



**Escola Tècnica Superior d'Enginyeries
Industrial i Aeronàutica de Terrassa**

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Titulació:

2on Cicle d'Enginyeria en Automàtica i Electrònica Ind.

Alumne:

Adrià Soldevila Coma

Títol PFC:

**Estudi de la Identificació i Control d'un Sistema de Quatre
Dipòsits**

Tutor del PFC:

Vicenç Puig Cayuela

Convocatòria de lliurament del PFC:

22 - 26 Setembre 2014

Contingut d'aquest volum:

MEMÒRIA



Escola Tècnica Superior d'Enginyeries
Industrial i Aeronàutica de Terrassa

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

2on Cicle d'Enginyeria en Automàtica i Electrònica Industrial

Projecte Final de Carrera:

Estudi de la Identificació i Control d'un Sistema de Quatre Dipòsits

Autor: Adrià Soldevila Coma

Tutor: Vicenç Puig Cayuela

Data d'entrega: 26/09/2014

Índex

1 Motivació	11
1.1 Objecte	11
1.2 Abast	11
1.3 Justificació	12
1.4 Especificacions bàsiques	12
2 Introducció	15
3 Antecedents	17
4 Viabilitat tècnica i econòmica	19
5 Conceptes teòrics	21
5.1 Sistemes dissipatius	21
5.2 Estabilitat del sistema	22
5.2.1 Fase del sistema	22

5.2.2	Estabilitat segons el mètode directe de Lyapunov	22
5.3	MPC estàndard	23
5.4	EMPC	25
5.4.1	Propietat turnpike	26
5.4.2	EMPC amb restriccions terminals	26
5.5	Funció Sigmoide	27
5.6	Filtre de Kalman	27
5.6.1	Filtre de Kalman subòptim	29
5.7	Identificació de paràmetres per mínims quadrats no recursius	29
5.7.1	Identificació de paràmetres per mínims quadrats no recursius en un model continu	30
6	La planta on es realitzarà l'estudi	33
6.1	La planta de Johansson	33
6.2	La planta amb les especificacions del concurs	34
6.3	Especificacions dels paràmetres del concurs	36
7	Fase 1	39
7.1	Enunciat de la Fase 1	39
7.1.1	Objectius de control	40
7.1.2	Avaluació dels controladors	41

Índex

7.2	Propietats del sistema	43
7.2.1	Model del sistema	43
7.2.2	Dissipitivitat del sistema	44
7.2.3	Estabilitat del sistema	45
7.2.4	Constants de temps	50
7.3	Controls provats en la Fase 1	53
7.3.1	Condicions dels assaigs	54
7.3.2	Control MPC estàndard	56
7.3.3	Control EMPC	57
7.3.4	Control MPC estàndard i EMPC combinats	58
7.3.5	Observador d'estats a partir d'un model de referència	59
7.4	Resultats obtinguts en la Fase 1	59
7.4.1	Escenari en el qual han estat realitzades les proves	59
7.4.2	Millora del control amb l'observador d'estats	60
7.4.3	Resultats del Control MPC estàndard	60
7.4.4	Resultats del Control EMPC	64
7.4.5	Resultats del control MPC estàndard i EMPC combinats	69
7.4.6	Altres proves realitzades	73
7.5	Conclusions de la Fase 1	75

8 Fase 2	77
8.1 Enunciat de la Fase 2	77
8.2 Entrega de la prova en la planta real	78
8.2.1 Observador d'estats a partir del filtre de Kalman	78
8.3 Prova sobre la planta real	81
8.4 Identificació de la planta real	83
8.4.1 Identificació dels nous punts òptims estacionaris	87
8.5 Controlador definitiu	88
8.6 Resultats del controlador definitiu	90
8.7 Conclusions de la Fase 2	92
9 Pressupost	95
10 Impacte ambiental	97
11 Conclusions	99

Índex de figures

6.1	Esquema de la planta de Johansson	34
6.2	Esquema de la planta model del concurs	35
7.1	Dissipativitat i propietat turnpike en el sistema de 4 dipòsits	44
7.2	Valor de la funció de cost i la funció de penalització original al superar les restriccions d'operació superiors	49
7.3	Valor de la funció de cost i la funció de penalització original al superar les restriccions d'operació inferiors	50
7.4	Resposta a una entrada graó d'amplitud 2 en el cabal q_a	51
7.5	Resposta a una entrada graó d'amplitud 2 en el cabal q_b	53
7.6	Corba de l'avaluació per un control MPC complet amb H_P i H_C de 70 pasos	62
7.7	Accions de control per un control MPC complet amb H_P i H_C de 70 pasos	63
7.8	Altures per un control MPC complet amb H_P i H_C de 70 passos	63

7.9	Corba de l'avaluació en estat estacionari per la tècnica EMPC amb diferents horitzons de predicció	65
7.10	Corba de l'avaluació per un control EMPC amb H_P i H_C de 100 pasos	66
7.11	Accions de control per un control EMPC amb H_P i H_C de 100 pasos	66
7.12	Altures per un control EMPC amb H_P i H_C de 100 pasos	67
7.13	Corba de l'avaluació per un control EMPC amb restriccions terminals, i un H_P i H_C de 70 passos	68
7.14	Corbes de la funció Sigmoide sense escalar i escalada	71
7.15	Valors de la pendent del avaluador i de la funció Sigmoide per el cas presentat al concurs	72
7.16	Corba de l'avaluació obtinguda amb el control presentat al concurs .	72
7.17	Accions de control del control presentat al concurs	73
7.18	Corba de l'avaluació obtinguda amb el control presentat al concurs .	73
7.19	Exemple de la corba obtinguda amb la funció alternativa de pesatge	74
8.1	Comportament del filtre de Kalman en simulació	80
8.2	Altures obtingudes del test sobre la planta real	81
8.3	Accions de control obtingudes del test sobre la planta real	82
8.4	Corba de l'avaluació obtinguda del test sobre la planta real	82
8.5	Comparativa de la planta real, el model matemàtic original i les estimacions en continu i discret amb coeficients estàtics	84

Índex

8.6	Comparativa de la planta real, el model matemàtic original i l'estimació del model continu amb orificis dependents de les altures	86
8.7	Comparativa funcions Sigmoide	88
8.8	Valor de la funció de cost i la funció de penalització modificada al superar les restriccions d'operació inferiors	89
8.9	Valor de la funció de cost i la funció de penalització modificada al superar les restriccions d'operació superiors	90
8.10	Accions de control obtingudes de la prova final sobre la planta real .	91
8.11	Altures obtingudes de la prova final sobre la planta real	91
8.12	Corba de l'avaluació obtinguda de la prova final sobre la planta real	92

Índex de taules

7.1	Punts òptims de treball en règim permanent	40
7.2	Increments de les altures amb els valors del anunciat	46
7.3	Punts òptims de treball en règim permanent obtinguts a partir de l'optimització	47
7.4	Configuració <i>fmincon</i>	54
7.5	Resultats obtinguts amb l'observador d'estats i sense	60
7.6	Resultats obtinguts amb la tècnica MPC estàndard amb funció la objectiu completa	61
7.7	Resultats obtinguts amb la tècnica MPC estàndard amb funció la objectiu incompleta	62
7.8	Resultats obtinguts amb la tècnica EMPC	64
7.9	Resultats obtinguts amb la tècnica EMPC amb restriccions terminals	67
7.10	Resultats obtinguts amb la combinació de les tècniques EMPC i MPC estàndard depenents de la configuració de la funció Sigmoide	71

8.1	Punts òptims de treball en règim permanent per el model identificat	87
8.2	Configuració de la funció Sigmoide del controlador final	88
9.1	Pressupost del estudi	95

1. Motivació

1.1. Objecte

L'objectiu d'aquest estudi és realitzar una identificació i control d'un sistema de quatre dipòsits d'aigua basada en la planta de Johansson [4] en el marc del "Concurso de Ingeniería de Control 2014" organitzat pel Comitè Espanyol d'Automàtica, en el qual participo en un equip format juntament amb els membres del grup de recerca SAC (Sistemes Avançats de Control) Julen Cayero, Damiano Rotondo i Jean Carlo Salazar, i el tutor del grup, el professor i cap del grup de recerca SAC, que també és el tutor d'aquest estudi, el professor Vicenç Puig.

1.2. Abast

En aquest treball es realitzarà un estudi sobre el sistema de quatre dipòsits d'aigua en que es treballarà, realitzant tant la identificació del sistema, com el control d'aquest basat en les especificacions consignades en el marc del concurs.

En la part de la identificació tenim un model de referència proporcionat per l'enunciat de la Fase 1 sobre el qual és realitzarà el control d'aquesta fase, en la Fase 2 s'enriquirà aquest model utilitzant dades obtingudes per part de la planta real, així com els errors de mesura i les possibles pertorbacions.

En la part del control es buscaran diferents alternatives de control per maximitzar l'eficiència del sistema tenint com a objectiu la funció de cost que avalua el sistema sobre el model proporcionat per el concurs en la Fase 1, i una millora d'aquest control per adaptar-lo a la planta real en la Fase 2.

1.3. Justificació

He decidit realitzar aquest estudi com a projecte final de carrera per la motivació de realitzar una activitat pràctica dels coneixements obtinguts en el 2on cicle d'Enginyeria en Automàtica i Electrònica Industrial i profunditzar en ells.

A més es tracta d'un camp d'estudi (el control òptim) molt utilitzat actualment degut als avanços en concepte de computació que permeten càlculs més elaborats en aplicacions i entorns que fins fa poc no eren possibles o suficientment eficients per a ser realitzats en temps real, i més concretament aquests tipus de problemes (minimitzar el cost energètic dels actuadors i maximitzar els resultats d'aquests) que són molt freqüents en la indústria.

1.4. Especificacions bàsiques

Les especificacions bàsiques d'aquest estudi estan contemplades en les bases del concurs d'enginyeria de control de l'any 2014 publicades per el Comitè Espanyol d'Automàtica del qual es basa aquest treball. Concretament de les dues categories es treballarà en la segona que presenta un grau de dificultat més elevada, i un rang de possibles solucions superior.

Les especificacions del Comitè són sobre el disseny de la planta on es realitzarà la identificació i el control, concretament el la mida dels dipòsits, els forats equivalents de descarrega inferiors dels dipòsits per on l'aigua s'escapa d'aquests, les vàlvules

de tres vies amb unes posicions fixades, i també la limitació del rang d'operació de les bombes d'aigua i les altures. També hi ha limitacions en el controlador per cada fase, sent més restrictius en la Fase 2.

A la identificació de la Fase 1 tenim un model proporcionat pel propi Comitè, i amb el qual es realitzarà l'avaluació dels controladors, amb la qual cosa tots els models utilitzats partiran d'aquest com a base. Pel què fa a la Fase 2, al fer servir la planta real s'adaptarà el controlador dissenyat en simulació amb la identificació de nous paràmetres per ajustar el model matemàtic a la planta real utilitzada.

A la part del control es buscarà un sistema que obtingui un valor mínim en l'índex de puntuació amb que s'avaluarà el control (el menor valor correspon al millor control). El control ha de ser estable i robust sobre la planta real.

2. Introducció

En aquest estudi es treballarà en el camp del control òptim, i específicament en el control predictiu sobre el sistema de quatre dipòsits en una configuració concreta dins el marc del “Concurso de Ingeniería de Control 2014”.

En primer lloc hi ha alguns antecedents d'aquest sistema de quatre dipòsits, i de la tècnica de control amb que es basa el controlador dissenyat, seguit pel marc teòric amb que està realitzar aquest treball, tot seguit hi ha l'anàlisi de la planta on és descriuen les principals característiques d'aquest, així com les diferències respecte el sistema original presentat per Karl Henrik Johansson.

Posteriorment hi han realitzades les dues fases en que està format el concurs on s'explica les condicions i objectius de cada una de les fases, els procediments utilitzats per complir de la millor forma trobada els objectius de cada fase, els resultats obtinguts de les diferents alternatives, i conclusions extretes durant la realització d'aquests.

La part corresponent a la Fase 1 s'ha fet completament en simulació, concretament amb la plataforma Matlab, on en un arxiu de Simulink juntament amb els arxius que aquest necessiti és realitzarà el control a presentar al Comitè, i en el qual hi han els diferents controls provats, els resultats obtinguts d'aquests i les conclusions que s'han extret.

En la Fase 2, es realitzarà una adaptació del control dissenyat a la Fase 1 a les noves especificacions de la Fase 2 i ha la planta real, a més de la identificació de

paràmetres per obtenir un model més semblant a la planta real utilitzada.

En el Annex I del projecte hi ha tant els documents que conformen les bases del concurs, com les descripcions de la Fase 1, i la Fase 2, i una breu descripció dels arxius entregats pel Comitè.

En el Annex II hi ha l'article presentat en la Fase 1 del concurs, a més dels codis de Matlab amb el control realitzat i enviat al Comitè en les Fases 1 i 2.

3. Antecedents

Els estudis i treballs realitzats sobre aquesta planta són bastant amplis degut a la seva facilitat de construcció, que a la vegada permet múltiples configuracions a partir de les seccions del orificis de descàrrega, la dels dipòsits o les configuracions de les vàlvules de tres vies, que fins i tot poden ser utilitzades com una nova variable del sistema.

Tot això juntament amb el fet de que és una estructura molt econòmica de realitzar físicament, que és un sistema robust davant les diferents proves, ja que l'únic component que pot patir en excés són les bombes del sistema, fa que sigui un sistema molt conegut i utilitzat.

Alguns dels treballs realitzats són, per exemple, el que va donar nom a aquesta planta [4] que es centra principalment en l'estudi del zero de fase no mínima del sistema en funció de la configuració de les vàlvules de tres vies, i mostra un control del sistema amb un controlador PI descentralitzat amb diferent configuració dependent del zero (un per quan la fase és mínima, i un per quan no és mínima).

Un altre treball realitzat sobre aquesta planta es mostra a [6]. En aquest cas es realitza un compensador per a paràmetres amb incerteses a partir de la tècnica QFT (Quantitative Feedback Theory) que converteix les incerteses del sistema a perturbacions externes per ser atenuades posteriorment, tot això per tal de fer un control multivariable de les dues altures d'aigua dels dipòsits inferiors a partir dels dos cabals.

En aquest altre treball [8], el que és fa és un estudi de diferents controladors basats en el control robust mitjançant controladors PID descentralitzats, i és realitza tant en el domini de la freqüència com en el del temps, i pel cas de què el sistema és de fase mínima ó no mínima. També es proven diferents formes per obtenir la senyal de realimentació més adequada per cada controlador.

En [10], podem veure un enfocament completament diferent de l'estudi d'aquesta planta, on no es busca un control sinó que es realitza un estudi per obtenir un valor quantificable sobre la dificultat de realitzar un control robust sobre aquest sistema, anomenat RPN (Robust Performance Number).

Per una altra banda el tipus de control utilitzat, el control predictiu basat en un model de referència, que tot i que està molt estès el seu ús en la indústria, tal i com podem veure en [7], es recentment quan ha estat objecte de recerca gràcies a les noves tecnologies amb més capacitat computacional que han permès estendre aquest tipus de control.

4. Viabilitat tècnica i econòmica

Aquest estudi contempla la creació d'un control i una identificació a partir d'unes dades mesurades, ambdós factors són tècnicament viables, tal i com s'observa en els antecedents esmentats.

La viabilitat econòmica de la identificació i el control realitzats en aquest estudi és veu determinada per el control anteriorment utilitzat en la planta, o per el control o controls alternatius a implantar.

5. Conceptes teòrics

En aquest apartat es detallen els conceptes teòrics que s'han aplicat en aquest estudi.

5.1. Sistemes dissipatius

Un sistema dissipatiu és aquell que té la propietat característica que en qualsevol moment no pot subministrar una quantitat d'energia igual o superior a la introduïda en el sistema, és a dir, una part de l'energia introduïda al sistema és converteix en calor, massa, radiació electromagnètica, etc., i que per tant el sistema presenta pèrdues.

Es pot demostrar que un sistema és dissipatiu si existeix una funció $V(x)$ que compleixi la següent desigualtat:

$$V(x(t_1)) \leq V(x(t_0)) + \int_{t_0}^{t_1} f(u(t), y(t)) dt$$

on f és un sistema amb x com a estats del sistema (han d'estar acotats dintre de l'espai X), u com a entrades del sistema, y com a sortides del sistema, i els instants t_0 i t_1 com a moments inicial i final respectivament.

Els sistemes dissipatius tenen la característica, entre d'altres, de que presenten estats òptims estacionaris, tal i com podem veure en l'article [1].

5.2. Estabilitat del sistema

En aquest apartat es parla de dues característiques que identifiquen l'estabilitat del sistema.

5.2.1. Fase del sistema

Un sistema pot ser de fase mínima o no mínima depenen dels zeros del sistema (arrels del numerador del sistema). Un sistema és de fase mínima quan tots els zeros del sistema són estables, i de fase no mínima quan almenys un zero del sistema no és estable.

Quan tenim un sistema de fase mínima podem dir que la magnitud de la fase serà en tot moment mínima respecte en la magnitud de la resposta, en canvi quan el sistema és de fase ni mínima la magnitud de la fase pot augmentar respecte el valor de la fase mínima per una mateixa magnitud de la resposta.

5.2.2. Estabilitat segons el mètode directe de Lyapunov

El mètode directe de Lyapunov tracta d'avaluar l'estabilitat del sistema en un entorn tancat (anomenat R_0), si aquest mètode és aplicable, a partir d'una funció escalar que representa l'energia de sistema (anomenada funció de Lyapunov).

Una funció de Lyapunov $V(x)$ amb un punt d'equilibri en l'origen ha de ser continua i derivable, i definida positiva, és a dir, que la funció ha de ser positiva excepte en l'origen, que ha de ser 0 ($V(0) = 0$). A més la seva derivada ha de complir determinades característiques segons la seva estabilitat, tals que:

- El punt d'equilibri en l'origen és estable dintre d'un entorn de radi R_0 si exis-

teix una funció $V(x)$ que compleix les condicions anteriors i la seva derivada és semidefinida negativa (el valor de la seva funció es sempre negatiu ó 0).

- El punt d'equilibri en l'origen és asimptòticament estable dintre d'un entorn de radi R_0 si existeix una funció $V(x)$ que compleix les condicions anteriors i la seva derivada és definida negativa (el valor de la seva funció es sempre negatiu excepte en l'origen).
- El punt d'equilibri en l'origen és global asimptòticament estable si existeix una funció $V(x)$ que no és fitada radialment, compleix les condicions anteriors i la seva derivada és definida negativa.
- El punt d'equilibri en l'origen és inestable dintre d'un entorn de radi R_0 si existeix una funció $V(x)$ que compleix les condicions anteriors i la seva derivada és definida positiva.
- Si no és cap dels anteriors cassos, llavors la funció $V(x)$ escollida no és funció de Lyapunov.

Les definicions de funció definida positiva, semidefinida positiva, etc., està en [5].

5.3. MPC estàndard

La tècnica del MPC (Model Predictive Control) estàndard tracta de realitzar un control basat amb la idea de minimitzar l'error quadràtic entre les consignes i les sortides del sistema (i/o entrades) a partir d'una sèrie d'accions de control calculades en llaç obert mitjançant un model matemàtic del sistema durant un determinat nombre de passos, anomenat horitzó de predicció H_P .

Per realitzar això es busca la successió de accions de control necessàries a partir del estat actual del sistema, i durant l'horitzó de predicció, en el qual s'obté el mínim

valor de la suma de cada error al quadrat. La formulació general com a problema d'optimització del MPC estàndard en temps discret és la següent:

$$\min J = \sum_{k=1}^{H_P} e^2(k)$$

Subjecte a:

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) \quad (\text{Model del sistema})$$

Restriccions del sistema

$$x(0) = x_0$$

on $e(k)$ és l'error entre les consignes i les mesures efectuades (o calculades a partir del model) en cada pas del control a optimitzar, $u(k)$ són les accions de control calculades per el sistema, $x(k)$ els estats del sistema, H_P és l'horitzó de predicció i x_0 són els estats actuals del sistema.

Així doncs, el resultat de l'optimització és el conjunt d'accions de control per tot l'horitzó de predicció H_P , i d'aquestes accions de control només s'apliquen les corresponents al primer pas, descartant la resta, tot i que les altres normalment s'utilitzen com a llavor en la següent optimització per accelerar-la.

Quan és realitza aquest tipus de control on hi ha un horitzó de predicció, aquest es parteix en dues parts, per una banda hi ha l'horitzó de control H_C , que és la primera part del H_p en la qual les accions de control calculades poden ser diferents en cada pas, en la resta del horitzó de predicció les accions de control són constants.

Aquesta tècnica de control es pot utilitzar amb sistemes lineals, no lineals, híbrids i robustos, i requereix d'alta capacitat de computació amb la qual cosa es tendeix a simplificar el model del sistema per tal de reduir la carga computacional.

5.4. EMPC

La tècnica EMPC (Economic Model Predictive Control) és una generalització de la tècnica MPC estàndard en la qual l'objectiu a optimitzar ja no és necessàriament una funció quadràtica del error, sinó que és una funció econòmica qualsevol. Així doncs l'enunciat general del problema d'optimització del control EMPC en temps discret és el següent:

$$\min J = \sum_{k=1}^{H_P} f(u(k), x(k), w(k))$$

Subjecte a:

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) \quad (\text{Model del sistema})$$

Restriccions del sistema

$$x(0) = x_0$$

on $u(k)$ són les accions de control calculades per el sistema, $x(k)$ els estats del sistema, $w(k)$ són les variables externes que poden afectar la funció econòmica (com per exemple indicadors econòmics), H_P és l'horitzó de predicció i x_0 són els estats actuals del sistema.

Al introduir aquesta funció de cost poden aparèixer nous problemes, un dels més habituals és que la funció econòmica no sigui convexa (la tècnica MPC estàndard no té aquest problema, ja que les funcions quadràtiques són convexes), amb la qual cosa durant l'optimització es poden trobar mínims locals, que tot i que és possible evitar amb algorismes de recerca exhaustiva que troben tots els mínims, computacionalment són molts més costosos, quan ja de per si, el cost computacional de la tècnica EMPC és normalment superior a la tècnica MPC estàndard.

5.4.1. Propietat turnpike

Aquesta propietat es presenta en els sistemes que tenen estats òptims estacionaries, i tracta de què el control EMPC porta el sistema cap a un punt pròxim a l'estat òptim estacionari, on és manté fins que cap al final de l'horitzó de predicció s'allunya d'aquest. La proximitat del punt on es manté constant depèn del horitzó de predicció, arribant al punt òptim estacionari quan l'horitzó de predicció tendeix a infinit (per més informació veure [3]).

5.4.2. EMPC amb restriccions terminals

En aquest cas és necessari conèixer els punts òptims o els desitjats en l'últim instant de la predicció, i amb el qual s'introdueixen noves restriccions en el problema d'optimització que força la optimitzador a realitzar un conjunt d'accions de control tals que forcen a finalitzar el sistema en les condicions imposades en les restriccions terminals per davant de la funció objectiu.

Aquestes restriccions poden resultar molt útils per evitar els mínims locals amb que es poden trobar molts solvers en la optimització quan la funció objectiu no és convexa. També quan forçosament el sistema ha d'acabar en un punt que no és òptim, i que per l'optimització normal no és pot aconseguir. Al treball [2] podem veure amb més profunditat l'aplicació de les restriccions terminals per evitar els mínims locals.

Aquestes també es poden aplicar en el control MPC estàndard per tal de que el sistema acabi en un punt determinat al final de la predicció diferent del consigna, o per garantir l'estabilitat del sistema forçant a que no finalitzi o passi per una regió inestable del sistema.

5.5. Funció Sigmoidal

La funció Sigmoidal és una funció contínua i derivable dintre d'un interval acotat on mai s'arriba als extrems d'aquest. En aquest estudi s'utilitza una versió modificada de la corba de Richards de tal forma que únicament introduïm valors positius a la funció mitjançant el valor absolut aplicat a la variable de la qual depèn la funció Sigmoidal. Com que aquesta funció no és únicament positiva, escalem la funció per tal d'obtenir l'extrem inferior del interval de tal forma de que per un interval de valors de ϑ de $(0, \infty]$ obtenim en la funció $\rho(\vartheta)$ un interval de $(0, 1]$. La funció resultant és la següent:

$$\rho(\vartheta) = \frac{\frac{1}{(1 + \chi e^{(-\beta[|\vartheta| - \varepsilon])})^{\frac{1}{\nu}}} - \rho^*}{1 - \rho^*}$$

on χ , β , ε i ν són paràmetres per personalitzar la corba, i ρ^* és el valor mínim de la funció el qual s'obté de realitzar:

$$\rho^* = \frac{1}{(1 + \chi e^{\beta\varepsilon})^{\frac{1}{\nu}}}$$

5.6. Filtre de Kalman

El filtre de Kalman és un observador d'estats que ha més d'estimar els estats (o sortides) no coneguts a partir d'un model del sistema i les entrades i sortides mesurades, també tracta el soroll de les mesures i l'error entre el model matemàtic i el sistema real.

Donat un sistema en espai d'estats amb matrius A , B , C i D , el filtre de Kalman calcula els estats a partir d'un problema d'optimització:

$$\min J = \hat{x}_0^T P_0^{-1} \hat{x}_0 + \sum_{k=1}^N e_{\hat{x}}^T(k) Q_0^{-1} e_{\hat{x}}(k) + \sum_{k=0}^N e_{\hat{y}}^T(k) R_0^{-1} e_{\hat{y}}(k)$$

Subjecte a:

$$e_{\hat{x}}(k) = x(k) - \hat{x}(k) = A\hat{x}(k-1) + Bu(k-1) - \hat{x}(k)$$

$$e_{\hat{y}}(k) = y(k) - \hat{y}(k)$$

on \hat{x} són els estats estimats, u les entrades, y les sortides mesurades, P_0 és la matriu amb els errors inicials, Q la matriu amb les desviacions del model i R la matriu amb les desviacions dels errors en la mesura.

Les matrius R i Q contenen en la diagonal les desviacions que afecten els estats d'un pas a un altre, i fora de la diagonal les desviacions d'un estat a un altre entre diferents passos. Així doncs, si la matriu és diagonal, ni els errors de model, ni els errors de la mesura d'un estat afecten a un altre estat que no sigui ell mateix. La matriu P representa els errors entre estats de la mateixa manera.

La solució d'aquest problema d'optimització és pot expressar de forma analítica a partir de les següents equacions:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + L(k)(y(k) - C\hat{x}(k))$$

$$L(k) = AP(k)C^T [R + CP(k)C^T]^{-1}$$

$$P(k+1) = Q + [A - L(k)C]P(k)A^T$$

$$P(0) = P_0$$

$$\hat{x}(0) = \hat{x}_0$$

on L és la matriu de guanys per realitzar l'estimació dels estats. Tal i com podem veure es requereix tant els estats inicials estimats \hat{x} com la matriu amb les covariàncies de l'error P_0 .

5.6.1. Filtre de Kalman subòptim

La matriu $P(k)$ va evolucionant en el temps fins un valor fix. En el cas d'utilitzar el filtre de Kalman subòptim s'utilitza aquest valor fix de $P(k)$ anomenat P_{ss} per trobar una matriu de guanys fixa anomenada L_{ss} . Aquesta matriu l'obtenim a partir de la resolució del següent sistema d'equacions:

$$\begin{aligned}L_{ss} &= AP_{ss}C^T [R + CP_{ss}C^T]^{-1} \\ P_{ss} &= Q + [A - L_{ss}C] P_{ss}A^T\end{aligned}$$

Al valor L_{ss} trobat l'utilitzem a l'equació vista anteriorment, que queda de la següent forma:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + L_{ss}(y(k) - C\hat{x}(k))$$

Tant el filtre de Kalman òptim com el subòptim estan desenvolupats en [5].

5.7. Identificació de paràmetres per mínims quadrats no recursius

Aquesta tècnica d'identificació de paràmetres permet trobar els paràmetres incerts presents en un model discret a partir d'un conjunt d'entrades i sortides mesurades, i estimant els paràmetres perquè l'error de les noves sortides generades a partir del model identificat sigui mínim. És necessari conèixer l'ordre del sistema i els seus retards.

Així doncs és tracta d'un problema d'optimització on es busca minimitzar la suma dels errors entre les sortides real i les obtingudes pel model estimat. El problema d'optimització és el següent:

$$\min J = \sum_{k=1}^N e^2(k) = e^T e$$

Subjecte a:

$$e = y - \hat{y}$$

$$\hat{y} = M(\theta)u = \Phi\theta$$

on y és el vector de les sortides mesurades, \hat{y} és el vector de les sortides obtingues per el model estimat, u el vector de les entrades mesurades, $M(\theta)$ el model identificat, Φ el vector dels paràmetres coneguts amb les dades mesurades de les entrades, θ els paràmetres per identificar i N el nombre de dades mesurades per realitzar la identificació.

Substituint i derivant la funció de J respecte els paràmetres θ per tal de minimitzar l'error quadràtic respecte aquests, i aïllant els paràmetres θ obtenim l'expressió analítica de la identificació per mínims quadrats no recursius:

$$\theta = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T \hat{y}$$

En el llibre [5] hi ha descrit més detalladament el seu desenvolupament.

5.7.1. Identificació de paràmetres per mínims quadrats no recursius en un model continu

El plantejament és el mateix que per el cas anterior, però el nou problema d'optimització contempla que l'estimació dels paràmetres es realitzarà en un model continu.

El nou problema d'optimització serà:

$$\min J = \sum_{k=1}^N e^2(k) = e^T e$$

Subjecte a:

$$e = y - \hat{y}$$

$$\hat{y} = f(\hat{x})$$

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u, \theta)$$

on x són els estats mesurats del sistema. En aquest cas no hi ha una funció explícita.

En l'article [9] és descriu més detalladament aquest mètode d'identificació.

6. La planta on es realitzarà l'estudi

La planta en que es basa el concurs és la de Johansson [4], amb la particularitat de tenir uns paràmetres determinats diferents. A més en la realització física d'aquesta hi han diferències en la construcció que li donen noves dinàmiques a tenir en compte.

6.1. La planta de Johansson

La planta de Johansson consta de 4 dipòsits, dos inferiors (dipòsits 1 i 2), i dos de superiors (dipòsits 3 i 4). Tots els dipòsits tenen una obertura inferior on s'escapa l'aigua dels dipòsits. L'aigua dels dos dipòsits inferiors cau fora del sistema (concretament en un dipòsit extra situat sota la planta que té la funció de recollir i subministrar aigua a les bombes), i l'aigua dels dos dipòsits superiors cau als inferiors, concretament l'aigua del dipòsit 3 cau en el dipòsit 1, i la del dipòsit 4 cau al dipòsit 2.

Els dipòsits estan alimentats a partir dels cabals subministrats per dues bombes (anomenats q_a i q_b). La primera bomba subministra aigua al dipòsit 1 i al dipòsit 4, i la segona als dipòsits 2 i 3. Per dividir l'aigua subministrada per cada bomba a cada dipòsit s'utilitzen vàlvules de 3 vies amb obertures que estan fixades (anomenades γ_a per la branca del cabal q_a , i γ_b per la branca del cabal q_b). Les bombes agafen l'aigua necessària d'un dipòsit teòricament il·limitat que recull l'aigua que cau dels

dipòsits inferiors. L'esquema d'aquest sistema el podem veure en la Figura 6.1.

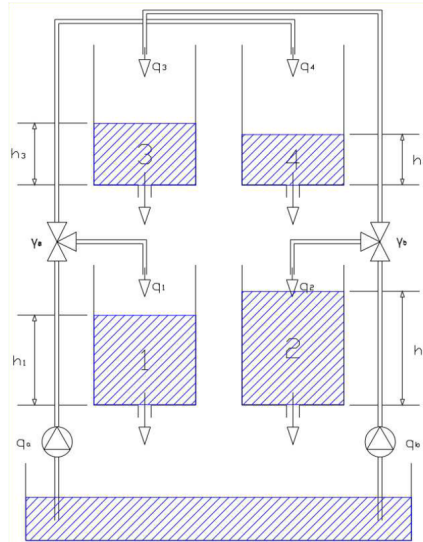


Figura 6.1: Esquema de la planta de Johansson

Aquest sistema té com a variables a controlar els dos cabals (q_a i q_b). Així doncs es tracta d'un sistema multivariable que es pot descriure la seva dinàmica a partir de principis bàsics com un model d'ordre 4. A més es tracta d'un sistema no lineal que a més té restriccions en les actuacions en els cabals màxims i mínims, i en els estats del sistema (ja que no podem tenir nivells d'aigua negatius) i és sol tenir un límit d'altura de l'aigua en els dipòsits.

6.2. La planta amb les especificacions del concurs

La planta amb que es realitzarà el concurs presenta diferències en la seva construcció física respecte a la planta de Johansson, el qual agrega una dinàmica addicional. La diferència radica en que només hi ha una bomba subministradora d'aigua als dipòsits, i una branca per cada dipòsit, on a cada branca hi ha un cabalímetre magnètic i una vàlvula de regulació del pas d'aigua en sèrie que permet regular el cabal d'aigua que passara per aquesta.

El sistema del cabalímetre magnètic i la vàlvula de regulació permet emular idealment el funcionament de la planta de Johansson regulant adequadament la referència del cabal de cada branca, però en la realitat hi ha un temps d'establiment entre el canvi de consigna del cabal desitjat per aquesta branca i el cabal regulat per el cabalímetre i la vàlvula per que sigui igual que el consignat, i per tant tenim aquesta nova dinàmica addicional. L'esquema d'aquest sistema el podem veure en la Figura 6.2

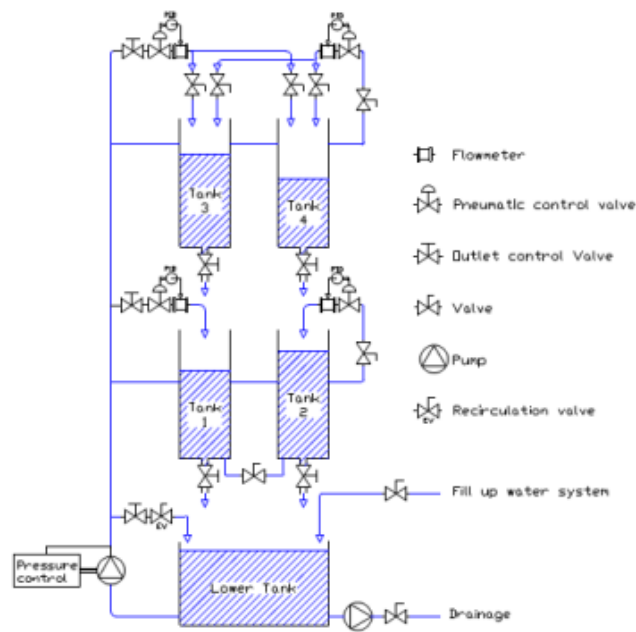


Figura 6.2: Esquema de la planta model del concurs

La referència del cabal de cada branca que ha de fixar l'obertura la vàlvula de regulació be donada per les següents relacions:

$$\text{Cabal branca del dipòsit 1} = \gamma_a q_a$$

$$\text{Cabal branca del dipòsit 2} = \gamma_b q_b$$

$$\text{Cabal branca del dipòsit 3} = (1 - \gamma_b) q_b$$

$$\text{Cabal branca del dipòsit 4} = (1 - \gamma_a) q_a$$

El model matemàtic aproximat per representar aquesta planta ens el proporciona

el Comitè en la Fase 1 del concurs, i és el següent:

$$\begin{aligned}\frac{\partial h_1}{\partial t} &= -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_a q_a}{A_1} \\ \frac{\partial h_2}{\partial t} &= -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2} \sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_b q_b}{A_2} \\ \frac{\partial h_3}{\partial t} &= -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_b)q_b}{A_3} \\ \frac{\partial h_4}{\partial t} &= -\frac{a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_a)q_a}{A_4}\end{aligned}$$

S'ha de tenir en compte que els cabals d'aquest sistema estan en [m³/s] mentre que les unitats amb que es treballa en Simulink (i que són les unitats internacionals) són de [m³/h].

6.3. Especificacions dels paràmetres del concurs

En el enunciat del concurs venen donades les especificacions dels paràmetres de la planta sota les quals es realitzarà.

Les seccions dels dipòsits seran totes iguals:

$$A = 0.03 \text{ m}^2$$

La secció equivalent de cada forat per on cau l'aigua de cada dipòsit:

$$a_1 = 1.3104 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$a_2 = 1.5074 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$a_3 = 9.2673 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$a_4 = 8.8164 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

Les obertures de les vàlvules de tres vies (simulades):

$$\gamma_a = 0.3$$

$$\gamma_b = 0.4$$

Capítol 6

Les restriccions d'operació de les variables de control i dels dipòsits (l'altura real màxima dels dipòsits és de 1.3 m):

$$0.2 \text{ m} \leq h_i \leq 1.2 \text{ m}, i = 1, 2, 3, 4$$

$$0 \text{ m}^3/\text{h} \leq q_j \leq 2.5 \text{ m}^3/\text{h}, j = a, b$$

El temps de mostreig mínim en la Fase 1 (en la Fase 2 és fix):

$$T_m = 5 \text{ s}$$

En la Fase 1 es tenen disponibles les mesures de les altures d'aigua dels quatre dipòsits, en la Fase 2 únicament es tenen mesurades les altures dels dos dipòsits inferiors.

7. Fase 1

La primera de les dues fases de les que està format el concurs consta del control de la planta de Johansson amb dos objectius de control, per una banda maximitzar el nivell d'aigua en els dipòsits inferiors, i per l'altre minimitzar els cabals d'aigua, ambdós casos amb uns preus associats als objectius de control que varien en el temps.

Tot està realitzat sobre un simulador, concretament en l'entorn Matlab/Simulink, on es proporciona per part del Comitè un arxiu de Simulink que consta de diferents blocs amb el model, l'avaluador i diferents consignes. L'entrega d'aquesta Fase 1 és un arxiu de Simulink amb el bloc que conté el controlador del sistema que competirà juntament amb un article on s'explica el treball realitzat.

7.1. Enunciat de la Fase 1

Aquest concurs està inicialment dividit en dues categories amb diferents nivells de complexitat. Per una banda hi ha el cas més senzill de dissenyar dos llaços monovariables que controlin mitjançant controladors de tipus PID els nivells dels dipòsits inferiors. Aquests controladors poden incorporar mecanismes com per exemple sistemes anti-windup i feedforward.

Per l'altra banda hi ha el segon cas, en aquest s'ha de realitzar un control multivariable que pot ser de qualsevol tipus. Per cada cas se seguirà un assaig per

avaluar-lo diferent, sent el segon cas més complicat al portar els nivells dels punts òptims de la planta més aprop dels límits d'operació.

Adicionalment en l'enunciat de la Fase 1 ens proporcionen els punts òptims de treball en règim permanent per els diferents costos associats als cabals i als volums d'aigua dels dos dipòsits inferiors que hi ha en el assaig tipus presentat. Podem veure'ls en la Taula 7.1.

Preus	h_1	h_2	h_3	h_4	q_a	q_b
c = 1, p = 20	0.5955	0.6616	0.5384	0.7682	1.7602	1.8072
c = 1, p = 30	0.7293	0.8102	0.6594	0.9408	1.9480	2.0000
c = 1, p = 20	0.4211	0.4678	0.3807	0.5432	1.4802	1.5197
c = 1.5, p = 20	0.4675	0.6793	0.3015	1.0493	2.0573	1.3525
c = 1, p = 40	0.8421	0.9356	0.7614	1.0863	2.0933	2.1491
c = 0.5, p = 10	0.6391	0.4601	0.8473	0.2649	1.0337	2.2671

Taula 7.1: Punts òptims de treball en règim permanent

En aquesta fase també hi ha associat un soroll blanc amb una amplitud màxima de 5 mm en les mesures de l'altura de l'aigua en els dipòsits.

7.1.1. Objectius de control

L'objectiu de control principal del controlador a dissenyar serà l'operació òptima de la planta en funció a uns determinats costos d'operació.

El cost d'operació està format per dos termes, per una banda hi ha la minimització del consum energètic de la planta, quantificat mitjançant el cost d'impulsar l'aigua des del dipòsit recol·lector fins als 4 dipòsits. Aquesta és una funció quadràtica que de forma normalitzada és:

$$J_{ce}(q, c) = q_a^2 + cq_b^2$$

on c és el preu unitari d'impulsar l'aigua.

Per una altre banda tenim la maximització del volum d'aigua en els dipòsits inferiors, i que es valorarà en una funció de cost en la qual el valor serà mínim quan els dipòsits inferiors estiguin al màxim de seu volum permès, i màxima quan els volums combinats dels dipòsits inferiors siguin mínims. La funció és la següent:

$$J_{va}(h, p) = p \frac{V_{min}}{A(h_1 + h_2)}$$

on p és el preu unitari de la funció de cost del volum acumulat i V_{min} és el volum mínim d'aigua que es pot acumular en els dipòsits inferiors donades les restriccions d'operació en els dipòsits.

La funció de cost final és la combinació de les dues anteriors i que té la següent forma:

$$J(h, q, c, p) = q_a^2 + cq_b^2 + p \frac{V_{min}}{A(h_1 + h_2)}$$

Els paràmetres c i p varien en el temps, i les unitats de la funció J són les unitats monetàries [um].

7.1.2. Avaluació dels controladors

Per avaluar els controladors dissenyats és realitzarà un assaig que varia segons el cas escollit, sent el segon cas el més complex.

L'assaig tipus proporcionat en l'enunciat de la Fase 1 (que no diferirà gaire del que s'utilitzarà per avaluar els controladors per part del Comitè) té com a punt de partida inicial de la planta els nivells d'aigua quan aquests estan en el punt òptim estacionari de treball amb $c = 1$ i $p = 20$. A partir d'aquí és realitzarà la següent seqüència:

- L'assaig començarà amb uns preus de $c = 1$ i $p = 20$, i mentre aquests no variïn no s'avaluarà el control.
- Passats 1200 segons, els preus passaran a ser $c = 1.5$ i $p = 20$, i és començara a avaluar el control.
- Passats 1200 segons, els preus passaran a ser $c = 1$ i $p = 40$.
- Passats 1200 segons, els preus passaran a ser $c = 0.5$ i $p = 10$.
- Passats 1200 segons, els preus tronaran a ser els del inici del assaig, es a dir, $c = 1$ i $p = 40$.
- Passats 1200 segons és finalitzara l'assaig.

Així doncs tenim que el temps total de l'assaig és de 5000 segons, tot i que l'avaluació del controlador únicament és realitza en els últims 4800 segons. La forma d'avaluar la qualitat del control és realitzarà amb la següent funció:

$$ID(t) = \int_0^t (J(h(\tau), q(\tau), c(\tau), p(\tau)) - J^*(c(\tau), p(\tau)) + J_r(h(\tau))) d\tau$$

on $J^*(c, p)$ és el cost en el punt d'operació òptim estacionari, i J_r és el cost afegit per violar les restriccions d'operació relacionades amb els nivells d'aigua, i que són les següents:

$$J_r(\tau) = \begin{cases} 1 \cdot 10^3 |0.2 - h(\tau)| & \text{si } h(\tau) < 0.2 \\ 0 & \text{si } 0.2 \leq h(\tau) \leq 1.2 \\ 1 \cdot 10^3 |h(\tau) - 1.2| & \text{si } 1.2 < h(\tau) \end{cases}$$

El ID ("Índice de Desempeño") és el valor final que es tindrà en compte per avaluar el control (com menor és aquest valor, millor és el controlador), i té com unitats les unitats monetàries [um].

L'avaluació final per part del Comitè es realitzarà en uns assaigs similars a aquest amb lleugeres diferències en els valors de c i p .

7.2. Propietats del sistema

En aquesta secció es parlarà de les característiques de la planta utilitzada.

7.2.1. Model del sistema

El model del sistema proporcionat en l'enunciat de la fase 1 és un model continu no lineal de 4rt ordre on les entrades del sistema són els cabals de les bombes anomenats q_a i q_b . Al ser un sistema de 4 ordre, aquest té 4 variables d'estat, aquestes són cada una de les altures dels dipòsits d'aigua, anomenades h_1 , h_2 , h_3 i h_4 , i les equacions del model (tenint en compte que els cabals no estan en unitats internacionals sinó que estan en $[m^3/h]$) són les següents:

$$\begin{aligned}\frac{\partial h_1}{\partial t} &= -\frac{a_1}{A}\sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A}\sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_a q_a}{A3600} \\ \frac{\partial h_2}{\partial t} &= -\frac{a_2}{A}\sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A}\sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_b q_b}{A3600} \\ \frac{\partial h_3}{\partial t} &= -\frac{a_3}{A}\sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_b)q_b}{A3600} \\ \frac{\partial h_4}{\partial t} &= -\frac{a_4}{A}\sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_a)q_a}{A3600}\end{aligned}$$

Per treballar de forma discreta, s'ha discretitzat el model amb el mètode de Euler, el resultat obtingut és el següent model:

$$\begin{aligned}h_1(k+1) &= h_1(k) - \frac{T_m}{A}(a_1\sqrt{2gh_1(k)} - a_3\sqrt{2gh_3(k)} - \frac{\gamma_a q_a(k)}{3600}) \\ h_2(k+1) &= h_2(k) - \frac{T_m}{A}(a_2\sqrt{2gh_2(k)} - a_4\sqrt{2gh_4(k)} - \frac{\gamma_b q_b(k)}{3600}) \\ h_3(k+1) &= h_3(k) - \frac{T_m}{A}(a_3\sqrt{2gh_3(k)} - \frac{(1-\gamma_b)q_b(k)}{3600}) \\ h_4(k+1) &= h_4(k) - \frac{T_m}{A}(a_4\sqrt{2gh_4(k)} - \frac{(1-\gamma_a)q_a(k)}{3600})\end{aligned}$$

on la variable T_m és el temps de mostreig del sistema. La decisió de discretitzar mitjançant Euler és per obtenir una aproximació amb poc cost computacional (tot i que les no linealitats encara hi són presents), malgrat que és sacrifica precisió en la aproximació.

Cal destacar que en el arxiu de Simulink del Comitè la simulació del model és realitza amb el model continu presentat en l'anunciat de la Fase 1, que amb una funció de Matlab (en concret la funció *ode45*) és va resolent amb pas variable.

7.2.2. Dissipitivitat del sistema

Tot i que no s'ha aconseguit demostrar de forma teòrica que el sistema sigui dissipatiu al no trobar una funció $V(x)$ que satisfaci la desigualtat vista en els conceptes teòrics, si que s'ha vist en la pràctica que aquest sistema és dissipatiu.

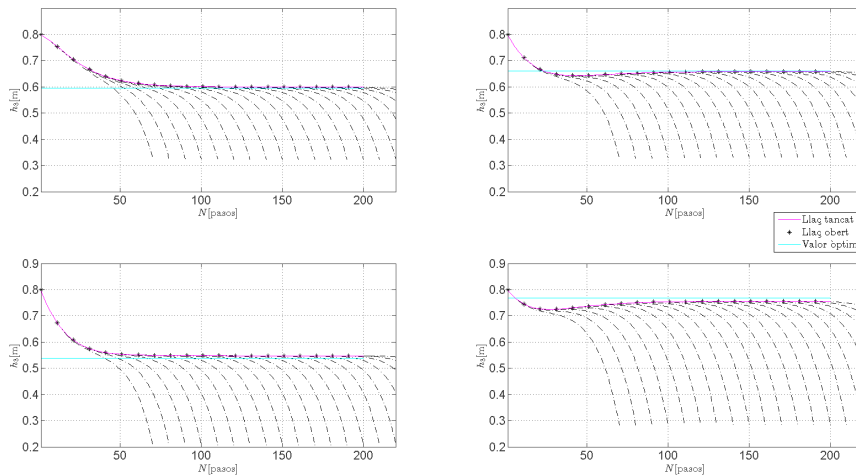


Figura 7.1: Dissipativitat i propietat turnpike en el sistema de 4 dipòsits

La Figura 7.1 podem veure com efectivament el control EMPC porta el estats del sistema cap a punts estacionaris pròxims al òptim, i també podem observar la existència de la propietat turnpike al no arribar al punt òptim estacionari, així com en el llaç obert en el final de la predicció s'allunya d'aquest punt estacionari.

7.2.3. Estabilitat del sistema

En aquest punt s'estudiaran diferents aspectes de l'estabilitat vistos en els conceptes teòrics.

Fase del sistema

Tal i com podem veure en l'article [4] el sistema pot ser de fase mínima o no ja que sempre hi ha un zero en la part esquerra del pla (estable) i l'altre depèn de la configuració de les vàlvules de tres vies, concretament tenim que el sistema és de fase no mínima si:

$$0 \leq \gamma_a + \gamma_b < 1$$

I de fase mínima quan és compleix:

$$1 < \gamma_a + \gamma_b \leq 2$$

Finalment si $\gamma_a + \gamma_b = 1$ tenim que el zero variable està en l'origen.

on γ_i són les relacions de les vàlvules de tres vies, que en aquest cas són de $0.3 + 0.4 = 0.7$, per tant tenim que la planta amb la configuració del concurs és de fase no mínima, amb el que no podem garantir la seva estabilitat en tot el rang de freqüències.

En l'article també veiem que el zero està més afectat per l'entrada en la qual hi ha la branca amb una vàlvula de tres vies menor, és a dir, que tira més aigua al dipòsit de dalt que al de baix, en aquest cas per el cabal q_a .

En la pràctica no hi ha hagut cap problema d'estabilitat del sistema amb el rang de freqüències treballat (que a més està molt limitat per la freqüència de mostreig),

per tant el fet que el sistema sigui de fase no mínima no afecta de forma visible al control realitzat.

Estabilitat i optimalitat dels punts de treball proporcionats per el Comitè

Per comprovar si les altures i cabals proporcionats per el Comitè en l'enunciat de la Fase 1 són estables, he substituït aquests valors a les equacions del sistema per comprovar que no hi ha cap variació, els resultats obtinguts estan en la Taula 7.2.

Cas	Δh_1	Δh_2	Δh_3	Δh_4
c=1, p=20	$-3.0091 \cdot 10^{-8}$	$-1.7770 \cdot 10^{-8}$	$-1.9542 \cdot 10^{-10}$	$-1.6063 \cdot 10^{-8}$
c=1.5, p=20	$-2.8515 \cdot 10^{-8}$	$-5.8007 \cdot 10^{-9}$	$2.0574 \cdot 10^{-8}$	$2.3409 \cdot 10^{-9}$
c=1, p=40	$-1.3645 \cdot 10^{-8}$	$-2.8472 \cdot 10^{-8}$	$-3.1226 \cdot 10^{-9}$	$1.0623 \cdot 10^{-8}$
c=0.5, p=10	$-2.7849 \cdot 10^{-8}$	$-8.4998 \cdot 10^{-9}$	$-1.6533 \cdot 10^{-9}$	$3.8362 \cdot 10^{-9}$

Taula 7.2: Incrementos de les altures amb els valors del anunciat

Com podem veure les variacions no són 0, però són tan petites que pràcticament és poden considerar 0, ja que probablement aquesta variació és deguda a la falta de decimals i els errors numèrics en els càlculs realitzats. D'aquesta manera podem veure que els punts són estables, però no tenen perquè ser òptims, per obtenir els punts òptims estacionaris d'aquest sistema és resol el següent problema d'optimització:

$$\min J = x_1^2 + cx_2^2 + p \frac{V_{min}}{A(x_3+x_4)}$$

Subjecte a:

$$\begin{aligned} -\frac{a_1}{A} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3(h_3-0.5384)+9.2673 \cdot 10^{-5}}{A} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_a q_a}{A3600} &= 0 \\ -\frac{a_2}{A} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4(h_4-0.7682)+8.8164 \cdot 10^{-5}}{A} \sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_b q_b}{A3600} &= 0 \\ -\frac{a_3}{A} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_b)q_b}{A3600} &= 0 \\ -\frac{a_4}{A} \sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_a)q_a}{A3600} &= 0 \end{aligned}$$

$$0 \leq q_i(k) \leq 2.5 \quad \text{per } i = \{a, b\}$$

$$0.2 \leq h_i(k) \leq 1.2 \quad \text{per } i = \{1, 2, 3, 4\}$$

El resultat obtingut és el següent està en la Taula 7.3.

Preus	h_1	h_2	h_3	h_4	q_a	q_b
c = 1, p = 20	0.5955	0.6615	0.5384	0.7682	1.7603	1.8072
c = 1, p = 30	0.7293	0.8102	0.6594	0.9408	1.9480	2.0000
c = 1, p = 20	0.4210	0.4678	0.3807	0.5432	1.4802	1.5197
c = 1.5, p = 20	0.4675	0.6793	0.3015	1.0493	2.0573	1.3525
c = 1, p = 40	0.8421	0.9356	0.7614	1.0864	2.0933	2.1491
c = 0.5, p = 10	0.6391	0.4602	0.8473	0.2650	1.0339	2.2671

Taula 7.3: Punts òptims de treball en règim permanent obtinguts a partir de l'optimització

En la Taula 7.3 podem veure que en la majoria de cassos el resultat obtingut de l'optimització és exactament el mateix, i els punts de treball que són diferents, tot i que molt poc, probablement són deguts per error numèrics, o per una diferents configuració del solver emprat.

Estabilitat del sistema segons el mètode directe de Lyapunov

Amb aquest apartat pretenem demostrar l'estabilitat del sistema en la regió amb que és treballarà en aquest concurs, és a dir, quan els estats estan en el rang (0,1.3), que són les altures amb que poden treballar els dipòsits reals.

Les equacions del sistema utilitzades són les que ja hem vist anteriorment:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{a_1}{A} \sqrt{2gx_1} + \frac{a_3}{A} \sqrt{2gx_3} + \frac{\gamma_a q_a}{A3600} \\ \dot{x}_2 &= -\frac{a_2}{A} \sqrt{2gx_2} + \frac{a_4}{A} \sqrt{2gx_4} + \frac{\gamma_b q_b}{A3600} \\ \dot{x}_3 &= -\frac{a_3}{A} \sqrt{2gx_3} + \frac{(1-\gamma_b)q_b}{A3600} \\ \dot{x}_4 &= -\frac{a_4}{A} \sqrt{2gx_4} + \frac{(1-\gamma_a)q_a}{A3600} \end{aligned}$$

Vista la condició de turnpike hi han molts punts d'equilibri en el sistema segons les entrades aplicades. Amb el mètode directe comprovaré si el sistema tendeix des de qualsevol estat possible de la regió amb que treballarem del sistema al punt d'origen. Per això les entrades del sistema són 0.

La funció de Lyapunov escollida per provar l'estabilitat és la següent:

$$V(x) = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2)$$

La derivada de la funció de Lyapunov la obtenim de la següent manera:

$$\dot{V}(x) = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] \begin{bmatrix} -\frac{a_1}{A} \sqrt{2gx_1} + \frac{a_3}{A} \sqrt{2gx_3} \\ -\frac{a_2}{A} \sqrt{2gx_2} + \frac{a_4}{A} \sqrt{2gx_4} \\ -\frac{a_3}{A} \sqrt{2gx_3} \\ -\frac{a_4}{A} \sqrt{2gx_4} \end{bmatrix}$$

El resultat és el següent:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= -x_1 \left(\frac{a_1}{A} \sqrt{2gx_1} - \frac{a_3}{A} \sqrt{2gx_3} \right) - x_2 \left(\frac{a_2}{A} \sqrt{2gx_2} - \frac{a_4}{A} \sqrt{2gx_4} \right) \\ &\quad - x_3 \left(\frac{a_3}{A} \sqrt{2gx_3} \right) - x_4 \left(\frac{a_4}{A} \sqrt{2gx_4} \right) \end{aligned}$$

Tenint en compte que els estats del sistema no poden ser negatius, ja que no podem tenir nivells d'aigua negatius als dipòsits, la funció és pot descomposar i simplificar en dues parts independents entre elles, de les quals en podem treure les següents relacions:

$$-x_1 a_1 \sqrt{2g x_1} + (x_1 - x_3) a_3 \sqrt{2g x_3} < 0$$

$$-x_2 a_1 \sqrt{2g x_2} + (x_2 - x_4) a_4 \sqrt{2g x_4} < 0$$

Tenim que la funció obtinguda $\dot{V}(x)$ és definida negativa quan $x \geq 0$, amb el que tenim que el sistema és global asimptòticament estable dintre de la regió físicament possible de treball, i en conseqüència, de la regió amb que és treballarà en el concurs.

Estabilitat del controlador

Donat que la regió de treball del sistema amb que és treballarà en aquest concurs, hi ha les restriccions d'operació en els dipòsits, que tot i no ser absolutament restrictives (tal i com es veurà més endavant) si que són suficients per garantir que el sistema no surti de la regió del sistema real (0,1.3) metres.

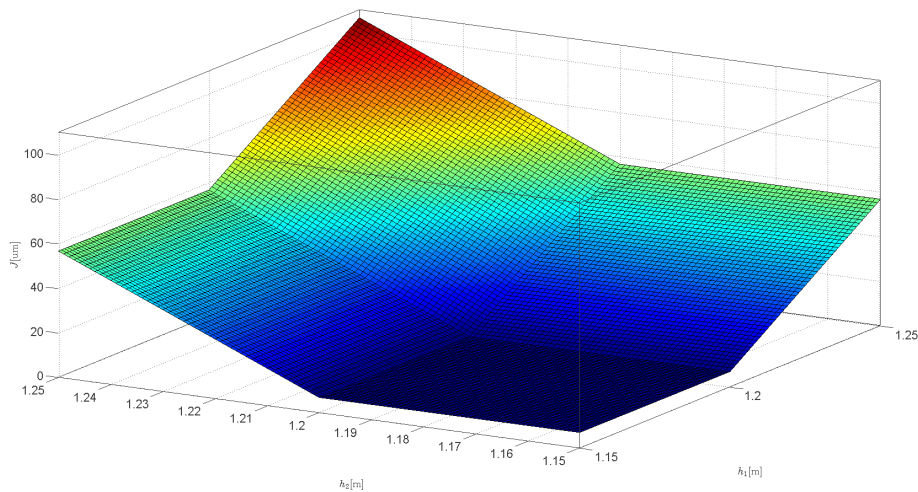


Figura 7.2: Valor de la funció de cost i la funció de penalització original al superar les restriccions d'operació superiors

En la Figura 7.2 podem veure els valors de la funció objectiu formada per l'objectiu

de l'aigua acumulada en els dipòsits inferiors (amb $p = 40$) i la penalització de la violació de les restriccions d'operació dels dipòsits inferiors, on s'observa com superar les restriccions d'operació superiors no és el més òptim. En el cas de les restriccions de nivell inferiors podem observar com succeïx el mateix en la Figura 7.3. Als valors de les gràfiques falta la penalització de la violació de les restriccions d'operació dels dipòsits superiors i de la part de la funció relativa als cabals cabals.

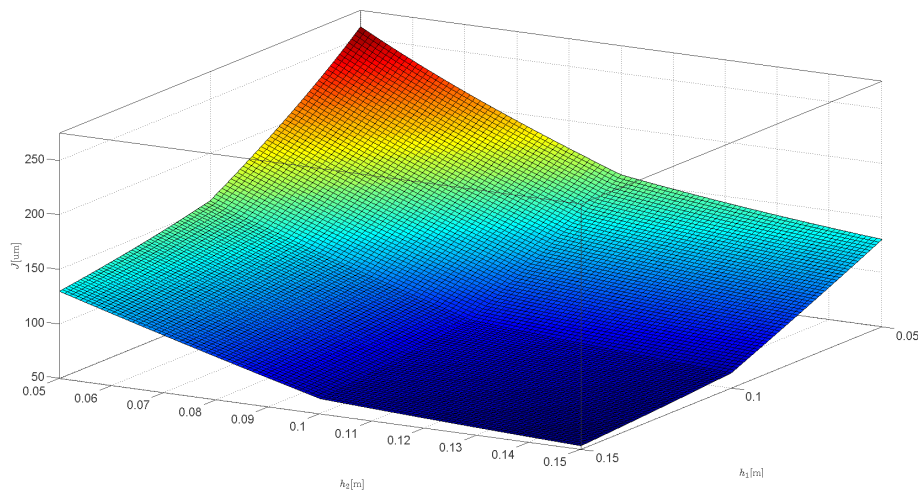


Figura 7.3: Valor de la funció de cost i la funció de penalització original al superar les restriccions d'operació inferiors

Així doncs tenim que els controladors basats en la tècnica MPC només és podran moure per la zona estable, i que per tant, aquests realitzen un control que és estable.

7.2.4. Constants de temps

Per tal de obtenir un temps de mostreig mínim del sistema hem de complir amb la regla de Nyquist, és a dir, la freqüència de mostreig ha de ser com a mínim el doble que la constant de temps del sistema (o com a màxim la meitat del període de la constant de temps), en aquest sistema al ser multivariable, hi han diferents

constants de temps per cada dipòsit i depenent de l'entrada, on hem de buscar la més restrictiva de totes.

Constants de temps per l'entrada q_a

Per veure les constants de temps relacionades amb l'entrada del cabal q_a introduïxo una entrada de tipus graó al sistema quan aquest està en estat d'equilibri, en aquest cas amb els dipòsits buits. Així doncs l'assaig parteix amb tots els dipòsits amb altura d'aigua 0, i els cabals igualment a 0. L'entrada graó serà de $2 \text{ m}^3/\text{h}$. El sistema on és realitzat l'assaig és un model realitzat a partir de les equacions diferencials que descriuen el model i resol a partir d'equacions diferencials mitjançant el Matlab. El resultat el podem veure en la Figura 7.4.

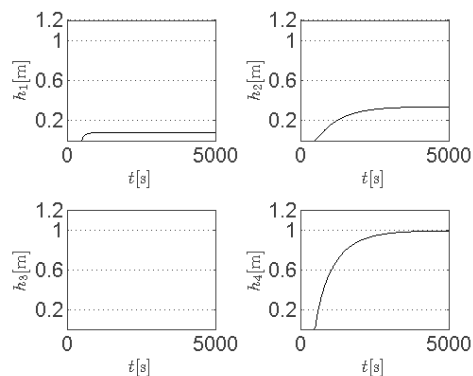


Figura 7.4: Resposta a una entrada graó d'amplitud 2 en el cabal q_a

Com podem veure el sistema està en repòs, i l'entrada graó s'ha introduït en l'instant 100 segons, i el sistema a evolucionat fins que ha tornat a estar en equilibri. L'increment d'altura serà en tots els casos l'altura final obtinguda ja que parteixen de 0, i aquesta és:

$$\Delta h_1 = 0.0824 \text{ m}$$

$$\Delta h_2 = 0.3392 \text{ m}$$

$$\Delta h_3 = 0 \text{ m}$$

$$\Delta h_4 = 0.9917 \text{ m}$$

En els dipòsits 1 i 4 s'introdueix aigua directament de la bomba q_a , en canvi en el dipòsit 2 l'aigua és introduïda a partir de l'obertura del dipòsit 4 que descarrega sobre aquest. Com que la resposta del sistema és d'un primer ordre podem obtenir les constants de temps de cada dipòsit per el cabal q_a a partir dels increments d'altura, el dipòsit 3 òbviament no en té. En aquest cas he calculat tant la constant (el temps que tarda en assolir el 63.2 %), com quatre vegades aquesta (el 98 %).

$$\begin{array}{ll} \tau_{h_1} = 23 - 24 \text{ s} & 4\tau_{h_1} = 105 - 106 \text{ s} \\ \tau_{h_2} = 166 \text{ s} & 4\tau_{h_2} = 614 - 615 \text{ s} \\ \tau_{h_4} = 120 - 121 \text{ s} & 4\tau_{h_4} = 599 \text{ s} \end{array}$$

Tal i com podem observar, les dades del experiment realitzat s'ajusten bastant bé tenint en compte les no linealitats del sistema, i podem veure que el més ràpid (i per tant més restrictiu) és el dipòsit 1.

Constants de temps per l'entrada q_b

Tornem a realitzar el mateix experiment, però aquest cop el graó és realitzat en l'entrada del cabal q_b , el resultat obtingut el podem veure a en la Figura 7.5.

En aquest cas l'aigua entra directament als dipòsits 2 i 3, i a través del 3 és descarrega al dipòsit 1, el quatre no li arriba de cap manera aigua del cabal q_b , els increments obtinguts són els següents:

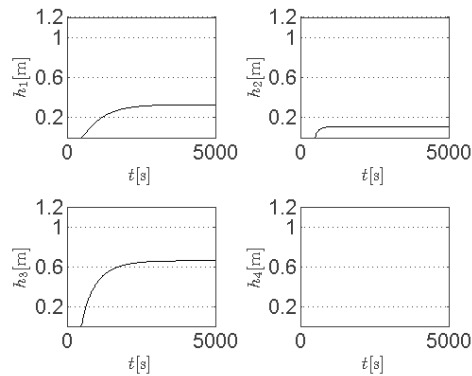


Figura 7.5: Resposta a una entrada graó d'amplitud 2 en el cabal q_b

$$\Delta h_1 = 0.3297 \text{ m}$$

$$\Delta h_2 = 0.1108 \text{ m}$$

$$\Delta h_3 = 0.6594 \text{ m}$$

$$\Delta h_4 = 0 \text{ m}$$

Les constants de temps trobades en aquest cas són les següents:

$$\tau_{h_1} = 145 - 146 \text{ s} \quad 4\tau_{h_1} = 607 \text{ s}$$

$$\tau_{h_2} = 23 - 24 \text{ s} \quad 4\tau_{h_2} = 107 - 108 \text{ s}$$

$$\tau_{h_3} = 93 - 94 \text{ s} \quad 4\tau_{h_3} = 428 - 429 \text{ s}$$

En aquest cas és el dipòsit 2 el més ràpid, amb aproximadament la mateixa constant de temps que hem vist en l'anterior cas per el més ràpid, el dipòsit 1, així doncs podem dir que el temps de mostreig ha de ser de com a màxim de 11.5-12 segons.

7.3. Controls provats en la Fase 1

En aquest apartat hi han contemplats els diferents controls provats sobre el assaig tipus presentat en l'enunciat de la Fase 1 per part del Comitè.

7.3.1. Condicions dels assaigs

Totes les proves s'han realitzat sobre el mateix escenari, i amb les mateixes condicions. El solver utilitzat és el *fmincon* de Matlab en el qual s'han deixat tots els paràmetres per defecte, de les quals destacar *MaxFunEvals* i *MaxIter*, exceptuant els que estan en la Taula 7.4.

Paràmetre	Valor
Algorithm	interior-point
TolX	$1 \cdot 10^{-6}$
TolFun	$1 \cdot 10^{-8}$
UseParallel	always
AlwaysHonorConstraints	none

Taula 7.4: Configuració *fmincon*

El solver *fmincon* és una funció que té l'objectiu de trobar el mínim valor escalar acotat d'una funció lineal o no lineal amb múltiples variables a partir d'un valor inicial estimat, que mitjançant la tècnica del gradient el porta fins al mínim valor segons la configuració del solver.

El paràmetre *MaxFunEvals* limita el nombre màxim de funcions avaluades permeses, el qual és per defecte de 3000. El paràmetre *MaxIter* limita el nombre màxim d'iteracions permeses, tenint per defecte 400. Amb aquests dos paràmetres és limita la duració de l'optimització en cada pas.

El paràmetre *TolX* marca l'increment del valor en el quan una variable del sistema ja és considera optimitzada. El paràmetre *TolFun* realitza el mateix però amb el valor de la funció objectiu. El paràmetre *UseParallel* permet realitza estimacions del gradient en paral·lel, i el paràmetre *AlwaysHonorConstraints* assegura que les solucions trobades estiguin sempre en l'acotació realitzada.

Tenint en compte aquests paràmetres i els que hi ha per defecte, i que totes les proves realitzades s'han fet sobre un mateix equip amb un sistema operatiu que no és en temps real, els temps obtinguts són únicament aproximacions dels temps reals. Els temps obtinguts en aquest equip en cada pas del control estan per sota els 5 segons del temps de mostreig amb el qual hem decidit treballar.

Eliminació de les restriccions dures

Per tal de millorar el temps de càlcul del solver el que s'ha realitzat és eliminar les restriccions que el solver necessita cridar.

Així tenim que les restriccions superior e inferior dels cabals no les podem eliminar, ja que són els límits de la regió de les variables a optimitzar i ajuden a limitar el numero de variables possibles a provar. En canvi, els límits de les altures d'aigua si que s'han de cridar, per això el que és fa és agregar una nova part a la funció de cost que realitzi de barrera, penalitzant molt fort (fent que sigui prohibitiu) el fet de que és sobrepassin els nivells superiors i inferiors.

Tenint en compte que el solver utilitzat funciona a partir del mètode del gradient, i que aquestes restriccions el poden fer que no obtingui la direcció correcta per trobar el mínim, el que s'ha fet és penalitzar en funció de la violació de la restricció, mantenint així la bona direcció del gradient. Per penalitzar aquesta restricció utilitzem el mateix criteri amb que el concurs penalitza les violacions de les restriccions, ja que és possible que hi hagi un camí òptim que passi per aquesta regió.

Aquesta forma d'escriure les restriccions com a part penalitzadora en la funció objectiu va en consonància amb la penalització que realitza el Comitè en l'avaluació en violar les restriccions. Per això s'ha decidit implementar les restriccions de la mateixa manera.

El mateix és pot realitzar amb les restriccions terminals, penalitzant que el valor final sigui diferent al desitjat i mantenint el gradient.

7.3.2. Control MPC estàndard

El problema de control òptim mitjançant la tècnica MPC estàndard té el següent enunciat general:

$$\min J(q(k), q_{ref}, h(0), h_{ref}, \lambda) = T_m \sum_{k=1}^{H_p} \{ \lambda_1 (q_a(k) - q_{a_{ref}})^2 + \lambda_2 (q_b(k) - q_{b_{ref}})^2 + \lambda_3 (h_1(k) - h_{1_{ref}})^2 + \lambda_4 (h_2(k) - h_{2_{ref}})^2 + \lambda_5 (h_3(k) - h_{3_{ref}})^2 + \lambda_6 (h_4(k) - h_{4_{ref}})^2 \} + J_P(h(k))$$

Subjecte a:

$$h_1(k+1) = h_1(k) - \frac{T_m}{A} (a_1 \sqrt{2gh_1(k)} - a_3 \sqrt{2gh_3(k)} - \gamma_a q_a(k))$$

$$h_2(k+1) = h_2(k) - \frac{T_m}{A} (a_2 \sqrt{2gh_2(k)} - a_4 \sqrt{2gh_4(k)} - \gamma_b q_b(k))$$

$$h_3(k+1) = h_3(k) - \frac{T_m}{A} (a_3 \sqrt{2gh_3(k)} - (1 - \gamma_b) q_b(k))$$

$$h_4(k+1) = h_4(k) - \frac{T_m}{A} (a_4 \sqrt{2gh_4(k)} - (1 - \gamma_a) q_a(k))$$

$$0 \leq q_i(k) \leq 2.5 \quad \text{per } i = \{a, b\}$$

$$h(0) = h_0$$

on H_P és l'horitzó de predicció, λ_i són els pesos per a cada part de la funció objectiu, i J_P és la funció de penalització definida per:

$$J_P(h_i(k)) = \begin{cases} 1000 | 0.2 - h_i(k) | & \text{si } h_i(k) < 0.2 \\ 0 & \text{si } 0.2 \leq h_i(k) \leq 1.2 \quad \text{per } i = \{1, 2, 3, 4\} \\ 1000 | h_i(k) - 1.2 | & \text{si } 1.2 < h_i(k) \end{cases}$$

7.3.3. Control EMPC

El problema de control òptim mitjançant la tècnica EMPC (Economic Model Predictive Control) té el següent enunciat general:

$$\min J(q(k), h(0), c, p) = T_m \sum_{k=1}^{H_p} \{q_a^2(k) + cq_b^2(k) + p \frac{V_{min}}{A(h_1(k) + h_2(k))}\} + J_P(h(k))$$

Subjecte a:

$$h_1(k+1) = h_1(k) - \frac{T_m}{A} (a_1 \sqrt{2gh_1(k)} - a_3 \sqrt{2gh_3(k)} - \gamma_a q_a(k))$$

$$h_2(k+1) = h_2(k) - \frac{T_m}{A} (a_2 \sqrt{2gh_2(k)} - a_4 \sqrt{2gh_4(k)} - \gamma_b q_b(k))$$

$$h_3(k+1) = h_3(k) - \frac{T_m}{A} (a_3 \sqrt{2gh_3(k)} - (1 - \gamma_b) q_b(k))$$

$$h_4(k+1) = h_4(k) - \frac{T_m}{A} (a_4 \sqrt{2gh_4(k)} - (1 - \gamma_a) q_a(k))$$

$$0 \leq q_i \leq 2.5 \quad \text{per } i = \{a, b\}$$

on H_P és l'horitzó de predicció i J_P la funció de penalització per violar les restriccions de nivell d'aigua vistes en l'anterior apartat. A aquestes restriccions podem afegir les terminals, que són les següents:

$$q_i(H_P) = q_{i_{ref}}(H_P) \quad \text{per } i = \{a, b\}$$

$$h_j(H_P) = h_{j_{ref}}(H_P) \quad \text{per } j = \{1, 2, 3, 4\}$$

Aquestes són les restriccions terminals per tots els estats i les accions de control, així que es poden reduir algunes d'elles com per exemple les accions de control, ja que no són gaire rellevants en l'últim pas de la simulació, ja que no depenen dels passos anteriors.

7.3.4. Control MPC estàndard i EMPC combinats

Tenint en compte les característiques de cadascun dels dos control anteriors, un altre control seria una combinació dels dos, per obtenir un camí millor cap als punt òptims estacionaris que el control MPC estàndard, i aconseguir arribar als punts òptims estacionaris amb aquest últim, cosa que no aconseguim amb el control EMPC.

També hi ha la possibilitat de realitzar un pesatge dinàmic en funció d'un criteri que prioritzi un control o un altre. L'enunciat del problema de control general seria el següent:

$$\min J(q(k), q_{ref}, h(0), h_{ref}, c, p, \lambda, \mu) = T_m \sum_{k=1}^{H_p} \{ \mu_1 \{ (q_a^2(k) + cq_b^2(k)) + p \frac{V_{min}}{A(h_1(k) + h_2(k))} \} + \mu_2 \{ \lambda_1 (q_a(k) - q_{a_{ref}})^2 + \lambda_2 (q_b(k) - q_{b_{ref}})^2 + \lambda_3 (h_1(k) - h_{1_{ref}})^2 + \lambda_4 (x_2(k) - h_{2_{ref}})^2 + \lambda_5 (h_3(k) - h_{3_{ref}})^2 + \lambda_6 (h_4(k) - h_{4_{ref}})^2 \} \} + J_P(h(k))$$

Subjecte a:

$$h_1(k+1) = h_1(k) - \frac{T_m}{A} (a_1 \sqrt{2gh_1(k)} - a_3 \sqrt{2gh_3(k)} - \gamma_a q_a(k))$$

$$h_2(k+1) = h_2(k) - \frac{T_m}{A} (a_2 \sqrt{2gh_2(k)} - a_4 \sqrt{2gh_4(k)} - \gamma_b q_b(k))$$

$$h_3(k+1) = h_3(k) - \frac{T_m}{A} (a_3 \sqrt{2gh_3(k)} - (1 - \gamma_b) q_b(k))$$

$$h_4(k+1) = h_4(k) - \frac{T_m}{A} (a_4 \sqrt{2gh_4(k)} - (1 - \gamma_a) q_a(k))$$

$$0 \leq q_i(k) \leq 2.5 \quad \text{per } i = \{a, b\}$$

$$h(0) = h_0$$

on μ_i són els pesos per les diferents funcions objectiu, λ_i són els pesos per cada part de la funció objectiu del control MPC estàndard, i J_P la funció de penalització per violar les restriccions d'operació dels nivells d'aigua en els dipòsits.

7.3.5. Observador d'estats a partir d'un model de referència

Per tal d'eliminar el soroll del sistema en la mesura de les altures d'aigua, que és genera artificialment adherint un soroll blanc de amplitud 5 mm mitjançant blocs de Simulink, per al nostre control utilitzem un observador d'estats basat en un model de referència, concretament hem utilitzat el mateix procediment que és utilitzat per part del Comitè, és a dir, s'executa el mateix model matemàtic continu amb la mateixa funció que el simula per obtenir exactament el mateixos valors, però amb la diferència que no s'agrega el soroll com si ho fa el Comitè.

7.4. Resultats obtinguts en la Fase 1

En aquesta secció hi han els resultats dels principals controls provats en el transcurs de la Fase 1.

7.4.1. Escenari en el qual han estat realitzades les proves

Totes les proves presentades en aquest document han estat realitzades a partir de les consignes de preu vistes en l'assaig tipus del enunciat de la Fase 1 sota les mateixes condicions del solver (el *fmincon*) i el mateix equip.

Com a llavor inicial de la primera optimització per els cabals hi han els valors estacionaris per el seu cas, per la resta de les optimitzacions utilitzem el valor dels cabals calculats en l'optimització anterior. En el cas dels estats del sistema utilitzem en tot moment el valor dels punts d'operació òptims en cada cas com a llavor.

7.4.2. Millora del control amb l'observador d'estats

A l'afegir l'observador d'estats s'obté una millora en el índex ID , tot i que és bastant petita, ja que el soroll agregat en les mesures és molt petit (té una amplitud màxima de 5 mm), i al realitzar la predicció dels següents passos amb el model discretitzat no hi ha soroll, tot i que les dades és veuen una mica afectades per els valors de l'estat inicial del sistema que si té soroll. En la Taula 7.5 es poden observar les millores obtingudes amb les diferents tècniques utilitzades.

Tècnica de Control	H_P	H_C	ID sense Ob. [μm]	ID amb Ob. [μm]
MPC estàndard com.	50	25	457.2	456.1
MPC estàndard com.	70	70	450.6	450.6
MPC estàndard incom.	50	25	464.1	463.9
MPC estàndard incom.	70	70	450.9	450.9
EMPC	50	25	5839	5831
EMPC	70	70	451	450.5
EMPC amb res. ter.	50	25	5107	5090
EMPC amb res. ter.	70	70	431.5	431.3

Taula 7.5: Resultats obtinguts amb l'observador d'estats i sense

Totes les dades que apareixen a continuació en la Fase 1 estan realitzades amb aquest observador d'estats tot i que no s'especifiqui la seva utilització.

7.4.3. Resultats del Control MPC estàndard

Tenint en compte que en la funció econòmica amb que s'avaluarà el sistema no apareixen tots els estats del sistema, a més que utilitzar totes les variables és en part redundant, s'han realitzat dos controls MPC estàndard, un complet amb les entrades i tots els estats, i l'altre amb les entrades i els dos estats que apareixen a la funció econòmica, els dels dos dipòsits inferiors.

En els dos casos s'ha optat per realitzar un pesatge de les diferents parts de la funció de cost igual, és a dir, el valor de λ_i és 1 en tots els cassos.

Els resultats obtinguts utilitzant la tècnica MPC estàndard amb la funció objectiu completa és poden veure en la Taula 7.6.

Tècnica de Control	H_P	H_C	Temps [s]	ID [um]
MPC estàndard complet	20	10	565.78	460.2
MPC estàndard complet	20	20	273.50	451
MPC estàndard complet	30	15	681.01	458
MPC estàndard complet	30	30	364.87	450.2
MPC estàndard complet	50	25	1328.77	456.1
MPC estàndard complet	50	50	581.40	450.3
MPC estàndard complet	70	40	1236.56	458.4
MPC estàndard complet	70	70	930.14	450.6
MPC estàndard complet	100	50	1614.16	460.3
MPC estàndard complet	100	100	892.14	450.3

Taula 7.6: Resultats obtinguts amb la tècnica MPC estàndard amb funció la objectiu completa

Per un altre banda els resultats obtinguts utilitzant únicament els cabals i els estats corresponents a les altures dels dos dipòsits inferiors (funció objectiu incompleta) els podem veure en la Taula 7.7.

Tal i com podem veure les diferències són molt petites, especialment quan l'horitzó de predicció és gran, i és igual al de control. Els temps de càlcul tampoc canvien gaire, tot i que són millors quan no utilitzem tota la funció de cost objectiu, i també com li resulta més ràpid trobar la solució quan l'horitzó de predicció és igual al de control.

També veiem en els dos casos com la llargada de l'horitzó de predicció no té massa importància, ja que els valors es mantenen bastant pròxims, i les diferències

Tècnica de Control	H_P	H_C	Temps [s]	ID [μm]
MPC estàndard incomplet	20	10	559.22	465.3
MPC estàndard incomplet	20	20	249.82	456
MPC estàndard incomplet	30	15	657.61	465
MPC estàndard incomplet	30	30	320.68	453.2
MPC estàndard incomplet	50	25	1019.31	463.9
MPC estàndard incomplet	50	50	490.14	451.7
MPC estàndard incomplet	70	40	1087.79	466.9
MPC estàndard incomplet	70	70	696.51	450.9
MPC estàndard incomplet	100	50	1188.79	465.5
MPC estàndard incomplet	100	100	795.09	451.9

Taula 7.7: Resultats obtinguts amb la tècnica MPC estàndard amb funció la objectiu incompleta

probablement són pels errors en els càlculs numèrics de l'ordinador que els executa. On si hi ha diferència és en utilitzar un horitzó de control pròxim al de predicció, fet que millora els resultats obtinguts en l'avaluació.

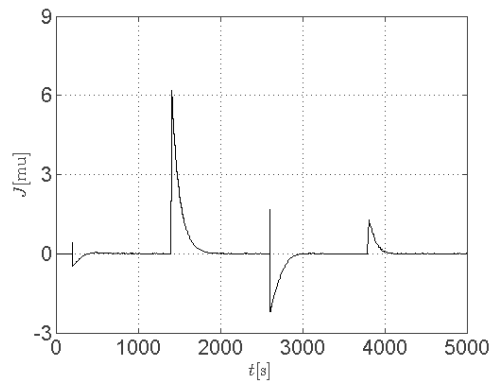


Figura 7.6: Corba de l'avaluació per un control MPC complet amb H_P i H_C de 70 passos

En la Figura 7.6 podem veure l'evolució de l'avaluació d'aquest control per el cas de la funció completa i un horitzó de predicció igual al de control, i de 70 passos.

S'observa com amb aquest control s'arriba als punts òptims estacionaris molt ràpid, tot i que no segueix un camí òptim, però un cop hi arriba els segueix molt bé.

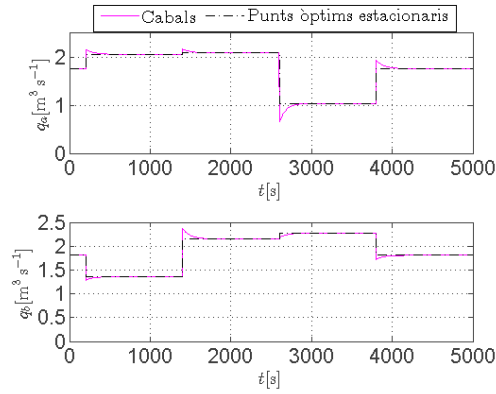


Figura 7.7: Accions de control per un control MPC complet amb H_P i H_C de 70 passos

En la Figura 7.7 podem veure les accions de control, que són els cabals q_a i q_b , i s'observa com el control intenta corregir tan ràpid com pot els canvis de nivell per portar el sistema als nous punts òptims estacionaris. També veiem com les accions de control són molt suaus en les transicions cap als punts òptims estacionaris.

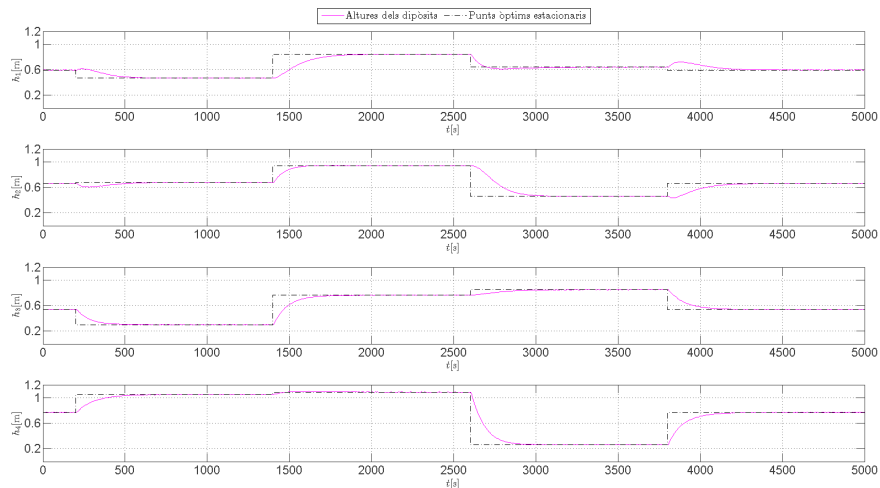


Figura 7.8: Altures per un control MPC complet amb H_P i H_C de 70 passos

En la Figura 7.8 podem veure l'evolució del sistema, i com les altures van cap als

punts òptims estacionaris, i com en alguns casos no arriba a aquests especialment en els dipòsits superior. Això és degut a que en l'optimització li dona millor resultat no arribar a aquests valors ja que corregir aquesta diferència pot provocar variacions superiors en el conjunt de dipòsits.

7.4.4. Resultats del Control EMPC

Els resultats obtinguts amb la tècnica EMPC es presenten en la Taula 7.8.

Tècnica de Control	H_P	H_C	Temps [s]	ID [μm]
EMPC	20	10	505.10	$1.446 \cdot 10^4$
EMPC	20	20	719.16	2748
EMPC	30	15	824.39	9401
EMPC	30	30	852.48	1020
EMPC	50	25	839.35	5831
EMPC	50	50	1034.07	490.5
EMPC	70	40	1350.03	4899
EMPC	70	70	1310.25	450.5
EMPC	100	50	3607.79	4605
EMPC	100	100	2998.56	433.2

Taula 7.8: Resultats obtinguts amb la tècnica EMPC

En aquests resultats podem veure com la llargada de l'horitzó de predicció és molt important degut a la propietat turnpike, i com a mesura que l'horitzó creix els resultats són millors, però cada cop la millora és més petita. També veiem com al igual que en el MPC estàndard el control és millor com més proper és l'horitzó de control al de predicció, obtenint més bons resultats tant en el índex ID , com en el temps de càlcul.

En aquest cas el creixement del temps de càlcul necessari per realitzar la simulació

és molt superior al de MPC estàndard, i el millora únicament a partir d'un horitzó de predicció alt.

Cal destacar que en molts moments el solver és incapaç de trobar el valor òptim (marcat per el paràmetre *TolFun*), ja que necessita més avaluacions de les permeses en fer-ho, això passa en el primers moments de les transicions en els horitzons de predicció més petits, i amb molta més freqüència als horitzons més grans.

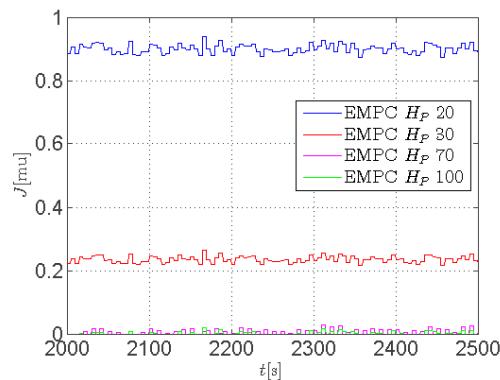


Figura 7.9: Corba de l'avaluació en estat estacionari per la tècnica EMPC amb diferents horitzons de predicció

En la Figura 7.9 podem veure l'impacte que té l'horitzó de predicció en el control EMPC degut a la propietat turnpike, i degut a això és necessari l'ús d'horitzons de predicció elevats, tot i que la millora a l'augmentar l'horitzó de predicció va decreixent ràpidament.

En la Figura 7.10 podem veure l'avaluació del control amb un horitzó de predicció igual al de control, i de 100 pasos, on el resultat obtingut dona en els canvis de preus un camí cap a un punt pròxim al estacionari òptim, però com mai arriba a aquest, el que provoca és que quan el control està en aquest punt la funció que avalua és positiva.

En la Figura 7.11 podem veure les accions de control són menys suaus que en el cas del control MPC estàndard degut a la constant rectificació per obtenir el camí òptim en tot moment i no arriben mai als valors dels estats òptims estacionaris,

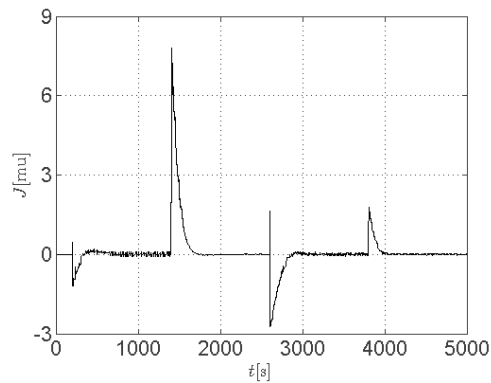


Figura 7.10: Corba de l'avaluació per un control EMPC amb H_P i H_C de 100 passos

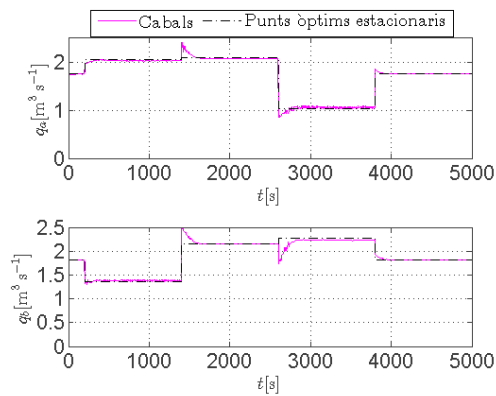


Figura 7.11: Accions de control per un control EMPC amb H_P i H_C de 100 passos

sinó que és queden al voltant d'aquests.

En la Figura 7.12 es veuen els nivells d'aigua del dipòsits, i podem veure com els nivells en règim permanent estan una mica allunyats del punts òptims estacionaris, especialment per els dos dipòsits que no apareixen en la funció objectiu.

Control EMPC amb restriccions terminals

Per tal d'evitar la propietat turnpike i que el sistema no aconsegueixi arribar als punts òptims estacionaris podem utilitzar les restriccions terminals perquè els estats del sistema acabin en els punts òptims estacionaris.

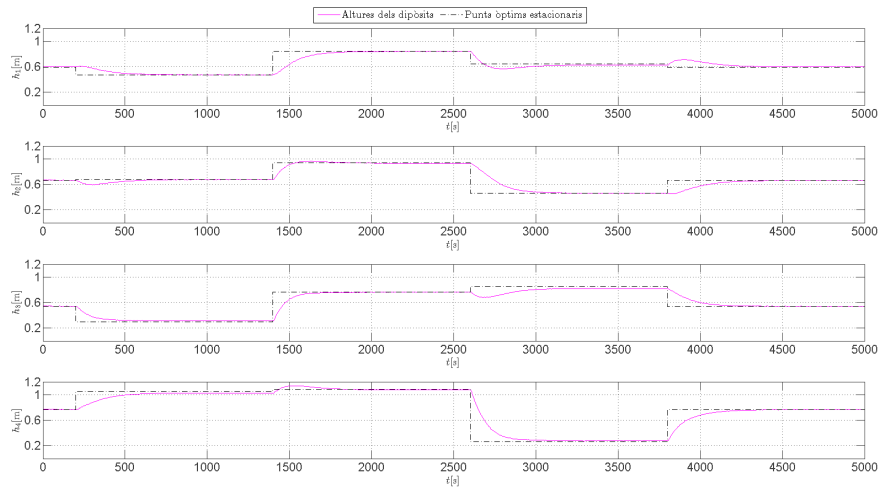


Figura 7.12: Altures per un control EMPC amb H_P i H_C de 100 pasos

Per fer això s'ha fixat a partir d'unes restriccions suaus una penalització de 100 per cada centímetre de diferència respecte a cada punt òptim estacionari que fa pràcticament prohibitiu no arribar-hi si està aprop. Els resultats obtinguts es presenten en la Taula 7.9.

Tècnica de Control	H_P	H_C	Temps [s]	ID [um]
EMPC amb res. terminals	20	10	707.84	3495
EMPC amb res. terminals	20	20	595.21	647.5
EMPC amb res. terminals	30	15	1044.05	4733
EMPC amb res. terminals	30	30	927.55	509.2
EMPC amb res. terminals	50	25	1250.13	4090
EMPC amb res. terminals	50	50	1437.16	434.7
EMPC amb res. terminals	70	40	1437.16	4756
EMPC amb res. terminals	70	70	1454.35	431.3
EMPC amb res. terminals	100	50	1803.70	4333
EMPC amb res. terminals	100	100	3290.22	439.1

Taula 7.9: Resultats obtinguts amb la tècnica EMPC amb restriccions terminals

En aquests resultats podem veure una millora respecte la tècnica EMPC sense les restriccions, especialment quan els horitzons de predicció són petits. També veiem com el millor resultat no és dona amb l'horitzó de predicció més alt. Això és així perquè en aquest cas l'horitzó és tant llarg que les restriccions terminals no afecten a les primeres accions de control, simplement es queda al punt pròxim al punt òptim estacionari per la propietat turnpike, i quan està aprop del final corregeix cap al punt òptim estacionari.

Per què les restriccions terminals funcionessin millor, l'horitzó de predicció hauria d'estar ajustat de manera que l'optimització portés el punt seguint el camí òptim fins al punt òptim estacionari, és a dir, que no estigués parat en cap moment en el punt donat per la propietat turnpike, ni que la restricció forcés l'arribada al punt òptim estacionari seguint un camí no òptim. Tenint en compte que s'hauria d'ajustar un horitzó de predicció per cada possible transició, i que no se sabran exactament els preus finals, no te sentit realitzar un control tant personalitzat.

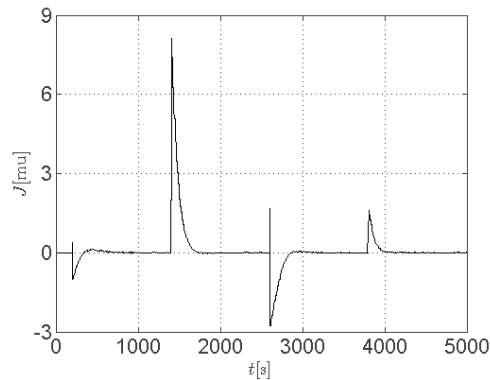


Figura 7.13: Corba de l'avaluació per un control EMPC amb restriccions terminals, i un H_P i H_C de 70 passos

En la Figura 7.13 podem veure l'avaluació del controlador pel cas del control EMPC amb restriccions terminals i uns horitzons de predicció i control de 70 pasos. S'observa com la corba obtinguda és més suau que sense les restriccions terminals, principal raó per la qual obté un índex ID superior.

7.4.5. Resultats del control MPC estàndard i EMPC combinats

Vist que tant el control MPC com el EMPC tenen els seus avantatges i inconvenients, de tal manera que el control MPC funciona molt bé per portar ràpidament el sistema al punts òptims estacionaris (sense seguir el camí òptim per fer-ho) i mantenint-se allà, el control EMPC segueix el camí òptim (en realitat subòptim ja que no arriba exactament al punt òptim estacionar), però és incapaç d'arribar als punts òptims estacionaris degut a la propietat turnpike.

L'objectiu d'aquest control és el d'utilitzar el millor de cada un dels dos anteriors, és a dir, en una transició utilitzar únicament el control EMPC per portar òptimament el sistema cap a un punt pròxim al òptim estacionari, i a partir d'aquest punt o aprop d'aquest que funcioni únicament el control MPC estàndard per acabar d'arribar al valor òptim estacionari i mantenir-lo allà fins a la següent transició.

Tenint en compte el vist en els controls anteriors s'ha optat per fixar l'horitzó de predicció igual al de control, i amb un horitzó de 70 pasos. En el cas del control MPC estàndard s'utilitzarà únicament les referències dels cabals i dels dipòsits inferiors per reduir el cost computacional de la funció. En el cas del control EMPC no s'agregen les restriccions terminals, ja que la seva funció la realitzarà el control MPC estàndard en el seu lloc.

Pesatge

Per tal de realitzar el pesatge de forma que funcioni tal i com s'ha descrit, hem optat per que el pes estigui subjecte a l'avaluació del controlador, de tal forma que en la part del control EMPC el pes sigui ρ (per al equivalent a μ_1 en l'enunciat general vist) i en la part del control MPC estàndard (cas de μ_2) sigui de $(1 - \rho)$.

Per realitzar la transició d'un control a l'altre de forma suau s'ha utilitzat la funció Sigmoide escalada depenent d'un paràmetre lligat a l'avaluació del controlador (el

paràmetre ID). Aquest paràmetre s'ha avaluat de tres maneres diferents, directament del últim valor de l'avaluació obtinguda, de la diferència dels dos últims valors obtinguts (amb el qual obtenim la pendent o tendència), i de la diferència dels dos últims valors obtinguts multiplicada per aquest últim.

Els valors de l'avaluació obtinguts s'han calculat a partir de l'observador d'estats en simulació utilitzat per eliminar el soroll, enviant els resultats d'aquest a un bloc igual al utilitzat per el Comitè per avaluar el controlador.

En el cas d'utilitzar l'últim valor del paràmetre ID , el millor resultat ha estat de 426.6 um. El problema d'aquest control era que tardava massa a saltar el control MPC en alguns trams. En el cas de la diferència del dos últims paràmetres multiplicada per l'últim s'ha obtingut un resultat 431.4 um. En aquest cas el multiplicar per l'últim valor el paràmetre variable de la funció Sigmoide estava molt polaritzat, fent que el control tendís a ser on-off.

El que ha donat més bon resultat ha estat en el cas d'utilitzar els dos últims valors del paràmetre ID obtinguts. En la Taula 7.10 podem veure els resultats depenent dels paràmetres ajustables de la funció Sigmoide.

El fet que s'hagi agafat la primera de totes les combinacions de la Taula 7.10 tot i no ser la millor és pel fet de què presenta un control més suau que la resta, realitzant una transició entre els controls millor i fent que no hi hagi tant soroll als actuadors, cosa que d'una altra banda és interessant de cara la Fase 2. Aquest és el control que s'ha presentat en la Fase 1 del concurs.

En la Figura 7.14 hi ha la funció Sigmoide sense escalar i un cop escalada. En aquestes funcions la variable de la funció Sigmoide no està en valor absolut, i per tant, s'ha de tenir en compte que únicament es treballarà en el pla positiu en el control.

En la Figura 7.15 podem veure els valors obtinguts de la diferència dels dos últims valors de l'avaluador, i com la funció Sigmoide els trasllada al interval $(0,1]$. També

Tècnica de Control	χ	β	ϵ	ν	ID [μm]
EMPC i MPC estàndard combinats	0.5	10	0.175	0.5	424.7
EMPC i MPC estàndard combinats	0.4	10	0.175	0.5	424.6
EMPC i MPC estàndard combinats	0.6	10	0.175	0.5	435.5
EMPC i MPC estàndard combinats	0.5	9	0.175	0.5	424.4
EMPC i MPC estàndard combinats	0.5	11	0.175	0.5	435.3
EMPC i MPC estàndard combinats	0.5	10	0.15	0.5	424.8
EMPC i MPC estàndard combinats	0.5	10	0.12	0.5	435.1
EMPC i MPC estàndard combinats	0.5	10	0.175	0.4	435.3
EMPC i MPC estàndard combinats	0.5	10	0.175	0.6	424.2

Taula 7.10: Resultats obtinguts amb la combinació de les tècniques EMPC i MPC estàndard dependents de la configuració de la funció Sigmoide

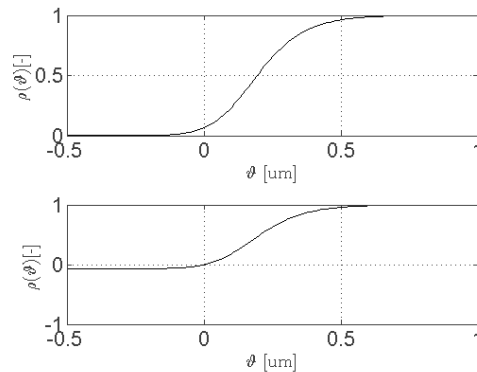


Figura 7.14: Corbes de la funció Sigmoide sense escalar i escalada

veiem com al principi de cada transició de preus el pes és per el control EMPC, per llavors passar al control MPC estàndard fins a la següent transició, excepte en el cas de la segona transició on hi ha una oscil·lació en els valors de l'avaluador (s'observa el seu impacte en l'avaluació del controlador en la Figura 7.16) que no permet passar únicament al control MPC estàndard. S'ha decidit deixar així perquè eliminar aquesta oscil·lació impactava molt negativament en l'índex ID , ja que tot i la millora en aquesta transició, en les altres transicions empitjorava el control.

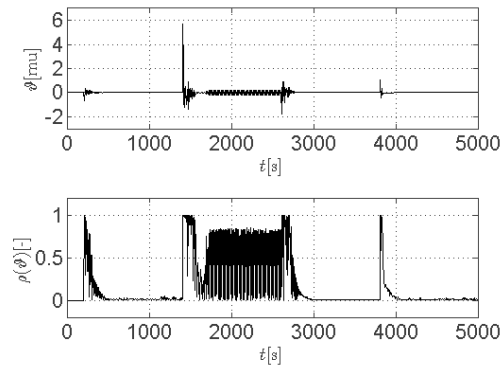


Figura 7.15: Valors de la pendent del avaluador i de la funció Sigmoide per el cas presentat al concurs

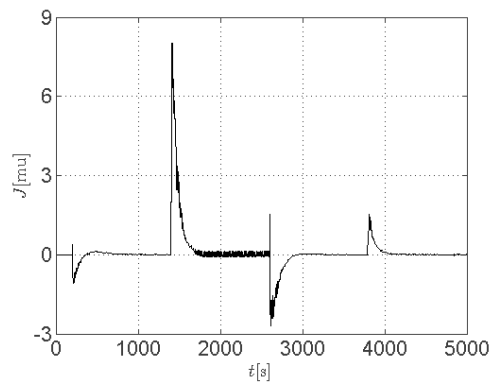


Figura 7.16: Corba de l'avaluació obtinguda amb el control presentat al concurs

En aquesta Figura 7.16 podem veure la corba de l'avaluador i com obtenim una transició millor que en el cas del MPC estàndard i com arriba als valors dels estats òptims estacionaris. També s'observa l'oscil·lació en la segona transició degut a l'oscil·lació del canvi de pesos en la funció objectiu.

En la Figura 7.17 s'observen els cabals generats per aquest control i com hi ha importants variacions en els cabals en les transicions d'un control a un altre, s'observa especialment en la tercera transició.

En la Figura 7.18 és veu com el seguiment de les altures dels dipòsits de baix és molt bona, i com en els de dalt no arriben als valors òptims estacionaris degut a

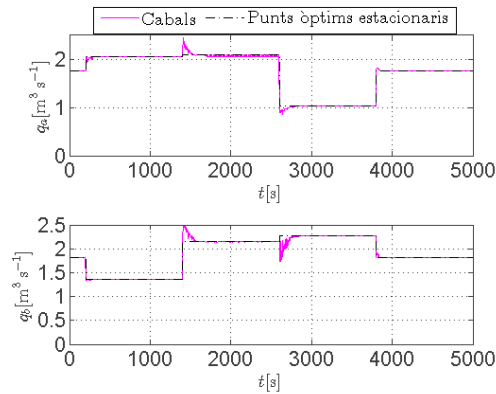


Figura 7.17: Accions de control del control presentat al concurs

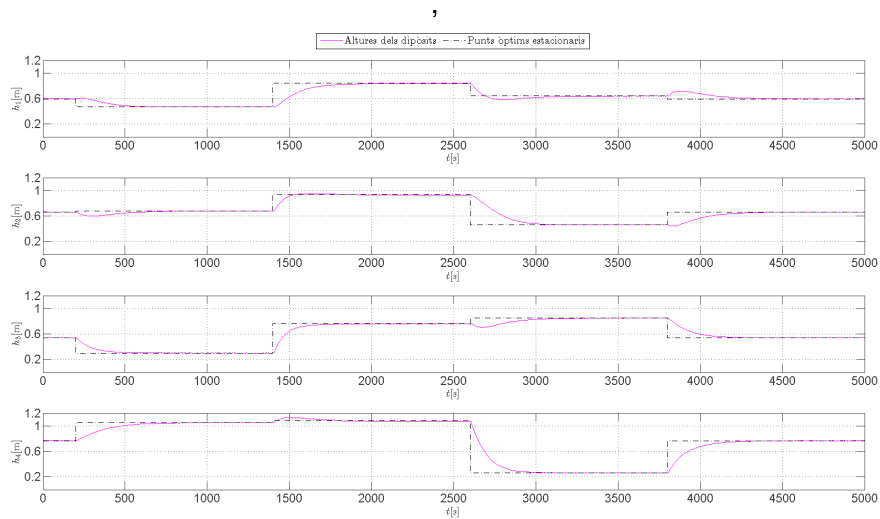


Figura 7.18: Corba de l'avaluació obtinguda amb el control presentat al concurs

que en la part del control MPC estàndard no estan en la funció objectiu.

7.4.6. Altres probes realitzades

Una tècnica que també s'ha provat és la del MPC amb un doble model de referència, és un altre tipus de combinació de les tècniques MPC estàndard i EMPC, on per una banda es genera la trajectòria òptima (control EMPC), i després es busca

la millor manera de seguir-la (control MPC estàndard). Aquesta tècnica és va descartar prematurament per el seu elevadíssim cost computacional, ja que per cada pas de simulació és requereix el doble de variables a optimitzar i el model també s'ha d'executar per cada tècnica.

Pel mateix motiu s'ha descartat la utilització el model continu en la optimització del sistema tal i com s'a realitzat en l'observador, i com ho realitza el Comitè per simular el sistema, però la seva reiterada utilització en l'optimització eleva massa el cost computacional.

També s'ha provat una funció diferent a la Sigmoide per adaptar els pesos, aquesta és la funció següent:

$$f(x) = 0.5 \left(1 + \frac{1 - \left(\frac{x_m}{x}\right)^n}{1 + \left(\frac{x_m}{x}\right)^n} \right)$$

On x és la variable de la funció, x_m és un valor per apropar o allunyar el punt mig a l'origen i n per fer mes suau o brusca la corba de canvi. Amb aquesta funció és pot treballar tant en el semipla positiu com en el negatiu, i el resultat de la funció està acotat en la regió $(0,1]$, tal i com està en la funció Sigmoide escalada. Un exemple d'aquesta funció la podem veure en la Figura 7.19.

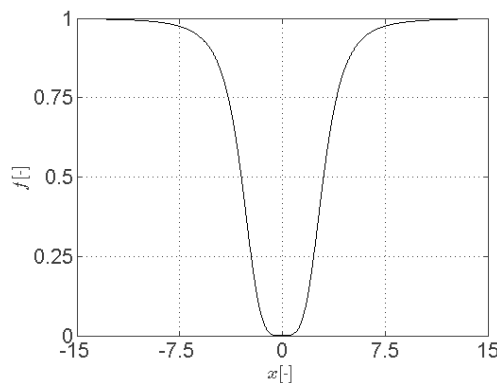


Figura 7.19: Exemple de la corba obtinguda amb la funció alternativa de pesatge

Però al ser menys personalitzable no ha donat tants bons resultats en l'índex ID

com la funció Sigmoide i s'ha descartat.

També s'ha provat de posar un filtre de Kalman al paràmetre obtingut de l'avaluació del controlador abans d'entrar a la funció Sigmoide per obtenir un canvi més suau eliminant les freqüències altes, però el retard que genera i els mals resultats en l'índex ID han fet que és decidís per descartar-la.

7.5. Conclusions de la Fase 1

S'ha vist com el sistema de quatre dipòsits és estable amb la regió de treball especificada en el concurs, també veiem com de forma pràctica el sistema és dissipatiu i en conseqüència presenta estats òptims estacionaris.

En aquesta fase del concurs no s'ha requerit especialment d'un observador degut a un mínim soroll en la mesura i al treballar amb un sistema sense perturbacions, tot i això se n'ha incorporat un per obtenir una lleugera millora en l'índex ID .

S'ha de tenir en compte que el control s'ha realitzat en un simulador amb un model dinàmic conegut, amb la qual cosa la tècnica MPC funciona molt bé al tenir el model amb que realitza la predicció molt ajustat al utilitzat per simular al sistema, fet que quan és realitzi sobre la planta real no serà tant bo.

El control MPC estàndard segueix molt bé les referències donades dels punt òptims estacionaris de les variables de control i els estats, i s'observa com la llargada de l'horitzó de predicció no és important com si ho és que l'horitzó de control sigui el màxim semblant possible a aquest. L'únic problema que presenta aquest control és en les transicions que hi ha quan es produeixen els canvis en els preus, que no segueixen un camí òptim.

El control EMPC té el problema de la propietat turnpike present en el sistemes dissipatius, tot i que amb llargs horitzons de predicció s'aconsegueix que sigui

pràcticament inapreciable, però això provoca un problema de cost computacional, el que limita molt l'horitzó de predicció. Al igual que el control MPC estàndard és millor com més semblants siguin els horitzons de control i predicció. Agregant les restriccions terminals el control millora, però a costa de flexibilitat.

El control combinat de les tècniques EMPC i MPC estàndard aporta el millor de cada un, obtenint els millors resultats de tots, però requereix d'una adequat criteri de transició d'un control a un altre, que a més ha de ser adequat per les diferents transicions que pot presentar el del sistema. La funció Sigmoide adaptada que s'ha utilitzat proporciona suficient flexibilitat per obtenir una transició entre els controls suau i que a més és suficientment bona per tots els punts de treball presents en l'assaig tipus.

8. Fase 2

Aquesta segona fase és realitzada amb l'objectiu de fer funcionar el controlador dissenyat sobre la planta real descrita en la Fase 1, a més de agregar noves restriccions als controladors.

8.1. Enunciat de la Fase 2

Aquesta segona fase tracta principalment d'adaptar el control realitzat sobre simulació i adaptar-lo a la planta real, per això es realitzarà una única prova sobre la planta real d'un controlador proposat per cada grup i sota les condicions descrites en l'assaig tipus en la Fase 1, posteriorment es podrà modificar el control per ja presentar-lo en la seva versió definitiva.

També s'imposen noves restriccions en el controlador, el temps de mostreig és fix i de 5 segons, el controlador està limitat a utilitzar a les entrades de les altures mesurades dels dos dipòsits inferiors (h_1 i h_2), les altures de referència que inclouen les quatre altures (h_{ref}), els cabals de referència (q_{ref}) i costos instantanis c i p . Les sortides han de ser únicament les variables manipulades q_a i q_b .

Així doncs els objectius de control són exactament els mateixos, i l'avaluació dels controladors es realitzarà seguint el assaig descrit en la Fase 1.

8.2. Entrega de la prova en la planta real

Amb aquesta única prova possible pretenem comprovar que els ajustos del controlador a la planta real i amb les noves restriccions funcionen correctament, per després ajustar-lo amb les dades obtingudes.

Degut a que el nostre controlador requereix dels valors de les 4 altures d'aigua dels dipòsits del sistema és necessari utilitzar un observador d'estats, que també ens servirà per eliminar o atenuar el soroll de la mesura.

La configuració del controlador i de la funció Sigmoide segueix igual que la presentada en la Fase 1.

8.2.1. Observador d'estats a partir del filtre de Kalman

Per realitzar l'observador d'estats utilitzem la tècnica del filtre de Kalman subòptim. La utilització del mètode subòptim és el triat degut a què la no linealitat del sistema no permet tenir el sistema en espai d'estat on la matriu A és constant, sinó que aquesta depèn del valor de les altures, amb la qual cosa el sistema canvia a cada pas. Això porta a què la matriu J canviï, el qual és desconegut en la primera iteració, i per tant aplicant el mètode òptim a un pas realment tampoc seria òptim.

Les matrius en espai d'estat s'han creat a partir del model discret utilitzat en la Fase 1, i són les següents:

$$A = \begin{bmatrix} 1 - \frac{T_m a_1 \sqrt{2gh_1(k)}}{Ah_1(k)} & 0 & \frac{T_m a_3 \sqrt{2gh_3(k)}}{Ah_3(k)} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{T_m a_2 \sqrt{2gh_2(k)}}{Ah_2(k)} & 0 & \frac{T_m a_4 \sqrt{2gh_4(k)}}{Ah_4(k)} \\ 0 & 0 & 1 - \frac{T_m a_3 \sqrt{2gh_3(k)}}{Ah_3(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{T_m a_4 \sqrt{2gh_4(k)}}{Ah_4(k)} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{T_m Y_a}{A3600} & 0 \\ 0 & \frac{T_m Y_b}{A3600} \\ 0 & \frac{T_m (1 - Y_b)}{A3600} \\ \frac{T_m (1 - Y_a)}{A3600} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A aquest sistema, i tenint es compte que és considera que tant el soroll com els errors dels estats són independents, obtenim les següents matrius per el soroll de mesura i error en el model:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_4 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}$$

Tenint en compte que no tenim la planta real per provar el controlador, i ajustar els errors en la mesura i en el modelat, s'han ajustat les matrius de R i Q a partir dels models de simulació.

Els resultats utilitzats en el arxiu enviat al Comitè per realitzar la prova han estat:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.005 & 0 \\ 0 & 0.005 \end{bmatrix}$$

En el cas de la matriu Q s'ha decidit posar aquest mínim error en el model degut a la pèrdua de precisió provocada per la discretització del sistema, en el cas de la matriu R s'ha provat diferents valors, i aquest és el que ha donat més bons resultats. Amb aquests estimador s'ha obtingut un ID de 423.5 μm .

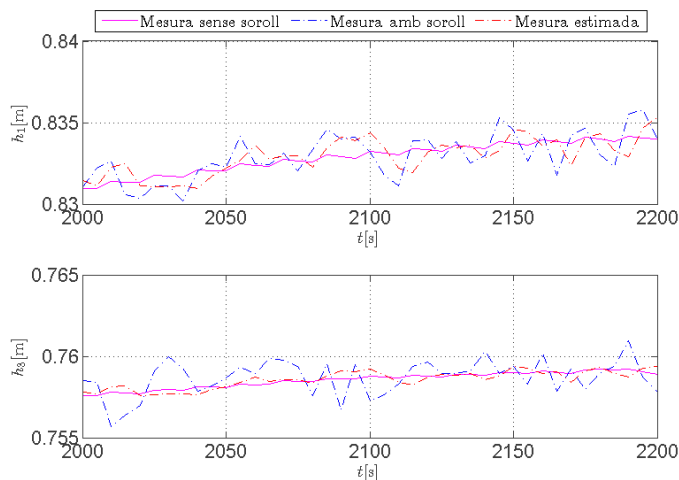


Figura 8.1: Comportament del filtre de Kalman en simulació

En la Figura 8.1 és fa una comparativa en la qual podem veure com el filtre de Kalman atenua lleugerament el soroll de les mesures directament mesurades, i com estima molt bé els estats no mesurats. S'ha de tenir en compte que el model emprat en el filtre del Kalman és molt semblant al model en simulació, i aquest diferirà notablement amb la planta real.

8.3. Prova sobre la planta real

Els resultats de la prova realitzada sobre la planta real per part del Comitè inclouen els cabals consignats a la planta, les altures dels quatre dipòsits, l'índex ID instantani i acumulat, i finalment les referències de les altures i cabals per els preus segons el model matemàtic vist en la Fase 1.

S'ha de tenir en compte que el Comitè ha agregat una commutació en les branques dels cabals per tallar el d'aquesta branca en el cas de que el nivell d'aigua del dipòsit d'aquesta superi els 1.2 metres d'altura.

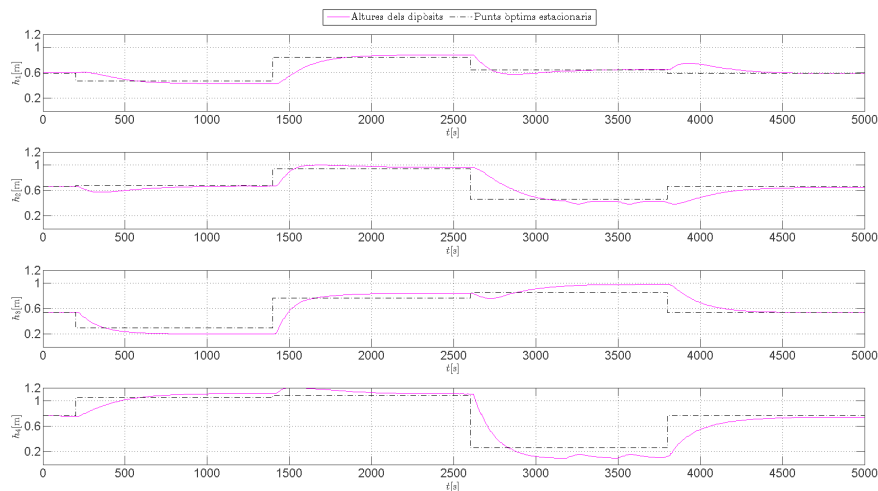


Figura 8.2: Altures obtingudes del test sobre la planta real

En la Figura 8.2 podem veure com el comportament de la planta real difereix molt del obtingut en simulació, especialment en els extrems dels nivells en els dipòsits on les altures d'aigua s'estabilitzen en diferents punts respecte les referències del model matemàtic. També s'observa com se supera la restricció en el seu nivell inferior en un dipòsit, i com tarda en corregir aquest fet degut a l'error entre el model matemàtic utilitzat i la planta real.

En la Figura 8.3 podem veure les accions de control que ha generat el nostre

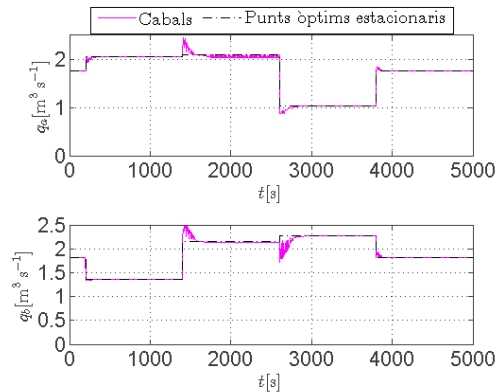


Figura 8.3: Accions de control obtingudes del test sobre la planta real

controlador, en elles podem veure com se segueixen bastant bé les referències dels punts òptims estacionaris, tot i que el control EMPC oscil·la molt en les accions de control que genera degut a l'error en el model de referència utilitzat. S'ha de tenir en compte que aquests punts òptims estacionaris dels cabals i les altures són del model matemàtic, i que no ho són de la planta real, i per això les grans discrepàncies en les altures d'aigua.

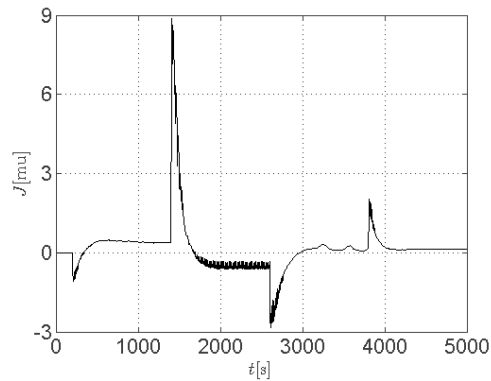


Figura 8.4: Corba de l'avaluació obtinguda del test sobre la planta real

En la Figura 8.4 podem veure com al seguir bastant bé els cabals de referència tenim noves altures estacionàries en els dipòsits, i com aquestes tenen un cost en l'avaluació diferent. S'observa també com el punt més pròxim al del model matemàtic correspon al últim tram, i que també són les referències dels 200 primers

segons.

8.4. Identificació de la planta real

En la identificació dels nous paràmetres del model s'ha decidit mantenir la dinàmica dels cabals tal i com estar tot i la diferència en la construcció degut a la falta de dades per identificar-los, i estimar els orificis d'obertura equivalents dels dipòsits per obtenir uns nous coeficients que s'ajustin més a la planta real.

Mitjançant el mètode dels mínims quadrats no recursius en discret s'han estimat els següents coeficients on també s'inclou $\frac{\sqrt{2g}}{A}$ en aquests:

$$a_1 = 0.019030196005360$$

$$a_2 = 0.021925821166703$$

$$a_3 = 0.013268995715841$$

$$a_4 = 0.012915795884431$$

En el cas de la estimació en un model continu s'ha utilitzat la funció *fmincon* per realitzar l'estimació, i la *ode45* per realitzar l'estimació de la sortida continu. El problema d'optimització resultant per la identificació de paràmetres a partir de les dades disponibles és el següent:

$$\min J(a, h_m(k)) = \sum_{k=1}^{1000} \{(h_1(k) - h_{1m}(k))^2 + (h_2(k) - h_{2m}(k))^2 + (h_3(k) - h_{3m}(k))^2 + (h_4(k) - h_{4m}(k))^2\}$$

Subjecte a:

$$h(k) = f(h_1(k-1), h_2(k-1), h_3(k-1), h_4(k-1), q_a, q_b)$$

$$0 \leq q_i(k) \leq 2.5 \quad \text{per } i = \{a, b\}$$

$$h(k-1) = h_m(k-1)$$

on $h(k)$ són les altures del sistema obtingudes cada 5 segons a partir de la resolució del model en temps continu, $H_m(k)$ són les dades mesurades de les altures de la planta real i a els coeficients a identificar. Els coeficients obtinguts són els següents:

$$a_1 = 1.2985 \cdot 10^{-4}$$

$$a_2 = 1.5059 \cdot 10^{-4}$$

$$a_3 = 9.2673 \cdot 10^{-5}$$

$$a_4 = 8.8164 \cdot 10^{-5}$$

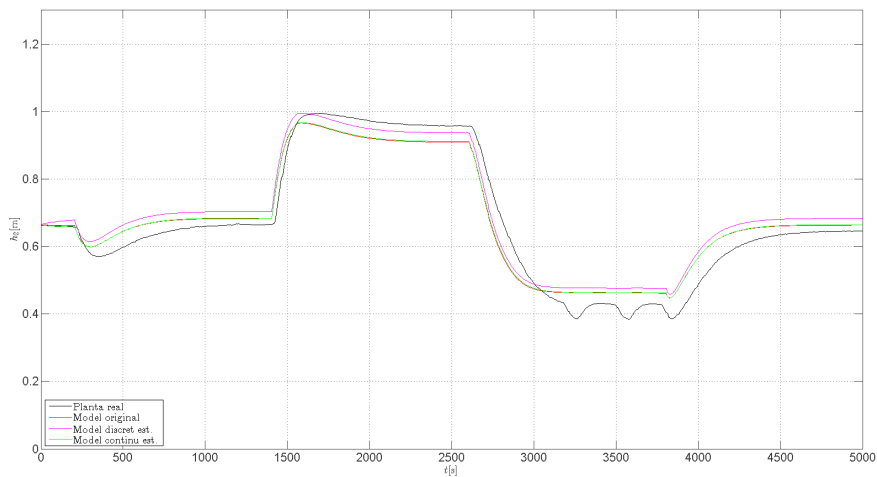


Figura 8.5: Comparativa de la planta real, el model matemàtic original i les estimacions en continu i discret amb coeficients estàtics

En la Figura 8.5 hi ha la comparativa dels models estimats amb coeficients estàtics, juntament amb l'original i la planta real per el nivell del dipòsit 2. És pot observar com l'estimació en el model continu obtinguda és molt semblant a la del model original, i ambdues superiors a la realitzada amb l'estimació discreta. També s'observa com l'error és més pronunciat quan el nivell de l'aigua està en el extrem del dipòsit.

Donat que la quantitat d'aigua que surt per l'orifici inferior, s'ha provat de posar

l'obertura equivalent en funció de l'altura del dipòsit, concretament amb la funció següent:

$$\text{Orifici equivalent} = a(h - h^*) + b$$

on h és l'altura de l'aigua en el dipòsit i h^* una altura fixa. Amb les proves realitzades s'ha vist que no ajusta bé quan el nivell d'aigua en el dipòsit està per sobre de h^* , amb el que s'ha decidit d'utilitzar paràmetres diferents depenent de si està per sobre o per sota de h^* .

Els valors h^* s'han decidit que siguin els corresponents a les referències del primer de nivell del primer tram, ja que s'ha de realitzar el seguiment d'aquest al principi de la proba.

El nou model continu obtingut de la identificació realitzada és el següent:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial t} &= -\frac{a_1(h_1-0.5955)+1.3104 \cdot 10^{-4}}{A} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3(h_3-0.5384)+9.2673 \cdot 10^{-5}}{A} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_a q_a}{A3600} \\ \frac{\partial h_2}{\partial t} &= -\frac{a_2(h_2-0.6616)+1.5074 \cdot 10^{-4}}{A} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4(h_4-0.7682)+8.8164 \cdot 10^{-5}}{A} \sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_b q_b}{A3600} \\ \frac{\partial h_3}{\partial t} &= -\frac{a_3(h_3-0.5384)+9.2673 \cdot 10^{-5}}{A} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_b)q_b}{A3600} \\ \frac{\partial h_4}{\partial t} &= -\frac{a_4(h_4-0.7682)+8.8164 \cdot 10^{-5}}{A} \sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_a)q_a}{A3600} \end{aligned}$$

on

$$\begin{aligned} a_1 &= \begin{cases} -0.1598 \cdot 10^{-4} & \text{si } h_1 \geq 0.5955 \\ -0.3890 \cdot 10^{-5} & \text{si } h_1 < 0.5955 \end{cases} \\ a_2 &= \begin{cases} -0.1265 \cdot 10^{-4} & \text{si } h_2 \geq 0.6616 \\ -0.3865 \cdot 10^{-5} & \text{si } h_2 < 0.6616 \end{cases} \\ a_3 &= \begin{cases} -0.1547 \cdot 10^{-4} & \text{si } h_3 \geq 0.5384 \\ -0.4634 \cdot 10^{-5} & \text{si } h_3 < 0.5384 \end{cases} \\ a_4 &= \begin{cases} -0.0721 \cdot 10^{-4} & \text{si } h_4 \geq 0.7682 \\ -0.3527 \cdot 10^{-5} & \text{si } h_4 < 0.7682 \end{cases} \end{aligned}$$

I sent la seva discretització mitjançant el mètode de Euler el següent sistema:

$$\begin{aligned}
 h_1(k+1) &= h_1(k) - \frac{T_m}{A} (a_1(h_1(k) - 0.5955) + 1.3104 \cdot 10^{-4} \sqrt{2gh_1(k)} \\
 &\quad - a_3(h_3(k) - 0.5384) + 9.2673 \cdot 10^{-5} \sqrt{2gh_3(k)} - \frac{\gamma_a q_a(k)}{3600}) \\
 h_2(k+1) &= h_2(k) - \frac{T_m}{A} (a_2(h_2(k) - 0.6616) + 1.5074 \cdot 10^{-4} \sqrt{2gh_2(k)} \\
 &\quad - a_4(h_4(k) - 0.7682) + 8.8164 \cdot 10^{-5} \sqrt{2gh_4(k)} - \frac{\gamma_b q_b(k)}{3600}) \\
 h_3(k+1) &= h_3(k) - \frac{T_m}{A} (a_3(h_3(k) - 0.5384) + 9.2673 \cdot 10^{-5} \sqrt{2gh_3(k)} \\
 &\quad - \frac{(1-\gamma_b)q_b(k)}{3600}) \\
 h_4(k+1) &= h_4(k) - \frac{T_m}{A} (a_4(h_4(k) - 0.7682) + 8.8164 \cdot 10^{-5} \sqrt{2gh_4(k)} \\
 &\quad - \frac{(1-\gamma_a)q_a(k)}{3600})
 \end{aligned}$$

on els coeficients a_1 , a_2 , a_3 i a_4 són els mateixos que en el model continu.

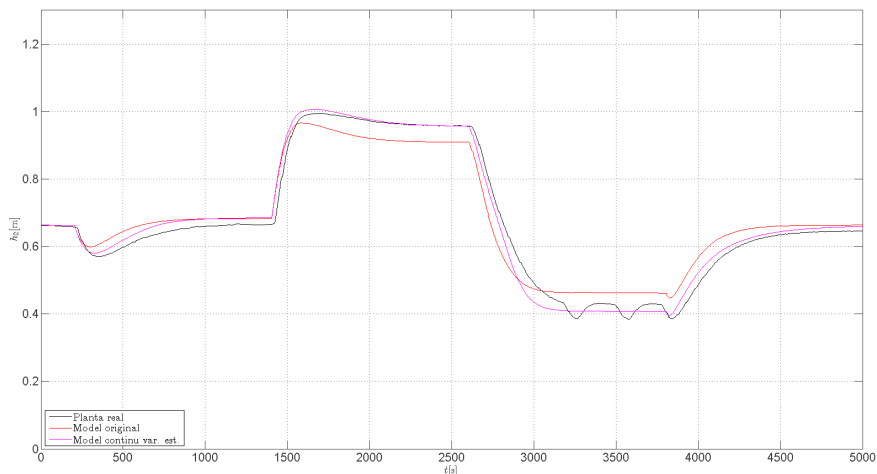


Figura 8.6: Comparativa de la planta real, el model matemàtic original i l'estimació del model continu amb orificis dependents de les altures

En la Figura 8.6 s'observa com el nou model estimat és molt millor que l'original, i com s'ajusta molt bé amb les dades de la planta real de que disposem.

8.4.1. Identificació dels nous punts òptims estacionaris

Aquest nou model presenta nous punts òptims estacionaris, per trobar-los s'ha resolt el següent problema d'optimització amb la funció *fmincon* de Matlab:

$$\min J = x_1^2 + cx_2^2 + p \frac{V_{min}}{A(x_3+x_4)}$$

Subjecte a:

$$\begin{aligned} -\frac{a_1(h_1-0.5955)+1.3104 \cdot 10^{-4}}{A} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3(h_3-0.5384)+9.2673 \cdot 10^{-5}}{A} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_a q_a}{A3600} &= 0 \\ -\frac{a_2(h_2-0.6616)+1.5074 \cdot 10^{-4}}{A} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4(h_4-0.7682)+8.8164 \cdot 10^{-5}}{A} \sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_b q_b}{A3600} &= 0 \\ -\frac{a_3(h_3-0.5384)+9.2673 \cdot 10^{-5}}{A} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_b)q_b}{A3600} &= 0 \\ -\frac{a_4(h_4-0.7682)+8.8164 \cdot 10^{-5}}{A} \sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_a)q_a}{A3600} &= 0 \end{aligned}$$

$$0 \leq q_i(k) \leq 2.5 \quad \text{per } i = \{a, b\}$$

$$0.2 \leq h_i(k) \leq 1.2 \quad \text{per } i = \{1, 2, 3, 4\}$$

on els coeficients a_1 , a_2 , a_3 i a_4 són els mateixos que pel model continu.

Resolent aquest problema d'optimització donats els valors de c i p vistos obtenim els punts òptims estacionaris, que estan en la Taula 8.1.

Preus	h_1	h_2	h_3	h_4	q_a	q_b
c = 1, p = 20	0.5037	0.5679	0.3905	0.5294	1.9104	1.9534
c = 1, p = 30	0.6718	0.7758	0.5842	0.5919	2.0199	2.0518
c = 1, p = 20	0.3562	0.4016	0.2761	0.3744	1.6064	1.6426
c = 1.5, p = 20	0.3953	0.5828	0.2184	1.0926	2.2312	1.4610
c = 1, p = 40	0.7757	0.8958	0.6746	1.0340	2.1705	2.2048
c = 0.5, p = 10	0.5386	0.4054	0.8132	0.2000	1.1742	2.4206

Taula 8.1: Punts òptims de treball en règim permanent per el model identificat

8.5. Controlador definitiu

Degut a les diferències entre el model de referència emprat en el control i la planta real, els punts òptims estacionaris emprat en el control no són els mateixos que els de la planta real, i s'ha decidit reduir el pes del control MPC estàndard a partir de la funció Sigmoide. La nova configuració utilitzada està en la Taula 8.2.

Paràmetre	Valor
χ	1.5
β	20
ϵ	0.175
ν	0.5

Taula 8.2: Configuració de la funció Sigmoide del controlador final

En la Figura 8.7 podem veure com la corba resultant de la funció Sigmoide ha guanyat per el control EMPC (i en conseqüència n'ha perdut el control MPC estàndard) comparat amb la corba utilitzada en la Fase 1.

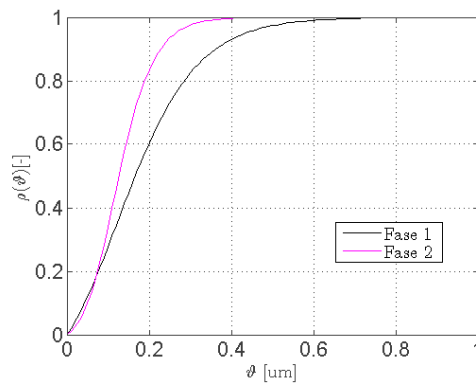


Figura 8.7: Comparativa funcions Sigmoide

Per una altra banda s'ha vist en les simulacions que amb el nou model i els seus punts òptims estacionaris que porten les altures d'aigua a alguns límits d'operació, i apareix un problema que no s'havia vist en la Fase 1, i és que quan en la

optimització és dona el cas de que en algun moment de l'horitzó de predicció se sobrepassen les barreres, i per tant les restriccions suau actuen, el gradient que és genera és molt gran i s'allunya molt del punt òptim, tant que és incapaç de tornar ja que el nombre d'iteracions està limitat. Per això s'han modificat les restriccions suaus reduint la penalització. Les noves restriccions suaus són les següents:

$$J_P(h_i(k)) = \begin{cases} 2.5 | 0.2 - h_i(k) | & \text{si } h_i(k) < 0.2 \\ 0 & \text{si } 0.2 \leq h_i(k) \leq 1.2 \text{ per } i = \{1, 2, 3, 4\} \\ 2.5 | h_i(k) - 1.2 | & \text{si } 1.2 < h_i(k) \end{cases}$$

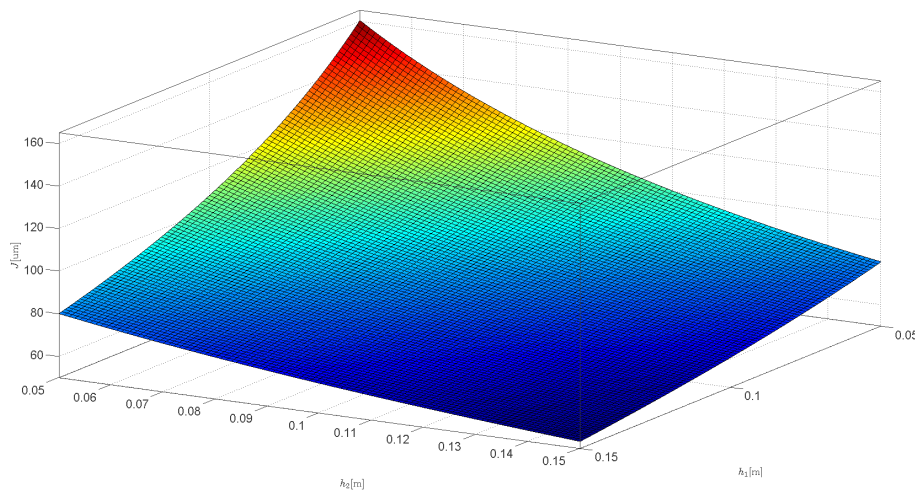


Figura 8.8: Valor de la funció de cost i la funció de penalització modificada al superar les restriccions d'operació inferiors

En la Figura 8.8 podem veure (on la funció objectiu està formada per la part del nivell dels dos dipòsits inferiors i les penalitzacions dels dos dipòsits inferiors) que tot i reduir la penalització de la violació de les restriccions d'operació continua sent més econòmic no superar-les en el cas de les inferiors. En canvi en el cas de les restriccions superiors, en la Figura 8.9 si que és veu com és més òptim superar-les, tot i que s'ha de tenir en compte que s'ha d'afegir els cabals d'aigua presents en la funció de cost i les penalitzacions de la violació d'operació corresponent als dos dipòsits superiors, amb els quals pot ser que momentàniament i mínimament

econòmic superar-les, però no per al no tenir punts òptims estacionaries en elles no és econòmic superar-les gaire temps.

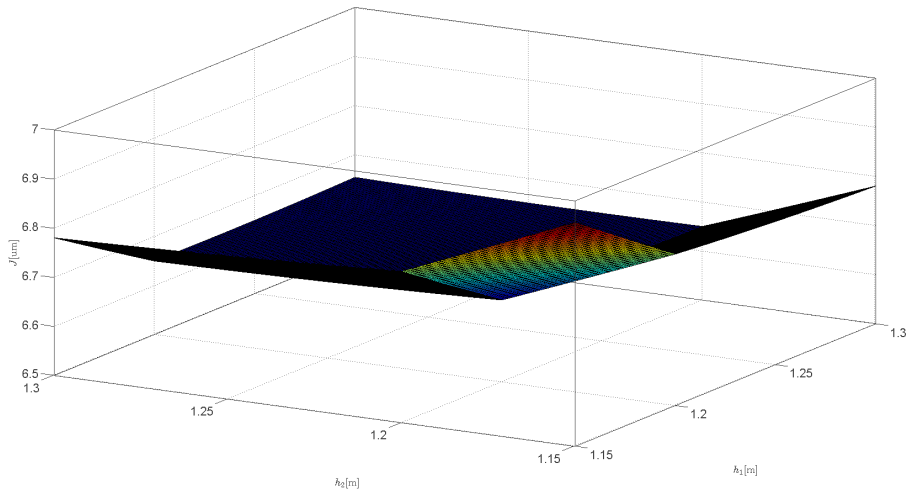


Figura 8.9: Valor de la funció de cost i la funció de penalització modificada al superar les restriccions d'operació superiors

També s'ha afegit un generador de referències propi dins del controlador per donar al controlador els nous punts de referència calculats. S'ha de tenir en compte que en el primer tram de 200 segons les referències a seguir han de ser les mateixes que les proporcionades per el Comitè.

8.6. Resultats del controlador definitiu

Els resultats obtinguts per el controlador definitiu sobre la planta real ha obtingut un índex ID de 487.8 μm , i s'ha detectar un error en les referències consignades de les referències de cabals en un tram que probablement corregit hauria disminuït el ID .

En la Figura 8.10 s'observen les accions de control generades durant la prova final del controlador, en elles és pot observar una gran oscil·lació en el segon tram

Capítol 8

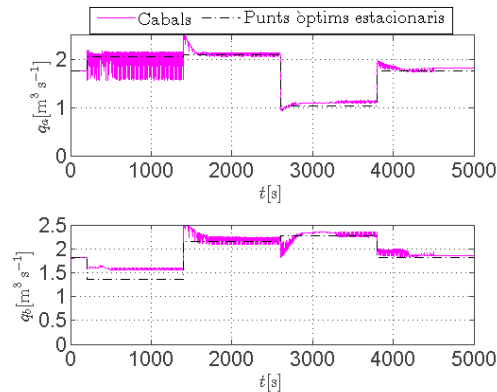


Figura 8.10: Accions de control obtingudes de la prova final sobre la planta real

de la prova, que és on s'ha produït l'error en la generació de les referències de les accions de control, que ha portat que el control EMPC generes unes accions de control molt diferents que les originades per el control MPC estàndard. En la resta de la prova s'observa el comportament ja vist, on les accions de control van cap al punt estacionari, i és queden al voltant d'aquest punt, on les diferències entre la generació de accions de control dels dos controls provoquen les petites oscil·lacions.

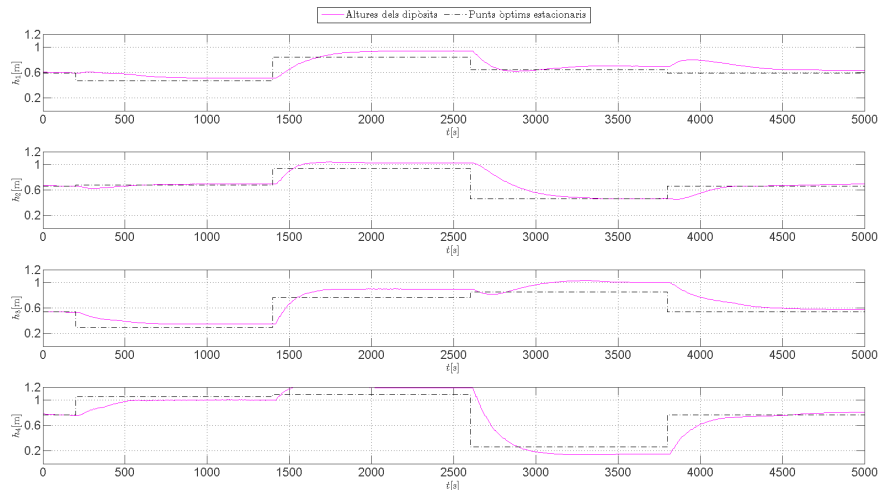


Figura 8.11: Altures obtingudes de la prova final sobre la planta real

En la Figura 8.11 hi ha l'evolució dels quatre dipòsits en la prova final on s'observa

una gran millora respecte al test realitzat. Tot i que no s'aconsegueixi arribar els nous punts òptims estacionaris generats, degut a que tot i que el sistema identificat és superior a l'original, l'escàs nombre de dades per realitzar-lo, i la complexitat del sistema real fan que encara hi apareguin importants diferències. Al igual que en la simulació el control dels dipòsits superior queda en segon pla, al no aparèixer en les funcions objectiu dels controladors (excepte per la violació de les restriccions).

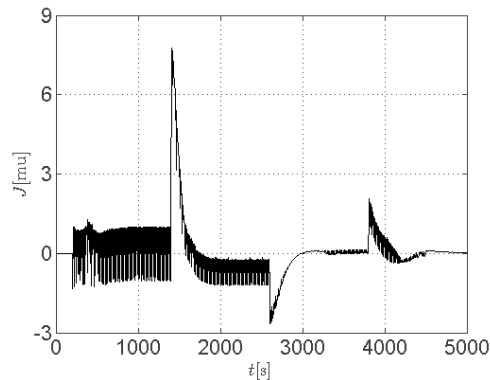


Figura 8.12: Corba de l'avaluació obtinguda de la prova final sobre la planta real

En la Figura 8.12 podem observa l'evolució del índex ID durant la prova final, on s'observa una gran oscil·lació en el primer tram que es realitza l'avaluació provocada per l'error en les referències. En el segon tram també s'observa un important oscil·lació degut a la reducció del pes en el MPC estàndard, i com en conseqüència el sistema canvia molt ràpidament d'un control a un altre. Al igual que en el test la estabilització del sistema en els punts estacionaris no porta al nivell d'avaluació 0 del ID sinó que és queda al voltant d'aquest.

8.7. Conclusions de la Fase 2

S'ha vist com la planta real té un comportament molt més complex que el vist en el model matemàtic, especialment en els orificis equivalents de sortida d'aigua on s'ha vist que presenten un comportament no lineal que ha comportat la utilització

d'un multi-sistema per realitzar una aproximació acurada.

Degut a les diferències entre la planta real i el model identificat, els punts òptims estacionaris són diferents i per tant el seguiment d'aquest punts de referència ja no és tant important com el camí que per arribar a aquests.

La funció Sigmoide ha permès modificar fàcilment la corba de pesatge per adaptar-se a les necessitats de la planta real, que en aquest cas han estat un augment del ús de la part EMPC.

La estimació d'estats s'ha hagut d'implementar de manera subòptim degut a què per una banda el model és no lineal, i per l'altra degut a les diferències entre el model utilitzat (que ha més està discretitzat) i la planta real.

9. Pressupost

En el pressupost d'aquest treball és tenen en compte els elements necessaris per realitzar la participació i execució en el concurs amb que està basat, i per tant el cost de la planta real on és realitzà la Fase 2 del sistema no és contempla.

El pressupost resultant està en la Taula 9.1.

Element	Cost unitari	Unitats	Cost
Personal	12 €/h	240 h	2880 €
Ordinador	500 €	1 u	500 €
Llicencia Matlab	2000 €	1 u	2000 €
Llicencia Simulink	3000 €	1 u	3000 €
Llicencia Toolbox optimització	1150 €	1 u	1150 €
Cost total			9530 €

Taula 9.1: Pressupost del estudi

10. Impacte ambiental

Degut a que aquest treball està enfocad a un exercici de control i identificació per un cas hipotètic i que no és busca substituir o implantar de forma real, l'impacte ambiental és inexistent.

11. Conclusions

S'ha observat de forma pràctica que el sistema és dissipatiu, i que en conseqüència apareixen estats òptims estacionaris. També s'observa que la planta és estable.

El control EMPC en el sistemes dissipatius genera un control subòptim degut a la propietat turnpike. La combinació dels controls econòmic i estàndard MPC han demostrat ser una bona combinació davant de sistemes que presenten la propietat turnpike, i disposen d'un temps limitat per aplicar el control. La funció Sigmoide també s'ha mostrat molt útil gracies a la seva flexibilitat en la personalització d'aquesta.

La solució de control utilitzada requereix de conèixer prèviament els valors de les variables econòmiques per obtenir els punts òptims estacionaris.

El sistema real utilitzat presenta grans discrepàncies respecte el model matemàtic original, que amb la identificació del orificis equivalents de descàrrega a partir d'un multi-sistema s'ha aconseguit aproximar bastant bé. També s'observa que el control resultant és molt dependent de la qualitat del model utilitzant en el control.

El concurs amb que s'ha basat aquest estudi ha presentat diferents problemes a resoldre en les dues fases de que ha constatat, tals com el control òptim, l'estimació de paràmetres i models, etc., i que són presents en molts situacions pràctiques reals.

Bibliografia

- [1] D. Angeli, R. Amrit, and J.B. Rawlings. On average performance and stability of economic model predictive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(7):1615–1626, 2012.
- [2] L. Fagiano and A.R. Teel. Generalized terminal state constraint for model predictive control. *Automatica*, 49(9):2622–2631, September 2013.
- [3] L. Grüne. Economic receding horizon control without terminal constraints. *Automatica*, 49(3):725–734, March 2013.
- [4] K.H. Johansson. The quadruple-tank process: a multivariable laboratory process with an adjustable zero. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8(3):456–465, May 2000.
- [5] K. Ogata. *Ingeniería de Control Moderna*. Pearson, 3 edition, 1998.
- [6] M.D. Patil, P.G. Patil, and Patil R.S. Multivariable control system design for quadruple tank process using quantitative feedback theory (QFT). *ACEEE International Journal on Control System and Instrumentation*, 1(1):16–20, 2010.
- [7] S.J. Qin and T.A. Badgwell. A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, 11(7):733 – 764, 2003.
- [8] D. Rosinová and M. Markech. Robust control of quadruple-tank process. *ICIC Express Letters*, 2(3):231–238, 2008.

- [9] D. Rotondo, F. Nejjari, and V. Puig. Quasi-LPV modeling, identification and control of a twin rotor MIMO system. *Control Engineering Practice*, 21(6):829–846, June 2013.
- [10] J.O. Trierweiler. Application of the RPN methodology for quantification of the operability of the quadruple-tank process. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 19(02):195–206, 2002.