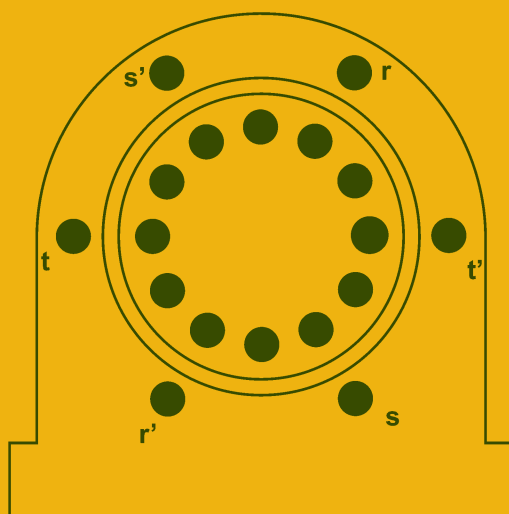


Oriol Boix Aragonès
Joan Rull Duran

Màquines elèctriques



Màquines elèctriques

Oriol Boix Aragonès
Joan Rull Duran

Índex

Presentació	11
Introducció a les màquines elèctriques	13
El transformador monofàsic	15
1- El transformador ideal	15
1-1- Transformador ideal en càrrega	16
2- Transformador quasi ideal	17
2-1- Connexió en buit	18
2-2- Transformador en càrrega	20
2-2-1- Potències	23
2-3- Conclusions sobre el transformador quasi-ideal	24
3- Transformador quasi-ideal amb resistència als debanats	24
3-1- Reducció dels valors del transformador	25
4- Transformador quasi-ideal amb dispersió als debanats i sense resistència als debanats	26
5- Transformador quasi-ideal amb pèrdues en el ferro	28
5-1- Pèrdues per histèresi	28
5-2- Pèrdues per corrents induïts de Foucault	29
5-3- Càlcul de les pèrdues globals	29
6- Esquema equivalent del transformador real	30
6-1- Reduït a primari	30
6-2- Reduït a secundari	31
6-3- Casos	31
6-3-1- Transformador en buit	31
6-3-2- Transformador en càrrega	32
6-3-3- Transformador en curt circuit	32
7- Plaques de característiques	33
8- Paràmetres de funcionament	34
9- Autotransformadors	34

10- Transformadors de mesura	35
10-1- Transformadors de corrent	35
10-2- Transformadors de tensió	35
Transformadors trifàsics	37
1- Banc de tres transformadors monofàsics	37
2- Transformadors trifàsics de columnes. Connexions estrella, triangle i zig-zag	37
2-1- Índex horari	38
2-2- Grups de connexió	39
2-3- Casos normals i especials	39
3- Transformadors en paral·lel	39
4- Connexions habituals dels transformadors de mesura	41
Màquines elèctriques dinàmiques elementals	43
1- Actuadors lineals: Electroimant	43
2- Màquina rotativa elemental	43
2-1- Principi de funcionament	45
Màquina de corrent continu	47
1- Descripció i principi de funcionament	47
1-1- Tensió en borns d'un conductor	48
1-2- Tensió en borns de la màquina	49
2- Esquema equivalent d'una màquina d'excitació independent	49
3- Màquina de corrent continu amb excitació sèrie	52
Motors d'inducció	53
1- Constitució i funcionament	53
1-1- Constitució de la màquina d'inducció	53
1-2- Generació de camps magnètics	54
1-3- Generació de camps magnètics giratoris	55
1-4- Acció del camp magnètic sobre una espira	57
1-5- Principi de funcionament	57
1-5-1- Lliscament	58
1-5-2- Parells de pols	58

2- Esquema equivalent	59
3- Deducció de la característica mecànica	61
4- Corbes característiques	62
5- Tipus de motors d'inducció	63
6- Mètodes d'arrencada	65
6-1- Arrencada directa	65
6-2- Arrencada estrella-triangle	65
6-3- Arrencada amb autotransformador	66
6-4- Acoblament d'arrencada	66
6-5- Arrencada mitjançant convertidor	66
6-6- Arrencada controlant paràmetres del rotor	66
7- Regulació de velocitat	67
Màquina síncrona	69
1- Constitució	69
1-1- Rotor cilíndric	69
1-2- Rotor de pols sortints	70
2- Principi de funcionament	70
3- Excitatriu	72
4- Esquema equivalent	73
5- Assaig de buit i de curt circuit	74
5-1- Assaig de buit	74
5-2- Assaig de curt circuit	74
6- Comportament de la màquina	75
6-1- Comportament en buit i en càrrega	75
6-2- Comportament en curt circuit	75
6-3- Connexió a una xarxa de potència infinita	76
6-4- Estabilitat	77
Centrals generadores d'energia elèctrica	79
1- Centrals hidràuliques	79
1-1- Centrals hidràuliques reversibles	80
2- Centrals tèrmiques	81
2-1- Centrals de carbó	81
2-2- Centrals de fuel	81
2-3- Centrals de gas	81
2-4- Centrals nuclears	82
3- Energies alternatives	83

Problemes de transformadors monofàsics	85
Problemes de transformadors de mesura	99
Problemes de transformadors trifàsics	101
Problemes de màquines de corrent continu	119
Problemes de màquines d'inducció	127
Problemes de màquines síncrones	143
Catàleg de corbes característiques de motors d'inducció	151

Presentació

Com a continuació del text "Circuits elèctrics", presentem aquesta introducció a les màquines elèctriques.

Hem volgut donar un tractament tant simple com ha estat possible, intentant abarcar les tipologies de màquines més freqüents. Així s'han obviat les demostracions conduents a l'obtenció d'alguns esquemes equivalents pensant que aquest text està adreçat a usuaris d'aquestes màquines i no a dissenyadors de sistemes elèctrics.

Hem cregut convenient tractar amb més profunditat els transformadors, tant per la seva àmplia difusió en tot tipus d'instal·lacions com per que serveix de base per a la comprensió d'altres màquines.

Amb aquesta publicació també pretenem facilitar una eina d'estudi, tant per agilitzar l'assimilació de conceptes en les sessions docents, alliberant l'estudiant de tasques monòtones, com per incentivar l'autoaprenentatge mitjançant problemes resolts. Malgrat tot no pretenem substituir l'assistència a classe on es poden transmetre conceptualitzacions i metodologies difícils de plasmar en un text i que, alhora, el complementen. Lluny queda del nostre objectiu desviar l'atenció de l'ampliació de coneixements aportada per la recerca bibliogràfica.

Recordem que per assentar els coneixements adquirits, no n'hi ha prou amb la lectura del text sinó que és imprescindible una forta dosi de treball personal, especialment la realització de problemes.

Malgrat els esforços per evitar i corregir errors o imprecisions, som conscients que alguns no han estat detectats, per la qual cosa demanem avançadament disculpes i agraïm l'advertiment dels mateixos.

No volem acabar aquesta presentació sense agrair tant el suport dels companys de la Secció de Barcelona del Departament d'Enginyeria Elèctrica com la inestimable col·laboració d'en Francesc Suelves, na Maria Boix i n'Oriol Güell.

Els autors

Barcelona, març 1993

Introducció a les màquines elèctriques

Una màquina elèctrica és un dispositiu que transforma energia elèctrica en una altra energia amb presentació diferent, passant aquesta energia per una etapa d'emmagatzemament en un camp magnètic. Poden ser de dos tipus:

Màquines elèctriques { Estàtiques
Dinàmiques

La màquina elèctrica estàtica per excel·lència és el transformador. Converteix energia elèctrica en energia elèctrica de característiques diferents¹.

Les màquines elèctriques dinàmiques es classifiquen en:

Màq. Dinàmiques { Lineals { Actuadors lineals
Motors lineals
Rotatives { Actuadors rotatius
Corrent continu
Corrent altern { Síncrona
Asíncrona
Màq. Especials

En tota màquina elèctrica tindrem un circuit magnètic que habitualment serà amb entreferro en les màquines dinàmiques i sense entreferro en les estàtiques. Totes les màquines elèctriques són reversibles, és a dir, poden transformar l'energia en ambdós sentits.

¹ Els aparells que transformen energia elèctrica en energia elèctrica amb una altra presentació sense passar per un camp magnètic (per mitjans electrònics) s'anomenen convertidors estàtics.

Una màquina elèctrica és ideal quan transforma tota l'energia d'entrada en energia de sortida. Les màquines reals no són ideals ja que hi ha una part de l'energia que es perd en la transformació (normalment en forma de calor).

S'anomena rendiment (que habitualment es representa per η) al quocient entre l'energia de sortida i l'energia d'entrada.

En el cas d'una màquina rotativa, per exemple, l'energia elèctrica es transforma en mecànica, excepte les pèrdues que es transformen en calor. Aquestes són de tres tipus, elèctriques (efecte Joule, ...), magnètiques (histèresi, ...) i mecàniques (fregaments, ...).

L'energia, segons el tipus de màquina, vindrà donada per:

- Rotatives: Energia = Parell · Velocitat angular · temps
- Lineals: Energia = Força · Desplaçament = Força · Velocitat · temps

i la potència per:

- Rotatives: Potència = Parell · Velocitat angular
 - Lineals: Potència = Força · Velocitat
-

El transformador monofàsic

És una màquina elèctrica (per tant, reversible), que converteix una energia elèctrica en forma V_1, I_1, f en una altra energia elèctrica en forma V_2, I_2, f .

1- El transformador ideal

Un transformador ideal consistiria en un nucli de material ferromagnètic en el qual no hi hagués relació entre B i H (cosa que, per a la major part del desenvolupament, equival a $\mu_r = \infty$). Els debanats estan formats per N_1 i N_2 espires respectivament, sense resistència.

Si en un instant hi ha un flux ϕ variable, les tensions induïdes als debanats valen:

$$u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad u_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

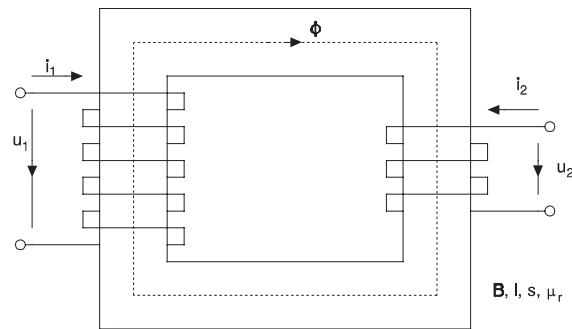
Si suposem que el flux és sinusoidal $\phi(t) = \phi_{\text{màx}} \cos \omega t$ podem representar-lo fasorialment ($\underline{\Phi}$) i llavors

$$\underline{U}_1 = j \omega N_1 \underline{\Phi} \quad \underline{U}_2 = j \omega N_2 \underline{\Phi}$$

Les tensions estan en fase. Definim la relació de transformació com

$$r_t = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$$

1-1- Transformador ideal en càrrega



Si connectem una càrrega al secundari, es verificarà

$$I_2 = - \frac{U_2}{Z_2}$$

El transformador no dissipa energia (ni activa ni reactiva) ja que és ideal; així doncs $\underline{U}_1 I_1^* = - \underline{U}_2 I_2^*$ i llavors

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_1^*}{I_2^*} = - \frac{U_2}{U_1} = - \frac{1}{r_t}$$

Els corrents (segons el conveni de signes emprat) estan desfasats 180° i els seus mòduls compleixen

$$\frac{1}{r_t} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

La impedància \underline{Z}_1 que es veu des del primari és

$$\underline{Z}_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{r_t U_2}{\frac{-1}{r_t} I_2} = r_t^2 \underline{Z}_2$$

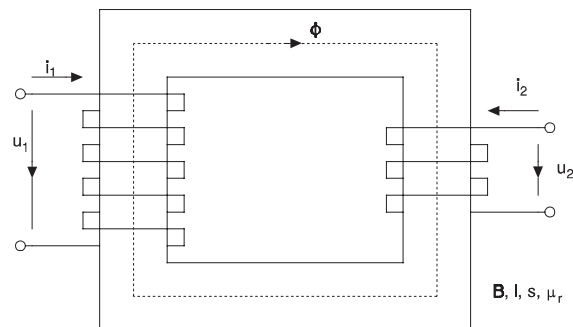
i podem escriure

$$I_1 = \frac{U_1}{\underline{Z}_1} = \frac{U_1}{r_t^2 \underline{Z}_2}$$

per tant, el transformador ideal transforma les impedàncies segons r_t^2 , els corrents segons r_t^{-1} i les tensions segons r_t .

2- Transformador quasi-ideal

Si $\mu_r \neq \infty$ tindrem



$$\mathcal{F} = N_1 i_1 + N_2 i_2 \quad \mathfrak{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r s} \quad \phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathfrak{R}}$$

$$u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} = \frac{N_1}{\mathfrak{R}} \frac{d\mathcal{F}}{dt} = \frac{N_1}{\mathfrak{R}} \left(N_1 \frac{di_1}{dt} + N_2 \frac{di_2}{dt} \right)$$

$$u_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} = \frac{N_2}{\mathfrak{R}} \frac{d\mathcal{F}}{dt} = \frac{N_2}{\mathfrak{R}} \left(N_1 \frac{di_1}{dt} + N_2 \frac{di_2}{dt} \right)$$

Sabem que

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}} \quad L_2 = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}}$$

i anomenem coeficient d'inducció mútua al valor

$$M = \frac{N_1 N_2}{\mathfrak{R}}$$

Com suposem que tot el flux concatenat pel debanat 1 es concatena en el 2 (acoblament perfecte) tindrem:

$$L_1 N_2^2 = L_2 N_1^2 \quad M^2 = L_1 L_2$$

i, per tant,

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad u_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

que es pot escriure en forma matricial

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{bmatrix}$$

En règim permanent sinusoidal

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega M & j\omega L_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

2-1- Connexió en buit

En buit el corrent de secundari és nul, $\underline{I}_2 = 0$. En aquest cas

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 \quad \underline{U}_2 = j\omega M \underline{I}_1$$

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{L_1}{M} = \frac{L_1}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

$$r_t = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad \frac{L_1}{L_2} = r_t^2$$

El corrent que alimenta el transformador quan està en buit rep el nom de corrent magnetitzant (sigui quin sigui el costat pel qual alimentem).

$$I_{mg1} = \left. \frac{\underline{U}_1}{j\omega L_1} \right|_{\underline{I}_2 = 0}$$

$$I_{mg2} = \left. \frac{\underline{U}_2}{j\omega L_2} \right|_{\underline{I}_1 = 0}$$

Anomenem

$$\omega L_1 = X_1 \quad \omega L_2 = X_2 \quad \omega M = X_M$$

$$\frac{X_1}{X_2} = r_t^2 \quad M^2 = L_1 L_2 \quad X_M^2 = X_1 X_2$$

Els corrents magnetitzants verifiquen

$$\frac{I_{mg1}}{I_{mg2}} = \frac{\frac{U_1}{j X_1}}{\frac{U_2}{j X_2}} = \frac{U_1}{U_2} \frac{X_2}{X_1} = r_t \frac{1}{r_t^2} = \frac{1}{r_t}$$

En ambdós casos circula un flux magnetitzant que val

$$\Phi_{mg1} = N_1 \frac{I_{mg1}}{\Re} = \frac{N_1 U_1}{j \omega L_1 \Re}$$

$$\Phi_{mg2} = N_2 \frac{I_{mg2}}{\Re} = \frac{N_2 U_2}{j \omega L_2 \Re}$$

Com és raonable, el flux magnetitzant (flux de buit) és el mateix tant si alimentem per un costat com per l'altre.

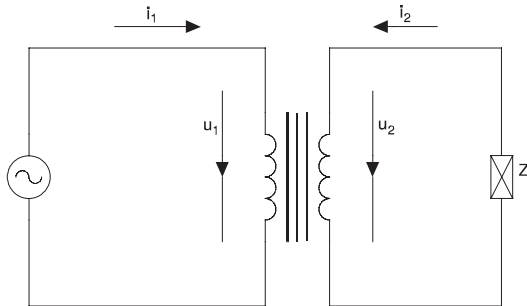
$$\frac{\Phi_{mg1}}{\Phi_{mg2}} = \frac{j \omega L_2 \Re}{j \omega L_1 \Re} \frac{N_1 U_1}{N_2 U_2} = \frac{L_2}{L_1} r_t^2 = 1$$

2-2- Transformador en càrrega

Si carreguem el transformador amb una impedància \underline{Z} tindrem

$$\underline{U}_1 = j \omega L_1 I_1 + j \omega M I_2$$

$$\underline{U}_2 = j \omega M I_1 + j \omega L_2 I_2$$



$$\underline{U}_2 = - \underline{Z} I_2$$

$$- \underline{Z} I_2 = j X_M I_1 + j X_2 I_2$$

$$I_2 = \frac{- j X_M I_1}{\underline{Z} + j X_2}$$

$$\underline{U}_1 = j X_1 I_1 + j X_M \frac{- j X_M I_1}{\underline{Z} + j X_2} = I_1 \left(j X_1 + \frac{X_M^2}{\underline{Z} + j X_2} \right)$$

$$\underline{U}_1 = I_1 \left(\frac{j X_1 \underline{Z} - X_1 X_2 + X_M^2}{\underline{Z} + j X_2} \right) = \frac{j X_1 \underline{Z}}{\underline{Z} + j X_2} I_1$$

$$I_1 = \underline{U}_1 \left(\frac{\underline{Z}}{j X_1 \underline{Z}} + \frac{j X_2}{j X_1 \underline{Z}} \right) = \underline{U}_1 \left(\frac{1}{j X_1} + \frac{X_2}{\underline{Z} X_1} \right)$$

$$I_1 = \frac{\underline{U}_1}{j X_1} + \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z} r_t^2} = I_{mg1} + \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z} r_t^2}$$

El corrent de primari és suma d'una part fixa i una que depèn de la càrrega. La part fixa és el corrent magnetitzant i l'altra és el corrent que consumiria un transformador ideal amb la mateixa càrrega.

Quan la càrrega del transformador és gran estem prop del transformador ideal ja que

$$\frac{\underline{U}_1}{r_t^2 \underline{Z}} \gg I_{mg1}$$

En buit ($Z = \infty$), en canvi, es comporta com una inductància de valor elevat, ja que $I_1 = I_{mg1}$

En qualsevol dels dos casos la tensió \underline{U}_2 és la del transformador ideal. Veiem-ho

$$\underline{U}_1 = j X_1 I_1 + j X_M I_2 \quad \underline{U}_2 = j X_M I_1 + j X_2 I_2$$

$$\underline{U}_2 = -Z I_2$$

$$\underline{U}_1 = j X_1 I_1 - j X_M \frac{\underline{U}_2}{Z} \quad \underline{U}_2 = j X_M I_1 - j X_2 \frac{\underline{U}_2}{Z}$$

treiem I_1 de l'equació de la dreta i ho substituïm a la de l'esquerra:

$$I_1 = \frac{\underline{U}_2}{j X_M} \left(1 + j \frac{X_2}{Z} \right) \quad \underline{U}_1 = \underline{U}_2 \left(1 + j \frac{X_2}{Z} \right) \frac{X_1}{X_M} - j X_M \frac{\underline{U}_2}{Z}$$

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{X_1}{X_M} + j \frac{X_1 X_2}{X_M Z} - j \frac{X_M}{Z} = \frac{X_1}{X_M} = \sqrt{\frac{X_1}{X_2}} = r_t$$

En règim permanent sinusoidal, el flux a què treballa el transformador val

$$\underline{\Phi} = \frac{\mathcal{F}}{\mathfrak{R}} = \frac{N_1 I_1 + N_2 I_2}{\mathfrak{R}} \quad \underline{\Phi} = \frac{1}{\mathfrak{R}} \left(N_1 \left(I_{mg1} + \frac{\underline{U}_1}{Z r_t^2} \right) + N_2 \left(\frac{-\underline{U}_2}{Z} \right) \right)$$

$$\underline{\Phi} = \frac{1}{\mathfrak{R}} \left(N_1 I_{mg1} + \frac{N_1 \underline{U}_1}{Z r_t^2} - \frac{N_2 \underline{U}_1}{r_t Z} \right) \quad \underline{\Phi} = \frac{N_1}{\mathfrak{R}} \left(I_{mg1} + \frac{\underline{U}_1}{Z r_t^2} - \frac{N_2}{N_1} \frac{\underline{U}_1}{r_t Z} \right)$$

$$\underline{\Phi} = \frac{N_1}{\mathfrak{R}} \left(I_{mg1} + \frac{\underline{U}_1}{r_t^2 Z} - \frac{\underline{U}_1}{r_t^2 Z} \right) = \frac{N_1}{\mathfrak{R}} I_{mg1} = \frac{N_1}{\mathfrak{R}} \frac{\underline{U}_1}{j X_1}$$

i com $\frac{N_1^2}{\mathfrak{R}} = L_1$ tenim $\frac{N_1}{\mathfrak{R}} = \frac{L_1}{N_1}$ i llavors

$$\Phi = \frac{L_1}{N_1} \frac{U_1}{j X_1} = \frac{L_1 U_1}{N_1 j \omega L_1} = -j \frac{U_1}{\omega N_1}$$

El flux és proporcional a la tensió i independent de la càrrega. Si la tensió és constant el flux també ho serà. Si apareixen tensions superiors a les previstes (valor nominal), el flux també serà més gran que el previst i la intensitat del camp magnètic també ho serà; en conseqüència es pot produir la saturació magnètica del transformador.

Pel que fa als corrents

$$\underline{U}_1 = j X_1 I_1 + j X_M I_2 \quad \underline{U}_2 = j X_M I_1 + j X_2 I_2$$

$$\underline{U}_2 = -Z I_2$$

$$I_1 = \frac{U_1}{j X_1} \left(\frac{1}{j X_1} + \frac{1}{r_t^2 Z} \right) = r_t \frac{U_2}{j X_1} \left(\frac{1}{j X_1} + \frac{1}{r_t^2 Z} \right)$$

$$I_1 = -r_t Z I_2 \left(\frac{1}{j X_1} + \frac{1}{r_t^2 Z} \right)$$

$$\frac{I_1}{I_2} = -r_t Z \left(\frac{1}{j X_1} + \frac{1}{r_t^2 Z} \right)$$

la relació de corrents ja no és la mateixa.

Veiem la relació entre el corrent efectiu de primari i el corrent de secundari

$$\frac{I_1 - I_{mg1}}{I_2} = -r_t Z \left(\frac{1}{j X_1} + \frac{1}{r_t^2 Z} \right) - \frac{U_1}{j X_1 I_2}$$

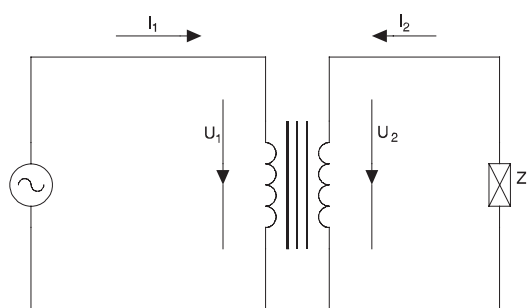
$$\frac{I_1 - I_{mg1}}{I_2} = -r_t Z \left(\frac{1}{j X_1} + \frac{1}{r_t^2 Z} \right) - \frac{r_t U_2}{j X_1 I_2}$$

$$\frac{I_1 - I_{mg1}}{I_2} = -r_t \underline{Z} \left(\frac{1}{jX_1} + \frac{1}{r_t^2 \underline{Z}} \right) + \frac{r_t \underline{Z} I_2}{jX_1 I_2}$$

$$\frac{I_1 - I_{mg1}}{I_2} = \frac{-r_t \underline{Z}}{jX_1} - \frac{r_t \underline{Z}}{r_t^2 \underline{Z}} + \frac{r_t \underline{Z}}{jX_1} = \frac{-1}{r_t}$$

Per tant, la relació de corrents efectius segueix essent la mateixa.

2-2-1- Potències



$$\underline{S}_2 = -\underline{U}_2 I_2^* = -\underline{U}_2 \frac{-\underline{U}_2^*}{\underline{Z}^*} = \frac{\underline{U}_2^2}{\underline{Z}^*}$$

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 I_1^* = \underline{U}_1 \left(I_{mg1}^* + \left(\frac{\underline{U}_1}{r_t^2 \underline{Z}} \right)^* \right)$$

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 I_{mg1}^* + \frac{\underline{U}_1^2}{r_t^2 \underline{Z}^*}$$

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \frac{\underline{U}_1^*}{-jX_1} + \frac{\underline{U}_1^2}{r_t^2 \underline{Z}^*}$$

$$\underline{S}_1 = j \frac{\underline{U}_1^2}{X_1} + \frac{\underline{U}_1^2}{r_t^2 \underline{Z}^*} = j \frac{\underline{U}_1^2}{X_1} + \frac{\underline{U}_2^2}{\underline{Z}^*}$$

L'energia activa es conserva mentre que a la reactiva s'afegeix un terme corresponent a l'energia magnetitzant.

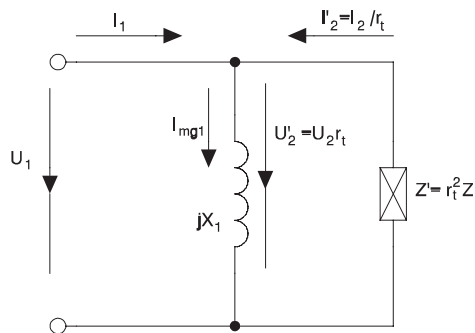
$$P_1 = P_2 \quad Q_1 = Q_2 + Q_{mg} \quad Q_{mg} = j \frac{\underline{U}_1^2}{X_1}$$

2-3- Conclusions sobre el transformador quasi-ideal

$$\frac{U_1}{U_2} = r_t \quad I_1 = I_{mg1} + \frac{U_1}{r_t^2 Z} \quad I_{mg1} = \frac{U_1}{j X_1}$$

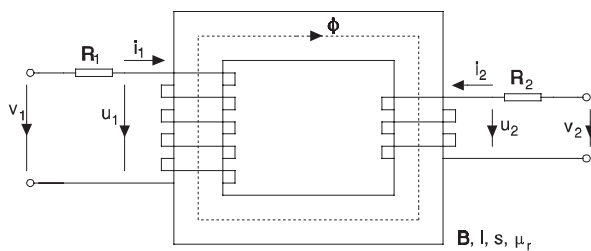
$$\Phi = -j \frac{U_1}{\omega N_1} \quad \frac{I_1 - I_{mg1}}{I_2} = \frac{-1}{r_t}$$

Equival a un esquema tal com



Tenit en compte les relacions de transformació de corrents, tensions i impedàncies, es pot associar un esquema equivalent sense aïllat galvànic ni que en realitat si hi hagi aïllament galvànic. L'esquema mostrat es comporta igual que el conjunt transformador-càrrega vist des del primari. Pel que fa al secundari, els valors \underline{Z} , I_2 i \underline{U}_2 són els reals i els \underline{Z}' , I_2' i \underline{U}_2' són els reals de secundari reduïts al primari.

3- Transformador quasi-ideal amb resistència als debanats



Considerem una resistència en sèrie amb cada debanat, de valor la resistència real del debanat.

En règim permanent sinusoidal

$$\underline{V}_1 = R_1 \underline{I}_1 + \underline{U}_1$$

$$\underline{V}_2 = R_2 \underline{I}_2 + \underline{U}_2$$

En aquest cas es dissipa una energia, en forma d'escalfament als debanats, anomenada pèrdues en el core que tenen per expressió

$$P_{Cu} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$$

$$P_1 = P_2 + P_{Cu}$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_{mg}$$

A causa de les resistències hi ha una caiguda de tensió que fa que

$$\frac{V_1}{V_2} \neq r_t \quad \frac{I_1}{I_2} \neq \frac{-1}{r_t}$$

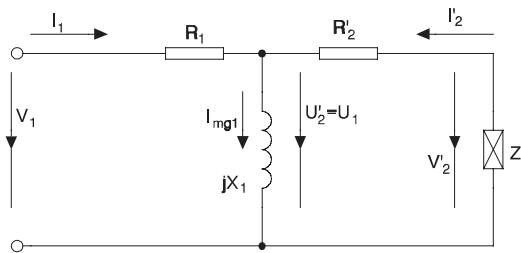
però, malgrat tot,

$$\frac{V_1}{V_2} \approx r_t \quad \frac{I_1}{I_2} \approx \frac{-1}{r_t}$$

ja que els valors de R_1 i R_2 són (i han de ser) baixos per a no tenir caigudes de tensió ni pèrdues importants.

3-1- Reducció dels valors del transformador

Reducció al costat 1:



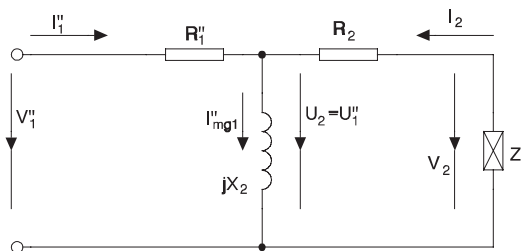
$$U_2' = U_1 \quad U_2' = r_t U_2$$

$$I_2' = \frac{I_2}{r_t} \quad Z' = r_t^2 Z$$

$$R_2' = r_t^2 R_2 \quad X_1 = r_t^2 X_2$$

$$\frac{V_2}{V_2} r_t = \frac{V_2'}{V_2} \approx \frac{V_1}{V_1} \quad I_{mgt} = \frac{U_1}{j X_1} \quad I_2' = - \frac{V_2'}{Z'}$$

Reducció al costat 2:



$$U_1'' = U_2 \quad U_1'' = \frac{U_1}{r_t}$$

$$I_1'' = I_1 r_t \quad I_2 = \frac{-V_2}{Z}$$

$$R_1'' = \frac{R_1}{r_t^2} \quad X_2 = \frac{X_1}{r_t^2} \quad \frac{V_1}{r_t} = \frac{V_1''}{1} \approx \frac{V_2}{1} \quad I_{mg2} = \frac{U_2}{j X_2}$$

Convé advertir que

$$I_{mg1} \neq \frac{I_{mg2}}{r_t} \quad I_{mg1} \approx \frac{I_{mg2}}{r_t}$$

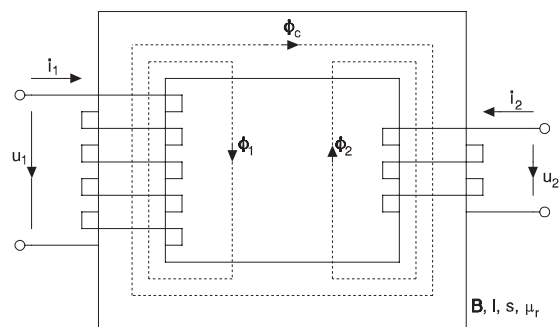
4- Transformador quasi-ideal amb dispersió als debanats i sense resistència als debanats

En un circuit magnètic real, no tot el flux concatenat per un debanat circula pel ferro sinó que hi ha una petita fracció que circula per l'aire (flux de dispersió). Aquesta dispersió depèn fonamentalment de la constitució física del transformador.

Anomenant ϕ_c al flux comú als dos debanats i ϕ_1 i ϕ_2 al de dispersió de cadascun d'ells, resultarà

$$u_1 = N_1 \left(\frac{d\phi_c}{dt} + \frac{d\phi_1}{dt} \right)$$

$$u_2 = N_2 \left(\frac{d\phi_c}{dt} + \frac{d\phi_2}{dt} \right)$$



$$\phi_c = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{\mathfrak{R}} \quad \phi_1 = \frac{N_1 i_1}{\mathfrak{R}_1} \quad \phi_2 = \frac{N_2 i_2}{\mathfrak{R}_2}$$

On \mathfrak{R}_1 i \mathfrak{R}_2 quantifiquen la dificultat que troba el camp magnètic per circular per fora del ferro. Normalment $\mathfrak{R}_1 \gg \mathfrak{R}$ i $\mathfrak{R}_2 \gg \mathfrak{R}$.

$$u_1 = \frac{N_1}{\mathfrak{R}} \left(N_1 \frac{di_1}{dt} + N_2 \frac{di_2}{dt} \right) + \frac{N_1}{\mathfrak{R}_1} N_1 \frac{di_1}{dt} \quad u_2 = \frac{N_2}{\mathfrak{R}} \left(N_1 \frac{di_1}{dt} + N_2 \frac{di_2}{dt} \right) + \frac{N_2}{\mathfrak{R}_2} N_2 \frac{di_2}{dt}$$

Anomenem:

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}} \quad L_2 = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}} \quad M = \frac{N_1 N_2}{\mathfrak{R}}$$

$$M^2 = L_1 L_2 \quad L_{d1} = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}_1} \quad L_{d2} = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}_2}$$

$$u_1 = (L_1 + L_{d1}) \frac{d i_1}{d t} + M \frac{d i_2}{d t} \quad u_2 = M \frac{d i_1}{d t} + (L_2 + L_{d2}) \frac{d i_2}{d t}$$

L'acoblament magnètic no és ideal. Definim les inductàncies globals com

$$\mathfrak{L}_1 = L_1 + L_{d1} \quad \mathfrak{L}_2 = L_2 + L_{d2}$$

$$\mathfrak{L}_1 \mathfrak{L}_2 = L_1 L_2 + L_{d1} L_{d2} + L_1 L_{d2} + L_2 L_{d1}$$

$$M^2 = \mathfrak{L}_1 \mathfrak{L}_2 - L_{d1} L_{d2} - L_1 L_{d2} - L_2 L_{d1}$$

$$M^2 < \mathfrak{L}_1 \mathfrak{L}_2$$

Definim el coeficient d'acoblament com

$$K_M = \frac{M}{\sqrt{\mathfrak{L}_1 \mathfrak{L}_2}} \leq 1$$

A mesura que K_M s'acosta a 1 ens indica que l'acoblament entre els dos debanats és millor, en el cas ideal valdria 1.

$$u_1 = \mathfrak{L}_1 \frac{d i_1}{d t} + M \frac{d i_2}{d t} \quad u_2 = M \frac{d i_1}{d t} + \mathfrak{L}_2 \frac{d i_2}{d t}$$

En règim permanent sinusoidal:

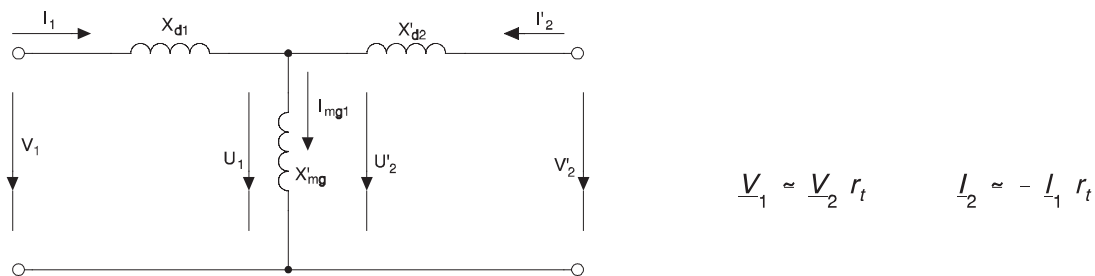
$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j \omega \mathfrak{L}_1 & j \omega M \\ j \omega M & j \omega \mathfrak{L}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

A partir d'ara, per abús del llenguatge, anomenarem

$$X'_{mg} = \omega L_1 \quad X''_{mg} = \omega L_2 \quad X_{d1} = \omega L_{d1} \quad X_{d2} = \omega L_{d2}$$

$$X''_{d1} = \frac{X_{d1}}{r_t^2} \quad X'_{d2} = r_t^2 X_{d2}$$

amb això el nou esquema equivalent reduït al costat 1 és



$$\frac{V_1}{r_t} \approx \frac{V_2}{r_t} \quad \frac{I_2}{r_t} \approx -\frac{I_1}{r_t}$$

5- Transformador quasi-ideal amb pèrdues en el ferro

Les pèrdues en el ferro són de dos tipus:

- per histèresi
- per corrents induïts de Foucault

5-1- Pèrdues per histèresi

Per raó del cicle d'histèresi que descriu la intensitat de camp magnètic cada període, a causa de l'alternància del corrent. Per a cada període es perd una energia igual a l'àrea del cicle. La potència perduda serà

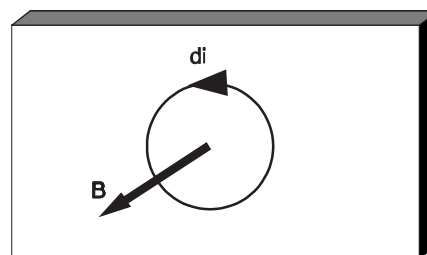
$$P = K_h f B_{\max}^{1.6}$$

on K_h és una constant que depèn del material.

5-2- Pèrdues per corrents induïts de Foucault

El camp magnètic en el ferro és variable; atès que el ferro és conductor (ni que amb una resistència més elevada que en el coure) s'indueixen en el ferro uns corrents que es tanquen en ell.

$$di = \frac{dv}{dR} = \frac{d\phi}{dR}$$



on v és la tensió induïda i dR és la resistència del diferencial de ferro.

Les pèrdues seran

$$dp = dv di = \frac{d\phi}{dt} \frac{d\phi}{dR} \quad P = K_f f^2 B_{m\grave{a}x}^2$$

on K_f és una constant que depèn del material.

Per reduir les pèrdues per corrents induïts de Foucault, els nuclis dels transformadors no són massissos sinó que estan formats per un conjunt de xapes (habitualment de l'ordre de 0.3 a 0.4 mm de gruix) aïllades entre elles per una capa de vernís, amb la finalitat d'augmentar R .

$$\Phi \approx -j \frac{V_1}{\omega N_1} \quad \phi \approx \frac{V_{1m\grave{a}x}}{2\pi f N_1} \quad B_{m\grave{a}x} = \frac{\phi_{m\grave{a}x}}{s} = \frac{V_{1m\grave{a}x}}{2\pi f N_1 s}$$

5-3- Càlcul de les pèrdues globals

$$P_{Fe} = K_h f \left(\frac{V_{1m\grave{a}x}}{2\pi f N_1 s} \right)^{1.6} + K_f f^2 \left(\frac{V_{1m\grave{a}x}}{2\pi f N_1 s} \right)^2$$

$$P_{Fe} = K_h \left(\frac{1}{2\pi N_1 s} \right)^{1.6} \frac{V_{1m\grave{a}x}^{1.6}}{f^{0.6}} + K_f \left(\frac{1}{2\pi N_1 s} \right)^2 V_{1m\grave{a}x}^2$$

On veiem que les pèrdues globals en el ferro són aproximadament proporcionals al quadrat de la tensió

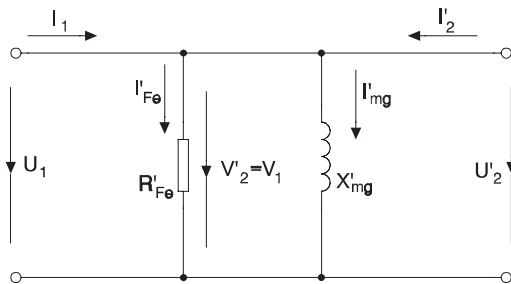
$$P_{Fe} \approx K_{Fe} V_{1m\grave{a}x}^2 = K V_1^2$$

Per tant, podem associar una resistència fictícia de pèrdues en el ferro.

$$P_{Fe} \approx \frac{V_1^2}{R_{Fe}} = V_1^2 G_m \quad G_m = \frac{1}{R_{Fe}}$$

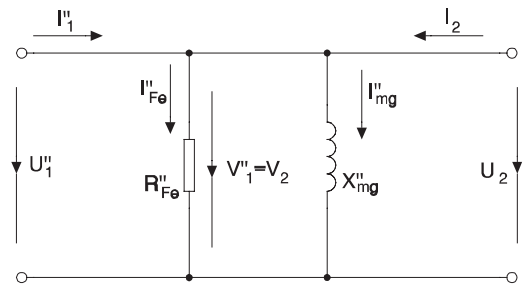
L'esquema equivalent que només inclou les pèrdues en el ferro serà

Reduït a primari:



$$\frac{V_2'}{2} = \frac{V_1}{2} \quad P_{Fe} = \frac{V_1^2}{R'_{Fe}}$$

Reduït a secundari:

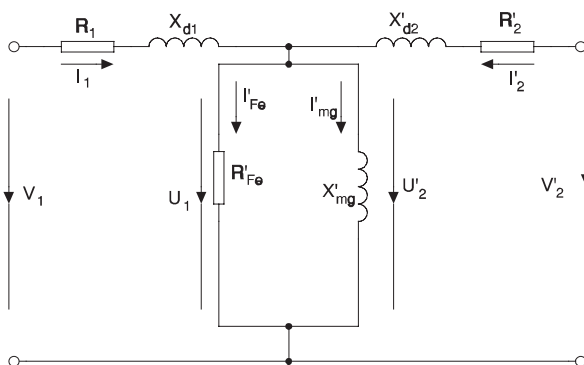


$$\frac{V_1''}{1} = \frac{V_2}{2} \quad P_{Fe} = \frac{V_2^2}{R''_{Fe}}$$

6- Esquema equivalent del transformador real

Ara trobarem l'esquema equivalent del transformador incloent tots els fenòmens vistos fins ara (transformador real).

6-1- Reduït a primari

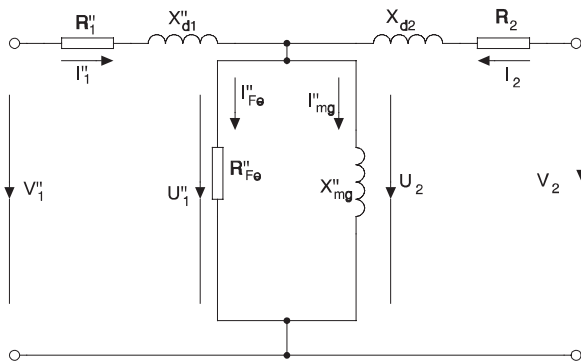


$$X'_{mg} = \omega L_1$$

$$X'_{d2} = r_t^2 \omega L_{d2} = r_t^2 X_{d2}$$

$$R'_2 = r_t^2 R_2 \quad I'_2 \approx \frac{I_2}{r_t}$$

6-2- Reduït a secundari



$$X_{mg}'' = \omega L_2$$

$$X_{d1}'' = \frac{\omega L_{d1}}{I_t^2} = \frac{X_{d1}}{I_t^2}$$

$$R_1'' = \frac{R_1}{I_t^2} \quad I_1'' \approx r_t I_1$$

6-3- Casos

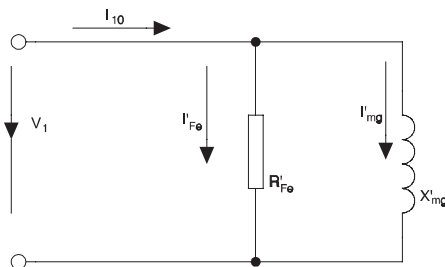
Hi ha tres casos de funcionament que permeten simplificar l'esquema generalitzat.

	Objectiu del càlcul	Simplificacions	Condicions
Buit	P_{Fe}, I_{mg}	$R_1 \approx 0 \quad X_{d1} \approx 0$	$I_2 = 0$
Càrrega	$\Delta U, P_{Cu}, \eta$	$R_{Fe} \approx \infty \quad X_{mg} \approx \infty$	
Curt circuit	I_{cc}	$R_{Fe} \approx \infty \quad X_{mg} \approx \infty$ habitualment $R_1, R_2 \ll X_{d1}, X_{d2}$	$V_2 = 0$

Els valors de $R_{Fe}, X_{mg}, R_1, R_2, X_{d1}$ i X_{d2} s'obtenen de dos assajos: Buit i curt circuit.

6-3-1- Transformador en buit

$$\underline{V}_1 \approx \underline{U}_1 \quad \text{ja que} \quad R_1, X_{d1} < R_{Fe}', X_{mg}'$$



De l'assaig en buit s'obtenen els valors:

$$P_{Fe} \approx \frac{V_1^2}{R_{Fe}'} \quad Q_{mg} \approx \frac{V_1^2}{X_{mg}'}$$

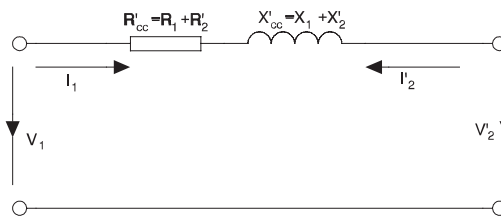
$$\cos \varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{P_{Fe}^2 + Q_{mg}^2}} = \frac{P_{Fe}}{S_0}$$

6-3-2- Transformador en càrrega

A partir d'un cert nivell de potència (activa o reactiva) transferida pel secundari, el valor de I_{mg} i I_{Fe} és molt petit respecte a I_1 per tant es pot admetre la simplificació sobre l'esquema equivalent.

La potència a partir de la qual es considerarà despreciable la branca transversal dependrà de la precisió desitjada. A efectes del càlcul de potències i rendiments la branca transversal mai és despreciable.

$$\underline{S}_1 = \underline{V}_1 I_1^* + P_{Fe} + j Q_{mg} \quad P_F$$



6-3-3- Transformador en curt circuit

El comportament del transformador en curt circuit es determina mitjançant l'assaig anomenat de curt circuit; en el qual es cerca experimentalment la tensió a què cal alimentar el primari per tal que el corrent de secundari sigui el nominal. Atès que les tensions són molt baixes, la branca transversal de l'esquema equivalent serà negligible.

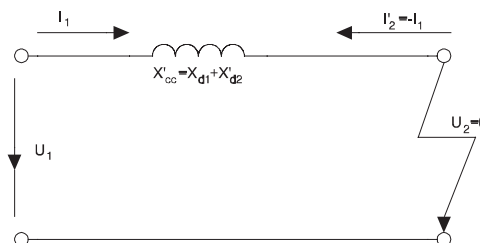
S'anomena tensió relativa de curt circuit en tant per u (ϵ_{cc}) al quocient entre la tensió aplicada i la nominal. Molts cops aquest valor s'escriu en tant per cent. El valor de ϵ_{cc} dóna idea del valor de la impedància longitudinal de l'esquema equivalent (Z_{cc}).

$$\underline{Z}'_{cc} = R_1 + R_2' + j(X_{d1} + X_{d2}') = R'_{cc} + j X'_{cc} = Z_{cc} |_{\varphi_{cc}}$$

Sovint el valor ϵ_{cc} va acompanyat del factor de potència de curt circuit ($\cos \varphi_{cc}$) que és el factor de potència mesurat al primari en l'assaig de curt circuit i que dóna idea de la relació entre la resistència i la impedància de la branca longitudinal. Quan no es té el valor de $\cos \varphi_{cc}$ es suposa igual a zero; és a dir, que no hi ha R_{cc} .

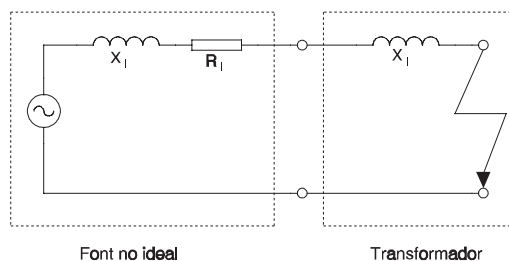
Davant una situació de defecte, com les tensions en borns dels transformadors són molt baixes, s'admet un esquema equivalent com el de la figura. En cas de curt circuit, un transformador real alimentat amb una font de tensió ideal de valor el nominal és recorregut per un corrent I_{cc} que val

$$I_{cc} = \frac{I_N}{\epsilon_{cc} (\rho.u.)}$$



Si la font d'alimentació no és ideal trobem la impedància transversal equivalent del transformador real com

$$Z_{cc} = \epsilon_{cc} Z_B \quad \text{on} \quad Z_B = \frac{U_N^2}{S_N}$$



i aquesta és la impedància que representa el transformador real en el circuit a estudiar. Z_B variarà de valor segons si reduïm al costat 1, prenent la tensió U_{N1} , o al costat 2, prenent U_{N2} .

$$Z'_{cc} = \epsilon_{cc} \frac{U_{1N}^2}{S_N} \qquad Z''_{cc} = \epsilon_{cc} \frac{U_{2N}^2}{S_N}$$

7- Plaques de característiques

Alguns dels valors més corrents que apareixen en les plaques de característiques són un subconjunt dels següents:

- | | |
|---|---|
| ■ U_{1N} , U_{2N} , S_N | tensions i potència aparent nominals |
| ■ f_N | freqüència nominal |
| ■ P_0 , ϵ_{cc} | pèrdues en buit i tensió de curt circuit |
| ■ I_{1N} , I_{2N} | corrents nominals |
| ■ $\text{Cos } \varphi_0$, $\text{Cos } \varphi_{cc}$ o I_{10} , P_{CuN} | factors de potència de buit i de curt circuit o corrent de primari en l'assaig de buit i pèrdues en el coure nominals |

Hi ha fabricants que faciliten $\text{Cos } \varphi_0$ i $\text{Cos } \varphi_{cc}$ mentre que altres donen I_{10} i P_{CuN} . En els problemes hem escollit la primera forma; en cas que les dades fossin I_{10} i P_{CuN} obtindríem les altres dues segons:

$$\text{Cos } \varphi_0 = \frac{P_0}{S_0} = \frac{P_0}{U_{1N} I_{10}} \qquad \text{Cos } \varphi_{cc} = \frac{P_{CuN}}{\epsilon_{cc} S_N}$$

8- Paràmetres de funcionament

S'anomena rendiment a la relació entre l'energia de sortida i la d'entrada

$$\text{rendiment} = \frac{\text{Potència activa útil}}{\text{Potència activa consumida}}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{cons.}}} = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{útil}} + P_{Cu} + P_{Fe}}$$

I es defineix la caiguda de tensió com la diferència entre la tensió que hi hauria a la sortida si el transformador fos ideal i la que realment hi ha. La caiguda de tensió en % serà:

$$\Delta U = \frac{U_{\text{esp}} - U_{\text{real}}}{U_{\text{esp}}} 100$$

on

U_{esp} = tensió esperada

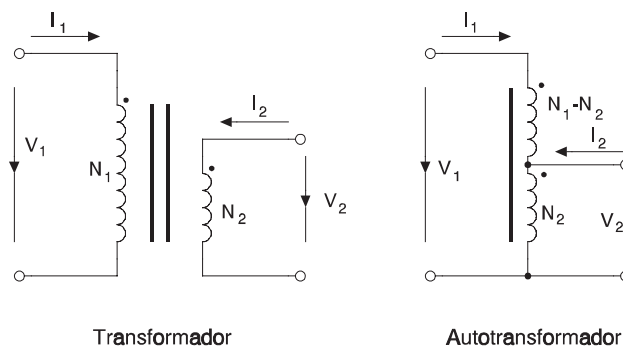
U_{real} = aquella que en realitat hi ha

considerant que s'alimenta pel primari

$$U_{\text{esp}} = U_{2\text{nom}} \quad \text{si s'alimenta a } U_{1\text{nom}} \quad U_{\text{esp}} = \alpha U_{2\text{nom}} \quad \text{si } \alpha = \frac{U_1}{U_{1\text{nom}}}$$

9- Autotransformadors

L'autotransformador és un transformador en el qual els debanats primari i secundari tenen una part comuna. Té l'avantatge que cal menys volum de ferro i de coure i, per tant, és més econòmic. Té l'inconvenient que es perd l'aïllament galvànic.



Si es trenca una espira de la part comuna tota la tensió d'entrada apareixerà a la sortida. Per això només s'empra com a reductor per a relacions de transformació petites.

10- Transformadors de mesura

Són transformadors de potència molt petita (5, 10, 20 VA) però amb una relació de transformació molt precisa.

S'empren quan el corrent o la tensió que es volen mesurar són massa elevats per poder-los entrar en un aparell de mesura. Són estranys els amperímetres de més de 20 A i els voltímetres de més de 500 V ja que s'escalfarien força.

10-1- Transformadors de corrent

Tenen un primari amb molt poques espines i un secundari amb el nombre d'espines necessàries per aconseguir la relació de transformació. Molts cops (BT) el primari només necessita una espira i llavors es fa passar el cable per dins directament.

Els seus secundaris acostumen a ser de 5 A encara que també hi ha els d'1 A.

També s'empren transformadors de corrent en instal.lacions d'alta tensió, encara que el corrent sigui petit, per evitar problemes d'aïllament. Per exemple, no es pot imaginar un amperímetre de 10 A en un quadre de manera que els borns de l'amperímetre estiguin a 30 kV respecte a terra.

10-2- Transformadors de tensió

Tenen un primari amb un nombre molt elevat d'espines i un secundari amb el nombre d'espines necessari per obtenir la relació de transformació.

Els seus secundaris acostumen a ser de 100, 110, $\frac{100}{\sqrt{3}}$ i $\frac{110}{\sqrt{3}}$ V.

Transformadors trifàsics

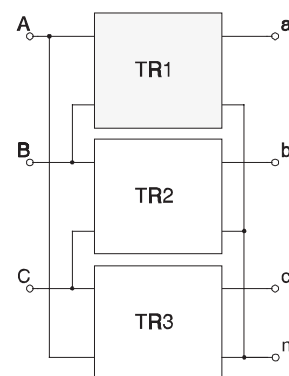
1- Banc de tres transformadors monofàsics

Per transformar un sistema trifàsic en un altre de tensió diferent poden emprar-se tres transformadors monofàsics iguals.

Es poden connectar en Y o en D per qualsevol dels costats. En el cas de la figura, els TR1, TR2 i TR3 són idèntics, tenen una relació de transformació U_1/U_2 i estan amb el primari en triangle i el secundari en estrella.

$$U_{AB} = U_1 \quad U_{ab} = \sqrt{3} U_2$$

$$r_t = \frac{U_{AB}}{U_{ab}} = \frac{U_1}{\sqrt{3} U_2}$$



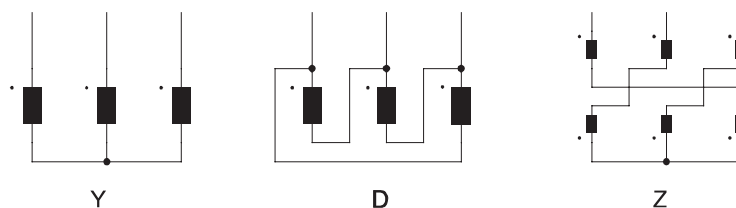
Cal anar amb compte amb les relacions de transformació ja que la relació de transformació del banc no coincideix habitualment amb la dels transformadors que el componen.

Els bancs trifàsics no es solen emprar més que en instal·lacions molt concretes ja que poden donar problemes enfront de desequilibris de càrrega.

2- Transformadors trifàsics de columnes. Connexions estrella, triangle i zig-zag

Un transformador trifàsic de columnes consta d'un nucli que té tres columnes (alguns tenen cinc columnes però només es posen debanats a les tres centrals), cada una de les quals tindrà un debanat primari i un secundari.

Tant el primari com el secundari d'un transformador trifàsic es poden connectar, bàsicament, de tres maneres: estrella, triangle i zig-zag; representades a la figura. Segons la forma de connexió d'ambdós debanats es tenen propietats i relacions de transformació diferents.



En la connexió estrella el neutre és accessible (pot haver-hi tensions senzilles) i el corrent de línia coincideix amb el corrent de bobina. Cada bobina ha d'aguantar la tensió senzilla.

En el triangle cada bobina ha d'aguantar la tensió composta però per ella només circula el corrent de línia dividit per arrel de tres. Calen arrel de tres cops més espires que en la connexió estrella. No hi ha neutre possible.

En el zig-zag cal fer dues bobines per fase per les quals circularà el corrent de línia. Cal un nombre d'espores més gran que en el cas estrella (concretament dos dividit per arrel de tres cops més). Hi ha neutre accessible. Els zig-zags s'empren molt poc; habitualment quan la càrrega ha de ser fortament desequilibrada.

Normalment es representen les estrelles amb la lletra Y, els triangles amb la D i els zig-zags amb la Z.

2-1- Índex horari

Tenint en compte que els debanats del transformador van muntats en columnes, les tensions de les bobines de cada columna estaran en fase o en contrafase. En fer les connexions (estrella, triangle o zig-zag) en primari i secundari apareixeran decalatges diferents en funció de la connexió.

Diem que un born del primari i un born del secundari són homòlegs quan les tensions dels esmentats borns respecte a les seves parelles estan en fase. Els borns homòlegs es poden simbolitzar amb un punt marcat al costat.

Per les simetries dels sistemes trifàsics es pot deduir que qualsevol decalatge en debanats estrella, triangle o zig-zag serà un múltiple de $\pi/6$ sigui quina sigui la connexió. Tenint en compte que hi ha 12 decalatges possibles hom va assimilar això a un rellotge que tingués la maneta llarga en la posició vertical i suposada en la direcció d'una tensió del costat de tensió més elevada i la maneta curta en la direcció de la mateixa tensió del costat de tensió menor; per exemple, entre la tensió A-B i l'a-b o entre l'A-N i l'a-n. Així un decalatge de $\pi/6$ s'anomena 1, un de $\pi/3$ s'anomena 2, un de $5\pi/6$ s'anomena 5, etc.

L'índex horari es refereix a un transformador alimentat pel costat de tensió més alta amb un sistema trifàsic simètric de seqüència directa; atès que un canvi en la seqüència de fases de l'alimentació dona lloc a un índex horari diferent.

2-2- Grups de connexió

S'entén per grup de connexió d'un transformador la designació del tipus de debanat i del decalatge. Els transformadors s'acostumen a designar mitjançant dues lletres i un número. La primera lletra designa el costat de tensió més alta (independentment del fet que sigui el primari o el secundari) i la segona el de tensió més baixa. El número és l'índex horari (entre 0 i 11). La lletra corresponent al costat de tensió més alta es posa majúscula i la del de tensió més baixa minúscula.

Per exemple un transformador Dy5 té un debanat en triangle i un en estrella de tensió menor (o igual) que l'altre i hi ha un desfàs de $5\pi/6$ entre les tensions compostes.

Hi ha una nomenclatura més completa que afegeix una N (o n) després de la lletra del debanat corresponent si aquest té el neutre accessible. Per exemple Dyn11, YNd5, etc.

2-3- Casos normals i especials

Els grups de connexió normals són aquells que la pràctica ha definit com de major interès. Aquests són Dd0, Yy0, Dz0, Dy5, Yd5, Yz5, Dd6, Yy6, Dz6, Dy11, Yd11 i Yz11. Aquests casos s'han representat a la figura de la pàgina següent.

Entenem per casos especials aquells en què l'índex horari prové d'una rotació de fases en un cas normal. Així els índexs 4 i 8 corresponen al 0, els 1 i 9 al 5, els 2 i 10 al 6 i els 3 i 7 a l'11. Habitualment quan obtinguem un grup d'aquest tipus considerarem que els borns estan mal rotulats. També es poden obtenir casos especials si s'alimenta el transformador amb un sistema de tensions de seqüència inversa. En aquest cas s'obté un índex horari simètric respecte l'eix 0-6. Per exemple del grup 5 s'obté el 7 i de l'11 l'1. Els grups 0 i 6 no varien en canviar la seqüència de fases.

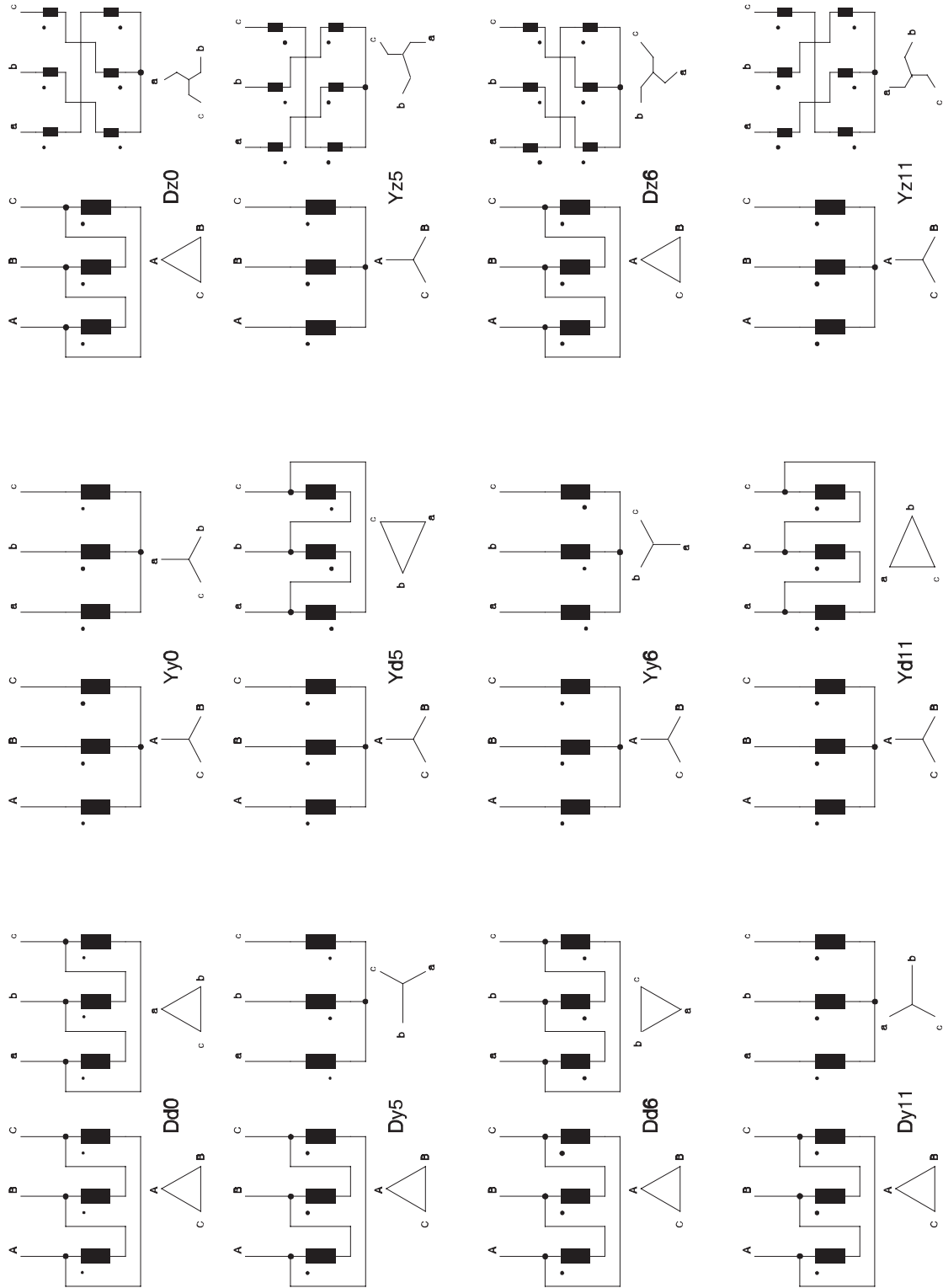
En casos en què es necessitin grups no normalitzats (per exemple per interconnectar una xarxa mallada complexa) es pot obtenir un grup no normalitzat (que caldrà encarregar expressament) a partir d'un grup normalitzat (que estarà en catàleg). Per exemple, del grup 5 es pot obtenir (per rotació de fases i canvi de seqüència) els grups: 1,3,5,7,9 i 11.

3- Transformadors en paral.lel

Per tal que dos transformadors es puguin connectar en paral.lel cal que tinguin:

- Mateixa r_t (i mateixes U_N si és possible)
- Mateixa ε_{cc} (i mateix $\cos \varphi_{cc}$ si és possible)
- Mateix índex horari

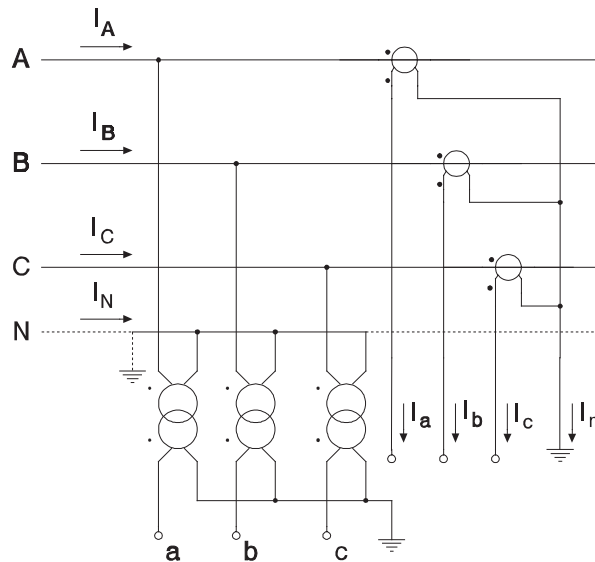
Aquestes condicions impliquen que amb el mateix nivell de càrrega les tensions de sortida són iguals en mòdul. Ho són en fase si es compleixen les indicacions entre parèntesi. És força recomanable que la seva relació de potències sigui menor que 2.



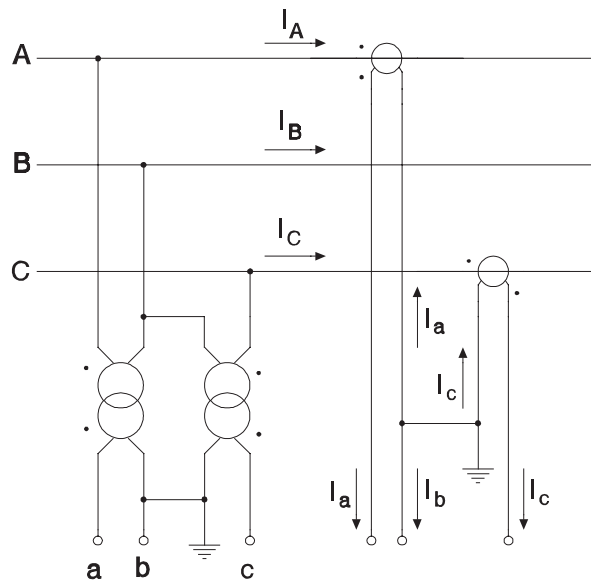
4- Connexions habituals dels transformadors de mesura

Els transformadors de mesura són habitualment monofàsics; per tant, es connecten en banc per tal de poder fer les mesures trifàsiques. Per qüestions de seguretat un dels dos pols del secundari ha de connectar-se directament a terra. Les dues formes més habituals de connexió són:

Connexió completa:



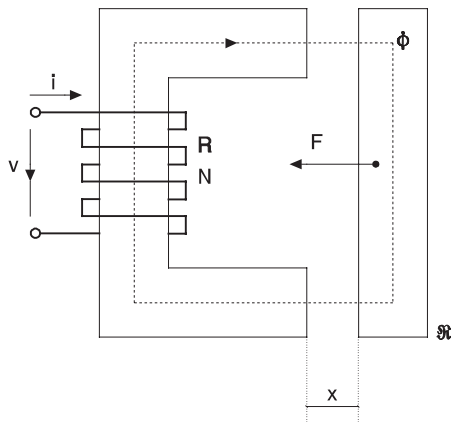
Connexió en V (més econòmica, només per a sistemes sense neutre):



Màquines elèctriques dinàmiques elementals

1- Actuadors lineals: Electroimant

Són màquines formades per dos elements; un nucli de material ferromagnètic fix, el qual té un debanat d' N espires i un altre nucli de material ferromagnètic mòbil. En circular corrent pel debanat apareix un camp magnètic en el nucli, el qual provoca que ambdues parts s'atreguin amb una força que és funció de la llargada (x) de l'entreferro. Les equacions elèctriques que regeixen són:



$$V = R i + N \frac{d \phi}{d t}$$

$$\phi(x) = \frac{N i}{\mathfrak{R}(x)} \quad L(x) = \frac{N^2}{\mathfrak{R}(x)}$$

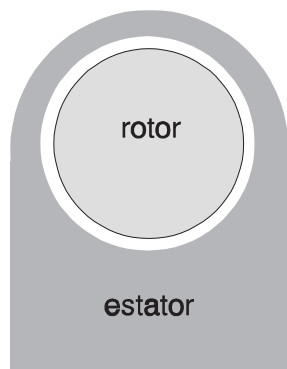
La força sempre és d'atracció

$$F(t) = \frac{1}{2} i^2 (x,t) \frac{d L(x)}{d t}$$

2- Màquina rotativa elemental

Es caracteritza per tenir dues parts, una fixa (estator) i una mòbil (rotor).

L'objectiu és obtenir parell. Cal recordar les equacions que relacionen energia (E), parell (Γ), angle recorregut (α), potència (P) i velocitat angular (ω).

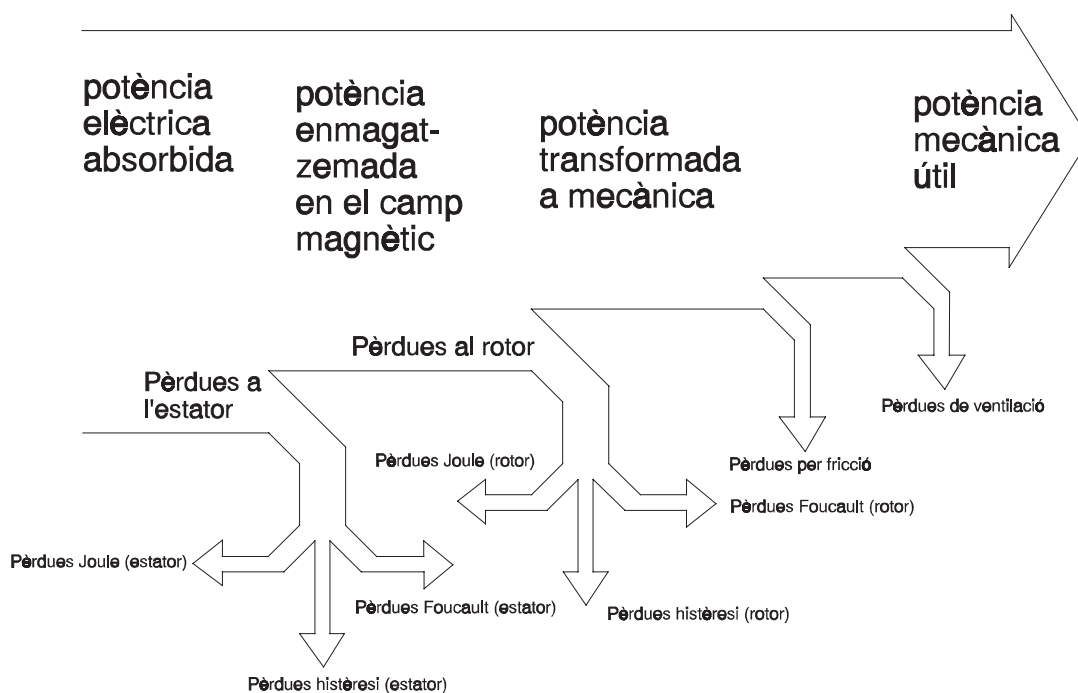


$$dE = \Gamma d\alpha \quad P = \frac{dE}{dt} = \Gamma \frac{d\alpha}{dt} = \Gamma \omega$$

Com s'ha vist en els transformadors, les màquines elèctriques ideals no tenen pèrdues en la transformació d'energia, per tant una màquina rotativa ideal transformarà tota l'energia elèctrica en mecànica. Les màquines reals tenen, però, una sèrie de pèrdues, a causa dels fenòmens ja coneguts d'escalfament pels efectes Joule, histèresi i Foucault. Addicionalment les parts que estan en moviment tenen una certa fricció; aquest parell de fricció multiplicat per la velocitat angular dóna la potència de pèrdues per fricció mecànica, bé siguin per imperfeccions dels rodaments bé pel ventilador de refrigeració.

Atès que l'energia de pèrdues s'inverteix a escalfar els components de la màquina, cal preveure un sistema d'evacuació d'aquesta calor per tal d'evitar que els materials arribin a temperatures excessives; normalment el sistema de refrigeració consisteix a acoblar un ventilador que fa circular aire (ja sigui solidari al propi eix de la màquina o independent).

El següent diagrama presenta totes les pèrdues energètiques possibles en una màquina (hi haurà màquines que no tindran alguna o algunes d'elles).



Es defineix el rendiment com la relació entre la potència mecànica útil de la màquina i la potència elèctrica activa que consumeix; és a dir el quocient entre la potència aprofitable i la potència consumida.

$$\eta = \frac{\text{P. mec. útil}}{\text{P. elèctrica}}$$

2-1- Principi de funcionament

Totes les màquines elèctriques rotatives es basen en el mateix principi de funcionament: es generen dos camps magnètics, un en el rotor i l'altre en l'estator, en no estar aquests camps alineats es produeix un parell motor ja que dos pols magnètics de signe oposat s'atrauen.

L'atracció dels imants provoca el parell.

El parell motor s'empra per a vèncer un parell resistent que correspon a l'aplicació del motor (elevadors, maquinària, bombes, etc.).

Un sistema està en equilibri mecànic quan el parell motor i el parell resistent s'igualen. En cas de no estar en equilibri el sistema s'accelera (augmenta o disminueix de velocitat).

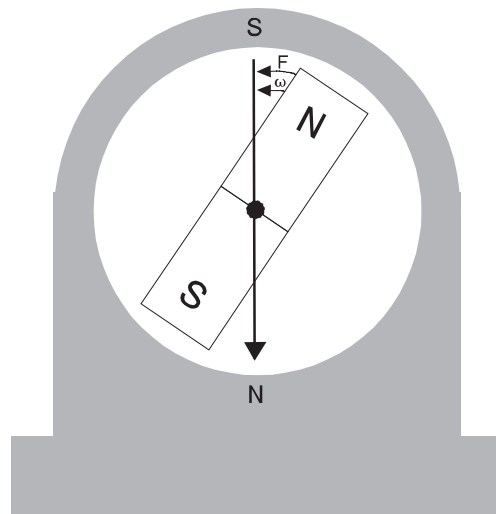
En l'equilibri:

$$\Gamma_{resist.} = \Gamma_{motor}$$

Si no hi ha equilibri:

$$\Gamma_{motor} = \Gamma_{resist.} + J \frac{d\omega}{dt}$$

on J és el moment d'inèrcia que ens descriu quanta massa té la part mòbil i com està distribuïda.



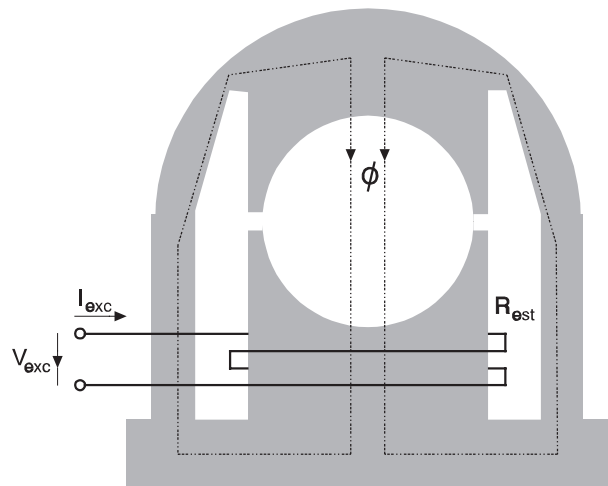
Màquina de Corrent Continu

1- Descripció i principi de funcionament

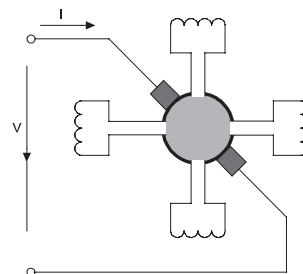
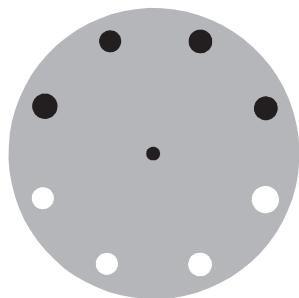
S'anomena així pel fet que s'alimenta amb corrent continu. L'estator està format per un electroimant que, en ser alimentat amb corrent continu, provoca l'aparició d'un camp magnètic constant que atravessa el rotor. Aquest debanat reb el nom de debanat d'excitació; el corrent que per ell circula ve determinat per la llei d'Ohm.

$$I_{\text{exc.}} = \frac{V_{\text{exc.}}}{R_{\text{est.}}}$$

on $R_{\text{est.}}$ és la resistència del fil del debanat, $I_{\text{exc.}}$ el corrent d'excitació i $V_{\text{exc.}}$ la tensió que cal aplicar a l'estator per tal que circuli $I_{\text{exc.}}$. Aquest corrent provoca un flux magnètic ϕ .



El rotor és un cilindre amb una sèrie de conductors longitudinals; aquests conductors estan formant un debanat tancat amb uns quants punts accessibles anomenats delgues.



El debanat rotòric s'alimenta mitjançant dues escombretes (habitualment de grafit) que fan pressió sobre el conjunt de delgues (anomenat col·lector de delgues).

El col·lector de delgues s'acostuma a situar en l'eix de la màquina fora del cilindre format pel ferro del rotor.

Atès que l'estator provoca l'aparició d'un flux magnètic uniforme sobre el rotor; cada conductor del rotor, quan és recorregut per un corrent I , reb una força F_c .

$$F_c = B I l_c$$

F_c = Força sobre cada conductor
 l = llargada útil

El parell a cada conductor serà

$$\Gamma_c = F_c \frac{D}{2}$$

Llavors el parell total serà

$$\Gamma = \Sigma \Gamma_c = K_p \phi I$$

K_p depèn de la forma constructiva del motor
 ϕ depèn del corrent d'excitació

1-1- Tensió en borns d'un conductor

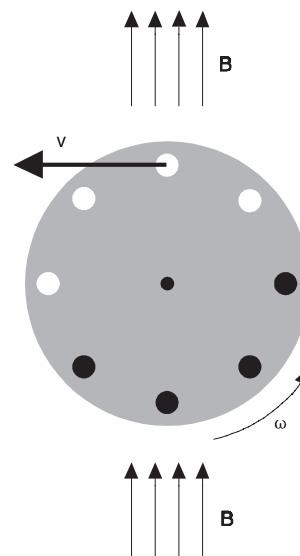
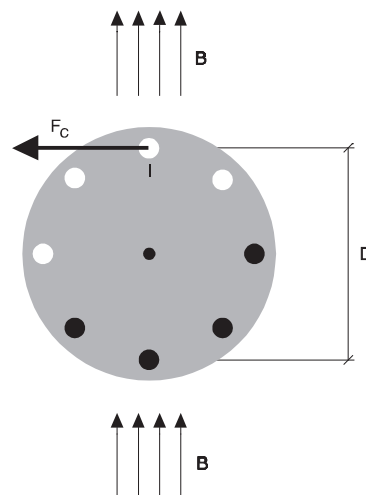
Si el rotor gira a velocitat constant ω i el camp creat per l'excitació també és constant, la variació del flux que concatena un conductor al llarg del temps també és constant; de manera que s'indueix entre els seus extrems una tensió constant de valor V_c .

$$V_c = K_1 v \phi$$

on V_c és la tensió induïda en cada conductor, K_1 és una constant que depèn de la forma constructiva de la màquina, ϕ és el flux d'excitació i v és la velocitat tangencial del conductor.

$$v = \omega \frac{D}{2}$$

Si B i ω són uniformes.



1-2- Tensió en borns de la màquina

En ser el debanat tancat, la tensió que apareix entre les dues delgues que fan contacte amb les escobretes és tants cops més gran com conductors hi ha, ja que estan en sèrie.

$$E = K_v \phi \omega$$

K_v depèn de la forma constructiva

ϕ depèn de l'excitació

2- Esquema equivalent d'una màquina d'excitació independent

Tota màquina elèctrica és reversible, per tant, una màquina de corrent continu pot treballar com a motor (convertint l'energia elèctrica en mecànica) o com a generador (convertint l'energia mecànica en elèctrica). La tensió induïda pel fet de girar la màquina, E , val

$$E = K_v \phi \omega$$

la caiguda de tensió a la resistència del debanat rotòric, R_r , val

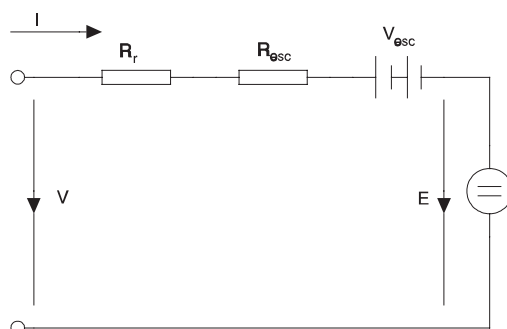
$$\Delta u_r = R_r I$$

on I és el corrent que circula pel rotor i R_r és la resistència equivalent¹ del debanat rotòric.

Adicionalment les escobretes provoquen una caiguda de tensió constant, independent del corrent que circula (que representarem amb una font de tensió) de valor V_{esc} . i tenen una resistència R_{esc} . que provoca una caiguda de tensió $R_{esc} I$.

Podem resumir el comportament de la màquina mitjançant el seu esquema equivalent.

Com a motor:



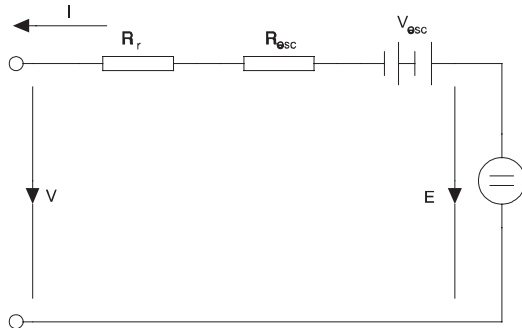
$$V_{exc} = R_{est} I_{exc}$$

$$V = (R_{esc} + R_r) I + V_{esc} + E$$

$$E = K_v \phi \omega$$

¹ Aquesta resistència no és la que es pot mesurar sinó que és la que s'obté per assaig i inclou altres fenòmens com la reacció d'induit, el debanat de compensació, etc.

Com a generador:



$$V_{\theta_{XC}} = R_{\theta_{st}} I_{\theta_{XC}}$$

$$V = E - I (R_{\theta_{sc}} + R_r) - V_{\theta_{sc}}$$

$$E = K_v \phi \omega$$

La potència consumida o generada en la font E s'inverteix en crear parell mecànic (cas motor) o absorbir parell mecànic i transformar-lo en energia elèctrica (cas generador).

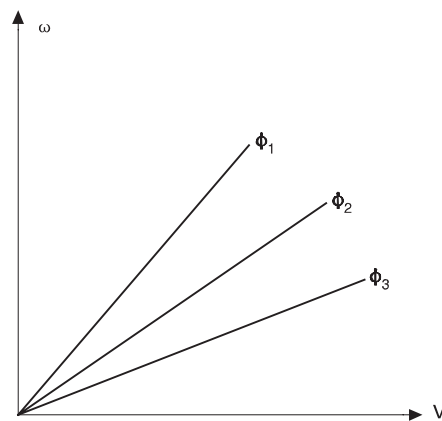
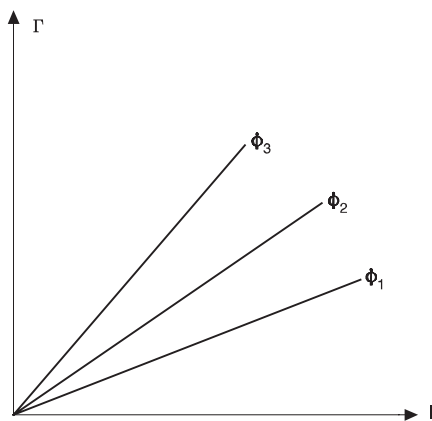
$$E I = P_m = \Gamma_m \omega$$

on Γ_m és el parell mecànic total, la part útil d'aquest parell és el total menys el parell de fricció i el de ventilació.

A flux constant el parell és proporcional al corrent i la velocitat a la tensió

$$\Gamma = K_v \phi I$$

$$\omega = \frac{V}{K_r \phi}$$



$$\phi_3 > \phi_2 > \phi_1$$

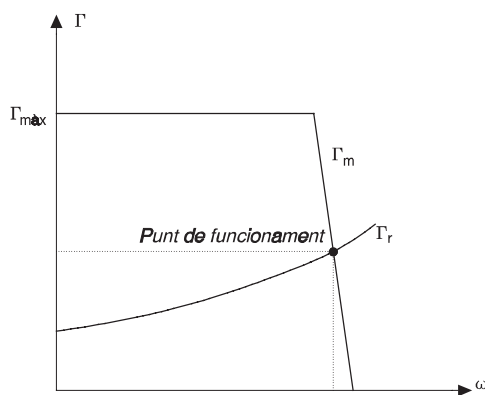
$$B_3 > B_2 > B_1$$

Treballant com a motor, en el moment d'arrencar E és 0, ja que ω és nul·la. Si es connecta un motor de corrent continu quan està aturat directament a una font de tensió circularà un corrent molt gran (quasi un curt circuit).

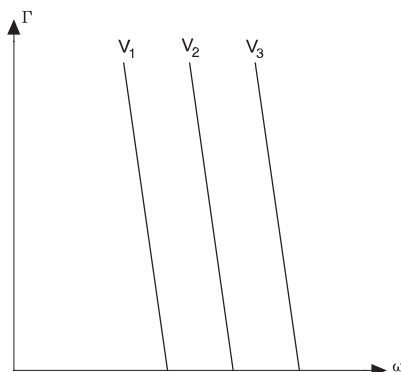
$$I_{arr} = \frac{V - V_{esc}}{R_{esc} + R_r}$$

Cal arrencar afegint resistències addicionals en sèrie amb la màquina que limitin la circulació de corrents massa grans.

A mida que la màquina va augmentant de velocitat aquestes resistències es van eliminant fins que en funcionament normal la màquina queda connectada directament a la font d'alimentació.



La corba parell-velocitat a excitació fixa i tensió d'alimentació constant és la de la figura, on Γ_r és el parell resistent de la càrrega, Γ_m el parell motor de la màquina i $\Gamma_{m\max}$ és el parell màxim, que correspon a corrent màxim. El pendent és petit (en el dibuix està exagerat) i és a causa de les caigudes $(R_{esc} + R_r) I$



És una màquina molt "rígida", la velocitat varia poc amb el parell, per tant és fàcil cremar la màquina per excés de parell. Per variar la velocitat cal variar la tensió.

$$V_3 > V_2 > V_1$$

3- Màquina de corrent continu amb excitació sèrie

Fins ara hem suposat que s'alimentava el debanat d'excitació amb una font de tensió constant independent; si el debanat d'excitació es posa en sèrie amb el del rotor¹ obtenim l'anomenat motor sèrie en què el corrent del rotor passa també per l'estator.

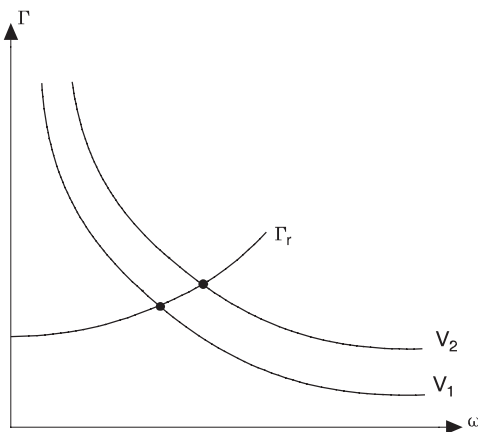
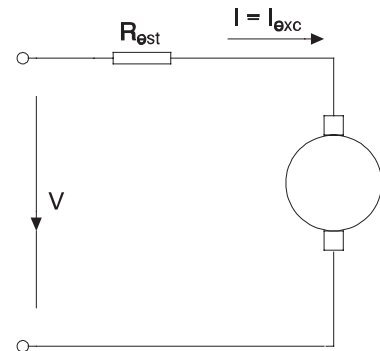
$$I = I_{\text{exc}}$$

$$V = (R_{\text{est}} + R_r + R_{\text{esc}}) I + V_{\text{esc}} + E$$

$$E = K_v \phi(I) \omega = K' I \omega$$

Si ω és constant, en augmentar Γ puja el corrent.

$$\Gamma = K_v \phi(I) I = K_t I^2$$



A parell fix, a més tensió més velocitat.

Si la velocitat és nul·la el parell tendeix a infinit, per tant és el motor més emprat històricament per a tracció elèctrica (ferrocarrils, grans elevadors, etc.) i totes les aplicacions que necessiten un gran parell d'arrencada.

Si el parell és nul la velocitat tendeix a infinit. Cal vigilar que aquesta màquina no es quedi sense parell, per exemple si es trenca la cadena o la corretja.

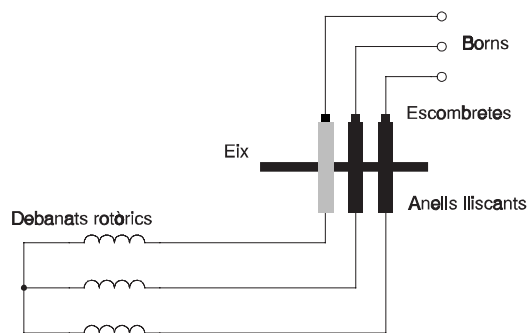
¹Per poder fer això caldrà fer un debanat amb poques espires de fil gruixut (en comptes de moltes espires de fil prim) que doni lloc al mateix $N I_{\text{exc}}$

Motors d'inducció

1- Constitució i funcionament

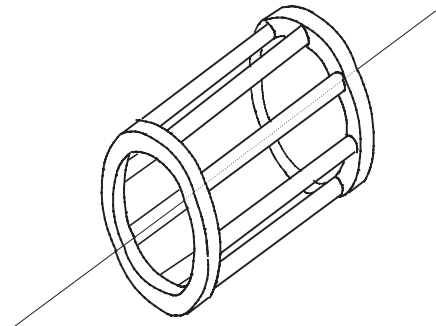
1-1- Constitució de la màquina d'inducció

La màquina d'inducció presenta l'estator constituït de forma que, si s'aplica una terna trifàsica de corrents als seus debanats s'origina un camp magnètic giratori. El rotor, en canvi, presenta dues modalitats d'execució, segons sigui o no accessible des de l'exterior.



En el primer cas, corresponent a la **màquina de rotor debanat**, el rotor està constituït per debanats trifàsics amb idèntica disposició que els de l'estator, connectats a l'exterior en curt circuit, els debanats rotòrics són accessibles des de l'exterior a través de tres pastilles de grafit (escombretes) que fan pressió sobre tres contactes lliscants anomenats anells lliscants, aïllats elèctricament entre ells i connectats a cada debanat (els tres debanats del rotor estan en connexió estrella per tal de minimitzar el nombre d'anells lliscants necessaris).

En el segon cas, en canvi, corresponent a la **màquina de gàbia d'esquirol**, no hi ha debanats al rotor i aquest està format per un conjunt de barres de coure, llautó o alumini disposades sobre generatrius exteriors del rotor, o bé lleugerament inclinades respecte aquestes, i unides per cadascun dels extrems mitjançant un anell del mateix metall. A la pràctica, aquesta disposició actua de la mateixa manera que ho faria un feix d'espines debanades sobre el rotor i posades en curt circuit.



1-2- Generació de camps magnètics

Les màquines elèctriques, en general, presenten dos circuits elèctrics, un a l'estator i l'altre al rotor, que s'acoblen a través d'un camp magnètic. D'aquesta manera, amb la interacció entre ambdós circuits, s'aconsegueix la conversió d'energia elèctrica en energia mecànica -cas dels motors- o bé, a l'inrevés, la transformació d'energia mecànica en energia elèctrica -cas dels generadors-. En aquest apartat es pretén mostrar els principis bàsics que permeten la comprensió dels fenòmens que s'han apuntat anteriorment.

● Origen del magnetisme.

L'aparició de camps magnètics és a causa del desplaçament de càrregues elèctriques, és a dir, qualsevol càrrega en moviment origina al seu entorn un camp magnètic.

D'aquesta manera, al voltant d'un fil conductor de corrent es genera un camp magnètic d'intensitat directament proporcional a la intensitat del corrent que el produeix i inversament proporcional a la distància del punt on es considera el camp respecte al fil.

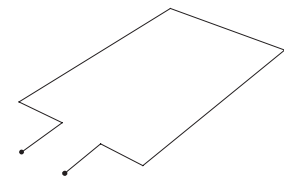
● Camp a l'entreferro de les màquines d'inducció.

El camp magnètic a les màquines d'inducció és originat pels debanats de l'estator que actuen com inductors del camp magnètic.

El camp generat per una bobina diametral es pot aproximar amb una expressió d'aquest tipus:

$$B(x) = B_{m\grave{a}x} \cdot \sin(x)$$

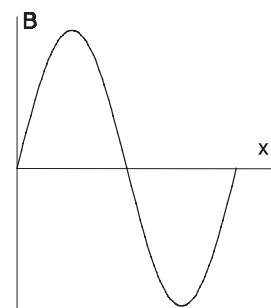
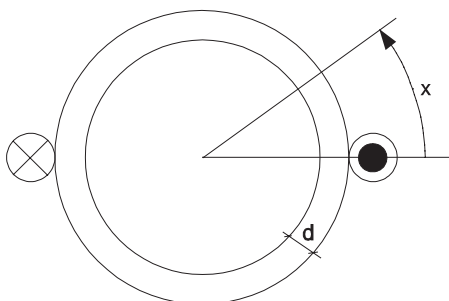
on B és el camp magnètic i x és l'angle que forma el radi del punt on es considera el camp respecte al diàmetre on és debanada la bobina.



Al seu torn, el camp màxim $B_{m\grave{a}x}$ ve donat a partir de l'expressió següent:

$$B_{m\grave{a}x} = K \cdot N \cdot i$$

amb K , constant que depèn de l'execució del debanat, N , nombre d'espines que constitueixen la bobina, i i , corrent que hi circula.

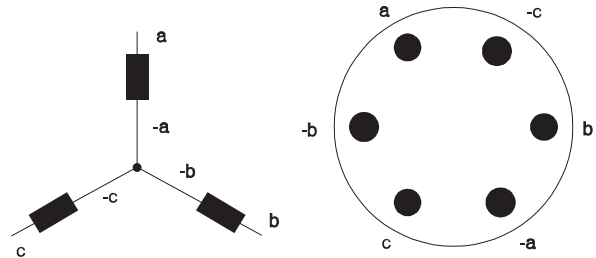


D'acord amb això, si s'alimenta la bobina amb corrent altern sinusoidal, a cada punt de l'entreferro hi haurà present un camp magnètic d'amplitud variable. En aquest cas, es diu que el camp magnètic és **polsant**.

1-3- Generació de camps magnètics giratoris

Habitualment, en les instal·lacions industrials, s'empren màquines trifàsiques perquè permeten la consecució relativament senzilla de camps magnètics giratoris.

Si es disposen tres bobines diametral a l'estator d'una màquina d'inducció, decalades entre elles 120° , el camp que s'obté del conjunt és superposició dels camps de les tres bobines, és a dir, s'obté per addició dels camps produïts separatament pels debanats de cadascuna de les fases.



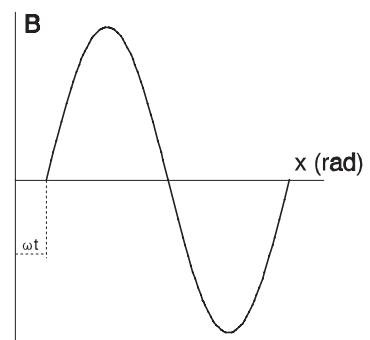
Si s'alimenten aquestes bobines amb una terna trifàsica de corrents, el camp resultant és descrit amb la següent expressió:

$$\mathbf{B}(x,t) = B_{m\grave{a}x} \cdot \sin(x - \omega \cdot t)$$

on ω és la polsació dels corrents alterns que generen el camp, i $B_{m\grave{a}x}$, ara, pren el valor

$$B_{m\grave{a}x} = 1.35 \cdot K \cdot N \cdot I$$

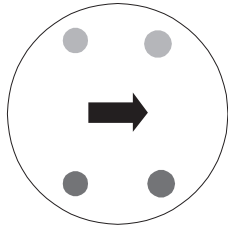
on I és el valor eficaç del corrent per fase absorbit per l'estator.



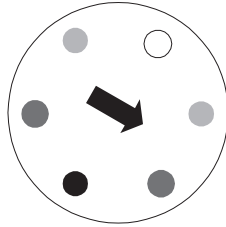
S'observa que el camp magnètic depèn, alhora, tant del punt on es consideri com de l'instant de temps en què s'avalui. Encara més, per a un punt fix de l'entreferro, el camp seguirà una evolució sinusoidal en el temps.

Un camp d'aquest tipus s'anomena camp **giratori**. Aquest nom és per raó del fet que el rotor "veu" com el camp magnètic gira al voltant del seu mateix eix.

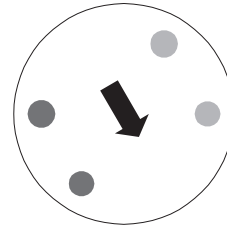
El dibuix de la pàgina següent, on la fletxa indica la direcció del camp magnètic resultant, permet clarificar aquests conceptes.



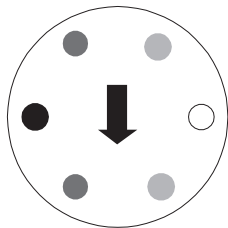
$t = 0 \text{ ms}$



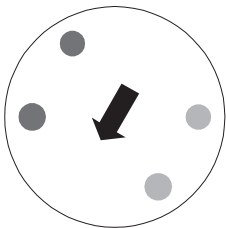
$t = 1.7 \text{ ms}$



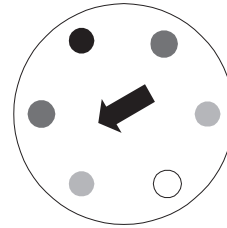
$t = 3.3 \text{ ms}$



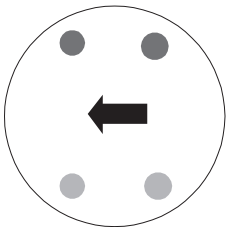
$t = 5 \text{ ms}$



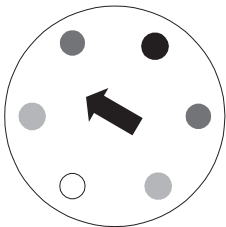
$t = 6.7 \text{ ms}$



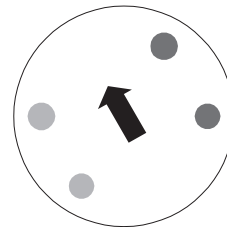
$t = 8.3 \text{ ms}$



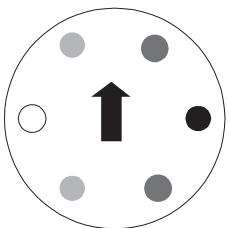
$t = 10 \text{ ms}$



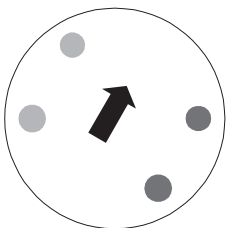
$t = 11.7 \text{ ms}$



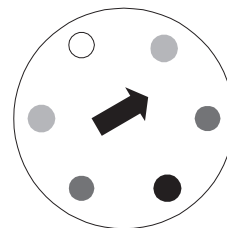
$t = 13.3 \text{ ms}$



$t = 15 \text{ ms}$



$t = 16.7 \text{ ms}$



$t = 18.3 \text{ ms}$

1-4- Acció del camp magnètic sobre una espira

La creació d'un camp magnètic a l'entreferro d'una màquina d'inducció té per objecte aconseguir l'acoblament elèctric entre els circuits del rotor i l'estator i, alhora, produir un efecte dinàmic que permeti el funcionament de les màquines elèctriques com a tals.

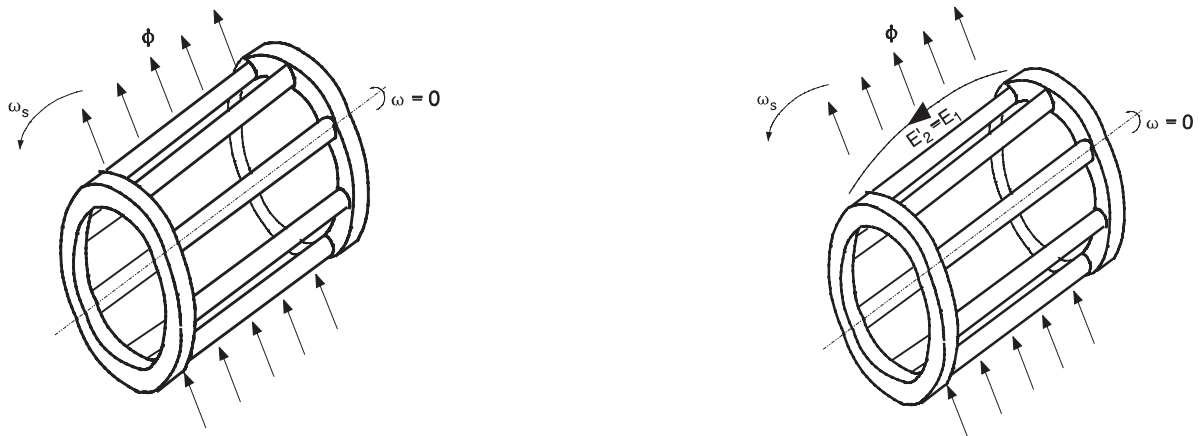
Aquest darrer aspecte es relaciona amb la següent constatació experimental: en una espira, sotmesa a l'acció d'un camp magnètic, apareix una tensió induïda entre els seus extrems. Si aquests, a més, s'uneixen, circularan corrents que generaran un camp magnètic tendent a oposar-se al camp inicial aplicat.

D'altra banda, una espira per on circula corrent, tendeix a orientar-se en la direcció de flux màxim si és sotmesa a l'acció d'un camp magnètic.

Llavors, si es genera un camp magnètic giratori, qualsevol espira debaranada sobre el rotor de la màquina tendirà a seguir el moviment d'aquest camp i, per tant, arrossegat el rotor en el seu desplaçament.

1-5- Principi de funcionament

La màquina d'inducció es caracteritza pel fet que tot el corrent que circula pel seu rotor és induït -d'aquí el seu nom- a partir dels corrents que circulen pels debaranats de l'estator. En el funcionament com a motor, habitual en aquest tipus de màquina, s'aplica una terna trifàsica de corrents als debaranats de l'estator i, en conseqüència, s'estableix un camp magnètic giratori de pulsació $\omega_s = 2\pi f$ (figura de l'esquerra).



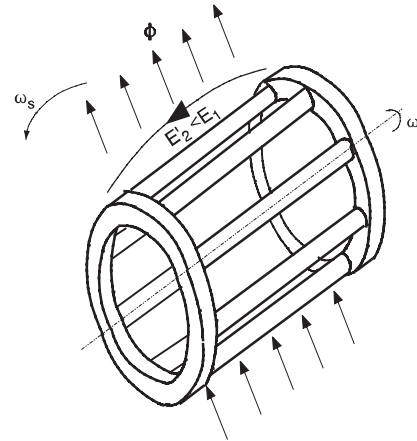
Llavors, si es considera el rotor inicialment en repòs, aquest "veu" variació de flux, apareix una tensió induïda (figura de la dreta) entre els extrems dels conductors -barres de la gàbia d'esquirol o bé debaranats de la màquina de col·lector- i, com es troben en curtcircuit, comencen a circular corrents induïts.

Aquests corrents seran alterns de pulsació igual a les de l'estator ($\omega_r = \omega_s$) que coincideix amb la de gir del camp magnètic, mentre el rotor estigui en repòs.

La circulació dels corrents induïts pel si del camp magnètic giratori suposa l'aparició de forces sobre els conductors, de manera que les espires que formen tendeixen a orientar-se en la direcció de flux màxim i a desplaçar-se seguint el camp giratori.

Així es comunica un parell a l'eix del rotor que, si és prou elevat, pot posar-lo en moviment i arrossegar les càrregues que s'hi acoblin. En aquest cas, hi haurà també corrents pel rotor, però amb pulsació menor que no tenien amb el rotor en repòs, ara, igual a la velocitat de gir relativa del camp magnètic respecte al rotor en moviment.

El rotor mai no pot trobar-se de forma estable a idèntica velocitat que el camp magnètic perquè no hi hauria llavors variació de flux, no s'induirien corrents pel rotor i, en conseqüència, deixaria d'aplicar-s'hi parell, amb la qual cosa el motor s'alentiria i giraria a velocitat menor que la del camp magnètic. Per aquest motiu s'anomena màquina asíncrona, la velocitat de gir ω serà propera a la de sincronisme ω_s però mai igual.



1-5-1- Lliscament

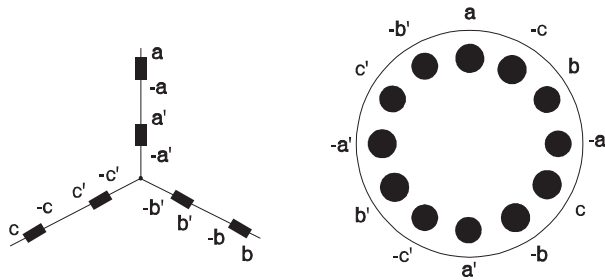
Es defineix el lliscament, s , com a paràmetre que dóna la velocitat relativa entre rotor i camp magnètic, a partir de la següent relació:

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} = \frac{\omega_r}{\omega_s}$$

on, ω_s , anomenada **velocitat de sincronisme**, és la velocitat de gir del camp magnètic (igual a la pulsació dels corrents de l'estator); ω és la velocitat de gir del rotor (velocitat mecànica) i ω_r és la pulsació dels corrents del rotor. En l'arrencada, el lliscament val 1. En marxa normal, és de l'ordre de 0.02 (2%) a 0.07 (7%).

1-5-2- Parells de pols

El debanat constituït per una sola bobina a cada fase permet l'establiment d'un camp magnètic en què es distingeixen dos pols segons el sentit de les línies de força del camp magnètic (pol nord i pol sud). Si els debanats presenten, com passa en realitat, més d'una bobina, llavors l'ona de camp magnètic no realitza una sola oscil·lació al llarg de l'entreferro sinó que se'n presenten tantes com bobines per fase estiguin contribuint a la formació del camp. De la mateixa manera, s'incrementa el nombre de pols i es defineix un nou paràmetre, p , nombre de parells de pols, que permet reduir l'estudi de les màquines amb múltiples d'un sol pol al d'una màquina amb un sol pol.



Així, es prenen com a característics de la màquina -referits a la màquina homòloga amb un sol parell de pols-, ω' i Γ' , respectivament velocitat de rotació i parell, definits mitjançant:

$$\omega' = p \cdot \omega \quad \Gamma' = \frac{\Gamma}{p}$$

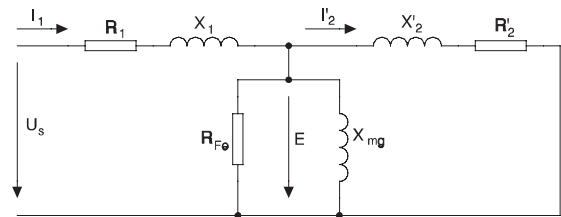
D'aquesta forma, la potència que cedeix la màquina es manté invariant:

$$P = \Gamma' \cdot \omega' = \Gamma \cdot \omega$$

2- Esquema equivalent

La màquina d'inducció, d'acord amb el seu principi de funcionament, es comporta de manera semblant a un transformador.

De fet quan el rotor està aturat la màquina és un transformador amb entreferro. Així doncs, si el rotor està aturat l'esquema equivalent fase-neutre de la màquina reduït a primari serà el de la figura, on U_s és la tensió d'alimentació dividida per arrel de tres.



Quan la màquina gira, la tensió induïda al rotor serà més petita, en forma proporcional a la velocitat, de manera que parlarem d'una E_1 a l'estator que es veu com una E'_2 des del rotor

$$E'_2 = \frac{\omega_r}{\omega_s} E_1 = s E_1$$

En girar la màquina la pulsació dels corrents del rotor passa a ser ω_r de forma que la reactància del rotor també varia

$$X'_2 \Big|_{\omega \neq 0} = \omega_r L_2 = \frac{\omega_r}{\omega_s} X'_2 \Big|_{\omega=0} = s X'_2 \Big|_{\omega=0}$$

Anomenem X'_2 a la reactància del rotor aturat i ens referirem a la del rotor en moviment amb sX'_2 .

Així doncs podem escriure

$$I_2' = \frac{s E_1}{R_2' + j s X_2'}$$

que podem transformar en

$$I_2' = \frac{E_1}{\frac{R_2'}{s} + j X_2'} = \frac{E_1}{R_2' + j X_2' + R_2' \frac{1-s}{s}}$$

d'on

$$E_1 = \left(R_2' + j X_2' + R_2' \frac{1-s}{s} \right) I_2'$$

que multiplicant per $I_2'^*$ serà un balanç de potències

$$E_1 I_2'^* = R_2' I_2'^2 + j X_2' I_2'^2 + R_2' \frac{1-s}{s} I_2'^2$$

on

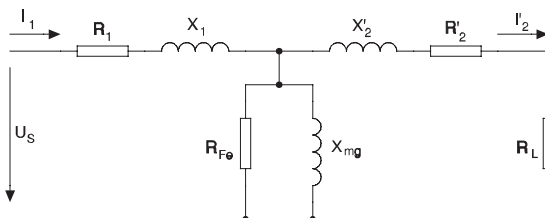
$E_1 I_2'^*$ és la potència elèctrica entregada al rotor
 $R_2' I_2'^2$ són les pèrdues elèctriques al rotor
 $X_2' I_2'^2$ és la reactiva de dispersió del rotor

i el terme que queda haurà de ser forçosament la potència mecànica total.

$$P_{\text{mec tot}} = R_2' \frac{1-s}{s} I_2'^2$$

Definim una resistència fictícia que serà tal que la potència que s'hi dissipi es convertirà en mecànica. Amb això l'esquema equivalent per fase serà el de la figura.

$$R_L = R_2' \frac{1-s}{s}$$



Tenint en compte que les magnituds del rotor rarament poden mesurar-se en forma directa, habitualment es fa un abús de llenguatge i s'empren indistintament amb i sense la notació '.

Com es pot observar, la potència dissipada al rotor és la potència total que absorbeix multiplicada pel lliscament s , en conseqüència, cal que el lliscament sigui petit per tal que el rendiment prengui valors acceptables.

De fet, de la potència total absorbida per l'estator, una part es perd en el mateix estator a causa de l'efecte Joule i de les pèrdues en el ferro -tant per histèresi, com per corrents de Foucault-, i la resta es transfereix al camp magnètic.

Aquesta potència és transferida, al seu torn, al rotor. Llavors, com ja s'ha indicat, en part, és dissipada al mateix rotor tant per efecte Joule com per histèresi com per corrents paràsits de Foucault i la resta es transforma a potència mecànica, de la qual tota menys les pèrdues per fricció i ventilació és aprofitable.

3- Deducció de la característica mecànica

Si es negligeixen les pèrdues a l'estator, resulta senzill determinar l'equació que regeix el comportament mecànic de la màquina d'inducció. Aquesta aproximació és vàlida a títol de comprensió del comportament de la màquina, atès que permet generalitzar certes observacions fetes en aquest cas en particular, però no resulta aplicable pràcticament perquè introdueix errors de l'ordre del 10% respecte als valors reals de les diverses magnituds de la màquina, del tot inacceptables.

Així, si es considera

$$\Gamma = \frac{P_{mec}}{\omega}$$

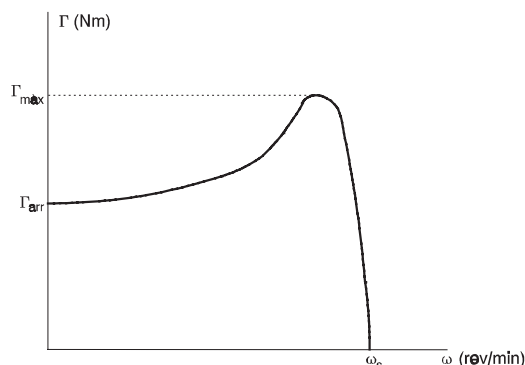
substituint l'expressió de la potència mecànica a partir de les magnituds elèctriques que la defineixen, es troba

$$\omega_s = \frac{\omega}{1-s} \quad \Gamma = 3 R_2' \frac{1-s}{s} \frac{I_2'^2}{\omega} = 3 R_2' \frac{I_2'^2}{s \omega_s}$$

i, si aquí es substitueix, al seu torn, l'expressió del corrent pel rotor, s'arriba a determinar el parell mecànic lliurat a l'eix de la màquina a partir de la tensió d'entrada i dels paràmetres de l'esquema equivalent. Efectivament,

$$\Gamma = \frac{3}{\omega_s} \cdot \frac{R_2'}{s} \cdot \frac{E_1^2}{X_2'^2 + \left(\frac{R_2'}{s}\right)^2}$$

Aquesta equació, si es representa gràficament el parell com a funció del lliscament, és a dir, de la velocitat mecànica, dóna lloc a la característica mecànica tal com és representada a la figura següent.



Pot resultar interessant constatar que el parell màxim, que s'obté a partir d'aquesta expressió, és independent quant al seu valor de la resistència rotòrica R'_2 , que només defineix a quina velocitat es presentarà aquest parell màxim. Així, es troba que

$$\Gamma_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{E_1^2}{X_2' \cdot \omega_s} \quad s_{max} = \frac{R_2'}{X_2'}$$

4- Corbes característiques

En el cas de la màquina d'inducció, les característiques d'interès per al seu funcionament en règim normal a tensió nominal són les següents:

- Corba parell/velocitat
- Corba dels corrents absorbits
- Corba dels factors de potència
- Corba de rendiments

La relació entre parell i velocitat per a la màquina d'inducció està donada per la característica mecànica que hem vist abans.

El punt de funcionament depèn del tipus de càrrega que arrossegi el motor i es determina intersecant les característiques mecàniques de motor i càrrega, ja que en equilibri el parell motor i el parell resistent de la càrrega són iguals.

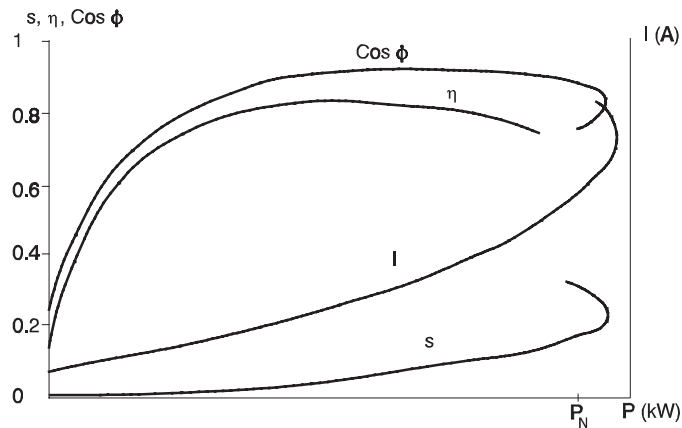
Es distingeixen dues parts en la corba característica:

- Tram estable. Situat a la dreta del màxim, comprèn els punts habituals de treball del motor en règim normal. El fet que la característica en aquest tram presenti un pendent força acusat indica que el motor és apte per governar la majoria de les càrregues que necessiten una velocitat aproximadament constant.

El coeficient d'estabilitat (proporció entre parell màxim i parell nominal) sol trobar-se al voltant de 2 i cal que es mantingui proper a aquest valor per evitar que una batzegada sobtada de la càrrega origini un parell resistent superior al màxim de la màquina i provoqui la seva aturada gairebé immediata.

- Tram inestable. Situat a l'esquerra del màxim, representa les modalitats de funcionament no permanents del motor.

La **corba dels corrents absorbits** s'obté, mantenint l'alimentació del motor a tensió nominal constant, sotmetent-lo a càrregues progressivament més grans. El corrent de buit constitueix una fracció notable del corrent a plena càrrega per raó de la importància de l'entreferro que exigeix magnetitzar fortament els circuits magnètics.



Pel que fa a la **corba del factor de potència**, es comprova que el factor de potència és molt baix en buit -de l'ordre de 0.1 a 0.15-. A plena càrrega assoleix un valor de 0.8 per als motors petits i de 0.93 aproximadament per als grans. Dins dels límits d'utilització normals, compresos entre el buit i plena càrrega, el factor de potència millora amb la càrrega.

En general, cal observar les precaucions que segueixen en l'elecció d'un motor d'inducció:

- Un motor de potència massa gran, en relació a la potència necessària, es trobarà funcionant a baixa càrrega i, per tant, el seu $\cos \phi$ serà menor que no caldria amb un motor de menor potència, i s'incrementarà el consum d'energia reactiva.
- L'ús de motors petits per suplir-ne un de sol més gran, representa un consum més elevat d'energia reactiva.

Es dóna habitualment la **corba del rendiment** aproximat, que resulta de representar la relació entre potència mecànica útil i potència elèctrica consumida per a cadascuna de les diferents velocitats de règim que pot presentar el motor.

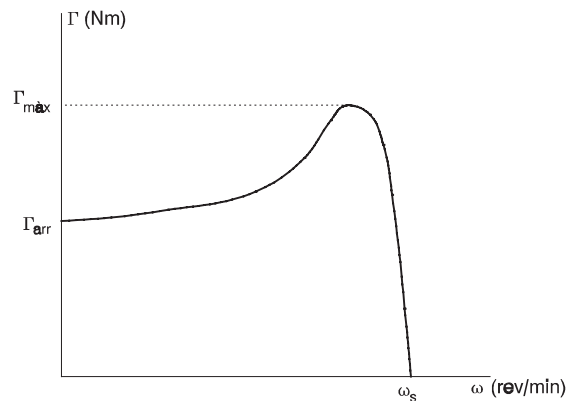
5- Tipus de motors d'inducció

Els motors d'inducció presenten una gran varietat de models, cadascun dels quals s'empra en aplicacions específiques, d'acord amb les seves característiques.

Aquesta diferenciació s'aconsegueix modificant la reactància dels debanats i variant la resistència en el rotor de la màquina. Això, es manifesta en la corba de parell/velocitat de la màquina -és a dir, en la característica mecànica-. Hi ha quatre tipus de característiques genèriques, que permeten identificar el tipus d'aplicació al qual s'ha de dedicar la màquina:

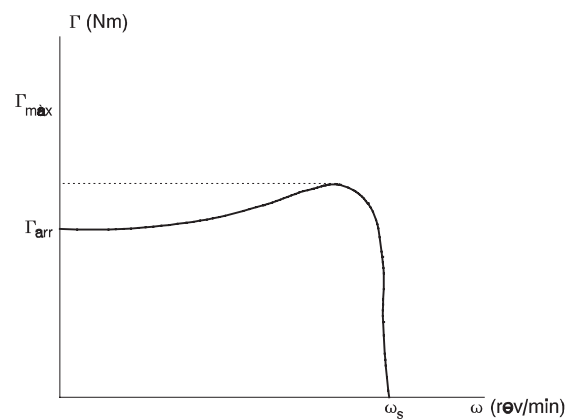
Tipus A

Correspon als motors de gàbia d'esquirol normals de baixa resistència. Presenten, al punt de treball, és a dir, en condicions nominals, un bon rendiment (superior al 75%) i un lliscament petit (al voltant del 2%).



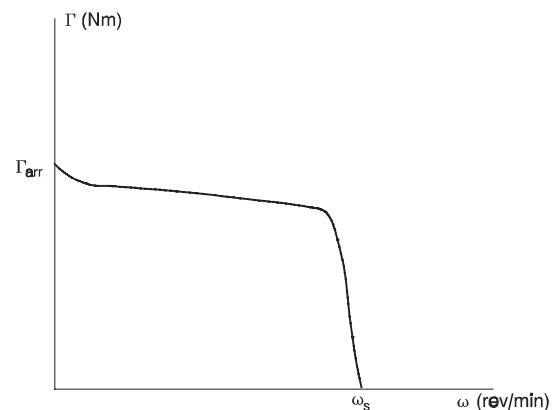
Tipus B

Presenta una impedància de dispersió elevada i, per tant, el factor de potència és petit. S'empra dins del rang de potències que va des dels 7.5 kW fins als 200 kW. El corrent d'arrencada és menor que en el cas anterior. Presenta també, en el punt de treball, un rendiment elevat i un lliscament baix.



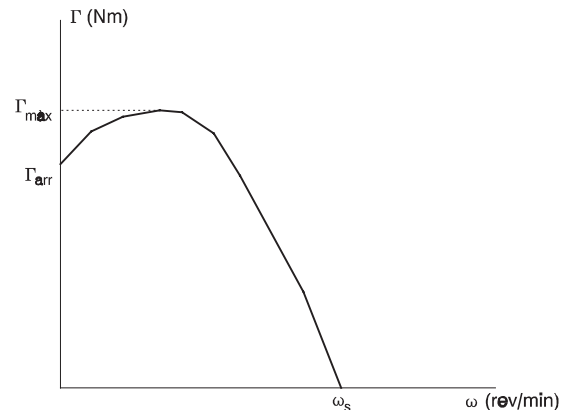
Tipus C

Motor de doble gàbia que presenta una elevada resistència al rotor. Presenta un parell d'arrencada elevat; el corrent que s'absorbeix en aquesta situació és limitat. El rendiment disminueix i augmenta el lliscament. S'empenen en l'accionament de compressors, que requereixen un parell d'arrencada molt gran, sense que el rendiment sigui un factor determinant en l'operació normal d'aquests motors.



Tipus D

Correspon als motors de gàbia de resistència gran. El parell d'arrencada és molt elevat i s'aconsegueix amb un corrent petit. S'accentua la disminució del rendiment respecte al cas anterior (com a molt, assoleix el 50%) i s'incrementa el lliscament. Aquest tipus de màquina permet la regulació per tensions variables.



6- Mètodes d'arrencada

L'arrencada constitueix un fenomen crucial en l'operació de motors d'inducció i s'hi conjuguen dos factors. D'una banda cal garantir un parell d'arrencada superior al de la càrrega, de forma que es pugui vèncer el parell resistent i accelerar la càrrega fins a la velocitat nominal, d'altra banda, s'ha de limitar el corrent absorbit en el transitori d'arrencada perquè pot suposar esforços importants sobre els debanats i pertorbacions en la tensió de la xarxa on connectem el motor. Els mètodes d'arrencada aplicats més comunament són discutits seguidament.

6-1- Arrencada directa

Aquest mètode s'emprarà mentre sigui possible i no es presentin els problemes comentats a l'encapçalament d'aquest apartat. Sovint però, es presenten pics del corrent amb una intensitat de fins a vuit vegades el valor del corrent nominal. El seu valor es pot calcular aproximadament amb la següent equació

$$i = \sqrt{2} \cdot I_a \cdot k_m$$

on i és el pic d'intensitat, I_a , la intensitat teòrica d'arrencada (deduïda de l'esquema equivalent) en valor eficaç, i k_m , un factor que depèn de la grandària del motor -oscil·la entre 1.8 per a motors petits i 2 per a motors grans-.

6-2- Arrencada estrella-triangle

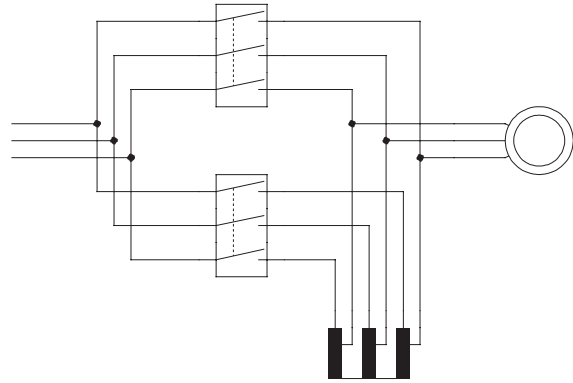
Consisteix en connectar en estrella durant l'arrencada debanats dimensionats per a connexió en triangle en operació normal. Els debanats suporten llavors la tensió senzilla en lloc de la de línia i el corrent absorbit en l'arrencada és la tercera part del que hi hauria en connexió directa en triangle. Convé comprovar, però, que el parell d'arrencada en aquestes condicions sigui prou gran com per accelerar ràpidament el motor.

Cal disposar d'un motor que treballi en triangle a la tensió de la xarxa.

6-3- Arrencada amb autotransformador

S'empra amb motors d'elevada potència, de forma que el cost de l'equip d'arrencada sigui una fracció raonable del cost total del motor.

Es disposa en borns del motor d'un autotransformador de potència aparent relativament feble perquè es manté en servei un temps reduït. Si aquest transformador presenta una relació de transformació de valor r_t , aleshores, el parell d'arrencada és dividit per r_t^2 i el corrent pel motor per r_t , però el corrent absorbit pel primari del transformador és r_t cops menor que el corrent pel motor, és a dir, el corrent absorbit de la xarxa és r_t^2 cops menor.



6-4- Acoblament d'arrencada

Es tracta d'engegar el motor en buit i anar-lo carregant poc a poc mitjançant un embragatge. D'aquesta manera, ni que el corrent de connexió és gran, la durada de la maniobra és molt curta ja que es realitza sense càrrega. Cal vigilar la capacitat tèrmica de l'acoblament.

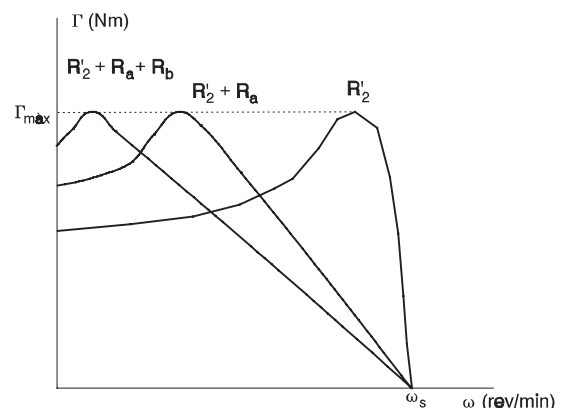
6-5- Arrencada mitjançant convertidor

Els convertidors estàtics permeten la regulació contínua de freqüència i tensió o intensitat fins al punt que es pot aconseguir l'arrencada d'un motor de gàbia amb parell nominal.

6-6- Arrencada controlant paràmetres del rotor

Les modalitats d'arrencada precedents es poden aplicar indistintament a motors de gàbia o de col·lector pel fet que afecten només a les magnituds d'entrada de la màquina d'inducció, tensió de la línia i corrent absorbit o a magnituds mecàniques.

Els motors de col·lector, a més, pel fet que permeten l'accés als debanats del rotor faciliten el control del motor durant l'arrencada. Així, intercalant resistències en els circuits rotòrics, s'aconsegueix modificar la corba característica de forma que el parell màxim es presenti a velocitats baixes i la potència absorbita no resulti excessiva.



Els motors de gàbia d'esquirol, encara que no permeten l'accés al rotor, si admeten determinades solucions constructives que incrementen la resistència de les barres de la gàbia en el moment de l'arrencada: **motors de doble gàbia**. S'aprofita, llavors, l'efecte de conducció pel·licular o efecte skin.

Semblantment, els motors de col·lector poden estar construïts de forma que la resistència en l'arrencada sigui superior al valor de la resistència en marxa: **motors de ranura profunda**.

7- Regulació de velocitat

Els motors de corrent altern han presentat fins a l'actualitat problemes quant a la seva regulació. Així, per bé que resulten més robustos i de manteniment reduït, amb millor relació pes/potència i velocitats de rotació elevades, s'han vist desplaçats en aplicacions que requerien una regulació precisa de la velocitat pels motors de corrent continu.

Actualment, el desenvolupament dels convertidors estàtics ha permès l'aplicació d'accionaments de corrent altern a tasques que abans estaven reservades als motors de corrent continu.

Aquest aspecte depassa els límits que s'han fixat al temari d'aquest curs, per la qual cosa n'hi ha prou a esmentar alguna de les disposicions més genèriques dels convertidors estàtics:

- Retallador d'angle, regulen la tensió a l'estator d'una màquina d'inducció mitjançant el tall parcial de l'ona. Es produeixen així pèrdues importants al rotor i, per tant, el seu ús es limita a màquines amb servei intermitent o bé a motors de petita potència en què el sobredimensinament necessari no suposa un encariment excessiu dels costos.
 - Cicloconvertidors, alteren la freqüència de la tensió d'alimentació del motor de forma que aquesta consta de fragments de la tensió de la xarxa. Aquest tipus de convertidors s'empren sobretot per alimentar màquines d'elevada potència i aconseguir velocitats de rotació petites.
 - Variadors de freqüència (onduladors). Converteixen corrent continu en corrent altern a base d'invertir seqüencialment les polaritats. Els més senzills generen ones alternes quadrades però els més habituals generen ones a base de pulsos d'amplada variable que milloren el funcionament i redueixen l'escalfament del motor.
 - Cascada hiposíncrona. En motors de rotor bobinat, aquest convertidor agafa part de l'energia del rotor i la retorna a la xarxa. Equival a afegir resistències al rotor.
-

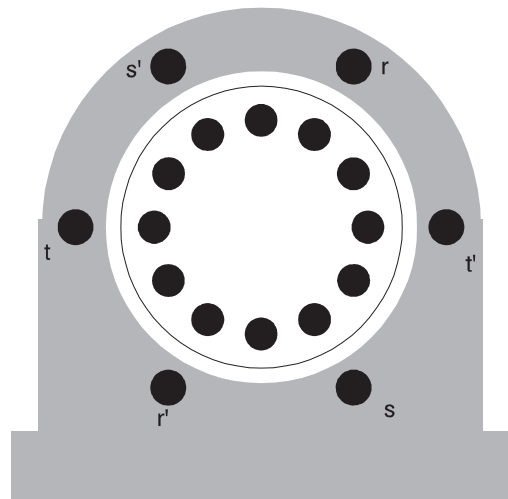
Màquina síncrona

1- Constitució

L'estator d'una màquina síncrona es compon de tres debanats trifàsics (que, per tant, crearan un camp magnètic giratori) com els ja vistos en la màquina d'inducció. El rotor, en canvi, és diferent ja que està format per un imant. Aquest imant pot ser un imant permanent en motors petits (cas d'alguns tipus de motors per a regulació de velocitat i/o posició anomenats *brushless*) o bé, en el cas de màquines grans (sistemes elèctrics de potència), és un electroimant, és a dir, un nucli ferromagnètic amb un únic debanat que alimentem amb corrent continu. Aquest rotor constituït amb un nucli ferromagnètic que conté un debanat pot tenir dues modalitats constructives en funció de la velocitat angular a què ha de funcionar: rotor llis i rotor de pols sortints. En tots dos casos podem alimentar l'electroimant mitjançant un joc de dues escobretes solidàries a l'estator i dos anells lliscants solidaris a l'eix del rotor.

1-1- Rotor cilíndric

Per a velocitats de gir altes (habitualment en centrals tèrmiques), en ser les forces centrífugues grans, cal que el rotor tingui simetria, l'execució física és en forma cilíndrica. La distribució de les ranures i els conductors és tal que la densitat de camp magnètic a l'entreferro té una forma sinusoidal, el rotor es construeix apilant xapes magnètiques encunyades i inserint-se posteriorment els conductors.

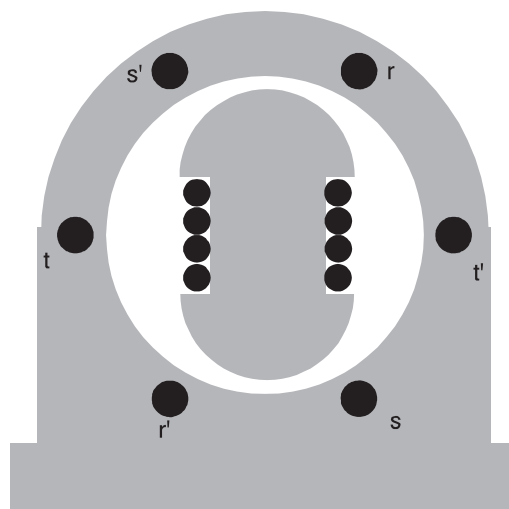


1-2- Rotor de pols sortints

En centrals hidràuliques, la velocitat de gir és inferior a les tèrmiques, en ser sensiblement menors les forces centrífugues que ha de suportar el rotor, és possible construir-lo en la disposició pols sortints; la qual cosa el fa més senzill i econòmic de bobinar.

El debanat inductor del rotor es divideix en dues fraccions, una en cada extensió polar per mantenir la simetria mecànica del rotor.

En aquest cas, aconseguim una distribució sinusoidal de la densitat de camp magnètic en l'espai per la forma que es dona a les expansions polars.



2- Principi de funcionament

Com en tota màquina elèctrica rotativa, el funcionament es basa en l'atracció entre dos camps magnètics, d'una banda el creat en el rotor pel debanat d'excitació (camp rotòric), solidari al rotor i per l'altra, el camp estatòric (giratori) generat pels tres corrents trifàsics circulant en els tres debanats estatòrics decalats entre si 120°.

Un sistema trifàsic de corrents en l'estator dona lloc a un camp magnètic giratori de velocitat angular anomenada ω_s (velocitat síncrona o de sincronisme)

$$\omega_s = 2 \pi f$$

Com el rotor també crea un camp magnètic, aquests dos camps podran desenvolupar un parell constant per atracció de pols oposats sempre que el rotor giri a la velocitat de sincronisme. En aquest cas, l'angle constant que es forma entre els dos camps ens defineix el parell que desenvolupa la màquina

$$\Gamma = K \sin \delta$$

on k depèn de les característiques constructives de la màquina i és proporcional als corrents d'excitació i als corrents estatòrics i δ és l'angle format pels eixos magnètics dels dos camps.

De l'esmentat anteriorment es dedueix que **una màquina síncrona només pot girar a la velocitat de sincronisme**, en ser funció directa de la freqüència, la velocitat de gir és exacta i directament proporcional a la freqüència.

Si es demana més parell que el que pot donar la màquina, es provoca l'anomenada pèrdua de sincronisme, l'angle δ creix fins al seu màxim (90°) i com encara el parell resistent supera al parell motor, el rotor disminueix de velocitat, apareix una velocitat relativa entre el camp síncron i el rotor i el parell motor promig que es desenvolupa en aquest cas és nul (promig de la funció sinus en un període), la màquina s'atura, en no existir tensions induïdes en l'estator per gir de l'eix, tota la tensió d'alimentació s'aplica en fer circular corrent sobre els debanats, el corrent resultant és molt més gran que el previst per a la màquina (equival a un curt circuit) i cal que les proteccions actuïn per evitar que es destrueixi.

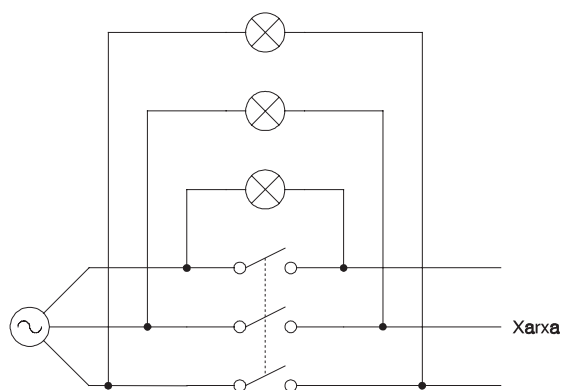
Per la mateixa causa, el parell d'arrencada d'una màquina síncrona és nul ja que a velocitat nul·la, si alimentem l'estator amb una tensió de freqüència nominal, els corrents circulants faran aparèixer el camp magnètic estatòric que gira a velocitat de sincronisme, com a resultat s'obté una velocitat relativa entre els camps magnètics rotòric i estatòric corresponent a la velocitat de sincronisme, és a dir, el parell instantani en el moment d'arrencar és de tipus sinusoidal polsant a la pulsació de sincronisme, com la inèrcia mecànica de la màquina és gran, no pot respondre al parell instantani sinó que ho ha de fer al promig, en ser el valor promig nul el parell d'arrencada és nul.

En tenir un parell d'arrencada nul (alimentat a freqüència nominal), tota màquina síncrona necessitarà d'un equip auxiliar d'arrencada que té per finalitat accelerar el rotor des de l'aturada fins a la velocitat de sincronisme, hi ha diversos mètodes, si la màquina és petita i porta control electrònic, aquest control fa una rampa d'acceleració des de freqüència nul·la fins a nominal de forma que la màquina sempre està en sincronisme.

Si la màquina és un generador, l'arrencada la realitza l'aportació energètica del motor primari (turbina d'aigua, de gas, motor diesel ...), quan la màquina gira a sincronisme, s'excita per tal d'obtenir una tensió igual a la de la xarxa d'alimentació, quan les tensions de la màquina i de la xarxa estan en fase, es connecta la màquina a la xarxa, és l'anomenada sincronització.

La figura mostra l'esquema que s'empra sovint per garantir les condicions d'igual freqüència, tensió i fase que ha de complir una màquina síncrona per poder-se connectar a la xarxa.

Es tracta de posar tres làmpades d'incandescència en paral·lel cada una amb un dels pols de l'interruptor. S'accelera la màquina fins que la freqüència és semblant a la de la xarxa; llavors es varia l'excitació fins que les tensions són semblants. Variant lleugerament la velocitat i l'excitació aconseguirem un estat en què la lluminositat de les bombetes variï molt lentament; això indica que estem molt a prop de les condicions de connexió; llavors tancarem l'interruptor quan les làmpades estiguin apagades. Aquest dispositiu es coneix amb el nom de sincronoscopi de bombetes; en centrals modernes es substitueix sovint per un dispositiu electrònic.



Quan la màquina ha d'actuar com a motor, necessita o bé un motor auxiliar d'inducció que l'acosti a la velocitat de sincronisme o bé es dissenya el rotor de la mateixa màquina amb dos debanats, el rotòric normal de la màquina síncrona i un addicional com el rotòric de la màquina d'inducció (debanat de gàbia), en aquest cas la màquina arrenca com una d'inducció i quan s'arriba prop del sincronisme s'excita el rotor i passa a actuar com a síncrona, a partir d'aquest moment, anomenat sincronització, el flux magnètic que concatena el debanat de gàbia passa a ser constant, no s'hi indueixen tensions i no actua. En alguns casos es curtcircuita el propi debanat rotòric d'excitació en el moment d'arrencar per tal que arrenqui com una màquina d'inducció de rotor bobinat (no hi ha doble debanat rotòric).

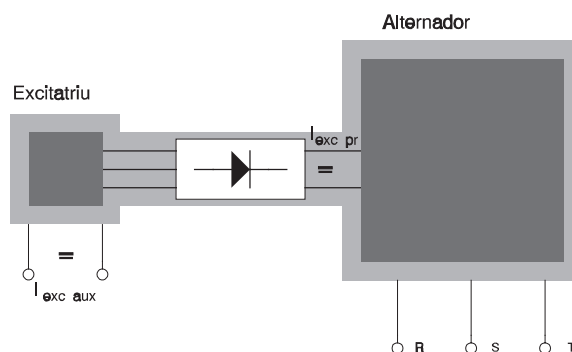
En màquines grans sempre es posa el debanat de gàbia ni que no serveixi o no s'empri per a l'arrencada (cas dels generadors síncrons), té el nom de debanat esmorteïdor i la seva funció és donar estabilitat davant de perturbacions com variacions brusques de càrrega, si una perturbació provoca petites variacions de la velocitat de gir, en el debanat esmorteïdor s'indueixen tensions i pel mateix principi que la màquina asíncrona, aquestes tensions fan circular corrents per la gàbia que tendeixen a esmorteir les oscil·lacions de velocitat.

3- Excitatriu

En una màquina de gran potència, la potència necessària per generar el camp magnètic del rotor és considerable (de l'ordre de l'1 per cent de la potència nominal de la màquina), correspon a les pèrdues per escalfament del debanat rotòric, en alimentar-se amb corrent continu, la resistència del debanat rotòric és l'única limitadora del corrent rotòric o d'excitació.

Com la tensió d'alimentació del debanat d'excitació no pot ser molt gran per motius tecnològics (aïllament, distàncies de seguretat, ...) els corrents d'excitació poden arribar a valors alts, apareix un problema de solució difícil: fer circular aquests corrents forts sobre contactes lliscants i escombretes, la qual cosa exigeix un manteniment i supervisió de funcionament constants; els contactes lliscants en aquest supòsit són imprescindibles atès que la font de contínua és solidària a l'estator i el corrent s'ha d'injectar al rotor.

Aquest problema es soluciona posant solidari amb l'eix de la màquina una segona màquina síncrona, de mida més petita i adequada als requeriments energètics de l'excitació, aquesta segona màquina és l'excitatriu, té la particularitat que el debanat rotòric és trifàsic a 120° i l'estatòric és el d'excitació; solidari amb el rotor s'instal·la un pont de díodes per tal de rectificar els corrents alterns induïts en el rotor de l'excitatriu, reben el nom de díodes girants o rotatius.



En instal·lar una excitatriu aconseguim controlar el corrent d'excitació principal actuant sobre el corrent d'excitació de l'excitatriu que a més de ser sensiblement inferior, (de l'ordre de 100 vegades inferior) no cal transmetre'l mitjançant contactes lliscants en ser el debanat solidari a l'estator.

Els endarreriments en el control que introdueixen les excitatrius són, en general, relativament petits respecte a la gran inèrcia elèctrica que suposa l'excitació de la màquina principal.

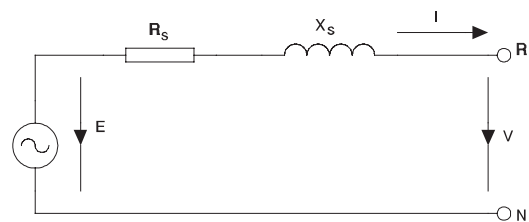
4- Esquema equivalent

Del principi de funcionament i les lleis físiques es pot deduir un esquema elèctric simbòlic equivalent per fase (fase-neutre) de la màquina síncrona.

La força electromotriu o tensió induïda per fase té per expressió

$$E = K_v \omega I_{exc} = K_e I_{exc}$$

on K_v depèn de paràmetres constructius, ω és la velocitat mecànica a què gira la màquina (velocitat de sincronisme) i I_{exc} és el corrent d'excitació; R_s és la resistència del debanat estatori i X_s l'anomenada reactància síncrona.



La reactància síncrona representa tan els acoblaments magnètics entre els diferents debanats com les reactàncies de dispersió (fluxs que es concatenen només en un debanat). El valor $K_e = K_v \omega$ és una constant atès que, a freqüència constant, la velocitat és constant.

El generador fictici ideal que hi apareix és de tensió proporcional a la velocitat de gir i al corrent d'excitació, la potència elèctrica que absorbeix aquest generador fictici (cas de motor) o entrega (cas de generador) no és més que la potència que està transformant de mecànica a elèctrica o viceversa respectivament, en el cas d'un motor

$$P_{elec} = P_{mec} + P_{fric}$$

On P_{elec} és la potència que es transforma en mecànica, P_{mec} és la potència mecànica útil i P_{fric} és la potència que es dissipa per friccions mecàniques. Amb el conveni de signes de l'esquema:

$$P_{elec} = - \Re \{ \underline{E} \underline{I}^* \}$$

En el cas d'un generador

$$P_{mec} = P_{fric} + P_{elec}$$

$$P_{elec} = \Re \{ \underline{E} \underline{I}^* \}$$

Segons la llei de Kirchhoff de tensions s'ha de complir

$$\underline{E} = \underline{I} (R_s + j X_s) + \underline{U}$$

Normalment, i molt especialment en màquines grans, R_s és molt inferior a X_s i s'acostuma despreciar a tots els efectes excepte per a les pèrdues de potència activa en l'estator.

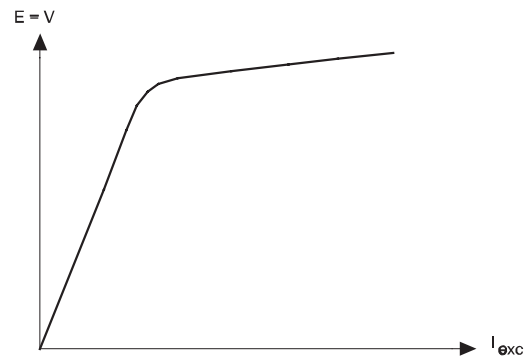
5- Assaig de buit i de curt circuit

Per tal de determinar el comportament de la màquina a la velocitat de sincronisme a què haurà de treballar, es realitzen (entre altres) dos assaigs, anomenats de buit i de curt circuit.

5-1- Assaig de buit

En l'assaig de buit, es fa girar la màquina a la velocitat de sincronisme variant l'excitació des de zero fins al màxim, es representa la tensió en valor eficaç assolida respecte al corrent d'excitació.

Per a corrents d'excitació baixos, la característica és una recta, és el tram anomenat lineal, per a valors alts de corrent d'excitació s'entra en la zona anomenada saturació, a causa de la saturació magnètica del ferro.



En condicions nominals, la màquina treballarà prop de la saturació per tal de rendibilitzar el seu tamany i consegüentment el seu cost.

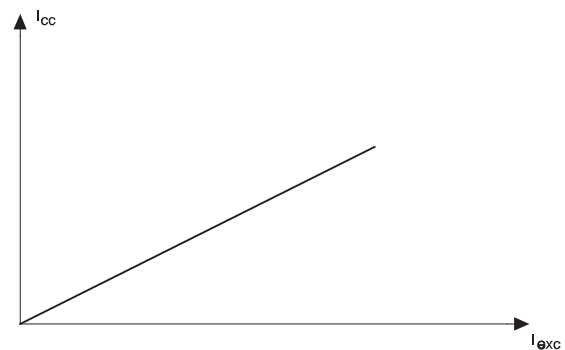
Com en buit no hi ha caigudes de tensió ni en la resistència ni en les inductàncies estatòriques ja que no circulen corrents, la tensió en borns coincidirà amb la força electromotriu induïda i ens permet, per al tram lineal, trobar el coeficient K_e

$$E = K_e I_{exc}$$

5-2- Assaig de curt circuit

Amb els tres debanats de l'estator en curt circuit, i girant la màquina a la velocitat de sincronisme de disseny, es varia l'excitació des de zero fins al valor màxim de corrent, a més excitació més corrent de curt circuit circula.

De l'esquema equivalent es dedueix que durant aquest assaig, tota la tensió induïda és suportada per la reactància síncrona i la resistència per fase del debanats estatòrics. La qual cosa ens permet deduir el valor de la reactància síncrona, sabent el valor de la resistència estatòrica que es mesura mitjançant un pont un cop acabat l'assaig.



$$I_{cc} = \frac{E}{\sqrt{R_s^2 + X_s^2}} = \frac{K_e I_{exc}}{\sqrt{R_s^2 + X_s^2}}$$

6- Comportament de la màquina

6-1- Comportament en buit i en càrrega

Com ja s'ha esmentat, en el funcionament en buit de la màquina síncrona, anàleg a l'assaig de buit, no hi ha caigudes de tensió i tota la força electromotriu induïda és la tensió en borns de la màquina, quan la màquina entra en càrrega (funcionant com a generador) la relació entre el corrent que circula per fase, la tensió en borns i la tensió induïda serà

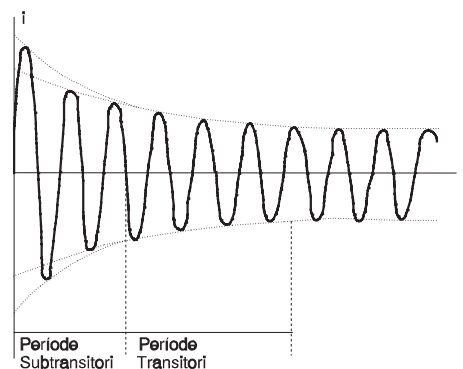
$$\underline{E} = \underline{V} + (R_s + j X_s) I$$

6-2- Comportament en curt circuit

A diferència de l'assaig de buit, l'assaig de curt circuit no simula de forma correcta el comportament de la màquina davant d'un curt circuit.

Experimentalment s'ha comprovat que quan es provoca un curt circuit en borns de la màquina síncrona, el corrent circulant per fase és de l'estil del de la figura, es distingeixen tres zones diferents en funció del valor que assoleix el corrent.

Durant els primers períodes després del curt circuit, el corrent és màxim tant per a fenòmens de saturació com per al transitori associat al canvi bruscat de corrents (inclou també l'efecte dels debanats esmorteïdors), s'anomena període subtransitori.



Des dels primers períodes, el corrent va disminuint segons una llei exponencial, corresponent a l'esmoreïment a la presència d'elements resistius (resistències dels debanats estatòrics, del debanat esmorteïdor, ...).

Quan el corrent ja ha disminuït una mica se sol distingir una segona etapa anomenada període transitori, que normalment és de més durada que el subtransitori.

Passats ja de l'ordre de 15 a 50 períodes, s'arriba a l'estabilització de règim permanent, el corrent de règim permanent és el corrent que donaria l'esquema equivalent de funcionament.

Es defineixen dues noves reactàncies que passen a substituir en l'esquema equivalent la reactància síncrona durant els períodes transitori i subtransitori, s'anomenen reactàncies transitòria i subtransitòria respectivament i es representen per X_s' i X_s'' . Les reactàncies transitòria i subtransitòria són menors que les de funcionament normal, a causa de la presència de saturació magnètica del ferro conseqüència de l'augment notable del corrent circulant en cas de defecte respecte del corrent nominal i agreujada per la dinàmica oscil·latòria mecànica del transitori. Les reactàncies transitòria i subtransitòria són d'interès per al càlcul dels corrents màxims de curt circuit d'una instal·lació, especialment per definir les sol·licitacions que hi haurà als interruptors automàtics encarregats d'eliminar el defecte.

6-3- Connexió a una xarxa de potència infinita

Quan una xarxa manté la tensió independentment de l'aportació tant en potències activa com en reactiva del generador que nosaltres connectem, diem que és de potència infinita respecte d'aquest generador, a la pràctica vol dir que la potència (tamany) de la resta de generadors que hi ha en paral·lel en la mateixa xarxa és molt més gran que la de l'esmentat generador.

Si en l'equació fonamental

$$\underline{E} = \underline{U} + (\underline{R}_s + j X_s) \underline{I}$$

imposem \underline{U} constant i tenint en compte

$$E = K_e I_{exc}$$

es pot deduir que una variació en l'excitació només altera la potència reactiva que es subministra a la xarxa ja que varia el decaletge entre \underline{E} i \underline{U} , mentre que qualsevol alteració de la potència activa subministrada depèn només de l'energia entregada pel motor primari.

Naturalment no hi ha cap xarxa real de potència infinita, però en la major part dels casos, la relació de potències entre un generador i la resta de la generació que treballa en paral·lel amb ell és prou petita com per suposar que el comportament és del tipus potència infinita, el cas més habitual és la cogeneració o els petits aprofitaments hidràulics.

Ni que la xarxa no es pugui considerar de potència infinita, els resultats anteriorment obtinguts són vàlids, modificant la potència del motor primari es varia molt la potència activa entregada a la xarxa i molt poc la reactiva, anàlogament, davant d'una modificació del corrent d'excitació la potència activa entregada varia molt poc mentre que la reactiva varia molt.

Quan l'excitació és alta (màquina sobreexcitada), el comportament del generador és de tipus capacitiu (genera reactiva) mentre que a mesura que disminueix l'excitació (màquina subexcitada) el comportament passa a ser inductiu (consumeix reactiva).

De l'esmentat anteriorment es dedueix que ajustant l'excitació podem fer treballar una màquina síncrona amb un factor de potència a voluntat, les limitacions són només de tipus tecnològic, és a dir capacitats tèrmiques dels conductors de la màquina i tensions màximes d'aïllament. Quan el consum que alimenta un generador és inductiu, cal augmentar l'excitació mentre que quan és capacitiu cal disminuir l'excitació per tal de mantenir la mateixa tensió en borns de la màquina, per aquest motiu es diu que les càrregues capacitives són excitants i les inductives desexcitants.

Els motors síncrons també varien la reactiva consumida o generada segons l'excitació; per tant permeten, amb una regulació adequada, la compensació de la reactiva de la instal·lació a la qual estan connectats.

La particularitat del comportament capacitiu amb sobreexcitació de les màquines síncrones s'ha aprofitat tradicionalment per construir els anomenats compensadors síncrons, una màquina síncrona es fa girar com a motor sense càrrega, el consum d'activa és molt baix (només les pèrdues per fricció i per efecte Joule) mentre que regulant l'excitació podem aconseguir que quasi tota la potència aparent nominal sigui subministrant reactiva (condensador) amb l'avantatge d'una regulació contínua en lloc dels graons de les bateries de condensadors.

6-4- Estabilitat

L'energia elèctrica no es pot emmagatzemar en quantitats apreciables, per tant, en un sistema elèctric de potència en tot instant s'ha de complir que la potència generada ha d'igualar la consumida; aquesta és la condició del règim permanent de funcionament.

Si es té present que el consum és fluctuant amb el temps, és a dir, que hi ha una corba de distribució de la demanda d'energia en funció de l'època de l'any, del dia i de les diferents hores del dia, caldrà adaptar la generació a aquesta demanda instant a instant, addicionalment determinades parts de la instal·lació, es desconnecten i reconnecten segons maniobres voluntàries habituals d'explotació i també les actuacions de proteccions poden provocar fluctuacions molt ràpides tant de l'energia demandada com de la generada.

En cas que s'alteri l'equilibri entre energia demandada i generada, l'energia sobrant o deficitària s'inverteix en accelerar o desaccelerar respectivament les velocitat de gir del generadors connectats a la xarxa, com els generadors són síncrons, això implicaria tenir una freqüència variable, situació inadmissible per al bon funcionament de màquines consumidores, dels elements del propi sistema elèctric i dels automatismes que basen la mesura de temps en la propia xarxa.

Per mantenir l'estabilitat tan en tensió com en freqüència, cada màquina té dos reguladors, un de potència del motor primari i un de tensió (excitació), amb aquests reguladors es pot aconseguir que la màquina no perdi el sincronisme evitant intentar transformar més o menys energia elèctrica que mecànica no rep, el que equival a evitar que la velocitat de gir depassi per sobre o per sota la velocitat síncrona.

Com ja s'ha comentat, el parell que desenvolupa la màquina és proporcional al sinus de l'angle que formen els camps magnètics rotòric i estatòric, anomenat angle de càrrega, si per una variació brusca de consum o del motor primari aquest angle supera els 90° , apareix la pèrdua de sincronisme, mentre no se superin els 90° , l'angle s'adapta per tal d'igualar el parell resistent amb el motor. Habitualment no es treballa amb angles de càrrega propers a 90° per poder absorbir una eventual demanda intempestiva de càrrega.

Les fluctuacions de potència i parell junt amb la presència de les inèrcies giratòries dels rotors fan que en determinades situacions, puguin aparèixer oscil·lacions tan de parell com de velocitat, per tal de limitar aquestes oscil·lacions les màquines síncrones grans tenen, com ja s'ha dit, el debanat esmorteïdor en forma de gàbia.

Com tot sistema elèctric de potència està interconnectat, una pèrdua de generació provoca una disminució de freqüència de tot el sistema i una sobrecàrrega de les parts de la instal·lació que han de suportar el nou repartiment de càrrega. Hi ha diferents proteccions (sobrecorrent, flux de potència inversa, subfreqüència, ...) destinades a desconnectar les parts de la instal·lació sotmeses a sobrecàrrega, en la regulació d'aquestes proteccions cal evitar que es pugui produir l'efecte "dominó", si falta generació i algun generador és desconnectat per les proteccions, els restants generadors tenen una sobrecàrrega més gran amb què molt probablement seguiran actuant les proteccions i el sistema farà un zero total.

Centrals generadores d'energia elèctrica

Els generadors síncrons s'instal·len en les plantes de generació o centrals generadores, es poden classificar en dos grans grups: hidràuliques i tèrmiques a més d'altres tipus de centrals d'escassa implantació.

Com la demanda d'energia és molt variable durant el dia, des del punt de vista funcional es pot parlar de centrals de punta, de centrals de fons (o de base) i mixtes, les de punta es caracteritzen per poder passar d'energia zero a plena potència en un temps relativament curt mentre que les de fons necessiten molt temps per variar la potència generada, les mixtes tenen un temps de posta en funcionament relativament curt i una potència nominal relativament gran. Les hores vall (mínima demanda energètica) estan cobertes per les centrals de fons, l'increment de demanda fora de les hores vall i punta és coberta per les mixtes, mentre que les puntes (gran demanda durant temps curts) són cobertes afegint al sistema el funcionament de les centrals de punta.

1- Centrals hidràuliques

Aprofiten l'energia gravitatòria dels salts d'aigua, mitjançant rodets horitzontals o verticals converteixen l'energia cinètica que agafa una columna d'aigua en variar l'alçada.

Hi ha diverses famílies de rodets, els més usuals són els tipus Pelton i Francis. Totes les centrals hidràuliques tenen en comú la facilitat de regulació de la potència activa mitjançant una vàlvula que regula el cabal d'aigua, per aquest motiu són molt escaients per al funcionament com centrals de punta.

L'energia cedida al rodet és transmesa per un eix a l'alternador, els rodets tenen generalment rendiments òptims a velocitats per sota de la pulsació de la freqüència industrial (3000 rpm) per la qual cosa els generadors per a turbina hidràulica són de dos, tres i quatre parells de pols, en girar a baixa velocitat la forma constructiva més habitual del rotor és la de pols sortints. De tota manera la velocitat de funcionament de la màquina -i, per tant, el tipus de turbina- dependran també del salt ja que hi ha salts molt grans (molta pressió) amb poc cabal i salts molt petits (baixa pressió) i molt cabal.

La instal·lació inclou una presa per tal d'acumular l'aigua del riu en les estacions de crescuda, la central elèctrica pròpiament dita i l'estació transformadora amb l'aparamenta de connexió i maniobra.

Les preses poden ser del tipus de gravetat (suportades pel seu propi pes que és l'agent que impideix el bolcament) o bé de bòveda (esbiaixades en les formacions rocoses del terreny), l'elecció d'un tipus o d'un altre depèn de factors geotècnics, es distingeixen fàcilment ja que mentre les de gravetat són molt àmplies en la base i necessiten una curvatura relativament petita (nula si la llum és petita), les de bòveda són més esveltes en secció i més corbades per suportar l'empenta de l'aigua embassada.

Per a la seguretat de la instal·lació i per facilitar les maniobres ràpides (especialment el tancament) totes disposen d'un pou en vertical, anomenat xemeneia d'equilibri, que està en connexió amb la part més baixa de la conducció d'aigua cap al rodet, si no es disposés d'aquesta xemeneia, el fet de tancar brusquement les vàlvules d'aigua provocaria una sobrepressió oscil·latòria inadmissible en les conduccions, caldria tancar de forma extremadament lenta la vàlvula amb la qual cosa d'una banda es perd l'avantatge de rapidesa de regulació i de l'altra s'impossibilita una parada d'emergència.

La fracció d'energia que en el nostre país correspon a generació de tipus hidràulic és molt petita (5 al 10%) però la importància relativa per a l'explotació del sistema és molt més significativa per la facilitat d'absorció de puntes de demanda, en països amb recursos hidrològics més importants les centrals hidràuliques poden actuar perfectament com a centrals de fons.

La causa que fonamentalment treballin com a centrals de punta no és només a causa de la relativa carestia de recursos hidràulics sinó a les servituds que comporta una instal·lació d'aquest tipus respecte de comunitats de regants, regulació de cabals de les diferents conques hidrogràfiques i manteniment dels ecosistemes naturals.

1-1- Centrals hidràuliques reversibles

Són centrals hidràuliques situades entre dos embassaments de forma que fent treballar el grup com a motor-bomba l'aigua puja de l'embassament inferior al superior i si el fem actuar com a turbina-generador l'aigua baixa del superior a l'inferior. Pot haver-hi o no aportació fluvial a l'embassament superior i sol haver-hi sortida d'aigua en l'inferior per descarregar els excessos d'aigua causats per les pluges. En aquells casos en què hi ha aportació d'aigua de tipus fluvial pot haver-hi una central hidràulica convencional en l'embassament inferior que aprofiti els excessos d'aigua.

El funcionament normal d'aquestes centrals és bombejant aigua quan l'energia elèctrica generada per les centrals de base és superior a la demanda i turbinant en les hores punta. Solen instal·lar-se com a complement a centrals nuclears atesa la dificultat d'aquestes últimes per variar la potència generada.

2- Centrals tèrmiques

Tot i que hi ha una gran varietat de combustibles a emprar, totes les centrals tèrmiques tenen el mateix principi de funcionament: l'energia química del combustible es transforma en calor per la combustió amb oxigen (excepte el cas nuclear), aquest calor es traspasa a un fluid de treball, normalment aigua; per tal de tenir el rendiment més alt possible, es treballa amb vapor d'aigua reescalfat, és a dir per sobre dels 100 °C amb pressurització (pressió superior a l'atmosfèrica) en circuit tancat.

L'energia en forma de pressió-temperatura que té el vapor d'aigua s'allibera en les turbines de vapor, rodets amb una sèrie de pales, on el vapor deixa la seva energia en ser deflectat a gran velocitat, el vapor surt de les turbines a baixa pressió, cal refredar-lo per tal que condensi i torni a entrar en el cicle en forma líquida, aquest procés es realitza mitjançant un intercanviador de calor en un focus fred com pot ser l'aigua d'un riu o l'aire de l'atmosfera mitjançant les anomenades xemeneies de condensació. La turbina entrega la seva energia a l'alternador mitjançant el seu eix mecànic, com per obtenir un rendiment elevat les turbines han de tenir gran velocitat, els generadors d'una central tèrmica solen ser majoritàriament d'un o màxim dos parells de pols i la realització del rotor més escaient és la del rotor cilíndric.

Les centrals tèrmiques poden actuar com a centrals de fons, de base o mixtes en funció del tipus de combustible, de les característiques constructives i de les necessitats de la xarxa en cada instant (per exemple com a centrals de fons si hi ha nuclears en parada de manteniment o com a punta en cas de necessitat si són de resposta prou ràpida).

2-1- Centrals de carbó

El combustible és el carbó, el de major energia es el lignit donant alhora l'emissió mínima de residus tan gasosos com sòlids. És el combustible tèrmic més antic. En la mesura que la qualitat del carbó emprat és pitjor, l'emanació de gasos pol·lucionants de la combustió augmenta, especialment si té un contingut important de sofre (contaminació per pluja àcida), es redueixen les emanacions de gasos amb la instal·lació de filtres electrostàtics en les fumeres de sortida.

El temps de posta en marxa és relativament gran, per tant, no són massa escaients per treballar com a centrals de punta.

2-2- Centrals de fuel

El combustible emprat surt de les fraccions pesades del petroli, té un poder calorífic alt i en general és menys contaminant que el carbó, el temps de posta en marxa també és més favorable que el del carbó.

2-3- Centrals de gas

El combustible és el gas natural, té un temps de posta en servei baix i uns nivells d'emissió de pol·lucionants molt baixos, la rendibilitat de la instal·lació, com en els dos casos anteriors, respon més a qüestions econòmico-polítiques que tecnològiques.

2-4- Centrals nuclears

Són les tecnologies de més recent desenvolupament, el temps de posta en marxa i aturada és extremadament gran (de l'ordre de dies) per tant forçosament han de treballar com a centrals de base, la seva dimensió ha de ser gran per tal d'obtenir una bona rendibilitat (de l'ordre dels 1000 MW elèctrics), si es té en compte que la potència tèrmica d'una central tèrmica és de l'ordre del doble o el triple que l'elèctrica, són amb diferència les plantes més grans (3000 MW tèrmics).

Hi ha diverses tecnologies de reactor nuclear, la més emprada en l'actualitat és el tipus PWR (aigua a pressió). El combustible és l'urani, element químic minoritari en la naturalesa i que ha de sofrir un procés complicat d'elaboració per tal de concentrar-lo.

L'urani bombardejat amb neutrons es desintegra en elements més pesats (fisió nuclear) de forma que en aquesta reacció s'allibera una gran quantitat d'energia tèrmica i neutrons, els neutrons poden induir reaccions idèntiques en nuclis veïns d'urani, és l'anomenada reacció nuclear en cadena.

Per tal que la reacció sigui possible fa falta un mínim de massa d'urani (massa crítica) i alhora un medi que freni la velocitat dels neutrons alliberats a velocitats menors que permetin la desintegració en cadena d'àtoms propers, per aquest motiu, en contra de moltes opinions populars errònies, un reactor nuclear no pot mai convertir-se en una bomba nuclear.

Quan el nombre de neutrons alliberats en la reacció és el mateix que aquell que és necessari per mantenir el mateix nombre de reaccions de l'instant anterior es diu que el reactor està en situació crítica, si és més gran es diu que el reactor està escalfant-se o accelerant i en cas contrari refredant-se o frenant.

Com els productes de fissió són altament radiactius, tan el combustible com els productes es tanquen dins un recinte metàl·lic anomenat nucli, l'energia tèrmica alliberada s'extreu a l'exterior del nucli amb un circuit tancat d'aigua anomenat circuit primari.

El circuit primari cedeix la seva energia tèrmica a un altre circuit d'aigua, també tancat, anomenat circuit secundari, mitjançant un intercanviador de calor, per motius de seguretat radiològica tot el nucli es tanca dins un edifici de formigó anomenat edifici de contenció, el circuit secundari surt de l'edifici de contenció cedint l'energia a una turbina de gas anàloga a la resta de tecnologies tèrmiques.

Tots els processos d'escalfament i refredament del reactor són molt lents, en cas d'aturada d'emergència s'inunda el reactor de substàncies absorbents de neutrons per facilitar el refredament ràpid, tot i així no és en cap cas admissible una pèrdua de refrigeració ja que la densitat d'energia per unitat de volum és la més alta de les instal·lacions industrials de gran potència (de l'ordre del kilowat per centímetre cúbic) fins i tot amb la reacció de fisió aturada cal estar uns dies refrigerant per evaquar l'energia residual de reaccions secundàries. Per aquest motiu, una central nuclear ha de ser forçosament de base, ha de tenir les aturades mínimes i programades amb molta antelació (excepte, lògicament, en els casos d'incidències).

Quan el parc nuclear és important, per tal de no haver de regular constantment la potència nuclear generada, (cosa que disminuiria sensiblement la seva rendibilitat), si hi ha excedent energètic en hores vall, aquest excedent es pot aprofitar amb l'ús de centrals hidràuliques reversibles.

3- Energies alternatives

Arran de la crisi energètica iniciada en els anys 70, va aparèixer la preocupació per la possible manca de recursos energètics provinents del petroli, les alternatives als combustibles fòssils són la nuclear i les energies renovables o alternatives.

Aquestes energies reben el nom de renovables per ser presents de forma natural i teòricament indefinida en la naturalesa: radiació solar, eòlica, de les marees, ...

Totes presenten uns trets característics comuns: involucrar una energia gran però de forma disseminada, és a dir, l'energia no està concentrada en l'espai i el temps sinó que es troba distribuïda, aquesta distribució és la causa que els dispositius tècnics per tal d'aprofitar-la siguin d'una gran envergadura i, per tant, d'un cost relativament elevat per a la potència obtinguda.

En aquells casos en què l'energia s'obté a partir del moviment (marees, vent, etc.) apareix la dificultat de la variació de la velocitat de manera que la velocitat de l'eix no és constant. Per això en aquests casos els generadors emprats solen ser màquines d'inducció. Aquest tipus de màquina té l'inconvenient que no pot funcionar si no hi ha màquines síncrones en la mateixa xarxa que mantinguin la freqüència i li subministrin la reactiva necessària.

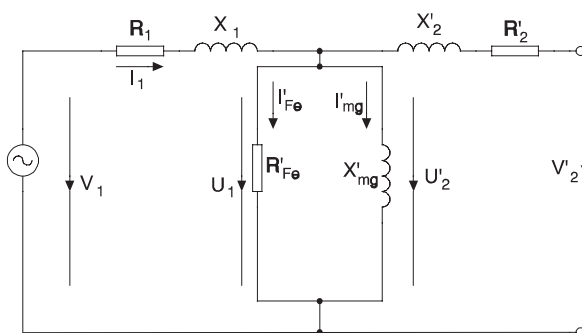
Problemes de transformadors monofàsics

Problema TM1

Un transformador té els següents valors nominals $S = 2 \text{ kVA}$, $U = 220/100 \text{ V}$ i $f = 50 \text{ Hz}$. També es coneixen les següents dades: $X_{d1} = 0.1 \text{ } \Omega$, $X_{d2} = 0.091 \text{ } \Omega$, $P_{Fe} = 20 \text{ W}$, $R_1 = 0.6 \text{ } \Omega$, $R_2 = 0.0545 \text{ } \Omega$, $\cos \varphi_0 = 0.1$. Si s'alimenta el costat de 220 V amb una font ideal de 220 V i 50 Hz

- 1) Trobeu tots els elements de l'esquema equivalent reduïts al costat de 220 V .
- 2) Es connecta, al costat de 100 V , una càrrega de $8_{45^\circ} \text{ } \Omega$ calculeu P , Q , I i $\cos \varphi$ en ambdós costats, el rendiment i la caiguda de tensió.
 - a) Sobre l'esquema complet.
 - b) Despreçant la branca transversal.
- 3) En cas d'un curt circuit al costat de 100 V , calculeu els corrents en ambdós costats.

1)



$$r_t = \frac{220}{100} = 2.2$$

$$R_2' = r_t^2 R_2 = 0.264 \text{ } \Omega$$

$$X_{d2}' = r_t^2 X_{d2} = 0.44 \text{ } \Omega$$

$$P_{Fe} = 20 \text{ W} \sim \frac{220^2}{R_{Fe}'}$$

$$R'_{Fe} \approx 2420 \ \Omega \quad \frac{20}{\sqrt{20^2 + Q_{mg}^2}} = \cos \varphi_0 = 0.1 \quad Q_{mg} = 199 \text{ VAR}$$

$$199 \text{ VAR} = Q_{mg} \approx \frac{220^2}{X'_{mg}} \quad X'_{mg} \approx 243.22 \ \Omega$$

Comprovem que les aproximacions eren vàlides; és a dir que en buit les pèrdues en el coure són despreciables en front a les pèrdues en el ferro. El corrent de buit és

$$I_0 = \frac{220}{\left| \left(0.6 + j 0.1 + \frac{j 243.22 \ 2420}{2420 + j 243.22} \right) \right|} = 0.908 \text{ A}$$

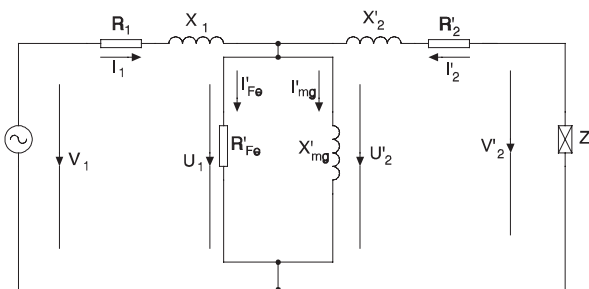
$$P_{Cu} = R_1 I_0^2 = 0.495 \text{ W} \ll 20 \text{ W} \quad Q_d = X_{dt} I_0^2 = 0.083 \text{ VAR} \ll 199 \text{ VAR}$$

2)

Veiem quin nivell aproximat de càrrega tenim

$$S = \frac{V_2^2}{Z} = \frac{100^2}{8} = 1250 \text{ VA} \quad \frac{1250}{2000} 100 = 62.5\% \text{ de càrrega}$$

a)



$$\underline{Z}' = 2.2^2 \ 8_{145^\circ} = 27.38 + j 27.38 \ \Omega$$

$$\underline{Z}_P = \frac{R'_{Fe} j X'_{mg}}{R'_{Fe} + j X'_{mg}} = 24.2 + j 240.8$$

$$\underline{V}_1 = 220 + j 0$$

$$\underline{I}'_{Fe} + \underline{I}'_{mg} = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2$$

$$220 = \underline{I}_1 (0.6 + j 0.1) + (\underline{I}_1 + \underline{I}'_2) (24.2 + j 240.8)$$

$$(24.2 + j 240.8) (\underline{I}_1 + \underline{I}'_2) + \underline{I}'_2 (0.264 + j 0.44 + 27.38 + j 27.38) = 0$$

$$220 = (24.8 + j 240.9) \underline{I}'_1 + (24.2 + j 240.8) \underline{I}'_2$$

$$0 = (24.2 + j 240.8) \underline{I}'_1 + (51.84 + j 268.62) \underline{I}'_2$$

Sistema de dues equacions i dues incògnites que té per solució:

$$\underline{I}'_1 = 4.049 - j 4.774 \quad I_1 = 6.26 \text{ A}$$

$$\underline{I}'_2 = -3.95 + j 3.88 \quad I'_2 = 5.54 \text{ A} \quad \underline{I}'_1 + \underline{I}'_2 = 0.099 - j 0.894 \text{ A}$$

$$\underline{U}_1 = (\underline{I}'_1 + \underline{I}'_2) \underline{Z}'_P = 217.7 + j 2.2 \quad U_1 = 217.7 \text{ V}$$

$$\underline{V}'_2 = -\underline{I}'_2 \underline{Z}' = 214.39 + j 1.9 \quad V'_2 = 214.4 \text{ V}$$

$$\underline{S}_1 = \underline{V}_1 \underline{I}'_1{}^* = 890.7 + j 1050.3 \quad S_1 = 1377.2 \text{ VA}$$

$$\underline{S}_2 = -\underline{V}'_2 \underline{I}'_2{}^* = 839.5 + j 839.4 \quad S_2 = 1187 \text{ VA}$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{890.7}{1377.2} = 0.65$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{839.5}{1187} = 0.71$$

$$P_{Fe} = \frac{U_1^2}{R_{Fe}} = 19.58 \text{ W}$$

$$P_{Cu} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = 31.62 \text{ W}$$

$$P_1 = P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100 = \frac{839.5}{890.7} 100 = 94.25\%$$

$$V_2 = \frac{V'_2}{r_t} = 97.45 \text{ V}$$

$$\Delta u = \frac{V_1 - V_2}{V_1} = 0.0255 \Rightarrow 2.55\%$$

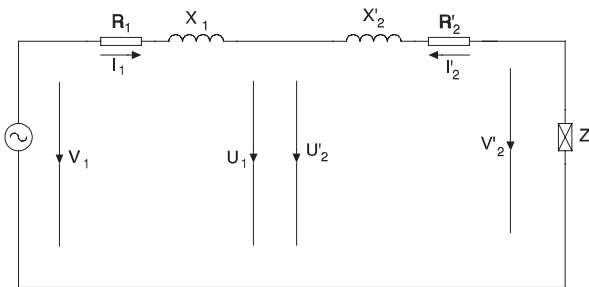
$$I_2 = I'_2 r_t = 12.19 \text{ A}$$

Relació de corrents:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{12.19}{6.26} = 1.95 \neq 2.2 = r_t$$

b)

Despreciarem la branca transversal



$$\underline{Z}' = 27.38 + j 27.38$$

$$\underline{V}_1 = 220 + j 0$$

$$\underline{Z}_S = \underline{R}_1 + j X_{d1} + \underline{R}_2' + j X_{d2}' + \underline{Z}'$$

$$\underline{Z}_S = 28.24 + j 27.92$$

$$\underline{I}_1 = -\underline{I}_2' = \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_S} = 3.94 - j 3.89 \quad I_1 = I_2' = 5.54 \text{ A}$$

Recordem que en calcular potències hem d'afegir les pèrdues en el ferro i la reactiva magnetitzant.

$$\underline{S}_1 = \underline{V}_1 \underline{I}_1^* + P_{Fe} + j Q_{mg} = 886.7 + j 1055.8 \quad S_1 = 1378.7 \text{ VA}$$

$$I_2 = r_t I_2' = 12.19 \text{ A} \quad V_2 = I_2 Z = 12.19 \cdot 8 = 97.51 \text{ V}$$

$$P_{Cu} = (R_1 + R_2') I_1^2 = 26.5 \text{ W} \quad V_2' = V_2 r_t = 214.5 \text{ V}$$

$$\underline{S}_2 = \underline{Z}' I_2'^2 = 840.3 + j 840.3 \quad S_2 = 1188 \text{ VA}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100 = 94.8\% \quad \Delta u = \frac{V_1 - V_2'}{V_1} 100 = 2.5\%$$

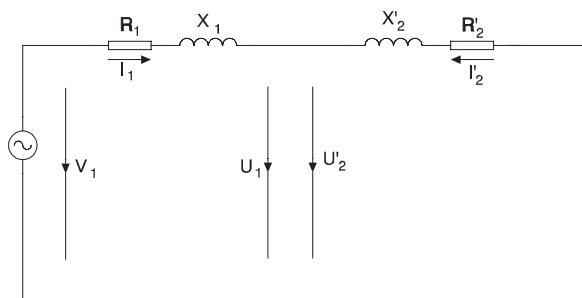
$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}} = 0.64$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{P_2}{S_2} = 0.71$$

Com es pot comprovar, la branca transversal era despreciable.

3)

La branca transversal també és despreciable.



$$I_1 = I_2' = \frac{220}{|(0.6 + j 0.1) + (0.264 + j 0.44)|} = 216 \text{ A}$$

$$I_2 = r_t I_2' = r_t I_1 = 475 \text{ A}$$

Problema TM2

Un transformador monofàsic té les següents característiques nominals: $S = 80 \text{ kVA}$, $V_1 = 6 \text{ kV}$, $V_2 = 380 \text{ V}$, $R_1 = 1.8 \Omega$, $R_2 = 6 \text{ m}\Omega$, $P_{Fe} = 500 \text{ W}$, $X_{d1} = 3 \Omega$, $X_{d2} = 11 \text{ m}\Omega$, $\cos \varphi_0 = 0.1$. Si s'alimenta el primari amb una font de tensió ideal de 6000 V

a) Trobeu l'esquema equivalent del conjunt reduït al secundari.

Es connecta al secundari una impedància de $1.28_{66^\circ} \Omega$ en paral·lel amb un condensador que compensa el factor de potència de la impedància fins a 0.96 (i).

b) Calculeu el valor de X_C .

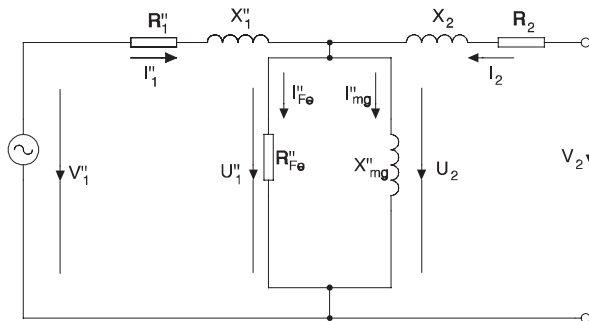
c) Calcular la tensió secundària, la caiguda de tensió i el rendiment del transformador.

Si, accidentalment, es desconnecta la càrrega, mantenint-se connectat el condensador.

d) Calculeu la tensió secundària, la caiguda de tensió i el rendiment del transformador.

e) Trobeu els corrents de curt circuit.

a)



$$r_t = \frac{6000}{380} = 15.8$$

$$R_1'' = \frac{R_1}{r_t^2} = 7.2 \text{ m}\Omega$$

$$X_{dl}'' = \frac{X_{dl}}{r_t^2} = 12 \text{ m}\Omega \quad P_{Fe} = \frac{380^2}{R_{Fe}''} = 500$$

$$R_{Fe}'' = 288.8 \Omega \quad \cos \varphi_0 = \frac{500}{\sqrt{500^2 + Q_{mg}^2}} = 0.1$$

$$Q_{mg} = 4975 = \frac{380^2}{X_{mg}''} \quad X_{mg}'' = 29.03 \Omega$$

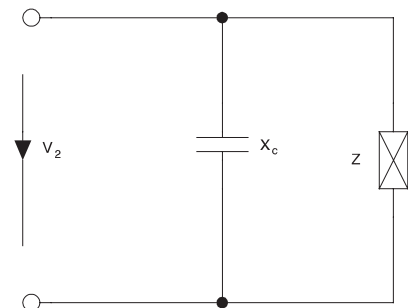
b)

Cal tenir present que no coneixem el valor de la tensió al secundari.

$$\underline{Z} = 1.28_{66^\circ} = 0.52 + j 1.17 = 1.28 (0.4 + j 0.9)$$

$$\underline{S}_L = \frac{V_2^2}{\underline{Z}^*} = (0.32 + j 0.71) V_2^2$$

$$\underline{S}_C = \frac{V_2^2}{(-j X_C)^*} = -j \frac{V_2^2}{X_C}$$



$$\underline{S}_T = \underline{S}_L + \underline{S}_C = S_T (0.96 + j 0.28) = \left[0.32 + j \left(0.71 - \frac{1}{X_C} \right) \right] V_2^2$$

$$0.96 S_T = 0.32 V_2^2$$

$$S_T = \frac{0.32}{0.96} V_2^2 = 0.33 V_2^2$$

$$\left(0.71 - \frac{1}{X_C}\right) V_2^2 = 0.28 \cdot 0.33 V_2^2$$

$$X_C = 1.62 \Omega$$

Podem observar que el resultat obtingut és independent de la tensió del secundari.

c)

$$\underline{Z}_T = \underline{Z}_L // j X_C = \frac{-j 1.62 (0.52 + j 1.17)}{0.52 + j 1.17 - j 1.62} = 2.89 + j 0.88$$

Calculem la potència nominal de la càrrega compensada:

$$\underline{S}_{NT} = \frac{380^2}{\underline{Z}_T^*} = 45885 + j 13878 \quad S_{NT} = 47938 \text{ VA}$$

Com la càrrega és elevada, despreciem la branca transversal.

$$\underline{I}_2 = - \frac{380 + j 0}{(0.0072 + 0.006 + 2.89) + j (0.012 + 0.011 + 0.88)}$$

$$\underline{I}_2 = - 119 + j 37.1 \quad I_2 = 125 \text{ A}$$

$$\underline{V}_2 = - \underline{Z}_T \underline{I}_2 = 377.6 - j 2.3 \quad V_2 = 377.6 \text{ V}$$

$$\Delta u = \frac{V_1'' - V_2}{V_1''} 100 = 0.63\%$$

$$\underline{S}_2 = - \underline{V}_2 \underline{I}_2^* = 45300 + j 13701 \quad S_2 = 47327 \text{ VA}$$

$$\underline{S}_1 = \underline{V}_1'' \left(\underline{I}_1''\right)^* + P_{Fe} + j Q_{mg} = - \underline{V}_1'' \underline{I}_2^* + P_{Fe} + j Q_{mg} = 46008 + j 19038$$

$$S_1 = 49791 \text{ VA}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100 = \frac{45300}{46008} 100 = 98.5\%$$

d)

$$\underline{S}_{NC} = \frac{380^2}{(-j X_C)^*} = -j 89181$$

Com hi ha sobrecàrrega, despreciem la branca transversal.

$$\underline{I}_2 = - \frac{380 + j 0}{(0.0072 + 0.006) + j (0.012 + 0.011 - 1.62)}$$

$$\underline{I}_2 = -1.97 - j 238 \quad I_2 = 238 \text{ A}$$

$$\underline{V}_2 = (-j X_C) (-\underline{I}_2) = 385.46 - j 3.19 \quad V_2 = 385 \text{ V}$$

$$\Delta u = \frac{V_1'' - V_2}{V_1''} 100 = -1.44\%$$

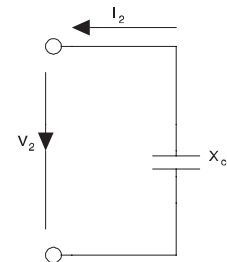
$$\underline{S}_1 = \underline{V}_1'' \underline{I}_1''^* + P_{Fe} + j Q_{mg} = -\underline{V}_1'' \underline{I}_2^* + P_{Fe} + j Q_{mg} = 1249 - j 85487$$

$$S_1 = 85496 \text{ VA}$$

$$\underline{S}_2 = -\underline{V}_2 \underline{I}_2^* = -j 91768$$

$$S_2 = 91768 \text{ VA}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 0$$



e)

$$I_{CC1}'' = I_{CC2} = \frac{380}{|0.0072 + j 0.012 + 0.006 + j 0.011|} = 14.3 \text{ kA}$$

$$I_{CC1} = \frac{I_{CC1}''}{r_t} = 906 \text{ A}$$

Problema TM3

Un transformador monofàsic té les següents característiques nominals: $U_1 = 25000 \text{ V}$ $U_2 = 390 \text{ V}$ $S = 100 \text{ kVA}$ $f = 50 \text{ Hz}$ i es coneixen les següents dades: $R_1 = 47 \text{ } \Omega$ $R_2 = 11.5 \text{ m}\Omega$ $X_1 = 300 \text{ } \Omega$ $X_2 = 75 \text{ m}\Omega$ $P_{Fe} = 650 \text{ W}$ $\text{Cos } \varphi_0 = 0.23$.

Si s'alimenta el primari a 25000 V

- a) Trobar l'esquema equivalent reduït al primari
- b) Quant val el corrent en buit?
- c) Trobar l'esquema equivalent reduït al secundari.

Si es carrega el secundari amb una càrrega amb les següents característiques nominals:

$$P_{LN} = 80 \text{ kW} \quad \text{Cos } \varphi_{LN} = 0.86 \text{ (i)} \quad U_{LN} = 380 \text{ V}$$

- d) Trobar la tensió en borns de la càrrega, els corrents a secundari i a primari, les potències activa, reactiva i aparent a primari i a secundari i el rendiment del transformador.
- e) Si es produeix un curt circuit a la sortida del transformador, quins serien els corrents a primari i a secundari?

a)

$$r_t = \frac{25000}{390} = 64.1$$

$$R'_2 = 11.5 \cdot 10^{-3} \cdot 64.1^2 = 47.26 \text{ } \Omega$$

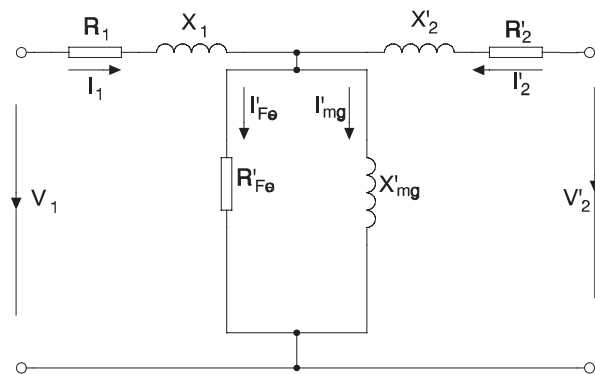
$$X'_2 = 75 \cdot 10^{-3} \cdot 64.1^2 = 308.19 \text{ } \Omega$$

$$R'_{Fe} = \frac{25000^2}{650} = 962 \text{ k}\Omega$$

$$\frac{650}{0.23} = \sqrt{650^2 + Q_{mg}^2}$$

$$Q_{mg} = 2750 \text{ VAR}$$

$$X'_{mg} = \frac{25000^2}{2750} = 227 \text{ k}\Omega$$



b)

$$\underline{Z}_p = \frac{962 + j 227}{962 + j 227} = 50.9 + j 215 \text{ k}\Omega$$

$$\underline{I}_{10} = \frac{25000 + j 0}{47 + j 300 + 50.9 \cdot 10^3 + j 215 \cdot 10^3} = 0.026 - j 0.11$$

$$I_{10} = 0.11 \text{ A}$$

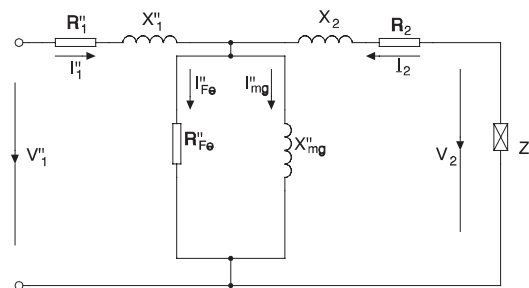
c)

$$R_1'' = \frac{47}{64.1^2} = 11 \text{ m}\Omega$$

$$X_1'' = \frac{300}{64.1^2} = 73 \text{ m}\Omega$$

$$R_{Fe}'' = \frac{962000}{64.1^2} = 234 \Omega$$

$$X_{mg}'' = \frac{227000}{64.1^2} = 55.3 \Omega$$



d)

$$S_{LN} = \frac{80000}{0.86} = 93023 \text{ VA}$$

$$\text{Càrrega(\%)} = \frac{93023}{100000} \cdot 100 = 93\% \Rightarrow \text{Despreciem la branca transversal}$$

$$\underline{Z} = \frac{380^2}{93023} (0.86 + j 0.51) = 1.34 + j 0.79 \Omega$$

$$\underline{I}_1'' = -\underline{I}_2 = \frac{390}{(11 + j 73) \cdot 10^{-3} + (11.5 + j 75) \cdot 10^{-3} + 1.34 + j 0.79}$$

$$\underline{I}_1'' = -\underline{I}_2 = 194.2 - j 134.4 \quad I_1'' = I_2 = 236.1 \text{ A} \quad I_1 = \frac{I_1''}{64.1} = 3.68 \text{ A}$$

$$\underline{V}_2 = -\underline{I}_2 \underline{Z} = (194.2 - j 133.7) (1.34 + j 0.79) = 365.65 - j 25.65$$

$$V_2 = 366.55 \text{ V} \quad \underline{S}_2 = -\underline{V}_2 \underline{I}_2^*$$

$$\underline{S}_2 = (365.85 - j 25.74) (194.2 - j 133.7)^* = 74.4 + j 44.2 \text{ kVA}$$

$$S_2 = 86.6 \text{ kVA} \quad P_2 = 74.4 \text{ kW} \quad Q_2 = 44.2 \text{ kVAr}$$

$$\underline{S}_1 = 390 (194.2 - j 133.7)^* + P_{Fe} + j Q_{mg}$$

$$\underline{S}_1 = (75.7 + j 52.4) 10^3 + j (650 + j 2750)$$

$$\underline{S}_1 = 76.4 + j 55.1 \text{ kVA} \quad S_1 = 94 \text{ kVA}$$

$$P_1 = 76.4 \text{ kW} \quad Q_1 = 55.1 \text{ kVAr}$$

$$\eta = \frac{74.5}{76.4} = 0.975 \Rightarrow 97.5\%$$

e)

Curt circuit \Rightarrow Despreciem la branca transversal

$$I_{1CC}'' = I_{2CC} = \left| \frac{390}{(11 + j 73) 10^{-3} + (11.5 + j 75) 10^{-3}} \right| = 2603.9 \text{ A}$$

$$I_{1CC} = \frac{2605.2}{64.1} = 40.62 \text{ A}$$

Problema TM4

Un transformador monofàsic 380/220 V 30 kVA 50 Hz té les següents característiques:

$$P_0 = 230 \text{ W} \quad \cos \varphi_0 = 0.32 \quad \varepsilon_{cc} = 7\% \quad \cos \varphi_{cc} = 0.37$$

S'alimenta a 385 V i es connecta al secundari una càrrega de $2_{.30^\circ} \Omega$. Calculeu:

- Potències activa, reactiva i aparent a primari i secundari. Corrents a primari i secundari. Rendiment. Tensió en borns de la càrrega i caiguda de tensió.
- Corrents que circularien en curtcircuitar el secundari.
- Potències activa, reactiva i aparent consumides en buit.

a)

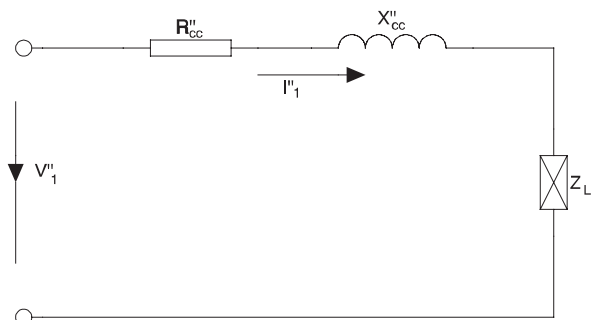
$$S_L \approx \frac{220^2}{2} = 24.2 \text{ kVA}$$

$$\text{Càrrega(\%)} = \frac{24.2}{30} 100 = 80.7\% \Rightarrow \text{Despreciem la branca transversal}$$

Trobem l'esquema reduït a secundari:

$$Z_{cc}'' = \varepsilon_{cc} \frac{V_2^2}{S}$$

$$Z_{cc}'' = 0.07 \frac{220^2}{30000} = 0.113 \Omega$$



$$\underline{Z}_{cc}'' = \underline{R}_{cc}'' + j \underline{X}_{cc}'' = 0.113 (0.37 + j 0.93) = 41.8 + j 104.92 \text{ m}\Omega$$

$$r_t = \frac{380}{220} = 1.73$$

$$V_1'' = \frac{385}{r_t} = 223 \text{ V}$$

$$\underline{Z}_L = 2_{|30^\circ} = 1.73 + j 1$$

$$\underline{I}_1'' = -\underline{I}_2 = \frac{223 + j0}{(41.8 + j 104.98) 10^{-3} + (1.73 + j 1)} = 90.57 - j 56.42$$

$$\underline{I}_2 = -90.57 + j 56.42 \quad \underline{I}_1 = \frac{\underline{I}_1''}{r_t} = 52.29 - j 32.57$$

$$I_2 = 106.71 \text{ A} \quad I_1 = 61.61 \text{ A}$$

$$\underline{U}_2 = -\underline{I}_2 \underline{Z} = (90.57 - j 56.42) (1.73 + j 1) = 213.3 - j 7.15 \quad U_2 = 213.4 \text{ V}$$

$$\underline{S}_2 = -\underline{U}_2 \underline{I}_2^* = (213.1 - j 7.04) (90.57 + j 56.42) = 19.7 + j 11.4 \text{ kVA}$$

$$S_2 = 22.8 \text{ kVA} \quad P_2 = 19.7 \text{ kW} \quad Q_2 = 11.4 \text{ kVAr}$$

$$P_{Fe} = 230 \left(\frac{385}{380} \right)^2 = 236 \text{ W}$$

$$S_0 = \frac{P_{Fe}}{\cos \varphi_0} = 737.8 \text{ VA} \quad Q_{mg} = \sqrt{S_0^2 - P_{Fe}^2} = 699 \text{ VAr}$$

$$\underline{S}_1 = (223 + j 0) (90.57 - j 56.42)^* + P_{Fe} + j Q_{mg}$$

$$\underline{S}_1 = 20.37 + j 13.2 \text{ kVA}$$

$$S_1 = 24.29 \text{ kVA} \quad P_1 = 20.37 \text{ kW} \quad Q_1 = 13.2 \text{ kVAr}$$

$$\eta = \frac{19.7}{20.37} = 0.967 \Rightarrow 96.7\% \quad \Delta U = \frac{223 - 213.4}{223} 100 = 4.31\%$$

b)

Despreciem la branca transversal

$$I''_{1CC} = I_{2CC} = \left| \frac{223}{(41.8 + j 104.92) 10^{-3}} \right| = 1974.5 \text{ A}$$

$$I_{1CC} = 1140 \text{ A}$$

c)

$$P_0 = 236 \text{ W} \quad Q_0 = 699 \text{ VAR} \quad S_0 = 737.8 \text{ VA}$$

Problema TM5

Un transformador monofàsic alimenta una càrrega de 3 kW $\cos \varphi = 0.8$ (i). Sabent que el seu rendiment és del 93%, quina potència activa consumeix de la xarxa?

$$P_L = 3000 \text{ W}$$

$$P_E = \frac{P_L}{\eta} = \frac{3000}{0.93} = 3226 \text{ W}$$

Problemes de transformadors de mesura

Problema ME1

Un amperímetre de 5 A per a un transformador 200/5 A té una resistència interna de 110 mΩ, quina potència mínima ha de tenir el transformador?.

$$S = 110 \cdot 10^{-3} \cdot 5^2 = 2.75 \text{ VA}$$

Problema ME2

Un voltímetre de 110 V per a un transformador 11000/110 V té una resistència interna de 7.2 kΩ. Quina potència mínima ha de tenir el transformador?

$$S = \frac{110^2}{7200} = 1.68 \text{ VA}$$

Problema ME3

En una instal·lació de baixa tensió, es mesura la potència activa consumida mitjançant la connexió d'un wattímetre (correctament connectat), el corrent del qual és captat per un transformador de corrent 25/5. Sabent que la lectura del wattímetre és de 200 W, quant val la potència activa consumida per la càrrega?

$$P = \frac{25}{5} 200 \text{ W} = 1000 \text{ W}$$

Problemes de transformadors trifàsics

Problema TT1

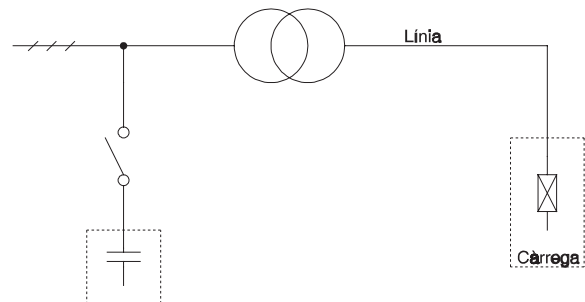
En una instal·lació trifàsica com la de la figura, les característiques de la línia són:

$$\rho = \frac{1}{60} \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \quad l = 100 \text{ m}$$

$$s = 36 \text{ mm}^2 \text{ per fase}$$

les de la càrrega:

$$\underline{Z}_L = 1.3016 + j 1.328 \Omega \text{ per fase}$$



i les del transformador:

$$S_N = 100 \text{ kVA} \quad U_N = 10000/380 \text{ V} \quad \epsilon_{cc} = 8\%$$

$$P_0 = 800 \text{ W} \quad \text{Cos } \varphi_0 = 0.3 \quad \text{Cos } \varphi_{cc} = 0.4$$

S'alimenta la xarxa amb un 10% de sobretensió per tal d'intentar compensar les caigudes de tensió. Calcular

1) Potències activa, reactiva i aparent, factor de potència, rendiment i caiguda de tensió en el transformador i en la línia.

- Amb condensadors desconnectats
- Amb condensadors tals que $\text{Cos } \varphi_1 = 0.96$

2) Corrent de curt circuit en borns del transformador i en borns de la càrrega.

1)

$$r_t = \frac{10}{0.38} = 26.32$$

a)

$$V_1'' = \frac{380 \cdot 1.1}{\sqrt{3}} = 241.3 \text{ V}$$

$$R_p = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{60} \frac{100}{36} = 0.0463 \text{ } \Omega$$

Les pèrdues en el ferro no seran les de la placa de característiques sinó que seran 1.1^2 cops ja que alimentem amb sobretensió.

$$P_{Fe} = 1.1^2 \cdot 800 = 968 \text{ W}$$

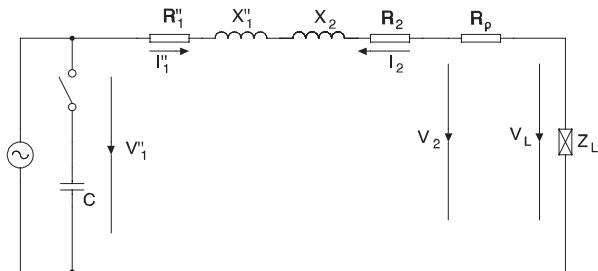
$$S_0 = \frac{P_{Fe}}{\cos \varphi_0} = \frac{968}{0.3} = 3226.7 \text{ VA}$$

$$Q_{mg} = \sqrt{S_0^2 - P_{Fe}^2} = \sqrt{3226.7^2 - 968^2} = 3078 \text{ VAR}$$

Com el transformador està en càrrega, despreciem la branca transversal.

$$\sin \varphi_{cc} = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{cc}}$$

$$\sin \varphi_{cc} = \sqrt{1 - 0.4^2} = 0.917$$



$$\underline{Z}_{cc}'' = \epsilon_{cc} \frac{U_{2N}^2}{S_N} (\cos \varphi_{cc} + j \sin \varphi_{cc}) = 0.08 \frac{380^2}{100000} (0.4 + j0.917)$$

$$\underline{Z}_{cc}'' = 0.046 + j0.106$$

$$\underline{I}_1'' = -\underline{I}_2 = \frac{V_1''}{\underline{Z}_{cc}'' + R_p + \underline{Z}_L} = 84.12 - j 86.52$$

$$I_2 = 120.67 \text{ A}$$

$$\underline{V}_L = -\underline{I}_2 \underline{Z}_L = 224.39 - j 0.9$$

$$V_L = 224.4 \text{ V}$$

$$\underline{V}_2 = -\underline{I}_2 (\underline{Z}_L + R_p) = 228.29 - j 4.91$$

$$V_2 = 228.34 \text{ V}$$

$$V_p = r_t V_1'' \sqrt{3} = 11 \text{ kV} \quad V_{Càrrega} = \sqrt{3} V_L = 388.7 \text{ V} \quad V_S = \sqrt{3} V_2 = 395.5 \text{ V}$$

$$\Delta U_{Tr} = \frac{241.3 - 228.3}{241.3} = 0.054 \Rightarrow 5.39\%$$

$$\Delta U_{Lin} = \frac{228.3 - 224.4}{228.3} = 0.017 \Rightarrow 1.73\%$$

$$\Delta U_{Tot} = \frac{241.3 - 224.4}{241.3} = 0.070 \Rightarrow 7.02\%$$

$$\underline{S}_L = 3 \underline{V}_L (-I_2)^* = 56862 + j 58015 \quad S_L = 81235 \text{ VA}$$

$$P_I = 3 R_p I_2^2 = 3 \cdot 0.0463 \cdot 120.66^2 = 2022.5 \text{ W}$$

$$\underline{S}_1 = 3 \underline{V}_1'' (-I_2)^* + P_{Fe} + j Q_{mg} = 61871 + j 65719 \quad S_1 = 90261 \text{ VA}$$

$$\underline{S}_2 = 3 \underline{V}_2 (-I_2)^* = 58884 + j 58015 \quad S_2 = 82663 \text{ VA}$$

$$\eta_{Tr} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{58884}{61871} = 0.952 \Rightarrow 95.2\%$$

$$\eta_{lin} = \frac{P_L}{P_2} = \frac{56862}{58884} = 0.966 \Rightarrow 96.6\%$$

$$\eta_{Tot} = \frac{P_L}{P_1} = \frac{56862}{61871} = 0.919 \Rightarrow 91.9\%$$

b)

$$P_{1C} = 61871 \quad S_{1C} = \frac{P_{1C}}{\cos \varphi_1} = \frac{61871}{0.96} = 64449 \text{ VA} \quad Q_T = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = 18046 \text{ VAR}$$

La resta de càlculs no canvia.

2)

$$I_{2ccTr} = \frac{241.3}{\sqrt{0.046^2 + 0.106^2}} = 2089 \text{ A} \quad I_{1ccTr} = \frac{I_{2ccTr}}{r_t} = \frac{2088}{26.32} = 79.39 \text{ A}$$

$$I_{2ccLin} = \frac{241.3}{\sqrt{(0.046 + 0.0463)^2 + 0.106^2}} = 1717 \text{ A}$$

$$I_{1ccLin} = \frac{I_{2ccLin}}{r_t} = \frac{1717}{26.32} = 65.23 \text{ A}$$

El corrent de circuit del transformador també s'obté

$$I_{2N} = \frac{100000}{\sqrt{3} \cdot 380} = 151.9 \text{ A} \quad I_{2ccTr} = \frac{I_{2N}}{\epsilon_{cc} (P.U)} \cdot 1.1 = 2089 \text{ A}$$

Problema TT2

En la instal·lació de la figura les característiques de la càrrega són

$$S_{LN} = 64 \text{ kVA} \quad U_{LN} = 380 \text{ V} \\ \cos \varphi_L = 0.95 \text{ (i)}$$

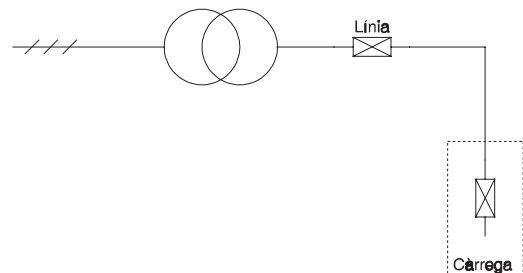
el transformador té les següents característiques

$$S_N = 75 \text{ kVA} \quad U_N = 25000/380 \text{ V} \\ P_0 = 500 \text{ W} \quad \cos \varphi_0 = 0.2 \\ \epsilon_{cc} = 5\% \quad \cos \varphi_{cc} = 0.15$$

i la línia té una impedància $\underline{Z}_l = 50 + j 20 \text{ m}\Omega$

Si s'alimenta el conjunt a 26 kV, calculeu

- Corrents a primari i a secundari.
- Tensió en borns de la càrrega i tensió a la sortida del transformador.
- Potència absorbida de la xarxa i potència consumida per la càrrega.
- Rendiments i caigudes de tensió del transformador, la línia i la instal·lació.
- Corrent de curt circuit a la sortida del transformador i en borns de la càrrega.



$$r_t = \frac{25000}{380} = 65.79$$

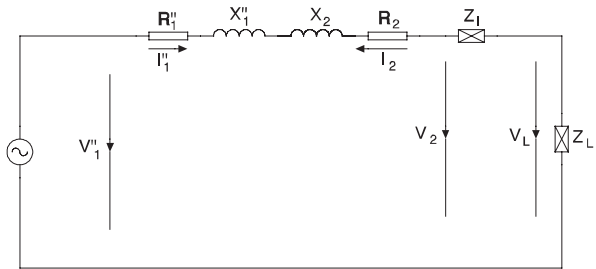
$$\sin \varphi_c = \sqrt{1 - 0.15^2} = 0.99$$

$$\underline{Z}_{cc}'' = \frac{5}{100} \frac{380^2}{75000} (0.15 + j 0.99)$$

$$\underline{Z}_{cc}'' = 14.44 + j 95.18 \text{ m}\Omega$$

$$V_1'' = \frac{26000}{\sqrt{3} r_t} = 228.2 \text{ V}$$

$$\underline{Z}_L = 3 \frac{\left(\frac{380}{\sqrt{3}}\right)^2}{64000} (0.95 + j 0.31) = 2.143 + j 0.705 \Omega$$



Les pèrdues de buit augmenten quadràticament amb la tensió

$$P_{Fe} = 500 \left(\frac{26}{25}\right)^2 = 541 \text{ W}$$

$$Q_{mg} = \frac{P_{Fe}}{\cos \varphi_0} \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0} = 2649 \text{ VAR}$$

a)

$$\underline{I}_1'' = -\underline{I}_2 = \frac{V_1''}{\underline{Z}_{cc}'' + \underline{Z}_I + \underline{Z}_L} = 91.81 - j 33.72 \quad I_2 = 96.88 \text{ A} \quad I_1 = \frac{I_2}{r_t} = 1.473 \text{ A}$$

b)

$$\underline{V}_L = -\underline{I}_2 \underline{Z}_L = 218.4 - j 8.29 \quad V_L = 218.6 \text{ V} \quad \text{Tensió càrrega} = 378.6 \text{ V}$$

$$\underline{V}_2 = -\underline{I}_2 (\underline{Z}_L + \underline{Z}_I) = 224 - j 8.2 \quad V_2 = 224 \text{ V} \quad \text{Tensió secundari} = 388 \text{ V}$$

c)

$$\underline{S}_L = -3 \underline{V}_L \underline{I}_2^* = 60.4 + j 19.8 \quad S_L = 63.5 \text{ kVA}$$

$$\underline{S}_1 = 3 \underline{V}_1' I_1'^{*} + (P_{Fe} + j Q_{mg}) = 62.71 + j 25.73 \text{ kVA} \quad S_1 = 67.8 \text{ kVA}$$

d)

$$\underline{S}_2 = -3 \underline{V}_2 I_2^* = 61.7 + j 20.4 \quad S_2 = 65.05 \text{ kVA}$$

$$\eta_{Tr} = \frac{61.7}{62.71} = 0.985 \rightarrow 98.5\%$$

$$\eta_{lin} = \frac{60.4}{61.7} = 0.977 \rightarrow 97.7\%$$

$$\eta_{Tot} = \eta_{Tr} \eta_{lin} = 0.962 \rightarrow 96.2\%$$

$$\Delta V_{Tr} = \frac{228.2 - 224}{228.2} = 0.019 \rightarrow 1.92\%$$

$$\Delta V_{lin} = \frac{224 - 218.6}{224} = 0.023 \rightarrow 2.28\%$$

$$\Delta V_{Tot} = \frac{228.2 - 218.6}{228.2} = 0.042 \rightarrow 4.20\%$$

e)

$$I_{2ccTr} = \left| \frac{228.2 + j 0}{(14.44 + j 95.18) 10^{-3}} \right| = 2370 \text{ A} \quad I_{1ccTr} = 36 \text{ A}$$

$$I_{2cclln} = \left| \frac{228.2 + j 0}{(14.44 + j 95.18 + 50 + j 20) 10^{-3}} \right| = 1729 \text{ A} \quad I_{1cclln} = 26.28 \text{ A}$$

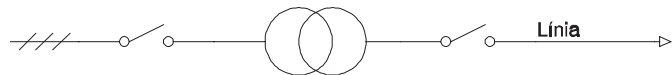
Problema TT3

Un transformador té $S_N = 5 \text{ MVA}$ amb $U_N = 125/25 \text{ kV}$, $\epsilon_{cc} = 8\%$ i $\text{Cos } \varphi_{cc} \approx 0$.

Hi ha un interruptor al costat de 125 kV de 25 A nominals i tarat per desconnectar a 160 A . Un altre interruptor al costat de 25 kV està tarat a 800 A i és de 125 A nominals.

El transformador alimenta una càrrega a través d'una línia de $3 \times 25 \text{ mm}^2$ amb

$$\rho = \frac{1}{60} \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$



de 1000 m de llarg i que té 9 cops més inductància que resistència.

a) Està ben dimensionat el nivell de dispar dels interruptors?

Per reformes a la instal.lació, la línia s'allarga fins a 1500 m .

b) Cal tarar de nou els dispars dels interruptors?

$$I_{1N} = \frac{5 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 125 \cdot 10^3} = 23.1 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{5 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 25 \cdot 10^3} = 115.5 \text{ A}$$

$$r_t = \frac{125}{25} = 5$$

$$Z'_{cc} = \epsilon_{cc} \frac{V_{1N}^2}{S_N} = 0.08 \frac{(125 \cdot 10^3)^2}{5 \cdot 10^6} = 250 \Omega = X'_{cc}$$

$$R_l = \frac{1}{60} \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \frac{1000 \text{ m}}{25 \text{ mm}^2} = 0.67 \Omega \quad X_l = 9 \cdot 0.67 = 6 \Omega$$

$$R'_l = 5^2 \cdot 0.67 = 16.67 \Omega \quad X'_l = 5^2 \cdot 6 = 150 \Omega$$

a)

Si fem un curt circuit a la sortida del transformador:

$$I_{1ccTr} = \frac{125000}{250 \sqrt{3}} = 288.68 \text{ A} \quad I_{2ccTr} = 288.67 \cdot 5 = 1443 \text{ A}$$

Si fem un curt circuit a fi de línia:

$$I_{1ccLin} = \frac{125000}{\sqrt{3} \sqrt{16.67^2 + (150 + 250)^2}} = 180.27 \text{ A}$$

$$I_{2ccLin} = 180.27 \cdot 5 = 901.33 \text{ A}$$

Comprovació de les proteccions:

Corrent nominal:

primari	23.1 A < 25 A	correcte
secundari	115.5 A < 125 A	correcte

Curt circuit al transformador:

primari	288.68 A > 160 A	correcte
secundari	1443 A > 800 A	correcte

Curt circuit a la línia:

primari	180.27 A > 160 A	correcte
secundari	901.33 A > 800 A	correcte

b)

Els corrents nominals seran els mateixos

$$R'_N = 1.5 R'_I = 1.5 \cdot 16.67 = 25 \ \Omega \quad X'_N = 1.5 X'_I = 1.5 \cdot 150 = 225 \ \Omega$$

Si fem un curt circuit a la sortida del transformador els corrents seran els mateixos.

Si fem un curt circuit a fi de línia:

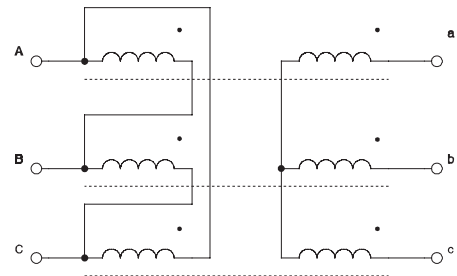
$$I_{1cc\text{lin}} = \frac{125000}{\sqrt{25^2 + (250 + 225)^2}} = 151.72 A < 160 A$$

$$I_{2cc\text{lin}} = 151.72 \cdot 5 = 758.62 A < 800 A$$

No és correcte, caldrà reajustar les proteccions.

Problema TT4

Un transformador trifàsic 11000/380 V 80 kVA 50 Hz $P_0 = 600 W$ $\cos \varphi_0 = 0.4$ $\epsilon_{cc} = 5\%$ $\cos \varphi_{cc} = 0.35$ té l'esquema de connexió mostrat a la figura. Si s'alimenta el primari a tensió nominal i es connecta al secundari una càrrega trifàsica formada per tres impedàncies de $6_{60^\circ} \Omega$ en triangle, determineu:



- Índex horari i grup de connexió.
- Corrents a primari i a secundari.
- Tensió a secundari i caiguda de tensió.
- Potències activa, reactiva i aparent a primari i secundari i rendiment.
- Corrents en cas d'un curt circuit en borns de la càrrega.

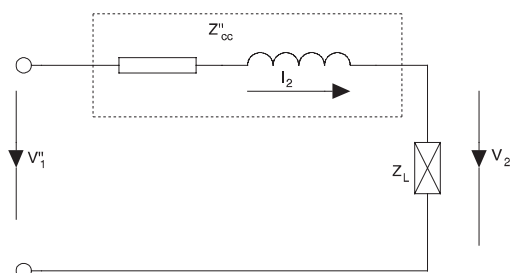
a) Dy5

b)

$$S_{LN} = 3 \frac{380^2}{6} = 72200 VA$$

$$\frac{72.2}{80} \cdot 100 = 90\% \text{ Càrrega}$$

$$r_t = \frac{11000}{380} = 28.9$$



La càrrega s'ha de passar a estrella

$$\underline{Z}_L = \frac{1}{3} \mathbf{6}_{60^\circ} = \frac{1}{3} (3 + j 5.2) = 1 + j 1.73 \ \Omega$$

$$\underline{Z}_{cc}'' = 0.05 \frac{380^2}{80000} (0.35 + j 0.94) = 31.5 + j 84.5 \ m\Omega$$

$$S_0 = \frac{600}{0.4} = 1500 \ VA \quad Q_0 = \sqrt{S_0^2 - P_0^2} = 1375 \ VAR$$

$$\underline{I}_1'' = -\underline{I}_2 = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{(1 + j 1.73) + (31.5 + j 84.3) 10^{-3}} = 51.9 - j 91.3 \ A$$

$$I_1'' = I_2 = 105 \ A \quad I_1 = 3.63 \ A$$

c)

$$\underline{V}_2 = -\underline{I}_2 \underline{Z}_L = (51.9 - j 91.3) (1 + j 1.73) = 210 - j 1.5 \ V$$

$$V_2 = 210 \ V \quad U_s = 210 \cdot \sqrt{3} = 363.8 \ V$$

$$\Delta U = \frac{220 - 210}{220} 100 = 4.26\%$$

d)

$$\underline{S}_2 = 3 (210.6 - j 1.5) (51.9 - j 91.3)^* = 33.09 + j 57.31 \ kVA$$

$$\underline{S}_1 = 3 (220 + j 0) (51.9 - j 91.3)^* + \underline{S}_0$$

$$\underline{S}_1 = 34133 + j 60106 + 600 + j 1375 = 34.7 + j 61.5 \text{ kVA}$$

$$S_1 = 70.61 \text{ kVA}$$

$$S_2 = 66.18 \text{ kVA}$$

$$P_1 = 34.7 \text{ kW}$$

$$P_2 = 33.09 \text{ kW}$$

$$Q_1 = 61.5 \text{ kVAr}$$

$$Q_2 = 57.31 \text{ kVAr}$$

$$\eta = \frac{33.09}{34.7} = 0.953 \Rightarrow 95.3\%$$

e)

$$I''_{1cc} = I_{2cc} = \left| \frac{220}{(31.5 + j 84.5) 10^{-3}} \right| = 2431 \text{ A}$$

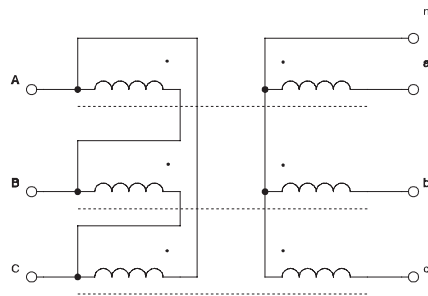
$$I_{1cc} = 83.9 \text{ A}$$

Problema TT5

Un transformador trifàsic Dyn 11 380/220 V 50 kVA 50 Hz $P_0 = 300 \text{ W}$ $\cos \varphi_0 = 0.42$ $\varepsilon_{cc} = 4.7\%$ $\cos \varphi_{cc} = 0.38$ alimenta un conjunt de 240 bombetes de 220 V 200 W connectades en forma adequada per tal que la càrrega sigui simètrica i les bombetes treballin aproximadament a la tensió nominal. Determinar; si el transformador s'alimenta a 388 V.

- Esquema de connexions dels debanats del transformador.
- Forma de connexió de les bombetes, la impedància d'una bombeta i la de cada grup de bombetes.
- Corrents a primari i a secundari.
- Tensió a secundari i caiguda de tensió.
- Potències activa, reactiva i aparent a primari i secundari i rendiment.

a)



b)

Les bombetes s'han de connectar en tres grups de 80 bombetes en paral·lel i aquests en triangle. La seva impedància serà:

$$Z_b = \frac{220^2}{200} = 242 \, \Omega \quad Z_L = \frac{242}{80} = 3.025 \, \Omega$$

c)

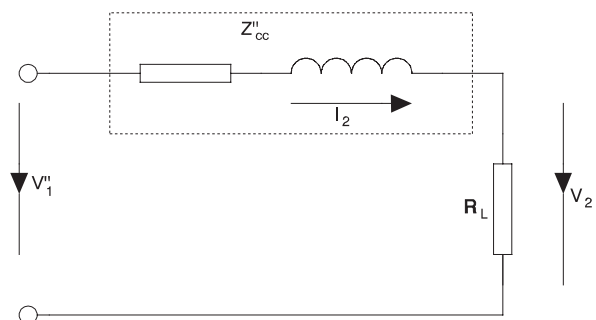
$$Z''_{cc} = 0.047 \frac{220^2}{50000} (0.38 + j 0.93) = 17.29 + j 42.08 \, m\Omega$$

$$P_0 = 300 \left(\frac{388}{380} \right)^2 = 313 \, W \quad S_0 = \frac{313}{0.42} = 744.7 \, VA$$

$$Q_0 = \sqrt{S_0^2 - P_0^2} = 676 \, VAR \quad r_t = \frac{380}{220} = 1.73$$

$$R_L = \frac{3.025}{3} = 1.008 \, \Omega$$

$$V_1'' = \frac{388}{\sqrt{3} r_t} = 129.7 \, V$$



$$\underline{I}'_1 = -\underline{I}_2 = \frac{129.7}{(17.29 + j 42.08) 10^{-3} + 1.008} = 126.24 - j 5.18$$

$$I_2 = 126.3 \text{ A} \quad I_1 = \frac{126.3}{r_t} = 73.15 \text{ A}$$

d)

$$\underline{V}_2 = -\underline{I}_2 R_L = (126.24 - j 5.18) 1.008 = 127.3 - j 5.22$$

$$V_2 = 127.4 \text{ V} \quad V_s = \sqrt{3} \cdot 127.4 = 221 \text{ V}$$

$$\Delta U = \frac{129.7 - 127.4}{129.7} 100 = 2.08\%$$

e)

$$\underline{S}_1 = 3 \cdot 129 (125.89 - j 5.18)^* + (P_0 + j Q_0) = 49.43 + j 2.69$$

$$S_1 = 49.50 \text{ kVA}$$

$$\underline{S}_2 = 3 (126.9 - j 5.22) (125.89 - j 5.18)^* = 48.3 + j 0$$

$$S_2 = 48.3 \text{ kVA}$$

$$\eta = \frac{48.3}{49.43} 100 = 97.7\%$$

Càrrega:

$$S_L = \frac{P_L}{\cos \varphi_L} = \frac{50000}{0.8} = 62500 \text{ VA}$$

$$I_L = \frac{S_L}{\sqrt{3} U_L} = \frac{62500}{\sqrt{3} 380} = 94.96 \text{ A}$$

$$Z_L = \frac{V_L}{I_L} = \frac{380}{94.96} = 2.31 \text{ } \Omega$$

$$\underline{Z}_L = 2.31 (0.8 + j 0.6) = 1.848 + j 1.386$$

Línia de baixa:

$$R_B = 0.7 \cdot 0.1 = 0.07 \text{ } \Omega$$

Línia de mitja:

$$R_M = 0.5 \cdot 3 = 1.5 \text{ } \Omega$$

$$R_M'' = \frac{1.5}{r_t^2} = 0.02666 \text{ } \Omega$$

$$X_M = 0.5 \cdot 0.3 = 0.15 \text{ } \Omega$$

$$X_M'' = \frac{0.15}{r_t^2} = 0.002666 \text{ } \Omega$$

Transformador:

$$Z_{TR}'' = \frac{400^2}{80000} \epsilon_{cc} = 2 \cdot 0.06 = 0.12 \text{ } \Omega$$

$$R_{TR}'' = Z_{TR}'' \cos \varphi_{cc} = 0.12 \cdot 0.25 = 0.03 \text{ } \Omega$$

$$X_{TR}'' = Z_{TR}'' \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{cc}} = 0.12 \sqrt{1 - 0.25^2} = 0.1162 \text{ } \Omega$$

Referència de tensió

$$\underline{V}_L = \frac{380}{\sqrt{3}} + j 0$$

$$\underline{I}_L = 94.96 \angle -\varphi_L = 94.96 (0.8 - j 0.6) \text{ A}$$

$$\underline{V}_{TR} = \underline{I}_L (\underline{Z}_L + R_B) = 94.96 (0.8 - j 0.6) (1.848 + j 1.386 + 0.07) = 224.71 - j 3.988 \text{ V} = 224.75 \angle -1.02^\circ$$

Tensió a la sortida del transformador

$$U_2 = \sqrt{3} V_{TR} = \sqrt{3} 224.75 = 389.27 \text{ V}$$

$$\underline{V}_M'' = \underline{I}_L \left(\underline{Z}_L + \mathbf{R}_B + \underline{Z}_{TR}'' \right)$$

$$\underline{V}_M'' = 94.96 (0.8 - j 0.6) (1.848 + j 1.386 + 0.07 + 0.03 + j 0.1162)$$

$$\underline{V}_M'' = 233.61 + j 3.13 = 233.63_{0.767^\circ} \text{ V}$$

Tensió a l'entrada del transformador

$$U_1'' = \sqrt{3} V_M'' = \sqrt{3} 233.63 = 404.66 \text{ V}$$

$$U_1 = U_1'' r_t = 404.66 \cdot 7.5 = 3035 \text{ V}$$

$$\underline{V}_e'' = \underline{I}_L \left(\underline{Z}_L + \mathbf{R}_B + \underline{Z}_{TR}'' + \mathbf{R}_M'' + j X_M'' \right) = 94.96 (0.8 - j 0.6) (1.975 + j 1.505) = 235.787 + j 1.812$$

$$\underline{V}_e'' = 235.79_{0.44^\circ} \text{ V}$$

Tensió a l'escomesa:

$$U_e'' = \sqrt{3} V_e'' = \sqrt{3} 235.79 = 408.4 \text{ V}$$

$$U_e = r_t U_e'' = 7.5 \cdot 408.4 = 3063 \text{ V}$$

b)

$$P_{Fe} = P_0 \left(\frac{U_1}{U_{NI}} \right)^2 = 1500 \left(\frac{3035}{3000} \right)^2 = 1535.2 \text{ W}$$

$$Q_{mg} = \frac{P_0}{\cos \varphi_0} \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0} \left(\frac{U_1}{U_{NI}} \right)^2 = 7520.6 \text{ VAR}$$

$$\underline{S}_e = 3 V_e'' \underline{I}_L^* + P_{Fe} + j Q_{mg}$$

$$\underline{S}_e = 3 \cdot 235.79_{0.44^\circ} \cdot 94.959_{36.87^\circ} + 1535.2 + j 7520.6$$

$$\underline{S}_e = 54962 + j 48237 \text{ VA} \quad P_e = 54962 \text{ W} \quad Q_e = 48237 \text{ VAR}$$

c)

$$\cos \varphi_e = \frac{P_e}{\sqrt{P_e^2 + Q_e^2}} = \frac{54962}{\sqrt{54962^2 + 48237^2}} = 0.75$$

$$\text{recàrrec} = \frac{17}{0.75^2} - 21 = 9.09\%$$

$$\text{Cost} = (10 \text{ h}) (13 \text{ ptes./kW h}) (54.962 \text{ kW}) (1 + 0.0909) = 7795 \text{ ptes.}$$

d)

$$I_{cc2} = \frac{235.79}{\sqrt{(R_M'' + R_{TR}'' + R_B)''^2 + (X_M'' + X_{TR}'')^2}} = 1357.5 \text{ A}$$

$$I_{cc1} = \frac{I_{cc2}}{r_t} = \frac{1357.5}{7.5} = 181 \text{ A}$$

Problema TT7

Un transformador trifàsic té les següents característiques:

$$\begin{aligned} S_N &= 8 \text{ kVA} & U_N &= 8000/380 \text{ V} & \epsilon_{cc} &= 7\% \\ \cos \varphi_{cc} &= 0.4 & P_0 &= 600 \text{ W} & \cos \varphi_0 &= 0.3 \end{aligned}$$

S'alimenta amb una font ideal de 7500 V pel costat primari. Calculeu el corrent de buit i les potències reactiva i aparent de buit.

$$S_0 = \frac{P_0}{\cos \varphi_0} = \frac{600}{0.3} = 2000 \text{ VA}$$

$$Q_0 = \sqrt{S_0^2 - P_0^2} = 1908 \text{ VAr}$$

Calculem la branca transversal de l'esquema equivalent

$$R'_{Fe} = \frac{8000^2}{600} = 106667 \text{ } \Omega$$

$$X'_{mg} = \frac{8000^2}{1908} = 33545 \text{ } \Omega$$

Troblem les potències i els corrents de buit

$$P = \frac{7500^2}{106667} = 527 \text{ W}$$

$$Q = \frac{7500^2}{33545} = 1677 \text{ VAr}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1758 \text{ VA}$$

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} V} = \frac{1758}{\sqrt{3} 7500} = 0.135 \text{ A}$$

Problemes de màquines de corrent continu

Problema MC1

Del motor de corrent continu (excitació independent) d'una planta cimentera es coneix un punt de funcionament a excitació constant:

$$\begin{aligned} P_{\text{útil}} &= 100 \text{ kW} & \eta &= 90\% & V &= 400 \text{ V} \\ V_{\text{esc.}} &= 2 \text{ V} & \omega &= 3000 \text{ rpm} & P_{\text{perdmec}} &= 2 \text{ kW} \end{aligned}$$

Determinar:

- Dades de l'esquema equivalent del motor i corrent consumit en el punt donat.
- Si les pèrdues mecàniques es suposen constants de 2 kW i el parell resistent és 250 Nm quin és el nou punt de funcionament si la màquina s'alimenta a 400 V?
- Despreciant les pèrdues mecàniques, si es posa una càrrega de $\Gamma_r = 25 + 0.008 \omega^2$, quin és el nou punt de funcionament si s'alimenta a 400 V?

a)

$$\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{Tot}}} \quad P_{\text{Tot}} = \frac{P_{\text{útil}}}{\eta} = \frac{100}{0.9} = 111.1 \text{ kW}$$

$$\omega = 3000 \frac{2\pi}{60} = 314.16 \text{ rad/s} \quad I = \frac{P_{\text{Tot}}}{V} = 277.8 \text{ A}$$

$$P_{\text{útil}} = \Gamma \omega \quad \Gamma = \frac{P_{\text{útil}}}{\omega} = 318.3 \text{ Nm}$$

$$V = (R_{esc} + R_r) I + V_{esc} + K_V \omega$$

Si multipliquem tots els termes per I

$$V I = (R_{esc} + R_r) I^2 + V_{esc} I + K_V \omega I$$

$V I =$ Potència total

$$(R_{esc} + R_r) I^2 = \text{Pèrdues Joule en el coure i les escobretes}$$

$$V_{esc} I = \text{Pèrdues en les escobretes per arc}$$

$$(R_{esc} + R_r) I^2 + V_{esc} I = P_{Tot} - P_{útil} - P_{Perd Mec}$$

$$(R_{esc} + R_r) 277.8^2 + 2 277.8 = (111.1 - 100 - 2) 10^3$$

$$R_{esc} + R_r = 0.111 \Omega$$

$$P_{Mec} = P_{útil} + P_{perd mec} = K_V \omega I$$

$$(100 + 2) 10^3 = K_V 314.16 277.8$$

$$K_V = 1.169 \frac{W}{(\text{rad/s}) A} = 1.169 \frac{V s}{\text{rad}}$$

b)

Tenim les mateixes equacions d'abans

$$P_{perd mec} + P_{útil} = K_V \omega I$$

$$P_{útil} = \Gamma_r \omega$$

$$2000 + 250 \omega = 1.169 \omega I$$

$$V = (R_{esc} + R_r) I + V_{esc} + K_V \omega$$

$$400 = 0.111 I + 2 + 1.169 \omega$$

D'aquesta equació treiem ω funció de I.

$$\omega = \frac{398 - 0.111 I}{1.169}$$

Substituint a la primera i operant

$$I^2 - 3800 I + 784824 = 0$$

Equació de segon grau que té dues solucions:

$$I = 219 A \quad I = 3584 A$$

$$\omega = \frac{398 - 0.111 I}{1.169} \Rightarrow I = 219 \text{ A} \rightarrow \omega = 320 \text{ rad/s}$$

$$P_{\text{útil}} = \Gamma_r \omega = 250 \cdot 320 = 80 \text{ kW}$$

$$P_{\text{Cons}} = V I = 400 \cdot 219 = 87.7 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{80}{87.6} \cdot 100 = 91.1\%$$

c)

$$V = (R_r + R_{\text{esc}}) I + V_{\text{esc}} + K_V \omega$$

$$P_{\text{perd mec}} + \Gamma_r \omega = K_V \omega I$$

$$P_{\text{perd mec}} = 0$$

$$400 = 0.111 I + 2 + 1.169 \omega$$

$$(25 + 0.008 \omega^2) \omega = 1.169 \omega I \rightarrow 25 + 0.008 \omega^2 = 1.169 I$$

De la primera en treiem el corrent en funció de ω

$$I = \frac{400 - 2 - 1.169 \omega}{0.111}$$

i substituïm la segona

$$25 + 0.008 \omega^2 = 1.169 \frac{400 - 2 - 1.169 \omega}{0.111}$$

Operant

$$\omega^2 + 1537.5 \omega - 520819 = 0$$

Equació de segon grau que té dues solucions

$$\omega = 285.5 \text{ rad/s} \quad \omega = -1825.7 \text{ rad/s}$$

La segona és clarament incorrecta. Així doncs

$$\omega = 285.5 \text{ rad/s} \quad I = \frac{400 - 2 - 1.169 \cdot 288.1}{0.111} = 579.4 \text{ A}$$

$$\Gamma = 25 + 0.008 \cdot 285.5^2 = 677 \text{ Nm}$$

$$P_{\text{útil}} = \Gamma \omega = 689 \cdot 288.1 = 193.4 \text{ kW}$$

$$P_{\text{tot}} = 400 \cdot 579.4 = 231.78 \text{ KW}$$

$$\eta = \frac{193.4}{231.78} = 0.83 \rightarrow 83\%$$

Problema MC2

Del motor de corrent continu d'un elevador se sap que quan està en càrrega

$$P_{\text{útil}} = 5 \text{ kW} \quad \eta = 92\% \quad V_{\text{esc}} = 2 \text{ V} \quad V = V_{\text{exc}} = 48 \text{ V}$$

$$\omega = 1500 \text{ rpm} \quad P_{\text{perd mec}} = 120 \text{ W} \quad R_{\text{esc}} = 4 \text{ m}\Omega \quad R_{\text{est}} = 18 \Omega$$

Trobeu:

- Dades de l'esquema equivalent, corrents i parell.
- Corrents i rendiment si el parell es redueix a la meitat.
- Repetir l'apartat b) amb $V_{\text{exc}} = 36 \text{ V}$

a)

$$P_{\text{tot}} = \frac{5000}{0.92} = 5435 \text{ W} \quad I = \frac{P_{\text{tot}}}{V} = \frac{5435}{48} = 113 \text{ A}$$

$$\Gamma = \frac{P_{\text{útil}}}{\omega} = \frac{5000}{1500 \frac{2\pi}{60}} = 31.8 \text{ Nm}$$

$$P_{\text{mec}} = 5000 + 120 = 5120 \text{ W}$$

$$E = k I_{\text{exc}} \omega$$

$$P_{\text{tot}} = I V = (R_{\text{esc}} + R_r) I^2 + V_{\text{esc}} I + E I$$

$$P_{\text{tot}} = (R_{\text{esc}} + R_r) I^2 + V_{\text{esc}} I + P_{\text{mec}}$$

$$5435 = (4 \cdot 10^{-3} + R_r) 113^2 + 2 \cdot 113 + 5120$$

$$R_r = 2.89 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$I_{\text{exc}} = \frac{V_{\text{exc}}}{R_{\text{est}}} = \frac{48}{18} = 2.67 \text{ A}$$

$$V = (R_{\text{esc}} + R_r) I + V_{\text{esc}} + k I_{\text{exc}} \omega$$

$$48 = 6.97 \cdot 10^{-3} \cdot 113 + 2 + k I_{\text{exc}} \cdot 1500 \frac{2\pi}{60} \quad k = 0.11$$

b)

$$\Gamma = \frac{31.8}{2} = 15.9 \text{ Nm}$$

$$\begin{cases} V I = (R_{\text{esc}} + R_r) I^2 + V_{\text{esc}} I + P_{\text{perd mec}} + \Gamma \omega \\ V = (R_{\text{esc}} + R_r) I + V_{\text{esc}} + k \omega I_{\text{exc}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 48 I = 6.89 \cdot 10^{-3} I^2 + 2 I + 120 + 15.9 \omega \\ 48 = 6.89 \cdot 10^{-3} I + 2 + 0.288 \omega \end{cases}$$

$$\omega = \frac{48 - 2 - 6.97 \cdot 10^{-3} I}{0.288} = 159.7 - 24.2 \cdot 10^{-3} I$$

$$48 I = 6.97 \cdot 10^{-3} I^2 + 2 I + 120 + 15.9 (139.7 - 24.2 \cdot 10^{-3} I) \quad I^2 - 6654.95 I + 381521 = 0$$

$$I = \begin{cases} 6673 & NO \\ 57.92 & \Rightarrow I = 57.92 A \quad \omega = 158.4 \text{ rad/s} \Rightarrow 1513 \text{ rpm} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P_{tot} &= V I = 48 \cdot 57.92 = 2780 \text{ W} & \eta &= \frac{2521}{2780} 100 = 90.7\% \\ P_{\text{util}} &= \Gamma \omega = 15.9 \cdot 158.4 = 2521 \text{ W} \end{aligned}$$

c)

$$I_{exc} = \frac{V_{exc}}{R_{ext}} = \frac{36}{18} = 2 \text{ A}$$

$$48 = 6.97 \cdot 10^{-3} I + 2 + 0.11 \cdot 2 \omega \quad \omega = 209.1 - 31.7 \cdot 10^{-3} I$$

$$48 I = 6.97 \cdot 10^{-3} I^2 + 2 I + 120 + 15.9 (209.1 - 31.7 \cdot 10^{-3} I)$$

$$I = \begin{cases} 6673 & NO \\ 76.4 & \Rightarrow I = 76.4 A \quad \omega = 210.6 \text{ rad/s} \Rightarrow 1974 \text{ rpm} \end{cases}$$

$$\eta = \frac{15.9 \cdot 210.6}{48 \cdot 76.4} 100 = 91.5\%$$

Problema MC3

D'una màquina de corrent continu d'excitació sèrie sabem que

$$R_{esc} = 3 \text{ m}\Omega \quad R_{est} = 4 \text{ m}\Omega \quad R_r = 2 \text{ m}\Omega$$

$$P_{perd \text{ mec}} = 150 \text{ W} \quad V_{esc} = 3 \text{ V} \quad E = 0.015 \text{ I } \omega \text{ (SI)}$$

Si s'alimenta la màquina a 110 V i la màquina gira a 1700 rev/min, calcular:

- Corrent, parell i rendiment.
- Corrent que consumiria si, estant aturada, es connectés directament a 110 V.
- Repetir a) si alimentem a 60 V mantenint-se la velocitat constant.

a)

$$V = (R_{esc} + R_r + R_{est}) I + V_{esc} + E \quad 110 = (3 + 2 + 4) 10^{-3} I + 3 + 0.015 \text{ I } \omega$$

$$\omega = \frac{2\pi}{60} 1700 = 178 \text{ rad/s} \quad 107 = 9 \cdot 10^{-3} I + 0.015 \text{ I } 178 \quad I = 39.9 \text{ A}$$

$$P_{mec} = E I = 0.015 \text{ I}^2 \omega = 4259 \text{ W} \quad \Gamma = \frac{P_{mec} - 150}{\omega} = 23.1 \text{ Nm}$$

$$P_{útil} = 23.1 \cdot 178 = 4108 \text{ W}$$

$$P_{cons} = 110 \cdot 39.9 = 4392 \text{ W} \quad \eta = \frac{4108}{4392} 100 = 93.5\%$$

b)

$$E = 0 \quad 110 = (2 + 3 + 4) 10^{-3} I + 3 + 0 \quad I = 11889 \text{ A}$$

c)

$$57 = 9 \cdot 10^{-3} I + 0.015 \text{ I } 178 \quad I = 21.3 \text{ A} \quad P_{mec} = 0.015 \text{ I}^2 \omega = 1209 \text{ W}$$

$$\Gamma = \frac{P_{mec} - 150}{\omega} = 6 \text{ Nm} \quad \eta = \frac{6 \cdot 178}{60 \cdot 21.3} 100 = 82.9\%$$

Problema MC4

D'un motor de corrent continu d'excitació independent es coneixen les següents dades per a una intensitat d'excitació constant:

Caiguda de tensió a escombretes	= 2.5 V
Resistència de les escombretes	= 0.1 Ω
Resistència del debanat rotòric	= 0.3 Ω
Tensió interna (f _{cem})	= 4.3 ω (f _{cem} en V, ω en rad/s)
Parell de pèrdues mecàniques	= 10 Nm

Quan aquest motor arrossega una càrrega que té per parell resistent l'expressió $\Gamma(\text{Nm}) = 0.016 \omega^2 + 40$ (ω en rad/s)

- Trobeu, si s'alimenta a 440 V,
- Velocitat a què gira la màquina.
 - Corrent i potència absorbits de la xarxa.
 - Parell útil i rendiment.
 - Corrent que absorbeix el motor si, per un defecte mecànic, es bloqueja el rotor.

a)

$$V = R_{esc} I + V_{esc} + R_r I + E \qquad E I = P_{perd\ mec} + P_{útil}$$

$$P_{perd.\ mec.} = \Gamma_{perd.\ mec.} \omega \qquad P_{útil} = \Gamma \omega$$

$$440 = 0.1 I + 2.5 + 0.3 I + 4.3 \omega \qquad 437.5 = 0.4 I + 4.3 \omega$$

$$4.3 \omega I = 10 \omega + (0.016 \omega^2 + 40) \omega \qquad 4.3 I = 50 + 0.016 \omega^2$$

$$I = \frac{437.5 - 4.3 \omega}{0.4} \qquad \frac{4.3}{0.4} (437.5 - 4.3 \omega) = 50 + 0.016 \omega^2$$

$$\omega^2 + 2889.06 \omega - 290820.3 = 0$$

$$\omega = -1444.53 \pm 1541.91 \left\{ \begin{array}{l} \text{NEGATIU NO} \\ 97.38 \text{ rad/s} \end{array} \right.$$

b)

$$I = \frac{437.5 - 4.3 \cdot 97.38}{0.4} = 46.9 \text{ A} \quad P_{Cons} = V I = 440 \cdot 46.9 = 20643 \text{ W}$$

c)

$$\Gamma_{\acute{u}til} = \Gamma = 0.016 \cdot 97.38^2 + 40 = 191.72 \text{ Nm} \quad P_{\acute{u}til} = \Gamma_{\acute{u}til} \omega = 191.72 \cdot 97.38 = 18670 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_{\acute{u}til}}{P_{cons}} = \frac{18670}{20643} = 0.904 \text{ (90.4\%)}$$

d)

$$E = 0 \quad 440 = 0.4 I + 2.5 \quad I = 1093.75 \text{ A}$$

Problema MC5

D'un motor de corrent continu sabem:

$$R_{\acute{e}sc} = 0.01 \Omega \quad R_r = 0.1 \Omega \quad V_{\acute{e}sc} = 2 \text{ V} \quad E = 1.17 \omega \quad (E \text{ en V; } \omega \text{ en rad/s)}$$

Aquest motor alimentat a 330 V, arrossega una màquina que li suposa un parell de 20 Nm incloses pèrdues mecàniques. Determineu corrent i velocitat.

Sabem:

$$V = (R_{\acute{e}sc} + R_r) I + V_{\acute{e}sc} + E \quad P_{\acute{u}til} = \Gamma \omega = E I \quad E = 1.17 \omega$$

Substituïm:

$$1.17 \omega I = 20 \omega \quad I = \frac{20}{1.17} = 17 \text{ A}$$

$$330 = (0.1 + 0.01) 17 + 2 + 1.17 \omega \quad \rightarrow \quad \omega = 278.8 \text{ rad/s}$$

Problemes de màquines d'inducció

Problema MI1

D'una màquina d'inducció 380/220 V 50 Hz 3 fases se sap que en el punt nominal de funcionament la velocitat és 1470 rpm i les pèrdues mecàniques corresponen a un parell de 0.5 Nm. Sabent les següents dades de l'esquema equivalent fase-neutre a 220 V

$$\begin{array}{lll} X_{d1} = 0.5 \, \Omega & X'_{d2} = 0.4 \, \Omega & R_1 = 0.15 \, \Omega \\ R_2' = 0.1 \, \Omega & R'_{Fe} = 14 \, \Omega & X'_{mg} = 5 \, \Omega \end{array}$$

Si la màquina es connecta a la tensió nominal de 220 V, calculeu:

- Velocitat de sincronisme i nombre de parells de pols
- Lliscament en el punt nominal de funcionament.
- Corrent absorbit en el punt nominal de funcionament
- Potències activa, reactiva i aparent en el punt nominal de funcionament
- Factor de potència en el punt nominal de funcionament
- Parell i potència mecànica en la càrrega pel punt nominal de funcionament
- Rendiment en el punt nominal de funcionament
- Corrent d'arrencada i factor de potència d'arrencada
- Parell d'arrencada
- Volem arrencar amb un arrencador estrella-triangle. Quant val el corrent d'arrencada estrella?

a)

$$\omega_s = \frac{60f}{p} = \frac{3000}{p} \begin{cases} p = 1 & \omega_s = 3000 \text{ rev/min} \\ p = 2 & \omega_s = 1500 \text{ rev/min} \\ p = 3 & \omega_s = 1000 \text{ rev/min} \end{cases}$$

Si és un motor, la velocitat de sincronisme ha d'ésser superior a la mecànica. Per tant:

$$\omega_s = 1500 \text{ rev/min} \quad p = 2$$

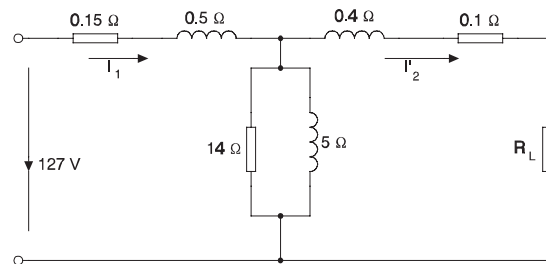
b)

$$s = \frac{1500 - 1470}{1500} = 0.02$$

c)

$$\underline{Z}_p = \frac{14 j 5}{14 + j 5} = 1.58 + j 4.43$$

$$R_L = 0.1 \left(\frac{1 - 0.02}{0.02} \right) = 4.9 \Omega$$



Apliquem la segona llei de Kirchhoff

$$127 + j 0 = (0.15 + j 0.5) (I_1) + (1.58 + j 4.43) (I_1 - I_2)$$

$$0 = - (1.58 + j 4.43) (I_1 - I_2) + (4.9 + 0.1 + j 0.4) (I_2)$$

Ordenem

$$127 + j 0 = (1.73 + j 4.93) I_1 - (1.58 + j 4.43) I_2$$

$$(1.58 + j 4.43) I_1 = (6.58 + j 4.83) I_2$$

De la segona

$$I_2 = (0.48 + j 0.32) I_1$$

Substituint la primera

$$127 + j 0 = (1.73 + j 4.93) I_1 - (0.48 + j 0.32) (1.58 + j 4.43) I_1$$

$$I_1 = 27.52 - j 26.33$$

$$I_1 = 38.10 \text{ A}$$

$$I_2 = 21.65 - j 3.69$$

$$I_2 = 21.96 \text{ A}$$

d)

$$\underline{S} = 3 (127 + j 0) (27.52 - j 26.33)^* = 10488 + j 10036$$

$$P = 10.49 \text{ kW} \quad Q = 10.04 \text{ kVAr} \quad S = 14.5 \text{ kVA}$$

e)

$$\cos \varphi = \frac{10.49}{14.5} = 0.72$$

f)

$$\omega = 1470 \frac{2\pi}{60} = 153.94 \text{ rad/s}$$

$$P_{mec. tot.} = 3 \cdot 4.9 \cdot 21.96^2 = 7090 \text{ W}$$

$$\Gamma_{tot} = \frac{7090}{153.94} = 46.1 \text{ Nm}$$

$$\Gamma_{carr.} = 46.1 - 0.5 = 45.6 \text{ Nm}$$

$$P_{carr.} = 45.6 \cdot 153.94 = 7013 \text{ W}$$

g)

$$\eta = \frac{7013}{10487} = 0.669 \Rightarrow 66.9\%$$

h)

En arrencar $s = 1$ i, per tant, $R_L = 0$

$$(127 + j0) = (0.15 + j0.5) I_{10} + (1.58 + j4.43) (I_{10} - I_{20})$$

$$0 = - (1.58 + j4.43) (I_{10} - I_{20}) + (0.1 + j0.4) I_{20}$$

De la segona

$$(1.58 + j4.43) I_{10} = (1.68 + j4.83) I_{20}$$

$$I_{20} = (0.92 - j0.00723) I_{10}$$

Substituint en la primera

$$127 + j0 = (1.73 + j4.93) I_{10} - (1.58 + j4.43) (0.92 - j0.007) I_{10}$$

$$I_{10} = 38.3 - j135.65$$

$$I_{10} = 140.96 \text{ A}$$

$$I_{20} = 34.25 - j125.05$$

$$I_{20} = 129.66 \text{ A}$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{\Re\{I_{10}\}}{I_0} = \frac{38.3}{140.96} = 0.27$$

i)

$$\omega_s = 1500 \frac{2\pi}{60} = 157 \text{ rad/s}$$

$$P_{mec\ tot} = 3 R_L I_2^2$$

$$\Gamma \omega = 3 R_2' \frac{1-s}{s} I_2^2$$

$$s \omega \Gamma = 3 R_2' (1-s) I_2^2$$

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s}$$

$$\frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} \omega \Gamma = 3 R_2' \left(1 - \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s}\right) I_2^2$$

$$(\omega_s - \omega) \omega \Gamma = 3 R_2' \omega I_2^2$$

$$(\omega_s - \omega) \Gamma = 3 R_2' I_2^2$$

$$\Gamma = \frac{3 R_2' I_2^2}{\omega_s - \omega}$$

En arrencar $\omega = 0$ $I_2 = I_{20}$ i, per tant

$$\Gamma_{arr.} = \frac{3 R_2' I_{20}^2}{\omega_s} = \frac{3 \cdot 0.1 \cdot 129.67^2}{157} = 32.1 \text{ Nm}$$

j)

$$I_{arr.Y} = \frac{I_{arr.D}}{3} = \frac{140.96}{3} = 46.99 \text{ A}$$

$$\frac{I_{arr.Y}}{I_N} = \frac{46.97}{38.1} = 1.23$$

Problema MI2

Un motor d'inducció trifàsic de 50 Hz té els següents paràmetres de l'esquema equivalent fase-neutre

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 20 \text{ m}\Omega & R_2' &= 40 \text{ m}\Omega & L_{d2}' &= 3 \text{ mH} \\
 L_{d1} &= 3 \text{ mH} & R_M &= 30 \text{ }\Omega & L_M &= 50 \text{ mH}
 \end{aligned}$$

Quan s'alimenta a la tensió nominal de 380 V, calcular

- Corrent d'arrencada
- Factor de potència en l'arrencada
- Parell quan la velocitat de gir és de 1450 rpm despreciant les pèrdues mecàniques
- Si el motor s'alimenta mitjançant un transformador de característiques nominals

$$U = 6000/380 \text{ V} \quad S = 100 \text{ kVA} \quad \epsilon_{cc} = 5\% \quad \cos \varphi_{cc} \approx 0$$

quan en el primari hi ha 6000 V, quant val la tensió en borns del motor i en quant es redueix el parell d'arrencada respecte d'estar a tensió nominal?

$$X_M = 2 \pi f L_M = 15.7 \text{ }\Omega$$

$$X_{d1} = 2 \pi f L_{d1} = 0.9425 \text{ }\Omega$$

$$X_{d2}' = 2 \pi f L_{d2}' = 0.9425 \text{ }\Omega$$

$$Z_M = \frac{R_M j X_M}{R_M + j X_M} = \frac{30 j 15.7}{30 + j 15.7} = 6.45 + j 12.33 \text{ }\Omega$$

- En l'arrencada

$$s = 1 \quad \frac{R_2'}{s} = 0.04 \text{ }\Omega$$

La impedància del rotor en paral.lel amb la branca magnetitzant val

$$Z_{M2a} = \frac{Z_M (R_2'/s + j X_{d2}')}{Z_M + (R_2'/s + j X_{d2}')} = \frac{(6.45 + j 12.32) (0.04 + j 0.9425)}{(6.45 + j 12.32) + (0.04 + j 0.9425)} = 0.0619 + j 0.8861 \text{ }\Omega$$

$$\underline{Z}_{TOTa} = (R_1 + j X_{d1}) + \underline{Z}_{M2a} = 0.02 + j 0.9425 + 0.0619 + j 0.8861$$

$$\underline{Z}_{TOTa} = 0.0818 + j 1.8288 \Omega = 1.83_{87.44^\circ} \Omega$$

$$I_{arr} = \frac{V_{simple}}{Z_{TOTa}} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 1.83} = 119.85 \text{ A}$$

b)

$$fdp_{arr} = \cos 87.44^\circ = 0.045$$

c)

$$s = \frac{1500 - 1450}{1500} = 0.0333 \quad R_L = R_2' \frac{1-s}{s} = 1.16$$

$$\underline{U}_1 = \frac{380}{\sqrt{3}} + j 0$$

$$\frac{380}{\sqrt{3}} = (0.02 + j 0.942) I_1 + (6.45 + j 12.33) (I_1 - I_2)$$

$$0 = - (6.45 + j 12.33) (I_1 - I_2) + (0.04 + j 0.942 + 1.16) I_2$$

$$\underline{I}_1 = 51.81 - j 88.87 \quad I_1 = 102.9 \text{ A} \quad \underline{I}_2 = 50.32 - j 78.74 \quad I_2 = 93.45 \text{ A}$$

$$\underline{S} = 3 \underline{V}_1 I_1^* = 34103 + j 58495 \text{ VA}$$

$$P_{\text{util}} = 3 R_L I_2^2 = 30387 \text{ W}$$

$$\Gamma = \frac{P_{\text{util}}}{\omega} = \frac{30387}{1450 \cdot \frac{2\pi}{60}} = 200.12 \text{ Nm}$$

d)

$$Z_{cc} = \epsilon_{cc} \frac{U_N^2}{S_N} = 0.05 \frac{380^2}{100000} = 0.0722 = X_{cc} \quad R_{cc} = 0$$

$$Z_{TOT} = R_1 + j X_1 + \frac{Z_M (R_2 + j X_2 + R_L)}{Z_M + R_2 + j X_2 + R_L} = 1.074 + j 1.842 \ \Omega$$

$$I_1'' = \frac{U_1''}{Z_{cc} + Z_{TOT}} = 48.9 - j 87.2$$

$$U_2 = I_1'' Z_{TOT} = 213 - j 3.5$$

$$U_2 = 213.1 \ V$$

$$U_{MOT} = \sqrt{3} U_2 = 369.2 \ V$$

Nou corrent d'arrencada

$$I_a = \frac{U_1''}{|Z_{TOTa} + j X_{cc}|} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{|0.0818 + j 1.90|} = 115.3 \ A$$

$$\frac{\Gamma_a}{\Gamma_{aN}} = \left(\frac{I_a}{I_{aN}} \right)^2 = \left(\frac{115.3}{119.85} \right)^2 = 0.9255$$

es redueix un $100 - 92.55 = 7.45\%$

Problema MI3

Un motor d'inducció 380/220 V 50 Hz 3 fases arrossega una càrrega de manera que la velocitat és 950 rpm i les pèrdues mecàniques es poden representar per un parell de 2 Nm. Sabent que l'esquema equivalent en estrella té les següents dades:

$$\begin{aligned} X_{d1} &= 1 \, \Omega & X'_{d2} &= 0.95 \, \Omega & R_1 &= 0.4 \, \Omega & R'_2 &= 0.23 \, \Omega \\ R'_{Fe} &= 180 \, \Omega & X'_{mg} &= 102 \, \Omega & & & & \end{aligned}$$

Si la màquina es connecta en estrella a 380 V, calculeu:

- Velocitat de sincronisme, nombre de parells de pols i lliscament.
- Corrent absorbit.
- Potències i $\cos \varphi$
- Parell i potència entregada a la càrrega.
- Rendiment.
- Si per arrencar es posa una resistència de 10 Ω en sèrie amb cada una de les fases del rotor, quant val el corrent d'arrencada i el factor de potència? (Nota: La relació de transformació rotor-estator val 1).
- Podem arrencar en estrella-triangle? Quin corrent, si es pot, es consumirà?

a)

$$\omega_s = \frac{60 \cdot 50}{p} \rightarrow \begin{cases} p = 1 & 3000 \, rpm \\ p = 2 & 1500 \, rpm \\ p = 3 & 1000 \, rpm \\ p = 4 & 750 \, rpm \end{cases} \quad \omega_s = 1000 \, rpm \quad p = 3$$

$$s = \frac{1000 - 950}{1000} = 0.05 \quad \omega_s = \frac{2 \pi \cdot 50}{3} = 104.72 \, rad/s$$

$$\omega = 950 \frac{2 \pi}{60} = 99.5 \, rad/s$$

b)

$$V_1 = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220$$

$$\underline{Z}_p = \frac{R_{F\theta} \cdot j X_{mg}}{R_{F\theta} + j X_{mg}} = 43.75 + j 77.21$$

$$R_L = 0.23 \frac{1-s}{s} = 0.23 \frac{1-0.05}{0.05} = 4.37 \Omega$$

$$220 = (0.4 + j 1) I_1 + (43.75 + j 77.21) (I_1 - I_2)$$

$$(43.75 + j 77.21) (I_1 - I_2) = (0.23 + j 0.95 + 4.37) I_2$$

$$I_1 = 38.42 - j 16.70 \quad I_1 = 41.89 A$$

$$I_2 = 37.69 - j 14.68 \quad I_2 = 40.45 A$$

c)

$$\underline{S} = 3 \frac{380}{\sqrt{3}} (38.42 - j 16.70)^* = 25.29 + j 10.99$$

$$P = 25.29 kW \quad Q = 10.99 kVAr$$

$$S = 27.57 kVA \quad \cos \varphi = 0.92 (j)$$

d)

$$P_{mec. tot} = 3 \cdot 4.37 \cdot 40.45^2 = 21.45 kW \quad \Gamma_{tot} = \frac{21451}{99.5} = 215.6 Nm$$

$$\Gamma_{carr.} = 215.6 - 2 = 213.6 Nm \quad P_{carr.} = 213.6 \cdot 99.5 = 21.3 kW$$

$$\eta = \frac{21.3}{25.29} 100 = 84.2\%$$

f)

$$R_L = 0 \quad R_2 = 10.23 \, \Omega$$

$$I_0 = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{0.4 + j1 + \frac{(43.75 + j77.21)(10.23 + j0.95)}{43.75 + j77.21 + 10.23 + j0.95}}$$

$$I_0 = 20.69 - j5.74 \quad I_0 = 21.5 \, A \quad \cos \varphi = \frac{20.69}{21.5} = 0.96$$

g)

No podem arrencar en estrella-triangle ja que en triangle la tensió de xarxa és massa gran.

Problema MI4

Un motor d'inducció trifàsic de 380 V 50 Hz ha d'arrossegar una càrrega, la velocitat de la qual no té importància.

El parell que ha de realitzar, incloses les pèrdues mecàniques és $\Gamma = 90 + 20 \cdot 10^{-5} \omega^2$ (SI). Triar el motor més indicat entre els sis disponibles a l'apèndix. Calcular corrent, parell, potències, factor de potència i rendiment.

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} \quad \omega = \omega_s (1 - s) \quad \Gamma = 90 + 20 \cdot 10^{-5} \omega_s^2 (1 - s)^2$$

$$p = 1 \rightarrow \omega_s = 314.2 \text{ rad/s} \rightarrow \Gamma = 90 + 19.74 (1 - s)^2 \text{ Nm}$$

$$p = 2 \rightarrow \omega_s = 157.1 \text{ rad/s} \rightarrow \Gamma = 90 + 4.94 (1 - s)^2 \text{ Nm}$$

$$p = 3 \rightarrow \omega_s = 104.7 \text{ rad/s} \rightarrow \Gamma = 90 + 2.19 (1 - s)^2 \text{ Nm}$$

1 - s	s	(p = 3) $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma_3$	(p = 2) Γ_4	(p = 1) $\Gamma_5 = \Gamma_6$
0.995	0.005	92.17	94.89	109.5
0.990	0.010	92.15	94.84	109.3
0.985	0.015	92.13	94.79	109.2
0.980	0.020	92.11	94.74	109.0
0.975	0.025	92.08	94.69	108.8
0.970	0.030	92.06	94.64	108.6
0.965	0.035	92.04	94.60	108.4
0.960	0.040	92.02	94.55	108.2
0.955	0.045	92.00	94.50	108.0
0.950	0.050	91.98	94.45	107.8
0.945	0.055	91.96	94.41	107.6
0.940	0.060	91.94	94.36	107.4
0.935	0.065	91.92	94.31	107.3
0.930	0.070	91.90	94.27	107.1
0.925	0.075	91.88	94.22	106.9
0.920	0.080	91.86	94.18	106.7

Cerquem els punts de funcionament

	Γ	1 - s	s	ω	η	Cos φ
1	92.14	0.988	$1.2 \cdot 10^{-2}$	988	32%	0.68
2	92.16	0.992	$8 \cdot 10^{-3}$	992	49%	0.59
3	92.09	0.977	$2.3 \cdot 10^{-2}$	977	40%	0.62
4	94.63	0.968	$3.2 \cdot 10^{-2}$	1452	73.5%	0.715
5	107.7	0.946	$5.4 \cdot 10^{-2}$	2838	71.5%	0.81
6	-	-	-	-	-	-

Nm

rev/min

El motor 6 no s'empra ja que treballaria en la part més alta de la corba (perill d'entrar en zona inestable).

Agafem el motor 4 ja que té millor rendiment.

$$\Gamma = 94.63 \text{ Nm} \quad \omega = 1452 \text{ rev/min} = 152.1 \text{ rad/s}$$

$$\eta = 73.5 \quad \text{Cos } \varphi = 0.715$$

$$P_{\text{útil}} = \Gamma \omega = 94.63 \cdot 152.1 = 14.39 \text{ kW}$$

$$P_{\text{Cons.}} = \frac{P_{\text{útil}}}{\eta} = \frac{14.39}{0.735} = 19.58 \text{ kW}$$

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{19.58}{0.715} = 27.38 \text{ kVA} \qquad Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 19.14 \text{ kVAr}$$

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} U} = \frac{27.38 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380} = 41.6 \text{ A}$$

Problema MI5

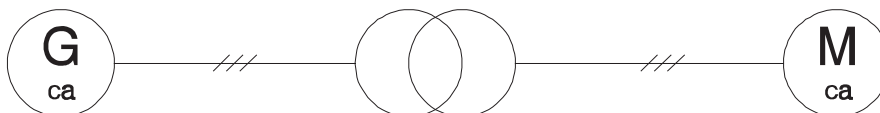
Un motor té una placa de característiques amb, entre altres, les següents dades: 50 Hz, 960 rpm. Indiqueu quin tipus de màquina és, quin és el nombre de parells de pols i quant val la velocitat de sincronisme en rev/min (rpm).

És una màquina asíncrona (inducció)

$$p = 3 \qquad \omega_s = \frac{2 \pi \cdot 50}{3} \cdot \frac{60}{2 \pi} = 1000 \text{ rpm}$$

Problema MI6

Una font trifàsica ideal de tensió, de freqüència 50 Hz, alimenta un transformador reductor que subministra energia elèctrica a un motor d'inducció segons l'esquema adjunt. Els cables de connexió són suficientment curts com per considerar que no tenen resistència ni reactància. El motor treballa en el punt nominal de funcionament.



Transformador:

$$S_N = 140 \text{ kVA} \qquad U_N = 6/0.4 \text{ kV} \qquad \epsilon_{cc} = 4\% \qquad \cos \varphi_{cc} = 0.2 \qquad P_0 = 2 \text{ kW} \qquad \cos \varphi_0 = 0.3$$

Motor:

$$P_{N \text{ útil}} = 100 \text{ kW} \quad \omega_N = 1450 \text{ rpm} \quad \eta_N = 92\% \quad \cos \varphi_N = 0.85 \quad U_N = 380 \text{ V}$$

Calculeu:

- Si el motor s'alimenta a tensió nominal i entrega el parell nominal, potències activa, reactiva i aparent que consumeix. Corrent absorbit pel motor, parell útil, velocitat de sincronisme i nombre de parells de pols.
- La tensió necessària a l'entrada del transformador per tal que la tensió en borns del motor sigui la nominal i el rendiment del transformador.
- Sabent que el motor té un corrent d'arrencada directa de 6 cops el corrent nominal amb un factor de potència de 0.4. Calculeu la caiguda de tensió (en %) en el transformador quan el motor arrenca.
- Corrents que circulen pel transformador en cas de curt circuit a la sortida de baixa.

a)

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_{elèc}} \qquad P_{elèc} = \frac{100}{0.92} = 108.7 \text{ kW}$$

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{108.7}{0.85} = 127.9 \text{ kVA} \qquad Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 67.4 \text{ kVAr}$$

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} V} = 194.3 \text{ A} \qquad \omega = 1450 \frac{2 \pi}{60} = 151.8 \text{ rad/s}$$

$$\omega_s = \frac{2 \pi 50}{p} \text{ (rad/s)} = \frac{50 \cdot 60}{p} \text{ (rpm)} \qquad \omega_s \approx \omega$$

D'on deduïm $p = 2$ i $\omega_s = 1500 \text{ rpm} = 157.1 \text{ rad/s}$

$$\Gamma_{\text{útil}} = \frac{P_{\text{útil}}}{\omega} = \frac{100000}{151.8} = 658.6 \text{ Nm}$$

b)

Despreciem la branca transversal del transformador.

Valor de la branca longitudinal del transformador:

$$\underline{Z}_{cc}'' = \frac{4}{100} \frac{400^2}{140000} (0.2 + j 0.98) = 9.1 + j 44.8 \text{ m}\Omega$$

$$\underline{I} = 194.3 (0.85 - j 0.53) = 165.1 - j 102.3$$

$$\frac{V_1''}{\sqrt{3}} = \underline{I} \underline{Z}_{cc}'' + \frac{380}{\sqrt{3}} = 225.5 + j 6.46 \quad V_1'' = 390.7 \text{ V}$$

$$r_t = \frac{6000}{400} = 15$$

$$V_1 = r_t V_1'' = 5861 \text{ V}$$

$$P_2 = 108.7 \text{ kW}$$

$$P_1 = P_2 + R_{cc} I_{cc}^2 + P_{Fe N} \frac{V_1^2}{V_{1N}^2}$$

$$P_1 = 108.7 \cdot 10^3 + 3 \cdot 9.1 \cdot 10^{-3} \cdot 194.3^2 + 2000 \frac{5861^2}{6000^2} = 110.95 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = 98\%$$

c)

$$I_0 = 6 I_N = 1165.8 \text{ A}$$

$$\underline{I}_0 = 1165.8 (0.4 - j 0.92)$$

$$\Delta V = \frac{\sqrt{3} |\underline{Z}_{cc} \underline{I}_0|}{V_1''} \cdot 100 = 23.6\%$$

d)

$$I_{2cc} = \frac{V_1''}{\sqrt{3} Z_{cc}''} = 4934 \text{ A} \qquad I_{1cc} = \frac{I_{2cc}}{r_t} = 329 \text{ A}$$

Problema MI7

Un motor d'inducció trifàsic de 3 parells de pols, alimentat a tensió nominal de 3 x 380 V 50 Hz té les corbes característiques del tipus 1 de l'apèndix.

La càrrega que arrossega ofereix, incloses les pèrdues mecàniques, un parell resistent de tipus ventilador.

$$\Gamma(\omega) = 20 + 0.0277 \omega^2 \qquad (\omega \text{ en rad/s i } \Gamma \text{ en Nm})$$

Es demana en règim permanent de treball:

- a) Velocitat i parell (NOTA: Agafeu un mínim de 4 punts de la corba $\Gamma-\omega$)
- b) Potència activa consumida i rendiment
- c) Potències reactiva i aparent consumides i factor de potència
- d) Corrent de línia

a)

$$\omega_s = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ rpm} \qquad s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} \qquad \omega_s - \omega = s \omega_s \qquad \omega = \omega_s (1 - s)$$

Corba parell resistent-velocitat $\Gamma = 20 + 0.0277 \omega^2$

1 - s	0.95	0.96	0.97	0.98
ω (rev/min)	950	960	970	980
ω (rad/s)	99.48	100.53	101.58	102.63
Γ (Nm)	294	300	306	312

Intersecció parell resistent-parell motor (gràfic)

$$\Gamma = 300 \text{ Nm} \quad 1 - s = 0.96 \quad \omega = 100.53 \text{ rad/s} = 960 \text{ rev/min}$$

b)

Sabent $\omega = 960 \text{ rpm}$ $(1 - s) = 0.96$ del gràfic $\eta - \omega$ s'obté $\eta = 70\%$

$$P_{abs} = \frac{P_{ut}}{\eta} = \frac{\Gamma \omega}{\eta} = \frac{300 \cdot 100.53}{0.7} = 43.1 \text{ kW}$$

c)

$1 - s = 0.96$ del gràfic $\cos \varphi - \omega$ s'obté $\cos \varphi = 0.82$

$$\cos \varphi = 0.82 = \frac{P_{abs}}{S} \Rightarrow S = \frac{43.1}{0.82} = 52.5 \text{ kVA}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{52.5^2 - 43.1^2} = 30.1 \text{ kVAr}$$

d)

$$S = \sqrt{3} U I \Rightarrow I = \frac{S}{\sqrt{3} U} = \frac{52.5 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380} = 79.83 \text{ A}$$

Problemes de màquines síncrones

Problema MS1

Un motor síncron està connectat a una xarxa ideal de $3 \times 660 \text{ V}$. La càrrega és del tipus ventilador amb $\Gamma_r = 50 + 0.005 \omega^2$ (S.I.) amb les pèrdues mecàniques ja incloses en la càrrega. El motor està connectat en estrella i té un parell de pols. La freqüència de la xarxa és de 50 Hz . Se sap que a la velocitat de sincronisme la tensió de debanat verifica $U_{\text{deb.}} = 35 I_{\text{exc.}}$. La reactància síncrona (o de dispersió) val $0.1 \Omega/\text{fase}$ i la resistència dels debanats $0.05 \Omega/\text{fase}$. L'excitació està regulada de manera que la xarxa veu $\cos \varphi = 1$

Trobar:

- Velocitat
- Corrent de línia
- Corrent d'excitació
- Potències activa i reactiva consumides
- Rendiment
- Repetir a) i b) si la màquina té 2 parells de pols
- Repetir f) si la màquina té 3 parells de pols
- Repetir a), b), c), d) i e) si el $\cos \varphi$ de la línia és 0.9 (c)

a)

$$\omega = \omega_s = \frac{2 \pi f}{p} = 314.16 \text{ rad/s}$$

b)

$$\Gamma_r = 50 + 0.005 \cdot 314.16^2 = 543.5 \text{ Nm}$$

$$P_{\text{útil}} = \Gamma_r \omega = 170.74 \text{ kW}$$

Si $\cos \varphi = 1$ serà $\underline{I} = I + j 0$

Igalant potències actives:

$$\sqrt{3} 660 I = 3 \cdot 0.05 I^2 + 170.74 \cdot 10^3 \quad I^2 - 7621 I + 1138267 = 0$$

Equació de segon grau que té dues solucions:

$$I = 7468.6 \text{ A} \quad I = 152.4 \text{ A}$$

De les quals la primera no té sentit.

c)

$$\underline{V} = \underline{I} (\underline{R} + j X_S) + \underline{U} \quad \frac{660}{\sqrt{3}} = 152.4 (0.05 + j 0.1) + \underline{U}$$

$$\underline{U} = 373.4 - j 15.2 = 373.7 \angle -2.34^\circ \quad I_{exc.} = \frac{U}{35} = \frac{373.7}{35} = 10.68 \text{ A}$$

d)

$$S_{tot} = 3 V I = 3 \frac{660}{\sqrt{3}} 152.4 = 174.2 \text{ kVA}$$

$$\cos \varphi_{tot} = 1 \quad P_{tot} = 174.2 \text{ kW} \quad Q_{tot} = 0$$

$$P_{perd. Cu} = P_{tot} - P_{útil} = 174.2 - 170.74 = 3.48 \text{ kW}$$

$$P_{perd. Cu} = 3 R I^2 = 3 \cdot 0.05 \cdot 152.4^2 = 3.48 \text{ kW}$$

$$Q_{mg} = Q_{tot} - Q_{gen} = 0 - 3 U I \sin \varphi$$

$$Q_{mg} = - 3 \cdot 373.7 \cdot 152.4 \sin (- 2.34) = 6968 \text{ VAR}$$

$$Q_{mg} = 3 X_S I^2 = 3 \cdot 0.1 \cdot 152.4^2 = 6968 \text{ VAR}$$

e)

$$\eta = \frac{P_{útil}}{P_{tot}} = \frac{170.74}{174.2} = 0.98 \rightarrow 98\%$$

f)

$$\omega = \frac{314.16}{2} = 157.1 \text{ rad/s}$$

$$\Gamma_r = 50 + 0.005 \cdot 157.1^2 = 173.4 \text{ Nm}$$

$$P_{\text{útil}} = 173.4 \cdot 157.1 = 27.23 \text{ kW}$$

$$\sqrt{3} \cdot 660 \cdot I = 3 \cdot 0.05 \cdot I^2 + 27.23 \cdot 10^3$$

Operant

$$I^2 - 76621 + 181600 = 0$$

Equació de segon grau que té dues solucions:

$$I = 7597 \text{ A} \quad I = 23.9 \text{ A}$$

De les quals la primera no és correcta.

$$\frac{660}{\sqrt{3}} = 23.9 (0.05 + j 0.1) + \underline{U}$$

$$\underline{U} = 379.86 - j 2.39 = 379.86_{-0.36^\circ}$$

$$I_{\text{exc.}} = \frac{379.86}{35} = 10.85 \text{ A}$$

$$P_{Cu} = 3 R I^2 = 3 \cdot 0.05 \cdot 23.9^2 = 85.7 \text{ W}$$

$$S_{\text{tot}} = P_{\text{tot}} = 3 V I = 3 \cdot \frac{660}{\sqrt{3}} \cdot 23.9 = 27.32 \text{ kW} \quad Q_{\text{tot}} = 0$$

$$\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{tot}}} = \frac{27.24}{27.32} = 0.997 \rightarrow 99.7\%$$

g)

$$\omega = \frac{314.16}{3} = 104.72 \text{ rad/s}$$

$$\Gamma_r = 50 + 0.005 \cdot 104.72^2 = 104.8 \text{ Nm}$$

$$P_{\text{útil}} = 104.8 \cdot 104.72 = 10.98 \text{ kW}$$

$$\sqrt{3} \cdot 660 \cdot I = 3 \cdot 0.05 \cdot I^2 + 10.98 \cdot 10^3$$

Operant

$$I^2 - 7620 I + 731644 = 0$$

Equació de segon grau que té dues solucions.

$$I = 9.6 \text{ A} \quad I = 7611 \text{ A}$$

La segona d'elles no té sentit. Així doncs

$$\frac{660}{\sqrt{3}} = 9.6 (0.05 + 0.1) + \underline{U} \quad \underline{U} = 380.57 - j 0.96 = 380.57_{[-0.15^\circ]}$$

$$I_{exc.} = \frac{380.57}{35} = 10.87 \text{ A} \quad P_{Cu} = 3 \cdot 0.05 \cdot 9.6^2 = 13.87 \text{ W}$$

$$S_{tot} = P_{tot} = 3 \frac{660}{\sqrt{3}} \cdot 9.6 = 11 \text{ kW} \quad Q_{tot} = 0$$

$$\eta = \frac{10978}{10991} = 0.999 \rightarrow 99.9\%$$

h)

$$\underline{V} = \frac{660}{\sqrt{3}} + j 0 \quad \underline{I} = I (0.9 + j 0.436)$$

Igualant potències actives:

$$P_{tot} = 3 \frac{660}{\sqrt{3}} I \cdot 0.9 = 3 \cdot 0.05 I^2 + 170.74 \cdot 10^3$$

Operant:

$$I^2 - 6858.9 I + 1138267 = 0$$

Equació de segon grau que té dues solucions:

$$I = 170 \text{ A} \quad I = 6688.7 \text{ A}$$

La segona no és correcta. Llavors:

$$\underline{I} = 170 (0.9 + j 0.436) = 153 + j 74.2 \quad \underline{V} = \underline{I} (\underline{R} + j X_S) + \underline{U}$$

$$\frac{660}{\sqrt{3}} = (0.05 + j 0.1) (153 + j 74.2) + \underline{U} \quad \underline{U} = 380.8 - j 19 = 381.3_{[-2.86^\circ]}$$

$$I_{exc.} = \frac{381.3}{35} = 10.89 \text{ A}$$

$$P_{tot} = 3 \frac{660}{\sqrt{3}} 170 \cdot 0.9 = 175.1 \text{ kW}$$

$$Q_{tot} = - 3 \frac{660}{\sqrt{3}} 170 \cdot 0.436 = - 84.8 \text{ kVAr}$$

$$\eta = \frac{170.74}{175.1} = 0.975 \rightarrow 97.5\%$$

Problema MS2

Un motor síncron arrossega una càrrega de tipus $\Gamma_{carr.} = 35 + 0.4 \omega$ (S.I.) i té unes pèrdues mecàniques que suposen un parell $\Gamma_{pm} = 4.5 + 7 \cdot 10^{-5} \omega^2$. El motor està connectat en estrella i té dos parells de pols. La xarxa és de $3 \times 380 \text{ V } 60 \text{ Hz}$. Sabem que $X_s = 0.05 \Omega/\text{fase}$ i $R_s = 0.025 \Omega/\text{fase}$ i que $U_{deb.} = 20 I_{exc.}$. Calcular:

- Velocitat, corrents, potències i rendiment si $\cos \varphi = 1$
- Velocitat, corrents, potències i rendiment si $\cos \varphi = 0.8$ (i)
- Velocitat, corrents, potències i rendiment si $\cos \varphi = 0.8$ (c)
- Corrent que circularia si, estant aturat, es connectés el motor a la xarxa.

a)

$$\omega = \frac{2 \pi \cdot 60}{2} = 188.5 \text{ rad/s}$$

$$\Gamma_{carr.} = 35 + 0.4 \cdot 188.5 = 110.4 \text{ Nm}$$

$$\Gamma_{pm} = 4.5 + 7 \cdot 10^{-5} \cdot 188.5^2 = 7 \text{ Nm}$$

$$P_{mec.} = (110.4 + 7) \cdot 188.5 = 22.13 \text{ kW}$$

$$P_{carr.} = 110.4 \cdot 188.5 = 20.81 \text{ kW}$$

$$\sqrt{3} \cdot 380 I = 3 \cdot 0.025 I^2 + 22130$$

$$I^2 - 8775.7 I + 295067 = 0$$

$$I = \frac{8775 \pm 8708}{2}$$

té dues solucions, de les quals una és exageradament gran, per tant,

$$I = 33.75 \text{ A}$$

$$P = 3 \cdot 33.75 \frac{380}{\sqrt{3}} = 22.21 \text{ kW} \quad Q = 0 \quad S = 22.21 \text{ kVA}$$

$$\frac{380}{\sqrt{3}} + j 0 = (0.025 + j 0.05) (33.77 + j 0) + \underline{U}$$

$$\underline{U} = 218.6 - j 1.7 \quad U = 218.6 \text{ V} \quad I_{exc.} = \frac{218.6}{20} = 10.93 \text{ A}$$

$$\eta = \frac{20.81}{22.21} 100 = 93.7\%$$

b)

Mateixes velocitat, parell i potències mecàniques.

$$\sqrt{3} \cdot 380 \cdot I \cdot 0.8 = 3 \cdot 0.025 \cdot I^2 + 22130$$

$$I^2 - 7021 I + 295067 = 0 \quad I = \begin{cases} 6978 \text{ A} & \text{NO} \\ 42.3 \text{ A} \end{cases}$$

$$\underline{S} = 3 \frac{380}{\sqrt{3}} [42.3 (0.8 - j 0.6)]^* = 22.26 + j 16.7 \quad S = 27.8 \text{ kVA}$$

$$\frac{380}{\sqrt{3}} + j 0 = 42.3 (0.8 - j 0.6) (0.025 + j 0.05) + \underline{U}$$

$$\underline{U} = 217.3 - j 1.06 \quad U = 217.3 \text{ V} \quad I_{exc.} = \frac{217.3}{20} = 10.86 \text{ A}$$

$$\eta = \frac{20.81}{22.26} 100 = 93.5\%$$

c)

Mateixes velocitat, parell, potències mecàniques i corrent.

$$\underline{S} = 3 \frac{380}{\sqrt{3}} [42.3 (0.8 + j 0.6)]^* = 22.26 - j 16.7 \quad S = 27.8 \text{ kVA}$$

$$\frac{380}{\sqrt{3}} + j 0 = 42.3 (0.8 + j 0.6) (0.025 + j 0.05) + \underline{U}$$

$$\underline{U} = 219.8 - j 2.3 \quad U = 219.8 \text{ V} \quad I_{exc.} = \frac{219.8}{20} = 10.99 \text{ A}$$

$$\eta = \frac{20.81}{22.27} 100 = 93.5\%$$

d)

Si està aturat $U = 0$

$$\frac{380}{\sqrt{3}} + j 0 = \underline{I} (0.025 + j 0.05) \quad I = 3925 \text{ A}$$

Problema MS3

Un generador síncron subministra a la xarxa una potència activa d'1 MW i una reactiva capacitiva de 200 kVA, sabent que el rendiment del generador és del 95%, quina potència mecànica cal entregar-li a l'eix?

$$P_{mec.} = \frac{1 \text{ MW}}{0.95} = 1.0526 \text{ MW}$$

Problema MS4

Una màquina síncrona que actua com a generador, absorbeix 20 MW de potència mecànica i té un rendiment del 92%, quant val la potència elèctrica que entrega a la xarxa?

En un generador

$$\eta = \frac{P_{el\grave{e}c}}{P_{mec}} \qquad P_{el\grave{e}c} = 0.92 \cdot 20 = 18.4 \text{ MW}$$

Problema MS5

Un motor síncron de 40 kW i 3 parells de pols s'alimenta a una frquència de 410 Hz i arrossega una càrrega de

a) 10 Nm

b) 20 Nm

A quina velocitat (en rad/s) gira la màquina en cada cas?

Si el motor és síncron, la velocitat és constant i de valor:

$$\omega = \frac{2 \pi f}{p} = \frac{2 \pi \cdot 410}{3} = 858.7 \text{ rad/s}$$

excepte si el parell és massa gran per a la potència del motor, cosa que passem a comprovar

$$P_{mec} = \Gamma_{mec} \omega$$

a)

$$P_{mec} = 10 \cdot 858.7 = 8587 \text{ W} < 40 \text{ kW} \qquad \omega = 858.7 \text{ rad/s}$$

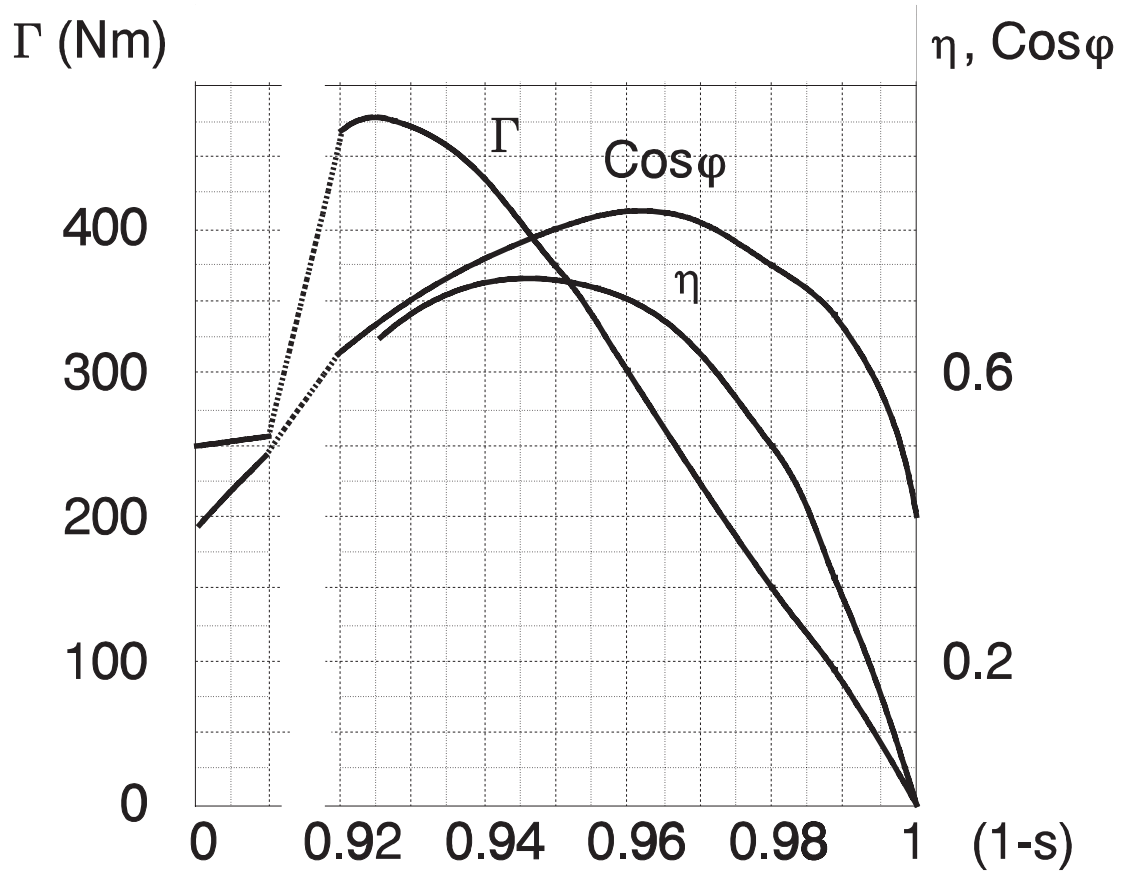
b)

$$P_{mec} = 20 \cdot 858.7 = 17174 \text{ W} < 40 \text{ kW} \qquad \omega = 858.7 \text{ rad/s}$$

Catàleg de corbes característiques de motors d'inducció

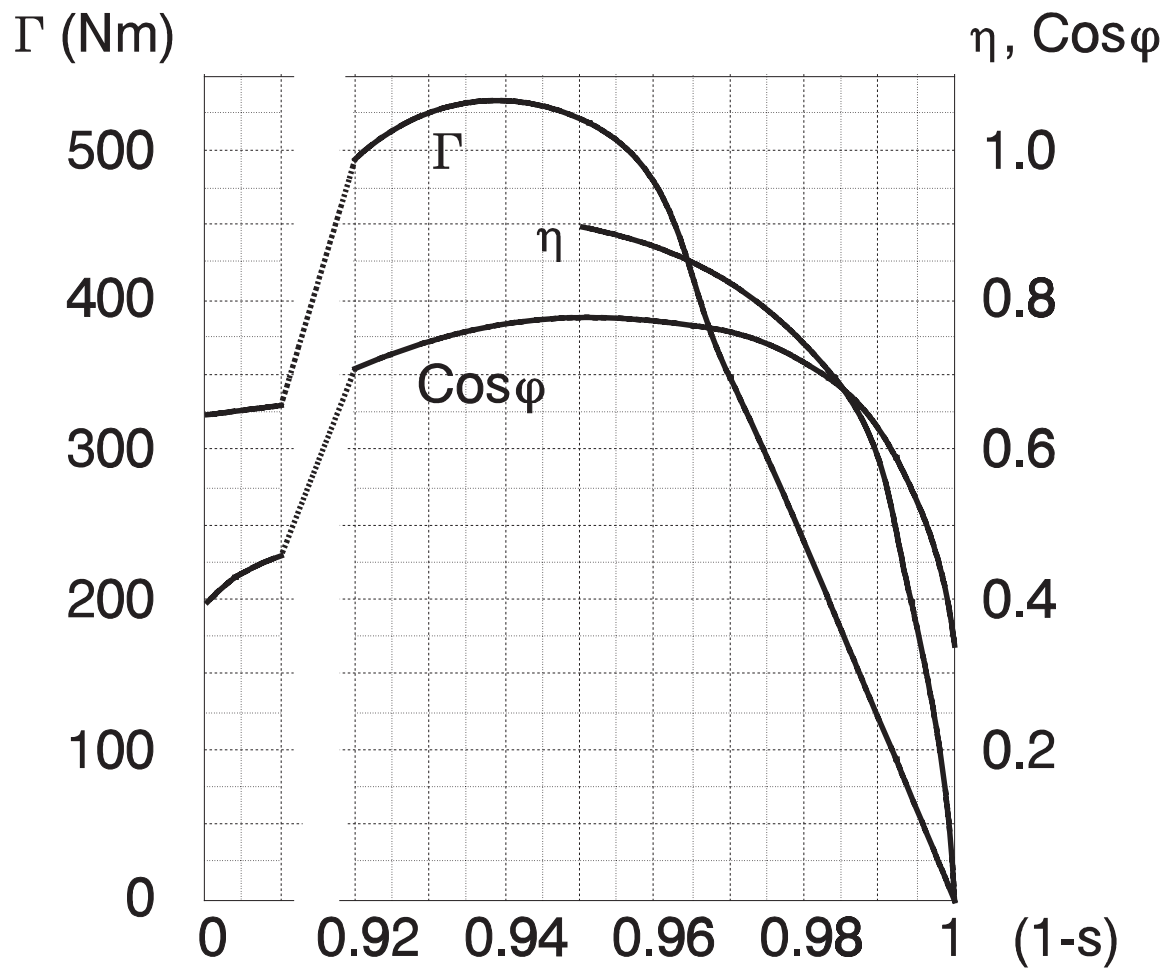
Motor tipus 1:

Motor de 3 parells de pols



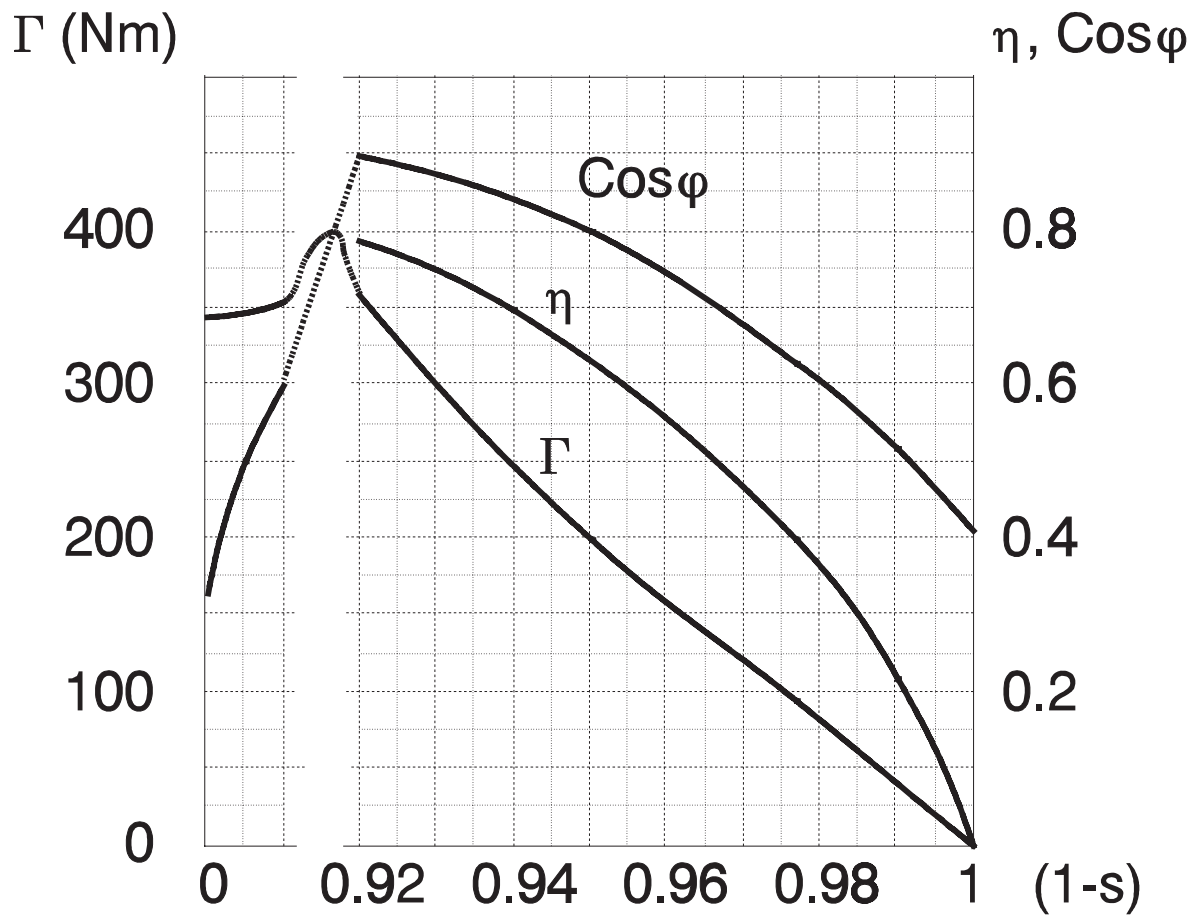
Motor tipus 2:

Motor de 3 parells de pols



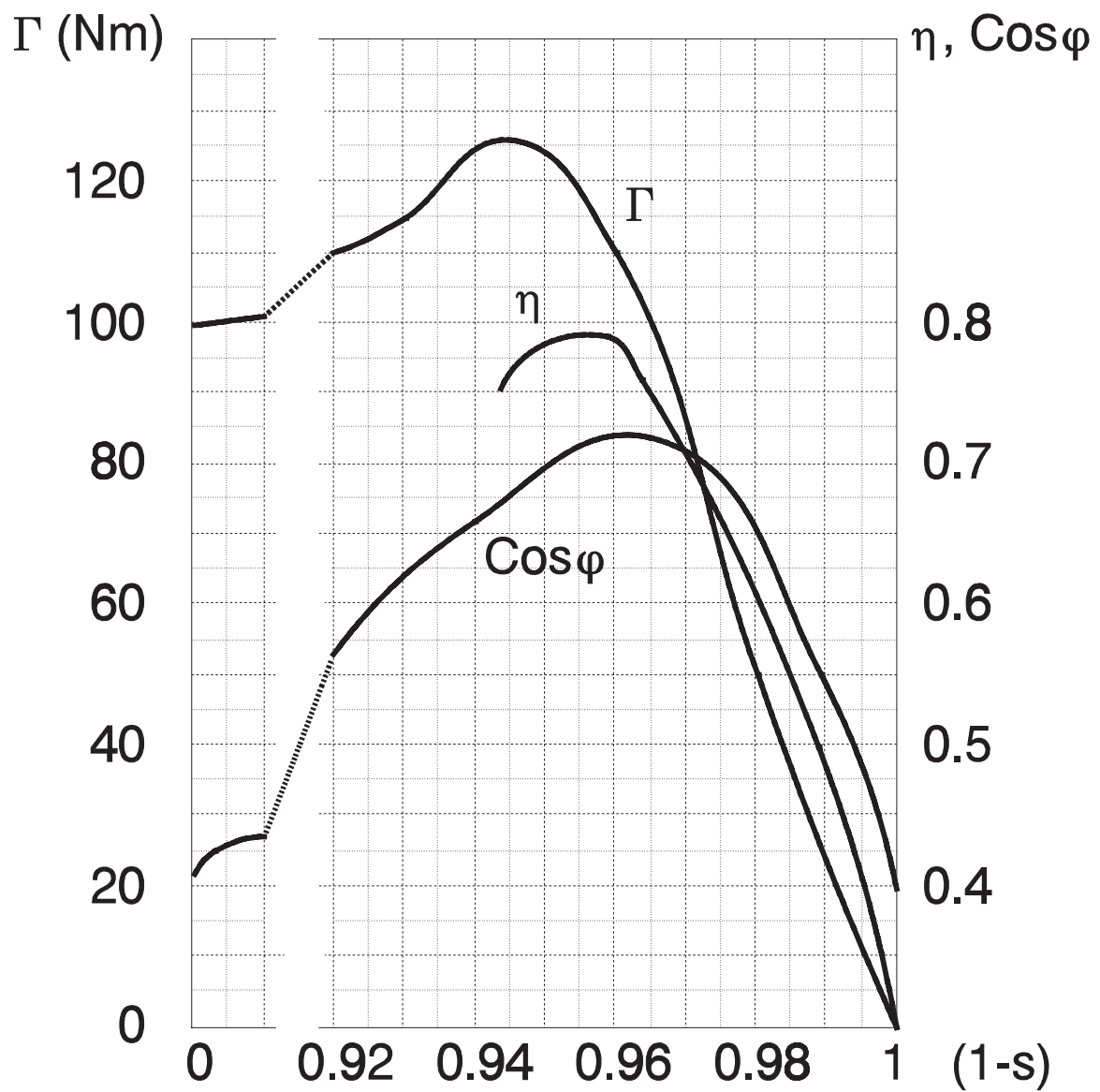
Motor tipus 3:

Motor de 3 parells de pols



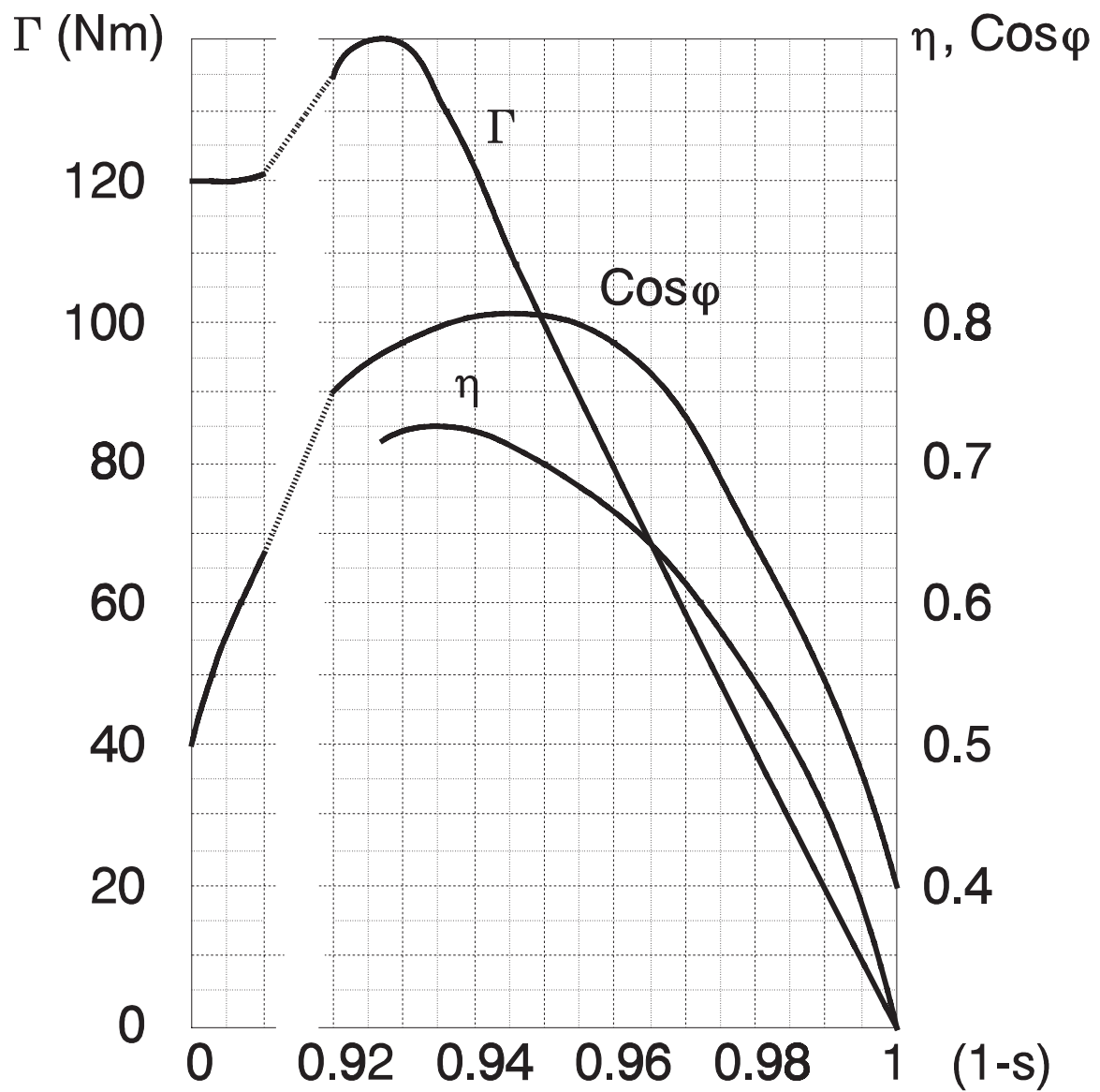
Motor tipus 4:

Motor de 2 parells de pols



Motor tipus 5:

Motor d'un parell de pols



Motor tipus 6:

Motor d'un parell de pols

