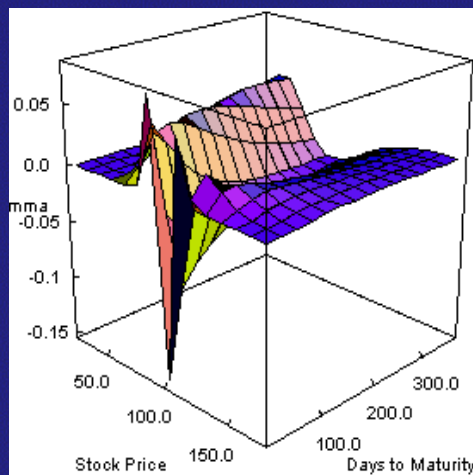


# La relació de les matemàtiques amb el món financer actual

Gerard Albà (Caixa Penedès)

Josep Masdemont (UPC)



*Matemàtiques i  
Estadística per a la  
Tecnologia*

4 desembre 2007

# INICIS DE LA MATEMÀTICA FINANCERA A LA FME

---

## Les Finances Quantitatives

- 1a edició 1998-99: *Mètodes Matemàtics per als productes financers derivats*
- 1997 Nobel Merton, R (Harvard) i Scholes, M. (Standford). Entorn *Black-Scholes*
- 10a edició curs 2007-08: *Tècniques Quantitatives per als mercats financers*
- Metodologies en riscos (mercat, crèdit, BisII). Gestió de carteres. Presència més global de les matemàtiques en finances.

## La relació amb les Entitats Financeres

- L'experiència amb *Bankpime*

# DISSENY D'UN PROGRAMA

---

**Objectiu d'abastar necessitats principals**

## **Instrumentos i mercats financers**

- Els tipus d'interès i la renda fixa
- El mercat monetari i les divises
- El mercat de renda variable
- Les opcions i els instruments derivats
- Els riscos: riscos de mercat, risc de crèdit
- La gestió de carteres d'actius

# L'ASSIGNATURA DE 5è ...

---

## Teoria Matemàtica dels Mercats Financers

### – Productes financers i arbitratge

*Introducció als futurs i les opcions. Concepte d'arbitratge i el seu ús. Cobertura amb futurs i opcions. Preus forward i futurs. Futurs sobre tipus d'interès. Swaps. Propietats dels preus de les opcions sobre accions.*

### – Models discrets

*El model d'arbre binomial. La probabilitat risc neutral. Formalisme per als mercats discrets. Informació, mesurabilitat i filtracions. Estratègia de carteres i autofinançament. Esperança condicional. Teorema de Kolmogorov. Martingales.*

### – Models continus

*Passeig aleatori i obertura cap als mercat continu. Moviment brownià. Integral i càlcul d'Ito. Equacions diferencials estocàstiques. Teoremes de canvi de mesura. Estratègies contínues autofinançades. Model i fórmula de Black-Scholes.*

# ... I EL PROGRAMA DE POSTGRAU

---

## Tècniques Quantitatives per a Mercats Financers

- Introducció al Marc Econòmic i de Gestió de les Finances
- Operacions Financeres Bàsiques
- Mercats Monetaris i de Renda Fixa
- Mercats de Renda Variable i Divisa
- Modelització i Valoració d'Actius de Renda Variable
- Metodologia Numèrica per a Finances I
- Modelització de Tipus d'Interès
- Volatilitat i Correlació
- Visió de Mercat i la seva Implementació
- Gestió Quantitativa de Riscos
- Metodologia Numèrica per a Finances II
- Gestió de Carteres

Amb prop de 200 alumnes en 10 edicions. El 50% dels participants són matemàtics o tècnics, mentre que l'altre 50% són economistes o ADE...

# METODOLOGIES MATEMÀTIQUES

---

## Teoria

- Entorn Black-Scholes (Nobel 1997). Càlcul estocàstic, mesures i martingales.
- Equacions diferencials estocàstiques (SDE)
- Equacions en derivades parcials (EDP)
- Sèries Temporals
  
- Fórmules analítiques

## Mètodes Numèrics

- Integració i derivació numèriques
- Arbres binomials i trinomials
- Mètodes de MonteCarlo
- Diferències finites per a EDP
- Optimització multivariant

# METODOLOGIES MATEMÀTIQUES

---

## Exemple d'un Derivat: Opció de compra o *Call*

- El comprador d'aquest instrument té el dret a comprar un actiu (per ex., una acció) a un preu fixat inicialment durant un temps (venciment) a canvi de pagar una quantitat (prima).

*Exemple: Una opció a comprar una acció de Banco Santander (actualment cotitza a 15 €) a un preu fixat de 16 € fins el dia 31/3/08 costa 0.20 €*

Com s'ha valorat aquesta opció?

# METODOLOGIES MATEMÀTIQUES

## Model de Black-Scholes (eq. diferencial estocàstica)

$$dS = S \cdot (r - q) \cdot dt + S \cdot \sigma \cdot dW_t$$

Tipus interès lliure de risc

Dividends

Moviment Brownià

$N(0, \sqrt{dt})$

Volatilitat

$$S_T = S_0 \cdot \exp \left( \left( r - q - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \cdot T + \sigma \cdot \sqrt{T} \cdot \varepsilon \right)$$

Número aleatori amb distribució  $N(0,1)$

- Tot i ser aleatori, existeix una estructura. L'estudi de probabilitats i esperances és una manera de tractar els subjacents i la relació amb els derivats



# METODOLOGIES MATEMÀTIQUES

---

- Usant eines de càlcul estocàstic, els arguments de construcció d'una cartera replicant autofinançada i càlcul integral, es pot demostrar que el preu de l'opció **Call** és  $C$ :

$$C = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 T}} \int_{\ln(K/S)}^{\infty} (Se^x - Ke^{-rT}) \exp\left(-\frac{\left(x + \frac{1}{2}\sigma^2 T\right)^2}{2\sigma^2 T}\right) dx$$

$$C = e^{-rT} \left( S \cdot e^{rT} \cdot N(d_1) - K \cdot N(d_2) \right)$$

$$d_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left( \log\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Función de distribución  
acumulativa Normal estándar

# METODOLOGIES MATEMÀTIQUES

---

Model de Black-Scholes (*EDP* per la *Call*)

$$\frac{\partial C(S, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C(S, t)}{\partial S^2} + rS \frac{\partial C(S, t)}{\partial S} - rC(S, t) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C(S, T) = (S - K)^+ \\ C(S, t) \geq 0 \\ C(S, t) \rightarrow 0 \text{ cu } S \rightarrow 0^+ \\ \frac{C(S, t)}{S} \rightarrow 1 \text{ cuando } S \rightarrow \infty \end{array} \right.$$

# CAIXA Penedès: L'ENTITAT



## Una Entitat en expansió



# CAIXA PENEDÈS: L'ENTITAT

---



630 oficines

3000 empleats

3a Caixa catalana

Creixements anuals d'activitat del 30%

# CAIXA PENEDÈS: ÀREES AMB PERFILS QUANTITATIUS

DIRECCIÓ FINANCERA

50 persones  
> 20%  
matemàtics

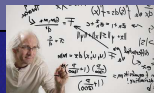
ÀREA DE TRESORERIA  
I MERCATS DE CAPITALS



2

BANCA PRIVADA

GESTIÓ BALANÇ



1

TAULA TESORERIA



1

ADMINISTRACIÓ I  
VALORACIÓ

CONTROL RISCOS  
DE MERCAT



4

DISTRIBUCIÓ



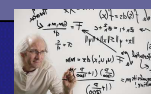
2

RENDA VARIABLE



1

RENDA FIXA



1

# CAIXA PENEDÈS: FUNCIONS ÀREA DE TRESORERIA

---

## DISTRIBUCIÓ

Desenvolupament i estructuració de productes i serveis financers globals pels nostres clients

## GESTIÓ INVERSIONS

Gestió de les inversions i els riscos de l'Entitat als mercats financers

## GESTIÓ BALANÇ

Gestió del Balanç de l'Entitat i Finançament Institucional

# CAIXA PENEDÈS: FUNCIONS ÀREA DE TRESORERIA

---

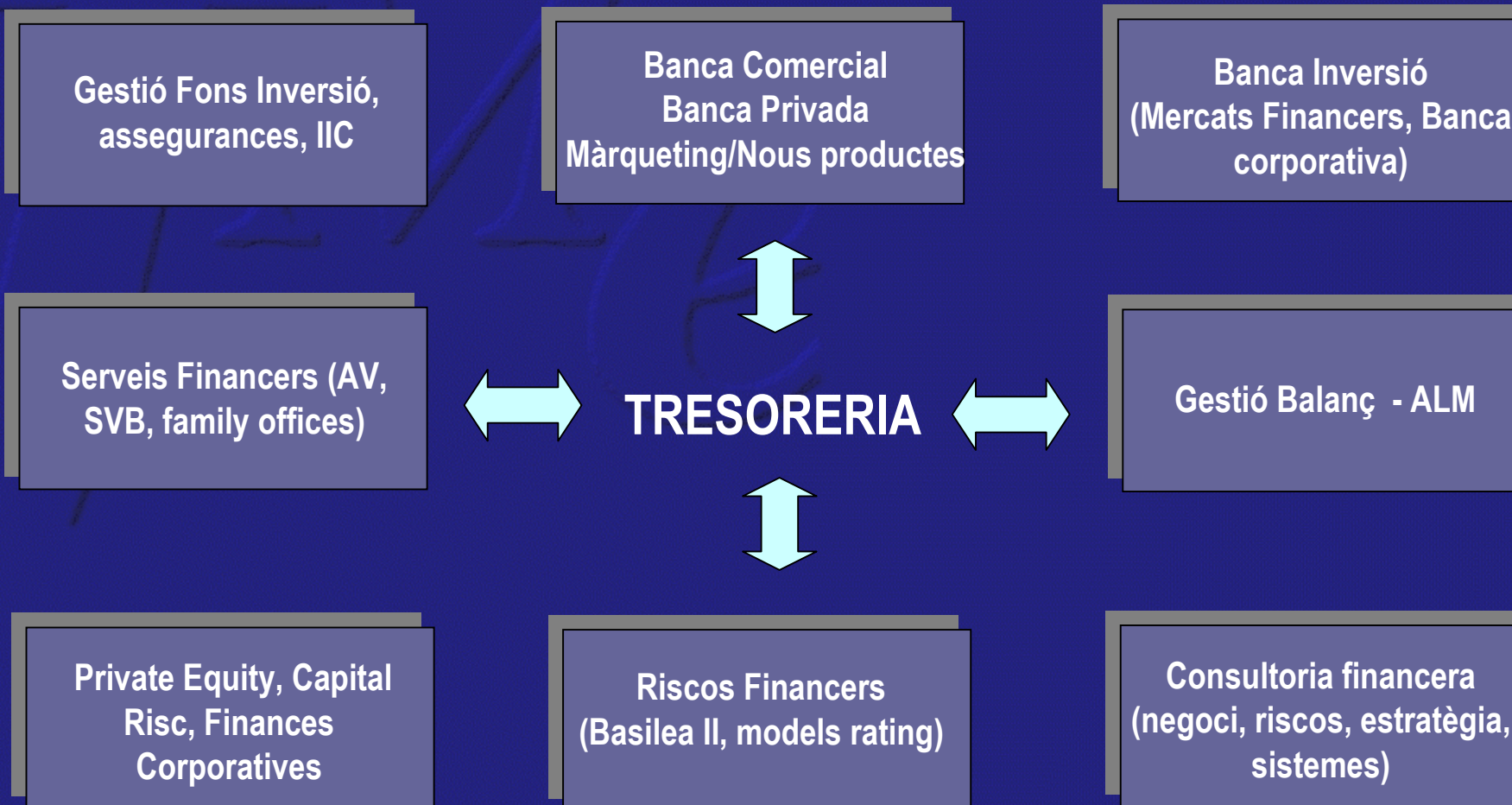
## Distribució i estructuració de Productes

- Crear nous productes financers d'estalvi (dipòsits estructurats)
- Dissenyar nous productes de finançament
- Proposar estructures òptimes d'inversió tant a clients institucionals com a empreses i particulars
- Plantejar estratègies de cobertura sobre els riscos de tipus d'interès, divisa i matèries primeres a les empreses

## Gestió de Riscos financers

- Gestionar les carteres de renda fixa i renda variable de l'entitat
- Cobertura dels productes especialitzats comercialitzats
- Gestionar la liquidesa de l'entitat (Mercat interbancari, finançament d'actius,...)
- Proposar solucions òptimes per als desajusts entre l'actiu i el passiu, així com per a l'obtenció de recursos propis i de finançament
- Gestionar el risc de tipus d'interès i divisa de l'entitat (Gestió de Balanç)

# TRESORERIA I SECTOR FINANCER. PROFESSIONS D'UN QUANT. VISIÓ DE FUTUR





# CAIXA PENEDÈS: UN EXEMPLE DE COL.LABORACIÓ

---

## Projecte Final de Carrera *LCT Estadístiques*

- Juny 2007. Xavier Noguerola: *Valoració i gestió d'opcions exòtiques. Aplicació a les opcions digitals worst-of sobre cistelles de diversos actius.*  
Conveni de cooperació educativa Fundació UPC – Caixa Penedès.
- L'aplicació de les metodologies desenvolupades permeten a la caixa disposar d'eines per la cobertura dels riscos assumits en la comercialització de productes d'inversió indexats a cistelles d'accions.

## La posició al Departament de Renda Variable de Caixa Penedès

- Gestió dels riscos dels *llibres* de derivats. Cobertura dels riscos de productes comercialitzats a la Xarxa, Banca Privada i Banca d'Empresa.
- Gestió de la cartera pròpia d'inversió de la caixa. Eines d'anàlisi d'accions.

# CAIXA PENEDÈS: UN EXEMPLE DE COL.LABORACIÓ

## Dipòsit inversió en energies renovables

### DIPÒSIT 7,5% (2)

Caixa Penedès

100% CAPITAL GARANTIT

50% DEL DIPÒSIT A 1 ANY



**7,5%** nominal anual  
cobrament trimestral

50% DEL DIPÒSIT A 3 ANYS



**30%** si passats **3 anys** tots els valors cotitzen igual o per sobre del seu nivell inicial, si no

**20%** si passats **2 anys** tots els valors cotitzen igual o per sobre del seu nivell inicial, si no

**10%** si passats **1 any** tots els valors cotitzen igual o per sobre del seu nivell inicial

**0%** en qualsevol altre cas



# CAIXA PENEDÈS: UN EXEMPLE DE COL.LABORACIÓ

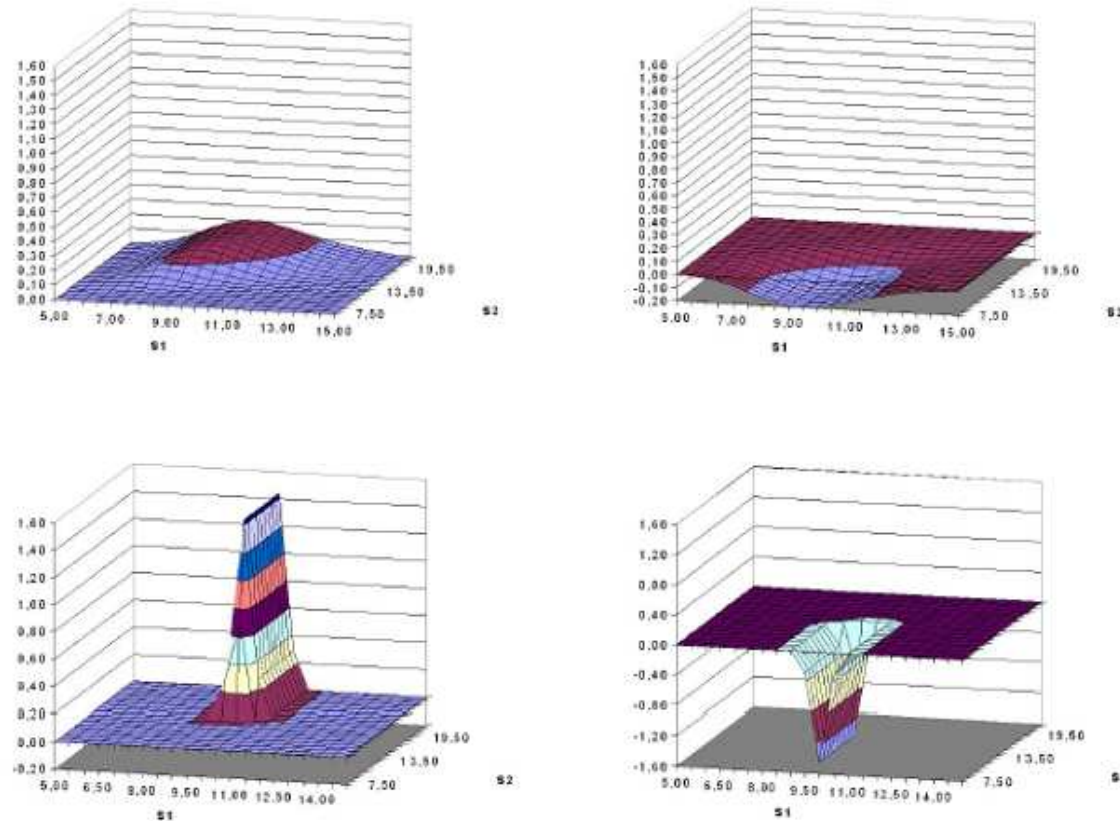


Figura 3.19: Evolució de la delta del primer subjacent d'una opció digital call sobre dos actius (esquerra) i d'una put (dreta) segons l'evolució del preus dels dos subjacents amb  $K_1 = 10$ ,  $K_2 = 15$ ,  $\sigma_1 = 20\%$ ,  $\sigma_2 = 15\%$ ,  $r_1 = r_2 = 4\%$ ,  $q_1 = q_2 = 0$  i  $\rho = 0.8$ , un any abans del venciment (a dalt) i una setmana abans de venciment (a baix).

Font: Xavier Noguera



***Gràcies per la seva atenció***

*Josep Masdemont*

*Gerard Albà*