

M. ASOREY

*Departamento de Física Teórica.Facultad de Ciencias
Universidad de Zaragoza.50009 Zaragoza. Spain*

RESUMEN

A partir de 1920 Albert Einstein emprendió con gran afán la búsqueda de una teoría unificada de la gravitación y el electromagnetismo. Su empeño obsesivo en dicha búsqueda monopolizó casi en exclusiva la actividad investigadora de sus últimos 30 años. Sin embargo sus esfuerzos no produjeron resultados reseñables y motivaron numerosas críticas de otros destacados científicos. En este artículo analizamos el contexto en que se produjo la incorporación de Einstein a la búsqueda de teorías unificadas, sus propuestas, así como los desarrollos más recientes de dichas teorías desde una perspectiva centrada en la figura de Einstein. .

Claves:*Unificación de interacciones relativistas, Electromagnetismo, Gravitación, Einstein*

1 Introducción

En la mañana del domingo 17 de abril de 1955 Albert Einstein se siente con renovadas fuerzas y desde el hospital en el que está ingresado pide a su secretaria Helen Dukas que le acerque papel y sus notas personales para continuar el trabajo en el tema que está investigando. Unas horas más tarde ya en la madrugada del lunes fallece el científico más popular del siglo XX. ¿Muchos se preguntarán que tema puede ser el que obsesiona en su lecho de muerte a un científico tan eminente?. Es el mismo que ha marcado su ambición científica en los últimos 35 años de su vida, la búsqueda de una teoría de campos que unifique la gravitación y el electromagnetismo. En el lenguaje del momento *La Teoría del Campo Unificado*.

¿Qué era lo que preocupaba, desde un punto de vista meramente científico, tan apremiantemente a Einstein hasta sus horas finales?. Una cierta frustración de sentirse incapaz de resolver el último rompecabezas que la Naturaleza se resistía a desvelarle. No estaba satisfecho con la armonía que aparentemente presentaban sus tres grandes descubrimientos: un nuevo concepto de tiempo, un nuevo concepto de espacio y un nuevo concepto de materia. Buscaba una unificación de la gravitación y el electromagnetismo. No tuvo éxito en este último empeño, pero en su descargo hay que añadir que tampoco lo han tenido hasta el día de hoy ninguno de los que antes y después de Einstein lo intentaron. El Santo Grial de la nueva física se resiste a ser desvelado.

El inicio del peregrinaje de Einstein por mundo de las teorías unificadas se sitúa poco después del descubrimiento de la teoría relativista del campo gravitatorio :

Sería un gran paso adelante unificar en un simple esquema los campos gravitatorios y electromagnéticos. Sería un remate satisfactorio de la época de la física teórica comenzada por Faraday y Maxwell

escribe Einstein [11] en 1920. Transcurridos más de 30 años sin alcanzar éxitos notables en tal empeño cada propuesta suya rezuma escepticismo:

En mi opinión la teoría aquí presentada es la teoría de campo relativista [unificado] más simple que es posible formular lógicamente. Pero esto no significa que la naturaleza no pueda obedecer a una teoría de campo [unificado] más compleja

dice el mismo Einstein [20] en 1954.

¿Cuáles eran las raíces de estas convicciones que indujeron a tantos científicos a buscar una teoría unificada de los campos electromagnéticos y gravitatorios?. Como el propio Einstein revela en la reseña arriba mencionada las bases se encuentran en el descubrimiento de la unificación de los campos eléctricos y magnéticos realizada por Maxwell.

Aunque el balance del esfuerzo de Einstein suele ser catalogado como un fracaso del genio, en esta nota pretendemos analizar algunas razones que guiaban a Einstein constatando que siguen vigentes y describir algunas de sus propuestas que aunque no tuvieron éxito, quizás por la falta de pistas experimentales, apuntaron a problemás fundamentales de la física contemporánea que siguen sin encontrar solución.

2 La teoría unificada del campo electromagnético

La primera gran unificación de la historia se produce con la irrupción de la teoría de Maxwell [35] del campo electromagnético, quien a raíz de los trabajos de Faraday, conjuga las dinámicas de los campos eléctricos y magnéticos en una única teoría que los hace interdependientes.

En efecto cuatro ecuaciones

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= 4\pi\rho \\ \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0\end{aligned}$$

bastante sencillas y elegantes describen la dinámica de los campos eléctricos \mathbf{E} y magnéticos \mathbf{B} en función de las densidades de carga ρ y corriente eléctricas \mathbf{J} .

La acción de estos campos sobre las propias cargas se ejerce mediante la fuerza de Lorentz

$$\mathbf{F} = e \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right)$$

La nueva teoría del electromagnetismo originó un conflicto con la mecánica newtoniana que fué resuelto por la teoría de la relatividad culminada por Einstein en 1905. La formulación covariante de la misma basada en la incorporación del tiempo como una cuarta dimensión del espacio de Minkowski permite escribir de forma todavía más compacta y unificada las ecuaciones de Maxwell en función del tensor campo electromagnético

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & B_3 & -B_2 \\ E_2 & -B_3 & 0 & B_1 \\ E_3 & B_2 & -B_1 & 0 \end{pmatrix}$$

que puede considerarse como la diferencial exterior del potencial tetravectorial A_μ

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu; \quad \partial^\mu F_{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} J_\nu$$

El descubrimiento por Maxwell de que el parámetro c que aparece en las ecuaciones coincide con la velocidad de la luz es uno de esos hitos históricos [36] en los que la sensación de haber desvelado un gran misterio de la Naturaleza se apodera y desborda al propio científico produciendo euforia, escalofríos y vértigo al descubrir las asombrosas capacidades de la mente humana. En cierta forma esto justifica el entusiasmo y energía con la que posteriormente otros han intentado alcanzar hitos similares en la unificación de otras interacciones.

3 La teoría relativista del campo gravitatorio

Uno de los mayores logros científicos de Einstein fue el descubrimiento de la teoría relativista de la gravitación [9]. La teoría es una generalización de la teoría de Newton como una teoría de campos acorde con los principios relativistas similar a la teoría de Maxwell del campo electromagnético.

La interacción gravitatoria viene descrita por un campo tensorial $g_{\mu\nu}$ simétrico no degenerado con signatura $(-, +, +, +)$, que corresponde a una métrica pseudo-Riemanniana del espacio-tiempo en general distinta de la de Minkowski.

Esta métrica posee una única conexión con torsión nula, La conexión de Levi-Civita dada por

$$\Gamma_{\mu\nu}^\sigma = \frac{1}{2} g^{\sigma\rho} (\partial_\mu g_{\nu\rho} + \partial_\nu g_{\rho\mu} - \partial_\rho g_{\mu\nu}),$$

cuya curvatura viene dada por el tensor de Riemann

$$R^{\rho}{}_{\sigma\mu\nu} = \partial_{\mu}\Gamma^{\rho}{}_{\nu\sigma} - \partial_{\nu}\Gamma^{\rho}{}_{\mu\sigma} + \Gamma^{\rho}{}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}{}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\rho}{}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\sigma}.$$

El tensor asociado de Ricci

$$R_{\mu\nu} = R^{\lambda}{}_{\mu\lambda\nu}$$

posee una traza que define la curvatura escalar del espacio tiempo

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}.$$

En términos de estos elementos geométricos, la dinámica del campo gravitatorio viene descrita por las ecuaciones de Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \kappa T_{\mu\nu} \quad \kappa = 8\pi G,$$

donde $T_{\mu\nu}$ es el tensor de energía impulso que describe las corrientes y densidades de materia y G es la constante de gravitación universal de Newton.

4 Antecedentes de las Teorías de Unificación

Inmediatamente después de la consolidación de la teoría de Maxwell surgieron intentos ir más allá de la misma. En particular, se buscaba la explicación de la estructura íntima de la materia en términos del nuevo lenguaje campos introducida por la teoría electromagnética. En las ecuaciones de Maxwell existen dos componentes bien diferenciadas, por una parte los campos unificados electromagnéticos y por otra la fuentes del campo, las cargas y corrientes que constituyen la materia. Si consiguiese resolverse esta dicotomía se disolvería la dualidad carga-campo, materia-interacción. Si la solución proviniese de un estadio de unificación más profundo, se conseguiría con una única teoría de campos no sólo explicar la dinámica del campo electromagnético sino también la naturaleza íntima de la materia y el origen de su masa. Con estas motivaciones se articuló un programa de unificación a finales del siglo XIX que buscaba la unificación de campo electromagnético y la materia [50].

El propio Einstein se sumergió en esta búsqueda a finales de la primera década del siglo XX admitiendo que la teoría de Maxwell dejar de ser válida a cortas distancias o en presencia campos intensos. Sin embargo la propuesta con más éxito siguiendo esta línea fue la formulada por Gustav Mie [38] quien modificó las ecuaciones de Maxwell mediante la introducción de términos no lineales en las ecuaciones de Maxwell a partir de un principio variacional. Esta línea de razonamiento conduciría años más tarde a David Hilbert a encontrar la teoría gravitación relativista como modificación de la teoría de Maxwell.

La relación de la masa con la interacción gravitatoria sugiere que quizás su origen requiere incluir al mismo en la búsqueda de unificación. La más temprana propuesta de unificación electro-gravitatoria surgió del físico japonés J. Ishiwara, quien tomando en serio la idea de M. Abraham que consideraba la velocidad de la luz c de las ecuaciones de Maxwell como un campo escalar variable, identificó $c = \phi(x)$ como el potencial escalar gravitatorio y derivó leyes para su dinámica [29]. Una idea similar debida al físico finlandés Gunner Nordström se basa en un espacio-tiempo de cinco dimensiones. En él la 1-forma pentadimensional

$$A_\mu = (A_0, A_1, A_2, A_3, \phi),$$

que generaliza la 1-forma tetradimensional $A_\mu = (A_0, A_1, A_2, A_3)$ que describe los potenciales escalar A_0 y vectorial (A_1, A_2, A_3) del campo electromagnético contiene una quinta componente ϕ que corresponde al potencial gravitatorio [39]. La propuesta de Nordström posee la originalidad de introducir por vez primera una dimensión extra que posteriormente aprovecharían las teorías de Kaluza-Klein y teorías de cuerdas contemporáneas. Sin embargo, ambas propuestas resultan demasiado ingenuas desde una perspectiva actual y contribuyeron a amplificar la admiración por la formulación de Einstein de la gravitación relativista. ¿Como es posible, que la compatibilidad de la teoría de la gravitación de Newton con la invariancia relativista requiera que el potencial responsable de la interacción gravitatoria deje de ser una única función escalar y pase a ser un tensor con diez componentes independientes?. Desde un punto de vista fenomenológico dicho salto es inconcebible sin la contribución genial de Einstein.

La primera teoría realmente unificada de la gravitación relativista y el electromagnetismo surgió al mismo tiempo que la propia teoría de Einstein, es la teoría de Hilbert del electromagnetismo y la gravitación relativistas [27]

$$T_{\mu\nu} = F_{\mu\sigma}g^{\sigma\gamma}F_{\gamma\nu} - \frac{1}{4}g_{\mu\nu}F_{\alpha\beta}F_{\sigma\gamma}g^{\alpha\sigma}g^{\beta\gamma}. \quad (1)$$

Sin embargo, la teoría de Hilbert, que con pequeñas modificaciones debidas a las teorías electrodebiles sigue vigente, no es una teoría realmente unificada en el sentido moderno [1, 2]. En ella el campo electromagnético y el campo gravitatorio provienen de objetos geométricos de naturaleza distinta que se mantienen distinguidos en toda la evolución dinámica y no se mezclan bajo transformaciones de Lorentz al contrario que los campos eléctricos y magnéticos del electromagnetismo de Maxwell.

El primer intento de ir más allá de la simple yuxtaposición de los campos electromagnéticos y gravitatorios dentro del marco relativista fué introducida por Rudolf Förster [24], que en esa época firmaba sus artículos con el seudónimo de R. Bach dado que sus patronos de la industria Krupp no aceptaban de buen grado que sus empleados participasen en

investigaciones académicas. Su propuesta consistía en considerar el campo electromagnético y campo gravitatorio como componentes antisimétricas y simétricas de un mismo tensor

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + F_{\mu\nu}.$$

Esta idea sería retomada mucho después por el propio Einstein y Schrödinger. Sin embargo al igual que la teoría de Hilbert, las teorías de este tipo no pueden considerarse como realmente unificadas pues los caracteres simétrico o antisimétrico del tensor métrico se mantienen sin mezclarse incluso después de un cambio arbitrario de coordenadas. No es como en el caso del electromagnetismo de Maxwell donde una transformación de Lorentz puede intercambiar campos eléctricos en magnéticos y viceversa.

Entre los grandes intentos de unificación previos a los propios de Einstein cabe destacar tres por su importancia e impacto en desarrollos posteriores. Todos ellos se basan en modificaciones de la teoría de gravitación de Einstein basadas en consideraciones de tipo geométrico. El primero lo constituye la teoría de Weyl

5 Teoría Conforme de Weyl

En 1918 Hermann Weyl propuso una teoría unificada del electromagnetismo y la gravitación [51] que prescindía de la conservación de las escalas de longitudes y tiempos bajo transporte paralelos. Esto le permite modificar esencialmente la conexión de Levi-Civita añadiendo un término extra

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu\nu}^{\sigma} &= \frac{1}{2}g^{\sigma\rho}(\partial_{\mu}g_{\nu\rho} + \partial_{\nu}g_{\rho\mu} - \partial_{\rho}g_{\mu\nu}) \\ &+ \frac{1}{2}[\delta_{\mu}^{\sigma}A_{\nu} + \delta_{\nu}^{\sigma}A_{\mu} - g^{\sigma\alpha}g_{\mu\nu}A_{\alpha}] \end{aligned}$$

que controla los cambios de escala. De ésta forma se podía englobar en una única conexión la métrica del espacio-tiempo que describe el campo gravitatorio $g_{\mu\nu}$ como el potencial tetravector del campo electromagnético A_{μ} . En ausencia de este último la teoría se reduce a la teoría de Einstein de la gravitación, pero la presencia del campo electromagnético modifica el transporte de las escalas. La teoría presenta una nueva simetría gauge que surge de la fusión de la simetría gauge del electromagnetismo (**Eich-Invarianz**) con la invariancia de escala de la gravitación

$$g_{\mu\nu} \rightarrow \lambda g_{\mu\nu}; \quad A_{\mu} \rightarrow A_{\mu} - \partial_{\mu}\lambda. \quad (2)$$

Aunque las correspondientes ecuaciones unifican la interacciones electromagnéticas y gravitatorias la simetría de escala no se observa en la naturaleza, como el propio Einstein

hizo enseguida notar. Sin embargo la teoría fascinó a numerosos físicos, incluido Einstein que incluso se permitió sugerir que la consistencia del análisis requería considerar una densidad lagrangiana invariante de escala [12]. La propuesta natural es

$$\mathcal{L} = \mathcal{W}_{\mu\nu\sigma\gamma} \mathcal{W}^{\mu\nu\sigma\gamma}$$

donde

$$\mathcal{W}_{\mu\nu\sigma\gamma} = R_{\mu\nu\sigma\gamma} + \frac{1}{2} (g_{\mu\nu} R_{\sigma\gamma} + g_{\sigma\gamma} R_{\mu\nu} - g_{\mu\sigma} R_{\nu\gamma} - g_{\nu\gamma} R_{\mu\sigma}) + \frac{1}{6} (g_{\mu\sigma} g_{\nu\gamma} - g_{\mu\nu} g_{\sigma\gamma}) R$$

es el tensor introducido por el propio Weyl que es la parte del tensor de Riemann $R_{\mu\nu\sigma\gamma}$ que es invariante bajo las transformaciones de escala (2).

Aunque la teoría de Weyl no resolvió el problema de la unificación, su incorporación de la simetría gauge de manera fundamental sobrevivió a los avatares de los intentos geométricos de unificación. La simetría gauge reaparece poco después como un cambio de fase de la función de ondas de las partículas cuánticas [23] en vez de un cambio de escala en el espacio-tiempo. Con esta nueva perspectiva el principio gauge permea a todas las interacciones fundamentales no gravitatorias, desde las electromagnéticas a las nucleares fuertes y débiles. El descubrimiento del principio de simetría gauge es sin duda uno de los frutos más preciados e inesperados de la investigación en la unificación del electromagnetismo y la gravitación.

6 Teoría pentadimensional de Kaluza-Klein

Otra propuesta más sorprendente todavía es la debida al matemático polaco Theodor Kaluza, quien después de una prolongada correspondencia con Einstein, iniciada en 1919, publica finalmente su propuesta en 1921. De alguna forma retoma la ya vieja idea de Nordström de un espacio-tiempo pentadimensional pero ahora en vez de insertar la gravitación en el electromagnetismo se procede a la inversa [31]. La métrica del espacio pentadimensional puede descomponerse

$$g_{MN} = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu} & A_\mu \\ A_\mu & \phi \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} M, N = 0, 1, 2, 3, 4 \\ \mu, \nu = 0, 1, 2, 3 \end{array}$$

en una métrica tetradimensional $g_{\mu\nu}$ (gravitación), un tetravector A_μ (electromagnetismo) y un campo escalar ϕ (dilatón). La imposición de la condición cilíndrica (Zylinderbedingung)

$$\partial_4 g_{MN} = 0$$

hace que estos campos no dependiesen más que de las cuatro coordenadas espacio-temporales.

Cinco años más tarde el físico alemán Oscar Klein profundizó en la ideas de Kaluza descomponiendo la métrica pentadimensional de una forma ligeramente diferente [33]

$$g_{MN} = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu} + \phi A_\mu A_\nu & \phi A_\mu \\ \phi A_\mu & \phi \end{pmatrix}$$

y sobre todo estableció una conexión entre el carácter cuantizado de la carga eléctrica y la compactificación de la quinta dimensión que resulta poseer un radio minúsculo [34]

$$R_4 = \frac{hc\sqrt{2\kappa}}{e} = 0.8 \times 10^{-30} \text{cm},$$

facilmente asimilable como nuevo concepto. Con la nueva interpretación la teoría, que pasó a denominarse de Kaluza-Klein, atrajo la atención de los más destacados teóricos, incluyendo al propio Einstein. El físico austriaco Wolfgang Pauli se lamentaba años más tarde a Freeman Dyson de haber desperdiciado la ocasión de descubrir la Mecánica Cuántica por haberse entusiasmado en el estudio de la teoría de Kaluza-Klein. Dicha teoría constituye un ingrediente básico de las teorías actuales de cuerdas.

7 Teoría afín de Eddington

En el mismo año el físico británico Arthur Eddington publicó una nueva propuesta basada en la conexión afín sin torsión más general [7]

$$\Gamma_{\mu\nu}^\sigma = \frac{1}{2}g^{\sigma\rho}(\partial_\mu g_{\nu\rho} + \partial_\nu g_{\rho\mu} - \partial_\rho g_{\mu\nu}) + S_{\mu\nu}^\sigma. \quad (3)$$

El tensor simétrico

$$S_{\mu\nu}^\sigma = S_{\nu\mu}^\sigma$$

encierra las diferencias entre la conexión afín y la de Levi-Civita asociada a la métrica del espacio-tiempo y la gravitación de Einstein. El tensor de Ricci de la conexión afín (3) deja de ser simétrico. Con la elección de lo que Eddington denomina *gauge de Einstein*

$$g_{\mu\nu} = \frac{1}{2\lambda}(R_{\mu\nu} + R_{\nu\mu})$$

la métrica del espacio-tiempo se identifica con la parte simétrica del tensor de Ricci [8] y el campo electromagnético como su parte antisimétrica

$$F_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(R_{\mu\nu} - R_{\nu\mu}).$$

Aunque la ingeniosa propuesta de Eddington capturó la atención de numerosos físicos, entre los que destaca Einstein, no tuvo una repercusión posterior similar a la de Kaluza-Klein (ver [25]). Sin embargo, el primer trabajo de Einstein sobre teoría unificadas aborda este tipo de enfoque [14].

8 Teoría de Einstein-Cartan

En pleno auge de la física cuántica Einstein presenta en 1928 su propia teoría unificada del electromagnetismo y gravitación. Se trata de una teoría basada en la noción de teleparalelismo (Fernparaellism) [16] [17], que ya había sido utilizada previamente por el matemático francés Elie Cartan [3, 4, 5].

La idea motriz de Einstein proviene de la comparación de los transportes paralelos de las teorías de Weyl y de Riemann. En la geometría Riemanniana y por ende en la teoría relativista de la gravitación el transporte paralelo preserva los ángulos entre vectores tangentes así como sus módulos, es decir el producto escalar definido por la métrica Riemanniana (pseudo-riemanniana). Sin embargo, cada vector evoluciona bajo transporte paralelo variando su dirección (aunque no su módulo) si el campo gravitatorio no se anula. En la geometría conforme de Weyl el transporte paralelo de la conexión tampoco preserva ni la dirección ni el módulo de dichos vectores cuando el campo electromagnético no se anula.

La idea del paralelismo absoluto o teleparalelismo Einstein-Cartan consiste en utilizar exclusivamente conexiones que preserven el propio vector tangente, es decir, simultáneamente su dirección y su módulo. En lenguaje moderno esto significa la elección de una paralelización del fibrado tangente. Es decir, la elección de una base ortonormal en cada punto del espacio tangente, de forma que sólo cuatro coordenadas fiján un vector en cada punto del espacio-tiempo.

El campo unificado básico es la tétrada (vierbein)

$$h_{\alpha}^{\mu} \quad \begin{array}{l} \alpha = 0, 1, 2, 3 \\ \mu = 0, 1, 2, 3 \end{array}$$

que expresa las coordenadas de los elementos de base ortonormal e_{α} de la paralelización en cada punto con referencia a un sistema de coordenadas locales x^{μ} , i.e. $e_{\alpha} = h_{\alpha}^{\mu} \partial_{\mu}$.

En función de dicha tétrada la métrica riemanniana se expresa como

$$g^{\mu\nu} = h_{\alpha}^{\mu} h_{\alpha}^{\nu}$$

y la ortogonalidad de la base de la paralelización hace que dicha métrica se vuelva trivial en dicha base

$$h_{\alpha}^{\mu} h_{\mu}^{\beta} = \delta_{\alpha}^{\beta}$$

La conexión afín que genera dicho transporte paralelo

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\sigma} = h^{\sigma\alpha} \partial_{\nu} h_{\mu\alpha}$$

posee una torsión

$$T_{\mu\nu}^{\sigma} = \frac{1}{2} [\Gamma_{\mu\nu}^{\sigma} - \Gamma_{\nu\mu}^{\sigma}]$$

que puede describir al campo electromagnético:

$$A_\mu = T_{\mu\sigma}^\sigma.$$

A pesar de los denodados esfuerzos de Einstein esta propuesta no prosperó más allá de algunos círculos matemáticos. Sin embargo, la idea de utilizar la tétrada como elemento básico de la gravitación permitió más tarde introducir la interacción gravitatoria en las teorías de campos relativistas de partículas de espín semi-entero.

9 Otras Contribuciones de Einstein

Además de la teoría del teleparalelismo Einstein exploró otras vías de unificación. Prácticamente intervino en todas las discusiones de las diferentes propuestas de teorías unificadas de su tiempo. Terció en la teoría conforme de Weyl proponiendo un principio variacional basado en el propio tensor de curvatura de Weyl [12]. También hizo lo mismo con la teoría métrica-afín de Eddington proponiendo distintas variaciones [14]: métricas no simétricas [19]

$$g_{\mu\nu} \neq g_{\nu\mu} \quad g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + F_{\mu\nu},$$

donde la parte antisimétrica se identifica con el campo electromagnético como en la vieja propuesta de Förster; conexiones afines con torsión

$$\Gamma_{\mu\nu}^\sigma \neq \Gamma_{\nu\mu}^\sigma,$$

etc.

La teoría de Kaluza-Klein tampoco dejó indiferente a Einstein que contribuyó a la misma en diversos períodos [13, 21]. Cabe aquí destacar el olvido (¿voluntario?) de sus referencias a Klein, quizás motivadas por la inclusión de éste de argumentos provenientes del mundo cuántico. En el refflorecer de la teoría de Kaluza-Klein de los años cuarenta con los intentos de superar la condición cilíndrica mediante la formulación proyectiva [48, 49, 41] que resultó ser equivalente a la original, Einstein y sus discípulos tuvieron también una intervención muy activa.

Por último su idea de que la estructura de las partículas elementales debería deducirse de la propia teoría de campo unificados le llevó a explorar tanto la estructura de los campos fermiónicos de la teoría relativista del electrón de Dirac como a enzarzarse en analizar las ventajas de ciertos campos, los semivectores como frente a los espinores de Dirac y Pauli [18]. Su esperanza inicial de encontrar la explicación de los fenómenos cuánticos a partir de las teorías de campos se vio reforzada por la formulación de Schrödinger de la mecánica

cuántica como teoría ondulatoria. Cuando Dirac consiguió una formulación relativista del electrón Einstein analizó la nueva teoría como una teoría de campos sin renunciar nunca a una explicación más profunda que obviase los principios cuánticos.

Un elemento esencial en su propia vía de unificación total era incluir la teoría cuántica como parte de la teoría unificada del electromagnetismo y la gravitación. Pretendía resolver el problema de las partículas elementales como singularidades en las soluciones de la teoría de campos e incluso ir más allá de la teoría cuántica en el sentido de determinar no sólo la dinámica de la teoría sino también las propias condiciones iniciales del sistema (problema de la sobredeterminación).

10 Principios y Motivaciones de Einstein

Suele criticarse a Albert Einstein desde una perspectiva actual por su fracaso en la búsqueda de una teoría unificada, argumentando en la mayoría de los casos que su ambición venía determinada por la soberbia de sentirse creador de una teoría maravillosamente real, la gravitación relativista, a partir de argumentos puramente formales sin ninguna connotación fenomenológica.

Sin embargo, no hay que olvidar que Einstein era sobre todo un hombre de principios, no sólo morales y políticos como suele enfatizarse, sino también científicos. En su primer trabajo sobre la relatividad de 1905 formula dos principios como guías de la nueva mecánica: el principio de constancia de velocidad de la luz y el principio de relatividad. En la búsqueda de la teoría relativista de la gravitación también usó de manera decisiva el principio de equivalencia. No cabe duda que en la búsqueda de la relatividad general se guió también por unos principios que él consideró como básicos y que chocaban con las teorías individualizadas del electromagnetismo y la gravitación relativistas.

Ya en el año 1921 en un artículo de revisión en *Nature* [10] Einstein describe los cuatro problemas principales de la teoría de la relatividad; Dos abordan temas de cosmología y los otros dos están relacionados con las teorías campos unificados: El primero de estos últimos enfoca el problema de la unificación del electromagnetismo y la gravitación y el segundo consiste en desentrañar el papel que desempeña la gravitación en la descripción de la partículas elementales.

Estos dos problemas estructurales encierran sin duda las claves de las principales guías

y motivaciones de los estudios posteriores de Einstein.

1) La existencia de singularidades en las soluciones de los campos tanto gravitatorios como electromagnéticos creados por partículas puntuales (e.g. el electrón). Desde sus comienzos como investigador académico Einstein buscaba con ahinco una teoría del electrón libre de singularidades. Es un problema fundamental que obsesionó a Einstein y que la teoría cuántica sigue sin resolver. El fracaso de la física cuántica en resolver este problema dió alas a su enfoque de que la solución vendría de una superteoría unificadora que contuviese a la gravitación como pieza básica.

2) Unificación del electromagnetismo y la gravitación. La búsqueda de la unificación de los campos electromagnético y gravitación, como culminación del programa de Maxwell y los principios relativistas, es algo que surge de forma natural con el descubrimiento de la gravitación relativista y comenzó a explorarse con las aportaciones de Förster, Weyl y Kaluza.

Ambos problemas se ven entrelazadas por el problema del origen electromagnético o gravitatorio de la masa del electrón y sobre todo por la sospecha de poder constituir la clave de una posible comprensión clásica de los fenómenos cuánticos. Desde el punto de vista maximalista de Einstein la existencia de una inconsistencia en la formulación de las teorías de campos de las interacciones electromagnéticas y gravitatorias significaba la sospecha de que la propia base del edificio no está firmemente asentada. Este punto de vista es que le guió con éxito a la formulación de las teorías de la relatividad y la gravitación.

Por unas u otras razones el hecho es que hacia 1921 Einstein se convierte en adalid de las teorías unificadas. Pasa a liderar las investigaciones en unificación y por tanto sirve también de muñidor de todas las críticas hacia ellas.

Al principio, el programa unificador atrae a un gran número de físicos y matemáticos, pero la irrupción de la mecánica cuántica plantea serias dudas acerca de la consistencia del mismo. El físico austriaco Wolfgang Pauli envuelto en ambos programas plante mejor que nadie las claves del problema [41]

Los campos clásicos se definen como las fuerzas que actúan sobre partículas de prueba. Dado que no hay partículas más pequeñas que el electrón el concepto de campo en un punto interior de un electrón aparece como una ficción vacía de cualquier contenido.

El propio Einstein es plenamente consciente de los riesgos que entraña el programa emprendido y así en las conferencias celebradas con motivo de la concesión del premio Nobel

advierte [15]

Desgraciadamente, en este intento [de geometrizar el campo electromagnético] no podemos apoyarnos en hechos experimentales como en la construcción de la teoría de la gravitación [igualdad de las masas inercial y gravitatoria] sino que nos vemos forzados a guiarnos por el principio de simplicidad matemática, que no está libre de arbitrariedad.

Sin embargo, al pasar los años sin éxitos relevantes para el progreso del programa, las críticas arreciaron alimentadas por la escasa brillantez de sus propias propuestas y por el continuo zigzagueo un tanto errático en la búsqueda de las mismas. El propio Pauli se convirtió en uno de los más feroces críticos [40]

La siempre fértil inventiva [de Einstein], así como su tenaz energía en la persecución [de la unificación], nos garantiza, en años recientes, un promedio de una teoría por año Es interesante psicológicamente que la teoría del momento es por un tiempo considerada por su autor como la solución definitiva

Es también conocida la respuesta de Einstein a esta crítica después de reconocer su n-ésimo fracaso:

Después de todo tenía usted razón, bribón (Sie haben also recht gehabt, Sie Spitzbube)

11 Unificación después de Einstein

Es muy curioso observar que casi todos los grandes físicos de la época dorada de la física cuántica se han visto envueltos en la marea unionista en algún momento de sus vidas. Tanto Werner Heisenberg [26] como Erwin Schrödinger [44, 45], Pascual Jordan [30] o el propio Wolfgang Pauli [41] presentaron propuestas que integraban la anomalía que constituye el campo gravitatorio relativista en teorías más generales que también incluían al campo electromagnético.

Sin embargo con la irrupción de la física cuántica y sobre todo con el descubrimiento de nuevas interacciones y partículas elementales el programa de unificación sufrió un serio revés. Había que dar acogida a nuevos principios y teorías que describiesen los fenómenos del mundo subnuclear.

Un gran hito en este programa lo constituye el descubrimiento de la teoría de Yang-Mills basada en una generalización del principio gauge de Weyl.

Se tardó una década más en reconocer que el principio gauge se ajustaba perfectamente a la descripción de las interacciones nucleares débiles (Teoría electrodébil de Glashow-Weinberg-Salam) y fuertes (Cromodinámica cuántica).

Sin duda el éxito de la teoría electrodébil que en cierta forma realiza la unificación de la interacción débil a la electromagnética significa un triunfo del paradigma unificador iniciado por Maxwell. El programa unificador recibió por tanto un nuevo impulso inesperado e inmediatamente se inició una carrera para incorporar la interacción fuerte a la electrodébil (Gran Unificación).

Sin embargo, la incorporación de la interacción gravitatoria a la familia unificada de interacciones seguía encontrando las mismas dificultades que las vislumbradas por Einstein y alguna más derivada de las nuevas leyes del mundo cuántico (Teorema de Coleman-Mandula [6]).

La obstrucción de Coleman-Mandula se desbloqueó con la incorporación de un nuevo tipo de simetría, la Supersimetría que equipara bosones y fermiones. La incorporación del principio gauge a la supersimetría originó una nueva teoría unificadora que incluía la gravitación (Supergravedad) y despertó un gran entusiasmo a pesar de requerir un espacio-tiempo de 11 dimensiones para encajar consistentemente las interacciones gauge.

Los problemas de singularidades de la teoría cuántica de la supergravedad condujeron a un callejón sin salida del que se salió con un cambio profundo del concepto de elemento fundamental. El concepto de partícula elemental se vió reemplazado por el de cuerda fundamental (teoría de cuerdas).

La nueva teoría incorporaba muchos de los elementos descubiertos en el programa de unificación que absorbió a Einstein. El espacio-tiempo es deca-dimensional, precisa de un mecanismo de reducción del tipo de Kaluza-Klein para recobrar la física tetradimensional, e incorpora el principio gauge en todo su esplendor.

Sin embargo, la nueva teoría presenta un nuevo aspecto que es crucial para la misma y que Einstein no estaba dispuesto a aceptar, la teoría es profundamente cuántica. Esta perspectiva cuántica permite fenómenos realmente sorprendentes como la reducción holográfica [47] y las dualidades entre teorías gravitatorias y teorías gauge [37]. Esta dualidad plantea una relación entre los aspectos cuánticos y clásicos que resultaría inquietante o quizás, quien sabe, estimulante a Einstein.

Precisamente estos fenómenos conducen a pensar que la formulación de la propia teoría de cuerdas reposa en un estadio superior todavía desconocido pero ya bautizada como Teoría M, de la que sólo vislumbramos sombras o señuelos.

Sin embargo, las nuevas teorías de unificación se han visto libres por el momento de las ácidas y sarcásticas invectivas que acecharon a sus predecesores de mediados de siglo, aunque las nuevas teorías son realmente susceptibles de sentirse aludidas por las mismas reflexiones.

12 Balance y Conclusiones

Desde un punto de vista pragmático el balance del programa unificador liderado por Einstein no es tan negativo como generalmente se pretende asegurar. El programa generó nuevas perspectivas y modelos que contribuyeron a iluminar desarrollos posteriores.

La importancia de la simetría gauge, la posible existencia de dimensiones extra del espacio-tiempo, el papel de las conexiones y el transporte paralelo son contribuciones colaterales del programa que se consideran actualmente un valioso patrimonio de la física contemporánea.

Lo que sí es cierto es que desde un punto de vista fundamental el programa se cerró con un fracaso en sus objetivos fundamentales. Curiosamente, la única propuesta que ha sobrevivido al paso de los años es la de Kaluza-Klein, que puede generalizarse para incorporar las nuevas interacciones gauge débiles y fuertes [22, 32]. Este mecanismo es esencial en la teoría de cuerdas, donde sólo hay muy pocos mecanismos alternativos para lograr la reducción del espacio-tiempo decadimensional al tetradimensional [42, 28, 43].

Desde un punto de vista personal Einstein se enfrascó durante décadas en un programa de unificación impulsado por tres problemas que siguen siendo fundamentales en el siglo XXI

- 1) El problema de las singularidades de la materia corpuscular sigue vigente
- 2) El problema de la unificación de todas las interacciones no está resuelto
- 3) La teoría cuántica complica la unificación

Quizás la solución del problema de las singularidades y la unificación se encuentra más allá de las teorías cuánticas.

Durante años se criticó agriamente la labor de Einstein en sus tres décadas grises, centrándose en tres aspectos básicos: la introducción de la constante cosmológica, sus críticas a los fundamentos de la física cuántica y su creencia en una teoría unificada.

¿A ver si después de todo, tanto en estos debates como en el de la constante cosmológica, tenía usted [Einstein] razón, bribón?

Lo que podemos constatar es que cincuenta años después de su desaparición y a pesar de las brillantes contribuciones de varios centenares de investigadores inmersos en el desarrollo de la teoría de cuerdas no se ha alcanzado el sueño de Einstein de lograr una teoría unificada consistente. Realmente era un problema ambicioso, no es extraño que consiguiera desafiar a su genio.

Agradecimientos

Agradezco a Miguel Muñoz y Sebastian Xambó su amable invitación a participar en la Jornada Einstein de la UPC de febrero de 2005.

References

- [1] M. Asorey, *Teorías de Campos de Gauge Unificados*, Ph. D. dissertation, Universidad de Zaragoza (1978)
- [2] M. Asorey and L. J. Boya, *Difference of observability between the classical electromagnetic and gravitational fields*, Int. J. Theor. Phys. **18** (1979) 295
- [3] E. Cartan, *Sur les variétés à connexion affine courbure de Riemann et les espaces à torsion*, C. R. Acad. Sci. **174** (1922) 593–595; *Sur les espaces généralisés et la théorie de la relativité*, C. R. Acad. Sci. **174** (1922) 734–737
- [4] E. Cartan, *Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée*, Ann. Sci. Ecole Norm. Sup., **40** (1923) 325–412
- [5] E. Cartan and Schouten, *On Riemannian geometries admitting an absolute parallelism*, Proc. K. Akad. Wetensch. **29** (1926) 933–946
- [6] S. Coleman and J. Mandula, *All possible symmetries of the S-matrix*, Phys. Rev. **159** (1967) 1251
- [7] A. S. Eddington, *A generalisation of Weyl's theory of the electromagnetic and gravitational field*, Proc. R. Soc. London, **A 99** (1921)104–122
- [8] A. S. Eddington, *The mathematical theory of relativity*, 2nd edition, Cambridge University Press, Cambridge (1924)
- [9] A. Einstein, *Die Feldgleichungen der Gravitation*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., **48** (1915) 844–847
- [10] A. Einstein, *A brief outline of the development of the theory of relativity*, Nature **106** (1921) 782-784
- [11] A. Einstein, *Äther and Relativitätstheorie*, Springer, Berlin (1920)

- [12] A. Einstein, *Über eine naheliegende Ergänzung des Fundamentes der allgemeinen Relativitätstheorie*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., **12-13-14** (1921) 261–264
- [13] A. Einstein and J. Grommer, *Beweis der Nichtexistenz eines überall regulären zentrisch symmetrischen Feldes nach der Feldtheorie von Kaluza*, In *Mathematica et physica*, **7** Hebrew University, Jerusalem, (1923)
- [14] A. Einstein, *Zur allgemeinen Relativitätstheorie*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., **5** (1923) 32–38; *Bemerkungen zu meiner Arbeit ‘Zur allgemeinen Relativitätstheorie*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., **12-14** (1923) 76–77; *Zur affinen Feldtheorie*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., **17** (1923) 137–140
- [15] A. Einstein, *Gründgedanken und Probleme der Relativitätstheorie*, In *Nobel-stiftelsen, Les Prix Nobel en 1921-1922*, Imprimerie Royale, Stockholm (1923)
- [16] A. Einstein, *Riemann-Geometrie mit Aufrechterhaltung des Begriffs des Fernparallelismus*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. **17** (1928) 217–221; *Neue Möglichkeit für eine einheitliche Feldtheorie von Gravitation und Elektrizität*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. **18** (1928) 224–227
- [17] A. Einstein, *Auf die Riemann-Metrik und den Fernparallelismus gegründete einheitliche Feldtheorie*, Math. Ann., **102** (1930) 685–697
- [18] A. Einstein, W. Mayer, *Semi-Vektoren und Spinoren*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., **32** (1932) 522–550; *Die Diracgleichungen für Semivektoren*, Proc. K. Akad. Wetensch., **36** (1933) 497–516; *Spaltung der natürlichen Feldgleichungen für Semi-Vektoren in Spinor-Gleichungen vom Diracschen Typus*, Proc. K. Akad. Wetensch., **36** (1933) 615–619; *Darstellung der Semi-Vektoren als gewöhnliche Vektoren von besonderem Differentiationscharakter*, Ann. Math., **35** (1934) 104–110
- [19] A. Einstein and B. Kauffman, *Algebraic properties of the field in the relativistic theory of asymmetric*, Ann. Math., **59** (1954) 230–244; *A new form of the general relativistic field equations*, Ann. Math., **62** (1955) 128–138
- [20] A. Einstein, *The Meaning of Relativity*, 5^a edición Princeton University Press, Princeton (1955)
- [21] A. Einstein, *Zu Kaluzas Theorie des Zusammenhangs von Gravitation und Elektrizität*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., **6** (1927) 23–25; 26–30; A. Einstein and W. Mayer, *Einheitliche Theorie von Gravitation und Elektrizität*, Sitzungsber. Preuss. Akad.

- Wiss., **25** (1931) 541–557; **12** (1932)130–137; A. Einstein and P.G. Bergmann, *On a generalization of Kaluza's theory of electricity* , Ann. Math. **39** (1938) 683-707
- [22] B. DeWitt, In *Relativity, Groups, Topology*, C. DeWitt and B. DeWitt, eds., Gordon and Breach, New York (1964)
- [23] V. Fock, *Über die invariante Form der Wellen- und der Bewegungsgleichungen für einen geladenen Massenpunkt* Z. Phys. **39** (1926) 226-232
- [24] R. Förster, Cartas a Einstein de 11 de noviembre y 28 de diciembre (1917) (Ver Referencia [46])
- [25] H. F. M. Goenner, *On the History of Unified Field Theories*, Living Rev. Relativity **7** (2004) 2
- [26] W. Heisenberg, *Introduction to the Unified Field Theory of Elementary Particles*, Wiley (1966)
- [27] D. Hilbert, *Die Grundlagen der Physik (Erste Mitteilung)*, Nachr. Koenigl. Gesellsch. Wiss. Goettingen, Math.-Phys. Kl., (1915) 395–407
- [28] P. Horava, E. Witten, *Heterotic and type I string dynamics from eleven-dimensions*, Nucl. Phys. **B460** (1996) 506-524
- [29] J. Ishiwara, *Die Grundlagen einer relativischen und elektromagnetischen and Gravitationstheorie*, Z. Phys. ,**15** (1914) 294-298; **15** (1914) 506-510
- [30] P. Jordan, *Schwekrft und Weltall*,, 2^a edición, Braunschweig (1955)
- [31] T. Kaluza, *Zum Unitätsproblem in der Physik* , Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. (1921) 966–972
- [32] R. Kerner, *Generalization of the Kaluza-Klein theory for an arbitrary non-abelian gauge group*, Ann. Inst. H. Poincaré, **9** (1968)143
- [33] O. Klein, *Quanten-Theorie und 5-dimensionale Relativitätstheorie*, Z. Phys. **37** (1926) 895–906
- [34] O. Klein, *The Atomicity of Electricity as a Quantum Law*, Nature **118** (1926) 526
- [35] J.C. Maxwell, *On the physical lines of force*, Phil. Mag. **XXIII** (1862) 85-95

- [36] J.C. Maxwell, *A dynamical theory of the electromagnetic field*, Roy. Soc. Proc. **XIII** (1864) 531-536
- [37] J. Maldacena, *The Large N limit of superconformal field theories and supergravity*, Adv. Theor. Math. Phys. **2** (1998) 231
- [38] G. Mie, *Die Grundlagen einer Theorie der Materie I-II-III*, Ann. Phys, **37** (1912) 511-534; **39** (1912) 1-40; **40** (1913) 1-66
- [39] G. Nordström, *Über die Möglichkeit, das elektromagnetische Feld und das Gravitationsfeld zu vereinigen*, Z. Phys. **14** (1914) 506-510
- [40] A. Pais *El señor es sutil*, Ariel, Madrid (1984)
- [41] W. Pauli, *Theory of Relativity*, Supplementary Notes (pages 207-232), Pergamon Press, London (1958)
- [42] J. Polchinski, *Dirichlet Branes and Ramond-Ramond Charges*, Phys. Rev. Lett., **75** (1995) 4724-4727
- [43] L. Randall and R. Sundrum, *Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension*, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 3370; *An Alternative to Compactification*, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 4690
- [44] E. Schrödinger, *The final affine law II*, Proc. R. Irish Acad. **A 51** (1948) 205–216
- [45] E. Schrödinger, *Space-Time Structure*, Cambridge University Press, Cambridge (1950)
- [46] R. Schulman, A.J. Kox, M. Janssen and J. Illy, *Einstein Collected Papers. Vol. 8A-8B "The Berlin Years: Correspondence, 1914–1918*, Princeton University Press, Princeton (1997)
- [47] G. 't Hooft, *Dimensional Reduction in Quantum Gravity*, Arxiv preprint [gr-qc/9310026]; L. Susskind, *The world as a hologram*, J. Math. Phys. **36** (1995) 6377-6396
- [48] O. Veblen, *Projective tensors and connections*, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A **14** (1928) 154-166; *Projective tensors and connections*, J. London Math. Soc., **4** (1929) 140–160
- [49] O. Veblen and B. Hoffmann, *Projective Relativity*, Phys. Rev. **36** (1931) 810-822
- [50] V. P. Vizgin, *Unified Field Theories in the first third of the 20th century*, Birkhäuser, Basel (1994)

[51] H. Weyl, *Raum, Zeit und Matter*, 4^a edición, Springer, Berlin (1923)