

Resum

Aquest volum conté la memòria del projecte final de carrera '*Comparació de mètodes d'anàlisi estructural d'una prestatgeria "DRIVE-THROUGH"*'. L'estudi es centra en una comparació del diversos mètodes que proposa el codi FEM 10.2.07 [1] per l'anàlisi estructural global d'una prestatgeria compacta del tipus "DRIVE-THROUGH", utilitzant un mateix model numèric, amb el mateix patró de càrrega.

El projecte s'inicia amb la descripció i interpretació dels cinc mètodes proposats, juntament amb una introducció al marc normatiu actual, per tal d'escollir adequadament els que es creuen més adients a l'hora d'analitzar la prestatgeria compacta.

Es descriu i es detalla la creació del model per elements finits que s'utilitza pels diferents anàlisis a realitzar, definint les dades necessàries i la seva obtenció, els elements que intervenen i la interacció entre ells, així com les condicions de contorn per tal de reproduir la realitat de la forma més acurada. Acte seguit, s'utilitza aquest model per aplicar les diferents metodologies de càlcul. El programa que s'utilitza per la creació i anàlisi del model és ANSYS 13.0.

Finalment es presenta una comparativa que permet identificar les diferències entre els mètodes i el que comporta la seva aplicació per tal de poder prendre la millor decisió en futurs anàlisis i utilitzar el més adient en funció de les necessitats, eines i/o recursos que un té al seu l'abast.

Sumari

RESUM	1
SUMARI	3
1. GLOSSARI	7
2. PREFACI	9
2.1. Origen del projecte	9
2.2. Motivació	9
2.3. Descripció de les prestatgeries compactes.....	10
3. INTRODUCCIÓ	15
3.1. Objectius del projecte	15
3.2. Abast del projecte.....	15
4. DESCRIPCIÓ DELS MÈTODES D'ANÀLISI	17
4.1. El marc normatiu actual.....	17
4.2. Mètodes proposats per la FEM 10.2.07	18
4.2.1. Mètode 1	19
4.2.2. Mètode 2	19
4.2.3. Mètode 3.....	20
4.2.4. Mètode 4.....	22
4.2.5. Mètode 5.....	23
4.3. Elecció dels mètodes a comparar	26
5. MODEL NUMÈRIC PER ELEMENTS FINITS	27
5.1. Característiques geomètriques	27
5.2. Elements finits utilitzats en el model.....	29
5.2.1. Element barra BEAM4	29
5.2.2. Element barra BEAM188	30
5.2.3. Element molla COMBIN39.....	30
5.3. Propietats de secció	31
5.4. Material.....	34
5.5. Condicions de contorn.....	35
5.5.1. Accions permanents	35
5.5.2. Accions variables	37
5.5.3. Forces accidentals	38

5.5.4.	Combinació de càrregues	39
5.5.5.	Unions.....	40
5.6.	Imperfecció global.....	52
6.	ANÀLISI DEL MODEL	55
6.1.	Mètode 2.....	55
6.1.1.	Mètode de resolució de la solució no lineal.....	55
6.1.2.	Estat Límit Últim (ELU).....	57
6.1.2.1.	Verificació dels puntals	57
6.1.2.2.	Verificació de les diagonals.....	68
6.1.2.3.	Verificació dels travessers	72
6.1.2.4.	Verificació dels carrils	76
6.1.2.5.	Verificació dels les unions.....	77
6.1.2.6.	Càrrega accidental en la direcció transversal.....	80
6.1.3.	Estat Límit de Servei (ELS).....	83
6.1.3.1.	Carril on es recolzen els palets.	83
6.1.3.2.	Desplom de l'estructura.	85
6.1.3.3.	Recolzament mínim del palet.....	85
6.2.	Mètode 3.....	87
6.2.1.	Estat Límit Últim (ELU).....	87
6.2.1.1.	Verificació dels puntals	87
6.2.1.2.	Verificació de les diagonals.....	91
6.2.1.3.	Verificació dels travessers	92
6.2.1.4.	Verificació dels carrils	95
6.2.1.5.	Verificació dels les unions.....	96
6.2.1.6.	Càrrega accidental en la direcció transversal.....	99
6.2.2.	Estat Límit de Servei (ELS).....	101
6.2.2.1.	Carril on es recolzen els palets.	101
6.2.2.2.	Desplom de l'estructura.	103
6.2.2.3.	Recolzament mínim del palet.....	103
6.3.	Càrrega màxima de la prestatgeria.....	103
6.3.1.	Mètode per determinar la càrrega màxima	103
6.3.2.	Verificació dels puntals amb càrrega màxima.....	108
6.3.3.	Verificació de les unions amb càrrega màxima.....	111
7.	COMPARACIÓ DELS RESULTATS	113
8.	IMPACTE AMBIENTAL	115
9.	PRESSUPOST	117

CONCLUSIONS	119
AGRAÏMENTS	121
BIBLIOGRAFIA	123
Referències bibliogràfiques.....	123
Catàlegs.....	123
PROGRAMARI EMPRAT	125
ANNEX A: PLÀNOL DE LA PRESTATGERIA MODELADA	
ANNEX B: MODEL PER ELEMENTS FINITS	
ANNEX C: MACROS ANSYS	
ANNEX D: COMPROVACIÓ DE LA RESTA DE PUNTALS	
ANNEX E: VERIFICACIÓ AMB CÀRREGA ACCIDENTAL	

1. Glossari

"DRIVE-IN RACK" (DIR): Prestatgeria metàl·lica compacta de dos o més palets de profunditat on el carretó elevador accedeix al seu interior a través del passadís que formen els bastidors amb el palet elevat per sobre de l'altura corresponen per dipositar-lo sobre el carril. No és possible creuar la prestatgeria a causa de l'arriostament vertical posterior.

"DRIVE-THROUGH RACK" o "DRIVE-THRU RACK" (DTR): Prestatgeria metàl·lica compacta similar a DIR però amb la diferència que el carretó elevador pot creuar la prestatgeria, sempre i quan, no hi hagi palets al llarg del carril.

ERF-FEM: European Racking Federation – Fédération Européenne de la Manutention

ANSYS: Programa d'elements finits utilitzat per dur a terme l'anàlisi del model numèric.

LERMA: Laboratori d'Elasticitat i Resistència de Materials.

RMEE: Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria.

REMM: Grup de Recerca en Estructures i Mecànica de Materials.

LIFO (Last In-First Out): Sistema d'emmagatzematge on l'últim producte que entra a la prestatgeria és el primer en sortir-ne. Càrrega i descàrrega en ordre invers.

FIFO (First In-First Out): Sistema d'emmagatzematge on el primer producte que entra a la prestatgeria també és el primer que surt. Càrrega i descàrrega en el mateix ordre.

ELS: Estat Límit de Servei

ELU: Estat Límit Últim

Tot seguit es presenta un llistat dels símbols i expressions matemàtiques que s'utilitzen tant a la memòria com en els annexos del projecte.

C_i Rigidesa de l'element i

I_i Inèrcia segons l'eix i

L_i Longitud de l'element i

A_i Àrea de l'element i

f_y	Tensió del límit elàstic del material
E	Mòdul d'elasticitat o de Young
E_t	Mòdul d'elasticitat tangent
μ	Coefficient de Poisson
ρ_{acer}	Densitat de l'acer
g	Gravetat
G_k	Pes propi de la prestatgeria
N_i	Nombre d'elements del component i
m_i	Massa de l'element i
$Q_{k,i}$	Acció variable i
A_k	Càrrega accidental
γ_i	Factor multiplicador de l'acció i
M_i	Moment respecte l'eix i
θ_i	Angle girat de la unió i
f	Factor per introduir la imperfecció inicial
$N_{b,Rd}$	Capacitat resistent del puntal
N_{cr}	Càrrega crítica d'vinclament
G	Mòdul de rigidesa o de cisallament
A_{eff}	Àrea efectiva del puntal
W_{eff}	Moment resistent efectiu del puntal
σ	Tensió normal
τ	Tensió tangencial

2. Prefaci

2.1. Origen del projecte

Per a l'anàlisi estructural global de les prestatgeries metàl·liques compactes per a paletes tipus "DRIVE-IN" i "DRIVE-THROUGH", a Europa, s'aplica el codi FEM 10.2.07 [1], elaborat per la European Racking Federation – Fédération Européenne de la Manutention (ERF-FEM). Aquest codi preveu 5 mètodes diferents per dur a terme aquesta anàlisi.

Davant d'aquesta diversitat, sorgeix la idea de comparar-los mitjançant un bench-marking: crear un model numèric d'una prestatgeria amb el programa ANSYS i, posteriorment, analitzar-lo mitjançant els diferents mètodes proposats per la normativa i comparar-ne els resultats.

2.2. Motivació

Un dels motius principals que m'han dut a realitzar aquest projecte és que, fins fa poc més d'un any, no hi havia publicat cap codi ni cap norma que fes referència als principis de disseny de les prestatgeries compactes "DRIVE-IN" i "DRIVE-THROUGH" (DIR i DTR). Aquest tipus de prestatgeria es diferencia de la resta tant pel que fa als seus elements com en el seu comportament estructural i el mètode d'operació i distribució dels palets. El nombre d'incidentes en aquest tipus de prestatgeries era considerable i per tant era necessari millorar els mètodes d'anàlisi i disseny.

D'altra banda, formar part com a col·laborador en tasques d'investigació en el Laboratori d'Elasticitat i Resistència de Materials (LERMA) del Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria (RMEE) m'ha permès disposar dels recursos necessaris per desenvolupar el projecte. Aquest departament té una llarga experiència com a laboratori experimental d'assaig de caracterització de components de prestatgeria metàl·lica (Pallet Rack Structures) segons la Norma EN 15512 [2]. A més a més, el grup de recerca REMM vinculat a aquest departament treballa en la simulació numèrica per elements finits dels components que formen una prestatgeria metàl·lica, sobretot dels puntals.

Per últim, destacar, a part del meu interès pel món de les estructures en general, la interacció entre la interpretació de la normativa, la simulació d'un model numèric per elements finits i l'obtenció de les dades experimentals adequades, permet adquirir una visió

completa del procediment necessari per el càlcul estructural global, en aquest cas, més concretament, d'una prestatgeria metàl·lica de tipus compacta.

2.3. Descripció de les prestatgeries compactes

La prestatgeria compacta és un sistema d'alta densitat d'emmagatzematge que permet utilitzar al màxim l'espai disponible, tant en superfície com en altura, ja que minimitza els passadissos de treball i maniobra del carretó elevador.

La prestatgeria està composta per un conjunt de bastidors que formen carrers interiors de càrrega entre ells, els quals disposen de carrils a banda i banda, col·locats en diferents nivells per tal de recolzar-hi els palets. El carretó elevador circula pels carrers interiors amb la càrrega per sobre del nivell on vol dipositar-la, fins a ocupar tot el volum disponible. La quantitat de palets depèn de l'altura de la prestatgeria i de la profunditat dels carrers de càrrega i, a la vegada, la profunditat depèn del nombre de palets per referència, l'espai a ocupar i el temps que han d'estar emmagatzemades.



Fig. 2.1. Prestatgeria metàl·lica compacta [10].

Aquest sistema de prestatgeria s'ha desenvolupat principalment per emmagatzemar productes homogenis, amb una gran quantitat de palets per referència i no subjectes a una intensa rotació. A més a més, admet tantes referències com carrers hi hagi ja que és

recomana que, a cada carrer, hi hagi la mateixa referència, per tal d'evitar moviments innecessaris.

L'elevada resistència dels materials que formen aquest tipus de prestatgeries permet l'emmagatzematge de palets de gran càrrega.

Hi ha dos tipus de prestatgeries compactes: "DRIVE-IN" i "DRIVE-TROUGH". La diferència principal és en el sistema de gestió dels palets utilitzat.

La prestatgeria DIR utilitza el sistema LIFO (Last In-First Out), és a dir, el primer palet que es col·loca és l'últim que s'extreu. La càrrega i la descàrrega es realitzen en sentit invers. En aquest cas es disposa únicament d'un passadís d'accés a la càrrega i la prestatgeria funciona com un magatzem de dipòsit (Fig. 2.2).

La prestatgeria DTR, en canvi, utilitza el sistema FIFO (First In-First Out), és a dir que els palets s'extreuen en el mateix ordre que es col·loquen. Perquè això sigui possible es necessari disposar de dos accessos a la càrrega, un a cada costat de la prestatgeria (Fig. 2.2).

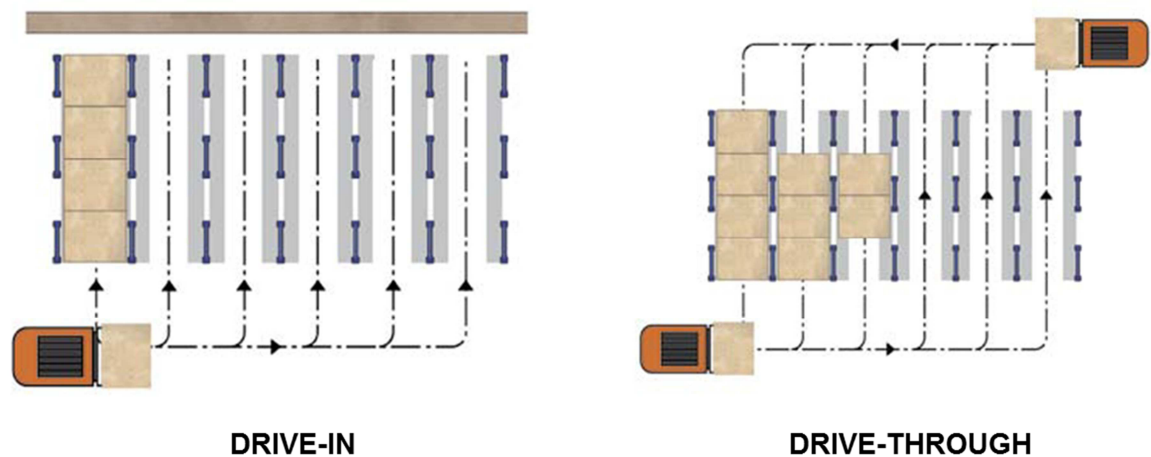


Fig. 2.2. Tipus de prestatgeries compactes [10].

Cal destacar, que aquesta prestatgeria és ideal per emmagatzemar grans volums de productes homogenis, els quals no requereixen una rotació periòdica ni un accés directe. També permet destinar a magatzem fins a un 85% de la superfície disponible, obtenint així, una major rendibilitat a menor cost d'emmagatzematge. És un sistema molt utilitzat en càmeres frigorífiques, tant de refrigeració com de congelació.

A continuació, es mostra una relació de tots els components que formen una prestatgeria compacta DTR (Fig. 2.3). El terme bastidor s'utilitza per definir la unió de dos puntals mitjançant les diagonals i, a partir d'aquí, juntament amb altres bastidors, s'encaixen la resta de components per formar la prestatgeria. Els elements estructurals es definiran i s'estudiaran alhora de definir el model d'elements finits.

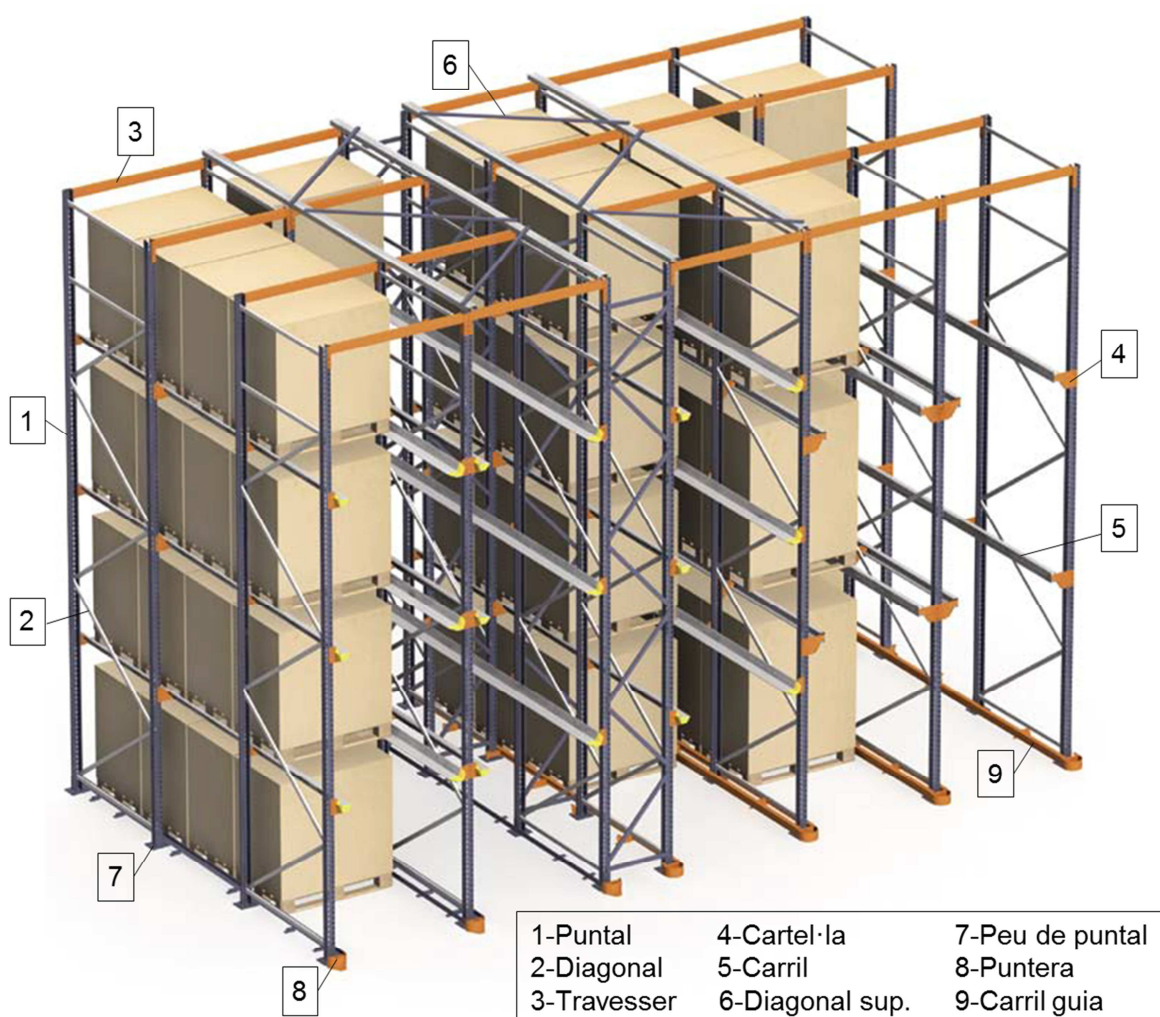


Fig. 2.3. Components d'una prestatgeria compacta [10].

La prestatgeria també disposa d'elements de seguretat com ara les punteres i els carrils guia, que redueixen la possibilitat de danys accidentals degut a les maniobres del carretó elevador, els reforços de puntals, per reduir l'efecte d'impactes de poca intensitat sobre el

puntal, els topall, que eviten que la paleta sobresurti del carril o els centradors que ajuden a encarar el palet a l'entrada de cada carrer.

Per últim, hi ha un carrer diferent de la resta, que no admet cap palet. Aquest espai s'anomena carrer de rigidització i és una possible solució per garantir l'estabilitat transversal de la prestatgeria DTR. L'altre opció, que s'utilitzarà en aquest projecte, és que la rigidesa s'obtingui a partir de la unió dels puntals amb els travessers i del grau d'encastament que s'aconsegueix entre els peus dels puntals i el terra. El sistema DIR permet una tercera opció que consisteix en travar, generalment, la part posterior de la prestatgeria, de dalt a baix.

3. Introducció

3.1. Objectius del projecte

L'objectiu principal del projecte és interpretar els diversos mètodes d'anàlisi global que proposa el codi FEM 10.2.07 [1], aplicar-los a un cas de prestatgeria compacta real i comparar resultats i establir recomanacions en funció dels objectius i de les eines de que es disposa.

Paral·lelament, es pretén avaluar la influència de cada component a l'estabilitat global de la prestatgeria, com per exemple la unió entre el puntal, el peu i el terra, o la unió entre el puntal i el travesser.

3.2. Abast del projecte

Del diferents mètodes proposats a l'apartat 9.4 del codi FEM 10.2.07 [1], s'han posat en pràctica el 2 i el 3, dos mètodes que utilitzen un model en tres dimensions i que es diferencien en el tipus d'anàlisi, de segon i primer ordre, respectivament.

El projecte es centra en una prestatgeria compacta del tipus DRIVE-THROUGH amb una capacitat total de 200 palets de 1000 kg cada un, distribuïts al llarg de 10 carrers i 3 nivell de càrrega més el nivell de terra.

Tant per l'estat límit de servei com per l'estat límit últim, s'ha realitzat l'anàlisi de tensions, deformacions i estabilitat de la prestatgeria globalment i, a més a més, de cada component en particular, incidint en els elements més importants, com ara els puntals, els travessers, els carrils o les diferents unions que hi apareixen. També es consideren els esforços deguts a situacions accidentals, com ara un possible impacte sobre un dels puntals.

D'altra banda, s'ha fet una simulació per obtenir el valor de càrrega màxima que admet la prestatgeria, mitjançant un mètode iteratiu, per tal de determinar el marge de seguretat respecte l'estat de càrrega nominal.

4. Descripció dels mètodes d'anàlisi

4.1. El marc normatiu actual

El càlcul i l'anàlisi de les prestatgeries compactes DIR i DTR es realitza seguint els criteris principals dels següents codis i/o normatives:

- FEM 10.2.07. The design of "Drive-In" and "Drive-Through" racking. Drive-In design code [1].
- EN15512. Steel static storage systems. Adjustable pallet racking systems. Principles for structural design [2].
- Eurocodi3: Design of steel structures – Part 1.1: General rules and rules for buildings. EN1993-1-1 [3].
- Eurocodi3: Design of steel structures – Part 1.3: General rules – Supplementary rules for cold-formed members and sheeting. EN1993-1-3 [4].

L'Eurocodi 3 es aplicable al projecte d'edificis i obres d'enginyeria civil d'acer. L'objectiu principal d'elaborar l'Eurocodi es deu a la necessitat d'eliminar les barreres tècniques al comerç, harmonitzar les especificacions tècniques i que, en un primer moment, servis com a alternativa a les regles nacionals vigents a cada Estat Membre, per, finalment, poder-les reemplaçar. Presenta els principis i requisits relatius a la seguretat, l'aptitud de servei, la resistència de les estructures, les seves bases de càlcul i la verificació, entre d'altres.

No obstant això, les prestatgeries compactes DIR i DTR, com la majoria dels sistemes de prestatgeria, estan insuficientment cobertes per l'Eurocodi, a causa de les diferències en la forma dels components estructurals o en el tipus de connexions. Per aquest motiu, la ERF-FEM va prendre la iniciativa i va finançar el desenvolupament d'una sèrie de codis per al disseny de sistemes d'emmagatzematge de palets, que posteriorment han passat, passen o passaran a ser normes europees EN.

Un dels primers codis a sortir a la llum, entre d'altres, va ser el codi FEM 10.2.02 – *Design of Static Steel Pallet Racking* actualment substituït per la normativa europea EN15512:2009 [2]. Aquesta normativa europea especifica els requisits de disseny estructural aplicable a la gran majoria de prestatgeries, fabricades a partir d'elements d'acer, destinades a l'emmagatzematge d'unitats de càrrega i subjecte a esforços predominantment estàtics.

Dins d'aquest gran grup de prestatgeries no hi apareixen les prestatgeries compactes del tipus DIR ni DTR, entre d'altres, com ara els sistemes d'emmagatzematge mòbil. Per això, sorgeix la necessitat de elaborar el codi FEM 10.2.07 [1], que no només cobreix el disseny estructural d'aquest tipus de prestatgeria sinó que té en compte altres aspectes no estructurals, com pot ser la qualitat del palet, les dimensions i les toleràncies (més importants que en el cas de les prestatgeries convencionals degut al moviment de càrregues a l'interior de la prestatgeria), requeriments geomètrics tant dels components com generals (els espais lliures mínims) o l'elecció de l'equip de manipulació adequat per circular pels carrers interns, tant de maquinària com de personal amb cert grau d'entrenament.

4.2. Mètodes proposats per la FEM 10.2.07

Per a l'anàlisi global d'una prestatgeria compacta DIR o DTR, l'apartat 9.4 de la FEM 10.2.07 proposa utilitzar un dels cinc mètodes que es presenten a continuació. Aquest mètodes es poden classificar de dues maneres diferents: segons el tipus d'anàlisi (Taula 4.1), ja sigui una de primer o segon ordre, o segons la dimensió del model d'elements finits (Taula 4.2), dos o tres dimensions de l'espai.

Tipus d'anàlisi	Mètode 1	Mètode 2	Mètode 3	Mètode 4	Mètode 5
Lineal			■		■
No lineal	■	■		■	

Taula 4.1. Classificació per tipus d'anàlisi.

Dimensió	Mètode 1	Mètode 2	Mètode 3	Mètode 4	Mètode 5
2D				■	■
3D	■	■	■		

Taula 4.2. Classificació per dimensió del model d'elements finits.

Cal destacar que, en perfils de secció oberta, com ara els puntals, s'ha de tenir en compte els efectes de vinclament a torsió i a flexo-torsió a l'hora de realitzar el càlcul resistent.

4.2.1. Mètode 1

El mètode 1 és una anàlisi no lineal en un model en tres dimensions on es tenen en compte tant les imperfeccions globals com les locals, les de cada component individualment.

El primer que cal, doncs, és introduir en el model els dos tipus d'imperfeccions. Com a imperfecció global inicial es considera el desplom de la prestatgeria, mentre que les imperfeccions locals s'obtenen de la normativa EN1993 1.1 [3], d'acord amb les corbes de vinclament especificades a la part 1.3 [4].

Després d'introduir les imperfeccions, cal aplicar directament una anàlisi de segon ordre, no lineal. No es permet utilitzar cap mètode amb factor d'amplificació.

Un cop acabat aquest procediment, només s'ha de realitzar les comprovacions de resistència de les seccions transversal, ja que el model 3D per elements finits ja incorpora tots els efectes de les diferents imperfeccions. Això implica que el model ha de ser capaç de representar totes les combinacions d'imperfeccions globals juntament amb les imperfeccions locals, que han de ser modelades tant en la direcció transversal (perpendicular al pla que forma el bastidor) com longitudinal (en el pla del bastidor) al mateix temps.

L'aplicació d'aquest mètode implica incorporar una correcció dels efectes de torsió, de torsió lateral, de distorsió i flexo-torsió segons l'annex F del document FEM 10.2.07 [1], sempre i quan no es pugui demostrar que el perfil tractar no és susceptible a tals efectes.

4.2.2. Mètode 2

El mètode 2, igual que el mètode 1, és una anàlisi no lineal en un model en tres dimensions però en aquest cas només es tenen en compte les imperfeccions globals.

La imperfecció global s'introdueix seguint el codi FEM 10.2.07 [1], tenint en compte el desplom de la prestatgeria i la folgança de la unió puntal-travesser. En aquest cas tampoc es permet utilitzar cap mètode amb factor amplificador, sinó que cal aplicar directament una anàlisi de segon ordre.

La determinació de la longitud de vinclament en la direcció perpendicular als carrers es basa en un puntal restringit lateralment en els dos extrems tenint en compte la rigidesa de rotació de la unió amb el terra i amb el travesser. Aquesta longitud de vinclament es pot calcular a partir d'una anàlisi en 2D tenint en compte un únic puntal o utilitzant tot el model en 3D.

És necessària una correcció d'acord amb l'apartat 9.7.5 de la norma EN15512 [2], per tal de tenir en compte els efectes de vinclament de torsió i flexo-torsió.

4.2.3. Mètode 3

El mètode 3, en canvi, es tracta d'una anàlisi de primer ordre a partir d'un model en tres dimensions. La diferència amb els anteriors és en el fet de no tenir en compte les no linealitats geomètriques.

En aquest cas únicament es tenen en compte les imperfeccions globals, i el seu càlcul és idèntic que en el mètode 2. La diferència rau en que en funció de la direcció que s'analitza cal aplicar un factor multiplicador: és el cas de la direcció perpendicular als carrers que cal introduir la imperfecció multiplicada per 3 per tal de amplificar les càrregues a causa dels efectes de 2n ordre que no es tenen en compte. En el cas del pla dels bastidor, aquest factor multiplicador pren el valor 1, igual que la imperfecció local del puntal.

Aquest mètode segueix un procediment que consta de tres etapes:

La primera etapa consisteix en comprovar la rigidesa de l'estructura i determinar les forces internes. Cal comprovar que el desplaçament horitzontal de l'extrem superior de la segona fila de puntals respecte l'entrada de la prestatgeria és inferior a $3H/500$. En cas contrari no es pot aplicar el mètode 3.

A la segona etapa es tracta de determinar la constant de la molla lateral equivalent (C_{global}) a partir d'una anàlisi de primer ordre en tres dimensions sota l'efecte d'una càrrega horitzontal aplicada als extrems superior del puntal, repartida segons la posició de cada un. Aquesta constant resulta de la divisió de la força aplicada en un puntal central dividit pel desplaçament que aquest provoca en la mateixa direcció.

$$C_{global} = \frac{H_1}{u} \quad (\text{Eq.4.1})$$

Per últim, a la tercera etapa cal verificar el puntal crític, que generalment serà el que té una major força de compressió deguda a l'acció dels palets. La verificació es fa sobre un puntal en el que el moviment lateral i la rotació de l'extrem superior estan restringits per la C_{global} i per la C_{top} , respectivament, i la rotació de l'extrem inferior està restringida per la rigidesa de la unió puntal-peu-terra. La longitud de vinclament a flexo-torsió s'obté a partir d'unes gràfiques de l'annex D del codi FEM 10.2.07 [1], on proposa varis tipus de condicions d'enllaç.

La C_{top} és una rigidesa rotacional que engloba la rigidesa de la unió puntal-travesser i la del propi travesser que uneix els dos puntals. Es calcula a partir de la següent equació:

$$C_{top} = \frac{2 \cdot C_{\varphi} \cdot C_{tt}}{C_{\varphi} + C_{tt}} \quad (\text{Eq.4.2})$$

$$C_{tt} = \frac{6 \cdot E \cdot I_{tt}}{L_w} \quad (\text{Eq.4.3})$$

on:

C_{φ} és la rigidesa rotacional de la unió puntal-travesser,

C_{tt} és la rigidesa rotacional a causa de la flexió del travesser,

I_{tt} és la inèrcia del travesser en el seu eix fort,

L_w és la distància entre els puntals que formen el carrer, de centre a centre.

La expressió de la rigidesa rotacional a flexió del travesser (C_{tt}) és deguda a la presència dels palets que fa que els puntals vinclin en la mateixa direcció.

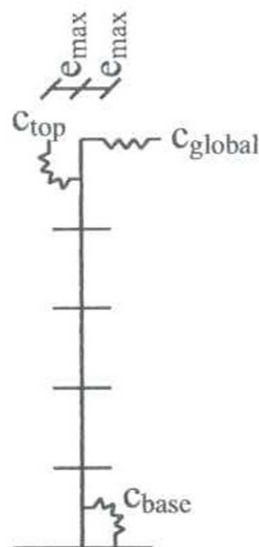


Fig. 4.1. Verificació del puntal crític [1].

A partir d'aquest punt es verifica la resistència dels puntals incloent-hi els diferents esforços a que està sotmès de la mateixa manera que en el mètode 2.

4.2.4. Mètode 4

El mètode 4, també anomenat mètode de prestatgeria desplegada, descompon l'estructura en tres plans separats: el pla vertical, l'horitzontal i el dels bastidors. El procediment de càlcul es basa en la publicació *The Behaviour of Drive-In Storage Structures* [5].

El bastidor es modela incorporant una molla en la direcció dels carrers que incorpora l'efecte de les diagonals sobre els puntals (Fig. 4.2).

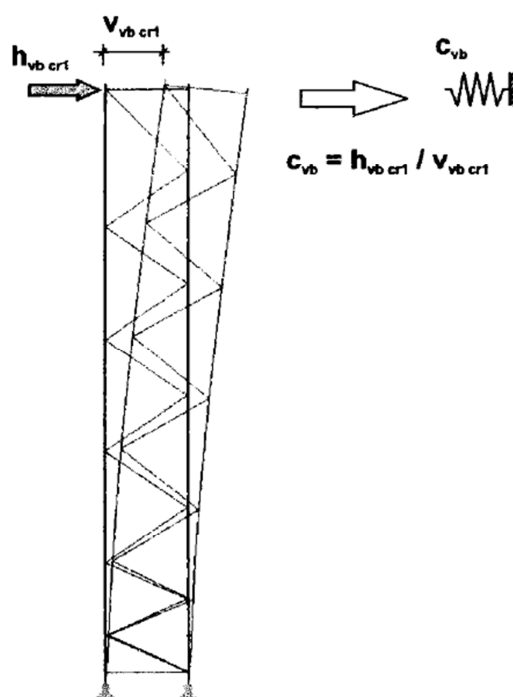


Fig. 4.2. Model per determinar la C_{vb} [1].

$$C_{vb} = \frac{h_{vb}}{v_{vb}} \quad (\text{Eq.4.4})$$

A continuació es crea un model del pla horitzontal incloent els travessers, l'arriostament superior i la constant de la molla (C_{vb}), anteriorment calculada, a tots els llocs on hi correspon un bastidor (Fig. 4.3).

Per les prestatgeries DIR, que disposen d'arriostat posterior, es necessari modelar-lo i connectar-lo a la fila de puntals corresponen.

Les propietats geomètriques, la rigidesa de la unió entre el puntal, el peu i el terra i la rigidesa de la unió entre el puntal i el travesser, així com les càrregues dels puntals, es sumen i s'apliquen en un únic puntal de secció equivalent amb les corresponents molles equivalents.

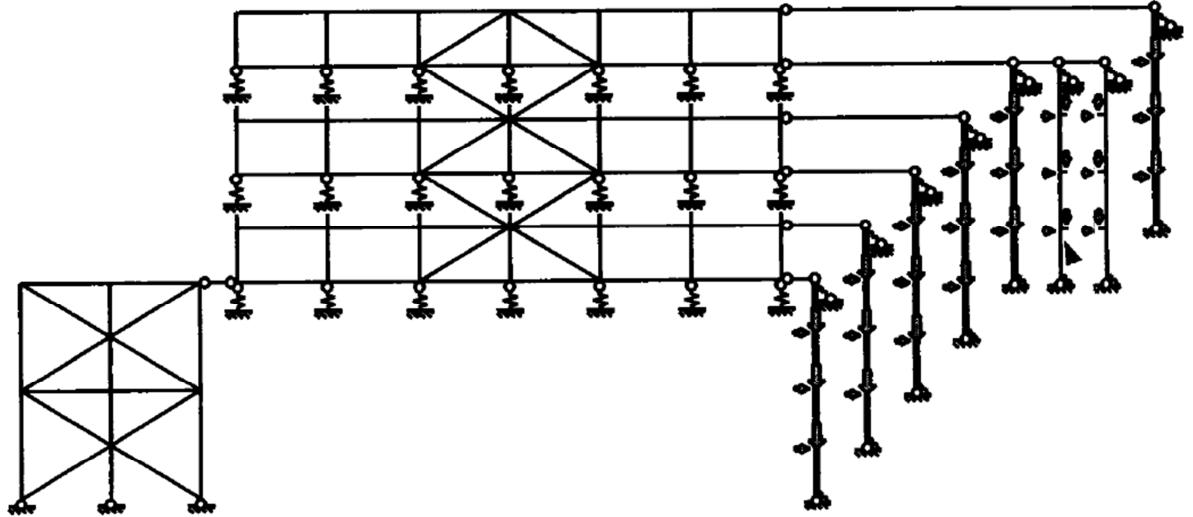


Fig. 4.3. Model en dues dimensions de la prestatgeria [1].

En el cas de la segon fila de puntals respecte l'entrada de la prestatgeria s'agrupen tots els puntals interns, mentre els dos de la vora es modelen per separat. Aquest puntals generalment no son crítics però cal verificar-los.

Finalment cal connectar tot els puntals equivalents amb el model del pla horitzontal en dues dimensions mitjançant elements rígids articulats.

Per calcular les forces internes cal tenir en compte els efectes de segon ordre. Els efectes estabilitzadors dels carrils es menystenen.

Les imperfeccions i la influència de les deformacions en la direcció transversal indueixen unes forces internes addicionals en els bastidors en direcció longitudinal a causa de la torsió, que són les reaccions a les molles (C_{vb}) i s'han d'incorporar a l'hora de la validació.

4.2.5. Mètode 5

El mètode 5 o mètode geomètricament lineal en el pla, és un procediment de primer ordre en dues dimensions en la direcció transversal, perpendicular als carrers. El model tridimensional es descompon en tres plans separats que permeten l'anàlisi en dues

dimensions. Aquesta simplificació implica la necessitat d'utilitzar factors correctors i una rigidesa mínima per tenir en compte els efectes de segon ordre i la transferència de càrrega.

En general, el mètode 5 és conservador i subestima la rigidesa lateral del sistema estructural ja que no té en compte els efectes de rigidització de la connexió entre el puntal i el travesser en el pla vertical, ni l'efecte de la rigidització degut a la continuïtat dels travessers en el pla horitzontal ni la restricció dels puntals descarregats sobre els carregats.

De la mateixa forma que el mètode 3, aquest no hauria d'aplicar-se si el desplaçament horitzontal de l'extrem superior de la segona fila de puntals respecte l'entrada de la prestatgeria és superior a $3H/500$. La imperfecció introduïda també cal multiplicar-la per un factor de 3 per incorporar els efectes de segon ordre.

Aquest mètode segueix un procés de cinc etapes:

A la primera etapa es tracta de determinar la constant de la molla C_{vb} , que representa la rigidesa del bastidor sota l'acció d'una unitat de càrrega aplicada a l'extrem superior en la direcció longitudinal al carrer, mitjançant una anàlisi del bastidor, com en el mètode 4 (Fig. 4.2). El seu valor correspon a la força aplicada dividit pel desplaçament que provoca.

$$C_{vb} = \frac{h_{vb}}{v_{vb}} \quad (\text{Eq.4.5})$$

La segona etapa només es té en compte en el cas d'analitzar una prestatgeria compacta del tipus DIR, ja que es tracta de determinar la constant de la molla C_{rb} , que representa la rigidesa de l'arriostament posterior (les DTR no en disposen) sota l'acció d'una força aplicada a l'extrem superior en la direcció transversal de la prestatgeria. De la mateixa manera que en el cas anterior, el seu valor és la força dividit pel desplaçament.

$$C_{rb} = \frac{H}{u_{rb}} \quad (\text{Eq.4.6})$$

La etapa número tres correspon la rigidesa global de la molla lateral C_{global} , de la mateixa forma que a la segona etapa del mètode 3. En aquest cas, però, no s'utilitza el model en tres dimensions, sinó que es determina a partir del model en dues dimensions del pla horitzontal superior de la prestatgeria, incorporant les dues rigideses calculades a les dues etapes anteriors (Fig. 4.4).

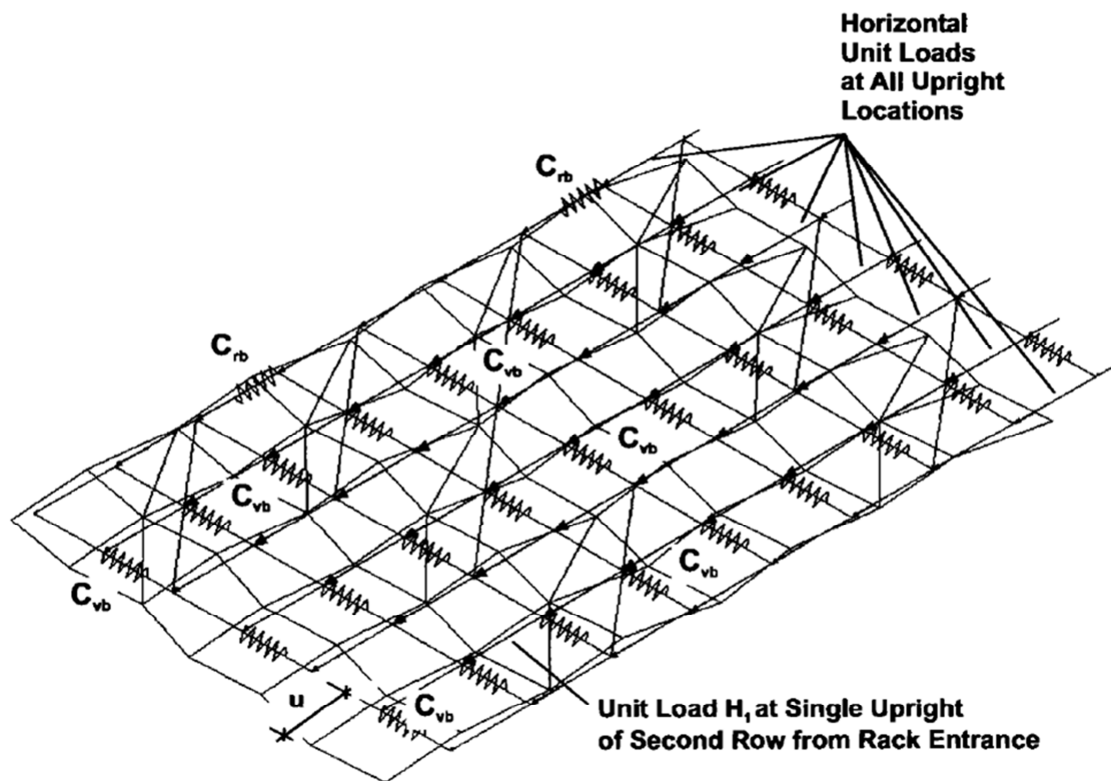


Fig. 4.4. Model per determinar la C_{global} [1].

$$C_{global} = \frac{H_1}{u} \quad (\text{Eq.4.7})$$

L'etapa quarta consisteix en comprovar la condició descrita anteriorment en que el desplaçament horitzontal de l'extrem superior de la segona fila de punts respecte l'entrada de la prestatgeria és inferior a $3H/500$. Si no es compleix es disposa de dues opcions: la primera d'elles és tornar a calcular les etapes anteriors considerant un sistema rígid fins a complir la condició o l'altre opció és escollir un altre mètode.

Per últim, a la cinquena etapa es determina la longitud de vinclament tal com s'exposa a la tercera etapa del mètode 3, utilitzant les gràfiques de l'annex D del codi FEM 10.2.07 [1].

Cal destacar que en aquest mètode, les forces internes que es generen en els bastidors en la direcció longitudinal degudes a la torsió global corresponen a les reaccions de les molles C_{vb} , i cal tenir-les en compte a l'hora de fer les validacions dels components.

4.3. Elecció dels mètodes a comparar

Dels cinc mètodes descrits anteriorment, els tres primers són de tres dimensions, mentre que el quart i el cinquè són de dues dimensions. Evidentment, i sempre que es disposi de les eines de càlcul necessàries, és millor utilitzar un mètode en tres dimensions.

Tractant els tres primers mètodes proposats, es té que el primer exigeix conèixer les imperfeccions de tots els membres estructurals, una informació que és molt difícil i improbable disposar. Per tant, un cop descartat aquest, queda realitzar la comparativa entre el mètode 2 i el 3, els quals presenten com a principal diferència el fet de tenir en compte els efectes de segon ordre, a part de la pròpia resolució.

Així doncs s'analitza la mateixa prestatgeria, amb idèntica càrrega, mitjançant cadascun dels dos mètodes.

5. Model numèric per elements finits

La simulació numèrica de processos és una eina molt potent i molt utilitzada en l'enginyeria actual per la resolució de problemes. El principal avantatge que presenta és que permet transformar un problema real, modelitzat a partir d'un conjunt d'equacions diferencials complexes, per un altre conjunt d'equacions algebraiques, la resolució del qual és molt més senzilla. El mètode dels elements finits és una de les metodologies de simulació que permet realitzar aquesta transformació d'equacions.

La principal diferència entre el model d'equacions diferencials del problema real i el mètode d'elements finits és la manera d'interpretar l'estructura. El primer, l'interpreta com un element continu regit per les equacions diferencials, mentre que, el mètode dels elements finits considera com un conjunt de divisions de l'estructura, unides entre si, que es comporten seguint unes equacions algebraiques.

Així doncs, l'anàlisi d'estructures realitzat a partir d'aquest mètode implica haver de dividir l'estructura en una sèrie de parts finites anomenades elements, els quals, a la vegada, estan connectats per una sèrie de punts representatius que s'anomenen nodes. Les incògnites que s'hauran d'obtenir són els desplaçaments que patiran els nodes (desplaçaments nodals) a causa de l'acció de les forces exteriors aplicades.

El programa d'elements finits que s'utilitza és ANSYS 13.0.

5.1. Característiques geomètriques

A continuació (Fig. 5.1) es presenten les característiques geomètriques del model que s'introdueix en el programa d'elements finits i que s'utilitza per tal d'aplicar els diversos mètodes que proposa la normativa. S'empra el mateix model per tots els casos estudiats. A l'annex A es presenta un plànol amb les diferents vistes de la prestatgeria compacta.

- Altura bastidor (H): 6650 mm
- Cota primer nivell: 1650 mm
- Separació entre nivells: 1650 mm
- Cota últim nivell: 4950 mm
- Nivells de carga: Terra + 3

- Nombre de bastidors: 3
- Amplada bastidor: 800 mm
- Distància entre bastidors: 900 mm
- Profunditat prestatgeria: 4200 mm
- Nombre de carrers: 10
- Amplada neta del carrer: 1350 mm
- Amplada entre eixos puntals: 1472 mm
- Amplada total entre eixos: 14720 mm
- Capacitat: 200 palets
- Dimensió palets: 1200x800x1500 mm
- Pes palets carregats: 1000 kg

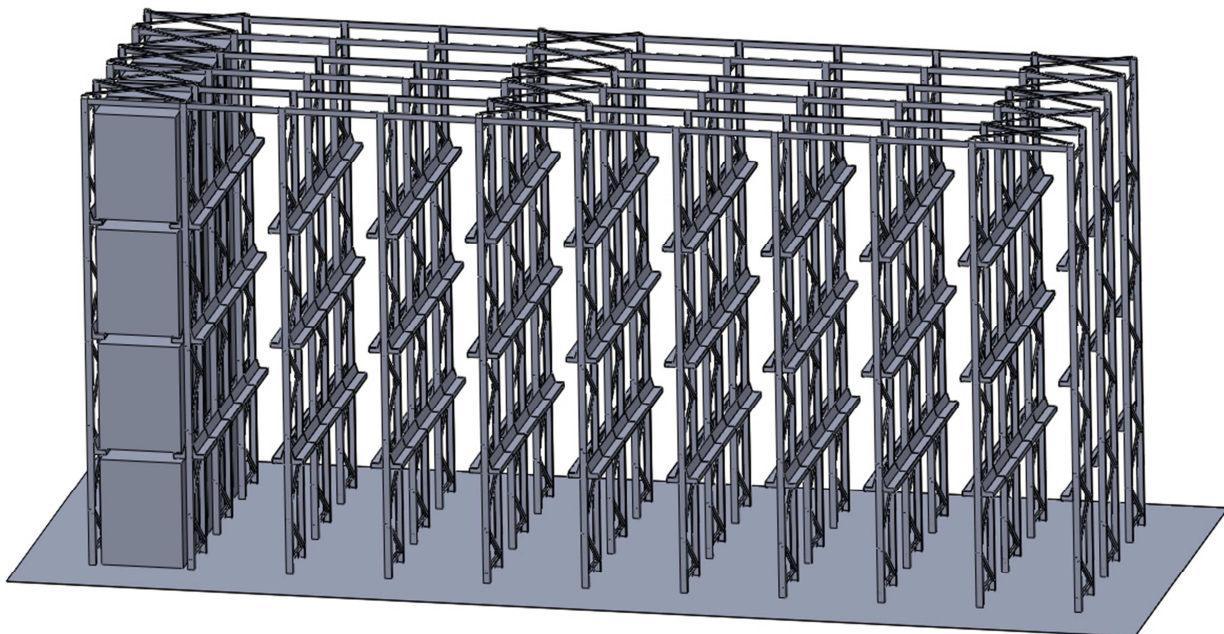


Fig. 5.1. Disseny en CAD de la prestatgeria compacta a modelar.

5.2. Elements finits utilitzats en el model

5.2.1. Element barra BEAM4

L'element barra BEAM4 és un element peça prismàtica recte capaç de suportar tensió, compressió, esforç tallant, torsió i flexió. Està format per dos nodes (I,J), cada un dels quals amb sis graus de llibertat (translacions i rotacions en les tres direccions). També disposa d'un tercer node (K opcional) que permet orientar la secció. En el cas de no definir el tercer node, els eixos locals es disposen de la següent manera: l'eix x s'orienta del node I cap al node J i l'eix y paral·lel al pla X-Y, quedant l'eix z determinat a 90° de cada un d'ells (Fig. 5.2).

Aquest element permet tant l'anàlisi lineal com no lineal amb possibilitat d'incorporar les no linealitats geomètriques. És ideal per modelar seccions asimètriques i esveltes.

Els paràmetres que cal conèixer i introduir per tal de definir la secció són: l'àrea, la inèrcia de cada un dels dos eixos i la inèrcia a torsió.

Aquest element s'utilitza per modelar tots els components de la prestatgeria excepte el carril on es recolzaran els palets, que s'utilitza l'element barra BEAM188.

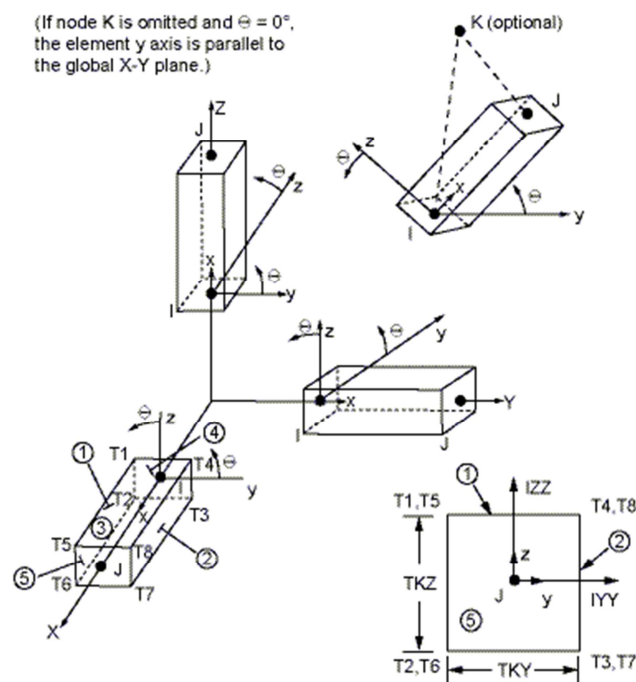


Fig. 5.2. Esquema de l'element barra BEAM4 [9].

5.2.2. Element barra BEAM188

L'element barra BEAM188 és similar al BEAM4 en termes geomètriques ja que també disposa de dos nodes (I,J) i un tercer (K) per tal d'orientar la secció segons convingui (Fig. 5.3). Cal remarcar que s'ha d'utilitzar l'opció de que l'element sigui cúbic perquè tingui el mateix comportament que el BEAM4. Una de les principals diferències és que, per cada node, hi ha l'opció d'incorporar un grau de llibertat addicional per simular el guerdament.

En aquest cas, però, no cal introduir les propietats de forma numèrica, sinó que s'introdueix la secció perfil a modelar i el programa informàtic s'encarrega d'obtenir-les.

Aquest element s'utilitza únicament per modelar el carril on es recolzen els palets ja que permet decidir el punt de la secció per el que es fa passar l'eix de la peça. Per defecte, coincideix en el centre de gravetat de la secció, però en aquest cas es vol que passi pel centre d'esforços tallants per tal de que no es generi torsió addicional.

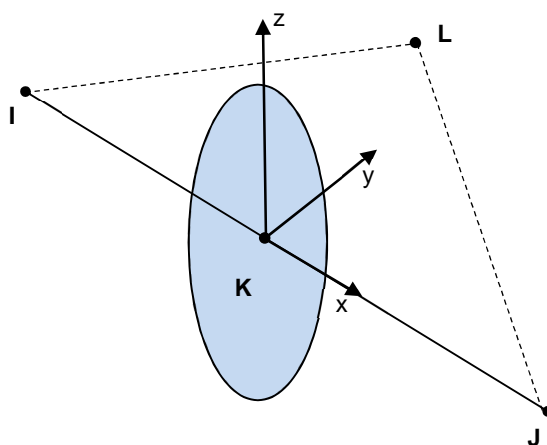


Fig. 5.3. Esquema de l'element barra BEAM188 [9].

5.2.3. Element molla COMBIN39

L'element molla COMBIN39 és un element unidireccional no lineal que pot ser utilitat en qualsevol anàlisi. Aquest element no es genera de manera directa com les barres. La seva funció és mantenir una relació entre dos nodes de barres diferents. Aquesta relació tant pot ser longitudinal, en qualsevol de les tres direccions, com rotacional, en qualsevol dels tres eixos. La flexió i la torsió de l'element no estan considerades.

En aquest projecte s'utilitza aquest element per simular les diferents unions semirígides que apareixen en el model, que seran de rotació al voltant de l'eix X (Fig. 5.4a).

Per definir l'element molla de manera rotacional, cal entrar una taula de valors on aparegui el moment amb el seu corresponent angle girat, per tal de generar una gràfica que simuli el seu comportament. La molla definida segueix una bilineal simètrica (Fig. 5.4b).

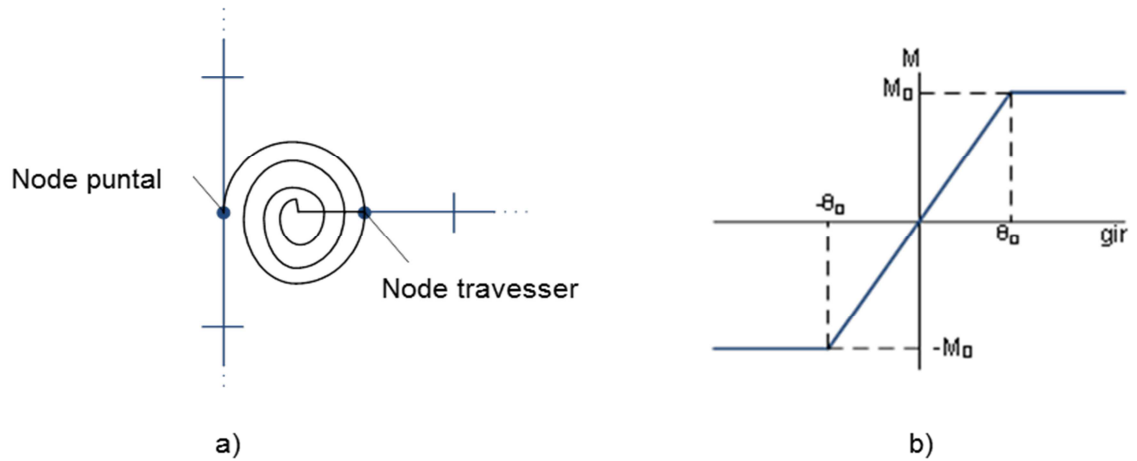


Fig. 5.4. a) Esquema element molla COMBIN39 rotacional. b) Molla bilineal simètrica.

5.3. Propietats de secció

Com s'ha comentat anteriorment, l'element barra requereix la introducció de les propietats de cada secció. A continuació s'enumeren (Taula 5.1).

Component	A (mm ²)	I _y eix fort (mm ⁴)	I _z eix feble (mm ⁴)	I _t (mm ⁴)
Puntal	647	1438159	346866	1495
Diagonal	174	47509	27886	119
Travesser	594	616300	230400	512512
Cartel·la	402	301366	47258	1206
Diagonal sup.	93	18687	1026	59

Taula 5.1. Propietats mecàniques de les diferents seccions del model.

L'element barra té l'inconvenient de no tenir en compte els forats, ja que considera que la secció introduïda es la mateixa al llarg de tot l'element. Aquest fet comporta un problema a l'hora de modelitzar els puntals. La normativa permet fer l'anàlisi global de l'estructura utilitzant les propietats de secció brutes, sense tenir en compte els forats. No obstant això, per al càlcul resistent dels diferents membres si que obliga a utilitzar les propietats eficaces, i per això alguns autors proposen fórmules per determinar-les a partir de la relació entre l'àrea neta i la bruta o bé a partir de la tensió de vinclament elàstic.

En aquest projecte, tot i poder utilitzar les propietats brutes, s'ha optat per la següent fórmula per tal de tenir en compte els forats (Fig. 5.5): s'ha calculat la inèrcia bruta i la neta considerant un forat rectangle amb la mateixa àrea i altura que el forat real i, considerant tot el tram de puntal que es va repetint, s'ha calculat una inèrcia mitja a partir de la part proporcional que aporta cada una.

L'àrea s'ha determinar a partir de l'assaig de compressió de puntal segons l'apartat A2.1 i A2.2 de la norma EN15512:2009 [2].

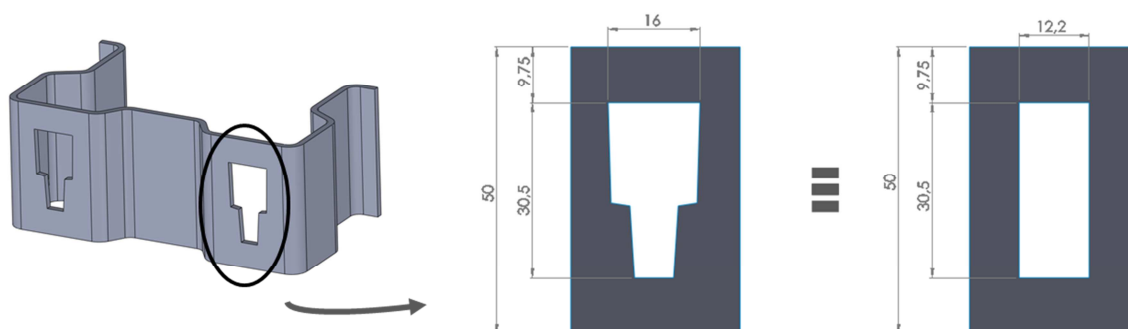


Fig. 5.5. Procediment per al càlcul de les inèrcies del puntal.

Un altre component de la prestatgeria amb particularitats és la cartel·la, ja que no presenta cap secció simètrica i, per tant, no es poden obtenir les seves propietats. Com que es tracta d'un element força rígid, degut a la seva poca longitud, i no es considera crític per a l'estabilitat de l'estructura s'ha aproximat a un perfil en forma d'"U" de 70X35X3 mm (Fig. 5.6), de la qual si que es poden extreure les propietats de la secció.

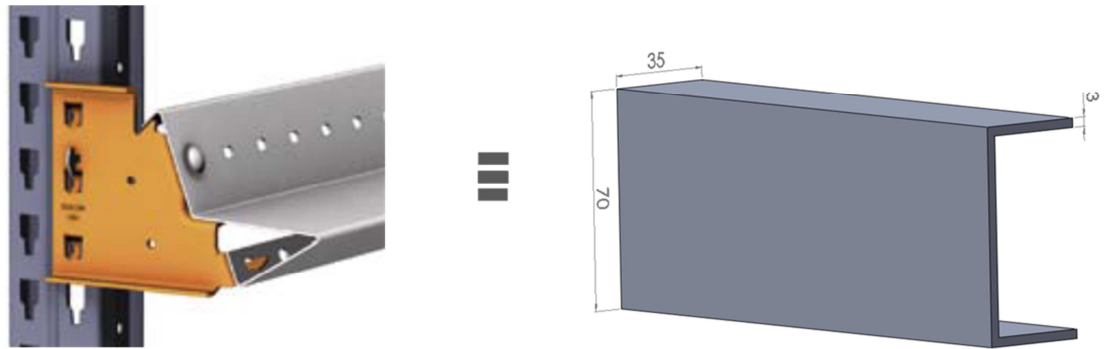


Fig. 5.6. Cartel·la equivalent.

L'últim component que encara no s'ha esmentat és el carril. Com s'ha dit anteriorment, per simular aquest perfil s'utilitzarà l'element BEAM188 que permet introduir directament la secció i col·locar-la de manera que l'eix passi pel centre d'esforços tallants per evitar generar una torsió addicional. A continuació es mostra la secció introduïda amb el càlcul de les seves propietats (Fig. 5.7). Cal remarcar que aquesta secció també té forats, però en aquest cas s'ha utilitzat les propietats brutes sense considerar-los, ja que la disminució d'àrea que això suposa és molt més petita que en el cas dels puntals.

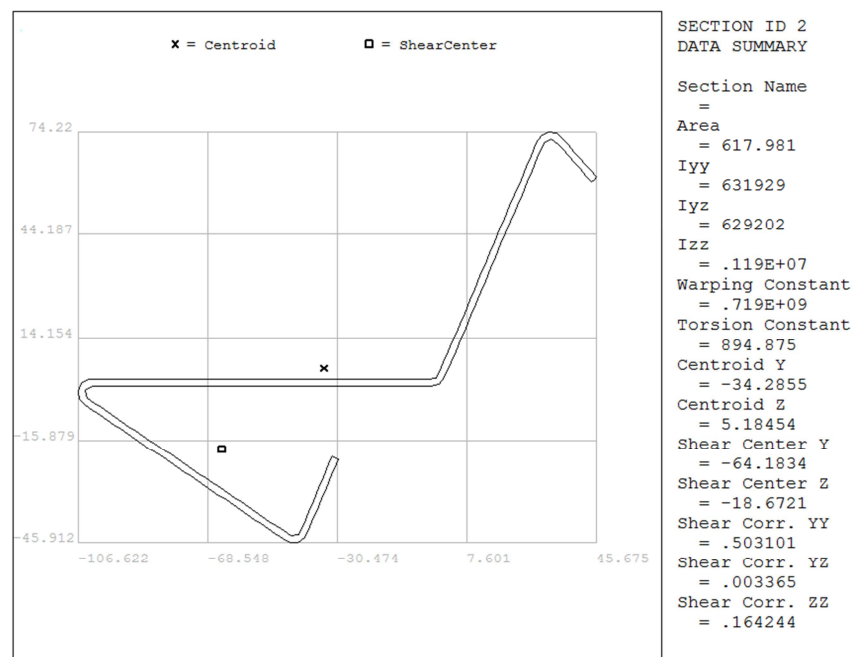


Fig. 5.7. Propietats del carril.

5.4. Material

Pel que fa a la gràfica de material que cal introduir al model, per a càlculs precisos, es recomana utilitzar la opció *Multilinear Isotropic Hardening* de ANSYS [9], ja que permet adaptar-se progressivament i d'una forma correcta a la rigidesa real de l'estructura a mesura que es va aplicant càrrega, facilitant la convergència del resultat.

En aquest cas, però, el rang de treball en la zona plàstica es pot considerar que té un comportament força lineal. Per tant s'ha optat per un model bilineal *Bilinear Isotropic Hardening* [9] (Fig. 5.8) ja que els resultants s'obtinran un resultats similars amb un temps de càlcul inferior. Aquesta corba estableix una relació lineal entre la tensió i la deformació a la tensió del límit elàstic. A partir d'aquest valor el comportament lineal continua però amb un canvi de pendent. El fet de tenir diferents límits elàstics per cada component implica haver d'introduir diferents corbes de material.

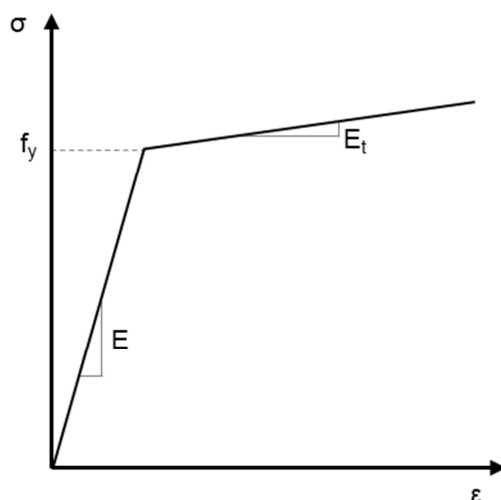


Fig. 5.8. Corba tensió-deformació representada pel model bilineal.

Davant la dificultat d'obtenir provetes de cada perfil extreptes de la bobina a partir de la qual es fabriquen o de la pròpia secció conformada, es creu convenient utilitzar les propietats nominals (Taula 5.2).

Així doncs, tant pel mòdul d'elasticitat com pel coeficient de Poisson s'utilitza els valors predeterminats de l'acer dins del rang elàstic. Pel valor de la tensió del límit elàstic s'utilitza la dada que proporciona el fabricant, ja que varia en funció del tipus d'acer utilitzat. Per últim, el mòdul d'elasticitat tangent ha de ser una valor comprès dins del rang $E/100$ per acers tractats durant la fabricació i $E/10000$ per acers normals.

Component	Tensió límit elàstic f_y (N/mm ²)	Mòdul d'elasticitat E (N/mm ²)	Mòdul d'elasticitat tangent E_t (N/mm ²)	Coefficient Poisson μ
Puntal	355	210000	2100	0.3
Diagonal	280	210000	2100	0.3
Travesser	275	210000	2100	0.3
Cartel·la	420	210000	2100	0.3
Diagonal sup.	280	210000	2100	0.3
Carril	350	210000	2100	0.3

Taula 5.2. Propietats del material de cada component.

5.5. Condicions de contorn

5.5.1. Accions permanents

Les accions permanents són, principalment, el pesos propis de cada element que forma el conjunt de la prestatgeria i de qualsevol altre component que s'hi recolzi, com ara un equip de ventilació o un sistema de climatització.

Per l'estimació d'aquestes càrregues, s'utilitza els pes real dels materials de cada element, i si s'escau, el pes dels equips addicionals incorporats. En aquest cas, únicament es té en compte el pes de tots els components de la prestatgeria.

Per determinar el pes propi total (G_k), cal conèixer l'àrea de la secció, la longitud, la quantitat d'unitats i la densitat del material de cada element que compon la prestatgeria. Les perforacions que disposen alguns components, com ara els puntals, no s'han considerat per el càlcul. D'aquesta manera, el pes propi total calculat és superior al pes propi real, augmentant el marge de seguretat.

A continuació es mostra una taula (Taula 5.3) on es resumeix la operativa de càlcul per cada component. Cal destacar que en el cas dels arriostaments, tant lateral com superior, apareixen elements de longitud diferent, que es mostren per separat, degut a la geometria de la prestatgeria [11].

$$\rho_{\text{acer}} \text{ (Densitat acer)} = 7850 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Component	Nº elements N_i	Àrea A_i (m^2) $\times 10^{-6}$	Longitud L_i (m)	Massa total component m_i (kg)
Puntal	66	712	6,650	2453,100
Arriost. Lat. (Diagonal)	330	174	0,941	424,153
Arriost. Lat. (Horitzontal)	66	174	0,712	64,186
Travesser	60	594	1,350	377,695
Cartel·la	360	402	0,180	204,489
Arriost. Sup. (Bastidor)	18	93	1,575	20,697
Arriost. Sup. (No bastidor)	12	93	1,625	14,236
Carril	60	618	4,200	1222,528

Taula 5.3. Càlcul del pes propi de la prestatgeria.

La massa total de cada component es calcula a partir de la següent fórmula:

$$m_i = \rho_{\text{acer}} \cdot (N_i \cdot A_i \cdot L_i) \quad (\text{Eq.5.1})$$

Per últim, sumant la massa total de cada component i multiplicant-la per la gravetat, s'obté el pes total de la prestatgeria, que es mostra a continuació:

$$G = g \cdot \sum m_i = 46902 \text{ N} \quad (\text{Eq.5.2})$$

Com es pot comprovar, en el càlcul anterior no s'ha considerat el pes dels elements extres de seguretat que es poden incorporar a la prestatgeria, com ara els topalls, els reforços dels puntals o els centradors. S'han negligit a causa de que el seu pes es molt inferior al de la resta de components i que, per tant, tenen una baixa aportació en el pes total de la prestatgeria.

5.5.2. Accions variables

- **Sobrecàrrega d'ús**

Com a sobrecàrrega d'ús, únicament, apareixen les forces causades pel pes dels palets i la seva càrrega. S'ha considerat que el pes de cada palet carregat és de 10000N, que recolzat a dos carrils li repercuteix 5000 N a cada un. Aquest valor es concentra en tres punts al llarg del carril, dos d'extremes i un de central, amb valors de 1250N i 2500N, respectivament (Fig. 5.9). En funció de l'estat límit a comprovar, aquest valor ha d'anar multiplicat pel coeficient de majoració.

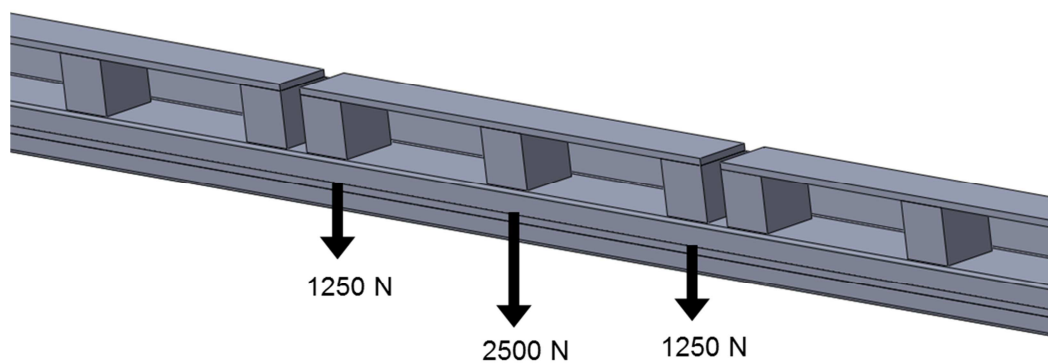


Fig. 5.9. Distribució de pes del palet en un carril.

- **Excentricitats de la càrrega del palet**

En el cas que es tracta, el centre de gravetat de la càrrega coincideix amb el centre del palet. Si no fos així, aquesta excentricitat s'hauria de tenir en compte a l'anàlisi, segons contempla la norma EN 15629.

- **Càrregues verticals de col·locació**

Les càrregues verticals de col·locació, que poden aparèixer durant la col·locació o extracció dels palets, definides a la norma EN 15635 [6], no es tenen en compte ja que queden cobertes per el factor de majoració de les unitats de càrrega.

- **Càrregues horitzontals de col·locació**

Les càrregues horitzontals de col·locació, igual que les verticals, poden aparèixer degut al moviment dels palets. En aquest cas s'ha de tenir en compte, però només en la direcció transversal, ja que en la longitudinal queda distribuïda en el conjunt de bastidors.

Aquesta càrrega té un valor mínim de 500N i s'aplica al nivell de càrrega més pròxim a la meitat de l'altura del puntal. La comprovació es realitza sobre un únic puntal, negligint la possible distribució al llarg del carril.

Cal destacar que aquesta càrrega variable no vol representar una càrrega d'impacte fruit d'una utilització i/o manipulació errònia del equip d'emmagatzematge.

5.5.3. Forces accidentals

Les càrregues accidentals normalment apareixen en les dues primeres files de puntals respecte l'entrada, en el tram que va des de la base dels puntals fins una altura de 0,4 metres, degut a les maniobres dels carretons elevadors. Per a la direcció longitudinal cal imposar una força de 2500N, mentre que per a la transversal, una de 1250N.

Les càrregues accidentals s'han de tractar per separat i no s'han de tenir mai en consideració simultàniament amb les càrregues horitzontals de col·locació. Per tal de disminuir l'efecte sobre el puntal degut a un impacte a la zona baixa, es pot incorporar un protector o reforç de puntal que sigui capaç d'absorbir l'impacte amb la seva deformació sense fer malbé el puntal.

Altres accions accidentals causades pels carretons elevadors estan recollides a la norma EN 1991-1-7. Aquestes accions, però, no cal aplicar-les, sempre i quan el disseny, les toleràncies i/o espais lliures i la operativa de funcionament s'ajusten al que descriu el codi FEM 10.2.07 [1], la normativa EN 15620 i la EN 15635 [6].

Cal tenir en compte que les grans forces horitzontals induïdes per un mal ús de la prestatgeria no es consideren com a càrregues accidentals del projecte ja que es veu com un abús del sistema. Dins d'aquestes accions es pot destacar l'impacte entre un palet i un altre ja emmagatzemat o l'arrossegament del palet al llarg del carril.

En el cas de les prestatgeries DIR cal considerar, també, el possible impacte contra l'arriostament vertical posterior. Per evitar-lo, es pot incorporar un element tant en el carril com al nivell de terra, anomenat topall. Es considera una força accidental horitzontal de no menys del 25% de la càrrega del palet, tot i que el valor definitiu es determina a partir d'una anàlisi de seguretat del magatzem, ja que pot dependre de la velocitat de treball o de l'habilitat del conductor.

5.5.4. Combinació de càrregues

La càrrega variable deguda al pes de la càrrega dels palets i les imperfeccions globals de la prestatgeria és constitueixen en una sola acció, mentre que les càrregues de col·locació es consideraran per separat i mai simultàniament en les dues direccions.

- **Combinació de càrrega per l'ELU**

El valor del càlcul de les accions per l'Estat Límit Últim es determina utilitzant les següent combinacions, prenent el valor més alt.

Considerant només l'acció variable més desfavorable:

$$\sum \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_{k,1} \quad (\text{Eq.5.3})$$

Considerant totes les accions variables que poden actuar simultàniament:

$$\sum \gamma_G \cdot G_k + 0,9 \cdot \sum_{i \geq 1} \gamma_Q \cdot Q_{k,i} \quad (\text{Eq.5.4})$$

Considerant la càrrega accidental:

$$\sum \gamma_{GA} \cdot G_k + \sum_{i \geq 1} \gamma_{QA} \cdot Q_{k,i} + \gamma_A \cdot A_k \quad (\text{Eq.5.5})$$

On,

G_k : valor del pes propi de la prestatgeria,

$Q_{k,i}$: valor d'una de les accions variables, essent la principal la càrrega del palet,

A_k : valor de la càrrega accidental,

γ_G : factor multiplicador del pes propi,

γ_Q : factor amplificador de les càrregues variables,

γ_A : factor per les càrregues accidentals.

Els factors descrits anteriorment es troben definits a la norma EN 15512 [2], a la taula 2 de l'apartat 7.4. En aquest cas el valor que prenen cada un són: $\gamma_G = 1,3$, ja que el pes propi té un efecte desfavorable, $\gamma_Q = 1,4$, tant per la càrrega dels palets com per les de col·locació, i $\gamma_A = 1$, igual que γ_{GA} i γ_{QA} , en el cas d'incorporar l'acció accidental.

- **Combinació de càrregues per l'ELS**

El valor del càlcul de les accions per l'Estat Límit de Servei es determina utilitzant les següent combinacions, prenent el valor més alt.

Considerant només l'acció variable més desfavorable:

$$\sum \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_{k,1} \quad (\text{Eq.5.6})$$

Considerant totes les accions variables que poden actuar simultàniament:

$$\sum \gamma_G \cdot G_k + 0,9 \cdot \sum_{i \geq 1} \gamma_Q \cdot Q_{k,i} \quad (\text{Eq.5.7})$$

La notació del paràmetres està definida a la pàgina anterior.

En aquest cas, a diferència de l'ELU, segons la taula 2 de l'apartat 7.4 de la normativa EN 15512 [2], tots els factors multiplicadors de les diferents càrregues prenen per valor 1.

Cal remarcar que ni les càrregues de col·locació horitzontals (les verticals, com ja s'ha comentat anteriorment, estan cobertes per el coeficient de majoració) ni les forces accidentals es tenen en compte per a la comprovació de l'ELS.

En aquest projecte, per a la comparativa entre els diferents mètodes, s'utilitza l'equació 5.3 i 5.6, segons correspongui, considerant el pes propi i, únicament, la sobrecàrrega d'ús com a acció variable dominant. Això és degut a que, llevat que prevalguin certes condicions inusuals, l'acció amb l'efecte més gran sobre l'estructura és la suma del pes de la prestatgeria, dels productes emmagatzemats i les imperfeccions globals.

5.5.5. Unions

S'entén per unió l'enllaç entre dos perfils que coincideixen en un punt de l'espai. En el model per elements finits, la unió és la relació entre els graus de llibertat dels nodes de les barres que coincideixen en un mateix punt.

Cal destacar la rellevància d'aquests elements en el càlcul ja que acostumen a ser punts crítics de l'estructura, sobretot en la tipologia de prestatgeria que s'estudia en aquest projecte, ja que l'estabilitat en el pla longitudinal (perpendicular als carrers) és garanteix principalment per la unió puntal-travesser i puntal-peu-terra, al no disposar d'un sistema d'arriostament posterior com si que tenen les prestatgeries DIR.

En aquest estudi apareixen tres tipologies d'unions que s'expliquen breument a continuació: les unions rígides, les semirígides i les articulades.

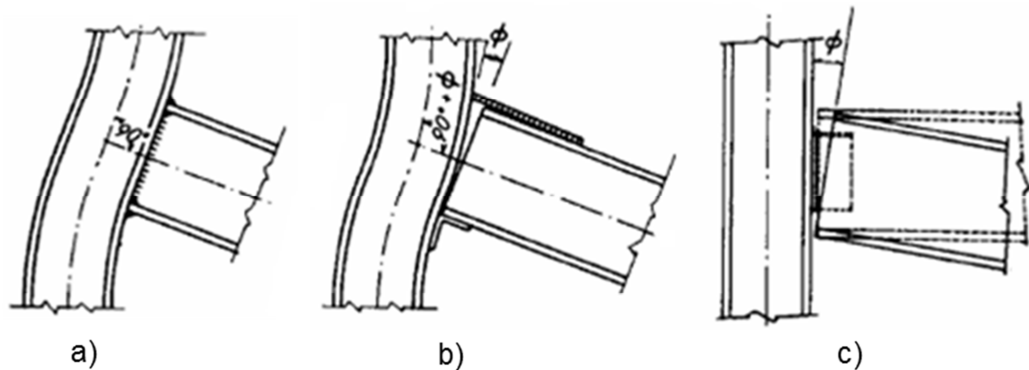


Fig. 5.10. Tipus d'unions: a) Rígida. b) Semirígida. c) Articulada.

Les unions rígides (Fig. 5.10a), també anomenades unions encastades o encastaments, es caracteritzen per tenir un moviment relatiu entre els dos nodes igual a zero, és a dir, els dos nodes pateixen el mateix moviment, tant les translacions com les rotacions en qualsevol dels seus tres eixos. A l'hora de modelitzar, al tenir un comportament idèntic, la millor opció és fusionar els dos nodes per tal de disminuir el nombre de restriccions i, conseqüentment, el temps de càlcul.

Les unions semirígides (Fig. 5.10b) també tenen el moviment relatiu de translació entre els dos nodes igual a zero, però en aquest cas es produeix un gir relatiu amb existència de transmissió de moments entre els dos elements. Aquest gir és simulat mitjançant l'element COMBIN39, explicat anteriorment, que actua com una molla rotacional que restringeix la rotació segons la rigidesa de la unió.

Per últim, les unions articulades o articulacions (Fig. 5.10c), a diferència de les anteriors, tenen les rotacions independent entre els dos nodes, permeten el gir lliure sense restriccions. Les translacions continuen estant impedides. Per modelitzar aquest tipus, no cal introduir cap element, únicament restringir o no els respectius graus de llibertat.

A continuació es tracten les diferents unions que apareixen en el model, tenint com a guia l'article *Finite element modelling of steel drive-in rack structures* [7]. Abans de tot, cal definir el eixos globals del model per tal d'identificar clarament com es col·loquen les diferents restriccions: l'eix X és paral·lel als carrers interns de la prestatgeria, seguint la directriu dels carrils, l'eix Y segueix la directriu del puntal i és perpendicular respecte el pla de terra i l'eix Z és perpendicular al pla del bastidor.

- **Unió entre el puntal i l'arriostament lateral o diagonals**

La unió entre el puntal i les diagonals (Fig. 5.11a) és una articulació en l'eix perpendicular al pla que formen aquest components, en aquest cas l'eix Z, ja que s'uneixen amb un passador o cargol aprofitant els forats de que disposen. Així doncs, es restringeixen tots els moviments excepte la rotació al voltant de Z que es deixa lliure.

- **Unió entre el puntal i l'arriostament superior o diagonals superiors**

La unió entre el puntal i les diagonals superiors es comporta exactament igual que la unió anterior però en aquest cas es la rotació en Y és la que es deixa lliure i la rotació Z es restringeix. Constructivament cal afegir-hi un element entremig que no modifica les condicions d'articulació.

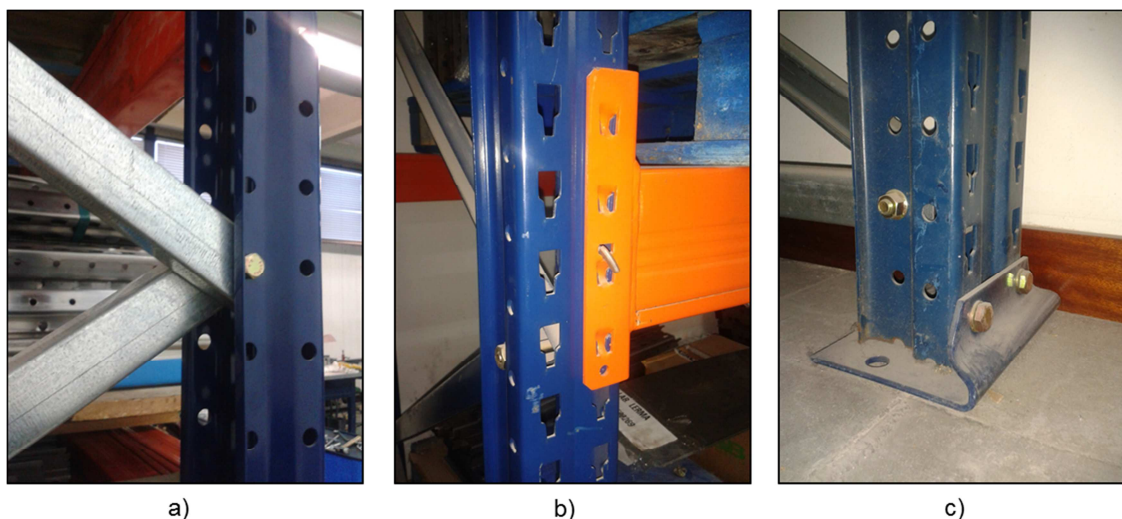


Fig. 5.11 a) Unió puntal-diagonal. b) Unió puntal-travesser. c) Unió puntal-peu-terra.

- **Unió entre el puntal i el travesser**

La unió entre el puntal i el travesser o llarguer (Fig. 5.11b) es considera una unió semirígida al voltant de l'eix X. En aquest cas cal incorporar l'element COMBIN39. Les translacions és restringeixen completament en les tres direccions. La rotació al voltant de l'eix Y es deixa lliure per tenir en compte la flexibilitat de la connexió, mentre que la rotació en Z es limita completament per reflectir la major rigidesa al voltant d'aquest eix i per evitar la torsió del travesser sobre la seva pròpia directriu.

Les dades que cal introduir a l'element molla s'obtenen a partir de l'assaig a flexió de la unió puntal-travesser (Fig. 5.12) segons l'apartat A2.4 de la norma EN15512:2009 [2]. D'aquest assaig s'obté el moment i l'angle girat de la unió (Fig. 5.13) i posteriorment es pot obtenir la seva rigidesa. La rigidesa es calcula traçant una línia recta fins al moment resistent de disseny al llarg de la part lineal de la gràfica aconseguint a banda i banda de la recta el mateix valor d'àrea encerclada (Taula 5.4).

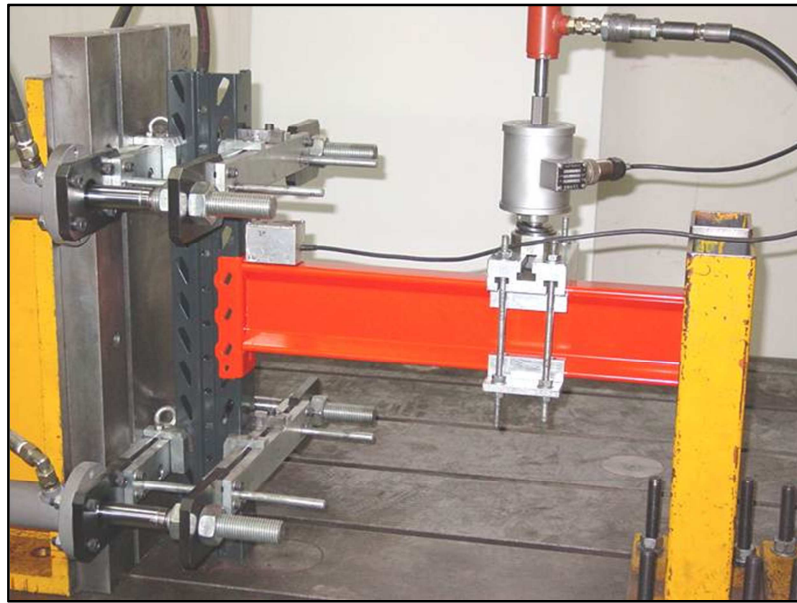


Fig. 5.12. Disposició de l'assaig de flexió de la unió puntal-travesser.

Moment (Nmm)	Rigidesa (Nmm/rad)	Angle girat (rad)
1279830	84012000	0,0152339

Taula 5.4. Moment, rigidesa i angle girat de la unió puntal-travesser.

Aquestes dades son particulars de cada unió i, per tant, les empreses de disseny i muntatge d'aquest tipus de prestatgeries han d'obtenir-les experimentalment.

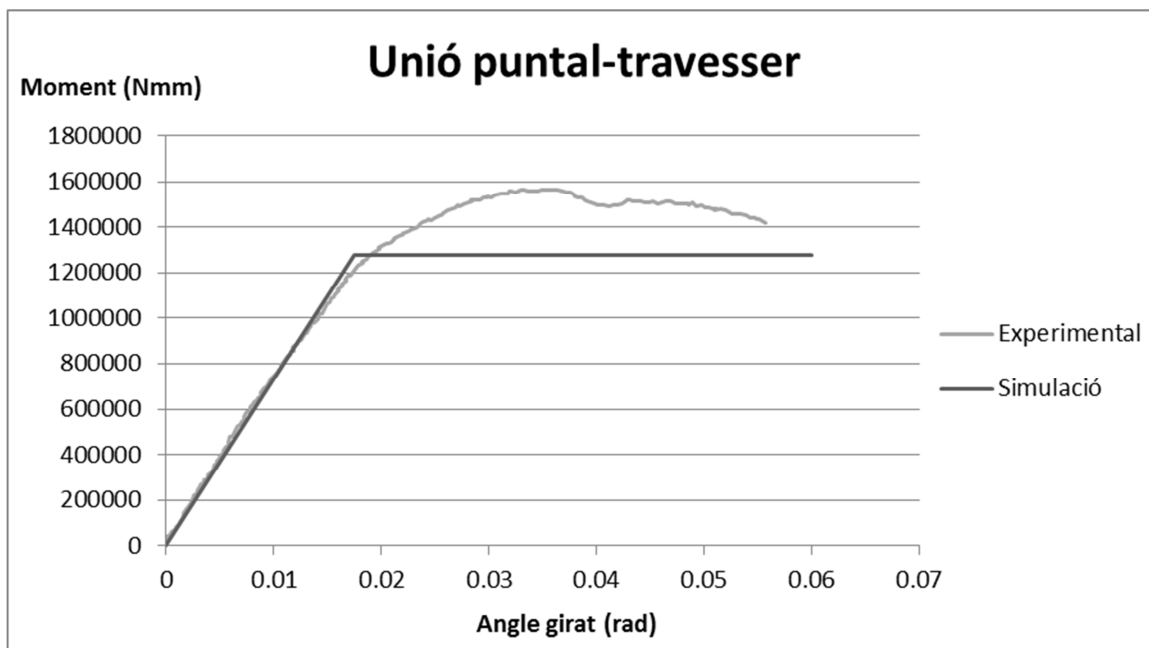


Fig. 5.13. Gràfica de la unió puntal-travesser.

- **Unió entre el puntal i la cartel·la**

La unió entre el puntal i la cartel·la (Fig. 5.14) també es considera una unió semi-rígida. De la mateixa manera que en el cas de la unió entre el puntal i el travesser, es restringeixen les tres translacions. Les rotacions en Y i Z també es limiten. La rotació en X es modela amb una molla bilineal.

En aquest cas, les dades que cal introduir per tal de que la molla simuli correctament la unió semi-rígida també provenen d'assaigs experimentals. L'objectiu d'aquests és obtenir el moment i l'angle girat, com en el cas de l'assaig de la unió puntal-travesser, per acabar trobant la rigidesa (Taula 5.5).

Moment (Nmm)	Rigidesa (Nmm/rad)	Angle girat (rad)
1638000	63060000	0,0259753

Taula 5.5. Moment, rigidesa i angle girat de la unió puntal-cartel·la.



Fig. 5.14. Unió puntal-cartel·la.

A continuació es mostra una fotografia del muntatge de l'assaig (Fig. 5.15) i una gràfica on apareixen les dades experimentals d'un d'ells i, sobreposada, la molla bilineal que s'introdueix en el model per elements finits de la prestatgeria (Fig. 5.16).

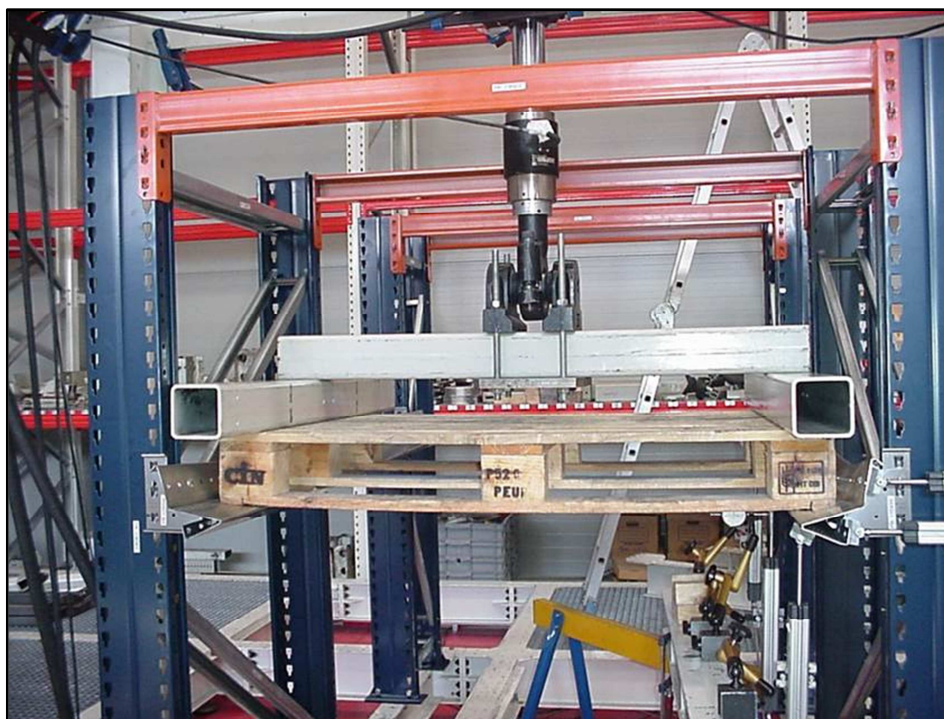


Fig. 5.15. Disposició de l'assaig puntal-cartel·la.

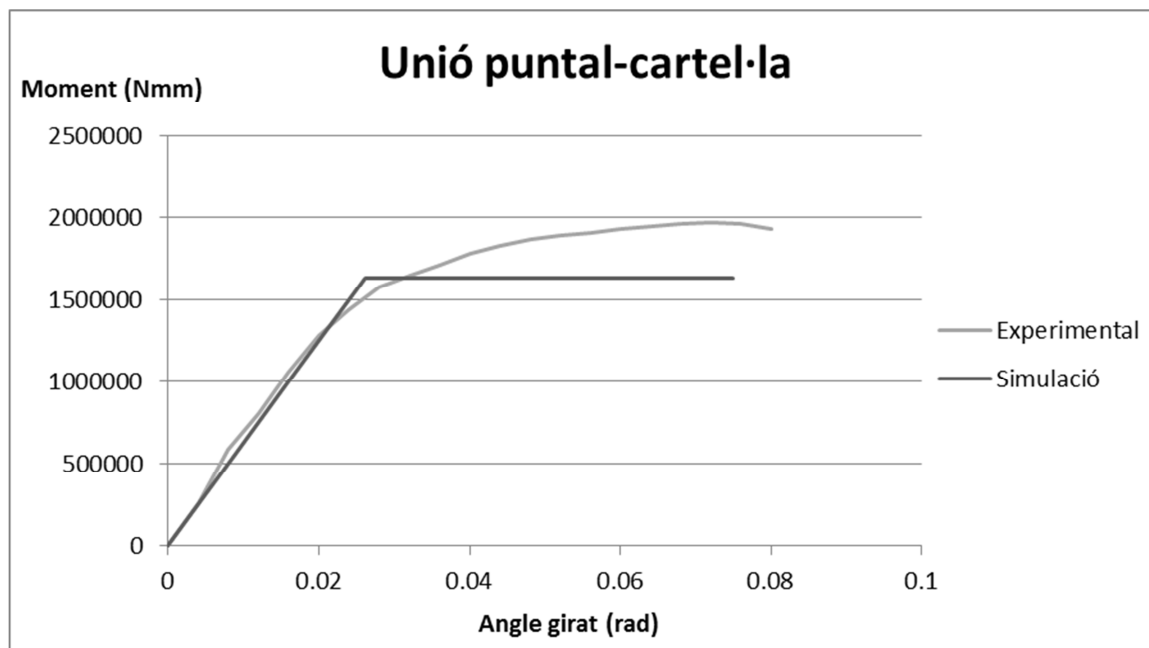


Fig. 5.16. Gràfica de la unió puntal-cartel·la.

- **Unió entre el puntal, el peu i el terra**

La unió entre el puntal, el peu i el terra (Fig. 5.11c) es tracta, també, com una unió semi-rígida al voltant de l'eix X. Els desplaçaments es restringeixen en les tres direccions. La rotació sobre l'eix Y també es restringeix per evitar el gir sobre la directriu del puntal, mentre que la rotació en Z es deixa lliure. La base restringeix la torsió però no impedeix el guerxament de la secció.

Altra vegada, les dades per definir l'element molla s'han d'obtenir a partir d'assaigs experimentals, en aquest cas a partir de l'assaig de peus de puntal (Fig. 5.17) segons l'apartat A2.7 de la norma EN15512:2009 [2]. A diferència de la unió puntal-travesser, aquesta presenta l'inconvenient que la seva rigidesa depèn de la càrrega axial a la que està sotmesa el puntal. Per tant cal conèixer el comportament de la unió dins d'un rang de càrregues axials per poder modelitzar cada una de la forma més real possible.

La normativa específica per aquest tipus de prestatgeries permet utilitzar el valor de rigidesa mig quan la variació del valor de la força axial d'un conjunt de puntals no superar el $\pm 10\%$. En cas contrari, a cada puntal li correspon la rigidesa segons la càrrega axial que suporta.

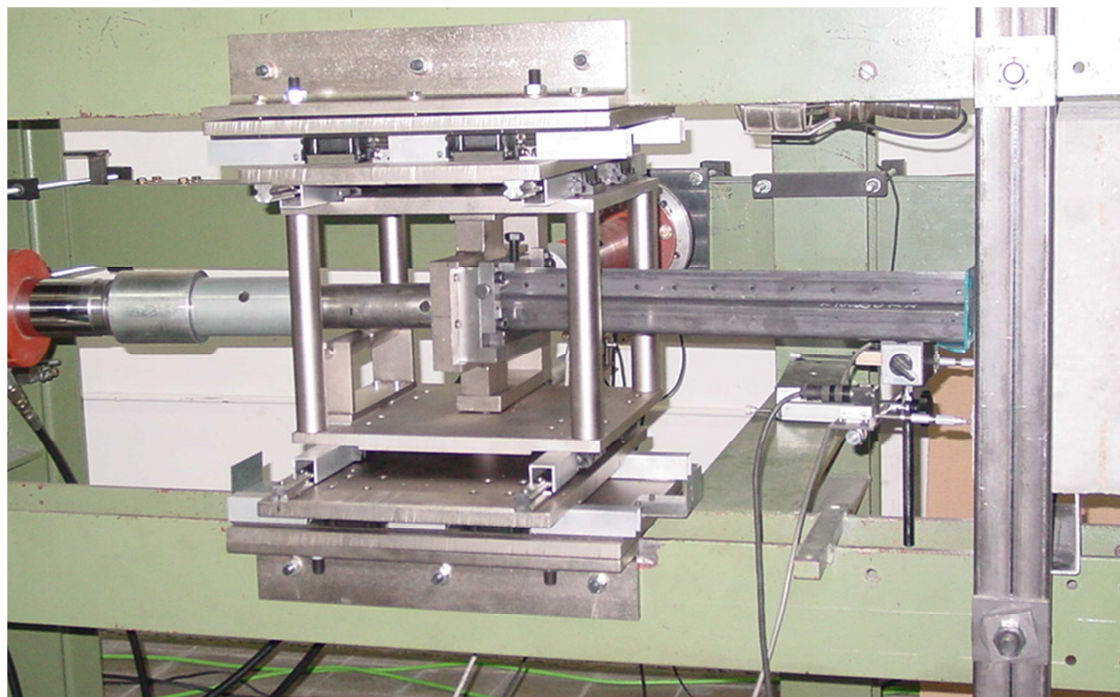


Fig. 5.17. Disposició de l'assaig de peus de puntal.

Així doncs, el primer que cal saber és la força axial que suporta cada puntal per poder caracteritzar la unió i introduir les dades al model per elements finits. A continuació es mostren aquests valors agrupats en sis conjunts (Taula 5.6). S'entén per fila al conjunt de puntals alineats perpendiculars als carrers interns de la prestatgeria.

Força axial (N)	Força axial majorada (N)	Nº puntals	Descripció de la posició del puntal
10455	14614	4	Cantonades (1).
12987	18135	4	Extrems de la segona i cinquena fila de puntals (2).
15427	21551	4	Extrems de la tercera i quarta fila de puntals (3).
20677	28901	18	Primera i sisena fila menys les cantonades (4).
25951	36235	18	Segona i cinquena fila menys els extrems (5).
30679	42857	18	Tercera i quarta fila menys els extrems (6).

Taula 5.6. Força axial i situació de cada puntal.

Tot seguit s'exposa les dades disponibles dins del rang de força axial que està comprès entre el 20 kN i el 165 kN (Fig. 5.18 i Fig. 5.19).

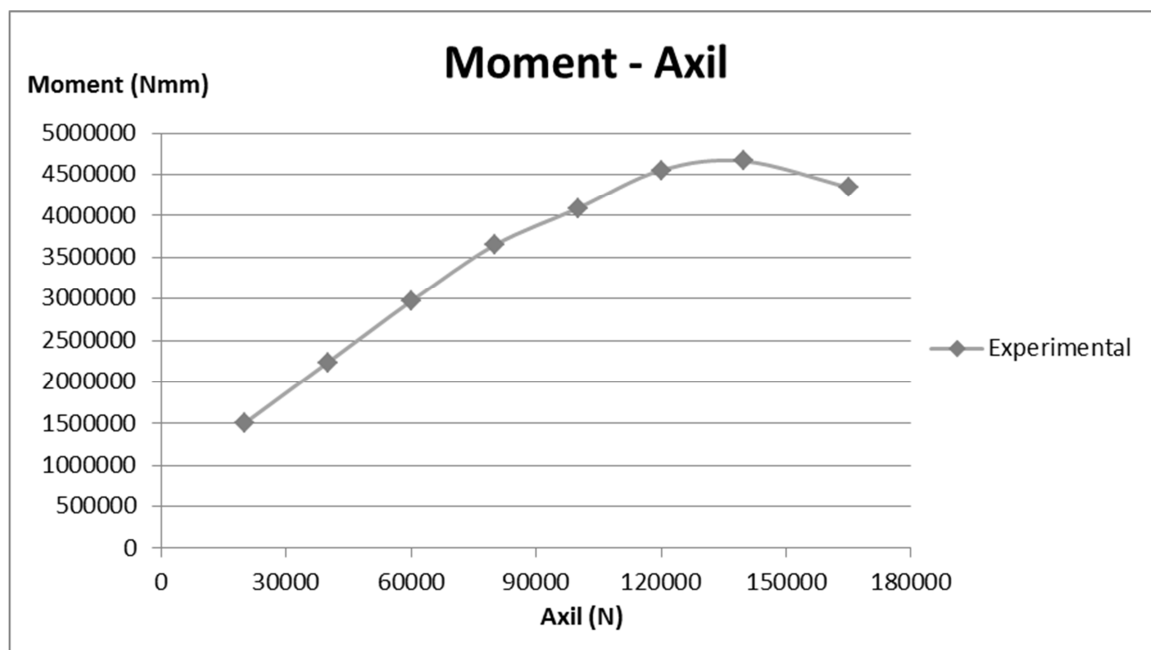


Fig. 5.18. Gràfic Moment-Axil de la unió puntal-peu-terra.

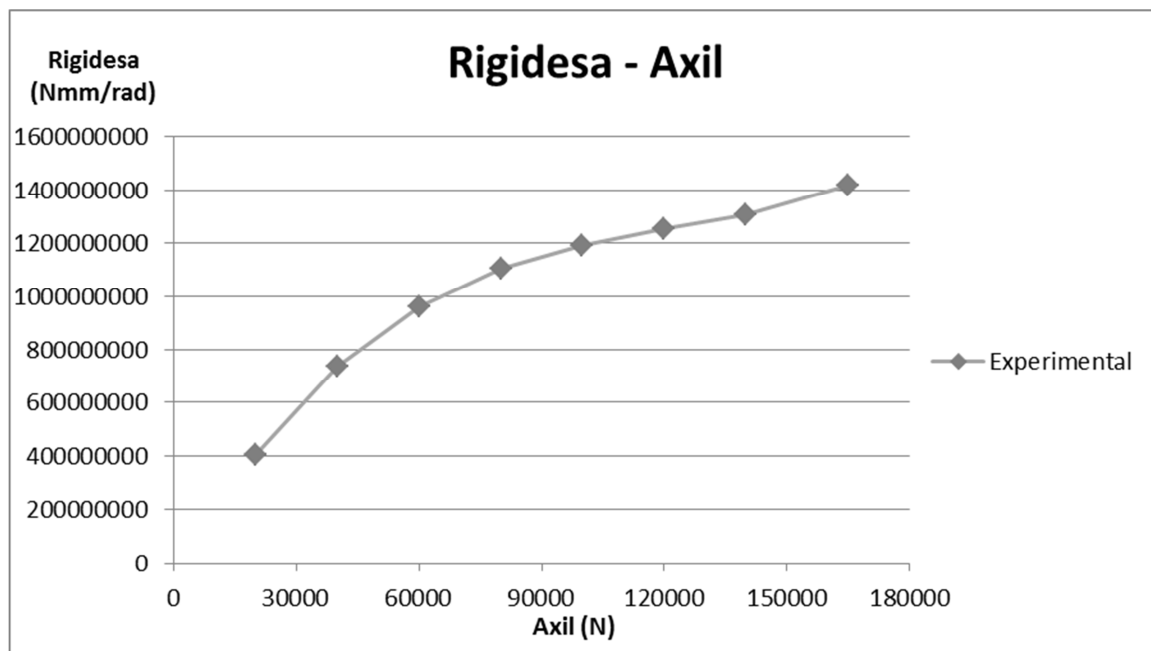


Fig. 5.19. Gràfic Rigidesa-Axil de la unió puntal-peu-terra.

De les gràfiques anteriors, s'extreu la equació de la corba de cada una d'elles, per tal d'obtenir el moment i la rigidesa de la força axial de cada puntal del model de la prestatgeria compacta. L'angle girat s'obté a partir de la següent equació (Eq.5.1):

$$M = k \cdot \theta \quad (\text{Eq.5.8})$$

En funció de l'estat límit que es desitgi comprovar cal utilitzar un determinat valor de rigidesa de la molla (Taula 5.7), segons el codi FEM 10.2.07 [1]. En aquest cas s'escull la opció 2, és a dir, per verificar l'estat límit de servei (ELS) s'utilitza la rigidesa del patró de càrregues nominal i per l'estat límit últim (ELU) i l'anàlisi global s'utilitza la mitjana dels dos estats.

Opció	Anàlisi global	Comprovació ELU	Comprovació ELS
1	Funció de càrrega axial	Mitjana de ELS i de ELU	Funció de càrrega axial
2	Mitjana de ELS i de ELU	Mitjana de ELS i de ELU	ELS

Taula 5.7. Rigidesa en funció de l'estat límit a comprovar.

Com es pot comprovar, alguns valors de força necessaris per aquest projecte i el rang de dades disponibles no coincideixen. No obstant això, la extrapolació es considera vàlida donada la proximitat amb el límit inferior del rang experimental. Tot i així, en els pròxims assajos que es realitzin es tindrà en compte aquest fet per tal de validar la correcta utilització de les dades. Tot seguit es presenten aquest valors (Taula 5.8, Taula 5.9 i Taula 5.10).

Força axial (N)	Moment (Nmm)	Rigidesa (Nmm/rad)	Angle girat (rad)
10455	1181655	198077556	0,00596562
12987	1261279	250663422	0,00503176
15427	1347736	304448505	0,00442681
20677	1539909	413170325	0,00372706
25951	1722511	504638506	0,00341336
30679	1907859	587578412	0,00324699

Taula 5.8. Moment, rigidesa i angle girat per cada força axial del model (ELS).

Força axial (N)	Moment (Nmm)	Rigidesa (Nmm/rad)	Angle girat (rad)
14637	1324556	290348328	0,00456195
18182	1440677	358778343	0,00401551
21598	1567364	427607356	0,00366543
28948	1850492	562879699	0,00328754
36331	2120525	672313287	0,00315407
42951	2394683	767725462	0,00311919

Taula 5.9. Moment, rigidesa i angle girat per cada força axial del model (ELU).

Força axial (N)	Moment (Nmm)	Rigidesa (Nmm/rad)	Angle girat (rad)
12546	1252423	244965074	0,00511266
15585	1350007	305818006	0,00441441
18513	1456242	367547318	0,00396205
24813	1693122	490613009	0,00345103
31141	1918766	592181061	0,00324017
36815	2147983	682529050	0,00314709

Taula 5.10. Moment, rigidesa i angle girat per cada força axial del model (mitjana).

Un cop obtinguts els valors anteriors cal procedir de la mateixa forma que en la introducció de les molles entre el puntal i el travesser. En aquest cas, però, es crea un node a la posició de cada puntal per tal de simular el terra com a referència, per tal de poder crear l'element molla. Aquest node és fixa i té les tres translacions restringides.

Hi ha un article molt interessant, de títol *Analysis and behavior of steel storage drive-in racks* [8], on es pot comprovar la importància d'una bona caracterització de les unions ja que compara l'assaig experimental d'una prestatgeria compacta amb un seguit de simulacions

numèriques amb diferents combinacions de les unions entre el puntal i el travesser i entre el puntal, el peu i el terra, considerant-les rígides, semi-rígides o articulades.

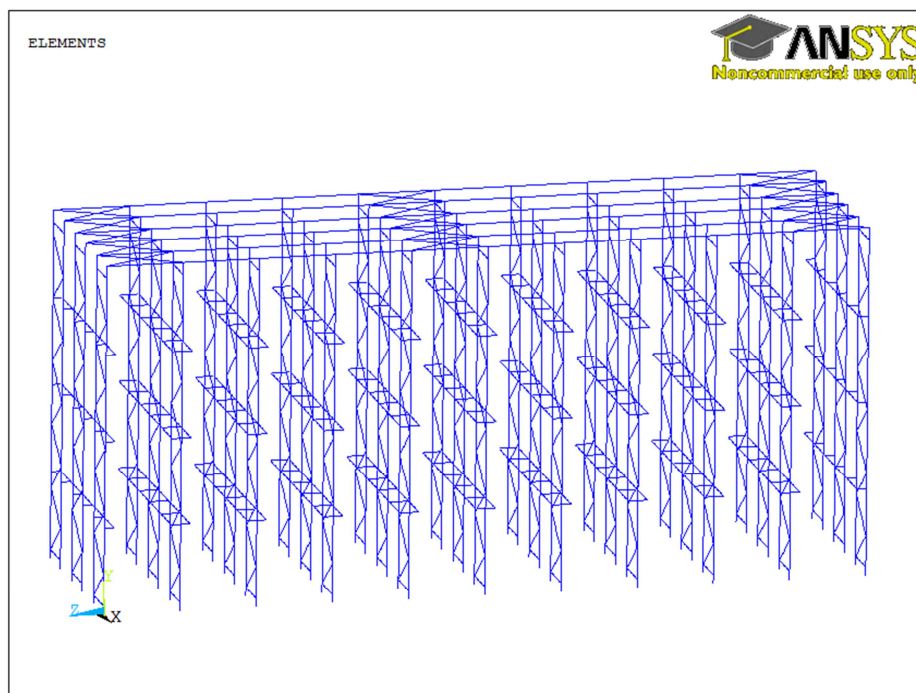


Fig. 5.20. Vista general del model per elements finits.

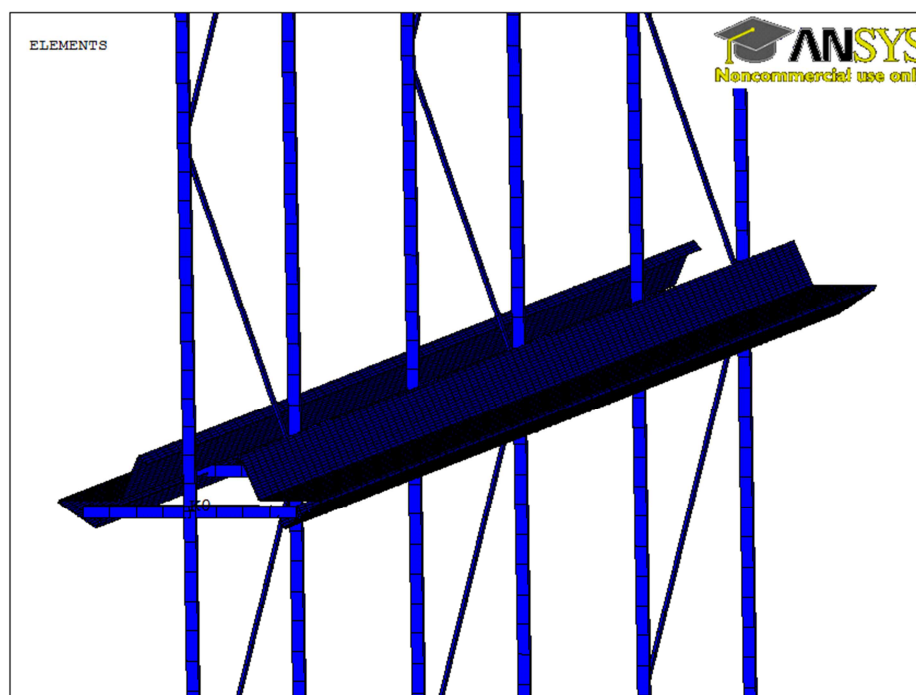


Fig. 5.21. Detall del carril on es recolzen els palets.

5.6. Imperfecció global

A les simulacions de models numèrics cal introduir un valor d'imperfecció, ja sigui local o global, o les dues, en funció del procediment d'anàlisi que es consideri, per tal de tenir en compte les no linealitats geomètriques i induir al col·lapse del model. En aquest projecte, únicament es tenen en compte les imperfeccions globals, és a dir, les que tenen en compte les excentricitats de l'estructura a l'hora del muntatge, per exemple, el desplom.

El codi FEM 10.2.07 [1] indica el valor numèric que s'ha de tenir, tant si disposa d'un sistema d'arriostament posterior o no. El cas a tractar dins d'aquest projecte, no disposa d'aquest tipus de sistema vertical d'estabilitat. Així doncs, el valor de la imperfecció és la suma del valor de desplom de l'estructura més el valor de folgança de l'assaig de la unió puntal-travesser segons l'apartat A2.5 de la norma EN15512:2009 [2].

$$\Phi = \Phi_s + \Phi_l \geq \frac{1}{500} \quad (\text{Eq.5.9})$$

Φ_s és el desplom de la instal·lació,

Φ_l és la folgança de la unió puntal-travesser.

El valor del desplom de l'estructura, que es troba a l'annex C del codi FEM 10.2.07 [1] i el valor de la folgança de la unió són els següents:

$$\Phi = \Phi_s + \Phi_l = \frac{1}{500} + 0,003267 = 0,005267 \text{ rad}$$

Per introduir la imperfecció al model es realitza un càlcul lineal imposant un desplaçament unitari a l'extrem superior dels puntals d'un dels dos laterals per tal d'obtenir la deformada i poder-la multiplicar per un factor. Aquest factor (f) és igual al desplaçament horitzontal que provoca l'angle d'imperfecció calculat (Fig. 5.22a). Una altre opció és introduir aquesta imperfecció com un sistema equivalent de forces horitzontal (Fig. 5.22b). Així doncs,

$$\tan \Phi = \frac{f}{H} \rightarrow f = H \cdot \tan \Phi = 6650 \cdot \tan 0,005267 = 35,026 \text{ mm}$$

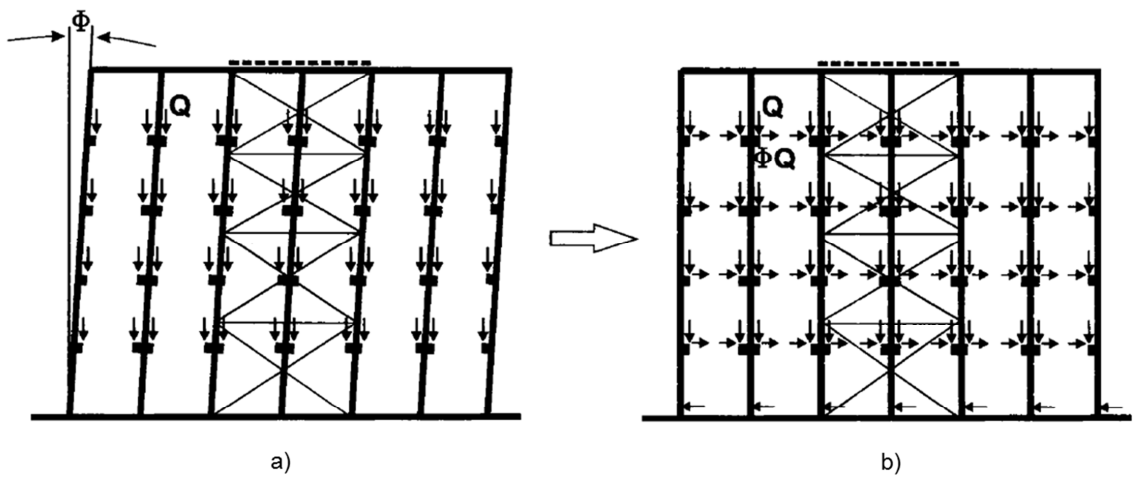


Fig. 5.22. a) Imperfecció global de desplom. b) Sistema equivalent de forces [1].

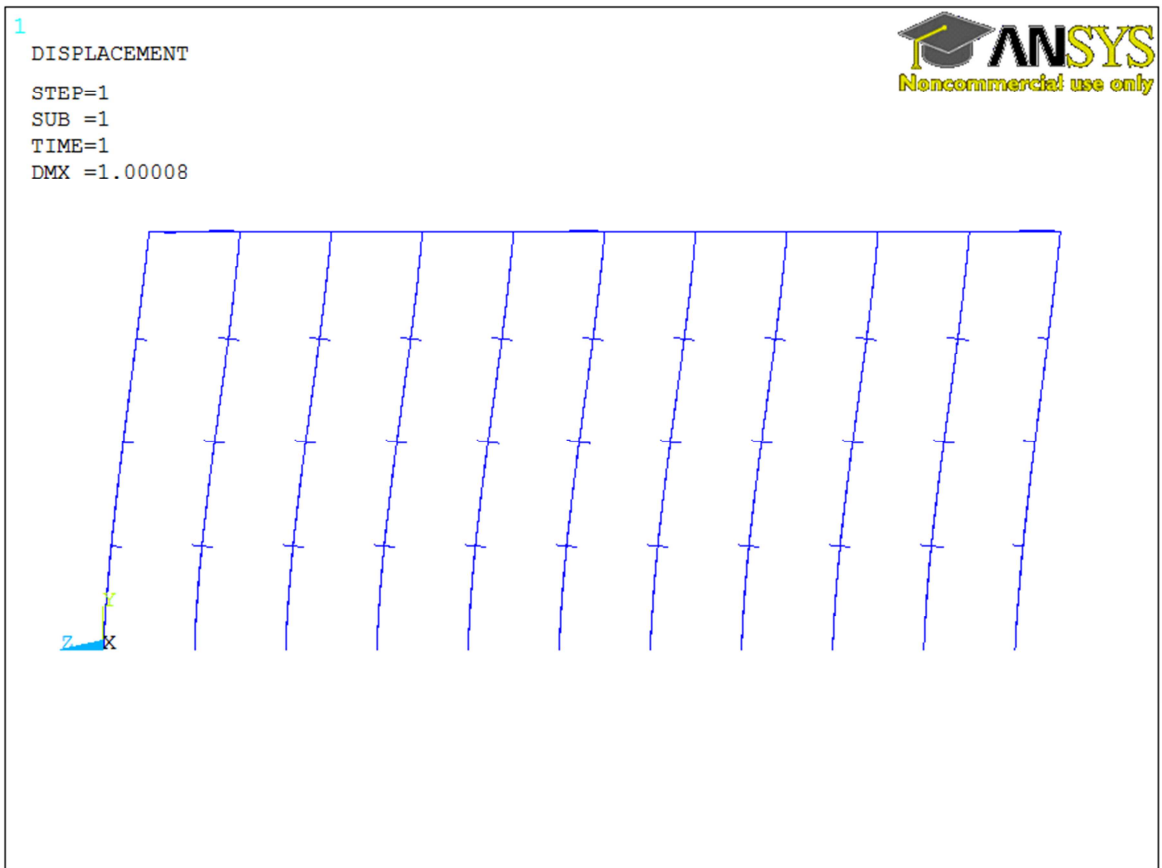


Fig. 5.23. Deformada degut al desplaçament unitari.

6. Anàlisi del model

En aquest apartat del projecte es procedeix a analitzar el model que s'ha creat mitjançant el programa ANSYS 13.0 segons els mètodes d'anàlisi escollits a l'apartat 4.3.

Per cada un d'aquests procediments es comprova l'estat límit, és a dir, les situacions per les que, al ser superades, poden considerar-se que l'estructura no compleix algun dels requisits estructurals per la qual ha estat concebuda. Cal tenir en compte dos tipus d'estat límit: l'Estat Límit Últim (ELU) i l'Estat Límit de Servei (ELS).

L'Estat Límit Últim, al ser superat, correspon a un col·lapse total o parcial de l'estructura, constituint un risc per les persones. S'ha de considerar estats com la pèrdua de l'equilibri de l'estructura, el vinclament, la deformació excessiva, la transformació parcial o total en un mecanisme o la ruptura dels elements estructurals i les seves unions.

L'Estat Límit de Servei és el que, un cop superat, afecta al correcte funcionament i/o l'aparença de l'estructura, així com el confort i benestar dels usuaris. En aquest cas cal considerar les deformacions que comprometen la seva funcionalitat i durabilitat.

6.1. Mètode 2

En aquest apartat es procedeix a realitzar l'anàlisi del model, descrit a l'apartat 5, mitjançant el mètode 2, en el qual cal aplicar directament una anàlisi de segon ordre, sense utilitzar cap factor amplificador. S'analitza el model per els dos estats límits definits prèviament.

6.1.1. Mètode de resolució de la solució no lineal

Per a l'aplicació del mètode 2 es necessària la utilització d'un procediment de segon ordre per tal de trobar la solució no lineal de la prestatgeria, tenint en compte els desplaçaments dels diversos elements que la componen.

El programa utilitzat ANSYS 13.0 ofereix diversos mètodes de resolució. Un d'ells és el que s'anomena Newton-Raphson (Fig. 6.1a), que consisteix en aplicar alternativament el mètode incremental i el mètode iteratiu de Newton. Aquest mètode permet obtenir resultats per cada un dels estats de càrrega i, a la vegada, aconseguir uns bons resultats finals.

Abans de cada solució, aquest mètode avalua el vector de forces que està fora de l'equilibri, corresponent a la diferència entre les forces externes i les internes. El programa realitza un càlcul lineal, utilitzant les càrregues que provoquen el desequilibri, i valida la seva

convergència. En cas de que no es compleixi, es torna a calcular el vector de forces, s'actualitza la matriu de rigidesa i s'obté una nova solució. Aquest procediment iteratiu continua fins que convergeixi el problema.

En alguns casos, utilitzant aquest mètode, pot haver-hi dificultats de convergència ja que la matriu de rigidesa tangent pot ser singular, no única. Això pot ocórrer en simulacions on l'estructura col·lapsi completament o on aparegui el fenomen de l'"snap-through", que és un canvi de configuració brusc de l'estructura cap a una nova situació estable. Davant d'aquests casos, es pot activar un esquema d'iteració alternativa, anomenat mètode de longitud d'arc o arc-length (Fig. 6.1b).

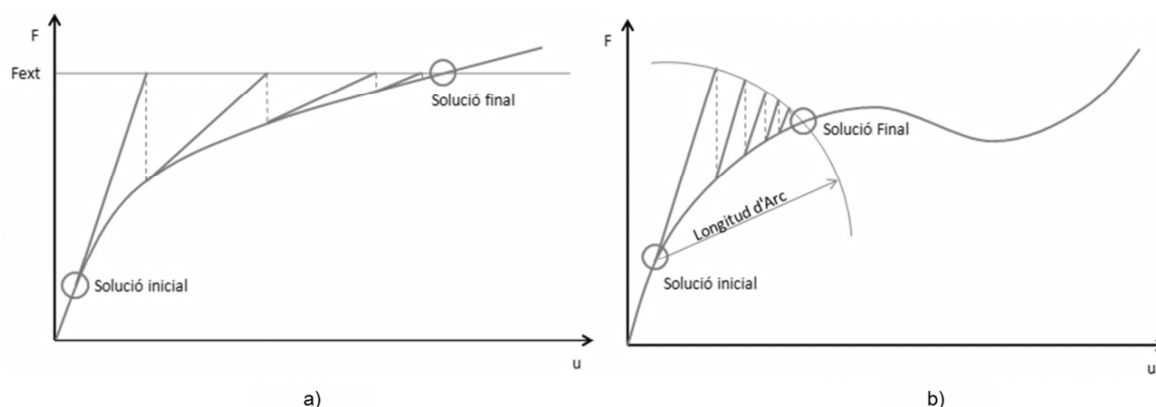


Fig. 6.1. a) Mètode de Newton-Raphson. b) Mètode de longitud d'arc.

El mètode de longitud d'arc és més costós a nivell computacional, però permet resoldre problemes amb grans desplaçaments i pèrdues de rigidesa inesperades. La operativa d'aquest mètode consisteix en traçar un arc de circumferència i iterar mitjançant el mètode de Newton-Raphson per obtenir la solució, implicant la divergència, fins i tot quan el pendent de la corba força-desplaçament és zero o negatiu.

Així doncs, en aquest projecte s'ha utilitzat el mètode de longitud d'arc. Cal destacar, també, que aquest mètode implica una disminució del temps de càlcul ja que el nombre d'iteracions disminueix al aproximar-se, a la vegada, el valor de forces externes i el de les internes, aconseguint que el criteri del residu, que determina la convergència del problema, es compleixi abans.

En resum, una anàlisi no lineal s'organitza en tres nivells d'operació: el primer consisteix en definir les fases de càrrega, dins de les quals la càrrega varia linealment; el segon permet definir subetapes dins de cada fase (el programa pot realitzar aquesta funció automàticament) per aplicar la càrrega gradualment; i l'últim nivell on es realitzen les iteracions necessàries per convergir i obtenir una solució.

6.1.2. Estat Límit Últim (ELU)

6.1.2.1. Verificació dels puntals

L'element més important i crític de les prestatgeria és el puntal, per tant, el primer que cal conèixer és la seva capacitat resistent. Tal com indica el procediment del mètode 2, és necessari aplicar les correccions segons l'apartat 9.7.5 de la norma EN 15512 [2], per tal de tenir en compte els efectes de torsió i flexo-torsió.

Generalment, per seccions mono-simètriques i asimètriques, el vinclament crític és el de flexo-torsió, mentre que el de torsió normalment només és crític a les seccions obertes doblament simètriques. Per tant, en aquest cas, al tenir una secció oberta amb un únic eix de simetria, la càrrega crítica més baixa és deguda a la flexo-torsió.

A continuació s'aplica la formulació descrita per la norma per obtenir la capacitat resistent del puntal. En aquest cas es tracta el puntal amb més càrrega axial. Es necessari fer la comprovació per la resta de puntals (veure Annex D). La fórmula principal és la següent:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A_{eff} \cdot f_y \quad (\text{Eq.6.1})$$

On els diversos paràmetres que la componen es calculen a partir de les següents expressions:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}} \quad \text{essent } \chi \leq 1 \quad (\text{Eq.6.2})$$

$$\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\lambda - 0,2) + \lambda^2] \quad (\text{Eq.6.3})$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{A_{eff} \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad (\text{Eq.6.4})$$

L'àrea efectiva del puntal (A_{eff}), tal com s'ha comentat anteriorment, s'obté a partir de l'assaig de compressió de puntal segons l'apartat A2.1 i A2.2 de la norma EN15512:2009 [2].

El paràmetre f_y és el límit elàstic del material i α és un coeficient que depèn de la forma de la secció i del pla de vinclament, que en aquest cas, pren per valor 0,34.

$$N_{cr} = \min(N_{cr,y}, N_{cr,z}, N_{cr,T}, N_{cr,FT}) \quad (\text{Eq.6.5})$$

La normativa també proposa la fórmula per calcular la càrrega crítica de vinclament a torsió ($N_{cr,T}$) i la de flexo-torsió ($N_{cr,FT}$), mentre que la de flexió en cada un dels eixos s'obté

mitjançant el programa ANSYS 13.0, ja que, al tenir un puntal amb càrrega axial variable, no es pot aplicar la fórmula de la càrrega crítica d'Euler.

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \cdot \left(G \cdot I_T + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_w}{L_{eT}^2} \right) \quad (\text{Eq.6.6})$$

$$N_{cr,FT} = \frac{N_{cr,y}}{2 \cdot \beta} \cdot \left[1 + \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} - \sqrt{\left(1 - \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} \right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{y_0}{i_0} \right)^2} \cdot \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} \right] \quad (\text{Eq.6.7})$$

On,

E: mòdul d'elasticitat,

G: mòdul de rigidesa o cisallament,

I_T : Inèrcia de torsió de St Venant,

I_w : Inèrcia de guerxament,

y_0 : distància entre el centre de gravetat i el centre d'esforços tallants segons l'eix y,

L_{eT} : distància entre dos punts consecutius d'unió de les diagonals amb el puntal,

$$\beta = 1 - \left(\frac{y_0}{i_0} \right)^2 \quad (\text{Eq.6.8})$$

$$i_0^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_0^2 \quad (\text{Eq.6.9})$$

i_y, i_z : radi de gir en l'eix y i l'eix z, respectivament,

k: factor multiplicador de la distància L_{eT} .

Aquest factor depèn de la disposició de les diagonals i el seu valor està comprès entre 0,5 i 1. Si les connexions restringeixen totalment la torsió $k=1$, i si restringeixen totalment la torsió i el guerxament $k=0,5$. Cal remarca que a la pràctica és difícil restringir la torsió i el guerxament completament i per tant no s'utilitza el facto de $k=0,5$.

A la normativa es mostren unes imatges d'exemple (Fig. 6.2 i Fig. 6.3) que poden servir de guia per determinar el factor que correspon. En el cas que es tracta en aquest projecte es pren un valor de $k=0,7$.

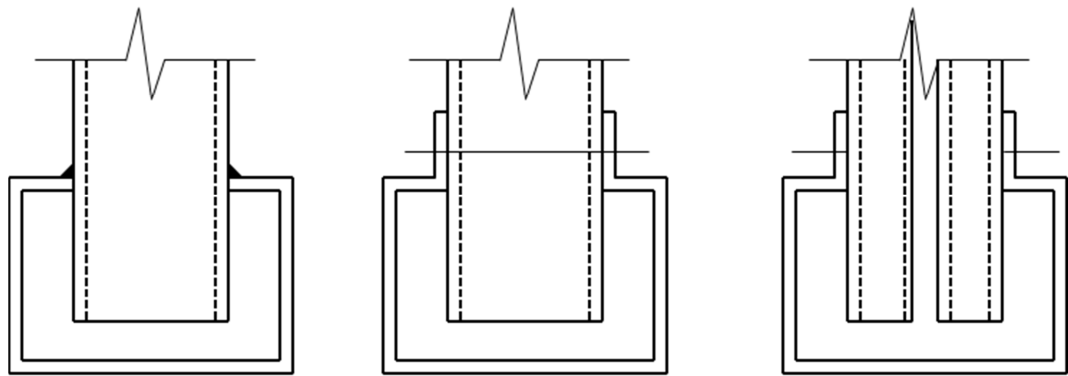


Fig. 6.2. Disposició de les diagonals per $k=0,7$ [2].

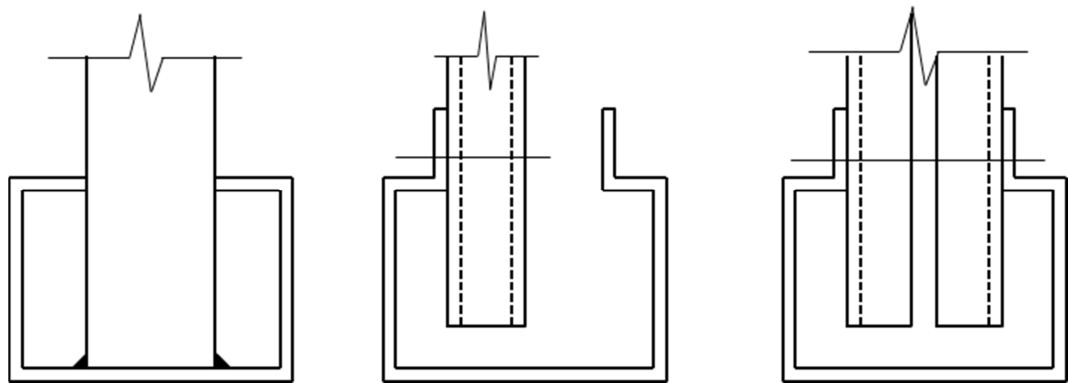


Fig. 6.3. Disposició de les diagonals per $k=1$ [2].

Per tal d'obtenir la càrrega crítica de vinclament a flexió per a cada un dels eixos del puntal es realitza una anàlisi dels modes de vinclament del model d'un únic puntal. Aquest puntal cal afegir-hi les diferents condicions de contorn i d'enllaç que li corresponen:

- Unió semi-rígida a l'extrem inferior amb els valors de la unió puntal-peu-terra
- Unió semi-rígida a l'extrem superior amb els valors de la unió puntal-travesser combinats amb l'efecte rigiditzador del travesser (C_{top}).
- Restricció a causa de l'arriostament lateral en la direcció de l'eix X, a la posició on es produeix la unió entre la diagonal i el puntal.
- Col·locació d'una força arbitrària que determina el patró de càrregues.
- A l'extrem superior, a més a més, cal simular la rigidesa que proporciona l'arriostament superior, mitjançant la col·locació d'una molla lineal translacional, anomenada C_{global} , en la direcció global Z. Més endavant s'explica com s'obté.

De la mateixa manera que per el model de la prestatgeria, l'element utilitzat és el BEAM4 per el puntal i el COMBIN39 per les molles i les propietats de secció i material són les mateixes que les descrites a l'apartat 5 d'aquest projecte.

Per tal de introduir l'efecte de l'arriostament superior en el cas d'analitzar un únic puntal, cal obtenir una rigidesa que el representi. Aquest rigidesa, també anomenada constant de molla equivalent (C_{global}) s'obté a partir d'un càlcul lineal col·locant una distribució de forces en el pla superior de la prestatgeria, de manera que la relació entre els puntals centrals amb els puntals laterals i els de les cantonades sigui de $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{4}$, respectivament (Fig. 6.4).

El valor d'aquest rigidesa resulta de dividir la força aplicada en un puntal central entre el desplaçament que aquest provoca en la mateixa direcció (Eq.6.10). En aquest cas li correspon un valor de 7,4572 N/mm.

$$C_{global} = \frac{H_1}{u} \tag{Eq.6.10}$$

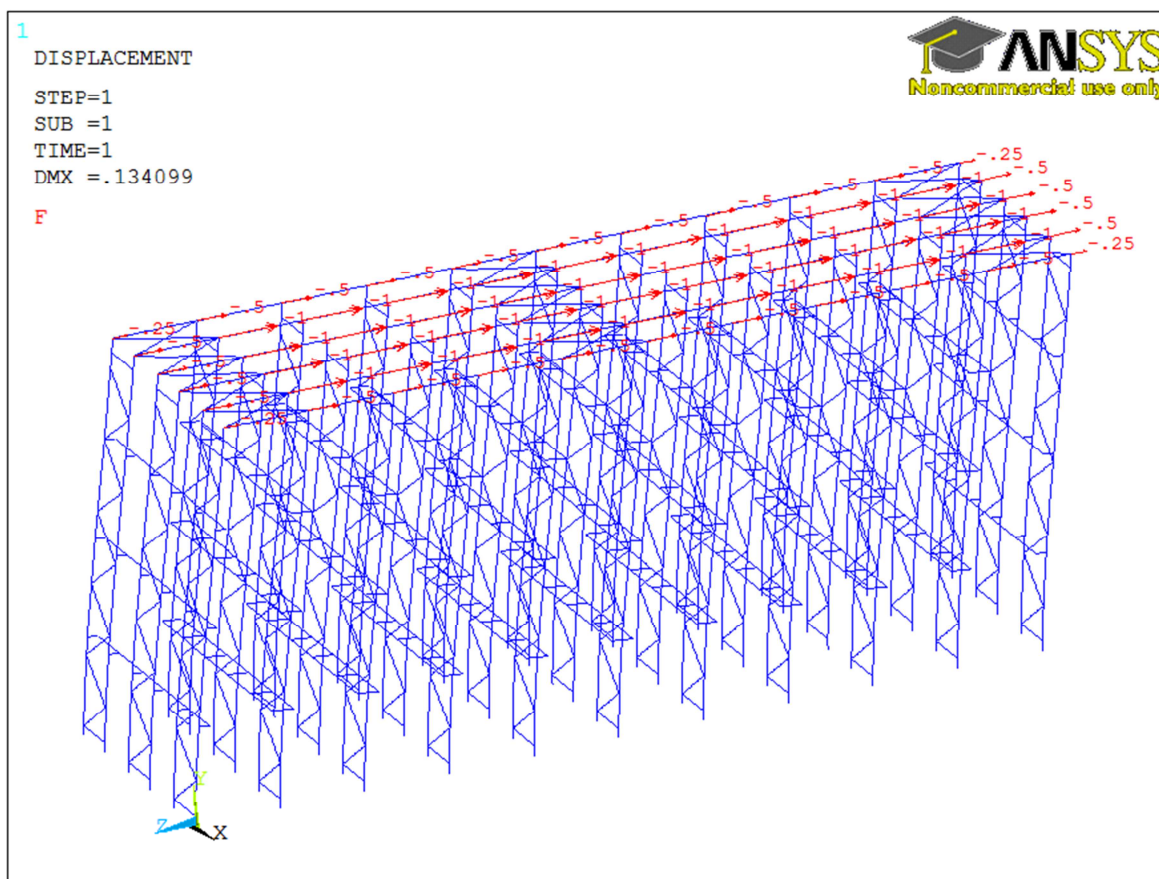


Fig. 6.4. Disposició de forces i deformació de la prestatgeria.

La C_{top} és una rigidesa rotacional que combina la rigidesa de la unió puntal-travesser (C_{φ}) i la rigidesa del propi travesser (C_{tt}) que es calcula a partir de la inèrcia de l'eix fort (I_{tt}) i la distància entre puntals (L_w). El valor de la nova rigidesa (C_{top}) és de 144941668 Nmm/rad, calculat a partir de les següents equacions:

$$C_{top} = \frac{2 \cdot C_{\varphi} \cdot C_{tt}}{C_{\varphi} + C_{tt}} \quad (\text{Eq.6.11})$$

$$C_{tt} = \frac{6 \cdot E \cdot I_{tt}}{L_w} \quad (\text{Eq.6.12})$$

Cal destacar que s'ha menyspreat l'efecte del carril sobre el puntal que, indirectament, col·labora juntament amb l'arriostament lateral a l'estabilitat longitudinal i que incrementaria més el valor de càrrega crítica. A més a més, per simplificar el model, s'ha eliminat les cartelles i les forces s'han col·locat sobre la pròpia directriu del puntal, ja que el moment degut a l'excentricitat s'anul·la a l'eix del puntal.

A continuació, es mostra el puntal modelitzat (Fig. 6.5).

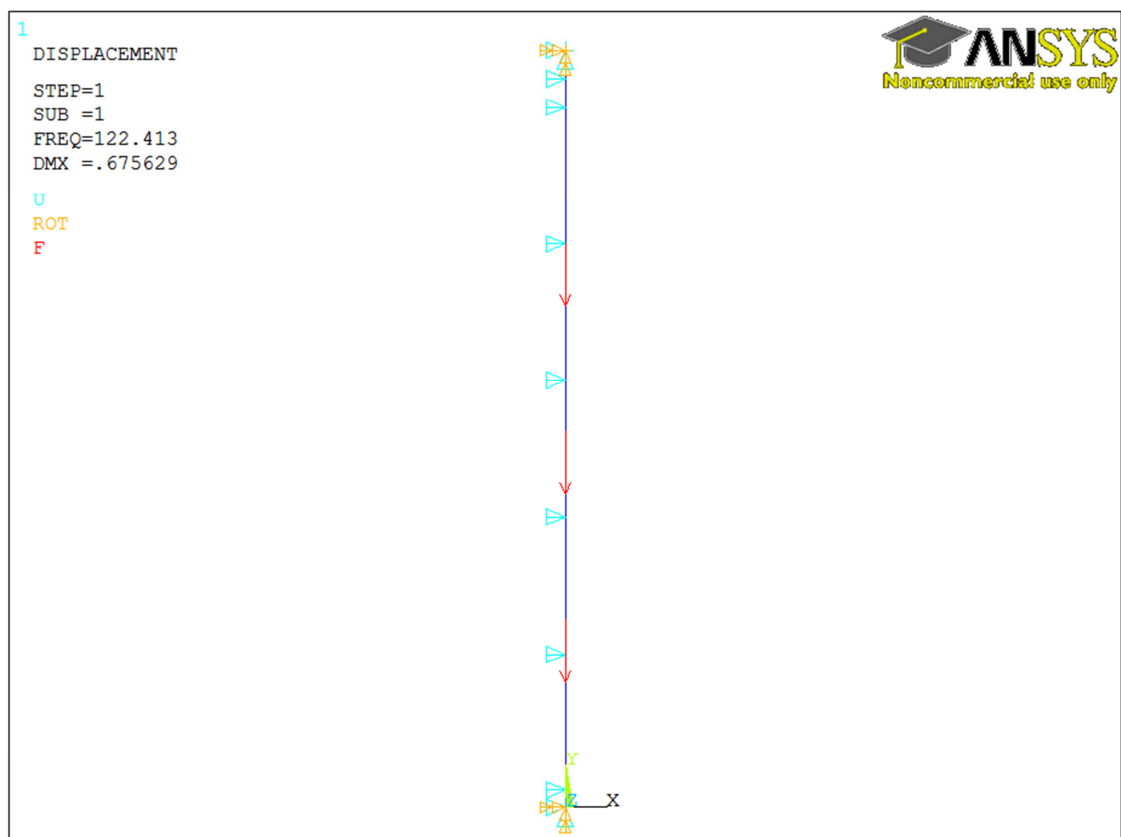


Fig. 6.5. Modelització del puntal per elements finits.

Un cop analitzat el model, s'obté que el primer mode de vinclament (Fig. 6.6a) correspon a la flexió sobre l'eix de simetria de la secció. Aquesta flexió, combinada amb la torsió, genera la flexo-torsió del puntal. El segon mode de vinclament (Fig. 6.6b) correspon a la flexió respecte l'eix feble de la secció.

Per obtenir la càrrega crítica flexió de cada eix cal multiplicar el patró de càrregues que s'ha introduït en el model per el valor de freqüència que s'obté de l'anàlisi segons el mode de vinclament representat.

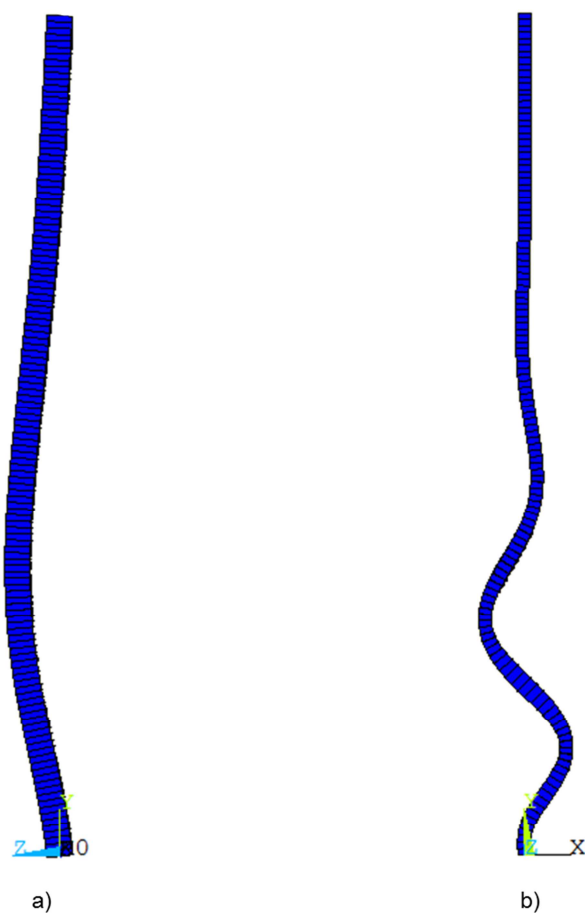


Fig. 6.6. a) Primer mode de vinclament. b) Segon mode de vinclament.

Un cop aquí, s'obtenen els diferents valors de càrrega crítica (Taula 6.1), a partir de l'anàlisi per elements finits, en el cas de les de flexió en els dos eixos, i de la formulació de la normativa, per les de torsió i flexo-torsió.

Tipus de càrrega crítica	Càrrega crítica de vinclament (N)
Flexió eix de simetria ($N_{cr,y}$)	1224130
Flexió eix de no simetria ($N_{cr,z}$)	1944020
Torsió ($N_{cr,T}$)	765584
Flexo-torsió ($N_{cr,FT}$)	556349

Taula 6.1. Valor de les diferents càrregues crítiques de vinclament.

Com es pot comprovar, la càrrega crítica mínima de vinclament es la de flexo-torsió. Amb aquests valors i aplicant les equacions 6.1, 6.2, 6.3, 6.4 i 6.5 es pot obtenir la capacitat resistent del puntal de la prestatgeria segons la normativa (Taula 6.2).

	Capacitat resistent del puntal (N)
$N_{b,Rd}$	187226

Taula 6.2. Capacitat resistent del puntal 6.

Per prosseguir, es necessari obtenir els esforços que actuen sobre el puntal. Així doncs, s'aplica un càlcul no lineal utilitzant el mètode de la longitud d'arc sobre el model en tres dimensions descrit a l'apartat 5. S'utilitza la combinació d'esforços descrita a l'apartat 5.5.4 incorporant la imperfecció en sentit transversal, perpendicular al pla dels bastidors. A continuació es mostren les principals sol·licitacions obtingudes a partir d'aquest càlcul: l'esforç normal (Fig. 6.7), moment respecte l'eix X (Fig. 6.8) i moment respecte l'eix Z (Fig. 6.9). També una taula on es resumeixen els valors màxims i mínims (Taula 6.3).

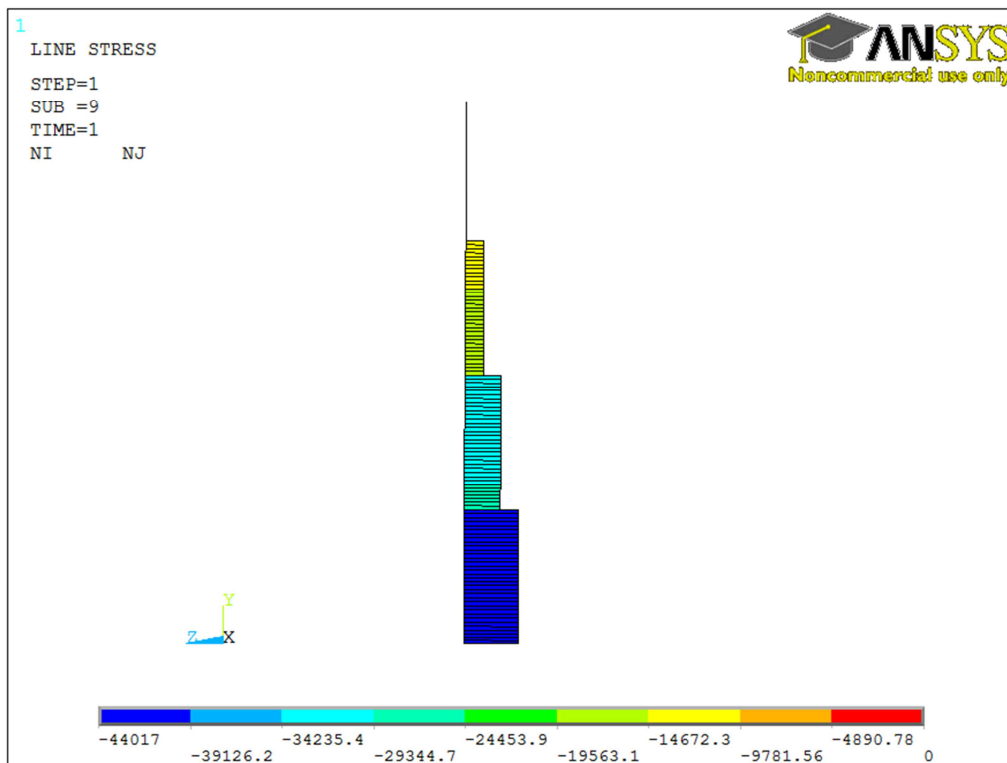


Fig. 6.7. Diagrama de l'esforç normal (Puntal 6).

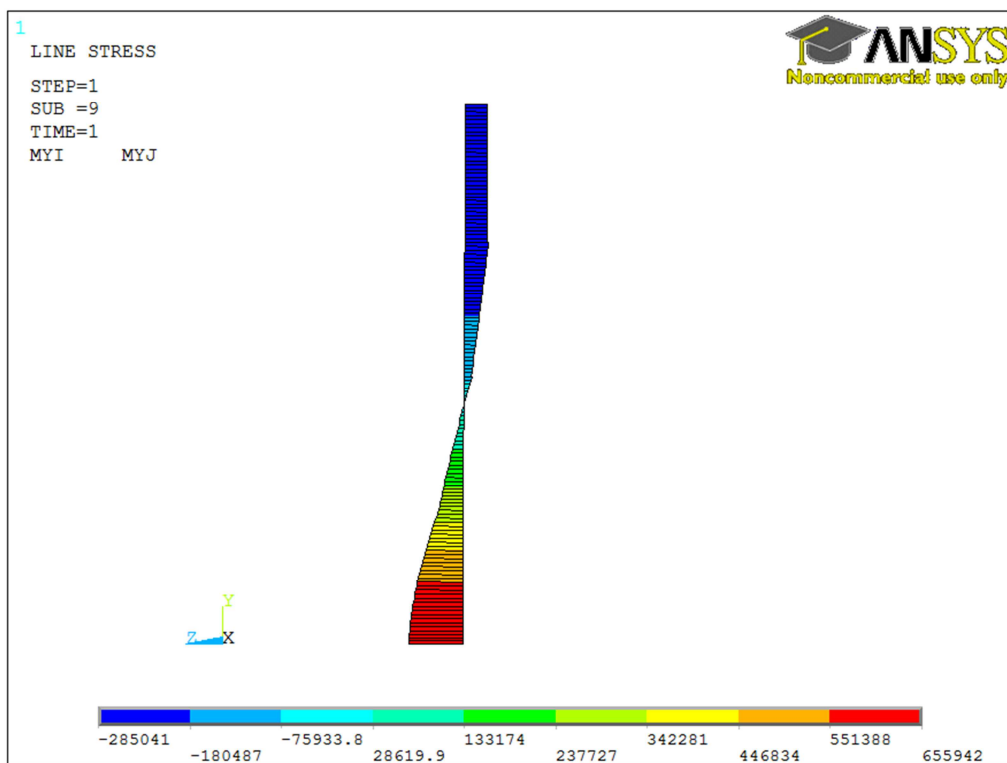


Fig. 6.8. Diagrama del moment respecte l'eix global X (Puntal 6).

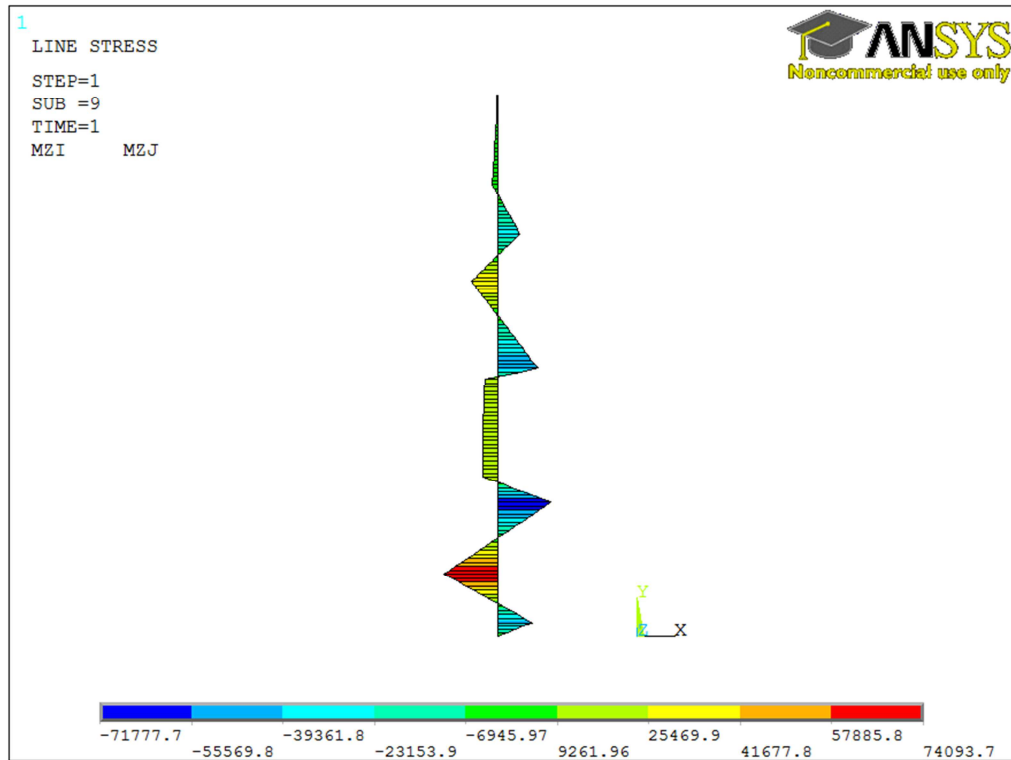


Fig. 6.9. Diagrama del moment respecte l'eix global Z (Puntal 6).

Esforç	Mínim	Màxim
Normal (Compressió)	0 N	44017 N
Moment eix X	-285041 Nmm	655942 Nmm
Moment eix Z	-71778 Nmm	74094 Nmm

Taula 6.3. Esforços que rep el puntal 6.

En aquest cas, el puntal està sotmès a compressió i a flexió. Per tant, l'element ha de satisfer la següent equació, tal com descriu la normativa EN 15512 [2] en l'apartat 9.7.6 i, especialment, en l'apartat 9.7.6.3, on es considera aquesta interacció sense tenir en compte la bolcada lateral, que en aquest cas no es contempla ja que les condicions d'enllaç no són les adequades perquè es produeixi aquest tipus de vinclament.

$$\frac{N_{Sd}}{\chi \cdot A_{eff} \cdot f_y / \gamma_M} + \frac{k_y \cdot M_{y,Sd}}{W_{eff,y} \cdot f_y / \gamma_M} + \frac{k_z \cdot M_{z,Sd}}{W_{eff,z} \cdot f_y / \gamma_M} \leq 1 \quad (\text{Eq.6.13})$$

On,

N_{Sd} i M_{Sd} corresponen als esforços obtinguts a partir de l'anàlisi de segon ordre.

W_{eff} és el mòdul resistent efectiu de la secció quan està sotmesa únicament al moment segons l'eix que es calcula. Aquest valor s'obté segons l'apartat A2.9 de la norma EN15512 [2]. Per obtenir el valor referent a l'eix de simetria ($W_{eff,y}$) es realitza un assaig de flexió del bastidor i per obtenir el valor de l'eix perpendicular ($W_{eff,z}$), solament s'assaja sobre un puntal. El mòdul resistent efectiu correspon al moment màxim, que s'obté de l'assaig, dividit per el límit elàstic del material (f_y).

El factor de seguretat γ_M fa referència al material. Segons la normativa EN15512 [2] en l'apartat 7.5, aquest pren el valor de 1 quan es fan comprovacions sobre la resistència de la secció, com és el cas.

$$k_y = 1 - \frac{\mu_y \cdot N_{Sd}}{\chi_y \cdot A_{eff} \cdot f_y} \leq 1,5 \quad (\text{Eq.6.14})$$

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y \cdot (2\beta_{M,y} - 4) \leq 0,9 \quad (\text{Eq.6.15})$$

$$k_z = 1 - \frac{\mu_z \cdot N_{Sd}}{\chi_z \cdot A_{eff} \cdot f_y} \leq 1,5 \quad (\text{Eq.6.16})$$

$$\mu_z = \bar{\lambda}_z \cdot (2\beta_{M,z} - 4) \leq 0,9 \quad (\text{Eq.6.17})$$

Aquest coeficients representen la interacció entre els diferents esforços.

Tant els paràmetre χ com els λ es calculen amb les mateixes equacions descrites per calcular la capacitat resistent del puntal (Eq.6.2, Eq.6.3 i Eq.6.4) però en aquest cas no es considera la càrrega crítica mínima sinó la que li correspon la càrrega crítica de l'eix que s'estigui calculant.

El terme β_M correspon a un factor equivalent segons el diagrama de moments per al vinclament a flexió, que es diferent per cada eix. La figura 25 de la normativa EN15512 [2] descriu el valor que ha de prendre en funció de la seva forma.

$$\beta_M = \beta_{M,\psi} + \frac{M_Q}{\Delta M} \cdot (\beta_{M,Q} - \beta_{M,\psi}) \quad (\text{Eq.6.18})$$

On,



$$\beta_{M,\psi} = 1,8 - 0,7 \cdot \psi \quad (\text{Eq.6.19})$$

$$\psi = \frac{\text{Moment extrem puntal mínim}}{\text{Moment extrem puntal màxim}} ; -1 \leq \psi \leq 1 \quad (\text{Eq.6.20})$$

M_Q : El valor absolut de la diferència màxima entre el diagrama de moments i la recta que uneix els moments dels dos extrems del puntal.

ΔM : Per a diagrames de moments sense canvi de signe correspon al valor absolut del moment màxim, mentre que quan hi ha canvi de signe correspon a la suma dels valors absoluts del moment màxim i del mínim.

$\beta_{M,Q}$: Si el diagrama de moments és parabòlic el seu valor és 1,3; si és lineal 1,4.

Per el càlcul d'aquest paràmetre β en l'eix Z s'ha considerat únicament la part inferior del puntal, que inclou el moment màxim i el mínim (fins al segon canvi de signe), tenint en compte que aquesta és la zona crítica. En tot cas, l'efecte del moment en l'eix Z respecte la resta d'esforços és relativament petit.

Cal destacar que en la situació que els resultats vinguin d'una anàlisi de segon ordre amb imperfeccions globals, els valors de k no seran superiors a 1. Si, a més a més, l'anàlisi de segon ordre incorpora les imperfeccions locals, els valors de χ seran igual a 1.

A continuació es mostren els resultats dels càlculs dels paràmetres anteriors (Taula 6.4):

Paràmetre	Valor eix y (i=y)	Valor eix z (i=z)
λ_i	0,433164	0,343729
$\beta_{M,i}$	1,867080	1,393460
μ_i	-0,115153	-0,416971
Φ_i	0,633454	0,583509
χ_i	0,912694	0,947840
k_i	1,024179 \rightarrow 1	1,084306 \rightarrow 1

Taula 6.4. Resultats dels paràmetres necessaris per a la validació.

Finalment, s'aplica la equació 6.13 per comprovar la resistència de la secció sotmesa a la combinació d'esforços descrita anteriorment (Taula 6.5), amb una imperfecció global imposada en la direcció transversal.

Verificació
$0,36 \leq 1$



Taula 6.5. Comprovació de la resistència del puntal 6.

La comprovació amb la mateixa combinació de càrregues però amb la imperfecció global col·locada en la direcció longitudinal als carrils interns de la prestatgeria, paral·lela al pla dels bastidors, no s'analitza ja que es considera el bastidor com un element suficientment rígid, al actuar com una biga en gelosia, que permet absorbir els esforços en aquesta direcció sense cap problema.

6.1.2.2. Verificació de les diagonals

Les diagonals són els elements que treballen a tracció o compressió. Així doncs, pel que fa a la resistència de la secció, es comprova, únicament, la que està sotmesa a la compressió màxima, que és l'estat de tensió més crític, englobant el possible vinclament.

La verificació d'aquesta secció és la següent (Eq.6.21), on el valor del numerador correspon a l'esforç de compressió obtingut de la simulació i el del denominador és la capacitat resistent màxima del perfil, en aquest cas la diagonal.

$$\frac{N_{sd}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \quad (\text{Eq.6.21})$$

La capacitat resistent de la diagonal es calcula de la mateixa manera que la del puntal (Eq.6.1 a Eq.6.9). A més a més, per el càlcul de la càrrega crítica de vinclament a flexió per cada eix s'utilitza la fórmula d'Euler (Eq.6.22).

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_{crit}^2} \quad (\text{Eq.6.22})$$

En aquest cas, la diagonal es considera articulada en els seus extrems i, per tant, la longitud crítica de vinclament és la seva pròpia longitud, 941 mm. Cal tenir en compte, les propietats de la secció de la diagonal i el límit elàstic del material, que varia respecte el dels puntals.

Un cop descrites les diferències respecte el cas del puntal, es procedeix a calcular la capacitat resistent del perfil diagonal (Taula 6.6).

	Capacitat resistent de la diagonal (N)
$N_{b,Rd}$	33382

Taula 6.6. Capacitat resistent de la diagonal.

Tot seguit (Fig. 6.10), es mostra el diagrama d'esforços normals de les diagonals corresponen a tres bastidors centrals alineats. Com es pot comprovar, el valor màxim a compressió és de 2145 N, mentre que el valor màxim a tracció és de 2275 N.

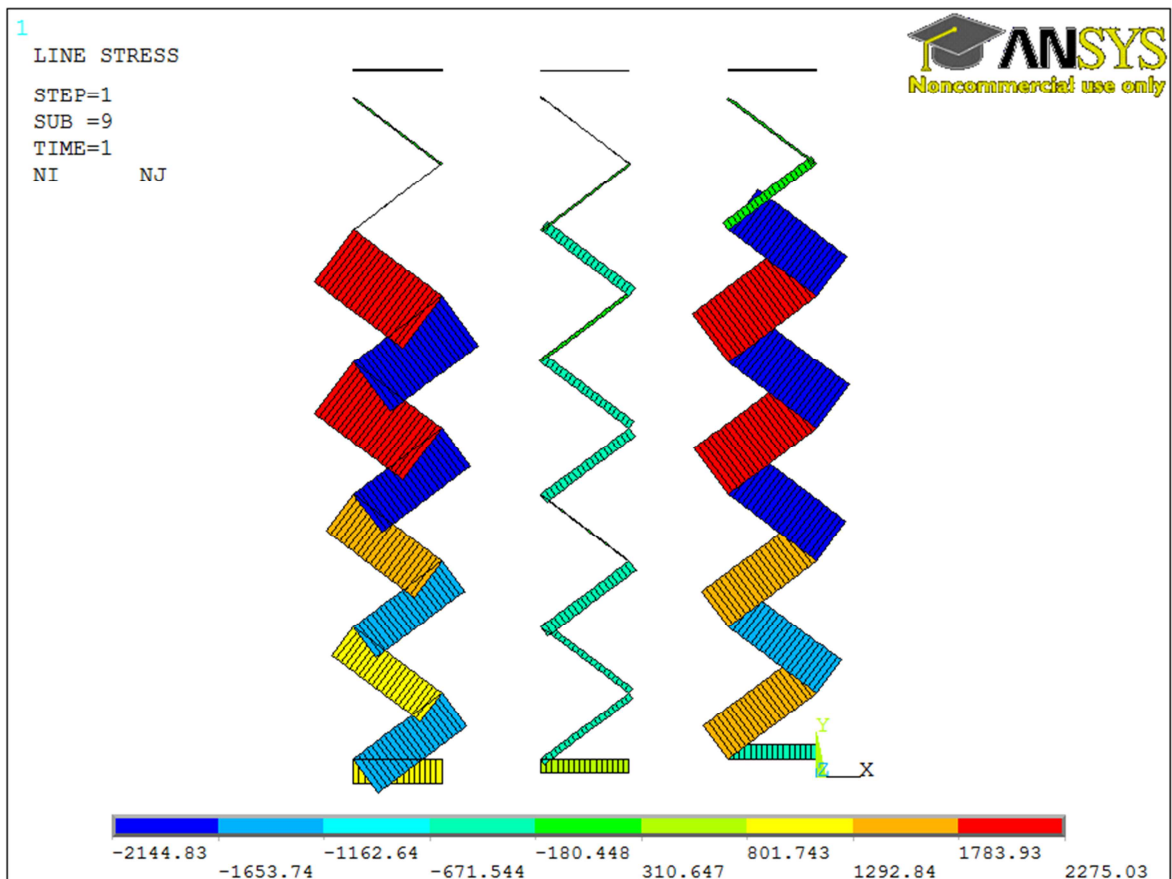


Fig. 6.10. Diagrama d'esforços normals de les diagonals.

Finalment s'aplica l'equació 6.21 per verificar la resistència de la diagonal (Taula 6.7).

Verificació
$0,06 \leq 1$



Taula 6.7. Comprovació de la resistència de les diagonals.

A part de la resistència, també és necessari verificar la unió de les diagonals amb el puntal, tenint en compte que s'utilitzen cargols M8 de qualitat 8.8, que corresponen a un límit elàstic de 640 N/mm^2 i una tensió de ruptura de 800 N/mm^2 .

Per els següents càlculs s'ha de conèixer la posició i el diàmetre del forat, així com l'altura del perfil diagonal (Fig. 6.11).

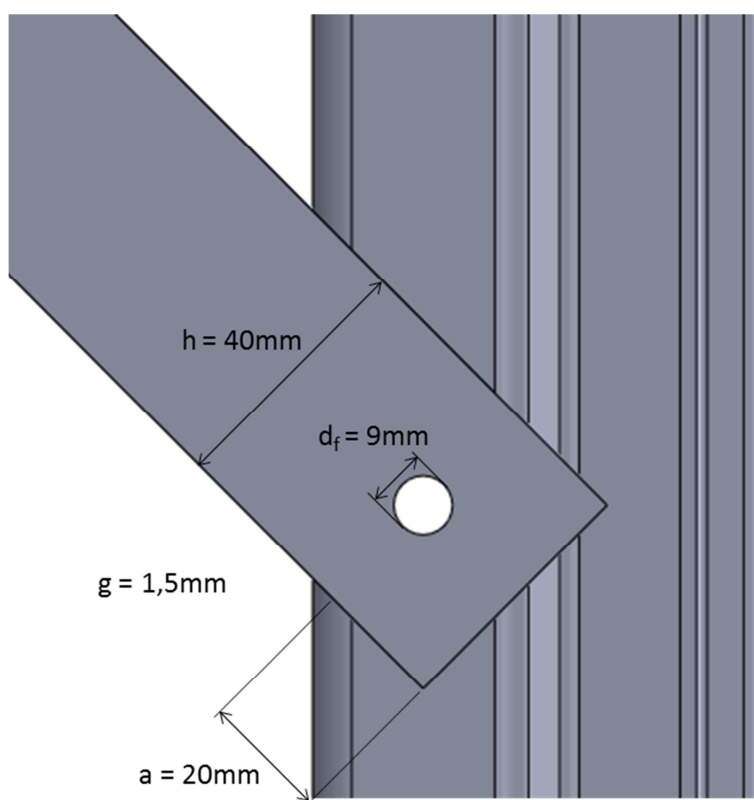


Fig. 6.11. Detall de la unió entre el puntal i una diagonal.

Dels quatre tipus de fallida que poden aparèixer en aquesta unió, l'aixafament de l'ànima de la diagonal és el més crític. Tot i així, també es realitza una comprovació per la resta. La força que es té en compte per els següents càlcul és la màxima, de 2275 N .

- **Aixafament de l'ànima de la diagonal**

Si es produeix aixafament, aquest serà a l'ànima de la diagonal ja que el seu gruix és de 1,5 mm mentre que el de l'ala del puntal és de 2,5 mm. La verificació es regeix per les següents equacions:

$$\sigma' = \frac{P}{A_2'} \leq \sigma'_{adm,d} = 2 \cdot \sigma_{adm,d} \quad (\text{Eq.6.23})$$

$$A_2' = d_f \cdot g \quad (\text{Eq.6.24})$$

Es considera una coeficient de seguretat de 1,5. L'àrea que apareix a l'equació 6.24, és l'àrea projectada del contacte entre el cargol i l'ànima de la diagonal. A continuació (Taula 6.8), es mostra la verificació.

Verificació
$\sigma' = 158,88 \text{ N/mm}^2 \leq 373,33 \text{ N/mm}^2$



Taula 6.8. Verificació de l'aixafament de l'ànima de la diagonal.

Cal esmentar que no es considera l'aixafament del cargol ja que la seva tensió del límit elàstic és significativament superior a la del perfil diagonal.

- **Cisalladura del cargol**

Aquest fenomen es caracteritza per les següents equacions:

$$\tau = \frac{P}{A_1} \leq \tau_{adm,c} = 0,65 \cdot \sigma_{adm,c} \quad (\text{Eq.6.25})$$

$$A_1 = \pi \cdot \frac{d_c^2}{4}; d_c = \phi \text{ cargol} \quad (\text{Eq.6.26})$$

Verificació
$\tau = 45,26 \text{ N/mm}^2 \leq 277,33 \text{ N/mm}^2$



Taula 6.9. Verificació de la cisalladura del cargol.

- **Estripament de l'ànima de la diagonal**

Per evitar aquest tipus de fallida, es recomana situar el centre del forat del cargol a una distància de l'extrem del perfil diagonal igual o superior a dues vegades el diàmetre. En aquest cas, es compleix aquest premissa i, per tant, no es realitza la verificació.

- **Tracció a l'ànima de la diagonal**

Per realitzar aquest càlcul es suposa una distribució de tensions de tracció uniforme a la secció del perfil que conté el cargol. En realitat no és així, sinó que les tensions a prop del forat augmenten de manera considerable, essent el valor màxim el resultat de multiplicar el valor de tensió, considerant l'àrea neta, per un factor de concentració de tensions que es pot obtenir de taules o per simulació numèrica.

$$\sigma_x = \frac{P}{A_n} \leq \sigma_{adm,d} \quad (\text{Eq.6.27})$$

$$A_n = (b - d_f) \cdot g \quad (\text{Eq.6.28})$$

Verificació
$\sigma_x = 48,92 \text{ N/mm}^2 \leq 280 \text{ N/mm}^2$



Taula 6.10. Verificació de tracció a l'ànima de la diagonal.

6.1.2.3. Verificació dels travessers

Els travessers estan sotmesos a compressió i a flexió segons el seu eix fort, que correspon a l'eix global X. Per tant cal procedir de la mateixa forma que en els puntals.

El primer que cal es conèixer la capacitat resistent del travesser degut a l'esforç normal, que es calcula a partir de l'equació 6.1 fins a la 6.9 de l'apartat 6.1.2.1. Igual que en el cas de les diagonals, per al càlcul de la càrrega crítica de vinclament a flexió s'utilitza l'equació 6.22, ja que es tracta d'un perfil amb càrrega axial constant.

En aquest cas, la longitud crítica de vinclament no es considera la pròpia longitud ja que no és un perfil biarticulat, sinó que en els seus extrems hi ha nusos semi-rígid, per la qual cosa s'ha considerat un factor de valor de 0,7 que multiplica la pròpia longitud. Aquesta longitud té un valor de 1350 mm.

El valor de la capacitat resistent del travesser es troba a la següent taula (Taula 6.11):

	Capacitat resistent del travesser (N)
$N_{b,Rd}$	155186

Taula 6.11. Capacitat resistent del travesser.

A continuació es mostren els esforços que actuen sobre el travesser; el diagrama de moments del conjunt de travessers (Fig. 6.12), el diagrama de moments màxim (Fig. 6.13) i el diagrama d'esforç normal dels perfils que tenen el moment flector més elevat (Fig. 6.14).

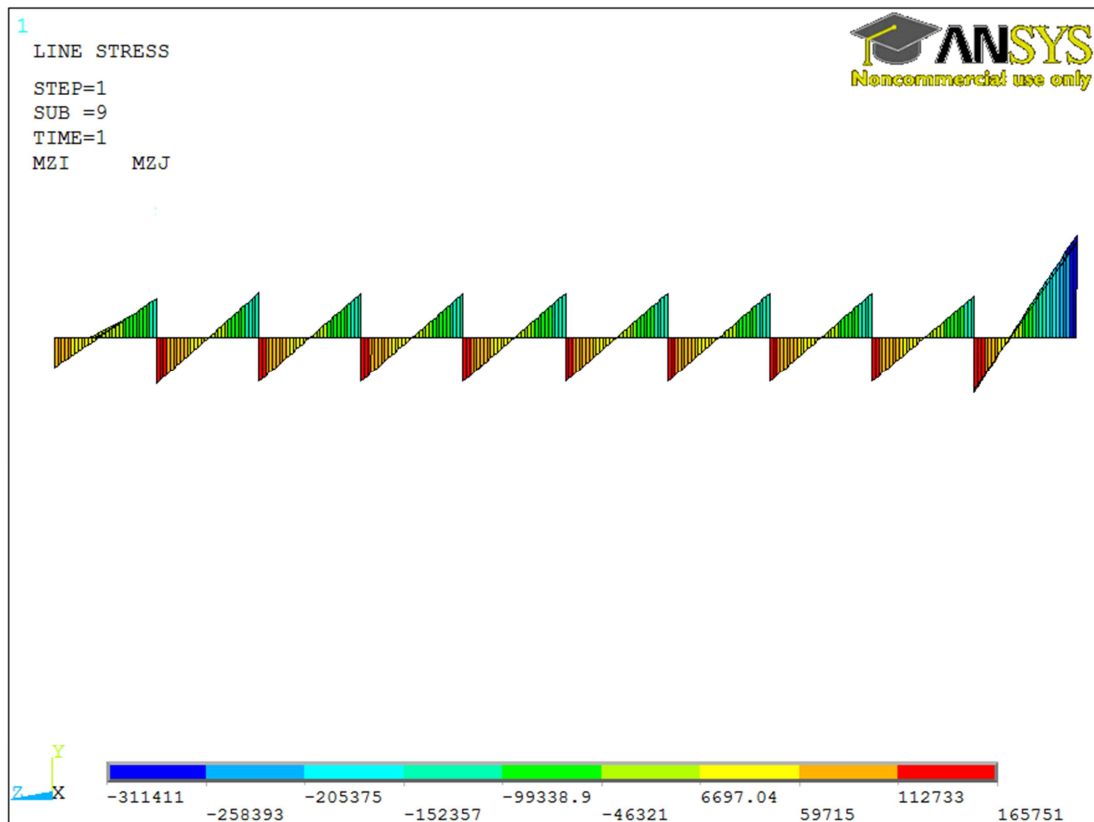


Fig. 6.12. Diagrama de moments del conjunt de travessers.

Com es pot comprovar, els valors dels moments per cada travesser són similars a excepció dels dels extrems de la prestatgeria. Aquesta diferència és deguda a la no simetria dels puntals dels extrems, que només tenen càrrega per un dels dos costats, la qual cosa genera uns moments addicionals que, en funció de l'extrem a considerar, es sumen o es resten als moments generats a causa de la imperfecció imposada. Així doncs, es verifica un dels travessers de la dreta de la imatge, on es concentren els valors màxims de moment flector.

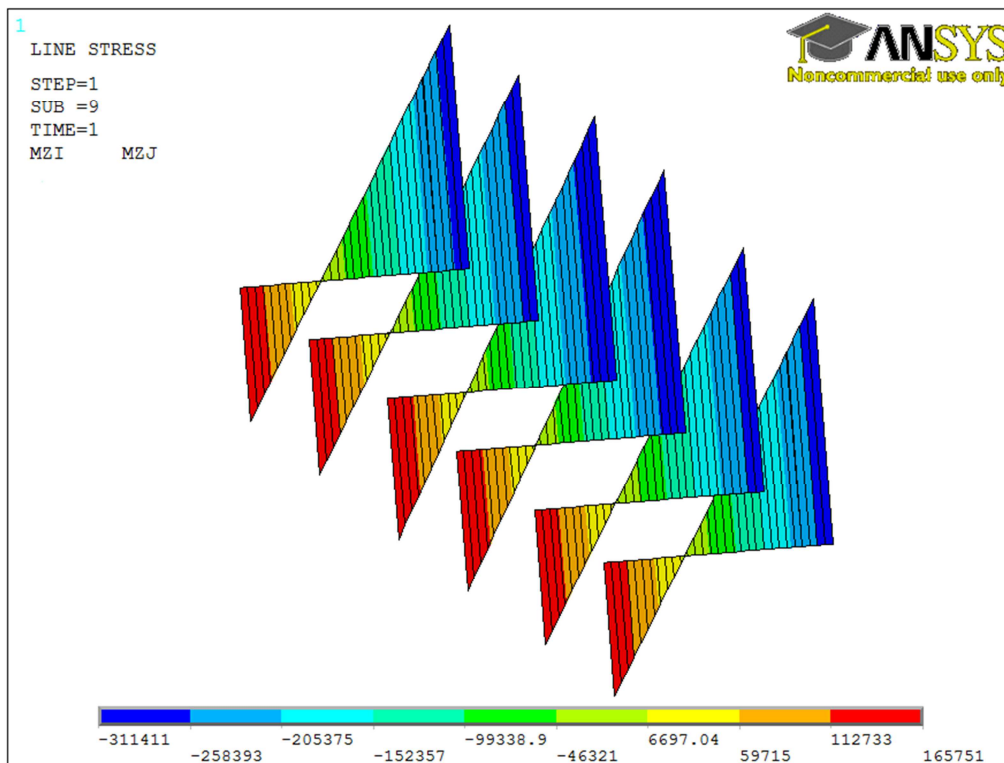


Fig. 6.13. Diagrama de moments dels travessers de l'extrem més sol·licitat.

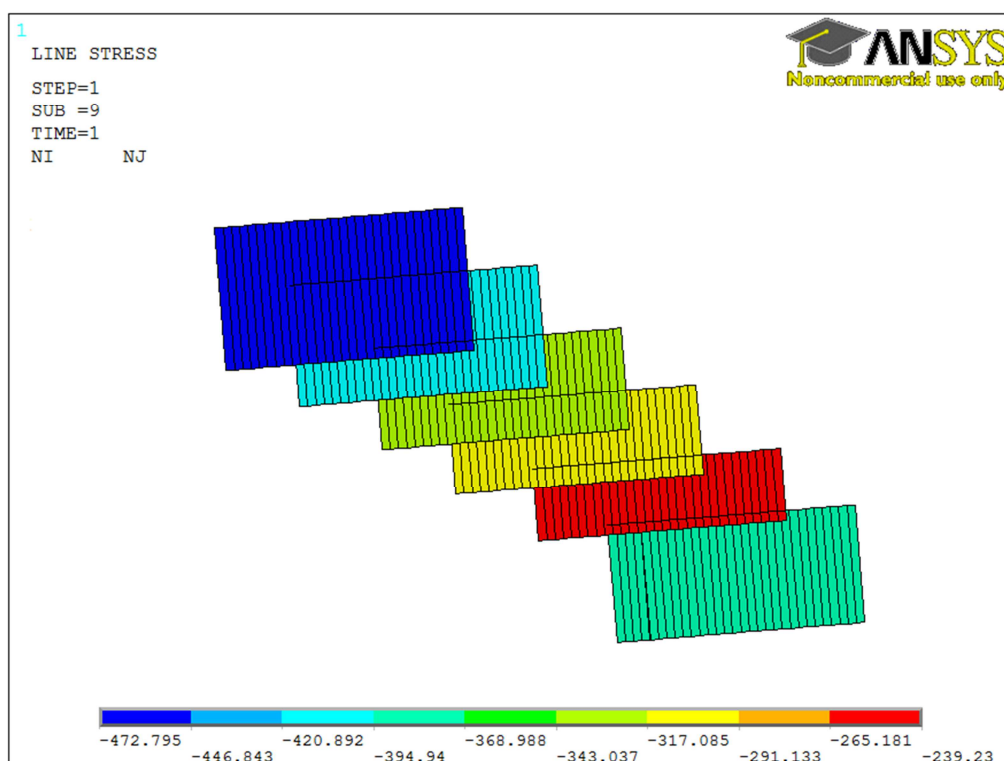


Fig. 6.14. Diagrama d'esforços normals dels travessers de l'extrem més sol·licitat.

Esforç	Mínim	Màxim
Normal	-473 N	-473 N
Moment eix X	-311411 Nmm	165751 Nmm

Taula 6.12. Esforços que rep el travesser.

A partir d'aquí, s'aplica la mateixa equació de verificació del puntal (Eq.6.13), considerant com a nul el moment respecte l'eix feble. En aquest cas, tampoc es té en compte la bolcada lateral, ja que en perfils rectangular aquest fenomen no acostuma a ser crític.

$$\frac{N_{Sd}}{\chi \cdot A \cdot f_y / \gamma_M} + \frac{k_y \cdot M_{y,Sd}}{W_y \cdot f_y / \gamma_M} \leq 1 \quad (\text{Eq.6.29})$$

A diferència dels els puntals, cal dir que el factor $\beta_{m,y}$ no es calcula de la mateixa manera degut a la nova forma del diagrama de moments. En aquest cas, únicament, es té en compte les equacions 6.19 i 6.20, ja que la seva forma és lineal, al llarg de la seva longitud, amb un canvi de signe. Per tant, $\beta_{m,y} = \beta_{m,\psi}$.

La resta de paràmetres es calculen de la mateixa manera i són els que es mostren a continuació (Taula 6.13):

Paràmetre	Valor eix y
λ_y	0,337937
$\beta_{M,y} = \beta_{M,\psi}$	3,115152
μ_y	0,753702
Φ_y	0,580550
χ_y	0,950023
k_y	0,997703

Taula 6.13. Resultat dels diferents paràmetres per la verificació.

Per últim, s'aplica l'equació 6.29 per verificar la resistència dels travessers (Taula 6.14).

Verificació
$0,08 \leq 1$



Taula 6.14. Comprovació de la resistència del travesser.

6.1.2.4. Verificació dels carrils

Els carrils són els elements sobre els quals actuen directament les forces que simulen els palets i que li provoquen principalment un esforç de flexió. Al ser un perfil asimètric, també s'hi pot generar torsió, però en aquest cas, al aplicar les forces sobre el centre d'esforços tallants, s'evita aquest fenomen. Tot i així, es té en compte més endavant.

La normativa EN 15512 [2], a l'apartat 9.6, detalla com calcular elements sotmesos a aquest tipus d'esforços tot i que reconeix que generalment no s'obté la solució òptima i recomana que es realitzi un assaig experimental tal i com es descriu a l'annex A del codi Fem 10.2.07 [1].

En aquest cas, però, la verificació es fa a partir de l'estat de tensions en que es troba. Per una banda, s'obté les tensions normals degudes al moment flector, mentre que per l'altra, es calculen les tensions tangencials induïdes per el moment de torsió. Finalment aplicant el criteri de Von Mises s'aconsegueix el terme de tensió equivalent que es compara amb el límit elàstic del material, per determinar-ne el bon funcionament.

En l'anàlisi per elements finits, tal com s'ha dit anteriorment, s'ha imposat que les forces estiguin col·locades sobre el centre d'esforços tallants. A la pràctica, l'operari és incapaç de col·locar-les així, ja que li requeriria molta precisió. No obstant això, la geometria del perfil està pensada perquè sigui capaç d'aproximar-se al màxim i així evitar la generació d'un moment de torsió important.

El càlcul de la tensió normal es mostra a continuació (Eq.6.30).

$$\sigma_{m\grave{a}x} = \frac{M_{y,sa}}{W_y} = 49,92 \frac{N}{mm^2} \quad (\text{Eq.6.30})$$

On el mòdul resistent (W_y) s'obté de dividir la inèrcia segon l'eix y per la distància del centre de gravetat al punt superior (més allunyat) segons l'eix z. El valor del moment màxim s'obté del diagrama de moments del carril (Fig. 6.15).

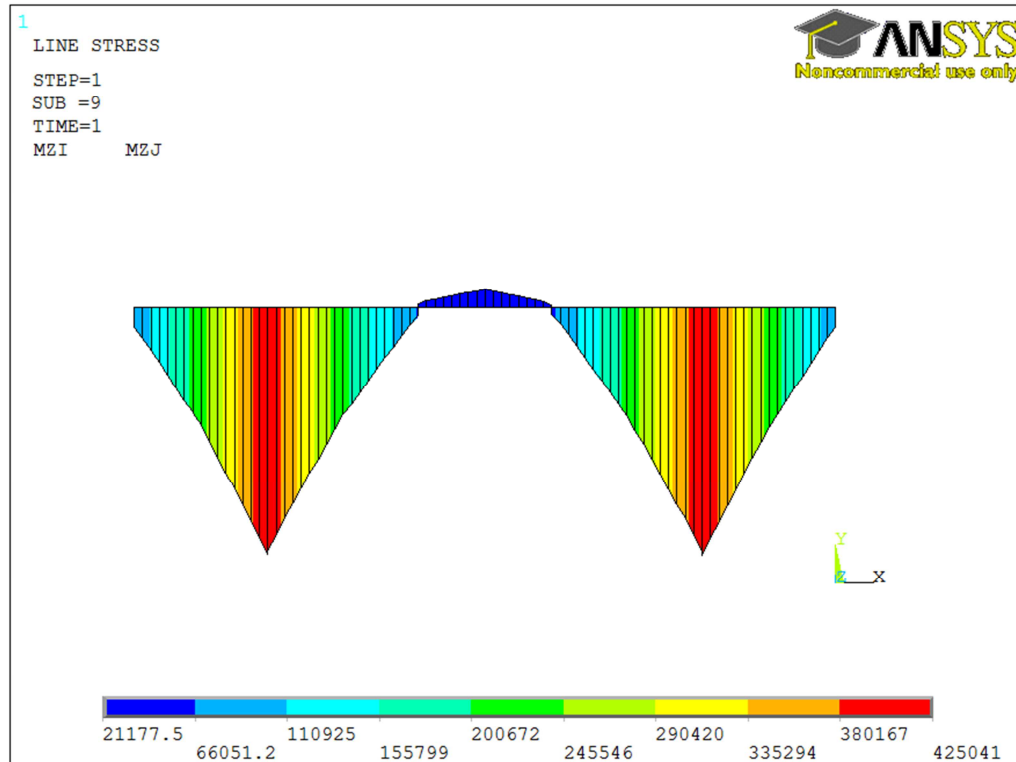


Fig. 6.15. Diagrama de moments del carril.

En aquesta prestatgeria en concret, la distància màxima on es recolza el palet és de 1230 mm. El palet necessita 1200 mm, solament queda un espai de 30 mm, la qual cosa implica una excentricitat màxima de 15 mm respecte el centre d'esforços tallants.

El càlcul de la tensió tangencial es mostra a continuació (Eq.6.31). El valor de s és el desenvolupament mitjà de la secció i la e correspon al gruix.

$$\tau_{m\grave{a}x} = \frac{M_x}{\frac{1}{3} \cdot s \cdot e^2} = 91,11 \frac{N}{mm^2} \quad (\text{Eq.6.31})$$

Per últim, s'aplica el criteri de Von Mises (Eq.6.32) i es compara amb el límit elàstic del material dividit per un factor de correcció de 1,05.

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{max}^2 + 3 \cdot \tau_{max}^2} = 165,51 \frac{N}{mm^2} \leq \frac{350}{1,05} \quad (\text{Eq.6.32})$$

6.1.2.5. Verificació dels les unions









En aquest apartat es porta a terme la comprovació de la resistència de les diferents unions que apareixen en el model de la prestatgeria. Aquesta validació es realitza comparant el

valor del moment que absorbeix la unió amb el valor de moment màxim que pot absorbir obtingut de l'assaig experimental (6.33).

$$M \leq M_{m\grave{a}x} \quad (\text{Eq.6.33})$$

On M és el moment de la unió i $M_{m\grave{a}x}$ és el moment màxim que pot absorbir, anomenat moment màxim de disseny, obtingut a partir d'assajos experimentals.

A continuació es mostra una taula (Taula 6.15), que inclou la unió de que es tracta, el seu moment en l'ELU i el moment màxim que pot absorbir, per procedir a la validació. Cal remarcar que hi ha sis unions puntal-peu-terra, ja que els puntals reben sis càrregues axials diferents, tal i com s'ha descrit a l'apartat 5.

Unió	M (Nmm)	$M_{m\grave{a}x}$ (Nmm)	
Puntal-travesser	311411	1279830	
Puntal-cartel·la	1320000	1638000	
Puntal-peu-terra 1	422510	1252423	
Puntal-peu-terra 2	670680	1350007	
Puntal-peu-terra 3	747580	1456242	
Puntal-peu-terra 4	589710	1693122	
Puntal-peu-terra 5	638330	1918766	
Puntal-peu-terra 6	655982	2147983	

Taula 6.15. Verificació de les unions.

Per últim es mostren els diagrames de moments d'on s'extreuen els valors anterior, segons l'ordre de la taula anterior. Per evitar excés d'informació visual, no es reproduïxen els moments de totes les unions, sinó els necessaris per representar cada una de les unions anteriorment verificades. En les unions del mateix tipus, es pren sempre el moment màxim.

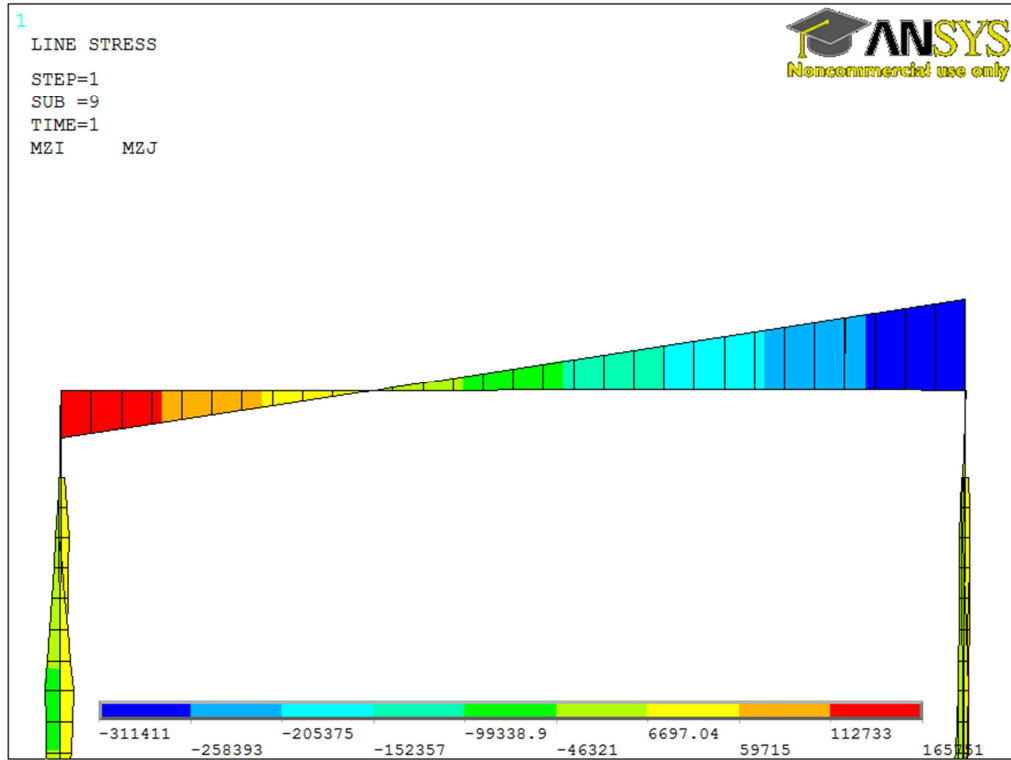


Fig. 6.16. Diagrama d'esforços de la unió puntal-travesser.

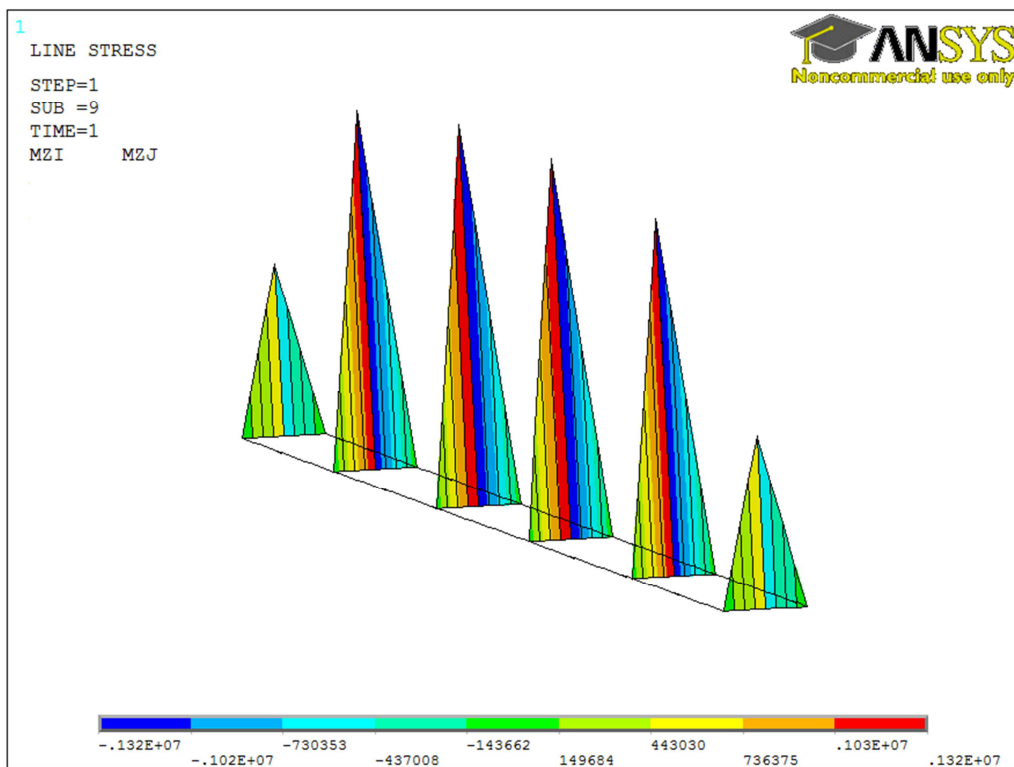


Fig. 6.17. Diagrama d'esforços de la unió puntal-cartel·la.

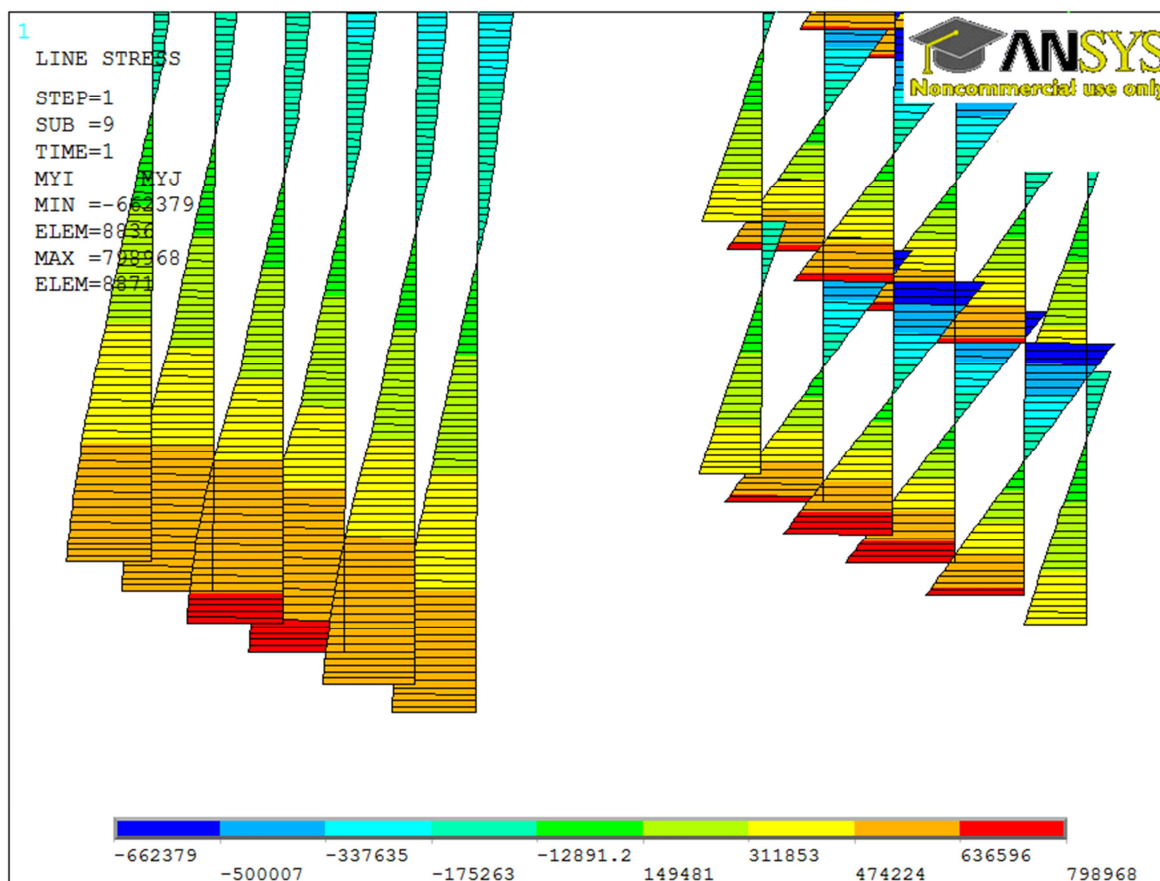


Fig. 6.18. Diagrama d'esforços de la unió puntal-peu-terra.

6.1.2.6. Càrrega accidental en la direcció transversal

Com s'ha descrit a l'apartat 5.5.3, es considera com a càrrega accidental l'impacte d'un carretó elevador contra un puntal, generalment a la zona que va des del terra fins a una altura de 0,4 m. També s'estima que només poden ocórrer a les dues primeres fileres de puntals respecte l'entrada de la prestatgeria, ja que un cop a dins, la mobilitat de la maquinària es ajuda per un sistema de guies que eviten els possibles xocs.

La normativa descriu com cal simular aquests impactes i el valor que han de prendre. Per a la direcció longitudinal cal imposar una força de 2500N, mentre que per a la transversal, una de 1250N. En aquesta verificació, únicament es tracta l'impacte en la direcció transversal de la prestatgeria, ja que en la direcció longitudinal, els puntals s'uneixen entre si per mitjà de les diagonals formant el bastidor, el qual es considera suficientment rígid per absorbir aquest tipus d'impacte. El bastidor es pot comparar amb una biga en gelosia.

Així doncs s'imposa una força puntual sobre un dels puntals de la segona fila i s'obtenen els nous esforços que actuen sobre aquest. Pel que fa a la capacitat resistent, cal crear un nou model amb un puntal sol amb les respectives condicions de contorn, tal i com s'ha fet per el puntal 6. A l'annex D, s'especifica les diferents càrregues crítiques i la conseqüent capacitat resistent del puntal (Taula 6.16).

	Capacitat resistent del puntal (N)
$N_{b,Rd}$	186677

Taula 6.16: Capacitat resistent del puntal 5.

A continuació es mostren les principals sol·licitacions obtingudes a partir d'aquest càlcul: l'esforç normal i els moments respecte l'eix Z Fig. 6.7 no es modifiquen respecte les verificacions sense càrrega accidental (Annex D), mentre que el moment respecte l'eix X (Fig. 6.19) es mostra a continuació, juntament amb una taula on es resumeixen els valors màxims i mínims (Taula 6.17)

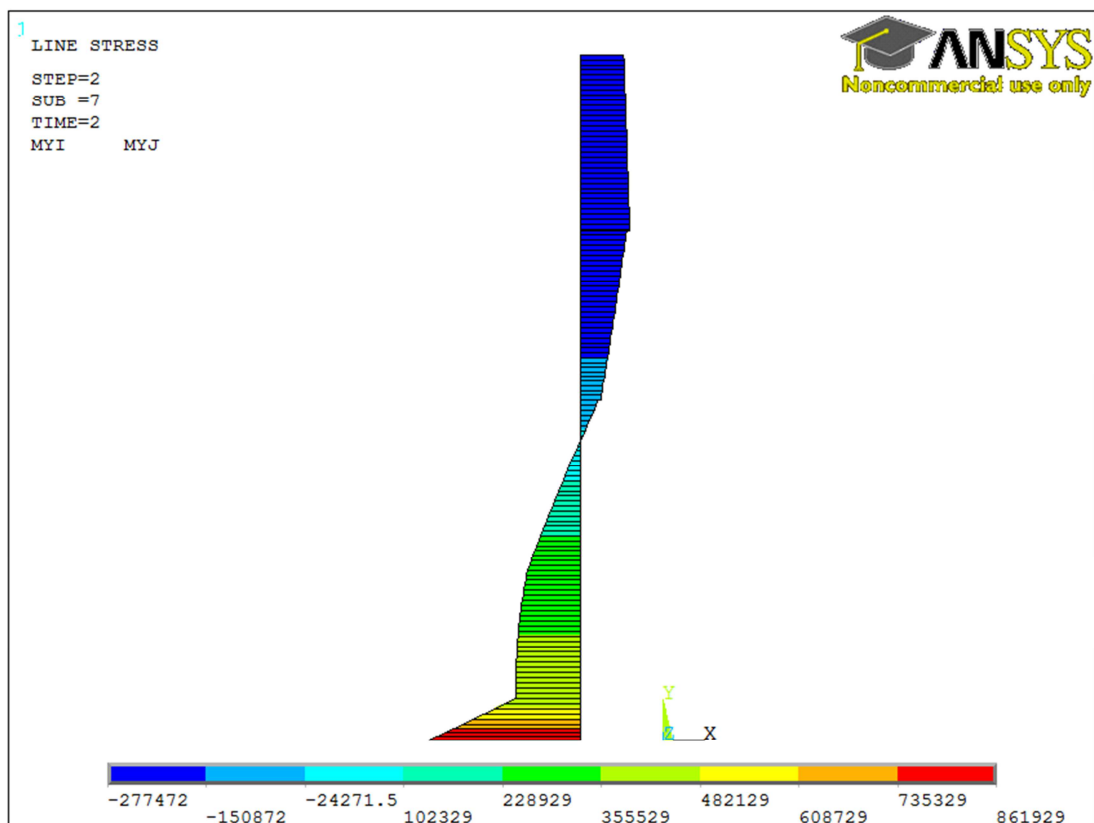


Fig. 6.19. Diagrama de moments respecte l'eix global X amb càrrega accidental.

Esforç	Mínim	Màxim
Normal (Compressió)	0 N	35180 N
Moment eix X	-277472 Nmm	861929 Nmm
Moment eix Z	-56074 Nmm	91708 Nmm

Taula 6.17. Esforços que rep el puntal 5.

Aplicant les fórmules de verificació, amb el càlcul respectiu dels seus paràmetres, s'obté el següent (Taula 6.18):

Verificació
$0,36 \leq 1$



Taula 6.18. Comprovació de la resistència del puntal 5 amb càrrega accidental.

A l'annex E, es repeteix el mateix procediment que en aquest apartat per tal de verificar el puntal 4, corresponent a la primera fila de puntal, ja que també és un dels puntals susceptibles a rebre algun impacte.

Cal recordar que, per evitar danys locals en els puntals, existeixen uns elements anomenats reforços de puntal que el protegeixen de petits impactes.

A més a més, cal comprovar de nou la resistència de la unió del puntal ja que ha canviat el moment que ha d'absorbir. A continuació (Taula 6.19) es mostra el nou moment de la unió enfront el moment màxim que es permet. Com es pot observar, la unió continua estant dins del límit permès, i per tant queda comprovat el seu bon funcionament.

Verificació
$M = 861929 \leq 1918766 = M_{\text{màx}}$



Taula 6.19. Verificació de la unió amb càrrega accidental.

6.1.3. Estat Límit de Servei (ELS)

La verificació de l'Estat Límit de Servei garanteix el correcte funcionament dels elements sota les condicions de càrrega nominal. En general, és suficient considerar les deformacions o desviacions que afecte la utilització de l'estructura.

Els sistemes d'emmagatzematge es dimensionen a partir d'uns límits acordats entre el client i el dissenyador, segons el seu ús previst o l'equipament de manipulació que s'utilitza, sense perdre de vista les indicacions i recomanacions que proposa la normativa, en aquest cas el codi FEM 10.2.07 [1].

6.1.3.1. Carril on es recolzen els palets.

Els valors límit de les deformacions del carril sota l'estat de càrrega, definit anteriorment i tenint en compte un coeficient de majoració de valor 1, són els següents (Fig. 6.20):

- $D_B \leq 5 \text{ mm}$
- $D_R \leq 10 \text{ mm}$ (a qualsevol posició del carril)
- Torsió del carril (θ_t) $\leq 6^\circ$

$$D_B = 4,05 \text{ mm} \leq 5 \text{ mm}$$



$$D_R = 1,48 \text{ mm} \leq 10 \text{ mm}$$



$$\theta_t = 1,13^\circ \leq 6^\circ$$



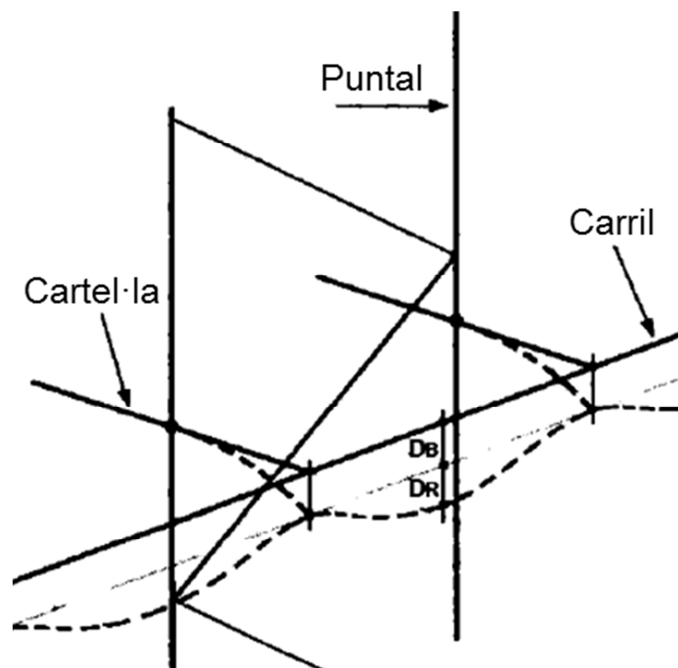


Fig. 6.20. Definició dels desplaçaments a considerar [1].

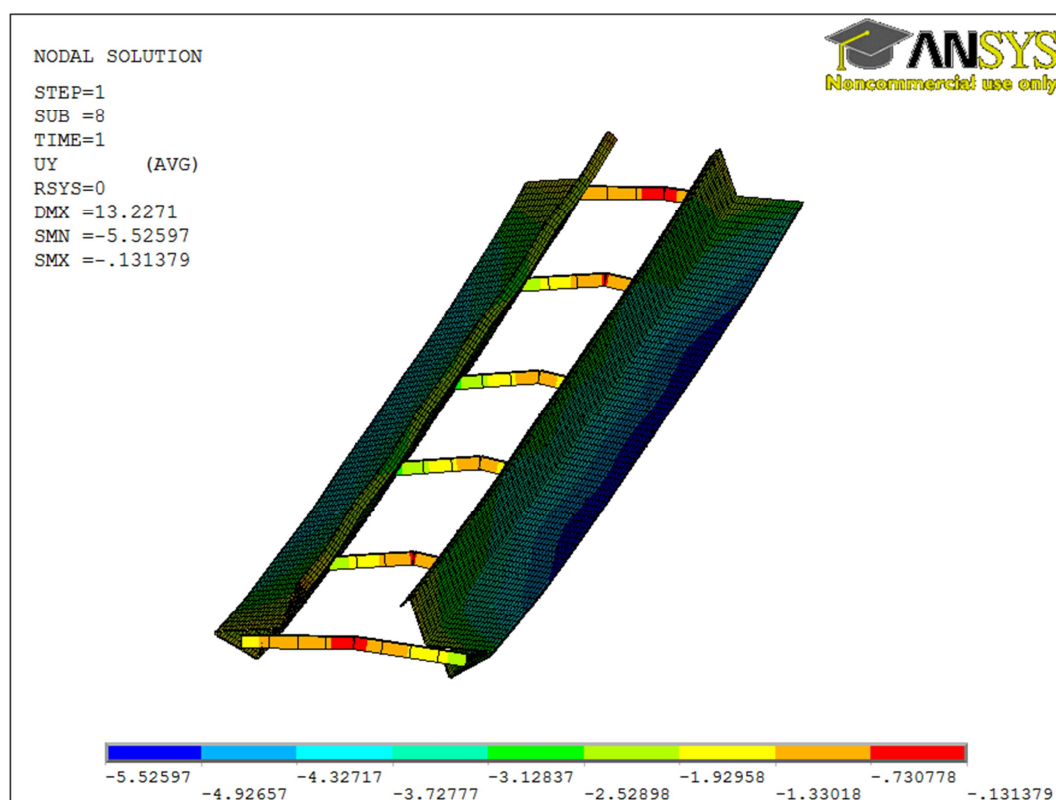


Fig. 6.21. Desplaçaments verticals del carril i les cartel·les (eix Y)

6.1.3.2. Desplom de l'estructura.

El desplaçament màxim de l'extrem superior del puntal (Fig. 6.22), calculat a partir una anàlisi de segon ordre, no pot excedir el següent valor:

$$- H/350$$

$$d_{m\grave{a}x} = 13,93 \text{ mm} \leq 19 \text{ mm}$$

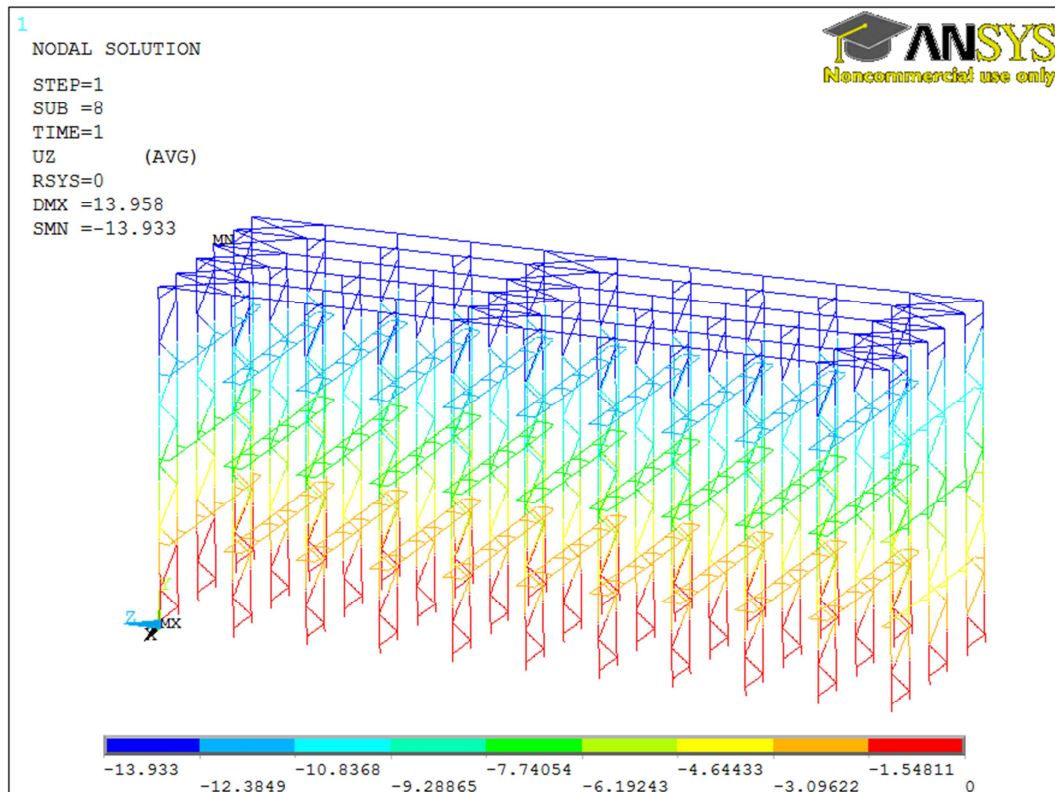


Fig. 6.22. Desplaçaments de la prestatgeria en direcció transversal (eix Z).

En alguns casos aquest límit pot ser més estricte en funció de l'ús de la prestatgeria. Si s'utilitza un mètode de primer ordre, aquesta verificació no cal fer-la ja que està incorporada en el propi mètode.

6.1.3.3. Recolzament mínim del palet.

El recolzament mínim del palet es verifica a partir de la fórmula que es presenta a continuació (Eq.6.1). Aquest recolzament mínim depèn de la tolerància del palet a través del paràmetre a_0 , que per una tolerància de $\pm 10\text{mm}$ pren per valor mínim 25mm i per una de

$\pm 5\text{mm}$, el seu valor mínim és 20mm . Com que es desconeix la tolerància del palet, s'agafa el valor més restrictiu. La resta de paràmetres estan definits per la geometria del carril (Fig. 6.23).

$$\Delta a_{11} \leq w_{ss} - a_5 - a_0 \quad (\text{Eq.6.34})$$

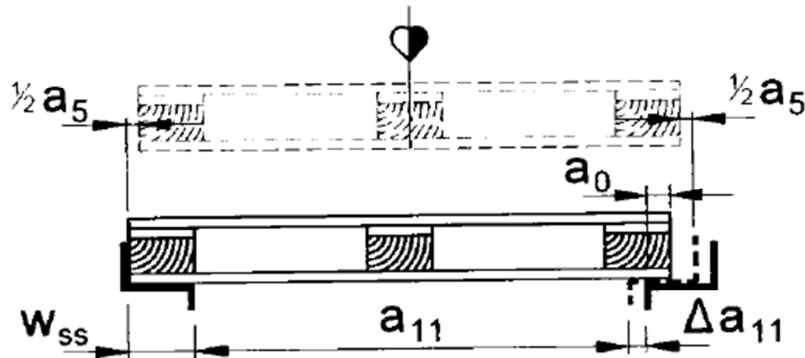


Fig. 6.23. Paràmetres per validar el recolzament mínim [1].

L'increment de l'ample lliure entre cartelles (Δa_{11}) es determina en funció de la següent equació (Eq.6.35), d'origen empíric.

$$\Delta a_{11} = [5,5 \cdot (n + 1) \cdot e_b + 0,4 \cdot h_u] \cdot 10^{-3} \cdot \left[\frac{F_b \cdot h_u^2}{E \cdot I_u} \right] \quad (\text{Eq.6.35})$$

on,

$n = 3$ (nombre total de pisos que poden ser carregats)

$e_b = 180 \text{ mm}$ (distància entre el centre del puntal i el punt d'aplicació de la càrrega)

$h_u = 6650 \text{ mm}$ (altura del puntal)

$F_b = 5000 \text{ N}$ (força de reacció de la cartella a causa de les càrregues dels palets)

$I_u = 1438195 \text{ mm}^4$ (inèrcia de l'eix fort del puntal)

$E = 210000 \text{ N/mm}^2$ (mòdul de Young)

$$\Delta a_{11} = 4,85 \text{ mm} \leq 100 - 40,37 - 25 = 34,63 \text{ mm}$$



6.2. Mètode 3

6.2.1. Estat Límit Últim (ELU)

6.2.1.1. Verificació dels puntals

Com s'ha dit anteriorment en el mateix apartat corresponent del mètode 2, s'analitza el puntal, al ser l'element més crític de la prestatgeria. En aquest apartat només es valida un únic puntal, el que té una càrrega major, i la resta es poden trobar a l'Annex D.

S'analitza la prestatgeria amb la imperfecció col·locada en la direcció transversal, ja que com s'ha dit, en la direcció longitudinal, la disposició dels bastidors comporta una major rigidesa al sistema que permet suportar els esforços perfectament.

Així doncs, el primer que cal és conèixer la capacitat resistent del puntal, que s'obté seguint el mateix procediment que en el mètode 2 i que, per tant, té el següent valor (Taula 6.20):

	Capacitat resistent del puntal (N)
$N_{b,Rd}$	187226

Taula 6.20. Capacitat resistent del puntal 6.

A partir d'aquest punt és on difereixen els dos mètodes. El mètode 3 prescindeix de realitzar un càlcul no lineal o de segon ordre, substituint-lo per un càlcul lineal, més senzill i ràpid d'aplicar ja que no cal disposar de programari avançat de càlcul.

En aquest cas, però, s'ha de modificar el valor de la imperfecció calculada a l'apartat 5.6 d'aquest projecte. Aquest valor, tal com indica el codi FEM 10.2.07 [1], en funció de la direcció cap on es col·loca la imperfecció, cal que sigui multiplicar per un factor: en la direcció transversal s'ha d'incrementar tres vegades, mentre que en la longitudinal s'hi imposa el mateix valor. Així doncs,

$$f = 35,026 \text{ mm (apartat 5.6)} \rightarrow f_{met3} = 3 \cdot f = 105,078 \text{ mm}$$

Un cop introduït aquest valor, es procedeix a realitzar el càlcul de primer ordre per obtenir els principals esforços que pateixen els diferents components de la prestatgeria. De la mateixa manera que en el mètode 2 es mostra el diagrama d'esforços normals (Fig. 6.24), el de moment respecte l'eix X (Fig. 6.25) i moment respecte l'eix Z (Fig. 6.26), a més a més, d'una taula on es s'enumeren els valors màxims i mínims (Taula 6.21).

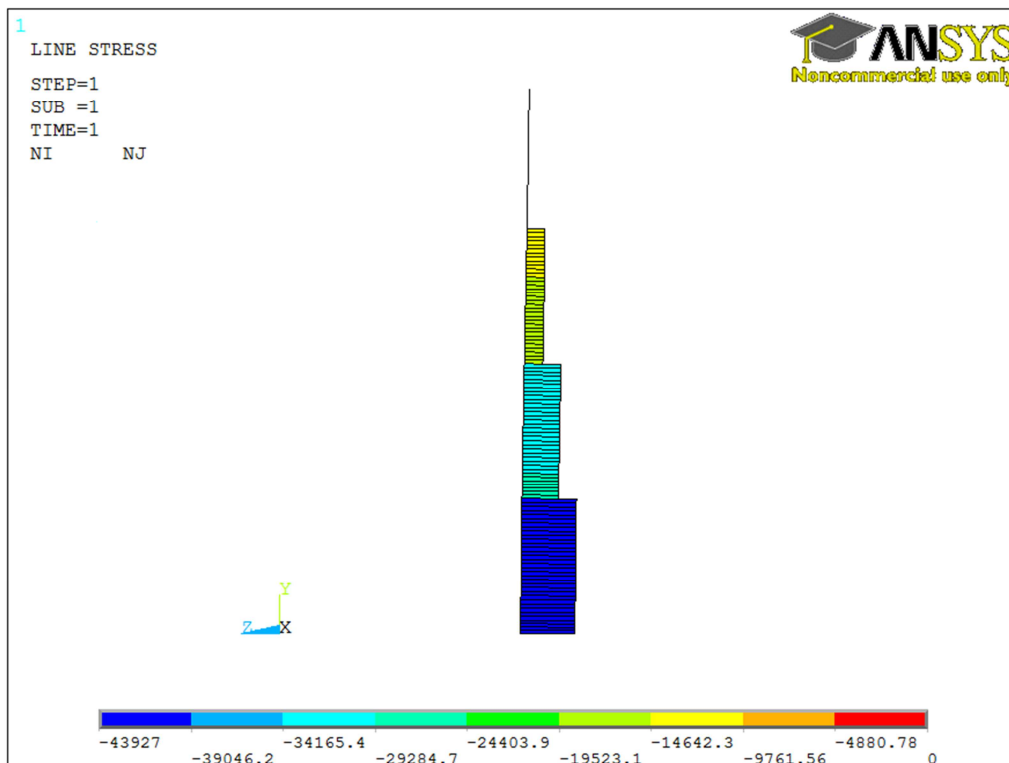


Fig. 6.24. Diagrama de l'esforç normal (Puntal 6).

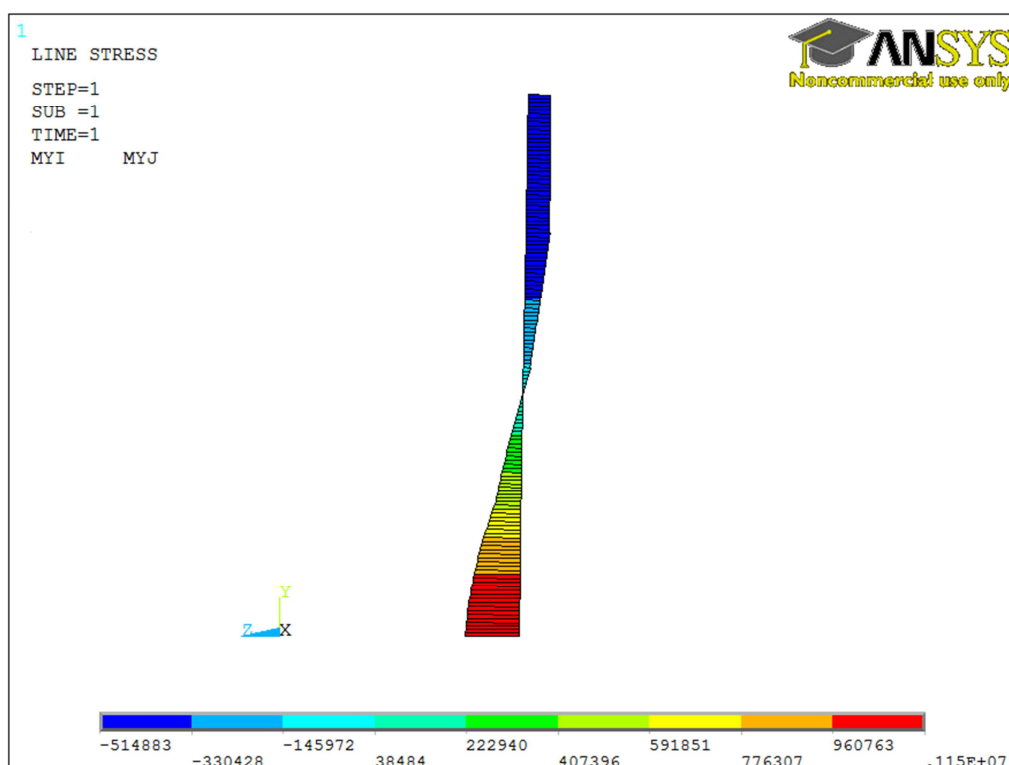


Fig. 6.25. Diagrama del moment respecte l'eix global X (Puntal 6).

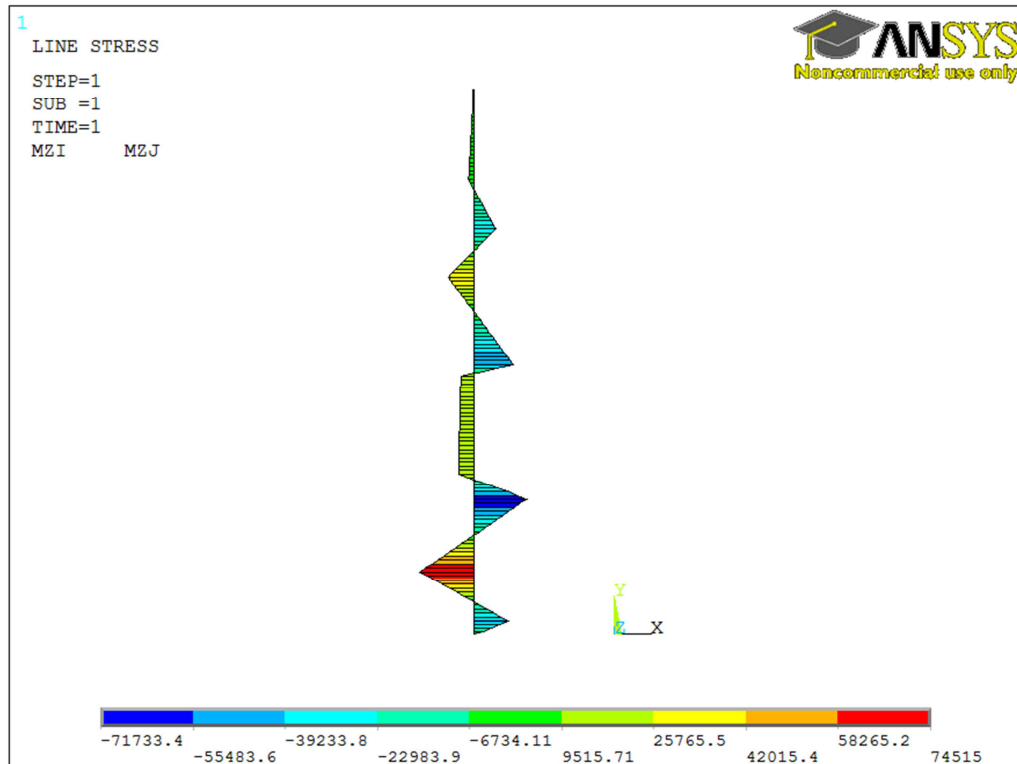


Fig. 6.26. Diagrama del moment respecte l'eix global Z (Puntal 6).

Esforç	Mínim	Màxim
Normal (Compressió)	0 N	43927 N
Moment eix X	-514883 Nmm	1159000 Nmm
Moment eix Z	-71733 Nmm	74515 Nmm

Taula 6.21. Esforços que rep el puntal 6.

A partir d'aquí, com que els esforços que actuen sobre el puntal són els mateixos que en el cas del mètode 2, cal aplicar la mateixa equació de combinació (Eq.6.36) per validar la resistència del puntal, el que comporta utilitzar les equacions per obtenir-ne les diferents paràmetres (Eq.6.14-Eq.6.20). A continuació es torna a presentar l'equació com a recordatori, amb els seus paràmetres descrits a l'apartat 6.1.2.1.

$$\frac{N_{sd}}{\chi \cdot A_{eff} \cdot f_y / \gamma_M} + \frac{k_y \cdot M_{y,sd}}{W_{eff,y} \cdot f_y / \gamma_M} + \frac{k_z \cdot M_{z,sd}}{W_{eff,z} \cdot f_y / \gamma_M} \leq 1 \quad (\text{Eq.6.36})$$

Ídem que per el mètode 2, a l'hora de calcular el paràmetre β en l'eix Z s'ha considerat únicament la part inferior del puntal, on es troba el moment màxim i el mínim (fins al segon canvi de signe), ja que és la zona amb més càrrega axial.

No obstant això, en aquest cas no es limita el valor de k a no ser superior a 1 ja que els resultats dels esforços no provenen d'una anàlisi de segon ordre, sinó no d'una anàlisi lineal.

A continuació es mostren els resultats dels càlculs dels paràmetres anteriors (Taula 6.22):

Paràmetre	Valor eix Y (i=y)	Valor eix Z (i=z)
λ_i	0,433164	0,343729
$\beta_{M,i}$	1,870444	1,393467
μ_i	-0,112238	-0,416965
Φ_i	0,633454	0,583509
χ_i	0,912694	0,947840
k_i	1,023510	1,084102

Taula 6.22. Resultats dels paràmetres necessaris per a la validació.

Com es pot comprovar, els resultats obtinguts dels paràmetres anteriors (Taula 6.22) i els obtinguts en el mètode 2 (Taula 6.4) són pràcticament els mateixos ja que s'obtenen a partir dels valors de les diferents càrregues crítiques de vinclament, que al tractar-se del mateix puntal, són idèntiques. L'únic valor que s'obté a partir de dades diferents és el paràmetre β , que actua com a factor per definir la forma del diagrama de moments. En aquest cas, varia el valor dels moments, però no la forma de diagrama. Això justifica el fet de que prengui valors similars.

Per últim, s'aplica la equació 6.36 per comprovar la resistència de la secció sotmesa a la combinació d'esforços descrita anteriorment (Taula 6.23)

Validació
$0,44 \leq 1$



Taula 6.23. Comprovació de la resistència del puntal.

6.2.1.2. Verificació de les diagonals

Donat que els esforços que actuen sobre les diagonals són aproximadament els mateixos independentment del mètode aplicat i, a més a més, tenint en compte que no són elements crítics de la prestatgeria, tal i com s'ha corroborat en l'apartat 6.1.2.2 del mètode 2, les verificacions dels perfils de les diagonals a partir dels esforços obtinguts amb el mètode 3 no es duen a terme. Tot i així, es mostra el diagrama d'esforços normals de les diagonals (Fig. 6.27) on es pot comprovar aquestes similituds.

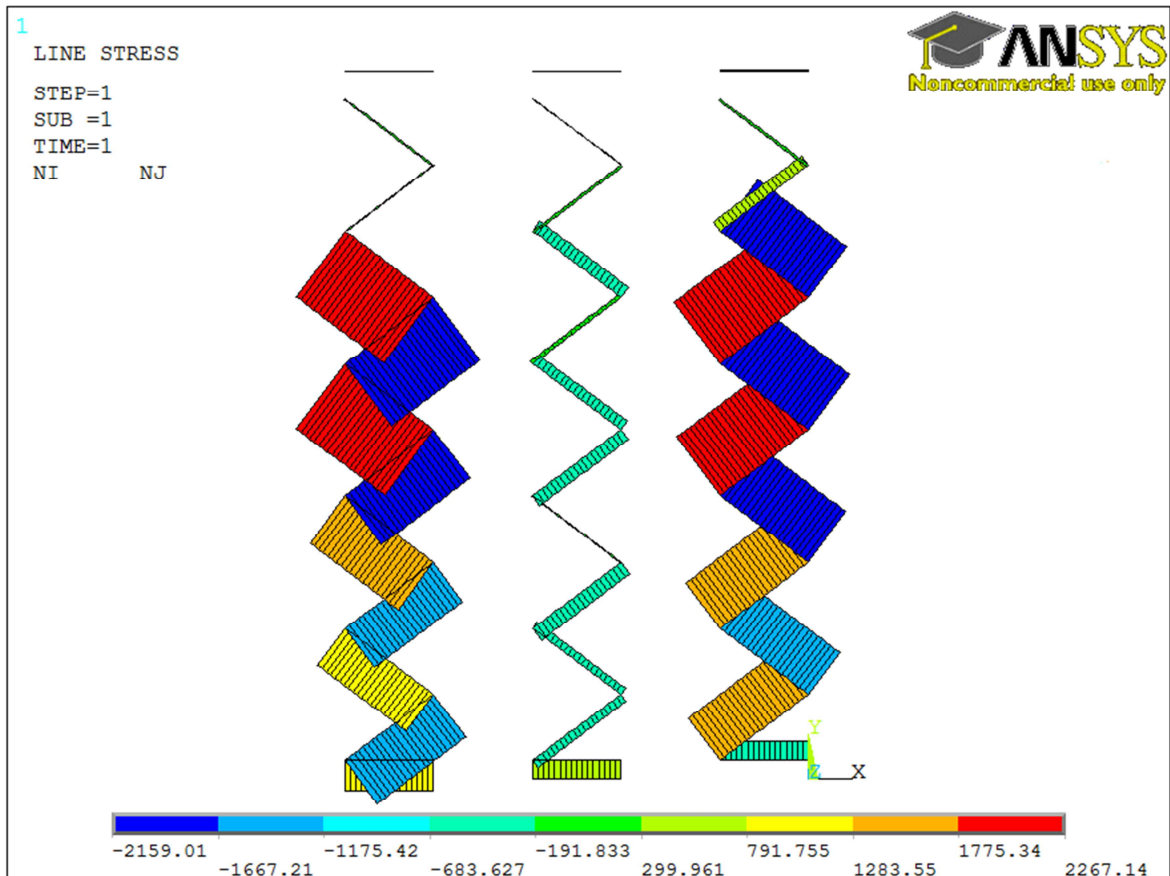


Fig. 6.27. Diagrama d'esforços normals de les diagonals.

De la mateixa manera, la verificació de la unió entre el puntal i la diagonal no es realitza ja que queda coberta per la que s'ha fet a l'apartat 6.1.2.2. En aquest cas, com la càrrega màxima axial que rep la diagonal pateix un augment ínfim, s'ha calculat l'error comès en utilitzar la càrrega resultant del mètode 2, per justificar la no realització d'una nova verificació. Aquest error és d'un 0,8%, menyspreable per el nivell de tensió de la unió.

Si el mode de fallida més crític, que correspon el de l'aixafament de l'ànima de la diagonal, presentés un valor de tensió similar a la tensió màxima permesa, seria necessari comprovar si es supera aquest límit amb el petit increment de càrrega esmentant anteriorment.

6.2.1.3. Verificació dels travessers

La verificació dels travessers es realitza idènticament com s'ha fet a l'apartat 6.1.2.3, amb la diferència que el valor d'esforços que actuen sobre el travesser són diferents.

Així doncs, el primer pas que és calcular la capacitat resistent del travesser és igual tant en procediment com en resultat, ja que aquest no depèn del mètode d'anàlisi sinó de les característiques geomètriques del propi travesser. Per tant, s'obté el següent valor (Taula 6.24):

	Capacitat resistent del travesser (N)
$N_{b,Rd}$	155186

Taula 6.24. Capacitat resistent del travesser.

La diferència rau en l'obtenció dels esforços de l'element que es mostren a continuació, en funció del procediment utilitzat, en aquest cas el mètode 3 (Fig. 6.28, Fig. 6.29 i Fig. 6.30). També es mostra una taula on es recullen les diferents sol·licitacions (Taula 6.25).

En el diagrama de moments del conjunt de travesser (Fig. 6.28) també es pot comprovar la diferència entre els valors dels travesser extrems i els centrals, tal i com s'ha explicat anteriorment.

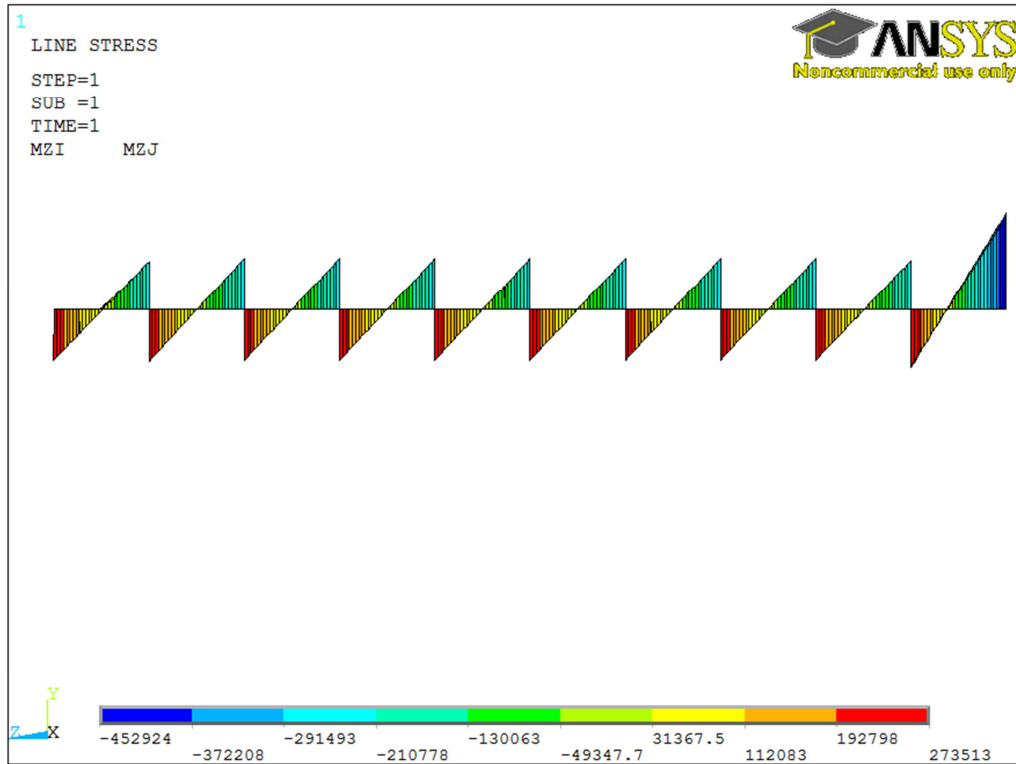


Fig. 6.28. Diagrama de moments del conjunt de travessers.

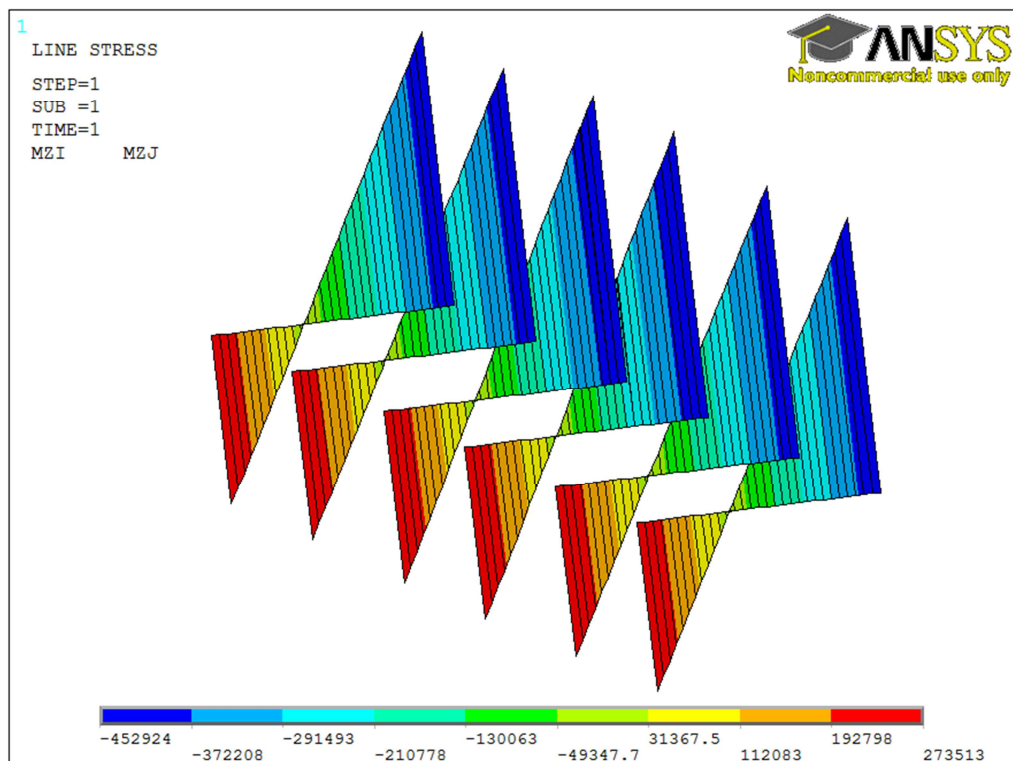


Fig. 6.29. Diagrama de moments dels travesser de l'extrem més sol·licitat.

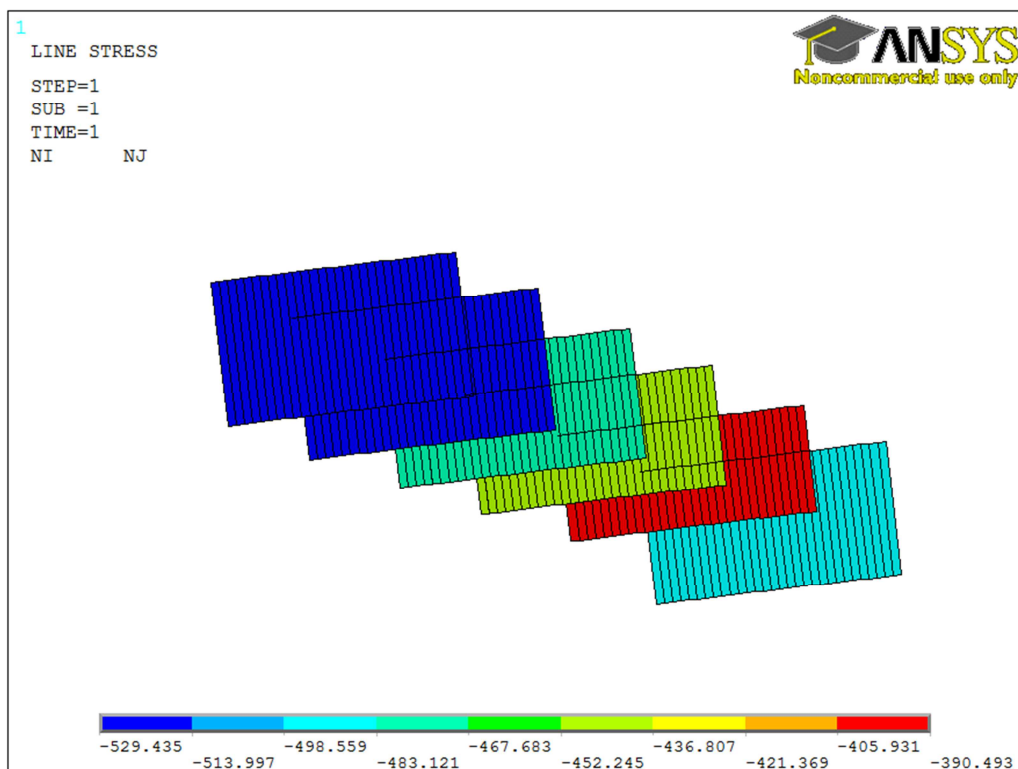


Fig. 6.30. Diagrama d'esforços normals dels travessers de l'extrem més sol·licitat.

Esforç	Mínim	Màxim
Normal	-530 N	-530 N
Moment eix X	-452924 Nmm	273513 Nmm

Taula 6.25. Esforços que rep el travesser.

Per últim s'aplica l'equació 6.29, calculant primer els diferents paràmetres necessaris per poder realitzar el càlcul de verificació (Taula 6.26).

Paràmetre	Valor eix y
λ_y	0,337937
$\beta_{M,y} = \beta_{M,\psi}$	2,959165
μ_y	0,648275
Φ_y	0,580550
χ_y	0,950023
k_y	0,997786

Taula 6.26. Resultat dels paràmetres previs a la verificació.

Verificació
$0,11 \leq 1$



Taula 6.27. Comprovació de la resistència del travesser.

6.2.1.4. Verificació dels carrils

Seguint el mateix procediment que a l'apartat 6.1.2.4, la verificació del carril es realitza analitzant l'estat tensional del carril tenint en compte l'esforç a flexió i a torsió. Com s'ha comentat, l'esforç a torsió es calcula considerant l'excentricitat màxima de col·locació del palet.

En aquest cas, les tensions tangencials a causa de la torsió prenen el mateix valor que en l'apartat 6.1.2.4. A continuació, es calcula les tensions normals derivades del moment flector (Eq.6.37), a partir del moment màxim del diagrama (Fig. 6.31).

$$\sigma_{m\grave{a}x} = \frac{M_{y,Sd}}{W_y} = 51,34 \frac{N}{mm^2} \quad (\text{Eq.6.37})$$

Finalment s'aplica el criteri de Von Mises (Eq6.38).

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{max}^2 + 3 \cdot \tau_{max}^2} = 165,95 \frac{N}{mm^2} \leq \frac{350}{1,05} \quad (\text{Eq.6.38})$$



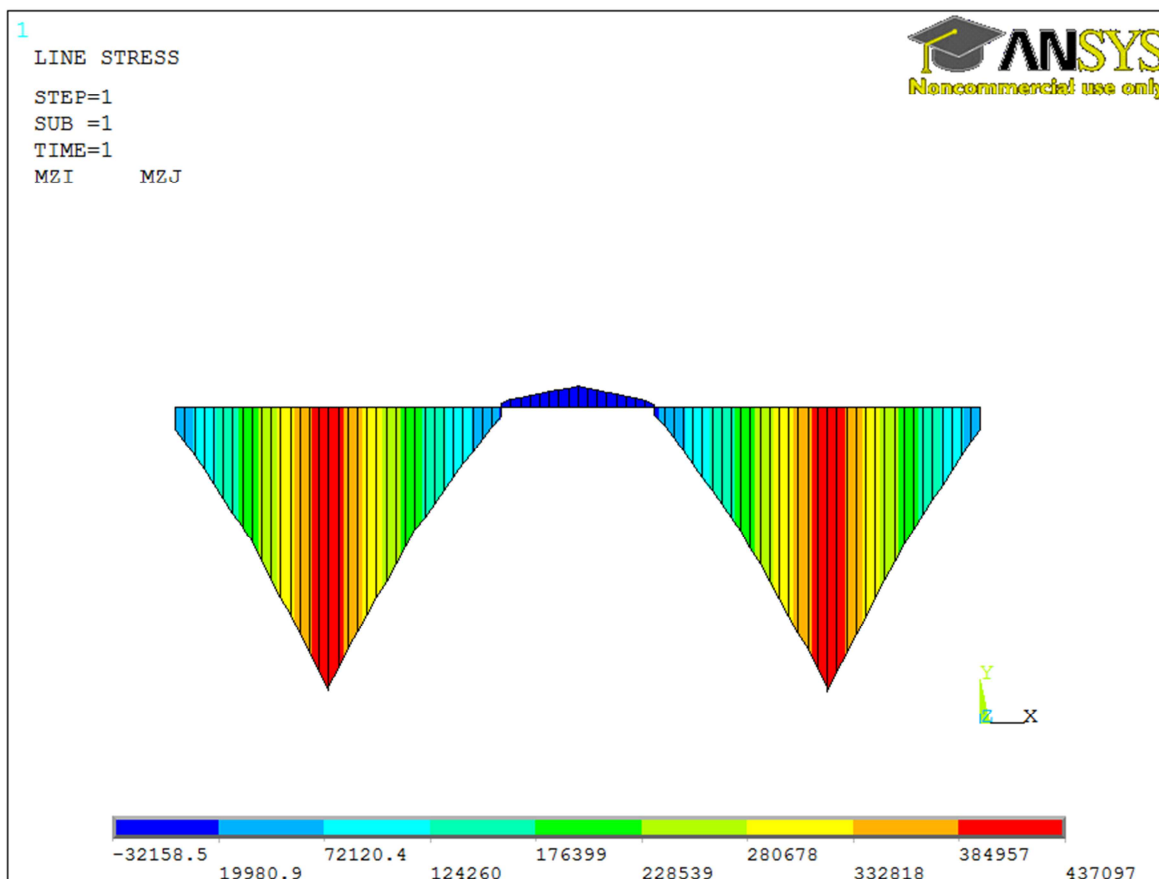


Fig. 6.31. Diagrama de moments del carril.

6.2.1.5. Verificació dels les unions

Repetint la operativa de l'apartat 6.1.2.5 equivalent del mètode 2 es procedeix a avaluar les diferents unions de la prestatgeria. Així doncs, es mostra una taula (Taula 6.28) amb el recull de les dades procedents tant de la simulació numèrica com dels assajos experimentals.

Unió	M (Nmm)	M _{màx} (Nmm)
Puntal-travesser	452924	1279830
Puntal-cartel·la	1320000	1638000
Puntal-peu-terra 1	716590	1252423



Puntal-peu-terra 2	1006200	1350007	✓
Puntal-peu-terra 3	1113300	1456242	✓
Puntal-peu-terra 4	1025100	1693122	✓
Puntal-peu-terra 5	1106800	1918766	✓
Puntal-peu-terra 6	1159000	2147983	✓

Taula 6.28. Verificació de les unions.

També es mostren els diagrames de moments de les unions, en el mateix ordre que a la taula anterior. Pel que fa a la unió puntal-cartel·la, el valor no ha variat respecte el mètode 2, ja que únicament depèn de l'acció dels palets sobre els carrils i de la distància respecte el puntal, i cap d'aquest dos factors varia respecte el mètode aplicat.

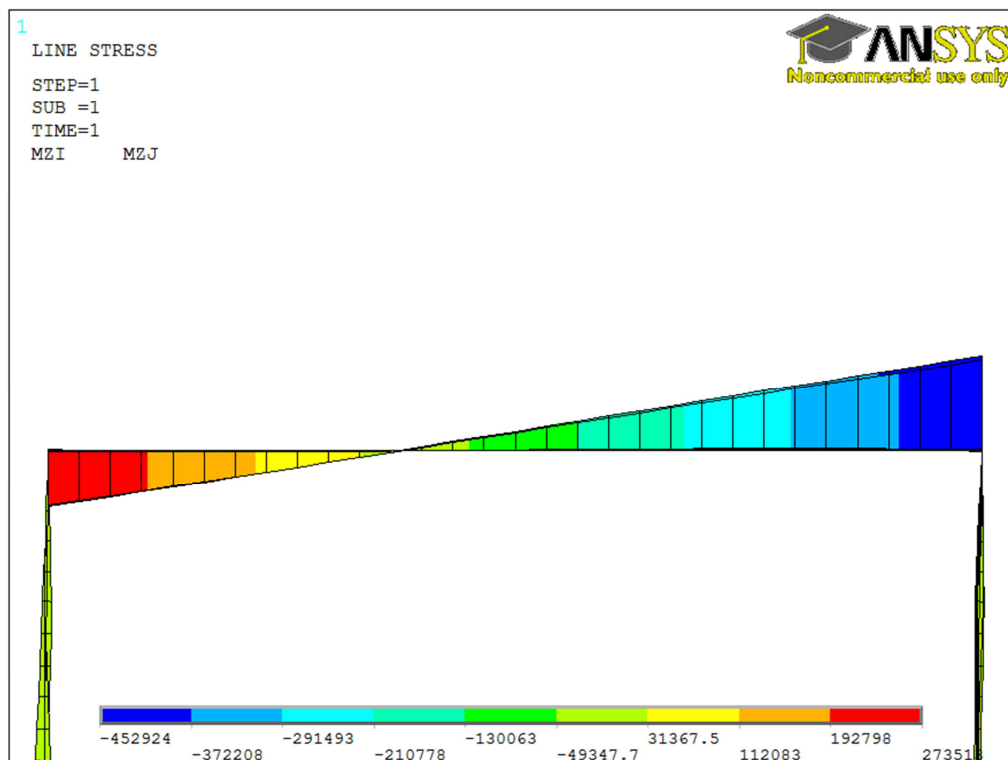


Fig. 6.32. Diagrama d'esforços de la unió puntal-travesser.

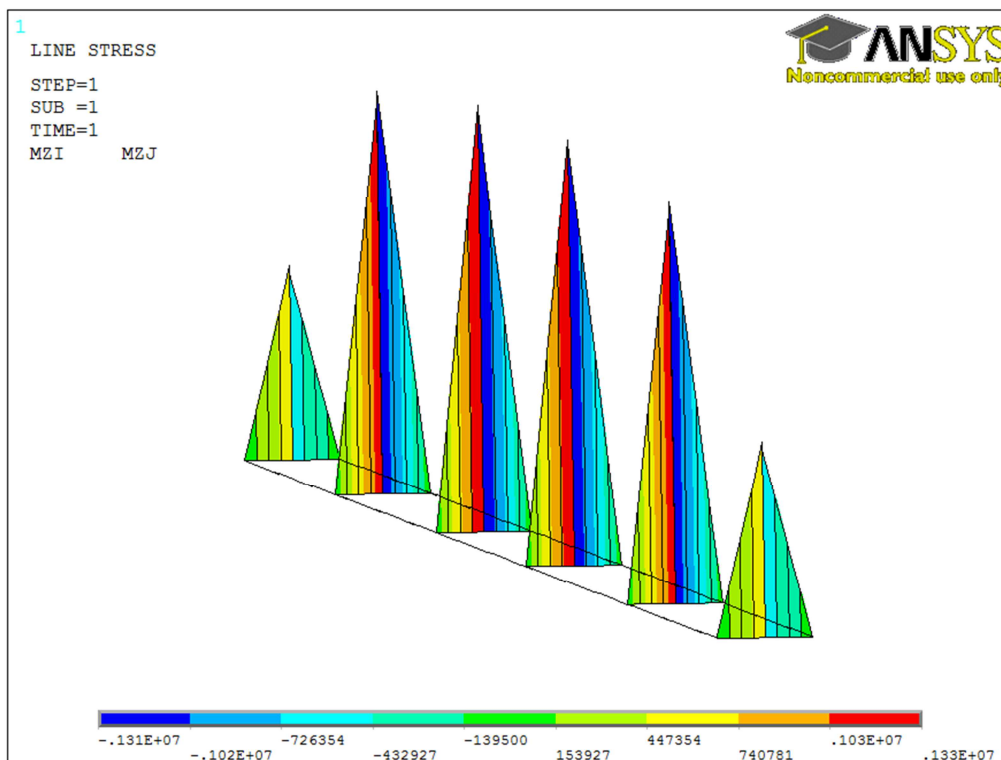


Fig. 6.33. Diagrama d'esforços de la unió puntal-cartel·la.

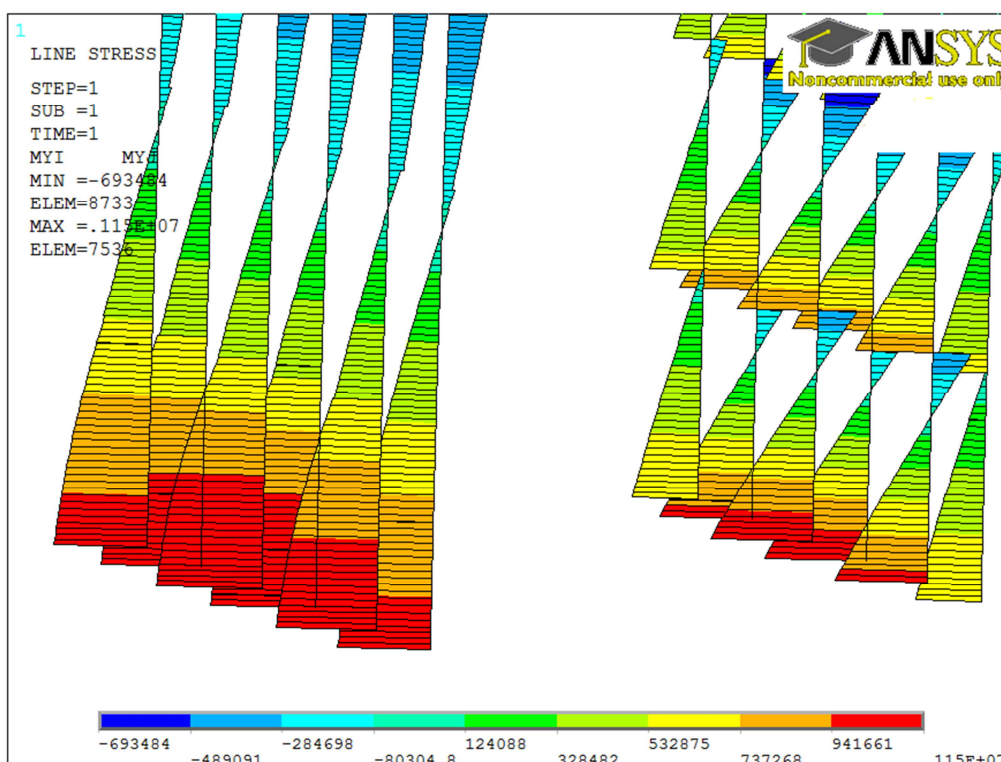


Fig. 6.34. Diagrama d'esforços de la unió puntal-peu-terra.

6.2.1.6. Càrrega accidental en la direcció transversal

Seguint el mateix procediment que a l'apartat 6.1.2.6 però utilitzant els esforços procedents de l'anàlisi segons el mètode 3, es realitza la verificació del puntal 5, sotmès a una càrrega accidental en la direcció transversal de 1250 N. En la direcció longitudinal, es determina que el bastidor és molt rígid i, per tant, no és necessari verificar-la.

La capacitat resistent del puntal 5 (Taula 6.29) és la mateixa que en les altres verificacions del mateix puntal, ja que només depèn de la secció i les condicions de contorn, que en aquest cas no varien.

	Capacitat resistent del puntal (N)
$N_{b,Rd}$	186677

Taula 6.29. Capacitat resistent del puntal 5.

Pel que fa als esforços sotmesos al puntal, tant l'esforç normal com el moment respecte l'eix global Z, no varien degut a l'acció de la càrrega accidental en la direcció transversal. Per contra, el moment respecte l'eix global X (Fig. 6.35) sí que pateix una variació pròxima a la part baixa del puntal.

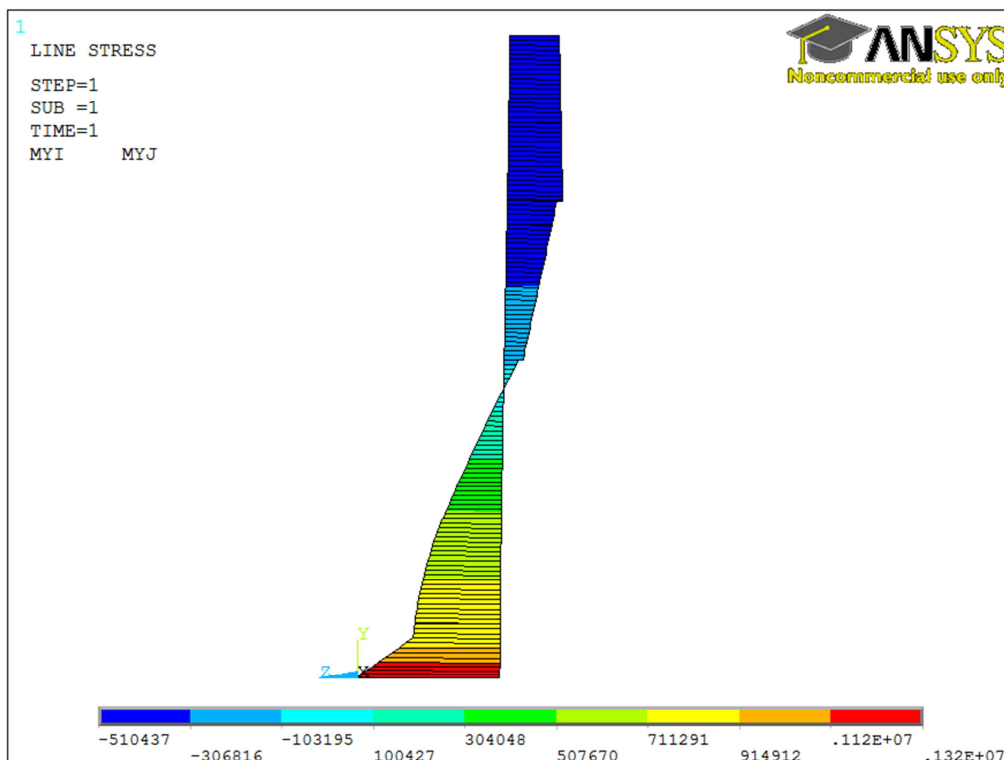


Fig. 6.35. Diagrama de moments respecte l'eix global X amb càrrega accidental.

A la següent taula (Taula 6.30), es resumeixen els nous esforços del puntal.

Esforç	Mínim	Màxim
Normal (Compressió)	0 N	35240 N
Moment eix X	-510437 Nmm	1320000 Nmm
Moment eix Z	-55043 Nmm	92325 Nmm

Taula 6.30. Esforços que rep el puntal 5.

Aplicant les fórmules de verificació, amb el càlcul respectiu dels seus paràmetres, s'obté el següent (Taula 6.31):

Verificació
$0,44 \leq 1$



Taula 6.31. Comprovació de la resistència del puntal 5 amb càrrega accidental.

A l'annex E, es repeteix el mateix procediment que en aquest apartat per tal de verificar el puntal 4, que correspon a un puntal de la primera fila de puntal, també considerat com d'alt risc per rebre algun impacte.

Es torna a recordar que, per evitar danys locals en els puntals, es poden col·locar uns elements anomenats reforços de puntal que absorbeixen petits impactes, protegint-ne així la seva secció.

Per últim, es comprova la resistència de la unió del puntal, ja que ha canviat el moment a la base. A continuació (Taula 6.32) es mostra el nou moment de la unió enfront el moment màxim que es permet. Com es pot observar, la unió continua estant dins del límit permès, i per tant queda comprovat el seu bon funcionament.

Verificació
$M = 1320000 \leq 1918766 = M_{\max}$



Taula 6.32. Verificació de la unió amb càrrega accidental.

6.2.2. Estat Límit de Servei (ELS)

En aquest cas, cal verificar les mateixes condicions d'Estat Límit de Servei que en el cas del mètode 2, exceptuant la verificació de màxim desplom de l'estructura admès.

6.2.2.1. Carril on es recolzen els palets.

Les condicions límit a tenir en compte són les mateixes que en el mètode 2.

- $D_B \leq 5 \text{ mm}$
- $D_R \leq 10 \text{ mm}$ (a qualsevol posició del carril)
- Torsió del carril (θ_t) $\leq 6^\circ$

$$D_B = 4,73 \text{ mm} \leq 5 \text{ mm}$$



$$D_R = 1,84 \text{ mm} \leq 10 \text{ mm}$$



$$\theta_t = 1,26^\circ \leq 6^\circ$$



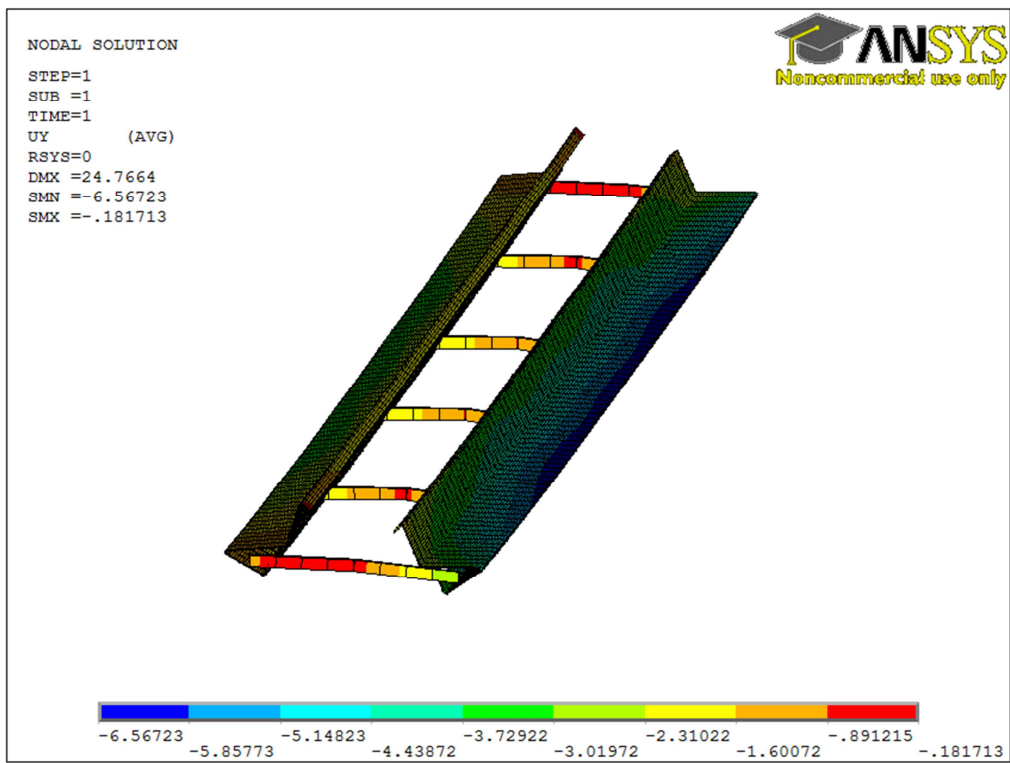


Fig. 6.36. Desplaçaments verticals del carril i les cartelles (eix Y)

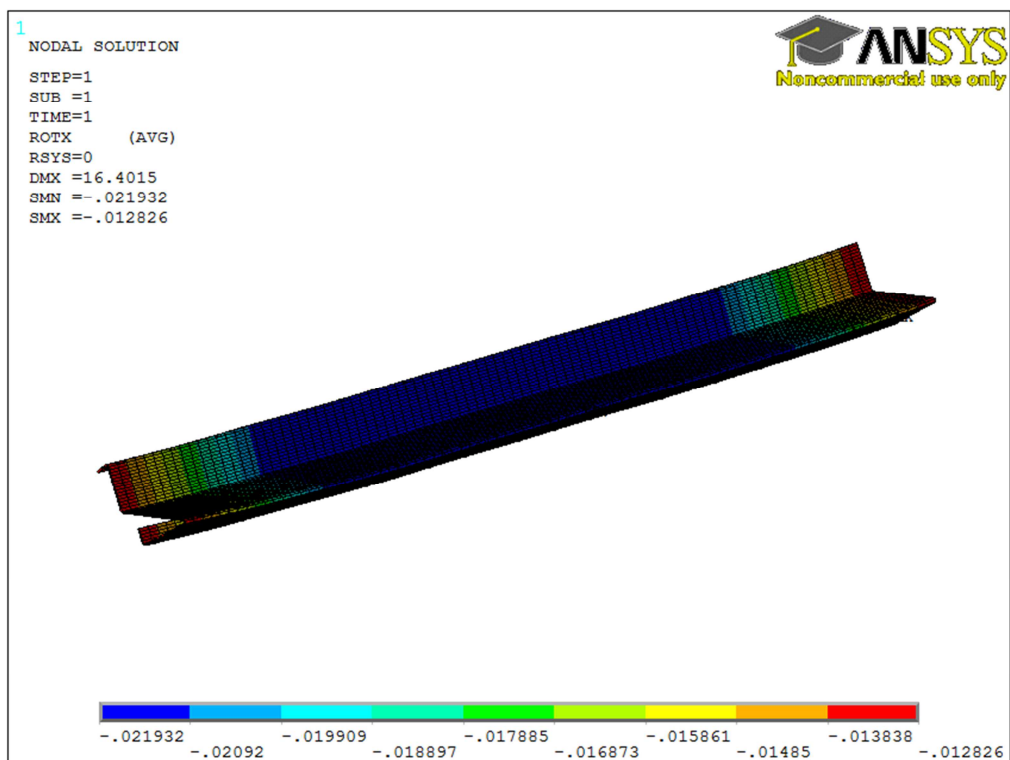


Fig. 6.37. Gir del carril.

6.2.2.2. Desplom de l'estructura.

Com s'ha dit anteriorment, la verificació del desplom màxim de l'estructura quan s'aplica un mètode de primer ordre, com és el cas del mètode 3, no cal comprovar-la, ja que el propi procediment d'anàlisi la incorpora.

6.2.2.3. Recolzament mínim del palet.

Aquesta verificació és, exactament, la mateixa que en el mètode 2, ja que els valors utilitzats depenen únicament de la geometria de la prestatgeria i de les propietats mecàniques dels elements, els quals no varien en l'anàlisi a partir de cada mètode.

6.3. Càrrega màxima de la prestatgeria

6.3.1. Mètode per determinar la càrrega màxima

En aquest apartat, es vol conèixer la càrrega màxima que admet la prestatgeria abans del col·lapse. Com es pot deduir de les explicacions anteriors, aquest valor no segueix una relació lineal, en part perquè la unió semi-rígida entre el puntal, el peu i el terra, depèn de la pròpia càrrega sobre cada puntal.

Aquest fet implicaria simular la unió de la base com una unió variable en funció de la càrrega axial dels puntals, cosa que amb el programari utilitzat no es pot fer. Així doncs, s'opta per aplicar un procés iteratiu de manera manual.

Aquest procés consisteix en imposar una càrrega arbitrària, superior a la càrrega màxima estimada que es creu que suporta la prestatgeria, juntament amb les condicions d'unió de la base corresponents a l'ELU i aplicar un càlcul de segon ordre per trobar una primera càrrega màxima. Tot seguit, s'actualitzen els valors de les unions de la base a partir del valor màxim obtingut, i es realitza de nou un càlcul de segon ordre. Aquest procediment es repeteix fins que s'aconsegueix un error al voltant d'un 1%.

A continuació es mostra el procés iteratiu pas a pas. La càrrega arbitrària que s'imposa és de 5 vegades la nominal, és a dir que es considera que cada palet té un pes de 50000 N.

A la primera iteració, com s'ha comentat, es parteix amb les mateixes condicions d'unió que s'han utilitzat per a l'anàlisi de l'ELU, és a dir, les corresponents a la mitjana entre els dos estats límits (Taula 5.10). Un cop aplicat l'anàlisi no lineal, s'obté un gràfic de càrrega en funció del desplaçament (Fig. 6.38). Com a càrrega es considera la càrrega total del conjunt de palets, mentre que el desplaçament és el de l'extrem superior d'un dels puntals,

concretament del primer. També, es mostra el valor de càrrega màxima (Taula 6.33) obtingut amb aquestes condicions de contorn, a partir del qual s'obtenen els nous esforços normals de la barra, que determinen la nova rigidesa de cada unió.

Càrrega màxima (N)
3211200

Taula 6.33. Càrrega màxima de la iteració 1.

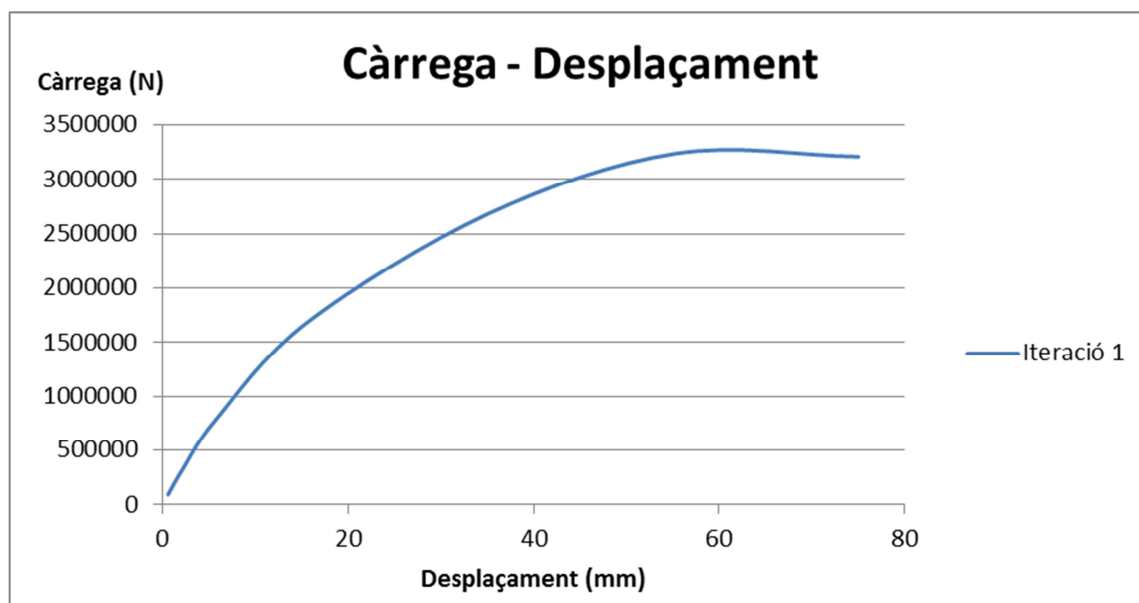


Fig. 6.38. Gràfic càrrega-desplaçament de la iteració 1.

Per prosseguir amb la iteració 2, és necessari conèixer els esforços axials de cada puntal per obtenir les noves condicions d'unió, tal i com es mostra a continuació (Taula 6.34).

Força axial (N)	Moment (Nmm)	Rigidesa (Nmm/rad)	Angle girat (rad)
21875	1602615	445775635	0.00359512
26769	1790810	536277674	0.00333933
31915	1994866	623495433	0.00319949

43456	2471351	791980813	0.00312047
53778	2913497	914549330	0.00318572
63264	3327256	1007310863	0.00330311

Taula 6.34. Moment, rigidesa i angle girat per cada força axial del model (Iteració 2).

Un cop realitzat l'anàlisi, s'obté un gràfic de càrrega- desplaçament (Taula 6.35) i una nova càrrega total màxima (Fig. 6.39).

Càrrega màxima (N)
3979125

Taula 6.35. Càrrega màxima de la iteració 2.

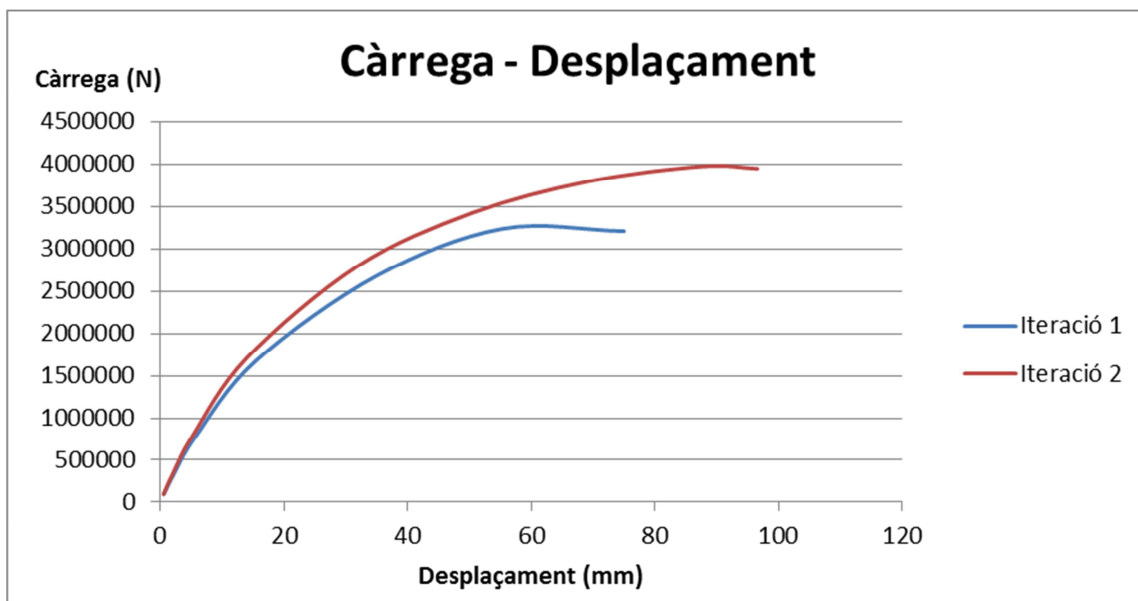


Fig. 6.39. Gràfic càrrega-desplaçament de la iteració 2.

Repetint de nou el procediment, s'obté la següent càrrega màxima (Taula 6.36) i un nou gràfic càrrega-desplaçament (Fig. 6.40). Els valor de rigidesa de la unió s'han actualitzat de la mateixa forma que en la iteració 2, obtenint primer els esforços normals, per tot seguit, determinar el moment i la rigidesa a partir d'una regressió de les corbes experimentals.

Càrrega màxima (N)
4192275

Taula 6.36. Càrrega màxima de la iteració 3.

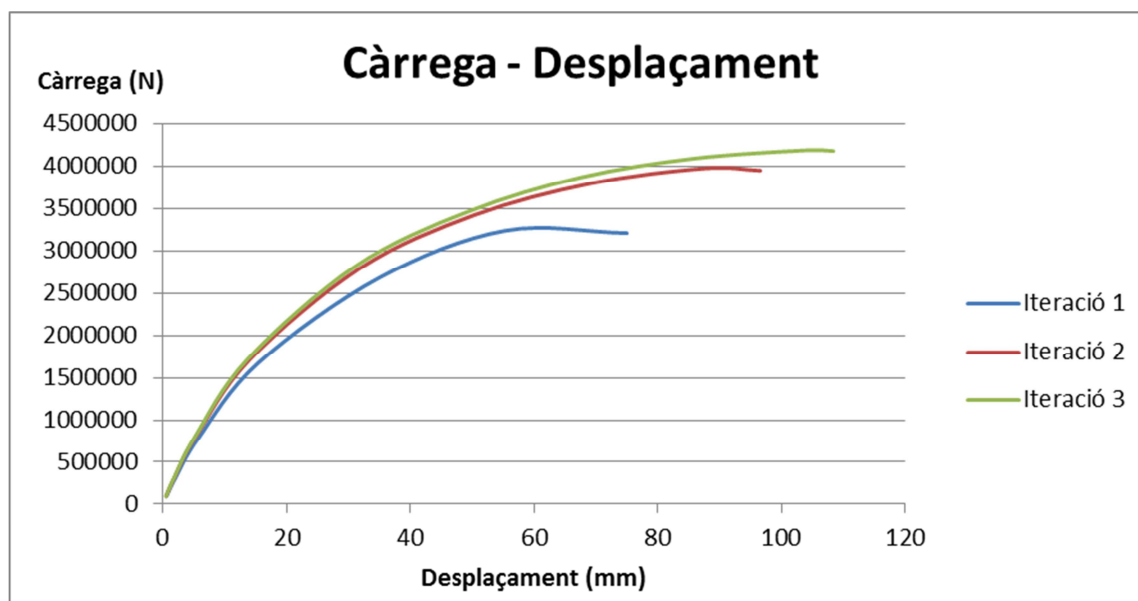


Fig. 6.40. Gràfic càrrega-desplaçament de la iteració 3.

Per últim, es realitza una última iteració que ja permet estimar una càrrega total màxima amb un error relativament petit, al voltant d'un 1%. A continuació, es mostra novament el valor màxim de càrrega obtingut (Taula 6.37) i un gràfic càrrega-desplaçament (Fig. 6.41) on es superposen els diferents gràfics obtinguts en les anterior simulacions, per tal de veure l'evolució de la càrrega màxima en funció de la rigidesa de la unió.

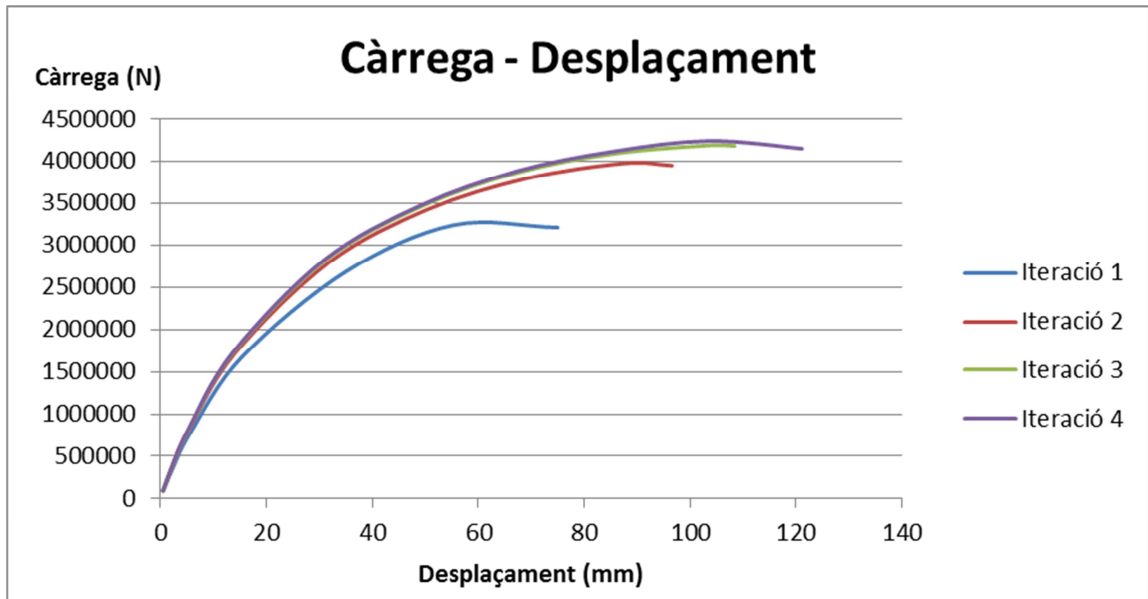


Fig. 6.41. Gràfic càrrega-desplaçament de la iteració 4.

Càrrega màxima (N)
4243125

Taula 6.37. Càrrega màxima de la iteració 4.

El càlcul de l'error que s'admet és el següent. Si es vol conèixer el valor de la càrrega total màxima amb més precisió, caldria continuar iterant de la mateixa manera que s'ha mostrat anteriorment.

$$\varepsilon = \frac{|Valor\ iteració_i - Valor\ iteració_{i-1}|}{Valor\ iteració_i} \quad (\text{Eq.6.39})$$

$$\varepsilon = \frac{|4243125 - 4192275|}{4243125} = 0,01198 \rightarrow 1,12\%$$

Un cop obtingut el valor de càrrega màxima permesa per la prestatgeria, es compara amb el valor de càrrega nominal, és a dir, la suma del pes de tots els palets en les condicions normals d'utilització (1500000 N), per tal de definir el marge de seguretat de la prestatgeria, que és el següent (Eq.6.40):

$$\gamma = \frac{Càrrega\ màxima}{Càrrega\ nominal} = 2,83 \quad (\text{Eq.6.40})$$

Així doncs, s'obté un marge de seguretat al voltant de 3 vegades la càrrega nominal.

6.3.2. Verificació dels puntals amb càrrega màxima

Seguint el procediment que s'ha realitzat en apartats anterior corresponen a les verificacions dels puntals, així com en el annex D, es verifica la resistència del puntal a l'estat de càrrega màxim que s'ha determinat seguint el mètode iteratiu de l'apartat 6.3.1.

Com que les condicions de contorn del puntal, en particular les de la unió de la base, s'han vist modificades al tenir més càrrega axial, es necessari determinar les noves càrregues crítiques de vinclament a flexió, a partir d'una anàlisi lineal de vinclament del puntal sol, les quals, amb ajuda de la formulació de la normativa, permeten determinar la càrrega crítica de vinclament a torsió i la de flexo-torsió.

A continuació es mostren les noves càrregues crítiques (Taula 6.38) i la capacitat resistent del puntal 6 amb càrrega màxima (Taula 6.39), calculada amb la mínima de les anteriors.

Tipus de càrrega crítica	Càrrega crítica de vinclament (N)
Flexió eix de simetria ($N_{cr,y}$)	1413950
Flexió eix de no simetria ($N_{cr,z}$)	1944020
Torsió ($N_{cr,T}$)	765584
Flexo-torsió ($N_{cr,FT}$)	581889

Taula 6.38. Valor de les diferents càrregues crítiques de vinclament (Puntal 6).

	Capacitat resistent del puntal (N)
$N_{b,Rd}$	188944

Taula 6.39. Capacitat resistent del puntal 6.

Tot seguit, es mostren les principals sol·licitacions obtingudes a partir d'aquest càlcul: l'esforç normal (Fig. 6.42Fig. 6.7), moment respecte l'eix X (Fig. 6.43) i moment respecte l'eix Z (Fig. 6.44). També una taula on es resumeixen els valors màxims i mínims (Taula 6.40).

Esforç	Mínim	Màxim
Normal (Compressió)	0 N	83735 N
Moment eix X	-1350000 Nmm	3290000 Nmm
Moment eix Z	-136311 Nmm	141077 Nmm

Taula 6.40. Esforços que rep el puntal 6.

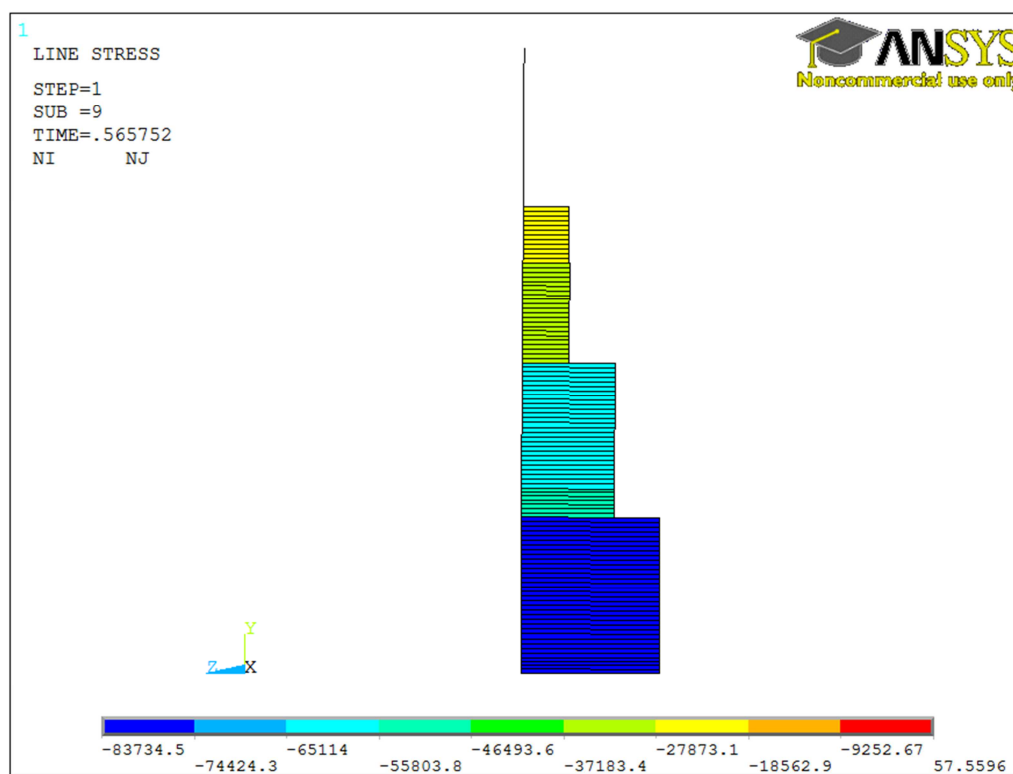


Fig. 6.42. Diagrama de l'esforç normal (Puntal 6).

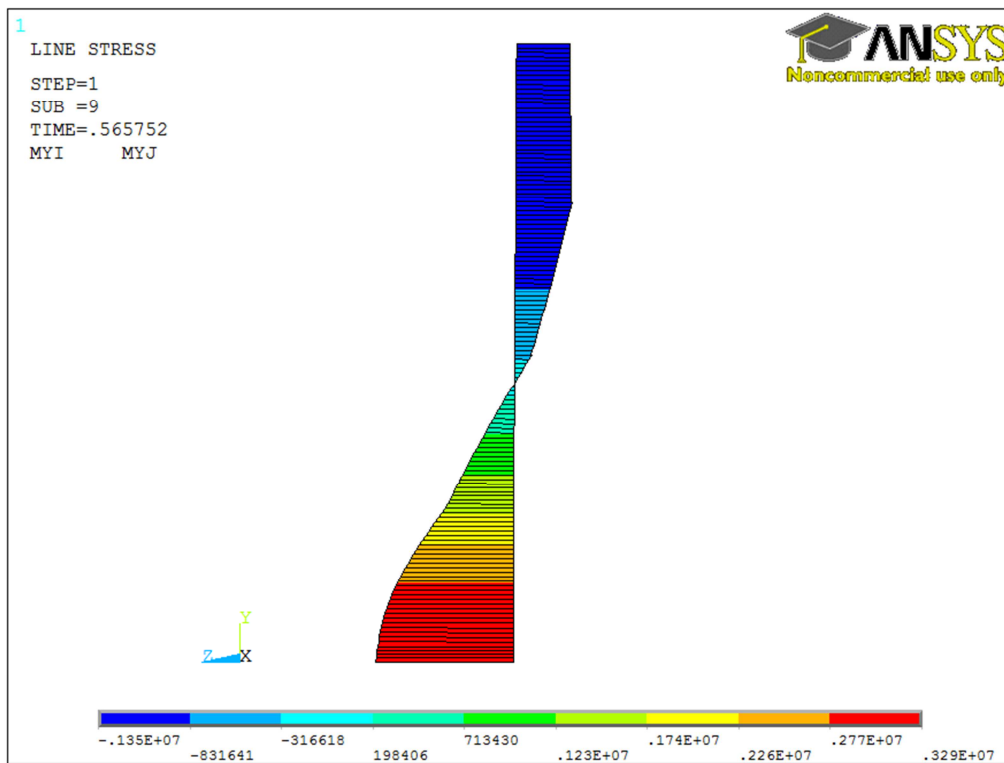


Fig. 6.43. Diagrama de moments respecte l'eix global X (Puntal 6).

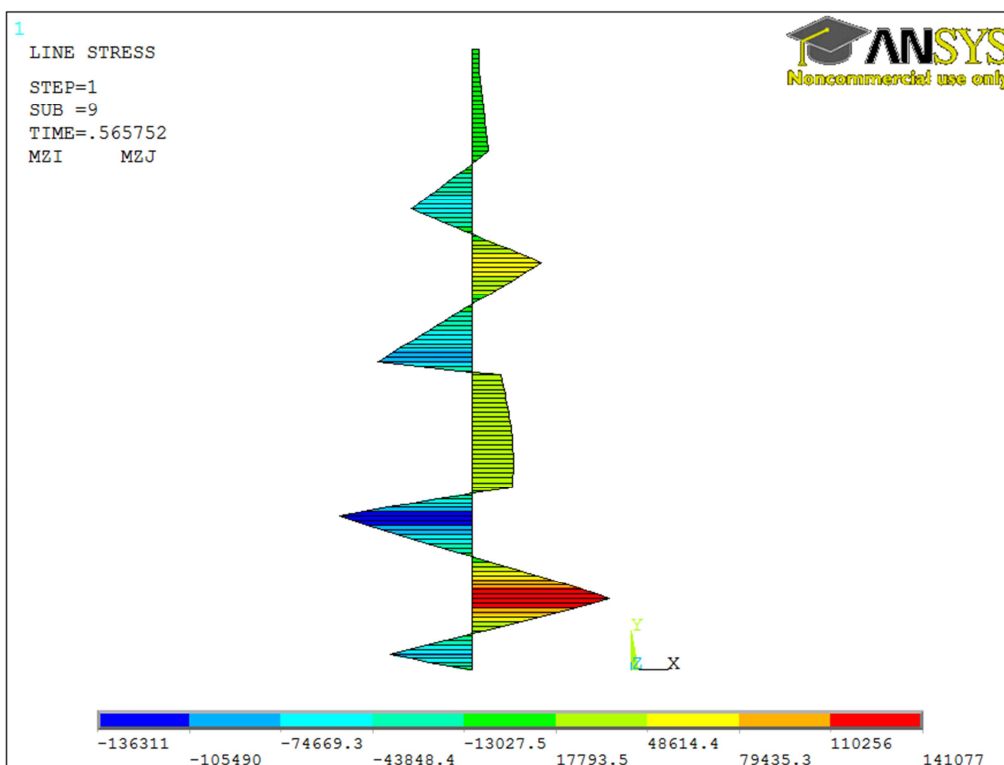


Fig. 6.44. Diagrama de moments respecte l'eix global Z (Puntal 6).

Per últim, aplicant novament les fórmules de verificació, amb el càlcul respectiu dels seus paràmetres, s'obté el següent (Taula 6.41):

Verificació
$1,02 \leq 1$



Taula 6.41. Comprovació de la resistència del puntal 6.

En aquest cas, com es pot comprovar, no es compleix la verificació i per tant el puntal no és capaç de suportar els esforços generats, la qual cosa produeix el col·lapse global de la prestatgeria.

6.3.3. Verificació de les unions amb càrrega màxima

A part de la verificació del puntal, també és necessari comprovar l'estat de les unions, per comprovar si arriben a saturar-se amb la càrrega màxima que suporta la prestatgeria.

Unió	M (Nmm)	M _{màx} (Nmm)	
Puntal-travesser	1061500	1279830	
Puntal-peu-terra 1	1862020	1862020	
Puntal-peu-terra 2	2076100	2109409	
Puntal-peu-terra 3	2084400	2391385	
Puntal-peu-terra 4	3040087	3040087	
Puntal-peu-terra 5	3255600	3624408	
Puntal-peu-terra 6	3280200	4164300	

Taula 6.42. Verificació de les unions.

Com es pot comprovar, en l'estat de càrrega màxima les unions corresponents a la primera i sisena fila es troben saturades, és a dir, que ja no admeten més moment i que el seu comportament físic s'assimila al d'una articulació.

7. Comparació dels resultats

Un cop analitzada la prestatgeria compacta DTR mitjançant els dos mètodes escollits anteriorment, es pot determinar les diferències que apareixen entre ells i avaluar-les en funció del resultat que s'ha obtingut en el conjunt de verificacions.

Pel que fa al mètode 2, cal remarcar que es considera un mètode més precís d'anàlisi al incorporar els efectes geomètrics de segon ordre, com ara la deformació progressiva dels diferents elements de la prestatgeria, que indueix esforços addicionals als generats per les pròpies accions aplicades. És per aquest motiu que la imperfecció global que s'imposa és el mateix valor que es calcula a partir de la normativa i el seu valor és més semblant al valor real, que prové d'excentricitats de muntatge i/o de fabricació.

En canvi, el mètode 3, al ser una anàlisi geomètricament lineal, no té en compte els efectes de segon ordre i aplica el valor de les accions en un sol pas de càrrega. Per suplir aquesta simplificació, la imperfecció global que s'introdueix es multiplica per un factor de valor 3, per la qual cosa amplifica les excentricitats inicials i per tant, es generen uns esforços més grans que els que existeixen realment.

Comparant les verificacions dels diferents elements, prestant especial atenció en els puntals, es pot constatar que el valor de les comprovacions a partir del mètode 2 són inferiors que les obtingudes del mètode 3. D'aquesta manera, es pot afirmar que el mètode 3 és més conservador que el 2, la qual cosa corrobora que en el fet d'amplificar la imperfecció per 3, s'engloben els efectes de segon ordre amb un cert marge de seguretat.

Pel que fa a temps de càlcul, evidentment, el mètode 3 és molt més ràpid que el 2 ja que, com s'ha comentat anteriorment, al no tenir en compte els efectes de segon ordre, no actualitza la geometria i per tant no ha de calcular la nova matriu de rigidesa geomètrica després de cada iteració. Cal remarcar, que el mètode de resolució de la solució no lineal que s'utilitza, el de la longitud d'arc, tendeix a la solució de manera més ràpida que el mètode de Newton-Raphson convencional, la qual cosa faria que la diferència en el temps de càlcul entre els dos mètodes fos més gran.

Per últim, destacar que, per al càlcul numèric a partir de qualsevol dels dos mètodes, s'utilitza el mateix model d'elements finits, amb les mateixes accions i condicions de contorn, tal i com es descriu a l'apartat 5, i que per tant, aquest fet, no genera cap avantatge comparatiu entre ells.

8. Impacte ambiental

Aquest projecte consisteix principalment en la comparativa entre diferents mètodes que ofereix el codi FEM 10.2.07 [1], el qual implica la utilització de programes de càlcul per realitzar les simulacions per ordinador, en aquest cas ANSYS 13.0. Per tant, l'impacte ambiental generat és relativament baix.

Tot i així, es poden considerar, com a impacte ambiental, les despeses energètiques i el material utilitzat per realitzar els diversos assajos, ja siguin dels diferents components de la prestatgeria, com de les seves unions entre si.

Les despeses energètiques es produeixen en la utilització d'un ordinador per dur a terme les diferents simulacions necessàries per el càlcul de la prestatgeria. També es pot considerar la energia consumida per la maquinària utilitzada alhora realitzar els assajos pertinents. Cal destacar que la durada de les simulacions, i per tant el temps de funcionament de l'ordinador, és d'uns minuts per cada simulació, el que significa que l'impacte degut a aquest consum és pràcticament menyspreable.

D'altra banda, de la realització dels diferents assajos s'obté el residu dels components en qüestió, com ara puntals, travesser, cartel·les, carrils..., ja deformats i inservibles. Aquests residus són peces d'acer, reciclable al 100%, i són recollits per la mateixa empresa que els subministra o per una altra dedicada al reciclatge de ferralla, les quals s'encarreguen de gestionar-los adequadament. Les dades experimentals obtingudes poden utilitzar-se en altres projectes on intervinguin els mateixos components estructurals, i així evitar una nova sèrie d'assajos.

Mencionar també, que la simulació mitjançant models numèrics validats permet disminuir el nombre d'assajos necessaris, sense arribar, però, a substituir-los en la seva totalitat, la qual cosa implica disminuir considerablement el volum de residu que generen. Paral·lelament, la simulació serveix per millorar el rendiment dels diversos components de la prestatgeria, com per exemple els puntals, gràcies a la utilització de càlculs no lineals o de segon ordre amb els quals s'obtenen resultats més semblants al comportament real. Amb això s'aconsegueix un perfil igual o més eficaç reduint el considerablement material i, en conseqüència, el seu pes propi, facilitant el transport i el posterior muntatge.

9. Pressupost

Tot seguit es mostra un pressupost orientatiu del cost d'execució d'aquest projecte. El pressupost es descompon en tres grans blocs: el primer que correspon al cost de personal (Taula 9.1), el segon inclou la part de llicències del programari i normatives utilitzades (Taula 9.2) i, per últim, la resta de costos derivats del projecte (Taula 9.3).

Pel que fa el cost de personal, s'ha considerat que aquest projecte s'encarrega a una consultoria, la qual factura el cost brut del treballador. La partida dels costos derivats dels assajos experimentals s'inclou a l'apartat d'altres ja que les dades obtingudes serveixen, a la vegada, per una infinitat de projectes i per tant no té sentit reflectir-la, únicament, en aquest.

Cost de personal			
Concepte	Quantitat (h)	Preu unitari (€/h)	Preu (€)
Documentació	50	50	2500
Model numèric	130	50	6500
Simulació i anàlisi	200	50	10000
Dedicació del director	50	75	3750
Subtotal personal			22750

Taula 9.1. Cost de personal.

Cost de llicències i normativa				
Concepte	Quantitat	Coef. utilització	Preu unitari (€/unitat)	Preu (€)
Llicència ANSYS 13.0	1	0,2	6000	1200
Normatives	1	0,5	100	50
Subtotal de llicències i normativa				1250

Taula 9.2. Cost de llicències i normativa.

Altres			
Concepte	Quantitat	Preu unitari (€/unitat)	Preu (€)
Impressions blanc i negre	300	0,07	21
Impressions color	200	0,15	30
Enquadernació	-	-	80
Equip informàtic	-	-	100
Assajos experimentals	-	-	400
Subtotal altres			631

Taula 9.3. Cost de despeses diverses.

Finalment, es mostra el pressupost total (Taula 9.4) sumant el subtotals de cada bloc i incloent-hi els impostos, que no estaven contemplats en els costos anteriors.

Cost total	Preu (€)
Personal	22750
Llicències i normativa	1250
Altres	631
Total (sense impostos)	24631
Impostos (21%)	5172,51
Total	29803,51

Taula 9.4. Cost total.

El cost total del projecte es de en **29803,51€** (vint-i-nou mil vuit-cents tres amb cinquanta-u).

Conclusions

Com era d'esperar, els dos mètodes descrits al codi FEM 10.2.07 [1], els quals han estat comparats al llarg d'aquest projecte, són perfectament vàlids per realitzar el càlcul estructural d'una prestatgeria compacta del tipus "DRIVE-THROUGH", i depenent de les circumstàncies, pot ser més útil utilitzar-ne un o l'altre.

Pel que fa la prestatgeria que s'ha estudiat en aquest projecte, tal com s'indica a les verificacions segons el mètode 2, el puntal més crític treballa a un 36% de la seva capacitat, mentre que en el mètode 3 treballa a un 44%. Aquesta diferència entre els dos mètodes es manté constant per a la resta de puntals, tot i que amb un tant per cent més baix.

Hi ha alguns elements, com ara les diagonals o els carrils, que, independentment del mètode aplicat, donen el mateix valor pel que fa la seva verificació, mentre que en altres elements, com ara els puntals, els travessers o les diferents unions, els esforços obtinguts per a la comprovació resistent depenen del mètode escollit.

La situació amb càrrega accidental que s'introdueix també és independent del mètode utilitzat. En la verificació però, s'obtenen valors diferents ja que els esforços sobre els puntals procedents de la càrrega dels palets si que depenen del mètode aplicat.

En la prestatgeria analitzada en aquest projecte, donat el valor de càrrega es molt inferior a la capacitat resistent màxima, la millor opció seria la d'utilitzar el mètode 3, per reduir el temps de càlcul i estalviar en recursos, com ara de llicències, utilitzant un programa més simple de càlcul, en lloc de l'ANSYS. Però, per contra, si es treballa a nivell de càrrega més alts, propers al límit de capacitat de la prestatgeria, ja sigui del puntal o d'alguna de les unions, el procediment adequat seria el mètode 2, per tal d'obtenir una solució més acurada. Sempre que sigui possible, però, es recomana utilitzar un mètode de càlcul de segon ordre, on es tenen en compte les no linealitats geomètriques.

Normalment, aquest tipus de prestatgeria són susceptibles a fallar per els puntals i/o unions que són, principalment, els elements encarregats de garantir l'estabilitat transversal, al no disposar de cap sistema d'arriostament en aquest direcció. Per aquest motiu es col·loca un puntal capaç de suportar més càrrega de la que realment hi ha per tal d'obtenir una millor rigidesa de l'estructura i reduir els moments a les unions. Això justifica que el rang de treball del puntal, que es troba significativament molt per sota de la seva capacitat màxima.

D'altra banda, el model per elements finits ha de representar la realitat de la forma més fidel possible. Per això, és important prestar atenció en definir l'element, el material, les

condicions de contorn i el càlcul. S'ha pogut comprovar la dificultat de definir correctament les unions del puntal, el peu i el terra, per les quals s'han hagut de realitzar certes hipòtesis conservadores de l'estat de càrrega.

Cal destacar la importància dels assaigs experimentals, ja sigui per validar el model, conèixer les propietats del material utilitzat o poder definir de manera realista les diferents unions que hi apareixen. Per aquest motiu, les simulacions per elements finits no poden substituir completament les proves al laboratori, però sí que en poden reduir el nombre.

Per últim, es determina que la prestatgeria pot suportar gairebé el triple de càrrega per la qual s'ha realitzat l'anàlisi. Els elements que imposen aquest límit són els puntals i les unions, tal i com s'havia previst inicialment.

Agraïments

Vull agrair a tot les persones del Laboratori d'Elasticitat i Resistència de Materials (LERMA) per posar a la meva disposició l'espai i les eines necessàries per realitzar el projecte i, especialment als professors Francesc Roure, Magdalena Pastor, Jordi Bonada, Miquel Casafont i Miquel Ferrer, per l'ajuda, els consells i el tracte rebut durant tot aquest temps, sense oblidar-me de l'ajuda per part de Maria Rosa Somalo per la interpretació de la part experimental.

També agrair a tota la meva família i parella el seu suport constant, no solament durant la realització del projecte, sinó al llarg de tots aquests anys d'estudiant.

Bibliografia

Referències bibliogràfiques

- [1] FEM 10.2.07. *The design of "Drive-In" and "Drive-Through" racking. Drive-In design code.* Setembre 2011.
- [2] EN15512. *Steel static storage systems. Adjustable pallet racking systems. Principles for structural design.* Març 2009.
- [3] Eurocode3: Design of steel structures – *Part 1.1: General rules and rules for buildings.* EN1993-1-1. Desembre 2003.
- [4] Eurocode3: Design of steel structures – *Part 1.3: General rules – Supplementary rules for cold-formed members and sheeting.* EN1993-1-3. Setembre 2005.
- [5] M. H. R. Godley. *The behaviour of Drive-In Storage Structure.* 16th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, Orlando 2002.
- [6] EN15635. *Steel static storage systems. Application and maintenance of storage equipment.* Març 2010.
- [7] P. Gilbert, Benoit J.R. Rasmussen, Kim. *Finite element modelling of steel drive-in rack structures.* Research Report No R901. University of Sydney. October 2009.
- [8] Arlene M.S. Freitas, Flavio T. Souza, Marcilio S.R. Freitas. *Analysis and behavior of steel storage drive-in racks.* Thin-Walled Structures. October 2009.
- [9] ANSYS, Ansys Help, SAS IP, Inc., 2010.

Catàlegs

- [10] MECALUX. *Rack Drive-In.*
- [11] AR. *Especificaciones Técnicas de Montaje. Estanterias Compactas Drive-In*

PROGRAMARI EMPRAT

Programa d'elements finits

ANSYS 13.0, producte de ANSYS Inc.

Programa de disseny CAD en 3D

SolidWorks 2011 SP2.0.