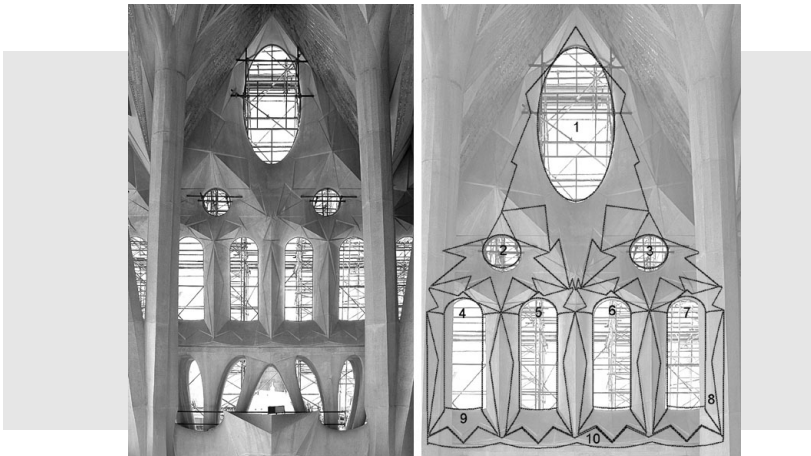


Estrategias de Modelado formal en la Sagrada Familia



Abstract

This paper explain the inverse engineering process to obtain an accuracy three-dimensional model of a big window module located in upper left side of the Sagrada Familia temple. The aim is to define a process to generate forms that compose an object starting from data provided by a mathematical analysis of cloud point's management. This data allows to classify and determinate the type of surfaces applying analytic parameters. So, we are looking for a methodology to define all the surfaces that compose an object. Work methodology contains three stages: In first stage we want to determine the entity type to define the surface geometry. Second stage wants to establish the process to generate the best structure for the digital shape that defines surfaces. In this stage, also, we analyze the results in comparison with the clouds points using mathematical tools. Finally, we transform the surface geometry defined mathematically, in a three dimensional shape model by means of a parametric infrastructure.

Keywords: Scan-laser Surfaces Geometry Parametric Modeling

Hoy en día se está produciendo un cambio importante en la toma de los datos arquitectónicos y su representación gráfica, debido al uso de nuevas técnicas de captura masiva de información espacial de alta calidad y a la posibilidad de trabajar estos datos de manera similar a como se viene trabajando en cartografía digital. Estos modelos tridimensionales se pueden mostrar con detalle casi natural al utilizar como textura la propia fotografía sobre la superficie, consiguiendo modelos “casi” reales.

El sistema más utilizado en la actualidad para este tipo de levantamiento es el basado en la captura de datos espaciales por barrido con láser escáneres aero-transportados y terrestres. La técnica de barrido láser utilizando sensores terres-

tres permite adquirir cantidades masivas de puntos con precisiones milimétricas de una manera más rápida que las técnicas habituales de levantamiento. Además estos sensores permiten trabajar a diferentes distancias, desde pocos centímetros a centenares de metros.

El objetivo de esta técnica es capturar los puntos que definan los elementos del entorno, para efectuar el modelado mediante modelos digitales triangulares o alámbricos, que en ocasiones pueden ser sustituidos por primitivas, aunque se ha de tener en cuenta que ante superficies complejas la posterior depuración y tratamiento de estos datos requiere una gran cantidad de trabajo.

Actualmente las primitivas integradas en los programas comerciales (superficies definidas analíticamente) contemplan las formas m*s comunes en los trabajos de ingeniería y arquitectura (plano, cilindro,

**M.ª Amparo Núñez Andrés,
Felipe Buill Pozuelo**

m.amparo.nunez@upc.edu,

felipe.buill@upc.edu

Departamento de Ingeniería
del Terreno, Cartográfica y Geofísica

Andrés de Mesa, Joaquín Regot

joaquim.regot@upc.edu

andres.de.mesa@upc.edu

Departamento de Expresión
Gráfica Arquitectónica

Universidad Politécnica de Cataluña
España

cono,...) pero dejan de lado las superficies complejas (hiperboloides, paraboloides,...) que son las más utilizadas en numerosas arquitecturas modernistas.

Esta ponencia muestra la metodología utilizada para obtener y modelar la superficie interna de un ventanal del templo de la Sagrada Familia. Este proceso de ingeniería inversa permitirá optimizar la fabricación de nuevos ventanales en el templo de la Sagrada Familia. El proceso se desarrolla en cuatro pasos: recogida de los datos espaciales, selección de los datos, ajuste de la superficie y representación gráfica.

1. Introducción

El modernismo es una de las corrientes arquitectónicas más importante en Cataluña, siendo Antonio Gaudí su principal representante. El trabajo más singular de este arquitecto es el templo inacabado de la Sagrada Familia, donde se muestra

el tema de estudio, el interior de un ventanal de la Fachada de la Pasión.

Este ventanal está compuesto por elementos prefabricados que componen las diferentes superficies, siendo las formas cuadráticas las usadas en su generación, hasta alcanzar unas dimensiones de 12 metros de ancho por 16 metros de altura.

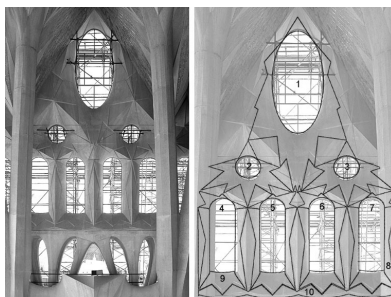
La finalidad de los trabajos efectuados es conseguir un modelo completo de la ventana similar al construido, usando las ecuaciones generales de las superficies cuadráticas ajustadas por mínimos cuadrados. Después de que sean clasificadas estas superficies generales se obtendrá su geometría, posición y tipo de superficie (hiperboloide, paraboloides...).

2. Captura de datos

En el caso estudiado se probaron dos tipos de captura de datos. La primera forma de captura responde a un tipo de trabajo discreto con identificación de detalles por parte del operador, el cual captura los puntos significativos y de relleno. En el segundo caso la toma se realiza de forma automática capturando de forma masiva una nube de puntos, donde el operador únicamente selecciona la ventana de captura, no produciéndose una selección de puntos en función de la calidad de los mismos.

Esta doble toma forma parte de un experimento que trataba de encontrar la mejor forma de captura de datos de superficies arquitectónicas complejas, empleando las estaciones totales laser Leica 705, y Topcon de GPT 7000 y los sensores láser escáner Cyrax 2500 y Riegl LMS-Z420i. Las estaciones, topográficas y los láser escáneres, se situaron frente al ventanal, en una plataforma en el balcón al otro lado de la nave, con una distancia de trabajo aproximadamente de 30 metros.

Fig.1. Ventanal de estudio y croquis de las superficies



En el primero de los casos (topografía) únicamente se realizó una captura discreta de la información espacial, definiendo los bordes, los cambios de pendiente, y puntos en cada superficie para tener suficiente redundancia, para poder ajustar correctamente cada cuadrática de forma independiente. Debido a la falta de visibilidad, por los elementos situados en planos anteriores que ocultan parte del ventanal, el número de puntos capturados no es excesivamente elevado en alguno de los elementos.

En el segundo caso tenemos nubes de puntos que será necesario juntar y posteriormente separar en conjuntos correspondientes con las superficies que se han de ajustar.

3. Filtrado de los datos

Se hizo patente la necesidad, en los dos casos, de separar de una forma correcta las diferentes superficies, para analizar la superficie que las recoge. El caso topográfico era cómodo al tener definidas las superficies y sus contornos, cambios de pendiente,... con un identificador para cada punto. Hecho totalmente imposible en la utilización del láser escáner. En este segundo caso se hacía necesario una segunda fase de separación de nubes de puntos por pertenencia a una determinada superficie. Es este un problema a resolver en un futuro cercano para un correcto funcionamiento del sistema. Esta determinación de bordes se tiene que buscar de manera semiautomática o automática, utilizando diferentes herramientas de tratamiento de la información que pueden venir del empleo de la reflectancia de la señal devuelta.

Otro factor a considerar es la corrección

de errores ocasionado por diferentes factores que afectan a la señal como son el material de la superficie reflectante, color de la misma, rugosidad,..., que en casos especiales pueden presentar valores muy importantes.

Por tanto será muy importante establecer la metodología necesaria para separar las diferentes superficies, puesto que en caso contrario, podemos obtener superficies erróneas al ser muy difícil la detección de los puntos equivocados al encontrarse en gran cantidad.

4. Ajustes de superficies

Después de la separación de los puntos en diferentes superficies se planteó la expresión general de las superficies cuadráticas:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Iz = 0$$

Una vez disponemos de una ecuación de este tipo para cada uno de los puntos capturados se pasa a resolver el sistema por mínimos cuadrados, siendo necesario un mínimo de 9 puntos.

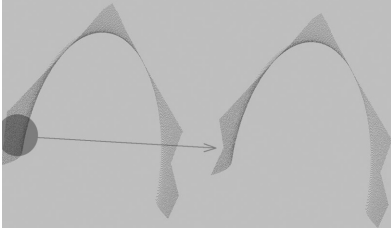
4.1.1. Análisis

Las soluciones obtenidas en el ajuste son sometidas a una serie de test estadísticos que nos permiten determinar la bondad de las mismas y detectar los posibles puntos erróneos o no pertenecientes a la superficie. Para ello se analizó la fiabilidad interna y externa (parámetros de homogeneidad), redundancias, test W-Baarda y el mínimo error detectable, fijándose los parámetros de nivel de fiabilidad y potencia del test en $\alpha=0.1\%$ y $\beta=80\%$ respectivamente. Las observaciones que no superan estos test son eliminadas y se recalcula la solución. Aproximadamente entre el 1% y el 5% de los puntos tuvieron que ser eliminados de cada una de las superficies, en el caso de emplear observaciones topográficas.

Esta "depuración" se ve dificultada, y en ocasiones de imposible solución, en el caso de emplear sensores láser escáner puesto que dejar una pequeña zona que

no pertenezca a la superficie a calcular supone introducir hasta centenares de puntos erróneos, lo que no permite su localización de forma eficiente, ya que estos puntos se encuentran concentrados en una zona que modifica la geometría de la superficie.

Fig.2. Discriminación de puntos de la superficie.



Tras conseguir una solución adecuada se procedió a la clasificación de las 7 superficies que se habían separado como cuádricas, que son las zonas que rodean los tres óculos superiores y la parte superior de las cuatro ventanas inferiores. Aunque en principio los faldones y jambas de las mismas pudieran dar la impresión de corresponder a superficies cuádricas se comprobó que no se cumplía la ecuación general para los puntos de las mismas.

Es necesario indicar la dificultad en la determinación de las ventanas inferiores puesto que se disponía de partida de un 40% de la superficie total, lo que se vio disminuido por estar parte de la superficie oculta por las columnas en el caso de las ventanas laterales.

4.1.2. Clasificación de las superficies

Una vez obtenidos los coeficientes de la ecuación general procedemos a su clasificación mediante la cual obtenemos:

- * Tipo de superficie
- * Magnitud de los semiejes
- * Coordenadas del centro
- * Rotaciones para los tres ejes α, β, γ

Para las magnitudes de los ejes podemos indicar que los valores obtenidos para las superficies 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8, que en principio debían ser la misma, son coincidentes en el orden del centímetro. El parámetro que mayor variación experimenta es la orientación de la su-

perficie en función del número de puntos y la distribución de los mismos, que puede ser debido a los desplazamientos que sufren las piezas prefabricadas en su colocación.

Posteriormente la ecuación general de los hiperboloides de una hoja se transforma en su expresión paramétrica para su representación gráfica.

4.1.3. Resultados obtenidos.

Las superficies calculadas después de la eliminación de los puntos erróneos, en el caso topográfico, son clasificadas de forma correcta para todos los casos, resultando superficies cuádricas del tipo hiperboloide (de dos hojas), los valores analíticos que definen su forma se encuentran con diferencias menores de 5mm, y los giros se determinan dentro de márgenes aceptables ($<1^\circ$). El número de puntos considerados para poder determinar de forma correcta estas superficies es de cerca de 30 puntos para las pequeñas, repartidos homogéneamente por todo el elemento considerado, representando este en ocasiones un valor en porcentaje inferior al 25% del total de la superficie.

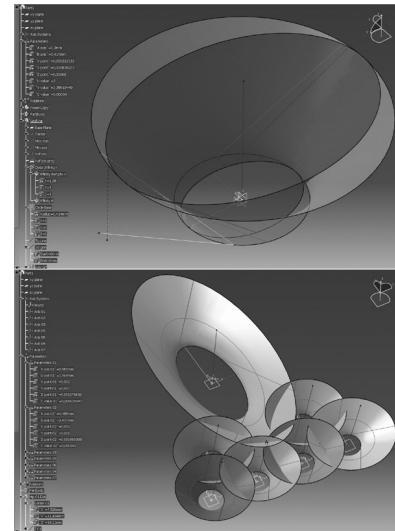
En el caso del barrido con láser escáner se consiguen resultados similares (no mejores por ampliar el grado de libertad de forma importante), pero se hace más difícil el proceso de limpieza y depuración de puntos erróneos.

5. El modelo tridimensional de la superficie de la ventana.

La generación tridimensional del ventanal del templo de la Sagrada Familia que se ha estudiado utilizando ecuaciones obtenidas mediante el estudio matemático de diversas “nubes de puntos”, se ha desarrollado en dos partes. En la primera de ellas, se han establecido los criterios básicos para transformar las ecuaciones matemáticas obtenidas de las “nubes de puntos” en superficies paramétricas tridimensionales. De esta manera, se creó un sistema que permitiese modificar la posición, el tamaño y la orientación de cada una de las superficies básicas que componen el ventanal

de forma independiente y en tiempo real. En cambio, en la segunda parte, está dedicada a desarrollar formalmente la “infraestructura” paramétrica espacial, creada con las superficies básicas, transformándolas en la superficie definitiva del ventanal mediante proyecciones, secciones y recortes tridimensionales.

Fig.3. Generación de superficies paramétricas.



Como consecuencia, el objetivo de esta parte del trabajo no sólo fue representar tridimensionalmente las superficies que definen las ecuaciones matemáticas que se han calculado, sino utilizar las posiciones y las formas de las intersecciones entre las principales superficies del ventanal como sistema de control y verificación de la precisión del proceso de cálculo utilizado para obtener los parámetros de la ecuación que define a cada superficie.

A partir de esta idea, se estableció una “infraestructura” paramétrica de control con siete hiperboloides elípticos. Para poder trabajar a partir de un modelo formal único, que abarque los diferentes parámetros calculados en las ecuaciones para este tipo de superficies; cada uno de los hiperboloides fue definido a partir de un modelo genérico: el hiperboloide de revolución clásico. Todas las ecuaciones de los hiperboloides del ventanal que se calcularon dieron como

resultado figuras elípticas, como consecuencia su forma final se definió como la transformación afín de un hiperboloide de revolución.

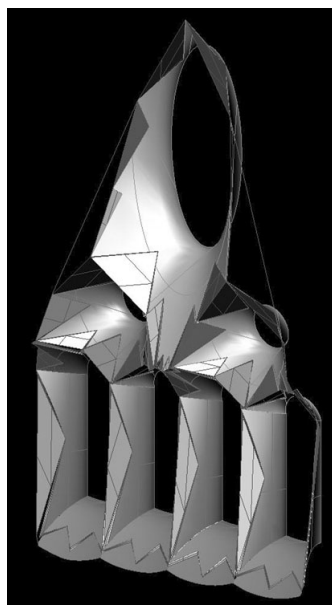
La adaptación de cada uno de ellos a la forma de la ventana, se llevo a cabo transformando los parámetros matemáticos de su ecuación en elementos geométricos de control. Con estas condiciones la superficie de cada uno de los siete hiperboloides fue definida paramétricamente mediante: el centro y el eje de la superficie, el eje mayor y el eje menor de la garganta y un punto de paso de la superficie. Para llevar a cabo un control del tamaño, la posición y la orientación de cada superficie en tiempo real, fue necesario crear una extensa tabla con los 5 parámetros que las definen y que ya se han descrito. Mediante esta tabla, se consiguió modificar la forma y rectificar la posición y la orientación de cada uno de los siete hiperboloides, aplicando un control numérico muy preciso que no sólo es independiente para cada uno de ellos, sino que también es independiente para cada una de los elementos geométricos que los definen. De esta manera, los cálculos de cálculo para definir los parámetros de las ecuaciones que determinan a cada hiperboloide, realizados a partir de las "nubes" de puntos, podían verificarse gráfica y numéricamente de forma constante.

El control tridimensional de las superficies de la parte inferior del ventanal, no se ha podido llevar a cabo mediante una rigurosa parametrización, como la realizada en la parte superior. Las superficies de la parte inferior no corresponden a superficies cuadráticas simples con una definición geométrica conocida, capaz de ser definida mediante ecuaciones matemáticas. Por esta razón, su tratamiento formal se estudió previamente mediante superficies de aproximación tipo "Patch". Con este tipo de superficies se realizaron los primeros ensayos de formalización para las cuatro ventanas inferiores. Su aplicación a las superficies horizontales mas bajas de todo el ventanal, nos permitió detectar, que en este caso se podía utilizar como solu-

ción definitiva un hiperboloide elíptico con eje mayor horizontal. La definición de la ecuación de este tipo de superficie, se realizo mediante el análisis matemático de la "nube" de puntos correspondiente y asignando al sistema de cálculo como condición adicional que el resultado debería corresponder a la superficie de un hiperboloide elíptico. De esta manera, se consiguió una aproximación muy ajustada entre la superficie resultante y la "nube" de puntos que la definen. Las jambas verticales de la parte inferior del ventanal se resolvieron con superficies de "barrido" que se apoyan en dos guías "verticales", y que tienen como generatriz la sección horizontal que pasa por el centro de cada uno de los hiperboloides más bajos del ventanal.

Fig.4. Modelado del ventanal.

La forma definitiva del ventanal se ha



desarrollado en una segunda parte, que ha estado íntegramente dedicada a recortar y conectar entre sí las diferentes superficies básicas definidas previamente en la estructura paramétrica. Para realizar este proceso, fue necesario establecer tridimensionalmente todas las generatrices rectas que configuran el perímetro definitivo de cada uno de los siete hiperboloides. Como segundo pa-

so, fue necesario proyectar las líneas de borde según la normal a la superficie de cada hiperboloide, para obtener una superficie recortada de alta precisión. Todos los espacios residuales entre los hiperboloides recortados del ventanal, corresponden a superficies planas simples y por lo tanto sencillas de definir, puesto que se trata de planos con perímetro triangular que unen los vacíos producidos por los recortes rectilíneos de los hiperboloides.

References:

- 1 Núñez A., Buill F.: Determination of ruled surfaces from clouds points. Proceedings 7th conference on Optical 3-D measurement techniques.Viena 2005.