

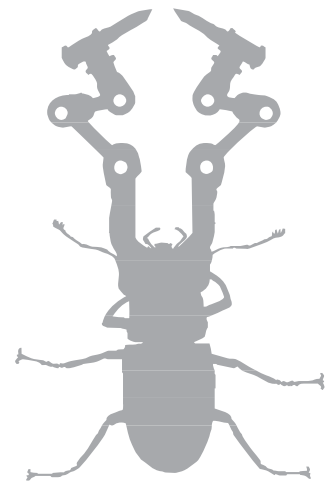
→ **UPCPOSTGRAU**



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Cálculo de líneas y redes eléctricas →

Ramón M. Mujal



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH



iniciativa
digital politècnica
Publicacions Acadèmiques UPC

→ **UPCPOSTGRAU**

Cálculo de líneas y redes eléctricas →

Ramón M. Mujal

Primera edición: diciembre de 2013

Diseño y dibujo de la cubierta: Jordi Soldevila
Diseño maqueta interior: Jordi Soldevila

© Ramón M. Mujal, 2013

© Iniciativa Digital Politècnica, 2013
Oficina de Publicacions Acadèmiques Digitals de la UPC
Jordi Girona Salgado 31,
Edifici Torre Girona, Planta 1, 08034 Barcelona
Tel.: 934 015 885
www.upc.edu/idp
E-mail: info.idp@upc.edu

Depósito legal: B. 28452-2013
ISBN: 978-84-7653-987-3

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra sólo puede realizarse con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista en la ley.



Prólogo

La idea de escribir un libro sobre líneas y redes eléctricas surgió ante la necesidad de recoger, en una única obra, los aspectos tanto teóricos como prácticos que se estudian en la actualidad en las disciplinas de Ingeniería de segundo ciclo o en los másteres que tratan de temas afines, ya que, si bien existen excelentes libros teóricos sobre el tema, escasean o son prácticamente inexistentes los que lo hacen de forma práctica.

El cálculo completo de las redes eléctricas no solo requiere incluir el régimen de funcionamiento normal, sino que resulta igualmente importante considerar el régimen transitorio, que conlleva efectos tan nocivos como los cortocircuitos, las sobrecargas o las derivaciones a tierra. Por este motivo, se remite al lector a la obra Protección de sistemas eléctricos de potencia, de la misma editorial y autor, para un estudio más completo y global de los sistemas eléctricos.

Esta es un libro eminentemente práctico, sin más pretensiones que las de ofrecer, en una sola obra, los aspectos teóricos y prácticos más importantes relacionados con la técnica, la seguridad y la economía en el transporte actual de la energía eléctrica.

La obra se estructura en dos módulos, con un total de cuatro capítulos bien diferenciados.

El primer módulo, formado por los capítulos primero y segundo, es teórico y versa sobre el cálculo de los sistemas de transmisión de energía eléctrica en régimen permanente, es decir, que funcionan de forma normal. Concretamente, el primer capítulo (“Cálculo de líneas eléctricas en régimen permanente”) introduce los parámetros eléctricos más importantes –resistencia, inductancia, capacidad y conductancia–, así como los efectos que estos parámetros producen –efecto aislador, efecto corona o efecto Ferranti. Asimismo, se exponen los métodos de cálculo para las líneas de transporte de energía eléctrica, desde el método en T o el método en Π , aplicables a líneas de longitud media, hasta el método de las constantes auxiliares, aplicable a líneas de cualquier longitud, pasando por los tipos de representación tanto numérica como gráfica, que son analizados en detalle. Por su parte, el segundo capítulo (“Regulación de la tensión en las líneas eléctricas”) versa sobre la regulación de la



tensión, las pérdidas de potencia en las líneas de transporte de energía eléctrica y la obtención de las potencias reactivas de compensación. Es un capítulo muy completo e importante, ya que permite la resolución de los problemas eléctricos reales, desde la generación y el transporte de electricidad hasta su consumo final en los puntos de destino.

El segundo módulo, eminentemente práctico, está formado por dos capítulos bien diferenciados, ya que mientras que el capítulo 3 (“Problemas resueltos de cálculo de líneas eléctricas”) ofrece una serie de problemas completamente resueltos y comentados sobre el funcionamiento normal de los sistemas eléctricos, el capítulo 4 (“Enunciados de problemas de cálculo de líneas de eléctricas”) pretende ofrecer una serie de enunciados de problemas, con sus correspondientes soluciones, para que el lector pueda ejercitarse en su resolución y comprobar así el nivel de asimilación alcanzado a lo largo del estudio de la materia del presente libro. Concretamente, en el capítulo 3 se resuelven diez problemas correspondientes al funcionamiento normal de los sistemas eléctricos. Así, el cálculo de los parámetros eléctricos, las caídas de tensión, las pérdidas de potencia, el efecto aislador, el efecto corona, la regulación de la tensión en los sistemas potencia o el cálculo de la potencia reactiva de compensación tienen cabida en este capítulo. Por su parte, el capítulo 4 presenta cuarenta y cinco enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, lo que permite comprobar y consolidar los conocimientos adquiridos.

Al final del libro, se adjuntan unos anexos, dedicados a las fórmulas, las tablas y los gráficos, necesarios tanto para un conocimiento general de la materia como para la resolución correcta de los problemas.

No quisiera terminar esta introducción sin dar las gracias a todos los que, de alguna forma, han ayudado en la confección de este libro mediante sus observaciones, rectificaciones o consejos, siempre de gran utilidad. A todos ellos, y en especial a mi familia, por su comprensión y paciencia, les pido que acepten mi más sincera gratitud.

El autor

Terrassa, mayo de 2013





Índice

Prólogo.....	5
Índice	9
CÁLCULO Y REGULACIÓN DE LA TENSIÓN EN LÍNEAS ELÉCTRICAS..	13
1 Cálculo de líneas eléctricas en régimen permanente	17
1.1 Introducción a los sistemas eléctricos.....	17
1.2 Parámetros eléctricos.....	17
1.3 Introducción al cálculo de líneas eléctricas	42
1.4 Métodos de cálculo de líneas eléctricas.....	47
1.5 Cuestiones y problemas.....	64
2 Regulación de la tensión en líneas eléctricas	69
2.1 Introducción a la regulación de la tensión en líneas	69
2.2 Cálculo de las condiciones eléctricas en una línea de energía eléctrica	70
2.3 Cálculo aproximado de la caída de tensión en una línea corta	80
2.4 Flujo de potencia en una línea eléctrica.....	81
2.5 Regulación de la tensión en líneas eléctricas.....	86
2.6 Cálculo de la potencia reactiva de compensación en paralelo	95
2.7 Cuestiones y problemas.....	98
PROBLEMAS RESUELTOS Y PROPUESTOS DE LÍNEAS ELÉCTRICAS ..	103
3 Problemas resueltos de cálculo de líneas eléctricas	109
Problema 3.1.....	109
Problema 3.2.....	121
Problema 3.3.....	134
Problema 3.4.....	138
Problema 3.5.....	154
Problema 3.6.....	167
Problema 3.7.....	177
Problema 3.8.....	184
Problema 3.9.....	195



Problema 3.10	204
4 Enunciados de problemas de cálculo de líneas eléctricas	217
Problema 4.1	217
Problema 4.2	218
Problema 4.3	219
Problema 4.4	220
Problema 4.5	221
Problema 4.6	222
Problema 4.7	224
Problema 4.8	226
Problema 4.9	228
Problema 4.10	229
Problema 4.11	231
Problema 4.12	232
Problema 4.13	233
Problema 4.14	236
Problema 4.15	238
Problema 4.16	240
Problema 4.17	242
Problema 4.18	243
Problema 4.19	247
Problema 4.20	250
Problema 4.21	252
Problema 4.22	254
Problema 4.23	255
Problema 4.25	258
Problema 4.26	259
Problema 4.27	260
Problema 4.28	262
Problema 4.29	263
Problema 4.30	264
Problema 4.31	265
Problema 4.32	267
Problema 4.33	268
Problema 4.34	269
Problema 4.35	270
Problema 4.36	271
Problema 4.37	273
Problema 4.38	274
Problema 4.39	275
Problema 4.40	275
Problema 4.41	277
Problema 4.42	278
Problema 4.43	279
Problema 4.44	280
Problema 4.45	281

5 ANEXO	285
ANEXO I. Constantes de magnitudes físicas, terrestres y cuánticas.....	285
ANEXO II. Resistividad (ρ), coeficiente de temperatura (α), punto de fusión ($^{\circ}\text{C}$) y densidad (δ) de diversos materiales y aleaciones	286
ANEXO III. Coeficientes de resistividad de los aislantes	288
ANEXO IV. Magnitudes y unidades magnéticas	289
ANEXO V. Conductores eléctricos.....	290
ANEXO VI. Conductancia. Autoinducción y Susceptancia.....	291
ANEXO VII. Método de las constantes auxiliares	292
ANEXO VIII. Método del circuito equivalente en "T", y en "Π"	295
ANEXO IX. Fórmulas para el cálculo de líneas eléctricas.....	298
ANEXO X. Resumen de fórmulas de líneas eléctricas.....	302
ANEXO XI. Fórmulas para el cálculo de cortocircuitos mediante el método de las redes de secuencia y las componentes simétricas.....	303
ANEXO XII. Fórmulas, Factores correctores y Tablas para el Cálculo de las Corrientes de Cortocircuito Mediante la Norma VDE 0102	309
Bibliografía	313





CÁLCULO Y REGULACIÓN DE LA TENSIÓN EN LÍNEAS ELÉCTRICAS

Presentación

Con este primer módulo, formado por los capítulos 1 y 2, se pretende introducir al lector en el cálculo de los sistemas eléctricos de potencia en régimen permanente, es decir, en su funcionamiento normal. Así, el primer capítulo (“Cálculo de líneas eléctricas en régimen permanente”) muestra los conceptos básicos referidos a los cuatro parámetros eléctricos más importantes: resistencia, inductancia, capacidad y conductancia. Mediante la combinación de resistencias, condensadores y bobinas (o la de sus equivalentes integrados), es posible crear la mayor parte de los circuitos eléctricos y electrónicos actuales. En este capítulo, aprovechando las propiedades eléctricas de los materiales, se asimilan magnitudes como la intensidad, el voltaje o la potencia, y se definen efectos eléctricos tan importantes como el efecto aislador, el efecto corona o el efecto Ferranti. En la segunda parte del capítulo, se exponen las magnitudes eléctricas fundamentales, así como su forma de expresarlas, tanto numéricamente como mediante diagramas. Finalmente, se calculan las líneas eléctricas, aplicando los métodos más frecuentes en función de la longitud de la línea: los métodos en T y en Π o el método de las constantes auxiliares.

Por su parte, el capítulo 2 (“Regulación de la tensión en las líneas eléctricas”) versa sobre la regulación de la tensión en los sistemas de distribución de energía eléctrica. Es un capítulo importante, pues trata de cómo regular la energía que pasa por una línea eléctrica, modificar su factor de potencia, eliminar los armónicos o, simplemente, aprovechar la línea de forma más racional. Todas estas funciones pueden conseguirse utilizando correctamente los sistemas de compensación actuales, por lo que resulta de suma importancia su estudio previo, así como su elección correcta.

En cierto modo, en este módulo se intentan aplicar los conocimientos adquiridos sobre magnitudes, parámetros y diagramas eléctricos, al asimilar las técnicas de compensación de energía reactiva, tan importantes en la actualidad para cumplir los



requisitos legales establecidos por las leyes referentes al transporte de la energía eléctrica, que cada vez más restrictivos.

Unas cuestiones y ejercicios al final de cada capítulo permiten al lector evaluar el nivel de asimilación de la materia, además de ser una forma rápida de repasar, a posteriori, cualquier duda o concepto sobre un tema en particular.

Contenidos

- Capítulo 1: Cálculo de líneas eléctricas en régimen permanente
- Capítulo 2: Regulación de la tensión en las líneas eléctricas

Objetivos

Cálculo de líneas eléctricas en régimen permanente

- Resistencia eléctrica: conocer las funciones y los efectos de la resistencia eléctrica.
- Inductancia eléctrica: conocer las funciones y los efectos de la inductancia y de los campos magnéticos.
- Conocer las fórmulas a aplicar para obtener la inductancia de los conductores y las líneas eléctricas.
- Concepto de radio equivalente. Circuitos simples, dúplex, tríplex y cuádruplex.
- Capacidad eléctrica: adquirir los conocimientos básicos sobre condensadores y campos eléctricos.
- Conocer las fórmulas a aplicar para obtener la capacidad de los conductores y las líneas eléctricas.
- Conductancia eléctrica: saber las características más importantes que definen la conductancia.
- Identificar el efecto aislador y el efecto corona. Consideraciones generales. Parámetros que influyen en los mismos. Fórmulas para su cálculo.
- Comprender los cálculos eléctricos de los sistemas de potencia.
- Conocer las diversas magnitudes que intervienen en los cálculos eléctricos.
- Razonar las diferentes formas de expresar las magnitudes eléctricas.
- Saber representar gráficamente los valores de tensiones, intensidades, potencias e impedancias eléctricas.
- Saber escoger entre los diferentes métodos de cálculo de líneas eléctricas en función del tipo de línea o de las características de la misma.
- Entender y aplicar el método del circuito equivalente en Π .



- Entender y aplicar el método del circuito equivalente en T.
- Entender y aplicar el método de las constantes auxiliares.
- Definir conceptualmente y analíticamente las diversas fórmulas empleadas.
- Saber resolver un problema de transporte de energía eléctrica en régimen permanente.

Regulación de la tensión en los sistemas de potencia

- Comprender la necesidad de la regulación de la tensión en los sistemas eléctricos.
- Saber calcular las condiciones eléctricas en una línea, conocidos sus parámetros al principio de la misma.
- Calcular las condiciones eléctricas de una línea, conocidos sus parámetros al final de la misma.
- Calcular las condiciones eléctricas de una línea, conocidos sus parámetros de forma combinada.
- Realizar el cálculo aproximado de la caída de tensión en líneas cortas.
- Calcular el flujo de potencia en las líneas eléctricas.
- Comprender la regulación de la tensión en los sistemas eléctricos.
- Calcular las potencias reactivas de compensación a colocar en paralelo.
- Conocer los diversos tipos de compensación existentes compensando la carga.
- Conocer los diversos tipos de compensación existentes sin compensar la carga.
- Conocer las ventajas y los inconvenientes de los sistemas de compensación de energía.
- Calcular la potencia reactiva de compensación.
- Saber resolver un problema de compensación de energía reactiva, con la correspondiente mejora del factor de potencia.

→ 1



Cálculo de líneas eléctricas en régimen permanente

1.1 Introducción a los sistemas eléctricos

Antes de iniciar los cálculos de cualquier sistema eléctrico, es imprescindible conocer una serie de datos sobre el mismo, como por ejemplo: qué elementos lo forman, cómo se comportan, cómo interaccionan, cómo se calculan, cómo agruparlos, cuáles son los métodos numéricos aplicables y su representación gráfica, etc. Solo así podrán resolverse de forma rápida y segura desde los casos más simples hasta los sistemas más complejos.

En primer lugar, en este capítulo se detallan los componentes eléctricos más importantes presentes en la mayoría de circuitos, y se indica la forma más correcta de agruparlos, atendiendo a sus propiedades eléctricas.

Posteriormente, se repasan las principales magnitudes que intervienen en los cálculos de cualquier sistema eléctrico. También se analizarán en profundidad las representaciones gráficas, tanto en forma de esquemas eléctricos como mediante diagramas fasoriales.

Una vez adquiridos los conceptos previos, se exponen los métodos numéricos que permiten calcular y analizar con seguridad un sistema de potencia. Para que el estudio sea completo, se han dividido las líneas eléctricas en función de su longitud ya que, como se explica, la mayor parte de los parámetros eléctricos dependen fundamentalmente de esta magnitud.

1.2 Parámetros eléctricos

Cualquier circuito eléctrico está formado por algunos de los elementos siguientes: resistencia, inductancia, capacidad y conductancia. Con estos componentes, se forman



todos los sistemas eléctricos actuales, desde un simple circuito hasta los más complejos sistemas de potencia.

Es posible realizar una clasificación de los elementos eléctricos, en función de la forma en que estos influyen dentro de un sistema eléctrico. Así, se crean dos grupos diferenciados: los parámetros eléctricos longitudinales, formados por la resistencia y la inductancia, y los parámetros eléctricos transversales, formados por la capacidad y la conductancia.

Parámetros longitudinales:

$$R \Leftrightarrow \text{Resistencia} \Rightarrow \text{ohmios}$$

$$L \Leftrightarrow \text{Inductancia} \Rightarrow \text{henrios}$$

Parámetros transversales:

$$C \Leftrightarrow \text{Capacidad} \Rightarrow \text{faradios}$$

$$G \Leftrightarrow \text{Conductancia} \Rightarrow \text{siemens}$$

Existen otras magnitudes que matemáticamente sirven de nexo de unión de los parámetros anteriores. Algunas de las más importantes son:

$$Z=(R+jX) \Leftrightarrow \text{Impedancia} \Rightarrow \text{ohmios}$$

$$Y=(G+jB) \Leftrightarrow \text{Admitancia} \Rightarrow \text{siemens}$$

$$X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \Leftrightarrow \text{Reactancia inductiva}$$

$$B = C \cdot \omega = C \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \Leftrightarrow \text{Susceptancia}$$

1.2.1 Parámetros eléctricos longitudinales

Los parámetros eléctricos que influyen de forma decisiva a lo largo de la longitud de una línea eléctrica son la resistencia y la inductancia. Aunque se agrupan formando la impedancia (una vez se ha producido la conversión de inductancia a reactancia inductiva), su comportamiento eléctrico difiere sustancialmente; así, mientras que el efecto inductivo producido por las bobinas permite acumular energía eléctrica bajo la forma de campo magnético, la consecuencia más importante de la existencia de una resistencia en un circuito eléctrico son las pérdidas producidas por efecto Joule.

1.2.1.1 Resistencia. R (Ω)

La resistencia es la oposición que cualquier material ofrece al paso de la corriente eléctrica. Aunque su estudio se remonta a los primeros descubrimientos eléctricos, no se interrelacionó con otras magnitudes eléctricas hasta que George Simon Ohm



formuló su ley fundamental, base de toda la electricidad, que ligaba esta oposición con la tensión o diferencia de potencial y la intensidad que circulaba por un circuito.

$$I = \frac{U}{R} \quad , \text{ o bien } \quad R = \frac{U}{I} \quad [1.1]$$

Conceptualmente, la resistencia de cualquier elemento conductor depende de sus dimensiones físicas y de la resistividad, y puede expresarse como:

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad [1.2]$$

donde:

R = resistencia eléctrica a 20°C (en Ω)

ρ = resistividad (en $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$)

L = longitud del cable (en m)

S = sección del cable (en mm^2)

Analicemos cada uno de los factores de la expresión anterior.

Longitud

La longitud de un conductor es directamente proporcional a la resistencia del mismo, ya que la trayectoria que los electrones han de recorrer es proporcional a la longitud de la línea.

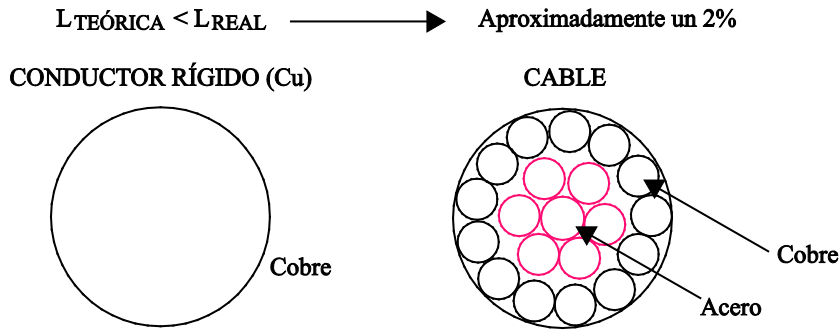
En los sistemas de potencia, con grandes tensiones e intensidades, se requieren conductores de tamaños considerables, capaces de transportar tales energías. Entre los materiales más empleados destaca el cobre, que, como cualquier otro metal, presenta la característica de la maleabilidad. Pero esta adaptabilidad, con conductores de 20 mm o 30 mm de diámetro, es prácticamente inexistente y estos no se comportan como conductores flexibles y adaptables, sino más bien como auténticas varillas rígidas, inutilizables para los menesteres que tienen encomendados.

Así, cuando un conductor excede de un determinado diámetro, ya no se construye de forma maciza, sino con la unión de múltiples hilos que forman un cable. Por tanto, un cable no es más que un conductor compuesto por múltiples hilos enrollados en haz para mantener su consistencia mecánica y, al mismo tiempo, permitir, aun con diámetros considerables, las flexibilidades y torsiones adecuadas a su uso.

Si nos centramos en cables, su longitud no coincide con la longitud de los hilos que lo forman, ya que el cable, como conjunto, no tiene en cuenta el efecto de trenzado al que sí se han visto sometidos cada uno de los hilos que lo componen. Esta es la razón por la que existen dos longitudes: una real (la de los hilos) y una teórica (la del cable), siendo la longitud real mayor que la longitud teórica. La longitud que los electrones realmente han de recorrer es la longitud real y no la teórica. La figura siguiente muestra estos pormenores.



Fig. 1.1
Constitución de un
cable eléctrico.
Comparación entre
longitudes

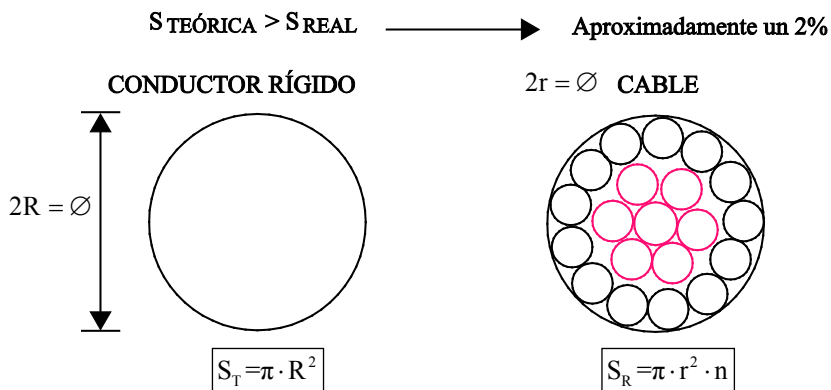


Un cable con una longitud de 1 m ($L_{TEÓRICA}$) está formado por hilos entrelazados o trenzados con una longitud de 1,02 m (L_{REAL}). En consecuencia, el valor de la resistencia real ha de estar influenciado por este aumento de valor. En realidad, los fabricantes de cables, al realizar sus tablas de valores, ya tienen en cuenta esta variación y consideran para el cálculo de la resistencia los valores reales de la longitud.

Sección

A mayor sección, menor resistencia, ya que los electrones disponen de más espacio para circular por el conductor. Y algo parecido a la longitud ocurre con la sección; así, si consideramos la sección del cable en su conjunto (S teórica), estamos añadiendo los espacios entre hilos (aire, pequeños residuos, aceites, etc.) que no están ocupados por cobre. Se tendría que considerar realmente solo la superficie real (S real), es decir, la ocupada verdaderamente por el material conductor, el cobre.

Fig. 1.2
Constitución de un
cable eléctrico.
Comparación entre
secciones



La sección real es, por término medio, un 1 % o un 2 % menor que la teórica, lo que repercute en el valor final de la resistencia. También, con este parámetro, los fabricantes de cables consideran la sección real para el cálculo de los valores que leemos en tablas. Es decir, las tablas de resistencias para los distintos materiales ya tienen presentes estos desajustes entre los valores reales y teóricos dados para la longitud y la sección en los conductores de tipo cable.



Resistividad

La resistividad es la última magnitud a tener en cuenta en el cálculo de la resistencia de un material. Se define como la resistencia específica, es decir, la oposición que ofrece un material al paso de la corriente eléctrica por unidad de longitud y superficie (para su cálculo, normalmente se utilizan varillas del material a calcular, con unas dimensiones específicas de 1 m de longitud y 1 cm² de sección).

La resistividad es la parte más importante de la resistencia, ya que es la que realmente indica si un material es buen conductor o, por el contrario, es un aislante. Hasta el momento, considerando solamente la longitud y la sección, tendría la misma resistencia una varilla de madera que una de cobre, suponiendo igualdad en las dimensiones físicas. Por tanto, se necesita otro parámetro que dependa del material: la resistividad.

Si la resistividad dependiera solamente del tipo de material, no habría complicaciones, ya que, construida la tabla correspondiente, estarían tabuladas todas las resistividades de los materiales de uso más frecuente. Pero la resistividad también depende de la temperatura, por lo que se requieren innumerables tablas (una para cada intervalo de la temperatura) para su identificación completa.

El problema se solucionó, en parte, con una única tabla, que se corresponde con una temperatura estándar de 20°C. En ella, están representados los valores de la resistividad de la mayoría de materiales interesantes desde el punto de vista eléctrico. Si la temperatura no coincide con los 20°C, aplicando la fórmula siguiente se obtiene el valor de la resistividad a cualquier otra temperatura.

$$\rho_{\theta} = \rho_{20^{\circ}\text{C}} + \rho_{20^{\circ}\text{C}} \cdot \alpha (T - 20^{\circ}) \quad [1.3]$$

donde:

α = coeficiente de temperatura a 20°C \Rightarrow es un valor tabulado en las tablas

ρ_{θ} = resistividad a la temperatura deseada

$\rho_{20^{\circ}\text{C}}$ = resistividad a 20°C (la de las tablas)

T = temperatura a que se desea determinar la resistividad (en °C)

Ya sabemos que la resistividad de un material depende del tipo de material y de la temperatura a que se encuentra el mismo, pero ¿un aumento de la temperatura significa siempre un aumento de la resistividad? La respuesta es no. Así, mientras que para un material formado por un enlace metálico (conductores) un aumento de la temperatura representa un aumento del coeficiente de temperatura y, por consiguiente, un aumento de la resistividad, con materiales formados por enlaces covalentes (semiconductores) los aumentos de temperatura se traducen en disminuciones del coeficiente de temperatura y, por tanto, de la resistividad. Finalmente, para los materiales formados mediante enlaces iónicos (aislantes), el coeficiente de temperatura no experimenta cambios sustanciales con las variaciones de la temperatura.



Materiales empleados en la construcción de líneas aéreas

El material por excelencia que se emplea en electricidad es el cobre. Es un material dúctil, muy buen conductor y bastante fácil de manejar; en otras palabras, un material que no presenta problemas.

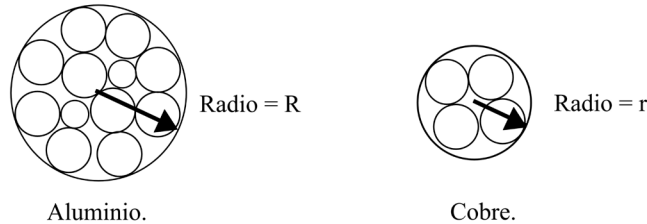
No existiría ninguna razón para suplirlo, si no es simplemente porque su uso se ha extendido tanto como su precio. Al ser utilizado en la construcción de máquinas eléctricas, de circuitos de baja tensión, de líneas de transporte de energía eléctrica, etc., su valor ha ido en aumento, lo que ha estimulado la búsqueda de nuevos materiales alternativos.

Algunas de las características eléctricas y mecánicas de ciertos materiales susceptibles de ser empleados en electricidad son las siguientes:

- Cobre: Resistividad $\Rightarrow \rho = 0,0176 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$
Densidad $\Rightarrow \delta = 8,9 \text{ kg}/\text{dm}^3$
Fuerza a la tracción $\Rightarrow \chi = 28 \text{ kg}/\text{cm}^2$
- Aluminio: Resistividad $\Rightarrow \rho = 0,0260 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$
Densidad $\Rightarrow \delta = 2,7 \text{ kg}/\text{dm}^3$
Fuerza a la tracción $\Rightarrow \chi = 14 \text{ kg}/\text{cm}^2$
- Acero: Resistividad $\Rightarrow \rho = 0,0350 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$
Densidad $\Rightarrow \delta = 7,8 \text{ kg}/\text{dm}^3$
Fuerza a la tracción $\Rightarrow \chi = 42 \text{ kg}/\text{cm}^2$

El primer material que se empleó como sustituto para el cobre fue el aluminio. Es un material con una resistividad mayor que la del cobre, pero sigue siendo buen conductor, es menos pesado y tiene un precio sustancialmente más bajo. Si los comparamos, tenemos:

Fig. 1.3
Comparación
entre
conductores de
cobre y aluminio
a igualdad de
resistencia



- A igualdad de resistencia eléctrica, el cable de aluminio es de mayor tamaño, debido a que es peor conductor.
- Pese a su mayor tamaño, el cable de aluminio es, a igualdad de resistencia eléctrica, la mitad de pesado. Esto es una gran ventaja, tanto para el transporte como para su colocación en las altas torres metálicas.



- También a igualdad de resistencia, el cable de aluminio es más económico que el cable de cobre.
- Por su mayor diámetro, el cable de aluminio es menos susceptible al efecto corona.
- Pero, debido a su bajo poder de tracción, el aluminio no puede tensarse, lo que impide utilizarlo como conductor en las líneas eléctricas.

¿Cómo resolver este problema, si todo eran ventajas para el uso del aluminio? Se pensó en mezclar el aluminio con otro material, por ejemplo el acero, pero el acero es realmente un mal conductor y mermaría sobremanera la conducción. Aunque el problema podría resolverse uniendo los dos materiales formando una aleación, es decir, fabricar los conductores de aluminio con una parte central constituida por un alma de acero. Concretamente, el alma de acero sería la encargada de soportar los esfuerzos de tracción, mientras que los hilos de aluminio transportarían la corriente. Además, recordando que, gracias al efecto pelicular, por el centro de un conductor pasa muy poca intensidad, la conducción no se vería prácticamente mermada, por lo que las nuevas condiciones de funcionamiento serían:

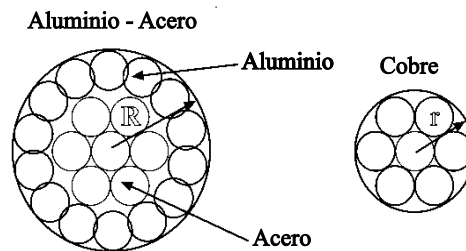


Fig. 1.4
Comparación de
tamaños entre el
cable de aluminio-
acero y el cable de
cobre

- A igualdad de resistencia eléctrica, el cable de aluminio-acero sigue siendo de mayor tamaño que el de cobre debido a que es peor conductor.
- Pese a su mayor tamaño, el cable de aluminio-acero es, a igualdad de resistencia eléctrica, un tercio menos pesado que el de cobre, lo que representa una gran ventaja, tanto para el transporte de energía como para su colocación.
- También a igualdad de resistencia, el cable de aluminio-acero sigue siendo más económico que el cable de cobre.
- El efecto corona es menor puesto que el cable de aluminio-acero dispone de más diámetro.
- Todo el poder de tracción corresponde al alma de acero, mientras que el aluminio sirve exclusivamente como conductor de energía.

Clases de resistencias

Finalmente, una clasificación de las resistencias según el material constructivo que se emplee servirá para sentar las bases teórico-prácticas:



Metálicas: el material utilizado tiene generalmente forma de hilo o cinta, que en este caso reciben el nombre de *resistencias bobinadas*. El hilo o las cintas están enrollados sobre un soporte de material aislante. El hilo es generalmente una aleación que contiene dos o más elementos, como el cobre, el hierro, el níquel, el cromo, el cinc o el manganeso.

No metálicas: el material utilizado es el carbón o el grafito, los cuales tienen una elevada resistencia específica. Por esta razón, suelen construirse de menor tamaño que las resistencias bobinadas.

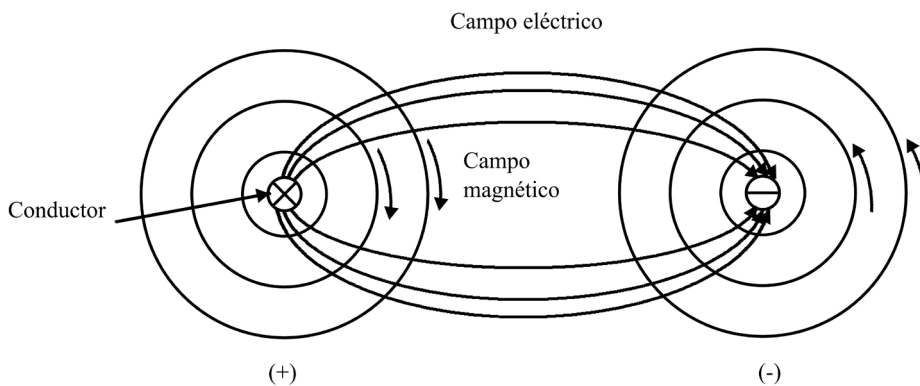
1.2.1.2 Inductancia L (H)

Introducción

El concepto de inductancia fue descubierto y estudiado por Faraday en 1831. En general, la inductancia es la propiedad de un elemento del circuito que aprovecha la capacidad de la energía de almacenarse en una bobina en forma de campo magnético. Sin embargo, una característica importante y distintiva de la inductancia es que su presencia solo se percibe cuando existe corriente alterna. Así, aunque un elemento pueda tener inductancia en virtud de sus propiedades geométricas y magnéticas, su presencia en el circuito no será efectiva a menos que exista un cambio de la corriente en función del tiempo (corriente alterna, AC). El campo magnético creado por un conductor depende de la corriente que circule por el mismo en el instante considerado.

Cuando una corriente circula por un circuito eléctrico, los campos magnético y eléctrico que se forman nos explican algo sobre las características del circuito. En la figura siguiente, se representan una línea bipolar abierta y los campos magnéticos y eléctricos asociados a ella.

Fig. 1.5
Campos magnéticos
y eléctricos
asociados a una
línea bipolar



Las líneas de flujo magnético forman anillos cerrados que rodean cada conductor; las líneas del campo eléctrico nacen en las cargas positivas, sobre un conductor, y van a parar a las cargas negativas, sobre el otro conductor. Toda variación de la corriente que pasa por los conductores produce una variación en el número de las líneas de flujo magnético que atraviesan el circuito. Por otra parte, cualquier variación del campo

magnético induce una fuerza electromotriz (f.e.m.) en el circuito, la cual es proporcional a la velocidad de variación del flujo. La inductancia es la propiedad de un circuito que relaciona la f.e.m. inducida (por la variación de flujo) con la velocidad de variación de la corriente (es decir, con la frecuencia).

Campos magnéticos \Rightarrow Ley de Ampère: $\boxed{\int \vec{H} \cdot d\vec{L} = \sum i}$ [1.4]

Esta es la ley fundamental en el estudio de los campos magnéticos. No obstante, existen otras expresiones derivadas de la anterior, más interesantes para el cálculo de las líneas eléctricas en el ámbito industrial.

Así, recordando que la inductancia es:

$$d\Phi = \frac{L}{N} \cdot di \quad L = N \cdot \frac{d\Phi}{di} \quad [1.5]$$

entonces:

$$e_{ind} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -N \cdot \frac{L}{N} \cdot \frac{di}{dt} = -L \cdot \frac{di}{dt} \quad [1.6]$$

Despejando (L), obtenemos otra expresión de la inductancia:

$$\boxed{L = -\frac{e_{ind}}{di/dt}} \Rightarrow L = N \cdot \frac{\Phi}{I} = \frac{N \cdot \frac{\theta^{AV}}{\mathfrak{R}}}{I} = \frac{N \cdot N \cdot I}{\mathfrak{R} \cdot I} \Rightarrow \boxed{L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}} \quad [1.7]$$

La primera expresión es la fórmula exacta de la inductancia, definida como la relación, cambiada de signo, entre la tensión inducida por un campo magnético en un circuito y la velocidad con la que varía la intensidad.

Una segunda expresión, la ecuación de la derecha, es una aproximación de la primera, aunque ampliamente aceptada. En ella se observa que la inductancia depende del número de espiras o vueltas de que disponga un conductor, dividido por el valor de la reluctancia, la cual, como vimos, depende del tipo de material empleado y de sus dimensiones.

Cabe recordar que la inductancia se mide en (H , henrios), y para las aplicaciones eléctricas es mejor emplear (Ω). El paso de una unidad a la otra se realiza multiplicando la inductancia por la pulsación (en radianes por segundo) y así se obtiene la reactancia inductiva.

$$\text{Reactancia inductiva } (\Omega): \quad X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L \quad [1.8]$$



En corriente continua (DC), la frecuencia es nula, ya que no existe variación de la corriente con respecto al tiempo. Esto implica que la reactancia inductiva es también nula.

$$AC \rightarrow f = 50H_z \rightarrow X_L = 2\pi \cdot 50 \cdot L = 0 \quad [1.9]$$

En cambio, en corriente alterna (AC), la reactancia inductiva es diferente de cero ya que, en este caso, sí disponemos de frecuencia, debido al cambio que experimenta la corriente con respecto al tiempo.

$$AC \rightarrow f = 50H_z \rightarrow X_L = 2\pi \cdot 50 \cdot L \neq 0 \quad [1.10]$$

Analizando la expresión de la impedancia de un circuito, obtenemos valores diferentes según el tipo de corriente empleada (corriente continua o alterna).

$$DC \rightarrow \bar{Z} = (R_{SI} + jX_{NO}) = R$$

$$Z_{DC} < Z_{AC} \quad [1.11]$$

$$AC \rightarrow \bar{Z} = (R_{SI} + jX_{SI})$$

En corriente continua, no tenemos reactancia inductiva (X_L), por lo que la impedancia es menor que en corriente alterna. En ambos casos, tendremos la misma resistencia.

Esta es una conclusión importante, pues indica que existe una mayor oposición al paso de los electrones (intensidad) en corriente alterna que en corriente continua.

Inductancia de una línea eléctrica

La inductancia inductiva de una línea se determina en henrios (H), utilizando la expresión siguiente:

$$L = \left[\frac{\mu}{2 \cdot n} + 2 \cdot \ln \left(\frac{D_e}{r_e} \right) \right] \cdot 1 \cdot 10^{-4} \cdot \text{long} \quad [H] \quad [1.12]$$

donde:

n = número de cables por fase

D_e = distancia media geométrica entre fases (mm)

R_e = radio equivalente (mm)

L = longitud de la línea (km)

μ = permeabilidad

La inductancia en las líneas se suele determinar en (H/Km), de forma que la expresión anterior queda de la forma siguiente:

$$L_K = \left[\frac{\mu}{2 \cdot n} + 2 \cdot \ln \left(\frac{D_e}{r_e} \right) \right] \cdot 10^{-4} \quad \left[\frac{H}{Km} \right] \quad [1.13]$$

Pasando de logaritmos neperianos a logaritmos decimales, obtenemos:

$$L_K = \left[\frac{\mu}{2 \cdot n} + 4'6 \cdot \log \left(\frac{D_e}{r_e} \right) \right] \cdot 10^{-4} \quad \left[\frac{H}{Km} \right] \quad [1.14]$$

La permeabilidad depende de las características del material y de las condiciones eléctricas a que está sometido:

Permeabilidad:	$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$	$\mu = 1 \Rightarrow$ Cu, Al, aleaciones $\mu = 200 \Rightarrow$ Acero galvanizado
Permeabilidad absoluta:	$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$	
Permeabilidad relativa:	$\mu_r \rightarrow$ (tablas,...)	

Como normalmente se utilizan conductores de cobre, aluminio o aleaciones de este último, y prácticamente todos disponen del mismo coeficiente de permeabilidad, podemos sustituir este valor en la fórmula anterior, y de ello resulta:

$$L_K = \left[\frac{1}{2 \cdot n} + 4'6 \cdot \log \left(\frac{D_e}{r_e} \right) \right] \cdot 10^{-4} \quad \left[\frac{H}{Km} \right] \quad [1.15]$$

Esta es la fórmula en la cual nos basamos para expresar la inductancia de los diferentes circuitos. Esta inductancia depende del radio equivalente (r_e) y de la distancia media geométrica entre fases (D_e). Estas dos magnitudes son función de la geometría del circuito y, por tanto, de la disposición de los cables en la torre metálica.

Disposiciones más comunes de los circuitos eléctricos en torres de transporte de energía eléctrica

A continuación, definimos el radio equivalente y la distancia media geométrica entre fases, en función de las características de los circuitos de transporte de energía eléctrica más usuales.

Radio equivalente. La fórmula general del radio equivalente se muestra a continuación:

$$r_{eq} = R \cdot \sqrt[n]{\frac{r \cdot n}{R}} \quad r_e = \sqrt[n]{\frac{r \cdot n \cdot R^n}{R}} = \sqrt[n]{r \cdot n \cdot R^{n-1}} \quad [1.16]$$



Para cada una de las configuraciones posibles, tenemos:

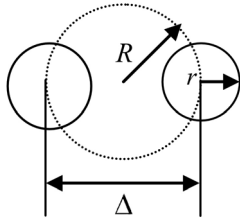
- Para un conductor (n = 1):



$$r_1 = \sqrt{r \cdot 1 \cdot R^0} = r \quad [1.17]$$

- Para 2 conductores (n = 2):

como $2R = \Delta$ y $R = \frac{\Delta}{2}$



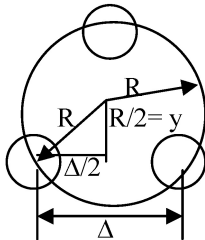
$$r_2 = \sqrt[3]{r \cdot 2 \cdot R} = \sqrt{2r \frac{\Delta}{2}} = \sqrt{r \cdot \Delta} \quad [1.18]$$

- Para 3 conductores (n = 3):

$$\left(\frac{R}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 = R^2, \text{ ya que } y = \cos 60^\circ \cdot R = \frac{R}{2}$$

$$4 \frac{R^2}{4} + 4 \frac{\Delta^2}{4} = R^2 \cdot 4 \quad \text{Entonces, } R^2 + \Delta^2 = 4R^2$$

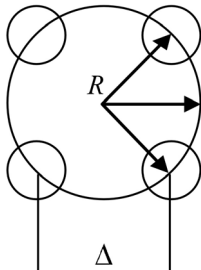
$$\Delta^2 = 3R^2, \text{ siendo } R = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$



$$r_3 = \sqrt[3]{3 \cdot r \cdot R^2} = \sqrt[3]{3 \cdot r \cdot \frac{\Delta^3}{3}} = \sqrt[3]{r \cdot \Delta^2} \quad [1.19]$$

- Para 4 conductores (n = 4):

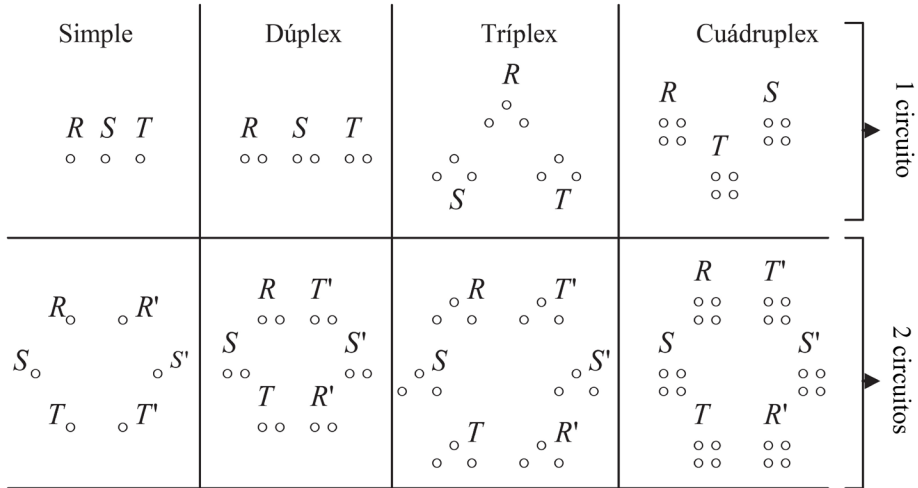
como $R^2 + R^2 = \Delta^2$ y $2R^2 = \Delta^2 \rightarrow R = \frac{\Delta}{\sqrt{2}}$



$$r_4 = \sqrt[4]{4r \cdot R^3} = \sqrt[4]{4r \cdot \frac{\Delta^3}{(\sqrt{2})^3}} = \sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot \Delta^3 \cdot r} \quad [1.20]$$



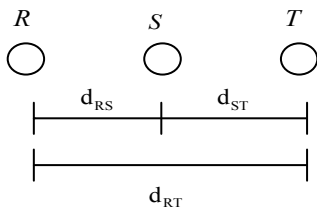
Estas configuraciones representan los circuitos eléctricos convencionales. Los más importantes han sido esquematizados en la figura siguiente. Es importante notar que esta sería la disposición de los cables en las torres eléctricas.



$$L_K = \left[\frac{1}{2 \cdot n} + 4'6 \cdot \log \frac{D_e}{r_e} \right] \cdot 10^{-4} \quad \left[\frac{H}{Km} \right] \quad [1.21]$$

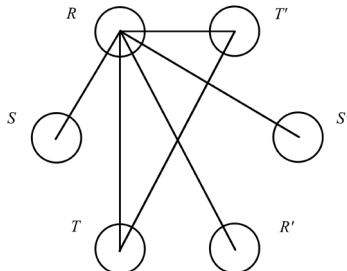
Para aplicar la fórmula de la inductancia de una línea (L_K), es necesario conocer previamente la distancia media geométrica entre fases (D_e), el radio equivalente (r_e) y el número de cables que existen por fase (n).

Para 1 circuito:



$$D_{e_{1circuitos}} = \sqrt[3]{d_{RS} \cdot d_{ST} \cdot d_{RT}} \quad [m] \quad [1.22]$$

Para 2 circuitos:



$$D_{e_{2circuitos}} = \sqrt[3]{d_R \cdot d_S \cdot d_T} \quad [m] \quad [1.23]$$

$$d_R = \frac{\sqrt[2]{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{RS'} \cdot d_{RT'}}}{d_{RR'}}$$

$$d_S = \frac{\sqrt[2]{d_{SR} \cdot d_{ST} \cdot d_{SR'} \cdot d_{ST'}}}{d_{SS'}}$$

$$d_T = \frac{\sqrt[2]{d_{TR} \cdot d_{TS} \cdot d_{TR'} \cdot d_{TS'}}}{d_{TT'}}$$



Aplicando las fórmulas anteriores, podemos determinar de forma genérica la expresión matemática que hemos de aplicar en un circuito con diversos números de conductores por fase. Recordamos que el número de circuitos es el número de fases repetidas y no el número de conductores que hay por fase.

La tabla siguiente resume las fórmulas a considerar para líneas formadas con uno o dos circuitos eléctricos.

Para 1 circuito:

$$L_{K1} = \left[0'5 + 4'6 \log \frac{D_c}{r} \right] \cdot 10^{-4} \quad \begin{array}{ccc} R & S & T \\ \circ & \circ & \circ \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Simple} \\ [1.24] \end{array} \right\}$$

$$L_{K4} = \left[0'25 + 4'6 \log \frac{D_c}{\sqrt[2]{\Delta \cdot r}} \right] \cdot 10^{-4} \quad \begin{array}{ccc} \circ \circ & \circ \circ & \circ \circ \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Dúplex} \\ [1.25] \end{array} \right\}$$

$$L_{K3} = \left[0'166 + 4'6 \log \frac{D_c}{\sqrt[3]{\Delta^2 \cdot r}} \right] \cdot 10^{-4} \quad \begin{array}{ccc} \circ \circ & \circ \circ & \circ \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Tríplex} \\ [1.26] \end{array} \right\}$$

$$L_{K4} = \left[0'125 + 4'6 \log \frac{D_c}{\sqrt[4]{\Delta^3 \cdot r \cdot \sqrt{2}}} \right] \cdot 10^{-4} \quad \begin{array}{ccc} \circ \circ & \circ \circ & \circ \circ \\ \circ \circ & \circ \circ & \circ \circ \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Cuádruplex} \\ [1.27] \end{array} \right\}$$

Para 2 circuitos:

Cuando existen dos circuitos, los cálculos del coeficiente de inducción se realiza aplicando las mismas fórmulas anteriores (las dadas para un circuito) con solo cambiar la expresión de la distancia media geométrica por fases, referida ahora a dos circuitos, y dividiendo el resultado final por el número de circuitos existentes.

Una vez determinada la inductancia (de uno o dos circuitos) por kilómetro de línea (L_k), calculamos la inductancia total con solo multiplicar esta inductancia por la longitud de la línea en km.

$$L[H] = L_k \left[\frac{H}{km} \right] \cdot Long[km] \quad [1.28]$$

A continuación, la reactancia inductiva (X_L) de la línea será:

$$X_L = L \cdot \omega \quad [\Omega] \quad [1.29]$$



donde:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

f = frecuencia en Hz

Finalmente, la reactancia inductiva viene dada por la expresión:

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L \quad [1.30]$$

Con estas fórmulas, es posible determinar la inductancia y, por tanto, la reactancia inductiva de la mayoría de las líneas aéreas instaladas. Para un mayor número de conductores por fase (caso no demasiado habitual), las fórmulas se deducen de igual forma, pero considerando el número de conductores requerido.

1.2.2 Parámetros eléctricos transversales

Los parámetros eléctricos que influyen transversalmente en las líneas de transporte de energía eléctrica son la capacidad y la conductancia. Aunque se agrupan formando la admitancia (una vez producida la conversión de la capacidad a susceptancia), su comportamiento eléctrico difiere sustancialmente; así, mientras que el efecto capacitivo producido por los condensadores permite acumular energía eléctrica bajo la forma de campo eléctrico, la consecuencia más importante de la existencia de la conductancia en un circuito eléctrico son las pérdidas producidas por los efectos aislador y corona.

1.2.2.1 Capacidad, C (F)

Introducción

Este es el primero de los dos parámetros transversales que forman las líneas eléctricas. La capacidad de una línea de transmisión de energía eléctrica es el resultado de la diferencia de potencial entre los conductores que la forman. Esta diferencia de potencial origina que los conductores se carguen de la misma forma que las placas de un condensador cuando aparece una diferencia de potencial entre ellos. La capacidad entre conductores paralelos es la carga por unidad de diferencia de potencial, y es una constante que depende del tamaño de los conductores y de su distancia de separación. El efecto de la capacidad suele ser pequeño y despreciable en líneas eléctricas de menos de 80 km de longitud, pero para las líneas con longitudes mayores es un parámetro a tener en cuenta.

Un voltaje alterno, en una línea de transmisión de energía, tiene como consecuencia que la carga en los conductores aumenta o disminuye con el aumento o la disminución del valor instantáneo de este voltaje entre los diversos conductores que forman la línea. La corriente es un flujo de cargas, y la corriente que se origina por las cargas y las descargas alternas de una línea debidas al voltaje alterno se denomina *corriente de carga de la línea*. Como la capacidad es una derivación entre conductores, la corriente de carga fluye en una línea de transmisión incluso cuando esta está abierta (circuito abierto). La capacidad afecta tanto la caída de voltaje a lo largo de la línea como su



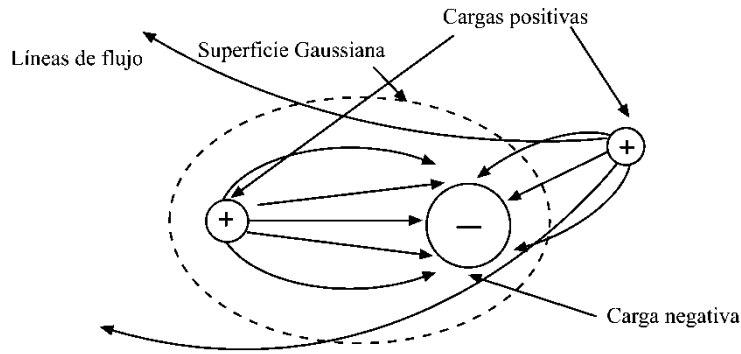
eficiencia, el factor de potencia y la estabilidad del sistema del cual la línea forma parte.

La base para el análisis de la capacidad es la ley de Gauss para campos eléctricos. Esta ley establece que la carga eléctrica total dentro de una superficie cerrada es igual al flujo eléctrico total que sale de la superficie o entra en ella. En otras palabras, la carga total en una superficie cerrada es igual a la integral sobre la superficie de la componente normal de la densidad de flujo eléctrico.

$$\iint B \cdot ds = \sum Qi \quad [1.31]$$

Las líneas de flujo eléctrico tienen su origen en las cargas positivas y terminan en las negativas. La densidad de carga perpendicular a la superficie se designa (B) y es igual a (ϵE), donde (ϵ) es la permitividad del material que rodea la superficie y (E) es la intensidad del campo eléctrico.

Fig. 1.6
Ley de Gauss.
Superficie
gaussiana con
cargas eléctricas
en su interior



Nótese que las líneas que no acaban o terminan en el interior de la superficie gaussiana no cuentan, ya que estas entran pero vuelven a salir atravesando la superficie. Es decir, solo cuentan las líneas que entran en la superficie gaussiana o salen de ella sin retorno. Si en el interior hay más de una carga, primero se equilibran entre ellas y solo atraviesan la superficie exterior las líneas de flujo sobrantes, es decir, las que representan la carga equivalente.

Hay otras fórmulas útiles para expresar la capacidad de un circuito, derivadas de la anterior. Concretamente, la capacidad de una línea con dos conductores puede calcularse de forma indirecta, conocidas la carga y la diferencia de potencial a que se encuentran sometidos los conductores.

$$C = \frac{q}{V} (\text{Faradio}) \quad [1.32]$$

donde (q) es la carga sobre la línea en culombios y (V) es la diferencia de potencial entre los conductores en voltios.

La capacidad depende de las condiciones geométricas existentes (superficie S y distancia entre placas d) y del tipo de material que forma los conductores (permitividad



ε); por tanto, para un circuito dado, es una constante independiente de las condiciones eléctricas o magnéticas que puedan existir.

$$C = \frac{S}{d} \varepsilon \quad [1.33]$$

Una fórmula que permite el paso de faradios (F) a ohmios (Ω) es, al igual que en el caso de la inductancia, la reactancia, pero esta vez capacitiva:

$$X_c = \frac{1}{w \cdot C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} \langle \Omega \rangle \quad [1.34]$$

Esta reactancia capacitiva, combinada con la resistencia, forma la impedancia del circuito.

$$Z = (R - jX_c) = Z \langle -\varphi \rangle \quad [1.35]$$

también con unidades de ohmios.

Finalmente, cabe recordar que la reactancia inductiva es de signo positivo, mientras que la reactancia capacitiva es de signo negativo, motivo por el cual para compensar el efecto inductivo o capacitativo se emplean condensadores o bobinas, respectivamente.

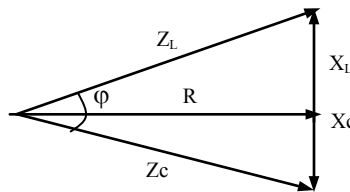


Fig. 1.7
Representación
de la impedancia.
Resistencia,
reactancia
inductiva y
reactancia
capacitiva

Fórmulas a aplicar para el cálculo de la susceptancia de una línea eléctrica

La capacidad industrial de las líneas eléctricas se calcula mediante las fórmulas dadas en este apartado, aunque antes es necesario recordar algunos aspectos importantes:

- Se busca la capacidad por km de un circuito (sea simple, doble, triple o de cuatro conductores). Para cada caso, existe la fórmula adecuada (recuérdese que la distancia media geométrica entre fases (D_e), sí difiere en estas fórmulas, si se trata de un circuito o de dos).
- Una vez hallada la capacidad por circuito, se pasa a obtener la capacidad para más de un circuito, en su caso. Para ello, basta con multiplicar el valor de la capacidad obtenida para un circuito por el número de circuitos (nótese que, en las resistencias y las inductancias, como parámetros longitudinales que eran, se dividía por el número de circuitos, pero la capacidad y la conductancia son parámetros transversales y, por tanto, han de multiplicarse por el número de circuitos).



- Una vez obtenida la capacidad por km total, se pasa a hallar la susceptancia (B_{km}).
- Se multiplica la susceptancia por km, por el número de km totales, y se obtiene la susceptancia total.
- Finalmente, con la susceptancia y la conductividad, puede obtenerse la admitancia (Y) del sistema.
- Para un circuito simple:

$$C_k = \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{r}} \quad [1.36]$$

- Para un circuito dúplex:

$$C_k = \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{\sqrt{\Delta \cdot r}}} \quad [1.37]$$

- Para un circuito tríplex:

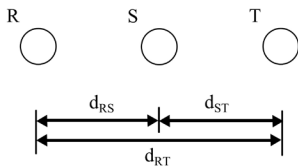
$$C_k = \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{\sqrt[3]{\Delta^2 \cdot r}}} \quad [1.38]$$

- Para un circuito cuádruple:

$$C_k = \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{\sqrt[4]{\Delta^3 \cdot r \cdot \sqrt{2}}}} \quad [1.39]$$

En todas estas fórmulas, D_e es la distancia media geométrica entre fases, que es distinta para uno o dos circuitos. Para su cálculo, se emplean las fórmulas siguientes.

Para un circuito:



$$D_e = \sqrt[3]{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{ST}} \quad [1.40]$$

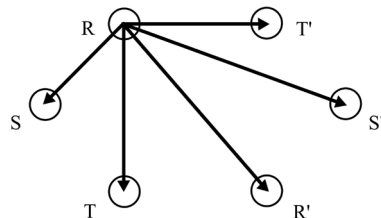
Para dos circuitos

$$D_e = \sqrt[3]{d_s \cdot d_t \cdot d_s} \quad [1.41]$$

$$D_R = \frac{\sqrt{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{RS'} \cdot d_{RS'}}}{d_{RR'}}$$

$$D_S = \frac{\sqrt{d_{SR} \cdot d_{ST} \cdot d_{SR'} \cdot d_{ST'}}}{d_{SS'}}$$

$$D_T = \frac{\sqrt{d_{TR} \cdot d_{TS} \cdot d_{TR'} \cdot d_{TS'}}}{d_{TT'}}$$





La capacidad para dos circuitos es la capacidad de un circuito multiplicada por el número de circuitos:

$$C_{K-TOTAL} = C_{K-1^{\circ}CIRCUITO} \cdot n^{\circ} \text{ circuitos.} \quad [1.42]$$

Una vez obtenida la capacidad en faradios, se pasa a siemens multiplicando esta capacidad por la pulsación (ω), y se obtiene la susceptancia (B):

$$B_k = \omega \cdot C_{k-TOTAL} \quad \text{Con} \quad \omega = 2\pi f \quad [1.43]$$

La susceptancia total se obtiene al multiplicar B_k por la longitud de la línea:

$$B = B_k \cdot \text{Longitud}(km) \quad [1.44]$$

Finalmente, con la unión de la conductancia, se obtiene la admitancia:

$$Y = (G + jB) \langle \text{siemens} \rangle \quad [1.45]$$

1.2.2.2 Conductancia, G (S)

Introducción

La conductancia es el último parámetro importante eléctrico dentro de los circuitos convencionales. La conductancia es la facilidad que un material ofrece al paso de la corriente eléctrica, es decir, la inversa de la resistencia. Es un parámetro transversal, al igual que la capacidad, a diferencia de la resistencia o la inductancia. Su unidad es la inversa del ohmio (S, siemens) y su unión con la susceptancia forma la admitancia transversal de un sistema eléctrico.

Una fórmula típica de representar la conductancia es la siguiente:

$$P = V \cdot I; \text{ como } I = \frac{V}{R}, \text{ entonces } G = \frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{V}{I}} = \frac{I}{V} = \frac{\frac{P}{V}}{V} = \frac{P}{V^2} \quad [1.46]$$

Si expresamos la fórmula anterior en km de recorrido y en valores de fase, obtenemos:

$$G_k = \frac{P_{\text{fase-km}}(kW)}{V_{\text{fase}}^2 (kV)^2} \cdot 10^{-3} \langle \text{siemens} / \text{km} \cdot \text{fase} \rangle, \text{ con } V_{\text{fase}} = \frac{U_{\text{Linea}}}{\sqrt{3}} \quad [1.47]$$

Esta es la fórmula a aplicar para hallar la conductancia industrial.

La conductancia tiene en cuenta las corrientes de fuga tanto de los aisladores que sostienen las líneas aéreas como las pérdidas ocasionadas por los electrones al saltar a través del aire. La conductancia depende de numerosos factores, entre ellos los climáticos y los medioambientales, factores difíciles de predecir y que no se mantienen constantes a lo largo de toda la línea.



Los cálculos de la conductancia suelen presentar valores pequeños, a diferencia de los efectos resistivos, inductivos o capacitivos, vistos anteriormente. Es una suerte que la conductancia represente solo una pequeña participación del total de los efectos eléctricos de un circuito, ya que resulta del todo imposible su cálculo exacto y en la mayoría de las ocasiones se desprecia.

La conductancia se divide en dos efectos mayoritarios: el efecto aislador y el efecto corona. Veamos cada uno de ellos por separado.

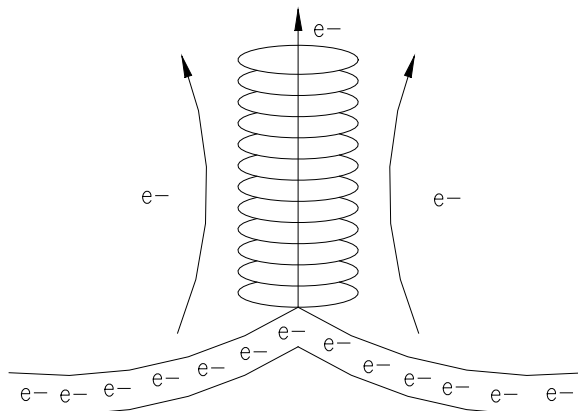
Efecto aislador

Los centros de consumo suelen estar alejados de los centros de producción de energía eléctrica, lo que impone un transporte que a menudo es de grandes distancias. Estas distancias han de cubrirse sin que en ningún momento se produzca contacto entre los conductores y otra parte activa cercana a la línea, ya que, si esto ocurriera, la energía pasaría a través de esta parte activa (que no tiene que ser necesariamente un conductor metálico, sino que puede ser incluso un árbol, una pared, etc.) e impediría su llegada al centro receptor o de consumo.

Para que esto no ocurra, y teniendo en cuenta que los postes o las torres eléctricas actuales son frecuentemente metálicas, es necesario incorporar a las mismas elementos que las aislen de los conductores que transportan la energía eléctrica. El tamaño de estos aisladores dependerá del valor de la tensión de la línea (recuérdese que, en condiciones normales, por cada 10.000 V los electrones son capaces de saltar a través del aire una distancia aproximada de 1 cm); así, cuanto mayor sea el potencial de la línea, mayor será el tamaño de sus aisladores.

Los aisladores se fabrican con materiales altamente aislantes pero, aun así, en condiciones atmosféricas (lluvia, nieve o heladas) o medioambientales (ambientes contaminados de zonas industriales) adversas, algunos electrones son capaces de desplazarse por la superficie del aislante hasta alcanzar la torre metálica, desde la cual llegarán a tierra. Incluso algunos electrones llegan a pasar a través del aislante y, por tanto, les importan poco las condiciones medioambientales.

Fig. 1.8
Efecto aislador. Paso de los electrones a través y por la superficie de los aisladores de una línea





En la figura anterior, se observa el paso de los electrones por la superficie y a través del propio aislador. Debido a este efecto, siempre habrá pérdidas, por mucho que se mejoren los materiales constructivos, las formas o las disposiciones que adopten los aisladores, ya que no existe un material perfectamente conductor, como tampoco existe un aislante perfecto.

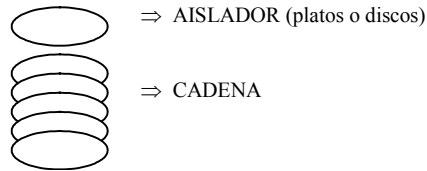


Fig. 1.9
Cadena de
aisladores
formada por
discos acoplados

Nótese que los aisladores se construyen de formas muy diversas, aunque predominan las redondeadas. Los grandes aisladores están formados por multitud de aisladores unitarios, que reciben el nombre de *discos o platos*, y la agrupación de estos discos o platos se denomina *cadena del aislador*. La longitud de esta cadena depende del nivel de tensión existente en las líneas y no de la intensidad que pasa por la misma.

Aunque no pueden darse valores estándares de pérdidas, es frecuente que adopten los valores siguientes:

- Pérdidas por efecto aislador de un disco en condiciones de poca humedad (ambiente seco). La pérdida estimada oscila entre los 3 y los 5 W por disco.
- Pérdidas por efecto aislador de un disco en condiciones de humedad (ambiente húmedo). La pérdida estimada oscila entre los 8 y los 20 W por disco.

La fórmula para determinar el efecto aislador por km y fase es la misma que se ha dado para la conductancia en general:

$$G_{Fase-km} = \frac{P_{fase-km} (kW)}{V_{fase}^2 (kV)^2} \cdot 10^{-3} \langle \text{siemens} / km \cdot fase \rangle \quad [1.48]$$

La conductancia total se obtendrá multiplicando la conductancia por km y fase por el número de fases y por la longitud total de la línea (en km).

$$G_{TOTAL} = G_{Fase-km} \cdot Long \cdot n^{\circ} \text{ fases} \langle \text{siemens} \rangle \quad [1.49]$$

Mientras que las pérdidas de potencia totales simplemente serán las pérdidas producidas por un aislador, multiplicadas por el número de aisladores totales.

$$P_T = P_{AISLADOR} \cdot N^{\circ}_{AISLADORES} \quad [1.50]$$

Efecto corona

Este es acaso uno de los efectos más llamativos de los fenómenos eléctricos. Consiste en que algunos electrones adquieren suficiente energía para abandonar el conductor por donde circulan y son capaces de saltar hacia el aire circundante, que teóricamente no es



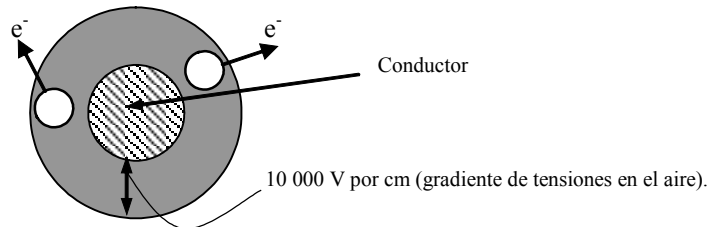
conductor. Esto provoca que se forme un haz luminoso en torno a los conductores, que en noches oscuras es visible desde grandes distancias.

El proceso real es algo más complicado de explicar. Los electrones siempre se mueven a través de materiales metálicos; el aire es un material aislante y, por tanto, no apto para el paso de los electrones. Pero, bajo ciertas condiciones, como puede ser un valor de tensión más elevado de lo normal en una línea (debido a un fallo o al mal funcionamiento de la misma), unido a unas condiciones medioambientales adversas (ambiente húmedo o contaminado), pueden llegar a producir este efecto.

Todo ocurre como si el aire se volviera conductor (o, como mínimo, menos aislante), circunstancia que, unida a unas condiciones anormales de funcionamiento de la línea (exceso de tensión), posibilita que algunos electrones dejen su vía normal de circulación para saltar a través del aire. Pero, naturalmente, el aire no es un metal; por tanto, estos electrones que viajan a través de él se verán frenados, desde las grandes velocidades que tenían al dejar el conductor, hasta velocidades nulas en cuestión de unos pocos centímetros (recuérdese que cada cm de aire representa, aproximadamente, una pérdida de 10.000 V). Este rozamiento provoca un aumento de la temperatura en los electrones, que los lleva al estado incandescente.

La unión de millones de electrones incandescentes forma un halo luminoso alrededor del conductor. Este halo sigue la forma del conductor, ya que así lo hacen las líneas de tensión asociadas a él (gradiente de tensión), pero, como normalmente los conductores tienen forma cilíndrica, el halo luminoso también tendrá esta forma y parecerá que el conductor lleva un halo o *corona* luminosa. Incluso en inglés se mantiene el nombre español de *efecto corona* para designarlo.

Fig. 1.10
Efecto corona.
Gradiente de
potencial en un cable
eléctrico



La intensidad de este efecto puede determinarse a través del color del halo luminoso. Si el color del halo es rojizo, el efecto no es muy importante (menor temperatura); en cambio, cuando el halo presenta tonalidades blancas o azuladas, ello significa que el efecto se produce con mayor intensidad (mayor temperatura).

Uno de los ingenieros pioneros en el estudio del efecto corona fue el norteamericano Peek, que ya desde principios del siglo XX dedujo, de forma experimental, unas fórmulas que permitían su cálculo.

Se definieron tres tensiones para su estudio:

- Tensión crítica disruptiva: es la tensión o resistencia del aire que los electrones han de vencer para iniciar su paso a través de él, abandonando el material conductor. Es la tensión más importante.



- Tensión crítica visual: es la tensión o resistencia del aire que han de vencer los electrones para que el efecto sea visible y, por tanto, para que el aporte de electrones hacia el aire sea ya importante. Es mayor que la tensión crítica disruptiva, pero no es de tanta importancia en el cálculo del efecto, ya que lo que realmente interesa es el momento en que se produce y no cuándo este es visible.
- Tensión más elevada: es la tensión que puede adquirir una línea en condiciones normales de funcionamiento por la variabilidad de las cargas conectadas a ella. Se obtiene mediante tablas, aunque su valor suele ser entre un 10 % y un 20 % superior al nominal, aunque es muy frecuente que sea un 15 % superior a la tensión nominal.

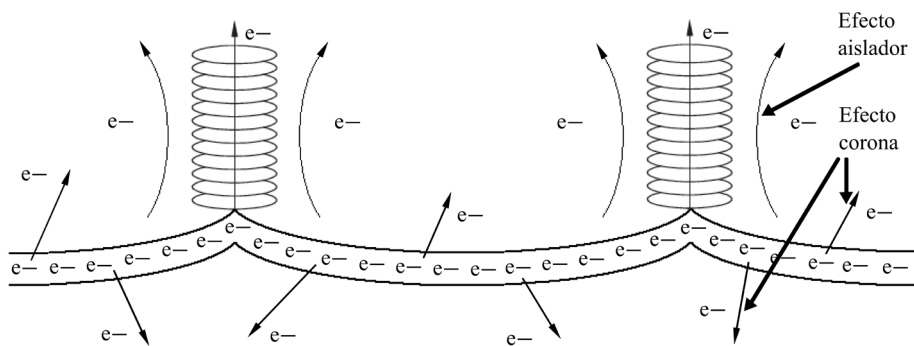


Fig. 1.11
Efecto corona y
efecto aislador.
Pérdida de
electrones a
través del aire

Después de estas definiciones, estamos en condiciones de entender el método que aplicó Peek.

- Se calcula la tensión que puede aguantar el aire tanto en ambientes secos como húmedos (tensión crítica disruptiva).
- Se calcula la máxima tensión que puede alcanzar la línea en condiciones normales (tensión más elevada).
- Se comparan las dos tensiones: si la tensión crítica disruptiva (la que aguanta el aire) es mayor que la tensión más elevada (la tensión de los electrones), los electrones no tienen suficiente energía para saltar al aire y no se produce efecto corona. Si, por el contrario, la tensión crítica disruptiva es menor que la tensión más elevada, se produce el efecto corona y hemos de calcular sus pérdidas.
- Mediante unas fórmulas empíricas, se calculan las pérdidas por efecto corona.

Es necesario, pues, hallar la expresión de la tensión crítica disruptiva y, asimismo, la de las pérdidas por efecto corona. Vayamos por partes y procedamos con la primera: la tensión crítica disruptiva.

$$U_c = 84 \cdot m_c \cdot m_t \cdot r \cdot \delta \cdot \log \frac{D_e}{r_e} (KV) \quad [1.51]$$



donde:

- 84 = es una constante que define el paso de las tensiones de un valor máximo a uno eficaz. Esta constante tiene, como unidades, kV/cm.
- m_c = coeficiente del conductor empleado. Recuérdese que, cuanto más plano es un material, más difícil es que de él puedan desprenderse electrones. En cambio, si los materiales son circulares o hay perturbaciones, estas actúan de trampolín para los electrones, de forma que, a igualdad de tensión, saltan del material más fácilmente. Así:
 - $m_c = 1$ para conductores nuevos
 - $m_c =$ de 0,93 a 0,98, para conductores viejos (con perturbaciones)
 - $m_c =$ de 0,83 a 0,87, para cables (formados por hilos)
- m_t = coeficiente medioambiental. El aire es más conductor si está húmedo o contaminado. Así:
 - $m_t = 1$, cuando el aire es seco
 - $m_t = 0,8$, cuando el aire está húmedo o contaminado
- r_c = radio del conductor, en cm. Es muy importante colocar correctamente las unidades para que la fórmula final tenga coherencia.
- D_e = distancia media geométrica entre fases. Se ha explicado cómo calcularla en la sección de la inductancia o capacidad. Las unidades tienen que ser iguales que las del radio del conductor para que el resultado del logaritmo sea lógico.
- δ = densidad relativa del aire. No tiene unidades y depende de las condiciones medioambientales y de la altura topográfica.

$$\delta = \frac{(25 + 273)^\circ k}{76(\text{cmHg})} \frac{h(\text{cmHg})}{(273 + \Theta)^\circ k} = \frac{3.921h}{273 + \Theta} \quad [1.52]$$

Así, si en esta fórmula se entra con la altura de presión relativa (h) en cm de mercurio y la temperatura (θ) en °C, la densidad relativa no tendrá unidades.

Falta hallar la altura que alcanzará la columna de mercurio (presión relativa del aire en cm de Hg), a cualquier altura topográfica. Para ello, se emplea la fórmula siguiente, obtenida por Halley:

$$\log h = \log 76 - \frac{y}{18336} \quad [1.53]$$

donde y = altura topográfica en metros del tramo de línea a considerar.

Con todas estas fórmulas y datos, el cálculo de la tensión crítica disruptiva del aire no ofrece ninguna dificultad.

Solo falta ahora hallar, mediante tablas, la tensión más elevada de la línea. Si no se dispone de estas tablas, en la mayoría de los casos basta con aplicar la ecuación siguiente:

$$U_{me} = 1.15 \cdot U_{Linea} \quad (kV) \quad [1.54]$$

Una vez calculadas ambas tensiones, se procede a compararlas:

U_c [kV] => tensión crítica

U_{me} [kV] => tensión más elevada

Si $U_c > U_{me}$ => no hay efecto corona

Si $U_c < U_{me}$ => sí hay efecto corona

- Si no se produce el efecto corona, ya no hay que proseguir con los cálculos y se concluye que no existen pérdidas por este concepto.
- Si se produce el efecto corona, se han de determinar sus pérdidas.

Es decir, hasta ahora solo se ha determinado si se produce o no el efecto corona. En caso afirmativo, han de calcularse las pérdidas que este efecto representa. Para ello, nos basamos en otra fórmula experimental, también diseñada por el ingeniero Peek.

Pérdidas por el efecto corona

$$Potencia.pérdida.por.fase.y.por.km = \frac{241}{\delta} (f + 25) \cdot \sqrt{\frac{r_e}{D_e}} \cdot \left[\frac{U_{me}}{\sqrt{3}} - \frac{U_c}{\sqrt{3}} \right]^2 \cdot 10^{-5} \quad [1.55]$$

donde todos los términos son conocidos y ha se han explicado en los apartados precedentes.

La potencia total en kW (expresada la longitud en km) es:

$$Potencia - total = Potencia.pérdida.por.fase.y.por.km \cdot n^\circ \text{ fases} \cdot long \quad [1.56]$$

Es interesante también calcular las pérdidas debidas a la conductancia por km y fase:

$$G_{Fase-km} = \frac{P_{fase-km} (kW)}{V_{fase}^2 (kV)^2} \cdot 10^{-3} \langle siemens / km \rangle \quad [1.57]$$

donde la potencia por fase corresponde a la hallada con la fórmula anterior y la tensión de fase corresponde a la tensión de fase crítica disruptiva, también hallada anteriormente (se ha hallado la tensión de línea crítica disruptiva).

La conductancia total en siemens (expresada la longitud en km) es:

$$G_{TOTAL} = G_{Fase-km} \cdot n^\circ \text{ fases} \cdot long \langle siemens \rangle \quad [1.58]$$



1.3 Introducción al cálculo de líneas eléctricas

Una operación muy importante, dentro del diseño y la operación de un sistema de potencia, es el mantenimiento de los niveles de tensión y potencia dentro de unos límites especificados. En este capítulo, se desarrollan ecuaciones que permiten calcular estas magnitudes en un punto concreto de una línea de transmisión de energía eléctrica, siempre que estos valores sean conocidos en otro punto de la propia línea, que en general se corresponde con el origen o el final de la misma.

No solamente se dan las ecuaciones que permiten este cálculo, sino que, mediante la explicación de sus efectos, se comprenderá de forma clara y práctica la influencia que cada parámetro ejerce en el diseño final de una línea de transmisión de energía eléctrica.

En los modernos sistemas informatizados, constantemente se recogen datos sobre varias magnitudes eléctricas (flujos de potencia, intensidades, tensiones, frecuencia, etc.), que permiten, en cada momento, tomar decisiones sobre si conectar o desconectar una línea en servicio; sobre el reparto de las cargas a suministrar por las centrales, o sobre los cambios a efectuar en los parámetros de las líneas. Sin embargo, aun con los progresos en el campo de la informática, estas ecuaciones siguen siendo necesarias, ya que nos proporcionan una comprensión global de lo que ocurre en el sistema, lo cual redundará en un mejor aprovechamiento de los recursos y de los combustibles naturales, cada vez más limitados.

En este capítulo, no se estudia el régimen transitorio (cortocircuitos, armónicos, etc.), pero se trata en profundidad el régimen permanente, es decir, cuando las líneas funcionan en condiciones normales y no están sometidas a variaciones bruscas de energía debidas a defectos que puedan afectarlas.

1.3.1 Conceptos previos

Primero, recordamos algunos conceptos estudiados en capítulos anteriores que nos facilitarán la comprensión de las fórmulas y de los apartados del presente capítulo.

La energía eléctrica se puede generar de dos formas distintas: en continua o en alterna. En continua, solo existe un valor para designar una magnitud determinada, el cual además es inalterable con el tiempo y se empleará para realizar los cálculos (los números y las operaciones serán, pues, algebraicos). En su forma alterna, por el contrario, necesitamos definir tanto el valor de la magnitud como su frecuencia. El valor de la magnitud periódica, asimismo, puede expresarse de formas diferentes, pero siempre como vector, lo que complica los cálculos. Llegados a este punto, es importante elegir, entre todos estos posibles valores, cuál utilizar para realizar los cálculos.

Para responder a esta pregunta, primero representamos una magnitud alterna cualquiera (A), en función del tiempo. El proceso ocurre como si un vector fuera rotando en un círculo hasta cubrir los 360° , y sus proyecciones se representan sobre un plano. La forma que irá tomando la magnitud será una senoide periódica, la cual tendrá unos



máximos positivos o negativos, y unos puntos (paso por cero) en los cuales su valor será nulo.

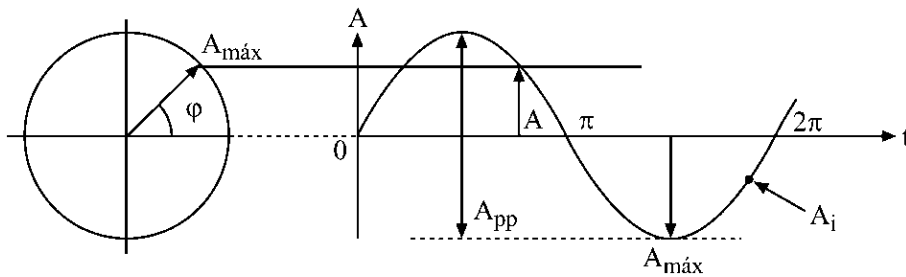


Fig. 1.12
Generación de
una señal
sinusoidal

Como mínimo, podemos encontrar las expresiones siguientes para representar la magnitud (A), de forma que:

- A_{pp} = representa el valor pico a pico, es decir, la diferencia entre valores extremos que alcanza la magnitud a lo largo de todo un período.
- $A_{máx}$ = representa el valor máximo que alcanza la magnitud con un signo determinado (positivo o negativo). Coincide con la mitad del valor pico a pico, si se trata de una senoide periódica regular.
- A_i = representa el valor instantáneo que va tomando la magnitud a lo largo del tiempo. Este valor es ampliamente utilizado en los estudios de regímenes transitorios.
- A = representa el valor eficaz de la señal (es el equivalente al valor de la magnitud que en continua causaría los mismos efectos térmicos y energéticos en un sistema eléctrico).

Una de las formas más empleadas para designar el valor de una magnitud en alterna es el valor eficaz (A). Aunque no es un valor real como los otros (ya que se obtiene por cálculo al igualar las pérdidas energéticas por efecto Joule que un elemento produce en un período completo, tanto si se conecta en corriente alterna como en continua), es el valor más parecido a la energía continua que se conoce. Este valor, al variar con el tiempo, describe ángulos diferentes, y no puede representarse solamente por un valor algebraico, sino que es necesario utilizar fasores o vectores (parte real más parte imaginaria, o módulo más ángulo).

Algunas relaciones para señales periódicas sinusoidales son:

$$A_{pp} = (\text{valor máximo positivo} - \text{valor máximo negativo})$$

$$A_{\max} = \frac{A_{pp}}{2} \quad [1.59]$$

$$A_i = A_{\max} \cdot \text{sen } \omega t \quad [1.60]$$

$$A = \frac{A_{\max}}{\sqrt{2}} \quad [1.61]$$



Otro aspecto importante es el desfase que introducen determinados elementos, como las bobinas o los condensadores. Cabe tener presente que una reactancia inductiva (bobina) representa una resistencia desfasada 90° , mientras que una reactancia capacitiva (condensador) representa una resistencia, pero con ángulo de desfase de -90° . Así, las corrientes pueden representarse, con respecto a la tensión, de las formas siguientes, dependiendo de si el receptor o la carga son óhmicos, inductivos o capacitivos:

Carga óhmica:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}(\varphi)}{R(0^\circ)} = I(\varphi) \quad \text{La corriente está en fase con la tensión.} \quad [1.62]$$

Carga inductiva:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}(\varphi)}{X_L(90^\circ)} = I(\varphi - 90^\circ) \quad \text{La corriente está atrasada } 90^\circ \text{ con respecto a la tensión.} \quad [1.63]$$

Carga capacitiva:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}(\varphi)}{X_c(-90^\circ)} = I(\varphi + 90^\circ) \quad \text{La corriente está adelantada } 90^\circ \text{ con respecto a la tensión.} \quad [1.64]$$

En cuanto a las tensiones, el proceso se invierte:

Carga óhmica:

$$\bar{U}_R = \bar{I} \cdot R = I(\varphi) \cdot R(0^\circ) = U(\varphi) \quad [1.65]$$

La caída de tensión está en fase con la intensidad.

Carga inductiva:

$$\bar{U}_{XL} = \bar{I} \cdot X_L(\varphi) \cdot X_L(90^\circ) = U(\varphi + 90^\circ) \quad [1.66]$$

La caída de tensión está adelantada 90° con respecto a la intensidad.

Carga capacitiva:

$$\bar{U}_{Xc} = \bar{I} \cdot X_c(\varphi) \cdot X_c(-90^\circ) = U(\varphi - 90^\circ) \quad [1.67]$$

La caída de tensión está retrasada 90° con respecto a la intensidad.

1.3.2 Diagramas

Veamos un resumen de los conceptos vistos en el apartado anterior, expresados mediante diagramas de tensiones e intensidades, con los desfases producidos con el empleo de las diversas cargas.



Una línea convencional, con una carga conectada en su extremo final, puede representarse como una resistencia y una inductancia de la forma que indica la figura:

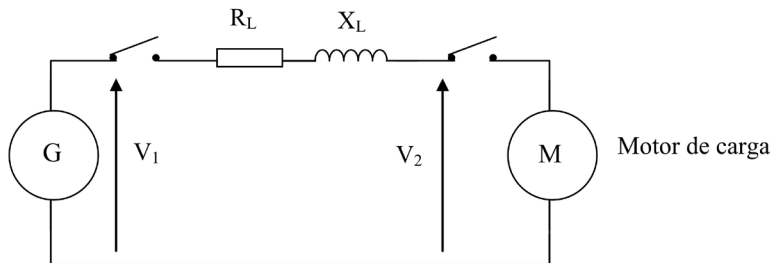


Fig. 1.13
Sistema eléctrico convencional

Según el esquema expuesto, podemos dividir los sistemas eléctricos en función del tipo de carga a la cual están conectados.

1.3.2.1 Carga resistiva

Si el receptor se comporta como una resistencia pura, la intensidad no experimenta ningún desfase con respecto a la tensión. Las caídas que se producen en la línea (resistencia de línea más reactancia inductiva de línea) siguen las normas expuestas en el apartado anterior.

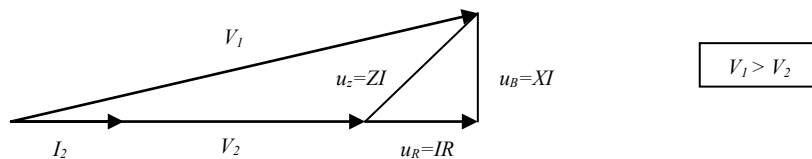


Fig. 1.14
Diagrama de tensiones de un circuito resistivo

Nótese que, en este caso, la tensión del generador (V_1) es mayor que la tensión del receptor (V_2), siguiendo el orden normal de estos sistemas (caída de tensión positiva).

1.3.2.2 Carga inductiva resistiva (bobinas más resistencia)

Si el receptor se comporta como una combinación de resistencia y bobinas (es el caso más típico, ya que la mayoría de máquinas eléctricas están formadas por bobinados, y estos presentan resistencia e inductancia), la intensidad total presenta un ángulo de desfase con respecto a la tensión comprendido entre 0° y -90° (ya que si fuese una resistencia pura valdría 0° y si se tratara de una bobina pura el desfase ascendería a -90°). El paso de esta intensidad por la resistencia y la inductancia de la línea representan unas caídas de tensión como las que se muestran en el diagrama siguiente.

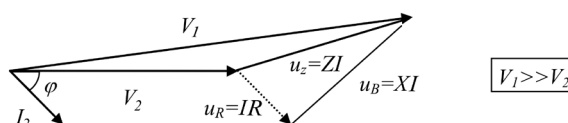


Fig. 1.15
Diagrama de tensiones de un circuito inductivo resistivo



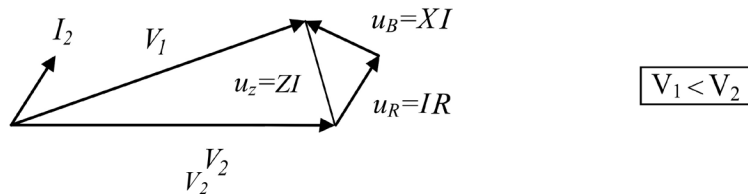
Nótese que, en este caso, la tensión al final de línea (V_2) es aun menor que en el caso resistivo anterior con respecto a la tensión de origen (V_1), es decir, la caída de tensión es mayor y mantiene el signo positivo.

1.3.2.3 Carga capacitiva resistiva (condensadores más resistencia)

Este es un caso mucho menos frecuente, ya que no existen motores formados por condensadores. Esta situación suele presentarse cuando se realiza una compensación de potencia, o bien cuando la línea está en vacío, pero en operación (efecto Ferranti).

El desfase de la intensidad de línea está comprendido entre los 0° y los 90° positivos, en función de la proporción de resistencia y de los condensadores que existan en la carga.

Fig. 1.16
Diagrama de tensiones de un circuito capacitivo resistivo



En este caso, la tensión final de línea (V_2) es mayor que la tensión en el inicio (V_1), y se produce una caída de tensión negativa (efecto Ferranti). Este efecto es muy perjudicial para las máquinas eléctricas, por lo que en capítulos posteriores se dan las pautas para aminorarlo o eliminarlo.

1.3.3 Tipos de parámetros

Los parámetros representativos de cualquier sistema de potencia son cuatro: resistencia (R), inductancia (L), conductancia (G) y capacidad (C).

Estos parámetros pueden agruparse de forma longitudinal (resistencias e inductancias), o bien de forma transversal (conductancias y capacidades).

Parámetros longitudinales

$$R, L \quad X_L = L \cdot \omega \rightarrow \bar{Z}_L = (R + jX) \text{ Impedancia} \quad [1.68]$$

Parámetros transversales

$$G, C \quad B = C \cdot \omega \rightarrow \bar{Y}_L = (G + jB) \text{ Admitancia} \quad [1.69]$$

Es una suerte que el parámetro conductancia no tenga un valor relevante en los resultados finales de los cálculos, ya que es prácticamente imposible determinar su valor con exactitud, pues depende de múltiples condicionantes o variables difíciles de obtener. Los otros tres parámetros influyen de forma distinta, en función de la longitud de la línea.



1.4 Métodos de cálculo de líneas eléctricas

Para realizar el cálculo de las líneas eléctricas se aceptan unas simplificaciones que no afectan prácticamente los resultados finales sino que, por el contrario, simplifican considerablemente la complejidad de los problemas.

- La altura de las líneas se mantiene constante en todo su trayecto (en realidad, los centros de los vanos están más cerca del suelo, mientras que en los apoyos la altura es más considerable).
- Los parámetros eléctricos se mantienen constantes en todo el trayecto de las líneas (en realidad, los apoyos introducen modificaciones a esta afirmación).
- Las condiciones externas a la línea (condiciones medioambientales, principalmente) se mantienen regulares en toda la longitud de la línea.
- Siempre se considera que los sistemas están conectados en estrella (si están conectados en triángulo, se procede a la conversión triángulo-estrella) y, por tanto, las fórmulas en estrella a emplear siguen siendo válidas.
- Las intensidades en conexión estrella no cambian: $\bar{I}_{Línea} = \bar{I}_{Fase}$
- Las tensiones varían de línea a fase: $\bar{U}_{Línea} = \bar{V}_{Fase} \cdot \sqrt{3}$
- Con la notación U se simbolizan los valores de línea y con V se representan los valores de fase.
- A todas las magnitudes vectores, se les asigna el símbolo \bar{U} , por ejemplo.

Considerando estas simplificaciones, puede afirmarse que, si se conocen los valores de P, U, y el ángulo total en un punto de la línea, es posible hallar los valores de todas las variables en otro punto de la misma. Si denominamos 2 el punto final de la línea y 1 el inicio de la misma, tenemos:

$$P_2, U_2, \varphi_2 P_L \longrightarrow \bar{U}_1, I_L, P_L, Q_L, \bar{S}_1$$

En el próximo capítulo, se estudia cómo resolver situaciones en las cuales son conocidos parcialmente parámetros tanto del principio como del final de la línea, y se dan ecuaciones que permiten resolver estas situaciones.

Desde el punto de vista del cálculo de las líneas eléctricas, es posible realizar una división de las mismas en función de su longitud.

1.4.1 Líneas de longitud corta (longitud inferior a 80 km)

Se considera una línea de longitud corta aquella cuya longitud no excede los 80 km. Con esta longitud, el efecto producido por la conductancia (efecto corona y efecto aislador) puede despreciarse; asimismo, el efecto capacitivo es de pequeño valor y no influye en los resultados.

Los valores de la resistencia y de la inductancia sí son necesarios, pero pueden tomarse de forma concentrada, con lo cual las operaciones se simplifican enormemente.



$$R, X \rightarrow \bar{Z}_L = (R + jX) \quad \text{Valores concentrados} \quad [1.70]$$

$$B = C \cdot w = 0$$

$$G = 0 \text{ (siempre)} \rightarrow \bar{Y}_L = (G + jB) = 0 \text{ Podemos despreciar la admitancia} \quad [1.71]$$

El circuito equivalente de una línea de transmisión corta queda, pues, reducido a una resistencia y a una inductancia, conectadas en serie y concentradas en el centro de la línea.

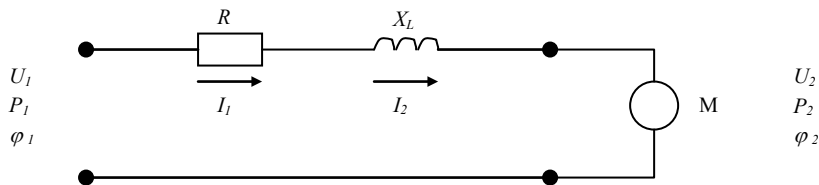
De cada circuito se realizan dos estudios, uno en régimen de carga y otro en régimen de vacío, ya que estos son los estados más significativos, aunque no los únicos.

1.4.1.1 Línea corta de transmisión de energía eléctrica en carga

Si se conecta una carga al extremo de una línea de transmisión de energía eléctrica, se cierra el circuito y fluye una corriente a lo largo de la misma. Esta corriente se mantendrá constante, al no existir las pérdidas transversales debidas a la capacidad o a la conductancia.

El tipo de carga que se conecte al final de la línea determinará el módulo y el ángulo de la intensidad, la cual será de origen óhmico, inductivo o capacitivo, si la carga al final de línea resulta ser óhmica, inductiva o capacitiva, respectivamente.

Fig. 1.17
Representación de una línea corta de transporte de energía eléctrica en carga



Las ecuaciones que definen el régimen de carga son, para las tensiones y las intensidades:

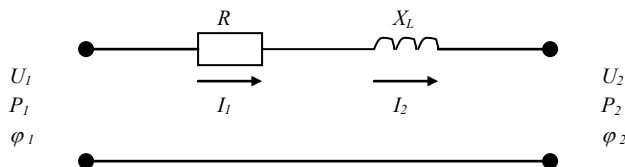
$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z} \cdot \bar{I}_2 \quad [1.72]$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1 \quad [1.73]$$

1.4.1.2 Línea corta de transmisión de energía eléctrica en vacío

En vacío, el circuito se simplifica, pues al no existir ninguna carga conectada al final de la línea el circuito permanece abierto, y no circula corriente alguna a través del mismo.

Fig. 1.18
Representación de una línea corta de transporte de energía eléctrica en vacío





Si no circula intensidad, no puede existir caída de tensión y, en este caso, las tensiones del final y principio de la línea se igualan.

Las ecuaciones que definen este régimen de vacío, para las tensiones y las intensidades, son las siguientes:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = 0 \quad [1.74]$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 \quad [1.75]$$

1.4.2 Línea de longitud media (longitudes comprendidas entre 80 km y 240 km)

Para el cálculo de las líneas de longitud media, ya no basta con contemplar los efectos que ejercen la resistencia y la inductancia, sino que debe incluirse el valor del efecto de la capacidad porque con estas longitudes ya empieza a ser significativo. La conductancia sigue siendo de valor muy reducido y, dada la dificultad para calcularla, puede despreciarse.

Por tanto, existirá impedancia y admitancia en estas líneas de longitud media, aunque se seguirán considerando agrupadas o concentradas.

$$R, X \rightarrow \bar{Z}_L = (R + jX) \quad \text{Valores concentrados} \quad [1.76]$$

$$G=0 \quad B=w \cdot C \rightarrow \bar{Y}_L = (G + jB) \quad \text{Valores concentrados} \quad [1.77]$$

Como en el caso de las líneas de longitud corta, conocidas las magnitudes de un punto de la línea (normalmente, el final de la línea), U_2, P_2 y φ_2 , buscamos los valores de las incógnitas U_1, P_1 φ_1 , en otro punto de la misma (normalmente, al principio de la línea). Asimismo, se siguen considerando los dos regímenes de funcionamiento (el de plena carga y el de vacío).

Existen, al menos, dos formas de agrupar los parámetros eléctricos que influyen en una línea eléctrica de longitud media y su elección no afecta la calidad de los resultados finales.

- Método del circuito equivalente en T
- Método del circuito equivalente en π

1.4.2.1 Método del circuito equivalente en T

Con este método, se agrupan los parámetros transversales (conductancia y capacidad) en la parte central de la línea, mientras que los parámetros longitudinales (resistencia e inductancia), divididos en dos grupos iguales, mitad de los totales, se colocan en los extremos de la línea. Con esta distribución, el conjunto de la línea se asemeja a la letra T, y de ahí su nombre.



Con la inclusión de uno de los parámetros transversales, la capacidad, se trunca la idea de intensidad única, pues ahora existen tres intensidades: una final, una inicial y una transversal (que es la diferencia entre las dos anteriores), que circula por la admitancia en paralelo.

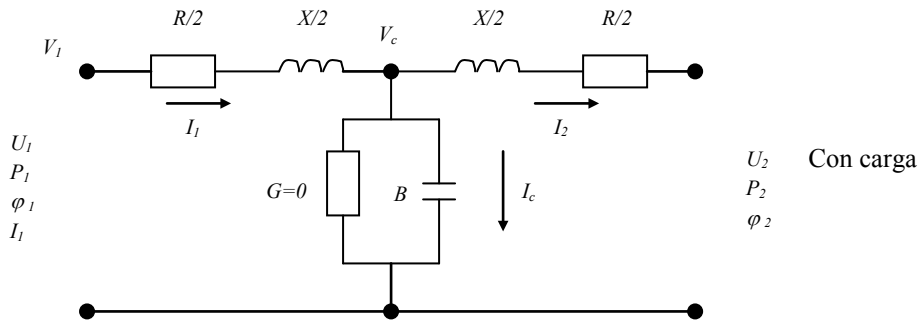
Régimen en carga

La aparición de estas intensidades complica el estudio del problema, que abordamos, en primer lugar, considerando que existe una carga conectada en el extremo final de la línea.

Como en el caso de la línea corta, se suponen conocidos los datos del extremo final de la línea (es decir, la carga), y se plantea el problema con el objetivo de hallar los valores de las magnitudes eléctricas en el origen de la misma.

En estas condiciones, el circuito resultante adquiere el siguiente aspecto, caracterizado por su similitud con la letra T. Recuerdese que, aunque en la figura aparece el parámetro conductancia (G), su valor se considera nulo.

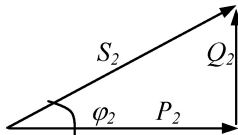
Fig. 1.19
Circuito
equivalente en
T para una
línea de
longitud media
en carga



Conocidos el valor de la carga (potencia y ángulo) y el valor de la tensión al final de la línea, se procede a calcular las demás magnitudes en este extremo receptor de la misma, mediante las expresiones siguientes:

$$P_2 = S_2 \cdot \cos \varphi_2, \text{ siendo } P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2 \quad [1.78]$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \varphi_2, \text{ siendo } Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_2 \quad [1.79]$$



$$\bar{S}_2 = \frac{P_2}{\cos \varphi_2}, \text{ siendo } \bar{S}_2 = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = (P_2 + jQ_2) \quad [1.80]$$

Otra fórmula importante es la que determina el ángulo al final de la línea:

$$\varphi_2 = \varphi_{V_2} - \varphi_{I_2} \quad [1.81]$$



Con estas fórmulas, y conocidas las condiciones P_2 , U_2 y φ_2 , la intensidad final de línea será:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} (\varphi_{v2} - \varphi_2) \quad [1.82]$$

La tensión en el centro de la línea viene definida por:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_{Linea}}{2} \cdot \bar{I}_2 \quad [1.83]$$

Con esta tensión, ya es posible obtener la intensidad que se derivará por el condensador:

$$\bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C \quad [1.84]$$

La intensidad total al principio de línea será:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 \quad [1.85]$$

y la tensión al principio de línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_{Linea}}{2} \bar{I}_1 \quad [1.86]$$

Y, recordando que $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$ y que la tensión es $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1Fase} \cdot \sqrt{3}$ [1.87]

con un ángulo total al inicio de línea de valor: $\phi_1 = \phi_{U1} - \phi_{I1}^\circ$ [1.88]

Conocidas la tensión, la intensidad y el ángulo inicial, podemos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 \quad \text{Potencia activa} \quad [1.89]$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 \quad \text{Potencia reactiva} \quad [1.90]$$

$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) \quad \text{Potencia aparente} \quad [1.91]$$

Finalmente, la caída de tensión será $\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100$. Este valor no excederá del 10 %.

La pérdida de potencia valdrá . Este valor no excederá del 3 % por cada 100 km.

Y el rendimiento del sistema vendrá definido por $\eta = \frac{P_2}{P_1} 100$ [1.92]

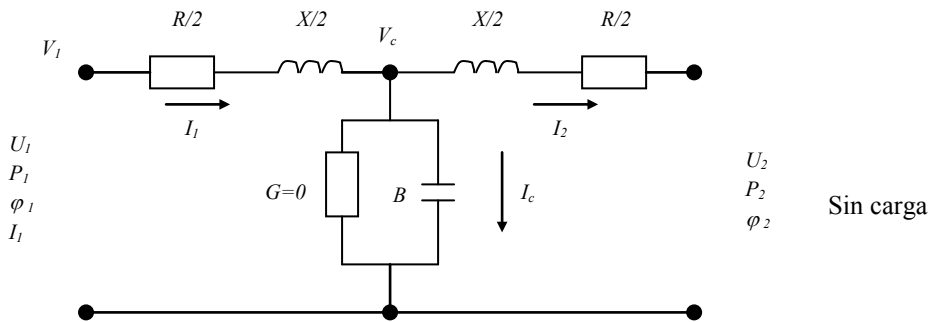


Régimen en vacío

En ese caso, los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y, por tanto, la intensidad de final de línea es nula.

Considerando los mismos supuestos anteriores, es decir, conocidas las principales magnitudes al final de la línea (P_2 , U_2 y φ_2), buscamos las condiciones al principio de la misma.

Fig. 1.20
Circuito equivalente
en T de una línea
de longitud media
en vacío



Si no existe carga, todas las potencias al final de línea son nulas: $P_2 = Q_2 = S_2 = 0$.

Las restantes expresiones quedan como sigue:

$$\text{Ángulo final: } \varphi_2 = \varphi_{v2} - \varphi_{I2} = 0 \quad [1.93]$$

La intensidad final de línea será:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} \quad (\varphi_{v2} - \varphi_2 = 0) \quad [1.94]$$

La tensión en el centro de la línea estará definida por:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_{Linea}}{2} \cdot \bar{I}_2 = \bar{V}_2 \quad [1.95]$$

Con esta tensión, ya es posible obtener la intensidad que se derivará por el condensador:

$$\bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_2 \quad [1.96]$$

La intensidad total al principio de línea será:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = \bar{I}_C \quad [1.97]$$

y la tensión al principio de línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_{Linea}}{2} \bar{I}_1 = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}}{2} \bar{I}_C \quad [1.98]$$



con una intensidad de línea: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$ y con una tensión: $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1Fase} \cdot \sqrt{3}$ [1.99]

El ángulo total al inicio de línea será: $\varphi_1 = \varphi_{U1} - \varphi_{I1}$ [1.100]

Conocidas la tensión, la intensidad y el ángulo inicial, podemos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos\varphi_1 \quad \text{Potencia activa} \quad [1.101]$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin\varphi_1 \quad \text{Potencia reactiva} \quad [1.102]$$

$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) \quad \text{Potencia aparente} \quad [1.103]$$

Finalmente, la caída de tensión será $\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} \cdot 100$. Este valor no excederá del 10 %.

La pérdida de potencia valdrá $\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} \cdot 100$. En este caso, la pérdida será del 100 %.

y el rendimiento del sistema será nulo, al no existir potencia:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = 0 \quad [1.104]$$

1.4.2.2 Método del circuito equivalente en Π

A diferencia del método anterior, este método divide la línea por sus parámetros transversales y mantiene unidos los parámetros longitudinales, es decir, en el tramo central se sitúan la resistencia y la reactancia inductiva en forma concentrada, mientras que la conductancia y la susceptancia ocupan las posiciones extremas y sus valores están divididos por la mitad ($G/2$ y $B/2$), tal como se representa en la figura:

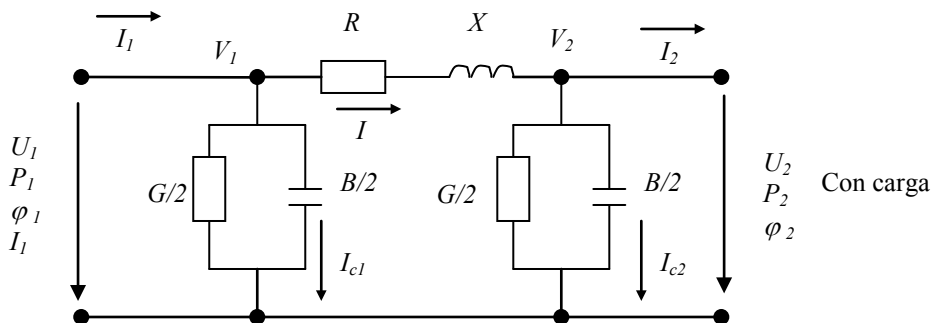


Fig. 1.21
Circuito equivalente en π para una línea de longitud media en carga

Con la inclusión de los parámetros transversales, se trunca la idea de intensidad única, ya que ahora existen cinco intensidades: una final, una inicial, una intermedia (que pasa por los parámetros longitudinales) y dos transversales, que circulan por las admitancias en paralelo.

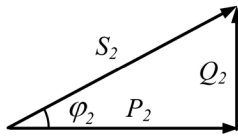


Régimen en carga

La aparición de estas intensidades complica el estudio del problema, que abordamos, en primer lugar, considerando que existe una carga conectada en el extremo final de la línea. En estas condiciones, el circuito resultante adquiere el aspecto que se muestra en la figura 1.21.

Como en el caso de la línea corta, se suponen conocidos los datos en el extremo final de la línea (es decir, la carga), y se plantea el problema con el objetivo de hallar los valores de las magnitudes eléctricas en el origen de la misma.

Como en caso del circuito equivalente en T, conocidos el valor de la carga (potencia y ángulo) y la tensión al final de la línea, se procede a calcular las restantes magnitudes eléctricas en este extremo de la línea, mediante las expresiones siguientes:



$$P_2 = S_2 \cdot \cos \varphi_2, \text{ siendo } P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2 \quad [1.105]$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \varphi_2, \text{ siendo } Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_2 \quad [1.106]$$

$$\bar{S}_2 = \frac{P_2}{\cos \varphi_2}, \text{ siendo } \bar{S}_2 = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = (P_2 + jQ_2) \quad [1.107]$$

Otra fórmula importante es la que determina el ángulo final: $\varphi_2 = \varphi_{v2} - \varphi_{I2}$ [1.108]

Con estas fórmulas, y conocidas las condiciones P_2 , U_2 y φ_2 , la intensidad al final de línea valdrá:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} (\varphi_{v2} - \varphi_2) \quad [1.109]$$

La intensidad que se deriva por la segunda admitancia transversal es:

$$\bar{I}_{C2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad [1.110]$$

La intensidad que pasará por la resistencia y la reactancia de la línea está definida por:

$$\bar{I} = \bar{I}_{C2} + \bar{I}_2 \quad [1.111]$$

Con el valor de esta intensidad, es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \quad [1.112]$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad [1.113]$$



Conocidas I_{c1} e I , podemos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{C1} + \bar{I} \quad [1.114]$$

siendo el valor de la intensidad: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$ y de la tensión: $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1Fase} \cdot \sqrt{3}$ [1.115]

El ángulo total al inicio de línea es: $\varphi_1 = \varphi_{U1} - \varphi_{I1}$ [1.116]

Conocidas la tensión, la intensidad y el ángulo inicial, podemos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 \quad \text{Potencia activa} \quad [1.117]$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 \quad \text{Potencia reactiva} \quad [1.118]$$

$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) \quad \text{Potencia aparente} \quad [1.119]$$

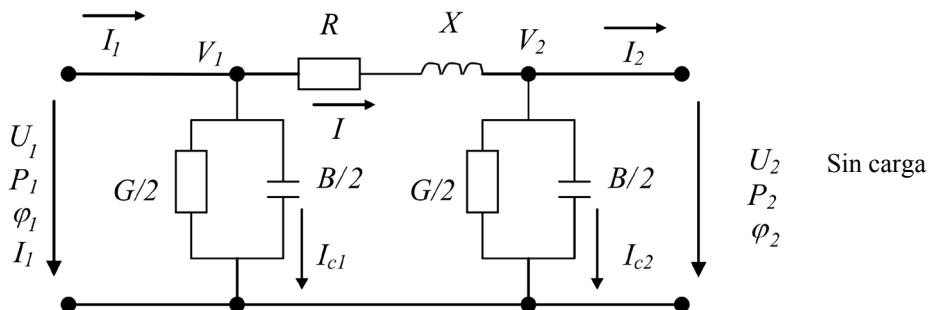
Finalmente, la caída de tensión será $\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} \cdot 100$. Este valor no excederá del 10 %.

La pérdida de potencia valdrá $\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} \cdot 100$. Este valor no excederá del 3 % por cada 100 km.

Y el rendimiento del sistema estará definido por $\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100$ [1.120]

Régimen de vacío

En ese caso, los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y, por tanto, la intensidad del final de línea es nula:



Considerando los mismos supuestos anteriores, es decir, conocidas las principales magnitudes al final de la línea (P_2 , U_2 y φ_2), buscaremos las condiciones iniciales de la misma.



Si no existe carga, todas las potencias al final de línea tienen valor nulo: $P_2 = Q_2 = S_2 = 0$.

Las restantes expresiones quedarán como sigue:

$$\text{Ángulo al final de la línea: } \varphi_2 = \varphi_{v_2} - \varphi_{I_2} = 0 \quad [1.121]$$

La intensidad al final de línea será:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} (\varphi_{v_2} - \varphi_2 = 0) \quad [1.122]$$

La intensidad que se deriva por la segunda admitancia transversal es:

$$\bar{I}_{C2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad [1.123]$$

La intensidad que pasará por la resistencia y la reactancia de la línea será:

$$\bar{I} = \bar{I}_{C2} + \bar{I}_2 = \bar{I}_{C2} \quad [1.124]$$

ya que la intensidad al final de línea es cero. Con el valor de esta intensidad central, es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea, la cual vendrá dada por:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \quad [1.125]$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad [1.126]$$

Conocidas I_{c1} e I , podemos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{C1} + \bar{I} \quad [1.127]$$

siendo el valor de la intensidad: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$ y el de la tensión:

$$\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1Fase} \cdot \sqrt{3} \quad [1.128]$$

Finalmente, hallamos el ángulo total al inicio de línea: $\varphi_1 = \varphi_{U_1} - \varphi_{I_1}$ [1.129]

Conocidas la tensión, la intensidad y el ángulo inicial, podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 \quad \text{Potencia activa} \quad [1.130]$$



$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen} \varphi_1 \quad \text{Potencia reactiva} \quad [1.131]$$

$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) \quad \text{Potencia aparente} \quad [1.132]$$

Finalmente, la caída de tensión será $\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100$. Este valor no excederá del 10 %.

La pérdida de potencia valdrá $\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100$. En este caso, la pérdida será del 100 %.

y el rendimiento del sistema estará definido por $\eta = \frac{P_2}{P_1} 100$ [1.133]

1.4.3 Líneas de longitud larga (longitudes superiores a 240 km)

Para el cálculo de líneas eléctricas de gran longitud, no basta con contemplar los efectos que ejercen la resistencia, la inductancia, la capacidad y la conductancia en su forma concentrada. La línea es demasiado larga para reunir los efectos de estos parámetros en un solo punto y, por tanto, para calcular las magnitudes eléctricas, es necesario distribuir los parámetros transversales y las longitudinales de forma continua, lo que implica utilizar fórmulas más complejas y laboriosas.

De forma resumida. tenemos:

$$R, X \rightarrow \bar{Z} = (R + jQ) \quad \text{Valores distribuidos} \quad [1.134]$$

$$G=0 \quad B=w \cdot C \rightarrow \bar{Y} = (G + jB) \quad \text{Valores distribuidos} \quad [1.135]$$

Como siempre, partimos de la idea de que, conocidas las magnitudes de un punto de la línea (normalmente, el final de la línea), U_2, P_2 y φ_2 , pretendemos hallar los valores de las incógnitas U_1, P_1, φ_1 , en otro punto de la misma (normalmente, el principio de la línea), considerando, como en el apartado anterior, dos regímenes de funcionamiento (el de plena carga y el de vacío).

Para calcular dichas magnitudes eléctricas, es necesario aplicar las fórmulas siguientes:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} \end{aligned} \quad [1.136]$$

Si el sistema está en vacío, se simplifican las fórmulas anteriores, que quedan como sigue:



$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C}\end{aligned}\quad [1.137]$$

ya que $\bar{I}_2 = 0$.

Los valores de las tensiones son de fase (simples), por lo que, trabajando con un sistema en estrella, hemos de modificar la tensión y recordar que la intensidad no variará:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{Línea} &= \bar{I}_{Fase} \\ \bar{U}_{Línea} &= \bar{V}_{Fase} \cdot \sqrt{3}\end{aligned}\quad [1.138]$$

Por tanto, todo el problema pasa por calcular las constantes auxiliares. Para ello, existen al menos dos métodos, y su libre elección no afecta la calidad de los resultados. Veamos las fórmulas a aplicar en cada caso, así como su comprobación posterior.

1.4.3.1 Método de las funciones hiperbólicas y circulares

Este método es quizás el más rápido. Consiste en la aplicación directa de funciones hiperbólicas y circulares, consideradas las constantes (A) y (D) iguales, siempre que la línea funcione en régimen permanente y la carga sea equilibrada. Como normalmente estas son las condiciones de funcionamiento, esta igualdad puede considerarse siempre que no se indique lo contrario.

$$\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') = \cosh \bar{\Theta}c = (\cosh \Theta'_c \cdot \cos \Theta''_c) + j(\sinh \Theta'_c \cdot \sen \Theta''_c) \quad [1.139]$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_c \cdot \sinh \bar{\Theta}c = \bar{Z}_c \cdot ((\sinh \Theta'_c \cdot \cos \Theta''_c) + j(\cosh \Theta'_c \cdot \sen \Theta''_c)) \quad [1.140]$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot \sinh \bar{\Theta}c = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot ((\sinh \Theta'_c \cdot \cos \Theta''_c) + j(\cosh \Theta'_c \cdot \sen \Theta''_c)) \quad [1.141]$$

Se definen unos nuevos parámetros que responden a las características siguientes:

Impedancia característica

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_{LÍNEA}}{\bar{Y}_{LÍNEA}}} \quad [5.84] \quad , \text{ con: } \begin{aligned}\bar{Z}_{LÍNEA} &= (R_{LÍNEA} + jX_{LÍNEA}) \\ \bar{Y}_{LÍNEA} &= (G_{LÍNEA} + jB_{LÍNEA})\end{aligned} \quad [1.142]$$

La impedancia característica responde a una serie de especificaciones:

- Es la impedancia natural que presentaría una línea en que la relación (V/I) se mantuviera constante a lo largo de toda su longitud.
- La impedancia característica es independiente de su longitud.



- La impedancia característica se da en líneas muy largas, en que el efecto de la onda reflejada puede considerarse despreciable y solo se tienen en cuenta los efectos que introduce la onda directa.
- La impedancia característica es, en realidad, una resistencia y como tal se mide en Ω .

Ángulo característico

$$\bar{\Theta}_c = \sqrt{\bar{Z}_{LÍNEA} \cdot \bar{Y}_{LÍNEA}} \quad [5.86] \quad , \quad \text{con} \quad \begin{aligned} \bar{Z}_{LÍNEA} &= (R_{LÍNEA} + jX_{LÍNEA}) \\ \bar{Y}_{LÍNEA} &= (G_{LÍNEA} + jB_{LÍNEA}) \end{aligned} \quad [1.143]$$

El ángulo característico responde a una serie de especificaciones:

- Si cerráramos una línea por el final con una carga que fuera la impedancia característica (una resistencia), la tensión y la intensidad decrecerían o aumentarían, siguiendo una función exponencial, con un exponente formado por el ángulo característico.

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1 e^{-\Theta_c} \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_2 e^{+\Theta_c} \quad \bar{V}_2 = \bar{V}_1 e^{-\Theta_c} \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 e^{+\Theta_c} \quad [1.144]$$

- Es un ángulo complejo cuyas unidades son radianes/segundo.

$$\bar{\Theta}_c = (\Theta'_c + j\Theta''_c) = \sqrt{\bar{Z}_{LÍNEA} \cdot \bar{Y}_{LÍNEA}} = (\Omega \cdot \text{Siemens}) = \left(\frac{\Omega}{\text{segundo}}\right) = \frac{\text{radianes}}{\text{segundo}} \quad [1.145]$$

- Es decir, es un ángulo en el cual la relación (V/I), se mantiene constante en cualquier punto de la longitud de la línea eléctrica.

Es importante recordar que, con cosh y sinh (cosenos y senos hiperbólicos), es necesario operar con valores de radianes/segundo; por tanto, los hallamos con la fórmula anterior. En cambio, para los senos y cosenos normales, las unidades han de ser grados, por lo que resulta necesaria su conversión mediante la fórmula:

$$\bar{\Theta}_c_{GRADOS} = \frac{360^\circ}{2\pi} (\Theta'_c + j\Theta''_c) = \frac{360^\circ}{2\pi} \sqrt{\bar{Z}_{LÍNEA} \cdot \bar{Y}_{LÍNEA}} = \text{grados} \quad [1.146]$$

Potencia característica

$$P_c = \frac{U_{LÍNEA}^2}{Z_c} \quad , \quad \text{siendo el valor de la tensión, solo en módulo: } \bar{U}_{LÍNEA} = \bar{V}_{FASE} \cdot \sqrt{3} \quad [1.147]$$

La potencia característica viene definida por las características siguientes:

- Es la potencia que tendría una línea si esta se cerrara en su extremo con una carga resistiva (es decir, con la impedancia característica).
- Es la potencia que mantiene el $\cos\phi = \text{constante}$, es decir:



$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \cos \varphi \quad [1.148]$$

- Es la potencia óptima para cada sistema.
- Para calcularla, se utilizan los valores de los módulos de la tensión y la impedancia de la línea, no sus argumentos.

1.4.3.2 Método del desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares

Este método, acaso más lento que el anterior, permite obtener las constantes de una línea sin tener que utilizar las funciones hiperbólicas y circulares, es decir, es más lento pero de más fácil aplicación. Consiste en el desarrollo, en series de funciones hiperbólicas y circulares, del ángulo característico hallado anteriormente. Asimismo, sigue siendo válida la condición que las constantes (A) y (D) son iguales, siempre que la línea funcione en régimen permanente y sea equilibrada.

Las fórmulas a aplicar son:

$$\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') = \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \bar{Y}_L}{2} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^2}{4} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^3}{6} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^4}{8} + \dots \right] \quad [1.149]$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^2}{5} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^3}{7} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^4}{9} + \dots \right] \quad [1.150]$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \bar{Y}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^2}{5} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^3}{7} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^4}{9} + \dots \right] \quad [1.151]$$

siendo \bar{Z}_L y \bar{Y}_L la impedancia y la admitancia de la línea, respectivamente.

Pero, ¿cuántos términos es necesario tomar de las expresiones anteriores? Aunque no existe una regla concreta, se suele seguir la recomendación siguiente.

- Un solo término si la línea tiene menos de 80 km.
- Dos términos si la línea está comprendida entre los 80 y los 160 km.
- Tres términos si la línea tiene una longitud de entre 160 y 240 km.
- Y así sucesivamente.

1.4.3.3 Comprobación de resultados

Es posible comprobar los resultados obtenidos por cualquiera de los dos métodos explicados, mediante las igualdades siguientes:



$$\begin{aligned}\bar{A}^2 - \bar{B}\bar{C} &= (1 + j0) \\ (a'^2 - a''^2) - (b' \cdot c') + (b'' \cdot c'') &= 1 \\ (2 \cdot a' \cdot a'') - (b' \cdot c'') - (b'' \cdot c') &= 0\end{aligned}\quad [1.152]$$

$$\text{siendo } \bar{A} = (a' + ja'') \quad \bar{B} = (b' + jb'') \quad \text{y} \quad \bar{C} = (c' + jc'') \quad [1.153]$$

Para poder considerar válidos los resultados, es necesario que se cumplan las tres condiciones a la vez.

1.4.3.4 Fórmulas para hallar las magnitudes eléctricas

Cualquiera de los dos métodos nos lleva a valores muy semejantes, que nos permiten, aplicando las fórmulas siguientes, encontrar las magnitudes eléctricas deseadas.

Las fórmulas dependerán de los parámetros que sean conocidos:

Si conocemos las condiciones eléctricas al final de la línea y deseamos hallarlas al inicio de la misma, aplicaremos:

$$\begin{aligned}\text{– Régimen de carga} \quad \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D}\end{aligned}\quad [1.154]$$

$$\begin{aligned}\text{– Régimen de vacío} \quad \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C}\end{aligned}\quad [1.155]$$

Si conocemos las condiciones eléctricas al inicio de la línea y deseamos hallarlas al final de la misma, aplicaremos:

$$\begin{aligned}\text{– Régimen de carga} \quad \bar{V}_2 &= \bar{V}_1 \cdot \bar{D} - \bar{I}_1 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}_1 \cdot \bar{A} - \bar{V}_1 \cdot \bar{C}\end{aligned}\quad [1.156]$$

$$\begin{aligned}\text{– Régimen de vacío} \quad \bar{V}_2 &= \bar{V}_1 \cdot \bar{D} \\ \bar{I}_2 &= -\bar{V}_1 \cdot \bar{C}\end{aligned}\quad [1.157]$$

Recuérdese que, para pasar de valores de fase a valores de línea, es necesario aplicar:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{Línea} &= \bar{I}_{Fase} \\ \bar{U}_{Línea} &= \bar{V}_{Fase} \cdot \sqrt{3}\end{aligned}\quad [1.158]$$

Si deseamos encontrar valores intermedios de las magnitudes eléctricas (en cualquier punto de la línea), se realizará el cálculo de las constantes con las longitudes deseadas. Es decir, para cualquier tramo de línea, es posible buscar las constantes (A, B, C, D) que lo definen, en función de la longitud de ese tramo. Con estas constantes, se aplican



las fórmulas anteriores, lo que permitirá hallar las condiciones eléctricas de los nuevos puntos buscados.

1.4.3.5 Significado físico de las constantes

Primero, veamos las unidades de estas constantes. Para ello, partimos de:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D}\end{aligned}\quad [1.159]$$

Si estamos en régimen de vacío (la intensidad final es nula):

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C}\end{aligned}\quad \longrightarrow \quad \begin{aligned}\bar{A} &= \frac{\bar{V}_{1VACIO}}{\bar{V}_{2VACIO}} = \left(\frac{V}{V}\right) = (-) \\ \bar{C} &= \frac{\bar{I}_{1VACIO}}{\bar{V}_{2VACIO}} = \left(\frac{A}{V}\right) = (siemens)\end{aligned}\quad [1.160]$$

Si estamos en cortocircuito, las fórmulas iniciales quedan (al ser nula la tensión de salida):

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 &= \bar{I}_2 \cdot \bar{D}\end{aligned}\quad \longrightarrow \quad \begin{aligned}\bar{B} &= \frac{\bar{V}_{1CORTO}}{\bar{I}_{2CORTO}} = \left(\frac{V}{A}\right) = (\Omega) \\ \bar{D} &= \frac{\bar{I}_{1CORTO}}{\bar{I}_{2CORTO}} = \left(\frac{A}{A}\right) = (-)\end{aligned}\quad [1.161]$$

Las constantes (A) y (D) son adimensionales, mientras que la constante (B) tiene unidades de impedancia y la constante (C) tiene unidades de admitancia.

Es decir, podemos definir estas constantes de la forma siguiente:

- A = tensión a aplicar al principio de línea para que, estando en vacío el final de la misma, se obtenga la tensión final nominal ($V_{2nominal}$).
- B = tensión a aplicar al principio de línea para que, estando en cortocircuito el final de la misma, se obtenga la intensidad final nominal ($I_{2nominal}$).
- C = intensidad a inyectar al principio de línea para que, estando en vacío el final de la misma, se obtenga la tensión final nominal ($V_{2nominal}$).
- D = intensidad a inyectar al principio de línea para que, estando en cortocircuito el final de la misma, se obtenga la intensidad final nominal ($I_{2nominal}$).

Si comparamos estas fórmulas aplicadas a circuitos cortos, obtenemos para el régimen de vacío los resultados que siguen:

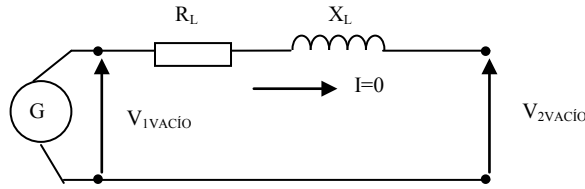


Fig. 1.23
Circuito
equivalente para
una línea de
longitud corta en
vacío

$$\bar{A} = \frac{\bar{V}_{1VACIO}}{\bar{V}_{2VACIO}} = 1 \quad \text{ya que} \quad \bar{V}_{1VACIO} = \bar{V}_{2VACIO} \quad [1.162]$$

$$\bar{C} = \frac{\bar{I}_{1VACIO}}{\bar{V}_{2VACIO}} = 0 \quad \text{ya que} \quad \bar{I}_{1VACIO} = 0 \quad [1.163]$$

Y, para el régimen de cortocircuito, las expresiones generales quedan de la forma siguiente:

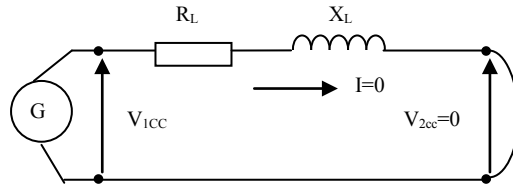


Fig 1.24
Circuito
equivalente para
una línea de
longitud corta en
cortocircuito

$$\bar{B} = \frac{\bar{V}_{1CORTO}}{\bar{I}_{2NOMINAL}} = \bar{Z}_{LINEA} \quad \text{ya que} \quad \bar{V}_{1CORTO} = \bar{Z}_{LINEA} \cdot \bar{I}_{2NOMINAL} \quad [1.164]$$

$$\bar{D} = \frac{\bar{I}_{1CORTO}}{\bar{I}_{2NOMINAL}} = 1 \quad \text{ya que} \quad \bar{I}_{1CORTO} = \bar{I}_{2NOMINAL} \quad [1.165]$$

Por tanto, si consideramos los valores obtenidos, para líneas cortas, tendremos:

$$\bar{A} = (a' + ja'') = 1 = \bar{D} = (d' + jd'') \quad [1.166]$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_{LINEA} = (R_{LINEA} + jX_{LINEA}) \quad [1.167]$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \bar{Y}_{LINEA} = (G_{LINEA} + jB_{LINEA}) = 0 \quad [1.168]$$

que, aplicado a las fórmulas generales para líneas largas, resulta:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} = \bar{V}_2 + \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_{LINEA} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} = \bar{I}_2 \end{aligned} \quad [1.169]$$

lo cual se corresponde con las ecuaciones dadas para líneas cortas.

El método de las constantes auxiliares es un método exacto para el cálculo de cualquier línea eléctrica, sea cual sea su longitud, aunque para líneas cortas es más aconsejable



aplicar las fórmulas dadas para ellas, pues simplifican enormemente la complejidad y el tiempo de cálculo.

1.5 Cuestiones y problemas

Cuestiones

1. ¿Cuáles son los parámetros eléctricos que definen cualquier circuito? ¿Cómo están divididos? Indíquense unidades y magnitudes.
2. Anota las fórmulas y las unidades de las magnitudes siguientes: resistencia, reactancia inductiva, impedancia, conductancia, susceptancia y admitancia.
3. ¿Qué es la resistencia de un conductor eléctrico? ¿Por qué entre una barra de madera y una de cobre, suponiendo igualdad de dimensiones, se presentan valores de resistencia diferentes? ¿Coincide la resistencia real con la teórica de un conductor macizo? ¿Y coinciden estas resistencias si se trata de un cable formado por hilos?
4. La resistividad depende de la temperatura y del tipo de material empleado. Puede afirmarse que, con aumentos de temperatura, la resistividad siempre aumenta. Razona la respuesta.
5. ¿Por qué no pudo utilizarse el aluminio para la construcción de líneas de transporte de energía eléctrica? Los cables de aleación aluminio-acero constituyen una buena alternativa al cobre, pero ¿cuáles son las características principales que diferencian estos dos tipos de cables?
6. La resistencia de un conductor con un material determinado se obtiene en tablas (por km de línea). Si una línea de transmisión de energía dispone de dos circuitos tríplex, ¿cómo se ve afectado el valor de la resistencia hallado en tablas para el conductor calculado?
7. En una bobina, ¿qué es la inductancia? ¿Cuáles son las leyes principales por las cuales se rige? ¿En qué forma se almacena la energía en la misma?
8. Indica qué fórmulas se aplican para hallar la inductancia por km de una línea eléctrica formada por dos circuitos tríplex.
9. ¿Es cierta la afirmación siguiente?: Cuando existe más de un circuito en una línea de transmisión de energía, la reactancia total por fase de un circuito ha de multiplicarse por el número total de circuitos existentes. Razona la respuesta.
10. El cálculo de la distancia media geométrica entre fases ¿es diferente si se trata de un circuito dúplex o de un circuito cuádruplex? ¿Y si el cálculo es entre una línea con un circuito simple o con dos circuitos simples? Razona las respuestas dando las fórmulas necesarias.



11. El radio equivalente se define como el radio que abarca todos los conductores que forman una fase de una línea eléctrica. Deduce matemáticamente el radio equivalente para un circuito triplex.
12. La inductancia por km hallada con las fórmulas dadas en este capítulo se mide en henrios. Para el cálculo de líneas aéreas, interesa que esta venga expresada en Ω . ¿Cómo se efectúa la transición de unidades? ¿Qué magnitud se obtiene?
13. ¿Qué es la capacidad? ¿De qué depende? ¿Qué ley sirve de análisis para determinar la capacidad? Indica la fórmula.
14. Explica el efecto Ferranti. ¿Cuándo se origina? ¿Qué efectos produce? ¿Puede darse en líneas cortas en vacío? ¿Por qué? ¿Cuál es su principal efecto negativo sobre las instalaciones eléctricas?
15. Indica qué fórmulas se aplicarían para hallar la capacidad por km de una línea eléctrica formada por dos circuitos dúplex.
16. ¿Es cierta la afirmación siguiente?: Cuando existe más de un circuito en una línea de transmisión de energía, la susceptancia total de un circuito ha de dividirse por el número total de circuitos existentes. ¿Por qué? Razona las respuestas.
17. La capacidad por km hallada con las fórmulas dadas en este capítulo se mide en faradios. Para el cálculo de líneas aéreas, interesa que esta venga expresada en siemens. ¿Cómo se efectúa la transición de unidades y cómo se denomina la nueva magnitud obtenida? ¿Qué lugar corresponde a esta magnitud dentro de la admitancia?
18. ¿De qué depende la conductancia referida a las líneas aéreas? ¿Es posible calcularla de forma exacta? ¿Qué efectos engloba la conductancia? ¿Cuándo se utiliza el cálculo de la conductancia?
19. ¿Qué es el efecto aislador? El tamaño de los aisladores de las líneas de transporte de energía eléctrica ¿de qué depende? ¿Qué materiales son utilizados para la construcción de los aisladores?
20. El efecto corona es quizás uno de los efectos más llamativos de los fenómenos eléctricos. ¿En qué consiste? ¿Qué colores puede adquirir y qué significan? La forma que adopta este efecto ¿de qué depende?
21. Indica la fórmula de la tensión crítica disruptiva, así como los valores que cada término puede adoptar y sus unidades.
22. ¿Cuál es la fórmula que permite calcular las pérdidas por efecto corona de un conductor? ¿Qué se entiende por tensión más elevada? ¿Qué condición debe cumplirse para que existan pérdidas por efecto corona?
23. ¿Por qué es tan importante mantener la tensión, la frecuencia y la potencia dentro de unos valores controlados y constantes en un sistema de potencia?



24. ¿Cómo se expresa numéricamente una magnitud eléctrica en continua? ¿De cuántas formas puede expresarse una magnitud eléctrica en alterna?
25. ¿Qué valor, entre todos los posibles, es el más utilizado para designar los valores de las magnitudes eléctricas en alterna? ¿Por qué? ¿Qué significado físico representa este valor?
26. Expresa los valores de la intensidad (suponiendo un ángulo φ para la tensión) para una carga óhmica, inductiva y capacitiva de una línea corta. Expresa ahora (suponiendo un ángulo φ para la intensidad) los valores de la tensión para las tres cargas distintas anteriores (óhmica, inductiva y capacitiva).
27. Dibuja los tres diagramas eléctricos que definen una línea corta conectada sobre una carga óhmica, inductiva y capacitiva.
28. ¿Cuáles son las simplificaciones aceptadas para el cálculo de líneas eléctricas? ¿Qué puede afirmarse (considerando las simplificaciones expuestas), si se conocen todos los parámetros eléctricos en un punto de una línea?
29. ¿Cuándo puede considerarse que una línea eléctrica es corta? ¿Por qué se adopta precisamente esta longitud? ¿Qué simplificaciones, en los parámetros eléctricos, es posible considerar en una línea de longitud corta? ¿Qué diferencias se producen en la formulación entre líneas cortas en vacío y en carga?
30. ¿Cuándo puede considerarse que una línea eléctrica es media? ¿Por qué se adopta precisamente esta longitud? ¿Qué simplificaciones, en los parámetros eléctricos, es posible considerar en una línea de longitud media? ¿Qué métodos pueden aplicarse para calcular una línea de longitud media?
31. ¿Qué características definen el método del circuito equivalente en π ? Dibuja el circuito equivalente con sus parámetros más importantes.
32. Realiza la formulación para el cálculo en vacío del circuito equivalente en π .
33. Realiza la formulación para el cálculo en carga del circuito equivalente en π .
34. ¿Qué características definen el método del circuito equivalente en T? Dibuja el circuito equivalente con sus parámetros más importantes.
35. Realiza la formulación para el cálculo en vacío del circuito equivalente en T.
36. Realiza la formulación para el cálculo en carga del circuito equivalente en T.
37. ¿Cuándo se considera que una línea es de longitud larga? ¿Cómo quedan expresados los parámetros eléctricos para el cálculo de líneas largas? ¿Cuáles son los métodos de cálculo empleados para estas líneas?
38. ¿Qué significa la impedancia característica de una línea eléctrica? ¿Puede darse en la realidad? ¿Por qué?



39. ¿Qué especificaciones son comunes a la impedancia característica? ¿Qué fórmula permite su cálculo?
40. ¿Qué significa el ángulo característico de una línea eléctrica? ¿En qué unidades viene dado este ángulo? ¿Puede darse en la realidad? ¿Por qué?
41. ¿Qué especificaciones son comunes al ángulo característico? ¿Qué fórmula permite su cálculo?
42. ¿Qué significa la potencia característica de una línea eléctrica? ¿Puede darse en la realidad? ¿Por qué?
43. ¿Qué especificaciones son comunes a la potencia característica? ¿Qué fórmula permite su cálculo?
44. Formulación del método de las constantes auxiliares mediante funciones hiperbólicas y circulares. ¿Con qué unidades debe expresarse el ángulo característico para aplicar estas fórmulas?
45. Formulación del método de las constantes auxiliares mediante el desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares. ¿Con qué unidades debe expresarse el ángulo característico para aplicar estas fórmulas? ¿Con una línea de 200 km, cuántos términos de la fórmula de las constantes es necesario adoptar para el cálculo?
46. ¿Qué condiciones permiten comprobar la autenticidad de las constantes auxiliares? ¿Cuántas de las condiciones citadas son necesarias para considerar correctas las constantes auxiliares halladas?
47. ¿Cuáles son las fórmulas que permiten hallar las magnitudes eléctricas al final de la línea o al principio de la misma, una vez conocidas las constantes auxiliares? ¿Cómo deben considerarse las constantes para obtener valores eléctricos intermedios en las líneas?
48. Indica el significado físico de cada una de las constantes auxiliares (con una explicación y una formulación).

Problemas

Para consultar problemas resueltos, remitimos al lector a los capítulos 3 y 4 de esta obra. Es preferible empezar con problemas sencillos, que permiten afianzar los conocimientos y ganar confianza en su resolución, y posteriormente acometer el cálculo de problemas más complejos.

→2



Regulación de la tensión en líneas eléctricas

2.1 Introducción a la regulación de la tensión en líneas

Las líneas aéreas para el transporte de energía eléctrica han de cumplir unos requisitos de seguridad, calidad y economía. La seguridad siempre debe cumplirse, aun en las condiciones económicas más desfavorables. En cuanto a la calidad, existen una serie de limitaciones técnicas que condicionan cualquier instalación; así, los aislantes solo pueden soportar unas tensiones determinadas; asimismo, la intensidad que circula por las líneas no ha de sobrepasar unos valores preestablecidos por el diámetro, y el flujo de potencias no tiene que exceder de lo permitido por la ley para cada infraestructura, etc. Finalmente, y solo cuando se hayan cumplido todos estos requisitos, podemos velar por obtener los máximos beneficios económicos.

Todos estos condicionantes obligan al proyectista a realizar comprobaciones de los parámetros más característicos, que por ley nunca han de sobrepasarse. De entre las muchas comprobaciones, destacan dos por su importancia: la caída de tensión y la pérdida de potencia.

La caída de tensión de una línea de transporte de energía eléctrica nunca ha de sobrepasar el 10 % en todo su recorrido y no se admiten pérdidas de potencia superiores al 3 %, pero esta vez por cada 100 km.

Para expresar estas magnitudes, como cualquier otra, existen dos formas distintas: mediante valores absolutos o mediante valores relativos.

- Una magnitud expresada en valores absolutos tiene valor y unidades, que nos dan el valor exacto que adquiere dicha magnitud, pero no nos indicaran la importancia de la misma.



- Una magnitud expresada en valores relativos no tiene valor ni unidades, pero nos expresa la importancia del valor obtenido. Por esta razón, esta es la forma más utilizada para expresar este tipo de limitaciones.

Por ejemplo, si una línea tiene una caída de tensión de 1.500 V (valor absoluto), ello representará una pequeña pérdida de tensión si la línea es de 200.000 V o, por el contrario, será un valor relevante si la línea es de 2.000 V. Si estos cálculos se realizan con valores relativos (por comparación con otros valores de la línea, como por ejemplo la tensión nominal), entonces en el primer caso la pérdida de tensión representa un 0,75 % (valor relativo), mientras que la segunda tensión representa un 75 % del total, lo cual nos da idea de la importancia de la pérdida.

Las fórmulas siguientes expresan la caída de tensión y la pérdida de potencia en sus dos formas básicas, en valor absoluto y en valor relativo:

$$\Delta u = U_1 - U_2 \quad \text{Valor absoluto} \quad [2.1]$$

$$\Delta u = \frac{U_1 - U_2}{U} \cdot 100 \quad \text{Valor relativo} \quad [2.2]$$

$$\Delta P = P_1 - P_2 \quad \text{Valor absoluto} \quad [2.3]$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P} \cdot 100 \quad \text{Valor relativo} \quad [2.4]$$

donde:

U_1, P_1 = valores de la tensión y la potencia al principio de línea

U_2, P_2 = valores de la tensión y la potencia al final de línea

U, P = valores de la tensión y la potencia, tomados como referencia (estos valores pueden ser los nominales de la línea)

2.2 Cálculo de las condiciones eléctricas en una línea de energía eléctrica

Sin importar la opción escogida para representar la caída de tensión y la pérdida de potencia, las magnitudes a calcular siempre son las mismas (las tensiones y las potencias al principio y al final de línea). Pero su cálculo se realiza de forma diferente según cuáles son los condicionantes de operación conocidos; generalmente, se supone conocida la tensión en uno de los extremos y la demanda de potencia en el extremo receptor, pero no es el único caso. Así pues, existen como mínimo tres casos, cuyo cálculo se explica a continuación, no sin antes recordar lo siguiente:

- *El método empleado para el cálculo es el de las constantes auxiliares, ya que permite el estudio de líneas eléctricas sin importar su longitud.*



- Siempre suponemos sistemas conectados en estrella, o convertidos de triángulo a estrella. Por tanto, cabe recordar que las intensidades de línea son iguales a las de fase, pero que las tensiones de línea (U) son $\sqrt{3}$ veces mayores que las de fase (entre fase y neutro) (V).
- Las condiciones al principio de línea se simbolizan con el subíndice (1), mientras que las del final de línea lo hacen con el subíndice (2).

2.2.1 Caso n.º 1. Conocidas las condiciones de funcionamiento en el final de línea (P_2 , U_2 , φ_2 , \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} , \underline{D})

Si conocemos los valores de las magnitudes al final de línea, el cálculo es inmediato a partir de cualquiera de los métodos estudiados en capítulos anteriores, aunque aquí se aplica el método de las constantes auxiliares, que permite calcular cualquier línea independientemente de su longitud. Ya que aplicamos el método de las constantes auxiliares, las letras \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} , \underline{D} significan los vectores que las definen.

Conocidas las magnitudes anteriores, la forma de operar para hallar las condiciones al principio de línea es la siguiente:

Conocidos P_2 , U_2 , y φ_2 , es fácil calcular las otras tres magnitudes que faltan para tener completamente definido un punto de la línea; para ello, recordemos algunas relaciones entre potencias y el resto de magnitudes:

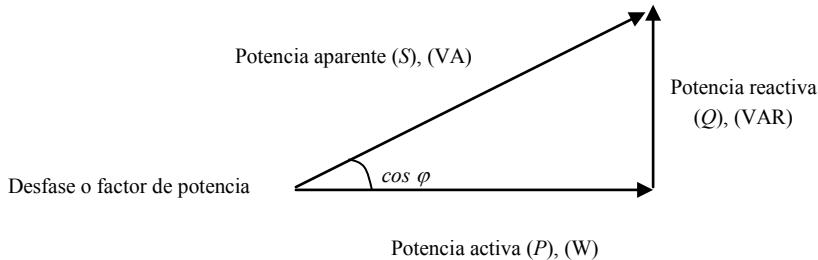


Fig. 2.1
Triángulo de potencias de un sistema equilibrado

$$\text{Así: } P = S \cdot \cos \phi \quad Q = S \cdot \text{sen} \phi \quad S = \frac{P}{\cos \phi} = \frac{Q}{\text{sen} \phi} \quad Q = P \cdot \text{tag} \phi \quad [2.5]$$

Y recordando que las expresiones totales de las potencias, por ejemplo al final de línea, son:

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2 \quad Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen} \phi_2 \quad \bar{S}_2 = (P_2 + jQ_2) = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = |S_2|(\phi_2) \quad [2.6]$$

Cabe recordar que el ángulo de la potencia aparente es el ángulo total, que también puede obtenerse mediante la expresión siguiente:

$$\phi_2 = \phi_{U_2} - \phi_{I_2} \quad [2.7]$$



Una vez resumidas estas expresiones, estamos ya en condiciones de proceder al cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de línea. Para ello, seguiremos los pasos que se detallan a continuación:

- Gracias a la (P_2) y a (ϕ_2), hallamos el resto de potencias, es decir, S_2 y Q_2 .
- El módulo de la tensión al final de línea es conocido en muchas ocasiones, pero no su ángulo. No es ningún problema, ya que puede asignársele un valor de 0° .
- La última magnitud que queda (I_2) se obtiene fácilmente aplicando la expresión:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot U_2 \cdot \cos \phi_2} (\phi_{U_2} - \phi_2) \quad [2.8]$$

- Aplicando finalmente las ecuaciones del método de las constantes auxiliares, conocidos los valores al final de línea, hallaremos la tensión y la intensidad al principio de la misma.

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} \end{cases} \quad \text{Recuérdese que} \quad \bar{V}_2 = \frac{\bar{U}_2}{\sqrt{3}} \quad [2.9]$$

- Conocidas la tensión y la intensidad al principio de línea, para hallar las restantes magnitudes en el inicio se procede de la forma siguiente:

$$\bar{I}_{VLÍNEA} = \bar{I}_{VFASE} \quad \bar{U}_{VLÍNEA} = \bar{V}_{VFASE} \cdot \sqrt{3} \quad \phi_1 = \phi_{U_1} - \phi_{I_1} \quad [2.10]$$

- Finalmente, se hallan las potencias al principio de línea:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_1 \quad Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_1$$

$$\bar{S}_1 = (P_1 + jQ_1) = \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* \cdot \sqrt{3} = |S_1|(\phi_1) \quad [2.11]$$

- Ya tenemos calculadas las seis magnitudes características al principio de línea, que detallamos a continuación a modo de resumen.

$$\left. \begin{matrix} P_2 \\ \phi_2 \\ \bar{U}_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} Q_2 \\ S_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow \bar{I}_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot U_2 \cdot \cos \phi_2} \angle \phi_{U_2} - \phi_2^\circ \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \\ \phi_1 \\ P_1 \\ Q_1 \\ \bar{S}_1 \end{matrix} \right\} \quad [2.12]$$

- Finalmente, solo queda comprobar la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento de la línea. Ahora ya disponemos de todos los parámetros necesarios para su cálculo:



$$\Delta u = \frac{U_1 - U_2}{U} \cdot 100 \quad \text{Valor relativo} \quad [2.13]$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P} \cdot 100 \quad \text{Valor relativo} \quad [2.14]$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 \quad [2.15]$$

- Recuérdese que no debe sobrepasarse el 10 % en la caída de tensión en toda la longitud de la línea ni el 3 % de la pérdida de potencia por cada 100 km de línea, y que el rendimiento, al depender de esta potencia, suele ser muy elevado.

2.2.2 Caso n.º 2. Conocidas las condiciones de funcionamiento en el principio de línea (P_1 , U_1 , ϕ_1 , \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} , \underline{D})

Si conocemos los valores de las magnitudes al principio de línea, el cálculo es inmediato a partir de cualquiera de los métodos estudiados en capítulos anteriores, aunque se vuelve a aplicar el método de las constantes auxiliares, que permite estudiar cualquier línea independientemente de su longitud. Como en el caso anterior, las letras \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} , \underline{D} significan los vectores que definen estas constantes auxiliares.

Conocidas las magnitudes anteriores, la forma de operar para hallar las condiciones al final de línea es la siguiente:

Conocidos P_1 , U_1 y ϕ_1 , resulta fácil calcular las otras tres magnitudes eléctricas que faltan para tener completamente definido un punto de la línea. Para ello, se aplica:

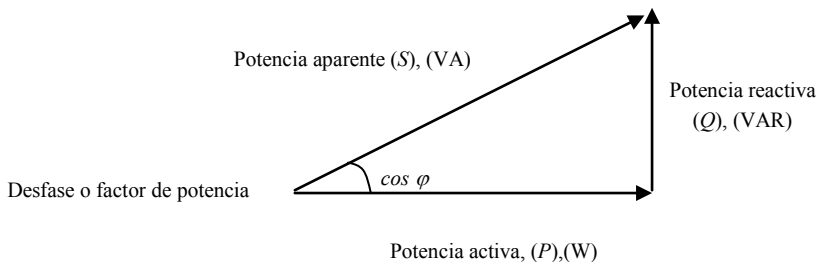


Fig. 2.2
Triángulo de potencias de un sistema eléctrico

$$P = S \cdot \cos \phi \quad Q = S \cdot \sin \phi \quad S = \frac{P}{\cos \phi} = \frac{Q}{\sin \phi} \quad Q = P \cdot \tan \phi \quad [2.16]$$

Y, recordando que las expresiones totales de las potencias, por ejemplo al principio de línea, son:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_1 \quad Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_1 \quad \bar{S}_1 = (P_1 + jQ_1) = \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1 \cdot \sqrt{3} = |S_1|(\phi_1) \quad [2.17]$$



Cabe recordar que el ángulo de la potencia aparente es el ángulo total, que también puede obtenerse mediante la expresión siguiente:

$$\phi_1 = \phi_{U_1} - \phi_{I_1} \quad [2.18]$$

- Gracias a la P_1 y a ϕ_1 , hallamos el resto de potencias, es decir S_1 y Q_1 .
- En este caso, ha de ser conocido no solo el módulo de la tensión al principio de línea, sino también su ángulo, ya que ahora este no puede considerarse nulo.
- La última magnitud que queda es la I_1 , que se obtiene mediante la expresión:

$$\bar{I}_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_1 \cdot \cos \phi_1} (\phi_{U_1} - \phi_1) \quad [2.19]$$

- Aplicando finalmente las ecuaciones del método de las constantes auxiliares, conocidos los valores al inicio de línea, hallamos la tensión y la intensidad al final de esta.

$$\begin{cases} \bar{V}_2 = \bar{V}_1 \cdot \bar{D} - \bar{I}_1 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot \bar{A} - \bar{V}_1 \cdot \bar{C} \end{cases} \quad \text{Recuérdese que } \bar{V}_1 = \frac{\bar{U}_1}{\sqrt{3}} \quad [2.20]$$

- Conocidas la tensión y la intensidad al final de línea, para hallar las restantes magnitudes se procede de la forma siguiente:

$$\bar{I}_{2LINEA} = \bar{I}_{2FASE} \quad \bar{U}_{2LINEA} = \bar{V}_{2FASE} \cdot \sqrt{3} \quad \phi_2 = \phi_{U_2} - \phi_{I_2} \quad [2.21]$$

- Finalmente, se hallan las potencias al final de línea:

$$\begin{aligned} P_2 &= U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2 & Q_2 &= U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sen \phi_2 \\ \bar{S}_2 &= (P_2 + jQ_2) = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = |S_2|(\phi_2) \end{aligned} \quad [2.22]$$

- Ya tenemos calculadas las seis magnitudes características al final de línea, que detallamos a continuación a modo de resumen.

$$\left. \begin{matrix} P_1 \\ \phi_1 \\ \bar{U}_1 \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} Q_1 \\ S_1 \end{matrix} \right\} \rightarrow \bar{I}_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_1 \cdot \cos \phi_1} \angle \phi_{U_1} - \phi_1^\circ \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \bar{V}_2 = \bar{V}_1 \cdot \bar{D} - \bar{I}_1 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot \bar{A} - \bar{V}_1 \cdot \bar{C} \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \bar{U}_2 \\ \bar{I}_2 \\ \phi_2 \\ P_2 \\ Q_2 \\ \bar{S}_2 \end{matrix} \right\} \quad [2.23]$$



- Finalmente, solo queda comprobar la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento de la línea. Ahora ya disponemos de todos los parámetros necesarios para su cálculo:

$$\Delta u = \frac{U_1 - U_2}{U} \cdot 100 \quad \text{Valor relativo} \quad [2.24]$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P} \cdot 100 \quad \text{Valor relativo} \quad [2.25]$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 \quad [2.26]$$

- Recuérdese que no ha de sobrepasarse el 10 % en la caída de tensión en toda la longitud de la línea ni el 3 % de la pérdida de potencia por cada 100 km de línea, y que el rendimiento, al depender de esta potencia, suele ser muy elevado.

2.2.3 Caso n.º 3. Conocidas las condiciones de funcionamiento de forma combinada (P_2 , U_1 , φ_2 , \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} , \underline{D})

El cálculo de las magnitudes eléctricas es, en este caso, más complejo, ya que hasta ahora conocíamos los parámetros necesarios (o como mínimo disponíamos de ellos) para definir completamente un punto de la línea (era posible determinar las seis magnitudes eléctricas). Sin embargo, ahora conocemos algunas magnitudes del principio de línea y algunas del final de la misma, por lo que resultan inoperantes las fórmulas utilizadas hasta el momento.

Vamos a desarrollar una fórmula que permita realizar este cálculo de forma rápida y directa, partiendo inicialmente de una línea corta (de longitud inferior a 80 km). Posteriormente, su cálculo se extenderá a líneas de cualquier longitud.

Se ha visto que la ecuación de la tensión en una línea corta es la correspondiente a un circuito formado por la impedancia en serie total de la línea:

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 - \bar{Z}_{LINEA} \cdot \bar{I}_{LINEA} \quad [2.27]$$

La impedancia de la línea está formada por una resistencia y una reactancia inductiva:

$$\bar{Z}_t = R_t + j \cdot X_t \quad [2.28]$$

Tomando la tensión de fase al final de línea como valor de referencia:

$$\bar{V}_2 = V_2 \angle 0^\circ \quad [2.29]$$

comprobamos que se cumple la igualdad siguiente:

$$\bar{I}_2 = \left(\frac{\bar{S}_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right)^* = \left(\frac{\sqrt{3} \cdot \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^*}{3 \cdot \bar{V}_2} \right)^* = \left(\frac{\sqrt{3} \cdot \bar{V}_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \bar{I}_2^*}{3 \cdot \bar{V}_2} \right)^* = (\bar{I}_2^*)^* = \bar{I}_2 \quad [2.30]$$



Y, finalmente, la potencia aparente conjugada (signo del asterisco) puede expresarse también como:

$$\bar{S}_2^* = P_2 - j \cdot Q_2 \quad [2.31]$$

Estamos ya en condiciones de empezar a calcular la expresión buscada. La tensión al principio de línea está definida por:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 + \bar{Z}_l \cdot \bar{I}_2 = \bar{V}_2 + (R_l + jX_l) \left(\frac{\bar{S}_2^*}{3\bar{V}_2} \right) = \\ \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 + (R_l + jX_l) \left(\frac{P_2 + jQ_2}{3\bar{V}_2} \right)^* = \bar{V}_2 + (R_l + jX_l) \left(\frac{P_2 - jQ_2}{3\bar{V}_2} \right) \end{aligned} \quad [2.32]$$

El cambio de signo de las potencias es debido a que estaban conjugadas (signo del asterisco).

A partir de ahora, designamos la resistencia y la reactancia inductiva de la línea simplemente R y X. Si se separan las partes reales y las imaginarias de la ecuación anterior, se obtiene:

$$\bar{V}_1 = \left(\bar{V}_2 + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right) + j \cdot \left(\frac{X \cdot P_2 - R \cdot Q_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right) \quad [2.33]$$

Convirtiendo las tensiones de fase en tensiones de línea y dividiendo todos los términos por $\sqrt{3}$, resulta la ecuación siguiente:

$$\frac{\bar{U}_1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \left(\frac{\bar{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{3 \cdot \bar{U}_2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) + j \cdot \left(\frac{X \cdot P_2 - R \cdot Q_2}{3 \cdot \bar{U}_2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) \quad [2.34]$$

Simplificando, obtenemos la ecuación que nos permitirá deducir tanto la caída de tensión aproximada de una línea como la fórmula para obtener, dadas las condiciones consideradas, la tensión al final de la misma.

$$\bar{U}_1 = \left(\bar{U}_2 + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{\bar{U}_2} \right) + j \cdot \left(\frac{X \cdot P_2 - R \cdot Q_2}{\bar{U}_2} \right) \quad [2.35]$$

Si se multiplican ambos lados de esta ecuación por su conjugado complejo, y considerando que la tensión en el extremo final de línea es un vector sin ángulo de desfase (con 0°), que es posible asimilar a un escalar, tenemos:

$$\bar{U}_1 \cdot \bar{U}_1^* = [(A + j \cdot B) \cdot (A - j \cdot B)] = [A^2 - j \cdot A \cdot B + j \cdot A \cdot B + B^2] = A^2 + B^2 \quad [2.36]$$

que, en nuestro caso, representa:



$$U_1^2 = \left[U_2^2 + \left(\frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{U_2} \right)^2 + 2 \cdot \left(U_2 \cdot \frac{(R \cdot P_2 + X \cdot Q_2)}{U_2} \right) \right] + \left[\frac{(P_2 \cdot X)^2 + (Q_2 \cdot R)^2 - 2 \cdot P_2 \cdot X \cdot Q_2 \cdot R}{U_2^2} \right] \quad [2.37]$$

Operando y eliminando los términos comunes:

$$U_1^2 = \left[U_2^2 + \frac{(R \cdot P_2)^2 + (X \cdot Q_2)^2 + 2 \cdot (R \cdot P_2 \cdot X \cdot Q_2)}{U_2^2} + 2 \cdot (R \cdot P_2 + X \cdot Q_2) + \frac{(P_2 \cdot X)^2 + (Q_2 \cdot R)^2 - 2 \cdot P_2 \cdot X \cdot Q_2 \cdot R}{U_2^2} \right] \quad [2.38]$$

Agrupando términos, obtenemos:

$$U_1^2 = U_2^2 + 2 \cdot (R \cdot P_2 + X \cdot Q_2) + \frac{(R \cdot P_2)^2 + (X \cdot Q_2)^2 + (X \cdot P_2)^2 + (R \cdot Q_2)^2}{U_2^2} \quad [2.39]$$

y, recordando que

$$\left(|\bar{S}| \cdot |\bar{Z}| \right)^2 = |\bar{S}|^2 \cdot |\bar{Z}|^2 = (P^2 + Q^2) \cdot (R^2 + X^2) = (PR)^2 + (PX)^2 + (QR)^2 + (QX)^2 \quad [2.40]$$

nos queda la expresión siguiente:

$$U_1^2 = U_2^2 + \frac{(Z \cdot S_2)^2}{U_2^2} + 2 \cdot (R \cdot P_2 + X \cdot Q_2) \quad [2.41]$$

siendo Z y S_2 los módulos respectivos de la impedancia de línea y de la potencia aparente del final de línea,

de donde se obtiene la ecuación siguiente para líneas cortas:

$$\boxed{U_2^4 + 2 \cdot [(R \cdot P_2 + X \cdot Q_2) - U_1^2] \cdot U_2^2 + (Z \cdot S_2)^2 = 0} \quad [2.42]$$

En esta ecuación, todos los términos son conocidos, excepto la tensión al final de línea (U_2), por lo que esta puede obtenerse fácilmente. Las unidades empleadas son:

- las tensiones, en kV
- las potencias, en MW, MVAR, o MVA
- las resistencias, las reactancias o las impedancias, en Ω



Como se ha podido observar en la demostración de la fórmula, en ella solo se opera con los módulos de los vectores. Por tanto, el valor de la tensión al final de línea obtenido también será un módulo del cual no conocemos el ángulo, aunque puede asignársele (al ser la tensión al final de línea) un ángulo de 0° , con lo cual el vector estará perfectamente definido.

La generalización de esta ecuación para cualquier tipo de línea es inmediata. A partir de la ecuación de la tensión al principio de línea para líneas cortas, tenemos:

$$\bar{V}_1 \equiv \bar{V}_2 + \bar{Z} \cdot \bar{I}_2 \quad [2.43]$$

Si la comparamos con la misma ecuación, pero dada para líneas largas (método de las constantes auxiliares):

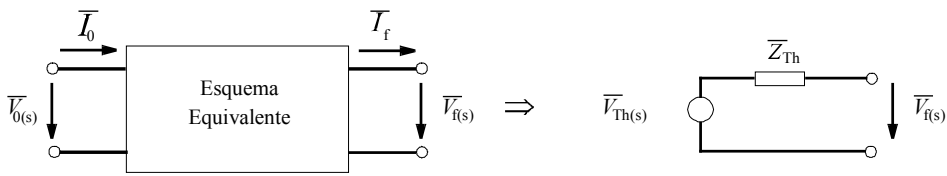
$$\bar{V}_1 = \bar{A} \cdot \bar{V}_2 + \bar{B} \cdot \bar{I}_2 \quad [2.44]$$

se obtiene:

$$\frac{\bar{V}_1}{\bar{A}} = \bar{V}_2 + \frac{\bar{B}}{\bar{A}} \cdot \bar{I}_2 \quad [2.45]$$

que no es más que la expresión de la ecuación de la tensión en el circuito equivalente de Thévenin de la línea, visto desde el extremo receptor, que podemos anotar de la forma siguiente:

Fig 2.3
Equivalente de
Thévenin de una
línea, visto desde
el extremo receptor



donde:

$$\bar{V}_{1Th} = \bar{V}_2 + \bar{Z}_{Th} \cdot \bar{I}_2 \quad [2.46]$$

siendo:

$$\bar{U}_{1Th} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{A}} \quad \text{Y} \quad \bar{Z}_{Th} = \frac{\bar{B}}{\bar{A}} = (R_{Th} + jX_{Th}) \quad [2.47]$$

Teniendo en cuenta este resultado, el cálculo de la tensión al final de línea puede realizarse a partir de la ecuación final obtenida para líneas cortas, simplemente sustituyendo estos últimos términos:

$$U_2^4 + [2 \cdot (R_{Th} \cdot P_2 + X_{Th} \cdot Q_2) - U_{1Th}^2] \cdot U_2^2 + (Z_{Th} \cdot S_2)^2 = 0 \quad [2.48]$$

Esta es la ecuación que permite obtener, para cualquier longitud, la tensión compuesta o tensión de línea, al final de la misma, conocidos todos los restantes parámetros.

Como en el caso de las líneas cortas, las unidades empleadas son:

- las tensiones, en kV
- las potencias, en MW, MVAR o MVA
- las resistencias, las reactancias o las impedancias, en Ω

También en este caso el valor de la tensión obtenida al final de línea es un módulo, del cual no conocemos el ángulo, aunque puede asignársele (al ser la tensión al final de línea) un ángulo de 0° , con lo cual el vector estará perfectamente definido.

Con estos requisitos, el problema se convierte en el resuelto para el caso n.º 1, pues ahora conocemos $\bar{U}_1, \bar{U}_2, P_2, \phi_2$. Es decir, a modo de resumen:

$$\left. \begin{array}{l} P_2 \\ \phi_2 \\ \bar{U}_2 = U_2 \angle 0^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Q_2 \\ \bar{S}_2 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \\ \phi_1 \\ P_1 \\ Q_1 \\ \bar{S}_1 \end{array} \right. \quad [2.49]$$

Con estos parámetros, es posible hallar la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta v = \frac{U_1 - U_2}{U_1} \cdot 100 \\ \Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} \cdot 100 \\ \eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 \end{array} \right. \quad [2.50]$$

Recuérdese también, en este caso, que no ha de sobrepasarse el 10 % en la caída de tensión en toda la longitud de la línea, ni el 3 % de la pérdida de potencia por cada 100 km de línea, y que el rendimiento, al depender de esta potencia, suele ser muy elevado.

Si, en lugar de los parámetros del circuito equivalente de Thévenin, se desea obtener la tensión final de línea utilizando la tensión real en el origen de línea y las constantes auxiliares de transmisión, la ecuación a resolver tendrá la expresión siguiente:

$$U_2^4 + \left(2 \cdot \operatorname{Re} \left[\frac{\bar{B}}{\bar{A}} \cdot \bar{S}_2^* \right] - \left| \frac{\bar{U}_1}{\bar{A}} \right|^2 \right) \cdot U_2^2 + \left| \frac{\bar{B}}{\bar{A}} \right|^2 \cdot S_2^2 = 0 \quad [2.51]$$



Una vez hallada la tensión al final de línea, se procederá del mismo modo que se ha seguido en el caso anterior para el equivalente de Thévenin.

2.3 Cálculo aproximado de la caída de tensión en una línea corta

Como se ha visto en el apartado anterior, utilizando las notaciones siguientes:

$$- \text{ Tensión al final de línea: } \bar{V}_2 = V_2 \cdot (1 + 0 \cdot j) \quad [2.52]$$

$$- \text{ Impedancia en serie total por fase: } \bar{Z}_t = (R_t + j \cdot X_t) \quad [2.53]$$

$$- \text{ Demanda de potencia aparente de línea: } \bar{S}_2 = (P_2 + j \cdot Q_2). \quad [2.54]$$

y sustituyendo la expresión de la intensidad de corriente por fase:

$$\bar{I}_2 = \left(\frac{\bar{S}_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right)^* = \frac{P_2 - j \cdot Q_2}{3 \cdot V_2} \quad [2.55]$$

en la ecuación de la línea corta:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z}_L \cdot \bar{I}_L \quad [2.56]$$

resulta la expresión siguiente para la tensión inicial:

$$\bar{V}_1 = \left(\bar{V}_2 + \frac{R_t \cdot P_2 + X_t \cdot Q_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right) + j \cdot \left(\frac{X_t \cdot P_2 - R_t \cdot Q_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right) \quad [2.57]$$

Pasando las tensiones de fase (simples) a tensiones de línea y dividiendo cada término por $\sqrt{3}$, se obtiene la expresión ya conocida del apartado anterior:

$$\bar{U}_1 = \left(\bar{U}_2 + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{\bar{U}_2} \right) + j \cdot \left(\frac{X \cdot P_2 - R \cdot Q_2}{\bar{U}_2} \right) \quad [2.58]$$

El módulo de la tensión de línea en el origen se puede obtener a partir de la expresión siguiente:

$$|U_1| = \sqrt{\left(U_2 + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{U_2} \right)^2 + \left(\frac{X \cdot P_2 - R \cdot Q_2}{U_2} \right)^2} = \left(U_2 + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{U_2} \right) \quad [2.59]$$

Considerando que $\bar{U}_2 = U_2 \angle 0^\circ = U_2$ y que la aportación de la parte imaginaria, cuando las condiciones de operación son normales, suele ser muy pequeña o despreciable, el módulo de la tensión en el origen de línea puede obtenerse, de forma aproximada, mediante la expresión anterior.



Si se define la caída de tensión, de forma relativa o en tanto por ciento, como la diferencia de tensiones entre el origen y el final de la línea, referidas a la tensión al final de la línea, tenemos:

$$\Delta v = \frac{U_1 - U_2}{U_2} \cdot 100 \quad [2.60]$$

Este valor puede aproximarse, mediante las fórmulas obtenidas, a la expresión siguiente:

$$\Delta v = \frac{U_2 + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{U_2} - U_2}{U_2} \cdot 100 = \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{U_2^2} \cdot 100 \quad [2.61]$$

Esta expresión resulta muy útil, ya que no solo permite obtener de forma rápida la caída de tensión, sino que también sirve para introducir los distintos métodos de regulación de la tensión.

Se comprueba que el signo de la caída de tensión depende del signo que tenga el término del numerador (ya que el denominador está al cuadrado). Si analizamos esta expresión, podemos extraer algunas conclusiones importantes:

- La caída de tensión en una línea corta es positiva siempre que el factor de potencia de la demanda de potencia es inductivo, es decir, que el término $Q_2 > 0$.
- Una caída de tensión negativa o nula solo puede obtenerse si la potencia reactiva al final de línea es de signo negativo, es decir, capacitiva ($Q_2 < 0$).
- Incluso con una carga capacitiva, la caída de tensión puede ser positiva; basta con que se cumpla la desigualdad siguiente:

$$|R_i \cdot P_2| > |X_i \cdot Q_2| \quad [2.62]$$

2.4 Flujo de potencia en una línea eléctrica

De las ecuaciones de transmisión de energía de una línea aérea, pueden deducirse las relaciones existentes entre las tensiones y los flujos de potencia en los extremos de la misma.

Estas relaciones son importantes, ya que permiten calcular las tensiones compuestas al principio y al final de línea para diversos supuestos de parámetros conocidos. Si sabemos calcular las tensiones compuestas en los extremos de la línea, en sus más diversas condiciones de operación, entonces ¿por qué no expresar las potencias en función de estas tensiones, siempre conocidas?



Ya sabemos, de apartados anteriores, que las ecuaciones generales de una línea, expresadas por el método de las constantes auxiliares, responden a las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{A} \cdot \bar{V}_2 + \bar{B} \cdot \bar{I}_2 \\ \bar{I}_1 &= \bar{C} \cdot \bar{V}_2 + \bar{D} \cdot \bar{I}_2\end{aligned}\quad [2.63]$$

Estas expresiones eran válidas para cualquier longitud. De la primera expresión, puede despejarse la intensidad de corriente en el final de línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{A} \cdot \bar{V}_2 + \bar{B} \cdot \bar{I}_2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_1 - \bar{A} \cdot \bar{V}_2}{\bar{B}}}\quad [2.64]$$

Mientras que de la segunda expresión se obtiene:

$$\bar{I}_1 = \bar{C} \cdot \bar{V}_2 + \bar{D} \cdot \bar{I}_2 = \bar{C} \cdot \bar{V}_2 + \frac{\bar{D} \cdot \bar{V}_1 - \bar{D} \cdot \bar{A} \cdot \bar{V}_2}{\bar{B}} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{D}}{\bar{B}} - \bar{V}_2 \cdot \left(\frac{\bar{D} \cdot \bar{A}}{\bar{B}} - \bar{C} \right) \quad [2.65]$$

Recordemos que una de las tres comprobaciones para conocer la bondad de los resultados del método de las constantes auxiliares es:

$$\bar{D} \cdot \bar{A} - \bar{B} \cdot \bar{C} = (1 + j0) \quad [2.66]$$

y nos permitirá resolver:

$$\frac{\bar{D} \cdot \bar{A} - \bar{B} \cdot \bar{C}}{\bar{B}} = \frac{1}{\bar{B}} \quad [2.67]$$

Y la expresión [2.65] quedará de la forma siguiente:

$$\bar{I}_1 = \bar{C} \cdot \bar{V}_2 + \bar{D} \cdot \left(\frac{\bar{V}_1 - \bar{A} \cdot \bar{V}_2}{\bar{B}} \right) = \frac{\bar{D}}{\bar{B}} \cdot \bar{V}_1 - \frac{1}{\bar{B}} \cdot \bar{V}_2 \quad [2.68]$$

2.4.1 Flujo de potencia al inicio de una línea eléctrica en función de sus tensiones terminales

Utilizando las dos relaciones anteriores [2.64 y 2.68], puede obtenerse una expresión de la potencia en el inicio de línea en función de las tensiones en sus dos extremos. Para ello, recuérdese que la potencia de línea es tres veces la potencia de fase:

$$\begin{aligned}\bar{S}_{\text{LÍNEA}} &= 3 \cdot \bar{S}_{\text{FASE}} = 3 \cdot \bar{V}_1 \cdot \bar{I}_1^* = 3 \cdot \left(\frac{\bar{V}_1 \cdot \bar{V}_1^* \cdot \bar{D}^*}{\bar{B}^*} - \frac{\bar{V}_1 \cdot \bar{V}_2^*}{\bar{B}^*} \right) = \\ &= 3 \cdot \left(\frac{V_1^2 \cdot D}{B} \angle \alpha_B - \alpha_D - \frac{V_1 \cdot V_2}{B} \angle \alpha_B + \delta_1 \right)\end{aligned}\quad [2.69]$$



Para realizar el último paso, se ha considerado que

$$\bar{V}_2 = V_2 \angle 0^\circ \quad \text{y} \quad \bar{V}_1 = V_1 \angle \delta_1 \quad [2.70]$$

Pasando las tensiones de fase a tensiones de línea, obtenemos:

$$\bar{S}_{1LINEA} = 3 \cdot \bar{S}_{1FASE} = \left(\frac{U_1^2 \cdot D}{B} \angle \alpha_B - \alpha_D - \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \angle \alpha_B + \delta_1 \right) \quad [2.71]$$

Asimismo, las potencias activa y reactiva al principio de línea son:

$$P_1 = \bar{S}_1 \cdot \cos \phi = \frac{U_1^2 \cdot D}{B} \cos(\alpha_B - \alpha_D) - \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \cos(\alpha_B + \delta_1) \quad [2.72]$$

$$Q_1 = \bar{S}_1 \cdot \text{sen} \phi = \frac{U_1^2 \cdot D}{B} \text{sen}(\alpha_B - \alpha_D) - \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \text{sen}(\alpha_B + \delta_1) \quad [2.73]$$

2.4.2 Flujo de potencia al final de una línea eléctrica en función de sus tensiones terminales

Utilizando nuevamente las dos relaciones anteriores [2.64 y 2.68] de las intensidades en función de las tensiones, obtenemos ahora una expresión de la potencia al final de la línea en función de las tensiones en sus dos extremos. Para ello, recuérdese que la potencia de línea es tres veces la potencia de fase:

$$\begin{aligned} \bar{S}_{2LINEA} &= 3 \cdot \bar{S}_{2FASE} = 3 \cdot \bar{V}_2 \cdot \bar{I}_2^* = 3 \cdot \left(\frac{\bar{V}_2 \cdot \bar{V}_1^*}{B^*} - \frac{\bar{V}_2 \cdot \bar{V}_2^* \cdot \bar{A}^*}{B^*} \right) = \\ &= 3 \cdot \left(\frac{V_1 \cdot V_2}{B} \angle \alpha_B - \delta_1 - \frac{V_2^2 \cdot A}{B} \angle \alpha_B - \alpha_A \right) \end{aligned} \quad [2.74]$$

Para realizar el último paso, se ha considerando que

$$\bar{V}_2 = V_2 \angle 0^\circ \quad \text{y} \quad \bar{V}_1 = V_1 \angle \delta_1 \quad [2.75]$$

Si en lugar de expresar la potencia en función de las tensiones de fase, se emplean las tensiones compuestas o de línea, tenemos:

$$\bar{S}_{2LINEA} = 3 \cdot \bar{S}_{2FASE} = \left(\frac{U_1 \cdot U_2}{B} \angle \alpha_B - \delta_1 - \frac{U_2^2 \cdot A}{B} \angle \alpha_B - \alpha_A \right) \quad [2.76]$$

La deducción de las potencias activa y reactiva al final de línea es ahora inmediata:

$$P_2 = \bar{S}_2 \cdot \cos \phi = \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \cos(\alpha_B - \delta_1) - \frac{U_2^2 \cdot A}{B} \cos(\alpha_B - \alpha_A) \quad [2.77]$$



$$Q_2 = \bar{S}_2 \cdot \text{sen}\phi = \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \text{sen}(\alpha_{\bar{B}} - \delta_1) - \frac{U_2^2 \cdot A}{B} \text{sen}(\alpha_{\bar{B}} - \alpha_{\bar{A}}) \quad [2.78]$$

Los resultados así obtenidos son de aplicación general y, por tanto, válidos para cualquier línea eléctrica independientemente de su longitud, ya que han sido obtenidos a partir del método exacto de las constantes auxiliares.

2.4.3 Conclusiones a las fórmulas del flujo de potencia en función de las tensiones terminales

Las fórmulas halladas en el apartado anterior permiten, con solo conocer las tensiones terminales y las constantes auxiliares de la línea, obtener sus flujos de potencia, tanto al principio como al final de la línea.

Pero estas ecuaciones también permiten obtener unas conclusiones interesantes, que nos ayudan a comprender mejor el funcionamiento de las líneas de transporte de energía eléctrica:

- Si se mantienen constantes los valores de las tensiones en los dos extremos de una línea, la máxima potencia activa que puede atenderse en su extremo receptor será aquella para la que se cumpla:

$$\delta_1 = \alpha_{\bar{B}} \quad \text{Por tanto,} \quad \cos(\alpha_{\bar{B}} - \delta_1) = \cos 0^\circ = 1 \quad [2.79]$$

Recuérdese que δ_1 es el ángulo formado por las dos tensiones (la inicial de la línea y la del final de la misma). Este ángulo es el único parámetro variable, ya que el resto de parámetros corresponden a los ángulos de las constantes auxiliares que son fijos, a menos que modifiquemos la línea.

Ahora la expresión de esta potencia máxima viene dada por la ecuación:

$$P_{2MAX} = \frac{U_2 \cdot U_1}{B} - \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \cos(\alpha_{\bar{B}} - \alpha_{\bar{A}}) \quad [2.80]$$

Esta es la máxima potencia exacta que puede ser recibida al final de la línea.

- Si consideramos que el sistema se comporta como una línea corta (aproximación del caso anterior) y se desprecia el efecto de la admitancia transversal de la línea, suponiendo que esta tiene un comportamiento ideal (no disipa potencia), entonces las constantes auxiliares valdrán:

$$\bar{A} = (1 + j0) \quad \bar{B} \approx \bar{Z}_L = (R_L + jX_L) \approx X_L \quad \bar{C} = 0 \quad \bar{D} = (1 + j0) \quad [2.81]$$

La fórmula de la potencia será:

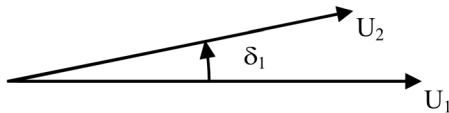
$$\begin{aligned} P_2 &= \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \cos(\alpha_{\bar{B}} - \delta_1) - \frac{U_2^2 \cdot A}{B} \cos(\alpha_{\bar{B}} - \alpha_{\bar{A}}) = \\ &= \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L} \cos(90^\circ - \delta_1) - \frac{U_2^2 \cdot 1}{X_L} \cos(90^\circ - 0^\circ) = \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L} \text{sen}\delta_1 \end{aligned} \quad [2.82]$$



Esta potencia es máxima cuando del ángulo $\delta_1 = 90^\circ$; entonces, el $\text{sen}90^\circ = 1$, es decir:

$$P_{2MAX} = \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L} \cdot \text{sen}(\delta_1) = \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L} \quad [2.83]$$

Según estos resultados, la condición necesaria y suficiente para que el flujo de potencia activa vaya en un sentido determinado (aquí se ha considerado del extremo "origen" al extremo "final") es que ($\text{sen} \delta_1$) sea positivo o, dicho de otra forma, que la tensión en el extremo emisor vaya adelantada con respecto a la tensión en el extremo receptor. Obsérvese que no es necesario que el módulo de U_1 sea más grande que el módulo de U_2 .



$$\delta_1 = (\phi_{U_1} - \phi_{U_2}) \quad [2.84]$$

Fig. 2.4
Ángulo (δ_1),
que relaciona
las tensiones
inicial y final
de línea

Este es un resultado muy importante, ya que determina que es suficiente que se cumpla la condición de que el ángulo (δ_1) vaya en aumento a medida que nos acerquemos al origen de la línea para que δ_1 y $\text{sen} \delta_1$ sean positivos y, por tanto, para que la potencia fluya de forma normal desde el origen hasta el final de línea.

Si, por el contrario, aunque la tensión al principio de la línea sea mayor (en módulo) que al final de la misma, si el ángulo va decreciendo a medida que avanzamos hacia el principio de línea, la potencia fluirá desde el final de la línea hacia el principio de la misma.

Este resultado es válido en cualquier red o sistema cuyo circuito equivalente sea una reactancia inductiva. Uno de estos circuitos es el que corresponde a una máquina síncrona de rotor liso, en que se desprecia el efecto de la resistencia de los circuitos del estátor frente al valor elevado que adopta la reactancia inductiva.

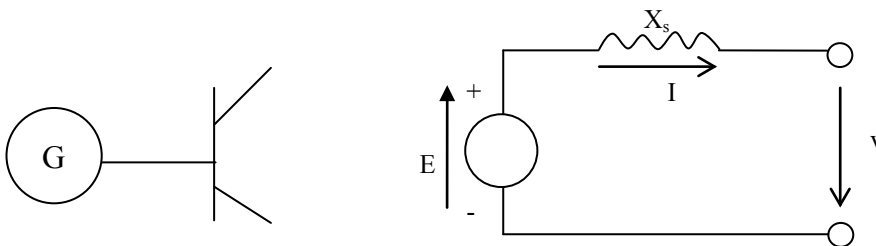


Fig. 2.5
Circuito
equivalente
de una
máquina
síncrona

Según el resultado anterior, la máquina funciona como generador, es decir, el flujo de potencia activa va hacia la red (de E a V) cuando el vector de f.e.m. interna (E) está adelantado con respecto a la tensión terminal en la máquina. Inversamente, la máquina síncrona funciona como motor y el flujo de potencia activa va desde la red hacia la f.e.m. (generador) si es la tensión terminal en la máquina la que se encuentra adelantada. Nótese que no se especifican para nada los valores de los módulos de las tensiones.

Otra conclusión interesante es la que permite obtener el límite de potencia máxima que puede atender una línea. Este límite, según la expresión definida anteriormente, es



directamente proporcional al producto de las tensiones terminales e inversamente proporcional a la reactancia total de la línea; de aquí se deducen inmediatamente dos formas de aumentar la potencia de transporte de una línea eléctrica:

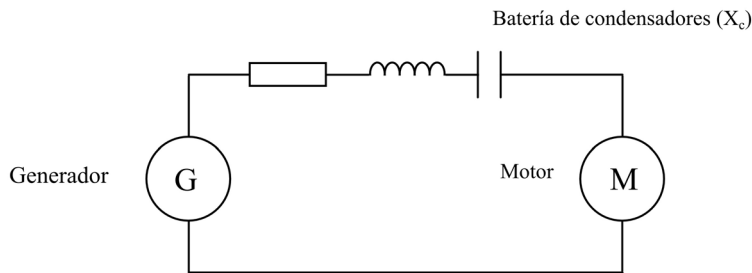
- Aumentando el nivel de tensión de la línea. La potencia, en este caso, aumenta con el cuadrado de la tensión.
- Disminuyendo la reactancia equivalente entre los dos extremos terminales de la línea. Esto puede conseguirse, por ejemplo, insertando un banco de condensadores en serie con la línea, de forma que:

$$P_{2MAX} = \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L} \cdot \text{sen}(\delta_1) = \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L - X_C} = \frac{U^2}{(X_L - X_C)} \quad [2.85]$$

siendo U el nivel de tensión de la línea y X_C la reactancia por fase del banco de condensadores.

Teóricamente, según la fórmula anterior, se podría conseguir (incluyendo tantos condensadores que eliminaran la reactancia de la bobina) que el denominador fuera cero y, por tanto, que la potencia activa resultara infinita. Esto no es posible, ya que no debe olvidarse que la ecuación anterior es una aproximación de la real. En aquella (fórmula 2.80), no se despreciaba el efecto óhmico y, por tanto, el denominador incluía una resistencia que nunca sería nula.

Fig. 2.6
Inclusión de una
batería de
condensadores en
serie con la línea



- Sin la batería de condensadores: $\bar{Z} = (R_L + jX_L)$ [2.86]

- Con la batería de condensadores: $\bar{Z}^* = (R_L + jX_L - X_C)$ [2.87]

- En general, se cumple: $\bar{Z} > \bar{Z}^*$ [2.88]

2.5 Regulación de la tensión en líneas eléctricas

Hasta ahora hemos visto cómo calcular y cuantificar la caída de tensión. Se han introducido ecuaciones que permiten su cálculo de formas muy diversas, y en distintos regímenes de funcionamiento, pero poco se ha hablado de los métodos existentes para eliminar su efecto o, como mínimo, reducirlo a valores despreciables, aunque siempre dentro de los márgenes establecidos por la ley.



Normalmente, la caída de tensión suele significar una pérdida de potencial en los receptores, aunque no siempre es así. Por ello, es posible encontrarnos al menos con dos casos, dependiendo del signo que adquiera la caída de tensión:

- Una caída de tensión muy elevada y positiva es debida, generalmente, a un exceso en la demanda de potencia; en este caso, es necesario tomar alguna medida que evite una tensión muy baja, ya que esto puede provocar problemas en los receptores. Así, por ejemplo, el par de arranque de un motor es proporcional al cuadrado de la tensión de alimentación; si ésta es muy baja, en determinadas condiciones, el motor puede no arrancar.
- En líneas muy largas, en que el efecto de la capacidad es importante (efecto Ferranti), puede originarse una caída de tensión negativa, es decir, la tensión al final de la línea puede elevarse por encima del valor nominal; dependiendo del nivel alcanzado, esta tensión puede llegar a ser peligrosa. El nivel de tensión en los nudos de una red de potencia es una medida de la calidad del servicio.

Aunque una caída de tensión superior al margen tolerable puede darse en cualquier línea, la introducción de los métodos de regulación de tensión se realiza analizando primero la fórmula de la caída de tensión en una línea corta, y posteriormente se amplían los conceptos a no importa qué tipo de línea. Pero, por el momento, con objeto de no enmascarar los fenómenos más importantes de los cuales depende la caída de tensión, emplearemos la fórmula aproximada dada para las líneas cortas, que, como se ha visto, puede expresarse mediante la ecuación siguiente:

$$\Delta u = \frac{R_L \cdot P_2 + X_L \cdot Q_2}{U_2^2} 100 \quad [2.89]$$

Si se acepta que la demanda de potencia dispone de un factor de potencia inductivo (lo que ocurre en casi todos los casos), la caída de tensión siempre es positiva; de esta expresión se deduce que existen al menos tres métodos diferentes para reducir la caída de tensión:

- Elevar el nivel de tensión en la línea. Si esta atiende o está previsto que atienda una demanda de potencia muy grande, puede ser conveniente elevar su tensión nominal, con lo que se elevará el denominador de la expresión anterior y se reducirá la caída de tensión.
- Compensar la potencia reactiva. Disponiendo en paralelo con la carga un banco de condensadores que contrarreste el efecto de las bobinas, el término de la potencia reactiva total disminuirá en el final de línea (Q_2) y también la caída de tensión.
- Compensar la reactancia de la línea mediante un banco de condensadores en serie. Si disminuimos el término (X_L) la caída de tensión también disminuirá.

Nunca se regula la caída de tensión actuando sobre la resistencia o la potencia activa total.

- Sobre la resistencia no se actúa, ya que solo es posible modificarla cambiando los cables que transportan el fluido eléctrico o disminuyendo su temperatura. Como cualquiera de estos métodos resulta extremadamente caro, no suele ponerse en práctica.



- La potencia tampoco suele modificarse, ya que esta es precisamente una magnitud que debe mantenerse constante para cubrir en cada momento las necesidades de los receptores (es uno de los factores de calidad).

Si la caída de tensión es negativa (caso muy poco frecuente, con la excepción de las líneas largas que funcionan en vacío), los métodos a aplicar son los siguientes:

- Elevar el nivel de tensión en la línea. Si esta atiende o está previsto que atienda una demanda de potencia muy grande, puede ser conveniente elevar su tensión nominal, con lo cual se elevará el denominador de la expresión anterior y se reducirá la caída de tensión. Conviene aclarar que esto último es válido si la línea es corta y el efecto de su capacidad transversal, despreciable.
- Compensar la potencia reactiva. La compensación se debe realizar mediante reactancias inductivas en lugar de condensadores, ya que una caída de tensión negativa solo puede originarse con una carga capacitiva. Por tanto, se dispondrá en paralelo con la carga un banco de bobinas que contrarreste el efecto de los condensadores, disminuyendo el término de la potencia reactiva total al final de la línea (Q_2).

Además de los métodos mencionados, existen otros sistemas que aumentan sustancialmente el número de opciones. En los apartados siguientes, se dará la clasificación de los distintos métodos y se comentarán algunas de sus ventajas e inconvenientes.

2.5.1 Métodos para regular la tensión de una línea eléctrica

Los métodos de regulación de la tensión mencionados en el apartado anterior pueden clasificarse en dos grandes grupos, dependiendo de si la regulación de la tensión se realiza sin compensar de carga o, por el contrario, si esta regulación se realiza actuando sobre la carga.

2.5.1.1 Métodos para regular la tensión sin compensar la carga

Si no se actúa sobre la carga, existen al menos tres métodos para regular la tensión.

Control del nivel de tensión

La tensión en el extremo receptor de una línea aérea puede regularse mediante el control de la tensión en origen. Un ejemplo de este tipo de regulación es una central de la cual parte una línea en antena; el control de la tensión en bornes del generador permitiría regular la tensión en el extremo receptor de la línea. Este método es poco eficaz, ya que no existe proporcionalidad entre la variación de tensión en el origen y la variación de tensión en el final del sistema. Aparte, resulta imprescindible disponer de líneas en antena, por lo que no puede aplicarse en instalaciones con líneas en malla, ya que en estas últimas una elevación de la tensión en el origen representaría una elevación de la tensión en todos los receptores (conexión en malla), tanto de los que necesitan esta elevación como de los que ya están bien alimentados.

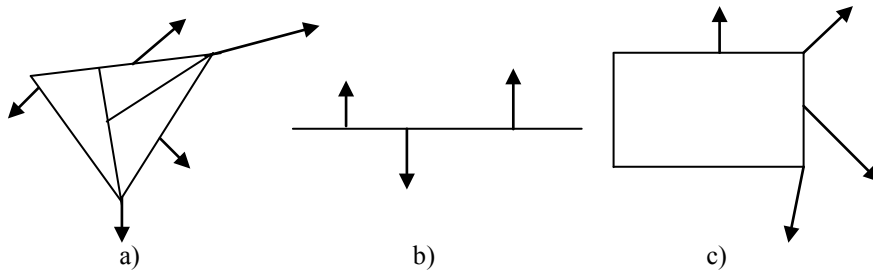


Fig. 2.7
Estructura: a) en
malla, b) en
antena y c) en
anillo

Otra alternativa más eficaz consiste en elevar el nivel de la tensión nominal de la línea (es decir, al final de la misma). Esta opción solo es aconsejable si se prevé un aumento sustancial de la demanda de potencia. El principal inconveniente de este método es el coste económico que representa la instalación de una fuente generadora adicional o de la infraestructura de una línea adicional para alimentar el receptor, aparte del sistema de control automático de potencia.

Empleo de transformadores y autotransformadores con regulación de la relación de transformación

Es una opción que se utiliza con frecuencia, ya que permite, además de regular el nivel de tensión, controlar los flujos de potencia activa, reactiva y aparente, así como la intensidad que circula por la línea. En realidad, ambos parámetros, nivel de tensión y flujo de potencia activa, están estrechamente unidos en el funcionamiento de una red de potencia.

Compensación mediante condensadores colocados en serie con la línea

Las líneas aéreas introducen efectos inductivos importantes, que provocan un aumento de la impedancia de las líneas y la consiguiente caída de tensión. La inclusión de una o varias baterías de condensadores en serie con la línea aérea reduce la reactancia inductiva total y permite reducir la caída de tensión. Esta opción permite, además, una aplicación adicional, como ya se ha visto en la sección anterior: aumentar el flujo de potencia activa al máximo.

$$P_{2MAX} = \frac{U^2}{(X_L - X_C)} \quad [2.90]$$

Si colocamos una batería de condensadores con una X_C que haga disminuir la X_L existente, el denominador de la fórmula anterior es menor, por lo que aumenta el valor de la potencia.

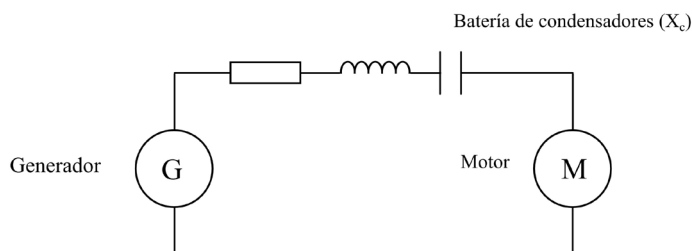


Fig. 2.8
Condensadores
colocados en serie
para compensar la
reactancia inductiva
de una línea



- Sin compensar, tenemos: $X_L = X_{BOBINA}$
- Compensando con los condensadores: $X_L^* = X_{BOBINA} - X_{CONDENSADOR}$
- Así pues, se cumple $X_L > X_L^*$, la caída de tensión disminuye y la potencia aumenta.

Pese a sus ventajas, esta opción solo se utiliza en líneas muy largas, debido a diversos problemas que surgen en su uso. Por otra parte, tiene un efecto colateral muy peligroso: una línea compensada en serie mediante un banco de condensadores y alimentada desde una central térmica o nuclear (centrales difíciles de regular) puede originar, en caso de perturbación o variación de la frecuencia, resonancia subsíncrona en el eje mecánico de algún generador de la central, lo que provoca esfuerzos tan elevados que pueden terminar provocando su ruptura.

2.5.1.2 Métodos para regular la tensión compensando la carga

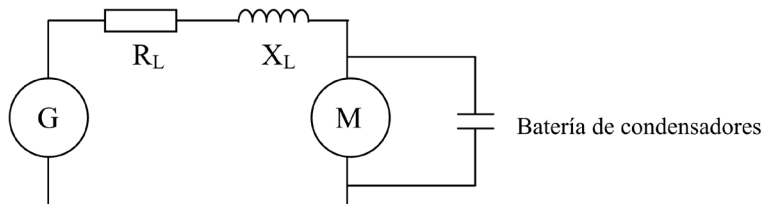
En este caso, se incide directamente sobre la carga, compensándola de forma distinta dependiendo del tipo de carga que lleve acumulada (inductiva o capacitiva). Los métodos más empleados se basan en la compensación en paralelo de la demanda de potencia reactiva, en los compensadores síncronos y en los compensadores estáticos.

Es importante recordar que las potencias se suman tanto si están colocadas en serie como si están en paralelo. Por tanto, y para no perturbar la carga, se suelen colocar las baterías de compensación en paralelo con la carga, lo cual no afecta la eficacia de la compensación.

Compensación en paralelo mediante una batería de condensadores

En general, las instalaciones eléctricas disponen de factores de potencia inductivos (los motores, los generadores, los transformadores, las líneas, etc., están formados por bobinas), por lo que la potencia reactiva de compensación ha de ser capacitiva. Existen varias formas de obtener esta potencia reactiva de compensación. Una batería de condensadores es uno de los métodos más utilizados, pero no el único. En algunos casos, las compañías eléctricas utilizan la capacidad propia de las líneas aéreas para cumplir con este cometido; si se dispone de alguna línea fuera de operación, esta puede ser utilizada para compensar la potencia reactiva desde la subestación a que está conectada, manteniéndola simplemente bajo tensión (efecto Ferranti).

Fig 2.9
Compensación en paralelo de la carga mediante una batería de condensadores





- Antes de la compensación, tenemos: $Q_{TOTAL} = Q_L$
- Después de la compensación, la potencia reactiva será: $Q_{TOTAL}^* = Q_L - Q_C$
- Y se cumple que: $Q_{TOTAL} > Q_{TOTAL}^*$
- Hemos disminuido la Q_2 y, por tanto, el término de la caída de tensión.

Compensación en paralelo mediante una batería de bobinas

En las líneas muy largas, funcionando en vacío o con una demanda de potencia muy baja, puede producirse el efecto Ferranti (elevación de la tensión en el extremo receptor). Este efecto es debido, fundamentalmente, a la capacidad transversal de la línea, que puede ser importante en las líneas largas. En estas situaciones, la regulación de la tensión tiene como objetivo evitar un aumento peligroso del nivel de tensión. Esto puede conseguirse mediante baterías de bobinas colocadas en paralelo con la carga.

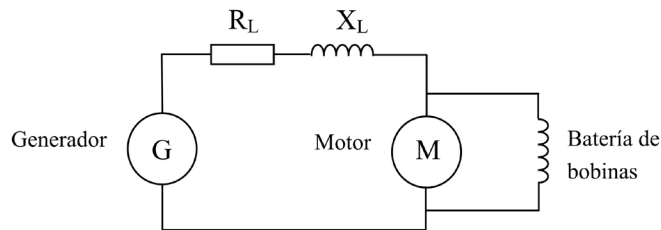


Fig. 2.10
Compensación en paralelo de la carga mediante una batería de bobinas

- Antes de la compensación tenemos: $Q_{TOTAL} = -Q_C$
- Después de la compensación, la potencia reactiva será: $Q_{TOTAL}^* = Q_L - Q_C$
- Y se cumple que: $Q_{TOTAL} > Q_{TOTAL}^*$
- Hemos disminuido la Q_2 y, por tanto, el término de la caída de tensión.

Aparte de compensar la línea y disminuir la caída de tensión, la importancia de esta compensación es que disminuye el efecto Ferranti, ya que un aumento peligroso de la tensión en el extremo receptor de la línea puede provocar efectos destructivos en las instalaciones.

Compensadores síncronos

Ya se ha visto que es necesaria la compensación de la potencia reactiva en sus dos sentidos: inductiva y capacitiva. Además, son frecuentes los casos en que se necesita una compensación de ambos tipos en una misma línea. Un ejemplo muy claro lo constituye una línea muy larga. Si esta se deja en vacío o con poca carga, el efecto Ferranti puede llevar las tensiones del final de línea a valores extremadamente peligrosos.



Por el contrario, la misma línea, atendiendo una demanda de potencia muy grande, puede provocar caídas de tensión inaceptables que, dependiendo del factor de potencia de la carga, incluso pueden provocar valores de potencias inferiores a las de la potencia nominal de la línea. Es evidente que, en estos casos, resulta muy útil un dispositivo que permita compensar la potencia reactiva en ambos sentidos.

Un compensador síncrono no es más que una máquina síncrona que funciona como un motor en vacío, es decir, sin carga mecánica acoplada a su eje. Mediante el control de su excitación, es posible conseguir que el compensador se comporte como una carga capacitiva o como una carga inductiva. La figura ilustra el comportamiento de un compensador síncrono ideal, en que se suponen nulas las pérdidas eléctricas y mecánicas. Funcionando como un motor alimentado desde barras de una subestación, la ecuación del compensador en régimen permanente es la siguiente:

$$\bar{V} = \bar{E} + jX_L \cdot \bar{I} \quad [2.91]$$

donde:

V = la tensión fase-neutro en bornes del compensador

E = la f.e.m. interna

X_L = la reactancia síncrona

I = la intensidad por fase del estátor

Según se muestra en la figura 2.11, la intensidad que la red inyecta en el compensador estará atrasada o adelantada $\pi/2$ radianes, según si el módulo de la tensión en bornes es más grande o más pequeño que el de la f.e.m. interna. Así pues, el compensador funcionará como:

- Una demanda de potencia reactiva o una carga de potencia reactiva inductiva, si el motor está subexcitado y la tensión en bornes es más elevada que la f.e.m. interna, ($V > E$).
- Una fuente de potencia reactiva o una carga de potencia reactiva capacitiva, si el compensador está sobreexcitado y la f.e.m. interna es más elevada que la tensión en bornes, ($V < E$).

Para entender su funcionamiento, es necesario recordar que, en un circuito inductivo, la intensidad siempre se retrasa 90° con respecto a la tensión. Así, la intensidad de este circuito, influido por la reactancia del generador, siempre se retrasará 90° con respecto a ΔV . Lo que permite que esta intensidad esté avanzada o atrasada 90° con respecto a la tensión del compensador (V) es la dirección que tome ΔV , y esta dependerá de lo excitado que esté el motor (si $V > E$, o si $V < E$).

En la sección anterior, se ha visto que el flujo de potencia activa a través de una inductancia es proporcional al seno del desfase que existe entre las tensiones terminales. Los diagramas de la figura 2.11 muestran dos casos en que ambas tensiones terminales están en fase: esto significa que el compensador no inyecta ni absorbe potencia activa, lo cual eleva el nivel de calidad del sistema. No debe olvidarse que se trata de una fórmula aproximada, ya que en realidad existe una resistencia que puede



introducir un pequeño ángulo de desfase y, por tanto, una pequeña variación de la potencia activa.

$$P_{2MAX} = \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L} \cdot \text{sen}(\delta_1) \quad [2.92]$$

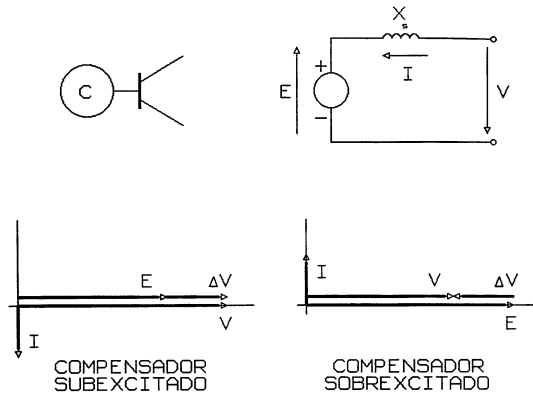


Fig. 2.11
Compensador
síncrono ideal: a)
funcionando como
motor, b)
funcionando como
generador

Compensadores estáticos de potencia reactiva

La electrónica de potencia también está presente en la regulación de la energía reactiva. Uno de los métodos más empleados es el compensador estático. Se trata de un dispositivo basado en el control electrónico de la potencia reactiva. Un compensador de este tipo puede funcionar como un compensador síncrono, es decir, puede compensar la potencia reactiva inductiva o la reactiva capacitiva.

Existen muchos diseños de compensadores estáticos. La figura muestra uno de los más populares: un banco de condensadores fijo más una reactancia inductiva (bobinas), controlado mediante tiristores.

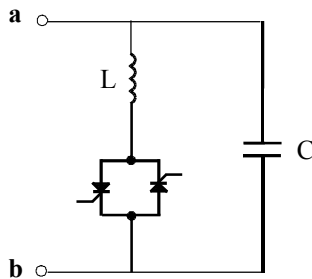


Fig. 2.12
Compensador
estático de
potencia reactiva



El principio de funcionamiento es sencillo. El tiristor es un semiconductor cuyo funcionamiento puede asimilarse al de un interruptor ideal en que es necesario diferenciar un circuito de potencia y un circuito de control. El interruptor se cierra mediante una señal de control en la puerta y se abre cuando no existe señal de control y la intensidad de corriente en el circuito de potencia se anula. Un tiristor permite el paso de la energía eléctrica solo en un sentido; por ello, resulta indispensable la presencia de dos tiristores colocados en antiparalelo, pues así se permite la conducción de corriente en ambos sentidos.

Mediante el control del instante de cierre del tiristor es posible controlar la intensidad que circula por la reactancia inductiva y, por tanto, la potencia reactiva que esta representa. De esta forma, la potencia reactiva total del compensador puede variar entre:

- La potencia reactiva capacitiva del condensador, cuando los tiristores no conducen.
- La potencia reactiva de la inductancia menos la del condensador, si los tiristores conducen.

Por ejemplo, es posible conseguir un margen de variación de potencia reactiva simétrico si la potencia reactiva de la inductancia es el doble que la de la capacidad. Es decir, cuando la intensidad nominal pase por los dos elementos, bobina y condensador, la potencia reactiva total valdrá:

$$Q_{TOTAL} = -Q + 2Q = Q \quad [2.93]$$

En cambio, si por la bobina solo pasa la mitad de su intensidad nominal, tendremos también la mitad de la carga reactiva inductiva, es decir:

$$Q_{TOTAL} = -Q + Q = 0 \quad [2.94]$$

Finalmente, si anulamos por completo la intensidad que circula por la bobina, anularemos también su potencia reactiva inductiva (solo actuará la potencia reactiva capacitiva de los condensadores), con lo cual:

$$Q_{TOTAL} = -Q + 0 = -Q \quad [2.95]$$

2.5.2 Ventajas e inconvenientes de los métodos de compensación más utilizados

Como cualquier otro método, los sistemas analizados para compensar la energía reactiva presentan ventajas e inconvenientes:

- El compensador estático es un dispositivo de regulación muy rápida, que puede compensar la potencia reactiva en ambos sentidos y de forma muy precisa. Al no disponer de contactos mecánicos, no requiere prácticamente mantenimiento. Una desventaja de este método es que genera armónicos que se inyectan en la corriente de la red, lo que hace inevitable la presencia de filtros en su diseño.

- El compensador síncrono también permite compensar la potencia reactiva en ambos sentidos. Sin embargo, es de regulación más lenta, no tan preciso, y su mantenimiento resulta más caro. No presenta problemas en lo referente a armónicos, por lo que no es necesario utilizar filtros.
- Los bancos de condensadores y de bobinas presentan similares ventajas e inconvenientes: únicamente permiten compensar la potencia reactiva en un solo sentido. Tienen un coste elevado de mantenimiento al disponer de contactos mecánicos. La conexión o la desconexión de las etapas debe realizarse mediante contactos mecánicos, lo cual no permite una compensación muy fina ni rápida. Finalmente, su maniobra puede originar sobretensiones muy serias en la red.

2.6 Cálculo de la potencia reactiva de compensación en paralelo

Ya se ha descrito el problema de la pérdida de potencia y de la caída de tensión en las líneas de transporte de energía eléctrica. También se han explicado algunos de los métodos empleados con más frecuencia para reducir sus efectos: así, los bancos de bobinas o condensadores, los compensadores síncronos, los puentes de tiristores y el uso de transformadores, entre otros, son métodos ampliamente utilizados. Pero queda aún la parte más importante por estudiar. ¿Cómo calcular el valor de la Q_{comp} (potencia reactiva de compensación)? Vamos a desarrollar un método, basado en las fórmulas deducidas para el flujo de potencia en una línea eléctrica, que permita calcular la potencia reactiva que es necesario disponer en paralelo con la carga para obtener unas condiciones determinadas de funcionamiento.

El problema planteado puede formularse de la forma siguiente: conocida la demanda de potencia en el extremo receptor de la línea:

$$\bar{S}_{carga} = (P_{carga} + j \cdot Q_{carga}) \quad [2.96]$$

así como la tensión en su origen (U_1), debe determinarse la potencia reactiva de compensación (Q_{comp}) que es necesario disponer en paralelo con la carga para obtener una tensión (U_2) en el extremo receptor. Nótese que no se modifica la potencia activa de la línea, la cual, como se indicó en su momento, es un factor de calidad y, por tanto, ha de mantenerse constante.

Puesto que la compensación solo afecta la potencia reactiva, puede utilizarse la notación siguiente para designar la potencia activa y reactiva en el final de línea:

$$P_2 = P_{carga} \quad Q_2 = Q_{carga} + Q_{comp} \quad [2.97]$$

La relación entre las tensiones de los dos extremos de una línea con las potencias activa y reactiva en el extremo receptor se ha obtenido en la sección anterior:

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \cos(\alpha_B - \delta_1) - \frac{U_2^2 \cdot A}{B} \cos(\alpha_B - \alpha_A) \\ Q_2 &= \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \operatorname{sen}(\alpha_B - \delta_1) - \frac{U_2^2 \cdot A}{B} \operatorname{sen}(\alpha_B - \alpha_A) \end{aligned} \right\} \quad [2.98]$$



Recuérdese que en estas fórmulas, P_2 y Q_2 representan las potencias activa y reactiva trifásicas al final de la línea, mientras que U_1 y U_2 son las tensiones compuestas en origen y al final de la línea, respectivamente.

En las dos expresiones anteriores, se conocen los valores de todas las variables y parámetros, excepto el de la potencia reactiva al final de línea (Q_2) y el del desfase entre las tensiones fase-neutro del origen y el final de línea. Así pues, puede operarse de la forma siguiente:

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= k \cdot \cos(\alpha_B - \delta_1) - k_p \\ Q_2 &= k \cdot \sin(\alpha_B - \delta_1) - k_q \end{aligned} \right\} \quad [2.99]$$

Las constantes (k , k_p y k_q) representan la agrupación de las magnitudes conocidas y constantes, tal como queda reflejado a continuación:

$$k = \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \quad k_p = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \cos(\alpha_B - \alpha_A) \quad k_q = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \sin(\alpha_B - \alpha_A) \quad [2.100]$$

Recuérdese que, para líneas cortas, pueden asimilarse las constantes auxiliares a los valores siguientes:

$$\bar{A} = \bar{D} = (1 + j0) = 1 \quad \bar{B} \approx \bar{Z}_{LINEA} = (R_L + jX_L) \quad \bar{C} \approx (0 + j0) \quad [2.101]$$

Con estos valores, los coeficientes (K_{ij}) quedan:

$$k = \frac{U_1 \cdot U_2}{B} = \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_L} \quad [2.102]$$

$$k_p = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \cos(\alpha_B - \alpha_A) = \frac{U_2^2}{Z_L} \cos \phi_{Z.LINEA} \quad [2.103]$$

$$k_q = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \sin(\alpha_B - \alpha_A) = \frac{U_2^2}{Z_{LINEA}} \sin \phi_{Z.LINEA} \quad [2.104]$$

Todos los parámetros son módulos; el ángulo solo se usa para el seno o el cos.

Despejando los términos en seno y coseno, queda:

$$k \cdot \cos(\alpha_B - \delta_1) = P_2 + k_p \quad k \cdot \sin(\alpha_B - \delta_1) = Q_2 + k_q \quad [2.105]$$

Si disponemos las ecuaciones en forma de sumandos, las elevamos al cuadrado y sumamos sus términos, obtenemos:



$$\begin{aligned}(P_2 + k_p)^2 &= k^2 \cdot \cos^2(\alpha_B - \delta_1) \\ (Q_2 + k_q)^2 &= k^2 \cdot \sin^2(\alpha_B - \delta_1)\end{aligned}\quad [2.106]$$

$$\overline{(P_2 + k_p)^2 + (Q_2 + k_q)^2} = k^2$$

Operando con esta expresión hasta obtener una ecuación de segundo grado que permita obtener la variable desconocida (Q_2), tenemos:

$$Q_2^2 + k_q^2 + 2 \cdot Q_2 \cdot k_q = k^2 - (P_2 + k_p)^2 \quad [2.107]$$

$$Q_2^2 + 2 \cdot k_q \cdot Q_2 + k_q^2 - k^2 + (P_2 + k_p)^2 = 0 \quad [2.108]$$

$$Q_2^2 + 2 \cdot k_q \cdot Q_2 + [k_q^2 - k^2 + (P_2 + k_p)^2] = 0 \quad [2.109]$$

La resolución de esta ecuación de segundo grado permite obtener una expresión de la potencia reactiva que hemos de tener al final de la línea para conseguir las condiciones de funcionamiento deseadas:

$$Q_2 = \frac{-2 \cdot k_q \pm \sqrt{4 \cdot k_q^2 - 4 \cdot 1 \cdot [k_q^2 - k^2 + (P_2 + k_p)^2]}}{2} = -k_q \pm \sqrt{k^2 - (P_2 + k_p)^2} \quad [2.110]$$

Es decir:

$$\boxed{Q_2 = -k_q \pm \sqrt{k^2 - (P_2 + k_p)^2}} \quad [2.111]$$

Nótese que en la expresión anterior se busca la nueva potencia reactiva que ha de existir en un punto determinado de la línea para que en ese punto se obtenga una tensión determinada. Pero para ello no se modifica ni la tensión en el origen de la línea, ni la potencia activa en el punto buscado (recuérdese que es un factor de calidad), ni las condiciones de la línea (resistencias, reactancias inductivas, ángulos, etc.), tal como indican los parámetros (k , k_p , y k_q). Es decir, solo se permite modificar la potencia reactiva (Q_2) del punto buscado.

Una vez obtenida la nueva potencia reactiva total necesaria en el final de línea (Q_2), conocida también la potencia reactiva que teníamos antiguamente (Q_{CARGA}), se puede calcular la potencia reactiva de compensación, es decir, la diferencia entre la potencia reactiva que teníamos y la potencia reactiva que deberíamos tener para conseguir las nuevas condiciones de funcionamiento:

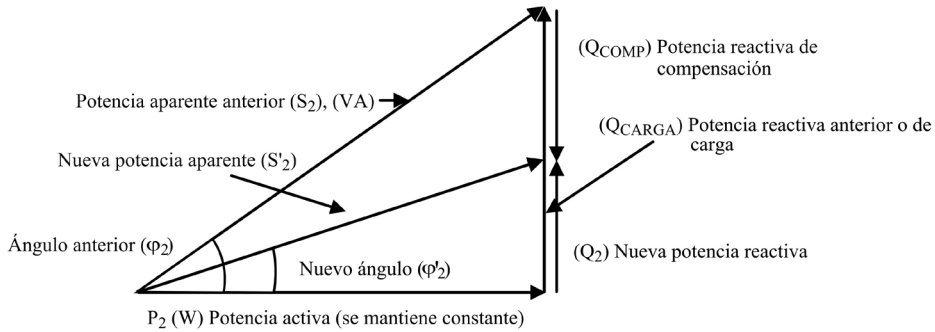
$$Q_2 = Q_{\text{carga}} + Q_{\text{comp}} \Rightarrow \boxed{Q_{\text{comp}} = Q_2 - Q_{\text{carga}}} \quad [2.112]$$

siendo el valor del condensador a colocar:

$$Q_{comp} = \frac{u_2^2}{X_C} \Rightarrow C = \frac{Q_{comp}}{\omega \cdot U_2^2} \quad [2.113]$$

El esquema siguiente nos ayudará a comprender esta compensación:

Fig. 2.13
Diagrama de potencias, antes y después de compensar la potencia reactiva



Es decir, al cambiar \$Q_2\$, cambian la potencia aparente total \$S'_2\$ y el ángulo total \$\phi'_2\$ al final de la línea. Este cambio en el ángulo total provoca un cambio en el módulo y en el ángulo de la intensidad.

$$\bar{I}_{LINEA} = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi'_2} \langle \phi_U - \phi'_2 \rangle \quad [2.114]$$

Y este cambio en el valor de la intensidad es el responsable del cambio de valor de la tensión al final de la línea, que toma el valor predeterminado por los cálculos.

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 + \bar{Z}_{LINEA} \cdot \bar{I}_{LINEA} \quad [2.115]$$

2.7 Cuestiones y problemas

Cuestiones

1. ¿Qué requisitos han de cumplir las líneas de transporte de energía eléctrica?
¿Cuáles son los condicionantes eléctricos y mecánicos del transporte de energía eléctrica? ¿Qué condicionantes son los establecidos por ley?
2. ¿De cuántas formas puede expresarse una magnitud eléctrica? ¿Cuál es la más recomendable? ¿Por qué?
3. ¿Qué suposiciones se toman en consideración para la obtención de las fórmulas de cálculo de las líneas eléctricas aéreas?



4. ¿Cuáles son los pasos a seguir si se conocen las magnitudes eléctricas siguientes (\underline{U}_2 , \underline{P}_2 , φ_2 y las constantes de línea \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} y \underline{D}), para la obtención de los valores restantes de las magnitudes eléctricas, tanto del principio de la línea como del final de la misma?
5. ¿Cuáles son los pasos a seguir si se conocen las magnitudes eléctricas siguientes (\underline{U}_1 , \underline{P}_1 , φ_1 y las constantes de línea \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} y \underline{D}), para la obtención de los valores restantes de las magnitudes eléctricas, tanto del principio de la línea como del final de la misma?
6. ¿Cuáles son los pasos a seguir si se conocen las magnitudes eléctricas siguientes (\underline{U}_1 , \underline{P}_2 , φ_2 y las constantes de línea \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} y \underline{D}), para la obtención de los valores restantes de las magnitudes eléctricas, tanto del principio de la línea como del final de la misma?
7. Indica las fórmulas a aplicar para obtener la caída de tensión aproximada de una línea eléctrica de corta longitud.
8. De la fórmula anterior, ¿qué parámetros podemos modificar? ¿Cuáles no son modificables y por qué? ¿Cuándo es positiva la caída de tensión de una línea? ¿En qué supuesto puede ser negativa esta caída de tensión?
9. Demuestra cómo se pueden obtener las potencias \underline{P}_1 , \underline{Q}_1 y \underline{S}_1 (flujo de potencia al inicio de una línea eléctrica), en función de las tensiones de línea (\underline{U}_1 y \underline{U}_2) y de las constantes auxiliares (\underline{A} , \underline{B} , \underline{C} y \underline{D}).
10. Demuestra cómo se pueden obtener las potencias \underline{P}_2 , \underline{Q}_2 y \underline{S}_2 (flujo de potencia al final de una línea eléctrica), en función de las tensiones de línea (\underline{U}_1 y \underline{U}_2) y de las constantes auxiliares (\underline{A} , \underline{B} , \underline{C} y \underline{D}).
11. ¿Cómo se obtiene la fórmula que determina la potencia activa máxima exacta que puede existir al final de una línea eléctrica? ¿Y la fórmula de la potencia activa simplificada del final de línea considerando una línea corta?
12. Con referencia a la potencia aproximada que puede transportar una línea eléctrica, ¿qué condición es indispensable para que el flujo de potencia vaya en un sentido determinado? ¿Cómo se puede aumentar el flujo de potencia de una línea eléctrica? (Indica dos formas.)
13. ¿En qué condiciones puede darse una caída de tensión muy elevada? ¿Qué efectos produce una caída de tensión muy elevada?
14. ¿En qué condiciones puede darse una caída de tensión negativa? ¿Qué efectos produce una caída de tensión negativa?
15. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión por medio del control de la tensión? ¿Qué ventajas ofrece la regulación de la tensión desde el principio de línea? ¿Y cuáles son sus limitaciones? ¿Qué ventajas ofrece la regulación de la tensión desde el final de la línea? ¿Y cuáles son sus limitaciones?



16. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión por medio del empleo de los transformadores? ¿Qué ventajas e inconvenientes ofrece este método?
17. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión mediante el empleo de condensadores colocados en serie con la línea? ¿Qué ventajas e inconvenientes ofrece este método?
18. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión mediante el empleo de baterías de condensadores colocados en paralelo con una carga inductiva? ¿Qué ventajas e inconvenientes ofrece este método? ¿De qué otra forma es posible regular la tensión de un sistema con cargas inductivas mediante el mismo método?
19. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión mediante el empleo de baterías de bobinas colocadas en paralelo con una carga capacitiva? ¿Qué ventajas e inconvenientes ofrece este método?
20. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión mediante el empleo de compensadores síncronos? ¿Cómo se puede lograr que un motor represente una carga capacitiva? ¿Y una carga inductiva? ¿Por qué el motor ha de funcionar en vacío? ¿Se modifica la potencia activa con este método?
21. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión mediante el empleo de compensadores estáticos? ¿Cómo funciona un tiristor? ¿Por qué ha de existir una formación antiparalelo de tiristores para que el sistema sea eficaz en alterna? ¿Cómo puede conseguirse un margen de variación de potencia reactiva simétrico?
22. Enumera las ventajas y los inconvenientes de los métodos de compensación de energía reactiva (que actúa sobre la carga) indicando, en orden decreciente, desde el método más efectivo hasta el método más sencillo.
23. Indica cuál es la fórmula a aplicar para determinar la potencia reactiva de compensación a efectuar en una línea. ¿Qué significa cada término?
24. Con referencia a la pregunta 23, ¿cuáles son los parámetros que mantendremos constantes en la ecuación anterior? ¿Cómo es posible, con solo modificar la potencia reactiva, obtener las tensiones deseadas?
25. ¿Qué significado tiene que la potencia reactiva de compensación hallada sea superior a cero? ¿Qué significado tiene que la potencia reactiva de compensación hallada sea inferior a cero?

Problemas

Para consultar problemas resueltos, remitimos al lector a los capítulos 3 y 4 de esta obra. Es preferible empezar con problemas sencillos, que permiten afianzar los conocimientos y ganar confianza en su resolución, y posteriormente acometer el cálculo de problemas más complejos.







PROBLEMAS RESUELTOS Y PROPUESTOS DE LÍNEAS ELÉCTRICAS

Presentación

Con este segundo módulo, formado por los capítulos 3 y 4, se pretende que, una vez asimilados los conceptos teóricos dados para las líneas eléctricas en régimen permanente, el lector pueda llevar sus conocimientos a la práctica mediante la resolución de problemas más o menos complejos. Para conseguir este fin, el módulo se ha dividido en dos capítulos bien diferenciados. Así, mientras que el capítulo 3 (“Problemas resueltos de cálculo de líneas eléctricas”) lo componen problemas totalmente resueltos y comentados que permiten ganar confianza en el cálculo de las líneas eléctricas industriales, el capítulo 4 (“Enunciados de problemas de cálculo de líneas eléctricas”) lo forman unos enunciados de problemas complementarios con sus soluciones respectivas, cuya resolución se deja para el lector.

Concretamente, en el capítulo 3, se resuelven, de forma completa y razonada, los problemas correspondientes al funcionamiento normal de los sistemas eléctricos. Así, el cálculo de los parámetros eléctricos, las caídas de tensión, las pérdidas de potencia, el efecto aislador, el efecto corona, la regulación de la tensión en los sistemas de potencia o el cálculo de la potencia reactiva de compensación tienen cabida en este capítulo. Para la resolución de estos problemas, se han utilizado los métodos obtenidos y analizados en los capítulos 1 y 2 de teoría, son los métodos más ampliamente utilizados, aunque no son los únicos (remitimos al lector a otras obras afines para su consulta). En concreto, el capítulo está formado por diez problemas totalmente resueltos y comentados, estructurados de forma que la dificultad aumenta de forma progresiva. Así pues, para una mejor comprensión y una asimilación más rápida, se aconseja seguir el orden establecido, ya que en cada problema se exponen nuevos conceptos que en los problemas posteriores ya se dan por conocidos. El capítulo está formado por dos primeros problemas de cálculo de los parámetros eléctricos para



diversas configuraciones de las líneas eléctricas. Los problemas tercero y cuarto son un problema referente a las pérdidas debidas a los efectos corona y aislador, y un problema de ampliación de una línea eléctrica, en el cual se introducen los conceptos de momento eléctrico, pérdida de potencia porcentual y límite de potencia transportada por efecto térmico. Los seis problemas restantes, más complejos, nos acercan a los sistemas eléctricos más reales, constituidos por generadores, transformadores con diferentes niveles de tensión, motores, acometidas, líneas, etc. En estos seis últimos problemas, se calcula la regulación de la tensión y la potencia reactiva de compensación, y se estructuran de forma que en los dos primeros se trabaja con líneas conectadas en serie, mientras que en los dos siguientes se trabaja ya con líneas conectadas en paralelo y de forma mixta; finalmente, los dos últimos problemas hacen referencia a redes que incorporan transformadores con tres niveles de tensión, lo que acrecienta la dificultad de su cálculo.

El capítulo 4 está formado por enunciados de problemas con sus respectivas soluciones. Los primeros enunciados corresponden a problemas de cálculo de parámetros eléctricos muy sencillos, mientras que los enunciados finales son de problemas de redes complejas con elementos eléctricos de diferente naturaleza interconectados de las más diversas formas. Entre ambos extremos, se sitúan los problemas de cálculo de las condiciones eléctricas en cualquier punto de una línea eléctrica, los efectos corona o aislador, la ampliación de las líneas aéreas, las caídas de tensión, los sistemas para la regulación de la tensión o el cálculo de la potencia reactiva de compensación mediante la colocación de baterías de condensadores, bobinas o compensadores síncronos. El capítulo acaba con la introducción de problemas con diferentes niveles de tensión mediante transformadores de dos devanados primero y, finalmente, mediante el empleo de transformadores con tres devanados (tres niveles de tensión). Este es un capítulo extenso, que contiene 45 enunciados de problemas, con sus soluciones respectivas.

Contenidos

- Capítulo 3: Problemas resueltos de cálculo de líneas eléctricas
- Capítulo 4: Enunciados de problemas de cálculo de líneas eléctricas

Objetivos

Problemas resueltos de cálculo de líneas de transmisión de energía eléctrica

- Conocer y calcular los parámetros eléctricos longitudinales (resistencia e inductancia) y transversales (capacidad y conductancia).
- Calcular el radio equivalente y la distancia media geométrica entre fases de cualquier tipo de línea.
- Identificar los tipos de circuitos eléctricos de las redes de transporte de energía: simples, dúplex, tríplex y cuádruplex, con circuitos simples o dobles.



- Conocer y calcular la resistencia, la reactancia inductiva, la susceptancia y la conductancia para los diversos tipos de circuitos eléctricos.
- Calcular la impedancia, la admitancia, la impedancia característica, el ángulo característico y la potencia característica de una red eléctrica.
- Saber calcular las magnitudes eléctricas en un punto cualquiera de una línea de longitud corta.
- Saber calcular las magnitudes eléctricas en un punto cualquiera de una línea de longitud media mediante los métodos del circuito equivalente en π y del método del circuito equivalente en T.
- Saber calcular las magnitudes eléctricas en un punto cualquiera de una línea de longitud larga mediante el método de las constantes auxiliares.
- Saber calcular las pérdidas producidas por el efecto corona o por el efecto aislador en las líneas.
- Conocer los métodos a aplicar para efectuar los cálculos de ampliaciones de líneas ya construidas: método del momento eléctrico, potencia máxima a transportar por pérdida porcentual de potencia, potencia máxima a transportar por límite térmico, etc.
- Saber regular la tensión y calcular la potencia reactiva de compensación en sistemas de potencia formados por transformadores con dos niveles de tensión y líneas conectadas en serie.
- Saber regular la tensión y calcular la potencia reactiva de compensación en sistemas de potencia formados por transformadores con dos niveles de tensión y líneas interconectadas en paralelo o en formación mixta.
- Saber regular la tensión y calcular la potencia reactiva de compensación en sistemas de potencia formados por transformadores con tres niveles de tensión y líneas conectadas en cualquier disposición.

Problemas propuestos de cálculo de líneas de transmisión de energía eléctrica

- Identificar los diversos tipos de circuitos eléctricos de transporte de energía: simples, dúplex, tríplex, cuádruplex, con circuitos simples o dobles.
- Conocer y calcular los parámetros eléctricos longitudinales (resistencia e inductancia) y transversales (capacidad y conductancia). Calcular el radio equivalente y la distancia media geométrica entre fases de cualquier tipo de línea.
- Conocer y calcular la resistencia, la reactancia inductiva, la susceptancia y la conductancia para los diversos tipos de circuitos eléctricos. Calcular la impedancia, la admitancia, la impedancia la característica, el ángulo característico y la potencia característica de una red eléctrica.
- Saber calcular las pérdidas producidas por el efecto corona o el efecto aislador en las líneas eléctricas.



- Conocer los métodos a aplicar para efectuar los cálculos de ampliaciones de líneas ya construidas: método del momento eléctrico, potencia máxima a transportar por pérdida porcentual de potencia, potencia máxima a transportar por límite térmico, etc.
- Saber calcular las magnitudes eléctricas en un punto cualquiera de una línea de longitud media mediante los métodos del circuito equivalente en π y el método del circuito equivalente en T.
- Saber calcular las magnitudes eléctricas en un punto cualquiera de una línea de longitud larga mediante el método de las constantes auxiliares.
- Saber regular la tensión y calcular la potencia reactiva de compensación en sistemas de potencia formados por transformadores con dos y tres niveles de tensión y líneas interconectadas en serie, en paralelo o en formación mixta.



→ 3



Problemas resueltos de cálculo de líneas eléctricas

Problema 3.1

Disponemos de una línea eléctrica destinada al suministro de energía para un conjunto de consumidores conectados a ella. Los datos más importantes de la misma, así como su disposición y tipo de conductores, se detallan a continuación.

Datos

- Categoría: 1° (380 KV) = U₂
- Longitud: 250 km → línea de longitud media
- Composición cables: un circuito cuádruplex
- Tipo de cable: cable de tipo Halcón
- Potencia a transportar por la línea: 200 MVA
- Factor de potencia: 0,9 inductivo
- La disposición de los cables obedece a un circuito cuádruplex, con la relación siguiente:

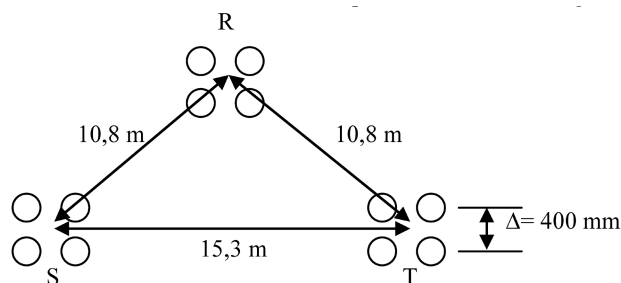


Fig. 3.1
Distancias y
disposición de los
conductores

**Se pide**

Conocidas las condiciones al final de línea, hallar, para los regímenes de carga y vacío, las condiciones al inicio de la línea, la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento del sistema mediante los métodos dados para líneas medias y largas.

Resolución

Al tratarse de una línea de longitud media (está en el límite, ya que a partir de 240 km o 250 km empieza a considerarse que una línea es de longitud larga), puede calcularse por cualquiera de los métodos de teoría correspondientes a líneas medias o largas. Pero, para comenzar los cálculos, previamente hemos de conocer los valores de los parámetros eléctricos.

1. Cálculo de los parámetros eléctricos*Resistencia*

En tablas (anexo V), se obtiene el valor de la resistencia por km para los conductores de tipo Halcón. Como existe un circuito cuádruplex, a cada fase le corresponden cuatro conductores; por tanto, el valor de la resistencia por km y fase es:

$$R_{k-fase} = \frac{R_k}{n^\circ \text{ circuitos} \cdot n^\circ \text{ conductores}} = \frac{0.119}{1 \cdot 4} = 0.0297 \Omega / km$$

Recuérdese que si, por ejemplo, existieran dos circuitos tríplices, el valor de la resistencia hallada en tablas se debería dividir por 6 (2 circuitos \times 3 conductores por circuito).

Reactancia inductiva

Para el cálculo de la reactancia inductiva, utilizamos las ecuaciones dadas para un circuito cuádruplex, es decir:

$$X_k = \frac{2\pi f}{n^\circ \text{ circuitos}} \left[0.125 + 4.6 \cdot \log \frac{De}{\sqrt[4]{(\sqrt{2} \cdot \Delta^3 \cdot r)}} \right] 10^{-4} (\Omega / km)$$

que, aplicado a nuestro caso, resulta:

$$X_k = \frac{2\pi 50}{1} \left[0.125 + 4.6 \cdot \log \frac{12130}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot 400^3 \cdot 10.9}} \right] 10^{-4} = 0.269 (\Omega / km)$$

con un radio de valor (tablas del anexo V): $r = \frac{\varphi_{diámetro}}{2} = \frac{21.8}{2} = 10.9 mm$



siendo la distancia media geométrica entre fases (cálculo para un circuito cuádruplex):

$$D = \sqrt[3]{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{ST}} = \sqrt[3]{10.8 \cdot 10.8 \cdot 15.3} = 12.13m = 12130mm$$

Susceptancia

Para el cálculo de la susceptancia, utilizamos las ecuaciones dadas para un circuito cuádruplex, es decir:

$$\begin{aligned} B_k &= \frac{24.2 \cdot 2\pi f}{\log \frac{De}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot \Delta^3 \cdot r}}} 10^{-9} \cdot n^\circ \text{ circuitos} = \frac{24.2 \cdot 2\pi 50}{\log \frac{12130}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot 400^3 \cdot 10.9}}} 10^{-9} \cdot 1 = \\ &= 4.1424 \cdot 10^{-6} \text{ (siemens / km)} \end{aligned}$$

Conductancia

Para hallar la conductancia, aplicamos la fórmula siguiente:

$$G_{\text{Fase-km}} = \frac{P_{\text{fase7km}}}{U_{\text{LÍNEA}}^2} 10^{-3} = 0$$

Siempre es posible despreciar el efecto corona y el efecto aislador, excepto cuando necesitamos cálculos muy exactos.

Parámetros eléctricos totales

Para hallar los parámetros eléctricos totales, basta con multiplicar por la longitud total cada uno de los valores hallados por km y fase:

$$R = R_k \cdot L = 0.0297 \cdot 250 = 7.425\Omega$$

$$X_L = X_k \cdot L = 0.269 \cdot 250 = j67.25\Omega \text{ (La "j" indica un desfase de } 90^\circ \text{ positivos)}$$

$$B = B_k \cdot L = 4.1424 \cdot 10^{-6} \cdot 250 = j1.0356 \cdot 10^{-3} \text{ siemens}$$

$$G = G_k \cdot L = 0 \cdot 250 = 0 \text{ siemens}$$

Estos valores representarán una impedancia y una admitancia de valor:

$$\bar{Z}_L = (R_L + jX_L) = (7.425 + j67.25) = 67.66 \angle 83.7^\circ \Omega$$

$$\bar{Y}_L = (G_L + jB_L) = jB = (0 + j1.0356 \cdot 10^{-3}) = 1.0356 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ S$$

La impedancia, la potencia y los ángulos característicos son:



$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_L}{\bar{Y}_L}} = \sqrt{\frac{67.66 \angle 83.7^\circ}{1.0356 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ}} = 255.61 \angle -3.15^\circ \Omega$$

$$P_C = \frac{U_{LÍNEA}^2}{Z_c} = \frac{380^2}{255.61} = 564.92 \text{ MW}$$

$$\begin{aligned} \bar{\Theta}_c &= \sqrt{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L} = \sqrt{67.66 \angle 83.7^\circ \cdot 1.0356 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ} = 0.26468 \angle 86.85^\circ = \\ &= (0.014544 + j0.26428) \text{ radianes} \end{aligned}$$

dado en radianes. Si lo expresamos en grados, tenemos:

$$\bar{\Theta}_{c_{GRADOS}} = \frac{360}{2\pi} \bar{\Theta}_c = 15.1652 \angle 86.85^\circ = (0.8333 + j15.1422) \text{ grados}$$

2. Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de línea por el método de las constantes auxiliares

Primero, se resuelve el problema aplicando el método de las constantes auxiliares. Este método es el más preciso y aplicable a cualquier circuito, independientemente de su longitud.

Se calculan las constantes primero por el método de las funciones hiperbólicas y circulares, y posteriormente se realiza su cálculo mediante el desarrollo en series de funciones.

Cálculo de las constantes auxiliares mediante funciones hiperbólicas y circulares

Se aplican las relaciones siguientes, con los valores hallados en los apartados anteriores:

$$\begin{aligned} \bar{A} = \bar{D} &= (a' + ja'') = \cosh \bar{\Theta}_c = (\cosh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\sinh \Theta_c' \cdot \sen \Theta_c'') = \\ &= (0.96538 + j3.80 \cdot 10^{-3}) = 0.965389 \angle 0.225^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{B} &= (b' + jb'') = \bar{Z}_c \cdot \sinh \bar{\Theta}_c = \bar{Z}_c \cdot ((\sinh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\cosh \Theta_c' \cdot \sen \Theta_c'')) = \\ &= (7.2576 + j66.483) = 66.878 \angle 83.77^\circ \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{C} &= (c' + jc'') = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot \sinh \bar{\Theta}_c = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot ((\sinh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\cosh \Theta_c' \cdot \sen \Theta_c'')) = \\ &= (-1.3218 \cdot 10^{-6} + j1.02343 \cdot 10^{-3}) = 1.02343 \cdot 10^{-3} \angle 90.07^\circ \text{ S} \end{aligned}$$

Recuérdese que los cosenos y los senos hiperbólicos operan con valores en radianes/segundo, mientras que los cosenos y los senos normales operan con grados.



Cálculo de las constantes auxiliares mediante el desarrollo en serie de funciones hiperbólicas y circulares

Para aplicar este método, es necesario delimitar el número de términos a escoger en función de la longitud de la línea. En nuestro caso, la longitud es de 250 km y son suficientes tres términos de cada expresión para obtener una precisión aceptable.

$$\begin{aligned}\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') &= \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \bar{Y}_L}{2} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^2}{4} \right] = (0.96518 + j3.8437 \cdot 10^{-3}) = \\ &= 0.96519 \angle 0.228^\circ\end{aligned}$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^2}{5} \right] = (7.101 + j65.771) = 66.15 \angle 83.84^\circ \Omega$$

$$\begin{aligned}\bar{C} = (c' + jc'') &= \bar{Y}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^2}{5} \right] = (-2.29698 \cdot 10^{-6} + j1.0123637) = \\ &= 1.012366 \angle 90.13^\circ S\end{aligned}$$

Puede observarse que los resultados obtenidos por ambos métodos son prácticamente iguales. De todos modos, procedemos a su comprobación.

Comprobación de los valores de las constantes auxiliares halladas

La comprobación se ha realizado con los resultados obtenidos mediante la aplicación de las fórmulas para funciones hiperbólicas y circulares, aunque, con los valores obtenidos mediante el desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares, los resultados serían idénticos.

$$\begin{aligned}\bar{A}^2 - \bar{B}\bar{C} &= (1.00028 + j3.7377 \cdot 10^{-3}) \approx (1 + j0) \\ (a'^2 - a''^2) - (b' \cdot c') + (b'' \cdot c'') &= 0.999998 \approx 1 \\ (2 \cdot a' \cdot a'') - (b' \cdot c'') - (b'' \cdot c') &= -2.9 \cdot 10^{-6} \approx 0\end{aligned}$$

Damos por buenos los resultados obtenidos con las fórmulas halladas por cualquiera de los dos métodos, ya que estos coinciden, y con la comprobación se ha demostrado que cumplen con las tres condiciones simultáneamente.

Una vez obtenidos y comprobados los valores de las constantes de la línea, procedemos al cálculo de las magnitudes eléctricas asociadas, tanto en el régimen de carga como en vacío.

2.1 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de la línea en régimen de carga

Para el régimen de carga, aplicamos las fórmulas siguientes, suponiendo que conocemos los datos al final de la línea y deseamos hallarlos al principio de la misma.



Buscamos los valores que son datos:

$$P_2 = S_2 \cdot \cos \phi_2 = 200 \cdot 0.9 = 180 \text{ MW}$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \phi_2 = 200 \cdot 0.436 = 87.18 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_2 = 200 \angle 25.84^\circ \text{ MVA}$$

$$\phi_2 = 25.84^\circ$$

$$\bar{U}_2 = 380000 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Normalmente, si no se indica lo contrario, es posible suponer 0° como valor del ángulo de la tensión al final de la línea. Y la intensidad al final de la misma es:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2} \angle (\phi_{V_2} - \phi_2) = \frac{180000000}{380000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.9} \angle (0 - 25.84^\circ) = 303.87 \angle -25.84^\circ \text{ A}$$

y el valor de la tensión de fase al final de la línea:

$$\bar{V}_2 = \frac{\bar{U}_2}{\sqrt{3}} = \frac{380000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 219393.1 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Recuérdese que siempre se trabaja con sistemas en estrella. Si los sistemas están conectados en triángulo, se procede a la conversión de triángulo a estrella, y son válidas las mismas expresiones. Es decir, siempre se trabaja con intensidades y tensiones de fase ($I_{\text{fase}} = I_{\text{línea}}$; $V_{\text{fase}} = U_{\text{línea}}/\sqrt{3}$), aunque los resultados se darán en valores de línea.

Y se obtienen los resultados siguientes para la tensión y las intensidades iniciales:

$$\bar{V}_1 = \bar{A}\bar{V}_2 + \bar{B}\bar{I}_2 = 211800 \angle 0.225^\circ + 20322.22 \angle 57.93^\circ = 223319.4 \angle 4.64^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{C}\bar{V}_2 + \bar{D}\bar{I}_2 = 224.53 \angle 90.07^\circ + 293.35 \angle -25.615^\circ = 281.71 \angle 20.29^\circ \text{ A}$$

Calculamos ahora los valores de las restantes magnitudes al principio de la línea:

$$\bar{U}_1 = \sqrt{3} \bar{V}_1 = 386800.5 \angle 4.64^\circ \text{ V}$$

$$Q_2 = 87.17 \text{ MVAR}$$

$$\bar{U}_2 = 380000 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{S}_2 = 200 \angle 25.84^\circ \text{ MVA}$$

$$\bar{I}_1 = 281.71 \angle 20.29^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_2 = 303.87 \angle -25.84^\circ \text{ A}$$

$$\phi_1 = \phi_{V_1} - \phi_{I_1} = 4.64^\circ - 20.29^\circ = -15.65^\circ$$

$$\phi_2 = 25.84^\circ$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_1 = 181.74 \text{ MW}$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_1 = -50.9 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_1 = \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) = 188.74 \angle -15.65^\circ \text{ MVA}$$

$$P_2 = 180 \text{ MW}$$



Finalmente, calculamos la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento total mediante las expresiones siguientes:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 = \frac{386800 - 380000}{386800} 100 = 1.76\%$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 = \frac{181.74 - 180}{181.74} 100 = 0.96\%$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100 = \frac{180}{181.74} 100 = 99\%$$

Según el Reglamento de Líneas Aéreas de Alta Tensión, los valores de $\Delta u < 10\%$ y de $\Delta P < 3\%$ para cada 100 km se cumplen, por lo que son correctos los valores obtenidos.

2.2 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de la línea en régimen de vacío

Para el régimen de vacío, aplicamos las mismas fórmulas, recordando que conocemos los datos al final de la línea y deseamos hallarlos en su inicio.

La tensión del final de la línea no ha cambiado con respecto al valor que tenía en el régimen de carga. En cambio, la intensidad del final de la línea ha pasado a tener un valor nulo, al quedar el circuito en vacío. Todas las potencias (P_2 , Q_2 , S_2) son también nulas. Las constantes auxiliares no dependen de los regímenes eléctricos o magnéticos, sino del número y de la disposición de los conductores y, por tanto, no cambian. Con todos estos datos, tenemos para el principio de línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{A}\bar{V}_2 + \bar{B}\bar{I}_2 = 211800 \angle 0.225^\circ V$$

$$\bar{I}_1 = \bar{C}\bar{V}_2 + \bar{D}\bar{I}_2 = 224.53 \angle 90.07^\circ A$$

El resto de valores de los parámetros eléctricos al principio de la línea son:

$$\bar{U}_1 = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_1 = 366848 \angle 0.225^\circ V$$

$$\bar{U}_2 = 380000 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{I}_1 = 224.53 \angle 90.07^\circ A$$

$$\bar{I}_2 = 0 \angle 0^\circ A$$

$$\phi_1 = \phi_{v1} - \phi_{i1} = 0.225^\circ - (90.07^\circ) = -89.85^\circ$$

$$\phi_2 = 0^\circ$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_1 = 0.3735 MW$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_1 = -142.67 MVAR$$

$$\bar{S}_1 = \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) = 142.7 \angle -89.85^\circ MVA$$

$$P_2 = 0 MW$$

$$Q_2 = 0 MVAR$$

$$\bar{S}_2 = 0 \angle 0^\circ MVA$$



Finalmente, calculamos la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} \cdot 100 = \frac{366848 - 380000}{366848} \cdot 100 = -3.6\%$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} \cdot 100 = \frac{0.3735 - 0}{0.3735} \cdot 100 = 100\%$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = \frac{0}{0.113738} \cdot 100 = 0\%$$

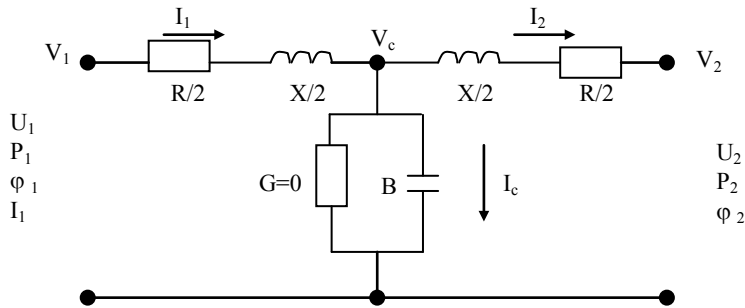
Obsérvese que la caída de tensión es negativa; por tanto, se produce el efecto Ferranti.

Según el Reglamento de Líneas Aéreas de Alta Tensión, los valores del $\Delta u < 10\%$, mientras que la $\Delta P = 100\%$, lo que resulta normal si tenemos en cuenta que la línea está en vacío.

3. Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de la línea por el método en T

Para realizar el cálculo, utilizamos el siguiente circuito equivalente, donde se especifican los parámetros empleados, así como la posición que ocupan. Este método no es tan preciso (al igual que el método en π), pero para longitudes medias es suficientemente exacto, aunque cabe recordar que, siempre que sea posible y para cualquier longitud, conviene utilizar el método de las constantes auxiliares.

Circuito eléctrico empleado para el método del circuito equivalente en T



Recuérdese que para desplazarse por el circuito hay que utilizar los valores de la tensión y la intensidad de fase. Las potencias no cambian.

3.1. Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de la línea en régimen de carga

Los datos de partida son los mismos que para el método anterior, es decir:



$$\begin{aligned}
 P_2 &= S_2 \cdot \cos \phi_2 = 200 \cdot 0.9 = 180 \text{ MW} & \bar{V}_2 &= 219393.1 \angle 0^\circ \text{ V} \\
 Q_2 &= S_2 \cdot \sin \phi_2 = 200 \cdot 0.436 = 87.177 \text{ MAR} & \bar{Z}_L &= 67.66 \angle 83.7^\circ \Omega = (R_L + jX_L) = \\
 & & &= (7.425 + j67.25) \Omega \\
 \bar{S}_2 &= 200 \angle 25.84^\circ \text{ MVA} & \bar{Y}_L &= 1.03541 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ \text{ siemens} = \\
 \phi_2 &= 25.84^\circ & &= (G_L + jB_L) = (0 + j1.03541 \cdot 10^{-3}) \text{ S} \\
 \bar{U}_2 &= 380000 \angle 0^\circ \text{ V} & & \\
 \bar{I}_2 &= 303.87 \angle -25.84^\circ \text{ A} & &
 \end{aligned}$$

Con estos valores, y aplicando las fórmulas dadas para este método, obtenemos:

La tensión en el centro de la línea será:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_L}{2} \bar{I}_2 = 225030.4 \angle 2.22^\circ \text{ V}$$

Con esta tensión, ya es posible obtener la intensidad que se derivará por el condensador (no se deriva intensidad por la conductancia, ya que su valor es nulo):

$$\bar{I}_C = \bar{B} \bar{V}_C = 233 \angle 92.22^\circ \text{ A}$$

La intensidad total o primaria será:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = 282.87 \angle 20.78^\circ \text{ A}$$

y la tensión al principio de la línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_L}{2} \bar{I}_1 = 223194.3 \angle 4.62^\circ \text{ V}$$

La intensidad de línea será $I_{1L} = \bar{I}_{1\text{Fase}}$, mientras que la tensión al inicio de línea valdrá:

$$\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1\text{Fase}} = 386583.8 \angle 4.62^\circ \text{ V}$$

El ángulo total inicial será: $\phi_1 = \phi_{U1} - \phi_{I1} = -16.16^\circ$

Comprobamos que los valores coinciden plenamente con los hallados con el método de las constantes auxiliares para el régimen de carga

3.2. Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de la línea en régimen de vacío

Los datos de partida son los mismos que para el método anterior, es decir, los podemos resumir de la forma siguiente:

$$\begin{aligned}
 P_2 &= S_2 = Q_2 = 0 & \bar{V}_2 &= 219393.1 \angle 0^\circ \text{ V} \\
 \phi_2 &= 0^\circ & \bar{Z}_L &= 67.66 \angle 83.7^\circ \Omega = (R_L + jX_L) = (7.425 + j67.25) \Omega \\
 \bar{U}_2 &= 380000 \angle 0^\circ \text{ V} & \bar{Y}_L &= 1.03541 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ \text{ siemens} = (G_L + jB_L) = (0 + j1.03541 \cdot 10^{-3}) \text{ S} \\
 \bar{I}_2 &= 0 \text{ A} & &
 \end{aligned}$$



Con estos valores, y aplicando las fórmulas dadas para este método, obtenemos:

La tensión en el centro de la línea será:

$$\bar{V}_c = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_L}{2} \cdot \bar{I}_2 = \bar{V}_2 = 219393.1 \angle 0^\circ V$$

Con esta tensión, ya es posible obtener la intensidad que se derivará por el condensador:

$$\bar{I}_c = \bar{B} \bar{V}_c = 227.16 \angle 90^\circ A$$

La intensidad total o primaria será, recordando que $I_2 = 0 A$:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_c + \bar{I}_2 = \bar{I}_2 = 227.16 \angle 90^\circ A$$

y la tensión al principio de la línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_c + \frac{\bar{Z}_L}{2} \bar{I}_1 = 211756.4 \angle 0.228^\circ V$$

con los valores de línea:

$$\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase} = 227,16(90^\circ A, \text{ y } \bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \bar{V}_{1Fase} = 366772.15 \angle 0.228^\circ V$$

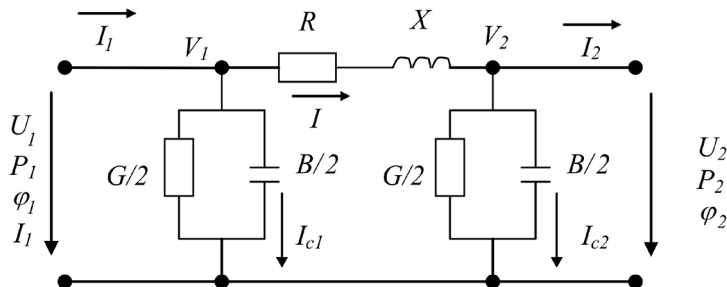
El ángulo inicial total será: $\phi_1 = \phi_{U_1} - \phi_{I_1} = (0.228^\circ - 90^\circ) = -89.772^\circ$

Comprobamos que los valores coinciden plenamente con los hallados con el método de las constantes auxiliares para el régimen de vacío, y se produce el efecto Ferranti.

4. Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de la línea por el método en Π

Aplicamos este método también en los dos regímenes, de carga y vacío, siendo el circuito equivalente el que se muestra en la figura.

Circuito eléctrico empleado para el método del circuito equivalente en Π





4.1. Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen de carga

Partimos, como en los demás casos, de unas condiciones iniciales al final de línea, que son:

$$P_2 = S_2 \cdot \cos \phi_2 = 200 \cdot 0.9 = 180 \text{ MW}$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \phi_2 = 200 \cdot 0.436 = 87.177 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_2 = 200 \angle 25.84^\circ \text{ MVA}$$

$$\phi_2 = 25.84^\circ$$

$$\bar{U}_2 = 380000 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_2 = 303.87 \angle -25.84^\circ \text{ A}$$

$$\bar{V}_2 = 219393.1 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{Z}_L = 67.66 \angle 83.7^\circ \Omega = (R_L + jX_L) = (7.425 + j67.25) \Omega$$

$$\bar{Y}_L = 1.03541 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ \text{ siemens} = (G_L + jB_L) = (0 + j1.03541 \cdot 10^{-3}) \text{ S}$$

Con estos datos, obtendremos el valor de la intensidad que se deriva por la admitancia transversal (recuérdese que no existe intensidad por la conductancia, ya que tiene un valor nulo):

$$\bar{I}_{c_2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 113.58 \angle 90^\circ \text{ A}$$

La intensidad que pasa por la resistencia y la reactancia de la línea será:

$$\bar{I} = \bar{I}_c + \bar{I}_2 = 274.13 \angle -3.94^\circ \text{ A}$$

Con el valor de esta intensidad, es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea, que vendrá dada por:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} = 223437 \angle 4.68^\circ \text{ V}$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{c_1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 115.67 \angle 94.68^\circ \text{ A}$$

Conocidas I_{c_1} e I , podemos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{c_1} + \bar{I} = 281.18 \angle 20.06^\circ \text{ A}$$

siendo los valores de la intensidad al inicio de la línea: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$

y la tensión de línea al principio de la misma: $\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1Fase} = 387004.2 \angle 4.68^\circ \text{ V}$



Finalmente, hallamos el ángulo total inicial:

$$\phi_1 = \phi_{U_1} - \phi_{I_1} = (4.68^\circ - 20.06^\circ) = -15.38^\circ$$

Estos valores son muy similares a los hallados con los métodos anteriores (método en T y método de las constantes auxiliares). Las potencias finales y el resto de parámetros eléctricos ya se han hallado en el método de las constantes auxiliares.

4.2. Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de la línea en régimen de vacío

En este caso, los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y, por tanto, la intensidad final de línea es nula:

Si no existe carga, todas las potencias son nulas: $P_2 = Q_2 = S_2 = 0$.

Las expresiones restantes quedan como sigue:

El ángulo al final de la línea: $\phi_2 = \varphi_{V_2} - \varphi_{I_2} = 0$

La intensidad final:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2} \angle(\phi_{U_2} - \phi_2) = 0$$

La intensidad que se deriva por la segunda admitancia transversal será:

$$\bar{I}_{C_2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 113.58 \angle 90^\circ A$$

La intensidad que pasa por la resistencia y la reactancia de la línea es igual a la intensidad anterior, ya que $I_2 = 0$:

$$\bar{I} = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = \bar{I}_C = 113.58 \angle 90^\circ A$$

Con el valor de esta intensidad, es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea, que viene dada por:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} = 211755 \angle 0.23^\circ V$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{C_1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 109.62 \angle 90.23^\circ A$$

Conocidas I_{C_1} e I , podremos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{C_1} + \bar{I} = 223.22 \angle 90.11^\circ A$$



siendo los valores de línea: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$

Y la tensión al inicio de la línea será: $\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1Fase} = 366770.4 \angle 0.23^\circ V$

Finalmente, hallamos el ángulo total inicial:

$$\phi_1 = \phi_{U1} - \phi_{I1} = (0.23^\circ - 90.11^\circ) = -89.88^\circ$$

Estos valores coinciden con los hallados por otros métodos.

Podemos observar que se produce efecto Ferranti, ya que se observa que $U_1 < U_2$. Por tanto, cuanto más larga es la línea, más importante es este efecto.

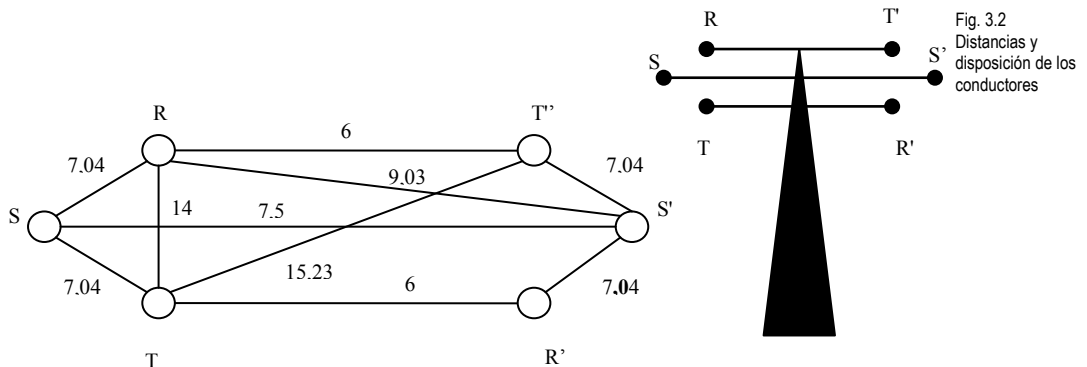
En conclusión, con los tres métodos se obtienen valores prácticamente idénticos. No obstante, se aconseja utilizar el método de las constantes auxiliares ya que, con los otros métodos, si la línea fuese más larga, cada vez los resultados se desviarían más de los valores reales.

Problema 3.2

Disponemos de una línea eléctrica destinada al suministro de energía de un conjunto de consumidores conectados a ella. Los datos más importantes de la misma, así como su disposición y el tipo de conductores, se detallan a continuación.

Datos

- Categoría: 1.^a (220 kV) = U_2
- Longitud: 150 km \rightarrow línea de longitud media
- Composición del cable: 30 Al + 7 acero
- Diámetro exterior del cable: 15,75 mm
- Resistencia del cable por km: 0,154 Ω /km
- Potencia a transportar por la línea: 140 MVA
- Factor de potencia: 0,8 inductivo
- La disposición de los cables obedece a dos circuitos simples, con la relación siguiente (longitudes dadas en metros):



**Se pide:**

Conocidas las condiciones al final de línea, hallar, para los regímenes de carga y vacío, las condiciones al inicio de la línea, la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento del sistema, mediante los métodos dados para líneas medias y largas.

Resolución

Al tratarse de una línea de longitud media, podría calcularse por cualquiera de los métodos de teoría correspondientes a líneas medias o largas. Pero, para comenzar los cálculos, previamente hemos de conocer los valores de los parámetros eléctricos.

1. Cálculo de los parámetros eléctricos*Resistencia*

Ya nos indican el valor de la resistencia por km para los conductores empleados. Como existen dos circuitos simples, a cada fase le corresponden dos conductores (R, R'; S, S'; T, T'); por tanto, el valor de la resistencia por km y fase será:

$$R_{k-fase} = \frac{R_k}{n^\circ \text{ circuitos} \cdot n^\circ \text{ conductores}} = \frac{0.154}{2 \cdot 1} = 0.077 \Omega / km$$

Recuérdese que si, por ejemplo, existieran dos circuitos cuádruplex, el valor de la resistencia hallada en tablas tendría que dividirse por 8 (2 circuitos \times 4 conductores por circuito).

Reactancia inductiva

Para calcular la reactancia inductiva, utilizamos la ecuación dada para circuitos simples, es decir:

$$X_k = \frac{2\pi f}{n^\circ \text{ circuitos}} \left[0.5 + 4.6 \cdot \log \frac{De}{r} \right] 10^{-4} (\Omega / km)$$

que, aplicada a nuestro caso, resulta:

$$X_k = \frac{2\pi 50}{2} \left[0.5 + 4.6 \cdot \log \frac{5801}{7.875} \right] 10^{-4} = j0.215 (\Omega / km)$$

con un radio de valor: $r = \frac{\varphi_{diámetro}}{2} = \frac{15.75}{2} = 7.875 mm$

siendo la distancia media geométrica entre fases de valor (cálculo para dos circuitos simples):



$$d_R = \frac{\sqrt{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{RS'} \cdot d_{RT'}}}{d_{RR'}} = \frac{\sqrt{7.04 \cdot 14.9 \cdot 0.03 \cdot 6}}{15.23} = 4.8m$$

$$d_S = \frac{\sqrt{d_{SR} \cdot d_{ST} \cdot d_{SR'} \cdot d_{ST'}}}{d_{SS'}} = \frac{\sqrt{7.04 \cdot 7.04 \cdot 9.03 \cdot 9.03}}{7.5} = 8.48m$$

$$d_T = \frac{\sqrt{d_{TR} \cdot d_{TS} \cdot d_{TR'} \cdot d_{TS'}}}{d_{TT'}} = \frac{\sqrt{7.04 \cdot 14.9 \cdot 0.03 \cdot 6}}{15.23} = 4.8m$$

Por tanto: $D = \sqrt[3]{d_R \cdot d_S \cdot d_T} = \sqrt[3]{4.8 \cdot 8.48 \cdot 4.8} = 5.801m = 5801mm$

Susceptancia

Para calcular la susceptancia, utilizamos las ecuaciones dadas para circuitos simples, es decir:

$$B_k = \frac{24.2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}{\log \frac{De}{r}} 10^{-9} \cdot n^\circ \text{ circuitos} = \frac{24.2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50}{\log \frac{5801}{7.875}} 10^{-9} \cdot 2 = 5.303 \cdot 10^{-6} \text{ (siemens / km)}$$

Conductancia

Para hallar la conductancia, aplicamos la fórmula siguiente:

$$G_{\text{Fase-km}} = \frac{P_{\text{fase 7km}}}{U_{\text{LÍNEA}}^2} 10^{-3} = 0$$

Siempre es posible despreciar el efecto corona y el efecto aislador, excepto cuando precisamos cálculos muy exactos.

Parámetros eléctricos totales

Para hallar los parámetros eléctricos totales, basta con multiplicar por la longitud total cada uno de los valores hallados por km:

$$R = R_k \cdot L = 0.077 \cdot 150 = 11.55 \Omega$$

$$X_L = X_k \cdot L = 0.215 \cdot 150 = j32.25 \Omega \text{ (La "j" indica un desfase de } 90^\circ \text{ positivos).}$$

$$B = B_k \cdot L = 5.303 \cdot 10^{-6} \cdot 150 = j7.9546 \cdot 10^{-4} \text{ siemens}$$

$$G = G_k \cdot L = 0 \cdot 150 = 0 \text{ siemens}$$



Estos valores representan una impedancia y una admitancia de línea de valor:

$$\bar{Z}_L = (R_L + jX_L) = (11.55 + j32.25) = 34.256 \angle 70.3^\circ \Omega$$

$$\bar{Y}_L = (G_L + jB_L) = jB = j7.9546 \cdot 10^{-4} = 7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ S$$

La impedancia, la potencia y los ángulos característicos son:

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{\bar{Z}_L}{\bar{Y}_L}} = \sqrt{\frac{34.256 \angle 70.3^\circ}{7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ}} = 207.52 \angle -9.85^\circ \Omega$$

$$P_C = \frac{U_{LÍNEA}^2}{Z_C} = \frac{220^2}{207.52} = 233.3 MW$$

$$\begin{aligned} \bar{\Theta}_C &= \sqrt{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L} = \sqrt{34.256 \angle 70.3^\circ \cdot 7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ} = 0.16507 \angle 80.15^\circ = \\ &= (0.02823 + j0.1626) \text{radianes} \end{aligned}$$

dado en radianes. Si lo expresamos en grados, tenemos:

$$\bar{\Theta}_{C_{GRADOS}} = \frac{360}{2\pi} \bar{\Theta}_C = 9.45805 \angle 80.15^\circ = (1.61798 + j9.3186) \text{grados}$$

2. Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de la línea por el método de las constantes auxiliares

Primero, se resuelve el problema aplicando el método de las constantes auxiliares. Este método es el más preciso y es aplicable a cualquier circuito, independientemente de su longitud.

Se calculan las constantes primeramente por el método de las funciones hiperbólicas y circulares, y posteriormente se realiza su cálculo mediante el desarrollo en series de funciones.

Cálculo de las constantes auxiliares mediante funciones hiperbólicas y circulares

Se aplican las relaciones siguientes, con los valores hallados en los apartados anteriores:

$$\begin{aligned} \bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') &= \cosh \bar{\Theta}_C = (\cosh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\sinh \Theta_c' \cdot \sen \Theta_c'') = \\ &= (0.98719 + j4.573 \cdot 10^{-3}) = 0.9872 \angle 0.26^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{B} = (b' + jb'') &= \bar{Z}_C \cdot \sinh \bar{\Theta}_C = \bar{Z}_C \cdot ((\sinh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\cosh \Theta_c' \cdot \sen \Theta_c'')) = \\ &= (11.447 + j32.13) = 34.108 \angle 70.39^\circ \Omega \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\bar{C} = (c' + jc'') &= \frac{1}{Z_c} \cdot \sinh \bar{\Theta}_c = \frac{1}{Z_c} \cdot ((\sinh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\cosh \Theta_c' \cdot \sin \Theta_c'')) = \\ &= (-1.244 \cdot 10^{-6} + j7.9202 \cdot 10^{-4}) = 7.9202 \cdot 10^{-4} \angle 90.09^\circ S\end{aligned}$$

Recuérdese que los cosenos y los senos hiperbólicos operan con valores en radianes/segundo, mientras que los cosenos y los senos normales operan con grados.

Cálculo de las constantes auxiliares mediante el desarrollo en serie de funciones hiperbólicas y circulares

Para aplicar este método, es necesario delimitar el número de términos a escoger en función de la longitud de la línea. En nuestro caso, la longitud es de 150 km, por lo que son suficientes dos términos de cada expresión para obtener una precisión aceptable.

$$\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') = \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{2} \right] = (0.98718 + j4.5912 \cdot 10^{-3}) = 0.9872 \angle 0.27^\circ$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} \right] = (11.36 + j32.02) = 33.97 \angle 70.47^\circ \Omega$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \bar{Y}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} \right] = (0.000001 + j7.88 \cdot 10^{-4}) = 7.88 \cdot 10^{-4} \angle 90.1^\circ S$$

Se puede observar que los resultados obtenidos por ambos métodos son prácticamente iguales. De todos modos, vamos a comprobarlo.

Comprobación de los valores de las constantes auxiliares halladas

La comprobación se realiza con los resultados obtenidos mediante la aplicación de las fórmulas para funciones hiperbólicas y circulares, aunque con los valores que se obtendrían del desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares los resultados serían idénticos.

$$\begin{aligned}\bar{A}^2 - \bar{B} \cdot \bar{C} &= (0.999998 - j1.8 \cdot 10^{-4}) \approx (1 + j0) \\ (a'^2 - a''^2) - (b' \cdot c') + (b'' \cdot c'') &= 0.999998 \approx 1 \\ (2 \cdot a' \cdot a'') - (b' \cdot c'') - (b'' \cdot c') &= 2.51 \cdot 10^{-6} \approx 0\end{aligned}$$

Damos por buenos los resultados obtenidos con las fórmulas halladas por cualquiera de los dos métodos, ya que estos coinciden, y con la comprobación se ha demostrado que cumplen las tres condiciones simultáneamente.

Una vez obtenidos y comprobados los valores de las constantes de la línea, calculamos las magnitudes eléctricas asociadas, tanto en el régimen de carga como de vacío.



2.1. Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de la línea en régimen de carga

Para el régimen de carga, aplicamos las fórmulas siguientes, suponiendo que conocemos los datos al final de la línea y queremos hallarlos al principio de la misma.

Buscamos los valores que son datos:

$$P_2 = S_2 \cdot \cos \phi_2 = 140 \cdot 0.8 = 112 \text{ MW}$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \phi_2 = 140 \cdot 0.6 = 84 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_2 = 140 \angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$\phi_2 = 36.87^\circ$$

$$\bar{U}_2 = 220000 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Normalmente, si no se indica lo contrario, es posible suponer 0° como valor del ángulo de la tensión al final de la línea, mientras que la intensidad del secundario o de final de línea es:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2} \angle (\phi_{V_2} - \phi_2) = \frac{112000000}{220000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.8} \angle (0 - 36.87^\circ) = 367.4 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

con un valor de la tensión de fase final de línea:

$$\bar{V}_2 = \frac{\bar{U}_2}{\sqrt{3}} = \frac{220000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 127017 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Recuérdese que siempre se trabaja con sistemas en estrella (si los sistemas están conectados en triángulo, se procede a la conversión de triángulo a estrella) y siguen siendo válidas las mismas expresiones. Es decir, siempre se trabaja con intensidades y tensiones de fase ($I_{\text{fase}} = I_{\text{línea}}; V_{\text{fase}} = U_{\text{línea}}/\sqrt{3}$). Los valores de las potencias no cambian con estas conversiones.

Y se obtienen los resultados siguientes para la tensión y las intensidades iniciales:

$$\bar{V}_1 = \bar{A} \cdot \bar{V}_2 + \bar{B} \cdot \bar{I}_2 = 125391 \angle 0.26^\circ + 12531 \angle 33.5^\circ = 136043.5 \angle 3.16^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{C} \cdot \bar{V}_2 + \bar{D} \cdot \bar{I}_2 = 100.6 \angle 90.09^\circ + 362.7 \angle -36.61^\circ = 313.4 \angle -21.68^\circ \text{ A}$$

Calculamos ahora los valores de las restantes magnitudes al principio de la línea:

$$\bar{U}_1 = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_1 = 235634 \angle 3.16^\circ \text{ V}$$

$$\bar{U}_2 = 220000 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_1 = 313.14 \angle -21.68^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_2 = 367.4 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

$$\phi_1 = \phi_{V_1} - \phi_{I_1} = 3.16^\circ - (-21.68^\circ) = 24.84^\circ$$

$$\phi_2 = 36.87^\circ$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_1 = 115.98 \text{ MW}$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_1 = 53.69 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_1 = \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) = 127.8 \angle 24.84^\circ \text{ MVA}$$

$$P_2 = 112 \text{ MW}$$

$$Q_2 = 84 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_2 = 140 \angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$



Finalmente, calculamos la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento total mediante las expresiones siguientes:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 = \frac{235634 - 220000}{235634} 100 = 6.63\%$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 = \frac{115.98 - 112}{115.98} 100 = 3.43\%$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100 = \frac{112}{115.98} 100 = 96.56\%$$

Según el Reglamento de Líneas Aéreas de Alta Tensión, los valores de $\Delta u < 10\%$ y de $\Delta P < 3\%$ para cada 100 km se cumplen, por lo que son correctos los valores obtenidos.

2.2. Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de la línea en régimen de vacío

Para el régimen de vacío, se aplican las mismas fórmulas, teniendo en cuenta que conocemos los datos al final de la línea y deseamos hallarlos al inicio de la misma.

La tensión del final de línea no ha cambiado con respecto al valor que tenía en el régimen de carga. En cambio, la intensidad del final de línea ha pasado a tener un valor nulo, al quedar el circuito en vacío.

Todas las potencias (P_2 , Q_2 , S_2) son también nulas. Las constantes auxiliares tampoco cambian, ya que dependen de la geometría del sistema y no de sus condiciones eléctricas. Por tanto, tenemos:

$$\bar{V}_1 = \bar{A}\bar{V}_2 + \bar{B}\bar{I}_2 = 125391 \angle 0.26^\circ V$$

$$\bar{I}_1 = \bar{C}\bar{V}_2 + \bar{D}\bar{I}_2 = 100.6 \angle 90.09^\circ A$$

Con estos valores, obtenemos los resultados siguientes:

$$\bar{U}_1 = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_1 = 217184 \angle 0.26^\circ V$$

$$\bar{U}_2 = 220000 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{I}_1 = 100.6 \angle 90.09^\circ A$$

$$\bar{I}_2 = 0 \angle 0^\circ A$$

$$\phi_1 = \phi_{V1} - \phi_{I1} = 0.26^\circ - (90.09^\circ) = -89.83^\circ$$

$$\phi_2 = 0^\circ$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_1 = 0.113738 MW$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_1 = -37.84 MVAR$$

$$\bar{S}_1 = \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) = 37.84 \angle -89.82^\circ MVA$$

$$P_2 = 0 MW$$

$$Q_2 = 0 MVAR$$

$$\bar{S}_2 = 0 \angle 0^\circ MVA$$



Finalmente, se vuelven a calcular la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 = \frac{217184 - 220000}{217184} 100 = -1.29\%$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 = \frac{0.113738 - 0}{0.113738.4} 100 = 100\%$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100 = \frac{0}{0.113738} 100 = 0\%$$

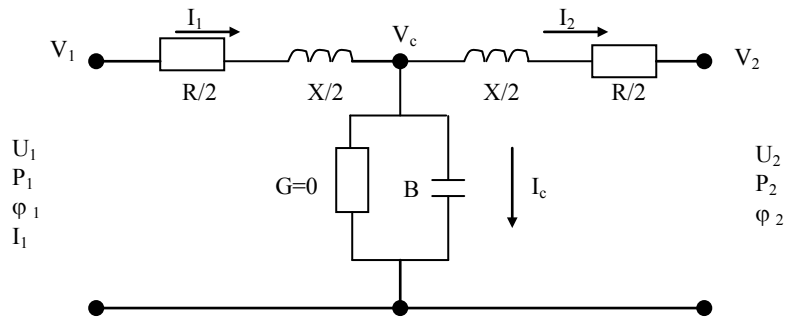
Obsérvese que la caída de tensión es negativa, por lo que se da el efecto Ferranti.

Según el Reglamento de Líneas Aéreas de Alta Tensión, los valores de $\Delta u < 10\%$, mientras que la $\Delta P = 100\%$ y el rendimiento es nulo, lo que resulta normal si tenemos en cuenta que la línea está en vacío, por lo que son correctos los valores obtenidos.

3. Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de la línea por el método en T

Para realizar este cálculo, utilizamos el circuito equivalente siguiente, donde se especifican los parámetros empleados, así como la posición que ocupan. Este método no es tan preciso (al igual que el método en π) pero, para longitudes medias, es suficientemente exacto, aunque debe recordarse que, siempre que sea posible y para cualquier longitud, es preferible utilizar el método de las constantes auxiliares:

Circuito eléctrico empleado para el método del circuito equivalente en T



Recuérdese que para moverse por el circuito han de utilizarse los valores de la tensión y la intensidad de fase; en cambio, los resultados finales se darán en valores de línea. Por su parte, las potencias no cambian.



3.1. Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de la línea en régimen de carga

Los datos de partida son los mismos que para el método anterior, es decir:

$$P_2 = S_2 \cdot \cos \phi_2 = 140 \cdot 0.8 = 112 \text{ MW}$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \phi_2 = 140 \cdot 0.6 = 84 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_2 = 140 \angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$\phi_2 = 36.87^\circ$$

$$\bar{U}_2 = 220000 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_2 = 367.4 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

$$\bar{V}_2 = 127017 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{Z}_L = 34.256 \angle 70.3^\circ \Omega = (R_L + jX_L) = (11.55 + j32.25) \Omega$$

$$\bar{Y}_L = 7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ \text{ siemens} = (G_L + jB_L) = (0 + j7.9546 \cdot 10^{-4}) \text{ S}$$

Con estos valores, y aplicando las fórmulas dadas para este método, obtenemos:

La tensión en el centro de la línea será:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_L}{2} \cdot \bar{I}_2 = 132314 \angle 1.5^\circ \text{ V}$$

Con esta tensión, ya es posible obtener la intensidad que se derivará por el condensador (recuérdese que solo pasará intensidad por el condensador, ya que la conductancia tiene un valor nulo):

$$\bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C = 105.25 \angle 91.5^\circ \text{ A}$$

La intensidad total o primaria será:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = 313.13 \angle -21.59^\circ \text{ A}$$

y la tensión al principio de la línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_L}{2} \cdot \bar{I}_1 = 136015 \angle 3.16^\circ \text{ V}$$

La intensidad de línea será $I_{1L} = \bar{I}_{1\text{Fase}}$, mientras que la tensión al inicio de la línea valdrá:

$$\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \bar{V}_{1\text{Fase}} = 235584 \angle 3.16^\circ \text{ V}$$

El ángulo total inicial será:

$$\phi_1 = \phi_{U1} - \phi_{I1} = 24.75^\circ$$



Comprobamos que los valores coinciden plenamente con los hallados con el método de las constantes auxiliares para el régimen de carga.

3.2. Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de la línea en régimen de vacío

Los datos de partida son los mismos que para el método anterior, es decir:

$$P_2 = S_2 = Q_2 = 0$$

$$\phi_2 = 0^\circ$$

$$\bar{U}_2 = 220000 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{I}_2 = 0$$

$$\bar{V}_2 = 127017 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{Z}_L = 34.256 \angle 70.3^\circ \Omega = (R_L + jX_L) = (11.55 + j32.25) \Omega$$

$$\bar{Y}_L = 7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ \text{ siemens} = (G_L + jB_L) = (0 + j7.9546 \cdot 10^{-4}) S$$

Con estos valores y aplicando las fórmulas dadas para este método, obtendremos:

La tensión en el centro de la línea será:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_L}{2} \bar{I}_2 = 127017 \angle 0^\circ V$$

con esta tensión, ya es posible obtener la intensidad que se derivará por el condensador:

$$\bar{I}_C = \bar{B} \bar{V}_C = 101 \angle 90^\circ A$$

La intensidad total o primaria será, recordando que $I_2 = 0 A$:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = 101 \angle 90^\circ A$$

y la tensión al principio de la línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_L}{2} \bar{I}_1 = 125389.7 \angle 0.27^\circ V$$

con los valores de línea $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1\text{Fase}}$ y de la tensión de línea que valdrá:

$$\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \bar{V}_{1\text{Fase}} = 217181 \angle 0.27^\circ V$$

El ángulo inicial total será: $\phi_1 = \phi_{U1} - \phi_{I1} = -89.73^\circ$

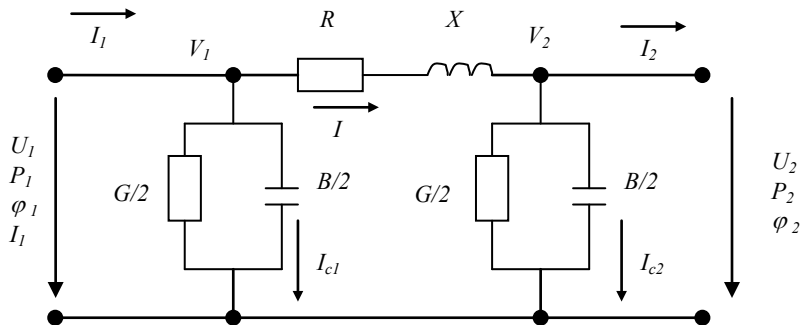
Comprobamos que los valores coinciden plenamente con los hallados con el método de las constantes auxiliares para el régimen de vacío, y se produce el efecto Ferranti.



4. Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de la línea por el método en Π

Vamos a aplicar este método también en los dos regímenes, carga y vacío. El circuito equivalente es el que se muestra en la figura.

Circuito eléctrico empleado para el método del circuito equivalente en Π



Recuérdese que, para moverse por el circuito, se utilizan los valores de la tensión y la intensidad de fase. Los resultados finales, no obstante, se dan en valores de línea. Por su parte, las potencias no cambian.

4.1. Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de la línea en régimen de carga

Partimos, como en los demás casos, de unas condiciones iniciales al final de la línea que son:

$$P_2 = S_2 \cdot \cos \phi_2 = 140 \cdot 0.8 = 112 \text{ MW}$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \phi_2 = 140 \cdot 0.6 = 84 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_2 = 140 \angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$\phi_2 = 36.87^\circ$$

$$\bar{U}_2 = 220000 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_2 = 367.4 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

$$\bar{V}_2 = 127017 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{Z}_L = 34.256 \angle 70.3^\circ \Omega = (R_L + jX_L) = (11.55 + j32.25) \Omega$$

$$\bar{Y}_L = 7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ \text{ siemens} = (G_L + jB_L) = (0 + j7.9546 \cdot 10^{-4}) \text{ S}$$

Con estos datos, obtenemos el valor de la intensidad que se deriva por la admitancia transversal (no existen intensidades por las conductancias, ya que estas presentan un valor nulo):



$$\bar{I}_{C_2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 50.518 \angle 90^\circ A$$

La intensidad que pasa por la resistencia y la reactancia de la línea será:

$$\bar{I} = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = 339.56 \angle -30^\circ A$$

Con el valor de esta intensidad, es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea, que vendrá dada por:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} = 136098.5 \angle 3.17^\circ V$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{C_1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 54.13 \angle 93.17^\circ A$$

Conocidas I_{C_1} e I , podemos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{C_1} + \bar{I} = 313.23 \angle -21.68^\circ A.$$

siendo los valores de la intensidad al inicio de la línea: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$

y la tensión de línea al principio de la misma: $\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1Fase} = 235730 \angle 3.17^\circ V$

Finalmente, hallamos el ángulo total inicial: $\phi_1 = \phi_{U_1} - \phi_{I_1} = 24.85^\circ$

valores muy similares a los hallados con los métodos anteriores (método en T y método de las constantes auxiliares). Las potencias finales y el resto de parámetros ya han sido hallados con el método de las constantes auxiliares.

4.2. Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de la línea en régimen de vacío

En este caso, los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y, por tanto, la intensidad de final de línea es nula.

Si no existe carga, todas las potencias tienen valor nulo: $P_2 = Q_2 = S_2 = 0$.

Las restantes expresiones quedan como sigue:

Ángulo al final de la línea: $\phi_2 = \phi_{V_2} - \phi_{I_2} = 0$

La intensidad final:



$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2} (\phi_{U_2} - \phi_2 = 0)$$

La intensidad que se deriva por la segunda admitancia transversal será:

$$\bar{I}_{c_2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 50.518 \angle 90^\circ A$$

La intensidad que pasa por la resistencia y la reactancia de la línea es igual a la intensidad anterior, ya que $I_2 = 0$:

$$\bar{I} = \bar{I}_c + \bar{I}_2 = \bar{I}_c = 51.518 \angle 90^\circ A$$

Con el valor de esta intensidad, es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea, que vendrá dada por:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} = 125389 \angle 0.27^\circ V$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{c_1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 49.87 \angle 90.27^\circ A$$

Conocidas I_{c_1} e I , podremos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{c_1} + \bar{I} = 101.4 \angle 90.13^\circ A$$

siendo los valores de línea: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$

y la tensión al inicio de la línea:

$$\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1Fase} = 217180 \angle 0.27^\circ V$$

Finalmente, hallamos el ángulo total inicial:

$$\phi_1 = \phi_{U_1} - \phi_{I_1} = -89.86^\circ$$

Estos valores coinciden con los hallados por otros métodos.

Podemos observar que se produce el efecto Ferranti, ya que se observa que $U_1 < U_2$. Por tanto, cuanto más larga es la línea, más importante será este efecto.

En conclusión, con los tres métodos se obtienen valores prácticamente idénticos. No obstante, se aconseja utilizar el método de las constantes auxiliares ya que, con los otros métodos, si la línea fuese más larga, cada vez los resultados se desviarían más de los valores reales.



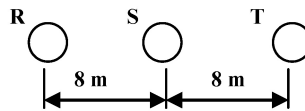
Problema 3.3

Una línea eléctrica que transporta energía de una central hidroeléctrica a un polígono industrial presenta las características siguientes.

Datos

- Categoría de la línea – 1.^a ($U > 66$ kV)
- Tensión – 200 kV
- Longitud – 160 km (las líneas discurren por las siguientes alturas topográficas, que se corresponden con unas temperaturas medias determinadas)
 - 30 km – 800 m - $\theta = 12^\circ\text{C}$
 - 80 km – 1.000 m - $\theta = 10^\circ\text{C}$
 - 50 km – 700 m - $\theta = 13^\circ\text{C}$
- Cable cóndor – 54 Al + 7 acero
- Potencia – 150 MVA
- Factor de potencia – 0,8 (i)
- 1 circuito simple
- Distancia entre apoyos – 250 m
- Pérdida por aislador – 8 W (estimada)

Fig. 3.3
Distancias y
disposición de
los conductores



Los postes o torres a lo largo de la línea se distribuyen según la tabla siguiente:

Tipo de torre	N.º de torres	Fases/torre	Cadenas/fase	Aisladores/cadena	Total aisladores
Alineación	488	3	1	18	26.352
Ángulo	60	3	2	20	7.200
Anclaje	80	3	2	20	9.600
Principio y fin de línea	2	3	3	22	396
Especiales	10	3	4	24	2.880

Se pide:

Hallar las pérdidas por efecto aislador y efecto corona, en tiempo seco y húmedo, en toda la longitud de la línea. (Considérese la línea dividida en los tramos que se especifican en los datos.)



1. Cálculo de las pérdidas debidas al efecto aislador

Primero calculamos la potencia total perdida por el efecto aislador. El cálculo es sencillo, ya que consiste simplemente en multiplicar el número de aisladores por la pérdida unitaria de cada uno de ellos.

Lo difícil es determinar la pérdida unitaria, ya que esta depende de las condiciones atmosféricas y de la contaminación del aire, y estas condiciones varían a lo largo del tiempo y según la situación geográfica.

En este caso, se ha supuesto una pérdida de 8 W/aislador, que es un valor intermedio entre los extremos con ambiente húmedo y ambiente seco.

N.º de aisladores = $488 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 18 + 60 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 20 + 80 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 20 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 22 + 10 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 24 = 46.428$ aisladores

Ahora ya es posible determinar la potencia total perdida por la línea.

$$P_{\text{TOTAL-AISLADOR}} = 46.428 \times 8 \text{ W/aislador} = 371.424 \text{ W}$$

Para calcular la conductancia, es necesario determinar la potencia por fase y km. Por tanto, previamente:

$$- P_{\text{Total-fase}} = \frac{P_t}{3} = 123808 \text{ W}$$

$$- P_{\text{Total-km-fase}} = \frac{P_{t-FASE}}{160 \text{ km}} = 773.8 \text{ W}$$

$$G_{\text{Fase-km}} = \frac{P_{\text{Fase-Km}} (\text{kW})}{\left(\frac{U_{\text{Linea}} (\text{kV})}{\sqrt{3}} \right)^2} \cdot 10^{-3} = \frac{0.7738}{\left(\frac{200}{\sqrt{3}} \right)^2} \cdot 10^{-3} = 5.8035 \cdot 10^{-8} \text{ Siemens / km.fase}$$

siendo el valor total para toda la longitud de la línea y para las tres fases:

$$G_{\text{Total-aislador}} = 5,8035 \cdot 10^{-8} \cdot 160 \cdot 3 = 2,786 \cdot 10^{-5} \text{ siemens}$$

Estos son los valores obtenidos para el conjunto del efecto aislador. Pasemos ahora a calcular las pérdidas por el efecto corona.

2. Cálculo de las pérdidas debidas al efecto corona

Para calcular las pérdidas debidas al efecto corona, primero hay que considerar si este efecto se producirá, es decir, si la tensión crítica disruptiva será menor a la tensión más elevada de la línea.

La tensión crítica disruptiva obedece a la expresión:



$$U_c = 84 \cdot m_c \cdot m_t \cdot r \cdot \delta \cdot \log \frac{D}{r} (KV)$$

donde: $m_c = 0,85$ (valor medio para cables)

$m_t = 1$ o $0,8$ (según si el tiempo es húmedo o seco –consideramos ambos casos)

radio (tablas de cable cóndor) = $r = 2,7762 / 2 = 1,388$ cm (las unidades, en cm)

Por otra parte, la distancia media geométrica entre fases vale, para un circuito simple:

$$D_e = \sqrt[3]{d_{RS} \cdot d_{ST} \cdot d_{TR}} = \sqrt[3]{8816} = 10.079m = 1007.9cm$$

Y la densidad relativa del aire adopta los valores siguientes (uno para cada altura, ya que a cada una de estas alturas le corresponde una temperatura media):

Las temperaturas medias en cada tramo son:

$$\theta (800) = 12^\circ C$$

$$\theta (1.000) = 10^\circ C$$

$$\theta (700) = 13^\circ C$$

Las alturas de presión en cm de Hg, que se corresponden con cada altura, se determinan mediante la fórmula de Halley (y es la altura topográfica de la zona de línea estudiada):

$$\log h = \log 76 - \frac{y}{18336}$$

que da como resultado los valores siguientes:

$$h (800) = 68,73 \text{ cm Hg}$$

$$h (1.000) = 67 \text{ cm Hg}$$

$$h (700) = 69,6 \text{ cm Hg}$$

Ahora ya podemos hallar las densidades relativas del aire para cada temperatura y cada altura de presión, mediante la fórmula:

$$\delta = \frac{25 + 273 \cdot h}{76(\theta + 273)} = \frac{3.921 \cdot h}{273 + \theta}$$

Y se obtienen los valores siguientes:

$$\delta (800) = 0,9455 \quad \delta (1.000) = 0,9282 \quad \delta (700) = 0,9542$$



Aplicando finalmente la fórmula de Peek, para las distintas densidades relativas, obtenemos para tiempo seco:

$$\text{Tiempo seco} \Rightarrow U_c(800) = 268,07 \text{ kV}$$

$$U_c(1.000) = 263,17 \text{ kV}$$

$$U_c(700) = 270,5 \text{ kV}$$

Y para tiempo húmedo:

$$\text{Tiempo húmedo} \Rightarrow U_c(800) = 214,5 \text{ kV}$$

$$U_c(1.000) = 210,53 \text{ kV}$$

$$U_c(700) = 216,44 \text{ kV}$$

Solo falta encontrar la tensión más elevada, que consideraremos un 15 % más alta que la nominal:

$$U_{me} = U_{línea} \cdot 1,15 = 200 \cdot 1,15 = 230 \text{ kV}$$

Con estos datos, podemos concluir afirmando:

- En tiempo húmedo, se producirá efecto corona ($U_{me} > U_c$)
- En tiempo seco, no se producirá efecto corona ($U_{me} < U_c$)

Observamos que es innecesario calcular el efecto corona en tiempo seco, pero, en cambio, es necesario hacerlo en tiempo húmedo. Para este régimen, tenemos, según la fórmula de Peek:

$$\text{Potencia pérdida por fase y por km} = \frac{241}{\delta} (f + 25) \sqrt{\frac{r_e}{D_e}} \left[\frac{U_{me}}{\sqrt{3}} - \frac{U_c}{\sqrt{3}} \right]^2 \cdot 10^{-5}$$

Todos los términos de esta fórmula son conocidos. Nótese que tanto la densidad relativa del aire (δ) como la tensión crítica disruptiva (U_c) tienen valores distintos según la zona de estudio. Por tanto, se obtienen tres potencias de pérdidas:

$$P_{\text{fase-km}}(800) = 0,568 \text{ kW/km.fase}$$

$$P_{\text{fase-km}}(1.000) = 0,9136 \text{ kW/km.fase}$$

$$P_{\text{fase-km}}(700) = 0,431 \text{ kW/km.fase}$$

y la potencia de pérdida total por el efecto corona es:

$$\begin{aligned} \text{Potencia total de pérdida por efecto corona} &= 0,568 \cdot 30 \cdot 3 + 0,9136 \cdot 80 \cdot 3 + 0,431 \cdot 50 \cdot 3 \\ &= 335,04 \text{ kW} \end{aligned}$$



Si calculamos ahora las pérdidas por conductancia, obtenemos, sustituyendo en la fórmula siguiente, para cada valor de potencia por fase y km, con su correspondiente U_c :

$$G_{\text{fase-km}} = \frac{P_{\text{fase-km}} \cdot 10^{-3}}{\left(\frac{U_c}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$G_{\text{fase-km}} (800) = 3,703 \cdot 10^{-8} \text{ siemens/km.fase}$$

$$G_{\text{fase-km}} (1.000) = 6,18 \cdot 10^{-8} \text{ siemens/km.fase}$$

$$G_{\text{fase-km}} (700) = 2,76 \cdot 10^{-8} \text{ siemens/km.fase}$$

valor que nos da un total de:

$$G_{\text{aislador}} = 3,703 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \cdot 30 + 6,18 \cdot 10^{-8} \cdot 80 \cdot 3 + 2,76 \cdot 10^{-8} \cdot 50 \cdot 3 = 2,23 \cdot 10^{-5} \text{ siemens}$$

Resumiendo, los valores totales de las pérdidas por efecto corona y por efecto aislador son:

$$P_{\text{total}} = P_{\text{corona}} + P_{\text{aislador}} = 706,46 \text{ kW}$$

$$G_{\text{total}} = G_{\text{corona}} + G_{\text{aislador}} = 5,0161 \cdot 10^{-5} \text{ siemens}$$

Estos valores representan, sobre el total de la potencia suministrada por la línea, un valor de:

$$\Delta P = \frac{P_{\text{pérdidas}}}{P_{\text{Línea}}} 100 = \frac{706.46}{150000} 100 = 0.47\%$$

valor despreciable frente al total suministrado. Es por este motivo, y por la dificultad de hallar unos valores fiables, que en muchas ocasiones se desprecia el valor de la conductancia en los cálculos industriales de redes de suministro de energía eléctrica.

Problema 3.4

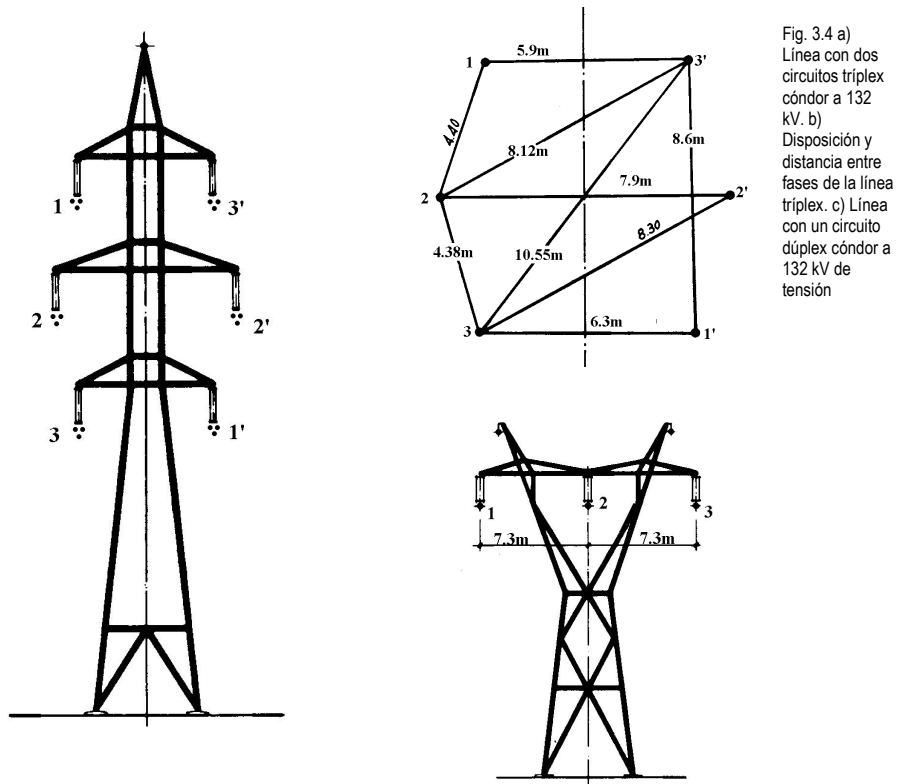
Se dispone de una línea de transmisión de energía eléctrica que transporta una potencia de 60 MW desde la central generadora hasta una subestación transformadora situada a una distancia de 250 km. Por motivos de ampliación del grupo de consumidores, y tras un estudio previo, se ha considerado necesario ampliar la potencia de suministro hasta un valor de 80 MW. Para ello, existen dos opciones:

- Ampliar la línea ya existente, es decir, pasar de dos circuitos triplex cóndor a dos circuitos cuádruplex cóndor (con las mismas torres metálicas), y comprobar si la línea modificada es capaz de transportar los 80 MW.
- Construir una nueva línea paralela a la anterior (con 275 km de longitud). En tal caso, se optará por un circuito dúplex cóndor con una distancia entre fases de 7,3 m (v. figura). La potencia a transportar será de 20 MW.



Se pide:

1. Comprobar si es posible transportar la nueva potencia con la línea antigua (método del momento eléctrico).
2. Hallar por el método del momento eléctrico las características principales de la primera solución (ampliación de la línea ya existente).
3. En caso de optar por la construcción de una nueva línea (segunda opción), la longitud de transporte se verá incrementada hasta 275 km. Hallar también las características principales del suministro por el método del momento eléctrico.
4. Indicar, para los regímenes de vacío y de plena carga, suponiendo que se ha escogido la opción de construir la nueva línea, cuáles serían las condiciones eléctricas al principio de las líneas aplicando el método de las constantes auxiliares.



Datos

Línea existente

Categoría	1. ^a
Potencia a transportar	60 MW
Tensión nominal	132 kV



Longitud	250 km
Número y tipo de circuitos	2 circuitos tríplex cóndor
Apoyos	Torres metálicas
Distancia entre conductores de una fase	400 mm
Factor de potencia	$\cos \varphi_2 = 0,9$ inductivo
Caída de tensión	7 %

Línea a construir

Categoría	1. ^a
Potencia a transportar	20 MW
Tensión nominal	132 kV
Longitud	275 km
Número y tipo de circuitos	1 circuito dúplex cóndor
Apoyos	Torres metálicas
Distancia entre conductores de una fase	400 mm
Factor de potencia	$\cos \varphi = 0,9$ inductivo
Caída de tensión	7 %

Resolución

Cálculo de los parámetros eléctricos

Disponemos de dos circuitos tríplex cóndor. Aplicando las fórmulas conocidas y dadas en los anexos V, VI y VII para la resistencia, la inductancia, la susceptancia y la conductancia para este sistema y tipo de conductor en particular, tenemos:

Resistencia

Como existen dos circuitos tríplex:

$$R_{k-fase} = \frac{R_K}{n^\circ \text{ circuitos} \cdot n^\circ \text{ conductores}} = \frac{1}{2} \frac{1}{3} 0.0721 = 0.0120 \Omega / Km$$

El valor de la resistencia por km de un conductor cóndor se ha obtenido en la tabla V.I de los anexos.



Reactancia inductiva

Para el sistema descrito, la inductancia por km será:

$$X_{K-fase} = \frac{1}{n^\circ \text{ cir}} \left[0.166 + 4.6 \log \frac{De}{\sqrt[3]{\Delta^2 \cdot r}} \right] \cdot 10^{-4} w = \frac{1}{2} \left[0.166 + 4.6 \log \frac{4260}{\sqrt[3]{400^2 \cdot 13.88}} \right] \cdot w \cdot 10^{-4} =$$

$$= 0.112 \Omega / Km$$

Susceptancia

Recuérdese que la susceptancia es un parámetro transversal y, como tal, el número de circuitos se va multiplicando al valor base:

$$B_{K-fase} = n^\circ \text{ circuitos} \cdot \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{\sqrt[3]{\Delta^2 \cdot r}}} w = 2 \cdot \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{4260}{\sqrt[3]{400^2 \cdot 13.88}}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 = 1.01 \cdot 10^{-5} S / Km$$

Conductancia

El valor de la conductancia siempre puede despreciarse, a menos que se quieran hacer cálculos muy precisos.

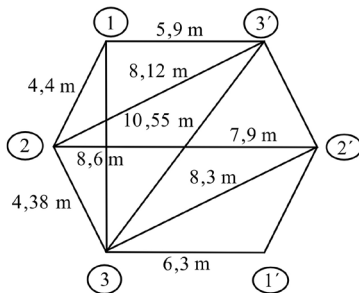
$$G_{K-fase} = \frac{P_{fase-km}}{V_{fase}^2} \cdot 10^{-3} = 0 S / km$$

La distancia media geométrica entre fases, así como el radio del conductor son (para dos circuitos triplex):

$\phi = 27,762 \text{ mm}$ $r = 13,88 \text{ mm}$

$S_T = 455,10$

Composición 54 Al + 7 acero



$$D_{11} = \frac{\sqrt{d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{12'} \cdot d_{13'}}}{d_{11'}} = \frac{\sqrt{4.4 \cdot 8.6 \cdot 8.12 \cdot 5.9}}{10.55} = 4.035m$$

$$D_{33} = \frac{\sqrt{d_{31} \cdot d_{32} \cdot d_{31'} \cdot d_{32'}}}{d_{33'}} = \frac{\sqrt{8.6 \cdot 4.38 \cdot 8.3 \cdot 6.3}}{10.55} = 4.206m$$

$$D_{22} = \frac{\sqrt{d_{21} \cdot d_{23} \cdot d_{21'} \cdot d_{23'}}}{d_{22'}} = \frac{\sqrt{4.4 \cdot 4.38 \cdot 8.3 \cdot 12}}{7.9} = 4.56m$$

$$D = \sqrt[3]{d_{11} \cdot d_{22} \cdot d_{33}} = 4.26m = 4260mm$$



Los valores totales para toda la longitud de la línea son:

Como la línea tiene 250 km de longitud, tenemos:

$$R_L = R_{K-fase} \cdot L = 3\Omega$$

$$X_L = X_{K-fase} \cdot L = j28\Omega$$

$$G_L = G_{K-fase} \cdot L = 0S$$

$$B_L = B_{K-fase} \cdot L = j2.5 \cdot 10^{-3} S$$

$$\bar{Z}_L = (R_L + jX_L) = (3 + j28) = 28.16 \angle 83.88^\circ \Omega$$

$$\bar{Y}_L = (G_L + jB_L) = (0 + j2.5 \cdot 10^{-3}) = 2.5 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ S$$

Cálculo de la impedancia, la potencia y el ángulo característicos del sistema

Los valores característicos del sistema son:

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{\bar{Z}_L}{\bar{Y}_L}} = 106.13 \angle -3.06^\circ \Omega \quad \bar{P}_C = \frac{U_n^2}{|\bar{Z}_C|} = \frac{(132)^2}{106.13} = 164.17 MW$$

$$\bar{\theta}_C = \sqrt{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L} = 0.2653 \angle 86.94 = (0.01416 + j0.2644) \text{radianes} / s$$

$$\bar{\theta}_{C-grados} = \frac{360^\circ}{2\pi} \bar{\theta}_{C-radianes} = 15.2023 \angle 86.94 = (0.8115 + j15.18) \text{grados}$$

Cálculo de las constantes auxiliares del sistema

Cálculo de las constantes auxiliares del sistema mediante funciones hiperbólicas y circulares

Aplicando las fórmulas correspondientes:

$$\bar{A} = \bar{D} = \cosh \theta_C = (\cosh \theta'_C \cos \theta''_C + j \sinh \theta'_C \sen \theta''_C) = (0.9652 + j3.708 \cdot 10^{-3}) = 0.9652 \angle 0.22^\circ$$

$$\begin{aligned} \bar{B} &= \bar{Z}_C \sinh \theta_C = \bar{Z}_C (\sinh \theta'_C \cos \theta''_C + j \cosh \theta'_C \sen \theta''_C) = \\ &= 106.13 \angle -3.06^\circ \cdot (0.26225 \angle 87.01^\circ) = 27.83 \angle 83.95^\circ = (2.933 + j27.67) \Omega \end{aligned}$$

$$\bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_C} (\sinh \bar{\theta}_C) = 2.47 \cdot 10^{-3} \angle 90.1^\circ = j2.47 \cdot 10^{-3} S$$



Cálculo de las constantes auxiliares mediante el desarrollo de series de funciones hiperbólicas y circulares

Recordando que la longitud de línea es de 250 km, hemos de tomar tres términos de las ecuaciones correspondientes:

$$\bar{A} = \bar{D} = \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \bar{Y}_L}{2} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^2}{4} \right] = (0.966 + j3.49 \cdot 10^{-3}) = 0.966 \angle 0.207^\circ$$

$$\bar{B} = \bar{Z}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^2}{5} \right] = 28.16 \angle 83.88^\circ \cdot 0.9776 \angle 0.134^\circ = 27.53 \angle 84^\circ \Omega$$

$$\bar{C} = \bar{Y}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^2}{5} \right] = 2.5 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ \cdot 0.9776 \angle 0.134^\circ = 2.444 \cdot 10^{-3} \angle 90.1^\circ S$$

Comprobación

Comprobamos los resultados obtenidos (recuérdese que han de cumplirse las tres condiciones simultáneamente):

$$\begin{aligned} \bar{A}^2 - \bar{B}\bar{C} &= (1 + j0) \Rightarrow 0.9316 \angle 0.44^\circ - 0.0687 \angle 173.95^\circ = (0.99989 + j4.96 \cdot 10^{-3}) \\ (a'^2 - a''^2) + (b''c'') - (b'c') &= 1 \Rightarrow 0.99994 \\ (2a'a'') - (b''c') - (b'c'') &= 0 \Rightarrow 7.1579 \cdot 10^{-3} - 0 - 7244 \cdot 10^{-3} = 8.66 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

Por tanto, los valores son correctos.

1. Comprobar si es posible transportar la nueva potencia con la línea antigua (método del momento eléctrico)

Aplicamos las fórmulas dadas para el momento eléctrico y para una longitud de 250 km (anexo IX.2):

Momento eléctrico

$$Me = Pe \cdot L = u\% \frac{U_n^2}{R_{K-fase} + X_{Kfase} \cdot \text{tag} \phi_2} = 0.07 \frac{(132)^2}{0.012 + 0.112 \cdot 0.4843} = 18413 \text{ MWkm}$$

Potencia máxima a transportar

$$Pe = \frac{Me}{L} = \frac{18413}{250} = 73.65 \text{ MW}$$



Pérdida de potencia que transporta la línea (anexo IX.3)

$$P_{K\%} = \frac{100R_{K-fase}}{U_n^2} \cdot \frac{Pe}{\cos^2 \phi_2} = \frac{100 \cdot 0.012 \cdot 73.65}{(132)^2 (0.9)^2} = 6.26 \cdot 10^{-3} \%$$

$$P_{100km} = P_{K\%} \cdot 100 = 0.626\% \text{ (valor perfectamente admisible)}$$

$$P_{pérdida-total-\%} = P_{K\%} \cdot L = \frac{6.26 \cdot 10^{-3}}{100} \cdot 250 = 0.0156 = 1.56\%$$

$$P_{pérdida-total} = P_{T\%} \cdot Pe = 0.0156 \cdot 73.65 = 1.15 \text{ MW}$$

Pérdida de potencia por efecto térmico

La fórmula, así como los coeficientes y los factores de corrección, pueden hallarse en el anexo IX.4 (“Pérdida de potencia por efecto térmico”).

$$P_{\max} = I_{\max} \sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \phi_2 = 799.61 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \cdot 132000 \cdot 0.9 = 987.2 \text{ MW}$$

La tensión de línea es un dato, así como el factor de potencia final. Para hallar el valor de la I_{\max} , entramos en la tabla V.3 y escogemos: $I_{\max\text{-adm}} = 799,61 \text{ A}$ (valor para un conductor).

Esta es la intensidad para un solo conductor cóndor. Como, en nuestro caso, tenemos dos circuitos tríplex, multiplicamos este valor por $2 \times 3 = 6$.

Por tanto, esta línea está suficientemente dimensionada para transportar los 60 MW pedidos, ya que, tanto por límite térmico (987,2 MW) como por la potencia máxima por momento eléctrico (73,65 MW), se superan estos 60 MW, y además se produce una caída de tensión muy reducida (0,626 % - 100 km).

Si intentamos transportar los 80 MW pedidos con la nueva ampliación, vemos que la línea existente resulta insuficiente y es necesario recurrir a otras opciones.

2. Hallar, por el método del momento eléctrico, las características principales de la primera solución (modificar la línea ya existente colocando dos circuitos cuádruplex cóndor)

Con el método ya utilizado del momento eléctrico, vamos a comprobar si, modificando la línea ya existente (pasamos de dos circuitos tríplex cóndor a dos circuitos cuádruplex cóndor), es posible transportar la nueva potencia pedida (80 MW).

Esta solución sería la más económica, ya que permitiría aprovechar las torres metálicas ya existentes (solo habría que modificar el tipo de sujeción de los conductores para adaptarlo a los dos circuitos cuádruplex). Para comprobarlo, primeramente es necesario calcular para la nueva línea los nuevos parámetros eléctricos.



Cálculo de los parámetros eléctricos de la línea antigua modificada

Disponemos de dos circuitos cuádruplex cóndor. Aplicando las fórmulas de los anexos V, VI y VII para la resistencia, la inductancia, la susceptancia y la conductancia para este sistema y tipo de conductor en particular, tenemos:

Resistencia

Como existen dos circuitos cuádruplex cóndor, tenemos:

$$R_{k-fase} = \frac{R_K}{n^\circ \text{ circuitos} \cdot n^\circ \text{ conductores}} = \frac{1}{2} \frac{1}{4} 0.0721 = 9 \cdot 10^{-3} \Omega / Km$$

El valor de la resistencia por km de un conductor cóndor se ha obtenido en la tabla V.1 de los anexos.

Reactancia inductiva

Para el sistema descrito, la inductancia por km será:

$$X_{K-fase} = \frac{1}{n^\circ \text{ cir}} \left[0.125 + 4.6 \log \frac{De}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot \Delta^3 \cdot r}} \right] \cdot 10^{-4} w =$$

$$= \frac{1}{2} \left[0.125 + 4.6 \log \frac{4260}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot 400^3 \cdot 13.88}} \right] \cdot w \cdot 10^{-4} = 0.0998 \Omega / Km$$

Susceptancia

Recuérdese que la susceptancia es un parámetro transversal y, como tal, el número de circuitos va multiplicando al valor base:

$$B_{K-fase} = n^\circ \text{ circuitos} \cdot \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot \Delta^3 \cdot r}}} w = 2 \cdot \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{4260}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot 400^3 \cdot 13.88}}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 = 1.122 \cdot 10^{-5} S / Km$$

Conductancia

El valor de la conductancia siempre puede despreciarse, a menos que se quieran hacer cálculos muy precisos.

$$G_{K-fase} = \frac{P_{fase-km}}{V_{fase}^2} \cdot 10^{-3} = 0$$

La distancia media geométrica entre fases, así como el radio del conductor, ya se han calculado anteriormente (estos valores no cambian con la modificación realizada en la línea).



Una vez conocidos los parámetros eléctricos principales, y aplicando las fórmulas ya conocidas y dadas en el anexo IX.2, hallamos las magnitudes eléctricas siguientes (nótese que no es necesario buscar los valores totales para toda la longitud de la línea, ya que el método del momento eléctrico utiliza solamente los valores por km y fase):

Momento eléctrico

$$Me = Pe \cdot L = u\% \frac{U_n^2}{R_{K-fase} + X_{K-fase} \tan \phi_2} = 0.07 \frac{(132)^2}{9 \cdot 10^{-3} + 0.0998 \cdot 0.4843} = 21273.6 \text{ MWkm}$$

Potencia máxima a transportar

$$Pe = \frac{Me}{L} = \frac{21273.6}{250} = 85.1 \text{ MW}$$

Pérdida de potencia que transporta la línea (anexo IX.3)

$$P_{K\%} = \frac{100 R_{K-fase}}{U_n^2} \cdot \frac{Pe}{\cos^2 \phi_2} = \frac{100 \cdot 9 \cdot 10^{-3} \cdot 85.1}{(132)^2 (0.9)^2} = 5.426 \cdot 10^{-3} \%$$

$$P_{100km\%} = P_{K\%} \cdot 100 = 0.542\% \text{ (valor perfectamente admisible)}$$

$$P_{pérdida-total-\%} = P_{K\%} \cdot L = \frac{5.426 \cdot 10^{-3}}{100} \cdot 250 = 0.01356 = 1.35\%$$

$$P_{pérdida-total} = P_{T\%} \cdot Pe = 0.01356 \cdot 85.1 = 1.153 \text{ MW}$$

Pérdida de potencia por efecto térmico

La fórmula, así como los coeficientes y los factores de corrección a aplicar, puede hallarse en los anexos IX.4 (“Pérdida de potencia por efecto térmico”).

$$P_{\max} = I_{\max} \sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \phi_2 = 799.61 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \cdot 132000 \cdot 0.9 = 1316 \text{ MW}$$

La tensión de línea es un dato, así como el factor de potencia final. Para hallar el valor de la I_{\max} , tenemos que entrar en la tabla V.3 y escoger $I_{\max\text{-adm}} = 799,6 \text{ A}$ para cada uno de los conductores cóndor.

Esta es la intensidad para un solo conductor cóndor. Como en nuestro caso tenemos dos circuitos cuádruplex, multiplicamos este valor por $2 \times 4 = 8$.

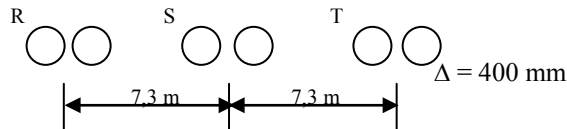
Por tanto, la línea está suficientemente dimensionada para transportar los 80 MW pedidos, ya que, tanto por límite térmico (1.316 MW) como por la potencia máxima por momento eléctrico (85,1 MW), se superan estos 80 MW, y además se produce una caída de tensión muy reducida (0,54 % - 100 km).



3. En el caso de optar por la construcción de la nueva línea, la longitud de transporte se vería incrementada hasta 275 km. Hallar las características principales del suministro.

Elegimos como nueva línea la formada por un circuito dúplex con conductores de tipo cóndor. Esta nueva línea tendrá un trazado de 275 km y discurrirá prácticamente paralela a la antigua línea (es muy difícil que dos líneas, si no se construyen a la vez, puedan tener la misma longitud; es por este motivo que la nueva línea tiene 25 km más de longitud que la antigua).

La disposición de los conductores es la siguiente



Cálculo de los parámetros eléctricos por km de línea (fórmulas dadas en los anexos V, VI y VII)

Radio equivalente y distancia media geométrica entre fases

El radio equivalente, al tratarse de un circuito dúplex, es:

$$re = \sqrt{\Delta r} = \sqrt{400 \cdot 13.88} = 75.51 \text{ mm} \quad \text{con } r = 13,881 \text{ mm (tabla V.I, de los anexos)}$$

siendo la distancia media geométrica entre fases para un solo circuito (v. figura del circuito):

$$De = \sqrt[3]{7.3 \cdot 7.3 \cdot 2 \cdot 7.3} = 9.197 \text{ m} = 9197 \text{ mm}$$

Además, cabe recordar que $\Delta = 400 \text{ mm}$ y que $\cos \varphi_2 = 0,9$; por tanto: $\varphi_2 = 25,84^\circ$

Resistencia por km (para un circuito simple, el valor coincide con el valor dado en las tablas V.1)

$$R_{k-fase} = \frac{R_k}{n^\circ \text{ circuitos} \cdot n^\circ \text{ conductores}} = \frac{1}{1} \frac{1}{2} 0.0721 = 0.03605 \Omega / \text{Km}$$

Inductancia reactiva por km (para un circuito simple)

$$\begin{aligned} X_{k-fase} &= \frac{1}{n^\circ \text{ circui}} \left[0.25 + 4.6 \log \frac{De}{\sqrt{\Delta r}} \right] \cdot w \cdot 10^{-4} = \\ &= \frac{1}{1} \left[0.25 + 4.6 \log \frac{9197}{\sqrt{400 \cdot 13.88}} \right] \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 10^{-4} = 0.31 \Omega / \text{km} \end{aligned}$$



Susceptancia

Recuérdese que la susceptancia es un parámetro transversal y, como tal, el número de circuitos se va multiplicando al valor base:

$$B_{K-fase} = n^{\circ} \text{ circuitos} \cdot \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{\sqrt{\Delta \cdot re}}} w = 1 \cdot \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{9197}{\sqrt{400 \cdot 13.88}}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 = 3.63 \cdot 10^{-6} S / Km$$

Conductancia

El valor de la conductancia siempre puede despreciarse, a menos que queramos hacer cálculos muy precisos.

$$G_{K-fase} = \frac{P_{fase-km}}{V_{fase}^2} \cdot 10^{-3} = 0$$

Una vez conocidos los parámetros eléctricos principales, y aplicando las fórmulas dadas en el anexo IX.2, hallamos las magnitudes eléctricas siguientes (nótese que no es necesario buscar los valores totales para toda la longitud de la línea, ya que el método del momento eléctrico utiliza solamente los valores por km y fase):

Momento eléctrico

$$Me = Pe \cdot L = u\% \frac{U_n^2}{R_{K-fase} + X_{K-fase} \cdot \tan \phi_2} = 0.07 \frac{(132)^2}{0.03605 + 0.31 \cdot 0.4843} = 6550.97 MWkm$$

Potencia máxima a transportar

$$Pe = \frac{Me}{L} = \frac{6550.97}{275} = 23.82 MW$$

Pérdida de potencia que transporta la línea (anexo IX.3)

$$P_{K\%} = \frac{100 R_{K-fase}}{U_n^2} \cdot \frac{Pe}{\cos^2 \phi_2} = \frac{100 \cdot 0.03605 \cdot 23.82}{(132)^2 (0.9)^2} = 6.084 \cdot 10^{-3} \%$$

$$P_{100km\%} = P_{K\%} \cdot 100 = 0.608\% \text{ (valor perfectamente admisible)}$$

$$P_{pérdida-total-\%} = P_{K\%} \cdot L = 6.084 \cdot 10^{-3} \cdot 275 = 1.67\%$$

$$P_{pérdida-total} = P_{T\%} \cdot Pe = 0.0167 \cdot 23.82 = 0.398 MW$$

Pérdida de potencia por efecto térmico



La fórmula, así como los coeficientes y los factores de corrección a aplicar, puede hallarse en el anexo IX.4 (“Pérdida de potencia por efecto térmico”).

$$P_{max} = I_{max} \cdot \sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi_2 = 799.611 \cdot \sqrt{3} \cdot 132000 \cdot 0.9 = 164.5 MW$$

La tensión de línea es un dato, así como el factor de potencia final. Para hallar el valor de la $I_{m\acute{a}x}$ tenemos que entrar en la tabla V.3 y escoger $I_{m\acute{a}x-adm} = 799,6$ A para solo un conductor simple de tipo cóndor.

Por tanto, la línea está suficientemente dimensionada para transportar los 20 MW pedidos, ya que, tanto por límite térmico (164,5 MW) como por la potencia máxima por momento eléctrico (23,82 MW), se superan estos 20 MW, y además se produce una caída de tensión muy reducida (1,67 % - 100 km).

4. Indicar, para los regímenes de vacío y de plena carga, y suponiendo que se ha escogido la opción de construir la nueva línea, cuáles serán las condiciones eléctricas al principio de las líneas, por el método de las constantes auxiliares.

Los valores de los parámetros eléctricos por km y fase de la nueva línea ya se han calculado; por tanto, los valores para toda la longitud de la nueva línea son los siguientes.

Los valores totales para toda la longitud de la nueva línea son:

Como la línea tiene 275 km, tenemos:

$$R_L = R_{K-fase} \cdot L = 0.03605 \cdot 275 = 9.913 \Omega$$

$$X_L = X_{K-fase} \cdot L = 0.31 \cdot 275 = j85.25 \Omega$$

$$G_L = G_{K-fase} \cdot L = 0 S$$

$$B_L = B_{K-fase} \cdot L = j3.63 \cdot 10^{-6} \cdot 275 = 9.98 \cdot 10^{-4} S$$

$$\bar{Z}_L = (R_L + jX_L) = (9.91 + j85.25) = 85.82 \angle 83.37^\circ \Omega$$

$$\bar{Y}_L = (G_L + jB_L) = (0 + j9.98 \cdot 10^{-4}) = 9.98 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ S$$

Cálculo de la impedancia, la potencia y el ángulo característicos de la nueva línea

Los valores característicos del sistema son:

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{\bar{Z}_L}{\bar{Y}_L}} = 293.24 \angle -3.31^\circ \Omega \quad \bar{P}_C = \frac{U_n^2}{|\bar{Z}_C|} = \frac{(132)^2}{293.24} = 59.42 MW$$



$$\bar{\theta}_c = \sqrt{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L} = 0.2926 \angle 86.68^\circ = (0.0169 + j0.292) \text{ radianes / s}$$

$$\bar{\theta}_{c-\text{grados}} = \frac{360^\circ}{2\pi} \bar{\theta}_{c-\text{radianes}} = 16.765 \angle 86.68^\circ = (0.971 + j16.73) \text{ grados}$$

Cálculo de las constantes auxiliares de la nueva línea

Cálculo de las constantes auxiliares del sistema mediante funciones hiperbólicas y circulares

Aplicando las fórmulas correspondientes:

$$\bar{A} = \bar{D} = \cosh \theta_c = (\cosh \theta'_c \cos \theta''_c + j \sinh \theta'_c \sen \theta''_c) = (0.9578 + j4.86 \cdot 10^{-3}) = 0.9578 \angle 0.29^\circ$$

$$\bar{B} = \bar{Z}_c \sinh \theta_c = \bar{Z}_c (\sinh \theta'_c \cos \theta''_c + j \cosh \theta'_c \sen \theta''_c) = 293.24 \angle -3.31^\circ \cdot 0.288 \angle 86.8^\circ = 84.45 \angle 83.49^\circ = (9.57 + j83.91) \Omega$$

$$\bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_c} (\sinh \bar{\theta}_c) = 9.82 \cdot 10^{-4} \angle 90.11^\circ = (-1.885 \cdot 10^{-6} + j9.82 \cdot 10^{-4}) S$$

Comprobación

Comprobamos los resultados obtenidos (recuérdese que han de cumplirse las tres condiciones simultáneamente):

$$\bar{A}^2 - \bar{B}\bar{C} = (1 + j0) \Rightarrow 0.9174 \angle 0.58^\circ - 0.0829 \angle 173.6^\circ = (0.9997 + j4.582 \cdot 10^{-5})$$

$$(a'^2 - a''^2) + (b''c'') - (b'c') = 1 \Rightarrow 0.9173 + 0.0824 - (-1.81 \cdot 10^{-5}) = 0.99977$$

$$(2a'a'') - (b''c') - (b'c'') = 0 \Rightarrow 9.3098 \cdot 10^{-3} - (-1.577 \cdot 10^{-4}) - 9.3977 \cdot 10^{-3} = 7.024 \cdot 10^{-5}$$

Por tanto, los valores son correctos.

Ya disponemos de los parámetros eléctricos más importantes para las dos líneas (la primera línea ha sido calculada en el apartado primero, mientras que en este apartado se han calculado los parámetros eléctricos para la segunda línea o nueva línea).

Para denominar cada una de las líneas, utilizamos la nomenclatura siguiente:

- Línea antigua: sin la tilde. Por ejemplo, la tensión al final de línea será U_2
- Línea nueva: con la tilde. Por ejemplo, la tensión al final de línea será U_2'

Condiciones eléctricas al inicio de la línea

Línea antigua

Partimos de los datos siguientes:



$$\bar{U}_2 = 1320000 \angle 0^\circ V \quad \bar{V}_2 = 76210.2 \angle 0^\circ V \quad \cos \varphi_2 = 0.9, \Rightarrow \varphi_2 = 25.84^\circ$$

Línea antigua en carga

$$P_2 = 60 \text{ MW} \quad \text{y, por tanto,} \quad I_2 = \frac{60 \cdot 10^6}{132 \cdot 10^3 \sqrt{3} \cdot 0.9} = 291.6 \angle -25.84^\circ A$$

Aplicando las ecuaciones dadas para el método de las constantes auxiliares (anexo VII.3):

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 \bar{A} + \bar{I}_2 \bar{B} = 73558 \angle 0.22^\circ + 8115.2 \angle 58.11^\circ = 78174.4 \angle 5.26^\circ V \rightarrow \bar{U}_1 = \bar{V}_1 \cdot \sqrt{3} = 135402 \angle 5.26^\circ V$$

$$\bar{I}_1 = \bar{V}_2 \bar{C} + \bar{I}_2 \bar{D} = 188.24 \angle 90.1^\circ + 281.45 \angle -25.84^\circ = 261.3 \angle 14.53^\circ A$$

Las restantes magnitudes eléctricas al principio de la línea y en carga serán:

$$\varphi_1 = \varphi_{\bar{U}_1} - \varphi_{\bar{I}_1} = 5.26^\circ - 14.53^\circ = -9.27^\circ \quad \cos \varphi_1 = 0.9869$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 = 135402 \cdot 261.34 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-9.27^\circ) = 60.49 \text{ MW}$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 = 135402 \cdot 261.34 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(-9.27^\circ) = -9.87 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_1 = (P_1 + jQ_1) = (60.49 - j9.87) = 61.29 \angle -9.27^\circ \text{ MVA}$$

Línea antigua en vacío

$$P_2 = 0 \text{ MW}, \quad \bar{V}_2 = 76210.2 \angle 0^\circ V \quad \text{y, por tanto,} \quad I_2 = \frac{0}{132 \cdot 10^3 \sqrt{3} \cdot 0.9} = 0 A$$

Aplicando las ecuaciones dadas para el método de las constantes auxiliares (anexo VII.3):

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 \bar{A} = 73558 \angle 0.22^\circ V \rightarrow \bar{U}_1 = 127406.2 \angle 0.22^\circ V$$

$$\bar{I}_1 = \bar{V}_2 \bar{C} = 188.24 \angle 90.1^\circ A$$

Las restantes magnitudes eléctricas al principio de la línea y en vacío serán:

$$\varphi_1 = \varphi_{\bar{U}_1} - \varphi_{\bar{I}_1} = 0.22^\circ - 90.1^\circ = -89.88^\circ \quad \cos \varphi_1 = 2.094 \cdot 10^{-3}$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 = 127406.2 \cdot 188.24 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-89.88^\circ) = 87000 W$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 = 127406.2 \cdot 188.24 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(-89.88^\circ) = -41.54 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_1 = (P_1 + jQ_1) = (0.087 - j41.54) = 41.54 \angle -89.88^\circ \text{ MVA}$$

*Línea nueva*

Partimos de los datos siguientes:

$$\bar{U}_2' = 1320000 \angle 0^\circ V \quad \bar{V}_2' = 76210.2 \angle 0^\circ V \quad \cos \varphi_2' = 0.9, \Rightarrow \varphi_2' = 25.84^\circ$$

Línea nueva en carga

$$P_2' = 20 \text{ MW} \quad \text{y, por tanto,} \quad I_2' = \frac{20 \cdot 10^6}{132 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.9} = 97.19 \angle -25.84^\circ A$$

Aplicando las ecuaciones dadas para el método de las constantes auxiliares (anexo VII.3):

$$\begin{aligned} \bar{V}_1' &= \bar{V}_2' \bar{A}' + \bar{I}_2' \bar{B}' = 72994.2 \angle 0.29^\circ + 8207.7 \angle 57.65^\circ = 77728.9 \angle 5.39^\circ \\ &\rightarrow \bar{U}_1' = \bar{V}_1' \cdot \sqrt{3} = 134630.5 \angle 5.39^\circ V \end{aligned}$$

$$\bar{I}_1' = \bar{V}_2' \bar{C}' + \bar{I}_2' \bar{D}' = 74.84 \angle 90.11^\circ + 93.09 \angle -25.55^\circ = 90.73 \angle 22.48^\circ A$$

Las restantes magnitudes eléctricas al principio de la línea y en carga serán:

$$\phi_1' = \phi_{v1}' - \phi_{i1}' = 5.39^\circ - 22.48^\circ = -17.09^\circ \quad \cos \phi_1' = 0.9558$$

$$P_1' = U_1' \cdot I_1' \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_1' = 134630.5 \cdot 90.73 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-17.09^\circ) = 20.223 \text{ MW}$$

$$Q_1' = U_1' \cdot I_1' \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_1' = 134630.5 \cdot 90.73 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(-17.09^\circ) = -6.22 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_1' = (P_1' + jQ_1') = (20.223 - j6.22) = 21.16 \angle -17.09^\circ \text{ MVA}$$

Línea nueva en vacío

$$P_2' = 0 \text{ MW}, \quad \bar{V}_2' = 76210.2 \angle 0^\circ V \quad \text{y, por tanto,} \quad I_2' = \frac{0}{132 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.9} = 0 A$$

Aplicando las ecuaciones dadas para el método de las constantes auxiliares (anexo VII.3):

$$\bar{V}_1' = \bar{V}_2' \bar{A}' = 72994.2 \angle 0.29^\circ V \rightarrow \bar{U}_1' = \bar{V}_1' \cdot \sqrt{3} = 126429.7 \angle 0.29^\circ V$$

$$\bar{I}_1' = \bar{V}_2' \bar{C}' = 74.84 \angle 90.11^\circ A$$

Las restantes magnitudes eléctricas al principio de la línea y en vacío serán:

$$\phi_1' = \phi_{v1}' - \phi_{i1}' = 0.29^\circ - 90.11^\circ = -89.82^\circ \quad \cos \phi_1' = 3.141 \cdot 10^{-3}$$

$$P_1' = U_1' \cdot I_1' \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_1' = 126429.7 \cdot 74.84 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-89.82^\circ) = 51486.4 \text{ W}$$

$$Q_1' = U_1' \cdot I_1' \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_1' = 126429.7 \cdot 74.84 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(-89.82^\circ) = -16.39 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_1' = (P_1' + jQ_1') = (0.0514 - j16.39) = 16.39 \angle -89.82^\circ \text{ MVA}$$



Línea nueva

Partimos de los datos siguientes:

$$\bar{U}_2' = 1320000 \angle 0^\circ V \quad \bar{V}_2' = 76210.2 \angle 0^\circ V \quad \cos \varphi_2' = 0.9, \Rightarrow \varphi_2' = 25.84^\circ$$

Línea nueva en carga

$$P_2' = 20 \text{ MW} \quad \text{y, por tanto,} \quad I_2' = \frac{20 \cdot 10^6}{132 \cdot 10^3 \sqrt{3} \cdot 0.9} = 97.19 \angle -25.84^\circ A$$

Aplicando las ecuaciones dadas para el método de las constantes auxiliares (anexo VII.3):

$$\begin{aligned} \bar{V}_1' &= \bar{V}_2' \cdot \bar{A}' + \bar{I}_2' \cdot \bar{B}' = 72994.2 \angle 0.29^\circ + 8207.7 \angle 57.65^\circ = 77728.9 \angle 5.39^\circ \\ &\rightarrow \bar{U}_1' = \bar{V}_1' \cdot \sqrt{3} = 134630.5 \angle 5.39^\circ V \end{aligned}$$

$$\bar{I}_1' = \bar{V}_2' \cdot \bar{C}' + \bar{I}_2' \cdot \bar{D}' = 74.84 \angle 90.11^\circ + 93.09 \angle -25.55^\circ = 90.73 \angle 22.48^\circ A$$

Las restantes magnitudes eléctricas al principio de la línea y en carga serán:

$$\varphi_1' = \varphi_{U_1}' - \varphi_{I_1}' = 5.39^\circ - 22.48^\circ = -17.09^\circ \quad \cos \varphi_1' = 0.9558$$

$$P_1' = U_1' \cdot I_1' \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1' = 134630.5 \cdot 90.73 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-17.09^\circ) = 20.223 \text{ MW}$$

$$Q_1' = U_1' \cdot I_1' \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1' = 134630.5 \cdot 90.73 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(-17.09^\circ) = -6.22 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_1' = (P_1' + jQ_1') = (20.223 - j6.22) = 21.16 \angle -17.09^\circ \text{ MVA}$$

Línea nueva en vacío

$$P_2' = 0 \text{ MW}, \quad \bar{V}_2' = 76210.2 \angle 0^\circ V \quad \text{y, por tanto,} \quad I_2' = \frac{0}{132 \cdot 10^3 \sqrt{3} \cdot 0.9} = 0 A$$

Aplicando las ecuaciones dadas para el método de las constantes auxiliares (anexo VII.3):

$$\bar{V}_1' = \bar{V}_2' \cdot \bar{A}' = 72994.2 \angle 0.29^\circ V \rightarrow \bar{U}_1' = \bar{V}_1' \cdot \sqrt{3} = 126429.7 \angle 0.29^\circ V$$

$$\bar{I}_1' = \bar{V}_2' \cdot \bar{C}' = 74.84 \angle 90.11^\circ A$$

Las restantes magnitudes eléctricas al principio de la línea y en vacío serán:

$$\phi_1' = \phi_{U_1}' - \phi_{I_1}' = 0.29^\circ - 90.11^\circ = -89.82^\circ \quad \cos \phi_1' = 3.141 \cdot 10^{-3}$$

$$P_1' = U_1' \cdot I_1' \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_1' = 126429.7 \cdot 74.84 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-89.82^\circ) = 51486.4 \text{ W}$$

$$Q_1' = U_1' \cdot I_1' \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_1' = 126429.7 \cdot 74.84 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(-89.82^\circ) = -16.39 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_1' = (P_1' + jQ_1') = (0.0514 - j16.39) = 16.39 \angle -89.82^\circ \text{ MVA}$$



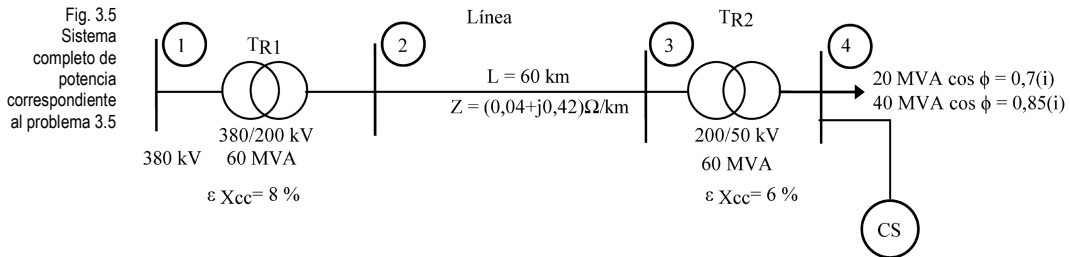
Problema 3.5

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de dos transformadores con dos bobinados cada uno. Una línea de interconexión conecta la línea con unos usuarios, y las demandas de potencia son las que se indican en la figura. Las características de los transformadores, así como del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan en la figura.

Se pide hallar:

Si la tensión en el nudo 1 es de 380 kV constantes

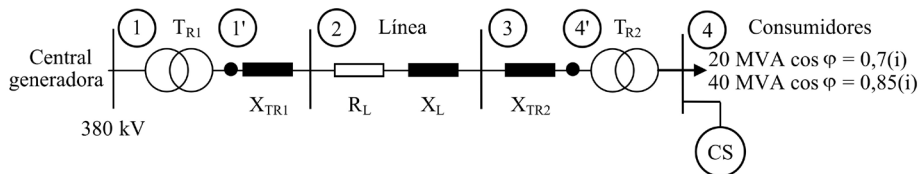
1. La potencia reactiva capacitiva que ha de tener el compensador síncrono, situado en bornes de las barras 4, para que la tensión en las mismas sea de 50 kV en los dos casos que se indican, así como el valor de las intensidades de la línea.
2. La potencia reactiva capacitiva que ha de tener el compensador síncrono, situado en bornes de las barras 4, para que la tensión en las mismas sea de 45 kV en los dos casos que se indican, así como el valor de las intensidades de la línea.



Resolución

En primer lugar, volveremos a representar el sistema de potencia, pero ahora con sus respectivas impedancias:

Sistema de potencia con sus respectivas impedancias





Cálculo de las impedancias de todos los componentes

Línea : (200 kV)

$$\bar{Z}_L = 60 \text{ km } (0,04 + j 0,42)\Omega/\text{km} = (2,4 + j 25,2) \Omega = 25,314 \angle 84,56^\circ \Omega$$

Transformadores T_{R1} y T_{R2} : (200 kV)

$$T_{R1}: \bar{X}_{TR1} = \frac{U^2}{S_1} \cdot \varepsilon_{xcc1} = \frac{200^2}{60} \cdot 0,08 = j53,33\Omega$$

$$T_{R2}: \bar{X}_{TR2} = \frac{U^2}{S_2} \cdot \varepsilon_{xcc2} = \frac{200^2}{60} \cdot 0,06 = j40\Omega$$

La impedancia total vista desde los puntos 1' al 4' será:

$$\bar{Z}_{1'4'} = (2,4 + j (53,33 + 25,2 + 40)) = (2,4 + j 118,53) = 118,55 \angle 88,84^\circ \Omega$$

Relaciones de transformación

$$m_{TR1} = \frac{380}{200} = 1,9 \quad m_{TR2} = \frac{200}{50} = 4$$

1. Potencia reactiva capacitiva del compensador síncrono, en barras 4, para que la tensión en las mismas sea de 50 kV

1.1 Con una potencia de consumo de 20 MVA y un factor de potencia de $\cos \varphi_4 = 0,7$ (inductivo)

Condiciones eléctricas al final de la línea

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras 4

$$S_4 = 20 \text{ MVA}$$

$$\varphi_4 = \arccos 0,7 = 45,573^\circ$$

$$P_4 = S_4 \cdot \cos \varphi_4 = 20 \cdot 0,7 = 14 \text{ MW}$$

$$Q_4 = S_4 \cdot \sin \varphi_4 = 20 \cdot \sin 45,573^\circ = 14,283 \text{ MVAR}$$

$$U_4 = 50.000 \text{ V}$$

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras 4'

$$S_{4'} = 20 \text{ MVA}$$

$$\varphi_{4'} = \arccos 0,7 = 45,573^\circ$$



$$P_{4'} = S_{4'} \cdot \cos \varphi_{4'} = 20 \cdot 0,7 = 14 \text{ MW}$$

$$Q_{4'} = S_{4'} \cdot \sin \varphi_{4'} = 20 \cdot \sin 45,573^\circ = 14,283 \text{ MVAR}$$

$$U_{4'} = 200 \text{ kV}$$

Un transformador no modifica las potencias ni la frecuencia, solo el valor del desfase y la tensión y la intensidad.

Falta hallar la intensidad en barras 4', para tener las seis magnitudes eléctricas fundamentales en esta zona (suponiendo que, al ser final de línea, la tensión en barras 4' tiene un ángulo de desfase de 0°).

$$\bar{I}_{4'} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle \varphi_{V_{4'}} - \varphi_{I_{4'}} = \frac{14 \cdot 10^6}{200.000 \sqrt{3} \cdot 0,7} \angle 0^\circ - 45,57^\circ = 57,735 \angle -45,57^\circ \text{ A}$$

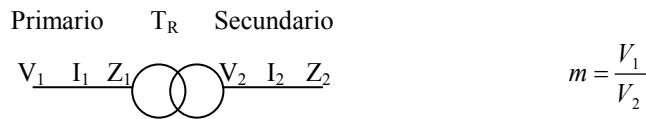
Apuntes de teoría

Recuérdese que, con los sistemas de potencia, siempre se trabaja en estrella (si existe algún triángulo, las fórmulas siguen siendo válidas, ya que se procede previamente a su conversión de triángulo a estrella). Y en estrella existen dos relaciones que no han de olvidarse:

$$\boxed{\bar{V}_{FASE} = \frac{\bar{U}_{LÍNEA}}{\sqrt{3}} \quad \bar{I}_{FASE} = \bar{I}_{LÍNEA}}$$

Asimismo, los transformadores introducen modificaciones en algunas magnitudes:

Si suponemos que disponemos de un transformador reductor y $V_1 > V_2$, tendremos las relaciones siguientes:



Relación de transformación (Siempre es mejor calcularla de forma que el numerador sea mayor que el denominador, es decir, $m > 1$.)

Las otras relaciones son:

Del secundario al primario

Del primario al secundario

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{I}_2}{m} \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot m \quad \bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 \cdot m^2 \quad \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot m \quad \bar{V}_2 = \frac{\bar{V}_1}{m} \quad \bar{Z}_2 = \frac{\bar{Z}_1}{m^2}$$



El ángulo total para un punto determinado será: $\varphi_T = \varphi_U - \varphi_i$

Para el resto de fórmulas, consultar los anexos.

Siguiendo con este problema, se nos plantea el problema siguiente: en las barras 1, la tensión es de 380 kV fijos (ya que provienen de una central generadora). Tener 380kV en las barras 1 significa tener 200 kV en las barras 1'. Por otra parte, queremos obtener 50 kV en las barras 4, lo que significa que en las barras 4' la tensión es de 200 kV.

Primero comprobamos si pueden obtenerse los valores requeridos, sin compensar. Para ello, aplicamos las fórmulas de caída de tensión en líneas cortas:

$$\text{con } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{200000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 115470\angle 0^\circ V$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 115470\angle 0^\circ + 57.74\angle -45.57^\circ \cdot 118.55\angle 88.84^\circ = 120545.5\angle 2.23^\circ V$$

cantidad que, pasada a valores de línea, da

$$\bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 120545.5\angle 2.23^\circ \cdot \sqrt{3} = 208791\angle 2.23^\circ V$$

Teníamos que obtener 200 kV en barras 1' y obtenemos 208,8 kV; por tanto, es necesario compensar para disminuir la caída de tensión de la línea.

Cálculo de la potencia de compensación

Para calcular la potencia de compensación, se utilizan las expresiones siguientes, recordando que compensamos entre los dos puntos o barras en las cuales queremos fijar la tensión. Es decir, desde las barras 1' hasta las barras 4':

$$Q_{4'NEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2}$$

$$K = \frac{U_{1'} \cdot U_{4'}}{Z_{1'4'}} = \frac{200 \cdot 200}{118.55} = 337,41$$

$$Kp = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \cos \phi_{Z_{1'4'}} = \frac{200^2}{118 \cdot 55} \cdot \cos 88'84'' = 6'83$$

$$Kq = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \sin \phi_{Z_{1'4'}} = \frac{200^2}{118.55} \cdot \sin 88.84^\circ = 337.34$$

La potencia activa en las barras 4' coincide con la de las barras 4:



$$Q_{4'NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2} = -337.34 \pm \sqrt{337.41^2 - (14 + 6.83)^2} =$$

$$= -337.34 \pm 336.76 = -0.575 \text{ MVAR}$$

Esta será la nueva potencia reactiva en barras 4 para que se cumplan las condiciones eléctricas deseadas.

La potencia reactiva de compensación que ha de entregar el compensador síncrono situado en las barras 4' es:

$$Q_{\text{comp}} = Q_{4'NUEVA} - Q_{4'ANTIGUA} = -0,575 - 14,283 = -14,858 \text{ MVAR}$$

(El valor de esta potencia es el mismo en las barras 4 que en las 4', ya que el paso por el transformador no modifica su valor.)

La reactancia capacitiva y la capacidad equivalente del compensador síncrono son:

$$\bar{X}_C = \frac{U^2}{Q_{\text{comp}}} = \frac{50^2}{-14.858} = -j168.262 \Omega \quad \text{y,}$$

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 168.262} = 18.92 \mu\text{F}$$

(Estas magnitudes sí experimentan cambios al pasar a través de un transformador; por tanto, ya están calculadas a la tensión de las barras 4.)

Finalmente, comprobamos si, con estas nuevas condiciones, se cumplen los requisitos exigidos. (Nótese que solo cambiamos la potencia reactiva, aunque este cambio repercute en alguna de las restantes magnitudes eléctricas.)

Las nuevas condiciones en las barras 4' después de la compensación son:

$$Q_{4'} = -0,575 \text{ MVAR}$$

$$P_{4'} = 20 \cdot 0,7 = 14 \text{ MW (No cambia nunca, ya que es un factor de calidad.)}$$

$$S_{4'} = (P_{4'} + j Q_{4'}) = (14 - j 0,575) = 14,01 \angle -2,33^\circ \text{ MVA}$$

$$\varphi_{4'} = \varphi_{S_{4'}} = -2,33^\circ = \varphi_{U_{4'}} - \varphi_{I_{4'}}$$

$U_{4'} = 200(0^\circ) \text{ kV}$ (Esta magnitud tampoco cambia, ya que es precisamente la que queremos mantener fija.)

La nueva intensidad en las barras 4' será:

$$\bar{I}_{4'} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle (\varphi_{V_{4'}} - \varphi_{I_{4'}}) = \frac{14 \cdot 10^6}{200.000 \sqrt{3} \cdot 0.999} \angle (0^\circ + 2.33^\circ) = 40.44 \angle 2.33^\circ \text{ A}$$

Y, comprobando de nuevo el valor que adopta la tensión en las barras 1' con estas nuevas condiciones:



$$\text{con } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{200000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 115470 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 115470 \angle 0^\circ + 40.44 \angle 2.33^\circ \cdot 118.55 \angle 88.84^\circ = 115471 \angle 2.38^\circ V$$

cantidad que, pasada a valores de línea, da

$$\bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 115471 \angle 2.38^\circ \cdot \sqrt{3} = 200001 \angle 2.38^\circ V$$

Este valor coincide perfectamente con el valor pedido.

1.2. Con una potencia de consumos de 40 MVA y un factor de potencia de $\cos \varphi_4 = 0,85$ (inductivo)

Condiciones eléctricas al final de la línea

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras 4

$$S_4 = 40 \text{ MVA}$$

$$\varphi_4 = \arccos 0,85 = 31,788^\circ$$

$$P_4 = S_4 \cdot \cos \varphi = 40 \cdot 0,85 = 34 \text{ MW}$$

$$Q_4 = S_4 \cdot \sin \varphi = 40 \cdot \sin 31,788^\circ = 21,071 \text{ MVAR}$$

$$U_4 = 50 \text{ kV}$$

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras 4'

$$S_{4'} = 40 \text{ MVA}$$

$$\varphi_{4'} = \arccos 0,85 = 31,788^\circ$$

$$P_{4'} = S_{4'} \cdot \cos \varphi_{4'} = 40 \cdot 0,85 = 34 \text{ MW}$$

$$Q_{4'} = S_{4'} \cdot \sin \varphi_{4'} = 40 \cdot \sin 31,788^\circ = 21,071 \text{ MVAR}$$

$$U_{4'} = 200 \text{ kV}$$

Un transformador no modifica las potencias ni la frecuencia, solo el valor del desfase, la tensión y la intensidad.

Falta hallar la intensidad en las barras 4' (suponiendo que, al ser final de línea, la tensión en las barras 4' tiene un ángulo de desfase de 0°).

$$\bar{I}_{4'} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle (\varphi_{V_{4'}} - \varphi_{I_{4'}}) = \frac{34 \cdot 10^6}{200.000 \sqrt{3} \cdot 0,85} \angle (0^\circ - 31,8^\circ) = 115,47 \angle -31,8^\circ A$$



Primero, comprobamos si pueden obtenerse los valores requeridos, sin compensar. Para ello, aplicamos las fórmulas de caída de tensión en líneas cortas:

$$\text{con } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{200000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 115470 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 115470 \angle 0^\circ + 115.47 \angle -31.8^\circ \cdot 118.55 \angle 88.84^\circ = 123450 \angle 5.33^\circ V$$

cantidad que, pasada a valores de línea, da

$$\bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 123450 \angle 5.33^\circ \cdot \sqrt{3} = 213822 \angle 5.33^\circ V$$

Teníamos que obtener 200kV en las barras 4' y obtenemos 213,8 kV; por tanto, es necesario compensar para disminuir la caída de tensión de la línea.

Cálculo de la potencia de compensación

Para calcular la potencia de compensación, se utilizan las expresiones siguientes, recordando que compensamos entre los dos puntos o barras en que queremos fijar la tensión. Es decir, desde las barras 1' hasta las barras 4':

$$Q_{4'NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2}$$

$$K = \frac{U_{1'} \cdot U_{4'}}{Z_{1'4'}} = \frac{200 \cdot 200}{118.55} = 337,41$$

$$Kp = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \cos \phi_{Z_{1'4'}} = \frac{200^2}{118.55} \cdot \cos 88.84^\circ = 6.83$$

$$Kq = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \sin \phi_{Z_{1'4'}} = \frac{200^2}{118.55} \cdot \sin 88.84^\circ = 337.34$$

La potencia activa en las barras 4' coincide con la de las barras 4:

$$\begin{aligned} Q_{4'NUEVA} &= -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2} = -337.34 \pm \sqrt{337.41^2 - (34 + 6.83)^2} = \\ &= -337.34 \pm 334.93 = -2.41 \text{ MVAR} \end{aligned}$$

Esta es la nueva potencia reactiva en las barras 4, para que se cumplan las condiciones eléctricas deseadas.

La potencia reactiva de compensación que ha de entregar el compensador síncrono situado en las barras 4' es:

$$Q_{comp} = Q_{4'NUEVA} - Q_{4'ANTIGUA} = -2,41 - 21,071 = -23,481 \text{ MVAR}$$



(El valor de esta potencia es el mismo en las barras 4 que en las 4', ya que el paso por el transformador no modifica su valor.)

La reactancia capacitiva y la capacidad equivalente del compensador síncrono son:

$$\bar{X}_C = \frac{U^2}{Q_{comp}} = \frac{50^2}{-23.481} = -j106.5\Omega \quad \text{y} \quad C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 106.5} = 29.8\mu F$$

(Estas magnitudes sí experimentan cambios al pasar a través de un transformador; por tanto, ya están calculadas a la tensión de las barras 4.)

Finalmente, comprobamos si, con estas nuevas condiciones, se cumplen los requisitos exigidos. (Nótese que solo cambiamos la potencia reactiva, aunque este cambio repercute en alguna de las restantes magnitudes eléctricas.)

Las nuevas condiciones en barras 4' después de la compensación serán:

$$Q_{4'} = -2,41 \text{ MVAR}$$

$$P_{4'} = 40 \cdot 0,85 = 34 \text{ MW (No cambia nunca, ya que es un factor de calidad.)}$$

$$S_{4'} = (P_{4'} + j Q_{4'}) = (34 - j 2,41) = 34,08 \angle -4,05^\circ \text{ MVA}$$

$$\varphi_{4'} = \varphi_{S_{4'}} = -4,05^\circ = \varphi_U - \varphi_I$$

$U_{4'} = 200 \angle 0^\circ \text{ kV}$ (Esta magnitud tampoco cambia, ya que es precisamente la que queremos mantener fija.)

La nueva intensidad en las barras 4' será:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{4'} &= \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{4'}} \angle (\phi_{V_{4'}} - \phi_{I_{4'}}) = \frac{34 \cdot 10^6}{200.000 \sqrt{3} \cdot \cos(-4.05)} \angle (0^\circ + 4.05^\circ) = \\ &= 98.39 \angle 4.05^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Y, comprobando de nuevo el valor que adopta la tensión en las barras 1' con estas nuevas condiciones:

$$\text{con } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{200000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 115470 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 115470 \angle 0^\circ + 98.39 \angle 4.05^\circ \cdot 118.55 \angle 88.84^\circ = 115471 \angle 5.79^\circ \text{ V}$$

cantidad que, pasada a valores de línea, da

$$\bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 115471 \angle 5.79^\circ \cdot \sqrt{3} = 200001 \angle 5.79^\circ \text{ V}$$

Este valor coincide perfectamente con el valor pedido.



2. Si la tensión es $U_4 = 45 \text{ kV}$ y el resto de datos coinciden con el primer apartado, hallar la potencia reactiva de compensación del compensador síncrono y el valor de las intensidades de la línea en los dos casos propuestos.

2.1. Con una potencia de consumo de 20 MVA y un factor de potencia de $\cos \varphi_4 = 0,7$ (inductivo)

Condiciones eléctricas al final de la línea

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras 4

$$S_4 = 20 \text{ MVA}$$

$$\varphi_4 = \arccos 0,7 = 45,573^\circ$$

$$P_4 = S_4 \cdot \cos \varphi_4 = 20 \cdot 0,7 = 14 \text{ MW}$$

$$Q_4 = S_4 \cdot \sin \varphi_4 = 20 \cdot \sin 45,573^\circ = 14,283 \text{ MVAR}$$

$$U_4 = 45.000 \text{ V}$$

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras 4'

$$S_{4'} = 20 \text{ MVA}$$

$$\varphi_{4'} = \arccos 0,7 = 45,573^\circ$$

$$P_{4'} = S_{4'} \cdot \cos \varphi_{4'} = 20 \cdot 0,7 = 14 \text{ MW}$$

$$Q_{4'} = S_{4'} \cdot \sin \varphi_{4'} = 20 \cdot \sin 45,573^\circ = 14,283 \text{ MVAR}$$

$$U_{4'} = 180 \text{ kV}$$

Un transformador no modifica las potencias ni la frecuencia, solo el valor del desfase y la tensión y la intensidad.

Falta hallar la intensidad en las barras 4' para tener las seis magnitudes eléctricas fundamentales en esta zona (suponiendo que, al ser final de línea, la tensión en las barras 4' tiene un ángulo de desfase de 0°).

$$\bar{I}_{4'} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle(\varphi_{V_{4'}} - \varphi_{I_{4'}}) = \frac{14 \cdot 10^6}{180000 \sqrt{3} \cdot 0,7} \angle(0^\circ - 45,57^\circ) = 64,15 \angle -45,57^\circ \text{ A}$$

El problema que se plantea es el siguiente: en las barras 1, la tensión es de 380 kV fijos (ya que provienen de una central generadora). Tener 380 kV en las barras 1 significa tener 200 kV en las barras 1'. Por otra parte, queremos obtener 45 kV en las barras 4, lo que significa que en las barras 4' la tensión es de 180 kV.

Primero, comprobamos si pueden obtenerse los valores requeridos, sin compensar. Para ello, aplicamos las fórmulas de caída de tensión en líneas cortas:



$$\text{con } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{180000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 103923 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 103923 \angle 0^\circ + 118.55 \angle 88.84^\circ \cdot 64.15 \angle -45.57^\circ = 109584.5 \angle 2.73^\circ V$$

cantidad que, pasada a valores de línea, da

$$\bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 109584.5 \angle 2.73^\circ \cdot \sqrt{3} = 189806 \angle 2.73^\circ V$$

Teníamos que obtener 200 kV en las barras 1' y obtenemos 189,8 kV; por tanto, es necesario compensar para aumentar la caída de tensión de la línea (no es un caso muy frecuente).

Cálculo de la potencia de compensación

Para calcular la potencia de compensación, se utilizan las expresiones siguientes, recordando que compensamos entre los dos puntos o barras en que queremos fijar la tensión, es decir, entre las barras 1' y las barras 4':

$$Q_{4'NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2}$$

$$K = \frac{U_{1'} \cdot U_{4'}}{Z_{1'4'}} = \frac{200 \cdot 180}{118.55} = 303.67$$

$$Kp = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \cos \varphi_{\dot{z}_{1'4'}} = \frac{180^2}{118.55} \cdot \cos 88.84^\circ = 5.53$$

$$Kq = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \sin \varphi_{\dot{z}_{1'4'}} = \frac{180^2}{118.55} \cdot \sin 88.84^\circ = 273.24$$

La potencia activa en las barras 4' coincide con la de las barras 4:

$$\begin{aligned} Q_{4'NUEVA} &= -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2} = -273.24 \pm \sqrt{303.67^2 - (14 + 5.53)^2} = \\ &= -273.24 \pm 303.1 = 29.86 \text{ MVAR} \end{aligned}$$

Esta es la nueva potencia reactiva inductiva (debida a bobinas, ya que es mayor que cero) en las barras 4, para que se cumplan las condiciones eléctricas deseadas.

La potencia reactiva de compensación que ha de entregar el compensador síncrono situado en las barras 4' es:

$$Q_{comp} = Q_{4'NUEVA} - Q_{4'ANTIGUA} = 29.86 - 14.283 = 15.58 \text{ MVAR}$$

(El valor de esta potencia es el mismo en las barras 4 que en las 4', ya que el paso por el transformador no modifica su valor.)



La reactancia inductiva y la inductancia equivalentes del compensador síncrono son:

$$X_L = \frac{U_{4'}^2}{Q_{comp}} = \frac{45^2}{15.58} = j129.97\Omega \quad \text{y} \quad L = \frac{X_L}{2\pi \cdot f} = \frac{129.97}{2\pi \cdot 50} = 4.137mH$$

(Estas magnitudes sí experimentan cambios al pasar a través de un transformador; por tanto, ya están calculadas a la tensión de las barras 4.)

Finalmente, comprobamos si con estas nuevas condiciones se cumplen los requisitos pedidos. (Nótese que solo cambiamos la potencia reactiva, aunque este cambio repercute en alguna de las restantes magnitudes eléctricas.)

Las nuevas condiciones en las barras 4' después de la compensación son:

$$Q_{4'} = 29,86 \text{ MVAR}$$

$$P_{4'} = 20 \cdot 0,7 = 14 \text{ MW (No cambia nunca, ya que es un factor de calidad.)}$$

$$S_{4'} = (P_{4'} + j Q_{4'}) = (14 + j 29,86) = 32,98 \text{ (64,88}^\circ \text{ MVA)}$$

$$\varphi_{4'} = \varphi_{S_{4'}} = 64,88^\circ = \varphi_U - \varphi_I$$

$U_{4'} = 180 \text{ (0}^\circ \text{ kV)}$ (Esta magnitud tampoco cambia, ya que es precisamente lo que queremos mantener fija.)

La nueva intensidad en las barras 4' es:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{4'} &= \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{4'}} \angle(\phi_{V_{4'}} - \phi_{I_{4'}}) = \frac{14 \cdot 10^6}{180000 \sqrt{3} \cdot \cos(64.88)} \angle(0^\circ - 64.88)^\circ = \\ &= 105.78 \angle -64.88^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Y, comprobando de nuevo el valor que adopta la tensión en las barras 1' con estas nuevas condiciones:

$$\text{con } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{180000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 103923 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 103923 \angle 0^\circ + 118.55 \angle 88.84^\circ \cdot 105.78 \angle -64.88^\circ = 115495 \angle 2.53^\circ \text{ V}$$

cantidad que, pasada a valores de línea, da

$$\bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 115495 \angle 2.53^\circ \cdot \sqrt{3} = 200043.2 \angle 2.53^\circ \text{ V}$$

Este valor coincide perfectamente con el valor pedido.



2.2. Con una potencia de consumo de 40 MVA y un factor de potencia de $\cos \varphi_4 = 0,85$ (inductivo)

Condiciones eléctricas al final de la línea

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras 4

$$S_4 = 40 \text{ MVA}$$

$$\varphi_4 = \arccos 0,85 = 31,788^\circ$$

$$P_4 = S_4 \cdot \cos \varphi = 40 \cdot 0,85 = 34 \text{ MW}$$

$$Q_4 = S_4 \cdot \sin \varphi = 40 \cdot \sin 31,788^\circ = 21,071 \text{ MVAR}$$

$$U_4 = 45 \text{ kV}$$

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras 4'

$$S_{4'} = 40 \text{ MVA}$$

$$\varphi_{4'} = \arccos 0,85 = 31,788^\circ$$

$$P_{4'} = S_{4'} \cdot \cos \varphi_{4'} = 40 \cdot 0,85 = 34 \text{ MW}$$

$$Q_{4'} = S_{4'} \cdot \sin \varphi_{4'} = 40 \cdot \sin 31,788^\circ = 21,071 \text{ MVAR}$$

$$U_{4'} = 180 \text{ Kv}$$

Un transformador no modifica las potencias ni la frecuencia, solo el valor del desfase, la tensión y la intensidad.

Falta hallar la intensidad en las barras 4' (suponiendo que, al ser final de línea, la tensión en las barras 4' tiene un ángulo de desfase de 0°).

$$\bar{I}_{4'} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle(\phi_{V_{4'}} - \phi_{I_{4'}}) = \frac{34 \cdot 10^6}{180.000 \sqrt{3} \cdot 0,85} \angle(0^\circ - 31,8^\circ) = 128,3 \angle -31,8^\circ \text{ A}$$

Primero, comprobamos si pueden obtenerse los valores requeridos, sin compensar. Para ello, aplicamos las fórmulas de caída de tensión en líneas cortas:

$$\text{con } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{180000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 103923 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 103923 \angle 0^\circ + 118,55 \angle 88,84^\circ \cdot 128,3 \angle -31,8^\circ = 112921,5 \angle 6,49^\circ \text{ V}$$

cantidad que, pasada a valores de línea, da

$$\bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 112921,5 \angle 6,49^\circ \cdot \sqrt{3} = 195585,9 \angle 6,49^\circ \text{ V}$$



Teníamos que obtener 200 kV en las barras 4' y obtenemos 195,58 kV; por tanto, es necesario compensar para aumentar la caída de tensión de la línea (caso no demasiado frecuente).

Cálculo de la potencia de compensación

Para calcular la potencia de compensación, se utilizan las expresiones siguientes, recordando que compensamos entre los dos puntos o barras en que queremos fijar la tensión, es decir, desde las barras 1' hasta las barras 4'.

$$Q_{4'NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2}$$

$$K = \frac{U_{1'} \cdot U_{4'}}{Z_{1'4'}} = \frac{200 \cdot 180}{118.55} = 303.67$$

$$Kp = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \cos \varphi_{\dot{z}_{1'4'}} = \frac{180^2}{118.55} \cdot \cos 88.84^\circ = 5.53$$

$$Kq = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \sin \varphi_{\dot{z}_{1'4'}} = \frac{180^2}{118.55} \cdot \sin 88.84^\circ = 273.24$$

La potencia activa en las barras 4' coincide con la de las barras 4:

$$Q_{4'NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2} = -273.24 \pm \sqrt{303.67^2 - (34 + 5.53)^2} =$$

$$= -273.24 \pm 301.1 = 27.84 \text{ MVAR}$$

Esta es la nueva potencia reactiva inductiva (bobinas, ya que es mayor que cero) en las barras 4, para que se cumplan las condiciones eléctricas deseadas.

La potencia reactiva de compensación que ha de entregar el compensador síncrono situado en las barras 4' es:

$$Q_{comp} = Q_{4'NUEVA} - Q_{4'ANTIGUA} = 27.84 - 21.071 = 6.778 \text{ MVAR}$$

(El valor de esta potencia es el mismo en las barras 4 que en las 4', ya que el paso por el transformador no modifica su valor.)

La reactancia inductiva y la inductancia equivalente del compensador síncrono son:

$$X_L = \frac{U_{4'}^2}{Q_{comp}} = \frac{45^2}{6.84} = j296 \Omega \quad \text{y} \quad L = \frac{X_L}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{296}{2 \cdot \pi \cdot 50} = 9.42 \text{ mH}$$

(Estas magnitudes sí experimentan cambios al pasar a través de un transformador; por tanto, ya están calculadas a la tensión de las barras 4.)

Finalmente, comprobamos si, con estas nuevas condiciones, se cumplen los requisitos pedidos. (Nótese que solo cambiamos la potencia reactiva, aunque este cambio repercute en alguna de las restantes magnitudes eléctricas.)



Las nuevas condiciones en las barras 4' después de la compensación son:

$$Q_{4'} = 27,84 \text{ MVAR}$$

$$P_{4'} = 40 \cdot 0,85 = 34 \text{ MW (No cambia nunca, ya que es un factor de calidad.)}$$

$$S_{4'} = (P_{4'} + j Q_{4'}) = (34 + j27,84) = 43,94 (39,31^\circ \text{ MVA})$$

$$\varphi_{4'} = \varphi_{S_{4'}} = 39,31^\circ = \varphi_{\hat{U}} - \varphi_{\hat{I}}$$

$U_{4'} = 180 (0^\circ \text{ kV}$ (Esta magnitud tampoco cambia, ya que es precisamente la que queremos mantener fija.)

La nueva intensidad en las barras 4' es:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{4'} &= \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{4'}} \angle(\phi_{V_{4'}} - \phi_{I_{4'}}) = \frac{34 \cdot 10^6}{180000 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(39,31)} \angle(0^\circ - 39,31^\circ) = \\ &= 140,95 \angle -39,31^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Y, comprobando de nuevo el valor que adopta la tensión en las barras 1' con estas nuevas condiciones:

$$\text{con } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{180000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 103923 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 103923 \angle 0^\circ + 118,55 \angle 88,84^\circ \cdot 140,95 \angle -39,31^\circ = 115470,26 \angle 6,32^\circ \text{ V}$$

cantidad que, pasada a valores de línea, da:

$$\bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 115470,26 \angle 6,32^\circ \cdot \sqrt{3} = 200000,27 \angle 6,32^\circ \text{ V}$$

Este valor coincide perfectamente con el valor pedido.

Nótese que, en los apartados 1.1 y 1.2, la compensación que se realiza es capacitiva (caso más normal), mientras que, en los apartados 2.1 y 2.2, la compensación que se realiza es de tipo inductivo. Es decir, en los dos primeros apartados interesa disminuir la caída de tensión, mientras que en los dos últimos apartados lo que interesa es aumentar esta caída de tensión (caso muy infrecuente).

Problema 3.6

Un generador síncrono trifásico trabaja a una tensión constante de 400 kV. Este generador alimenta, mediante un transformador de dos bobinados regulable en su relación de transformación, una línea de transmisión de energía eléctrica. Los valores de potencia que entregan cada una de las salidas, así como todos los demás parámetros eléctricos importantes, se indican en la figura adjunta.

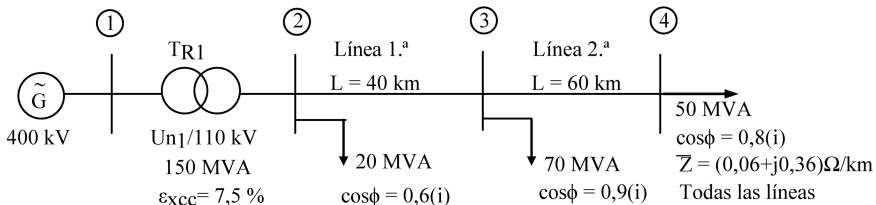


Se pide:

Si la tensión de línea en las barras 2, 3 y 4 ha de mantenerse constante a 110 kV y, para conseguirlo, se colocan baterías de condensadores en las barras 3 y 4 y se regula la tensión del primario del transformador (U_{n1}) (recuérdese que la tensión del generador se mantiene constante a 400 kV), hallar:

1. La potencia reactiva capacitiva de las baterías de condensadores a colocar en las barras de interconexión 4 para conseguir que las barras de interconexión 3 estén a 110 kV.
2. La potencia reactiva capacitiva de las baterías de condensadores a colocar en las barras de interconexión 3 para conseguir que las barras de interconexión 2 estén a 110 kV.
3. ¿A qué tensión hemos de regular el primario del transformador para obtener las condiciones citadas, si la tensión del generador se mantiene constante a 400 kV (U_{nTR1})?
4. En las condiciones anteriores, ¿cuál será el rendimiento total de la red?

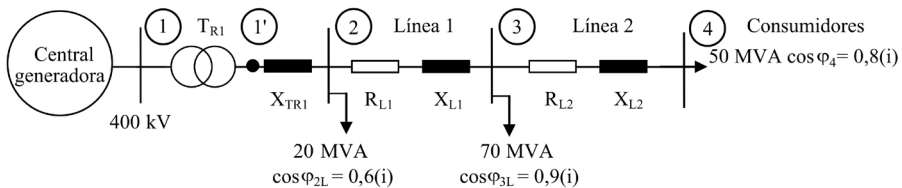
Fig. 3.6
Sistema completo de potencia correspondiente al problema 3.6



Resolución

En primer lugar, volvemos a representar el sistema de potencia, pero ahora con sus respectivas impedancias:

Sistema de potencia con sus respectivas impedancias



Cálculo de las impedancias de todos los componentes

Línea 1 y línea 2 (110 kV)

$$\bar{Z}_{L1} = 40 \text{ km } (0,06 + j0,36) \Omega/\text{km} = (2,4 + j 14,4) \Omega = 14,6 \angle 80,54^\circ \Omega$$



$$\bar{Z}_{L2} = 60 \text{ km } (0,06 + j0,36) \Omega/\text{km} = (3,6 + j 21,6) \Omega = 21,9 \angle 80,54^\circ \Omega$$

Transformador T_{R1} (110 kV)

$$\bar{X}_{TR1} = \frac{U^2}{S_1} \cdot \varepsilon_{xcc1} = \frac{110^2}{150} \cdot 0,075 = j6,05 \Omega$$

Impedancias totales de cada línea (110 kV)

$$\bar{Z}_{23} = (2,4 + j14,4) = 14,6 \angle 80,5^\circ \Omega \quad \bar{Z}_{34} = (3,6 + j21,6) = 21,9 \angle 80,5^\circ \Omega$$

1. Potencia reactiva capacitiva de la batería de condensadores a colocar en las barras 4, para que en las barras 3 hayan 110 kV

(La mayor parte de los conceptos teóricos han sido explicados en el problema 3.5 de este capítulo, al que nos remitimos para su consulta. En el presente problema, solo se indican los conceptos teóricos de nueva aparición.)

Condiciones eléctricas al final de línea

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras 4

$$\bar{S}_4 = 50 \angle 36,87^\circ \text{ MVA}$$

$$\varphi_4 = \arcsin 0,8 = 36,87^\circ$$

$$P_4 = S_4 \cdot \cos \varphi_4 = 50 \cdot 0,8 = 40 \text{ MW}$$

$$Q_4 = S_4 \cdot \sin \varphi_4 = 50 \cdot 0,6 = 30 \text{ MVAR}$$

$$U_4 = 110.000 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Disponemos de todas las magnitudes eléctricas en las barras 4, excepto la intensidad que fluirá por la línea 2.^a. Por tanto, pasamos a calcularla (suponiendo, como siempre, que al ser final de línea la tensión en las barras 4 tiene un ángulo de desfase de 0°).

$$\bar{I}_4 = \frac{P_4}{U_4 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_4} \angle \varphi_{\bar{I}_4} - \varphi_{T4} = \frac{40000000}{110000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0,8} \angle (0^\circ - 36,87^\circ) = 262,43 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

En este punto, se plantea el problema siguiente: en las barras 3, queremos tener una tensión de 110 kV y, en las barras 4, también de 110 kV. Sin ningún tipo de compensación, ¿qué tensión tendríamos en las barras 3 con las condiciones halladas en las barras 4?

$$\bar{V}_3 = \bar{V}_4 + \bar{Z}_{34} \bar{I}_4 = 63508,5 \angle 0^\circ + 21,9 \angle 80,5^\circ \cdot 262,43 \angle -36,87^\circ = 67784,5 \angle 3,35^\circ \text{ V}$$

$$\text{con } \bar{V}_4 = \frac{\bar{U}_4}{\sqrt{3}} = \frac{110000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 63508,5 \angle 0^\circ \text{ V}$$



Y, pasado a valores de línea, tenemos:

$$\bar{U}_3 = \bar{V}_3 \cdot \sqrt{3} = 67789.5 \angle 3.35^\circ \cdot \sqrt{3} = 117406 \angle 3.35^\circ V$$

Este valor excede en mucho los 110 kV requeridos, por lo que es necesario compensar.

Cálculo de la nueva potencia reactiva capacitiva en las barras 4

$$Q_4 = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_4 + Kp)^2} = -544.9 \pm 536.7 = -8.2 \text{ MVAR}$$

$$K = \frac{U_3 U_4}{Z_{34}} = \frac{110 \cdot 110}{21.9} = 552.5$$

$$K_p = \frac{U_4^2}{Z_{34}} \cos \varphi_{z_{34}} = \frac{(110)^2}{21.9} \cos(80.5^\circ) = 91.19$$

$$K_q = \frac{U_4^2}{Z_{34}} \sin \varphi_{z_{34}} = \frac{(110)^2}{21.9} \sin(80.5^\circ) = 544.9$$

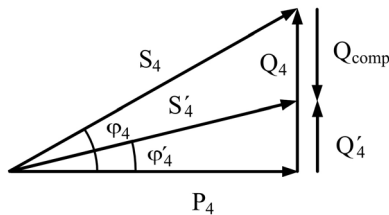
$P_4 = 40 \text{ MW}$ (Recuérdese que la potencia activa no cambia, ya que es un factor de calidad.)

$$\bar{Z}_{34} = 21.9 \angle 80.5^\circ \Omega$$

Es decir, habríamos de tener -8,2 MVAR de potencia reactiva capacitiva en las barras 4, en vez de los 30 MVAR antiguos.

Cálculo de la potencia de compensación (compensamos desde las barras 3 hasta las barras 4)

La potencia de compensación, la reactancia de compensación y los condensadores a colocar en las barras 4 serán, pues:



$$Q_{comp} = -Q_4 - Q_{carga} = -8.2 - 30 = -38.2 \text{ MVAR}$$

$$\bar{X}_{comp} = \frac{U_4^2}{Q_{comp}} = \frac{(110)^2}{-38.2} = -j316.75 \Omega$$

$$C_{cond_{110kV}} = \frac{1}{X_c W} = 10 \mu F$$

(El diagrama adjunto puede ayudar a comprender las fórmulas de la potencia a compensar.)



Las nuevas condiciones en las barras 4 después de la compensación serán:

$$Q_4 = -8,2 \text{ MVAR}$$

$$P_4 = 40 \text{ MW (No cambia nunca, ya que es un factor de calidad.)}$$

$$S_4 = (P_4 + j Q_4) = (40 - j 8,2) = 40,85 \angle -11,58^\circ \text{ MVA}$$

$$\varphi_4 = \varphi_{S_4} = -11,58^\circ = \varphi_U - \varphi_I$$

$U_4 = 110 \angle 0^\circ \text{ kV}$ (Esta magnitud tampoco cambia, ya que es precisamente la que queremos mantener fija.)

La nueva intensidad en las barras 4 será:

$$\begin{aligned} \bar{I}_4 &= \frac{P_4}{U_4 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_4} \angle (\phi_{V_4} - \phi_{I_4}) = \frac{40 \cdot 10^6}{110.000 \sqrt{3} \cdot \cos(-11,58^\circ)} \angle (0^\circ + 11,58^\circ) = \\ &= 214,31 \angle 11,58^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Y, comprobando de nuevo el valor que adopta la tensión en las barras 1' en estas nuevas condiciones:

$$\text{con } \bar{V}_4 = \frac{\bar{U}_4}{\sqrt{3}} = \frac{110000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 63508,5 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_3 = \bar{V}_4 + \bar{Z}_{34} \cdot \bar{I}_4 = 63508,5 \angle 0^\circ + 214,31 \angle 11,58^\circ \cdot 21,9 \angle 80,5^\circ = 63511,6 \angle 4,23^\circ \text{ V}$$

cantidad que, pasada a valores de línea, da

$$\bar{V}_3 = \bar{V}_3 \cdot \sqrt{3} = 63511,6 \angle 4,23^\circ \cdot \sqrt{3} = 110004 \angle 4,23^\circ \text{ V}$$

Prácticamente, los 110 kV solicitados. Así, damos por buenos los valores hallados en las barras 4 y pasamos al cálculo de las barras 3.

Cálculo de los valores totales en las barras 3

Los valores totales en las barras 3 vienen determinados por los valores de las potencias que llegan por su parte lateral más las potencias que provienen de las barras 4 calculadas anteriormente.

Valores de las potencias que llegan desde las barras 3-4

Recordando que

$$\begin{aligned} \varphi_r &= \varphi_{\hat{v}} - \varphi_{\hat{i}} \\ \varphi_{\hat{i}} &= \varphi_{\hat{v}} - \varphi_{\hat{r}} \end{aligned}$$



$$P_{34} = U_3 \cdot I_{34} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{34} = 40.50 \text{ MW}$$

$$Q_{34} = U_3 \cdot I_{34} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_{34} = -5.22 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_{34} = (P_{34} + jQ_{34}) = (40.50 - j5.22) = 40.85 \angle -7.35^\circ \text{ MVA}$$

$$\varphi_{34} = \arctg\left(\frac{-5.22}{40.5}\right) - 7.35^\circ \quad \text{O bien: } \varphi_{34} = \varphi_{\hat{V}_3} - \varphi_{\hat{I}_{34}} = 4.23^\circ - 11.58^\circ = -7.35^\circ$$

$$\bar{U}_3 = 110000 \angle 4.23^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{34} = 214.31 \angle 11.58^\circ \text{ A}$$

Valores de las potencias que llegan lateralmente a las barras 3

$$P_{3\text{lateral}} = 70 \cdot 0.9 = 63 \text{ MW}$$

$$Q_{3\text{lateral}} = 70 \cdot \sin 25.84 = 30.51 \text{ MVAR}$$

$$\bar{U}_3 = 110000 \angle 4.23^\circ \text{ V}$$

En total, tendremos en las barras 3

$$P_{3T} = 40.50 + 63 = 103.5 \text{ MW}$$

$$Q_{3T} = -5.22 + 30.51 = 25.3 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_{3T} = (P_{3T} + jQ_{3T}) = 106.5 \angle 13.73^\circ \text{ MVA}$$

$$\varphi_{3T} = 13.73^\circ \quad \text{Recuérdese que también se puede hallar mediante: } \varphi_{3T} = \varphi_{\hat{V}_{3T}} - \varphi_{\hat{I}_{3T}}$$

$$\bar{U}_{3T} = 110000 \angle 4.23^\circ \text{ V} \quad (\text{La tensión no cambia con las aportaciones laterales de potencia.})$$

$$\bar{I}_{3T} = \frac{103.5 \cdot 10^6}{110000 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(13.73^\circ)} \angle (4.23 - 13.73^\circ) = 559.21 \angle -9.5^\circ \text{ A} \quad (\text{Este será el nuevo valor de la I.})$$

2. Potencia reactiva capacitiva de la batería de condensadores a colocar en las barras 3 para que en las barras 2 hayan 110 kV



(Esta pregunta es una repetición exacta de la pregunta anterior, solo que ahora el punto final son las barras 3, mientras que el punto inicial son las barras 2.)

Condiciones eléctricas al final de línea

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras 3 (las halladas anteriormente como totales)

$$\bar{S}_3 = 106.5 \angle 13.73^\circ \text{ MVA}$$

$$\varphi_{3T} = 13,73^\circ$$

$$P_{3T} = 103,5 \text{ MW}$$

$$Q_{3T} = 25,3 \text{ MVAR}$$

$$\bar{U}_{3T} = 110000 \angle 4.23^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_{3T} = 559.21 \angle -9.5^\circ \text{ A}$$

En este punto, se plantea el problema siguiente: en las barras 2 y en las barras 3, queremos tener una tensión de 110kV constantes. Sin ningún tipo de compensación, ¿qué tensión tendríamos en las barras 2 en las condiciones halladas en las barras 3?

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_3 + \bar{Z}_{23} \cdot \bar{I}_{3T} = 63508.53 \angle 4.23^\circ + 14.6 \angle 80.53^\circ \cdot 559.21 \angle -9.5^\circ = 67145.4 \angle 10.64^\circ \text{ V}$$

$$\cos \bar{V}_3 = \frac{\bar{U}_3}{\sqrt{3}} = \frac{110000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 63508.53 \angle 4.23^\circ \text{ V}$$

$$\text{que, pasada a valores de línea, será: } \bar{U}_2 = \bar{V}_2 \cdot \sqrt{3} = 116300 \angle 10.64^\circ \text{ V}$$

Este valor excede en mucho los 110 kV requeridos, por lo que resulta indispensable compensar.

Cálculo de la nueva potencia reactiva capacitiva en las barras 3

$$Q_3 = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_3 + Kp)^2} = -817.4 \pm 793.16 = -24.24 \text{ MVAR}$$

$$K = \frac{110 \cdot 110}{14.6} = 828.76$$

$$K_p = \frac{(110)^2}{14.6} \cos(80.5^\circ) = 136.8$$

$$K_q = \frac{(110)^2}{14.6} \text{sen}(80.5^\circ) = 817.4$$



$P_{3T} = 103.5MW$ (Recuérdese que la potencia activa no cambia, ya que es un factor de calidad.)

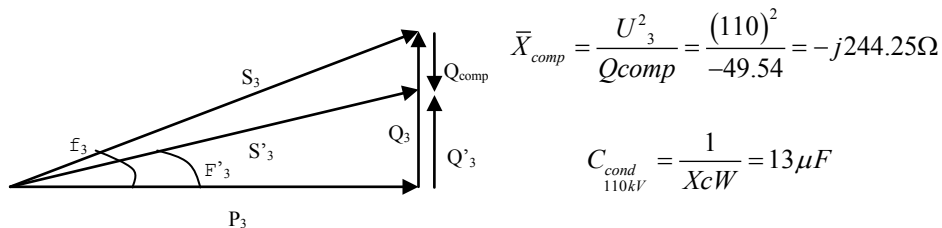
$$\bar{Z}_{23} = 14.6 \angle 80.5^\circ \Omega$$

Es decir, habríamos de tener -24.24 MVAR de potencia reactiva capacitiva en las barras 3, en vez de los 25,3 MVAR antiguos.

Cálculo de la potencia de compensación (compensamos desde las barras 2 hasta las barras 3)

La potencia de compensación, la reactancia de compensación y los condensadores a colocar en las barras 3 serán, pues:

$$Q_{comp} = -Q_3 - Q_c \arg a = -24.24 - 25.3 = -49.54 MVAR$$



(El diagrama adjunto puede ayudar a comprender las fórmulas de la potencia a compensar.)

Las nuevas condiciones en las barras 3 después de la compensación serán:

$$Q_3 = -24,24 \text{ MVAR}$$

$$P_3 = 103,5 \text{ MW (No cambia nunca, ya que es un factor de calidad.)}$$

$$S_3 = (P_3 + j Q_3) = (103,5 - j 24,24) = 106,3 \angle -13,18^\circ \text{ MVA}$$

$$\varphi_3 = \varphi_{S3} = -13,18^\circ = \varphi_U - \varphi_I$$

$$U_3 = 110 \angle 4,23^\circ \text{ kV (Esta magnitud tampoco cambia, sino que se mantiene fija.)}$$

$$\bar{Z}_{23} = 14.6 \angle 80.5^\circ \Omega$$

La nueva intensidad en las barras 3 será:

$$\bar{I}_3 = \frac{P_3}{U_3 \sqrt{3} \cos \varphi_3} \angle (\varphi_{V_3} - \varphi_T) = 558 \angle 17.4^\circ = \bar{I}_{23} A$$



En estas condiciones, tenemos:

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_3 + \bar{Z}_{23} \cdot \bar{I}_{3T} = 63509.6 \angle 11.58^\circ \Rightarrow \bar{U}_2 = 110001.85 \angle 11.58^\circ V$$

(valor perfectamente correcto)

Cálculo de los valores totales en las barras 2

Los valores totales en las barras 2 vienen determinados por los valores de las potencias que llegan por su parte lateral, más las potencias que provienen de las barras 2 calculadas anteriormente.

Valores de las potencias que llegan desde las barras 2-3

$$P_{23} = U_2 \cdot I_{23} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{23} = 105.76 MW \quad Q_{23} = U_2 \cdot I_{23} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_{23} = -10.78 MVAR$$

$$\bar{S}_{34} = (P_{34} + jQ_{34}) = 106.3 \angle -5.82 MVA$$

$$\varphi_{23} = \arctg\left(\frac{-10.78}{105.76}\right) = -5.82^\circ \quad \text{O bien:} \quad \varphi_{23} = \varphi_{\hat{V}_2} - \varphi_{\hat{I}_{23}} = 11.58 - 17.4 = -5.82^\circ$$

$$\bar{U}_2 = 110000 \angle 11.58^\circ V$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{23} = 558 \angle 17.4^\circ A$$

Valores de las potencias que llegan lateralmente a las barras 2

$$P_{2lateral} = 20 \cdot 0.6 = 12 MW$$

$$Q_{2lateral} = 20 \cdot 0.8 = 16 MVAR$$

$$\bar{U}_{2LATERAL} = 110000 \angle 11.58^\circ V$$

En total, en las barras 2 tenemos

$$P_{2T} = 105.76 + 12 = 117.76 MW$$

$$Q_{2T} = -10.78 + 16 = 5.22 MVAR$$

$$\bar{S}_{2T} = (P_{2T} + jQ_{2T}) = 117.9 \angle 2.54^\circ MVA$$

$$\varphi_{2T} = 2.54^\circ \quad (\text{Recuérdese que también puede hallarse mediante: } \varphi_{3T} = \varphi_{\hat{V}_{3T}} - \varphi_{\hat{I}_{3T}})$$



$\bar{U}_{2T} = 110000 \angle 11.58^\circ V$ (La tensión no cambia con las aportaciones laterales de potencia.)

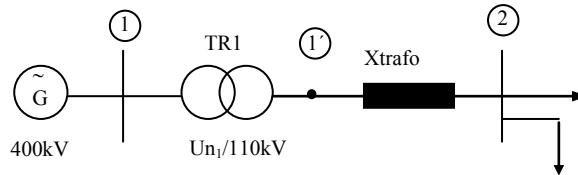
$\bar{I}_{2T} = \frac{117.76 \cdot 10^6}{110000 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(2.54)} \angle (11.58^\circ - 2.54^\circ) = 618.68 \angle 9.04^\circ A$ (nuevo valor de la intensidad)

3. A qué tensión se ha de regular el primario del transformador para obtener las condiciones indicadas (U_{nTR1})

Una vez realizadas las compensaciones pertinentes en las barras 3 y 4, ya hemos conseguido que las barras 2 y las propias 3 y 4 dispongan de los 110 kV.

Pero aún falta resolver un problema: el generador síncrono entrega una tensión constante de 400 kV. Esta tensión no puede variar, por lo que es necesario regular el transformador para conseguir que esto sea posible.

Primero hallamos las condiciones al principio de línea (barras 1') (Es decir, pasada la reactancia del transformador, la figura puede ayudarnos a comprender este paso.)



$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_2 + \bar{Z}_{trafo} \cdot \bar{I}_{2T} = 63783.4 \angle 14.9^\circ V$ (valor de la tensión de fase en bornes de las barras 1')

Valores finales en las barras de interconexión 1'

Los valores que obtenemos son:

$$\bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \sqrt{3} = 110476 \angle 14.9^\circ V$$

$$\bar{I}_{1'} = \bar{I}_{2T} = 618.68 \angle 9.04^\circ A$$

$$\phi'_{1T} = \phi_{i_1} - \phi_{i_1} = 5.86^\circ$$

$$P'_1 = U'_{1'} I_1 \sqrt{3} \cos \phi_{1'} = 117.76 MW$$

$$Q'_1 = U'_{1'} I_1 \sqrt{3} \sin \phi_{1'} = 12.06 MVAR$$

$$S'_1 = 118.376 \angle 5.85 MVA$$

Con estos valores, y aplicando simplemente una regla de proporcionalidad, podemos hallar el valor requerido para la relación de transformación del transformador:



$$\begin{array}{r}
 400.000 \text{-----} 110.476 \\
 U_{n1} \text{-----} 110.000
 \end{array}
 \longrightarrow U_{n1} = 398.276 \text{ V}$$

4. En las condiciones anteriores, ¿cuál será el rendimiento total de la red?

Con todos los datos conocidos, el rendimiento es de cálculo inmediato:

$$\eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} 100 = \left(\frac{P_2 + P_3 + P_4}{P_1'} \right) 100 = \frac{12 + 63 + 40}{117.76} 100 = 97.65\%$$

Es importante notar que el rendimiento se habría podido hallar directamente con los datos de las barras 2, o bien con los datos del principio de línea (barras 1), ya que entre estas dos barras solo existe una reactancia inductiva (con desfase de 90°), cuya presencia no afecta los valores de las potencias activas.

Acaso un recordatorio de las fórmulas de las potencias nos permitirá ver con más claridad lo expuesto en el párrafo anterior.

Potencias activas con circuito resistivo (con desfase entre la tensión y la intensidad de 0°), con bobina (con desfase de 90°) y con condensador (con desfase de -90°):

$$P_R = V \cdot I \cdot \cos \phi = R \cdot I \cdot I \cdot \cos 0^\circ = R \cdot I^2$$

$$P_B = V \cdot I \cdot \cos \phi = X_B \cdot I \cdot I \cdot \cos 90^\circ = 0$$

$$P_C = V \cdot I \cdot \cos \phi = X_C \cdot I \cdot I \cdot \cos(-90^\circ) = 0$$

Solo existe la potencia activa con resistencias.

Potencias reactivas con circuito resistivo (con desfase entre la tensión y la intensidad de 0°), con bobina (con desfase de 90°) y con condensador (con desfase de -90°):

$$Q_R = V \cdot I \cdot \sen \phi = R \cdot I \cdot I \cdot \sen 0^\circ = 0$$

$$Q_B = V \cdot I \cdot \sen \phi = X_B \cdot I \cdot I \cdot \sen 90^\circ = X_B \cdot I^2$$

$$Q_C = V \cdot I \cdot \sen \phi = X_C \cdot I \cdot I \cdot \sen(-90^\circ) = -X_C \cdot I^2$$

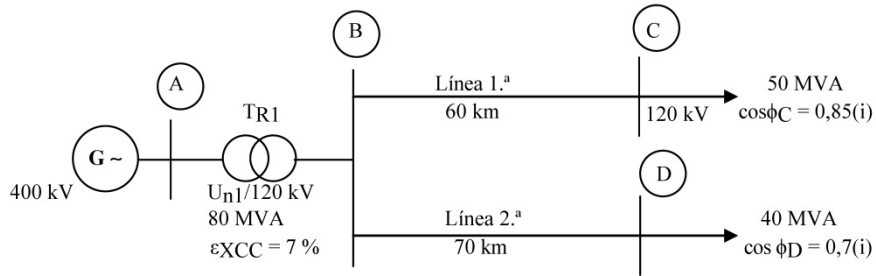
Solo existe la potencia reactiva con bobinas o con condensadores.

Problema 3.7

Se dispone del sistema de potencia siguiente, formado por una central generadora, un transformador regulable en tensión y unas líneas de interconexión acopladas en paralelo que suministran energía a unos consumidores situados en sus extremos. Las características del sistema de potencia, así como todos los parámetros importantes del mismo, se muestran en la figura.



Fig. 3.7
Sistema de potencia completo correspondiente al problema 3.7



Datos

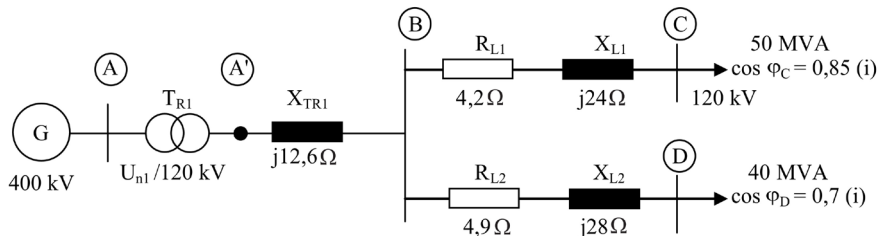
- Impedancias de línea: $Z_{L1} = Z_{L2} = (0,07 + j0,40) \Omega/\text{km}$.
- En todos los apartados, considérese que la tensión en las barras A y C se mantiene constante al valor señalado (400 kV y 120 kV, respectivamente).

Se pide:

1. ¿Cuál será la tensión en las barras D, en las condiciones expuestas para el problema? (Se mantienen fijas las tensiones en las barras C de 120 kV y en las barras A de 400 kV.)
2. Hallar la intensidad total del circuito (intensidad que fluye por las barras B).
3. Indicar las potencias totales en los bornes del transformador.
4. ¿A qué tensión hemos de regular el primario del transformador para obtener las condiciones indicadas (400 kV en las barras A y 120 kV en las barras C)?
5. ¿Cuál será el rendimiento total del sistema de potencia (η_T) visto desde las barras A, en las condiciones solicitadas?

Resolución

Sistema de potencia, con sus respectivas impedancias





Cálculo de las impedancias

Líneas 1.^a y 2.^a

$$\text{Línea n.º 1: } \bar{Z}_{L1} = (R_1 + jX_1) = (0.07 + j0.4) \cdot 60 = (4.2 + j24) = 24.36 \angle 80.1^\circ \Omega$$

$$\text{Línea n.º 2: } \bar{Z}_{L2} = (R_2 + jX_2) = (0.07 + j0.4) \cdot 70 = (4.9 + j28) = 28.42 \angle 80.1^\circ \Omega$$

Transformador TRI

$$\text{Transformador } T_{RI}: X_{TRI} = \frac{U_{TRI}^2}{S_{TRI}} \varepsilon_{XCC} = \frac{120^2}{80} \cdot 0.07 = j12.6 \Omega$$

Relación de transformación

$$\text{La relación de transformación será desconocida: } m = \frac{U_1}{U_2} = \frac{U_{n1}}{120} =$$

Precisamente, la relación de transformación es lo que buscamos en este problema.

Recuérdese, asimismo, que el cambio de tensión no afecta las potencias, ya que el transformador prácticamente no las modifica. Serán iguales tanto en el lado de baja tensión como en el lado de alta tensión del transformador, y también se mantendrá la frecuencia.

- 1. ¿Cuál será la tensión en las barras D en las condiciones expuestas para el problema? (Se mantienen fijas las tensiones en las barras C de 120 kV y en las barras A de 400 kV.)**

Condiciones totales en las barras C

$$\bar{S}_C = (P_C + jQ_C) = (42.5 + j26.34) = 50 \angle 31.8^\circ \text{ MVA}$$

$$P_C = S_C \cdot \cos \varphi_C = 50 \cdot \cos 31.8 = 42.5 \text{ MW}$$

$$Q_C = S_C \cdot \sin \varphi_C = 50 \cdot \sin 31.8 = 26.34 \text{ MVAR}$$

$$\varphi_C = \varphi_{\bar{U}_C} - \varphi_{\bar{I}_C} = \varphi_{SC} = \text{artag} 0.85 = 31.8^\circ$$

$$\bar{U}_C = 120000 \angle 0^\circ \text{ V (Al final de línea, siempre es posible poner } 0^\circ \text{ de desfase.)}$$

$$\bar{V}_C = \frac{\bar{U}_C}{\sqrt{3}} = \frac{120000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 69282 \angle 0^\circ \text{ V}$$



Y la intensidad que circula por la rama BC es:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{BC} &= \frac{P_C}{U_C \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_C} (\phi_{\dot{U}_C} - \phi_{\dot{I}_C}) = \frac{42500000}{120.000 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 31.8^\circ} \angle(0^\circ - 31.8^\circ) = \\ &= 240.6 \angle -31.8^\circ A\end{aligned}$$

Buscamos la tensión en las barras B:

$$\bar{V}_B = \bar{V}_B + \bar{Z}_{BC} \cdot \bar{I}_{BC} = 69282 \angle 0^\circ + 24.36 \angle 80.1^\circ \cdot 240.6 \angle -31.8^\circ = 73311.7 \angle 3.42^\circ V$$

Por tanto, la tensión de línea será: $\bar{U}_B = \bar{V}_B \cdot \sqrt{3} = 126979.6 \angle 3.42^\circ V$

El valor de la tensión en las barras B hallada no cambiará de valor a menos que cambie la línea BC, o bien se modifiquen las condiciones eléctricas de las barras C.

Cálculo de la tensión en las barras D, conocida la tensión en las barras C y las potencias en las barras D

Estamos ya en disposición de buscar la tensión requerida en las barras D, pero nos encontramos que conocemos las condiciones de B y de D mezcladas. Cuando esto ocurre, no tenemos más remedio que aplicar la fórmula obtenida en la teoría para estos casos:

$$U_D^4 + [2(R_{BD} \cdot P_D + X_{BD} \cdot Q_D) - U_{BD}^2] U_D^2 + (Z_{BD} \cdot S_D)^2 = 0$$

con los valores siguientes:

$$\bar{Z}_{L2} = (R_2 + jX_2) = (0.07 + j0.4) \cdot 70 = (4.9 + j28) = 28.42 \angle 80.1^\circ \Omega$$

$$\bar{U}_B = 126979.6 \angle 3.42^\circ V$$

$$\bar{S}_D = (P_D + jQ_D) = (28 + j28.56) = 40 \angle 45.58^\circ MVA$$

$$P_D = S_D \cdot \cos \phi_D = 40 \cdot \cos 45.57 = 28 MW$$

$$Q_D = S_D \cdot \sin \phi_D = 40 \cdot \sin 45.57 = 28.56 MVAR$$

$$\phi_D = \phi_{\dot{U}_D} - \phi_{\dot{I}_D} = \phi_{SD} = \text{artag} 0.70 = 45.57^\circ$$

$$\bar{U}_D = (\text{Se desconoce y precisamente es el valor buscado.})$$

Aplicando estos valores, obtenemos (recordando que las unidades son MW, MVAR, MVA, Ω o kV):



$$U_D^4 + [2(4.9 \cdot 28 + 28 \cdot 28.56) - 126.98^2] U_D^2 + (40 \cdot 28.42)^2 = 0$$

$$U_D^4 - 14249.9 U_D^2 + 1292314.24 = 0$$

$$U_D = 118990V$$

No conocemos el ángulo, pero lo podemos suponer de 0° ; así: $\bar{U}_D = 118990 \angle 0^\circ V$

Pero hemos de comprobar que este valor es correcto. Para ello, y con la tensión hallada en las barras D, buscamos el resto de magnitudes en dichas barras.

$$\bar{S}_D = (P_D + jQ_D) = (28 + j28.56) = 40 \angle 45.58^\circ MVA$$

$$P_D = S_D \cdot \cos \varphi_D = 40 \cdot \cos 45.57 = 28 MW$$

$$Q_D = S_D \cdot \sin \varphi_D = 40 \cdot \sin 45.57 = 28.56 MVAR$$

$$\varphi_D = \varphi_{UD} - \varphi_{iD} = \varphi_{SD} = \text{artag} 0.70 = 45.57^\circ$$

$$\bar{U}_D = 118990 \angle 0^\circ V \text{ (valor calculado)}$$

Buscamos la intensidad que circulará por la línea 2.^a.

$$\begin{aligned} \bar{I}_{BD} &= \frac{P_D}{U_D \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_D} (\phi_{UD} - \phi_D) = \frac{28000000}{118990 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 45.57^\circ} \angle (0^\circ - 45.57^\circ) = \\ &= 194.08 \angle -45.57^\circ A \end{aligned}$$

Buscamos, de nuevo la tensión en las barras B y comprobamos si el valor hallado de la tensión en las barras D es correcto:

$$\bar{V}_B = \bar{V}_D + \bar{Z}_{BD} \cdot \bar{I}_{BD} = \frac{118990 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} + 28.42 \angle 80.1^\circ \cdot 194.08 \angle -45.57^\circ = 73309.6 \angle 2.44^\circ V$$

$$\text{Por tanto, la tensión de línea será: } \bar{U}_D = \bar{V}_D \cdot \sqrt{3} = 126976 \angle 2.44^\circ V$$

valor prácticamente idéntico al hallado al principio, por lo que damos el resultado por bueno.

2. Hallar la intensidad total del circuito (intensidad que fluye por las barras B)

Primero, es preciso recordar que no modificamos ninguna condición ni eléctrica ni de líneas, por lo que los resultados obtenidos en el apartado anterior siguen siendo totalmente válidos.



Así pues, para calcular la intensidad total del circuito de potencia, bastará con sumar las intensidades calculadas en el apartado anterior y que representan las aportaciones de las líneas 1.^a y 2.^a. Estas intensidades eran:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{BC} &= \frac{P_C}{U_C \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_C} (\phi_{UC} - \phi_C) = \frac{42500000}{120.000 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 31.8^\circ} \angle(0^\circ - 31.8^\circ) = \\ &= 240.6 \angle -31.8^\circ A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_{BD} &= \frac{P_D}{U_D \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_D} (\phi_{UD} - \phi_D) = \frac{28000000}{118990 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 45.57^\circ} \angle(0^\circ - 45.57^\circ) = \\ &= 194.08 \angle -45.57^\circ A\end{aligned}$$

Así pues, la intensidad total del sistema será:

$$\bar{I}_{TB} = \bar{I}_{BC} + \bar{I}_{BD} = 240.6 \angle -31.8^\circ + 194.08 \angle -45.57^\circ = 431.58 \angle -37.94^\circ A$$

3. Indicar las potencias totales en los bornes del transformador (barras A')

Potencias en las barras B

Para hallar las potencias y demás parámetros eléctricos en los bornes del transformador (barras A'), primero hallamos todas las magnitudes eléctricas en las barras B.

De estas barras B, ya conocemos la intensidad total (I_{TB}), y también conocemos su tensión (la hemos hallado al principio del problema):

$$\bar{I}_{TB} = \bar{I}_{BC} + \bar{I}_{BD} = 240.6 \angle -31.8^\circ + 194.08 \angle -45.57^\circ = 431.58 \angle -37.94^\circ A$$

$$\bar{U}_B = \bar{V}_B \cdot \sqrt{3} = 126979.6 \angle 3.42^\circ V$$

Conocidas estas dos magnitudes, es fácil calcular el resto de parámetros, aplicando las fórmulas siguientes:

$$\varphi_B = \varphi_{UB} - \varphi_{IB} = \varphi_{SB} = 3.42^\circ - (-37.94^\circ) = 41.36^\circ$$

$$P_B = U_B \cdot I_{BT} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{BT} = 126979.6 \cdot 431.58 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 41.36^\circ = 71244047 MW$$

$$Q_B = U_B \cdot I_{BT} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_{BT} = 126979.6 \cdot 431.58 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 41.36^\circ = 62721734.33 VAR$$

$$\bar{S}_B = (P_B + jQ_B) = (71.24 + j62.72) = 94.92 \angle 41.36^\circ MVA$$

Potencias en A'

Primero, buscamos la tensión en A':



$$\begin{aligned}\bar{V}_{A'} &= \bar{V}_B + \bar{Z}_{A'B} \cdot \bar{I}_{BT} = \frac{126979.6 \angle 3.42^\circ}{\sqrt{3}} + 12.6 \angle 90^\circ \cdot 431.58 \angle -37.94^\circ = \\ &= 77013.24 \angle 6.46^\circ V\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{U}_{A'} &= \bar{V}_{A'} \cdot \sqrt{3} = 77013.24 \angle 6.46^\circ \cdot \sqrt{3} = \\ &= 133390.85 \angle 6.46^\circ V\end{aligned}$$

Por su parte, la intensidad en A' coincide con el valor hallado en las barras B, ya que no existe ninguna derivación:

$$\bar{I}_{A'} = \bar{I}_{TB} = \bar{I}_{BC} + \bar{I}_{BD} = 240.6 \angle -31.8^\circ + 194.08 \angle -45.57^\circ = 431.58 \angle -37.94^\circ A$$

Con estos dos valores, podemos hallar las restantes magnitudes eléctricas:

$$\varphi_{A'} = \varphi_{\bar{U}_{A'}} - \varphi_{\bar{I}_{A'}} = \varphi_{S_{A'}} = 6.46^\circ - (-37.94^\circ) = 44.4^\circ$$

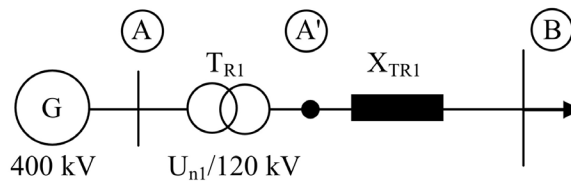
$$P_{A'} = U_{A'} \cdot I_{A'T} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{A'T} = 133390.85 \cdot 431.58 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 44.4^\circ = 71241590.17 W$$

$$Q_{A'} = U_{A'} \cdot I_{A'T} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_{A'T} = 133390.85 \cdot 431.58 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 44.4^\circ = 69764919.47 VAR$$

$$\bar{S}_B = (P_B + jQ_B) = (71.24 + j69.76) = 99.707 \angle 44.4^\circ MVA$$

4. ¿A qué tensión hemos de regular el primario del transformador para obtener las condiciones indicadas (400 kV en las barras A y 120 kV en las barras C)?

Conocidos todos los parámetros eléctricos en las barras A', resulta sencillo hallar la regulación de transformación del T_{R1} (la figura siguiente puede ayudarnos a resolver el problema):



Aplicando una regla de proporcionalidad:

$$\begin{array}{ccc} U_{n1} & \text{—————} & 120 \text{ kV} \\ 400 \text{ kV} & \text{—————} & 133,390 \text{ kV} \end{array}$$



De aquí, obtenemos: $U_{n1} = 359.847 \text{ Kv}$

5. ¿Cuál será el rendimiento total del sistema de potencia (η_T) visto desde las barras A en las condiciones solicitadas?

Para hallar el rendimiento del sistema de potencia, se aplica la fórmula siguiente, donde todos los parámetros son conocidos:

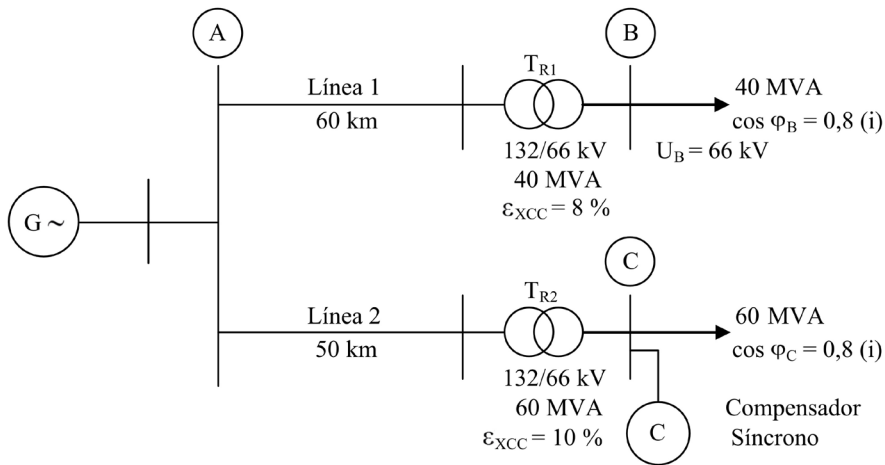
$$\eta = \frac{P_{\text{SALIDA}}}{P_{\text{GENERADA}}} \cdot 100 = \frac{P_C + P_D}{P_A} \cdot 100 = \frac{42.5 + 28}{71.24} \cdot 100 = 98.96\%$$

Tanto las potencias de salida como las de entrada han sido calculadas en apartados precedentes; por tanto, son valores conocidos.

Problema 3.8

Se dispone del siguiente sistema de potencia, formado por una central generadora, dos transformadores regulables y unas líneas de interconexión acopladas en paralelo, que suministran energía a unos consumidores situados en sus extremos. Las características del sistema de potencia, así como todos los parámetros importantes del mismo, se muestran en la figura.

Fig. 3.8
Sistema de potencia completo correspondiente al problema 3.8



Datos

- Impedancias de línea: $Z_{L1} = Z_{L2} = (0,06 + j0,42) \Omega/\text{km}$
- En todos los apartados, considérese que la tensión en las barras B se mantiene constante al valor señalado de 66 kV.

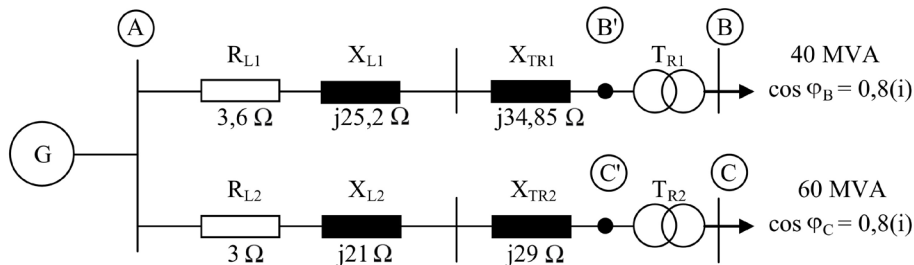


Se pide:

1. Si queremos mantener constante la tensión en las barras B y de valor igual a 66 kV, ¿cuál será la tensión que obtendremos en las barras C si no efectuamos ningún tipo de compensación?
2. Manteniendo la tensión anterior en las barras B, ¿cuál será la potencia reactiva que tendrá que entregar el compensador síncrono para obtener en las barras C una tensión de 66 kV?
3. Manteniendo la tensión anterior en las barras B, ¿cuál será la nueva tensión en las barras C si la potencia reactiva que entrega el compensador síncrono asciende a $Q_{\text{comp}} = -6$ MVAR?
4. ¿Cuál será el rendimiento total del sistema de potencia (η_T) visto desde las barras A, con las condiciones halladas en el apartado anterior (apartado 3)?

Resolución

Sistema de potencia, con sus respectivas impedancias



Cálculo de las impedancias

Líneas 1.ª y 2.ª

Línea n.º 1: $\bar{Z}_{L1} = (R_1 + jX_1) = (0.06 + j0.42) \cdot 60 = (3.6 + j25.2) = 25.46 \angle 81.87^\circ \Omega$

Línea n.º 2: $\bar{Z}_{L2} = (R_2 + jX_2) = (0.06 + j0.42) \cdot 50 = (3 + j21) = 21.21 \angle 81.87^\circ \Omega$

Transformadores T_{R1} y T_{R2}

Transformador T_{R1} : $X_{TR1} = \frac{U_{TR1}^2}{S_{TR1}} \epsilon_{XCC} = \frac{132^2}{40} 0.08 = j34.85 \Omega$



$$\text{Transformador } T_{R2}: X_{TR2} = \frac{U_{TR2}^2}{S_{TR2}} \varepsilon_{XCC} = \frac{132^2}{60} 0.1 = j29\Omega$$

Relaciones de transformación

$$\text{Para los dos transformadores, será } m = \frac{U_1}{U_2} = \frac{132}{66} = 2$$

Nótese que la tensión que se ha utilizado en las ecuaciones de los transformadores es la correspondiente al lado de alta tensión (132 kV, barras B' y C'). El motivo es que todo el problema se resolverá en este lado de los transformadores (las líneas, el generador, etc., se encuentran en el mismo lado). El lado de baja tensión solo se tendrá en cuenta a la hora de los resultados, ya que nos los piden en las barras B y en las barras C.

El cambio de tensión no afecta las potencias, ya que el transformador prácticamente no las modifica. Serán iguales tanto en el lado de baja tensión como en el lado de alta tensión de los transformadores, y también se mantiene la frecuencia.

Las potencias, así como los ángulos finales en las barras B y C, serán:

$$\bar{S}_B = (P_B + jQ_B) = (32 + j24) = 40\angle 36.87^\circ \text{ MVA} \quad \phi_B = \phi_{UB} - \phi_{IB} = \phi_{SB} = 36.87^\circ$$

$$\bar{S}_C = (P_C + jQ_C) = (48 + j36) = 60\angle 36.87^\circ \text{ MVA} \quad \phi_C = \phi_{UC} - \phi_{IC} = \phi_{SC} = 36.87^\circ$$

Las potencias, así como los ángulos finales en las barras B' y C', serán:

$$\bar{S}_{B'} = (P_{B'} + jQ_{B'}) = (32 + j24) = 40\angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$\phi_{B'} = \phi_{UB'} - \phi_{IB'} = \phi_{SB'} = 36.87^\circ$$

$$\bar{S}_{C'} = (P_{C'} + jQ_{C'}) = (48 + j36) = 60\angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$\phi_{C'} = \phi_{UC'} - \phi_{IC'} = \phi_{SC'} = 36.87^\circ$$

- Hallar la tensión en las barras C, suponiendo que en las barras B tenemos los 66 kV constantes y que no efectuamos ningún tipo de compensación**

La tensión en las barras B (lado de baja tensión) será

$$\bar{V}_B = \frac{\bar{U}_B}{\sqrt{3}} = \frac{66000}{\sqrt{3}} = 38105.1\angle 0^\circ \text{ V}$$

La tensión en las barras B' (lado de alta tensión) será



$$\bar{V}_{B'} = \frac{\bar{U}_{B'}}{\sqrt{3}} = \frac{132000}{\sqrt{3}} = 76210.2 \angle 0^\circ V$$

A partir de ahora, trabajamos en el lado de alta tensión de los transformadores

La impedancia total de A a B' es la suma de resistencias y reactivas de ese tramo de línea:

$$\bar{Z}_{AB'} = (R_{L1} + j(X_{L1} + X_{TR1})) = (3.6 + j60.05) = 60.16 \angle 86.6^\circ \Omega$$

Por tanto, la intensidad que circula de A a B' es:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{AB'} &= \frac{P_{B'}}{U_{B'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{B'}} (\phi_{UB'} - \phi_{B'}) = \frac{32.000.000}{132.000 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 36.87^\circ} \angle -36.87^\circ = \\ &= 174.95 \angle -36.87^\circ A \end{aligned}$$

Recuérdese que el ángulo de la tensión en las barras B' siempre puede ser 0° , al ser una tensión final de línea, mientras que el ángulo total en estas barras coincide con el ángulo de la potencia aparente.

Buscamos la tensión en las barras A:

$$\bar{V}_A = \bar{V}_{B'} + \bar{Z}_{AB'} \cdot \bar{I}_{AB'} = 76210.23 \angle 0^\circ + 10525.3 \angle 49.73^\circ = 83401.2 \angle 5.52^\circ V$$

Por tanto, la tensión de línea será: $\bar{U}_A = \bar{V}_A \cdot \sqrt{3} = 144455.2 \angle 5.52^\circ V$

El valor de la tensión en las barras A hallada no cambiará de valor a menos que cambie la línea AB', o bien que cambiemos las condiciones eléctricas de las barras B'.

Estamos ya en disposición de buscar la tensión pedida en las barras C', pero nos encontramos que conocemos las condiciones de A y de C' mezcladas. Cuando esto ocurre, no tenemos más remedio que aplicar la fórmula obtenida en la teoría para estos casos:

$$U_{C'}^4 + [2(R_{AC'} \cdot P_{C'} + X_{AC'} \cdot Q_{C'}) - U_{AC'}^2] U_{C'}^2 + (Z_{AC'} \cdot S_{C'})^2 = 0$$

con los valores siguientes:

$$P_{C'} = 48 MW \quad Q_{C'} = 36 MVAR \quad \bar{S}_{C'} = 60 \angle 36.87^\circ MVA$$

$$\bar{U}_A = 144455.2 \angle 5.52^\circ V$$

$$\bar{Z}_{AC'} = (R_{AC'} + j(X_{AC'} + X_{TR2})) = (3 + j(21 + 29)) = (3 + j50) = 50 \angle 86.6^\circ \Omega$$

Aplicando estos valores, obtenemos (recordando que las unidades son MW, MVAR, MVA, Ω o kV):

$$U_{C'}^4 + [2(3 \cdot 48 + 50 \cdot 36) - 144.455^2] U_{C'}^2 + (50 \cdot 60)^2 = 0$$



$$U_{C'}^4 - 16976.36U_{C'}^2 + 9.000.000 = 0$$

$$U_{C'} = 128173V$$

No conocemos el ángulo, pero lo podemos suponer de 0° ; así: $\bar{U}_{C'} = 128173\angle 0^\circ V$

Los valores siempre nos los piden en el lado de baja tensión de los transformadores; por tanto, solo nos queda pasarlo por el transformador (recordando que la relación de transformación es 2):

$$\bar{U}_{C.66kV} = \frac{\bar{U}_{C.132kV}}{2} = \frac{\bar{U}_{C'}}{2} = \frac{128173\angle 0^\circ}{2} = 64086.5\angle 0^\circ V$$

Pero hemos de comprobar que este valor es correcto. Para ello, y con la tensión hallada (en el lado del transformador correspondiente a 132 kV), buscamos la I_{AC} .

$$\begin{aligned} \bar{I}_{AC'} &= \frac{P_{C'}}{U_{C'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{C'}} (\phi_{UC'} - \phi_{C'}) = \frac{48.000.000}{128173 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 36.87^\circ} \angle (0^\circ - 36.87^\circ) = \\ &= 270.26 \angle -36.87^\circ A \end{aligned}$$

El ángulo de la tensión en $\phi_{UC'}$ lo hemos supuesto de 0° , y el ángulo total en barras C' es de $36,87^\circ$, según el enunciado.

Buscamos, de nuevo, la tensión en las barras A:

$$\bar{V}_A = \bar{V}_{C'} + \bar{Z}_{AC'} \cdot \bar{I}_{AC'} = \frac{128173\angle 0^\circ}{\sqrt{3}} + 13513\angle 49.73^\circ = 83375.4\angle 7.1^\circ V$$

Por tanto, la tensión de línea será: $\bar{U}_A = \bar{V}_A \cdot \sqrt{3} = 144410\angle 7.1^\circ V$

valor prácticamente idéntico al hallado anteriormente, por lo que damos por bueno el resultado.

2. Ahora, y manteniendo en las barras B la tensión constante de 66 kV, queremos obtener en las barras C también 66 kV. ¿Qué potencia ha de entregar el compensador síncrono para conseguirlo?

Aquí surgen algunos conceptos teóricos muy importantes:

- Si no modificamos las condiciones eléctricas en las barras B (o B'), no se puede modificar la tensión en las barras A. Por tanto, esta se mantendrá constante y con el valor hallado anteriormente (se da por supuesto que no modificamos la línea AB).
- Como nos piden que en las barras C obtengamos 66 kV en el lado de baja tensión del segundo transformador, en el otro lado del transformador, es decir, en el lado de alta tensión (barras C', siempre trabajaremos en este lado del transformador que da al circuito) tendremos 132 kV.



- Como imponemos unas condiciones de tensión al final de línea, hemos de aplicar la ecuación que, manteniendo la potencia activa constante en las barras C', nos da la nueva potencia reactiva que hemos de tener en las barras C' para obtener la tensión pedida.

$$Q_2 = -k_q \pm \sqrt{k^2 - (P_2 + k_p)^2}$$

siendo los parámetros k_{ij} considerados para una línea corta:

$$k = \frac{U_1 \cdot U_2}{B} = \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_L}$$

$$k_p = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \cos(\alpha_B - \alpha_A) = \frac{U_2^2}{Z_L} \cos \phi_{Z.LINEA}$$

$$k_q = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \cos(\alpha_B - \alpha_A) = \frac{U_2^2}{Z_{LINEA}} \text{sen } \phi_{Z.LINEA}$$

Todos los parámetros son módulos; el ángulo solo se usa para el sin o el cos.

En nuestro caso, los valores a aplicar son:

$$P_{C'} = 48 MW \quad Q_{C'} = 36 MVAR \quad \bar{S}_{C'} = 60 \angle 36.87^\circ MVA$$

$$\bar{U}_A = 144455.2 \angle 5.52^\circ V \quad \bar{Z}_{AC'} = (3 + j50) = 50 \angle 86.6^\circ \Omega$$

Y, con el valor pedido en el enunciado, ya pasado al lado de alta tensión del transformador:

$$\bar{U}_{C'} = 132.000 \angle 0^\circ V$$

ahora ya podemos calcular los coeficientes k_{ij} :

$$k = \frac{U_1 \cdot U_2}{B} = \frac{U_A \cdot U_{C'}}{Z_{LINEA-AC'}} = \frac{144.455 \cdot 132}{50} = 381.36$$

$$k_p = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \cos(\alpha_B - \alpha_A) = \frac{U_{C'}^2}{Z_{LINEA-AC'}} \cos \phi_{Z.LINEA-AC'} = \frac{132^2}{50} \cos 86.6^\circ = 20.67$$

$$k_q = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \cos(\alpha_B - \alpha_A) = \frac{U_{C'}^2}{Z_{LINEA-AC'}} \text{sen } \phi_{Z.LINEA-AC'} = \frac{132^2}{50} \text{sen } 86.6^\circ = 347.87$$

Por tanto, la nueva potencia reactiva que ha de existir en las barras C' será:



$$Q_{C'} = -k_q \pm \sqrt{k^2 - (P_{C'} + k_p)^2} = -347.87 \pm 375.126 = 27.26 \text{ MVAR}$$

Es decir, nosotros teníamos una $Q_{C'} = 36 \text{ MVAR}$ y habíamos de tener una $Q_{C'} = 27,26 \text{ MVAR}$.

Con este nuevo valor, cambiará el ángulo total en las barras C', que pasará a valer:

$$\phi_{C'} = \arctan \frac{Q_{C'-NUEVA}}{P_{C'}} = \arctan \frac{27.26}{48} = \arctan 0.5679 = 29.59^\circ$$

Existe un método más sencillo para hallar un nuevo ángulo total en las barras C': basta con recordar que el ángulo de la potencia aparente es siempre el ángulo total de un nudo o barra de conexión. Así, para nuestro caso, tenemos:

$$\bar{S}_{C'} = (P_{C'} + jQ_{C'-NUEVA}) = (48 + j27.26) = 55.2 \angle 29.6^\circ \text{ MVA}$$

Este nuevo ángulo total cambiará el módulo y el ángulo de la intensidad que fluye desde A hasta C':

$$\begin{aligned} \bar{I}_{AC'} &= \frac{P_{C'}}{U_{C'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{C'}} (\phi_{UC'} - \phi_{C'}) = \frac{48.000.000}{132000 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 29.6^\circ} \angle (0^\circ - 29.6^\circ) = \\ &= 241.46 \angle -29.6^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Recuérdese que el ángulo de la tensión en $\phi_{UC'}$ lo hemos supuesto de 0° .

Buscamos, de nuevo, la tensión en las barras A:

$$\bar{V}_A = \bar{V}_{C'} + \bar{Z}_{AC'} \cdot \bar{I}_{AC'} = \frac{132000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} + 12073 \angle 57^\circ = 83402.5 \angle 6.97^\circ \text{ V}$$

Por tanto, la tensión de línea será: $\bar{U}_A = \bar{V}_A \cdot \sqrt{3} = 144457 \angle 6.97^\circ \text{ V}$

Este resultado es totalmente correcto, ya que coincide con los valores hallados en el principio del problema. Una vez hemos comprobado que el resultado es correcto, pasamos a hallar la potencia reactiva de compensación, que tendrá un valor de:

$$Q_{comp} = Q_{C'} - Q_{c \text{ arg a anterior}} = 27.26 - 36 = -8.74 \text{ MVAR}$$

y el valor del condensador equivalente que le correspondería al compensador síncrono a colocar con una tensión de 66 kV (recuérdese que el compensador síncrono está situado en las barras C y, por tanto, en el lado de baja tensión del transformador) es:

$$C = \frac{Q_{comp}}{\omega \cdot U_2^2} = \frac{-8.74}{\omega \cdot 66^2} = 6.38 \mu\text{F} \quad (\text{a } 66 \text{ kV})$$



3. Si mantenemos las condiciones de funcionamiento del apartado anterior, ¿cuál será la nueva tensión en las barras C, si la potencia reactiva que entrega el compensador síncrono asciende a $Q_{\text{comp}} = -6 \text{ MVAR}$?

Como se mantiene la tensión en las barras B, nos están indicando que se mantiene en las barras A. Por otra parte, las condiciones eléctricas en C varían, ya que la potencia reactiva del compensador síncrono así lo hace. En resumen, la nueva potencia reactiva en las barras C tendrá el valor siguiente:

Volvemos a trabajar en el lado de alta tensión del transformador. Al final, ya pasaremos los resultados al lado de baja tensión, como se ha pedido.

$$Q_{C'} = Q_{\text{comp}} + Q_{\text{carga-anterior}} = -6 + 36 = 30 \text{ MVAR}$$

El nuevo ángulo total en C' valdrá (calculando la potencia aparente total en las barras C' y recordando que la potencia activa no se modifica):

$$\bar{S}_{C'} = (P_{C'} + jQ_{C'-\text{NUEVA}}) = (48 + j30) = 56.6 \angle 32^\circ \text{ MVA}$$

Es decir, conocemos los parámetros siguientes en las barras C':

$$\bar{S}_{C'} = (P_{C'} + jQ_{C'-\text{NUEVA}}) = 56.6 \angle 32^\circ \text{ MVA} \quad P_{C'} = 48 \text{ MW} \quad Q_{C'} = 30 \text{ MVAR}$$

$$\phi_{C'} = 32^\circ \quad \bar{Z}_{AC'} = (R_{AC'} + jX_{AC'}) = (3 + j50) = 50 \angle 86.6^\circ \Omega$$

Pero desconocemos el valor de la tensión en las barras C' (esta es, precisamente, la incógnita) y, por tanto, desconocemos la intensidad de A a C'. No podemos continuar el problema sin aplicar la fórmula dada cuando existen valores mezclados.

La tensión en las barras A tiene un valor de:

$$\bar{U}_A = \bar{V}_A \cdot \sqrt{3} = 144455.2 \angle 5.52^\circ \text{ V}$$

Por tanto, se puede aplicar la ecuación:

$$U_{C'}^4 + [2(R_{AC'} \cdot P_{C'} + X_{AC'} \cdot Q_{C'}) - U_{AC'}^2] U_{C'}^2 + (Z_{AC'} \cdot S_{C'})^2 = 0$$

Resolviendo para nuestros valores, obtendremos:

$$U_{C'}^4 + [2(3 \cdot 48 + 50 \cdot 30) - 144.455^2] U_{C'}^2 + (56.6 \cdot 50)^2 = 0$$

$$U_{C'}^4 - 17579.25 U_{C'}^2 + 8008900 = 0$$

$$U_{C'} = 130810 \text{ V}$$

No conocemos el ángulo, pero lo podemos suponer de 0° ; así: $\bar{U}_{C'} = 130810 \angle 0^\circ \text{ V}$



Solo nos queda pasarlo por el transformador (ya que los resultados nos los piden en el lado de baja tensión), y, recordando que la relación de transformación es 2, tendremos:

$$\bar{U}_{C,66KV} = \bar{U}_C = \frac{\bar{U}_{C',132KV}}{2} = \frac{130810\angle 0^\circ}{2} = 65405\angle 0^\circ V$$

Pero hemos de comprobar que este valor es correcto. Para ello, y con la tensión hallada (en el lado del transformador correspondiente a 132 kV), buscamos la $I_{AC'}$.

$$\bar{I}_{AC'} = \frac{P_{C'}}{U_{C'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{C'}} (\phi_{UC'} - \phi_{C'}) = \frac{48000000}{130810 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 32^\circ} \angle (0 - 32^\circ) = 249.8 \angle -32^\circ A$$

Recuérdese que el ángulo de la tensión en $\phi_{UC'}$ lo hemos supuesto de 0° , y que el ángulo total de C' es de 32° , según lo hemos calculado.

Buscamos, de nuevo, la tensión en las barras A:

$$\bar{V}_A = \bar{V}_{C'} + \bar{Z}_{AC'} \cdot \bar{I}_{AC'} = \frac{130810\angle 0^\circ}{\sqrt{3}} + 12490\angle 54.6^\circ = 83382.3\angle 7^\circ V$$

Por tanto, la tensión de línea será: $\bar{U}_A = \bar{V}_A \cdot \sqrt{3} = 144422\angle 7^\circ V$

Este valor es prácticamente idéntico al hallado al principio del problema, por lo que damos por bueno el resultado.

4. ¿Cuál será el rendimiento total del sistema de potencia, visto desde las barras A, para las condiciones halladas en el apartado anterior?

Para hallar el rendimiento total del sistema de potencia, es preciso conocer las potencias activas que fluyen desde las barras A hasta los extremos de las líneas, las barras B y las barras C (o bien, en las barras B' y las barras C', ya que los valores de las potencias coinciden). Recordemos que la fórmula que define el rendimiento de una instalación de estas características es:

$$\eta = \frac{P_{SALIDA}}{P_{GENERADA}} 100 = \frac{P_B + P_C}{P_A} 100$$

Las potencias de salida son conocidas, pues son un dato del enunciado:

$$P_B = 32MW \quad \text{y} \quad P_C = 48MW$$

El problema reside en encontrar la potencia total en las barras A, que a todos los efectos corresponde a la potencia generada ya que, desde las barras A hasta el generador G, no existen resistencias que aumenten la potencia activa entregada por el generador.

Para el cálculo de la potencia activa en las barras A, se siguen dos métodos alternativos:



1.º método: Buscamos por separado las potencias que fluyen desde las barras B y las barras C hasta las barras A.

$$P_{AC'} = U_A \cdot I_{AC'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_A \quad \text{y} \quad P_{AB'} = U_{B'} \cdot I_{AB'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_A$$

Estas son las fórmulas a aplicar. Nótese que los parámetros son los módulos de los vectores correspondientes que forman la tensión o la intensidad.

Por otra parte, los ángulos totales se hallan con la fórmula ya conocida:

$$\phi_{AB'} = (\phi_{\bar{U}_B} - \phi_{\bar{I}_{AB'}}) \quad \text{y} \quad \phi_{AC'} = (\phi_{\bar{U}_A} - \phi_{\bar{I}_{AC'}})$$

Finalmente, se hallan las intensidades que fluyen por las líneas AB' y AC':

$$\bar{I}_{AC'} = \frac{P_{C'}}{U_{C'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{C'}} (\phi_{U_{C'}} - \phi_{C'}) \quad \text{y} \quad \bar{I}_{AB'} = \frac{P_{B'}}{U_{B'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{B'}} (\phi_{U_{B'}} - \phi_{B'})$$

Recuérdese que las condiciones de funcionamiento son las iniciales para las barras B' y las del último apartado (apartado 3), para las barras C'.

Procediendo con nuestros valores, tenemos que las intensidades que fluirán desde las barras C' y desde las barras B' hasta las barras centrales A serán:

$$\bar{I}_{AC'} = \frac{P_{C'}}{U_{C'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{C'}} (\phi_{U_{C'}} - \phi_{C'}) = 249.8 \angle -32^\circ \text{ A (valor hallado en el apartado 3)}$$

$$\bar{I}_{AB'} = \frac{P_{B'}}{U_{B'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{B'}} (\phi_{U_{B'}} - \phi_{B'}) = 174.95 \angle -36.87^\circ \text{ A (valor hallado en el apartado 1)}$$

La tensión en las barras A, hallada en el apartado 1, será:

$$\bar{U}_A = 144455.2 \angle 5.52^\circ \text{ V}$$

Los ángulos que corresponderán a las barras A, vistos desde las barras C' o desde las barras B', serán los siguientes:

$$\phi_{AC'} = (\phi_{U_A} - \phi_{\bar{I}_{AC'}}) = (5.52^\circ - (-32^\circ)) = 37.52^\circ$$

$$\phi_{AB'} = (\phi_{U_A} - \phi_{\bar{I}_{AB'}}) = (5.52^\circ - (-36.87^\circ)) = 42.39^\circ$$

Llegados a este punto, es importante notar que la tensión es única en las barras A (solo puede haber una única tensión por barra). Por el contrario, las intensidades pueden fluir libremente desde cualquier barra (la B' o la C') hasta la barra A. Por tanto, las intensidades se calculan en las barras B' y en las barras C', y estas intensidades (al ser unas líneas cortas con longitudes menores de 80 km) serán las mismas que lleguen a las barras A. Es por este motivo que se las ha denominado $I_{AC'}$ e $I_{AB'}$, ya que fluyen a lo largo de estas líneas.



Conocidos todos los parámetros, podemos buscar las potencias activas que fluyen hacia las barras A:

$$P_{AC'} = U_A \cdot I_{AC'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{AC'} = 144455.2 \cdot 249.8 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 37.52^\circ = 49572010W$$

$$P_{AB'} = U_A \cdot I_{AB'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{AB'} = 144452.2 \cdot 174.95 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 42.39^\circ = 32328992.6W$$

La tensión no cambia (recuérdese de nuevo que solo hay una tensión por barra). Pero las intensidades y las potencias suman siempre todas sus aportaciones; por tanto:

$$P_{TOTAL-A} = P_{AC'} + P_{AB'} = 49.57 + 32.33 = 81.9MW$$

$$\bar{I}_{TOTAL-A} = \bar{I}_{AC'} + \bar{I}_{AB'} = 249.8 \angle -32^\circ + 174.95 \angle -36.87^\circ = 424.37 \angle -34^\circ A$$

Conocidos todos estos parámetros, ya es posible hallar el rendimiento:

$$\eta = \frac{P_{SALIDA}}{P_{GENERADA}} 100 = \frac{P_B + P_C}{P_A} 100 = \frac{48 + 32}{32.33 + 49.57} 100 = 97.68\%$$

Aunque no se piden, no es difícil hallar ahora las aportaciones que las potencias reactivas dan a las barras A. Su cálculo es idéntico a las potencias activas, y solo basta con cambiar el cos por el sin:

$$Q_{AC'} = U_A \cdot I_{AC'} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_A = 144455.2 \cdot 249.8 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 37.52^\circ = 38065441MVAR$$

$$Q_{AB'} = U_A \cdot I_{AB'} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_A = 144452.2 \cdot 174.95 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 42.39^\circ = 29510081MVAR$$

que, sumadas, dan la potencia total reactiva en las barras A.

$$Q_{TOTAL-A} = Q_{AC'} + Q_{AB'} = 38.0 + 29.51 = 67.51MVAR$$

Finalmente, la potencia aparente total en las barras A ahora es fácilmente calculable, conocidas las potencias totales activas y reactivas en dichas barras:

$$\bar{S}_A = (P_A + jQ_A) = (81.9 + j67.51) = 106.14 \angle 39.54^\circ MVA$$

El ángulo total, por supuesto, coincide con el hallado por otros métodos.

2.º método: Buscamos directamente la potencia activa total en las barras A

Este método es más rápido que el anterior, ya que se basa en que la potencia activa total en las barras A es:

$$P_{TOTAL-A} = U_A \cdot I_{TA} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_A$$

Conocemos todos los parámetros de la fórmula anterior, excepto el ángulo total, aunque este puede calcularse rápidamente. Pero vayamos por partes.



La intensidad total es la suma de las intensidades que fluyen desde las barras C' y B' hasta las barras A. Estos valores ya se han calculado en apartados precedentes y son, por tanto, datos:

$$\bar{I}_{TOTAL-A} = \bar{I}_{AC'} + \bar{I}_{AB'} = 249.8\angle -32^\circ + 174.95\angle -36.87^\circ = 424.37\angle -34^\circ A$$

Por su parte, la tensión en las barras A (que es única) ya se ha calculado en el primer apartado de este problema. Su valor es:

$$\bar{U}_A = \bar{V}_A \cdot \sqrt{3} = 144455.2\angle 5.52^\circ V$$

El único valor desconocido de la fórmula de la potencia activa total en las barras A es el ángulo total en este punto. Pero se calcula muy rápidamente, conocidos los ángulos de la tensión y de la intensidad en las barras A.

$$\phi_A = \phi_{\bar{U}_A} - \phi_{\bar{I}_A} = 5.52^\circ - (-34^\circ) = 39.52^\circ$$

Con todos estos valores, ya podemos hallar la potencia activa total en las barras A:

$$P_{TOTAL-A} = U_A \cdot I_A \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_A = 144455.2 \cdot 424.37 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 39.52^\circ = 81906718W$$

valor exacto al que hemos hallado con el primer método.

Las potencias restantes también son de cálculo inmediato. Para la potencia reactiva, tenemos:

$$Q_{TOTAL-A} = U_A \cdot I_A \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_A = 144455.2 \cdot 424.37 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 39.52^\circ = 67566721VAR$$

Y, para la potencia total aparente:

$$\bar{S}_A = (P_A + jQ_A) = (81.9 + j67.57) = 106.17\angle 39.52^\circ MVA$$

El ángulo total, por supuesto, coincide con el que hemos hallado anteriormente.

Problema 3.9

Se dispone del siguiente sistema de potencia, formado por una central generadora, dos transformadores (el T_{R1} es un transformador con dos devanados, regulable en su relación de transformación, mientras que el T_{R2} es un transformador de tres devanados en que los condensadores de compensación se sitúan en las barras F) y unas líneas de interconexión acopladas en serie. De los extremos de la línea parte una derivación con unos consumos específicos, que se muestran en la figura. Las características del sistema de potencia, así como todos los parámetros importantes del mismo, se ilustran en la figura.

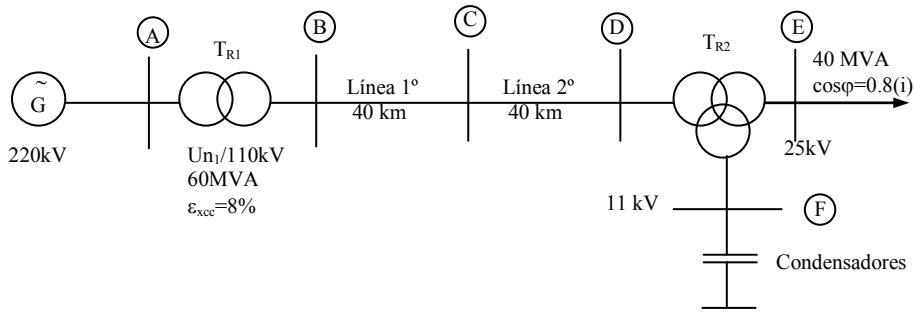


Fig. 3.9 Sistema completo de potencia correspondiente al problema 3.9

Datos

T_{R2} :	P-S	50 MVA	110 kV/25 kV	$\epsilon_{xcc} = 8 \%$
	P-T	20 MVA	110 kV/11 kV	$\epsilon_{xcc} = 6 \%$
	S-T	20 MVA	25 kV/11 kV	$\epsilon_{xcc} = 4 \%$

En todas las líneas, considérese $Z = (0,06+j0,36) \Omega/\text{km}$

La central generadora mantiene constante la tensión en las barras A

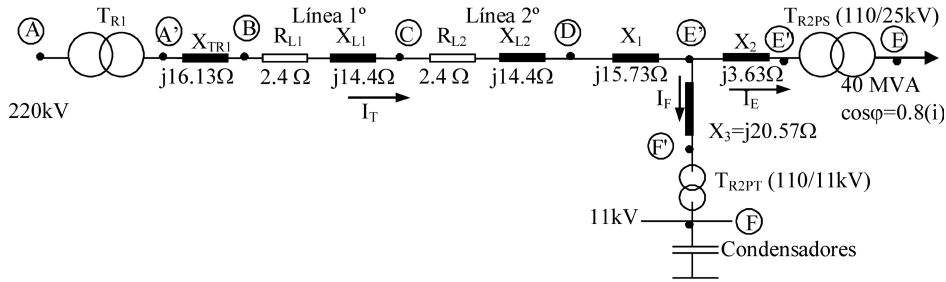
La tensión en las barras E se mantiene constante a 25 kV

Se pide:

1. Si deseamos mantener la tensión constante en las barras C y de valor igual a 111 kV, ¿cuál es la reactancia capacitiva de la batería de condensadores a colocar en el terciario de T_{R2} para lograr estas condiciones?
2. Manteniendo la tensión anterior en las barras C, ¿cuál es la intensidad que circulará por dichas barras una vez efectuada la compensación anterior?
3. Manteniendo la tensión anterior en las barras C, ¿a qué valor regularemos la tensión nominal del primario del transformador T_{R1} , si queremos obtener los 220 kV en bornes del generador?
4. ¿Cuál será el rendimiento total (η_T) del sistema de potencia visto desde A en las condiciones halladas en el apartado anterior?

Resolución

Sistema de potencia con sus respectivas impedancias



Cálculo de las impedancias

Líneas 1.ª y 2.ª

$$\text{Línea 1: } \bar{Z}_{L1} = (R_1 + j\bar{X}_1) = 40(0.06 + j0.36) = (2.4 + j14.4) = 14.6 \angle 80.53^\circ \Omega$$

$$\text{Línea 2: } \bar{Z}_{L2} = (R_2 + j\bar{X}_2) = (2.4 + j14.4) = 14.6 \angle 80.53^\circ \Omega$$

Transformador T_{R1}

$$\bar{X}_{TR1} = 0.08 \frac{(110)^2}{60} = j16.13\Omega \text{ como } R_{cc} = 0 \quad \bar{Z}_{TR1} = (0 + j16.13) = 16.13 \angle 90^\circ \Omega$$

Transformador T_{R2} (Se han de calcular sus tres bobinados con las fórmulas dadas en los anexos.)

$$\bar{X}_{PS} = 0.08 \frac{(110)^2}{50} = j19.36\Omega \quad \bar{X}_1 = \frac{(\bar{X}_{PS} + \bar{X}_{PT} - \bar{X}_{ST})}{2} = j15.73\Omega$$

$$\bar{X}_{PT} = 0.06 \frac{(110)^2}{20} = j36.3\Omega \quad \bar{X}_2 = \frac{(\bar{X}_{SP} + \bar{X}_{ST} - \bar{X}_{PT})}{2} = j3.63\Omega$$

$$\bar{X}_{ST} = 0.04 \frac{(25)^2}{20} = j1.25\Omega \rightarrow \bar{X}_{ST_{110kV}} = 1.25 \left(\frac{110}{25} \right)^2 = j24.2\Omega$$

$$\bar{X}_3 = \frac{(\bar{X}_{PT} + \bar{X}_{ST} - \bar{X}_{PS})}{2} = j20.57\Omega$$

Relaciones de transformación (Existen tres relaciones de transformación para el T_{R2} y una para el T_{R1} .)

$$T_{R1}: m = \frac{110}{U_{n1}} \quad (\text{Por ahora, desconocemos su valor.})$$



$$T_{R2}: m_{PS} = \frac{110}{25} = 4.4 \quad m_{PT} = \frac{110}{11} = 10 \quad m_{ST} = \frac{25}{11} = 2.273$$

1. ¿Cuál será la reactancia capacitiva de la batería de condensadores a colocar en el terciario de T_{R2} para lograr 111 kV en las barras C?

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras E

$$\bar{S}_E = 40 \angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$P_E = S_E \cdot \cos \varphi_E = 40 \cdot 0.8 = 32 \text{ MW}$$

$$Q_E = S_E \cdot \sin \varphi_E = 40 \cdot 0.6 = 24 \text{ MVAR}$$

$$\varphi_E = \arcsin 0.6 = 36.87^\circ$$

$U_E = 25.000$ (0°V (Recuérdese que al final de línea siempre es posible suponer 0° de desfase en la tensión.)

$$\bar{I}_E = \frac{32 \cdot 10^6}{25000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.8} = 923.8 \angle -36.87^\circ A$$

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras E'

Realizamos el paso de todas las magnitudes eléctricas anteriores por un teórico transformador ideal (del secundario al primario del transformador de tres bobinados). Al ser ideal, no se modifican ni las potencias, ni las frecuencias, ni los desfases (al menos en este caso), de modo que las magnitudes solamente quedan afectadas de cambios en cuanto a tensiones e intensidades debidas a la relación de transformación $m_{PS} = 4,4$:

$$\bar{S}_{E''} = 40 \angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$P_{E''} = S_{E''} \cdot \cos \varphi_{E''} = 40 \cdot 0.8 = 32 \text{ MW}$$

$$Q_{E''} = S_{E''} \cdot \sin \varphi_{E''} = 40 \cdot 0.6 = 24 \text{ MVAR}$$

$$\varphi_{E''} = \arcsin 0.6 = 36.87^\circ$$

$U_{E''} = 110.000$ (0°V (Recuérdese que al final de línea siempre es posible suponer 0° de desfase en la tensión.)

$$\bar{I}_{E''} = 209.95 \angle -36.87^\circ A$$



Valores de las magnitudes eléctricas en las barras E'

Ya hemos pasado por el transformador teórico T_{R2} del secundario al primario (es decir, de 25 kV a 110 kV); por tanto, ya no hay que pasar por ningún otro transformador hasta que pasemos de A' a A, o bien, de F' a F).

Este punto intermedio de los bobinados del T_{R2} (punto E') realmente no existe; es como si pudiéramos dividir el valor de los bobinados en tres partes (primario, secundario y terciario). Pero, como con las fórmulas sí podemos realizar esta partición teórica de los bobinados, y es precisamente en este punto donde arranca el bobinado terciario (en el cual se disponen los condensadores), es importante buscar en él todas las magnitudes eléctricas.

$$\bar{V}_{E'} = \bar{V}_{E''} + \bar{X}_2 \bar{I}_{E''} = 63508.5 \angle 0^\circ + 3.63 \angle 90^\circ \cdot 209.95 \angle -36.87^\circ = 63968.7 \angle 0.55^\circ V$$

$$\text{con } \bar{V}_{E'} = \frac{\bar{U}_{E'}}{\sqrt{3}} = \frac{110000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 63508.5 \angle 0^\circ V$$

Los otros valores para este punto intermedio E' son:

$$\bar{U}_{E'} = \sqrt{3} \bar{V}_{E'} = \sqrt{3} \cdot 63968.7 \angle 0.55^\circ = 110797.1 \angle 0.55^\circ V$$

$\bar{I}_{E'} = \bar{I}_{E''} = 209.95 \angle -36.87^\circ A$ (El valor de la intensidad no puede cambiar ya que no hay derivaciones.)

$$P_{E'} = U_{E'} \cdot \bar{I}_{E'} \cdot \sqrt{3} \cos \varphi_{E'} = 32 MW$$

$$Q_{E'} = U_{E'} \cdot \bar{I}_{E'} \cdot \sqrt{3} \sin \varphi_{E'} = 24.48 MVAR$$

$$\bar{S}_{E'} = (P_{E'} + jQ_{E'}) = (32 + j24.48) = 40.29 \angle 37.41^\circ MVA$$

$$\varphi_{E'} = \varphi_{SE'} = (\varphi_{UE'} - \varphi_{IE'}) = 37.41^\circ$$

Cálculo de la potencia de compensación de la batería de condensadores en las barras F

Si queremos que $U_C = 111$ kV, primero necesitamos calcular qué potencia reactiva capacitiva han de tener las barras E', aplicando las fórmulas ya conocidas entre los dos extremos (barras C y E').

Cálculo de la nueva potencia reactiva en las barras E'

$$Q_{E'-NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{E'} + Kp)^2} = -404.9 \pm 401.80 = -3.1 MVAR$$



$$K = \frac{U_{E'} \cdot U_C}{Z_{CE'}} = \frac{110.797 \cdot 111}{30.22} = 406.96$$

$$K_p = \frac{U_{E'}^2}{Z_{CE'}} \cos \phi_{Z_{CE'}} = \frac{(110.797)^2}{30.22} \cos(85.4^\circ) = 32.578$$

$$K_q = \frac{U_{E'}^2}{Z_{CE'}} \operatorname{sen} \phi_{Z_{CE'}} = \frac{(110.797)^2}{30.22} \operatorname{sen}(85.4^\circ) = 404.9$$

con: $\bar{Z}_{CE'} = (2.4 + j(14.4 + 15.73)) = (2.4 + j30.13) = 30.22 \angle 85.44^\circ \Omega$

$$\bar{U}_C = 111 \text{ kV} \quad \bar{U}_{E'} = 110.797 \text{ kV} \quad P_{E'} = 32 \text{ MW}$$

Por tanto, la potencia reactiva en las barras E' pasa de los 24,48 MVAR que ya teníamos a los nuevos -3,1 MVAR.

La potencia de compensación en las barras E' (110 kV) será

$$Q_{comp} = -Q_{E'} - Q_{ANTIGUA} = -3.1 - 24.48 = -27.58 \text{ MVAR}$$

$$\bar{X}_{comp-E'} = \frac{U_{E'}^2}{Q_{comp}} = \frac{(110.797)^2}{-27.58} = -j445.10 \Omega$$

Pero este valor de la reactancia capacitiva es en las barras E' y nosotros necesitamos conocerlo en las barras F'. El valor de la reactancia capacitiva en las barras F' será el valor de la reactancia en las barras E', menos el valor de la reactancia terciaria $X_3 = j 20,57 \Omega$.

$$X_{F'} = X_{comp-E'} - X_3 = -j445.10 - j20.57 = -j465.67 \Omega$$

Cálculo de la potencia reactiva y de la reactancia capacitiva en las barras F (11 kV)

Solo resta pasar los valores anteriores desde las barras F' a 110 kV, a las barras F a 11 kV. Para ello, aplicamos los factores de conversión ya conocidos:

$$X_{comp-F} = \frac{X_{comp-F'}}{m_{PT}^2} = \frac{-j465.67}{\left(\frac{110}{11}\right)^2} = -j4.66 \Omega$$

y la potencia reactiva capacitiva y el valor correspondiente de los condensadores quedan como sigue:



$$Q_{comp-F} = \frac{U_F^2}{X_{comp-F}} = \frac{11^2}{-4.66} = -25.96 \text{ MVAR}$$

$$C_{comp-F} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_{comp-F}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 4.66} = 683 \mu\text{F}$$

Comprobamos que estos valores son correctos. Para ello, las nuevas condiciones en E' (110 kV) son:

$$Q_{E'} = -3.1 \text{ MVAR} \text{ (valor encontrado con las fórmulas de compensación)}$$

$P_{E'} = U_{E'} \cdot \bar{I}_{E'} \cdot \sqrt{3} \cos \varphi_{E'} = 32 \text{ MW}$ (El valor de la potencia activa se mantiene inalterable.)

$\bar{U}_{E'} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{E'} = \sqrt{3} \cdot 63968.7 \angle 0.55^\circ = 110797.1 \angle 0.55^\circ \text{ V}$ (Tampoco varía el valor de la tensión.)

$$\bar{S}_{E'} = (P_{E'} + jQ_{E'}) = (32 - j3.1) = 32.14 \angle -5.53^\circ \text{ MVA} \text{ (Este valor sí cambia.)}$$

$$\varphi_{E'} = \varphi_{SE'} = (\varphi_{\bar{U}_{E'}} - \varphi_{\bar{I}_{E'}}) = -5.53^\circ$$

Y, por tanto, el valor de la intensidad total de la línea 2.^a (intensidad que llegará a las barras E') será:

$$\bar{I}_{E'-TOTAL} = \frac{P_{E'}}{U_{E'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{E'}} \angle (\phi_{\bar{U}_{E'}} - \phi_{E'}) = \frac{32 \cdot 10^6}{110797 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-5.53)} \angle (0.55^\circ + 5.53^\circ) =$$

Y la tensión $= 167.51 \angle 6.08^\circ \text{ A}$ en las barras C será:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_{E'} + \bar{Z}_{c-E'} \cdot \bar{I}_{E'-TOTAL} = 63968.7 \angle 0.55^\circ + 30.22 \angle 85.44^\circ \cdot 167.51 \angle 6.08^\circ =$$

$$= 64083.3 \angle 5.08^\circ \text{ V}$$

$$\text{con } \bar{V}_{E'} = \frac{\bar{U}_{E'}}{\sqrt{3}} = \frac{110797.1 \angle 0.55^\circ}{\sqrt{3}} = 63968.7 \angle 0.55^\circ \text{ V, es decir,}$$

$$\bar{U}_C = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_C = 110995.5 \angle 5.08^\circ \text{ V}$$

Por tanto, los valores hallados son correctos.

2. Manteniendo la tensión anterior en las barras C, ¿qué intensidad circulará por dichas barras una vez efectuada la compensación anterior?

La intensidad que fluye por las barras C es la misma que llegará a las barras E'; por tanto, ya hemos hallado su valor:



$$\begin{aligned} \bar{I}_{E'-TOTAL} &= \frac{P_{E'}}{U_{E'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{E'}} \angle(\phi_{U_{E'}} - \phi_{E'}) = \frac{32 \cdot 10^6}{110797 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-5.53)} \angle(0.55^\circ + 5.53^\circ) = \\ &= 167.51 \angle 6.08^\circ A \end{aligned}$$

Existe otro método para hallar el valor de la intensidad que circulará por las líneas. Si observamos la figura que nos representa en el sistema de potencia con sus impedancias e intensidades, tenemos:

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{E'} + \bar{I}_{cond} = 167.52 \angle -6.05^\circ A$$

donde la intensidad que sigue hacia el secundario del transformador T_{R2} ya ha sido calculada anteriormente:

$$\bar{I}_{E'} = 209.95 \angle -36.87^\circ A$$

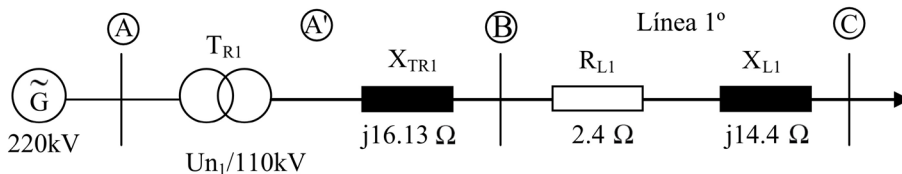
y la intensidad que se deriva hacia las barras F' es:

$$\bar{I}_{cond} = \frac{\frac{\bar{U}_{E'}}{\sqrt{3}}}{-jX_{comp-E'}} = \frac{110797}{\sqrt{3}} \angle 0.55^\circ}{445.10 \angle -90^\circ} = 143.72 \angle 90.55^\circ A$$

Nótese que la intensidad que se deriva por el condensador es la tensión de fase en las barras E', dividida por la reactancia total vista desde esas barras, que en nuestro caso es la reactancia de compensación hallada anteriormente.

3. Manteniendo la tensión anterior en las barras C, ¿a qué valor regularemos la tensión nominal del primario del transformador T_{R1} , si queremos obtener los 220 kV en bornes del generador?

Para poder hallar la regulación correcta y conseguir las condiciones indicadas, bastará con hallar la tensión en las barras A' y, mediante una regla de proporcionalidad, obtener la relación de transformación solicitada:



La tensión en las barras A' será:



$$\begin{aligned}\bar{V}_{A'} &= \bar{V}_C + \bar{Z}_{A'C} \cdot \bar{I}_T = \frac{110995.5}{\sqrt{3}} \angle 5.08^\circ + 18.68 \angle 82.26^\circ \cdot 167.52 \angle 6.08^\circ = \\ &= 64525.4 \angle 7.84^\circ V\end{aligned}$$

Con:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{A'-C} &= (2.4 + j(16.13 + 2.4)) = (2.4 + j18.53) = 18.68 \angle 82.62^\circ \Omega \text{ y} \\ \bar{I}_T &= 167.52 \angle 6.04^\circ A\end{aligned}$$

Siendo la tensión de línea en las barras A': $\bar{U}_{A'} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{A'} = 111761.3 \angle 7.84^\circ V$

Entonces, la regulación del primario será:

$$\bar{U}_{A'} = 111761.3 \angle 7.84^\circ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 220 \\ U_n \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 111.761 \\ 110 \end{array} \right\} \Rightarrow U_{n1} = 216.53 \text{KV}$$

4. ¿Cuál será el rendimiento total (η_T) del sistema de potencia visto desde A con las condiciones halladas en el apartado anterior?

Para hallar el rendimiento, simplemente tenemos que dividir la potencia de salida por la potencia de entrada, y así tendremos que la potencia de entrada es:

$$P_{A'} = U_{A'} \cdot I_T \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{T_{A'}} = 111761.3 \cdot 167.52 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(1.08^\circ) = 32411892 \text{W} = 32.41 \text{MW}$$

$$\varphi_{T_{A'}} = \varphi_{\hat{V}_{A'}} - \varphi_{\hat{i}_{A'}} = 7.84^\circ - 6.04^\circ = 1.08^\circ$$

y el rendimiento será:

$$\eta_T = \frac{P_D}{P_{A'}} 100 = \frac{32}{32.41} 100 = 98.73\%$$

Cálculo de la potencia activa en las barras B

Si hubiésemos calculado el rendimiento en el punto B', daría igual que el que hemos calculado en las barras A', ya que la potencia activa no cambia si entre estas dos barras solamente hay una reactancia inductiva (v. problema 3.6).

$$\bar{V}_B = \bar{V}_{E'} + \bar{Z}_{BE'} \cdot \bar{I}_T = \frac{110797}{\sqrt{3}} \angle 0.55^\circ + 44.79 \angle 83.847^\circ \cdot 167.52 \angle 6.04^\circ = 64493.4 \angle 7.23^\circ V$$

$$\bar{Z}_{B'B} = (4.8 + j44.53) = 44.79 \angle 83.847^\circ \Omega$$

$$\bar{U}_B = \bar{V}_B \cdot \sqrt{3} = 111705.8 \angle 7.23^\circ V$$



$$\bar{I}_T = 167.52 \angle 6.04^\circ \text{ A}$$

$$\varphi_{TB} = \varphi_{\hat{V}_B} - \varphi_{\hat{I}_B} = 7.23 - 6.04 = 1.19^\circ$$

$$P_B = U'_B \cdot I_T \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{TB} = 111705.8 \cdot 167.52 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 1.19^\circ = 32.4 \text{ MW}$$

Prácticamente, coinciden las potencias de $P_{A'} = P_B$

Finalmente, podríamos hallar la potencia en las barras A' de la forma siguiente:

Solo las resistencias influyen en los cambios de la potencia activa. En toda la línea A'-E', solo existen dos resistencias (las de las líneas), que además están recorridas por la misma intensidad; por tanto, las pérdidas de potencia por fase son:

$$P_{FASE(A'-E')} = (R_1 + R_2) \cdot I_{TOTAL}^2 = 4.8 \cdot 167.52^2 = 134702 \text{ W (potencia monofásica)}$$

La potencia trifásica perdida en este tramo de línea es:

$$P_{TRIFÁSICA} = P_{MONOFÁSICA} \cdot 3 = 134702 \cdot 3 = 404106.5 \text{ W} = 0.404 \text{ MW}$$

y, si lo sumamos a los valores que teníamos, la potencia total es:

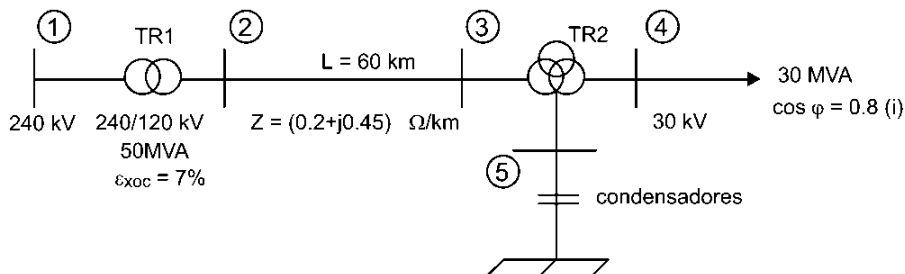
$$P_{TOTAL} = P_{A'} = P_{E'} + P_{PÉRDIDAS} = 32 + 0.404 = 32.404 \text{ MW}$$

valor que coincide con el hallado por otros métodos.

Problema 3.10

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de dos transformadores: uno con dos bobinados (colocado al principio de línea) y el segundo con tres bobinados (colocado al final de línea). El bobinado terciario de este segundo transformador lleva conectado un banco de condensadores, tal como se indica en la figura. Las características del transformador, así como las del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan a continuación.

Fig. 3.10
Sistema completo de potencia correspondiente al problema 3.10





Datos

TR2:	P-S	60 MVA	120 kV/30 kV	$\epsilon_{xcc} = 8 \%$
	P-T	20 MVA	120 kV/10 kV	$\epsilon_{xcc} = 5 \%$
	S-T	20 MVA	30 kV/10 kV	$\epsilon_{xcc} = 6 \%$

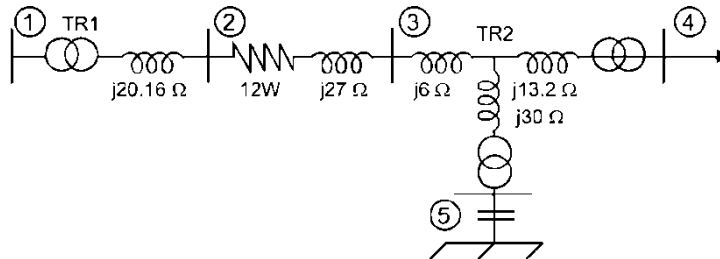
Si la tensión en el nudo 1 es de 240 kV constantes y queremos que la tensión en las barras 4 sea de 30 kV y se mantenga también constante:

Se pide:

1. La potencia de compensación y la batería de condensadores a colocar en las barras 5
2. La intensidad que circula por la línea
3. Las potencias en bornes del TR1
4. El rendimiento total de la red

Resolución

Sistema de potencia, con sus respectivas impedancias



Cálculo de las impedancias

Línea 2-3

$$\bar{Z}_{linea} = (R + jX) \Omega / km$$

$$\bar{Z}_{23} = 60 \cdot (0.2 + j0.45) = (12 + j27) = 29.546 \angle 66.037^\circ \Omega$$

Transformador TR1

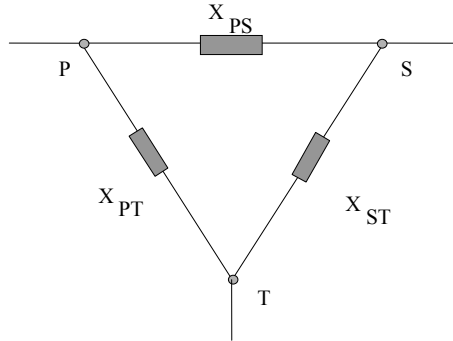
$$\bar{X}_{TR1} = \frac{U_n^2}{S} \cdot \epsilon_{xcc} \quad \bar{X}_{TR1} = \frac{(120)^2}{50} \cdot 0.07 = j20.16 \Omega = \bar{Z}_{TR1} = 20.16 \angle 90^\circ \Omega$$

Transformador TR2

Lo primero que hemos de calcular es el valor de las impedancias (reactancias inductivas en este caso) de que dispone el transformador, considerando siempre los



valores desde primario-secundario, primario-terciario y secundario-terciario, que son los únicos que realmente pueden medirse desde el exterior. El esquema siguiente nos ayudará a comprender los cálculos.



$$\bar{X}_{PS} = \frac{U_{n_{PS}}^2}{S} \cdot \epsilon_{xcc} \qquad \bar{X}_{PS_{120}} = \frac{(120)^2}{60} \cdot 0.08 = j19.2 \Omega$$

$$\bar{X}_{PT} = \frac{U_{n_{PT}}^2}{S} \cdot \epsilon_{xcc} \qquad \bar{X}_{PT_{120}} = \frac{(120)^2}{20} \cdot 0.05 = j36 \Omega$$

$$\bar{X}_{ST} = \frac{U_{n_{ST}}^2}{S} \cdot \epsilon_{xcc} \qquad \bar{X}_{ST_{30}} = \frac{(30)^2}{20} \cdot 0.06 = j2.7 \Omega$$

El subíndice de las reactancias indica el nivel de tensión al que han sido halladas las mismas.

Relaciones de transformación (Existen tres relaciones de transformación para el T_{R2} y una para el T_{R1}.)

$$T_{R1}: m = \frac{240}{120} = 2$$

$$T_{R2}: m_{PS} = \frac{120}{30} = 4 \qquad m_{PT} = \frac{120}{10} = 12 \qquad m_{ST} = \frac{30}{10} = 3$$

Para pasar la reactancia del secundario-terciario de 30 kV a 120 kV, utilizaremos las fórmulas y las explicaciones dadas en el problema 3.9.

$$\bar{X}_{ST_{120}} = \bar{X}_{ST_{30}} \cdot m^2 \qquad \bar{X}_{ST_{120}} = j2.7 \cdot 4^2 = j43.2 \Omega$$

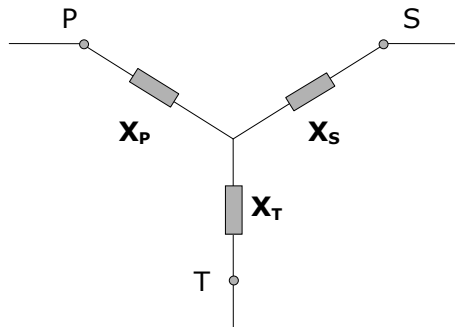
Paso a estrella del triángulo formado por las impedancias del transformador



Se utilizarán las fórmulas y el esquema siguientes:

$$\bar{X}_P = \frac{\bar{X}_{PS} + \bar{X}_{PT} - \bar{X}_{ST}}{2} = j6\Omega \quad \bar{X}_S = \frac{\bar{X}_{PS} + \bar{X}_{ST} - \bar{X}_{PT}}{2} = j13.2\Omega$$

$$\bar{X}_T = \frac{\bar{X}_{ST} + \bar{X}_{PT} - \bar{X}_{PS}}{2} = j30\Omega$$



1. ¿Cuál será la reactancia capacitiva de la batería de condensadores a colocar en el terciario de T_{R2} para lograr 240 kV en las barras 1 y 30 kV en las barras 4?

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras 4 (30 kV)

$$\bar{S}_4 = 30 \angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$P_4 = S_4 \cdot \cos \varphi_4 = 30 \cdot 0.8 = 24 \text{ MW}$$

$$Q_4 = S_4 \cdot \sin \varphi_4 = 30 \cdot 0.6 = 18 \text{ MVAR}$$

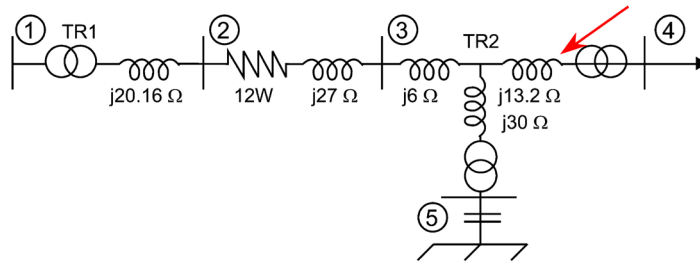
$$\varphi_4 = \arcsin 0.6 = 36.87^\circ$$

$U_4 = 30.000 \text{ (} 0^\circ \text{V)}$ (Recuérdese que al final de la línea siempre es posible suponer 0° de desfase en la tensión.)

$$\bar{I}_4 = \frac{24 \cdot 10^6}{30000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.8} = 578 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras 4'

Realizamos el paso de todas las magnitudes eléctricas anteriores por un teórico transformador ideal (del secundario al primario del transformador de tres bobinados). Al ser ideal, no se modifican ni las potencias, ni las frecuencias, ni los desfases (al menos en este caso), de modo que las magnitudes solamente quedan afectadas de cambios en cuanto a tensiones e intensidades debidas a la relación de transformación $m_{PS} = 4$.



Así, los valores quedan:

$$\bar{S}_{4''} = 30 \angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$P_{4''} = S_{4''} \cdot \cos \varphi_{4''} = 30 \cdot 0,8 = 24 \text{ MW}$$

$$Q_{4''} = S_{4''} \cdot \sin \varphi_{4''} = 30 \cdot 0,6 = 18 \text{ MVAR}$$

$$\varphi_{4''} = \arccos 0,8 = 36,87^\circ$$

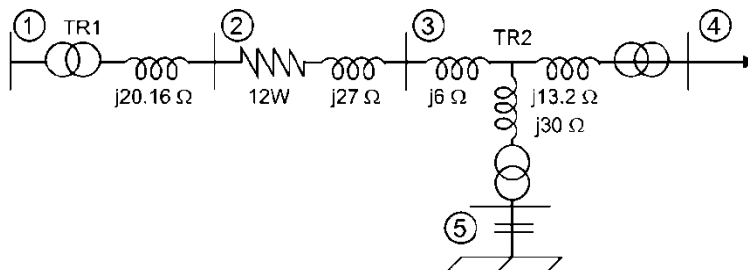
$U_{4''} = 120.000$ ($0^\circ V$ (Recuérdese que al final de la línea siempre es posible suponer 0° de desfase en la tensión.)

$$\bar{I}_{4''} = \frac{24 \cdot 10^6}{120000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0,8} = 144.34 \angle -36.87^\circ A$$

Valores de las magnitudes eléctricas en las barras 4'

Ya hemos pasado por el transformador teórico T_{R2} del secundario al primario (es decir, de 30 kV a 120 kV); por tanto ya no hay que pasar por ningún otro transformador hasta que pasemos de 1' a 1, o bien, de 5' a 5.

Este punto intermedio de los bobinados del T_{R2} (punto 4') realmente no existe; es como si pudiéramos dividir el valor de los bobinados en tres partes (primario, secundario y terciario). Pero, como con las fórmulas sí podemos realizar esta partición teórica de los bobinados, y es precisamente en este punto donde arranca el bobinado terciario (en el cual se disponen los condensadores), es importante buscar en él todas las magnitudes eléctricas.





$$\bar{V}_{4'} = \bar{V}_{4''} + \bar{X}_2 \cdot \bar{I}_{4'} = 69282.03 \angle 0^\circ + 13.2 \angle 90^\circ \cdot 144.34 \angle -36.87^\circ = 70441.68 \angle 1.24^\circ V$$

$$\cos \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{120000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 69282.03 \angle 0^\circ V$$

Los otros valores para este punto intermedio 4' serán:

$$\bar{U}_{4'} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{4'} = \sqrt{3} \cdot 70441.68 \angle 1.24^\circ = 122008.56 \angle 1.24^\circ V$$

$\bar{I}_{4'} = \bar{I}_{4''} = 144.34 \angle -36.87^\circ A$ (El valor de la intensidad no puede cambiar ya que no hay derivaciones.)

$$P_{4'} = U_{4'} \cdot \bar{I}_{4'} \cdot \sqrt{3} \cos \phi_{4'} = 24 MW \quad Q_{4'} = U_{4'} \cdot \bar{I}_{4'} \cdot \sqrt{3} \sin \phi_{4'} = 18.82 MVAR$$

$$\bar{S}_{4'} = (P_{4'} + jQ_{4'}) = (24 + j18.82) = 30.50 \angle 38.11^\circ MVA$$

$$\phi_{4'} = \phi_{S_{4'}} = (\phi_{Q_{4'}} - \phi_{P_{4'}}) = 38.11^\circ$$

Cálculo de la potencia de compensación de la batería de condensadores en las barras 5

Si queremos que la $U_{1'} = 120$ kV, primero es necesario calcular qué potencia reactiva capacitiva hemos de tener en las barras 4', aplicando las fórmulas ya conocidas entre los dos extremos (barras 1' y 4').

Cálculo de la nueva potencia reactiva en las barras 4' (120 kV)

$$Q_{4'-NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2} = -266.43 \pm 255.13 = -11.31 MVAR$$

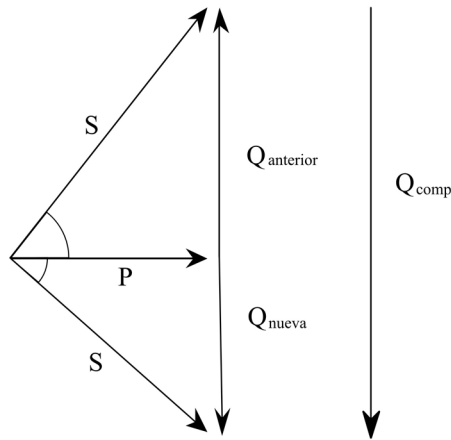
$$K = \frac{U_{4'} \cdot U_{1'}}{Z_{1'4'}} = \frac{120 \cdot 122.008}{54.50} = 268.65$$

$$K_p = \frac{U_{4'}^2}{Z_{14}} \cos \phi_{Z_{1'4'}} = \frac{(122.008)^2}{54.50} \cos(77.28^\circ) = 60.14$$

$$K_q = \frac{U_{4'}^2}{Z_{1'4'}} \sin \phi_{Z_{1'4'}} = \frac{(122.008)^2}{54.50} \sin(77.28^\circ) = 266.44$$

$$\cos \bar{Z}_{1'4'} = (12 + j(20.16 + 27 + 6)) = (12 + j53.16) = 54.50 \angle 77.28^\circ \Omega$$

$$\bar{U}_{1'} = 120 kV \quad \bar{U}_{4'} = 122.008 kV \quad P_{4'} = 24 MW$$

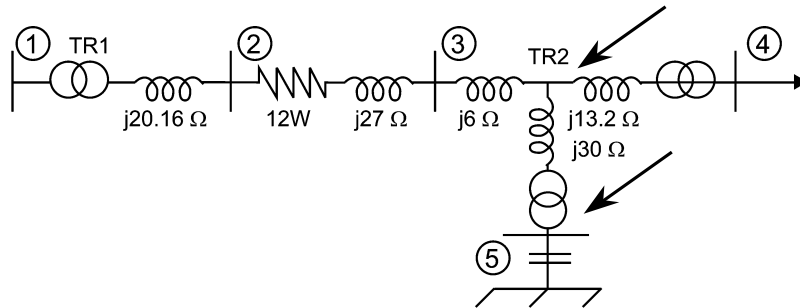


Por tanto, la potencia reactiva en las barras 4' pasa de los 18,82 MVAR que ya teníamos, a los nuevos -11,31 MVAR.

La potencia de compensación en las barras 5' (120 kV) será:

$$Q_{comp} = -Q_{4'} - Q_{ANTIGUA} = -11.31 - 18.82 = -30.13 \text{ MVAR}$$

$$\bar{X}_{comp-4'} = \frac{U_{4'}^2}{Q_{comp}} = \frac{(122.008)^2}{-30.13} = -j493.99 \Omega$$



Pero este valor de la reactancia capacitiva es en las barras 4', y nosotros necesitamos conocerlo en las barras 5'. El valor de la reactancia capacitiva en las barras 5' será el valor de la reactancia en las barras 4' menos el valor de la reactancia terciaria $X_3 = j30 \Omega$.

$$X_{5'} = X_{comp-4'} - X_3 = -j494 - j30 = -j524 \Omega$$



Cálculo de la potencia reactiva y de la reactancia capacitiva en las barras 5 (10 kV)

Solo resta pasar los valores anteriores, desde las barras 5' a 120 kV, hasta las barras 5 a 10 kV. Para ello, aplicamos los factores de conversión ya conocidos:

$$X_{comp-5} = \frac{X_{comp-5'}}{m_{PT}^2} = \frac{-j524}{\left(\frac{120}{10}\right)^2} = -j3.64\Omega$$

Y la potencia reactiva capacitiva y el valor correspondiente de los condensadores quedan como sigue:

$$Q_{comp-5} = \frac{U_5^2}{X_{comp-5}} = \frac{10^2}{-3.64} = -27.48MVAR$$

$$C_{comp-5} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_{comp-5}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 3.64} = 874.7\mu F$$

Comprobamos que estos valores son correctos; para ello, buscamos las nuevas condiciones en 4' (120 kV), que son:

$$Q_4 = -11.31MVAR \text{ (valor encontrado con las fórmulas de compensación)}$$

$$P_4 = U_4 \cdot \bar{I}_4 \cdot \sqrt{3} \cos \phi_4 = 24MW \text{ (El valor de la potencia activa se mantiene inalterable.)}$$

$$\bar{U}_4 = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_4 = \sqrt{3} \cdot 70441.68 \angle 1.24^\circ = 122008.56 \angle 1.24^\circ V \text{ (Tampoco varía el valor de la tensión.)}$$

$$\bar{S}_4 = (P_4 + jQ_4) = (24 - j11.31) = 26.53 \angle -25.23^\circ MVA \text{ (Este valor sí cambia.)}$$

$$\phi_4 = \phi_{S4} = (\phi_{U4} - \phi_{I4}) = -25.23^\circ$$

Por tanto, el valor de la intensidad total de la línea (intensidad que llega a las barras 4') es:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{4'-TOTAL} &= \frac{P_4}{U_4 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_4} \angle (\phi_{U4} - \phi_4) = \frac{24 \cdot 10^6}{122.008 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-25.23)} \angle (1.24^\circ + 25.23^\circ) = \\ &= 125.55 \angle 26.47^\circ A \end{aligned}$$

y la tensión en las barras 1':

$$\begin{aligned} \bar{V}_{1'} &= \bar{V}_4 + \bar{Z}_{1'-4} \cdot \bar{I}_{4'-TOTAL} = 70441.68 \angle 1.24^\circ + 54.50 \angle 77.28^\circ \cdot 125.55 \angle 26.47^\circ = \\ &= 69282.16 \angle 6.77^\circ V \end{aligned}$$

$$\cos \bar{V}_{1'} = \frac{\bar{U}_{1'}}{\sqrt{3}} = \frac{122008 \angle 1.24^\circ}{\sqrt{3}} = 70441.68 \angle 1.24^\circ V$$



Es decir, $\bar{U}_{1'} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1'} = 120000.22 \angle 6.77^\circ V$

Por tanto, los valores hallados son correctos.

2. Manteniendo la tensión anterior en las barras 1', ¿cuál será la intensidad que circulará por la línea una vez efectuada la compensación anterior?

La intensidad que fluye por la línea es la misma que llegará a las barras 4'; por tanto, ya hemos hallado su valor, que es:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{4'-TOTAL} &= \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{4'}} \angle (\phi_{U_{4'}} - \phi_{4'}) = \frac{24 \cdot 10^6}{122008.56 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-25.23)} \angle (1.24^\circ + 25.23^\circ) = \\ &= 125.55 \angle 26.47 A \end{aligned}$$

Existe otro método para hallar el valor de la intensidad que circulará por la línea. Si observamos el esquema que nos representa en el sistema de potencia con sus impedancias e intensidades, tenemos:

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{4'} + \bar{I}_{cond} = 125.55 \angle 26.47^\circ A$$

donde la intensidad que sigue hacia el secundario del transformador T_{R2} ya ha sido calculada previamente:

$$\bar{I}_{4'} = 144.34 \angle -36.87^\circ A$$

y la intensidad que se deriva hacia las barras 5' es:

$$\bar{I}_{cond} = \frac{\frac{\bar{U}_{5'}}{\sqrt{3}}}{-jX_{comp-4'}} = \frac{\frac{122008}{\sqrt{3}} \angle 1.24^\circ}{494 \angle -90^\circ} = 142.59 \angle 91.24^\circ A$$

Nótese que la intensidad que se deriva por el condensador es la tensión de fase en las barras 4', dividida por la reactancia total vista desde esas barras, que en nuestro caso es la reactancia de compensación hallada anteriormente.

3. Hallar las potencias en bornes del T_{R1}

Resulta muy sencillo, una vez comprobadas las condiciones de funcionamiento en las barras 4', hallar las potencias en las barras 1, o bien en las barras 1'. (Nótese que es indiferente en las barras 1 o 1', ya que las potencias al paso por un transformador prácticamente no varían.)

Por una parte, hemos calculado la intensidad que circulará por la línea (intensidad total del sistema). Está intensidad tiene un valor de:

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{4'} + \bar{I}_{cond} = 125.55 \angle 26.47^\circ A$$

También se ha hallado el valor de la tensión en las barras 1':



$$\bar{V}_1 = \bar{V}_4 + \bar{Z}_{1-4} \cdot \bar{I}_{4-TOTAL} = 69282.16 \angle 6.77^\circ V$$

$$\text{Es decir, } \bar{U}_1 = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_1 = 120000.22 \angle 6.77^\circ V$$

Conocidos los valores de la tensión y de la intensidad en las barras 1', el cálculo de las demás magnitudes eléctricas resulta sencillo:

$$\phi_1 = \phi_{S1'} = (\phi_{U1'} - \phi_{I1'}) = 6.77^\circ - 26.47^\circ = -19.7^\circ$$

$$P_1 = U_1 \cdot \bar{I}_{T1'} \cdot \sqrt{3} \cos \phi_1 = 24.57 MW$$

$$Q_1 = U_1 \cdot \bar{I}_{T1'} \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen } \phi_1 = -8.79 MVAR$$

$$\bar{S}_1 = (P_1 + jQ_1) = (24.57 - j8.79) = 26.09 \angle -19.70^\circ MVA$$

4. ¿Cuál será el rendimiento total (η_T) del sistema de potencia visto desde las barras 1 en las condiciones halladas en el apartado anterior?

Para hallar el rendimiento, simplemente tenemos que dividir la potencia de salida por la potencia de entrada. Así, tenemos que la potencia de entrada, ya calculada, es:

$$P_1 = U_1 \cdot I_T \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{T1'} = 120000.22 \cdot 125.55 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-19.7^\circ) = 24.567 MW$$

$$\text{con } \phi_{T1'} = \phi_{V_1} - \phi_{I_1} = 6.77 - 26.47 = -19.7^\circ$$

$$\text{y el rendimiento: } \eta_T = \frac{P_D}{P_A} \cdot 100 = \frac{24}{24.57} \cdot 100 = 97.69\%$$

Cálculo de la potencia activa en las barras 2

Si hubiésemos calculado el rendimiento en las barras 2, daría igual que el que hemos calculado en las barras 1', ya que la potencia activa no cambia por la existencia de una reactancia inductiva (v. problema 3.6).

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_4 + \bar{Z}_{24} \cdot \bar{I}_T = \frac{122008.56}{\sqrt{3}} \angle 1.24^\circ + 35.11 \angle 70^\circ \cdot 125.55 \angle 26.47^\circ = 70177.3 \angle 4.83^\circ V$$

$$\bar{Z}_{2-4} = (12 + j(27 + 6)) = (12 + j33) = 35.11 \angle 70^\circ \Omega$$

$$\bar{U}_2 = \bar{V}_2 \cdot \sqrt{3} = 121550.63 \angle 4.83^\circ V \quad \bar{I}_T = 125.55 \angle 26.47^\circ A$$

$$\phi_{T2} = \phi_{V_2} - \phi_{I_2} = 4.83^\circ - 26.47^\circ = -21.64^\circ$$



$$P_2 = U_2' \cdot I_T \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{T2} = 121550.63 \cdot 125.55 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-21.64) = 24.569 \text{ MW}$$

Prácticamente coinciden las potencias de $P_{1'} = P_2$

Finalmente, podríamos hallar la potencia en las barras 1' de la forma siguiente:

Solo las resistencias influyen en los cambios de la potencia activa. En toda la línea 1'-4', únicamente existe una resistencia (la de la línea) y, además, esta resistencia está recorrida por la misma intensidad total. Por tanto, las pérdidas de potencia por fase son:

$$P_{FASE(1'-4')} = (R_1) \cdot I_{TOTAL}^2 = 12 \cdot 125.55^2 = 189153.6 \text{ W (potencia monofásica)}$$

La potencia trifásica perdida en este tramo de línea será:

$$P_{TRIFÁSICA} = P_{MONOFÁSICA} \cdot 3 = 189153.6 \cdot 3 = 567460.8 \text{ W} = 0.567 \text{ MW}$$

que si lo sumamos a los valores que teníamos, la potencia total es:

$$P_{TOTAL} = P_{1'} = P_{4'} + P_{PÉRDIDAS} = 24 + 0.567 = 24.567 \text{ MW}$$

Este valor coincide con el hallado con los otros métodos.



→ 4



Enunciados de problemas de cálculo de líneas eléctricas

Problema 4.1

Una línea de transmisión de energía eléctrica tiene sus fases dispuestas según se indica en la figura. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación:

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	380 kV
Longitud	120 km
Potencia nominal	70 MVA
Factor de potencia	0,8 (inductivo)
Número y tipo de circuitos	1 circuito simple halcón
Apoyos	Torres metálicas (v. figura)

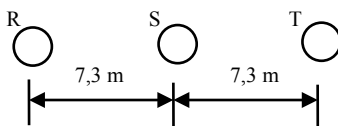


Fig. 4.1
Distancias y
disposición de los
conductores



Se pide:

Hallar las constantes de la línea (R , X , G , B , Z_c , θ_c , P_c) para la longitud total de 120 km.

Respuestas

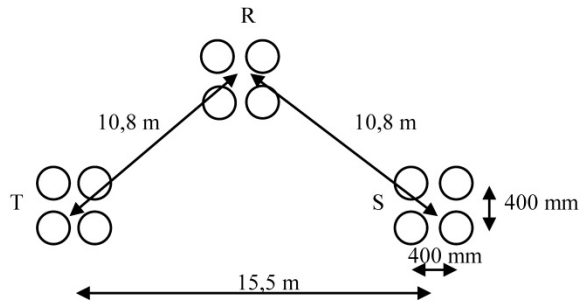
$$R = 14,28 \Omega \qquad X = j52,63 \Omega \qquad G = 0 \text{ S} \qquad B = j3,117 \cdot 10^{-4} \text{ S}$$

$$Z_c = 418,26 \angle -7,59^\circ \Omega \qquad \theta_c = 0,130 \angle 82,41^\circ \qquad P_c = 345,2 \text{ MW}$$

Problema 4.2

Una línea de transmisión de energía eléctrica tiene sus fases dispuestas según se indica en la figura. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación:

Fig. 4.2
Distancias y
disposición de los
conductores



Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	220 kV
Longitud	200 km
Potencia nominal	150 MVA
Factor de potencia	0,9 (inductivo)
Número y tipo de circuitos	1 circuito cuádruplex cóndor
Apoyos	Torres metálicas (v. figura)

Se pide:

Hallar las constantes de la línea (R , X , G , B , Z_c , θ_c , P_c) para la longitud total de 200 km.



Respuestas

$$\begin{aligned}
 R &= 3,6 \, \Omega & X &= j53,12 \, \Omega G = 0 \, S & B &= j8,396 \cdot 10^{-4} \, S \\
 Z_c &= 251,83 \angle -1,94^\circ \Omega & \theta_c &= 0,2114 \angle 88,1^\circ & P_c &= 192,19 \, MW
 \end{aligned}$$

Problema 4.3

Una línea de transmisión de energía eléctrica tiene sus fases dispuestas según se indica en la figura. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación:

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	400 kV
Longitud	130 km
Potencia nominal	80 MVA
Factor de potencia	0,85 (inductivo)
Número y tipo de circuitos	2 circuitos simples gaviota
Apoyos	Torres metálicas (v. figura)

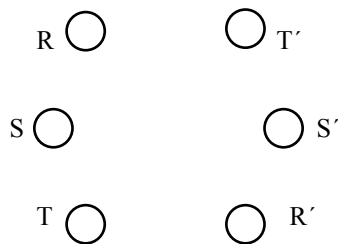


Fig. 4.3
Disposición de los conductores

Distancias entre fases:

$$\begin{aligned}
 d_{RS} &= d_{S'T'} = 4,4 \, m & d_{ST} &= d_{R'S'} = 4,38 \, m & d_{RT'} &= 5,9 \, m & d_{SS'} &= 7,9 \, m \\
 d_{TR'} &= 6,3 \, m & d_{RT} &= d_{T'R'} = 8,12 \, m & d_{RR'} &= d_{TT'} &= 10,55 \, m \\
 d_{RS'} &= d_{ST'} = 8,12 \, m & d_{SR'} &= d_{TS'} = 8,3 \, m
 \end{aligned}$$

Se pide:

Hallar las constantes de la línea (R, X, G, B, Z_c, θ_c, P_c) para la longitud total de 130 km.



Respuestas

$$R = 5,53 \Omega \quad X = j24,67 \Omega \quad G = 0 \text{ S} \quad B = j7,85 \cdot 10^{-4} \text{ S}$$

$$Z_c = 179,5 \angle -6,32^\circ \Omega \quad \theta_c = 0,141 \angle 83,7^\circ \quad P_c = 891,6 \text{ MW}$$

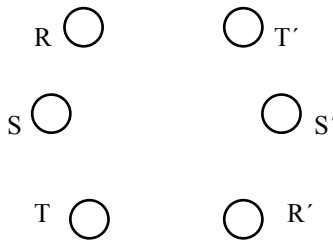
Problema 4.4

Una línea de transmisión de energía eléctrica tiene sus fases dispuestas según se indica en la figura. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación:

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	132 kV
Longitud	350 km
Potencia nominal	100 MVA
Factor de potencia	0,9 (inductivo)
Número y tipo de circuitos	2 circuitos dúplex
Resistencia en AC	0,0597 Ω /km
Diámetro exterior del cable	32 mm
Apoyos	Torres metálicas (v. figura)

Fig. 4.4
Disposición de los conductores



Distancias entre fases:

$$d_{RS} = d_{S'T'} = 4,4 \text{ m} \quad d_{ST} = d_{R'S'} = 4,38 \text{ m} \quad d_{RT'} = 5,9 \text{ m} \quad d_{SS'} = 7,9 \text{ m}$$

$$d_{TR'} = 6,3 \text{ m} \quad d_{RT} = d_{T'R'} = 8,12 \text{ m} \quad d_{RR'} = d_{TT'} = 10,55 \text{ m}$$

$$d_{RS'} = d_{ST'} = 8,12 \text{ m} \quad d_{SR'} = d_{TS'} = 8,3 \text{ m}$$

**Se pide:**

Hallar las constantes de la línea (R , X , G , B , Z_c , θ_c , P_c) para la longitud total de 350 km.

Respuestas

$$\begin{aligned}
 R &= 10,45 \, \Omega & X &= j63,9 \, \Omega & G &= 0 \, \text{S} & B &= j2,2 \cdot 10^{-3} \, \text{S} \\
 Z_c &= 171,5 \angle -4,64^\circ \, \Omega & \theta_c &= 0,377 \angle 85,4^\circ & P_c &= 101,6 \, \text{MW}
 \end{aligned}$$

Problema 4.5

Se dispone de una línea trifásica para el suministro de energía eléctrica a una zona de consumidores que dista 370 km del centro generador de energía. La línea consta de un circuito simple, tal como se indica en la figura. Los datos y las características de la misma se detallan a continuación:

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	215 kV
Longitud	370 km
Potencia nominal	125 MVA
Factor de potencia	1 (inductivo)
Número y tipo de circuitos	1 circuito simple
Apoyos	Torres metálicas (v. figura)
Diámetro exterior	24,82 mm
Resistencia en AC	0,10 Ω /km

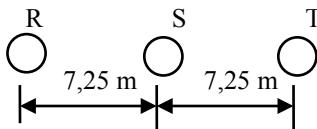


Fig. 4.5
Distancias y
disposición de los
conductores



Se pide:

Utilizando el método de las constantes auxiliares (parámetros distribuidos), hallar:

1. La impedancia característica, la potencia característica y el ángulo característico de la línea
2. El rendimiento de la línea en los regímenes de plena carga y vacío
3. Los valores de los parámetros eléctricos (R, X, G, B) de la línea, considerando despreciable el valor de la conductancia
4. Los valores de la tensión y de la intensidad al principio de la línea en régimen de plena carga y vacío

Respuestas

1. $Z_{\theta_c} = 408 \angle -6,55^\circ \Omega$ $P_c = 113,3 \text{ MW}$ $\theta_c = 0,4 \angle 83,45^\circ$, con la longitud total de 370 km
2. El rendimiento en carga será $\eta_c = 90,95 \%$. El rendimiento en vacío será $\eta_v = 0 \%$
3. Los parámetros serán: $R = 37 \Omega$; $X = j159,1 \Omega$; $G = 0 \text{ S}$;
 $B = j 9,81 \cdot 10^{-4} \text{ S}$
4. Los valores de la tensión y la intensidad son:

Carga: $I_{1c} = 333,22 \angle 22^\circ \text{ A}$

$U_{1c} = 238.180 \angle 23,3^\circ \text{ V}$

Vacío: $I_{1v} = 118,64 \angle 90,35^\circ \text{ A}$

$U_{1v} = 198.460 \angle 1,1^\circ \text{ V}$

Problema 4.6

Se dispone de una línea trifásica para el suministro de energía eléctrica a una zona de consumidores que dista 120 km del centro generador de energía. La línea consta de dos circuitos dúplex, tal como se indica en la figura. Los datos y las características de la misma se detallan a continuación:

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	220 kV
Longitud	120 km
Potencia nominal	120 MVA
Factor de potencia	0,8 (inductivo)
Número y tipo de circuitos	2 circuitos dúplex
Apoyos	Torres metálicas (v. figura)



Composición del conductor	30 Al+7 acero
Diámetro exterior	15,75 mm
Resistencia en AC	0,154 Ω /km
Distancia entre subconductores de una misma fase	$\Delta = 400$ mm

Se pide:

Utilizando el método de las constantes auxiliares (parámetros distribuidos), hallar:

1. La impedancia característica, la potencia característica y el ángulo característico de la línea
2. El rendimiento de la línea en los regímenes de plena carga y vacío
3. Los valores de los parámetros eléctricos (R, X, G, B) de la línea, considerando despreciable el valor de la conductancia
4. Los valores de la tensión y de la intensidad al principio de la línea en régimen de plena carga y vacío

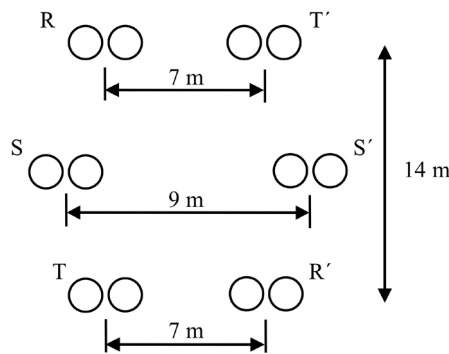


Fig. 4.6
Distancias y
disposición de los
conductores

Respuestas

1. $Z_{\theta c} = 145,5 \angle -7,1^\circ \Omega$ $P_c = 332,6$ MW $\theta_c = 0,1295 \angle 82,9^\circ$; con la longitud total de 120 km
2. El rendimiento en carga será $\eta_c = 98,6$ %. El rendimiento en vacío será $\eta_v = 0$ %
3. Los parámetros serán: $R = 4,62 \Omega$; $X = j18,25 \Omega$;
 $G = 0$ S; $B = j 8,90 \cdot 10^{-4}$ S
4. Los valores de la tensión y la intensidad son:

$$\text{Carga: } I_{1c} = 261 \angle -16,5^\circ \text{ A} \quad U_{1c} = 226.285 \angle 1,74^\circ \text{ V}$$

$$\text{Vacío: } I_{1v} = 112,7 \angle 90,04^\circ \text{ A} \quad U_{1v} = 218.217 \angle 0,12^\circ \text{ V}$$



Problema 4.7

Se quieren conocer, de una línea de transporte de energía eléctrica, las pérdidas que se producirían sobre la misma si se diesen, a la vez, los efectos corona y aislador. Para realizar este cálculo, se ha dividido la línea en tres sectores, que obedecen a tres alturas medias diferentes por las que discurre la misma. Las características totales de la línea (cables, torres metálicas y tensiones) son las que se indican en los datos y en la figura siguientes.

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	180 kV
Longitud a una altitud de 800 m y una $\theta = 11^\circ\text{C}$	60 km
Longitud a una altitud de 400 m y una $\theta = 13^\circ\text{C}$	20 km
Longitud a una altitud de 100 m y una $\theta = 15^\circ\text{C}$	20 km
Composición	26 Al + 7 acero
Diámetro exterior	21,793 mm
Resistencia en AC	0,119 Ω/km
Potencia nominal	75 MVA
Factor de potencia	0,85 (i)
Número y tipo de circuitos	1 circuito simple de tipo halcón
Apoyos	Torres metálicas (v. figura)
Distancia entre apoyos	200 m
Existen 4 apoyos especiales, a 4 cadenas de aisladores por fase y 15 aisladores por cadena.	
Existen 2 apoyos de fin de línea, a 2 cadenas de aisladores por fase y 15 aisladores por cadena.	
Existen 16 apoyos de anclaje, a 2 cadenas de aisladores por fase y 15 aisladores por cadena.	
Existen 25 apoyos en ángulo, a 2 cadenas de aisladores por fase y 15 aisladores por cadena.	



Existen 453 apoyos de alineación a 1 cadena de aisladores por fase y 12 aisladores por cadena

Notas:

- Considérense como condiciones de funcionamiento las de tiempo seco y tiempo húmedo.
- Para calcular las pérdidas por efecto corona, tómesese la tensión más elevada como $U_{me} = 1,5 \cdot U_n$.
- Para los cálculos de las pérdidas por aislamiento, adóptese 8 W de pérdida por aislante.

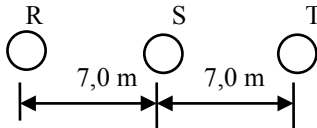


Fig. 4.7
Distancias y
disposición de los
conductores

Se pide:

Si la tensión en el punto de recepción es de 180 kV, con un $\cos\phi = 0,8$ (i), la potencia es de 75 MVA y la longitud, de 100 km, hallar las pérdidas por efecto aislador, por efecto corona y totales que se producirían en la línea, en las condiciones más desfavorables.

Respuestas

Pérdidas por efecto corona

Tensión crítica disruptiva con tiempo seco:

a 800 m Ucd = 214,58 kV	G = 0 S	P = 0 kW
a 400 m Ucd = 224,08 kV	G = 0 S	P = 0 kW
a 100 m Ucd = 231,11 kV	G = 0 S	P = 0 kW

Tensión crítica disruptiva con tiempo húmedo:

a 800 m Ucd = 171,7 kV	G = $2,826 \cdot 10^{-5}$ S	P = 277,8 kW
a 400 m Ucd = 179,27 kV	G = $4,2 \cdot 10^{-6}$ S	P = 45 kW
a 100 m Ucd = 184,90 kV	G = $4,2 \cdot 10^{-6}$ S	P = 45 kW

Para la longitud total de la línea y con tiempo húmedo: G = $3,4244 \cdot 10^{-5}$ S y P = 344,13 kW



Pérdidas por efecto aislador

Para la longitud total de la línea y con tiempo húmedo: $G = 1,548 \cdot 10^{-5}$ S y $P = 167,18$ kW

Los valores totales para toda la longitud de la línea, y considerando los dos efectos (corona y aislador), son:

- Con tiempo seco: $G_T =$ despreciable $P_T =$ despreciable
- Con tiempo húmedo: $G_T = 4,972 \cdot 10^{-5}$ S $P_T = 511,3$ kW

La pérdida de potencia será, pues: $\Delta P = 0,85$ %, con respecto al total transportado por la línea.

Problema 4.8

Se quieren conocer, de una línea de transporte de energía eléctrica, las pérdidas que se producirían sobre la misma si se diesen, a la vez, los efectos corona y aislador. Para realizar este cálculo, se ha dividido la línea en dos sectores, que obedecen a dos alturas medias diferentes por las que discurre la misma. Las características totales de la línea (cables, torres metálicas y tensiones) son las que se indican en los datos y en la figura siguientes.

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	220 kV
Longitud a una altitud de 500 m y una $\theta = 12^\circ\text{C}$	20 km
Longitud a una altitud de 300 m y una $\theta = 14^\circ\text{C}$	70 km
Composición	54 Al + 7 acero
Diámetro exterior	25,40 mm
Resistencia en AC	0,0851 Ω/km
Potencia nominal	150 MVA
Factor de potencia	0,9 (inductivo)
Número y tipo de circuitos	1 circuito simple de tipo gaviota
Apoyos	Torres metálicas (v. figura)



Distancia entre apoyos

300 m

Existen 6 apoyos especiales, a 4 cadenas de aisladores por fase y 18 aisladores por cadena

Existen 2 apoyos de fin de línea, a 2 cadenas de aisladores por fase y 18 aisladores por cadena

Existen 20 apoyos de anclaje, a 2 cadenas de aisladores por fase y 18 aisladores por cadena

Existen 28 apoyos en ángulo, a 2 cadenas de aisladores por fase y 18 aisladores por cadena

Existen 244 apoyos de alineación, a 1 cadena de aisladores por fase y 16 aisladores por cadena

Notas:

- Considérense como condiciones de funcionamiento las de tiempo seco y tiempo húmedo.
- Para calcular las pérdidas por efecto corona, tómesese la tensión más elevada como $U_{me} = 1,15 \cdot U_n$
- Para los cálculos de las pérdidas por aislamiento, adóptense 6 W de pérdida por aislante (tiempo húmedo).

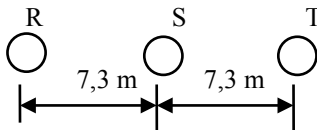


Fig. 4.8
Distancias y
disposición de los
conductores

Se pide:

Si la tensión en el punto receptor es de 220 kV, con un $\cos\phi = 0,9$ (i), la potencia es de 150 MVA y la longitud, de 90 km, hallar las pérdidas por efecto aislador, por efecto corona y totales que se producirían en la línea, en las condiciones más desfavorables.

Respuestas

Pérdidas por efecto corona

Tensión crítica disruptiva con tiempo seco:

a 500 m $U_{cd} = 254,6$ kV $G = 0$ S $P = 0$ kW

a 300 m $U_{cd} = 261$ kV $G = 0$ S $P = 0$ kW



Tensión crítica disruptiva con tiempo húmedo:

$$\text{a } 500 \text{ m } U_{cd} = 203,7 \text{ kV} \qquad G = 1,6866 \cdot 10^{-5} \text{ S} \qquad P = 223,34 \text{ kW}$$

$$\text{a } 300 \text{ m } U_{cd} = 208,8 \text{ kV} \qquad G = 4,24 \cdot 10^{-5} \text{ S} \qquad P = 616,14 \text{ kW}$$

Para la longitud total de la línea y con tiempo húmedo: $G = 5,9265 \cdot 10^{-5} \text{ S}$ y $P = 849,5 \text{ kW}$

Pérdidas por efecto aislador

Para la longitud total de la línea y con tiempo húmedo: $G = 6,846 \cdot 10^{-6} \text{ S}$ y $P = 110,5 \text{ kW}$

Los valores totales para toda la longitud de la línea, y considerando los dos efectos (corona y aislador), son:

$$\text{Con tiempo seco:} \qquad G_T = \text{despreciable} \qquad P_T = \text{despreciable}$$

$$\text{Con tiempo húmedo:} \qquad G_T = 6,611 \cdot 10^{-5} \text{ S} \qquad P_T = 960 \text{ kW}$$

La pérdida de potencia será pues: $\Delta P = 0,71 \%$ con respecto al total transportado por la línea

Problema 4.9

Se necesita transportar energía eléctrica a una zona que dista 175 km del centro de producción de energía. Para ello, se ha pensado en emplear cables, torres metálicas y tensiones como los que se indican en los datos y en la figura siguientes.

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	220 kV
Longitud	175 km
Composición	54+7 acero
Diámetro exterior	27,762 mm
Resistencia en AC	0,0721 Ω/km
Potencia nominal	100 MW
Factor de potencia	0,85 (inductivo)
Número y tipo de circuitos	1 circuito simple de tipo cóndor



Apoyos Torres metálicas (v. figura)

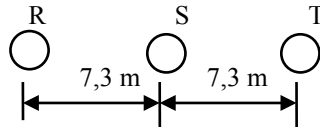


Fig. 4.9
Distancias y
disposición de los
conductores

Se pide:

Si la tensión en el punto receptor ha de ser de 220 kV, con un $\cos\phi = 0,85$ (i), y la potencia ha de alcanzar los 100 MW, hallar la tensión, la potencia activa y la intensidad en el centro de producción de energía (recuérdese que no es posible superar los valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100 km), por los métodos siguientes:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en T
3. Método del circuito equivalente en π

Respuestas

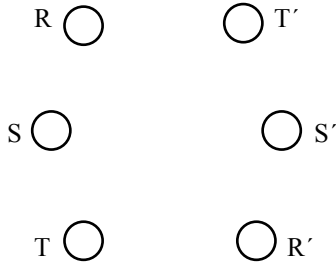
Método	U1	I1	cos ϕ	P
(Carga/vacío)				
De las constantes	244.447 \angle 7,2° V	277,15 \angle -21° A	0,881	103,38 MW
	216.121 \angle 0,17° V	59,0309 \angle 90° A	0,00297	6.586 W
Circuito en T	244.365,5 \angle 7,17° V	276,96 \angle -21° A	0,881	103,50 MW
	216.143 \angle 0,17° V	59,81 \angle 90° A	$2,97 \cdot 10^{-3}$	66.501 W
Circuito en π	244.706,6 \angle 7,2° V	277,1 \angle -24,5° A	0,877	103 MW
	216.137 \angle 0,17° V	58,66 \angle 90° A	$2,90 \cdot 10^{-3}$	63.683,5 W

Problema 4.10

Se necesita transportar energía eléctrica a una zona que dista 170 km del centro de producción de energía. Para ello, se ha pensado en emplear cables, torres metálicas y tensiones como los que se indican en los datos y en la figura siguientes.



Fig. 4.10
Disposición
de los
conductores



Distancias entre fases: $d_{RS} = 7,04 \text{ m}$ $d_{RT} = 14 \text{ m}$ $d_{RR'} = 15,23 \text{ m}$ $d_{RS'} = 9,03 \text{ m}$
 $d_{RT'} = 6$ $d_{SS'} = 7,5 \text{ m}$

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	240 kV
Longitud	170 km
Composición	30 Al + 7 acero
Diámetro exterior	15,75 mm
Resistencia en AC	0,154 Ω /km
Potencia nominal	180 MVA
Factor de potencia	0,9 (inductivo)
Número y tipo de circuitos	2 circuitos simples
Apoyos	Torres metálicas (v. figura)

Se pide:

Si la tensión en el punto receptor ha de ser de 240 kV, con un $\cos\phi = 0,9$ (i), y la potencia ha de alcanzar los 180 MVA, hallar la tensión, la potencia activa y la intensidad en el centro de producción de energía (recuérdese que no es posible superar los valores $u\% < 10 \%$ y $P\% < 3 \%$ por cada 100 km), por los métodos siguientes:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en T
3. Método del circuito equivalente en π



Problema 4.11

Se necesita transportar energía eléctrica a una zona que dista 300 km del centro de producción de energía. Para ello, se ha pensado en emplear cables, torres metálicas y tensiones como los que se indican en los datos siguientes.

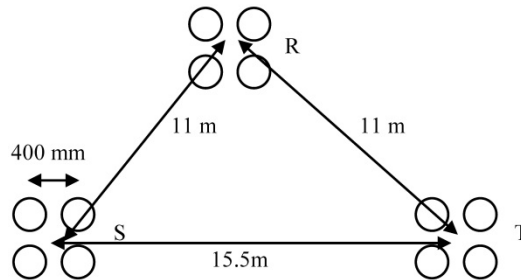


Fig. 4.11
Distancias y
disposición de los
conductores

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	350 kV
Longitud	300 km
Potencia nominal	200 MVA
Factor de potencia	0,8 (inductivo)
Número y tipo de circuitos	1 circuito cuádruplex halcón
Apoyos	Torres metálicas (v. figura)

Se pide:

Si la tensión en el punto receptor ha de ser de 350 kV, con un $\cos\phi = 0,8$ (i), y la potencia ha de alcanzar los 150 MVA, hallar la tensión, la potencia activa y la intensidad en el centro de producción de energía (recuérdese que no es posible superar los valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100 km), por los métodos siguientes:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en T
3. Método del circuito equivalente en π



Respuestas

Método (carga/vacío)	U1	I1	cosφ	P
De las constantes	357.068,3∠ 4,34° V	216,2∠ 29,35° A	0,906	121.17 MW
	332.590,5∠ 0,33° V	245,97∠ 90,11° A	3,84·10 ⁻³	0,54732 W
Círculo en T	356.950,5∠ 4,32° V	216,4∠ 29,78° A	0,903	120,81 MW
	332.380,8∠ 0,34° V	246,2∠ 90,08° A	4,53·10 ⁻³	0,6421 MW
Círculo en π	357.218,2∠ 4,38° V	216,15∠ 29,16° A	0,908	121,43 MW
	332.610,4∠ 0,33° V	244,3∠ 90,15° A	3,19·10 ⁻³	0,4490 MW

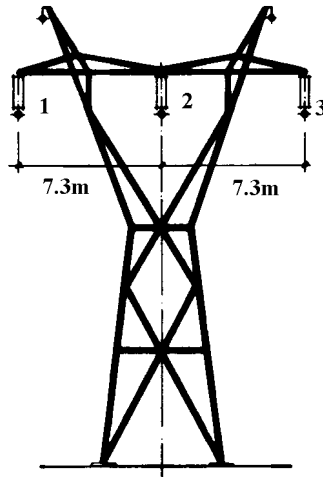
Problema 4.12

Se necesita transportar energía eléctrica a una zona que dista 90 km del centro de producción de energía. Para ello, se ha pensado en emplear cables, torres metálicas y tensiones como los que se indican en los datos y en la figura siguientes.

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	220 kV
Longitud	90 km
Número y tipo de circuitos	1 circuito simple cóndor
Apoyos	Torres metálicas (v. figura)

Fig. 4.12
Línea con un circuito simple cóndor a 220 kV de tensión





Se pide:

Si la tensión en el punto receptor ha de ser de 220 kV, con un $\cos\varphi = 1$ (i), y la potencia ha de alcanzar los 100 MVA, hallar la tensión, la potencia activa y la intensidad en el centro de producción de energía (recuérdese que no es posible superar los valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100 km), por los métodos siguientes:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en T
3. Método del circuito equivalente en π
4. Por el método del momento eléctrico, si consideramos un $\cos\varphi = 0,9$ (i) y una caída de tensión del $u\% = 7\%$, hallar el momento eléctrico y la potencia a transportar a 90 km. ¿Cuál sería la pérdida de potencia activa total y cuál sería la potencia activa máxima a transportar por límite térmico?

Respuestas

Método	U1	I1	$\cos\varphi$	P
(Carga/vacío)				
De las constantes	$222.574 \angle 4,48^\circ \text{ V}$	$263 \angle 6,73^\circ \text{ A}$	0,9992	101,31 MW
	$218.958,6 \angle 0,045^\circ \text{ V}$	$30,634 \angle 90,03^\circ \text{ A}$	$2,617 \cdot 10^{-4}$	3.041,5 W
Circuito en T	$222.578,9 \angle 4,49^\circ \text{ V}$	$263 \angle 6,73^\circ \text{ A}$	0,9992	101,31 MW
	$218.957,8 \angle 0,045^\circ \text{ V}$	$30,734 \angle 90^\circ \text{ A}$	$7,85 \cdot 10^{-4}$	9.149,6 W
Circuito en π	$222.595 \angle 4,5^\circ \text{ V}$	$263 \angle 6,73^\circ \text{ A}$	0,9992	101,31 MW
	$218.957 \angle 0,045^\circ \text{ V}$	$30,657 \angle 90^\circ \text{ A}$	$7,858 \cdot 10^{-3}$	9,131,45 W
Momento eléctrico	$M_e = 12.232,8 \text{ MW km}$		$P_{\text{pérdida}} = 3 \text{ MW}$	
	$P_e = 135,9 \text{ MW}$		$P_{\text{máx térmica}} = 274 \text{ MW}$	
	$P_k\% \text{ 100 km} = 2,5\%$			

Problema 4.13

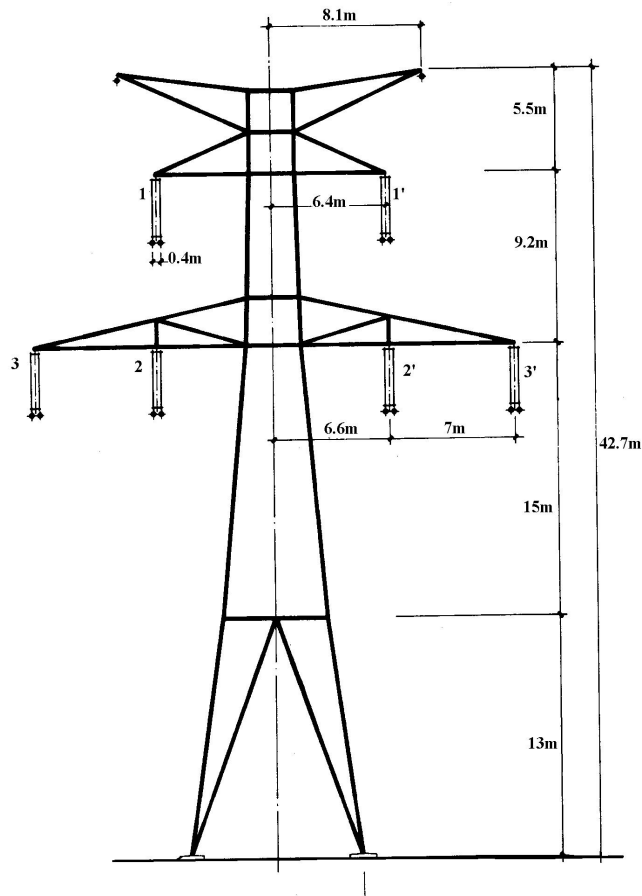
Se dispone de un suministro de energía eléctrica compuesto por una central eléctrica, una línea de transporte y un centro receptor. La línea tiene una longitud de 400 km y para su transporte se han empleado cables, torres metálicas y tensiones como los que se indican en los datos siguientes.



Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	380 kV
Longitud	400 km
Número y tipo de circuitos	2 circuitos dúplex halcón

Fig. 4.13
Línea con dos
circuitos dúplex
halcón a 380 kV de
tensión





	$345.848 \angle 1,04^\circ \text{ V}$	$607,7 \angle 90^\circ \text{ A}$	0,01815	6,607 MW
Circuito en π	$383.729,1 \angle 7,94^\circ \text{ V}$	$566,36 \angle 43,1^\circ \text{ A}$	0,8175	307,74 MW
	$344.816,3 \angle 1,07^\circ \text{ V}$	$579,6 \angle 90,5^\circ \text{ A}$	0,0101	3,440 MW
Momento eléctrico	$M_e = 93.205,3 \text{ MW km}$	$P_{\text{pérdida}} = 5,52 \text{ MW}$		
	$P_e = 233 \text{ MW}$	$P_{\text{máx térmica}} = 1.360,6 \text{ MW}$		

Problema 4.14

Un suministro de energía eléctrica dista 160 km del centro receptor. Para realizar el transporte, se ha pensado en emplear cables, torres metálicas y tensiones como los que se indican en los datos siguientes.

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	220 kV
Longitud	160 km
Número y tipo de circuitos	2 circuitos cuádruplex gaviota en paralelo
Apoyos	Torres metálicas (v. figura)
Distancia entre conductores de una fase	400 mm

Fig 4.15 a).
Disposición y
distancias entre
fases

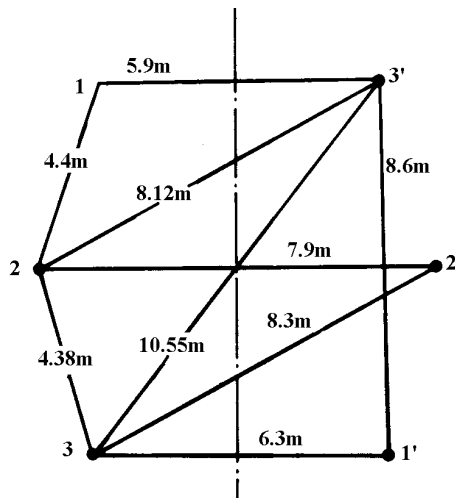
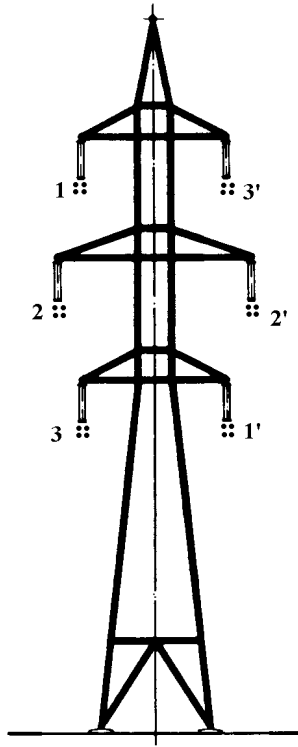




Fig. 4.15 b)
Línea con dos
circuitos cuádruplex
gaviota a 220 kV.



Se pide:

Si la tensión en el punto receptor es de 220 kV, con un $\cos\phi = 0,85$ (i), y la potencia ha de alcanzar los 300 MW, hallar la tensión, la potencia activa, la potencia aparente, la pérdida de potencia, la pérdida de tensión, el rendimiento y la intensidad en el centro de producción de energía (recuérdese que no es posible superar los valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100 km), por los métodos siguientes:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en T
3. Método del circuito equivalente en π
4. Por el método del momento eléctrico, si consideramos un $\cos\phi = 0,85$ (i) y una caída de tensión del $u\% = 6\%$, hallar el momento eléctrico y la potencia a transportar a 160 km. ¿Cuál sería la pérdida de potencia activa total y cuál sería la potencia activa máxima a transportar por límite térmico?

**Respuestas**

Método	U1	I1	cosφ	P
<i>(carga/vacío)</i>				
De las constantes	233.432,5∠ 5,05° V	817,5∠ -18,22° A	0,9186	303,64 MW
	216.854∠ 0,088° V	225,3∠ 90,02° A	1,186·10 ⁻³	86.784,7W
Circuito en T	233.469∠ 5,06° V	817∠ -18° A	0,9200	304 MW
	216.861∠ 0,088° V	266,5∠ 90° A	1,54·10 ⁻³	131.018 W
Circuito en π	33.621,6∠ 5,09° V	817∠ -18° A	0,9186	303,89 MW
	216.861,4∠ 0,088° V	224,9∠ 90,04° A	8,73·10 ⁻⁴	70.770 W

En todos los métodos: <i>(carga/vacío)</i>	p% = 1,28 % < 3 %	η = 98,72 %
	u% = 5,82 % < 10 %	S% = -6,7 %
	p% = 100 %	η = 0 %
	u% = -1,45 %	S% = 100 %

Momento eléctrico	M _e = 400.000 MW km	P _{pérdida} = 3,03 MW
	P _e = 250 MW	P _{máx térmica} = 1.848,5 MW
	Pk% 100 km = 0,758 %	

Problema 4.15

Para suministrar energía eléctrica a unos consumidores que distan 35 km del centro de suministro, se ha optado por un transporte con cables, torres metálicas y tensiones, como el que se indica seguidamente.

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal	132 kV



Longitud	35 km
Número y tipo de circuitos	1 circuito dúplex LA-145
Apoyos	Torres metálicas (v. figura)
Distancia entre conductores de una fase	400 mm
Composición de los conductores	30 Al + 7 acero
Sección total	147,1 mm ²
Diámetro del cable	15,75 mm
Resistencia eléctrica AC a 20°C	0,252 Ω/km

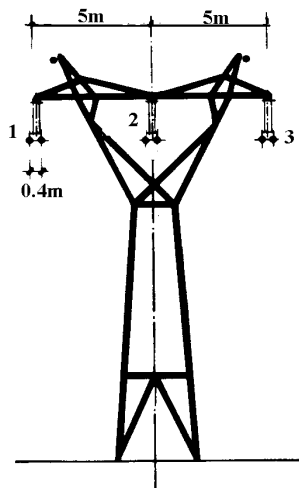


Fig. 4.16
Línea con un
circuito dúplex
a 132 kV de
tensión

Se pide:

Si la tensión en el punto receptor es de 132 kV, con un $\cos\varphi = 1,0$ (i), y la potencia ha de alcanzar los 50 MVA, hallar la tensión, la potencia activa, la potencia aparente, la pérdida de potencia, la pérdida de tensión y el rendimiento, así como la intensidad en el centro de producción de energía (recuérdese que no es posible superar los valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100 km), por los métodos siguientes:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en T
3. Método del circuito equivalente en π
4. Por el método del momento eléctrico, si consideramos un $\cos\varphi = 0,9$ (i) y una caída de tensión del $u\% = 7\%$, hallar el momento eléctrico y la potencia a transportar a 35 km. ¿Cuál sería la pérdida de potencia activa total y cuál sería la potencia activa máxima a transportar por límite térmico?

**Respuestas**

Método	U1	I1	cosφ	P
<i>(carga/vacío)</i>				
De las constantes	133.655,4∠ 1,72° V	219∠ 2,57° A	1,00	50,69 MW
	131.906∠ 0,016° V	9,88∠ 90,02° A	2,79·10 ⁻⁴	630 W
Circuito en T	133.650∠ 1,75° V	219∠ 2,6° A	1,00	50,69 MW
	131.908∠ 0,016° V	9,884∠ 90,02° A	2,79·10 ⁻⁴	630 W
Circuito en π	133.659∠ 1,75° V	219∠ 2,58° A	1,00	50,69 MW
	131.909∠ 0,016° V	9,884∠ 90,02° A	2,79·10 ⁻⁴	630 W
En todos los métodos: <i>(carga/vacío)</i>	p% = 1,38 % < 3 %	η = 98,63 %		
	u% = 1,239 % < 10 %	S% = - %		
	p% = 100 %	η = 0 %		
	u% = -0,07 %	S% = 100 %		
Momento eléctrico	M _e = 4.464,7 MW km	P _{pérdida} = 2,83 MW		
	P _e = 2,83 MW	P _{máx térmica} = 151 MW		
	P _k % 100 km = 2,975 %			

Problema 4.16

Para suministrar energía eléctrica a unos consumidores que distan 200 km del centro de suministro, se ha optado por un transporte con cables con la disposición que se indica en la figura.

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal en el origen	220 kV
Longitud	200 km
Número y tipo de circuitos	1 circuito dúplex
Apoyos	Torres metálicas
Distancia entre conductores de una fase	300 mm



Composición de los conductores	54 Al + 7 acero
Sección total	726,8 mm ²
Diámetro del cable	30,42 mm
Resistencia eléctrica AC a 20°C	0,062 Ω/km

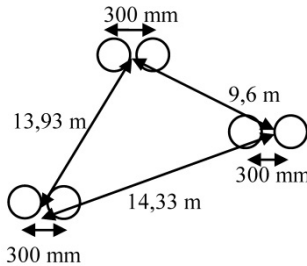


Fig. 4.17
Distancias y
disposición
de los
conductores

Se pide:

Si la tensión en el origen es de 220(6,55° kV, y en el extremo receptor tenemos un $\cos\phi = 0,8$ (i) y una potencia de 100 MVA, hallar el resto de magnitudes, tanto al final de línea como al principio de la misma, en los regímenes de carga y vacío, y comprobar que cumpla todas las especificaciones de pérdidas de potencia y pérdidas de tensión, así como el límite térmico máximo (recuérdese que no es posible superar los valores $u\% < 10 \%$ y $P\% < 3 \%$ por cada 100 km), por los métodos siguientes:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en T
3. Método del circuito equivalente en π

Respuestas

Aplicando cualquiera de los métodos mencionados, se obtienen los resultados siguientes

La tensión al final de la línea es de $U_2 = 200.750 \angle 0^\circ$ V

Carga:

$$U_1 = 220.000 \angle 6,55^\circ \text{ V} \quad \delta_1 = 28,54^\circ \quad Q_1 = 44,23 \text{ MVAR} \quad \Delta U = 8,75 \%$$

$$\eta_c = 98,4 \%$$

$$I_1 = 242,9 \angle -22^\circ \text{ A} \quad P_1 = 81,31 \text{ MW} \quad S_1 = 92,56 \angle 28.54^\circ \text{ MVA} \quad \Delta P = 1,61 \%$$



Vacio:

$$U_1 = 196.250,1 \angle 0,12 \text{ V} \quad \delta_1 = -89,92^\circ \quad Q_1 = -26,25 \text{ MVAR} \quad \Delta U = -2,3 \%$$
$$\eta_v = 0 \%$$

$$I_1 = 77,24 \angle 90,04 \text{ A} \quad P_1 = 37.214 \text{ kW} \quad S_1 = 26,25 \angle -89,92^\circ \text{ MV} \quad \Delta P = 100 \%$$

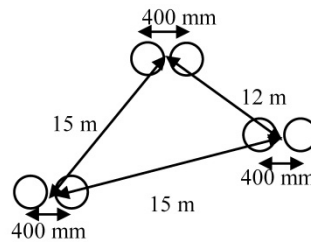
Problema 4.17

Para suministrar energía eléctrica a unos consumidores que distan 160 km del centro de suministro, se ha optado por transportarla con cables, mediante la disposición que se indica en la figura y con los datos siguientes.

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal en el origen	380 kV
Longitud	160 km
Número y tipo de circuitos	1 circuito dúplex
Apoyos	Torres metálicas
Distancia entre conductores de una fase	400 mm
Composición de los conductores	54 Al + 7 acero
Sección total	726,8 mm ²
Diámetro del cable	30,42 mm
Resistencia eléctrica AC a 20°C	0,062 Ω /km

Fig. 4.18
Distancias y
disposición de los
conductores



**Se pide:**

Si la tensión en el origen es de $380(2,27^\circ)$ kV, y en el extremo receptor tenemos un $\cos\varphi = 0,9$ (i) y una potencia de 120 MVA, hallar el resto de magnitudes, tanto al final de línea como al principio de la misma, en los regímenes de carga y vacío, y comprobar que cumpla todas las especificaciones de pérdidas de potencia y pérdidas de tensión, así como el límite térmico máximo (recuérdese que no es posible superar los valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100 km), por los métodos siguientes:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en T
3. Método del circuito equivalente en π

Respuestas

Aplicando cualquiera de los métodos mencionados, se obtienen los resultados siguientes:

La tensión al final de la línea es de $U_2 = 376.335 \angle 0^\circ$ V

Carga:

$U_1 = 380.010 \angle 2,27^\circ$ V	$\delta_1 = -10,81^\circ$	$Q_1 = -20,7$ MVAR
$\Delta U = 0,97\%$	$\eta_c = 99,6\%$	$I_1 = 167,7 \angle 13,1^\circ$ A
$P_1 = 108,43$ MW	$S_1 = 110,4 \angle -10,81^\circ$ MVA	$\Delta P = 0,39\%$

Vacío:

$U_1 = 370.928 \angle 0,08^\circ$ V	$\delta_1 = -89,95^\circ$	$Q_1 = -75,05$ MVAR
$\Delta U = -1,46\%$	$\eta_v = 0\%$	$I_1 = 116,82 \angle 90,03^\circ$ A
$P_1 = 67,945$ kW	$S_1 = 75,05 \angle 89,95^\circ$ MVA	$\Delta P = 100\%$

Problema 4.18

Se dispone de una línea de transmisión de energía eléctrica que transporta una potencia de 60 MW, desde la central generadora hasta una subestación transformadora situada a una distancia de 250 km. Por motivos de ampliación del grupo de consumidores, y tras realizar un estudio previo, se ha creído necesario ampliar la potencia de suministro hasta un valor de 80 MW. Para ello, caben dos opciones:

- Ampliar la línea ya existente. Es decir, pasar de dos circuitos triplex cóndor a dos circuitos cuádruplex cóndor (manteniendo las mismas torres metálicas), y comprobar que esta opción permite transportar los 80 MW.

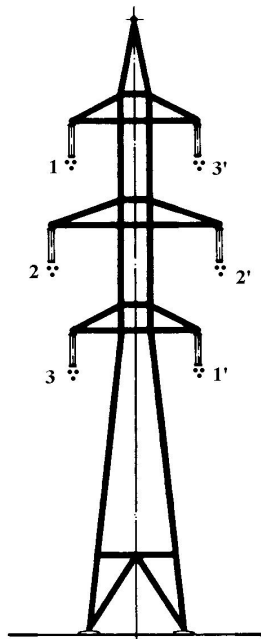


- Construir una nueva línea paralela a la anterior. En este caso, se optará por un circuito simple cóndor, con los apoyos que se muestran en la figura. La potencia a transportar será de 20 MW.

Se pide:

1. Comprobar si es posible transportar la nueva potencia con la línea antigua (método del momento eléctrico).
2. Hallar, por el método del momento eléctrico, las características principales de la primera solución.
3. En caso de optar por la construcción de la nueva línea, hallar, por el método del momento eléctrico, las características principales del suministro. La longitud de la nueva línea será de 275 km.
4. Indicar para los regímenes de vacío y plena carga, y suponiendo que se ha escogido la opción de construir la nueva línea, las condiciones necesarias al principio de las líneas (recuérdese que no es posible superar los valores $u\% < 10 \%$, $P\% < 3 \%$ por cada 100 km), por los métodos siguientes:
 1. Método de las constantes auxiliares
 2. Método del circuito equivalente en T
 3. Método del circuito equivalente en π

Fig. 4.19 a)
Línea con dos
circuitos triplex
cóndor a 132
kV.



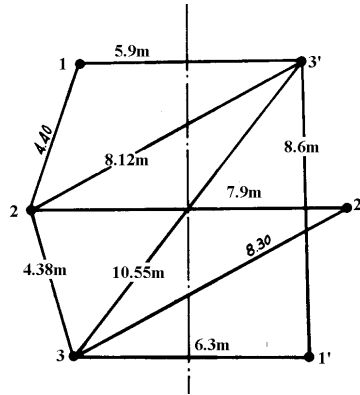


Fig. 4.19 b)
Disposición y
distancia entre
fases de la
línea tríplex.

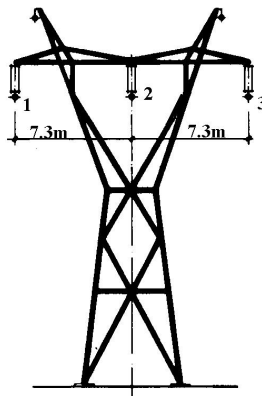


Fig. 4.19 c)
Línea con un
circuito simple
córdor a 132
kV de tensión

Datos

Línea existente

Categoría	1. ^a
Potencia a transportar	60 MW
Tensión nominal	132 kV
Longitud	250 km
Número y tipo de circuitos	2 circuitos tríplex córdor
Apoyos	Torres metálicas
Distancia entre conductores de una fase	400 mm
Factor de potencia	$\cos \varphi = 0,9$ inductivo
Caída de tensión	7 %

**Línea a construir**

Categoría	1. ^a
Potencia a transportar	20 MW
Tensión nominal	132 kV
Longitud	275 km
Número y tipo de circuitos	1 circuito simple cóndor
Apoyos	Torres metálicas
Factor de potencia	$\cos \varphi = 0,9$ inductivo
Caída de tensión	7 %

Respuestas

1. La línea existente es capaz de transportar 73,65 MW; por tanto, suficiente para los 60 MW existentes, pero no para los 80 MW de la ampliación.
2. Si ampliamos la línea existente a las condiciones indicadas, se podrá transportar una potencia de hasta 85,1 MW, solución algo justa. Se cumplen los requisitos del reglamento (u%, p%, etc.).
3. Si optamos por construir una nueva línea paralela con 20 MW, y dejamos los 60 MW restantes a la antigua, la solución propuesta nos permite disponer de 21,41 MW. Por tanto, es mejor solución que la anterior y se cumplen igualmente los requisitos del reglamento (u%, p%, etc.).
4. Aplicando cualquiera de los métodos mencionados, se obtienen los resultados siguientes:

Línea antigua: $U_2 = 132.000 \angle 0^\circ \text{ V}$ $\cos \varphi = 0,9$ inductivo $P_2 = 60 \text{ MW}$

Carga: $U_1 = 135.403 \angle 5,2^\circ \text{ V}$ $I_{n1} = 261,71 \angle 14,21^\circ \text{ A}$ $\cos \varphi_c = 0,9875$

$P_1 = 60,6 \text{ MW}$

Vacío: $U_1 = 127.512 \angle 0,207^\circ \text{ V}$ $I_{n1} = 186,26 \angle 90,1^\circ \text{ A}$ $\cos \varphi_v = 1,92 \cdot 10^{-3}$

$P_1 = 78,98 \text{ kW}$

Línea nueva: $U_2 = 132.000 \angle 0^\circ \text{ V}$ $\cos \varphi = 0,9$ inductivo $P_2 = 20 \text{ MW}$

Carga: $U_1 = 135.194 \angle 4,88^\circ \text{ V}$ $I_{n1} = 95,86 \angle 29^\circ \text{ A}$ $\cos \varphi_c = 0,913$

$P_1 = 20,5 \text{ MW}$

Vacío: $U_1 = 126.258 \angle 0,67^\circ \text{ V}$ $I_{n1} = 86,01 \angle 90,2^\circ \text{ A}$ $\cos \varphi_v = 8,2 \cdot 10^{-3}$

$P_1 = 154,3 \text{ KW}$



Problema 4.19

Se dispone de una línea de transmisión de energía eléctrica que transporta una potencia de 100 MW desde la central generadora hasta una subestación transformadora situada a una distancia de 140 km. Por motivos de ampliación del grupo de consumidores, y tras realizar un estudio previo, se ha creído necesario ampliar la potencia de suministro hasta un valor de 140 MW, para lo cual caben dos opciones:

- Ampliar la línea ya existente. Es decir, pasar de dos circuitos simples de tipo halcón a dos circuitos dúplex halcón (manteniendo las mismas torres metálicas), y comprobar que esta modificación es capaz de transportar los 140 MW.
- Construir una nueva línea paralela a la anterior. En tal caso, se optará por un circuito simple cóndor y por los apoyos que se muestran en la figura. La potencia a transportar será de 40 MW.

Se pide:

1. Comprobar si es posible transportar la nueva potencia con la antigua línea (método del momento eléctrico).
2. Hallar, por el método del momento eléctrico, las características principales de la primera solución.
3. En el caso de optar por la construcción de la nueva línea, la longitud de transporte se vería incrementada hasta 150 km. Hallar también las características principales del suministro por el método del momento eléctrico.
4. Indicar, para los regímenes de vacío y plena carga, y suponiendo que se ha escogido la opción de construir la nueva línea, las condiciones necesarias al principio de las líneas (recuérdese que no es posible superar los valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100 km), por los métodos siguientes:
 1. Método de las constantes auxiliares
 2. Método del circuito equivalente en T
 3. Método del circuito equivalente en π

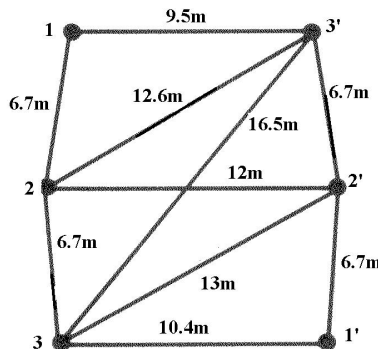


Fig. 4.20 a)
Disposición y distancia entre fases de la línea con dos circuitos.



Fig. 4.20 b)
Línea con dos
circuitos simples
halcón a 220 kV.

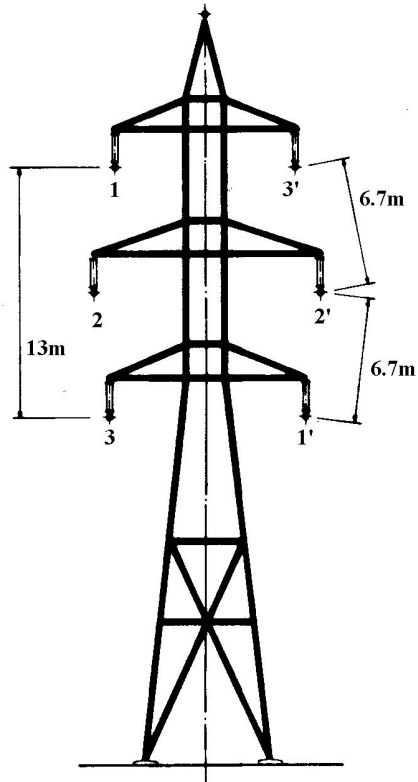
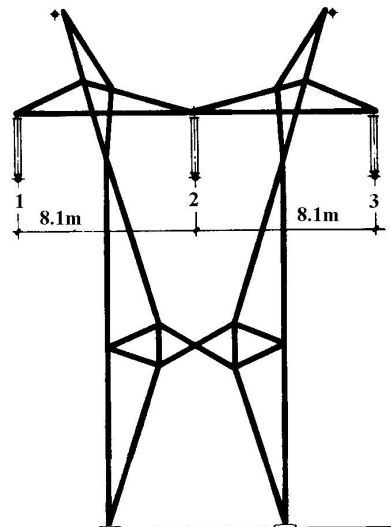


Figura 4.20 c)
Línea con un
circuito simple
halcón a 220 kV
de tensión





Datos

Línea existente

Categoría	1. ^a
Potencia a transportar	100 MW
Tensión nominal	220 kV
Longitud	140 km
Número y tipo de circuitos	2 circuitos simples halcón
Apoyos	Torres metálicas
Factor de potencia	$\cos \varphi = 0,8$ (inductivo)
Caída de tensión	7 %

Línea a construir

Categoría	1. ^a
Potencia a transportar	40 MW
Tensión nominal	220 kV
Longitud	150 km
Número y tipo de circuitos	1 circuito simple halcón
Apoyos	Torres metálicas
Factor de potencia	$\cos \varphi = 0,8$ (inductivo)
Caída de tensión	7 %

Respuestas

1. La línea existente es capaz de transportar 112 MW; por tanto, suficiente para los 100 MW existentes pero no para los 140 MW de la ampliación.
2. Si ampliamos la línea existente a las condiciones indicadas, se podrá transportar una potencia de hasta 171,6 MW (solución válida). Se cumplen los requisitos del reglamento (u%, p%, etc.).
3. Si optamos por construir una nueva línea paralela con 40 MW, y dejamos los 100 MW restantes a la antigua línea, la solución propuesta nos permite disponer de 50 MW; por tanto, la solución también es válida. Se cumplen también los requisitos del reglamento (u%, p%, etc.).



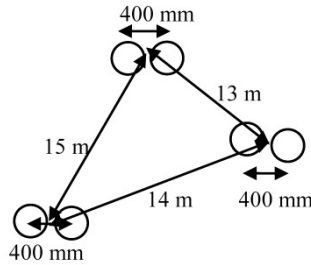
4. Aplicando cualquiera de los métodos mencionados, se obtienen los resultados siguientes:

Línea antigua:	$U_2 = 220.000 \angle 0^\circ \text{ V}$	$\cos \varphi = 0,8$ inductivo	$P_2 = 100 \text{ MW}$
Carga:	$U_1 = 231.504 \angle 2,75^\circ \text{ V}$ $P_1 = 102,23 \text{ MW}$	$I_{n1} = 277,76 \angle -20,63^\circ \text{ A}$	$\cos \varphi_c = 0,9179$
Vacío:	$U_1 = 217.558 \angle 0,18^\circ \text{ V}$ $P_1 = 56,75 \text{ kW}$	$I_{n1} = 95,89 \angle 90,09^\circ \text{ A}$	$\cos \varphi_v = 1,57 \cdot 10^{-3}$
Línea nueva:	$U_2 = 220.000 \angle 0^\circ \text{ V}$	$\cos \varphi = 0,8$ inductivo	$P_2 = 40 \text{ MW}$
Carga:	$U_1 = 229.679 \angle 2,6^\circ \text{ V}$ $\cos \varphi_c = 0,9508$	$I_{n1} = 107,73 \angle -15,44^\circ \text{ A}$ $P_1 = 40,76 \text{ MW}$	
Vacío:	$U_1 = 217.184 \angle 0,195^\circ \text{ V}$ $P_1 = 1,50 \text{ kW}$	$I_{n1} = 48,485 \angle 90,2^\circ \text{ A}$	$\cos \varphi_v = -8.7 \cdot 10^{-3}$

Problema 4.20

Se dispone de una línea eléctrica trifásica de transmisión de energía eléctrica de 180 km de longitud. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación.

Fig. 4.21
Distancias y
disposición de los
conductores



Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal (en el origen)	260 kV
Longitud	180 km
Número y tipo de circuitos	1 circuito dúplex
Apoyos	Torres metálicas
Distancia entre conductores de una fase	400 mm
Composición de los conductores	30 Al + 7 acero



Potencia nominal	120 MVA
Diámetro del cable	21 mm
Resistencia eléctrica AC a 20° C	0,144 Ω/km
Factor de potencia	0,9 (inductivo)

Se pide:

Para los regímenes de plena carga y vacío, hallar los parámetros siguientes:

- ¿Cuál será la tensión al final de la línea, si en el origen de la misma se dispone de 260(5,62° kV? Indicar asimismo los restantes parámetros, tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).
- ¿Qué potencia reactiva capacitiva (banco de condensadores) se tendría que colocar en paralelo con la carga para que la caída de tensión fuera del 3 %, suponiendo que se mantienen las condiciones del apartado anterior? Indicar asimismo los restantes parámetros, tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).

Respuestas

- La tensión al final de la línea será $U_2 = 244.317 \angle 0^\circ \text{ V}$

Carga:	$U_1 = 260.000 \angle 5,62^\circ \text{ V}$	$\delta_1 = 14,25^\circ$	$Q_1 = 28,14 \text{ MVAR}$
	$\Delta U = 6 \%$	$\eta_c = 97,47 \%$	$I_1 = 253,83 \angle -8,63^\circ \text{ A}$
	$P_1 = 110,8 \text{ MW}$	$S_1 = 114,32 \angle 15,25^\circ \text{ MVA}$	$\Delta P = 2,53 \%$

Vacío:	$U_1 = 239.870,4 \angle 0,22^\circ \text{ V}$	$\delta_1 = -89,84^\circ$	$Q_1 = -34,18 \text{ MVAR}$
	$\Delta U = -1,85 \%$	$\eta_v = 0 \%$	$I_1 = 82,27 \angle 90,06^\circ \text{ A}$
	$P_1 = 95,45 \text{ Kw}$	$S_1 = 34,18 \angle -89,84^\circ \text{ MVA}$	$\Delta P = 100 \%$

- La potencia de compensación es $Q_{\text{comp}} = -29,54 \text{ MVAR}$

Carga:	$U_1 = 260.000 \angle 5,79^\circ \text{ V}$	$\delta_1 = -2,34^\circ$	$Q_1 = -4,51 \text{ MVAR}$
	$\Delta U = 3 \%$	$\eta_c = 97,87 \%$	$I_1 = 245,31 \angle 8,13^\circ \text{ A}$
	$P_1 = 110,38 \text{ MW}$	$S_1 = 110,47 \angle -2,34^\circ \text{ MVA}$	$\Delta P = 2,16 \%$

Vacío:	$U_1 = 247.609,9 \angle 0,22^\circ$	$V\delta_1 = -89,84^\circ$	$Q_1 = -36,42 \text{ MVAR}$
--------	-------------------------------------	----------------------------	-----------------------------



$$\Delta U = -1,86 \%$$

$$\eta_v = 0 \%$$

$$I_1 = 84,93 \angle 90,06^\circ \text{ A}$$

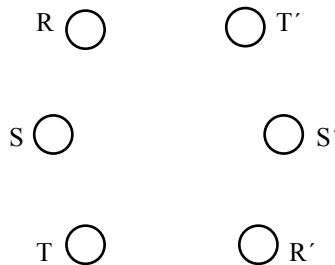
$$P_1 = 0,102 \text{ MW}$$

$$S_1 = 36,42 \angle 89,84^\circ \text{ MVA} \quad \Delta P = 100 \%$$

Problema 4.21

Se dispone de una línea eléctrica trifásica de transmisión de energía eléctrica de 140 km de longitud. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación.

Fig. 4.22
Distancias y
disposición de los
conductores



Distancias entre fases: $d_{RS} = 7,07 \text{ m}$ $d_{RT} = 14 \text{ m}$ $d_{RR'} = 15,652 \text{ m}$ $d_{RS'} = 10,63 \text{ m}$
 $d_{RT'} = 7 \text{ m}$ $d_{SS'} = 9 \text{ m}$

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal (en el origen)	200 kV
Longitud	140 km
Número y tipo de circuitos	2 circuitos simples
Apoyos	Torres metálicas
Composición de los conductores	30 Al + 7 acero
Potencia nominal	100 MVA
Diámetro del cable	15,75 mm
Resistencia eléctrica AC a 20° C	0,154 \square km
Factor de potencia	0,8 (inductivo)



Se pide:

Para los regímenes de plena carga y vacío, hallar los parámetros siguientes:

1. ¿Cuál será la tensión al final de la línea, si en el origen de la misma se dispone de 200(2,94° kV? Indicar, asimismo, los restantes parámetros, tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).
2. ¿Qué potencia reactiva capacitiva (banco de condensadores) se tendría que disponer en paralelo con la carga para que la caída de tensión fuera del 4 %, suponiendo que se mantienen las condiciones del apartado anterior? Indicar, asimismo, los restantes parámetros, tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).

Respuestas

1. La tensión al final de la línea será $U_2 = 187.554 \angle 0^\circ \text{ V}$

Carga:	$U_1 = 200.000 \angle 2,94^\circ \text{ V}$	$\delta_1 = 25,74^\circ$	$Q_1 = 39,84 \text{ MVAR}$
	$\Delta U = 6,22 \%$	$\eta_c = 96,8 \%$	$I_1 = 264,8 \angle -22,8^\circ \text{ A}$
	$P_1 = 82,63 \text{ MW}$	$S_1 = 91,73 \angle 25,74^\circ \text{ MVA}$	$\Delta P = 3,18 \%$

Vacío:	$U_1 = 185.453,4 \angle 0,23^\circ \text{ V}$	$\delta_1 = -89,85^\circ$	$Q_1 = -25,40 \text{ MVAR}$
	$\Delta U = -1,13 \%$	$\eta_v = 0 \%$	$I_1 = 79,08 \angle 90,08^\circ \text{ A}$
	$P_1 = 0,066 \text{ MkW}$	$S_1 = 25,4 \angle -89,85^\circ \text{ MVA}$	$\Delta P = 100 \%$

2. La potencia de compensación es $Q_{\text{comp}} = -26,0 \text{ MVAR}$

Carga:	$U_1 = 200.011 \angle 3,3^\circ \text{ V}$	$\delta_1 = 7,87^\circ$	$Q_1 = 11,33 \text{ MVAR}$
	$\Delta U = 4 \%$	$\eta_c = 97,57 \%$	$I_1 = 238,91 \angle -4,57^\circ \text{ A}$
	$P_1 = 81,99 \text{ MW}$	$S_1 = 82,77 \angle 7,87^\circ \text{ MVA}$	$\Delta P = 2,43 \%$

Vacío:	$U_1 = 189.849,6 \angle 0,23^\circ \text{ V}$	$\delta_1 = -89,85^\circ$	$Q_1 = -26,62 \text{ MVAR}$
	$\Delta U = -1,14 \%$	$\eta_v = 0 \%$	$I_1 = 80,95 \angle 90,08^\circ \text{ A}$
	$P_1 = 69,68 \text{ kW}$	$S_1 = 26,618 \angle -89,85^\circ \text{ MVA}$	$\Delta P = 100 \%$



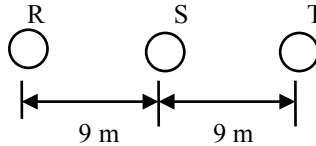
Problema 4.22

Se dispone de una línea eléctrica trifásica de transmisión de energía eléctrica de 160 km de longitud. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación.

Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal (estimada)	220 kV
Longitud	160 km
Número y tipo de circuitos	1 circuito simple
Apoyos	Torres metálicas
Composición de los conductores	30 Al + 7 acero
Potencia nominal	140 MVA
Diámetro del cable	27,762 mm
Resistencia eléctrica AC a 20°C	0,0721 Ω /km
Factor de potencia	0,85 (inductivo)

Fig. 4.23
Distancias y
disposición de los
conductores



Se pide:

Para los regímenes de plena carga y vacío, hallar los parámetros siguientes:

1. ¿Cuál será la tensión al final de la línea, si en el origen de la misma se dispone de 248.660(7,92° V? Indicar, asimismo, los restantes parámetros, tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).
2. ¿Qué potencia reactiva capacitiva (banco de condensadores) se debería disponer en paralelo con la carga para que la caída de tensión fuera del 5 %, suponiendo que se mantienen las condiciones del apartado anterior? Indicar, asimismo, los restantes parámetros, tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).



Respuestas

1. La tensión al final de la línea será de $U_2 = 220\text{kV}$

Carga:	$U_1 = 248.660 \angle 7,92^\circ \text{ V}$	$\delta_1 = 31,92^\circ$	$Q_1 = 76,83 \text{ MVAR}$
	$\Delta U = 11,5 \%$	$\eta_c = 96,5 \%$	$I_1 = 337,33 \angle -24^\circ \text{ A}$
	$P_1 = 123,3 \text{ MW}$	$S_1 = 145,3 \angle 33,92^\circ \text{ MVA}$	$\Delta P = 3,49 \%$

Vacío:	$U_1 = 216.800 \angle 0,14^\circ \text{ V}$	$\delta_1 = -89,91^\circ$	$Q_1 = -19,82 \text{ MVAR}$
	$\Delta U = -1,48 \%$	$\eta_v = 0 \%$	$I_1 = 52,81 \angle 90,05^\circ \text{ A}$
	$P_1 = 32,28 \text{ kW}$	$S_1 = 19,83 \angle -89,91^\circ \text{ MVA}$	$\Delta P = 100 \%$

2. La potencia de compensación es $Q_{\text{comp}} = -47,72 \text{ MVAR}$

Carga:	$U_1 = 248.669 \angle 7,93^\circ \text{ V}$	$\delta_1 = 9,13^\circ$	$Q_1 = 19,6 \text{ MVAR}$
	$\Delta U = 5 \%$	$\eta_c = 97,6 \%$	$I_1 = 286,8 \angle -1,2^\circ \text{ A}$
	$P_1 = 122 \text{ MW}$	$S_1 = 123,5 \angle 9,13^\circ \text{ MVA}$	$\Delta P = 2,42 \%$

Vacío:	$U_1 = 232.790 \angle 0,14^\circ \text{ V}$	$\delta_1 = -89,91^\circ$	$Q_1 = -22,86 \text{ MVAR}$
	$\Delta U = -1,48 \%$	$\eta_v = 0 \%$	$I_1 = 56,69 \angle 90,05^\circ \text{ A}$
	$P_1 = 37,22 \text{ kW}$	$S_1 = 22,86 \angle -89,91^\circ \text{ MVA}$	$\Delta P = 100 \%$

Problema 4.23

Se dispone de una línea eléctrica trifásica de transmisión de energía eléctrica de 120 km de longitud. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación.

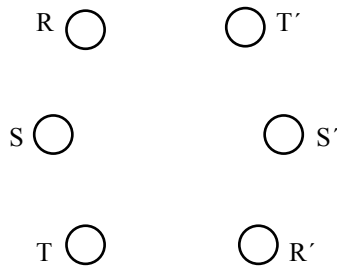
Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal (estimada)	220 kV
Longitud	120 km
Número y tipo de circuitos	2 circuitos simples



Apoyos	Torres metálicas
Composición de los conductores	30 Al + 7 acero
Potencia nominal	120 MVA
Diámetro del cable	15,75 mm
Resistencia eléctrica AC a 20° C	0,154 Ω/km
Factor de potencia	0,8 (inductivo)

Fig. 4.24
Disposición de los conductores



Distancias entre fases: $d_{RS} = 6,08 \text{ m}$ $d_{RT} = 12 \text{ m}$ $d_{RR'} = 13,89 \text{ m}$ $d_{RS'} = 10,00 \text{ m}$
 $d_{RT'} = 7 \text{ m}$ $d_{SS'} = 9 \text{ m}$

Se pide:

Para los regímenes de plena carga y vacío, hallar los parámetros siguientes:

1. ¿Cuál será la tensión al final de la línea, si en el origen de la misma se dispone de 220 kV? Indicar, asimismo, los restantes parámetros, tanto del final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).
2. ¿Qué potencia reactiva capacitiva (banco de condensadores) se debería disponer en paralelo con la carga para que la caída de tensión fuera del 3 %, suponiendo que se mantienen las condiciones del apartado anterior? Indicar, asimismo, los restantes parámetros, tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).

Respuestas

1. La tensión al final de la línea será $U_2 = 208.558/0^\circ \text{ V}$

Carga: $U_1 = 220.000 \angle 2,4^\circ \text{ V}$ $\delta_1 = 26,87^\circ$ $Q_1 = 49,96 \text{ MVAR}$

$\Delta U = 5,2 \%$ $\eta_c = 97,3 \%$ $I_1 = 290,12 \angle -24,47^\circ \text{ A}$

$P_1 = 98,615 \text{ MW}$ $S_1 = 110,55 \angle 26,87^\circ \text{ MVA}$ $\Delta P = 2,65 \%$



Vacío: $U_1 = 206.848 \angle 0,17^\circ \text{ V}$ $\delta_1 = -89,90^\circ$ $Q_1 = -27,486 \text{ MVAR}$
 $\Delta U = -0,82 \%$ $\eta_v = 0 \%$ $I_1 = 76,72 \angle 90,07^\circ \text{ A}$
 $P_1 = 47,973 \text{ kW}$ $S_1 = 27,486 \angle -89,90^\circ \text{ MVA}$ $\Delta P = 100 \%$

2. La potencia de compensación es $Q_{\text{comp}} = -38,71 \text{ MVAR}$

Carga: $U_1 = 220.000 \angle 2,78^\circ \text{ V}$ $\delta_1 = 5,1^\circ$ $Q_1 = 8,71 \text{ MVAR}$
 $\Delta U = 3 \%$ $\eta_c = 98 \%$ $I_1 = 257,9 \angle -2,3^\circ \text{ A}$ $P_1 = 97,86 \text{ MW}$
 $S_1 = 98,24 \angle 5,1^\circ \text{ MVA}$ $\Delta P = 1,98 \%$

Vacío: $U_1 = 211.650,1 \angle 0,17^\circ \text{ V}$ $\delta_1 = -89,88^\circ$ $Q_1 = -28,89 \text{ MVAR}$
 $\Delta U = -0,827 \%$ $\eta_v = 0 \%$ $I_1 = 78,81 \angle 90,07^\circ \text{ A}$
 $P_1 = 57,530 \text{ kW}$ $S_1 = 28,89 \angle -89,9^\circ \text{ MVA}$ $\Delta P = 100 \%$

Problema 4.24

Para el suministro de energía eléctrica entre un centro generador y el receptor, que distan entre ellos una distancia L , se utiliza una línea con dos circuitos simples como la que se muestra en la figura. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación.

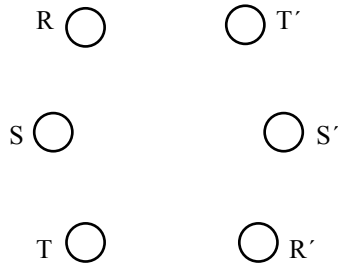
Datos

Categoría	1. ^a
Tensión nominal (en el origen)	100 kV
Longitud	L km
Número y tipo de circuitos	2 circuitos simples
Apoyos	Torres metálicas
Composición de los conductores	30 Al + 7 acero
Potencia nominal	40 MVA
Diámetro del cable	20,73 mm
Resistencia eléctrica AC a 20°C	0,145 Ω/km
Factor de potencia	0,8 (inductivo)



Despréciase el efecto de la admitancia transversal para realizar el problema.

Fig. 4.25
Disposición de
los conductores



Respuestas

1. La longitud máxima para cumplir con los requisitos es de 56,2 km, con un rendimiento $\eta = 97,86 \%$.
2. Se debería disponer de una potencia de compensación de $Q_{\text{comp}} = -11,22 \text{ MVAR}$, con una capacidad de $C = 3,87 \mu\text{F}$ a 96 kV. El rendimiento sería de $\eta = 97,74 \%$.

Problema 4.25

Para el suministro de energía eléctrica entre un centro generador y el receptor, que distan entre ellos una distancia L , se utiliza una línea de interconexión con dos circuitos simples como la que se muestra en la figura. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación.

Datos:

Categoría	1. ^a
Tensión nominal (estimada en origen)	220 kV
Longitud	L km
Número y tipo de circuitos	2 circuitos simples
Apoyos	Torres metálicas
Composición de los conductores	30 Al + 7 acero
Potencia nominal	70 MVA
Diámetro del cable	20,73 mm
Resistencia eléctrica AC a 20° C	0,145 Ω/km
Factor de potencia	0,85 (inductivo)

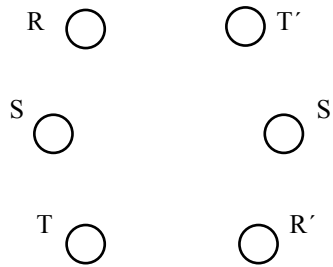


Fig. 4.26
Disposición de los
conductores

Distancias entre fases: $d_{RS} = 3,041 \text{ m}$ $d_{RT} = 6 \text{ m}$ $d_{RR'} = 7,5 \text{ m}$ $d_{RS'} = 5,83 \text{ m}$
 $d_{RT'} = 4,5 \text{ m}$ $d_{SS'} = 5,5 \text{ m}$

Se pide:

1. ¿Cuál será la longitud máxima de la línea para que la caída de tensión no exceda del 3 %, si en el origen de línea la tensión es de 220 kV y no se realiza ningún tipo de compensación? Indicar el rendimiento de la línea en estas circunstancias.
2. ¿Qué potencia reactiva capacitiva (banco de condensadores) se tendría que disponer en paralelo con la carga para que la caída de tensión fuera del 2 %, suponiendo una longitud de 90 km? Indicar, asimismo, el rendimiento con las nuevas condiciones.

Despérese el efecto de la admitancia transversal para realizar el problema.

Respuestas

1. La longitud máxima para cumplir con los requisitos es de 125 km, con un rendimiento $\eta = 98,3 \%$.
2. Se tendría que disponer de una potencia de compensación de $Q_{\text{comp}} = -3,75 \text{ MVAR}$, con una capacidad de $C = 0,25 \mu\text{F}$ a 215,6 kV. El rendimiento sería de $\eta = 98,9 \%$.

Problema 4.26

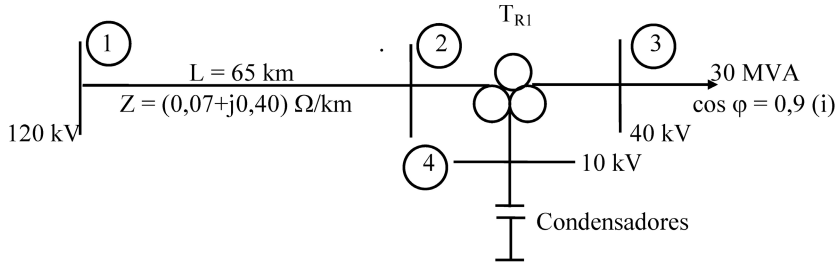
Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de un transformador de tres arrollamientos. El bobinado terciario lleva conectado un banco de condensadores, tal como se indica en la figura. Las características del transformador se detallan a continuación:

Datos

Primario-secundario	60 MVA	120/40 kV	$\epsilon_{cc} = 7 \%$
Primario-terciario	30 MVA	120/10 kV	$\epsilon_{cc} = 5 \%$
Primario-terciario	30 MVA	40/10 kV	$\epsilon_{cc} = 4 \%$



Fig. 4.27
Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.26



Se pide:

Si la tensión en el nudo 1 es de 120 kV y se quiere conseguir que la caída en el nudo 3 no supere el 5 % con respecto a su tensión nominal de 40 kV y, asimismo, que el rendimiento de la red no baje del 99 %, hallar:

1. La potencia de compensación necesaria en el punto medio del transformador.
2. Los valores de la reactancia y la capacidad, así como la potencia nominal de la batería de condensadores a colocar en el terciario del condensador (10 kV).
3. La intensidad total que circula por el nudo 2.
4. El rendimiento total de la red.

Respuestas

1. La potencia de compensación es $Q_{\text{comp}} = -1,25 \text{ MVAR}$
2. $X_{\text{cond}} = -j 73,0 \Omega$ $C = 43,0 \mu\text{F}$ $Q_{\text{cond}} = -1,37 \text{ MVAR}$ (referidos a 10 kV)
3. La intensidad total es $I_T = 149,22 \angle -23,67^\circ \text{ A}$
4. El rendimiento total es $\eta = 98,86 \%$ (prácticamente el 99 % de lo que se pedía en el problema)

Problema 4.27

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de un transformador y tres tomas de potencia distribuidas tal como se indica en la figura. Se quiere que la tensión en los nudos 2, 3 y 4 sea de 120 kV. Para conseguirlo, se colocan baterías de condensadores en las barras 3 y 4, y se regula la tensión nominal del primario del transformador, Un_1 .

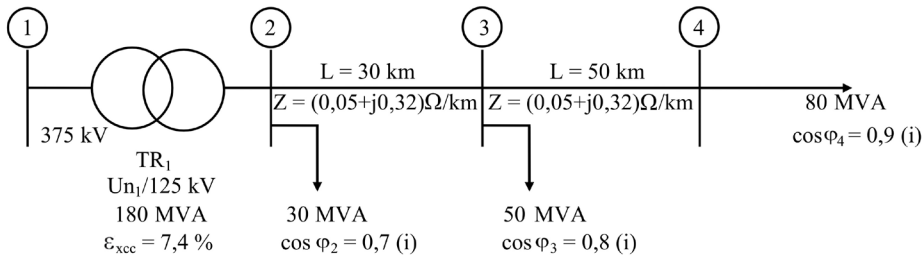


Fig. 4.28
Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.27

Se pide:

1. La potencia reactiva y la capacidad de las baterías de condensadores a colocar en las barras 3 y 4, para conseguir las condiciones citadas.
2. ¿Cómo se tendría que regular el primario del transformador, es decir, U_{n1} ?
3. El rendimiento total de la red estudiada.
4. La intensidad y la tensión total que parten del nudo 1.
5. Las potencias que entregará el generador a situar en 1.

Respuestas

1. Las potencias de compensación y las capacidades son:

$$Q_{3\text{comp}} = -43,9 \text{ MVAR}$$

$$C_3 = 9,7 \text{ } \mu\text{F a } 120 \text{ kV}$$

$$Q_{4\text{comp}} = -49,16 \text{ MVAR}$$

$$C_4 = 10,86 \text{ } \mu\text{F a } 120 \text{ kV}$$

2. La tensión en el primario del transformador estará regulada a $U_{n1} = 388.620 \text{ V}$
3. El rendimiento total de la red será $\eta = 98,28 \%$
4. Las intensidades y las tensiones en 1 son:

$$I_1 = 209,8 \angle 5,76^\circ \text{ A}$$

$$U_1 = 375.107 \angle 12,6^\circ \text{ V}$$

5. Las potencias en las barras 1 son:

$$P_1 = 135,32 \text{ MW} \quad Q_1 = 16,23 \text{ MVAR} \quad S_1 = 136,29 \angle 6,84^\circ \text{ MVA}$$



Problema 4.28

Disponemos de una estructura de distribución de energía eléctrica formada por dos líneas acopladas en paralelo y unidas a un transformador de tres bobinados, en el cual el bobinado terciario se encarga de suministrar la potencia reactiva necesaria para la regulación correcta de la tensión a efectos de conseguir las condiciones de trabajo exigidas.

Las características de la línea y otros datos del sistema de potencia tratado se indican en la figura.

Fig. 4.29
Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.28

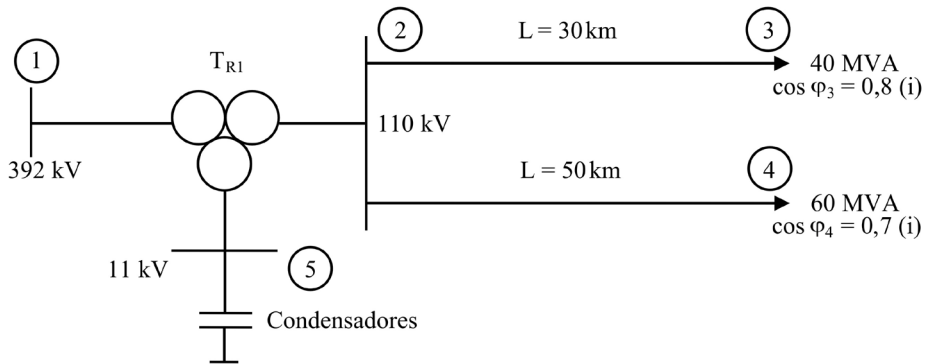
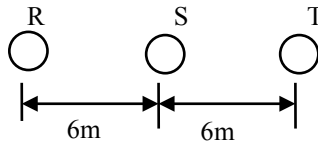


Fig. 4.30
Disposición de los conductores de la línea. Un circuito simple



Datos

Los conductores disponen de las características siguientes:

- Composición 30 Al + 7 acero
- Diámetro exterior 21 mm
- Resistencia eléctrica en AC 0,144 Ω/km

Las características del transformador se detallan a continuación.

Primario-secundario	120 MVA	380/110 kV	$\epsilon_{cc} = 12 \%$
Primario-terciario	20 MVA	380/11 kV	$\epsilon_{cc} = 7 \%$
Primario-terciario	20 MVA	110/11 kV	$\epsilon_{cc} = 6 \%$



Se pide:

Si se desea que la caída de tensión máxima en los nudos 3 y 4 sea del 5 % con respecto a sus correspondientes tensiones nominales, y la tensión en el origen 1 se mantenga a 392 kV, hallar:

1. La potencia reactiva de compensación, si es necesaria, de las baterías de los condensadores a colocar en las barras 3 y 4, para conseguir las condiciones citadas.
2. La potencia reactiva y la capacidad de la batería de condensadores en 5 a 11 kV.
3. La potencia aparente total que se ha de aplicar al nudo 1.
4. El rendimiento total de la red estudiada.

Respuestas

1. En el nudo 3, no necesitamos regulación de la tensión.
2. En el nudo 4, la potencia de la batería de condensadores es de

$$Q_{4\text{comp}} = -31,5 \text{ MVAR}$$

3. La potencia reactiva de la batería de condensadores en el nudo 5 es de

$$Q_{5\text{comp}} = -15,40 \text{ MVAR. La capacidad es de } C = 405 \mu\text{F}$$

4. La potencia total en el nudo 1 es de $S_1 = (75,81 + j31,32) \text{ MVA}$
5. El rendimiento total de la red será de $\eta_T = 97,61 \%$

Problema 4.29

Una central generadora de energía eléctrica está formada por un transformador que alimenta dos líneas acopladas en paralelo. En el extremo de sendas líneas, se producen los consumos de potencia que se indican en la figura.

Las características de la línea, así como otros datos del sistema de potencia, son:

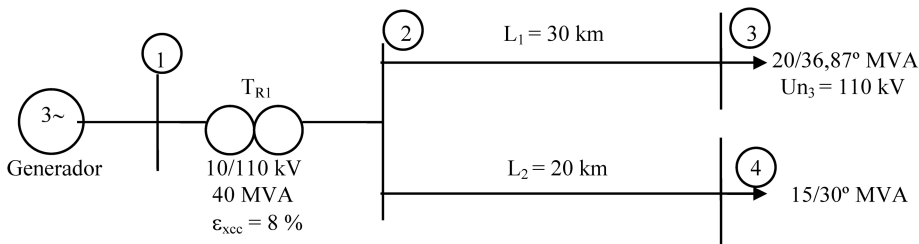


Fig. 4.31 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.29



Datos

Las impedancias de las líneas son $Z_{L1} = (0,05+j0,32)\Omega/\text{km}$ y $Z_{L2} = (0,06+j0,38)\Omega/\text{km}$.

Se pide:

Si se desea que la tensión en el nudo 3 sea de 110 kV y tenga las características indicadas, hallar:

1. La tensión en las barras 1 para conseguir dichas condiciones.
2. El rendimiento total del sistema.
3. La intensidad total que circula por 2.
4. La tensión existente en el punto 2.
5. Las potencias a inyectar en el generador.

Respuestas

1. La tensión en las barras 1 será de $U_1 = 10.527 \angle 3,76^\circ \text{ V}$
2. El rendimiento total del sistema será de $\eta_t = 99,9 \%$
3. La intensidad total que circula por 2 será de $I_2 = 183 \angle -33,94^\circ \text{ A}$
4. La tensión en el nudo 2 será de $U_2 = 111.272 \angle 0,63^\circ \text{ V}$
5. Las potencias en el generador serán:

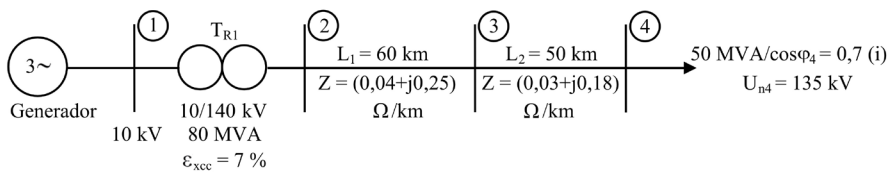
$$P_1 = 29 \text{ MW} \quad Q_1 = 22,44 \text{ MVAR} \quad S_1 = 36,67 \angle 37,74^\circ \text{ MVA}$$

Problema 4.30

Disponemos de una línea de distribución de energía eléctrica formada por un generador, un transformador y, al final de la línea, una conexión a unos consumidores de energía.

Las características de la línea, así como otros datos del sistema de potencia, se indican en la figura.

Fig. 4.32
Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.30





Se pide:

Si se desea mantener constante la tensión en las barras 4 del sistema de la figura en un valor de 135 kV, y la demanda de potencia en las mismas barras es del valor indicado en la figura (la tensión en las barras 1 se mantiene constante e igual a 10 kV), hallar:

1. La potencia de la batería de condensadores a colocar en las barras 4, en paralelo con la carga, para conseguir las condiciones citadas.
2. Si tuviéramos que instalar la batería de condensadores en 3, ¿cuáles serían las características de la misma para obtener dichas condiciones?
3. La intensidad total que circula por el secundario del transformador con la batería instalada en 3 y en 4.
4. Las potencias que tiene que suministrar la central generadora con la batería de condensadores instalada en las barras 3 y 4.
5. El rendimiento del sistema con las baterías colocadas en 3 y en 4.

Respuestas

1. La potencia y la capacidad de los condensadores es:

$$Q_{4\text{cond}} = -23,45 \text{ MVAR} \quad C_4 = 2,017 \mu\text{F a } 135 \text{ kV}$$

2. La potencia y la capacidad de los condensadores es:

$$Q_{3\text{cond}} = -31,11 \text{ MVAR} \quad C_3 = 5,22 \mu\text{F a } 137,78 \text{ kV}$$

3. Las intensidades totales son: $I_3 = 149,5 \angle -8,49^\circ \text{ A}$ $I_4 = 157,62 \angle -18,26^\circ \text{ A}$
4. Las potencias son:

$$\text{Barras 3: } P_1 = 35,37 \text{ MW} \quad Q_1 = 7,920 \text{ MVAR} \quad S_1 = 36,24 \angle 12,62^\circ \text{ MVA}$$

$$\text{Barras 4: } P_1 = 35,29 \text{ MW} \quad Q_1 = 14,62 \text{ MVAR} \quad S_1 = 38,20 \angle 22,5^\circ \text{ MVA}$$

5. El rendimiento total es:

$$\text{Barras 3: } \eta_T = 98,90 \% \quad \text{Barras 4: } \eta_T = 99,18 \%$$

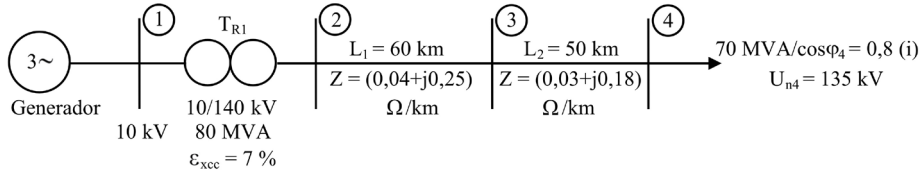
Problema 4.31

Disponemos de una línea de distribución de energía eléctrica formada por un generador, un transformador y, al final de la línea, una conexión a unos consumidores de energía.



Las características de la línea, así como otros datos del sistema de potencia, se indican en la figura.

Fig. 4.33
Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.31



Se pide:

Si se quiere mantener constante la tensión en las barras 4 del sistema de la figura en un valor de 135 kV, y la demanda de potencia en las mismas barras es del valor indicado (la tensión en las barras 1 se mantiene constante e igual a 10 kV), hallar:

1. La potencia de la batería de condensadores a colocar en las barras 4, en paralelo con la carga, para conseguir las condiciones citadas.
2. Si tuviéramos que instalar la batería de condensadores en las barras 3, ¿cuáles serían las características de la misma para obtener dichas condiciones?
3. La intensidad total que circula por el secundario del transformador con la batería instalada en las barras 3 y 4.
4. Las potencias que ha de suministrar la central generadora con la batería de condensadores instalada en las barras 3 y 4.
5. El rendimiento del sistema con las baterías colocadas en las barras 3 y 4.

Respuestas

1. En las barras 4, tendremos: $Q_{4\text{cond}} = -48,50 \text{ MVAR}$ $C_4 = 1,31 \mu\text{F}$ a 135 kV
2. En las barras 3, tendremos: $Q_{3\text{cond}} = -44,66 \text{ MVAR}$ $C_3 = 7,41 \mu\text{F}$ a 138,46 kV
3. Las intensidades totales son: $I_3 = 235,17 \angle 1,6^\circ \text{ A}$ $I_4 = 241,63 \angle -7,62^\circ \text{ A}$
4. Las potencias iniciales son:
 Barras 3: $P_1 = 56,80 \text{ MW}$ $Q_1 = 5,090 \text{ MVAR}$ $S_1 = 57,02 \angle 5,12^\circ \text{ MVA}$
 Barras 4: $P_1 = 56,69 \text{ MW}$ $Q_1 = 14,66 \text{ MVAR}$ $S_1 = 58,56 \angle 14,5^\circ \text{ MVA}$
5. El rendimiento total es: Barras 3: $\eta_T = 98,60 \%$ Barras 4: $\eta_T = 98,78 \%$



Problema 4.32

Disponemos de un sistema eléctrico de potencia formado por un generador, un transformador y, al final de la línea, una conexión a unos consumidores de energía.

Las características de la línea, así como otros datos del sistema de potencia, se indican en la figura.

Se pide:

Si se desea que la caída de tensión sea, como máximo, del 5 % en las barras 3, y que la tensión del generador se mantenga constante en un valor de 110 kV, hallar:

1. La potencia de la batería de condensadores a colocar en las barras 3, en paralelo con la carga, para conseguir las condiciones citadas.
2. El valor total de la batería de condensadores a colocar en las barras 3, en faradios.
3. La intensidad que circulará a la salida del generador.
4. Las potencias que ha de suministrar el generador para conseguir las condiciones citadas.
5. El rendimiento total del sistema.

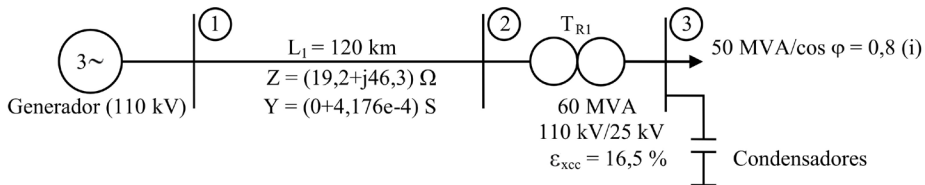


Fig. 4.34
Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.32

Respuestas

1. La potencia reactiva de compensación en las barras 3 es de $Q_{3\text{cond}} = -36,25$ MVAR
2. El condensador a colocar en las barras 3 será de $204 \mu\text{F}$ a $23,75$ kV
3. La intensidad en la salida del generador será de $I_1 = 225,3 \angle 15,43^\circ$ A
4. Las potencias del generador serán:
 $P_1 = 42,51$ MW $Q_1 = 5,922$ MVAR $S_1 = 42,92 \angle 7,93^\circ$ MVA
5. El rendimiento total del sistema será de $\eta_T = 94,09$ %



Problema 4.33

Una central generadora de energía eléctrica alimenta dos líneas de distribución. En el extremo de cada una de estas líneas, se halla un transformador de dos devanados y unos consumos de potencia.

Las características de la línea, así como otros datos del sistema de potencia, se indican en la figura.

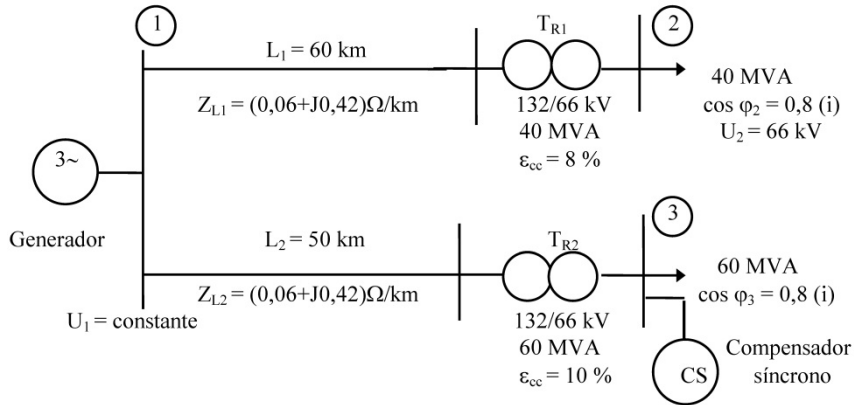


Fig. 4.35 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.33

Se pide:

Si la tensión en las barras de conexión 1 se mantiene constante a lo largo de todo el proceso, hallar:

1. Si no compensamos el sistema de potencia, ¿cuál será la tensión en las barras 3, si mantenemos la tensión constante en las barras 2 y de valor 66 kV?
2. Si, en el embarrado 3, queremos tener una tensión de 66 kV, ¿cuál será la potencia reactiva que tendrá que entregar el compensador síncrono?
3. Si la potencia de compensación asciende a $Q_{\text{comp}} = -6 \text{ MVAR}$ del compensador síncrono, ¿cuál será la nueva tensión en las barras 3? (El ángulo de la tensión en las barras 3 es desconocido; no se puede tomar 0° .)
4. La tensión y la intensidad que tendremos en las barras 1, una vez efectuada la compensación del apartado 3.
5. Las potencias totales que tendrá que entregar el generador síncrono en las condiciones del apartado 3.
6. El rendimiento total del sistema de potencia en las condiciones establecidas en el apartado 3.



Respuestas

1. La tensión en las barras 3 será de $U_3 = 64.086,5 \text{ V}$ (en el lado de 66 kV del transformador).
2. La potencia de compensación en las barras 3 es de $Q_{\text{comp}} = -8,74 \text{ MVAR}$ (a 66kV de tensión).
3. La tensión en las barras 3 será de $U_3 = 65.405 \text{ V}$ (en el lado de 66 kV del transformador).
4. En las barras de conexión 1, tendremos: $U_1 = 144.455 \angle 5,52^\circ \text{ V}$ $I_1 = 424,5 \angle -34^\circ \text{ A}$
5. En las barras 1, tendremos:
 $P_1 = 81,91 \text{ MW}$ $Q_1 = 67,51 \text{ MVAR}$ $S_1 = 106,2 \angle 39,5^\circ \text{ MVA}$
6. El rendimiento total del sistema de potencia será $\eta_T = 97,68 \%$

Problema 4.34

Una central generadora de energía eléctrica está formada por un generador síncrono trifásico y un transformador que alimenta dos líneas acopladas en paralelo. En el extremo de sendas líneas, existen unos consumos de potencia, tal como se indica en la figura.

Las características del generador, del transformador y de la línea, así como otros datos del sistema de potencia, se indican en la figura.

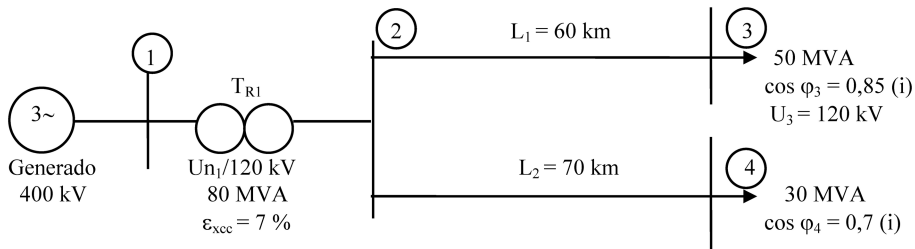


Fig. 4.36 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.34

Datos

Las líneas disponen de la impedancia siguiente por km: $Z_{L1} = Z_{L2} = (0,07 + j0,40) \Omega/\text{km}$.

Se pide:

Si se quiere que la tensión en el nudo 3 sea de 120 kV y la tensión de las barras 1 de 400 kV, y que se mantenga constante a lo largo de todo el proceso, hallar:



1. Si queremos obtener una tensión de 120kV en las barras 3 mediante la regulación del transformador, determinar cuál será esta regulación del primario del transformador (Un_1).
2. La intensidad total del sistema de potencia, en estas condiciones.
3. Las potencias que tendrá que entregar el generador síncrono trifásico en las barras 2.
4. El rendimiento total del sistema.

Respuestas

1. La tensión de regulación en el primario del transformador será de

$$Un_1 = 35.9847 \text{ V}$$

2. La intensidad total del sistema de potencia en las barras 2 es de

$$I_2 = 431,58 \angle -37,94^\circ \text{ A}$$

3. Las potencias del generador son:

$$P_2 = 71,239 \text{ MW} \quad Q_2 = 69,765 \text{ MVAR} \quad S_2 = 99,70 \angle 44,4^\circ \text{ MVA}$$

4. El rendimiento total del sistema es de $\eta_T = 98,96 \%$

Problema 4.35

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de dos transformadores. Uno de ellos, con dos arrollamientos, está colocado al principio de línea, mientras que el otro transformador, con tres arrollamientos, está colocado al final de línea.

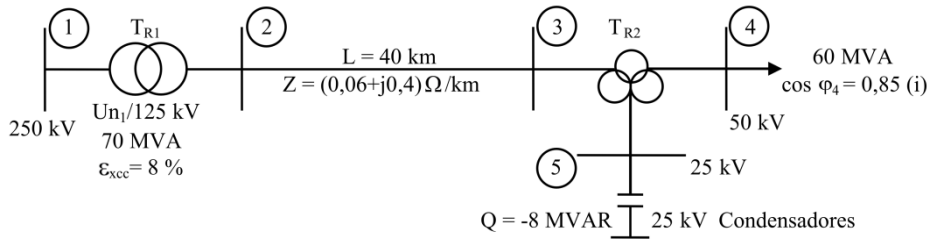
El bobinado terciario de este segundo transformador lleva conectado un banco de condensadores, tal como se indica en la figura. Las características de los transformadores, así como del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan a continuación.

Datos

Primario-secundario	70 MVA	125/50 kV	$\epsilon_{cc} = 8 \%$
Primario-terciario	20 MVA	125/25 kV	$\epsilon_{cc} = 8 \%$
Secundario-terciario	20 MVA	50/25 kV	$\epsilon_{cc} = 6 \%$



Fig. 4.37
Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.35



Se pide:

Si la tensión en el nudo 1 es de 250 kV constantes, y queremos que la tensión en las barras 4 sea de 50 kV y se mantenga constante, hallar:

1. La regulación que se ha de efectuar en el primario de T_{R1} para conseguir las condiciones indicadas.
2. La intensidad que circula por la línea.
3. Las potencias totales en bornes del T_{R1} .
4. El rendimiento total del sistema.

Respuestas

1. La regulación del transformador T_{R1} será de $U_{n1} = 225.710 \text{ V}$ en el primario de T_{R1} .
2. La intensidad que circulará por la línea será de $I_{línea} = 259 \angle -24,8^\circ \text{ A}$
3. Las potencias en el transformador T_{R1} son:
 $P_1 = 52 \text{ MW}$ $Q_1 = 33,83 \text{ MVAR}$ $S_1 = 62 \angle 33^\circ \text{ MVA}$
4. El rendimiento total del sistema será de $\eta = 98,07 \%$

Problema 4.36

Una línea de transmisión de energía eléctrica tiene dos transformadores. El de dos arrollamientos está situado al principio de la línea, mientras que el de tres arrollamientos está situado al final de la línea. El bobinado terciario de este segundo transformador lleva conectado un banco de condensadores, tal como se indica en la figura. Las características de los transformadores, así como del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan a continuación.



Datos

Primario-secundario	60 MVA	120/30 kV	$\epsilon_{cc} = 8 \%$
Primario-terciario	20 MVA	120/10 kV	$\epsilon_{cc} = 5 \%$
Secundario-terciario	20 MVA	30/10 kV	$\epsilon_{cc} = 6 \%$

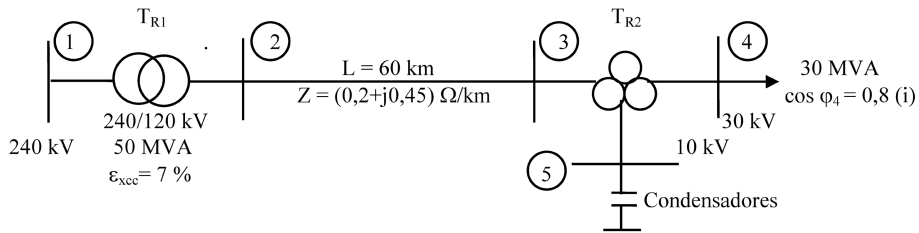


Fig. 4.38 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.36

Se pide:

Si la tensión en el nudo 1 es de 240 kV constantes, y queremos que la tensión en las barras 4 sea de 30 kV y se mantenga también constante, hallar:

1. La potencia de compensación a colocar en las barras 5, así como el valor de la batería de condensadores correspondiente.
2. La intensidad que circula por la línea.
3. Las potencias totales en los bornes del transformador T_{R1} .
4. El rendimiento total del sistema.

Respuestas

1. La potencia y la capacidad en 5 son $Q = -30,1$ MVAR y $C = 875 \mu F$ (todo a 10 kV) y, como la potencia máxima del terciario del T_{R2} es de 20 MVA, estaríamos trabajando fuera del límite permitido.

2. La intensidad de línea es de

$$I_{línea} = 125,56 \angle 26,47^\circ \text{ A}$$

3. Las potencias en el transformador T_{R1} son:

$$P_1 = 24,56 \text{ MW} \qquad Q_1 = -8,79 \text{ MVAR} \qquad S_1 = 26,09 \angle -19,7^\circ \text{ MVA}$$

4. El rendimiento total del sistema de potencia es de $\eta = 97,69 \%$



Problema 4.37

Una línea de transmisión de energía eléctrica tiene un transformador con tres arrollamientos. El bobinado terciario de este transformador lleva conectado un banco de condensadores, tal como se indica en la figura. Las características del transformador, así como del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan a continuación.

Datos

Primario-secundario	50 MVA	100/20 kV	$\epsilon_{cc} = 8 \%$
Primario-terciario	15 MVA	100/10 kV	$\epsilon_{cc} = 6 \%$
Secundario-terciario	15 MVA	25/10 kV	$\epsilon_{cc} = 6 \%$

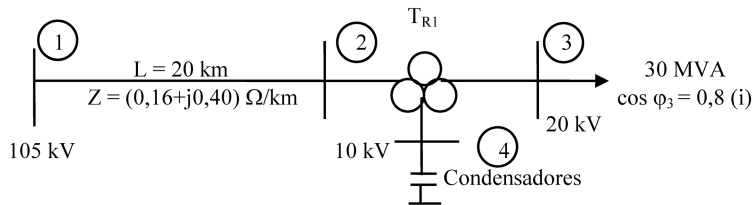


Fig. 4.39 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.37

Se pide:

Si la tensión en el nudo 1 es de 105 kV constantes, y queremos que la tensión en las barras 3 sea de 20 kV, que se mantengan también constantes, hallar:

1. La potencia de compensación a colocar en las barras 4, así como el valor de la batería de condensadores a colocar para conseguir las condiciones indicadas.
2. La intensidad que circula por la línea.
3. Las potencias totales en bornes del T_{R1} .
4. El rendimiento total del sistema.

Respuestas

1. La potencia y la capacidad en 4 son $Q = -15,94$ MVAR y $C = 507 \mu\text{F}$ (a 10 kV)
2. La intensidad de línea es de $I_{\text{línea}} = 136,81 \angle -2,34^\circ$ A
3. Las potencias al inicio de la línea son: $P_1 = 24,537$ MW
4. $Q_1 = 4,128$ MVAR $S_1 = 24,88 \angle 9,55^\circ$ MVA
5. El rendimiento total del sistema es de $\eta = 97,80 \%$



Problema 4.38

Una línea de transmisión de energía eléctrica tiene dos transformadores. Uno, con dos arrollamientos, está colocado al principio de la línea, mientras que el transformador con tres arrollamientos está colocado al final de la misma. El bobinado terciario de este segundo transformador lleva conectado un banco de condensadores, tal como se indica en la figura. Las características de los transformadores, así como del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan a continuación.

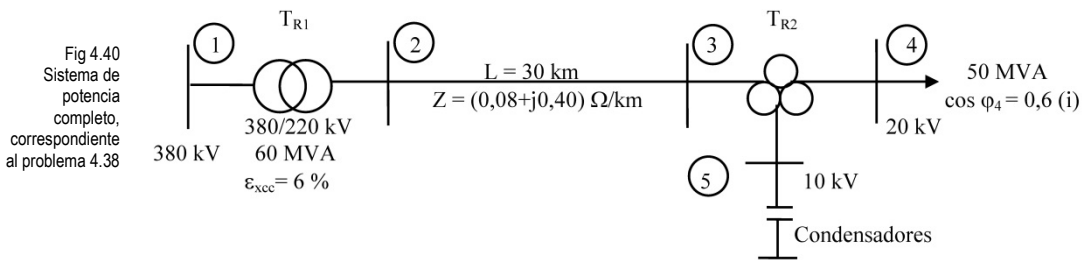
Datos

Primario-secundario	60 MVA	220/20 kV	$\epsilon_{cc} = 9 \%$
Primario-terciario	20 MVA	220/10 kV	$\epsilon_{cc} = 7 \%$
Secundario-terciario	20 MVA	20/10 kV	$\epsilon_{cc} = 8 \%$

Se pide:

Si la tensión en el nudo 1 es de 380 kV constantes, y queremos que la tensión en las barras 4 sea de 20 kV, y que se mantenga también constante, hallar:

1. La potencia de compensación a colocar en las barras 5, así como el valor de la batería de condensadores a colocar en las mismas barras.
2. La intensidad que circula por la línea.
3. Las potencias totales en los bornes del T_{R1} .
4. El rendimiento total de la red.



Respuestas

1. La potencia de la batería de condensadores en 5 es $Q = -38,16$ MVAR y $C = 1,215$ mF (todo a 10 kV). Se tendría que realizar algún tipo de compensación especial en el terciario de T_{R2} , ya que necesitamos unos -40 MVAR y la potencia máxima actual solo permite 20 MVAR. Los datos siguientes suponen que este aumento de potencia es posible.
2. La intensidad de línea es de $I_{\text{línea}} = 78,98 \angle 1,8^\circ$ A



3. Las potencias en el transformador T_{R1} son:

$$P_1 = 30,05 \text{ MW} \qquad Q_1 = 1,57 \text{ MVAR} \qquad S_1 = 30,09 \angle 3^\circ \text{ MVA}$$

4. El rendimiento total del sistema es de $\eta = 99,83 \%$

Problema 4.39

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de un transformador con la relación de transformación regulable, una línea de interconexión y unos usuarios con una demanda de potencia. Las características del transformador, así como del resto de componentes, se detallan en la figura.

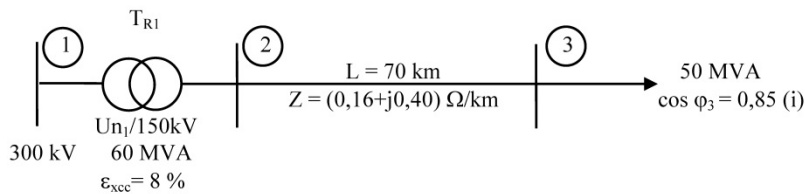


Fig 4.41
Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.39

Se pide:

Si la tensión en el nudo 1 es de 300 kV constantes, y queremos que el rendimiento total del sistema de potencia sea de $\eta = 98 \%$, con las características indicadas, hallar:

1. La regulación de U_{n1} , del primario de T_{R1} , para conseguir las condiciones indicadas.
2. La intensidad, en módulo, que circula por la línea.
3. La pérdida de potencia activa desde el inicio de la línea hasta las barras finales 3.

Respuestas

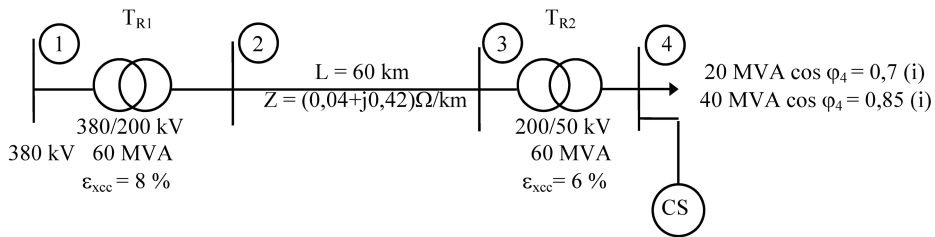
1. La tensión en el primario del transformador T_{R1} será de $U_{n1} = 360,820 \text{ kV}$
2. La intensidad de línea es de $I_{\text{línea}} = 278,71 \angle -31,79^\circ \text{ A}$
3. La pérdida de potencia de toda la línea es de $\Delta P = 0,87 \text{ MW}$

Problema 4.40

Una línea de transmisión de energía eléctrica tiene dos transformadores con dos bobinados cada uno. Una línea de interconexión conecta la línea con unos usuarios, y la demanda de potencia es la que se indica en la figura. Las características de los transformadores, así como del resto de componentes del sistema de potencia, también se detallan en la figura.



Fig. 4.42
Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.40



Se pide:

Si la tensión en el nudo 1 es de 380 kV constantes, y queremos mantener los 50 kV en bornes de las barras 4 de interconexión, hallar:

1. La potencia reactiva capacitiva que ha de tener el compensador síncrono, situado en los bornes de las barras 4, para que la tensión en las mismas sea de 50 kV en los dos casos que se indican. Indicar también el valor de las intensidades que circulan por la línea en los dos casos propuestos.
2. Si la tensión $U_3 = 195$ kV y el resto de datos coinciden con el caso anterior ($U_4 = 50$ kV), ¿cuál es la potencia reactiva de compensación del compensador síncrono, situado en los bornes de las barras 4, para que se cumplan los dos casos que se indican? Indicar también el valor de las intensidades de las líneas respectivas.

Respuestas

1. La potencia de compensación del generador síncrono es:

$$a) Q_4 = -14,86 \text{ MVA} \qquad b) Q_4 = -23,48 \text{ MVA}$$

2. La variación de potencia que ha de ser capaz de proporcionar el compensador es:

$$\Delta Q_4 = \text{de } -14 \text{ MVAR a } -30 \text{ MVAR}$$

3. Las intensidades que circulan por la línea del sistema de potencia son:

$$a) I_L = 40,44 \angle 2,33^\circ \text{ A} \qquad b) I_L = 98,39 \angle 4,05^\circ \text{ A}$$

4. La potencia de compensación del generador síncrono es:

$$a) Q_4 = -0,30 \text{ MVA} \qquad b) Q_4 = -21,5 \text{ MVA}$$

5. La variación de potencia que ha de ser capaz de proporcionar el compensador es:

$$\Delta Q_4 = \text{de } -0,30 \text{ MVAR a } -22 \text{ MVAR}$$

6. Las intensidades que circulan por la línea del sistema de potencia son:

$$a) I_L = 47,88 \angle -30,03^\circ \text{ A} \qquad b) I_L = 102,4 \angle -10^\circ \text{ A}$$



Problema 4.41

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de un generador, así como de dos transformadores, con dos bobinados cada uno. Una línea de interconexión conecta la línea con unos usuarios, y la demanda de potencia es la que se indica en la figura. Las características de los transformadores, del generador y del resto de componentes del sistema se detallan en la figura.

Se pide:

Si la tensión en el generador es de 8 kV constantes, y de las barras 4 solo conocemos la potencia y el ángulo total, hallar:

1. La tensión y la intensidad que habrá, en estas condiciones, al final de la línea (U_4 , I_4).
2. Todos los parámetros característicos en las barras de interconexión 1, 2 y 3.

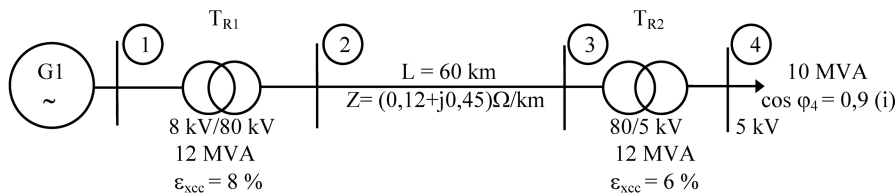


Fig. 4.43 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.41

Respuestas

1. En los bornes de las barras 4, tendremos:

$$U_4 = 5.000 \angle 0^\circ \text{ V} \quad I_4 = 1.154,72 \angle -25,84^\circ \text{ A}$$

- 2.

Barras 3:

$$U_3 = 81.822,7 \angle 2,52^\circ \text{ V} \quad I_3 = 72,17 \angle -25,84^\circ \text{ A} \quad \varphi_3 = 28,36^\circ \quad P_3 = 9,02 \text{ MW}$$

$$Q_3 = 4,858 \text{ MVAR} \quad S_3 = 10,23 \angle 28,36^\circ \text{ MVA} \quad \eta_3 = 99,9 \%$$

Barras 2:

$$U_2 = 84.259 \angle 4,25^\circ \text{ V} \quad I_2 = 72,17 \angle -25,84^\circ \text{ A} \quad \varphi_2 = 30,1^\circ \quad P_2 = 9,11 \text{ MW}$$

$$Q_2 = 5,28 \text{ MVAR} \quad S_2 = 10,53 \angle 30,1^\circ \text{ MVA} \quad \eta_2 = 98,79 \%$$

Barras 1:

$$U_1 = 8.705,6 \angle 7,29^\circ \text{ V} \quad I_1 = 721,7 \angle -25,84^\circ \text{ A} \quad \varphi_1 = 33,13^\circ \quad P_1 = 9,11 \text{ MW}$$

$$Q_1 = 5,95 \text{ MVAR} \quad S_1 = 10,88 \angle 33,13^\circ \text{ MVA} \quad \eta_1 = 98,76 \%$$

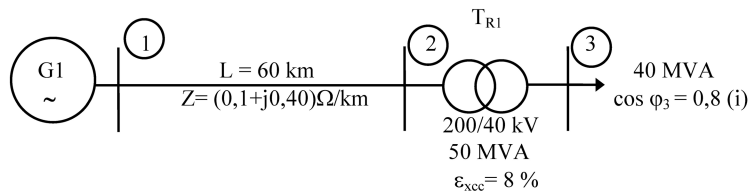


Es importante notar que el ángulo de la tensión va aumentando a medida que avanzamos hacia el principio de la línea, en concordancia con lo propuesto por la fórmula del flujo de potencia.

Problema 4.42

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de un generador síncrono, así como de un transformador de dos bobinados. Una línea de interconexión conecta la línea con unos usuarios, y la demanda de potencia es la que se indica en la figura. Las características del transformador, del generador y del resto de componentes del sistema de potencia se detallan en la figura.

Fig. 4.44
Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.42



Se pide:

Si la tensión al final de la línea es de 40 kV constantes, en las condiciones indicadas en la figura (desconocemos las características del generador síncrono), hallar:

1. La tensión y la intensidad que habrá, en estas condiciones, al principio de la línea (U_1, I_1).
2. Las pérdidas de transmisión totales de esta línea, para este régimen.
3. Las potencias que tendrá que entregar el generador situado al principio de la línea.
4. El rendimiento total del sistema de potencia, también en las condiciones establecidas.

Respuestas

1. En los bornes de las barras 1, tendremos:

$$U_1 = 211,941 \angle 3,6^\circ \text{ V} \quad I_1 = 115,47 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

2. Las pérdidas de transmisión ascienden a $\Delta = P_1 - P_3 = 0,25 \text{ MW}$
3. Las potencias al principio de la línea (generador) son:

$$P_1 = 32,25 \text{ MW} \quad Q_1 = 27,51 \text{ MVAR} \quad S_1 = 42,39 \angle 40,46^\circ \text{ MVA}$$

4. El rendimiento total del sistema es de $\eta_T = 99,2 \%$



Problema 4.43

Una línea de transmisión de energía eléctrica tiene un transformador con tres arrollamientos. El bobinado terciario de este transformador lleva conectado un banco de condensadores, tal como se indica en la figura. La línea (cuya impedancia es posible despreciar, debido a su longitud) alimenta unas cargas variables, que oscilan entre los valores indicados en la figura. Las características del transformador y del resto de componentes del sistema de potencia se detallan a continuación.

Datos

Primario-secundario	30 MVA	132/25 kV	$\epsilon_{cc} = 12 \%$
Primario-terciario	5 MVA	132/11 kV	$\epsilon_{cc} = 8 \%$
Secundario-terciario	6 MVA	25/11 kV	$\epsilon_{cc} = 8 \%$

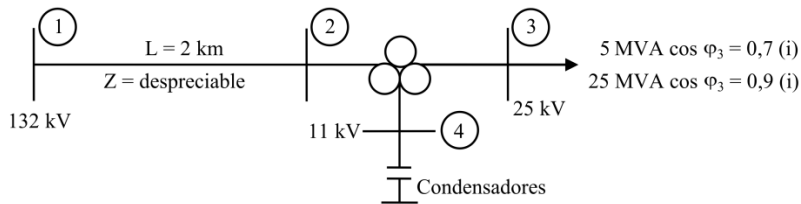


Fig 4.45
Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.43

Se pide:

Si la tensión en el nudo 1 es de 132 kV constantes, y queremos que la tensión en las barras 3 sea de 25 kV y que se mantenga también constante, hallar:

1. La potencia de compensación a colocar en las barras 4, así como el valor de la batería de condensadores a colocar en las mismas barras, para conseguir las condiciones indicadas.
2. La intensidad que circula por la línea, en las dos situaciones posibles.
3. Las potencias totales en los bornes de las barras de interconexión 1, en las dos situaciones posibles.
4. El rendimiento total de la red, en las dos situaciones posibles.

Respuestas

1. La potencia y las capacidades de la batería de condensadores en 4 son:

$$a) Q_4 = -4,07 \text{ MVAR} \quad \text{y} \quad C_4 = 107 \text{ } \mu\text{F} \text{ (todo a 11 kV)}$$

$$b) Q_4 = -12,028 \text{ MVAR} \quad \text{y} \quad C_4 = 316 \text{ } \mu\text{F} \text{ (todo a 11 kV)}$$



2. La intensidad que circula por la línea es:

a) $I_{\text{línea}} = 15,61 \angle 12,13^\circ \text{ A}$ b) $I_{\text{línea}} = 98,6 \angle 7,94^\circ \text{ A}$

3. Las potencias al inicio de línea son:

a) $P_1 = 3,50 \text{ MW}$ $Q_1 = -0,7 \text{ MVAR}$ $S_1 = 3,57 \angle -11,32^\circ \text{ MVA}$

b) $P_1 = 22,5 \text{ MW}$ $Q_1 = -1,395 \text{ MVAR}$ $S_1 = 22,54 \angle -3,55^\circ \text{ MVA}$

4. El rendimiento total del sistema de potencia es:

a) $\eta_T = 100 \%$, valores lógicos, si tenemos presente que hemos despreciado todo.

b) $\eta_T = 100 \%$, efecto óhmico (resistencias)

Problema 4.44

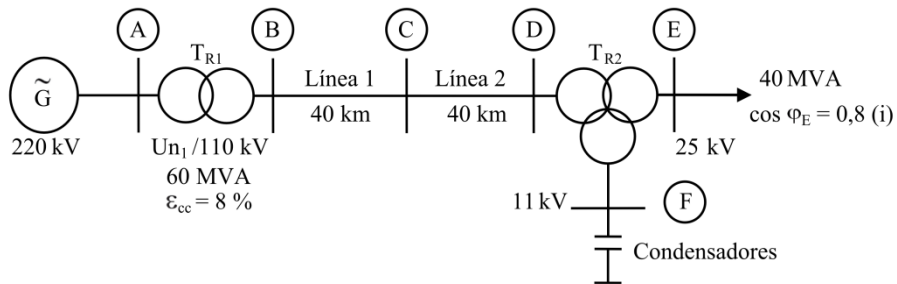
Un sistema de potencia está formado por una central generadora, dos transformadores (el T_{R1} es un transformador regulable en su relación de transformación) y unas líneas de interconexión acopladas en serie. De los extremos de la línea parte una derivación con los consumos específicos que se indican.

Datos

T_{R2} : P-S	50 MVA	110 kV/25 kV $\epsilon_{cc} = 8 \%$
P-T	20 MVA	110 kV/11 kV $\epsilon_{cc} = 6 \%$
S-T	20 MVA	25 kV/11 kV $\epsilon_{cc} = 4 \%$

- La central generadora mantiene la tensión constante en las barras A.
- La tensión en las barras E se mantiene constante a 25 kV.
- La impedancia para todas las líneas puede adoptarse por km:
 $Z_{L1} = Z_{L2} = (0,06 + j0,36) \Omega/\text{km}$

Fig 4.46
Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.44



Se pide:

1. Si queremos mantener la tensión constante en la barra C y de valor igual a 111 kV, ¿cuál será la potencia capacitiva de la batería de condensadores a colocar en el terciario de T_{R2} para lograr estas condiciones? ¿Y la potencia reactiva de los condensadores?
2. Manteniendo la tensión anterior en las barras C, ¿cuál será la intensidad que circulará por dichas barras una vez efectuada la compensación anterior?
3. Manteniendo la tensión anterior en las barras C, ¿cuál será el valor al que regularemos la tensión nominal del primario del transformador T_{R1} , si queremos obtener los 220 kV en los bornes del generador A?
4. ¿Cuál será el rendimiento total (η_T) del sistema de potencia, visto desde A, en las condiciones indicadas en el apartado anterior?

Respuestas

1. Los valores son: $Q_{\text{cond}} = -26 \text{ MVARC} = 683 \mu\text{F}$ (todos los datos referidos a 11 kV)
2. La intensidad total en las barras B es de $I_T = 167,51 \angle 6,08^\circ \text{ A}$
3. La regulación de la tensión en el primario es de $U_{n1} = 216,53 \text{ kV}$
4. El rendimiento total del sistema de potencia es de $\eta_T = 98,73 \%$

Problema 4.45

Se tiene un sistema de potencia formado por una central generadora, dos transformadores (el T_{R1} es un transformador regulable en su relación de transformación) y unas líneas de interconexión acopladas en serie. De los extremos de la línea, parte una derivación con los consumos específicos que se indican en la figura.

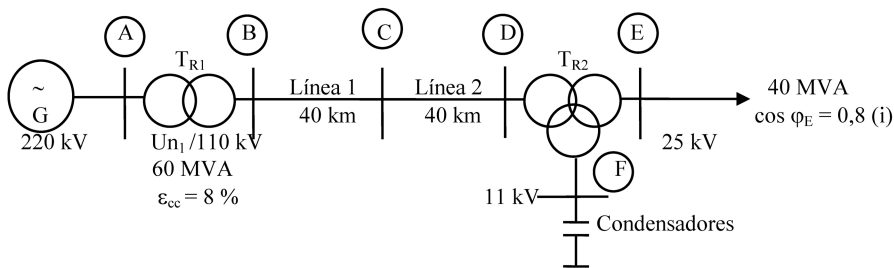


Fig 4.47
Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.45



Datos

T_{R2} : P-S	50 MVA	110 kV/25 kV	$\varepsilon_{cc} = 8 \%$
P-T	20 MVA	110 kV/11 kV	$\varepsilon_{cc} = 6 \%$
S-T	20 MVA	25 kV/11 kV	$\varepsilon_{cc} = 4 \%$

- En todas las líneas, considérese $Z = (0,08 + j0,82) \Omega/\text{km}$
- La central generadora mantiene la tensión en las barras A constante
- La tensión en las barras E se mantiene constante a 25 kV

Se pide:

1. Si deseamos mantener la tensión constante en la barra C y de valor igual a 111 kV, ¿cuál será la potencia capacitiva de la batería de condensadores a colocar en el terciario de T_{R2} para lograr estas condiciones?
2. Manteniendo la tensión anterior en las barras C, ¿cuál será la intensidad que circulará por dichas barras una vez efectuada la compensación anterior?
3. Manteniendo la tensión anterior en las barras C, ¿cuál será el valor al que regularemos la tensión nominal del primario del transformador T_{R1} , si queremos obtener los 220 kV en los bornes del generador A?
4. ¿Cuál será el rendimiento total (η_T) del sistema de potencia, visto desde A, en las condiciones indicadas en el apartado anterior?

Respuestas

1. Los valores son: $Q_{\text{cond}} = -26,53 \text{ MVARC} = 698 \mu\text{F}$ (todos los datos referidos a 11 kV)
2. La intensidad total en las barras B es de $I_T = 167,86 \angle 7,16^\circ \text{ A}$
3. La regulación de la tensión en el primario es de $U_{n1} = 214,16 \text{ kV}$
4. El rendimiento total del sistema de potencia es de $\eta_T = 98,34 \%$





ANEXO I. Constantes de magnitudes físicas, terrestres y cuánticas

Aceleración gravitacional a nivel de mar	9.80665 m/s ² (referencia estándar 9.807 m/s ²) 9.7804 m/s ² (en el ecuador) 9.8322 m/s ² (en el polo)
Masa de la Tierra	5.98 · 10 ²⁴ kg
Radio de la Tierra	6.37 · 10 ⁶ m (valor medio) 6378.2 km (en el ecuador) 6356.8 km (en el polo)
Presión atmosférica a nivel del mar (760 mmHg)	1.013 · 10 ⁵ N/m

Tabla I.I.
Constantes
Terrestres

Constante de Boltzmann	K = R/N	1.38 · 10 ⁻²³ J/°K
Constante de Faraday	F = N · e	9.6485 · 10 ⁴ C
Constante de Rydberg	R _∞	1.097 · 10 ⁷ m ⁻¹
Constante de la gravitación universal (de Cavendish)	G	6.67 · 10 ⁻¹¹ Nm ² /kg ²
Constante universal de los gases	R	8.314 J/mol · K 1=1.9872 kcal/mol · k
Electrón: Carga eléctrica	q _e	1.602 · 10 ⁻¹⁹ C
Masa	m _e	9.1091 · 10 ⁻³¹ kg
Número de Avogadro	N _A	6.023 · 10 ²³ partículas/mol
Neutrón: Carga eléctrica	q _n	Cero
Masa	m _n	1.6750 · 10 ⁻²⁷ kg
Permitividad del vacío	ε ₀	8.8542 · 10 ⁻¹² C ² /Nm ² = = $\frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}$ C ² /Nm ²
Permeabilidad del vacío	μ ₀	4π · 10 ⁻⁷ N/A ² = 4π · 10 ⁻⁷ Ns ² /C ²
Protón: Carga eléctrica	q _p	1.602 · 10 ⁻¹⁹ C
Masa	m _p	1.6725 · 10 ⁻²⁷ kg
Velocidad de la luz	C	2.997925 · 10 ⁸ m/s

Tabla I.II.
Constantes
Físicas



Tabla I.III
Constantes de
Física Cuántica

Constante de Planck	$h=6.6238 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Unidad atómica de momento angular	$h=1.054 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Masas en reposo de algunas partículas fundamentales (uma):	
Neutrón	${}^1_0n = 1.008982 \text{ uma}$
Protón	${}^1_1p = 1.007593 \text{ uma}$
Electrón	${}^0_{-1}e = 5.4876 \cdot 10^{-4} \text{ uma}$
Partícula alfa	${}^4_2He = 4.002603$
Energía de un fotón	$E = hf$
Factores de conversión masa-energía	
Factor de conversión de la energía (electronvolt)	$1 \text{ uma}=931.162 \text{ MeV} ; 1 \text{ kg}=5.60999 \cdot 10^{29} \text{ MeV}$ $1 \text{ eV} = 1.6021892 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
Factor de conversión de la masa (unidad masa atómica)	$1 \text{ uma} = 1.6605655 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

ANEXO II. Resistividad (ρ), coeficiente de temperatura (α), punto de fusión ($^{\circ}\text{C}$) y densidad (δ) de diversos materiales y aleaciones

Metales

Material	Composición	Resistividad ρ a 20 $^{\circ}\text{C}$ ($\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$)	Coefficiente de temp. $\alpha(^{\circ}\text{C}^{-1})$	Punto de fusión aprox. ($^{\circ}\text{C}$)	Densidad (kg/dm^3)
Plata recocida		0.0146	0.0038	960	10.5
Plata martillada		0.0159	0.0038	960	10.5
Cobre electrolítico		0.01754	0.00393	1083	8.97
Cobre reducido patrón		0.0195	0.00393	1083	8.97
Cobre recocido industrial		0.0207	0.00393	1083	8.97
Oro recocido		0.0233	0.0034	1063	19.3
Oro martillado		0.0236	0.0034	1063	19.3
Aluminio puro		0.0261	0.00446	660	2.7
Aluminio recocido		0.028	0.00446	660	2.7
Molibdeno		0.0557	0.0033	2625	10.2
Cinc		0.057	0.0007	419.4	7.15
Tungsteno		0.06	0.0045	3410 \pm 20	19.3
Hierro fundido		0.098	0.0050	1535	7.86
Hierro puro		0.13	0.0050	1535	7.86
Hierro galvanizado duro		0.196	0.0050	1535	7.86
Hierro galvanizado extraduro		0.205	0.0050	1535	7.86
Níquel		0.11	0.0048	1455	8.9
Platino		0.12	0.0037	1769	21.45
Estaño		0.13	0.0037	232	7.29
Plomo		0.205	0.0039	327.4	11.342
Antimonio		0.36	0.0039	630.5	6.618
Mercurio		0.95	0.0007	-38.87	13.6

Aleaciones

Material	Composición	Resistividad a 20 °C (Ω mm ² /m)	Coefficiente de temp. α (°C ⁻¹)	Punto de fusión aprox. (°C)	Densidad (kg/dm ³)
Aleación 875 (2)	Cr 22.5% + Al 5.5% + Fe	1.42	0.00002	1520	7.1
Aleación 815 (2)	Cr 22.5% + Al 4.6% + Fe	1.32	0.00008		
Kanthal DR (3)	Fe 75% + Cr 20% + Al 4.5% + Co 0.5%	1.32	0.00007	1505	7.2
Karma (1)	Ni 73% + Cr 20% + Al + Fe	1.23	—	1400	8.105
Nikrothal (3)	Ni 75 % + Cr 17 % + Si + Mn	1.23	0.000003	1410	8.1
Aleación 750n (2)	Cr 15 % + Al 4% + Fe	1.22	0.00015	1520	7.43
Chromel AA (2)	Ni 68% + Cr 20% + Fe 8%	1.14	0.00011	1390	8.33
Nichrome (1)	Ni 60 % + Cr 16 % + Fe	1.1	0.00015	1350	8.247
Chromel C (2)	Ni 60% + Cr 16% + Fe	1.1	0.00015	1350	8.247
Nikrothal 6 (3)	Ni 60% + Cr 16% + Fe	1.1	0.00014	1350	8.25
Nichrome V (1)	Ni 80% + Cr 20%	1.06	0.00011	1400	8.412
Chromel A (2)	Ni 80% + Cr 20%	1.06	0.00011	1400	8.412
Nikrothal 8 (3)	Ni 80% + Cr 20%	1.06	0.00008	1400	8.41
Chromax (1)	Ni 35% + Cr 20% + Fe	0.974	0.00036	1380	7.95
Chromel D (2)	Ni 35% + Cr 20% + Fe	0.974	0.00036	1380	7.95
Nilvar (1)	Ni 36% + Fe	0.786	0.00135	1425	8.06
Inoxidable tipo 304	Cr 18% + Ni 8% + Fe	0.711	0.00094	1399	7.93
Aleación 142	Ni 42% + Fe	0.65	0.0012	1425	8.12
Advance (1)	Ni 43% + Cu	0.477	±0.00002	1210	8.9
Copel (2)	Ni 43% + Cu	0.477	±0.00002	1210	8.9
Cuprothal 294 (3)	Ni 45% + Cu	0.477	0.00002	—	8.9
Therlo (1)	Ni 29% + Co 17% + Fe	0.477	0.0038	1450	8.36
Manganina	Mn 13% + Cu	0.471	±0.000015	1020	8.192
Aleación 146	Ni 46 % + Fe	0.447	0.0027	1425	8.17
Aleación 152	Ni 51 % + Fe	0.422	0.0029	1425	8.247
Duranickel	Níquel + aditivos	0.422	0.001	1435	8.75
Midohm (1)	Ni 23% + Cu	0.2921	0.00018	1100	8.9
Cuprothal 180 (3)	Ni 22% + Cu	0.292	0.00018	—	8.9
Aleación R63	Mn 4% + Si 1% + Ni	0.211	0.003	1425	8.72
Hytemco (1)	Ni 72% + Fe	0.195	0.0042	1425	8.46
Permanickel	Níquel + aditivos	0.162	0.0033	1150	8.75
Aleación 90	Ni 11% + Cu	0.146	0.00049	1100	8.9
Cuprothal 90 (3)	Ni 11% + Cu	0.146	0.00045	—	8.9
Cuprothal 60 (3)	Ni 6% + Cu	0.0974	0.0006	—	8.9
Gr. A Níquel	Ni 99%	0.097	0.055	1450	8.9
Lohm (1)	Ni 6% + Cu	0.097	0.0008	1100	8.9
Aleación 99	Ni 99.8%	0.078	0.006	—	—
Aleación 30	Ni 2.25% + Cu	0.049	0.0015	1100	8.9
Cuprothal 30 (3)	Ni 2% + Cu	0.0487	0.0014	—	8.9
Cu Ni 44 (Kostantan)	Ni 44% + Mn 1.5% + Cu	0.49	0.00006	1200	8.9



ANEXO III. Coeficientes de resistividad de los aislantes

Tabla III.I.
Coeficientes de resistividad de semiconductores

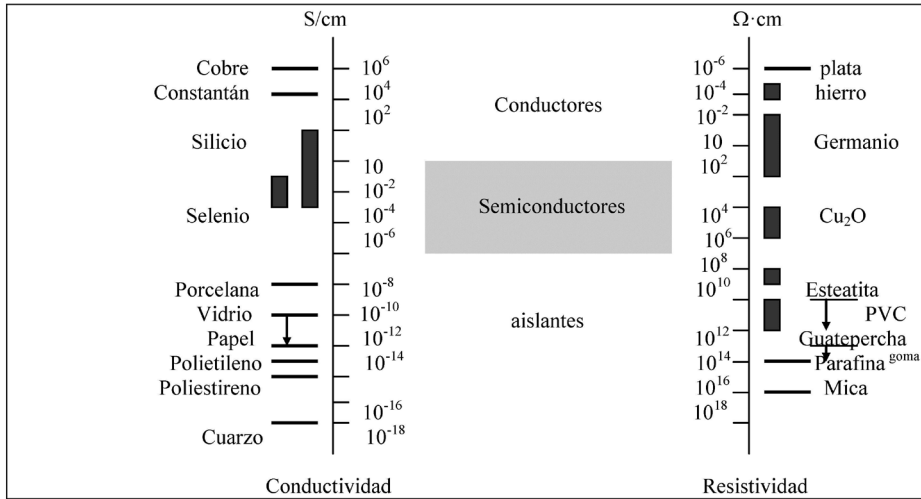


Tabla III.II
Coeficientes de resistividad de líquidos y sólidos aislantes más usuales

Aislante	Resistividad (MΩ cm)	($\times 10^6$) Ω·cm	($\times 10^{-4}$) Ω·mm ² /m
Aceite de transformador	$1 \text{ a } 10 \cdot 10^{12}$	$1 \text{ a } 10 \cdot 10^{18}$	$1 \text{ a } 10 \cdot 10^{14}$
Aire seco	∞	∞	∞
Amianto	0.16	$0.16 \cdot 10^6$	$0.1 \cdot 10^2$
Arcilla	200	$200 \cdot 10^6$	$200 \cdot 10^2$
Baquelita	$2 \cdot 10^{12}$	$2 \cdot 10^{18}$	$2 \cdot 10^{14}$
Celulosa	$1 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^5$
Cera de abejas	$5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{16}$	$5 \cdot 10^{12}$
Cuarzo fundido	$5 \cdot 10^{12}$	$5 \cdot 10^{18}$	$5 \cdot 10^{14}$
Ebonita	$1 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^{18}$	$1 \cdot 10^{14}$
Goma laca	$1 \cdot 10^{10}$	$1 \cdot 10^{16}$	$1 \cdot 10^{12}$
Madera parafinada	$10 \text{ a } 100 \cdot 10^8$	$10 \text{ a } 100 \cdot 10^{14}$	$10 \text{ a } 100 \cdot 10^{10}$
Mármol	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^7$
Mica	$2 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{17}$	$2 \cdot 10^{13}$
Micalex	0.5	$0.5 \cdot 10^6$	$0.5 \cdot 10^2$
Macanita	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^8$
Papel barnizado	$1 \text{ a } 20 \cdot 10^{12}$	$1 \text{ a } 20 \cdot 10^{18}$	$1 \text{ a } 20 \cdot 10^{14}$
Parafina	$1 \cdot 10^{13}$	$1 \cdot 10^{19}$	$1 \cdot 10^{15}$
Pirex	$1 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^{17}$	$1 \cdot 10^{13}$
Pizarra	$1 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^4$
Porcelana	$3 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^{14}$	$3 \cdot 10^{20}$
Vidrios comunes	$2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^{13}$	$2 \cdot 10^9$

Aislante	Resistividad (MΩ cm)	(×10 ⁶) Ω·cm	(×10 ⁻⁴) Ω·mm ² /m
Aceite de alquitrán	1.67·10 ⁹	1.67·10 ¹⁵	1.67·10 ¹¹
Aceite de cáñamo	28.5·10 ³	28.5·10 ⁹	28.5·10 ⁵
Aceite de colza	95·10 ³	95·10 ⁹	95·10 ⁵
Aceite de parafina	8·10 ⁶	8·10 ¹²	8·10 ⁸
Aceite de resina	3·10 ⁵	3·10 ¹¹	3·10 ⁷
Aceite de ricino	3.9·10 ⁵	3.9·10 ¹¹	3.9·10 ⁷
Acido esteárico	35·10 ⁷	35·10 ¹³	35·10 ⁹
Bencina	14·10 ⁶	14·10 ¹²	14·10 ⁸
Benzol	1.32·10 ³	1.32·10 ⁹	1.32·10 ⁵
Petróleo	4·10 ⁴	4·10 ¹⁰	4·10 ⁶

Tabla III.III.
Resistividades de
líquidos aislantes

ANEXO IV. Magnitudes y unidades magnéticas

Término	Símbolo	Relación	Unidad en el sistema SI	Unidad en el sistema práctico de medidas	Unidad en el sistema de medidas electro-magnéticas
Transflujo	θ	$\theta = I$ $\theta = \phi \cdot R_m$	A (amperio)	A AW(amperio-vuelta)	A AW
Flujo magnético	ϕ	$\phi = B \cdot A$ $\phi = \theta / R_m$	Wb (weber) Vs (voltio-segundo)	Vs Wb	M (maxwell)
Inducción magnética	B	$B = \phi / A$ $B = \mu \cdot H$	T(tesla) Wb/m ² Vs/m ²	Vs/cm ² Wb/cm ²	M/cm ² G (gauss)
Reluctancia magnética	R_m	$R_m = \frac{l}{\mu A}$ $R_m = \frac{\theta}{\phi}$	$\frac{1}{H}$ $\frac{A}{Vs}$	$\frac{A}{Vs}$ $\frac{1}{H}$	$\frac{A}{G \cdot cm^2}$
Permeabilidad	μ	$\mu = \frac{B}{H}$	$\frac{H}{m}$ $\frac{Vs}{Am}$	$\frac{Vs}{A \cdot cm}$ $\frac{A}{cm}$	$\frac{G \cdot m}{A}$
Intensidad de campo magnético	H	$H = \frac{B}{\mu}$ $H = \frac{\sigma}{l}$	$\frac{A}{m}$	$\frac{A}{cm}$ $\frac{AW}{cm}$	Oe (oersted)
Tensión magnética	V	$V = H \cdot l$	A	A	Gb(gilbert)

Tabla IV.I
Magnitudes magnéticas fundamentales



Tabla IV.II
Conversiones
magnéticas
más usuales

Término	Conversiones
Flujo magnético	1 Wb = 1 Vs = 10 ⁸ M
Inducción magnética	1 T = 1 Wb/m ² = 1 Vs/m ² = 10 ⁴ M/cm ² = 10 ⁴ G 1 Vs/cm ² = 1 Wb/cm ² = 10 ⁸ M/cm ² = 10 ⁸ G
Reluctancia magnética	1 A/Vs = 1 1/H = 10 ⁻⁸ $\frac{A}{G \cdot cm^2}$
Permeabilidad	1H/m = 1 $\frac{Vs}{Am}$ = 10 ⁶ $\frac{G \cdot cm^2}{A}$ 1 $\frac{Vs}{A \cdot cm}$ = 1 $\frac{H}{cm}$ = 10 ⁸ $\frac{g \cdot cm}{A}$
Intensidad de campo magnético	1 A/m = 10 ⁻² A/cm = 1.256 · 10 ⁻² Oe 1A/cm = 1.256 Oe
Tensión magnética	1A = 1.256 Gb

ANEXO V. Conductores eléctricos

V.I. Los conductores más utilizados para el transporte de energía eléctrica son cuatro: (Denominaciones en Español e Inglés)

Halcón → Hawk

Cóndor → Condor

Gaviota → Gull

Cardenal → Cardinal

Tabla V.I
Conductores de
Aluminio-Acero

	Halcón	Cóndor	Gaviota	Cardenal
Composición: Aluminio; mm.	26×3.442	54×3.084	54×2.822	54×3.376
Acero; mm.	7×2.677	7×3.084	7×2.822	7×3.376
Secciones: Aluminio; mm ² .	241.68	402.84	337.74	483.42
Acero; mm ² .	39.42	52.26	43.81	62.64
Total; mm ² .	281.10	455.10	381.55	546.06
Sección equivalente de cu; mm ² .	152.01	253.36	212.31	304.03
Diámetro del alma de acero; mm.	8.031	9.246	8.466	10.135
Diámetro de cable; mm.	21.793	27.762	25.4	30.378
Pesos: Aluminio; Kg/Km.	666.6	1115	934.6	1338
Acero; Kg/Km.	308	407	342.2	488
Total; Kg/Km.	974.6	1.522	1276.8	1826
Carga de rotura; Kg.	8817.8	12950	11135.7	15.536
Modulo de elasticidad; Kg/mm ² .	7.730	6.860	6.860	6.860
Coefficiente de dilatación por grado de temperatura	18.99×10 ^{-h}	19.35×10 ^{-h}	19.35×10 ^{-h}	19.35×10 ^{-h}
Resistencia eléctrica a 20° C; Ω/Km	0.119	0.0721	0.0851	0.0597

CONDUCTORES				
MAGNITUD	Halcón	Cóndor	Gaviota	Cardenal
Densidad máxima admisible; A/mm ²	2.043	1.757	1.869	1.628
Intensidad correspondiente; A	574.28	799.61	713.116	888.98

Tabla V.II.
Densidad máxima admisible y su intensidad correspondiente

CONDUCTORES				
LÍNEA CON	Halcón	Cóndor	Gaviota	Cardenal
Un circuito de fases simples	574.28	799.61	713.116	888.98
Un circuito de fases dúplex	1148.56	1599.22	1426.23	1777.96
Un circuito de fases tríplex	1722.84	2398.83	2139.34	2666.94
Un circuito de fases cuádruplex	2297.12	3198.44	2852.46	3555.92
Dos circuitos de fases simples, acoplados en paralelo	Iguales valores que para una línea con un circuito dúplex			
Dos circuitos de fases dúplex, acoplados en paralelo	Iguales valores que para una línea con un circuito cuádruplex			

Tabla V.III
Intensidad máxima admisible para fases simplex, dúplex, tríplex y cuádruplex

ANEXO VI. Conductancia. Autoinducción y Susceptancia

VI.1 Pérditancia o Conductancia

$$G_K = \frac{P(kW / km)}{V_{FASE}^2 (kV)} \cdot 10^{-3} (S / km) \quad G_{TOTAL} = G_K \cdot Long \cdot n^{\circ} \text{ fases}$$

Donde:

- G_k = Conductancia por km y fase. (S/km)
- P = potencia activa por km y fase (kW/km)
- V_{FASE} = tensión de fase (kV)

Fase	Radio equivalente
Simplex	$r_{eq} = r$
Dúplex	$r_{eq} = \sqrt{r \Delta}$
Típlex	$r_{eq} = \sqrt[3]{r \Delta^2}$
Cuádruplex	$r_{eq} = \sqrt[4]{r \Delta^3 \sqrt{2}}$
Con n subconductores	$r_{eq} = \sqrt[n]{r \Delta^{n-1}}$

Tabla VI.I
Valor del radio equivalente r_{eq} , para n subconductores, por fase



Tabla VI.II
Fórmulas del coeficiente de autoinducción con fases simples y múltiples. Reactancia inductiva ($X_{Lk} = w \cdot L_k$) Ω/km

Fase	Coefficiente de autoinducción en H/Km
Simple	$L_K = [0.5 + 4.6 \lg \frac{D}{r}] 10^{-4}$
Dúplex	$L_K = [0.25 + 4.6 \lg \frac{D}{\sqrt{r\Delta}}] 10^{-4}$
Típlex	$L_K = [0.166 + 4.6 \lg \frac{D}{\sqrt[3]{r\Delta^2}}] 10^{-4}$
Cuádruplex	$L_K = [0.125 + 4.6 \lg \frac{D}{\sqrt[4]{\sqrt{2}r\Delta^3}}] 10^{-4}$

Tabla VI.III
Fórmulas de capacidad con fases simples y múltiples. Susceptancia ($B_k = w \cdot C_k$) (S/km)

Fase	Coefficiente de capacidad F/km
Simple	$C_K = \frac{24.2}{\lg \frac{D}{r}} 10^{-9}$
Dúplex	$C_K = \frac{24.2}{\lg \frac{D}{\sqrt{r\Delta}}} 10^{-9}$
Típlex	$C_K = \frac{24.2}{\lg \frac{D}{\sqrt[3]{r\Delta^2}}} 10^{-9}$
Cuádruplex	$C_K = \frac{24.2}{\lg \frac{D}{\sqrt[4]{\sqrt{2}r\Delta^3}}} 10^{-9}$

ANEXO VII. Método de las constantes auxiliares

Tabla VII.I.
Constantes auxiliares $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, y, \bar{D}$ de las líneas

Constante	Módulo	Argumento	Parte real	Parte imaginaria
$\bar{A} = Cosh \bar{0}$	$\bar{A} = \rho_{(Cosh \rho)}$	$\beta_A = \beta_{(Cosh \rho)} = \arctg \frac{a''}{a'}$	$a' = A \cos \beta_{\bar{A}}$	$a'' = A \sin \beta_{\bar{A}}$
$\bar{B} = \bar{Z}_c \text{Senh} \bar{0}$	$\bar{B} = \bar{Z}_c \rho_{(Senh \rho)}$	$\beta_{\bar{B}} = \beta_{\bar{Z}_c} \beta_{(Senh \rho)} = \arctg \frac{b''}{b'}$	$b' = B \cos \beta_{\bar{B}}$	$b'' = B \sin \beta_{\bar{B}}$
$C = \frac{1}{Z_c} \text{Senh} \bar{0}$	$C = \frac{1}{Z_c} \rho_{(Senh \rho)}$	$\beta_{\bar{C}} = \beta_{(Senh \rho)} - \beta_{\bar{Z}_c} = \arctg \frac{c''}{c'}$	$c' = C \cos \beta_{\bar{C}}$	$c'' = C \sin \beta_{\bar{C}}$
$\bar{D} = \bar{A}$	$\bar{D} = \bar{A}$	$\beta_{\bar{D}} = \beta_{\bar{A}}$	$d' = a'$	$d'' = a''$

VII.1 Fórmulas para la obtención de las constantes auxiliares

Método de las funciones hiperbólicas y circulares

$$\begin{aligned}\bar{A} = \bar{D} &= (a' + ja'') = \cosh \bar{\Theta}c = (\cosh \Theta'_c \cdot \cos \Theta_c'') + j(\sinh \Theta'_c \cdot \sen \Theta_c'') \\ \bar{B} &= (b' + jb'') = \bar{Z}_c \cdot \sinh \bar{\Theta}c = \bar{Z}_c \cdot ((\sinh \Theta'_c \cdot \cos \Theta_c'') + j(\cosh \Theta'_c \cdot \sen \Theta_c'')) \\ \bar{C} &= (c' + jc'') = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot \sinh \bar{\Theta}c = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot ((\sinh \Theta'_c \cdot \cos \Theta_c'') + j(\cosh \Theta'_c \cdot \sen \Theta_c''))\end{aligned}$$

Método del desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares

$$\begin{aligned}\bar{A} = \bar{D} &= (a' + ja'') = \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{2} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{4} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{6} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{8} + \dots \right] \\ \bar{B} &= (b' + jb'') = \bar{Z}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{5} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{7} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{9} + \dots \right] \\ \bar{C} &= (c' + jc'') = \bar{Y}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{5} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{7} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{9} + \dots \right]\end{aligned}$$

Se tomará un término con 80km, dos términos con 160km, tres términos con 240km, etc.

Impedancia característica

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_{LINEA}}{\bar{Y}_{LINEA}}} \quad \text{con:} \quad \begin{aligned}\bar{Z}_{LINEA} &= (R_{LINEA} + jX_{LINEA}) = \bar{Z}_L \\ \bar{Y}_{LINEA} &= (G_{LINEA} + jB_{LINEA}) = \bar{Y}_L\end{aligned}$$

Ángulo característico

$$\begin{aligned}\bar{\Theta}c &= \sqrt{\bar{Z}_{LINEA} \cdot \bar{Y}_{LINEA}} \quad \text{En radianes.} \\ \bar{\Theta}c_{GRADOS} &= \frac{360^\circ}{2\pi} (\Theta'_c + j\Theta_c'') = \frac{360^\circ}{2\pi} \sqrt{\bar{Z}_{LINEA} \cdot \bar{Y}_{LINEA}} = \text{en.. gra dos.}\end{aligned}$$

Potencia característica

$$P_c = \frac{U_{LINEA}^2}{Z_c} \quad \text{Siendo el valor de la tensión, sólo en módulo: } \bar{U}_{LINEA} = \bar{V}_{FASE} \cdot \sqrt{3}$$

**VII.II. Comprobación de las constantes auxiliares**

1. $\bar{A} - \bar{B}\bar{C} = (1 + j0)$ Siendo $\bar{A} = (a' + ja'')$ $\bar{B} = (b' + jb'')$
 $\bar{C} = (c' + jc'')$
2. $(a'^2 - a''^2) - (b'c') + (b''c'') = 1$
3. $(2a'a'') - (b'c'') + (b''c') = 0$

Para que las constantes sean correctas se tienen que cumplir las tres condiciones a la vez.

VII.III. Fórmulas a aplicar con el método de las constantes

Conocidos los valores al principio de línea. (Todos los parámetros son vectores.)

$$\begin{array}{ll} \text{Carga: } \bar{V}_2 = \bar{V}_1 \cdot \bar{D} - \bar{I}_1 \cdot \bar{B} & \text{Vacío: } \bar{V}_2 = \bar{V}_1 \cdot \bar{D} \\ \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot \bar{A} - \bar{V}_1 \cdot \bar{C} & \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot \bar{A} \end{array}$$

Conocidos los valores al final de línea. (Todos los parámetros son vectores.)

$$\begin{array}{ll} \text{Carga: } \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} & \text{Vacío: } \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{A} \\ \bar{I}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} & \bar{I}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{C} \end{array}$$

VII.IV. Fórmulas generales para sistemas eléctricos de potencia

Potencia activa, reactiva y aparente trifásicas

$$P_i = U_i \cdot I_i \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_i \quad Q_i = U_i \cdot I_i \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_i \quad \bar{S}_i = \bar{U}_i \cdot \bar{I}_i^* \cdot \sqrt{3} = (P_i + jQ_i)$$

$$P_1 = S_1 \cdot \cos \phi_i \quad Q_1 = S_1 \cdot \sin \phi_i \quad S_1 = \frac{P_i}{\text{tag} \phi_i}$$

Impedancia, reactancia inductiva, y ángulo total de un sistema de potencia

$$\bar{Z}_i = (R_i + jX_i) = Z_i \angle \phi_i \quad X_{TRi} = \frac{U_{ni}^2}{S_{ni}} \varepsilon_{XCCni} \quad \phi_i = \phi_{\bar{U}_i} - \phi_{\bar{I}_i} = \phi_{\bar{S}_i}$$

Intensidad al final de línea, tensión de fase, tensión al inicio de línea y rendimiento total de un sistema de potencia

$$\bar{I}_i = \frac{P_i}{U_i \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_i} \angle (\phi_{\bar{U}_i} - \phi_{\bar{I}_i}) \quad \bar{V}_i = \frac{\bar{U}_i}{\sqrt{3}} \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z}_{12} \cdot \bar{I}_{12}$$

$$\eta = \frac{P_{SALIDA}}{P_{ENTRADA}} 100$$

Fórmula para obtener el módulo de la tensión al final de línea conocidos: la tensión al inicio de línea, las potencias finales de línea y la impedancia de la línea

$$U_2^4 + [2 \cdot (R_{12} \cdot P_2 + X_{12} \cdot Q_2) - U_1^2] U_2^2 + (Z_{12} \cdot S_2)^2 = 0$$

Compensación de energía reactiva. Diversas fórmulas para su obtención, conocidas las tensiones de la zona a compensar, así como la potencia total activa y las impedancias

$$Q_{2-NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_2 + Kp)^2} \quad Q_{COMP} = (Q_{2-NUEVA} - Q_{2-ANTIGUA})$$

$$K = \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \quad K = \frac{U_2^2}{Z_{12}} \cos \phi_{Z12} \quad K = \frac{U_2^2}{Z_{12}} \operatorname{sen} \phi_{Z12} \quad X_{COMP} = \frac{U_i^2}{Q_{COMP}}$$

$$C_{COMP} = \frac{1}{X_{COMP} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}$$

Impedancias de los transformadores trifásicos con tres devanados

$$X_{PS} = \frac{U_{PS}^2}{S_{PS}} \epsilon_{XCCPS} \quad X_{ST} = \frac{U_{ST}^2}{S_{ST}} \epsilon_{XCCST} \quad X_{PT} = \frac{U_{PT}^2}{S_{PT}} \epsilon_{XCCPT}$$

$$X_P = \frac{X_{PS} + X_{PT} - X_{ST}}{2} \quad X_S = \frac{X_{PS} + X_{ST} - X_{PT}}{2} \quad X_T = \frac{X_{PT} + X_{ST} - X_{PS}}{2}$$

ANEXO VIII. Método del circuito equivalente en "T", y en "II"

VIII.I. Método del circuito equivalente en "T"

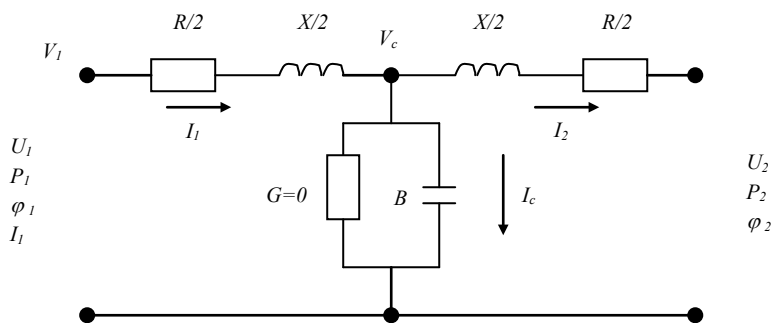
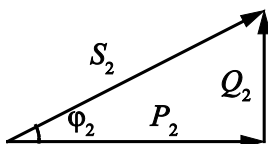


Fig. VIII.1
Circuito equivalente en "T" para una línea de longitud media

Régimen en carga



$$P_2 = S_2 \cdot \cos \phi_2 \quad \text{siendo} \quad P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \operatorname{sen} \phi_2 \quad \text{siendo} \quad Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \operatorname{sen} \phi_2$$



$$\bar{S}_2 = \frac{P_2}{\cos \phi_2} \quad \text{siendo} \quad \bar{S}_2 = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = (P_2 + jQ_2)$$

Otras fórmulas importantes son: $\phi_2 = \phi_{v2} - \phi_{I2}$ $\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2} (\phi_{v2} - \phi_2)$

Las fórmulas específicas del circuito equivalente en "T" (ver Figura) son:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_{Linea}}{2} \cdot \bar{I}_2 \quad \bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_{Linea}}{2} \bar{I}_1$$

Y recordando que: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$ la tensión es: $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1Fase} \cdot \sqrt{3}$ y el ángulo inicial es: $\phi_1 = \phi_{U1} - \phi_{I1}$

Conocidos la tensión, intensidad y ángulo inicial podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_1 \quad Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen} \phi_1 \quad \bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1)$$

Finalmente la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento del sistema serán:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 \quad \Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} 100$$

La caída de tensión no excederá de un 10%. La pérdida de potencia no excederá de un 3% cada 100km

Régimen en vacío

En ese caso, los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y por tanto las potencias, la intensidad y el ángulo final de línea son nulas:

$$P_2 = Q_2 = S_2 = 0. \quad \phi_2 = \phi_{v2} - \phi_{I2} = 0 \quad \bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2} (\phi_{v2} - \phi_2 = 0)$$

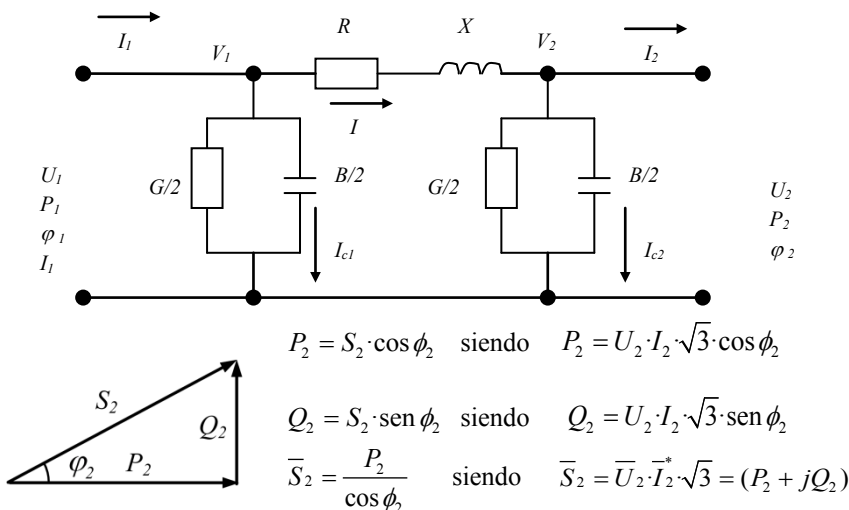
Las otras fórmulas quedan como sigue:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_{Linea}}{2} \bar{I}_2 = \bar{V}_2 \quad \bar{I}_C = \bar{B} \bar{V}_C = \bar{B} \bar{V}_2 \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = \bar{I}_C$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_{Linea}}{2} \bar{I}_1 = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}}{2} \bar{I}_C$$

Una vez obtenidas la intensidad y la tensión al inicio de línea se prosigue con las fórmulas dadas para el régimen de carga.

VIII.II. Método del circuito equivalente en Π



Otras fórmulas importantes son: $\phi_2 = \phi_{v2} - \phi_{I2}$ $\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2} (\phi_{v2} - \phi_2)$

Las fórmulas específicas del circuito equivalente en "II" (ver Figura) son:

$$\bar{I}_{C2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad \bar{I} = \bar{I}_{C2} + \bar{I}_2 \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \quad \bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2}$$

Al principio de línea tendremos:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \quad \bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_{C1} + \bar{I}$$

Y recordando que: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$ la tensión es: $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1Fase} \cdot \sqrt{3}$ y el ángulo inicial es:
 $\phi_1 = \phi_{U1} - \phi_{I1}$

Conocidos la tensión, la intensidad y ángulo inicial podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_1 \quad Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_1$$

$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1)$$

Finalmente la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento del sistema serán:



$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 \qquad \Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 \qquad \eta = \frac{P_2}{P_1} 100$$

La caída de tensión no excederá de un 10%. La pérdida de potencia no excederá de un 3% cada 100km

Régimen de vacío

En ese caso, los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y por tanto las potencias, la intensidad y el ángulo final de línea son nulas:

$$P_2 = Q_2 = S_2 = 0. \qquad \phi_2 = \phi_{v2} - \phi_{l2} = 0$$

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2} (\phi_{v2} - \phi_2 = 0)$$

Las otras fórmulas quedan como sigue:

$$\bar{I}_{C2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \qquad \bar{I} = \bar{I}_{C2} + \bar{I}_2 = \bar{I}_{C2} \qquad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \qquad \bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{C1} + \bar{I}$$

Una vez obtenidas la intensidad y la tensión al inicio de línea se prosigue con las fórmulas dadas para el régimen de carga.

ANEXO IX. Fórmulas para el cálculo de líneas eléctricas

IX.1. Cálculo del Efecto Corona

Tensión crítica disruptiva (Uc)

$$U_c = 84 \cdot mc \cdot mt \cdot r \cdot \delta \cdot \log \frac{D}{re}$$

Con:

mc = Coeficiente de rugosidad del conductor con:
 mc = 1 para hilos con superficie lisa
 mc = de 0.93 a 0.98 para hilos oxidados o rugosos
 mc = de 0.83 a 0.87 para cables

mt = Coeficiente de la humedad relativa del aire, que provoca una disminución en la Uc (lluvia, niebla, escarcha, nieve) con:

mt = 1 para tiempo seco
 mt = 0.8 para tiempo húmedo
 re = Radio del conductor en centímetros

D = Distancia media geométrica entre fases, en centímetros

δ = Factor de corrección de la densidad del aire, en función de la altura sobre el nivel del mar. Si la temperatura se pone en grados centígrados y la altura de presión de la columna de mercurio en cm de Hg, la densidad del aire no tendrá unidades

ϑ = Temperatura ambiente en °C

$$\delta = \frac{3.921h}{273 + \sigma}$$

Para hallar la altura de presión del aire en cm de Hg, utilizaremos la expresión dada por Halley:

Fórmula de Halley

$$\log h = \log 76 - \frac{y}{18336}$$

Donde: h = altura de presión del aire en cm de Hg (mercurio)

y = altura topográfica en (m)

Tensión más elevada (U_{me})

La tensión más elevada se obtendrá en tablas, o bien aplicando un aumento del 10% al 15% por encima de la tensión nominal:

$$U_{me} = 1.15 U_n$$

Comprobación del Efecto Corona

Si $U_c < U_{me}$ si se produce el efecto corona

Si $U_c > U_{me}$ no se produce el efecto corona

Pérdida de potencia por Efecto Corona (Fórmula de Peek)

$$P_{km-FASE} = \frac{241}{\delta} (f + 25) \sqrt{\frac{re}{D}} \left[\frac{U_{MAX}}{\sqrt{3}} - \frac{U_{CRITICA}}{\sqrt{3}} \right]^2 \cdot 10^{-5} (kW / km - Fase)$$

Con:

U_c = Tensión eficaz compuesta crítica disruptiva, capaz de producir el efecto corona, en kV

δ = Factor de corrección de la densidad del aire (sin unidades)

r = Radio del conductor en centímetros

f = Frecuencia en períodos por segundo, en general 50 Hz

D = distancia media geométrica entre fases, en centímetros

U_{max} = Tensión compuesta más elevada, definida en el artículo 2 del Reglamento de Líneas, en kilovoltios. Si no se dispone del reglamento, adoptar $U_{max} = U_n \cdot 1.15$

**IX.II. Momento Eléctrico**

$$Me = Pe \cdot L = u\% \cdot \frac{U_n^2}{R_{K-fase} + X_{K-fase} \cdot \text{tag}\phi}$$

Con:

L = Longitud de la línea en km

u% = Caída de tensión en tanto por ciento, siempre menor al 10%

Pe = Potencia que podrá transportar la línea calculada mediante el momento eléctrico, en MW

Un = Tensión nominal de la línea en kilovoltios (kV)

Me = Momento Eléctrico, en MW · km

R_{K-fase} = Resistencia eléctrica por kilómetro y fase, en Ω/kmX_{K-fase} = Reactancia inductiva por kilómetro y fase, en Ω/kmtagφ = tangente del ángulo total (φ_V - φ_I), calculado para el tramo buscado (final de línea por ejemplo)

Entonces:

$$L = \frac{Me}{Pe} (km) \quad Pe = Me \cdot L (MW)$$

Que es la distancia máxima (en km) a la que el sistema (línea) podrá transportar una determinada potencia, o bien, la potencia máxima que el sistema podrá transportar a una determinada distancia.

IX.III. Pérdida de potencia en el transporte de energía

$$P_{K\%} = \frac{100 R_{K-fase}}{U_n^2} \cdot \frac{Pe}{\cos^2 \phi} \quad P_{\%100km} = P_{K\%} \cdot 100$$

$$P_{pérdida-total-\%} = P_{K\%} \cdot L \quad P_{pérdida-total} = P_{T\%} \cdot Pe$$

Con:

P_{k%} = Pérdida de potencia por cada km y fase, en %

Un = Tensión nominal de la línea, en KV

Pe = Potencia que podrá transportar la línea calculada mediante el momento eléctrico, en MW

cosφ = coseno del ángulo total (φ_V - φ_I), de un tramo de línea considerado (final de línea por ejemplo)P_{%-100km} = Pérdida de potencia, en %, a los 100 km (este valor no debe superar el 3% según normas)P_{%pérdida-total} = Pérdida de potencia en %, para el total de la longitud de la líneaP_{pérdida-total} = Potencia total pérdida (MW) para el total de la longitud de la línea

Como máximo se admite una pérdida de potencia inferior al 3% por cada 100km de línea.

IX.IV. Pérdida de potencia por efecto térmico

$$P_{MAX} = (\sqrt{3} \cdot U_2 \cdot \cos \phi_2 \cdot I_{MAX}) \cdot N^{\circ}_{CONDUCTORES} \cdot N^{\circ}_{CIRCUITOS}$$

Con:

P_{MAX} = Potencia máxima a transportar sin rebasar los límites térmicos en MW

U_2 = Tensión compuesta al final de línea en kV

$\cos \delta_2$ = Ángulo total al final de línea ($\delta_2 = \delta_{U2} - \delta_{I2}$)

$I_{MAX} = \delta'_{MAX} \cdot S_{CONDUCTOR}$ (Intensidad máxima modificada por tablas)

$\delta'_{MAX} = \delta_{MAX} \cdot \gamma$

δ_{MAX} = Densidad de corriente máxima admisible del (Aluminio) en tablas

γ = Factor de corrección de la densidad admisible que depende de la composición del cable

$\gamma = 0.902$ para 30 Aluminio + 7 Acero

$\gamma = 0.926$ para 6 Aluminio + 7 Acero y 26 Aluminio + 7 Acero

$\gamma = 0.941$ para 54 Aluminio + 7 Acero

La I_{max} , puede hallarse directamente en la tabla V.VIII de estos anexos, siempre para un circuito simple, ya que si existen más de un circuito, o bien, más de un conductor por circuito, ya se tiene en cuenta en la fórmula dada en este apartado.



ANEXO X. Resumen de fórmulas de líneas eléctricas

Magnitud	Módulo	Argumento	Parte real	Parte imaginaria
$\bar{Y} = G + jB$	$\bar{Y} = \sqrt{G^2 + B^2}$	$\varphi_{\bar{y}} = \text{arc tg} \frac{B}{G}$	$G = Y \cos \varphi_{\bar{y}}$	$B = Y \text{ sen } \varphi_{\bar{y}}$
$\bar{Z} = R + jX$	$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$	$\varphi_{\bar{z}} = \text{arc tg} \frac{B}{G}$	$R = Z \cos \varphi_{\bar{z}}$	$X = Z \text{ sen } \varphi_{\bar{z}}$
$\bar{\theta} = \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}$	$\theta = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{\sqrt{R^2 + X^2}}{G^2 + B^2}}$	$\varphi_{\theta} = \frac{1}{2}(\varphi_{\bar{z}} + \varphi_{\bar{y}})$	$\theta' = \theta \text{Cosh } \varphi_{\theta} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{(R^2 + X^2)(G^2 + B^2)} + RG - XB \right]}$	$\theta'' = \theta \text{Senh } \varphi_{\theta} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{(R^2 + X^2)(G^2 + B^2)} - RG + XB \right]}$
$\bar{Z}_e = \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}}$	$Z_e = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{\sqrt{R^2 + X^2}}{G^2 + B^2}}$	$\varphi_{Z_e} = \frac{1}{2}(\varphi_{\bar{z}} + \varphi_{\bar{y}})$	$Z'_e = Z_e \cos \varphi_{\bar{z}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\frac{R^2 + X^2}{G^2 + B^2} + \frac{RG + XB}{G^2 + B^2} \right]}$	$Z''_e = Z_e \text{ sen } \varphi_{\bar{z}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\frac{R^2 + X^2}{G^2 + B^2} - \frac{RG + XB}{G^2 + B^2} \right]}$
$\text{Cosh } \bar{\theta} = \text{Cosh}(\theta' + j\theta'')$	$p(\cos \bar{\theta}) = \sqrt{(\text{Cosh } \theta')^2 - (\text{Senh } \theta'')^2} = \sqrt{(\text{Senh } \theta')^2 + (\text{Cosh } \theta'')^2}$	$\varphi \cosh \bar{\theta} = \text{arctg}(\text{Tangh } \theta' \text{ tg } \theta'')$	$(\text{Cosh } \theta') = \text{Cosh } \theta' \cos \theta''$	$(\text{Cosh } \theta'') = \text{Senh } \theta' \text{ sen } \theta''$
$\text{Senh } \bar{\theta} = \text{Senh}(\theta' + j\theta'')$	$p(\text{Senh } \bar{\theta}) = \sqrt{(\text{Cosh } \theta')^2 - (\text{Cosh } \theta'')^2} = \sqrt{(\text{Senh } \theta')^2 + (\text{Senh } \theta'')^2}$	$\varphi \text{Senh } \bar{\theta} = \text{arctg} \frac{\text{tg } \theta''}{\text{Tangh } \theta'}$	$(\text{Senh } \theta') = \text{Senh } \theta' \cos \theta''$	$(\text{Senh } \theta'') = \text{Cosh } \theta' \text{ sen } \theta''$

ANEXO XI. Fórmulas para el cálculo de cortocircuitos mediante el método de las redes de secuencia y las componentes simétricas

XI.1. Cálculo por el Método de las Componentes Simétricas

Operador de giro (\underline{a})

El operador: $\underline{a} = \underline{a}^4 = (-0.5 + j 0.87) = 1(120^\circ)$ equivale a un giro del vector de $+120^\circ$

$\underline{a}^2 = (-0.5 - j 0.87) = 1(240^\circ)$ equivale a un giro del vector de $+240^\circ$

$\underline{a}^3 = (1 + j0) = 1(0^\circ)$ equivale a un giro del vector de $+360^\circ$

Ecuaciones (A): conocidas las componentes simétricas, permiten hallar los vectores principales.

$$\begin{aligned}\bar{I}_R &= \bar{I}_{R_1} + \bar{I}_{R_2} + \bar{I}_{R_0} \\ \bar{I}_S &= \bar{I}_{S_1} + \bar{I}_{S_2} + \bar{I}_{S_0} = \bar{I}_{R_1} \bar{a}^2 + \bar{I}_{R_2} \bar{a} + \bar{I}_{R_0} \\ \bar{I}_T &= \bar{I}_{T_1} + \bar{I}_{T_2} + \bar{I}_{T_0} = \bar{I}_{R_1} \bar{a} + \bar{I}_{R_2} \bar{a}^2 + \bar{I}_{R_0}\end{aligned}$$

Ecuaciones (B): conocidos los vectores principales, permiten hallar sus componentes simétricas.

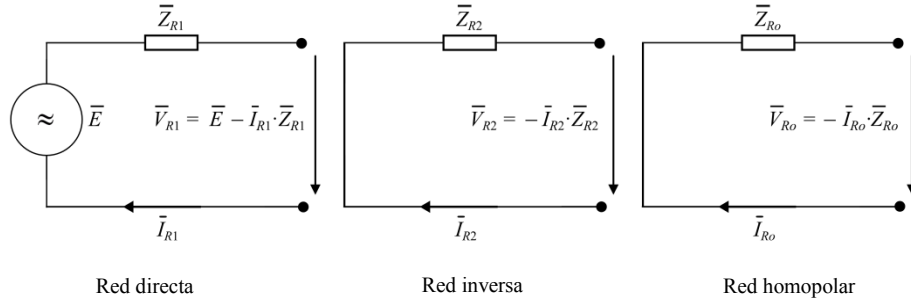
$$\bar{I}_{R_1} = \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{I}_S \bar{a} + \bar{I}_T \bar{a}^2) \quad \bar{I}_{R_2} = \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{I}_S \bar{a}^2 + \bar{I}_T \bar{a}) \quad \bar{I}_{R_0} = \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T)$$

Intensidades y tensiones referidas a la fase (R): las componentes (I_1 , I_2 y I_0) de la corriente o (U_1 , U_2 y U_0) de la tensión se refieren siempre a la fase (R). Normalmente, esta fase de referencia no se indica como subíndice.

$$\begin{aligned}\bar{I}_R &= \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_0 & \bar{I}_1 &= \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{a} \bar{I}_S + \bar{a}^2 \bar{I}_T) \\ \bar{I}_S &= \bar{a}^2 \bar{I}_1 + \bar{a} \bar{I}_2 + \bar{I}_0 & \bar{I}_2 &= \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{a}^2 \bar{I}_S + \bar{a} \bar{I}_T) \\ \bar{I}_T &= \bar{a} \bar{I}_1 + \bar{a}^2 \bar{I}_2 + \bar{I}_0 & \bar{I}_0 &= \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T) \\ \bar{U}_R &= \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_0 & \bar{U}_1 &= \frac{1}{3}(\bar{U}_R + \bar{a} \bar{U}_S + \bar{a}^2 \bar{U}_T) \\ \bar{U}_S &= \bar{a}^2 \bar{U}_1 + \bar{a} \bar{U}_2 + \bar{U}_0 & \bar{U}_2 &= \frac{1}{3}(\bar{U}_R + \bar{a}^2 \bar{U}_S + \bar{a} \bar{U}_T) \\ \bar{U}_T &= \bar{a} \bar{U}_1 + \bar{a}^2 \bar{U}_2 + \bar{U}_0 & \bar{U}_0 &= \frac{1}{3}(\bar{U}_R + \bar{U}_S + \bar{U}_T)\end{aligned}$$



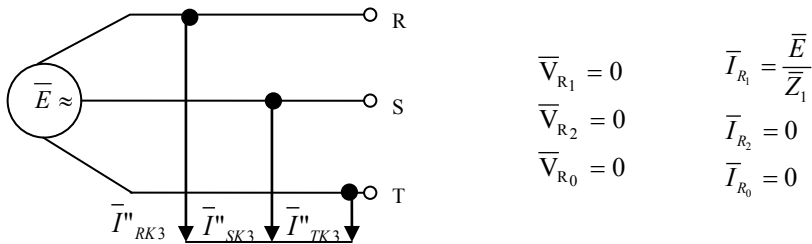
Ecuaciones (C): aplicando las leyes de Kirchoff y las redes de secuencia hallamos las Ecuaciones C.



XI.II. Cálculo del Cortocircuito Trifásico

Las condiciones iniciales: que definen a este cortocircuito son: $\bar{U}_R = \bar{U}_S = \bar{U}_T = 0$

Las componentes simétricas: de las tensiones y de las corrientes son:



Las intensidades serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{I}_R = \frac{1.1 \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_1} [0^\circ] \quad \bar{I}_S = \frac{1.1 \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_1} [240^\circ] \quad \bar{I}_T = \frac{1.1 \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_1} [120^\circ]$$

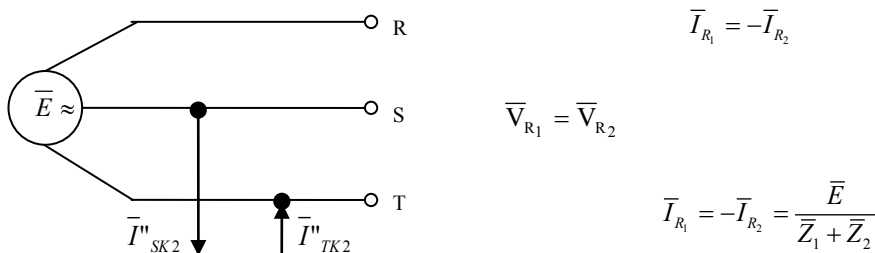
Las tensiones serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{U}_R = \bar{U}_S = \bar{U}_T = 0$$

XI.III. Cálculo del Cortocircuito Bifásico

Las condiciones iniciales: que definen a este cortocircuito son: $\bar{I}_R = 0 \quad \bar{V}_S = \bar{V}_T$. Las componentes homopolares son nulas en este cortocircuito.

Las componentes simétricas: de las tensiones y de las corrientes son:



Las intensidades serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{I}_R = 0 \quad \bar{I}_S = \frac{1.1 \bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \angle -90^\circ \quad \bar{I}_T = \frac{1.1 \bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \angle 90^\circ$$

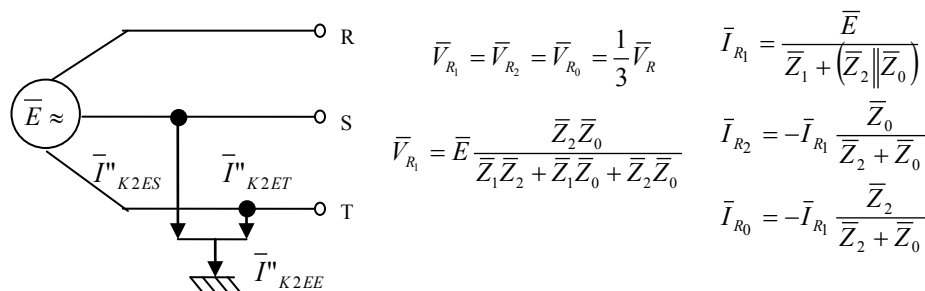
Las tensiones serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{V}_R = \frac{1.1 \bar{U}_n}{\sqrt{3}} \frac{2 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} (0^\circ) \quad \bar{V}_S = \bar{V}_T = \frac{1.1 \bar{U}_n}{\sqrt{3}} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \angle 180^\circ$$

XI.IV. Cálculo del Cortocircuito Bifásico a Tierra

Las condiciones iniciales: que definen a este cortocircuito son: $I_R = 0 \quad V_S = V_T = 0$

Las componentes simétricas: de las tensiones y de las corrientes son:





Las intensidades serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{I}_R = 0 \quad \bar{I}_S = j1.1\bar{U}_n \frac{\bar{a}\bar{Z}_2 - \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0} \quad \bar{I}_T = -j1.1\bar{U}_n \frac{\bar{a}^2\bar{Z}_2 - \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0}$$

$$\bar{I}_{EE} = 1.1\bar{U}_n \cdot \sqrt{3} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0}$$

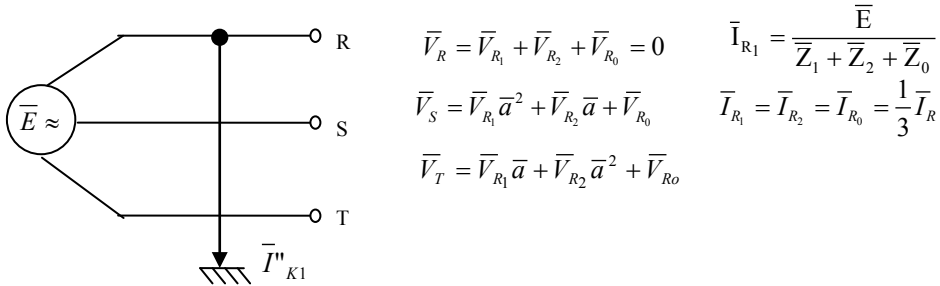
Las tensiones serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{V}_R = 1.1\sqrt{3}\bar{U}_n \frac{\bar{Z}_2\bar{Z}_0}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0} \quad \bar{V}_S = \bar{V}_T = 0$$

XI.V. Cálculo del Cortocircuito Monofásico a Tierra

Las condiciones iniciales: que definen a este cortocircuito son: $\bar{V}_R = 0 \quad \bar{I}_S = \bar{I}_T = 0$

Las componentes simétricas: de las tensiones y de las corrientes son:



Las intensidades serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{I}_R = \frac{1.1\bar{U}_n\sqrt{3}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \quad \bar{I}_S = \bar{I}_T = 0$$

Las tensiones serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{V}_R = 0 \quad \bar{V}_T = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}} \left(\bar{a} - \frac{\bar{Z}_1\bar{a} + \bar{Z}_2\bar{a}^2 + \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right) \quad \bar{V}_S = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}} \left(\bar{a}^2 - \frac{\bar{Z}_1\bar{a}^2 + \bar{Z}_2\bar{a} + \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right)$$

XI.VI. Otras Fórmulas de Interés en Componentes Simétricas

1. Redes trifásicas con tensiones nominales mayores de 1kV, (tanto para cortocircuitos próximos al generador como para los cortocircuitos alejados de él):

$$\frac{c \cdot U_h}{\sqrt{3}} = \frac{c \cdot U_N}{\sqrt{3}}$$

Con:

- U_N Tensión nominal (tensión entre líneas) de la red en el punto de cortocircuito.
 - $c = 1.1$ Diferencia entre la fuerza electromotriz y la tensión de la red en el punto de falta.
2. Redes trifásicas con tensiones nominales menores a 1kV (sin generadores de baja tensión):

$$\frac{c \cdot U_h}{\sqrt{3}} = \frac{c \cdot U_{NT}}{\sqrt{3}}$$

Con:

- U_{NT} Tensión nominal del lado de baja tensión de los transformadores que alimentan a la red.
 - $c = 1$ Diferencia entre la fuerza electromotriz y la tensión de la red para el cálculo de las máximas corrientes iniciales simétricas de cortocircuito.
 - $c = 0.95$ Diferencia entre la fuerza electromotriz y la tensión de la red para el cálculo de las mínimas corrientes iniciales simétricas de cortocircuito.
3. En caso de redes con tensiones nominales superiores a 1kV: donde existan generadores con $X''_d > 20\%$ que alimentan directamente (sin transformadores intercalados) al punto de cortocircuito, o bien, si se disponen de redes con tensiones nominales menores o iguales a 1kV en donde el punto de cortocircuito está alimentado por generadores de baja tensión, se cumple para las fuerzas electromotrices de los generadores la siguiente expresión:

$$\frac{c \cdot U_h}{\sqrt{3}} = \frac{c \cdot U_{NG}}{\sqrt{3}} + I_{NG} \cdot X''_d \cdot \sin \phi_{NG}$$

Con:

- U_{NG} Tensión nominal del generador
- I_{NG} Corriente nominal del generador
- X''_d Reactancia inicial del generador
- ϕ_{NG} Ángulo de desfase entre $U_{NG}/\sqrt{3}$ y I_{NG} para servicio nominal



4. Observaciones generales relativas al cálculo

En redes que dispongan de una impedancia (Z) de cortocircuito formada principalmente por elementos inductivos (impedancias de bobinas, transformadores, motores y generadores) y que sólo presenten tramos cortos paralelos de líneas aéreas o cables, normalmente es posible prescindir de las resistencias dado que su valor es mucho menor al de las inductancias (sobre todo con redes con tensiones nominales superiores a 1kV). Con esta omisión, el valor de las impedancias no difiere apreciablemente del de las reactancias. Tampoco es necesario tener presente las resistencias efectivas de las líneas que presenten tensiones de servicio varias veces superiores a la tensión de la red en la que está situado el punto de cortocircuito. Con todas estas simplificaciones, la impedancia de cortocircuito considerada resulta ser algo menor que la impedancia real, y por tanto, los valores de las corrientes de cortocircuito calculados con estas impedancias resultarán aumentados respecto a su valor real, o sea, que estos valores nos darán un cierto margen de seguridad.

Por el contrario, para dimensionar las instalaciones e interruptores de protección es necesario conocer el valor de la máxima corriente asimétrica de cortocircuito (I_s) dependiendo su valor de la relación entre la resistencia efectiva y la reactancia del sistema, es decir, del factor (χ). Por ello, si los dispositivos y componentes implicados en el cortocircuito presentan resistencias efectivas grandes (cables y líneas aéreas largas o de poca sección, o incluso transformadores de poca potencia), al despreciar estas resistencias efectivas se obtendría, además de un valor demasiado pequeño para la impedancia de cortocircuito, un factor (χ) demasiado grande, es decir, una corriente máxima asimétrica demasiado elevada. Lo que conllevaría a elegir dispositivos de protección con una resistencia dinámica excesiva, aumentándose en demasía y sin razón su precio final.

Cuando las tensiones superen los 1000V, se podrá despreciar las impedancias de las barras de las instalaciones de maniobra. Por el contrario, cuando las tensiones sean inferiores a este valor (1kV), deben tenerse presentes las impedancias de las barras y de las uniones entre aparatos, aunque sólo dispongan de unos metros, al efectuar el cálculo de la impedancia de cortocircuito de la red. Las resistencias de paso debidas a los contactos o ha uniones por tornillos (que alcanzan valores de hasta 0.08m Ω) reducen también el valor de la corriente de cortocircuito en las instalaciones de baja tensión, aunque su cálculo con precisión resulta prácticamente imposible, despreciándose para el análisis de las corrientes de cortocircuito.

Resumiendo, puede decirse que si despreciamos las resistencias efectivas simplificaremos la determinación de la impedancia de cortocircuito de la red, sobre todo si ésta presenta ramas en paralelo y mallas, pero teniendo muy presente que a la hora de determinar las corrientes máximas asimétricas de cortocircuito (I_s) no se podrán realizar estas simplificaciones.

ANEXO XII. Fórmulas, Factores correctores y Tablas para el Cálculo de las Corrientes de Cortocircuito Mediante la Norma VDE 0102

XII.1. Cálculo de las corrientes de cortocircuito I_s , I_a e I_k

Las corrientes de cortocircuito (I_s , I_a , e I_k) se calculan a partir de la corriente inicial simétrica de cortocircuito (I''_k) y de los factores indicados en las directrices VDE 0102. Si el punto de cortocircuito está alimentado directamente por las distintas fuentes de corriente de cortocircuito se cumplen las siguientes relaciones para (I_s , I_a , I_{aM} e I_k):

Corriente máxima asimétrica de cortocircuito (I_s): $I_s = \chi \cdot \sqrt{2} \cdot I''_k$

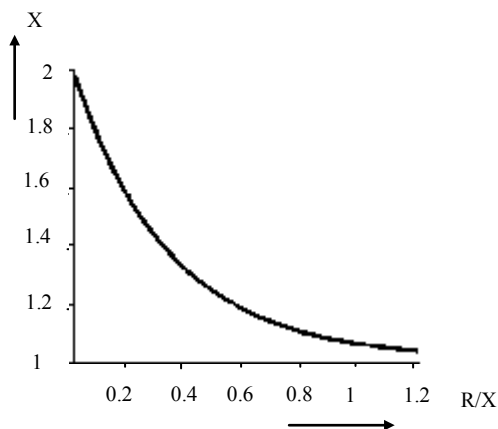


Fig. XII.I
Factor (χ) para calcular la corriente máxima asimétrica de cortocircuito (I_s). Donde (R) y (X) son la resistencia (R_k) y la reactancia (X_k) de la impedancia de cortocircuito de la red (Z_k)

El factor (χ) depende de la relación (R_k/X_k) correspondiente a los distintos elementos o dispositivos implicados en el cortocircuito y tiene presente el amortiguamiento temporal de la componente aperiódica y, en el caso de cortocircuitos próximos al generador, el de la componente simétrica.

Corriente simétrica de corte (I_a)

Máquinas síncronas: $I_a = \mu \cdot I''_k$

Máquinas asíncronas: $I_{aM} = \mu \cdot q \cdot I''_k$

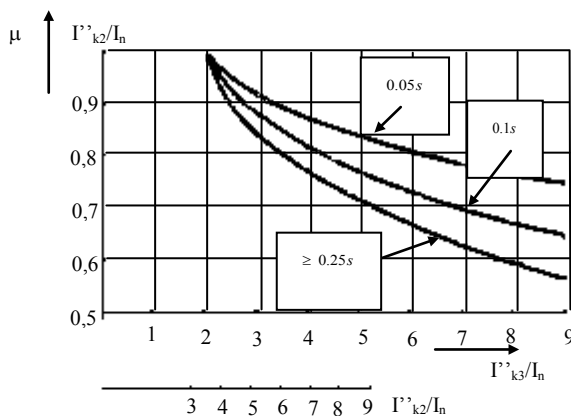


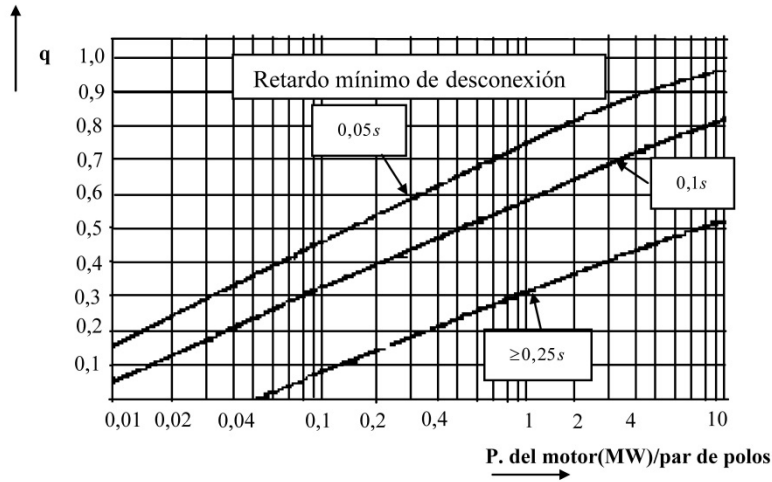
Fig. XII.II
Factor (μ) para calcular la corriente simétrica de corte (I_a)



El factor (μ) depende de la relación (I''_K / I_n) de los distintos generadores síncronos existentes en el circuito y del retardo mínimo de desconexión (t_V).

El factor (g) depende de la relación entre la potencia del motor asíncrono, del número de pares de polos y del retardo mínimo de desconexión (t_V). Este factor vale la unidad si no existen motores asíncronos en la red analizada.

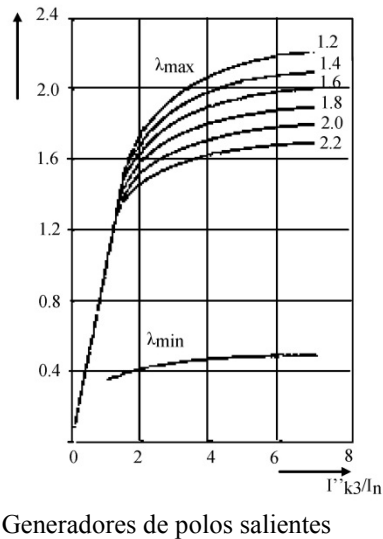
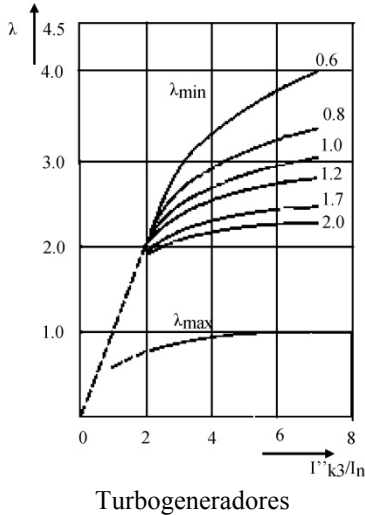
Fig.XII.III
Factor (g) para calcular la corriente simétrica de corte (I_{aM}) de un motor asíncrono



Corriente permanente de cortocircuito (I_K):

$$\bar{I}_K = \lambda \cdot I_n$$

Gráfica XII.IV
Factores (λ_{max} y λ_{min}) para calcular las corrientes permanentes de cortocircuito máxima (I_{Kmax}) y mínima (I_{Kmin}) correspondientes a una máquina síncrona



El factor (λ) depende de la relación (I''_K / I_n), de las condiciones de excitación y del tipo de máquina síncrona que exista en la red analizada.

En las redes mixtas formadas por fuentes de corriente de cortocircuito de diverso valor, existirán corrientes de cortocircuito parciales circulando por las diversas ramas que presentarán relaciones (R/X) diferentes. Por ello, las diversas porciones de las corrientes de cortocircuito se amortiguan siguiendo constantes de tiempo distintas (según la VDE 0102). Se remite al lector a la sección de problemas resueltos para comprobar cómo se efectúa el cálculo de redes múltiples.





Bibliografía

1. Castejon, A; Santamaria, G. (1993) Tecnología eléctrica. McGraw-Hill.
2. Checa, Luis M. (1988) Líneas de transporte de energía eléctrica. 3.ª edición. Marcombo.
3. Martínez Velasco, J. (1996) Líneas y redes eléctricas. 3.ª edición. CPDA. ETSEIB.
4. Ministerio de Industria y Energía (1998) Reglamento Electrotécnico de Alta Tensión.
5. Mujal Rosas, Ramón M. (1998) Líneas y redes eléctricas. Protección de sistemas de potencia. Colección de problemas. 2.ª edición. UPC. ETSEIT.
6. Mujal Rosas, Ramón M. (2000) Tecnología eléctrica. Edicions UPC. Aula Politécnica.
7. Mujal Rosas, Ramón M. (2001) Electrotecnia. Edicions UPC. Aula Politécnica.
8. Ras, E. (1988) Teoría de circuitos. 4.ª edición. Marcombo.
9. Stevenson, William D. (1992) Análisis de sistemas eléctricos de potencia. 2.ª edición. McGraw-Hill.

