

## Resumen

Este trabajo presenta las consecuencias de incorporar un elemento elástico al actuador de una ortesis activa de rodilla. Para ello, se realiza el análisis dinámico de un modelo biomecánico con distintos diseños para el sistema de actuación de la ortesis de rodilla integrada. Con la finalidad de estudiar las ventajas y desventajas debidas a su incorporación, se determina la dinámica de cada diseño y se realiza una comparación sobre los parámetros relevantes en el ámbito.

El estudio se enmarca en un proyecto en el que se ha desarrollado un prototipo de una ortesis activa de rodilla y tobillo con control de apoyo (Stance-Control Knee-Ankle-Foot Orthosis) para asistir la marcha de lesionados medulares incompletos.

Para la realización de los diseños del sistemas de actuación es necesario conocer las especificaciones mecánicas, que son los esfuerzos articulares que realiza una persona sana al caminar, y el rango de trabajo en el que se suelen emplear los elementos elásticos. Para ello, después de realizar una búsqueda bibliográfica sobre el estado del arte de ensayos en distintos tipos de dispositivos ortésicos, se realiza un estudio de la marcha humana a partir de la captura en el Laboratorio de Biomecánica de ETSEIB (Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona) realizada por Arroyo [2011] basándose en el modelo similar al de Sistiaga [2012].

El trabajo incluye una breve explicación teórica sobre la biomecánica de la marcha humana y los cálculos utilizados durante el proyecto. Además, comprende parte del proceso requerido en cualquier estudio biomecánico: el análisis cinemático inverso del sistema a partir de los datos de la captura del movimiento con el que se obtienen los ángulos que orientan los distintos sólidos que conforman el sistema, y el análisis dinámico inverso con el que se obtiene el torsor muscular necesario en cada articulación que permite la cinemática impuesta. Una vez obtenidos los datos que definen el movimiento de la ortesis, se trata de efectuar un estudio preliminar de comparación entre distintos diseños encontrados en la literatura científica (implementación de modelos en el software MATLAB).

Para poder cumplir con el plazo previsto se han realizado simplificaciones tanto en los cálculos de los distintos diseños de ortesis como en el modelo de la pierna. Sin embargo, a partir del modelo propuesto, se pueden realizar estudios de sensibilidad de distintos parámetros, que con modelos más complejos supondrían un alto coste computacional. Precisamente por ese motivo, no se ha escogido un diseño concreto (ni un valor concreto de  $k$ ), unicamamente se han analizado las mejoras que ofrece la incorporación del elemento elástico.



# Sumario

<b>RESUMEN</b>	<b>1</b>
<b>SUMARIO</b>	<b>3</b>
<b>1. PREFACIO</b>	<b>5</b>
1.1. Motivación y situación actual .....	6
<b>2. INTRODUCCIÓN</b>	<b>7</b>
2.1. Objetivos del proyecto.....	7
2.2. Alcance del proyecto.....	8
<b>3. ESTADO DEL ARTE</b>	<b>9</b>
3.1. Exoesqueletos y ortesis activas .....	9
3.1.1. Ortesis para la extremidad inferior.....	10
3.2. SEA (Serie Elastic Actuator) .....	12
3.2.1. Ventajas que puede incorporar un SEA .....	12
<b>4. BIOMECÁNICA DE LA MARCHA HUMANA</b>	<b>14</b>
4.1. Planos de referencia .....	15
4.2. Características de la marcha .....	16
4.3. El ciclo de marcha.....	17
4.4. Intervención muscular .....	19
4.5. Intervención de los tendones .....	20
4.6. Uso de tendones robóticos para la asistencia en marcha humana .....	21
4.6.1. Tendón robótico.....	21
4.6.2. Análisis de un tendón robótico.....	22
<b>5. ANÁLISIS DINÁMICO DE UNA PIERNA</b>	<b>24</b>
5.1. Teoremas vectoriales.....	24
5.1.1. Teorema de la cantidad de movimiento (TMC) .....	24
5.1.2. Teorema del momento cinético (TMA) .....	25
<b>6. ANÁLISIS ENERGÉTICO DE UNA PIERNA</b>	<b>31</b>
6.1. Balance de potencia.....	31
6.1.1. Cálculo de $\dot{T}_R$ .....	35
6.1.2. Cálculo de $\dot{U}_R$ .....	36

6.1.3. Incorporación de un elemento elástico .....	36
6.2. Balance de energía.....	39
<b>7. PRESENTACIÓN DE MODELOS</b> .....	<b>41</b>
<b>8. PATRÓN DE MARCHA</b> .....	<b>44</b>
8.1. Patrón cinemático: captura y procesado de datos .....	44
8.1.1. Análisis cinemático .....	46
8.2. Patrón dinámico: datos experimentales y dinámica inversa .....	55
8.2.1. Parámetros antropométricos del modelo.....	55
8.2.2. Evolución de las fuerzas de contacto .....	57
8.2.3. Dinámica inversa: cálculo del tursor en las articulaciones.....	59
<b>9. OPTIMIZACIÓN DE LA ACTUACIÓN EN LA RODILLA</b> .....	<b>63</b>
9.1. Actuador rígido .....	63
9.2. Incorporación de RSEA .....	65
9.3. Incorporación de SEA.....	68
9.4. Diseños encontrados en la literatura .....	71
9.4.1. Primer diseño 1 (Sistema a partir de dos SEAs no lineales antagonistas).....	71
9.4.2. Segundo diseño: AMASC .....	77
<b>10. PLANIFICACIÓN TEMPORAL Y COSTES</b> .....	<b>81</b>
<b>12. IMPACTO MEDIAMBIENTAL</b> .....	<b>82</b>
<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>83</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	<b>85</b>



# 1. Prefacio

Este trabajo de final de grado que tiene por título “Análisis de las consecuencias de asociar un elemento elástico al actuador de una ortesis activa de rodilla” se ha llevado a cabo en el departamento de Ingeniería Mecánica de l’Escola Tècnica Superior d’Enginyeria Industrial de Barcelona (ETSEIB).

El trabajo que se presenta es una posible continuación de varios trabajos previos en los que inicialmente se construyó un primer prototipo de ortesis activa tipo SCKAFO (Proyecto Final de Estudios del Máster en Ingeniería Biomédica por parte del alumno Guillermo Arroyo [2011]) que se fue redefiniendo con trabajos posteriores. Este primer trabajo se enmarcaba en un proyecto de ámbito nacional de I+D titulado “*Aplicación de técnicas de dinámica multicuerpo al diseño de ortesis activas para ayuda a la marcha*” (Ref. DPI2009-13438-C03-01).

El proyecto mencionado fue aprobado por el ministerio de ciencia e innovación durante el periodo 2010-2012. Se llevó a cabo de forma coordinada entre el departamento de Ingeniería Mecánica de la UPC, el Laboratorio de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Coruña y el Departamento de Ingeniería Mecánica, energética y de Materiales de la Universidad de Extremadura. El investigador principal del proyecto fue el Dr. Javier Cuadrado Aranda de la Universidad de La Coruña [1].

Posteriormente, el Ministerio de Economía y competitividad abrió un nuevo proyecto (2013-1015) con la finalidad de desarrollar un programa de simulación de la marcha para lesionados medulares incompletos que facilite el diseño de dispositivos asistenciales. Este proyecto responde al título de “*Diseño de una ortesis activa innovadora para la marcha de lesionados medulares incompletos mediante métodos de análisis y predicción de movimiento y modelos músculo-esqueléticos complejos*”.

Estos proyectos se dividen en diversas ramas que reparten el trabajo entre las distintas universidades. La UPC realiza el estudio biomecánico y diseño mecánico. La Universidad de La Coruña se encarga de la simulación dinámica multicuerpo. Y finalmente, la Universidad de Extremadura se encarga del diseño del sistema de control del modelo elegido.

## 1.1. Motivación y situación actual

Este apartado presenta la motivación por la que se ha optado por dicha temática para la realización del Trabajo de Final de Grado y una idea general sobre la situación actual de investigación y desarrollo en la que se encuentra los dispositivos para la asistencia de la marcha humana.

Los músculos y tendones del cuerpo humano se encargan del accionamiento y control del movimiento de las articulaciones a las que se encuentran fijados. Estos elementos, aparte de actuar sobre la articulación en cuestión, ofrecen elasticidad al movimiento. Es ésta segunda característica la que adquiere importancia actualmente en el mundo de los robots biomecánicos.

Durante estos últimos años, en lo referente al diseño de dispositivos exoesqueléticos, se han estado incorporando, cada vez más, sistemas elásticos con el objetivo de imitar el comportamiento natural del cuerpo humano y optimizar así, su sistema de actuación. Se ha comprobado que la incorporación de este tipo de elementos puede lograr diferentes ventajas como un control más sencillo del movimiento, una disminución del pico de potencia necesaria del motor y cierto aislamiento entre los componentes del dispositivo durante el impacto de la ortesis contra el suelo al andar.

Este tipo de mejoras hacen del dispositivo un producto con mayor competitividad en el mercado. Sin embargo, se solicita realizar un estudio previo de los parámetros de diseño del actuador elásticos en función de las características del patrón cinemático (usuario al que se dirige y funcionalidad necesaria) siguiendo las tendencias de los últimos dispositivos exoesqueleticos con el objetivo de mejorar su eficiencia.

Se ha considerado que el estudio de la incorporación de dichos elementos en el sistema de actuación de la ortesis para proyecto nacional en el que se enmarca el Trabajo, logra acercar el diseño del sistema de actuación al funcionamiento real entre musculo-hueso-tendón. Por consiguiente, esto puede significar un gran avance en la competitividad del dispositivo puesto que le permite cumplir con los requisitos del sistema y del usuario.

## 2. Introducción

La marcha humana es un movimiento complejo que involucra la actividad de numerosos grupos musculares, huesos y tendones, que controlan la estabilidad del sujeto y minimizan el coste metabólico de transporte del cuerpo. Andar es un movimiento vital a lo largo del día de cualquier ser humano, pero desafortunadamente existe un gran número de personas que no contemplan esa opción, y o no conservan la movilidad del tren inferior o tienen grandes dificultades para realizar un patón de movimiento normal.

Las alteraciones en la armonía y ritmo de este movimiento conllevan un coste energético añadido y cierta dificultad para desplazarse que, en ocasiones, puede significar una discapacidad en el individuo frente al resto de la población. Aquellas personas que poseen las extremidades inferiores pero no disfrutan de la capacidad de realizar un movimiento normal con ellas, necesitan sistemas de soporte y actuación exterior (ortesis) que asista su movimiento y facilite consecuentemente, su día a día.

### 2.1. Objetivos del proyecto

Éste Trabajo de Final de Grado tiene como objetivo principal el análisis de distintos diseños de actuadores para una ortesis activa de rodilla que permitan observar qué tipo de mejoras puede aportar la inserción de elementos elásticos en el sistema de actuación.

Además de ilustrar las ventajas y desventajas de la incorporación de dichos elementos, se pretende asumir otros objetivos como:

- Adquirir un conocimiento básico sobre la metodología y los dispositivos utilizados en el análisis de la marcha humana, así como una ligera idea sobre la evolución que han sufrido los sistemas de actuación en los últimos años.
- A partir de una captura de movimiento hecha en el laboratorio, realizar el análisis cinemático y resolver el problema de dinámica inversa para obtener los parámetros de entrada de la ortesis, que definirán el patrón cinemático a ejecutar.
- Llevar a cabo también, un estudio general de viabilidad del proyecto en los términos social, económico y ambiental.

## 2.2. Alcance del proyecto

El alcance del proyecto queda determinado por el plazo de entrega del trabajo y las restricciones encontradas en el material utilizado (software MATLAB).

Por ese motivo, no se ha podido llevar a cabo la captura del movimiento y se ha utilizado una realizada en trabajos precedentes enmarcados en el mismo proyecto nacional [Arroyo 2011, Sistiaga 2012].

Este trabajo contempla el estudio previo del estado del arte de distintos sistemas ortésicos, así como la teoría general sobre la biomecánica de la marcha humana y la metodología utilizada para realizar los cálculos necesarios en el análisis de los datos obtenidos en la captura.

Del mismo modo, abarca un estudio previo sobre distintos diseños de sistemas de actuación con los que se realizan comparaciones sobre parámetros relevantes. Estos parámetros permiten observar la sensibilidad del sistema frente a la incorporación de elementos elásticos, pero debido a las simplificaciones e hipótesis consideradas, no se elige un diseño definitivo, ni una constante  $k$  óptima para los muelles.

### 3. Estado del arte

En este apartado se describe el estado del arte de los exoesqueletos y ortesis activas junto a los avances obtenidos con la incorporación de elementos elásticos a sus sistemas de actuación. Se realiza una introducción sobre el origen de estos dispositivos para posteriormente explicar su clasificación y los sistemas más significativos existentes en la actualidad.

Debido a la gran variedad de exoesqueletos y ortesis activas existentes, únicamente se ofrece una idea general sobre las posibilidades que ofrece su campo de investigación. Esta sección se centra en la aportación científica obtenida a partir de la inserción de elementos elásticos a sus sistema de actuación, concretamente en los SEAs (Serie Elastic Actuator).

#### 3.1. Exoesqueletos y ortesis activas

Se considera que la primera ocasión en la que se denominó a ciertos sistemas con el nombre de exoesqueletos fue a finales de los 60 con fines militares en Estados Unidos y Yugoslavia [2].

Cuando se habla de un exoesqueleto se hace referencia a un sistema de actuación externo activo que se ajusta a su usuario y actúa de forma coordinada con propios movimientos de éste. La gran diferencia entre exoesqueletos y ortesis activa se encuentra en el tipo de persona que hace uso de estos dispositivos. El primero suele ser utilizado para aumentar las capacidades en personas sanas, mientras que el término de ortesis activa, hace referencia a dispositivos de mismo estilo destinados a mejorar las capacidades en personas que sufren alguna patología o discapacidad.

Consecuentemente, ambos tipos de dispositivos comparten ciertas características en cuanto al diseño (compatible con el usuario) y los retos que aparecen para el sistema de control.

La gran diferencia se encuentra en las especificaciones mecánicas puesto que los exoesqueletos están dirigidos a personas sanas, y por tanto, pueden realizar esfuerzos importantes y el peso del dispositivo no es un término crítico en el diseño del sistema. Por lo contrario, las ortesis asisten a gente con alguna discapacidad y por tanto, deben realizar esfuerzos mínimos para no entrar en conflicto con el sujeto, y en esta ocasión, el peso sí es un factor imprescindible a optimizar.

### 3.1.1. Ortesis para la extremidad inferior

En 1942 queda referenciado el primer dispositivo ortésico activo controlable. Consistía en un sistema que se accionaba hidráulicamente y asistía el movimiento en la zona superior de la pierna (cadera y rodilla) controlado con la obertura de válvulas a partir de cables [3]. Posteriormente, la Universidad de Belgrado, durante los años 70, presentó el primer prototipo de dispositivo exoesquelético. Vukobratovic y su equipo de investigación, realizaron un exoesqueleto de cuerpo completo dirigido a personas parapléjicas. El sistema no obtuvo la respuesta esperada en el mercado puesto que posibilitaba únicamente movimientos predefinidos y limitaba su utilización [4,5].

Existe una clasificación general para las distintas ortesis en función de la articulación que accionan [6]. En cuanto al tren inferior, existen las llamadas AFO (Ankle Foot Orthosis) para denominar ortesis tipo extremidad inferior basadas en el movimiento del tobillo. Su función se limita a la corrección del ángulo relativo entre el pie y la pierna con la finalidad de evitar una flexión plantar excesiva [7,8]. Una variante de éstas son las KAFO (Knee Ankle Foot Orthosis), que incluyen la articulación de la rodilla y acostumbran a estar dirigidas a paciente con un nivel de discapacidad mayor (ausencia parcial o total del control muscular) [9].

El primer prototipo construido en el departamento de Ingeniería Mecánica de la ETSIEB para el proyecto en el que se enmarca este trabajo fue un tipo de ortesis activa llamada SCKAFO (Stance Control Knee Ankle Foot Orthosis). Estas ortesis permiten el libre movimiento de la rodilla durante la fase de balanceo y controlan la flexión de la articulación durante la fase de apoyo [10]. La ortesis bloquea el movimiento de la rodilla cuando el pie entra en contacto con el suelo y, desbloquea y se inicia la extensión de rodilla de la pierna contraria al iniciar la fase de balanceo. Así sucesivamente, se alterna el movimiento de ambas piernas a partir de su actuación. Puesto que el esfuerzo máximo realizado por la rodilla se produce durante la fase de apoyo (periodo en el que la ortesis ofrece resistencia), el uso de este tipo de sistemas de control permite la incorporación de motores con menor potencia. Sin embargo, el hecho de impedir el movimiento de una articulación puede generar patrones cinemáticos poco naturales e incomodidades en el usuario.

Con el propósito de reducir el coste energético en la marcha, se han realizado diseños similares orientados hacia la rehabilitación y asistencia del movimiento individualizado en la rodilla en personas sanas. Un ejemplo es el "Roboknee" [11] y la ortesis activa de tobillo AAFO [12].

Existen también ortesis más completas, que actúan sobre la cadera e introducen el control de su movimiento a partir de un soporte pélvico y soportes para los muslos. Las HKAFO (Hip Knee Ankle Foot Orthosis) suelen ser de carácter fisioterapéutico y su finalidad es favorecer la rehabilitación para personas lesionadas. Además, puede permitir que personas sin movilidad en el tronco inferior pueda mantenerse en pie y caminar con ayuda externa.

Actualmente, la mayoría de sistemas ortésicos, utilizan patrones predefinidos de movimientos y momentos impuestos en las articulaciones que, a partir de técnicas de control clásicas o basadas en la actividad eléctrica muscular, puedan coordinar el sistema músculo-esquelético humano y la ortesis [13].



**Figura 3.1** Prototipo de ortesis activa en la rodilla (segundo modelo construido por el Departamento de Mecánica de la ETSEIB).

La literatura refleja la evolución y la diversidad existente de los sistemas de actuación para estos dispositivos. Desde actuadores eléctricos lineales y rotativos, hasta la implementación con músculos neumáticos artificiales (“McKibben Muscles”) [14]. Posiblemente, el prototipo más relevante que ejemplifica este último tipo de actuación es un diseño de ortesis tipo KAFO [15]. El prototipo comentado dispone de varios músculos neumáticos encargados de la flexión y extensión del tobillo y la rodilla. Su funcionamiento se asemeja al de los pares efectuados por los musculo agonista-antagonista del cuerpo humano, en el que se alterna el movimiento de ambos y su contracción genera un momento en la articulación en un sentido u otro.

Cualquier prototipo de ortesis puede destinarse al soporte de partes del cuerpo deshabilitadas o paralizadas (dispositivos pasivos), o destinados a asistir al movimiento de algunas articulaciones a partir de sistemas motorizados (dispositivos activos). Por esta razón, existe otra clasificación para las ortesis en función del sistema de control del movimiento en las articulaciones. En los sistemas activos es necesaria cierta alimentación, mientras que los sistemas pasivos, no se requiere alimentación externa puesto que aprovechan el propio movimiento para generar fuerzas, esto ocurre con los muelles.

La tendencia en los últimos años es combinar elementos activos y pasivos en un mismo sistema, como son los SEAs (Serie Elastic Actuator) para optimizar su funcionamiento. Este tipo de sistemas de actuación es en el que se basa este trabajo. Posteriormente se detalla el funcionamiento y las ventajas de su uso.

## 3.2. SEA (Serie Elastic Actuator)

Cuando se coloca un elemento elástico en serie con el sistema de actuación se denomina o se conoce como SEA. Se trata de un actuador tradicional con motor y tren de engranajes en el cual se incorpora un elemento elástico entre la carga y el tren de engranajes.

Un ejemplo de este tipo de actuación se puede encontrar en el prototipo desarrollado en Berkeley que actúa sobre la rodilla con un RSEA (Rotary Serie Elastic Actuator) [16].

### 3.2.1. Ventajas que puede incorporar un SEA

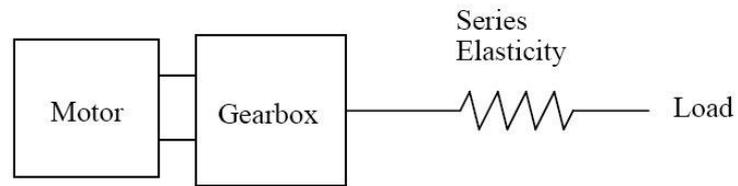
Como se ha propuesto en el apartado anterior, la introducción de elementos elásticos en sistemas de actuación ofrece múltiples ventajas. En este apartado, se trata de comentar algunas de las más notables en el caso concreto de la incorporación de SEAs [17,18].

Una de las ventajas principales es la mejora del control del dispositivo. El control del movimiento de la ortesis se realiza a través de la fuerza y momento que se generan en la articulación. Los muelles son transductores de fuerza, es decir, que se puede medir la fuerza que realiza el actuador midiendo la deformación que se consigue en el elemento elástico, de modo que, indirectamente, se efectúa un control de posición. Este tipo de control es más sencillo, y por tanto, se obtiene un funcionamiento más preciso del movimiento que elabora el dispositivo.

Otra ventaja a tener en cuenta es su funcionalidad como filtro de golpes y movimientos bruscos para el motor. Se considera de gran importancia aislar el motor de posibles impactos debidos a un movimiento brusco de éste puesto que la relación entre el momento que realiza el motor sobre la carga puede magnificarse considerablemente. La incorporación de un muelle entre la carga y el tren, interviene en la reducción de impactos existentes entre los dientes de los engranajes de transmisión que posibilita el uso de engranajes menos precisos y más baratos.

En estudios de prótesis avanzadas con actuación de elementos elásticos se ha comprobado que al incorporar elementos elásticos en serie con el actuador se puede conseguir ahorros energéticos y de potencia considerables para el dispositivo si se estudia el diseño correctamente y se escoge la rigidez adecuada para el elemento en dicha articulación [19,20, 21]. El hecho de necesitar menos potencia en el dispositivo permite el uso de motores menor peso, y por tanto, una reducción del peso total del dispositivo. El hecho de reducir la energía consumida implica un aumento en la autonomía para el

dispositivo. Tanto la reducción del peso como el aumento de autonomía son ventajas de gran relevancia en este ámbito para conseguir una ortesis que sea realmente funcional.



**Figura 3.2** Esquema de un Serie Elastic Actuator [22].



**Figura 3.3** Ejemplo de actuador elástico en serie [23].

## 4. Biomecánica de la marcha humana

La marcha humana es un patrón recurrente de movimientos y rotaciones ejecutadas por las extremidades inferiores y el tronco que determinan un desplazamiento del centro de gravedad en una dirección [24]. Intervienen también, las fuerzas que recaen sobre la articulación de la cadera y sobre el punto de contacto existente entre el pie y el suelo. El movimiento que se realiza es semiautomático y contempla unos objetivos básicos: minimizar el gasto energético, mantener el equilibrio del individuo y permitir la continuidad del movimiento de forma coordinada.

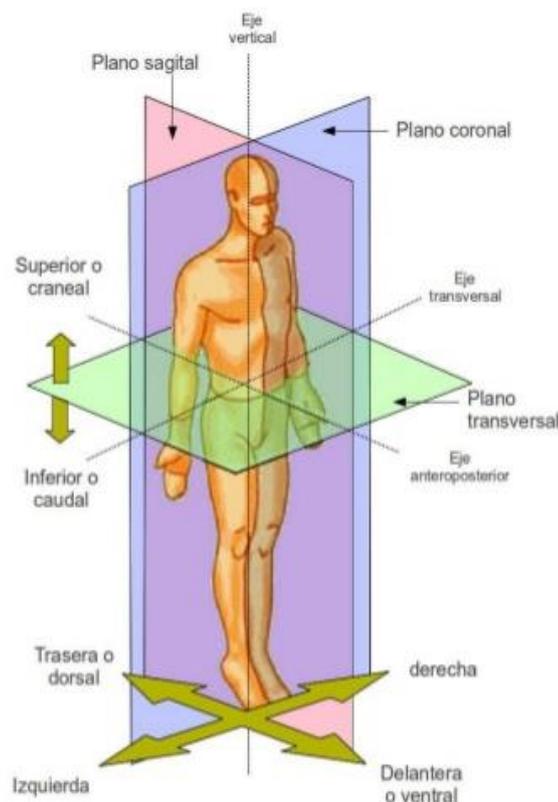
Más que la progresión de un reflejo innato del ser humano, la marcha es una actividad aprendida durante los primeros años de vida. Cualquier niño experimenta con su sistema neuromuscular y esquelético, hasta llegar a integrar esta actividad de forma involuntaria. Esta actividad puede ir evolucionando a lo largo de los años y no es hasta los 8 años que se definen las características de la marcha que dicha persona mostrará en la edad adulta. Algunas variables pueden depender del crecimiento del individuo y hasta los 15 pueden existir pequeñas variaciones. Pese al carácter individual de este proceso, existen tales semejanzas entre sujetos que puede hablarse de un patrón característico de marcha humana normal. Este patrón varía según las circunstancias en las que el sujeto se encuentre, como la velocidad al andar, la inclinación del suelo,... pero sobre todo bajo condiciones patológicas o malos hábitos que pueda tener.

Puesto que es fenómeno periódico, siempre se hace referencia a él en términos de porcentajes sobre un ciclo completo. Un ciclo que implique el movimiento completo para ejecutar lo que se conoce como la acción de andar, se define para una sola pierna y suele iniciarse con el contacto del pie, talón, con el suelo. El fin de un ciclo concluye cuando el mismo pie llega a la misma posición por segunda vez. Típicamente, para ilustrar un patrón normal de marcha se considera la cinemática y la dinámica del tobillo, es decir, tanto la evolución de su trayectoria a lo largo del tiempo como las fuerzas que originan sus cambios de estado correspondientes.

A continuación, se realiza una breve descripción de las convenciones en cuanto a los planos corporales y direcciones de referencia que se utilizan en los estudios de marcha. También se repasan algunas de las características determinantes de un ciclo de marcha. Posteriormente, se especifica el papel que juegan los músculos y los tendones en este proceso.

## 4.1. Planos de referencia

Para cualquier tipo de estudio biomecánico se utiliza un mismo sistema de planos de referencia. El sujeto, apoyado únicamente en ambas plantas del pie y en disposición erguida es determinado a partir de tres planos: el plano sagital, frontal y transversal. Cada uno de estos planos fracciona el cuerpo en dos partes. El **plano sagital**, divide al individuo en parte derecha y parte izquierda, el **plano frontal**, en parte delantera o ventral y trasera o dorsal, y el plano transversal, separa el cuerpo en parte superior o craneal e inferior o caudal. Estas direcciones de referencia son perpendiculares al plano correspondiente y paralelas al sentido de cada uno de los ejes de referencia. A continuación en la Figura 4.1 se ilustran las divisiones comentadas.



**Figura 4.1** Planos, ejes y direcciones de referencia. [25]

Los movimientos de rotación de los diferentes segmentos que componen el tren inferior, se clasifican según el plano en que se realiza el movimiento. Así pues, los movimientos de **flexión** y **extensión** tienen lugar en el plano sagital. En el caso concreto del tobillo, los mismos movimientos se conocen por flexión dorsal y flexión plantar. Los movimientos de **abducción** y **aducción** se encuentran inscritos en el plano frontal, mientras que en el plano transversal, se realizan los movimientos de **rotación externa e**

**interna.** La Figura 4.2 muestra dichos movimientos posibles para cada segmento. Este trabajo utiliza un modelo biomecánico 2D para representar la dinámica de las extremidades inferiores durante la marcha, por este motivo únicamente se consideran los movimientos que el individuo lleva a cabo en el plano sagital. De esta manera se consigue un estudio más sencillo que, sin embargo, define prácticamente la totalidad del movimiento real al andar.

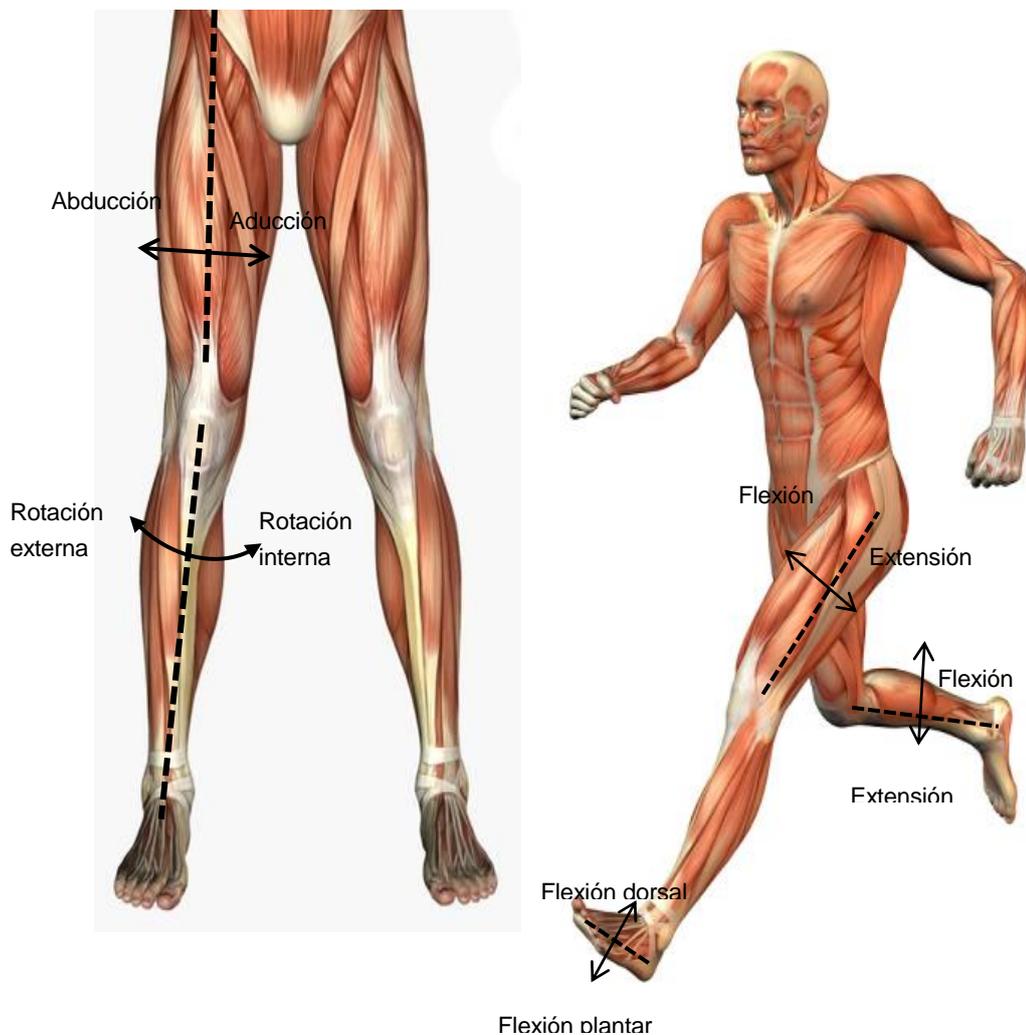


Figura 4.2. Movimientos que posibilitan las distintas articulaciones. [26,27]

## 4.2. Características de la marcha

Como se ha dicho anteriormente, existen ciertas medidas características que determinan la marcha humana de cada individuo. Una de las más importantes la denominada **longitud de zancada**. Ésta se define como la distancia lineal existente entre dos apoyos consecutivos para un mismo pie, en la dirección de su progresión. La

**longitud de paso** se conoce por la distancia relativa entre el apoyo inicial de un pie y el apoyo inicial del otro. Esta longitud de paso es constante para ambos pies, a menos que exista algún tipo de patología o lesión y alguno tenga un desplazamiento menor que el otro. Suele tener una media de 75 cm. [28] Otro de los conceptos importantes en lo referente a andar, es la **anchura del paso** o base de sustentación, que es la separación lateral entre ambos pies desde el centro del talón correspondiente y su media suele ser de unos 10 cm. Finalmente, el **ángulo del paso**, mide el ángulo entre la dirección en la que se avanza y una línea de referencia entre dedos y talón trazada en el plano de la planta del pie, normalmente mide  $15^\circ$ . La Figura 4.3 ilustra dichas características.

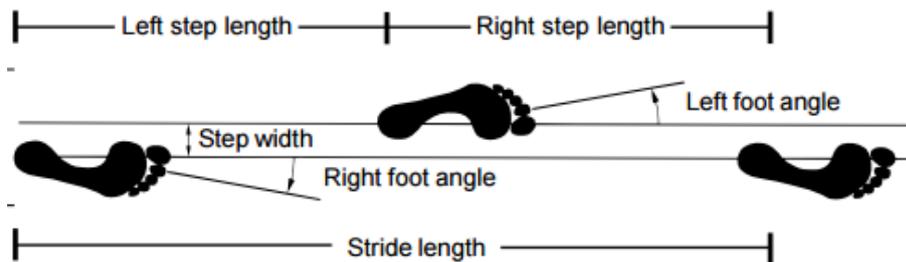


Figura 4.3 Características de marcha humana normal. [29]

Existen también un conjunto de medidas dinámicas comúnmente asociadas a la marcha: la **cadencia** y la velocidad de marcha. La primera, representa el número de pasos realizados en un intervalo de tiempo, usualmente medida en pasos por minuto (pasos/min). La cadencia espontánea o libre en adultos oscila de 100 a 120 ppm. La **velocidad de marcha**, que se asocia al desplazamiento del cuerpo durante un intervalo de tiempo, suele medirse en metros recorridos por segundo (m/s). La velocidad espontánea en adultos oscila de 75 a 80 m/min., es decir, de 4,5 a 4,8 Km/h.

### 4.3. El ciclo de marcha

La marcha humana se define como la sucesión de acontecimientos que involucra el uso de múltiples sistemas y organismos del cuerpo con la finalidad de realizar un movimiento alterno de las dos piernas que soporte y propulse el cuerpo hacia adelante haciendo avanzar al individuo en una dirección. Por otro lado, se tiene el denominado ciclo de marcha, éste, se define como el intervalo de tiempo entre dos eventos consecutivos cualquiera durante la marcha. Por conveniencia se suele tomar como inicio del ciclo el instante en que el talón derecho hace contacto con el suelo.

Un ciclo de marcha completo se divide en dos fases por las que pasa cada pierna: Fase de apoyo y fase de oscilación. Debido al instante en el que se ha considerado instante

cero, la primera es la **fase de apoyo** en la que el pie permanece en contacto con el suelo durante parte del movimiento. Esta etapa ocupa alrededor del 60% del ciclo en un individuo normal sano. Ésta, finaliza al despegar el antepié y consecuentemente empieza la segunda, la **fase de oscilación, balanceo** o conocida como swing. En esta segunda fase el pie de referencia se halla suspendido en el aire y desplazándose hacia adelante hasta hacer contacto de nuevo con el suelo, marcando el inicio de un nuevo ciclo. Esta etapa ocupa el 40% del ciclo de marcha.

La aceleración se lleva a cabo al final del apoyo (durante la fase terminal del apoyo y el prebalanceo) y al inicio de la oscilación. La deceleración se produce al final de la oscilación y en el inicio del apoyo. Los períodos intermedios (fases medias del apoyo y la oscilación) son períodos de transición.

Esta sucesión de eventos ocurre exactamente del mismo modo en la otra pierna, pero desplazado un 50% en el tiempo. Por tanto, estas dos fases se van alternando de una pierna a la otra durante la marcha. La Figura 4.4 revela la existencia de dos **fases de apoyo bipodal** en cada ciclo de marcha en las que ambos pies se encuentran en contacto simultáneamente con el suelo. Cada una de las fases tiene una duración aproximada de un 10% del ciclo. Consecuentemente, se conoce por **apoyo monopodal** el período de tiempo en que un solo pie hace contacto con el suelo. La duración relativa entre cada uno de estos apoyos depende de la velocidad del movimiento. Al aumentar la velocidad, disminuye la proporción de tiempo en el que existe apoyo bipodal frente al monopodal, pudiendo incluso a anularlo cuando se hace la transición de marcha a carrera.

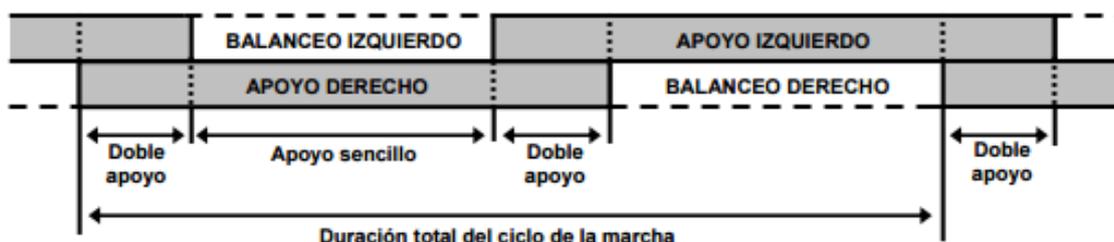


Figura 4.4 Principales componentes de la marcha.

Por tanto, el ciclo de marcha se divide en cuatro periodos:

**1. Primer periodo de doble apoyo:** Comienza cuando el pie de referencia toca contacto con el suelo a partir del talón, frenando la aceleración del centro de gravedad hacia delante y finaliza cuando el miembro contrario se despegar del suelo.

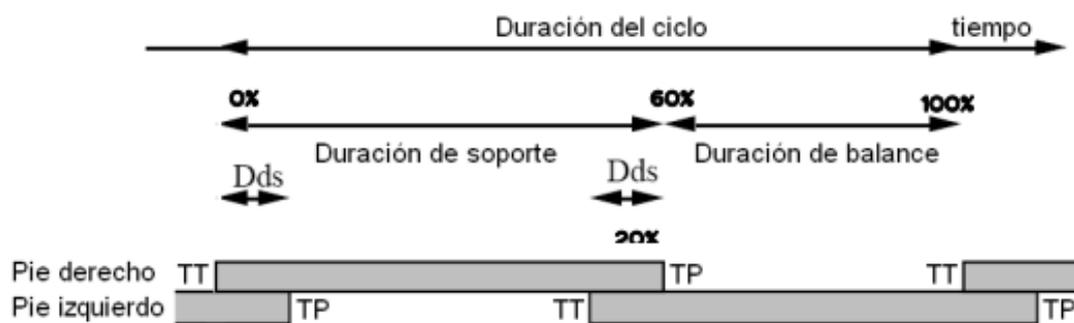
**2. Primer apoyo unipodal:** En este periodo la totalidad del peso del cuerpo recae sobre el apoyo de la extremidad de referencia, mientras que el otro miembro se encuentra en fase

oscilante o de balanceo.

**3. Segundo doble apoyo:** El pie se apoya solo por el antepié en el suelo propulsa el cuerpo hacia delante acelerándolo mientras que el talón de la otra pierna ya hace contacto con el suelo.

**4. Segundo apoyo unipodal:** El pie referente se ha despegado completamente e inicia su periodo oscilante. Durante este periodo es el otro pie el que hace contacto con el suelo y soporta el peso del cuerpo.

Es importante saber el tiempo que toma cada una de las fases, la cantidad relativa de tiempo gastado durante cada fase del ciclo a una velocidad normal es (Figura 4.5):



**Figura 4.5** Estructura temporal del ciclo completo. Dds: Duración del doble apoyo. TT: toque del talón. TP: Toque de la punta.

#### 4.4. Intervención muscular

La **electromiografía** es una técnica que registra el comportamiento de los músculos. Reconoce, amplifica y gráfica la actividad eléctrica de los músculos al ejecutar un movimiento.

Para realizar una acción concreta es necesaria la activación de la neurona motora que se despolariza y que se encarga de estimular un conjunto de fibras musculares. A este grupo de neuronas y fibras se les denomina como **unidad motora**. Esta unidad conduce el impulso del cerebro a través de las fibras hasta lograr la contracción del músculo en cuestión. Estos estímulos no son más que perturbaciones eléctricas del cuerpo que con la ayuda de electrodos pueden ser recogidas, amplificadas y filtradas.

La electromiografía dinámica es, hasta el momento, el único método aceptado que determina qué músculos están activados durante el ciclo de marcha y a qué instante. A

resultado que prácticamente la totalidad de los grupos musculares de ambas extremidades inferiores se accionan al caminar.

La actividad muscular durante el ciclo es mayor al inicio y final de ambas fases debido a que es el momento en que la extremidad apoyada se acelera o desacelera y transfiere el peso del sujeto de un pie a otro. Durante el tiempo intermedio, tanto de la fase de apoyo como en la de oscilación, se observa una actividad mínima de éstos, aunque el desplazamiento de la articulación sea máximo en esos momentos. De ese modo, queda demostrado que el objetivo principal de los músculos es actuar sobre la posición relativa entre dos o más segmentos, acelerándolo o desacelerándolo.

Durante la etapa de aceleración, al final de la fase de apoyo e inicio de la de oscilación, es cuando se genera más energía (trabajo positivo), y es la musculatura del tobillo y la cadera las que se encargan de crear la mayor parte de esta. Mientras tanto, la rodilla, se encarga de la absorción de la energía (trabajo negativo).

## 4.5. Intervención de los tendones

Los tendones se definen como estructuras fibrosas de cierta resistencia que vinculan hueso y musculo, favoreciendo el movimiento y soportando nuestra estructura corporal. Este tipo de elementos consiguen obtener un papel importante en el movimiento estudiado a través de su función como elementos de unión y las ventajas de recuperación energética que incorporan.

Su principal función es la de unir los músculos al esqueleto y así, encargarse, consecuentemente, de transferir la fuerza que realiza el musculo hasta el hueso para posibilitar el movimiento deseado. A de más, otra de sus funciones es la de proporcionar flexibilidad dinámica al llevar a cabo actividades como caminar, correr o saltar.

Estas estructuras están compuestas por un tejido fibroso ordenado en paquetes de fibras densas y regulares que nos ofrecen tanto una inmensa fuerza como se mantienen flexibles según el tipo de esfuerzo. Debido a esta combinación entre fuerza y flexibilidad, los tendones tienen la capacidad única de absorber energía, contenerla y posteriormente, descargarla en otro instante del movimiento. Este potencial de recuperación es similar al que ofrece un



**Figura 4.6** Unión músculo-hueso. Tendón de Aquiles. [30]

muelle y gracias a esta capacidad de absorción, consiguen mantener la estructura del esqueleto intacta e integrada a pesar de los constantes impactos contra el suelo.

## **4.6. Uso de tendones robóticos para la asistencia en marcha humana**

Un tendón robótico es básicamente un actuador lineal en forma de muelle con una cierta rigidez. Esta rigidez es un parámetro crucial para conseguir un actuador competente dentro de la prótesis o ortesis para el tobillo o la rodilla. Del mismo modo que un tendón humano, éste utiliza su naturaleza innata elástica para reducir tanto el pico de potencia como el consumo energético solicitado por el motor.

Una intervención robótica eficaz es un sistema portátil que pueda aportar la fuerza y la movilidad necesaria para personas con discapacidad motora. Un aparato robótico ha de poder ofrecer la fuerza o rigidez de la que se carece y responder rápidamente a los estímulos del usuario.

La portabilidad del dispositivo ortésico es un requisito de diseño muy importante, por ese motivo se requiere un mecanismo ligero y seguro [31], tanto para el usuario como para su entorno. Además, con la finalidad que hacerlo accesible a los hogares de la sociedad media, es también necesario que sea un producto económico y de uso fácil. Contrariamente, para una fábrica no es viable contemplar todos estos requisitos, por lo tanto, no es posible una simple adaptación de la tecnología existente. Con el objetivo de hacerse cargo de las necesidades de la gente con discapacidad motora, éste tipo de sistemas robóticos con las características adecuadas están siendo muy demandados.

Estos exoesqueletos pueden añadir potencia al sistema a diferencia de las prótesis que son típicamente recursos resistentes. La solución está en proveer fuerzas positivas y negativas (par articular) al usuario para conseguir el patrón de movimiento deseado. Por ejemplo, al andar, hay momentos en los que el robot necesita propulsar al usuario (positivas) y otras, soportar el cuerpo y por tanto, el robot necesita ofrecerle resistencia (negativas), y en ambos casos, el robot está introduciendo potencia en el sistema.

### **4.6.1. Tendón robótico**

La introducción de un muelle como actuador no lineal puede aportar ahorros de potencia y energía al diseño de aplicaciones robóticas portátiles. La ventaja de dicha incorporación es que el sistema muscular humano puede aprovechar el movimiento y las facilidades que ofrece la naturaleza elástica del elemento. Las ventajas más llamativas e importantes son la capacidad de minimizar el trabajo y el pico máximo de potencia. En el

caso de motores eléctricos, estas consideraciones aportan la reducción de requisitos para dicho motor como el tamaño o el peso de este. Al minimizar el trabajo se obtiene una reducción de la capacidad de energía que este puede suministrar para cumplir las necesidades demandadas.

Se trata de conseguir un sistema con características como pequeño, ligero, y con un motor de baja energía que se utilice para ajustar la posición del muelle a partir de un simple controlador posicional. El actuador es un muelle que afina y posiciona la dinámica de la marcha humana. Se pueden buscar distintas configuraciones mecánicas que consigan este mismo fin.

Es importante ajustar bien la rigidez del muelle en función de su aplicación, ya que depende del movimiento de la rótula de la rodilla que se desee efectuar. Por ejemplo, en caso de subir escaleras, escalar, o correr, la rigidez puede ser muy distinta que la necesaria para únicamente realizar una marcha normal.

Es muy conocido por la comunidad robótica de piernas que la inclusión de muelles en robots puede reducir de forma efectiva tanto la potencia como los requisitos de energía demandados por el actuador. Esto es debido a que los muelles pueden almacenar y liberar energía eficientemente durante tareas cíclicamente repetitivas. Además, la potencia liberada por los muelles está limitada únicamente por la frecuencia natural y la rigidez del sistema.

#### 4.6.2. Análisis de un tendón robótico

Es importante analizar el comportamiento mecánico del diseño utilizado para el tendón robótico correspondiente. En este apartado se trata de obtener una primera idea sobre cómo se relaciona el muelle con el motor al calcular la potencia del motor. Para ello se analiza un ejemplo simple de motor y muelle en serie.

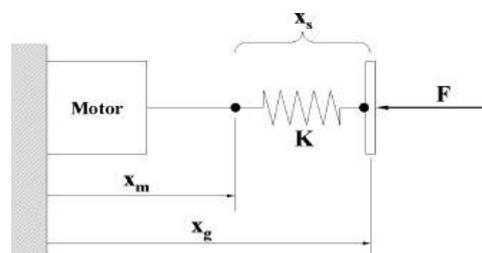


Figura 4.7 Modelo de tendón robótico. Motor y muelle en serie [32].

La posición final  $X_g$  está relacionada con la distancia del motor y la longitud del muelle. La posición del muelle depende de la fuerza que soporte o ejerza este, ya que la

fuerza depende de la diferencia de elongación del muelle y de su elasticidad. El incremento de longitud depende de la posición natural del muelle y de la posición final en la que se encuentra. De este modo se consigue una expresión matemática que relaciona la posición final del muelle en función de su  $K$ , la fuerza que ejerce y la posición natural. Debido a que la posición del motor depende de la del muelle y la total, también se puede conseguir una ecuación que relacione la posición del motor en función de todos estos parámetros y derivándola, se consigue la velocidad necesaria para el motor para que el punto donde se aplica la fuerza se encuentre a esa distancia  $X_g$ . Una vez tenemos la función para el motor, multiplicando esta velocidad por la fuerza que se ejerce conseguimos la ecuación de la potencia del motor.

La ecuación de la potencia se define en valor absoluto debido a que una unidad motora no puede proveer potencia negativa al sistema. Valores para la fuerza, la derivada de la fuerza o la velocidad se determinan en función del análisis del patrón de marcha específico que se quiere imponer. Mientras que, la rigidez es un parámetro de diseño que es necesario optimizar.

## 5. Análisis dinámico de una pierna

El análisis dinámico de un sistema permite obtener el valor de la fuerza y momento resultante que actúan sobre él y las ecuaciones del movimiento. En este apartado se presentan las ecuaciones básicas de la mecánica aplicada al caso particular de una pierna a lo largo de un ciclo de marcha.

Aunque en un ciclo completo el movimiento de una pierna es tridimensional, una aproximación frecuente es considerar que se trata de un movimiento bidimensional contenido en el plano sagital.

Para el caso del sólido rígido (o de un sistema de sólidos rígidos), la dinámica se puede resolver a través de la aplicación de los Teoremas Vectoriales.

### 5.1. Teoremas vectoriales

Los teoremas vectoriales (teorema de la cantidad de movimiento –TMC- y teorema del momento angular o momento cinético -TMA) relacionan las fuerzas y momentos externos que se ejercen sobre un sistema de sólidos rígidos con su movimiento y su geometría de masas.

Las seis ecuaciones escalares que resultan de estos teoremas permiten obtener el valor del torsor global del enlace externo (si lo hay) y sus ecuaciones de movimiento (que son las que describen la evolución temporal de las coordenadas que definen la configuración –posición y orientación- del sistema en cada instante).

#### 5.1.1. Teorema de la cantidad de movimiento (TMC)

El TMC relaciona la variación de la cantidad de movimiento del sistema con la resultante de fuerzas de interacción externas, cuando la referencia R en la que se formula es galileana o inercial (en referencias no galileanas, hay que considerar también las fuerzas de arrastre y de Coriolis).

El vector de cantidad de movimiento depende de la masa ( $m$ ) del cuerpo y de la velocidad de su centro de masas ( $\bar{\mathbf{v}}_R(G)$ ). La expresión correspondiente a dicho vector es:

$$\bar{\mathbf{P}}_R(G) = m \cdot \bar{\mathbf{v}}_R(G) \quad (1)$$

El TMC se formula de la siguiente manera:

$$\sum \bar{\mathbf{F}}^{ext} = \frac{d\bar{\mathbf{P}}_R(G)}{dt} = m \cdot \frac{d\bar{\mathbf{v}}_R(G)}{dt} + \frac{dm}{dt} \cdot \bar{\mathbf{v}}_R(G) \quad (2)$$

Ahora la ecuación tiene en cuenta dos variaciones, la de la velocidad y la de la masa. Para un sistema de masa constante (como es el caso de cualquier segmento del cuerpo humano durante la marcha) el segundo término desaparece dando por resultado:

$$\sum \bar{\mathbf{F}}^{ext} = m \cdot \frac{d\bar{\mathbf{v}}_R(G)}{dt} = m \cdot \bar{\mathbf{a}}_R(G) \quad (3)$$

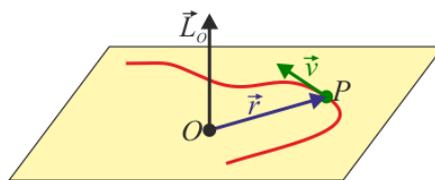
Ya que en este proyecto se trabaja en las dos direcciones del plano sagital, a partir del teorema de cantidad de movimiento, se obtienen dos ecuaciones para cada segmento.

### 5.1.2. Teorema del momento cinético (TMA)

El momento cinético de una partícula P de masa m respecto un punto O fijo a una referencia galileana R, es el momento respecto a ese punto de la cantidad de movimiento de la partícula en la referencia R:

$$\bar{\mathbf{L}}(O) = \bar{\mathbf{r}} \times m\bar{\mathbf{v}}_R(P) \quad (4)$$

- $\bar{\mathbf{r}}$  es el vector que define la distancia entre la partícula P y O,  $\bar{\mathbf{r}} = \overline{OP}$ .



Para el caso de un sólido, el momento cinético se obtiene haciendo una suma continua (integrando) de los momentos cinéticos de cada uno de los diferenciales de masa que forman el sólido. Cuando O es un punto perteneciente al sólido, el resultado se puede expresar a través del tensor de inercia en O y de la velocidad angular del sólido:

$$\bar{L}(O) = [I_O] \bar{\Omega}_R \quad (5)$$

- $[I_O]$  es el tensor de inercia, que describe la distribución de la masa alrededor de los ejes que pasan por el punto O del sólido.
- $\bar{\Omega}_R$  es la velocidad angular del sólido respecto la referencia.

Para el caso 2D, si la dirección perpendicular al plano del movimiento del cuerpo es dirección principal de inercia la expresión matemática se simplifica:

$$\bar{L}(O) = I_O \cdot \bar{\Omega}_R \quad (6)$$

- $I_O$  es el momento de inercia del segmento respecto a O.

El TMA establece la relación entre el cambio de momento cinético y el momento que ejercen las fuerzas externas al sólido:

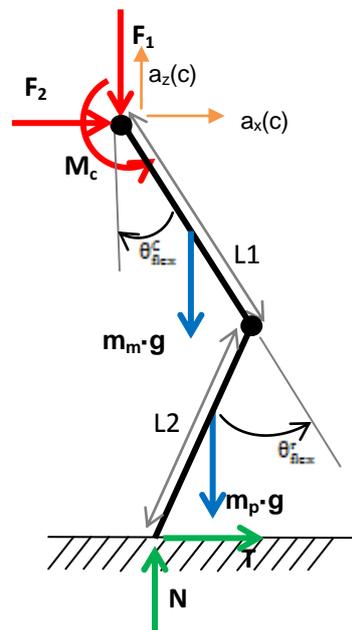
$$\sum \bar{M}_{\text{ext}}(O) = \frac{d\bar{L}(O)}{dt} = I_O \cdot \bar{\alpha}_R \quad (7)$$

- $\bar{\alpha}_R$  es la aceleración angular del sólido respecto la referencia R.

El TMA se puede formular también, formular respecto a cualquier otro punto (aunque no pertenezca al sólido o que no sea fijo a una referencia inercial), pero la expresión es más complicada en general. Existe una excepción al formular el TMA para el centro de masas del sólido G: en este caso, la expresión es tan sencilla como la ecuación (7):

$$\sum \bar{M}_{\text{ext}}(G) = \frac{d\bar{L}(G)}{dt} = I_G \cdot \bar{\alpha}_R \quad (8)$$

Una vez conocida la teoría, se aplican los teoremas a un modelo simplificado de pierna entera durante ambas fases del ciclo de marcha. La pierna se modeliza a través de dos segmentos (muslo y pierna+pie) y dos articulaciones (cadera y rodilla).



**Figura 5.1** Modelo simplificado de pierna entera durante la fase de apoyo. En rojo se tiene el torsor en la cadera (desconocido) y en verde las fuerzas de contacto con el suelo (también desconocidas).

- $(F_1, F_2, M_c)$  es el torsor de fuerzas respecto a la articulación de la cadera que el resto del cuerpo ejerce sobre la pierna; incluye las que están asociadas a los músculos y las que provienen del enlace establecido por la articulación.
- $(N, T)$  es el torsor de fuerzas de interacción pie-suelo (se ha considerado este contacto como puntual, y por ese motivo, el momento de enlace es nulo). Estas fuerzas de reacción son distintas de cero durante la fase de apoyo pero nulas durante la fase de oscilación (ya no hay contacto con el suelo).
- $(\theta_{\text{flex}}^c, \theta_{\text{flex}}^r)$  son los ángulos de flexión de la cadera y rodilla, respectivamente, siendo su sentido de giro antihorario para el primero y horario el segundo.
- $(m_m g, m_p g)$  son los pesos de cada segmento.
- $(a_x(c), a_z(c))$  son las componentes horizontal y vertical de la articulación de la cadera.

No se han incluido las fuerzas de enlace internas en la rodilla ya que los enlaces internos nunca generan trabajo. La aplicación de los teoremas se realiza sobre el conjunto de sólidos. Para ello es necesario conocer la posición de su centro de masas global.

Ya que la aplicación de los teoremas, bajo la hipótesis de movimiento plano, proporciona 3 ecuaciones escalares, sólo puede resolverse el problema si el número de variables desconocidas es tres.

Habitualmente, las variables más fáciles de medir en un laboratorio de biomecánica son las que se relacionan con el movimiento (en nuestro caso,  $(a_h, a_v)$  y  $(\theta_{flex}^E, \theta_{flex}^F)$ ) y las fuerzas de interacción con el suelo  $(N, T)$ . En este caso, las variables que se determinan mediante los teoremas vectoriales son las tres componentes del torsor en la cadera  $(F_1, F_2, M_c)$ . La determinación de este torsor en el laboratorio exige la utilización de un equipo de electromiografía preciso y suele ser invasiva.

La obtención de  $(F_1, F_2, M_c)$  se puede hacer también a partir de la aplicación los teoremas a los distintos segmentos del sistema. En este caso particular, el proceso es el siguiente:

1. Aplicación de los teoremas al segmento (pierna+pie): a partir de la cinemática y de las fuerzas de contacto con el suelo, se obtiene el torsor de fuerzas en la rodilla.
2. Aplicación de los teoremas al segmento muslo: a partir del torsor en la rodilla calculado anteriormente y de la cinemática del muslo, se obtiene el torsor en la cadera y por tanto, las fuerzas externas al sistema global.

Debido a que para el modelo completo de pierna se desconoce la posición exacta del centro de masas global y la distancia a la que se encuentra cada una de las fuerzas aplicadas, se tratará el problema a partir de los sólidos por separado siguiendo los pasos previos.

La masa de cada segmento y la posición de su centro de masas se pueden obtener a partir de las tablas antropométricas habituales. En esta sección, que es tan sólo introductoria, se utilizan valores simbólicos y se simplifica la antropometría suponiendo que el centro de inercia de los segmentos se sitúa en el punto medio.

En los siguientes análisis se observan las fuerzas y momentos coloreados en rojo para ilustrar torsores desconocidos, en verde, las fuerzas de contacto que se imponen a partir de los datos de laboratorio y en azul en resto de fuerzas implicadas en cada segmento.

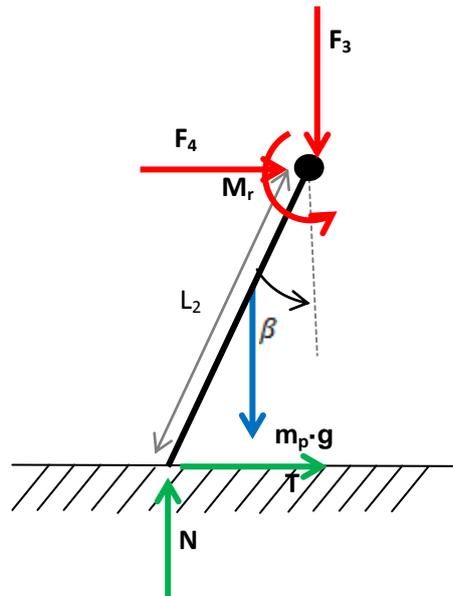


Figura 5.2 Segmento pierna+pie durante la fase de apoyo.

$$F_3 + m_p g - N = m_p \cdot a_z \quad (9)$$

$$F_4 + T = m_p \cdot a_x \quad (10)$$

$$M_r + F_3 \cdot \frac{L_2}{2} \sin\beta - F_4 \cdot \frac{L_2}{2} \cos\beta + T \cdot \frac{L_2}{2} \cos\beta - N \cdot \frac{L_2}{2} \sin\beta = I_{Gp} \cdot \ddot{\theta} \quad (11)$$

- $\theta$  es el ángulo absoluto que orienta el segmento

En la figura 5.3 se presenta el segmento representativo del muslo. En este segundo cálculo, el torsor en la rodilla ya es conocido, y la única incógnita es el torsor en la cadera (fuerzas y momentos de color rojo). Comentar que, ahora el torsor en la rodilla mantiene el mismo módulo que el obtenido para pierna+pie, pero con sentido opuesto.

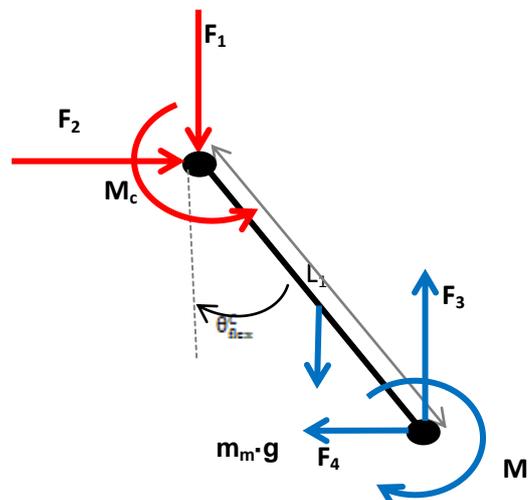


Figura 5.3 Segmento muslo durante la fase de apoyo. Variables conocidas (azul), variables incógnita (rojo).

$$F_1 + m_m g - F_3 = m_m \cdot a_z \quad (12)$$

$$F_2 - F_4 = m_p \cdot a_x \quad (13)$$

$$M_c + F_1 \cdot \frac{L_2}{2} \sin \theta_{flex}^c - F_2 \cdot \frac{L_2}{2} \cos \theta_{flex}^c + F_3 \cdot \frac{L_2}{2} \sin \theta_{flex}^c - F_4 \cdot \frac{L_2}{2} \cos \theta_{flex}^c - M_r = I_{Gm} \cdot \ddot{\theta} \quad (14)$$

Para la fase de oscilación el cálculo funcionaria de la forma análoga, solo que durante esta fase, no hay contacto del pie con el suelo y por tanto, las fuerzas, anteriormente impuestas, son inexistentes ( $N=T=0$ ).

Finalmente, comentar que a este proceso se le conoce como el método para resolver la dinámica inversa del modelo.

## 6. Análisis energético de una pierna

En este apartado se representan los balances de potencia y de energía aplicados al caso particular de una pierna a lo largo de un ciclo de marcha.

La gran diferencia existente entre los teoremas vectoriales y los balances de potencia y energía es que, en los segundos, hay que tener en cuenta las interacciones internas (exceptuando las fuerzas de enlace), ya que en general realizan un trabajo no nulo. En nuestro caso, pues, hay que incluir los términos asociados a las fuerzas que los músculos realizan para dar movimiento a los segmentos que conforman la pierna.

Cuando a un sujeto se le añade una ortesis, a estas fuerzas internas hay que añadir también la fuerza (o par) que ejerce el motor, y la de los elementos elásticos que el actuador pueda incorporar.

A continuación, se introduce la formulación general necesaria para llevar a cabo los distintos balances anteriormente nombrados. Sin embargo, antes de empezar, hay que definir con precisión el sistema y la referencia. El sistema será el mismo que en el apartado precedente: Sistema pierna a partir de dos segmentos y dos articulaciones, y la referencia suelo (denominada R e inercial).

### 6.1. Balance de potencia

La fórmula general para un balance de potencia con todos los términos requeridos es la siguiente:

$$\dot{T}_R + \dot{U}_R = \dot{W}_R^{ext,nc} + \dot{W}^{int,nc} \quad (15)$$

- $\dot{T}_R$  corresponde a la derivada de la energía cinética.
- $\dot{U}_R$  es la derivada de la energía potencial.
- $\dot{W}_R^{ext,nc}$  es la derivada del trabajo realizado por las fuerzas externas no conservativas.
- $\dot{W}^{int,nc}$  es la derivada del trabajo realizado por las fuerzas internas no conservativas.

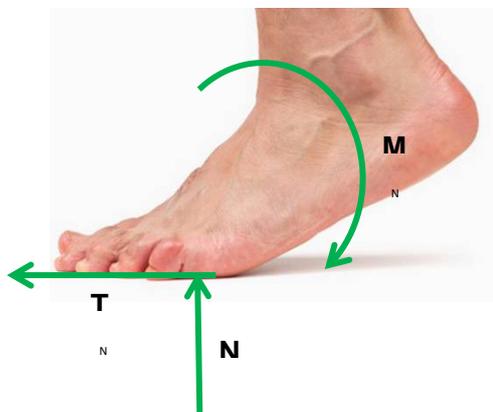
La derivada de la energía potencial es igual a la derivada del trabajo de las fuerzas conservativas (el peso y los muelles) con signo opuesto.

$$\dot{U}_R = -\dot{W}_R^{ext,c} \quad (16)$$

Antes de empezar, y definir el cálculo para cada término de la ecuación, hay que conocer cada fuerza o momento, a qué término hace referencia, y por tanto, si son fuerzas externas o internas, conservativas o no conservativas.

Supongamos ahora que el sistema es la totalidad de la persona y en la misma referencia R.

Las **fuerzas externas** al sujeto son las de interacción con el suelo y el peso.



**Figura 6.1** Torsor de fuerzas de contacto que actúa sobre el pie durante la fase de apoyo.

La figura 6.1 muestra el torsor de fuerzas de contacto que actúa sobre el pie durante la fase de apoyo.

El cálculo de la potencia asociada a un torsor que actúa sobre un sólido se realiza mediante la ecuación:

$$\dot{W}_R = \bar{F} \cdot \bar{v}_R(P) + \bar{M} \cdot \bar{\Omega}_R \quad (17)$$

Para esta interacción se considerarán las siguientes hipótesis de simplificación:

- El pie realiza un contacto puntual con el suelo (pie = punto). En este caso, el momento es nulo.
- El pie no patina, lo que implica que la velocidad del punto P es nula durante toda la fase de contacto ( $\bar{v}_R(P) = 0$ ).

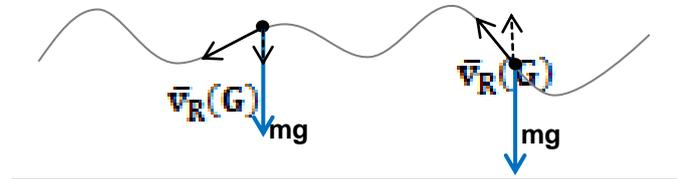
Debido a la consideración de estas dos hipótesis se concluye que la potencia de las fuerzas de interacción con el suelo también son nulas en la referencia del suelo R.

$$\dot{W}^{int,suelo}_R = 0 \quad (18)$$

Respecto la potencia que genera el peso total del sujeto se calcula del siguiente modo:

$$\dot{W}_R^{\text{peso}} = \bar{F}^{\text{peso}} \cdot \bar{v}_R(G) \quad (19)$$

La fuerza del peso ( $mg$ ) tiene dirección y sentido constante vertical hacia el suelo mientras que la dirección de la velocidad varía a lo largo de la trayectoria. Por ese motivo el vector velocidad se debe descomponer en cada instante y tomar la componente en dirección vertical. En función del sentido de la componente vertical de la velocidad, la potencia del peso puede ser positiva o negativa.



**Figura 6.2** Comportamiento del sentido de la velocidad del cuerpo al caminar.

Sobre las **fuerzas internas** para el sistema actual (sujeto entero caminando), únicamente se contemplan las fuerzas que ejercen los músculos. En cada articulación, estas fuerzas generan un momento resultante  $M$ . La potencia asociada es:

$$\dot{W}_R^{\text{int}} = \dot{W}_R^{\text{músculos}} = M \cdot \dot{\theta} \quad (20)$$

- $\dot{\theta}$  es la velocidad angular del segmento (derivada del ángulo absoluto).
- $(M, \dot{\theta})$  son vectores.

Hay que tener en cuenta que:

- $(M, \theta)$  mismo sentido de giro (ambos horario o ambos antihorario), entonces  $\dot{W}_R = M \cdot \dot{\theta}$
- $(M, \theta)$  tienen criterio distinto, entonces  $\dot{W}_R = -M \cdot \dot{\theta}$

La figura 6.3 muestra uno de los anteriores casos (potencia positiva).

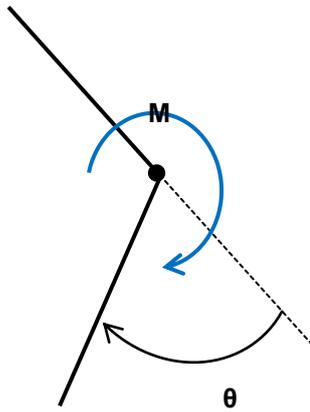
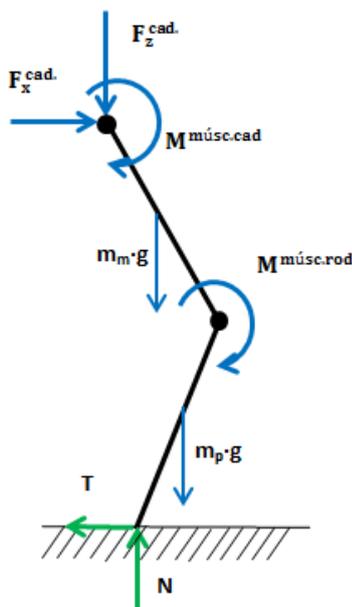


Figura 6.3 Representación del sentido de giro para potencia positiva.

La figura 6.4 presenta el conjunto de fuerzas y momentos a tener en cuenta en un balance de potencias.



De este sistema, las fuerzas y momentos de la cadera corresponden a la potencia que realizan las fuerzas externas no conservativas, mientras que y las fuerzas en el contacto puntual que realiza el pie con el suelo, debido a las hipótesis previamente citadas, no interfieren en el balance ya que su potencia es nula.

El momento que imponen los musculos entre muslo y pierna+pie forma parte de la potencia de las fuerzas internas no conservativas.

Figura 6.4 Diagrama de fuerzas del sistema.

$$\dot{T}_R + \dot{U}_R = \dot{W}_R^{cadera} + \dot{W}^{músc.rod} \tag{21}$$

### 6.1.1. Cálculo de $\dot{T}_R$

Para calcular  $\dot{T}_R$  primeramente calculamos  $T_R$  para cada sólido que conforme el sistema y posteriormente se deriva respecto al tiempo.

Para un sólido cualquiera en 2D, la expresión matemática de la energía cinética corresponde a la ecuación (8):

$$T_R = \frac{1}{2} m \cdot v_R^2(G) + \frac{1}{2} I_G \cdot \Omega_R^2 \quad (22)$$

Al derivar la expresión precedente y simplificarla, se obtiene:

$$\dot{T}_R = \frac{1}{2} m 2v\dot{v} + \frac{1}{2} I_G 2\Omega\dot{\Omega} \quad (23)$$

$$\dot{T}_R = mva + I_G \Omega \alpha \quad (24)$$

- $I_G$  es el momento de inercia respecto el eje perpendicular al plano del sólido que pasa por G.

Caso pierna entera:

$$T_R^{\text{muslo}} = \frac{1}{2} m_m \cdot v_R^2(G_{\text{muslo}}) + \frac{1}{2} I_{G_{\text{muslo}}} \cdot \Omega_R^2 \quad (25)$$

$$T_R^{\text{pierna+pie}} = \frac{1}{2} m_p \cdot v_R^2(G_{\text{pierna+pie}}) + \frac{1}{2} I_{G_{\text{pierna+pie}}} \cdot \Omega_R^2 \quad (26)$$

Sumando un la energía cinética de los segmentos obtenemos la del sistema global:

$$T_R = \frac{1}{2} m_m \cdot v_R^2(G_{\text{muslo}}) + \frac{1}{2} m_p \cdot v_R^2(G_{\text{pierna+pie}}) + \frac{1}{2} I_{G_{\text{muslo}}} \cdot \Omega_R^2 + \frac{1}{2} I_{G_{\text{pierna+pie}}} \cdot \Omega_R^2 \quad (27)$$

Cuya derivada temporal es:

$$\dot{T}_R = m_m v(G_m) a(G_m) + m_p v(G_p) a(G_p) + I_{G_{\text{muslo}}} \Omega \dot{\alpha} + I_{G_{\text{pierna+pie}}} \Omega \dot{\alpha} \quad (28)$$

### 6.1.2. Cálculo de $\dot{U}_R$

Para llevar a cabo el cálculo de  $\dot{U}_R$  se realiza por separado el cálculo de la potencia que genera el trabajo de las fuerzas conservativas cambiado de signo.

$$\dot{U}_R = -\bar{F} \cdot \bar{v}_R(P) \quad (29)$$

- Siendo P el punto donde se aplica la fuerza F

En ausencia de ortesis, la única fuerza conservativa es el peso.

El potencia debida al peso de cada uno de los segmentos de la pierna corresponde a las siguientes formulas:

$$\dot{U}_R^{\text{muslo}} = -m_m g \cdot v_R(G_{\text{muslo}}) \quad (30)$$

$$\dot{U}_R^{\text{pierna+pie}} = -m_p g \cdot v_R(G_{\text{pierna+pie}}) \quad (31)$$

### 6.1.3. Incorporación de un elemento elástico

Al introducir un elemento elástico en el sistema, aparece una fuerza conservativa que puede considerarse atractiva o repulsiva. Éste elemento aparece en el balance de potencia en el término  $\dot{U}_R$ .

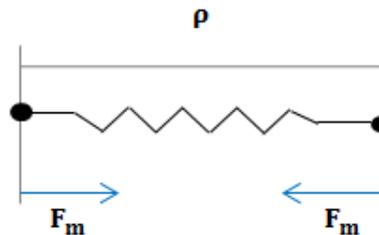
Si suponemos las fuerzas del muelle ( $F_m$ ) como atractivas (figura 6.5) y una longitud entre los extremos del muelle conocida, como  $\rho$ , entonces el cálculo de la fuerza y de la potencia asociada se expresa de la siguiente manera:

$$F_m = F_0 + k \cdot \Delta\rho, F_0 = F_m(\rho = \rho_0) \quad (32)$$

- Siendo  $k$  la constante de rigidez del muelle y  $\rho_0$  una longitud dada con una fuerza  $F_0$  con valor conocido.

$$\dot{U}_R = + F_m \cdot \dot{\rho} \quad (33)$$

- Si la velocidad de separación de los extremos del muelle ( $\dot{\rho}$ ) es positiva, la potencia del muelle es negativa, y por tanto la variación de energía potencial es positiva. En caso contrario (es decir, cuando el muelle se encoge), la potencia es positiva y la derivada de la energía potencial es negativa.



**Figura 6.5** Fuerzas atractivas para un elemento elástico.

En caso de llevar una ortesis, y bajo la hipótesis de que el paciente tiene control nulo del movimiento de la rodilla, el trabajo que realiza el motor ha de ser equivalente al que harían los músculos que controlan la rodilla. De todos modos, hay que tener en cuenta la posibilidad de que el paciente pudiera tener una lesión menor y mantuviera parte de su movilidad, y por tanto, restara en la rodilla parte de momento muscular y parte de momento generado por el actuador, que sumados reemplazaran el momento muscular de un sujeto sano.

A continuación, a partir de la hipótesis de tratar con un mismo individuo (iguales características), ejecutando un mismo patrón de marcha, se compara el balance de potencia para tres posibles casos: sujeto sano sin ortesis, sujeto lesionado con ortesis sin elemento elástico y sujeto lesionado con ortesis con elemento elástico.

- Sin ortesis:

$$\dot{T}_R + \dot{U}_R^{mg} = \dot{W}_R^{FM\ cadera} + \dot{W}^{músc.\ rodilla} \quad (34)$$

- Con ortesis sin elemento elástico (sin músculo controlando la rodilla)

$$\dot{T}_R + \dot{U}_R^{mg} = \dot{W}_R^{F,M\text{ cadera}} + \dot{W}^{\text{motor1}} \quad (35)$$

- Con ortesis con elemento elástico (con músculo controlando la rodilla)

$$\dot{T}_R + \dot{U}_R^{mg} + \dot{U}_R^k = \dot{W}_R^{F,M\text{ cadera}} + \dot{W}^{\text{motor2}} \quad (36)$$

Tres de los términos aparecen en las ecuaciones 37,38 y 39 y por tanto, se consideran de igual valor para el mismo patrón. Al aislar el término constante, las expresiones quedan de la siguiente manera:

$$\dot{T}_R + \dot{U}_R^{mg} - \dot{W}_R^{F,M\text{ cadera}} = \dot{W}^{\text{múscrodilla}} \quad (37)$$

$$\dot{T}_R + \dot{U}_R^{mg} - \dot{W}_R^{F,M\text{ cadera}} = \dot{W}^{\text{motor1}} \quad (38)$$

$$\dot{T}_R + \dot{U}_R^{mg} - \dot{W}_R^{F,M\text{ cadera}} = \dot{W}^{\text{motor2}} - \dot{U}_R^k \quad (39)$$

Se comprueba que, para el tercer caso (ortesis con elemento elástico), la ecuación contempla un término añadido. Al comparar las tres ecuaciones se observa que instantáneamente existe una variación en la potencia generada por el motor al incorporar un elemento elástico, y esta variación depende del signo de  $\dot{U}_R^k$ .

$$\text{Sii } (\dot{U}_R^k < 0) \text{ entonces } \dot{W}^{\text{motor2}} < \dot{W}^{\text{motor1}} \quad (40)$$

$$\text{Sii } (\dot{U}_R^k > 0) \text{ entonces } \dot{W}^{\text{motor2}} > \dot{W}^{\text{motor1}} \quad (41)$$

Esta variación puede favorecer al diseño del modelo y permitir escoger un motor de menor potencia y por tanto, precio y peso menor. Éstos se consideran requisitos importantes ya que hacer de la ortesis un producto más competitivo en mercado actual.

## 6.2. Balance de energía

Para realizar un balance de energía es necesario definir el sistema, la referencia y el instante inicial y final del movimiento estudiado.

La marcha humana corresponde a un movimiento cíclico: tanto si el sujeto es sano o presenta alguna patología, su patrón de marcha es el mismo desde que un pie entra en contacto con el suelo hasta que, después de la fase de oscilación (durante la cual se ha perdido el contacto), vuelve a tocar el suelo. Por ese motivo, cuando se realizan estudios sobre la marcha humana siempre se trabaja únicamente con el periodo de tiempo correspondiente a un paso completo (que es el llamado ciclo de marcha).

Un balance energético aplicado a un sistema cualquiera en la referencia del laboratorio (o suelo), establece que el cambio de la energía mecánica (cinética más potencial) es igual al trabajo de las interacciones externas y las internas:

$$\Delta T_R + \Delta U_R = W_R^{\text{ext}} + W^{\text{int}} \quad (42)$$

Si el balance energético se aplica a un sistema con movimiento cíclico a lo largo precisamente de un ciclo, la variación de energía mecánica es nula, puesto que el estado inicial y final es el mismo, y la ecuación (28) se convierte en:

$$0 = W_R^{\text{ext}} + W^{\text{int}} \quad (43)$$

Debido a que añadir un elemento elástico implica la aparición de una nueva fuerza conservativa a parte del peso del sólido y el término de la energía potencial ha desaparecido, las consecuencias energéticas de la inclusión de elementos elásticos en una ortesis de rodilla son nulas a lo largo del ciclo.

$$W^{\text{motor1}} = W^{\text{motor2}} \quad (44)$$

Finalmente, el balance energético, se reduce a dos términos:

$$0 = W_R^{\text{cadera}} + W^{\Gamma} \quad (45)$$

El cálculo de estos trabajos exige el conocimiento de la variación temporal de la velocidad de la cadera respecto al suelo ( $\vec{v}_R(C)$ ) y de la velocidad angular del muslo respecto al tronco ( $\dot{\theta}_{\text{flex}}^c$ ) y de la pierna respecto al muslo ( $\dot{\theta}_{\text{flex}}^r$ ):

$$\begin{aligned}
 W_R^{\text{cadera}} &= \int_{\text{ciclo}} \left( \bar{F}_{\text{cadera}} \cdot \bar{v}_R(C) + M_C \cdot \dot{\theta}_{\text{flex}}^c \right) dt , \\
 W^\Gamma &= - \int_{\text{ciclo}} \Gamma \cdot \dot{\theta}_{\text{flex}}^r dt .
 \end{aligned} \tag{46}$$

El signo negativo en el trabajo del actuador corresponde a haber tomado criterios de signo opuestos para el par (antihorario) y la velocidad angular de flexión (horaria).

Por tanto, se concluye que al añadir un elemento elástico, el trabajo global del actuador no varía. Sin embargo, la potencia instantánea puede reducirse o no en función del signo de  $\dot{U}_R^k$ .

## 7. Presentación de modelos

En este apartado se trata de analizar distintos modelos, de más simple (modelo “péndulo de articulación fija”) al más complejo (“doble péndulo de articulación móvil”), que acerca el modelo a la realidad que representa en mayor medida, con la finalidad de observar su comportamiento y ver qué término influye más o menos en el diseño del patrón de movimiento.

En una primera instancia se realiza el TMC para un sistema representativo de la pierna compuesto por un segmento de masa negligible y una sola articulación (rodilla) fija. En este caso, el momento necesario para la rodilla corresponde a la siguiente ecuación:

$$M_{\text{knee\_fijo\_sinpeso}} = I_o * \ddot{\theta} \quad (47)$$

Si se descarta la simplificación de la masa que corresponde al segmento pierna+pie, entonces se le añade un término más al TMC.

$$M_{\text{knee\_fijo}} = I_o * \ddot{\theta} + mg * \overline{OG} * \sin\theta \quad (48)$$

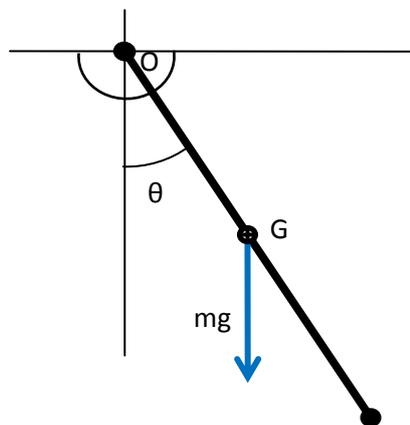


Figura 7.1 Modelo péndulo simple con masa.

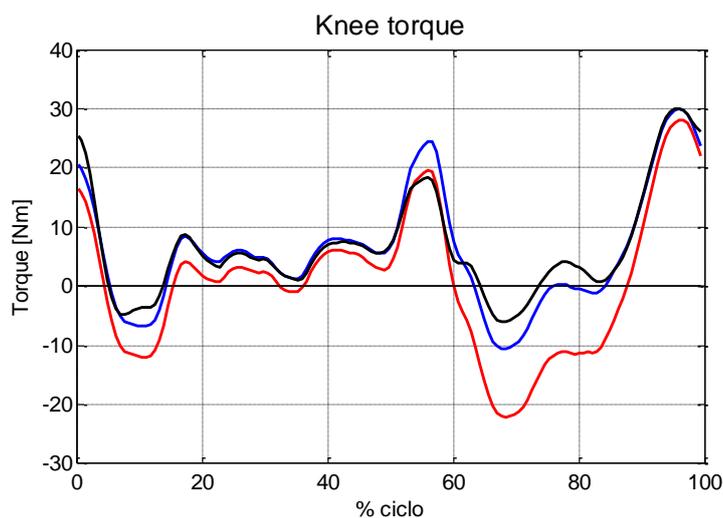
Finalmente, se tiene en cuenta que el articulación O (rodilla) en realidad no es un punto fijo en el plano sino que se trata de un punto móvil y por tanto, tiene una cierta aceleración durante el movimiento.

$$M_{\text{knee}} = I_o * \ddot{\theta} + mg * \overline{OG} * \sin\theta + m * (\overline{OG}_y * a_{kx} - \overline{OG}_x * a_{ky}) \quad (49)$$

- $(a_{kx}, a_{kz})$  siendo la aceleración de la articulación de la rodilla (knee) en los ejes del plano a cada instante del ciclo.

A continuación, se gráfica el resultado del momento al incorporar las consideraciones precedentes. La línea roja hace referencia al caso más simple, la azul es la que tiene en cuenta el peso de la pierna y finalmente la negra es el modelo más complejo.

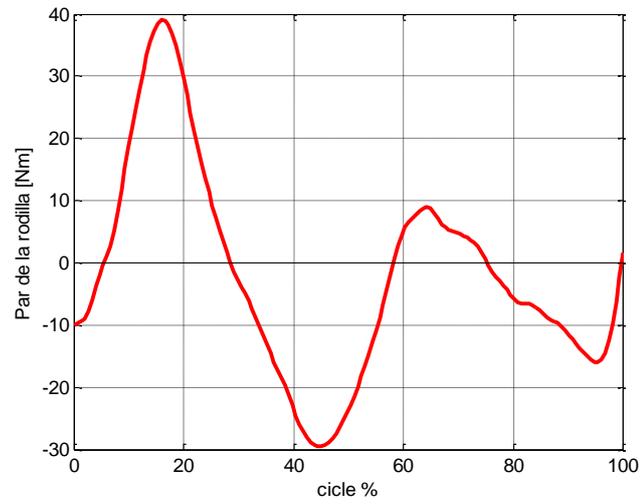
Se observa como en los tres casos únicamente varia el módulo de la función sin modificar su curva. A consecuencia de la figura 7.2 se puede afirmar que la inercia del punto O por la aceleración angular del movimiento es el término con mayor relevancia de la función y que el resto de términos pueden ser despreciables.



**Figura 7.2** Momento generado en la rodilla.

De todos modos, el momento del modelo más complejo únicamente se cumple durante la fase de oscilación del ciclo, ya que en la fase de apoyo existe el contacto del pie con el suelo y por tanto, las fuerzas de reacción (N,T) desconocidas que se deben tener en cuenta.

Debido al objetivo de realizar un estudio lo más preciso posible del movimiento real que un ser humano realiza al andar, se deberá recurrir al método de la dinámica inversa para obtener la función exacta del momento necesario a lo largo del ciclo (Figura 7.3).



**Figura 7.3** Momento definitivo generado en la rodilla (dinámica inversa).

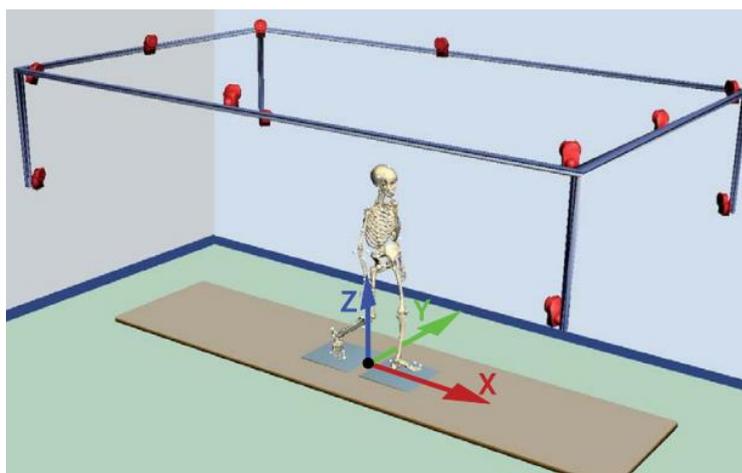
## 8. Patrón de marcha

El objetivo de esta sección es presentar el análisis cinemático y dinámico de un ciclo de marcha de una persona a partir de mediciones experimentales obtenidas en el laboratorio de biomecánica del departamento de ingeniería mecánica de la ETSEIB [Sistiaga, 2012; Arroyo, 2011].

La descripción del patrón de marcha incluye una parte cinemática y una dinámica. El patrón cinemático se obtiene a partir de la captura de la posición de los marcadores del modelo junto a los parámetros estimados de los distintos segmentos que conforman el modelo de pierna del sujeto. El patrón dinámico (fuerzas y momentos necesarios en las articulaciones para obtener el patrón cinemático descrito) obtiene mediante la resolución de un problema de dinámica inversa. Las placas de fuerza del laboratorio se encargan de registrar los valores de las fuerzas de reacción durante el contacto del pie con el suelo, y a partir de éstas, del patrón cinemático y de la aplicación de los teoremas vectoriales, se calculan los pares musculares en las articulaciones.

### 8.1. Patrón cinemático: captura y procesado de datos

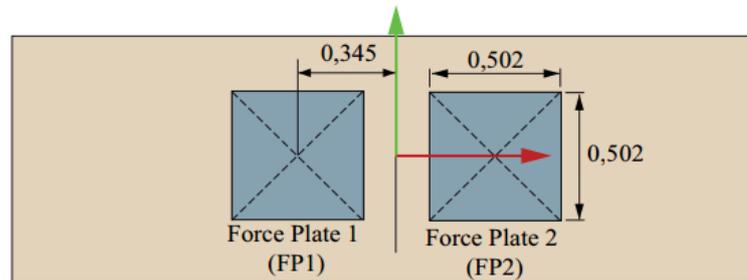
Para llevar a cabo la captura de movimiento, el sujeto camina sobre dos placas de fuerza, y el movimiento de la pierna se captura a partir de cámaras ópticas que miden y registran la posición de los marcadores que disponen a lo largo del cuerpo o zona estudiada.



**Figura 8.1** Disposición del laboratorio en la captura de movimiento.

La posición de cada marcador se expresa en el sistema de coordenadas globales

definido por los ejes x,y,z (figura 8.1). Cada placa registra la fuerza de reacción del suelo con el pie que hace contacto con la placa durante la fase de apoyo.



**Figura 8.2** Separación y medidas de las placas de fuerza.

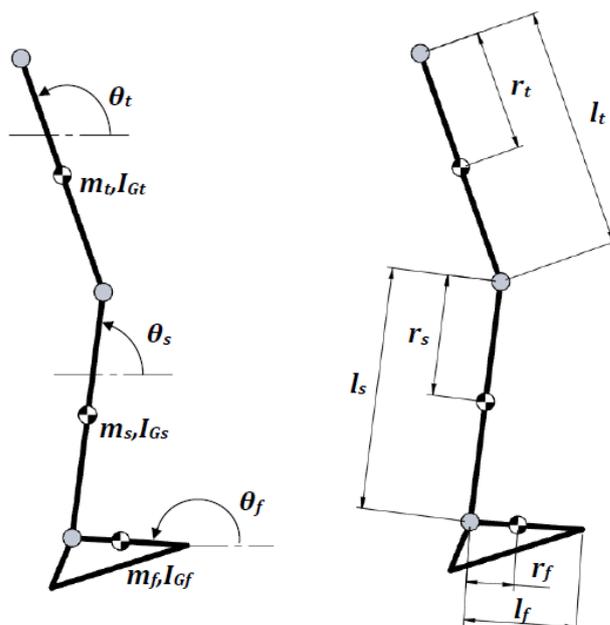
Para poder trabajar con los datos obtenidos del sujeto es necesario modelar su cuerpo para efectuar el análisis cinemático. La validez de los resultados depende en gran medida de la precisión del modelo utilizado. Para que un modelo se adecue al objetivo de este proyecto, debe representar fielmente la forma del cuerpo humano.

En este estudio, concretamente, se disponen marcadores a lo largo de la pierna derecha y ésta se define a partir de tres segmentos: pie, pierna y muslo. En el caso de un movimiento plano (que es la hipótesis de simplificación adoptada en este trabajo), el conocimiento de la evolución temporal de la posición de dos puntos de un sólido es suficiente para conocer la de cualquier otro punto del mismo sólido. Por tanto, dos marcadores por segmento son suficientes.

En la figura 8.3 se observa la modelización utilizada de la pierna y la orientación de los segmentos a partir de su ángulo absoluto (ángulo girado respecto a la horizontal).

Se trata de un modelo con 5 grados de libertad, dos corresponden a la velocidad de un punto del modelo en el plano sagital, y los tres restantes corresponden a la rotación de cada uno de los sólidos que lo configuran.

Para designar a los distintos parámetros se utiliza el subíndice correspondiente al nombre del segmento al que pertenece en inglés (thigh para el muslo, shank para la pierna y foot para el pie).



**Figura 8.3** Definición de las variables de configuración (posición y orientación) de una pierna.

- $\theta$  representa el ángulo respecto al suelo (ángulo absoluto) que orienta el segmento en el espacio.

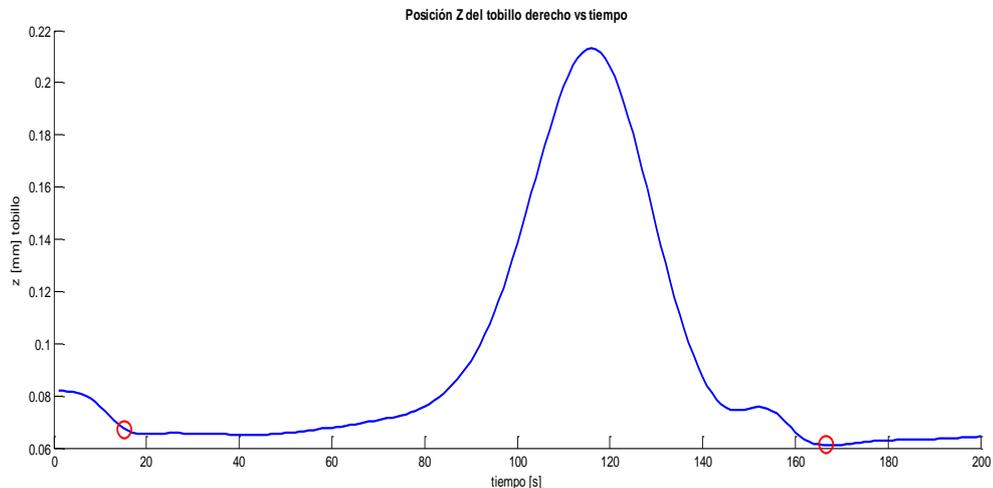
Para obtener los datos correspondientes a este modelo se necesitan 4 marcadores: uno en la cadera, en el extremo del fémur (1), uno en la articulación de la rodilla (2), uno en la articulación del tobillo (3) y el último, en el extremo del pie, en el dedo pequeño (4). Los marcadores 1 y 2 definen el movimiento del muslo, 2 y 3, el correspondiente a la pierna, y 3 y 4 describen el movimiento que realiza el pie.

Una vez registrados los datos de la captura, se efectúa posteriormente un análisis y tratamiento de ellos con el software MATLAB® que se explica a continuación.

### 8.1.1. Análisis cinemático

Un aspecto importante para el análisis es identificar el tiempo exacto que dura el ciclo de marcha. Para ello se pueden determinar los dos instantes en los que un mismo pie establece contacto con el suelo a partir de las mediciones de las placas. Como únicamente se dispone de dos placas de fuerza en el laboratorio, el segundo contacto del pie derecho no puede ser captado, de modo que se realizaría una estimación del periodo conociendo el instante en el que el pie izquierdo se apoya en el suelo, que coincide con la mitad del ciclo.

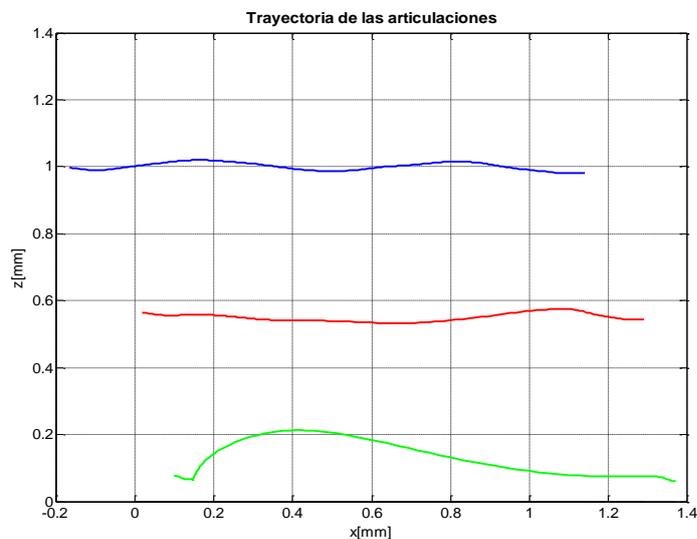
En este proyecto se define el ciclo del sujeto basándose en la gráfica la posición del tobillo derecho respecto el tiempo (figura 8.4) y se escogen los dos instantes consecutivos en los que la curva se acerca más a altura 0, y por tanto se supone que aparece el contacto del pie con el suelo.



**Figura 8.4** Instantes en los que se inicia y finaliza el ciclo de marcha del sujeto.

La captura nos registra la posición en las coordenadas del plano (x,z) de la articulación de la cadera, rodilla, tobillo y punta del pie. A los datos se les aplica un filtrado *Butterworth* de segundo orden con la comanda *filtfilt* y una frecuencia de corte de 0.15 Hz. Se observó el comportamiento del filtrado con diferentes frecuencias y se eligió la que más se adecuaba a los requisitos. La frecuencia de 0.15 Hz era capaz de eliminar el ruido de la señal sin borrar información importante.

A continuación se grafica la trayectoria (posición z respecto x) para las articulaciones de la cadera, rodilla y tobillo.

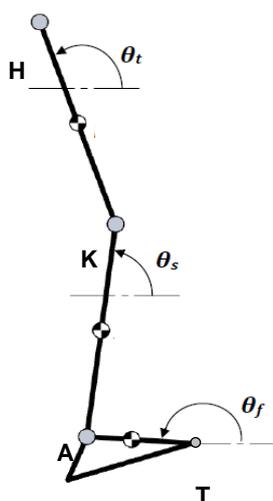


**Figura 8.5** Trayectorias de la cadera (azul), de la rodilla (rojo) y del tobillo (verde).

Para el posterior análisis dinámico es necesario conocer las orientaciones, velocidades y aceleraciones angulares de los segmentos, como también las velocidades y aceleraciones lineales de sus centros de inercia.

Ángulos absolutos de los segmentos

Se calculan los ángulos absolutos de los diversos segmentos, en base a las coordenadas de los marcadores a partir de relaciones trigonométricas. De ese modo, el ángulo absoluto que orienta cada segmento responde a la siguiente expresión matemática (x corresponde al eje horizontal y z al eje vertical):



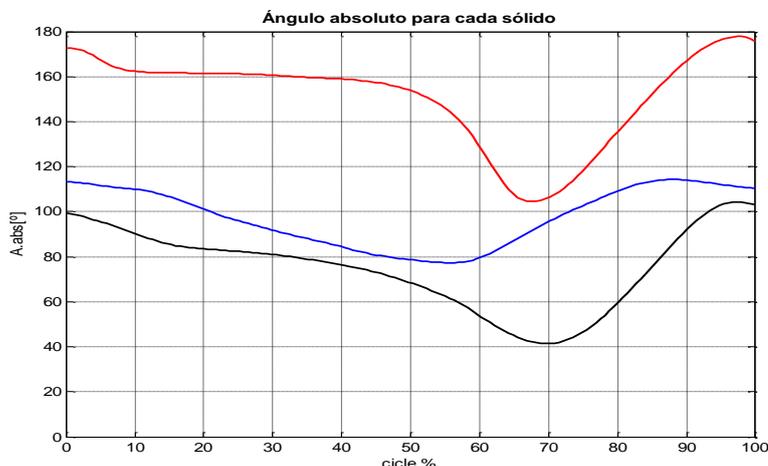
$$\theta_R^{\text{muslo}} = \tan^{-1} \left( \frac{z_R(H) - z_R(K)}{x_R(H) - x_R(K)} \right) \quad (50)$$

$$\theta_R^{\text{pierna}} = \tan^{-1} \left( \frac{z_R(K) - z_R(A)}{x_R(K) - x_R(A)} \right) \quad (51)$$

$$\theta_R^{\text{pie}} = \tan^{-1} \left( \frac{z_R(A) - z_R(T)}{x_R(A) - x_R(T)} \right) \quad (52)$$

**Figura 8.6** Definición del sentido de giro de los ángulos absolutos. Se ha caracterizado a las distintas articulaciones con la inicial de su nombre en inglés (hip, knee, ankle, toe).

- Se realiza una simplificación del pie y se trata como un sólo segmento que une el dedo pequeño del pie y el tobillo tanto en el cálculo del ángulo absoluto del pie, como en el cálculo de su centro de masas, y consecuentemente, de su velocidad y aceleración.

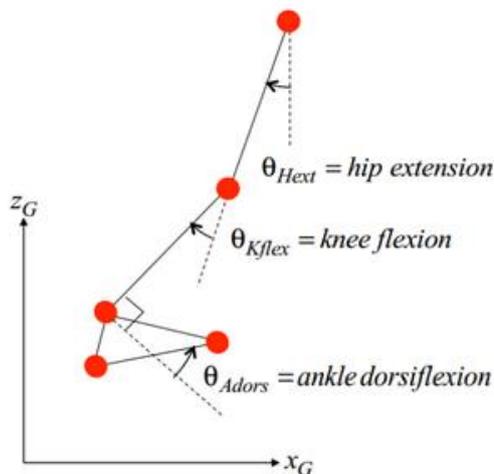


**Figura 7:** Gráfico de ángulos absolutos a lo largo del ciclo de marcha. Pie (rojo), pierna (negro), muslo (azul).

### Ángulos relativos de las articulaciones

En este apartado se comenta el cálculo de los ángulos relativos de las distintas articulaciones. Definen el movimiento del segmento en función al segmento anterior en vez de respecto la referencia fija R y esto facilita la comprensión de la evolución del patrón de movimiento.

La Figura 8.8 muestra cómo se definen los ángulos en las articulaciones según la convención médica. El sentido definido de giro del ángulo caracteriza el movimiento de la articulación y lo clasifica como flexión o extensión.



**Figura 8.8** Convención médica para los ángulos relativos de la pierna. [33]

Los ángulos relativos se calculan a partir de los ángulos absolutos explicados previamente a partir de las siguientes expresiones lineales aplicando geometría básica:

$$\theta_{Hflex} = \theta_R^{muslo} - 90^\circ \quad (53)$$

$$\theta_{Kflex} = \theta_R^{muslo} - \theta_R^{pierna} \quad (54)$$

$$\theta_{Aflex} = \theta_R^{pie} - \theta_R^{pierna} - 90^\circ \quad (55)$$

Aunque estas ecuaciones no se utilizan en los cálculos de la dinámica, debido a que el ángulo relativo a la rodilla define el movimiento de la articulación que se relacionará posteriormente, con el movimiento del motor de la ortesis, se realiza su cálculo y se grafica a continuación (figura 8.9).

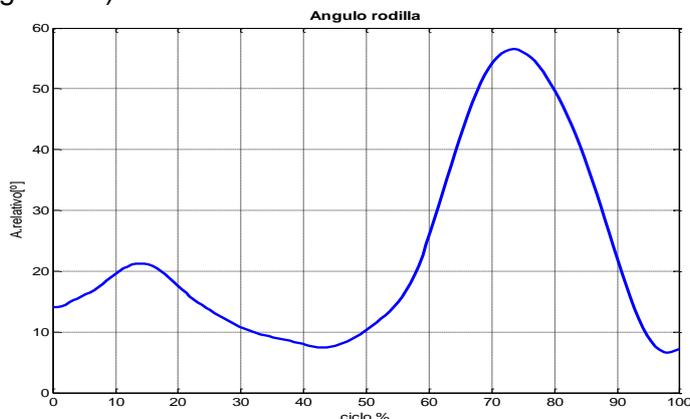


Figura 8.9 Ángulo de flexión de la rodilla.

Velocidades y aceleraciones lineales

Puesto que la velocidad lineal de las articulaciones es importante para obtener la velocidad y aceleración del centro de inercia de cada segmento, a continuación se observa el resultado de su cálculo (figura 8.10).

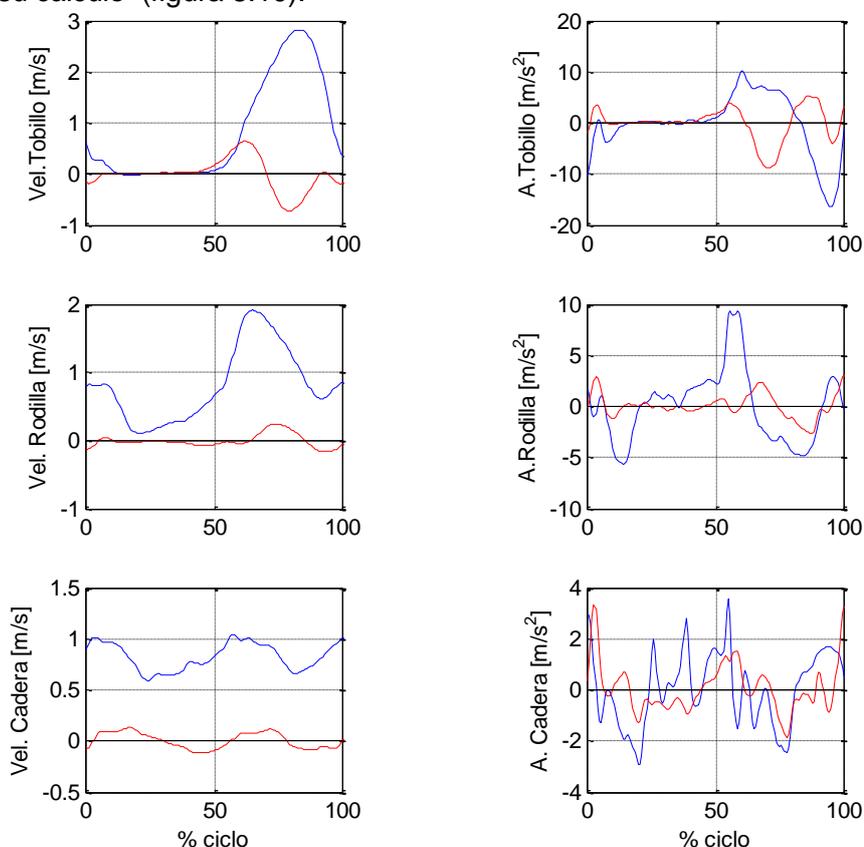
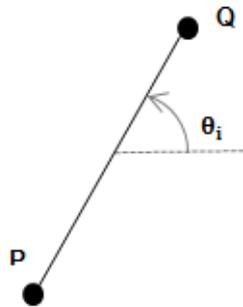


Figura 8.10 Velocidades y aceleraciones en las articulaciones. Datos filtrados en dirección x (azul), en dirección z (rojo).



La velocidad y aceleraciones de las distintas articulaciones pueden calcularse a partir de la derivada numérica de la posición de cada marcador con respecto al tiempo (con un diferencial de tiempo de 0.01 s) o a partir de la velocidad conocida de un punto perteneciente al mismo sólido.

Por ejemplo, a partir de su derivada temporal se calcula la velocidad en el tobillo, y una vez obtenida, se puede relacionar la velocidad del tobillo con la de la rodilla puesto que también pertenece al segmento de la pierna. Posteriormente se efectúa el mismo proceso con la velocidad de la rodilla y la de la cadera (pertenecientes ambas al segmento del muslo). A continuación vemos las fórmulas que hacen posible este cálculo.



**Figura 8.11** Sólido con (P, Q) pertenecientes y ángulo absoluto  $\theta_i$  orientativo.

$$\bar{v}_R(P) = \frac{d}{dt} (x_R(P), z_R(P)) \quad (56)$$

$$v_{Rx}(Q) = v_{Rx}(P) - \overline{PQ} \cdot \sin(\theta_i) \cdot \dot{\theta}_i, \quad (57)$$

$$v_{Rz}(Q) = v_{Rz}(P) + \overline{PQ} \cdot \cos(\theta_i) \cdot \dot{\theta}_i$$

Se presenta una ampliación del gráfico de la velocidad y aceleración de la rodilla ya que inicialmente esta articulación era el punto móvil del doble péndulo que se quería considerar.

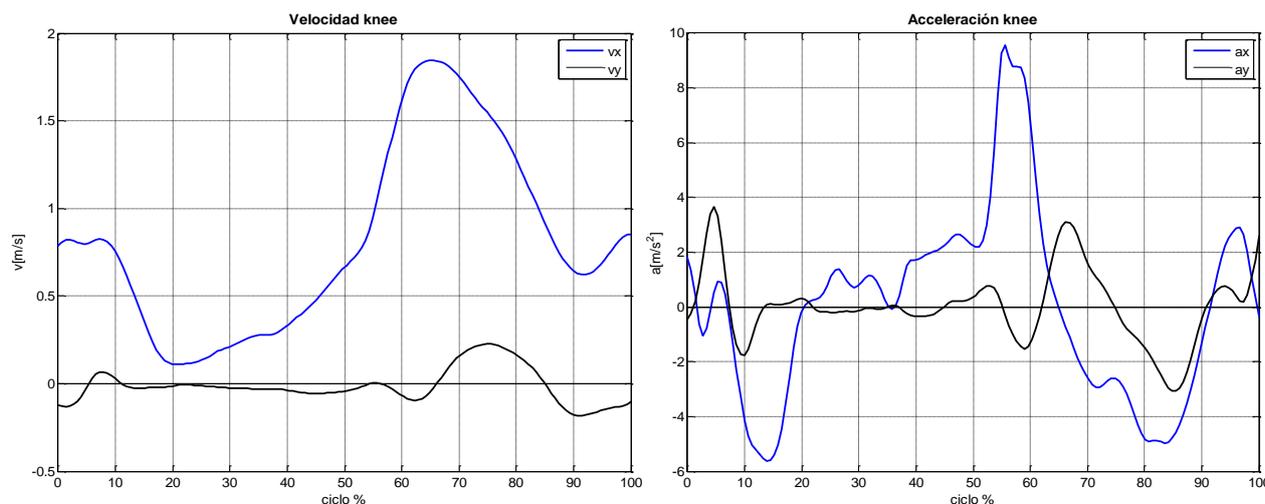


Figura 8.12 Velocidad y aceleración de la rodilla.

Para el cálculo de la aceleración se realiza el mismo proceso pero derivando la velocidad y a partir de la siguiente ecuación:

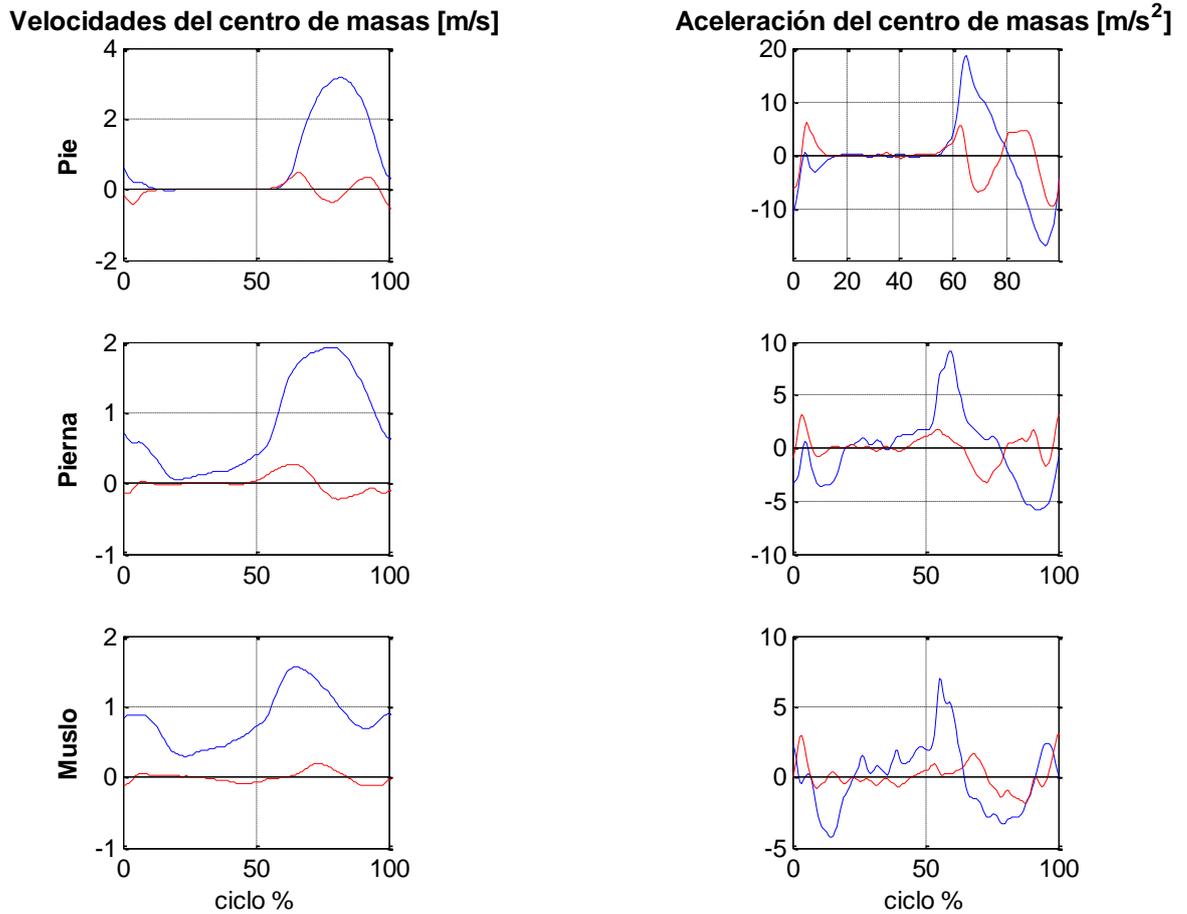
$$\bar{a}_R(P) = \frac{d}{dt} \bar{v}_R(P) \tag{58}$$

$$a_{Rx}(Q) = a_{Rx}(P) - |\overline{PQ}| \cdot \cos(\theta_i) \cdot \dot{\theta}_i^2 - |\overline{PQ}| \cdot \sin(\theta_i) \cdot \ddot{\theta}_i, \tag{59}$$

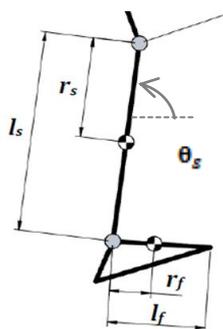
$$a_{Rz}(Q) = a_{Rz}(P) - |\overline{PQ}| \cdot \sin(\theta_i) \cdot \dot{\theta}_i^2 + |\overline{PQ}| \cdot \cos(\theta_i) \cdot \ddot{\theta}_i$$

Para posteriores cálculos de la dinámica inversa del movimiento es necesario conocer la velocidad y aceleración de los centro de masa de los distintos sólidos. Primeramente se calculó su posición a partir del vector posición de la articulación proximal partiendo de la posición del tobillo. El resultado obtenido es el vector posición del centro de masas respecto la referencia R para el pie, pierna y muslo. El vector velocidad y aceleración de G lo proporciona la derivada primera y segunda respecto al tiempo, respectivamente, del vector posición obtenido (figura 8.13).

A continuación se presentan únicamente las ecuaciones utilizadas para el cálculo del centro de masa del segmento pierna debido a su similitud con los cálculos para los demás segmentos.



**Figura 8.13** Velocidades y aceleraciones en el centro de masas de los distintos sólidos. Se grafica los resultados en la dirección x (azul) y en la dirección z (rojo).



$$x_R(G_{\text{pierna}}) = x_R(\text{Tobillo}) + (l_s - r_s) \cdot \cos(\theta_s) , \tag{60}$$

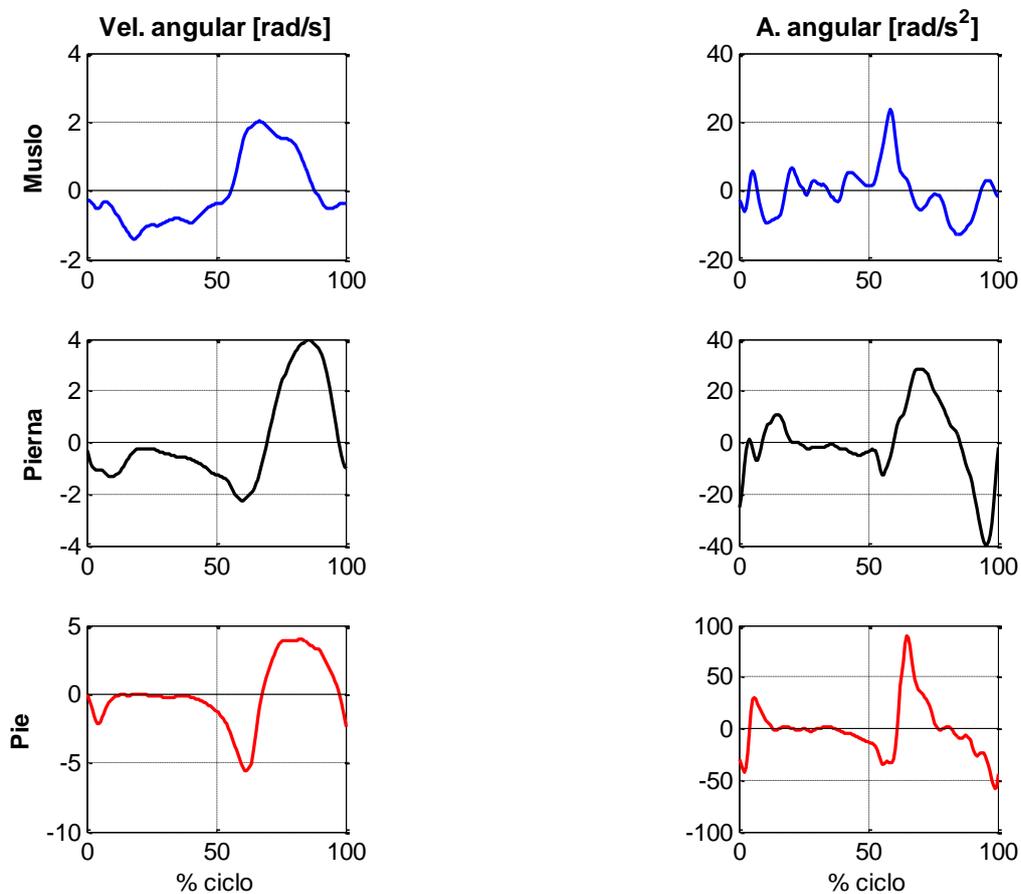
$$z_R(G_{\text{pierna}}) = z_R(\text{Tobillo}) + (l_s - r_s) \cdot \sin(\theta_s)$$

**Figura 8.14** Parámetros geométricos del segmento pierna.

Velocidades y aceleraciones angulares

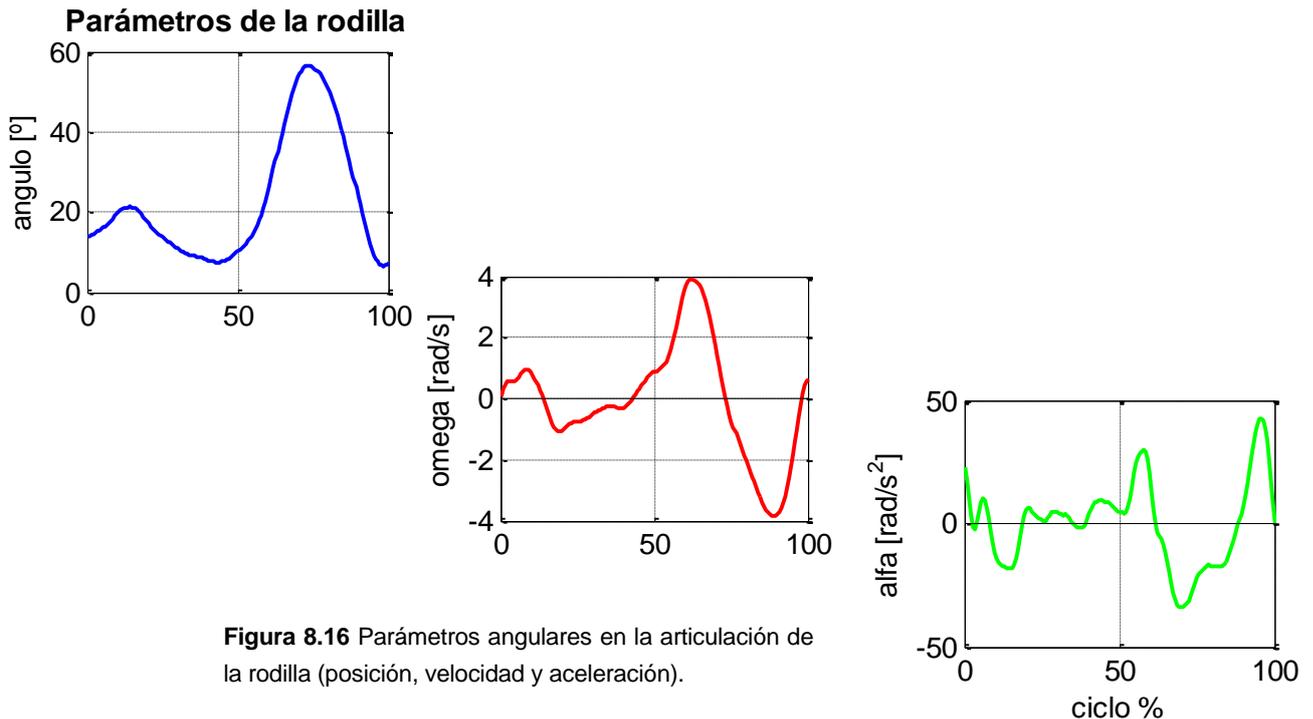
Para llevar a cabo el estudio dinámico del modelo, también se necesita el cálculo de la velocidad y la aceleración angular de cada segmento a partir de la derivada primera y segunda de su ángulo absoluto.

A continuación se observan los resultados obtenidos para los distintos segmentos (figura 8.15).



**Figura 15:** velocidades y aceleraciones angulares para cada segmento del modelo.

Finalmente, con motivo de la introducción de la ortesis en la rodilla, se estudia el comportamiento de los parámetros relativos a ella (ángulo relativo, velocidad angular y aceleración angular) con los que se define su cinemática en una misma figura.



## 8.2. Patrón dinámico: datos experimentales y dinámica inversa

Una vez realizado el análisis del patrón cinemático del sujeto estudiado, se procede a realizar el análisis dinámico para obtener los momentos musculares articulares implicados en el movimiento. El problema se resuelve a partir de la dinámica inversa del modelo de pierna escogido a partir de los teoremas vectoriales, como se había comentado en capítulos anteriores.

En este apartado se procede, en primer lugar, a asignar los datos antropométricos adecuados para cada segmento del modelo. Posteriormente se muestra la evolución de las fuerzas de contacto del pie con el suelo y el cálculo del Centro de Presiones del pie (COP) donde aplicamos la hipótesis de contacto puntual. Finalmente, se exponen detalladamente los cálculos realizados para conseguir las ecuaciones del movimiento junto al par, concretamente de la rodilla, que debe realizar el sistema de actuación para contrarrestar la falta de movimiento que se supone al sujeto que hará uso de la ortesis, y así pues, llevar a cabo una marcha normal.

### 8.2.1. Parámetros antropométricos del modelo

El sujeto a partir del cual se realizó el estudio tiene una altura de 1.90 m y una masa corporal de 82 kg.

- $(m_i, I_i)$  son la masa e inercia del segmento en el centro de inercia.
- $(l_i, r_i)$  definen la longitud del segmento y la distancia a la que se encuentra el centro de inercia a partir de la articulación proximal (más cercana al centro de masas global del cuerpo del sujeto).

Para determinar la longitud de cada segmento se hizo la media de la distancia entre los marcadores que pertenecían al mismo segmento, situados a sus extremos, a lo largo del tiempo. Al ejecutar un movimiento, los músculos y la piel se estiran y contraen constantemente, por tanto no poseen una misma medida a lo largo del ciclo. De esta manera, una vez calculada la media, se trata al sólido como rígido facilitando los posteriores cálculos.

La masa, la distancia entre el centro de inercia y la articulación proximal y el momento de inercia de cada segmento respecto su centro de masas para cada segmento se define a partir de las siguientes relaciones de proporción antropométricas. [34]

*Muslo (thigh):*

$$\begin{aligned} m_t &= 0.1 \cdot m, \\ r_t &= 0.626 \cdot l_t, \end{aligned} \tag{61}$$

$$I_{Gt} = m_t \cdot (0.323 \cdot l_t)^2$$

*Pierna (Shank):*

$$\begin{aligned} m_s &= 0.0465 \cdot m, \\ r_s &= 0.433 \cdot l_s, \end{aligned} \tag{62}$$

$$I_{Gs} = m_s \cdot (0.302 \cdot l_s)^2$$

*Pie (Foot):*

$$m_f = 0.0145 \cdot m, \tag{63}$$

$$l_f = 0.152 \cdot h$$

$$r_f = 0.5 \cdot l_f,$$

$$I_{Gf} = m_f \cdot (0.475 \cdot l_f)^2$$

- h es la altura global del individuo

En la Tabla 8.1 se observan los parámetros antropométricos calculados.

Segmento	Masa	Longitud	Distancia entre la articulación proximal y el centro de inercia	Momento de inercia respecto el centro de inercia
	m [kg]		r [mm]	$I_G$ [kg·mm <sup>2</sup> ]
<b>Muslo</b>	8.20	499.1	291.8	185900
<b>Pierna</b>	3.81	493.5	213.7	84700
<b>Pie</b>	1.19	288.8	144.4	22400

**Tabla 8.1** Parámetros antropométricos de los distintos segmentos que conforman el modelo de pierna entera.

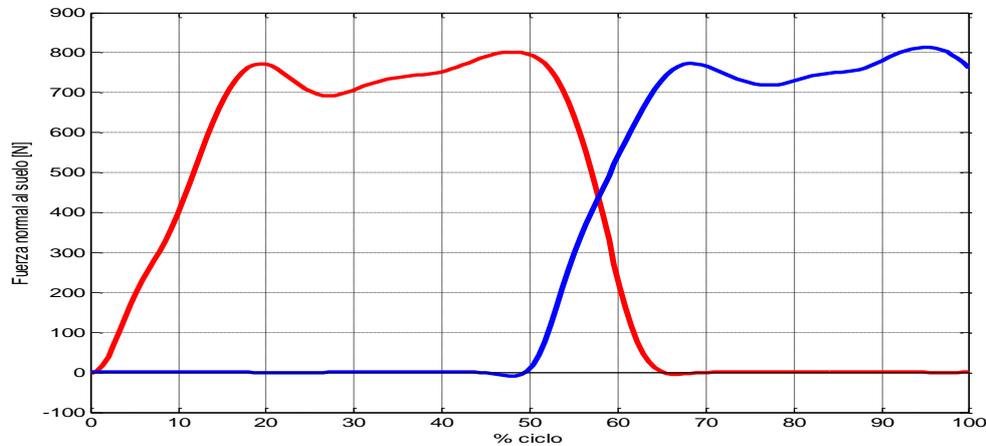
### 8.2.2. Evolución de las fuerzas de contacto

Como ya se ha introducido en el capítulo sobre el análisis dinámico de una pierna, para el cálculo de la dinámica inversa del modelo se necesitan los datos cinemáticos previamente comentados y las fuerzas de contacto pie-placa. En la figura 8.17 se describe la evolución temporal de los datos registrados de la fuerza normal al plano del suelo para cada uno de los pies.

Se comprueba como para el pie estudiado (pie derecho) se cumple que, aproximadamente durante el primer 60 % del ciclo de marcha, el pie se encuentra en la fase de apoyo (existencia de fuerzas de contacto) y como durante el 40 % posterior, éste

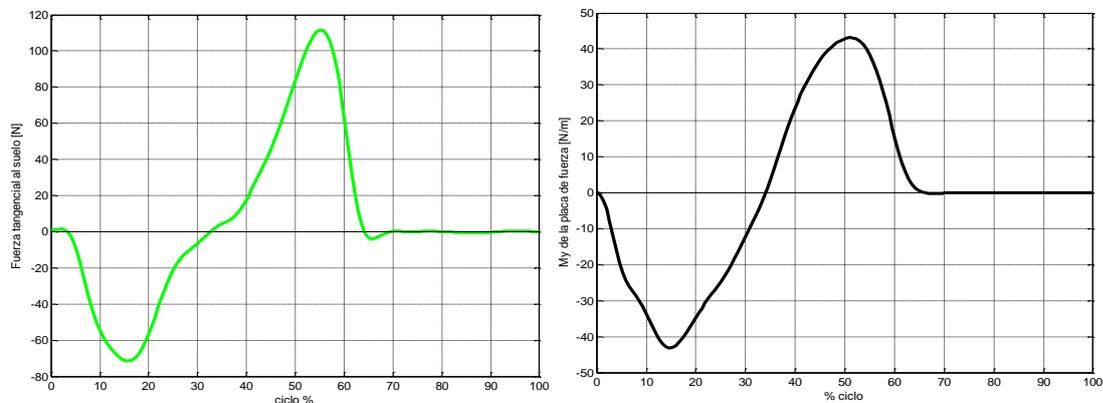
pertenece a la fase de oscilación.

Además, se observa el movimiento alterno de ambos pies y la existencia del doble apoyo (contacto bipodal) entre el 50 y 70 % del ciclo.



**Figura 8.17** Evolución temporal de la fuerza normal al suelo que registran las placas del laboratorio. La curva roja caracteriza el pie derecho y la azul, el pie izquierdo.

De la misma manera, se muestra la evolución para la fuerza tangencial a la placa y el momento en el eje normal al plano sagital (figura 8.18).



**Figura 8.18** Evolución temporal de la fuerza de contacto tangencial al suelo (verde) y el momento en y que se genera en el centro de la placa.

Antes de iniciar la resolución de la dinámica inversa del modelo se debe conocer también, la evolución temporal de la posición del centro de presiones (COP). Éste es el punto de la placa donde el momento en y es nulo. Si se define el origen del sistema de coordenadas para la placa a altura 0 (superficie de la placa), debido a que la fuerza tangencial se encuentra siempre a la misma altura coincidente con el origen definido (punto O), esta fuerza nunca realiza momento y por tanto, la coordenada vertical del COP es nula

también. Así pues, el COP coincidirá con el punto en el que se registra la fuerza normal al suelo a lo largo del ciclo.

Debido a que el momento está definido en el centro de la placa, la posición horizontal del COP se calcula con la siguiente formula:



Figura 8.19 Definición del sistema placa para el cálculo del COP.

$$x_{\text{COP}} = \frac{L_{\text{placa}}}{2} + d_p = 0.24892 + \frac{M_y(P)}{F_z(P)} \quad (64)$$

A continuación se muestra la evolución de la componente horizontal del COP de la placa para el sujeto estudiado (figura 8.20).

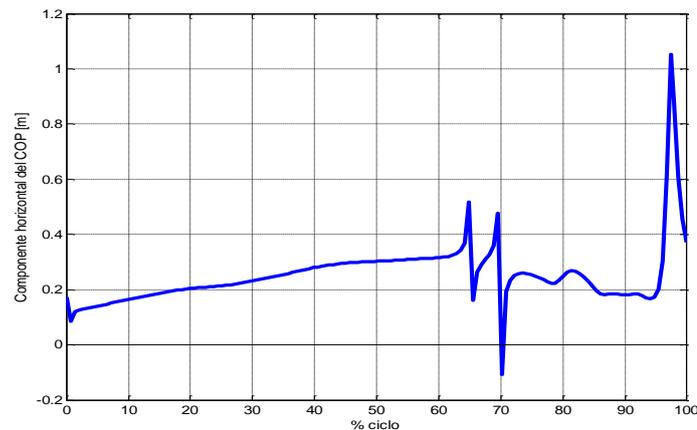


Figura 8.20 Evolución temporal de la componente horizontal del COP para la placa de fuerza.

### 8.2.3. Dinámica inversa: cálculo del torsor en las articulaciones

Puesto que en apartados precedentes se ha introducido la teoría adecuada sobre el cálculo de la dinámica inversa, en este apartado únicamente se desarrollarán las expresiones matemáticas consideradas para el modelo propuesto.

En este caso se calcula el torsor en cada articulación dividiendo el sistema pierna en tres sólidos libres: pie, pierna y muslo. Las ecuaciones para cada sólido libre son las siguientes:

*Muslo (thigh):*

$$F_x^h - F_x^k = m_t \cdot a_x(G_t),$$

$$F_z^h - F_z^k - m_t \cdot g = m_t \cdot a_z(G_t),$$

(65)

$$M_y^h - M_y^k - F_x^h \cdot r_t \cdot \sin(\theta_t) + F_z^h \cdot r_t \cdot \cos(\theta_t) - F_x^k \cdot (l_t - r_t) \cdot \sin(\theta_t) + F_z^k \cdot (l_t - r_t) \cdot \cos(\theta_t) = I_{G_t} \ddot{\theta}_t$$

*Pierna (Shank):*

$$F_x^k - F_x^a = m_s \cdot a_x(G_s),$$

$$F_z^k - F_z^a - m_s \cdot g = m_s \cdot a_z(G_s),$$

(66)

$$M_y^k - M_y^a - F_x^k \cdot r_s \cdot \sin(\theta_s) + F_z^k \cdot r_s \cdot \cos(\theta_s) - F_x^a \cdot (l_s - r_s) \cdot \sin(\theta_s) + F_z^a \cdot (l_s - r_s) \cdot \cos(\theta_s) = I_{G_s} \ddot{\theta}_s$$

*Pie (Foot):*

$$F_x^a + F_x^{floor} = m_f \cdot a_x(G_f),$$

$$F_z^a + F_z^{floor} - m_f \cdot g = m_f \cdot a_z(G_f),$$

(67)

$$M_y^a - F_x^a \cdot r_f \cdot \sin(\theta_f) + F_z^a \cdot r_f \cdot \cos(\theta_f) - F_x^{floor} \cdot G_f^z - F_z^{floor} \cdot (G_f^z - x_{COP}) = I_{G_f} \ddot{\theta}_f$$

A continuación, la figura 8.21 muestra el diagrama de sólido libre de los distintos segmentos que conforman la pierna para resolver la dinámica inversa. Este diagrama se obtiene a partir de proyectos precedentes [Arroyo, 2011]. Para el conjunto de ecuaciones 65,66 y 67 el subíndice z hace referencia al eje vertical del plano, que en la figura siguiente, se determina a partir del subíndice y.

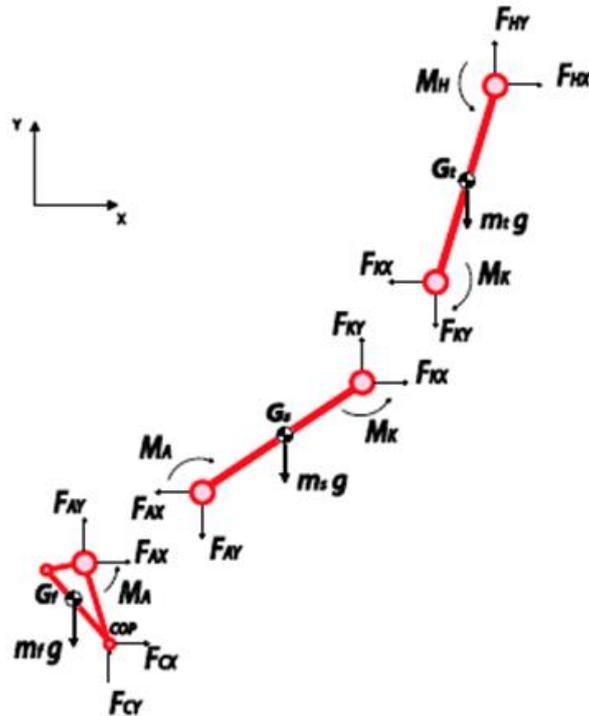


Figura 8.21 Diagrama de fuerzas y momentos para el pie, pierna y muslo.

A continuación se muestra como resultado la evolución temporal de las fuerzas y momentos existentes en cada una de las articulaciones consideradas.

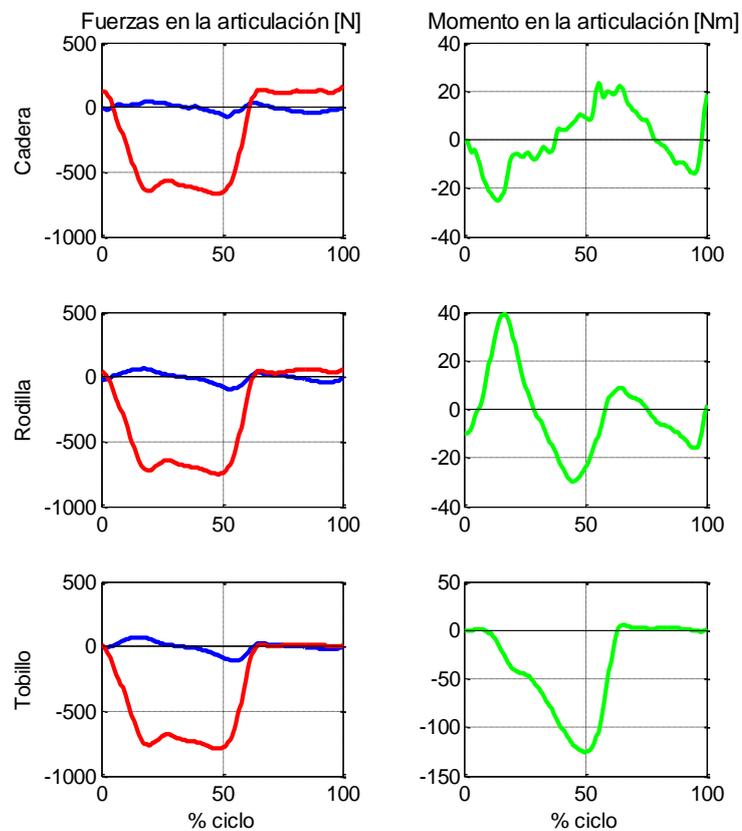
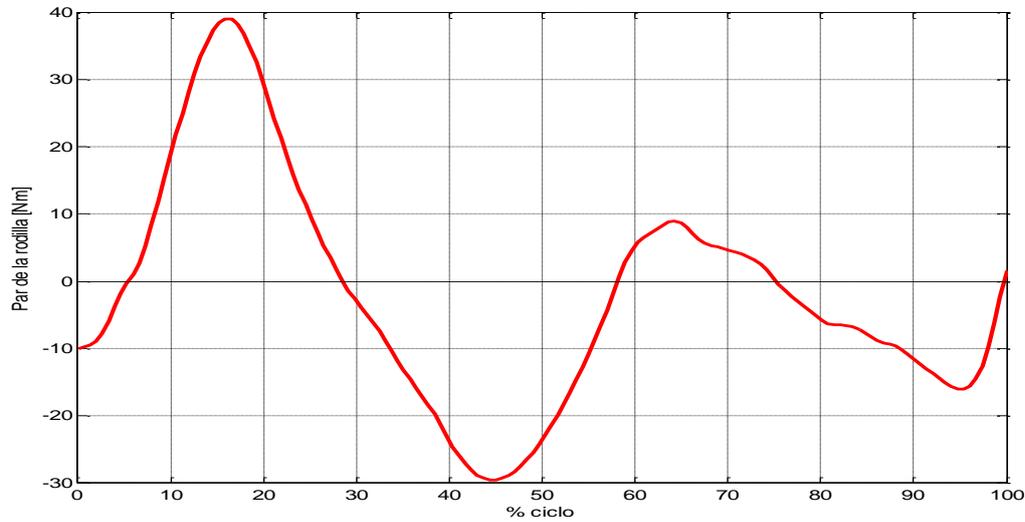


Figura 8.22 Evolución temporal de las fuerzas y momentos existentes en las articulaciones del modelo.

El parámetro necesario para ejecutar el diseño del actuador de la ortesis activa de este proyecto es el momento que los músculos del sujeto aplican sobre la rodilla. La figura 23 presenta en detalle su evolución.



**Figura 23:** Momento necesario en la articulación de la rodilla (entrada de la ortesis activa).

Finalmente, se comprueba que los resultados obtenidos para las entradas de la ortesis (momento en la rodilla y ángulo relativo del segmento pierna) se ajusten a los datos estipulados en la literatura científica y estudios precedentes similares [32].

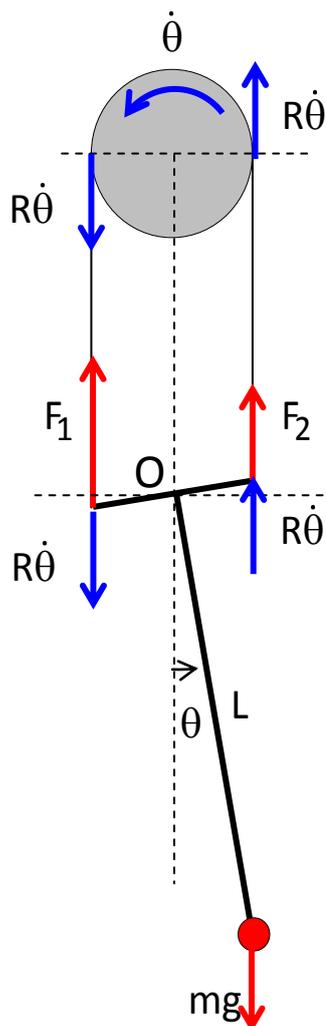
## 9. Optimización de la actuación en la rodilla

En este apartado se analizan diversos diseños de combinaciones entre un motor eléctrico y un sistema activo de actuación sobre la rodilla, en algunos casos, con incorporación de elementos elásticos (pasivos) encontrados en la literatura.

Para efectuar el dimensionamiento en la articulación, el factor determinante suele ser la potencia mecánica necesaria ya que, como se ha comprobado en capítulos anteriores, en trabajo total a lo largo del ciclo es invariable ante la introducción de elementos elásticos.

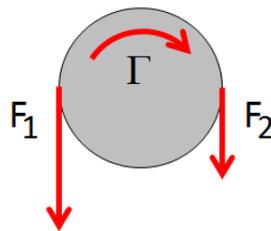
Puesto que el cálculo del consumo energético se realiza a través de la integral del valor absoluto de la potencia, la energía total al final del ciclo sí puede variar, y en ocasiones puede ser relevante para la optimización de la rigidez del muelle.

### 9.1. Actuador rígido



Inicialmente, se trabaja con el caso de actuador rígido con las características del siguiente modelo para observar su comportamiento.

Se desprecian las inercias distintas a la del péndulo y todas las resistencias pasivas. Además, se asume por hipótesis que los ángulos son muy pequeños.



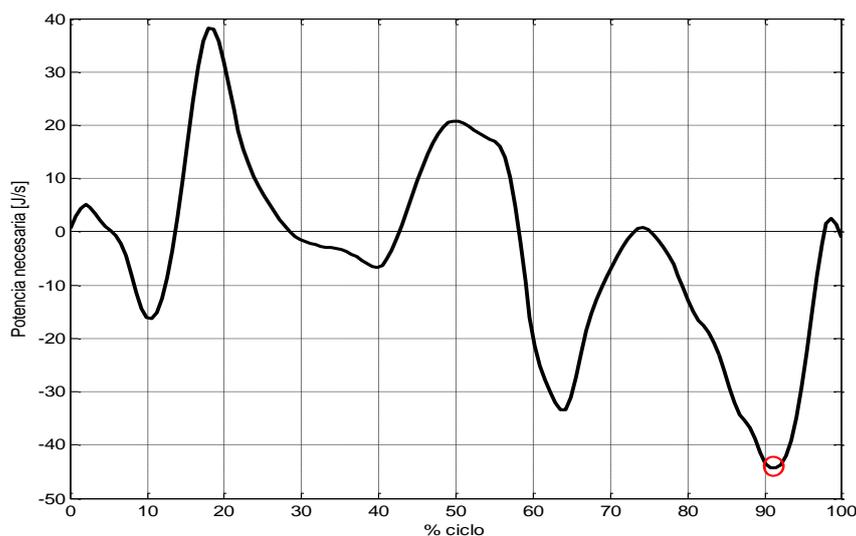
**Figura 9.1** Diseño de actuador rígido. El punto O simboliza la articulación de la rodilla.

La potencia mecánica responde a la siguiente expresión:

$$\dot{W}^r = -\tau \cdot \dot{\theta} = F_1 R \dot{\theta} - F_2 R \dot{\theta}, \quad (68)$$

$$\tau = I_o \ddot{\theta} + mgL \sin \theta \quad (69)$$

El signo negativo para el cálculo de la potencia es debido a que el sentido del par y del ángulo se ha definido en sentido contrario. La figura 9.2 muestra el resultado de la potencia mecánica. Cuando la potencia es negativa, el motor disipa energía. Puesto que se utiliza un motor eléctrico, su disipación no tiene relevancia ya que el motor consume tanto para valores positivos como negativos de potencia y por tanto, lo que tiene interés es el valor absoluto de dicha potencia. En este caso el máximo absoluto es de 44.35 W pasado el 90 % del ciclo.



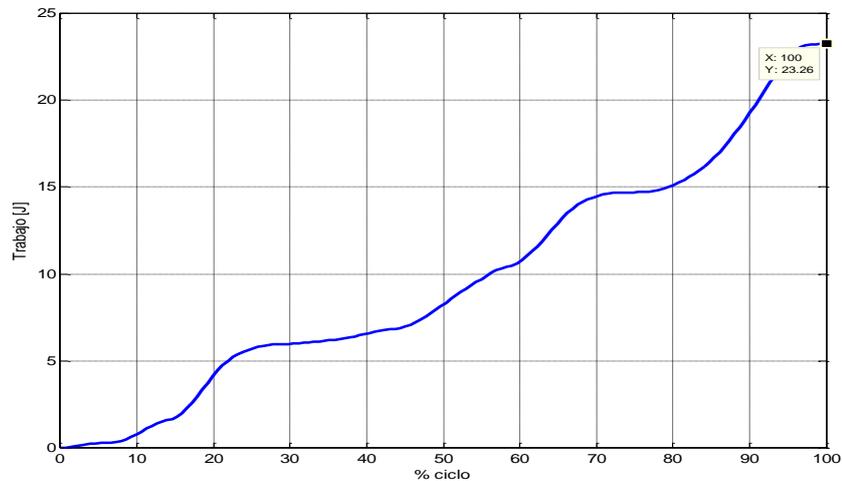
**Figura 9.2** Potencia mecánica necesaria en la actuación de la rodilla durante el ciclo de marcha.

Para realizar el cálculo de la energía consumida por el motor a lo largo del ciclo, se utiliza la siguiente ecuación:

$$W^r = \int_0^T |\dot{W}| dt, \quad (70)$$

- T es el periodo total del ciclo de marcha.

La figura 9.3 presenta el resultado de la energía acumulada durante el ciclo. El consumo total del motor es de 23.26 J.



**Figura 9.3** Consumo energético del motor a lo largo del ciclo de marcha.

La energía eléctrica del motor se calcularía multiplicando el consumo energético total obtenido por el rendimiento del motor.

## 9.2. Incorporación de RSEA

Se presenta un modelo simple que permita observar las consecuencias de introducir un elemento elástico al sistema de actuación. Se trata de un actuador rígido con un muelle en serie que relaciona el par y el ángulo que gira el motor rotacional y la articulación de la rodilla.

Puesto que la articulación (rodilla) y el motor comparten eje de revolución, el par necesario por parte del motor es el mismo que el que necesita la rodilla, pero varía la cinemática del eje del motor debido a la deformación que sufre el muelle. La relación entre el par aplicado por el motor y la resistencia que aplica el muelle es:

$$\tau_M = -k(\theta_M - \theta_k), \quad (71)$$

El signo negativo es debido a que se ha definido el sistema el par de la articulación en sentido opuesto al par que genera el motor. El ángulo relativo que gira el motor (definiendo ambos ángulos en un mismo sentido antihorario) es  $\theta_M - \theta_k$ .

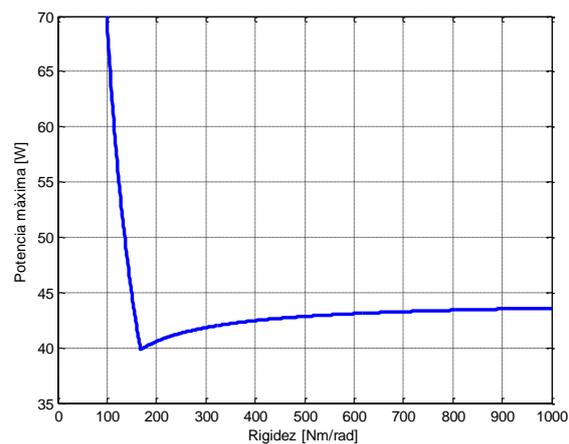
A partir de la ecuación anterior queda definida la posición y la velocidad del motor a partir de parámetros conocidos.

$$\theta_M = \theta_k - \frac{r_M}{k}, \quad \dot{\theta}_M = \dot{\theta}_k - \frac{\dot{r}_M}{k} \quad (72)$$

La potencia mecánica que debe generar el motor por tanto es:

$$W_M = -\Gamma_M \cdot \dot{\theta}_M \quad (73)$$

Se calcula la potencia para distintos valores de k y se grafica a continuación únicamente el máximo de la evolución temporal de la potencia para cada k en valor absoluto, obteniendo así, el pico máximo de potencia mecánica necesaria en función de la rigidez del muelle.



**Figura 9.4** Potencia mecánica máxima necesaria en función de k del muelle.

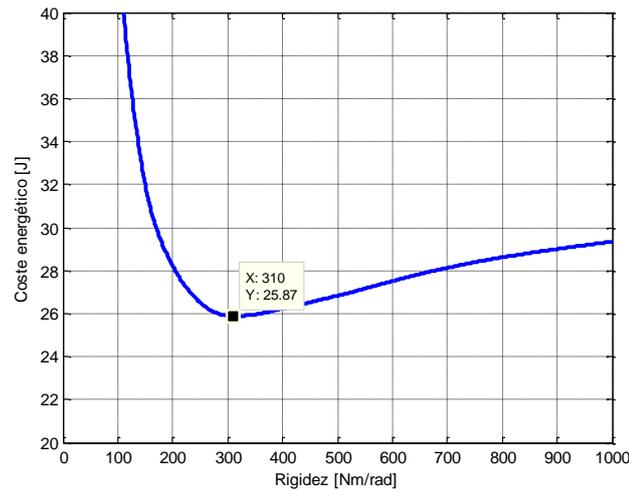
Se observa como el mínimo de potencia máxima ocurre para una rigidez de 168 Nm/rad con un valor de 39.83 W.

$$\% \text{ reducción respecto actuador rígido} = 100 - \frac{39.83}{44.35} \cdot 100 = 10.19 \% \quad (74)$$

El valor de la potencia máxima necesaria es un dato importante de diseño debido a que las dimensiones del motor dependen de ésta. Por tanto, una potencia máxima pequeña ofrece la posibilidad de elegir un motor más pequeño y disminuir así, el peso global de la ortesis.

De la misma manera, se grafica el consumo energético total a lo largo de un ciclo de marcha en función de la rigidez del muelle y se observa que también existe un punto en el que el valor es mínimo (25.87 J con una rigidez aproximada de 310 Nm/rad).

$$\dot{W}_M = \int |\Gamma_M \cdot \dot{\theta}_M| dt \quad (75)$$

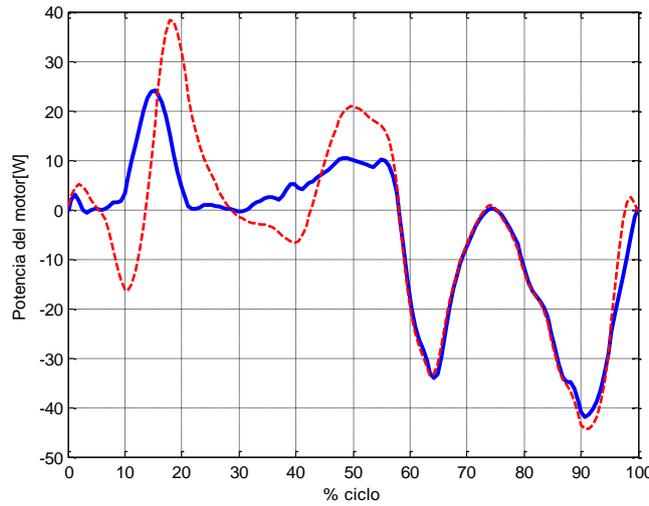


**Figura 9.5** Energía a final de ciclo para distintos valores de k.

Resulta que el mínimo de potencia máxima y el mínimo para el consumo energético no coinciden para una misma rigidez.

Al escoger la rigidez que optimiza el consumo energético, el dispositivo obtiene una mayor autonomía para unas mismas baterías o misma autonomía con el uso de baterías menores. Al optar por optimizar la potencia máxima se obtiene una disminución del peso del motor. Es importante decidir cuál de los parámetros interesa más al usuario.

De cualquier modo, la figura 9.6 presenta la curva de la potencia mecánica necesaria para el diseño con muelle torsional para una  $k=310$  Nm/rad (mínimo consumo energético) y la curva para el actuador rígido. Se observa como la amplitud de la función es menor en todo momento del ciclo, como el pico de potencia es menor también y como durante la fase de apoyo la variación frente al actuador rígido es considerable.



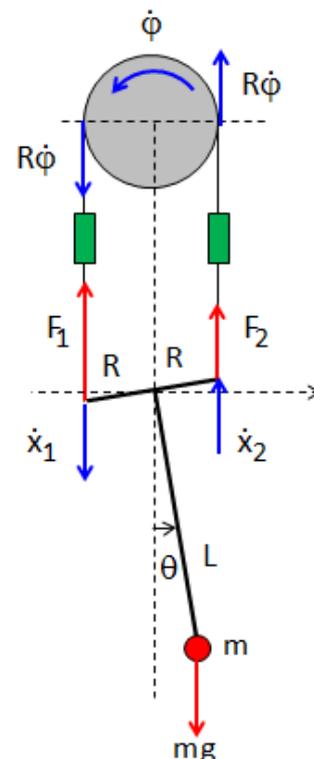
**Figura 9.6** Comparación de la Potencia del motor entre el actuador rígido (rojo) y el actuador con la incorporación de un RSEA ( $k=310$ ).

Finalmente, como se explica en apartados anteriores, haciendo el balance de energía observamos como el único término en el que influye el muelle es en la energía potencial elástica derivada respecto al tiempo y por tanto la diferencia entre ambas curvas de la figura previa, se debe a este término.

### 9.3. Incorporación de SEA

El siguiente caso responde a un modelo similar al primero (actuador rígido) con la incorporación de dos elementos elásticos. En cada una de las barras de unión entre el perímetro del motor rotacional y la palanca que pasa por la articulación en cuestión (la rodilla) se establece un muelle lineal de constante  $k$ . Se contemplan las mismas hipótesis que para el actuador rígido (despreciar las inercias distintas a la del péndulo y las resistencias pasivas del conjunto, y se consideran pequeñas variaciones del ángulo  $\theta$ ).

Inicialmente, se debe encontrar la relación entre el ángulo que gira el motor ( $\phi$ ) y el ángulo que gira la rodilla ( $\theta$ ). Esta relación entre ambos se obtiene a partir de la ecuación del par que debe generar el motor, y la ecuación del par para el caso anterior (actuador rígido).



**Figura 9.7** Diseño de actuador rígido incorporando muelles lineales de constante  $k$ .

$$\varphi = \theta + \frac{I_0 \ddot{\theta} + mgL \sin \theta}{2kR^2} = \theta + \frac{r_k}{2kR^2}, \quad (76)$$

- Se supone que  $\theta$  corresponde a ángulos pequeños.

Las fuerzas  $F_1, F_2$ , que ahora dependen del muelle, se calculan como:

$$F_1 = F_0 + k \cdot \Delta \rho_1 = F_0 + k \cdot (R \sin \theta - R \varphi), \quad (77)$$

$$F_2 = F_0 + k \cdot \Delta \rho_2 = F_0 - k \cdot (R \sin \theta - R \varphi) \quad (78)$$

- $F_0$  es la fuerza del muelle para una distancia del muelle conocida.

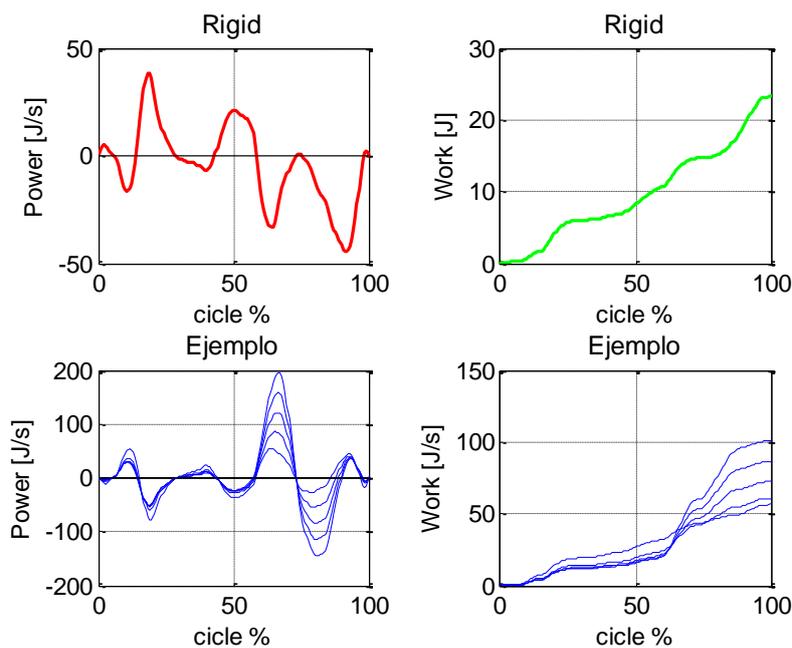
Teniendo en cuenta las fuerzas calculadas, el momento en la articulación corresponde a:

$$M_{knee} = F_2 \cdot R \cos \theta - F_1 \cdot R \cos \theta, \quad (79)$$

Ahora la potencia del motor se expresa como:

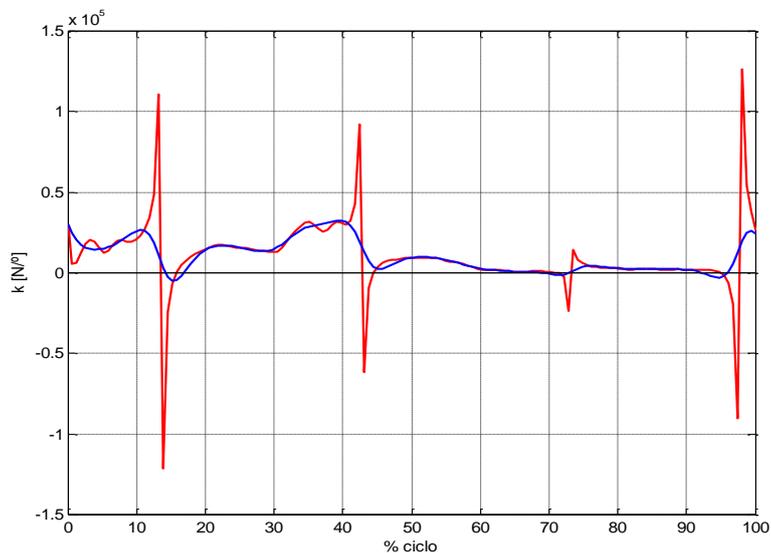
$$\dot{W}^{rk} = r_k \cdot \dot{\varphi} = (I_0 \ddot{\theta} + mgL \theta) \left( \dot{\theta} + \frac{r_k}{2kR^2} \right) = \dot{W}^r + r_k \cdot \left( \frac{r_k}{2kR^2} \right), \quad (80)$$

Los resultados obtenidos son los siguientes (figura 9.8), que contrariamente, responden de forma opuesta a las expectativas. A medida que se aumenta la rigidez de los muelles el pico de potencia aumenta. Esto puede deberse a la linealidad de los muelles, a alguna simplificación realizada, a la elección de un rango de  $k$  equivocada para el estudio o a que el uso de los muelles sea de utilidad para el sistema en un determinado rango de tiempo (parte del ciclo). Por falta de tiempo no se ha podido indagar en el problema y únicamente se exponen los resultados sin llegar a conclusiones exhaustivas.



**Figura 9.8** Resultados para la incorporación de SEA en el actuador rígido anterior.

Si derivamos el momento en la articulación entre el diferencial del ángulo que ésta gira, se encuentra la  $k$  torsional equivalente para dicha articulación.



**Figura 9.9** Evolución de la  $K$  equivalente torsional para la articulación de la rodilla.

Debido que el diferencial de ángulo es muy pequeño, prácticamente cero en ocasiones, aparecen indeterminaciones y es necesario filtrar los datos para la  $k$  torsional después de ser calculada. Como se observa en la figura 9.9, en rojo se grafica la  $k$  equivalente de la articulación y en azul el resultado filtrado sin perturbaciones.

## 9.4. Diseños encontrados en la literatura

Las variaciones más importantes de diseño a lo largo del tiempo, para actuadores que hacen uso de SEAs, son el acoplamiento mecánico entre los extremos de los dos muelles y el reemplazamiento de la no linealidad de los muelles con la no linealidad en la palanca del mecanismo. Este trabajo abarca únicamente las variaciones obtenidas en el primer cambio.

### Ecuación del par, la rigidez y el consumo de energía

Se utilizan servo-motores y puesto que se quiere focalizar el estudio en el comportamiento elástico, no se observa la eficiencia del motor, fricción, inercia ni su ancho de banda, por tanto, se asume una inercia cero. Esta influencia genera cambios en los niveles de energía pero no en la relación entre los diferentes gráficos ni las conclusiones generales.

La energía consumida por un motor lineal es:

$$E_{\text{motor lineal}} = \int |F \cdot \dot{x}| dt \quad (81)$$

Y por un actuador rotacional:

$$E_{\text{motor rotacional}} = \int |T \cdot \dot{\theta}| dt \quad (82)$$

### 9.4.1. Primer diseño 1 (Sistema a partir de dos SEAs no lineales antagonistas)

El primer diseño es uno de los más utilizados actualmente como actuador elástico adaptable. Este diseño consiste en dos SEAs y está inspirado en el funcionamiento de los brazos humano conformado por el bíceps y el tríceps. Cuando el bíceps se contrae, entonces el tríceps se relaja y el brazo se flexiona. En el caso opuesto (bíceps relajado y tríceps contraído) se dice que el brazo realiza una extensión. Cuando ambos músculos se contraen el codo queda fijado y rígido, y cuando ambos se relajan, entonces el codo se comporta de forma pasiva y puede ser moldeado.

Este diseño responde a la disposición de la figura siguiente. Dos muelles no lineales se encuentran conectados a la parte rotacional de la pierna (articulación de la rodilla), y para cada muelle, se controla la posición de su motor.

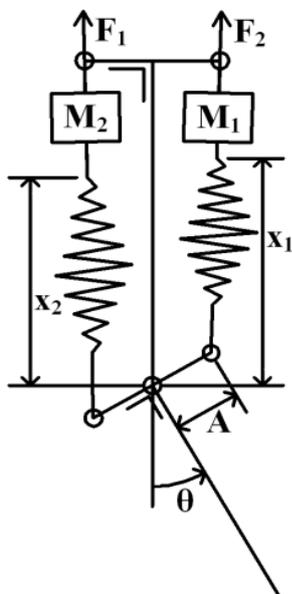


Figura 9.10 Disposición de los elementos para el diseño nº1. [35]

Los dos muelles pueden unirse a la rodilla a partir de una polea o por una palanca, el ángulo del brazo que hace de palanca y su longitud puede variar para ofrecer la no linealidad y obtener cambios en el par característico. Para este estudio se dejará fijado con un ángulo de 180° entre ellos y una misma longitud.

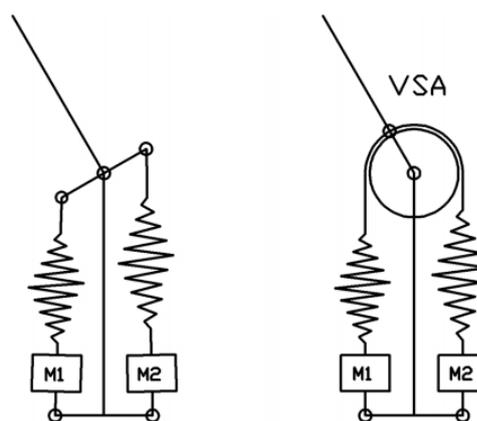


Figura 9.11 Tipos de unión mecánica entre muelles. [35]

### Ecuaciones consideradas

Se simulan dos muelles de segundo orden que permiten calcular la posición de los motores y también observar ventajas sobre el consumo energético en función de su constante k.

Las fuerzas no lineales generadas por los muelles son:

$$F_1 = k \cdot (x_1 - A \cdot \sin\theta)^2, F_2 = k \cdot (x_2 + A \cdot \sin\theta)^2 \tag{83}$$

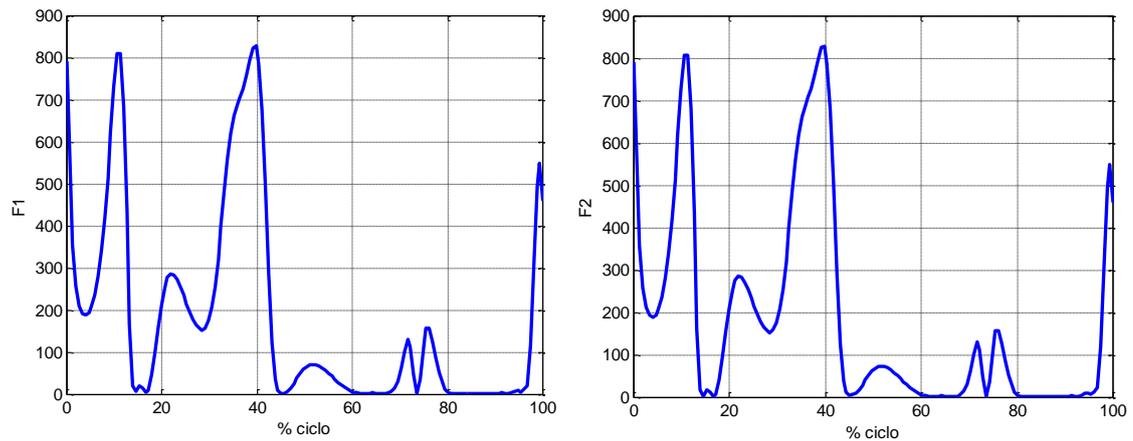


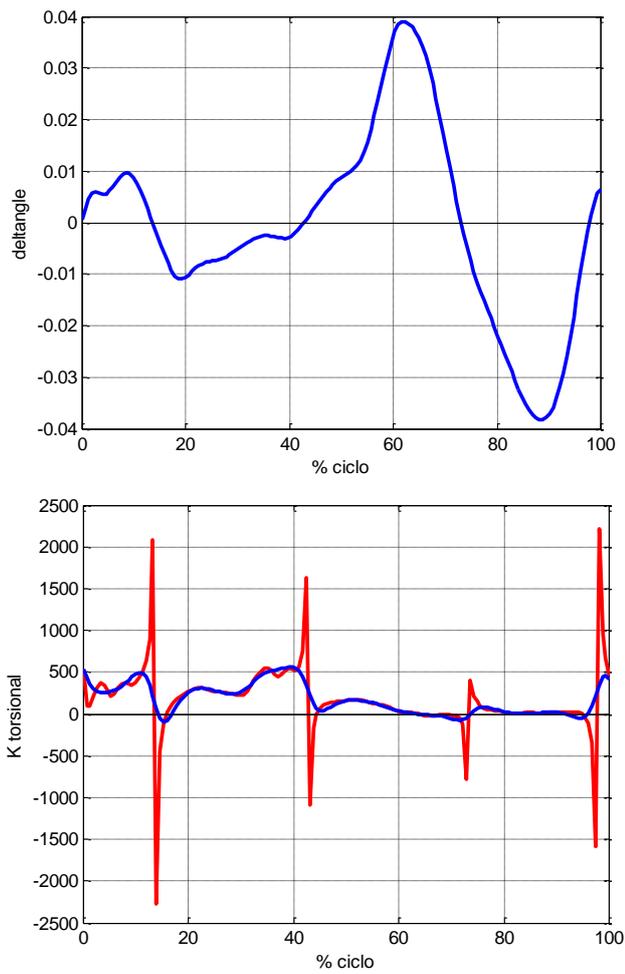
Figura 9.12 Evolución temporal de las fuerzas de ambos muelles.

Si suponemos que la longitud de A es mucho más pequeña que los valores de  $X_1$  y  $X_2$  y que la  $k$  del muelle es constante. Entonces, a partir de la ecuación del par en la articulación y la ecuación de su  $k$  torsional se obtiene la evolución temporal de  $x_1$  y  $x_2$ :

$$T = A \cdot \cos\theta \cdot (F_1 - F_2) \quad (84)$$

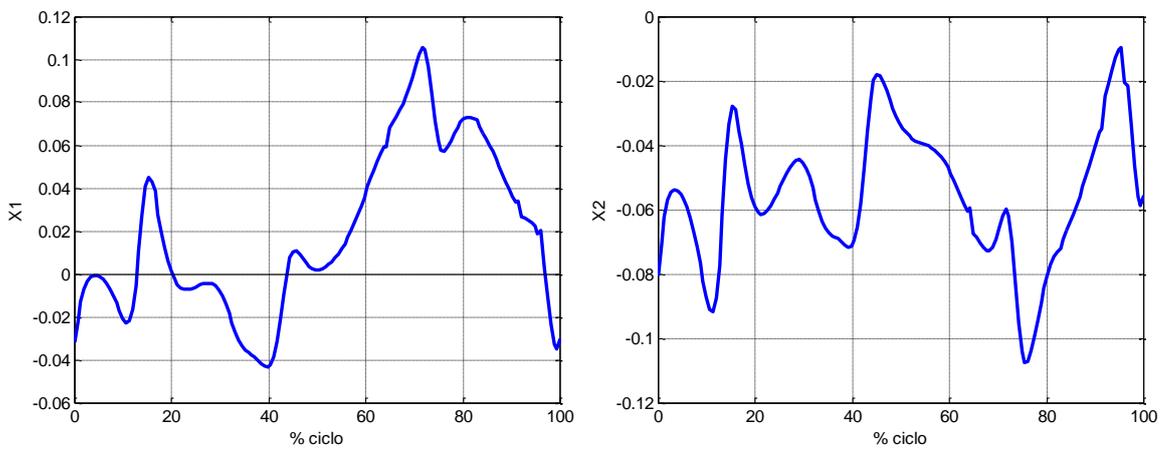
$$K = -\tan\theta \cdot T - 2kA^2 \cdot \cos^2\theta \cdot (x_1 - x_2) \quad (85)$$

El par en la rodilla queda impuesto por los datos de captura, de la misma manera que la  $K$  torsional puesto que corresponde a la derivada del par respecto el ángulo (ambos datos conocidos). A continuación (figura 9.13) observamos la curva de  $d\theta$  y de la  $K$  torsional, que necesita ser filtrada ya que el  $d\theta$  tiene valores en los que pasa por 0 y se produce una indeterminación (instantes en los que la curva roja tiene a infinito).



**Figura 9.13** Evolución temporal de la derivada del ángulo articular y de la k equivalente torsional.

La figura 9.14 muestra el resultado obtenido para x1 y x2:



**Figura 9.14** Posición del muelle a lo largo del ciclo.

Los motores controlan su posición a lo largo del tiempo mientras el par y la  $k$  torsional evolucionan. El consumo de potencia se realiza a partir del valor absoluto de la fuerza y velocidad generada por cada motor:

$$\dot{W}_{M1} = |F_1 \dot{x}_1|, \quad \dot{W}_{M2} = |F_2 \dot{x}_2| \quad (86)$$

La velocidad de cada motor tiene la forma siguiente (figura 9.15). Estos datos también fueron filtrados para eliminar el error de cálculo, aproximaciones y datos experimentales.

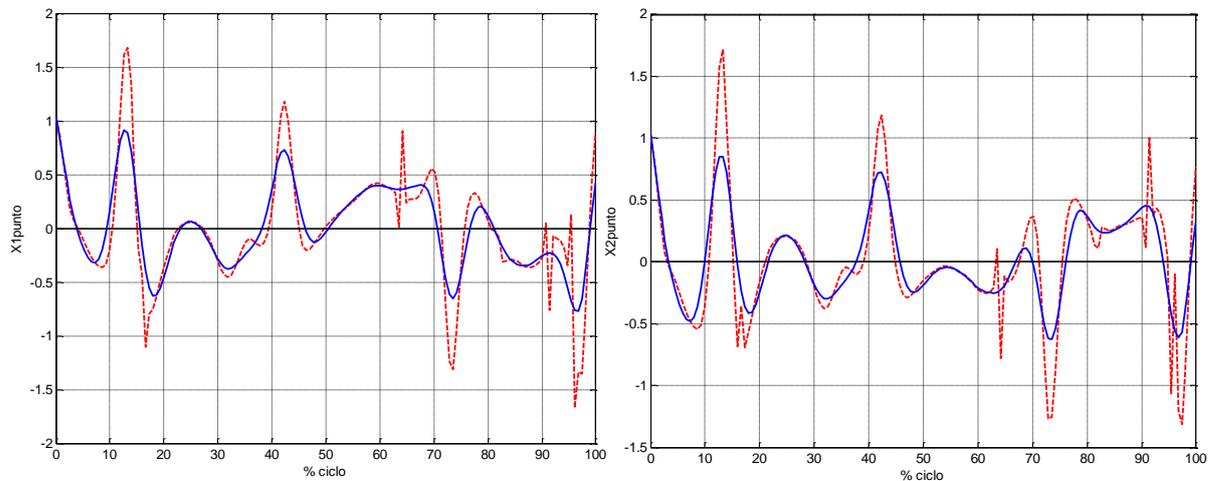


Figura 9.15 Velocidad para el motor 1 y 2.

Y el consumo de energía, a partir de la integral de la potencia a lo largo del ciclo de marcha:

$$E_{M1} = \int |F_1 \cdot \dot{x}_1| dt, \quad E_{M2} = \int |F_2 \cdot \dot{x}_2| dt \quad (87)$$

La siguiente figura muestra el resultado de la potencia a lo largo del ciclo y el consumo de cada motor junto a la suma total de ambos motores para obtener el consumo y la potencia global del sistema.

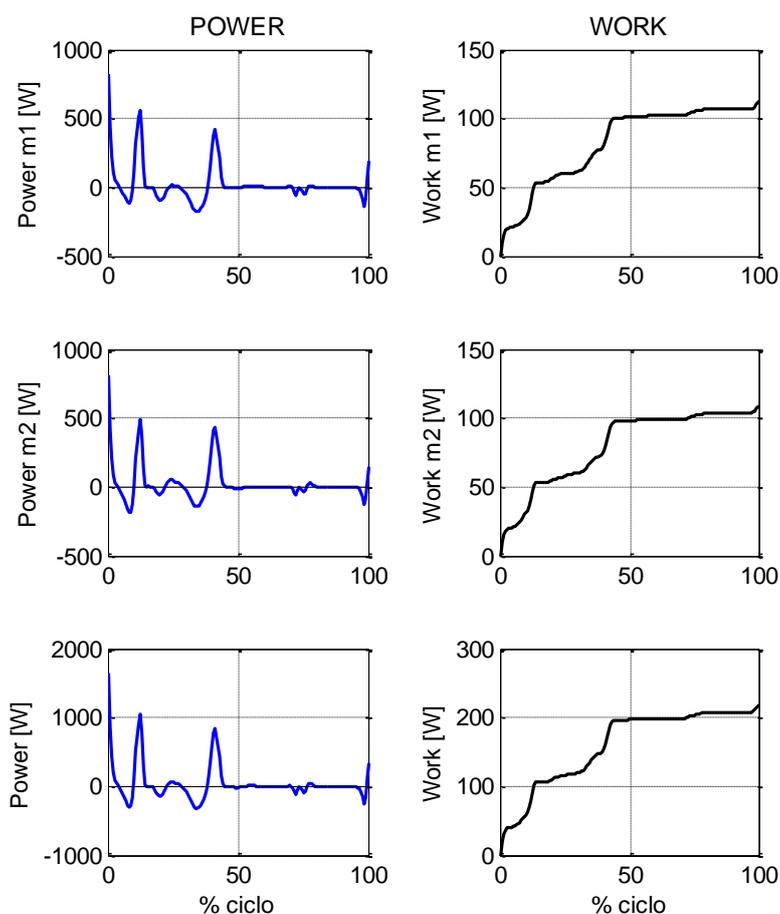


Figura 9.16 Potencia y trabajo del sistema durante el ciclo de marcha.

Finalmente se realiza un programa iterativo que calcule el consumo de potencia para este diseño variando en cada caso la  $k$  de los muelles. A continuación se grafica el pico de potencia en función de  $k$  para observar el comportamiento del sistema al aumentar su valor.

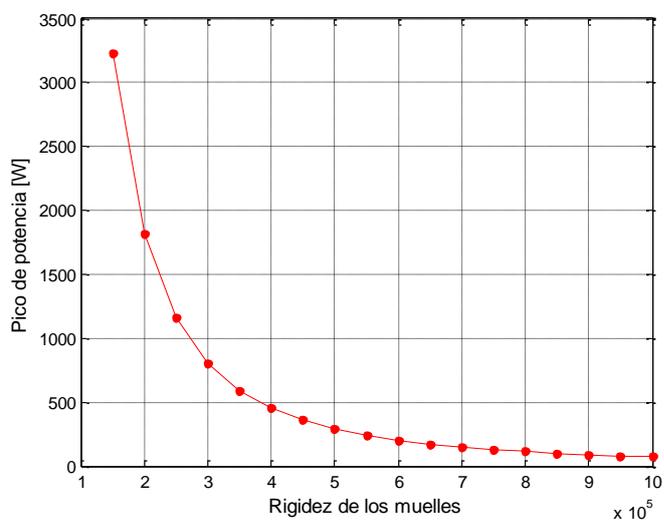


Figura 9.17 Relación entre la potencia máxima y la rigidez de los muelles.

Se observa como si al disminuye la rigidez aparece una asíntota vertical que tiende a infinito, mientras que al aumentar el valor de  $k$ , se tiene a una asíntota horizontal en la que el pico de potencia se mantiene prácticamente estable. Si despreciamos los primeros valores que afectan considerablemente a la curva observamos como los valores para la potencia máxima pico se mantienen cercanos.

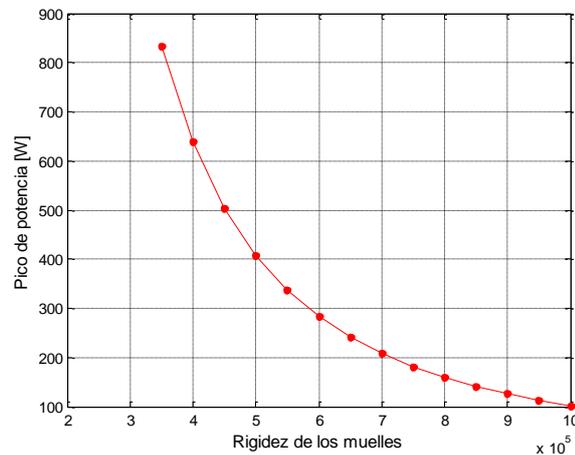


Figura 9.18 Estabilización del sistema.

#### 9.4.2. Segundo diseño: AMASC

El segundo diseño es una pequeña evolución del primero, así que sigue manteniendo la característica de unión entre los muelles y la parte rotacional de la pierna (rodilla).

En este modelo se separa la parte de la posición de equilibrio del mecanismo (posición en la que no se genera par) y su elasticidad. Esto significa que ahora uno de los motores se encarga de controlar la elasticidad de los muelles cambiando la pretensión de ambos muelles no lineales (motor 2), mientras que el segundo motor controla la posición de equilibrio (motor 1). Un ejemplo encontrado en la literatura de este tipo de diseños son los actuadores AMASC [36] y una versión lineal de este actuador es el VSSEA (Variable Stiffness Series Elastic Actuator), desarrollado por Thorson [37].

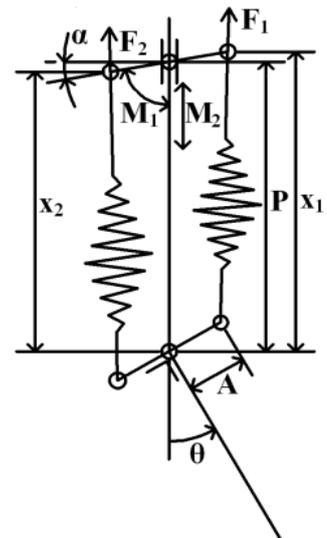


Figura 9.19 Esquema de componentes para el diseño n° 2.

### Ecuaciones consideradas

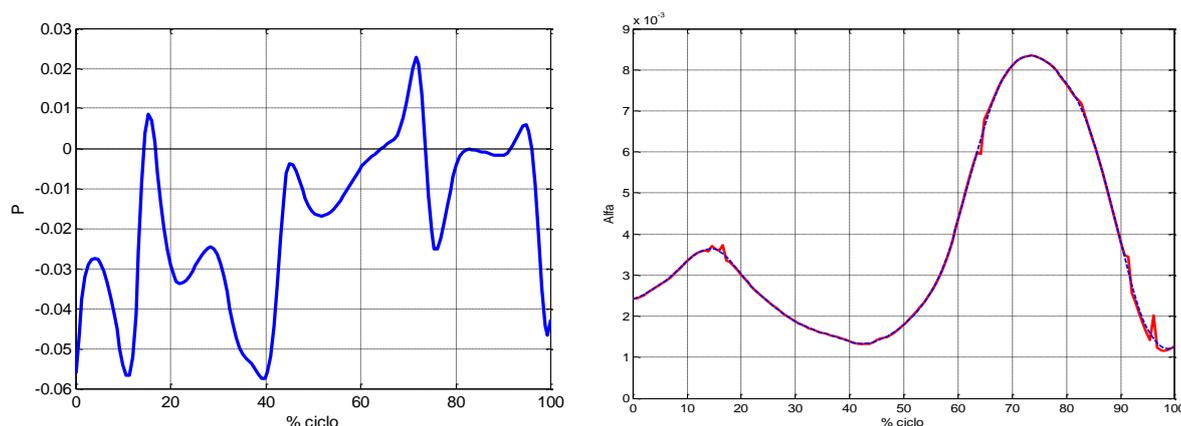
Para el segundo diseño, el par, la k torsional, las fuerzas y la posición de cada muelle corresponde al mismo formato que para el diseño 1.

Puesto que el control es diferente, se necesitan dos nuevos parámetros que controlen la posición global de ambos muelles y el ángulo que gira la palanca que une los extremos de los muelles. X1 y x2 se pueden definir a partir de ellos también:

$$x_1 = P + A \cdot \sin(\alpha), \quad x_2 = P - A \cdot \sin(\alpha) \tag{88}$$

A partir del diagrama de fuerzas del diseño, obtenemos las siguientes relaciones:

$$P = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad \alpha = \text{asin}\left(\frac{x_1 - x_2}{2A}\right) \tag{89}$$



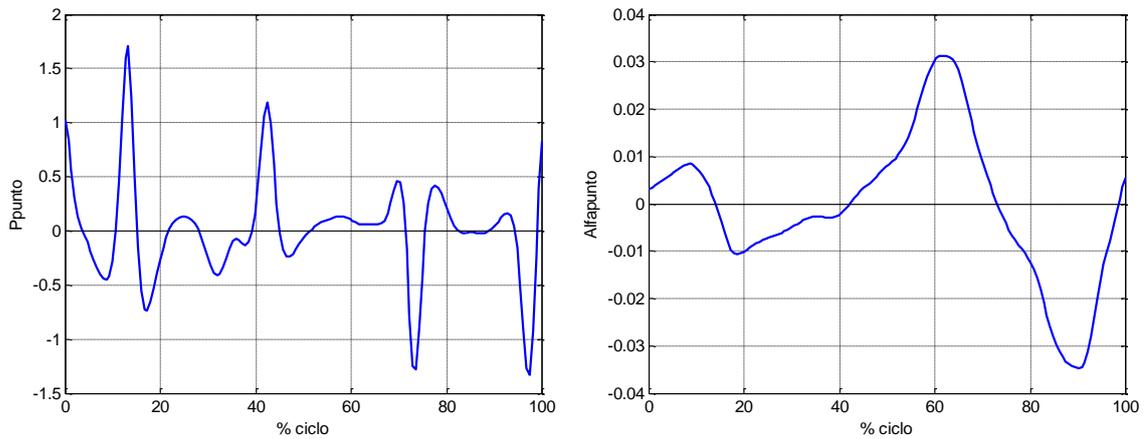
**Figura 9.20** Evolución temporal de los parámetros de control. El parámetro alfa se ha filtrado debido a pequeñas perturbaciones que incorporaba.

Ahora se tiene un motor lineal controlando la posición y un motor rotacional que controla la palanca. Por tanto, el cálculo tanto de la potencia para cada motor como su consumo, es distinto.

$$\dot{W}_{M1} = |T\dot{\alpha}|, \quad \dot{W}_{M2} = |(F_1 + F_2)\dot{P}| \tag{36}$$

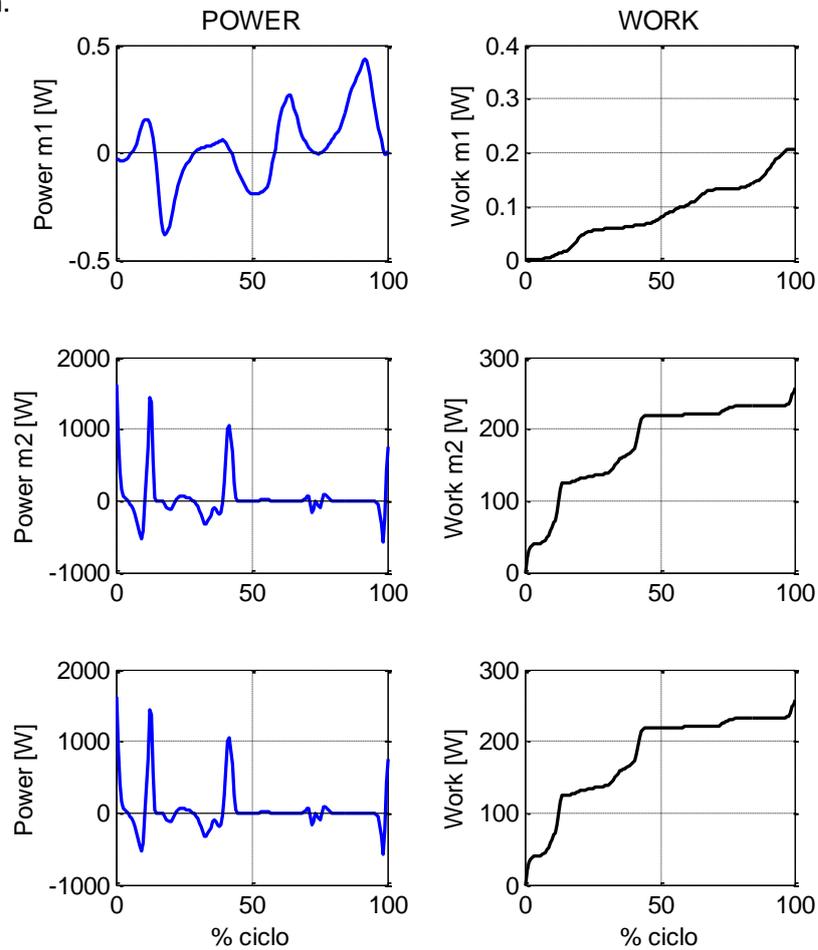
$$E_{M1} = \int |T\dot{\alpha}| dt, \quad E_{M2} = \int |(F_1 + F_2)\dot{P}| dt \tag{37}$$

La velocidad angular y la velocidad del motor lineal son las siguientes:



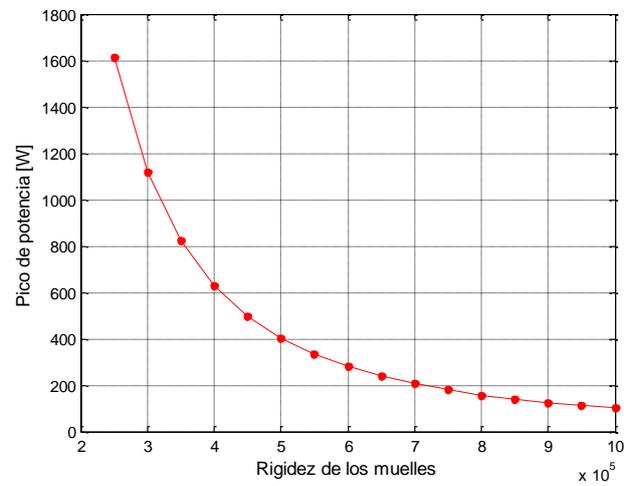
**Figura 9.21** Velocidades de los distintos motores que controlan el movimiento.

La figura 9.22 presenta los resultados hallados para este segundo diseño de actuación.



**Figura 9.22** Potencia y trabajo a lo largo del ciclo de marcha para el segundo modelo de actuación (AMASC).

Nuevamente se observa que se mantiene la tendencia respecto el aumento de  $k$  de los muelles análoga al anterior diseño.



**Figura 9.23** Relación entre la potencia máxima necesaria y la rigidez de los muelles.

## 10. Planificación temporal y costes

El coste total del proyecto se basa en costes variables y fijos. El proyecto se divide en dos partes, un estudio preliminar de diseño, y la construcción del dispositivo elegido. Debido al plazo requerido para la entrega del proyecto, únicamente abarca la fase del estudio preliminar, por lo que no consta la elección de un prototipo definitivo, ni consecuentemente, el coste de su fabricación.

La fase de diseño está planificada para llevarla a cabo en un total de 6 meses aproximadamente (total del plazo previsto para elaborar el Trabajo de Final de Grado). En esta fase se incluye el coste del uso de hardware y software utilizados, el material de oficina correspondiente, el sueldo del estudiante y los supervisores del trabajo, los costes administrativos y el consumo energético durante su realización.

Sobre el hardware, se trata de un ordenador portátil de 850 € con una esperanza de vida de 6 años. El software utilizado consiste en el programa MATLAB® para la realización de cálculos técnicos que necesita una licencia anual por valor de 2000€. El material de oficina complementario es de 50 € junto a un coste administrativo de 30€. El salario del estudiante es de 12 €/h (con un total de 25h previstas por crédito, el TFG consta de 12 créditos, lo que hace un total de 300h necesarias para la realización del trabajo. El sueldo de los supervisores (director y presidente) es de 20€/h con una supervisión de 10h por parte del presidente y 50h por parte del director. El valor del material de oficina junto al coste administrativo es un total de 70 €. Para finalizar, la energía consumida durante las 300h del trabajo da un gasto energético de 120 W de luz y 45 W de uso del ordenador, un total de 123.75 kWh. El precio de la electricidad es de 0.2€/kWh.

	Coste	Cantidad	Coste total
<b>Ordenador</b>	141.5€/año	0.5 años	70.75€
<b>Licencia de software</b>	2000€/año	0.5 años	1000€
<b>Estudiante</b>	12€/h	300h	3600€
<b>Director</b>	20€/h	50h	1000€
<b>Presidente</b>	20€/h	10h	200€
<b>Material de oficina y administrativo</b>	140€/año	0.5 años	70€
<b>Energía</b>	0.2€/kWh	123.75kWh	24.75€
			<b>5965.5€</b>

La tabla siguiente muestra el cálculo del coste total del proyecto:

**Tabla 2** Resumen de costes del proyecto.

## 11. Impacto social y mediambiental

El proyecto se encarga de realizar un análisis de distintos diseños de actuación que incorporen elementos elásticos para ortesis de rodilla. A partir del software MATLAB se modelan los diseños y se analiza su comportamiento con la finalidad de mejorar el diseño y la efectividad de la ortesis activa de rodilla en la que se enmarca el trabajo.

En el impacto ambiental únicamente influye el prototipo que se pueda construir y comercializar. Puesto que este proyecto no incluye la elección de ningún prototipo se comenta el impacto social y medioambiental que podría tener en general.

Sobre el impacto social, la calidad de vida de los pacientes con algún tipo de patología o disfunción locomotora, mejoraría considerablemente debido a las mejoras que incorpora dicha introducción en el producto. Así pues, se puede optimizar el precio del prototipo utilizando motores más pequeños e incluso aumentar su autonomía, requisitos primordiales para sus usuarios.

Además este tipo de ortesis son en múltiples ocasiones destinadas a la rehabilitación de seres humanos con incapacidades temporales.

Finalmente tener en cuenta que la introducción de elementos elásticos en el sistema de actuación permite obtener un dispositivo más seguro para el usuario y su entorno debido a su carácter elástico, lo que significa, obtener un modelo de ortesis más competitivo.

El impacto medioambiental es mínimo en este proyecto puesto que únicamente se trata de la fase de estudio preliminar del diseño y se ha hecho un uso responsable de la electricidad, papel y lápiz para la realización de los cálculos necesarios en los distintos análisis ejecutados.

## Conclusiones

Se realizó un estudio que ofrezca las consecuencias de incorporar un elemento elástico en el sistema de actuación de una ortesis activa de rodilla a partir del software MATLAB siguiendo con proyectos precedentes. El trabajo tiene como objetivo estudiar el futuro desarrollo del sistema de actuación de una ortesis activa de rodilla diseñada y construida por el Departamento de Ingeniería Mecánica de la ETSIEB años anteriores.

Después de un estudio del estado del arte, de los requisitos del sistema de actuación en distintas ortesis, y del análisis dinámico y cinemático de los datos de una captura de movimiento realizada en el laboratorio de la misma escuela por estudiantes anteriores, se ha comprobado que al incorporar un muelle en serie al actuador (SEA) se consigue una disminución del pico de potencia y se puede ofrecer un consumo energético menor.

En el caso del RSEA se ha comprobado cómo en ocasiones es necesario ejecutar un estudio exhaustivo y tener en cuenta la funcionalidad de la ortesis para determinar de forma eficaz sus parámetros de diseño.

La toma de la decisión entre escoger una  $k$  adaptable o fija depende del rango de elasticidad necesario y de la importancia del peso del dispositivo. Si el rango de rigidez es amplio, entonces es mejor optar por un actuador con muelle de  $k$  adaptable. Si por lo contrario, se prioriza el peso del equipo y se requiere un rango de  $k$  pequeño, suele tomarse la decisión de escoger un actuador con elasticidad fija y llevar a cabo el control de la rigidez a partir del software durante el ciclo de marcha.

Sobre los diseños encontrados en la literatura, se observa que cuando cada muelle trabaja por separado y no como conjunto mecánico (diseño 1), entonces cada motor almacena de energía por separado y causa un consumo muy elevado para ambos motores. Cuando se optimiza la energía de los motores (diseño 2), el motor que controla la posición de la articulación es despreciable respecto al motor que se encarga de la posición de los muelles. Pues el motor que controla la posición asume prácticamente la totalidad del consumo energético.

La diferencia de magnitud que existe entre la función ideal y los resultados que se obtienen experimentalmente difiere debido a la fricción con el aire que no se tiene en cuenta durante el estudio junto a múltiples simplificaciones efectuadas para dar con el plazo previsto del proyecto.

Para acabar, se han fijado los datos antropométricos del individuo que efectuó la captura de movimiento para realizar los cálculos del estudio. Ya que los cálculos se han llevado a cabo con ayuda del software, esto permite la introducción de distintos patrones de movimiento y modelos para obtener distintas conclusiones de rápidamente.

## Bibliografia

### Referencias

- [1] PROYECTOR SUSCEPTIBLES DE AYUDA FPI CONVOCATORIA 2010 [http://www.idi.mineco.gob.es/stfls/MICINN/Ayudas/PN\_2008\_2011/LIA\_RRHH/FICHERO/FPI\_2010/06\_proyectos\_con\_becas\_2010\_v6.pdf, 21 de Junio de 2015]
- [2] DOLLAR, A.M., HERR, H. *Lower extremity exoskeletons and active orthoses: challenges and State-of-art. IEEE Transactions on Robotics* 24 (1), 2008, 1-15.
- [3] FILIPPI, P. *Device for the Automatic Control of the Articulation of the Knee Applicable to a Prosthesis of the Thigh*. U.S. Patent 2, 305, 291, 1942. DOLLAR, A.M., HERR, H. *Lower extremity exoskeletons and active orthoses: challenges and State-of-art. IEEE Transactions on Robotics* 24 (1), 2008, 1-15.
- [4] VUKOBRATOVIC, M., Hristic, D., Stojiljkovic, Z. *Development of Active Anthropomorphic Exoskeleton. Medical & Biological Engineering & Computing* 12 , 1974, 66-80.
- [5] VUKOBRATOVIC, M., CIRIC, V., HRISTIC, D. *Contribution to the Study of Active Exoskeletons*. Proceedings of the 5th IFAC Congress, Paris, France, 1972.
- [6] HSU, J., MICHAEL, J., FISK, J. AAOS. *Atlas de ortesis y dispositivos de ayuda*. Elsevier, 2009.
- [7] ROMKES, J., BRUNNER, R. *Comparison of a dynamic and a hinged ankle-foot orthosis by gait analysis in patients with hemiplegic cerebral palsy. Gait and Posture*, 15, 2002, 18-24.
- [8] YAKIMOVICH, T., LEMAIRE, E., KOFMAN, J. *Preliminary kinematic evaluation of a new stance-control knee-ankle-foot orthosis. Clinical Biomechanics*, 21, 2006, 1081-1089.
- [9] KAUFMAN, K., IRBY, S., MATHEWSON, J., WIRTA, R., SUTHERLAND, D. *Energy-Efficient Knee-Ankle-Foot Orthosis: A Case Study. Journal of Prosthetics and Orthotics*, 8(3), 1996, 79-85.

- [10] YAKIMOVICH, T., LEMAIRE, E.D., KOFMAN, K. *Engineering design review of stance-control knee ankle foot orthoses*. *Journal of Rehabilitation Research & Development* 46 (2), 257-268, 2009.
- [11] PRATT, J., KRUPP, B., MORSE, C., COLLINS, S. *The Roboknee: An Exoskeleton for Enhancing Strength and Endurance During Walking*. IEEE International Conference on Robotics & Automation, New Orleans, 2004.
- [12] BLAYA, J. A., HERR, H., 2004, *Adaptative Control of a Variable-Independence Ankle-Foot Orthosis to Assist Drop-Foot Gait*, IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil.Eng., 12(1), pp. 24-31.
- [13] PONS, J.L.. *Wearable Robots*. Wiley, 2008.
- [14] DAERDEN, F., LEFEBER, D. *Pneumatic Artificial Muscles: actuators for robotics and automation*. *European Journal of Mechanical and Environmental Engineering*, 47, 2002, 11-21.
- [15] SAWICKI, G., FERRIS, D. *A pneumatically powered knee-ankle-foot orthosis (KAFO) with myoelectric activation and inhibition*. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, 6, 2009, 6-23.
- [16] BAE, J., KONG, K., TOMIZUKA, M. *Gait phase-based control for a rotary series elastica actuator assisting the knee joint*. *Journal of Medical Devices* 5, 1-6, 2011.
- [17] PRATT, G.A., WILLIAMSON, M.M., DILLWORTH, P., PRATT, J., ULLAND, K., WRIGHT, A. *Stiffness isn't everything*. Fourth International Symposium on Experimental Robotics, Stanford, California, 1995.
- [18] PALUSKA, D., HERR, H. *Series elasticity and actuator power output*. Proceedings of the IEEE International conference on Robotics and Automation, Orlando, Florida, 2006.
- [19] VANDERBORGHT, B., VERRELST, B., VAN HAM, R., VAN DAMME, M., LEFEBER, D., MEIRA Y DURAN, B., BEYL, P., (2006b). *Exploiting natural Dynamics to reduce energy consumption by controlling the compliance of soft actuators*. *The International Journal of Robotics Research*, 25(4): 343-358.
- [20] AU, S. K., DILLWORTH, P., HERR, H., (2006). *An ankle-foot emulation System for the*



*study of human walking biomechanics*. Proceedings for the study of human biomechanics and Automation (ICRA 2006), pp. 2939-2945.

- [21] HITT, J., BELLMAN, R., HOLGATE, M., SUGAR, T., HOLLANDER, K., (2007). *The sparky (spring ankle with regenerative kinetics) projects: design and analysis of robotic transtibial prosthesis with regenerative kinetics*. Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conference, pp. 1-10.
- [22] MATT W., *Series Elastic Actuators* Master thesis Massachusetts Institute of Technology Artificial Intelligence Laboratory.
- [23] Dr. JENNIFER L. D., *Dynamic Modeling, Simulation, and Control of a Series Elastic Actuator*.
- [24] Dr. PEDRO V. L., *Biomecánica de la marcha normal y patológica*. Instituto de Biomecánica de Valencia.
- [25] Planos de referencia [<http://es.slideshare.net/silvanievaramos/tema-0-dca>, 25 de mayo de 2015].
- [26] Movimientos de las articulaciones [<http://yasalud.com/piernas/>, 27 de mayo de 2015].
- [27] Imágenes tronco inferior [<https://transformtheworldartistically.wordpress.com/proyecto-danza-mas-alla-de-tus-limites/62-days-challengereto-de-los-62-dias/>, 27 de mayo de 2015].
- [28] Características de la marcha humana [[http://catarina.udlap.mx/u\\_dl\\_a/tales/documentos/lep/hernandez\\_s\\_f/capitulo3.pdf](http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lep/hernandez_s_f/capitulo3.pdf), 28 de mayo de 2015].
- [29] VAUGHAN, C., DAVIS, B., O'CONNOR, J. Dynamics of Human Gait. Kiboho Publishers, 1992.
- [30] Tendón de Aquiles [<http://definicion.de/tendon/>, 28 de mayo de 2015].
- [31] HOLLANDER, K, W., SUGAR, T, G., 2004 *Concepts for Compliant Actuation in Wearable Robotic Systems* US-Korea Conference.
- [32] HOLLANDER, K W., ILG, R., SUGAR, T, G., HERRING, D., *An efficient Robotic Tendon for Gait Assistance* Departments of Mechanical and Aerospace Engineering and Industrial Design Arizona State University.
- [33] Práctica del Master de Biomédica. Asignatura biomecánica.

- [34] VAUGHAN, C., DAVIS, B., O'CONNOR, J. *Dynamics of Human Gait*. Kiboho Publishers, 1992.
- [35] VANDERBORGHT, B., HAM, R. V., LEFEBER, D., SUGAR, T. G., HOLLANDER K.W., *Comparison of Mechanical Design and Energy Consumption of Adaptable, Passive-compliant Actuators*.
- [36] HURST, J. W., CHESTNUTT, J. RIZZI, A. A. (2004). *An actuator with physically variable stiffness for highly dynamic legged locomotion*, new orleans, usa,. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2004), pp. 4662–4667.
- [37] THORSON, I., SVININ, M., HORSOE, S., ASANO, F. TAJI, K. (2007). *Design considerations for a variable stiffness actuator in a robot that walks and runs*. Proceedings of the JSME Conference on Robotics and Mechatronics

