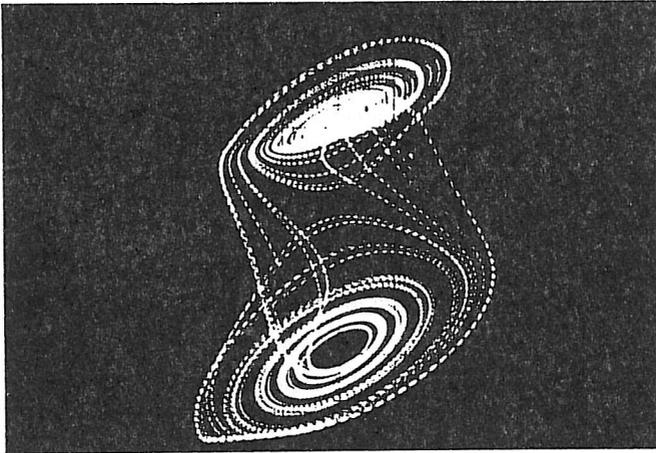
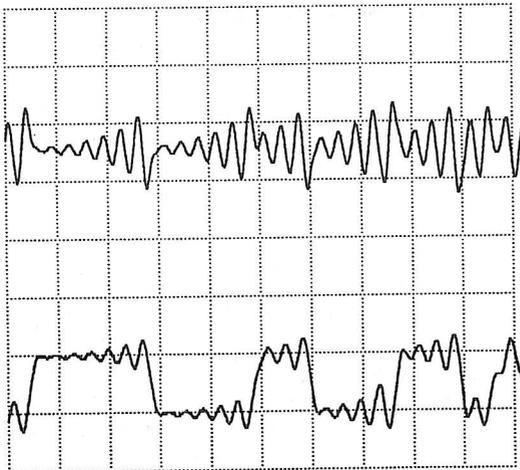


Fig.3



#### SIGNALPARAMETER:

CH1 - VOLTS/DIV: 1 V  
CH2 - VOLTS/DIV: 5 V  
TIMEBASE-SEC/DIV: .5ms

Fig.4