

ESTUDIO HIDRODINÁMICO POR CFD DEL CASCO DE UNA LANCHA MOTORA

Proyecto Final de Carrera para optar al título de
Licenciatura en Máquinas Navales

por

JORDI BARTRONS I CASADEMONT

Asesor

Marcel·la Castells i Sanabra

FACULTAT DE NÀUTICA DE BARCELONA, UPC

Barcelona, Junio 2014



TABLA DE CONTENIDOS

LISTA DE TABLAS	5
LISTA DE FIGURAS	6
RESUMEN	8
CAPÍTULO	
1. INTRODUCCIÓN	9
1.1 Objetivos	10
1.2 Limitaciones	10
1.3 La Lady	11
1.4 Desglose de la resistencia hidrodinámica	12
2. TEORIA DE CFD APLICADO A PROBLEMAS MARINOS	15
2.1 Ecuaciones fundamentales	16
2.1.1 Conservación de la masa	17
2.1.2 Conservación de la cantidad de movimiento	20
2.2 Ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido newtoniano e incompresible	24
2.3 La turbulencia y su asunción en las ecuaciones de N-S. Las RANSEs	25
2.4 Modelos de turbulencia	29
2.5 Modelización numérica para superficies libres	32
3. METODOLOGÍA	35
3.1 Modelo CAD	35
3.2 Geometría del dominio computacional	38
3.3 Mallado	40
3.3.1 Generación de la malla	43
3.3.2 Control de calidad	51
3.4 El software FLUENT	56
3.5 <i>Setup</i>	58
3.5.1 <i>Multiphase</i> y modelo de turbulencia	58
3.5.2 Condiciones iniciales y de frontera	60
3.5.3 Tipo de simulación y parámetros de control	63

4. SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	65
4.1 Estudio de sensibilidad de la malla	65
4.2 Simulación en <i>Steady State</i>	68
4.2.1 Patrón de olas	72
4.2.2 Resistencia	79
4.2.3 Contornos de velocidad	85
4.2.4 Contornos de presión y fuerza	86
4.2.5 Centro de presiones y momento del CG	87
4.2.6 Contornos de esfuerzos viscosos y turbulencia	89
4.3 Simulación a tiempo real	92
5. CONCLUSIONES	99
6. TRABAJO FUTURO	101
6.1 Ampliación de la investigación	101
6.2 Canal de ensayo	103
7. REFERENCIAS	105

LISTA DE TABLAS

Título	Página
1. Formulación de las RANSEs	28
2. Ejemplos de modelos de turbulencia según el n° de ecuaciones adicionales	31
3. Principales dimensiones incluyendo la línea de flotación	38
4. Datos de la malla final	49
5. Parámetros de control de calidad	55
6. Desplazamientos de la Lady	60
7. Los diferentes casos para las simulaciones	60
8. Propiedades de los fluidos participantes	61
9. Parámetros de las condiciones de frontera impuestas	62
10. Refinamiento de la malla	66
11. Observaciones en la formación de olas	76
12. Valores de resistencia obtenidos	79
13. Algunos rangos de las Delft Systematic Series	81
14. Líneas de flotación y superficie mojada para Lady 1 y 2	82
15. Valores de fricción calculados	82
16. Centro de presiones hallado por FLUENT	88
17. Etapas realizadas para la simulación a tiempo real	92
18. Comparación de los resultados de R_t en SS y Transient	92
19. Comparación de la R_f calculada con los valores de FLUENT SS y Transient	92
20. Comparación de R_r y R_f para las simulaciones en SS y Transient	92

LISTA DE FIGURAS

Título	Página
1. SRV 220 Overnighter [1]	11
2. Típicas formas de casco para las series 62 [3]	12
3. Desglose de la resistencia de un casco por Hughes y Froude [4]	14
4. Transición de régimen laminar a turbulento	15
5. Elemento del fluido para las leyes de conservación [5]	16
6. Caudales máxicos entrando y saliendo del elemento [5]	18
7. Recorrido de una partícula en movimiento [6]	19
8. Esfuerzos cortante y normal [7]	21
9. Componentes de fuerza en la dirección x [5]	22
10. Diferentes tamaños de eddies formados como consecuencia del flujo turbulento por CFD [Website Imperial College London]	26
11. Descomposición de Reynolds de la velocidad en un punto	26
12. Diferencia de contornos de intensidad de turbulencia. DNS (arriba) y RANS (abajo) [8]	30
13. Escalado en la resolución y modelado para los diferentes métodos [8]	30
14. Representación de la fracción de volumen para dos fases [9]	33
15. Distribuyendo las secciones facilitadas por [1]	35
16. Diseñando el modelo en Catia v5	36
17. Plano con las dimensiones principales del modelo CAD	37
18. Variando el asiento	38
19. Dimensiones del dominio desde el Origen en el plano XY, con la línea discontinua mostrando la Lwl	39
20. Dimensiones del dominio computacional desde el plano XZ	40
21. Tipos de elementos principales en una malla	41
22. Identificación de nodos para una malla estructurada [12]	42
23. Localización de los elementos en una malla no estructurada [13]	42
24. Nomenclatura de localización para una malla no estructurada [13]	42
25. Diferentes vistas del mallado no estructurado	44
26. Boddy Fitted (izq.) vs CutCell (der.)	45
27. Encontrando las celdas de corte: localizando los puntos de intersección de un segmento en la generación de una malla cartesiana [14]	46
28. Malla FS ordenada en el plano XY	47
29. Capa límite con regimen laminar y turbulento [NASA Website]	48
30. Capa de prismas con inflación desde la superficie del casco	49
31. Diferentes vistas del mallado final	50
32. En general se recomienda que el cambio no sea mayor al 20%	51
33. Determinación del Aspect Ratio	51
34. Evaluando el rango de Skewness en la malla	53
35. Midiendo la calidad ortogonal	53
36. Evaluando la calidad con el control ortogonal	54
37. Diagrama de flujo para el algoritmo acoplado	57
38. Representación de las dimensiones del dominio multifásico	61

39. Vista general del dominio con las condiciones de frontera	63
40. Comparación de una malla pobre con una refinada	65
41. Estudio de sensibilidad de la malla	66
42. Evolución de la resistencia con el refinamiento de la malla	67
43. Comparación del perfil de olas en el casco para tres tipos de malla	68
44. Residuales en la simulación	70
45. Convergencia con el balance de caudal másico	71
46. Reproducción de la altura de la superficie libre en (2, 0.4 y 1.5) respecto al origen	71
47. Representación de la superficie libre con las líneas de la malla	72
48. Comparación del patrón de olas generado por los casos de Lady A1 (arriba), B1 (medio) y C1 (abajo)	73
49. Comparación del patrón de olas generado por los casos de Lady A2 (arriba), B2 (medio) y C2 (abajo)	75
50. Vista general de la solución de Lady C1	76
51. Polilínea mostrando la superficie libre a través del casco en Lady C1	77
52. Comparación del perfil de olas en el casco para Lady A1, B1 y C1	77
53. Comparación del perfil de olas en el casco para Lady A2, B2 y C2	78
54. Tendencia general de la resistencia respecto a la velocidad de avance	80
55. Comparación de los valores de R_f entre los calculados y obtenidos por FLUENT. Para Lady 1 (arriba) y Lady 2 (abajo)	83
56. Desajuste de los valores calculados respecto a los obtenidos por FLUENT	84
57. Contornos de velocidad para Lady C1 (arriba) y C2 (abajo)	85
58. Contorno de presión dinámica en Lady C1	86
59. Contornos de impacto del agua contra el casco en Lady C1. Global (arriba) y fuerza de sustentación (abajo)	87
60. Centro de Gravedad y de Presión de Lady A2 en Catia	88
61. Representación de los esfuerzos cortantes en el casco en Lady C1	89
62. Gradiente de velocidad en la capa límite [4]	90
63. Generación de la estela central turbulenta en Lady C1	90
64. Comparación de la energía cinético-turbulenta de Lady C1 y C2 mostrando la anomalía comentada en los perfiles de ola de la sección 4.3	91
65. Contornos de intensidad turbulenta en los vórtices de la estela de Lady C1, mostrando la obra viva	91
66. Residuales por intervalo de tiempo y convergencia	93
67. Evolución de la estela entre 12 y 20 segundos	94
68. Comparación entre los perfiles de ola en el casco de Lady B1 SS y Transient	95
69. Se extrajeron los valores de resistencia para cada intervalo de tiempo. El gráfico de abajo muestra una ampliación de los últimos 8 segundos.	96
70. Estela generada como consecuencia de los 12 nudos de velocidad de avance	101
71. Vista general de la superficie la Lady para $F_n = 0.84$	102
72. Canal de ensayo en funcionamiento [Southampton University Website]	103

RESUMEN

Esta tesis expone un estudio detallado de la preparación, ejecución y análisis de los resultados obtenidos en una serie de simulaciones por CFD del comportamiento en la interacción casco-fluido de una embarcación de pre planeo, proporcionando una posible validación hidrodinámica fuera de las pruebas experimentales, así como una guía para simulaciones similares futuras de carácter académico, o una herramienta de consulta para otros campos.

Esta embarcación es la Lady, construida en los años setenta y recuperada para realizar pruebas de eficiencia energética dentro de los límites del puerto.

El objeto principal de trabajo ha sido seis simulaciones con diferentes velocidades y líneas de flotación de modo que se pueda adquirir un estudio lo bastante completo.

El autor ha desarrollado el objeto planteado en la generación de un modelo en 3D representando el casco desnudo de la Lady, cubriéndolo de un dominio para que el fluido pueda simularse juntamente con la imposición de unas condiciones en sus bordes y fronteras. Se ha realizado un mallado de suficiente calidad para capturar el efecto del fluido en las proximidades del casco, seguido de un set up en el software de simulación numérica.

Debido a las limitaciones de velocidad del puerto los números de Froude empleados han sido bajos comparados con las altas velocidades más características para este tipo de embarcación. Los promedios de nº de Reynolds en toda la superficie mojada para todos los casos planteados han sido mayores del orden de 10^{+7} por lo que ya se prevé un flujo turbulento en la mayoría de la región ocupada por el casco. La selección de un modelado de turbulencia adecuado ha tenido un gran peso en la preparación del problema.

Los resultados obtenidos han tenido que ser analizado y debidamente interpretados para entender sus funciones en las leyes de la física, y de esta manera sacar unas conclusiones apropiadas.

El presente trabajo corrobora la enorme capacidad de simular los efectos físicos reales a efectos prácticos que tiene la ciencia de la dinámica de fluidos computacional para aplicaciones de la ingeniería de fluidos.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

La dinámica de fluidos es la ciencia que estudia el movimiento de un fluido. Ésta siempre ha utilizado dos vías de acción: la teoría y los experimentos, y no ha sido hasta el transcurso del siglo XX que empezó a desarrollarse una tercera vía: por métodos numéricos: CFD (*Computational Fluid Dynamics*).

Una de las primeras simulaciones numéricas data de 1953, cuando M. Kawaguti obtiene la solución del flujo alrededor de un cilindro a muy bajas velocidades usando una calculadora mecánica de sobremesa, trabajando 20 horas a la semana durante 18 meses, citando «en efecto ha sido una cantidad de trabajo y esfuerzo considerables».

La mayoría de los fluidos en la naturaleza tienen un carácter caótico, impredecible. Es por esto que no ha sido sino en las últimas décadas que se ha podido predecir el comportamiento de fluidos en movimiento mediante métodos numéricos de una manera más o menos aproximada. Para aplicaciones de interés en los diferentes campos de la ingeniería, como es el flujo alrededor del casco de un buque o un avión, se han desarrollado modelos de turbulencia capaces de representar las fuerzas viscosas contribuyentes a la resistencia total en las vecindades de la superficie del cuerpo.

El desarrollo de estas simulaciones numéricas ha representado un gran avance para el mundo de la ingeniería, usando los resultados extraídos de CFD para mejorar todo tipo de diseños conceptuales, mejora en el detalle del producto, así como un rápido acceso en la resolución de problemas o la necesidad de rediseño.

Los análisis por CFD actualmente son un complemento indispensable en cualquier prueba o experimento de cualquier tipo, ya sea de canal de ensayo, reacción química, instrumentación, impactos, etc. Su gran contribución es la reducción del esfuerzo total requerido en el laboratorio.

1.1 Objetivos

El presente trabajo tiene como objetivo realizar un estudio hidrodinámico por dinámica de fluidos computacional del casco de la embarcación Lady. Los objetivos principales son los siguientes:

- Realizar una aproximación del casco real mediante una reconstrucción del modelo en CAD.
- Hacer una preparación del problema planteado en el software a utilizar con previa familiarización.
- Enfocar el estudio especialmente a las técnicas de mallado disponibles.
- Realizar soluciones numéricas dependientes y no-dependientes del tiempo para diferentes condiciones iniciales alcanzando estabilidad y magnitudes bajas en los residuales para asegurar convergencia.
- Hacer un análisis de los patrones de ola generados y valores de resistencia obtenidos.
- Analizar las características del flujo alrededor del casco, como el choque, zonas de cambio en el gradiente de velocidad, etc.
- Extraer diferentes tipos de resultados comparándolos para la propia verificación.

Con este estudio se pretende elaborar un documento que sirva de base para ver el comportamiento de la Lady en unas determinadas condiciones de trabajo, así como ver sus limitaciones de diseño. También se desea crear una referencia para motivar a próximos estudios y asignaturas de carrera universitaria que comprendan la dinámica de fluidos computacional, ya que este es un campo que poco a poco va ganando terreno en el mercado mundial y es una pena que no se trabaje como es debido en facultades como la del autor.

1.2 Limitaciones

Cuando se habla de CFD hay tres factores claves en las limitaciones, estas son el software, el hardware y el usuario. Los software de hoy en día son muy avanzados, y FLUENT no presenta ninguna limitación en la proposición del estudio en cuestión. El autor ha utilizado un hardware de ordenador portátil, en el que como se puede ver en los siguientes capítulos ha restringido la elaboración de la malla y aumentado el tiempo empleado en las simulaciones. Esto no ha privado

de la resolución de los diferentes casos expuestos, sin embargo sí que ha limitado el alcance y la precisión de las simulaciones comparado con las de carácter industrial.

El conocimiento del autor en el campo de la teoría de dinámica de fluidos viene introducido por las asignaturas de Construcción Naval y Propulsión de la Diplomatura en Máquinas Navales y Mecánica de Fluidos II de la Licenciatura en Máquinas Navales, cursadas en la Facultad de Náutica de Barcelona en 2010 y 2013 respectivamente. Los conocimientos del concepto de CFD y el software empleado se han adquirido por medio del propio aprendizaje autodidacta y recursos bibliográficos, así como la participación de un proyecto con la Universidad Tecnológica de Panamá en 2011.

1.3 La Lady

La lady es una lancha motora bajo el modelo SRV Overnighter, construida en 1976 y diseñada por Sea Ray. La Asociación de Patrones de Yate, el Consorci el Far de Barcelona y la Universitat Politècnica de Catalunya han adquirido la embarcación para poder recuperarla en forma de laboratorio flotante. Se pretende hacer pruebas de propulsión eléctrica con ella, y testear varios dispositivos de recuperación de energía, ya sea térmica o causada por las olas.



Figura 1 – SRV 220 Overnighter [1]

El modelo se trata de una embarcación de desplazamiento pequeña de alta velocidad, incluso de pre planeo (a velocidades muy altas) ya que cumple con la mayoría de las orientaciones fijadas por Savitsky 2003 [2]:

- Superficies poco convexas.
- Ángulos de bordes afilados en el fondo y las intersecciones con los lados.
- Ancha popa con borde de salida afilado.
- Líneas rectas horizontales en la parte baja de popa.
- Líneas de agua de entrada en la proa con ángulos pequeños.
- Formas de sección transversal en V con ángulo de astilla muerta aumentando a medida que se avanza hacia la popa.

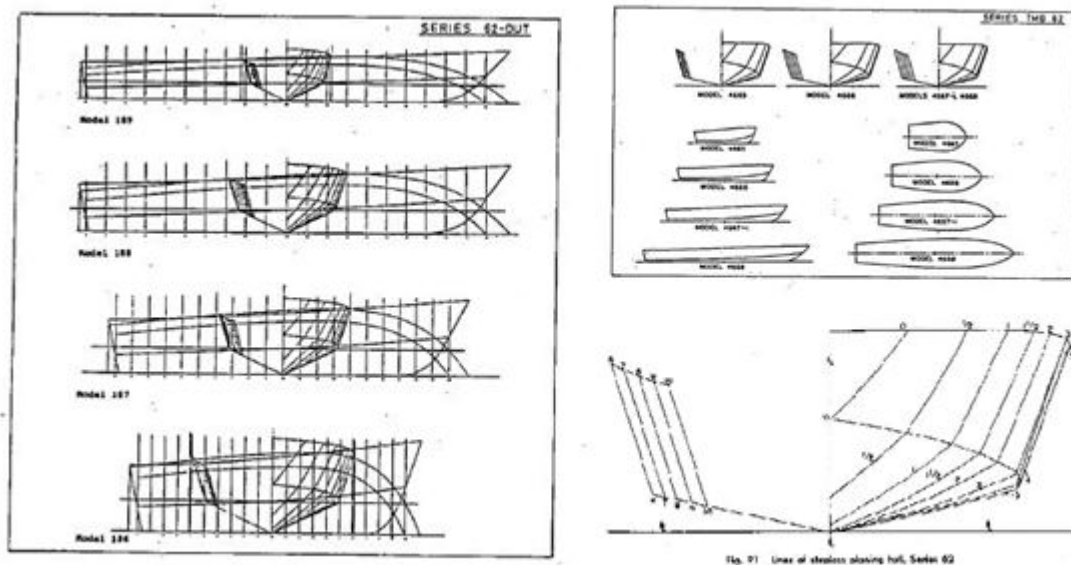


Figura 2 - Típicas formas de casco para las series 62 [3]

1.4 Desglose de la resistencia hidrodinámica de un casco

La resistencia que ofrece un casco al avanzar por el agua puede desglosarse en dos componentes, según el enfoque de Froude:

- Resistencia de fricción: Es la suma de todas las componentes longitudinales de los esfuerzos cortantes actuando sobre la superficie del casco. Es debido a la viscosidad.

- Resistencia residual: Es la suma de las presiones desarrolladas por el empuje del agua durante el avance. Es debido a la presión de origen viscoso (forma del casco) y la formación de olas.

Este enfoque, en los modelados de resistencia de buques en canales de ensayo, reconoció en primer lugar que la resistencia residual de un modelo podía escalarse para dar con la del buque a escala normal, utilizando el principio de similitud de Newton. Estipuló que la resistencia producida por la formación de olas dependía únicamente del n° de Froude:

$$F_n = \frac{v}{\sqrt{g \cdot L_{wl}}} \quad (1)$$

Donde v es la velocidad del casco, g la aceleración de la gravedad, y L_{wl} la eslora en la línea de flotación.

La resistencia de fricción, sin embargo, sigue sus propias leyes y no puede tratarse de la misma manera. En vista de esto, Froude desarrolló una aproximación empírica a partir de un estudio con placas planas. Así, determinada la resistencia de fricción de un modelo, se sustrae de la resistencia total obtenida en el canal de ensayo para obtener la residual. Esta última es escalada para el barco en tamaño real, y la resistencia de fricción calculada empíricamente se añade para dar con la resistencia total del casco.

La resistencia de fricción, influenciada por la viscosidad, depende únicamente del n° de Reynolds:

$$R_n = \frac{\rho \cdot v \cdot L_{wl}}{\mu} \quad (2)$$

Donde ρ es la densidad del fluido, v es la velocidad del casco, L_{wl} la eslora en la línea de flotación y μ la viscosidad dinámica.

Hughes hace una proposición en los años sesenta de corregir la hipótesis de las placas planas de Froude añadiendo un factor de forma (existen varios métodos para obtenerlo) y desglosando la resistencia total desde otro punto de vista. En resumen:

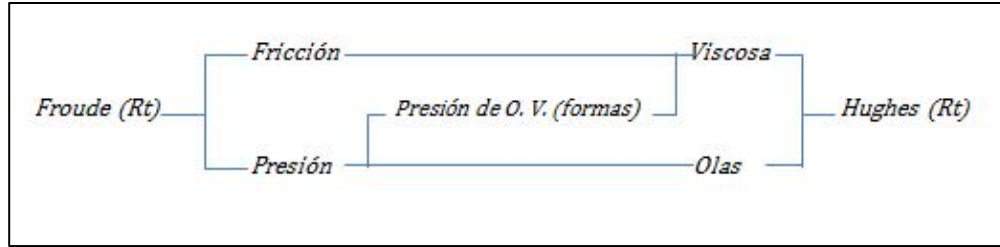


Figura 3 - Desglose de la resistencia de un casco por Hughes y Froude [4]

En definitiva, apelando al enfoque de Froude:

$$R_T = R_F + R_R \quad (3)$$

Y cualquier tipo de resistencia dependerá de unos parámetros fijados y de su propio coeficiente adimensional, por ejemplo en la total:

$$R_T = 0.5 \cdot \rho \cdot WSA \cdot v^2 \cdot C_T \quad (4)$$

La obtención del coeficiente residual como ya se ha dicho se obtiene a partir un ensayo de canal ($C_r = C_T - C_f$) y el coeficiente de fricción por formulación empírica a partir de la curva de regresión ITTC.

El gran coste que comporta un ensayo de canal ha contribuido a la rápida evolución de modelos numéricos para poder predecir la resistencia con igual solvencia que un ensayo a escala. Es por esto que en los últimos años se han publicado centenares de estudios que comparan simulaciones numéricas con ensayos de canal; actualmente como ya se ha mencionado se tiene fijado en el punto de mira el modelado de la turbulencia y su balance entre el coste computacional y las predicciones físicas reales.

En el software empleado, ANSYS FLUENT, la resistencia total se divide en resistencia viscosa (fuerzas tangenciales) y resistencia de presión (fuerzas normales).

CAPÍTULO 2

TEORÍA DE CFD APLICADO A PROBLEMAS MARINOS

En 1904 Prandtl demostró que los efectos de la fricción dentro del fluido están presentes sólo en una capa muy delgada cerca de la superficie, la denominada capa límite. Si la velocidad en un fluido es lo suficientemente alta, a medida que el tiempo avanza el flujo en esta capa experimenta un desorden, formándose remolinos sin sentido alguno, lidiando al llamado régimen turbulento. La transición de flujo laminar a turbulento se investigó por primera vez por Reynolds en 1883, haciendo experimentos de desarrollo del flujo de agua en conductos de vidrio, inyectando tinta como delator. Encontró que el estado de movimiento de un fluido podía determinarse únicamente por un parámetro adimensional que es, lógicamente, el famoso número de Reynolds. El R_n es una medida de la relación entre las fuerzas de inercia y viscosas en el flujo, por lo que un alto R_n viene a predecir un alto rango de las fuerzas de inercia.

El comportamiento de un fluido es gobernado por las ecuaciones de Navier-Stokes, nombradas después de que sus autores las formularan en 1845. Éstas son ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no lineales dependientes del tiempo, y solo existen algunas soluciones analíticas para estados de flujo simples. Para flujos turbulentos no existen soluciones analíticas por lo que se han de llevar a cabo simulaciones numéricas para resolver las ecuaciones.

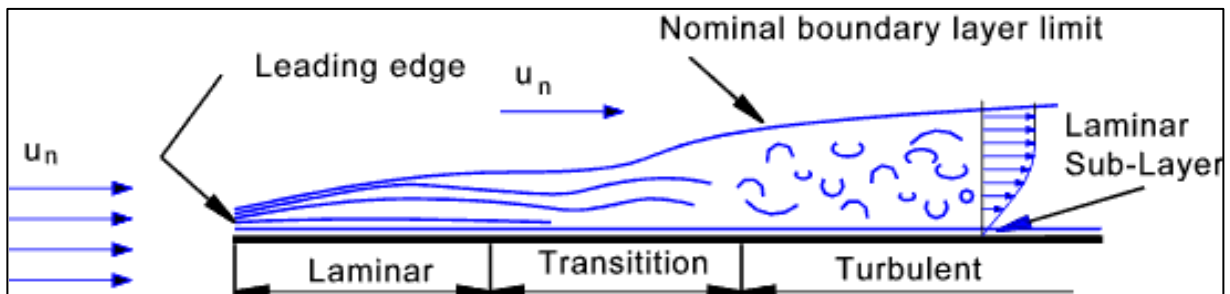


Figura 4 - Transición de régimen laminar a turbulento

2.1 Ecuaciones fundamentales

Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de un fluido son una representación matemática de las leyes de la conservación de la física:

- La masa de un fluido se conserva
- El índice de rapidez en variación de la cantidad de movimiento es igual a la suma de fuerzas en una partícula del fluido ($F = m \cdot a$)
- La energía se conserva

El fluido se considera como continuo. Hay que apuntar que en dinámica de fluidos se estudia el comportamiento desde una perspectiva macroscópica, por lo que este comportamiento se describe en términos de sus propiedades macroscópicas como la velocidad, la presión, la densidad y la temperatura, así como la derivación del espacio y el tiempo. De esta manera, una partícula del fluido es el elemento más pequeño del fluido a estudiarse sin que sus propiedades se vean afectadas por su estructura “microscópica” (estructura molecular) [5]. Es ahí donde se desglosan estas leyes de la física.

La siguiente partícula puede considerarse como un elemento de costados δx , δy , δz :

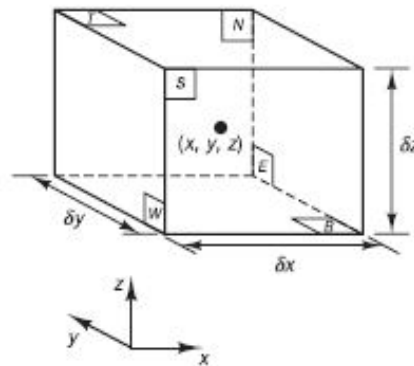


Figura 5 - Elemento del fluido para las leyes de conservación [5]

El elemento, además de estar marcado con su centro (X , Y , Z) y sus direcciones positivas, viene identificada en cada cara por N (*north*), S (*south*), E (*east*), W (*west*), T (*top*) y B (*bottom*). Una explicación sistemática en los cambios de la masa, la cantidad de movimiento y la energía del elemento debido al flujo atravesando su contorno (y, cuando se da el caso, debido a la actividad de las fuentes internas del elemento), deja paso a las ecuaciones de flujo del fluido.

Todas las propiedades de un fluido son función del espacio y el tiempo, expresándose:

$$\rho(x, y, z, t); p(x, y, z, t); T(x, y, z, t); u(x, y, z, t)$$

Refiriéndose a la densidad, presión, temperatura y el vector velocidad respectivamente. Nótese que las ecuaciones y expresiones siguientes en base a estos términos, sus dependencias con el espacio y el tiempo vendrán dadas de una manera implícita. Por ejemplo, la derivada de la coordenada X de la presión p en (X, Y, Z) y tiempo t vendrá anotado por $\partial p/\partial x$.

El elemento en consideración es tan pequeño que las propiedades del fluido en sus caras pueden expresarse de una manera suficientemente precisa por medio de los dos primeros términos de una serie de Taylor expansiva. Por ejemplo, la presión en las caras W y E, donde las dos están a una distancia de $1/2 \delta x$ del centro, puede expresarse como:

$$p - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x \quad y \quad p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x$$

2.1.1 Conservación de la masa

El primer punto a tener en cuenta en la derivación de la ecuación de la conservación de la masa es hacer un balance másico del fluido en el elemento designado:

$$\begin{aligned} & \text{índice del aumento de la masa en el elemento} = \\ & \text{índice neto del caudal másico a través del elemento} \end{aligned}$$

El primera parte del anterior estamento depende únicamente de la densidad:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \delta x \delta y \delta z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z \quad (5)$$

El segundo estamento viene determinado por el producto de la densidad, el área y la componente de la velocidad normal a la cara establecida del elemento.

$$\begin{aligned} & \left(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z - \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z \\ & + \left(\rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z - \left(\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z \end{aligned}$$

$$+ \left(\rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y - \left(\rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y \quad (6)$$

El flujo que entra en el elemento produce un aumento de la masa y adquiere un signo positivo, mientras que el flujo que sale adquiere un signo negativo.

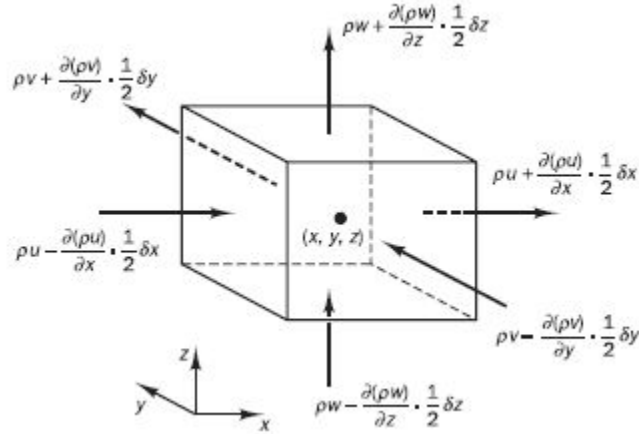


Figura 6 - Caudales másicos entrando y saliendo del elemento [5]

El índice de incremento de la masa dentro del elemento ahora se iguala al balance de caudal másico del elemento a través de sus caras (ecuación 6). Nótese que la ecuación está dividida por el volumen del elemento δx , δy , y δz :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

O con una notación vectorial más compacta:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (8)$$

Ésta es la llamada ecuación de la conservación de la masa o ecuación de la continuidad en un punto para un fluido compresible. El primer término se refiere al cambio de la densidad respecto del tiempo. El segundo término describe el balance del caudal másico que atraviesa el elemento por medio de sus contornos; se denomina término convectivo.

Para un fluido incompresible y de densidad constante la ecuación 8 se simplifica en:

$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{U} = 0} \quad (9)$$

Cambios en las propiedades de una partícula de fluido

Las leyes de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento “publican” sus estamentos a partir del cambio en las propiedades de una partícula de fluido. Esto se define como la aproximación de Lagrange. Cada propiedad de la partícula es una función de la posición (x, y, z) de esta partícula y del tiempo t . Considérese el valor de una propiedad por unidad de masa la notación f . La derivada total de una partícula que se desplaza con respecto del tiempo, Df/Dt , es:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \quad (10)$$

Ya que la partícula sigue el flujo, $dx/dt = u$, $dy/dt = v$, $dz/dt = w$. De esta manera:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) f \quad (11)$$

Así, Df/Dt define la rapidez en el cambio de una propiedad por unidad de masa f . Es posible determinar con métodos numéricos el comportamiento de un fluido a partir de la aproximación Lagrangiana, esto es, rastreando el movimiento de una partícula (ver figura 7). A pesar de ello, es más común desarrollar las ecuaciones sobre un conjunto de elementos de un fluido que conforman una región fijada en el espacio, como una tubería, bomba centrífuga, etc. Esto está definido por el método de Euler [5].

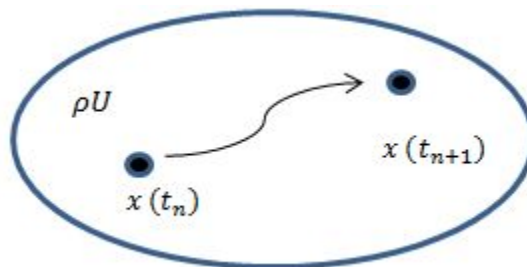


Figura 7 - Recorrido de una partícula en movimiento [6]

Como en el caso de la conservación de la masa, aquí interesa el desarrollo de las ecuaciones en los cambios por unidad de volumen:

$$\rho \frac{Df}{Dt} = \rho \frac{\partial f}{\partial t} + \rho (\mathbf{U} \cdot \nabla) f \quad (12)$$

2.1.2 Conservación de la cantidad de movimiento

Cuando la segunda ley de Newton se aplica en un elemento como el escogido, dice que la suma de fuerzas en el elemento es igual al índice de aumento del movimiento en esta partícula (masa \times aceleración). Ya que esta afirmación es una relación vectorial, se puede descomponer en tres relaciones escalares mediante los ejes (X, Y, Z). Considerando solo la componente x :

$$F_x = ma_x \quad (13)$$

En primer lugar, considérese la parte izquierda de la ecuación 13. Partiendo de la afirmación de que el elemento experimenta una fuerza en la dirección x , las fuentes de esta fuerza pueden dividirse en 2 tipos:

- 1) Fuerzas de superficie: fuerzas viscosas, de presión, que actúan directamente en la superficie del elemento del fluido.
- 2) Fuerzas del cuerpo: fuerza centrífuga, la gravedad, Coriolis, fuerzas electromagnéticas, que actúan directamente en la masa del volumen del elemento en cuestión.

El estado en que el elemento del fluido se encuentra sometido a un esfuerzo en su superficie está definido en términos de presión y los nueve componentes de esfuerzo viscoso. La presión, un esfuerzo normal, se denomina p . Los esfuerzos viscosos vienen denominados por τ , agrupados en la matriz del tensor σ representado en la siguiente figura (ecuación 14). La anotación habitual de los dos sufijos τ_{ij} se aplica para indicar la dirección de tales esfuerzos. El sufijo j señala el esfuerzo viscoso actuando en esa dirección, en una superficie normal a la dirección i .

$$\sigma = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (14)$$

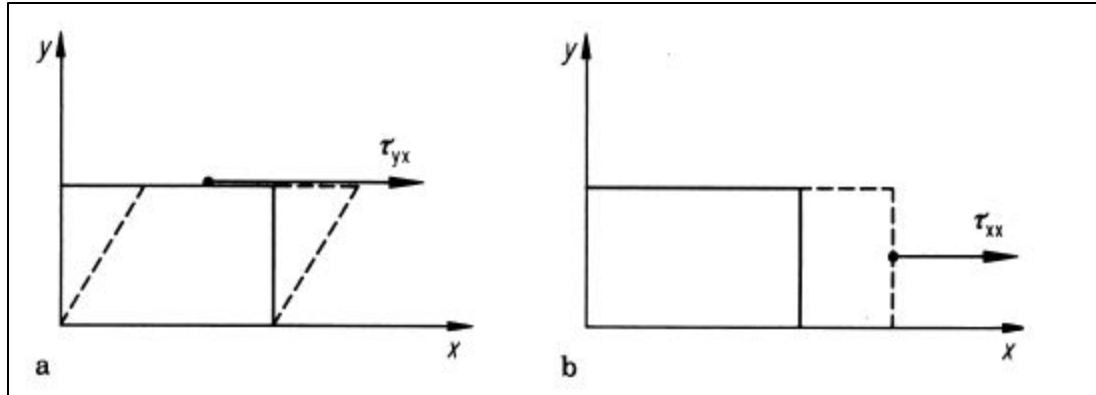


Figura 8 - Esfuerzos cortante y normal [7]

Los esfuerzos cortante y normal en un fluido están relacionados con la deformación del elemento del fluido a través del tiempo, como se puede ver en la anterior figura. Aquí, el esfuerzo cortante (a) está relacionado con la deformación cortante en el tiempo, mientras que el esfuerzo normal (b) está relacionado con el cambio de volumen del elemento en el tiempo.

Como resultado, estos dos esfuerzos, así como la presión, dependen de los gradientes de velocidad en el fluido. En la mayoría de los fluidos viscosos, los esfuerzos normales son mucho más pequeños que los esfuerzos cortantes, por lo que en muchas ocasiones son despreciados. Los esfuerzos normales (como τ_{xx}), ganan más protagonismo cuando los gradientes de velocidad en la dirección normal (como $\partial u/\partial x$) son muy grandes, como por ejemplo dentro de una ola [7].

En el eje X de un sistema de coordenadas tridimensional se encuentran pues las fuerzas debidas a la presión p , y los componentes de esfuerzo τ_{xx} , τ_{yx} y τ_{zx} , mostrándose en la figura 9. Puede verse que las fuerzas alineadas con la dirección normal de un eje reciben un signo positivo y aquellas en la dirección opuesta reciben un signo negativo. La fuerza resultante en la dirección x es la suma de las fuerzas en los componentes actuando en el elemento.

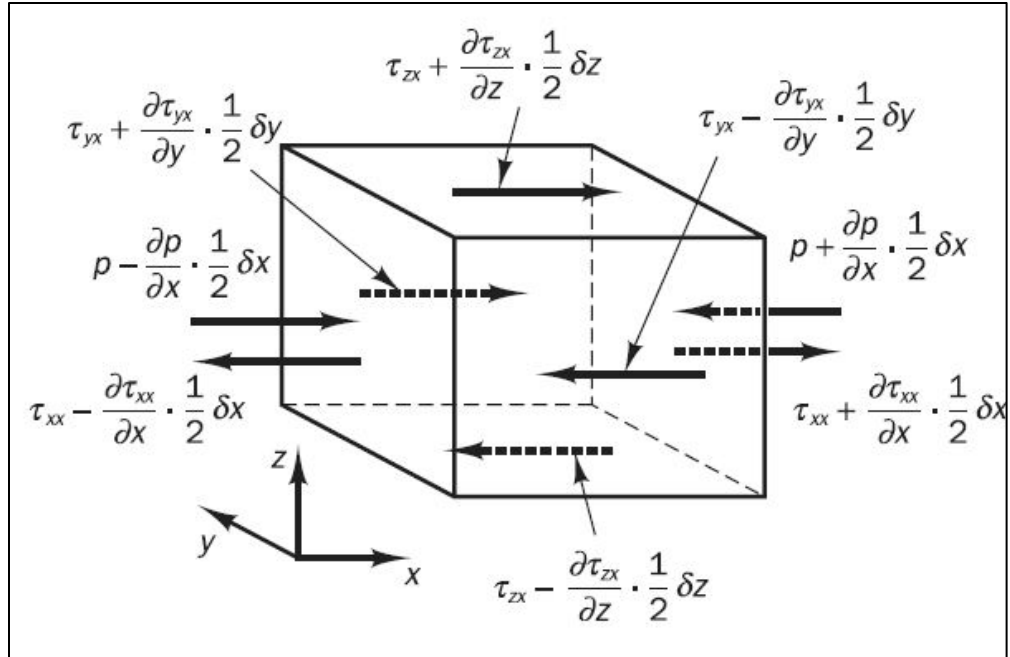


Figura 9 - Componentes de fuerza en la dirección x [5]

Aquí la presión es la magnitud de fuerza resultante del producto entre fuerza y superficie.

Después de hacer un balance de fuerzas entre caras opuestas, se suman las resultantes para dar:

$$\frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}$$

Estas, como se ha mencionado, son las fuerzas en la superficie. Luego, denótese f_x la fuerza del cuerpo por unidad de masa actuando sobre el elemento en cuestión en la dirección x . Un ejemplo podría ser la gravedad, en la dirección z . Asumiendo que el volumen de un elemento es (dx, dy, dz) :

$$\rho f_x (dx dy dz)$$

Si se juntan estos dos últimos términos, se obtiene que la fuerza resultante en la dirección x es, por unidad de volumen:

$$F_x = \left(\frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dx dy dz + \rho f_x dx dy dz \quad (15)$$

Ahora, volviendo al lado derecho de la ley de Newton, la masa del elemento en cuestión está fijada y es igual a:

$$m = \rho \, dx \, dy \, dz \quad (16)$$

Y por último, nótese que la aceleración de la partícula no es más que el cambio en el tiempo de su velocidad. Ya que se está siguiendo el movimiento del elemento del fluido, este cambio en el tiempo de la velocidad está dado por la derivada total. Recordando que se está trabajando en la dirección x :

$$a_x = \frac{Du}{Dt} \quad (17)$$

Finalmente, combinando estas ecuaciones, la conservación de la cantidad de movimiento viene dada por:

- Componente x :

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p+\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \quad (18)$$

- Componente y :

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p+\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y \quad (19)$$

- Componente z :

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p+\tau_{zz})}{\partial z} + \rho f_z \quad (20)$$

La presión recibe signo negativo ya que está establecido que los esfuerzos de tensión mantengan el signo positivo, y la presión es un esfuerzo a compresión.

Aplicando en la ecuación 17 a todo lo desarrollado, se resume en:

$$\rho \frac{DU}{Dt} = \rho \frac{\partial U}{\partial t} + \rho(U \cdot \nabla)U = -\nabla p + \nabla \sigma + \rho \vec{f} \quad (21)$$

Flujo no viscoso

Si el flujo con el que se trabaja no es viscoso, no habrá esfuerzos viscosos ($\sigma=0$), por lo que la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento quedará simplificada:

$$\rho \frac{DU}{Dt} = -\nabla p + \rho \vec{f} \quad (22)$$

Esta es la denominada ecuación de Euler. Esta ecuación es muy utilizada en turbomáquinas.

Conservación de la energía

Esta ecuación esta fuera del entorno de estudio de este trabajo, puesto que no afecta al problema que se presenta. Mencionar pero que normalmente la energía de un fluido se define como la suma de la energía interna (térmica), la energía cinética $1/2 (u^2 + v^2 + w^2)$, y la energía potencial acumulada por la acción de la gravedad.

2.2 Ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido Newtoniano e incompresible

En un fluido Newtoniano los esfuerzos viscosos son proporcionales a la deformación. La ley de Newton de la viscosidad para fluidos no compresibles en tres dimensiones incluye solo una constante de proporción: la viscosidad dinámica μ , que relaciona esfuerzos con deformaciones lineales. Así, los nueve componentes de fuerzas viscosas ya vistas son, cumpliéndose la simetría entre 6 de ellas:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} ; \tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} ; \tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

La sustitución de estos esfuerzos cortantes en la ecuación 21 de la conservación de la cantidad de movimiento da paso a las denominadas ecuaciones de Navier-Stokes:

En la componente X, por ejemplo, desarrollando la expresión quedaría:

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (24)$$

Finalmente, y asumiendo la fuerza \vec{f} como la gravedad, las ecuaciones de Navier-Stokes pueden representarse en la forma más famosa para el desarrollo por el método de volúmenes finitos:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \cdot \Delta \cdot u + \rho g \quad (25)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \cdot \Delta \cdot v + \rho g \quad (26)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \cdot \Delta \cdot w + \rho g \quad (27)$$

Y recuperando la ecuación de la conservación de la masa para un fluido incompresible y densidad constante:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (28)$$

Así, finalmente quedan 4 ecuaciones con 4 incógnitas (p, u, v, w).

2.3 La turbulencia y su asunción en las ecuaciones de Navier-Stokes. Las ecuaciones RANS

Mientras que las ecuaciones hasta ahora expuestas son suficientes para describir un fluido incompresible y laminar y, siendo una descripción para la continuidad en principio aplicable a toda escala, también son no-lineales y están sujetas a la inestabilidad. De manera natural, esta inestabilidad forma el fenómeno de la turbulencia. Prácticamente esto hace imposible resolver las ecuaciones analíticamente y requiere nuevas formulaciones de métodos numéricos para la solución de un estado particular del flujo. Normalmente estas formulaciones se realizan en un flujo estacionario, es decir, cuando el flujo ya está completamente desarrollado.

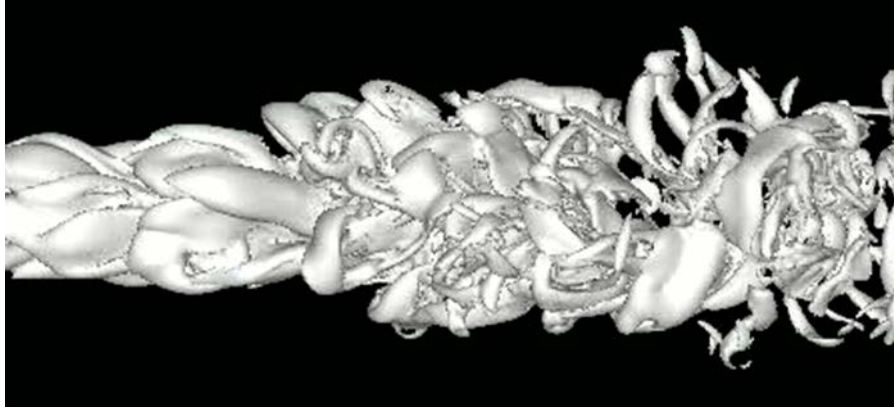


Figura 10 – Diferentes tamaños de eddies formados como consecuencia del flujo turbulento por CFD
[Website Imperial College London]

La turbulencia es un régimen en que las propiedades de un fluido en un estado estacionario se manifiestan de manera aleatoria y caótica. Incluso en fluidos donde las principales presiones y velocidades tienen lugar en un espacio 2-D, las fluctuaciones turbulentas siempre tienen un carácter tridimensional. Además, si se mira un flujo desarrollado en régimen turbulento, se podrá apreciar formaciones de estructuras rotatorias, arremolinadas, los denominados famosos *eddies*, con una amplia gama de tamaños [5].

Una típica medida de la velocidad en un punto es muy probable que presente una forma como la en la figura siguiente:

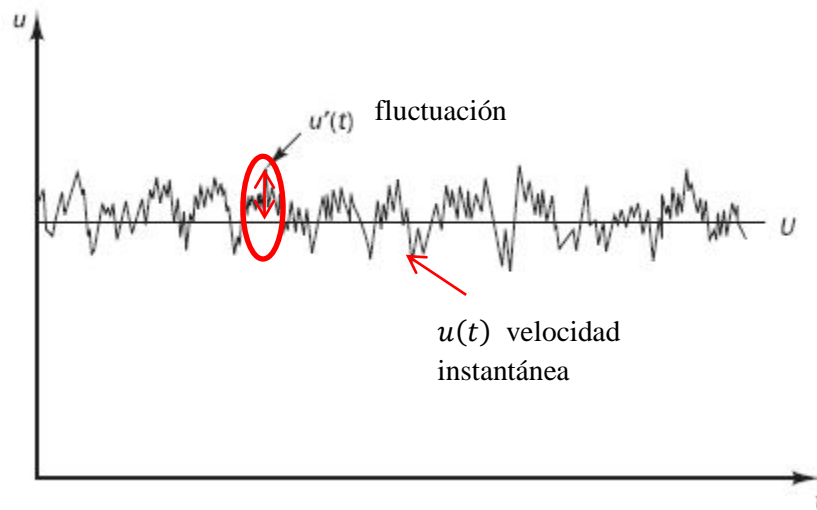


Figura 11 - Descomposición de Reynolds de la velocidad en un punto

La velocidad instantánea $u(t)$ en la figura 11 es descompuesta en un valor medio estable \bar{u} (U en la figura) con una componente de fluctuación denominada $u'(t)$, superpuesta en la velocidad:

$$u(t) = \bar{u} + u'(t) \quad (29)$$

Esta es la denominada descomposición de Reynolds. Ahora un fluido en régimen turbulento puede describirse con valores de las diferentes propiedades del fluido ($\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{p}$), y algunas propiedades estadísticas de sus fluctuaciones (u', v', w', p'). Dicho de otra manera, las velocidades instantáneas por las que se rigen las ecuaciones de Navier-Stokes no sirven en la predicción ya que varían mucho en el tiempo. Las ecuaciones RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) utilizan las velocidades medias para un periodo de tiempo determinado en vez de valores instantáneos para poder describir el flujo.

Una vez descompuesto, se aplica el promedio en el tiempo (*time-averaged*), en este caso la variable velocidad. Para un periodo de tiempo determinado T , la velocidad media puede expresarse:

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_T u \, dt \quad (30)$$

Ahora, la velocidad media de la fluctuación u' está entorno a 0:

$$u' = u - \bar{u} \quad ; \quad \bar{u}' = \frac{1}{T} \int_T (u - \bar{u}) \, dt = \frac{1}{T} \int_T u \, dt - \frac{1}{T} \bar{u}T = 0$$

Aplicándose a Navier-Stokes:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial x} \quad (31)$$

Y siguiendo lo anterior, para calcular la media de estas variaciones

$$\frac{1}{T} \int_T \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{T} \int_T \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial x} \right) dt = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \quad (32)$$

De modo generalizado, la ecuación de la conservación de la masa con términos promedios se resume en:

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{U}} = 0 \quad (33)$$

Y también se aplica en las ecuaciones de la conservación de la cantidad de movimiento. Todo esto se resume en la siguiente tabla:

Navier-Stokes		RANS
$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$	$\longrightarrow \frac{1}{T} \int_T dt$	$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0$
$\rho \frac{DU}{Dt} = -\nabla p + \mu \cdot \Delta \cdot U + \rho g$		$\rho \frac{D\bar{U}}{Dt} = -\nabla \bar{p} + \mu \cdot \Delta \cdot \bar{U} + \rho g + \nabla \cdot \sigma_T$

(34)

Tabla 1 - Formulación de las RANSES

Dentro del último término $\nabla \cdot \sigma_T$ se encuentran los llamados Reynolds *stresses*, estos son esfuerzos extras que surgen del flujo turbulento. Para la componente x , este término vendrá compuesto por:

$$\left[\frac{\partial(-\rho \overline{u'^2})}{\partial x} + \frac{\partial(-\rho \overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(-\rho \overline{u'w'})}{\partial z} \right]$$

Estos esfuerzos extras se asumen como 6 esfuerzos adicionales, diferenciados como:

- 3 del tipo normal

$$\tau_{xx} = -\rho \overline{u'^2} ; \tau_{yy} = -\rho \overline{v'^2} ; \tau_{zz} = -\rho \overline{w'^2}$$

- y 3 del tipo cortante

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\rho \overline{u'v'} ; \tau_{xz} = \tau_{zx} = -\rho \overline{u'w'} ; \tau_{yz} = \tau_{zy} = -\rho \overline{v'w'}$$

Los del tipo normal incluyen la variación de las fluctuaciones de velocidad en x, y, z . Siempre son $\neq 0$ ya que contienen fluctuaciones de velocidad cuadráticas. Los de tipo cortante contienen movimientos secundarios asociados con las correlaciones entre los diferentes componentes de la velocidad. Como se especifica en la ecuación 33, si un valor de fluctuación como por ejemplo u' se comporta de manera aleatoria e independiente de sus otras componentes

de velocidad, el promedio en el tiempo $\overline{u'v'}$ será 0. Sin embargo, la formación de *eddies* en el flujo turbulento aseguran que las correlaciones entre pares de componentes de velocidad también sean $\neq 0$, y de hecho pueden llegar a ser mayores que los esfuerzos viscosos [5].

2.4 Modelos de Turbulencia

No es de extrañar que a causa de los fluidos estacionarios turbulentos se hayan investigado y desarrollado durante décadas (y aún hoy en día sigue) varios métodos para predecir este flujo turbulento. Existen tres métodos en los que se basan los diferentes modelos aplicables:

- 1) Modelos para las ecuaciones de RANS. Está focalizado en el fluido principal y la magnitud en el desarrollo de las fluctuaciones del flujo turbulento. Los esfuerzos extra de Reynolds se abordan con modelos clásicos de turbulencia: los más conocidos son los $k - \varepsilon$, $k - w$ y el modelo de Reynolds Stress.

Este método necesita capacidades de cálculo modestas, y siendo una aproximación no tan exacta de la turbulencia como los siguientes dos métodos, hace que sea el más utilizado por ingenieros.

- 2) Large Eddy Simulation (LES). Este sería como el término intermedio del cálculo de la turbulencia en que representa el comportamiento de los eddies de mayor escala. La malla del dominio ha de ser mucho más pequeña que en los modelos basados en RANSEs, y ya que no se utiliza promedios en el tiempo, requiere de pequeños intervalos de tiempo para el seguimiento. El flujo resuelto comprende el flujo principal y los eddies de mayor longitud, aunque las fluctuaciones pequeñas también son incluidas ya que este método utiliza una submalla escalada previamente para ello.

Aunque el hecho de que aquí haya que resolverse las ecuaciones de inestabilidad temporal y por eso requiera mucha memoria y coste computacional, en los últimos años este método está ganando atención, sobre todo para geometrías complejas.

- 3) Direct Numerical Simulation (DNS). Con esta técnica se es capaz de resolver todo tipo de fluctuaciones además del flujo principal. Sin embargo para ello la malla ha de ser ultra fina y los intervalos de tiempo muy pequeños. Como es lógico es muy susceptible al incremento del

número de Reynolds. El uso de esta técnica solo está reservado para investigaciones de alto nivel con supercomputadores.

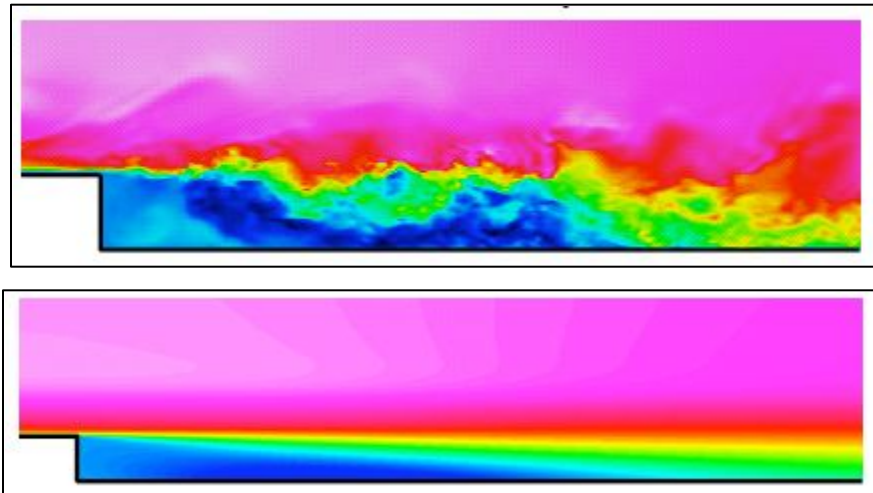


Figura 12 - Diferencia de contornos de intensidad de turbulencia. DNS (arriba) y RANS (abajo) [8]

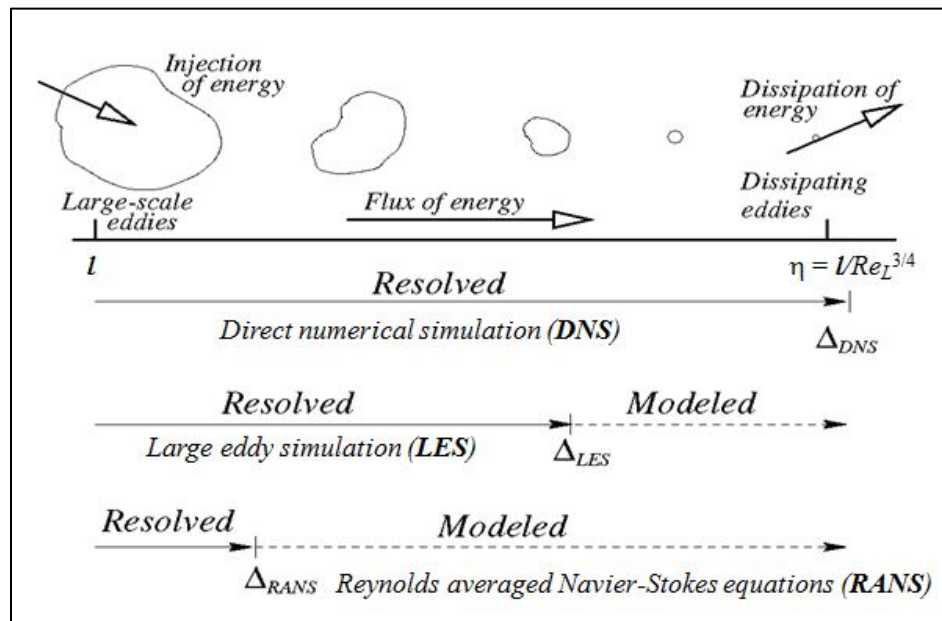


Figura 13 - Escalado en la resolución y modelado para los diferentes métodos [8]

La aproximación de Boussinesq en RANSEs

En 1877, Boussinesq propuso que los esfuerzos de Reynolds podían ser proporcionales a los principales rangos de deformación. Usando esta aproximación los 6 esfuerzos desconocidos pasaban a ser dos variables desconocidas, μ_t , y k , donde la primera se define como una analogía de los esfuerzos viscosos en las ecuaciones de la conservación de la cantidad de movimiento, la denominada viscosidad turbulenta (*eddy viscosity*, unidad $Pa \cdot s$), y la segunda es la energía cinética turbulenta (*turbulent kinetic energy*) por unidad de masa, definida como $k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$.

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (35)$$

El número de ecuaciones necesarias para determinar estas dos variables desconocidas recae en el tipo de modelo escogido. En la siguiente tabla puede verse algunos presentes en FLUENT:

Nº de ecuaciones extra	Modelo
Una	Spalart-Allmaras
Dos	k-ε (Standard, RNG y Realizable)
	k-w (Standard, SST)
Siete	Reynolds Stress

Tabla 2 – Ejemplos de modelos de turbulencia según el nº de ecuaciones adicionales

En el modelo k - ϵ , la energía cinética turbulenta y el rango de disipación de esta energía tiene sus propias ecuaciones de transporte [7]. La viscosidad turbulenta viene definida (y limitada) como:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (36)$$

La ventaja de un modelo de dos ecuaciones como este sobre los de una ecuación es que permiten que las fluctuaciones y las escalas de longitud de los *eddies* se determinen de manera independiente.

La variación del modelo estándar con el Realizable recae en la ecuación de la disipación de la energía turbulenta, ϵ , una ecuación nueva modelada a partir de los promedios de las fluctuaciones.

Presenta muchas ventajas y, sobre todo para el interés del presente trabajo, el buen desempeño en zonas de límites de contornos.

En el modelo $k - w$, w es la disipación específica de la turbulencia, también con su propia ecuación de transporte. Aquí la viscosidad turbulenta viene definida como:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{w} \quad (37)$$

2.5 Modelación numérica para superficies libres

De la misma manera que la mayoría de regímenes de los fluidos en la naturaleza son turbulentos, también los más comunes son de fases múltiples, tales como la lluvia, la sedimentación, la evaporación, etc. hasta dar con el presente caso, la flotabilidad. En CFD, un flujo con fases múltiples puede definirse como una clase de material identificable que tiene una respuesta particular a la hora de interactuar con su entorno. Por ejemplo, partículas sólidas de diferentes tamaños pero del mismo material pueden tratarse como fases diferentes ya que su comportamiento dinámico será diferente en el campo de flujo.

El problema que se plantea consta de un dominio en el que se identifican dos materiales. Estos son el agua y el aire, que lo convierte en un modelo de dos fases, líquido-gas, de superficie libre.

Actualmente, existen 2 enfoques para el cálculo numérico de varios fluidos: El enfoque Euler-Lagrange y el enfoque Euler-Euler. En este último se introduce el concepto de fracción de volumen de fase, marcada por una función de seguimiento continua en el espacio y tiempo.

En FLUENT hay tres modelos diferentes que utilizan el enfoque introducido: El modelo VOF, el de mezcla y el Euleriano. En este trabajo se resume el VOF, ya que ha sido el utilizado en FLUENT.

Modelo VOF (Volume of Fluid)

Este modelo está diseñado especialmente para dos o más fluidos inmiscibles donde la posición de la superficie libre es de gran interés. Aquí se introduce el concepto de fracción de volumen de fase, marcada por una función de seguimiento continua en el espacio y tiempo.

Aunque esta formulación esté dentro del marco Euler-Euler, se diferencia en el hecho de la asunción de que las dos fases (o más) no son interpenetrantes. Por cada fase que se introduzca, se introduce una nueva variable de fracción de volumen de la nueva fase en el elemento de cálculo. En cada volumen de control, las fracciones de volumen de todas las fases suman 1. Los dominios de todas las variables y propiedades son compartidas por las dos fases, representando un valor único de identificación del volumen ocupado (mientras haya la información requerida de cada localización). De esta manera las propiedades en cada elemento son perfectamente resueltas ya sea de una sola fase o las dos fases, dependiendo de los valores de la fracción de volumen. Dicho de otra manera, si la fracción de volumen del fluido q se representa como α_q , puede haber 3 condiciones:

- $\alpha_q = 0 \rightarrow$ La celda está desprovista del fluido q
- $\alpha_q = 1 \rightarrow$ La celda está llena del fluido q
- $0 < \alpha_q < 1 \rightarrow$ La celda contiene la superficie libre (interfase) entre el fluido q y otro

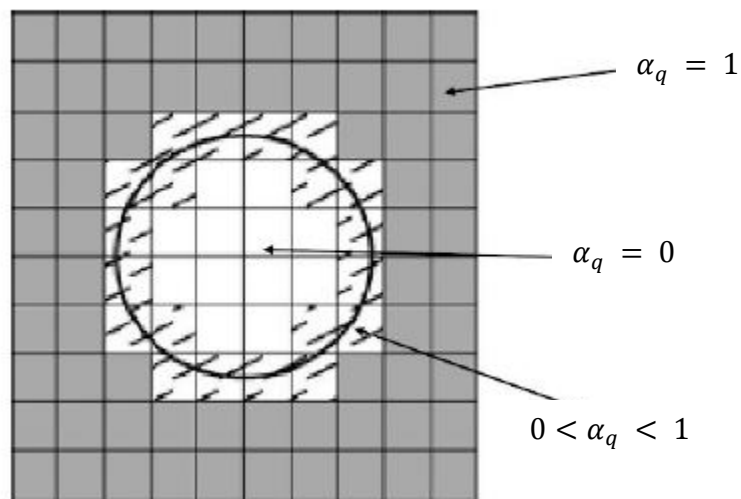


Figura 14 - Representación de la fracción de volumen para dos fases [9]

La fracción de volumen es calculada mediante la ecuación de continuidad de fracción de volumen

$$\frac{1}{\rho_q} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q U_q) \right] = S_{\alpha_q} + \sum_{p=1}^n \dot{m}_{rp} - \dot{m}_{qp} \quad (38)$$

Donde S_{α_q} es un término que expresa una fuente de masa, \dot{m}_{qr} es la transferencia de masa de la fase q a la fase r , y \dot{m}_{rq} viceversa. En el presente caso, de flujo en canal abierto, esta ecuación se puede simplificar considerablemente ya que no hay una fuente de masa ni transferencia entre los fluidos, y se considera todo el dominio de flujo incompresible. Así, la ecuación de la continuidad para la fase q :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q U_q) = 0 \quad (39)$$

La ecuación de la cantidad de movimiento se resuelve de manera única, es decir, la velocidad resultante se aplicará para todas las fases que ocupen la celda en cuestión.

$$\rho \frac{\partial U}{\partial t} + \rho (U \cdot \nabla) U = -\nabla p + \nabla \sigma + \rho g + F \quad (40)$$

Donde F son fuerzas generadas adicionales. La ecuación de fracción de volumen para la fase primaria vendrá dada basándose en la siguiente restricción:

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1$$

Asimismo, las propiedades propias de los fluidos en cada elemento se calculan usando el valor local de fracción de volumen y evidentemente las propias propiedades “materiales” de cada fluido:

$$\rho = \sum \alpha_q \rho_q \quad ; \quad \mu = \sum \alpha_q \mu_q$$

Finalmente, la ecuación de fracción de volumen se puede resolver usando una discretización implícita o explícita del tiempo.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

3.1 Modelo CAD

Para el diseño del modelo CAD en 3D se ha utilizado el software de diseño de ingeniería CATIA v5. El casco se ha dibujado a partir de las especificaciones dadas por el proyecto de Mercè Barba de ITN 2013 [1].

Estas especificaciones son las secciones del bote, 9 en total, que se han importado desde AutoCAD mediante un formato apto para la mayoría de estos programas, en el presente caso en formato *igs*. Una vez leídas y abordadas las dimensiones de estas secciones se ha elaborado la proyección 3D en el módulo de creación de superficies del software.

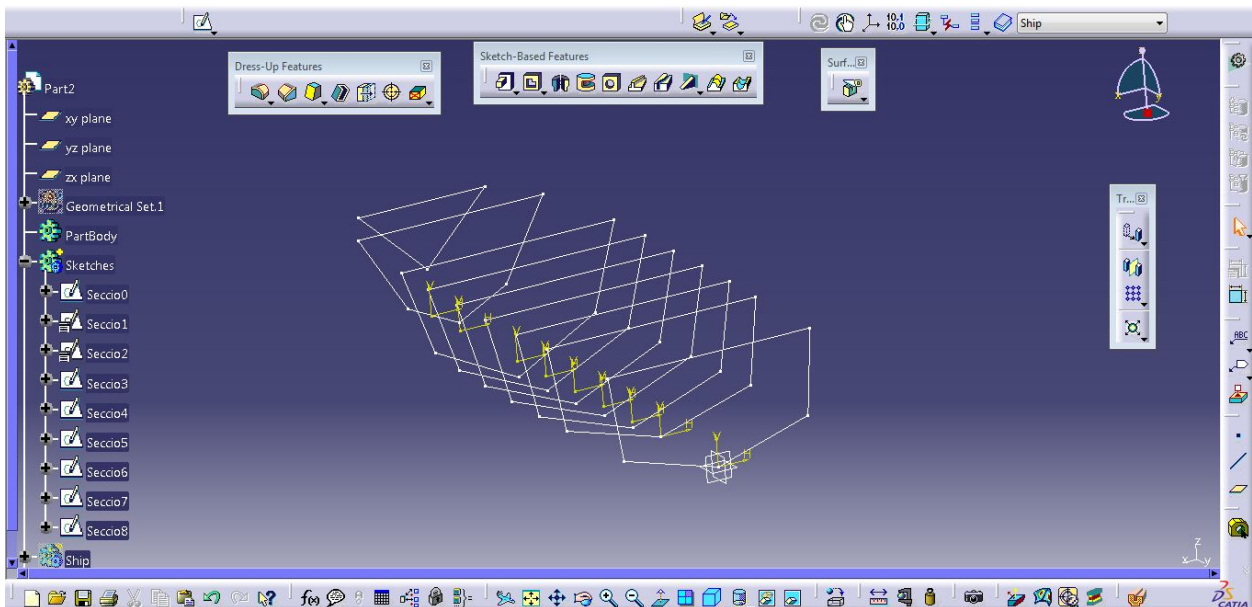


Figura 15 – Distribuyendo las secciones facilitadas por [1]

A partir de aquí se han trazado líneas de puntos de control para definir el casco, líneas denominadas *splines*, gobernadas por una función polinómica. Estas líneas son muy utilizadas en la generación de modelos de cascos de buques en CAD, ya sean con el apoyo de más o menos secciones para reproducir así un acabado muy aproximado y preciso en comparación con el modelo real.

El siguiente paso ha sido “llenar” la estructura con superficies, utilizando la técnica *Multi-Section Surface*, complementándose en lugares próximos a la proa con *Filleds*.

Finalmente, una vez la estructura cubierta se ha generado el sólido de todo el objeto, creándose así sus propiedades físicas como el centro de gravedad; y en consecuencia el módulo de simulación pueda detectarlo con todas sus características.

Cabe decir que ya desde el inicio de la generación del modelo se han despreciado estructuras y detalles ajenos al casco, así como aristas y rugosidades del propio casco. En CFD es una práctica muy común el deshacerse de geometrías de más, debido a que comportan una carga adicional al modelo numérico, aumentando considerablemente el tiempo de cálculo del ordenador [10]. Esto se debe al mallado de dichos modelos complejos, muy costoso ya que durante el proceso de mallado, a la hora de discretizar el espacio en estas localizaciones tan complicadas y detallistas ha de generar muchísimas celdas de más. Geometrías muy elaboradas puestas a simulación pueden ser de interés para los productos de industrias con competitividad en el mercado.

En la siguiente figura se puede apreciar un resumen de los pasos seguidos para la generación del casco desnudo:

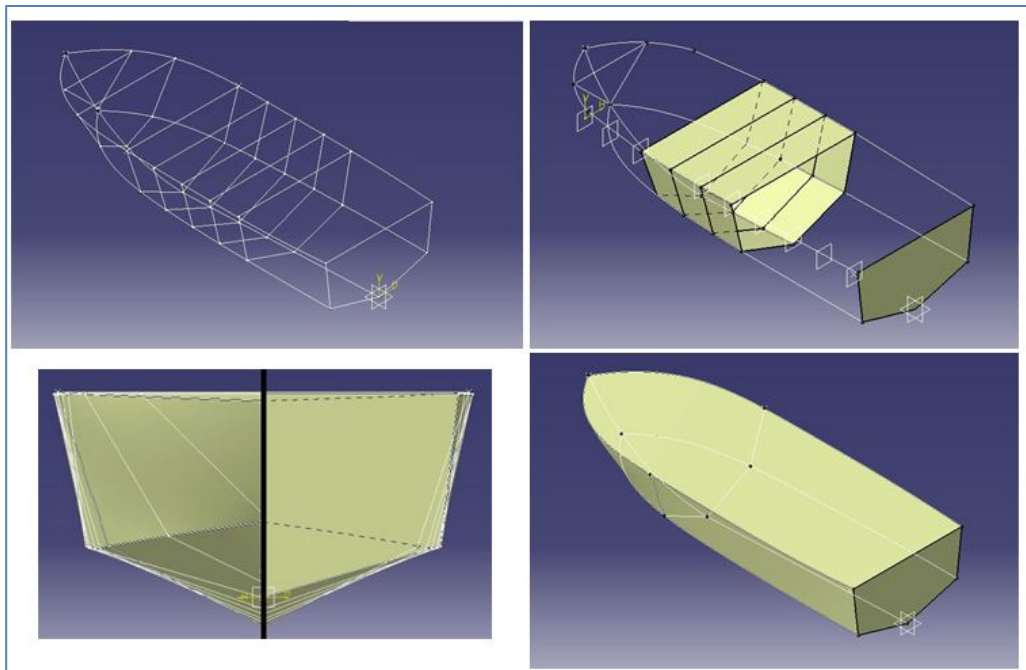


Figura 16 - Diseñando el modelo en Catia v5

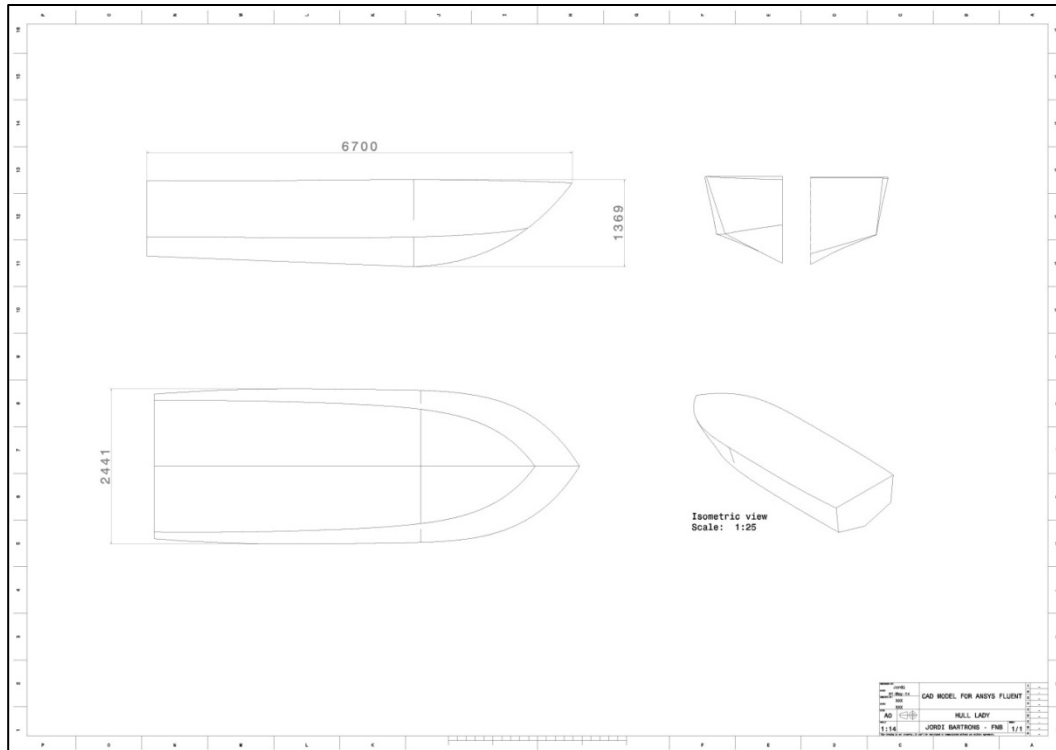


Figura 17 - Plano con las dimensiones principales del modelo CAD

Las dimensiones principales del bote son:

- Eslora: 6.58 m.
- Manga: 2.44 m.
- Puntal sección 6: 1.36 m.

Como se puede ver en la ficha de dibujo se ha modificado en 10 cm la eslora, alejando esta distancia desde el último punto de la proa. Asimismo, En la zona de la obra viva alrededor de la quilla, observando el perfil del bote, la forma hidrodinámica del casco puede diferir un poco respecto el trabajo utilizado como antecedente [1]. El autor ha considerado esta pequeña modificación después de haber podido ver de primera mano el casco de la Lady en astillero. Se ha adaptado pues a las cotas visuales personales.

Finalmente se ha modificado un poco el asiento con un ángulo de $\theta = 2.27^\circ$ positivos. De esta manera queda totalmente en reposo sobre el plano XZ. Con esto se ha querido acercarse a las condiciones físicas reales, donde al avanzar a través del agua el efecto de la sustentación intenta

empujar el casco hacia arriba cambiando su posición original de equilibrio en la flotación estando en reposo.

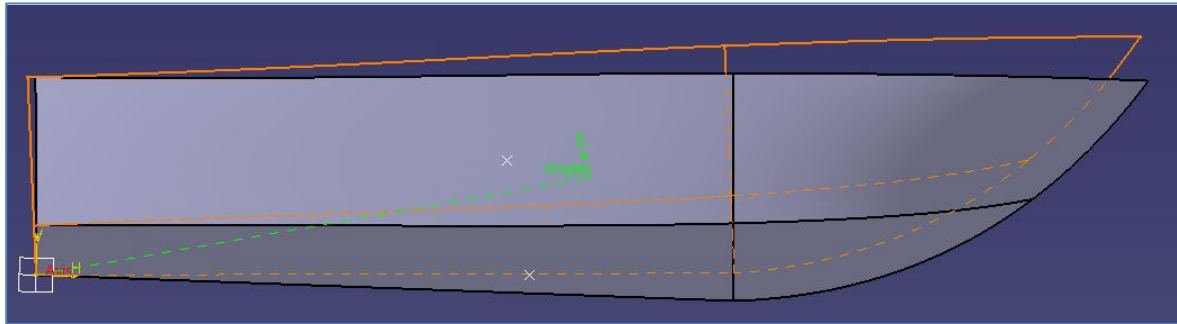


Figura 18 - Variando el asiento

3.2 Geometría del dominio computacional

El propósito de la Lady será operar en aguas abiertas y tranquilas del Port de Barcelona. Para el presente estudio, se ha creado un dominio de cálculo en forma de paralelepípedo alrededor del bote simulando las condiciones de flujo abierto, cuyas dimensiones se basan en estimaciones propuestas en varias referencias y justificadas a continuación. El casco ha sido sustraído del dominio para que de esta manera el conjunto dominio-casco represente un único cuerpo para la simulación.

La línea de flotación de diseño han sido dos: 0.4m y 0.35m. Ver sección 5 del capítulo 3 para más detalles.

Dimensión	Símbolo	Valor	
Eslora total	L	6.68 m	
Eslora en la línea de flotación	L_{wl}	5.59 m	5.484 m
Manga	B	2.44 m	
Manga en la línea de flotación	B_{wl}	2.02 m	1.9 m
Calado	C	0.4 m	0.35 m
Superficie mojada	WSA	10.66 m ²	9.62 m ²

Tabla 3 - Principales dimensiones incluyendo la línea de flotación

De esta manera, la profundidad del agua respecto la línea de flotación de diseño ha sido poco más de $0.5L_{wl}$, 2.9 m. No se ha contemplado el aumentar la profundidad ya que incrementaría mucho el dominio de cálculo forzando un tiempo de cálculo demasiado costoso e irrelevante. En

cuanto a la región de aire se ha concluido en poco menos de $0.5L_{wl}$, 3.1 m por encima de la línea de flotación de diseño, suficiente para que el espacio entre la superficie libre y el límite superior del dominio no cause aceleraciones no deseadas debido al efecto de la obstrucción entre límites [11].

El dominio debe ser lo ancho posible en la medida que no interfiera en la formación de la estela y que su proximidad no se convierta en un obstáculo a la hora de resolver cerca de esta zona. Éste ha sido el criterio utilizado y se ha corroborado en las primeras simulaciones al ver la intención de la estela. Finalmente, como se puede ver en la figura 20, los costados se han colocado a poco más de $2.5L_{wl}$ del origen.

Un flujo turbulento en aguas abiertas creará un perfil de velocidades específico si el dominio tiene la longitud suficiente. Esta longitud requerida para cualquiera de estos perfiles demandaría demasiado tiempo de cálculo. La longitud final escogida no trata de conseguir este efecto, sino gran parte de la estela generada (y gran parte del perfil de velocidades), ya que es crucial para la coherencia de la solución y para la resistencia al avance. De este modo tiene que estar bien representada. El balance entre tiempo de cálculo y capturar la adecuada estela ha concluido en $3.75L_{wl}$, 21 metros desde el origen.

El bote necesitará también suficiente distancia desde la entrada, ya que se han dado muchos casos de resultados caóticos como consecuencia de una entrada demasiado próxima al objeto en cuestión. Finalmente se ha decidido imponer poco menos de la parte trasera, $2.75L_{wl}$ desde la entrada del dominio al bote en la línea de flotación.

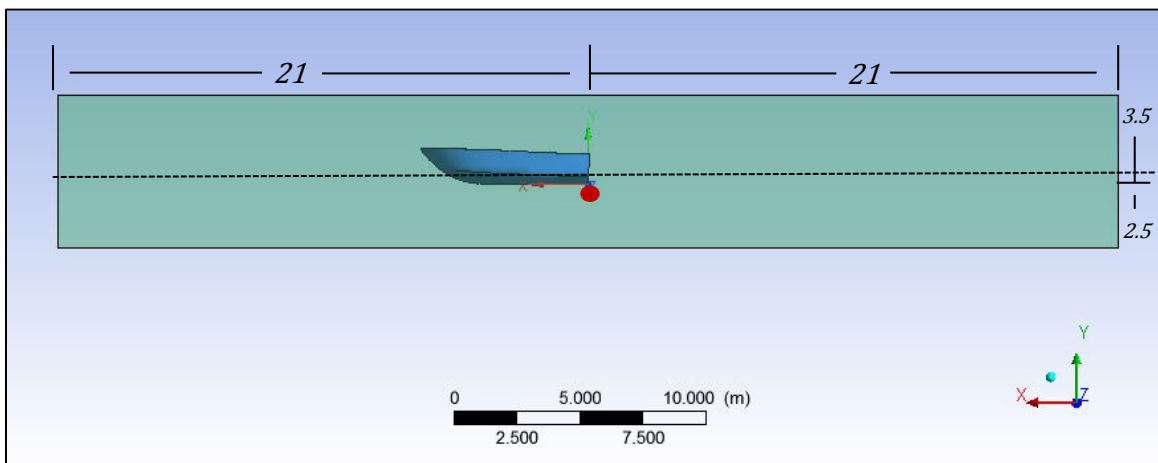


Figura 19 - Dimensiones del dominio desde el Origen en el plano XY, con la línea discontinua mostrando la L_{wl}

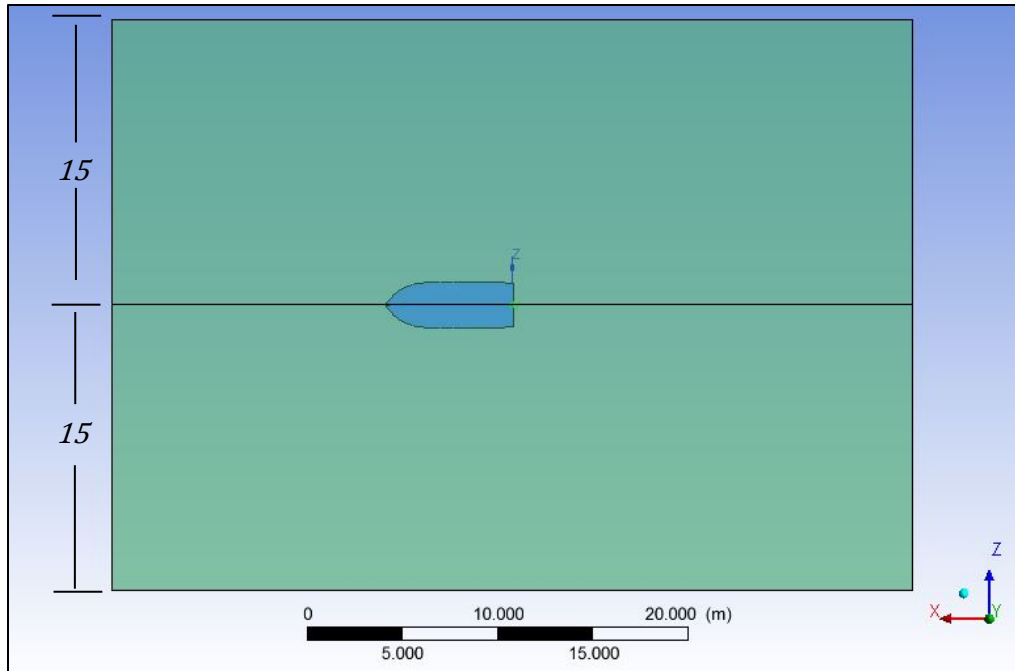


Figura 20 - Dimensiones del dominio computacional desde el plano XZ

3.3 Mallado

Básicamente una malla es la representación discretizada de la geometría en cuestión. Ésta designa los elementos en los que el comportamiento del flujo se va resolviendo. Producir una buena malla es crucial ya que afecta a tres aspectos básicos de una simulación:

- Estimación y rapidez en la convergencia (o por lo contrario divergencia).
- Coste del tiempo de cálculo de la CPU y memoria requerida.
- Precisión en los resultados.

Existen muchas formas diferentes de elementos que conforman una malla. Los más utilizados son los siguientes:

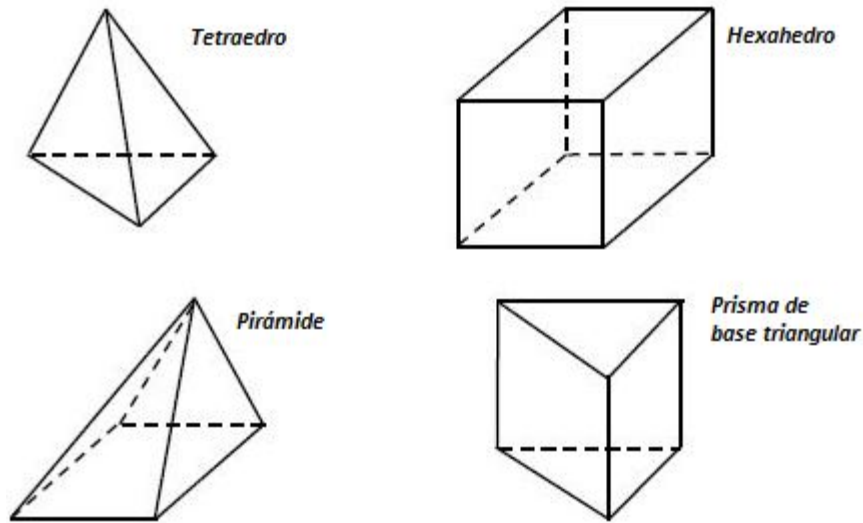


Figura 21 - Tipos de elementos principales en una malla

Malla hexaédrica vs malla tetraédrica

Cuando en una malla predominan los hexaedros se habla de malla “ordenada”. Se caracteriza por tener una conectividad regular que puede expresarse como matriz tridimensional a la hora de registrarse a la memoria del ordenador. Por lo contrario, una malla “desordenada” no puede expresarse de la misma manera, ya que está sin ningún patrón establecido. Como consecuencia este caso puede llegar a requerir un coste de memoria mucho mayor debido a que la información de la conectividad entre celdas y nodos debe estar específicamente almacenada.

En una malla hexaédrica las celdas están organizadas en un orden de índices i, j, k para localizar la celda adyacente, donde estos índices están denominados como las dimensiones de la malla. Cuando se habla de malla ordenada, es porque en un punto i, j, k ya se sabe de antemano que tendrá una celda adyacente en $(i+1, j, k)$, $(i-1, j, k)$, etc.

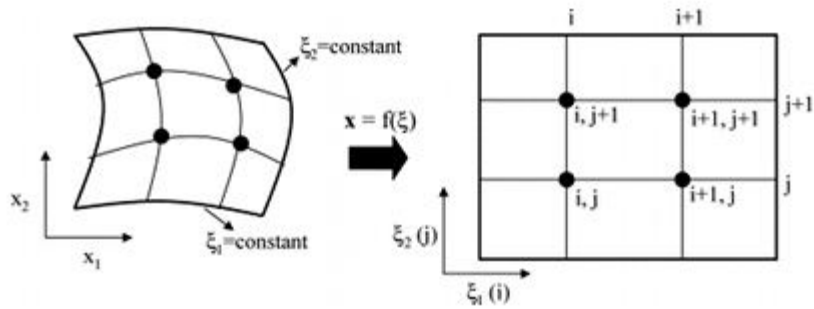


Figura 22 - Identificación de nodos para una malla estructurada [12]

Esto contrasta con la ya presentada malla desordenada ya que esta última necesita una tabla de las conexiones para poder consultar la localización de cualquier punto vecino. De esta manera, para cualquier nodo específico, la conexión con otros puntos ha de estar definido explícitamente en la matriz. Ver figura 23.

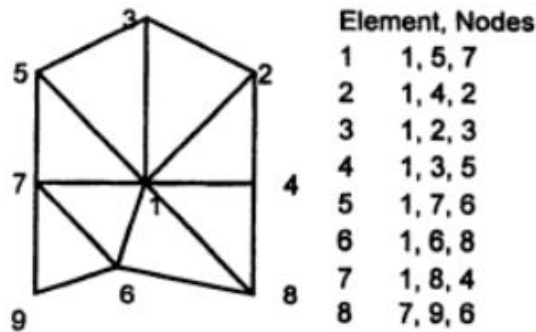


Figura 23 - Localización de los elementos en una malla no estructurada [13]

Un típico formato de tabla de conexiones en una malla desordenada es la siguiente:

**Number of Points,
Number of Elements**

x_1, y_1
 x_2, y_2
 x_3, y_3
 ...
 n_1, n_2, n_3
 n_4, n_5, n_6
 n_7, n_8, n_9
 ...

Figura 24 - Nomenclatura de localización para una malla no estructurada [13]

Donde x_1 y y_1 son las coordenadas del punto y, por ejemplo, la tríada de n_1 , n_2 y n_3 son los puntos que conforman un triángulo. La gran ventaja de las mallas desordenadas es que como consecuencia de esta falta de orden en la conexión de las celdas, es posible añadir i suprimir nodos i elementos según lo requiera la geometría en cuestión, o por otra parte, en un método adaptado para la resolución de un fluido, según la evolución de los gradientes del flujo o la formación de errores [13].

En general, las mallas a partir de tetraedros se adaptan mejor a la discretización de geometrías complicadas así como en los aspectos de campos de flujo complejos. Aun así, la falta de un patrón direccional hace que los barridos en los algoritmos de la solución sean mucho más difíciles de aplicar.

En conclusión, las mallas no estructuradas son menos sofisticadas, fácil de generar y más versátiles, particularmente para geometrías complejas, como ya se ha comentado. Ellas, sin embargo, necesitan una estructura de datos muy elaborada que mantengan los diversos aspectos cuantificables atribuidos, que en el caso de las mallas ordenadas recaer sólo en los índices de localización. Estas últimas, por otro lado, presentan más esfuerzo en la generación y para geometrías complejas puede llegar a ser muy costoso, incluso desalentador. Aun así, en la medida de lo posibles estas siempre prestan una calidad superior, consideración clave en las simulaciones de fluidos.

3.3.1 Generación de la malla

En el presente trabajo se han considerado las dos estrategias de mallado descritas para abordar la simulación. De alguna manera se pretende ver qué importancia han tenido los diferentes tipos en la solución final. Los resultados han corroborado la importancia de la malla hexaédrica, como se podrá comprobar en los siguientes capítulos.

Así, las mallas elaboradas en el presente estudio se han denominado:

- 1) **Malla Libre.** Malla conformada únicamente por tetraedros y prismas.

Esta malla no tuvo mucho misterio a la hora de configurarla. ANSYS dispone de muchas herramientas a la hora suavizar la formación de la malla para adecuarse a las medidas de calidad

según su geometría. A partir de varias referencias, se creó un volumen de control alrededor del casco ya que es donde los gradientes de presión son más altos, y hay mejor apreciación de la estela. En muchas referencias recomiendan este añadido para las simulaciones de fluidos.

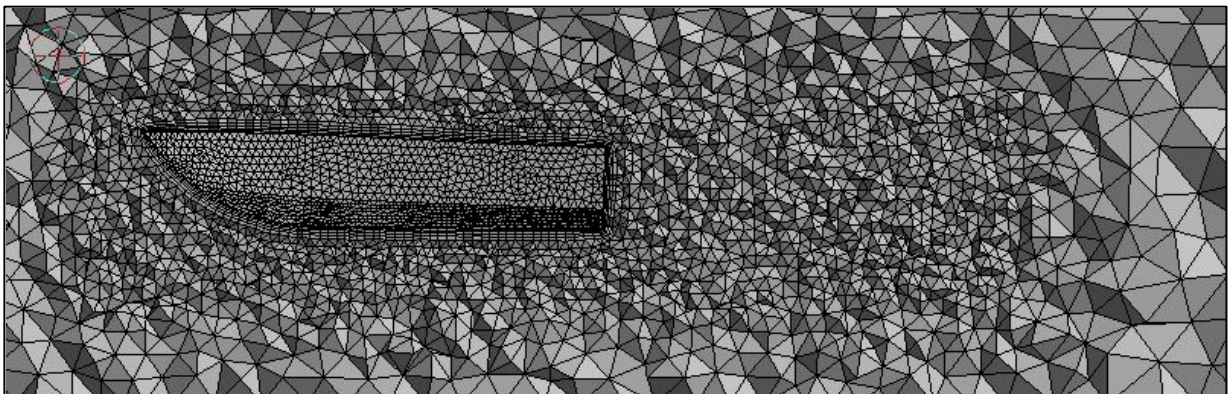
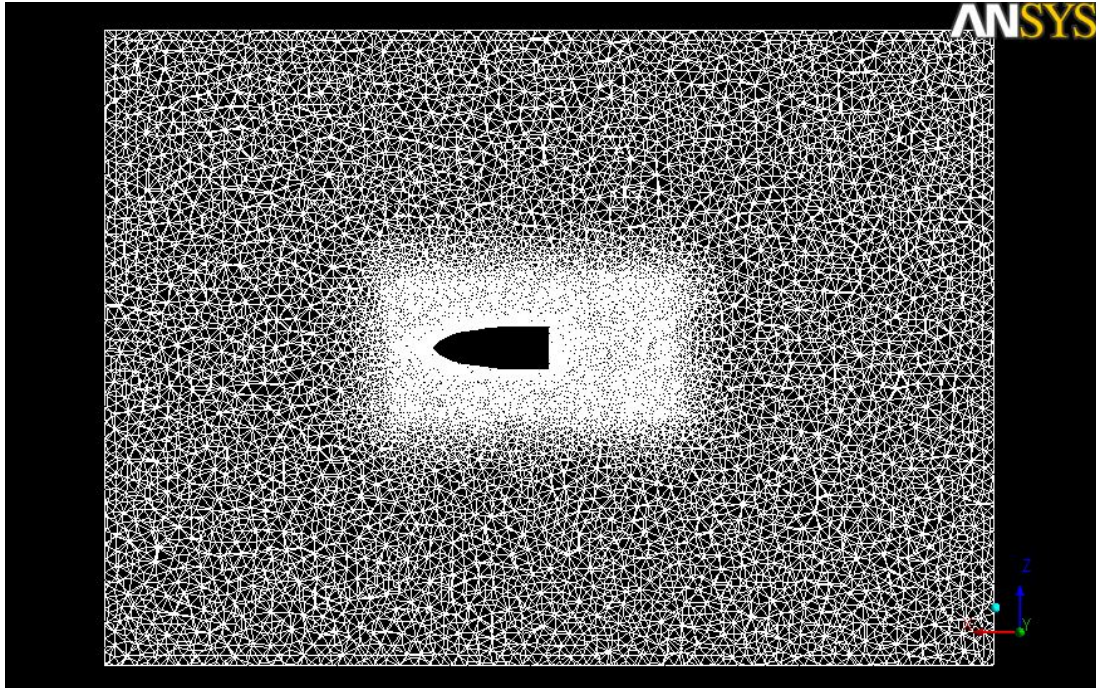


Figura 25 - Diferentes vistas del mallado no estructurado

Se probó con mallas refinadas hasta un millón de elementos, sin y con capa de prismas, y los resultados fueron totalmente erróneos y sin sentido, sin ningún tipo de interacción clara de la superficie libre del agua con la superficie del casco.

Al cabo de muchos refinamientos y configuraciones varias se desestimó completamente esta estrategia de mallado. En la mayoría de referencias los autores utilizan básicamente mallas

estructuradas para este tipo de problemas. En los casos que sí se utilizan las desordenadas dando resultados coherentes, son mallas con varios millones de elementos en las que solo ordenadores de capacidad industrial pueden tratar con esa magnitud.

Otros casos que en que aparece la dominancia de tetraedros son en mallas híbridas, donde el campo de flujo es una malla ordenada y cerca del casco se crea un volumen de control con elementos tetraédricos [14]. Esto tiene sentido ya que el flujo abierto se encuentra estable en la malla hexaédrica, no hay difusión en el cálculo numérico, y es así cuando el flujo resulta “preparado” para resolverse alrededor del casco con celdas no ordenadas, que de alguna manera presenta ventajas ya que aquí hay grandes gradientes de varias variables.

2) **Malla FS ordenada.** Las siglas FS (*face sizing*) corresponden a una función específica del módulo, en que las celdas cerca de la superficies son más pequeñas que en el resto del dominio.

Esta segunda malla (así como la tercera) ha sido creada a partir de la técnica que ofrece el módulo de mallado adaptado a ANSYS FLUENT denominada Assembly Meshing CutCell Hex Dominant Algorithm.

Este método utiliza un enfoque cartesiano de volumen de mallado *Patch Independent*, en el que la propagación de las celdas no respeta los límites ni los bordes del dominio a no ser que se especifique una condición de frontera. Aquí, la malla en la superficie del casco se crea de manera automática a partir del límite de las celdas adyacentes del dominio volumétrico alrededor de esta superficie. Así, se reduce el tiempo dedicado a reformar y/o descomponer la geometría donde en el otro enfoque, conocido como generación de malla ordenada *body-fitted* en multi bloque es necesario realizar. Existen otros algoritmos de malla cartesiana CutCell, como el *solver* HLL Riemann [14].

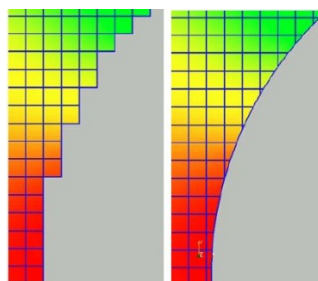


Figura 26 - Boddy Fitted (izq.) vs CutCell (der.)

En términos generales, una malla cartesiana CutCell se genera a partir del “corte” de cuerpos sólidos de una malla cartesiana en segundo plano. Una vez el *solver* está provisto de la información adecuada de la superficie del cuerpo, el siguiente paso de generación de la malla es reemplazado por el cálculo paramétrico de las localizaciones en donde el cuerpo corta con la malla de este segundo plano. A partir de ahí se activan los últimos repasos según las especificaciones, como la unión de celdas, etc. El enfoque del método lógicamente requiere de un *solver* basado en volúmenes finitos.

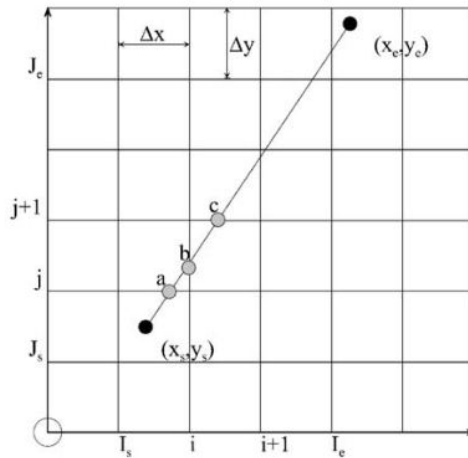


Figura 27 - Encontrando las celdas de corte: localizando los puntos de intersección de un segmento en la generación de una malla cartesiana [14]

En la sección anterior de este capítulo ya se ha comentado que el casco ha sido sustraído de su dominio para representar un único objeto de cálculo. En gran parte la causa de esta acción es por esta misma técnica de mallado descrita, en que el hecho de tener un único campo de fluido facilita mucho la generación de las celdas a través del dominio.

En la siguiente figura se muestra la malla generada en el presente proyecto. A diferencia de la malla ordenada uniforme (ver figura 31) ésta se ha caracterizado por activarse la función *face sizing*, en que se añade información a la superficie del casco reduciendo el tamaño de celdas a su alrededor, con la finalidad de apreciar más los gradientes de distintas variables. De esta manera también se fija el índice de aumento de tamaño de las celdas hacia el flujo abierto, que siguiendo varias referencias se ha marcado en un 20 %, hasta conformarse con el tamaño fijado para el resto del dominio.

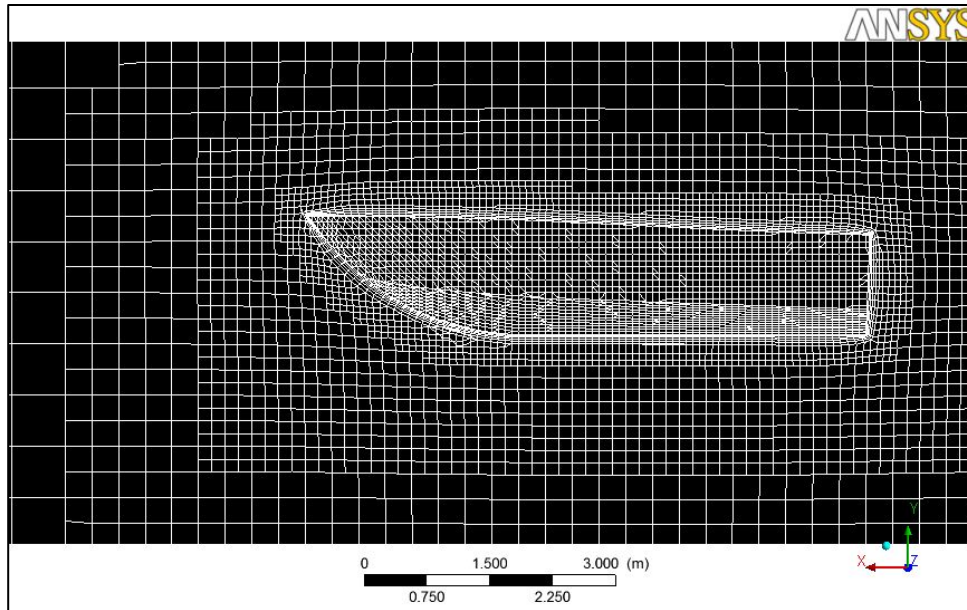


Figura 28 - Malla FS ordenada en el plano XY

Esta malla obtiene resultados coherentes pero únicamente en las zonas donde el tamaño de celda no varía, lidiando pues a la difusión numérica en el cambio de tamaño de celda. Da la sensación como si el casco estuviera dentro de varios cercos, y que entre ellos hubiera una escasa relación. Esto no puede aceptarse como solución a analizar ya que no reproduce las superficies libres de manera continua a través del dominio. Incluso en algunas pruebas la solución ha acabado por generar divergencia.

Una posible causa de esta falta de convergencia es la activación del modelo Multiphase Volume of Fluid en el set up, en el que se habla en el capítulo 2. Este esquema es muy sensible a la malla, y los cambios bruscos de tamaño de celda en zonas donde se crean gradientes de varias variables, no facilitan al *solver* la información necesaria. Otra vez, se estaría hablando de un refinamiento demasiado costoso.

- 3) **Malla ordenada uniforme.** Ésta ha sido la malla que ha dado los resultados coherentes esperados y que a partir de ella se han propagado otras simulaciones para el estudio.

Finalmente se optó por una malla formada por hexaedros del mismo tamaño llenando el dominio. La técnica utilizada fue la misma que la anterior, aunque esta vez sin activarse la función *face sizing* y sin ningún rango de inflación en el tamaño de celdas a través del dominio.

El hecho de tener una geometría del casco un tanto compleja resultó una dedicación considerable en la configuración de este mallado, ya que siendo en todo el dominio celdas del mismo tamaño, hubo que ponerle especial atención en el balance entre la calidad de la malla y el coste computacional.

Capa de prismas

El casco del bote se define como una superficie de no deslizamiento ya que el fluido en cuestión tiene viscosidad, el agua. Esto exige que la velocidad del fluido adyacente a la superficie sea igual a cero. El efecto hidrodinámico de esta condición es crucial para determinar la resistencia del casco de la Lady, donde se forma la capa límite (ver sección 4 del capítulo 2).

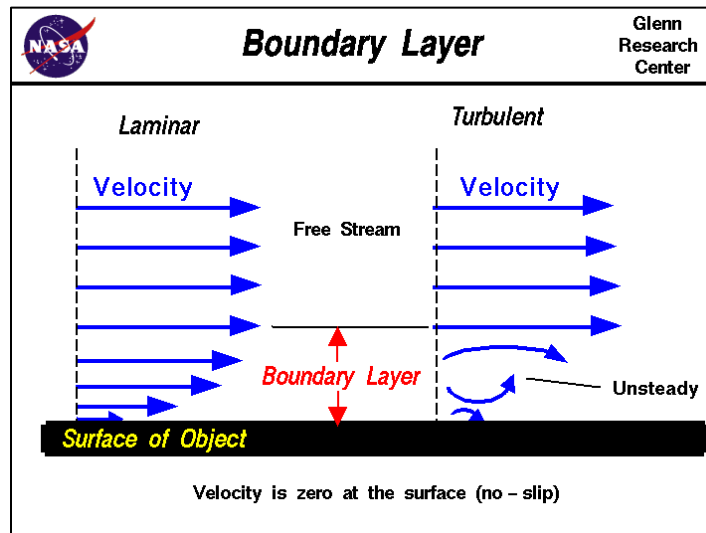


Figura 29 - Capa límite con régimen laminar y turbulento [NASA Website]

Hay muchas maneras de afrontar esta condición a la hora de crear una malla. En este caso ANSYS Meshing ofrece una opción muy asequible, denominada "inflation", en la que se crean varias capas de prismas alrededor de la superficie designada. Para cada una de las mallas se ha utilizado y personalizado esta función. Después de realizarse pruebas defectuosas con 2 y 3 capas, en el modelo final se ha impuesto un índice de crecimiento de capa de un 20%, lo que ha contribuido a la formación de 5 capas de inflación. Este número se ha dado por bueno ya que se recomienda en varias referencias y no ha parecido dar resultados infructuosos.

En todas las mallas creadas siempre se ha configurado esta función (ya se ha mencionado en la malla libre), indispensable para la reproducción adecuada del flujo alrededor del cuerpo.

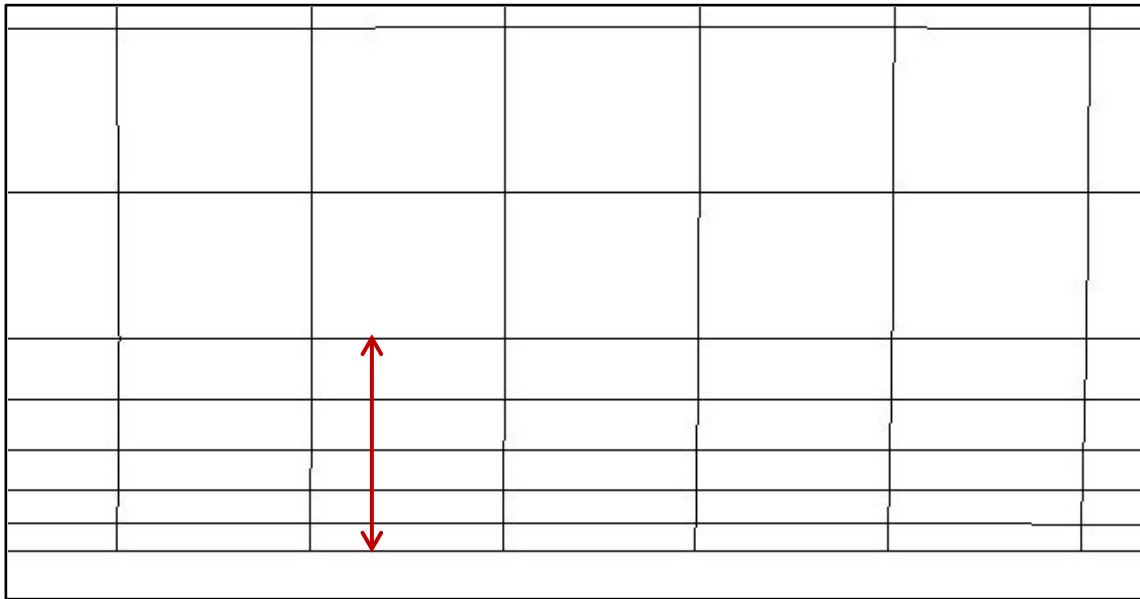


Figura 30 - Capa de prismas con inflación desde la superficie del casco

Con el tipo de malla designada, se ha elaborado un estudio de fiabilidad de ésta a fin de tener un balance entre el coste de la memoria y un error permisible en los resultados. En el primer punto del capítulo 4 se presenta el estudio de la malla en función de la resistencia total del casco; desde gruesa a refinada.

Los datos de la malla final generada para el modelo son:

Nodos	Elementos
676 960	572 074

Tabla 4- Datos de la malla final

La mayoría formada por hexaedros, con algunas decenas de prismas de base triangular y algunos centenares de tetraedros en la transición de la capa de inflación al dominio abierto. En las siguientes figuras pueden verse diferentes planos y vistas de la malla final escogida:

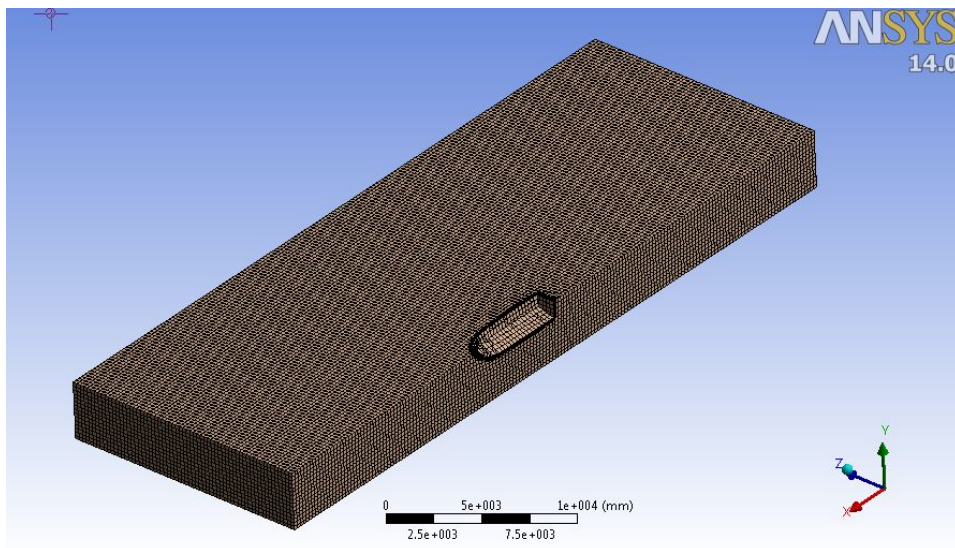
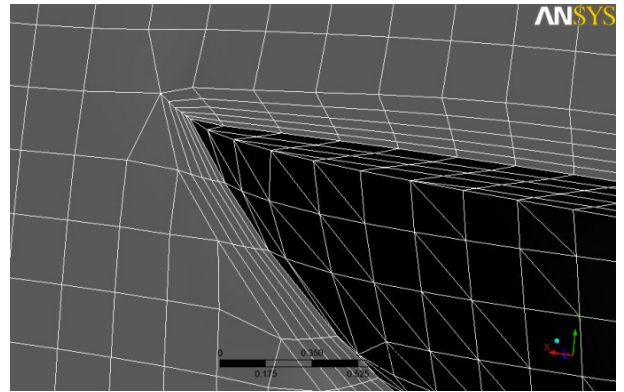
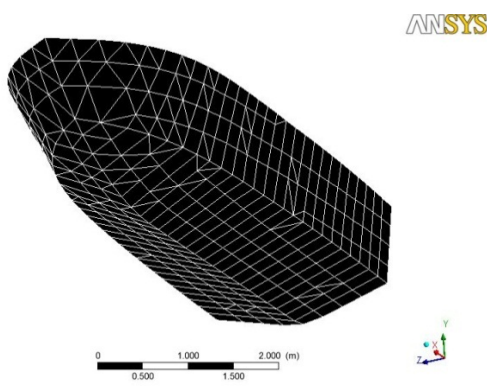
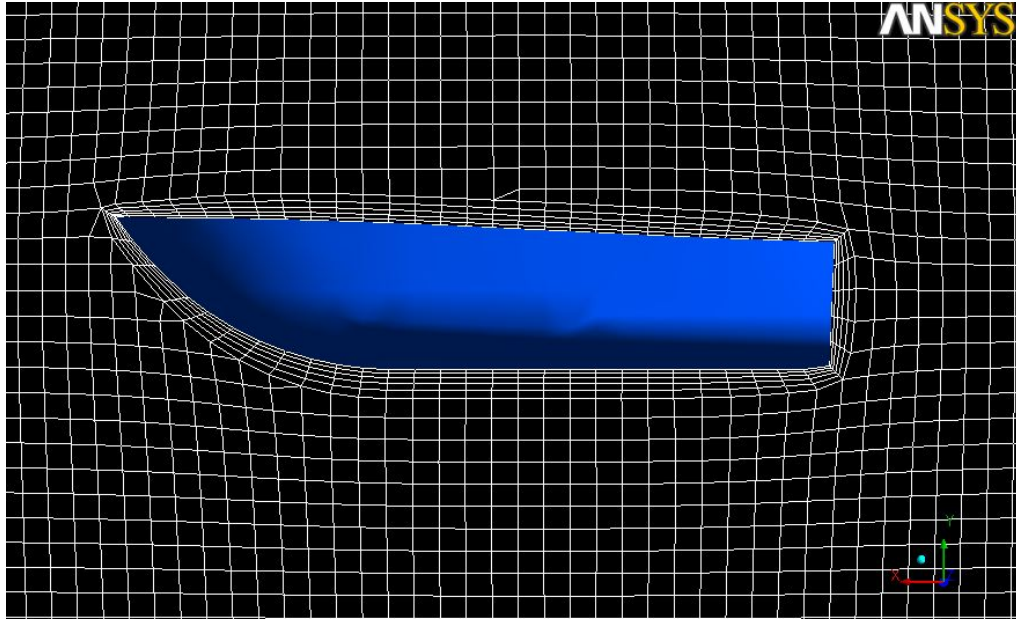


Figura 31- Diferentes vistas del mallado final

3.3.2 Control de calidad

La calidad de la malla garantiza el mejor análisis para la resolución del problema, minimiza la necesidad de cálculos extra, y mejora la predicción de resultados precisos. La calidad viene determinada por una serie de medidas en las que cada *solver* comercial y método de mallado tienen establecidas. En el presente caso, FLUENT lo aborda básicamente con las siguientes medidas:

- **Smoothness:** Se refiere al grado en el cambio de tamaño de celdas adyacentes. Como ya se ha comentado, la malla fijada para realizar el presente estudio cumple en toda regla con esta necesidad, puesto que no hay cambio de tamaño de celda excepto mínimamente en la zona de la capa de prismas.

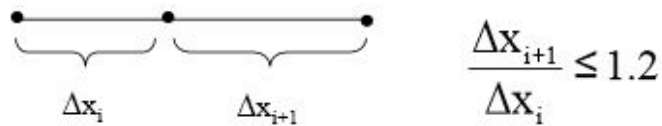


Figura 32 - En general se recomienda que el cambio no sea mayor al 20%

- **Aspect Ratio:** Este parámetro de control determina la extensión de una celda. Se obtiene a partir de la razón entre el valor máximo y mínimo de las siguientes distancias: La distancia entre el centroide de un elemento y el centroide de una cara, y la distancia entre el centroide del mismo elemento con sus nodos.

Para una calidad de celda ideal de forma geométrica equilátera, el *aspect ratio* será igual a 1. Para otras formas más irregulares será mayor a 1.

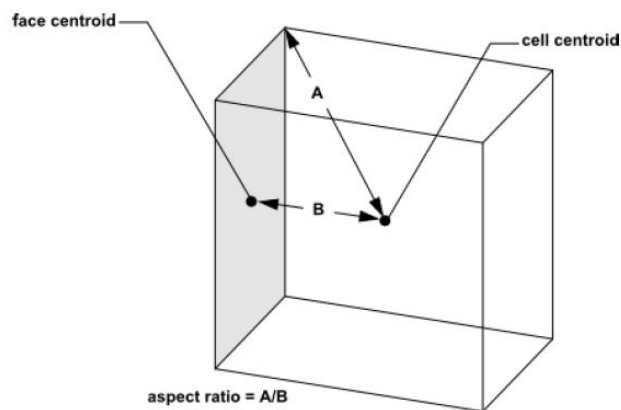


Figura 33 - Determinación del Aspect Ratio

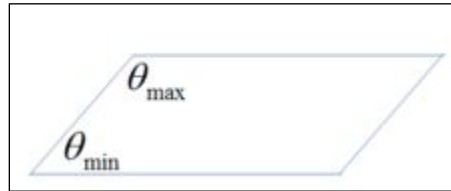
- **Skewness:** Se define como la diferencia entre la forma de un elemento y la forma de un elemento equilátero de igual volumen. Esta medida es de suma importancia, ya que tener un alto nivel de oblicuidad de celdas localizadas en zonas de interés puede producir errores, desestabilizar la solución e incluso la imposibilidad de poder aplicar las ecuaciones diferenciales en dicha zona ya que el *solver* asume que está trabajando con elementos próximos a equiláteros.

Se define como un elemento ideal aquel que tiene oblicuidad igual a 0; los que se aproximan a 1, de calidad muy pobre, se caracterizan porque sus nodos pueden llegar a ser casi coplanares.

El método de control aplicado para la malla escogida ha sido basándose en la desviación que toma un ángulo equilátero:

$$Equiangle\ skew = \max \left[\frac{\theta_{max} - \theta_e}{180 - \theta_e}, \frac{\theta_e - \theta_{min}}{\theta_e} \right]$$

Donde θ_{max} es el ángulo máximo de la celda/cara, θ_{min} el ángulo mínimo, y θ_e el ángulo de una celda/cara equilátera:



En la malla designada, la mayoría de elementos que conforman el dominio (hexaedros) tienen un rango inferior a 0.1, mientras que al acercarse al casco esta medida va subiendo (al igual que la proporción de número de elementos va bajando) hasta llegar a un límite de 0.75. No se ha podido evitar que alguna celda aislada (en el presente caso menos de 10 celdas) presente unos rangos de entre 0.85 y 0.95; éstas son tetraedros en la transición de la capa de prismas con el dominio hexaédrico.

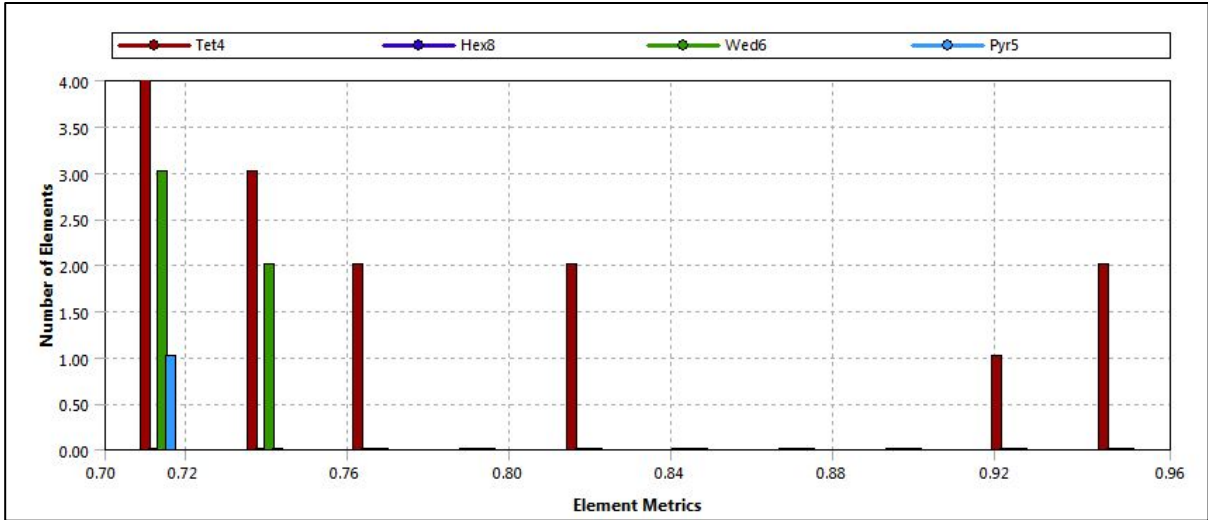


Figura 34 - Evaluando el rango de Skewness en la malla

- Orthogonal Quality:** Así como en la asimetría, la calidad ortogonal es una medida indispensable para la predicción de buenos análisis en la solución. Podría decirse que es una manera de medir la “linealidad” del dominio. El rango es también entre 0 y 1, pero aquí cuando más cerca de 1 es el valor mayor es la calidad.

Para estimar esta calidad en la celda se usa el vector normal de la cara, el vector desde el centroide de la celda al centroide de la celda adyacente, y el vector desde el centroide de la celda a cada una de sus caras.

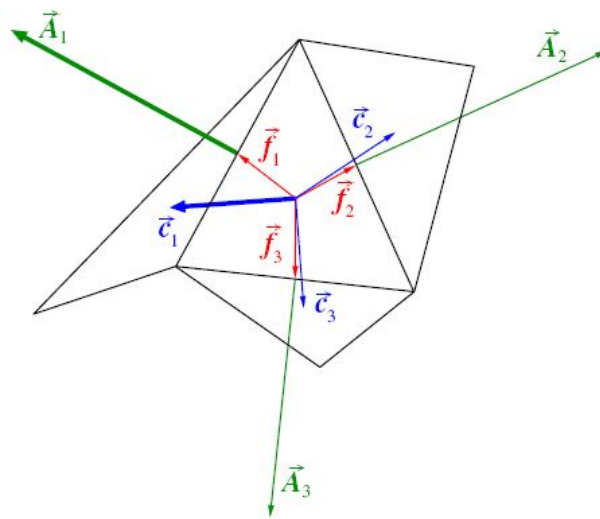


Figura 35 - Midiendo la calidad ortogonal

Para esta celda la calidad se estima para el mínimo valor de las operaciones siguientes calculadas, para cada cara denominada i :

$$\left[\frac{A_i \times f_i}{|\vec{A}_i| |\vec{f}_i|}, \frac{A_i \times c_i}{|\vec{A}_i| |\vec{c}_i|} \right]$$

Donde A_i es el vector normal de la cara, f_i es el vector desde el centroide de la celda al centroide de esa cara, y c_i es el vector desde el centroide de la celda al centroide de la celda en que comparten las caras.

En la malla final designada, como se puede ver en la figura siguiente, la mayoría de elementos tienen una tendencia hacia valores próximos a 1.

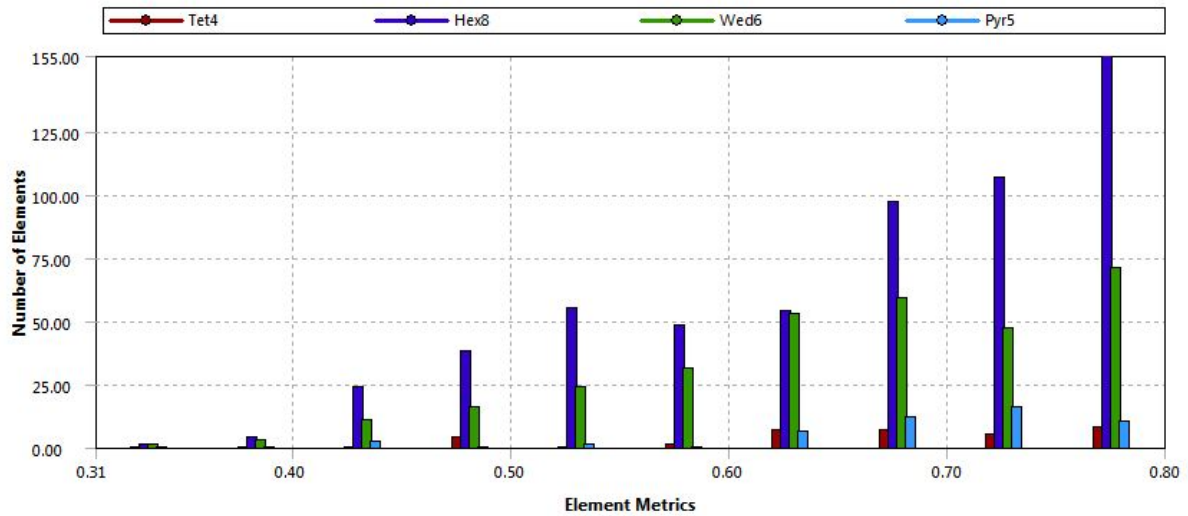
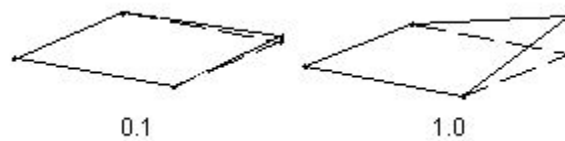


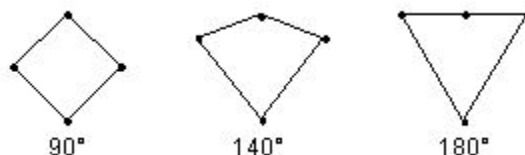
Figura 36 - Evaluando la calidad con el control ortogonal

- Otros

- **Warping Factor:** Deformación de las caras de celdas con base cuadrada.



- **Maximum Corner Angle:** Para bases cuadradas el maximo ángulo capaz de soportar un vértice entre dos costados. Las referencias coinciden en que grandes ángulos degradan el comportamiento del elemento.



Los parámetros de control y sus límites se resumen en la siguiente tabla:

Parámetros de control	Malla	Valores aceptados
<i>Skewness</i>	máx: 0.96 prom: 4.95×10^{-3}	< 0.98
<i>Orthogonal Quality</i>	mín: 0.31 máx: 1 prom: 0.99	> 0.15
<i>Warping factor</i>	máx: 0.43	< 1
<i>Maximum corner angle</i>	mín: 62.7° máx: 146.7° prom: 90.3°	< 180
<i>Maximum Aspect Ratio</i>	19.65	< 50

Tabla 5 - Parámetros en el control de calidad

3.4 El software FLUENT

El software CFD usado para este proyecto es FLUENT, un potente y flexible *solver* de dinámica de fluidos computacional de propósito general utilizado para el modelado de flujos, turbulencia, transferencia de calor, y otras reacciones para aplicaciones industriales. Los modelos físicos permiten el análisis de CFD de un modo muy preciso para una amplia gama de problemas de fluidos. FLUENT ha sido y está siendo la herramienta de uso para un gran número de proyectos en las industrias y consultorías más competentes de todo el mundo.

Con su incorporación a ANSYS en el 2006 ha dispuesto de una gran capacidad para compenetrarse con otros módulos de interés en la ingeniería, como el análisis estructural de cuerpos, comparación con otros *solvers* de CFD, herramientas para generación de mallas, etc., para proporcionarse a sí mismo mejores mallados y optimización de ciertos parámetros.

FLUENT emplea un *solver* por volúmenes finitos. Éste usa un algoritmo que consiste en tres pasos:

- Integración de las ecuaciones gobernantes de flujo del fluido para todos los volúmenes de control del fluido.

Considerando la ecuación de transporte (a efectos de convección y difusión) de las ecuaciones gobernantes para una cantidad escalar introducida ϕ (ya sea velocidad, continuidad, o energía turbulenta) y escrita de forma integral para un volumen de control arbitrario V:

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \int_V \nabla \cdot (\rho \phi \vec{v}) dV = \int_V \nabla \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi) \cdot dV + \int_V S_\phi(\phi) dV \quad (41)$$

Donde \vec{v} es el vector velocidad, \vec{A} es el vector área de la superficie, Γ_ϕ es el coeficiente de difusión para la variable ϕ , y S_ϕ es cualquier fuente de ϕ por unidad de volumen.

El primer término de la ecuación 41 especifica la variación de ϕ en el tiempo. El segundo término de la parte izquierda expresa el flujo del componente ϕ en la dirección normal del vector, representa la disminución de ϕ dentro del elemento en cuestión debido a la convección.

En la parte derecha, el primer término representa la progresión de ϕ en el fluido debido a la difusión, y el último término significa el incremento de ϕ respecto a fuentes asociadas con otros sucesos.

- Discretización: Conversión de las ecuaciones integrales resultantes a un sistema de ecuaciones algebraicas.
- Solución del sistema de ecuaciones mediante un método iterativo.

Hay dos procesos para la resolución de estas ecuaciones ofrecidos por FLUENT en el marco del método numérico basado en la presión. Estos son el *solver* segregado y el *solver* acoplado. El primero usa un método secuencial. El segundo, utilizado por el presente trabajo, soluciona las ecuaciones de conservación de la masa y cantidad de movimiento en un mismo paso, de una manera correlacionada, dando lugar a una mejor convergencia en la solución aunque requiere entre 1.5 y 2 veces más de tiempo de cálculo. La figura siguiente muestra el proceso del *solver* acoplado.

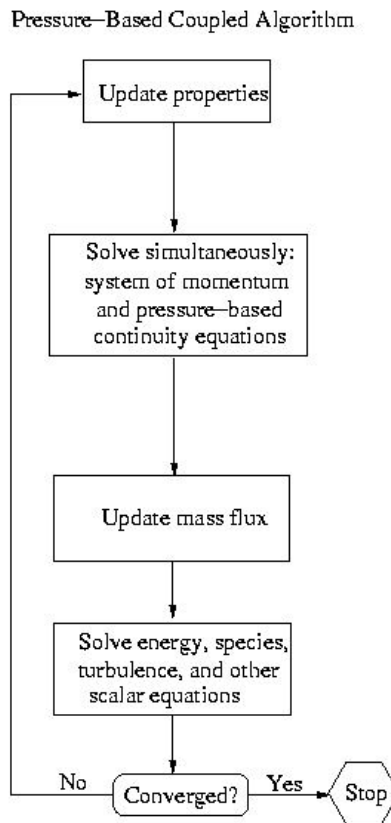


Figura 37 - Diagrama de flujo para el algoritmo acoplado

3.5 Setup

3.5.1 *Multiphase* y modelo de turbulencia

El primer punto a determinar en el pre proceso es el modelo empleado en un problema con dos fases. En el presente estudio se ha designado el método Volume of Fluid, ya descrito en el capítulo de teoría. Aquí es indispensable activar la aceleración de la gravedad ya que es una fuerza externa influyente (ver capítulo 2).

Para la resolución de la ecuación de fracción de volumen, se ha utilizado una discretización en el tiempo implícita (Implicit Discretization Scheme). La ecuación de la fracción de volumen en este esquema requiere que sus valores estén en el intervalo de tiempo actual (a diferencia del esquema explícito, que necesita el intervalo de tiempo previo). Debido a esto una ecuación de transporte escalar se resuelve de forma iterativa para las fracciones de volumen de la fase secundaria en cada intervalo de tiempo. La discretización espacial para la representación de la superficie libre se ha fijado como BGM (Bounded Gradient Maximization), introducida en 2009 por D. Keith Walters and Nicole M. Wolgemuth [16], con la finalidad de recrear con precisión la interfaz entre fases, a partir de la maximización del gradiente de fracción de volumen local. Ya que este método solo es aplicable para simulaciones en *steady state*, para la simulación en tiempo real se ha usado el Modified HRIC (High Resolution Interface Capturing), recomendado por la bibliografía [16].

Como ya se ha comentado en el capítulo 2, existen muchos tipos de modelos de turbulencia basándose en las ecuaciones RANS.

En flujos de canal abierto, los más comunes son los de dos ecuaciones $k - \varepsilon$ y $k - \omega$ por su balance entre precisión y coste computacional. Estos modelos tienen 2-ecuaciones adicionales para representar las propiedades del flujo turbulento, permitiendo al modelo un reporte de los efectos transitorios como la convección y la difusión de la energía turbulenta. Volviendo a citar las variables, “ k ” es la energía cinética turbulenta, y la segunda variable, ε , es la disipación de la turbulencia, mientras que w es la disipación específica. Estas dos últimas determinan el escalado de la turbulencia, mientras que la primera determina la energía en la turbulencia.

El modelado original Standard $k - \varepsilon$ tiene el problema de que es muy sensible en zonas cercanas a superficies, donde las fuerzas viscosas dominan respecto a la turbulencia, ahogando todo efecto que pueda producir; solo da buenas predicciones en flujos turbulentos estacionarios,

totalmente desarrollados. El otro modelo, Standard $k - w$, por el contrario recibe muy buenas críticas en la resolución dentro de las capas límite, pero da que desear en el cambio a flujo abierto [5].

En este estudio se ha empleado una mejora del primero, Realizable $k - \varepsilon$, donde el problema inicial se resuelve a partir de una formulación de ε más compleja; con la posibilidad de resolver capas límite bajo largos gradientes de presión.

También se han hecho mejoras respecto $k - w$, siendo el más aplaudido el SST (Shear Stress Transport) $k - w$. Aquí se resuelve el problema de predicción ajustada en la transición de entrada a flujo abierto. Se emplea mucho en simulaciones en las que un fluido pasa a través de un elemento rotativo. Este modelo se ha desestimado ya que el Realizable $k - \varepsilon$ cumple con los requisitos del presente trabajo y sigue siendo el más valorado para este tipo de problemas por la bibliografía.

Tratamiento de regiones cercanas a superficies (near-wall treatment)

El modelado de la capa límite es muy importante en el flujo alrededor de un casco, y cada modelo de turbulencia tiene sus propias maneras de tratarlas. Aquí el tratamiento de superficies depende mucho del tamaño de las celdas. El modelo k-E empleado ofrece varios tratamientos, siendo el “Standard Wall Functions” el designado en este trabajo. El criterio por medio del que se elige el tratamiento de superficie es el valor de y^+ [8]:

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (42)$$

donde ρ es la densidad, u_τ es la velocidad del esfuerzo viscoso, y la distancia del primer nodo desde la superficie y μ la viscosidad dinámica. Asumiendo esta ecuación (X) es lógico predecir que en las regiones ocupadas por agua el valor de y^+ será mayor que en las regiones ocupadas por aire, del orden de 10^{+1} . La opción Standard Wall Functions opera muy bien en valores de $y^+ > 30$. Valores pequeños de y^+ solo pueden conseguirse con mallas muy refinadas, más allá de los recursos usados en este trabajo. Sin embargo, aquí se ha optado por enfocar este problema de la resolución de la capa límite desde las capas de inflación alrededor del casco (ver “Capa de Prismas” de la sección 3.3.1) [17].

3.5.2 Condiciones iniciales y de frontera

Con la malla final designada se han desarrollado 6 simulaciones distintas, cada una planteada de igual manera pero con ciertas diferencias. La Lady es un bote que pretende ser utilizado dentro del puerto de Barcelona a modo de laboratorio de pruebas de técnicas de eficiencia energética. Al ser una lancha, no es de su propia naturaleza navegar entre los límites del puerto, donde la velocidad máxima es de 4 nudos. Así, se ha considerado un rango de velocidades que satisfaga la proximidad de este límite de velocidad y a la vez pueda desarrollar una estela y resistencia al avance un poco más de su forma y naturaleza. Al menor valor, 5 nudos, se le ha designado como velocidad de puerto; a 6 nudos, de crucero; y a 7 nudos, velocidad máxima (del estudio). El rango del n° de Froude está entre 0.35 y 0.49.

Una segunda condición inicial impuesta y objeto de mucha discusión ha sido trazar la línea de flotación. Al ser un bote de los años setenta, no hay mucha documentación. Siguiendo a las predicciones de proyectos anteriores [1], se ha decidido imponer un calado de 0.35m en desplazamiento en lastre, y un calado de 0.4m para un desplazamiento máximo, incluyendo a tripulantes, equipos adicionales de laboratorio, etc. Con estas líneas de flotación, el desplazamiento hallado a partir del volumen de la carena y utilizando la densidad de fluido marcado por FLUENT:

Desplazamiento ($\nabla_c \cdot \rho$)	Documentación Lady [1]	A partir del modelo CAD propio
Δ en lastre	1633 kg	1537 kg
Δ máximo	2233 kg	1998 kg

Tabla 6 - Desplazamientos de la Lady

Las diferentes simulaciones realizadas llevan su nombre en la siguiente tabla:

Nombre	Velocidad	Calado
Lady A1	5 kn	0.4 m
Lady B1	6 kn	
Lady C1	7 kn	
Lady A2	5 kn	0.35 m
Lady B2	6 kn	
Lady C2	7 kn	

Tabla 7 - Los diferentes casos para las simulaciones

Las propiedades de densidad y viscosidad tanto del aire como del agua se han mantenido constantes y definidas por FLUENT:

Fase	Densidad (kg/m ³)	Viscosidad (kg/m·s)
1 (Aire)	1.225	1.7894e-05
2 (Agua)	998.2	0.001003

Tabla 8 - Propiedades de los fluidos participantes

El aire se ha fijado como fase primaria por ser el material de menor densidad [18].

Hay que anotar que se ha establecido las propiedades del agua dulce, como uno puede darse cuenta en la densidad fijada; no se ha considerado modificar las propiedades del material ofertado por FLUENT.

La imposición de condiciones en los contornos es un proceso en el que se identifican las diferentes regiones de interés dentro del dominio de cálculo. Aquí se especifica en el solver dónde tiene lugar la entrada de flujo, el límite de salida, los cuerpos influyentes, etc., para que éste también imponga las condiciones iniciales.

En los límites de entrada y salida del dominio hay que poner especial atención ya que es donde se consolida la condición de interfase. Aquí se activa la opción Open Channel, y se especifica el nivel de la superficie libre (0.35 y 0.4 metros) y el nivel del fondo (-2.5m) desde el origen (Y=0).

Además, el tipo de entrada se ha fijado como caudal másico para cada fase. Para un calado de 0.4m, por ejemplo, se ha calculado de la siguiente manera:

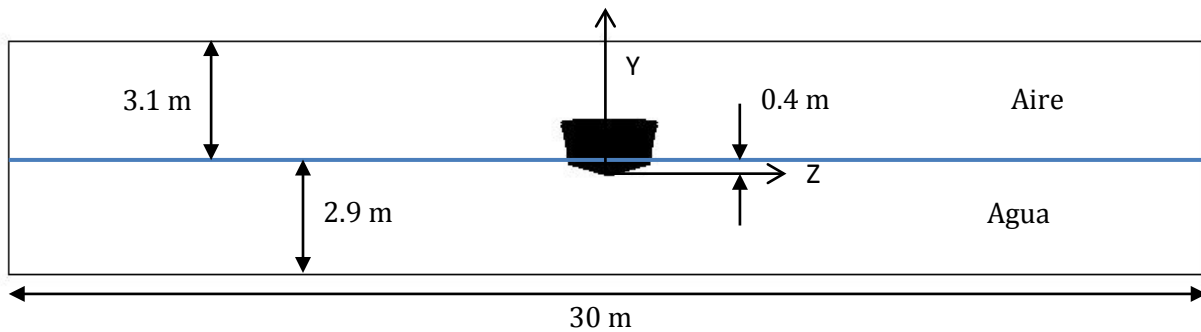


Figura 38 - Representación de las dimensiones del dominio multifásico

El caudal másico para la Lady C1 es:

$$\dot{m} = \rho \cdot v \cdot S \quad (43)$$

- Fase primaria

$$S = 3.1 \times 30 = 93 \text{ m}^2 \quad ; \quad \dot{m} = 1.225 \times 3.6 \times 93 = 410.13 \text{ kg/s} \quad (44)$$

- Fase secundaria

$$S = 2.9 \times 30 = 87 \text{ m}^2 \quad ; \quad \dot{m} = 998.2 \times 3.6 \times 87 = 312636.2 \text{ kg/s} \quad (45)$$

Hay que apuntar que el dominio puesto a simulación se ha partido por el plano XY, para reducir coste computacional, ya que no influye en el resultado final por su condición de simetría (ver figura 39). Debido a esto hay que tener en cuenta que parámetros como por ejemplo el caudal másico impuesto se han de dividir por dos y, por otro lado, los resultados habrá que multiplicar por dos cuando esta condición esté presente.

Las condiciones de contorno (*boundary conditions*) se especifican en la siguiente tabla:

Identificación Frontera/Contorno	Tipo	Condiciones fijadas	Fase
Casco	Wall	Pared fija (por defecto)	-
		Sin deslizamiento (velocidad en la superficie igual a 0)	
		Superficie lisa ideal	
Entrada del dominio (<i>inlet</i>)	Mass-flow-inlet	Intensidad turbulencia: baja	Combinadas
		<i>Multiphase</i> : Open Channel	
		Caudal másico	1
		Caudal másico	2
Salida del dominio (<i>outlet</i>)	Pressure-outlet	Intensidad turbulencia: baja	Combinadas
		<i>Multiphase</i> : Open Channel	
Plano partición del dominio	Symmetry	-	-
Contorno exterior del dominio (costado, fondo y tope)	Symmetry	-	-

Tabla 9 - Parámetros de las condiciones de frontera impuestas

Hay que anotar que el contorno exterior del dominio normalmente FLUENT lo reconoce como una superficie (*wall*). En este caso los límites exteriores del dominio están suficientemente lejos como para que no afecten en absoluto la resolución del flujo alrededor del casco, por lo que se les puede imponer la condición de simetría. En este caso no quiere decir que se quiera tener un efecto espejo como en el plano de partición, sino que al tener esa condición FLUENT identifica estos límites como superficies que no aceptan esfuerzos cortantes.

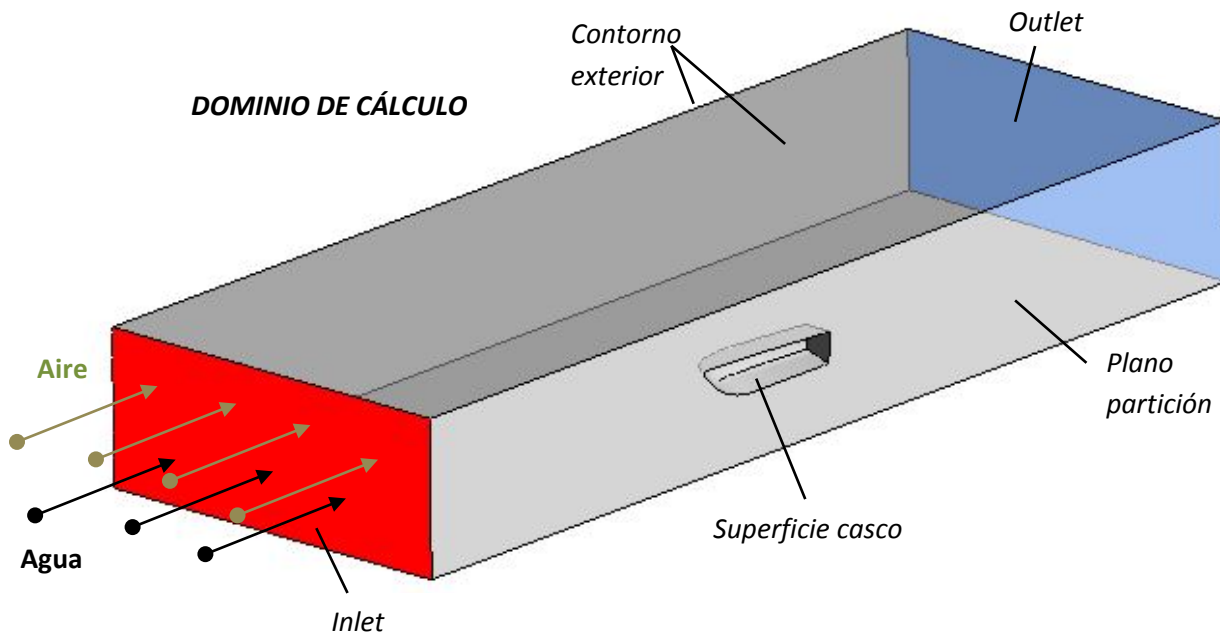


Figura 39 - Vista general del dominio con las condiciones de frontera

3.5.3 Tipos de simulación y parámetros de control

Existen dos tipos de simulación: estacionaria (*steady state*), y en tiempo real (*transient*). En la simulación estacionaria, las ecuaciones gobernantes no incluyen términos dependientes en el tiempo. La discretización de la ecuación general de transporte está basada en la discretización por volúmenes de control [16]. Debido a que la formulación en el *solver* es robusta y totalmente implícita, normalmente se aplica un escalado de tiempo relativamente grande para alcanzar convergencia lo más rápido posible.

En simulaciones de tiempo real, el *solver* resuelve las ecuaciones de gobierno en cada intervalo de tiempo dado. Para conseguir convergencia se establece un número de iteraciones por

ciclo, y una vez alcanzada o terminadas las iteraciones, el solucionador procede a resolver el siguiente intervalo de tiempo.

Es importante tener un buen control de convergencia, ya que de esto depende de que la solución sea suficientemente precisa.

Un parámetro para este control es el tipo de residuales. Los residuales son una medida de desequilibrio local de cada ecuación conservativa del volumen de control. El tipo más común es el RMS (Root Mean Square). Con estos residuales se especifica de qué orden han de ser para que la solución alcance convergencia, ya sean de magnitud de 10^{-3} , 10^{-4} , etc. Además de tener visualización de la evolución de los residuales, puede monitorearse otros parámetros para ejercer un control relacionado con las variables físicas reales. El criterio de convergencia en este estudio se puede ver en el capítulo 4.

En las simulaciones a tiempo real se tiene en cuenta el CFL Number o Courant Number, parámetro que para una dimensión se define como $C_r = \frac{u \cdot \Delta t}{\Delta x}$; donde u es la velocidad del fluido, Δt es el intervalo de tiempo y Δx es el tamaño de la celda. El Courant Number calculado por FLUENT es una generalización multidimensional basada en los volúmenes de control.

CAPITULO 4

SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Estudio de sensibilidad de la malla

Los errores numéricos que se pueden producir en la solución están directamente relacionados con la geometría. Estos errores numéricos, sean la cantidad de iteraciones necesarias para alcanzar convergencia, o simplemente errores de discretización, pueden ser reducidos tanto por la disminución del escalado de los intervalos de tiempo configurados en la solución, como el tamaño de la malla. Sin embargo, resulta importante tener en cuenta que esto comporta un aumento considerable del tiempo de cálculo y uso de la memoria.

Por consiguiente el objetivo de este estudio es determinar la influencia del tamaño del mallado en la solución, obteniendo así la malla final. Éste juega un papel muy importante para encontrar el balance óptimo entre el coste de la memoria y tiempo de cálculo ya mencionados, y de la precisión en los resultados. En las siguientes figuras se muestra la diferencia entre una malla gruesa y una más fina.

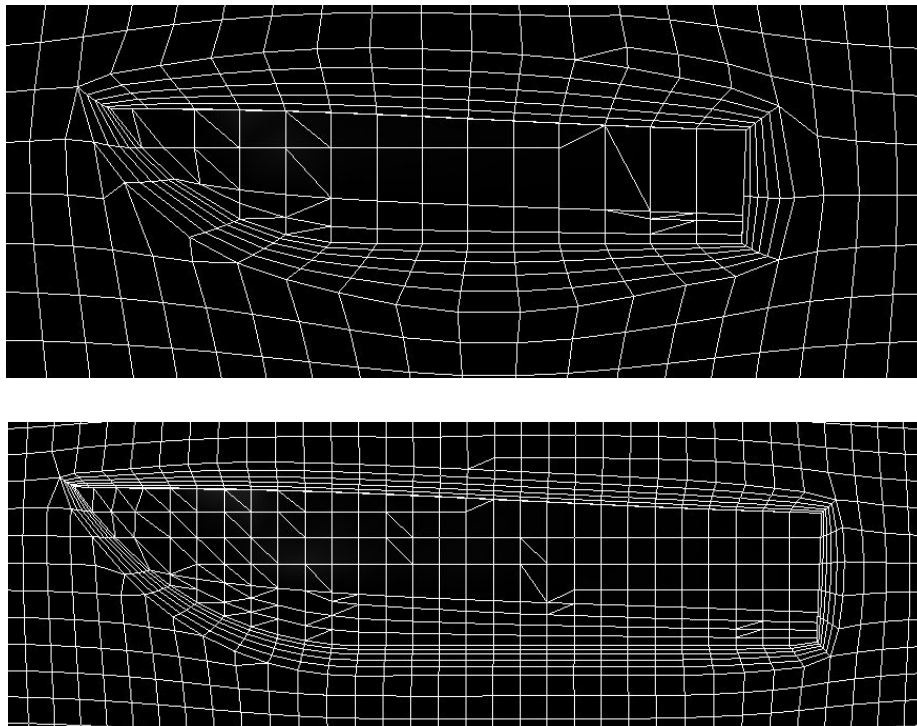


Figura 40 - Comparación de una malla pobre con una refinada

El estudio ha consistido en realizar una serie de mallas de diferentes tamaños y ponerlas a simulación de manera consecutiva de menor a mayor tamaño de celda, con condiciones iniciales de 6 nudos y calado de 0.4m (Lady B1). Una vez obtenida la solución, se han comparado los valores resultantes de la resistencia hasta que la reducción del tamaño de la malla ha dejado de influir en ella. En la siguiente tabla se muestran las mallas creadas para la obtención de la definitiva.

Nombre de la malla	Nº de elementos	Resistencia prevista (N)	Porcentaje de desajuste de la malla escogida
Muy Gruesa	120 230	2196	31.5%
Gruesa	255 400	2020	21%
Media	350 302	1828	9.5%
Media+	480 088	1720	3%
Fina	572 074	1670	-
Extra Fina	679 100	1673	0.002%

Tabla 10 - Refinamiento de la malla

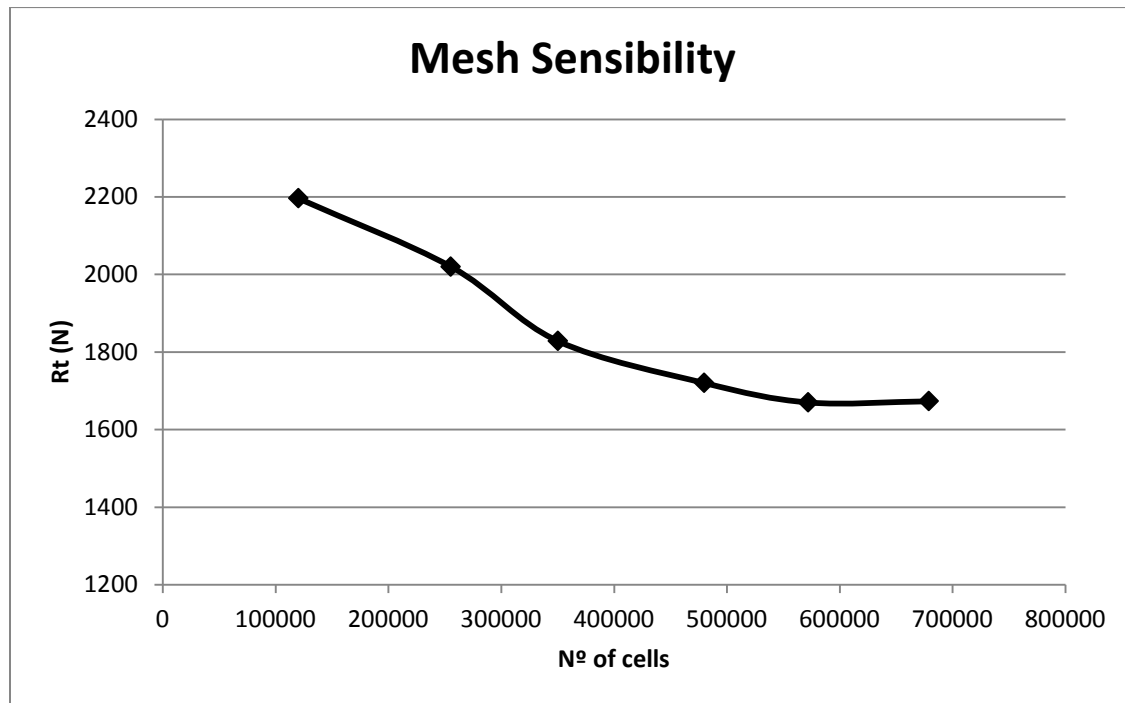


Figura 41 - Estudio de sensibilidad de la malla

Hay que anotar que no se ha podido hacer una evolución lineal en el aumento de número de celdas debido a algunas limitaciones de calidad durante el proceso, además del coste

computacional. De cualquier manera, los primeros aumentos como es lógico se han hecho con un factor de refinamiento generoso, siendo alrededor de 1.4 para las mallas Media y Media+. A medida que el decrecimiento de la resistencia total prevista se iba reduciendo con el aumento de tamaño, también se ha reducido el factor de refinamiento para hacerlo más minucioso, siendo de alrededor de 1.2 para las mallas Fina y Extra Fina.

En este estudio se concluye como el valor de resistencia va disminuyendo a medida que se incrementan los elementos en la malla, hasta llegar a un punto en que el resultado no varía de manera relevante. Por las razones antes descritas para el mejor balance, y asumiendo los desajustes ínfimos de mallas refinadas hipotéticas a partir de la malla Fina (testifica el desajuste de la malla Extra Fina con un 0.002%), se ha considerado esta misma, la Fina, para llevar a cabo las simulaciones.

Resulta curioso fijarse en la evolución del desglose de la resistencia de presión y viscosa. La primera sigue una tendencia clara en comparación con la total, mientras que la segunda no parece inmutarse demasiado con el aumento de densidad de la malla. Esto puede ser debido a que el escalado del fluido viscoso alrededor del casco mediante el modelo de turbulencia acapare la buena predicción de resultados físicos reales, como bien corrobora J. Banks en su publicación [19].

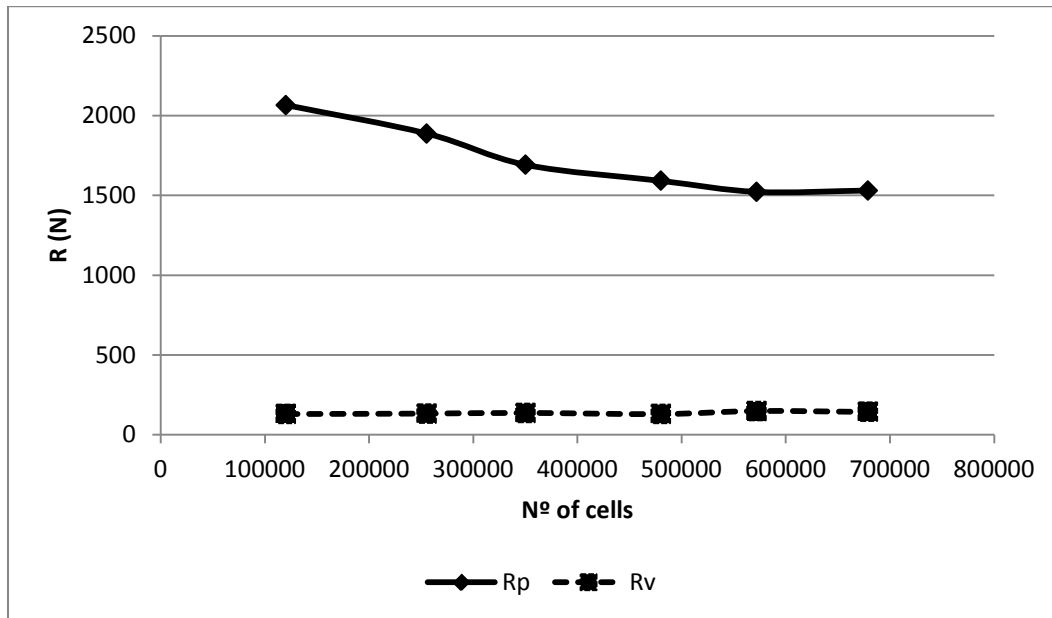


Figura 42 - Evolución de la resistencia con el refinamiento de la malla

En el gráfico siguiente puede verse la comparación del perfil de olas a través de la superficie del casco con el refinamiento de la malla:

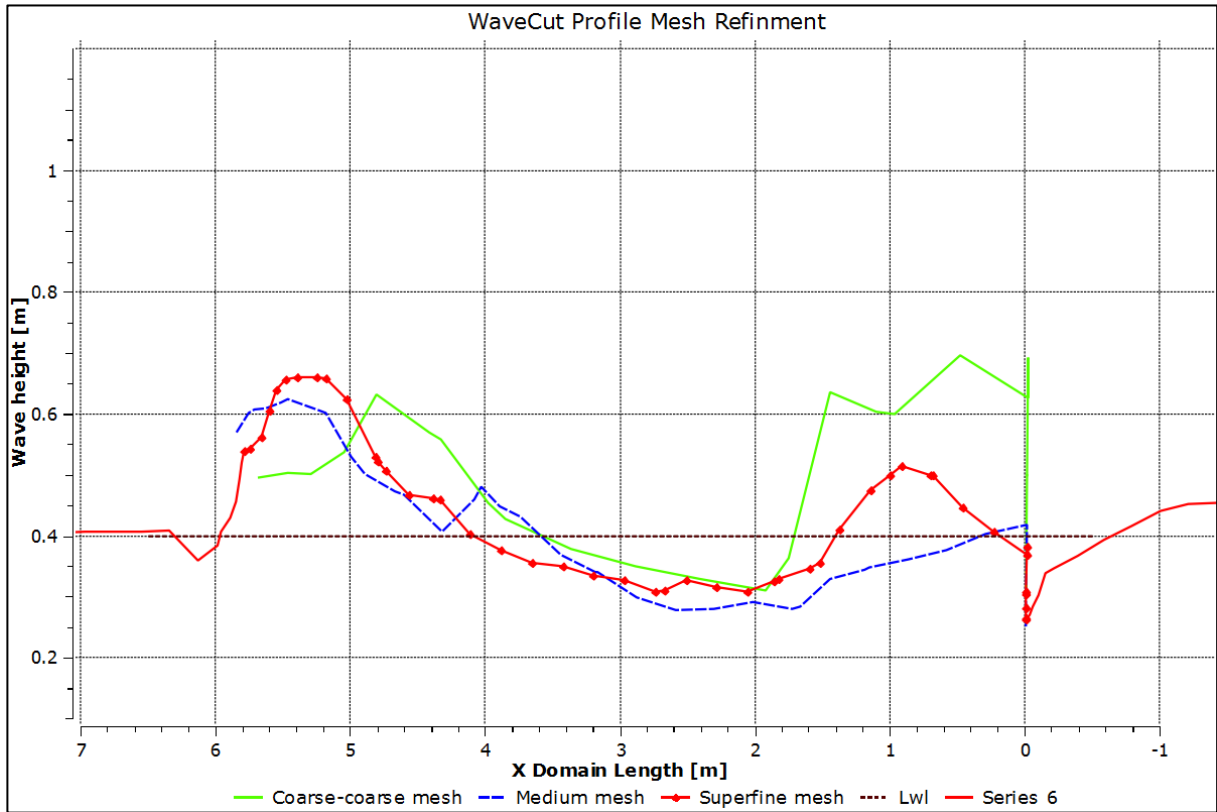


Figura 43 - Comparación del perfil de olas en el casco para tres tipos de malla

En la malla más gruesa, la ola primaria, la de proa, resulta ir con retraso respecto a las otras mallas más refinadas, produciendo un pico muy brusco. La ola de popa tiene muy poco sentido, ya que rebasa la altura indiscriminadamente de su propia ola primaria. A medida que la malla es refinada se aprecia un patrón más estético y coherente. La malla “Medium” provoca un poco de confusión representando un pequeño pico en $X=4$, y que no hay un perfil finalizado en la ola de popa.

4.2 Simulación en *Steady State*

El proceso ha consistido en realizar 6 simulaciones, una para cada una de las condiciones iniciales expuestas en el capítulo 3. Para el cálculo de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (PDEs) dependientes en el tiempo, se ha utilizado el método *Pseudo-Transient* ofrecido

por FLUENT. Este método incluye la novedad de hacer una discretización “falsa” del tiempo además del espacio en las ecuaciones para simulaciones estacionarias. Es un predictor-corrector para la integración temporal de las ecuaciones en donde el intervalo de tiempo se ve incrementado a medida que progresa la iteración, con el objetivo de alcanzar una rápida convergencia cerca de una solución física real.

La precisión temporal aquí no es el objetivo; sin embargo en el presente trabajo, como en la mayoría de simulaciones de este campo, se ha especificado un intervalo de tiempo inicial relativamente pequeño, 0.01 segundos. De esta manera la simulación igualmente se rige por el comportamiento transitorio de la solución en las primeras etapas de la iteración hasta alcanzar un estado estacionario aproximado.

Esta técnica de cálculo implícito no lineal para soluciones en *steady state* (estado estacionario) de las PDEs se ha vuelto muy popular en los últimos años en diferentes campos de la ingeniería, debido a que los métodos convencionales a menudo pueden converger a una solución física irreal [20].

El esquema de solución empleado para la conservación de la cantidad de movimiento ha sido Upwind de segundo orden desde el inicio, para asegurar la estabilidad y minimizar la difusión numérica.

Convergencia

Como ya se ha introducido en el Setup (sección 5 del capítulo 3), para todas las simulaciones se ha seguido el siguiente criterio de convergencia en la solución:

- Residuales escalados: El criterio estándar de convergencia utilizado por FLUENT se aplica cuando los residuales van decreciendo en cada iteración hasta llegar a valores del orden de 10^{-3} , aceptado por la mayoría de problemas. Sin embargo, en el presente proyecto se ha visto que el decrecimiento de estos residuales se daban de una manera rápida y estable, provocando la parada de la simulación aún sin haberse desarrollado la estela del casco en su totalidad, por lo que no se impuso valor de ningún orden a fin de conseguir convergencia. Como se puede ver en la figura 43, cuando se ha conseguido un estado estacionario de flujo los residuales han permanecido estables en órdenes de 10^{-4} y 10^{-5} , exceptuando para las

variables de turbulencia, que se han mantenido (aunque no de manera muy estable) en 10^{-3} , dándose por válido [18].

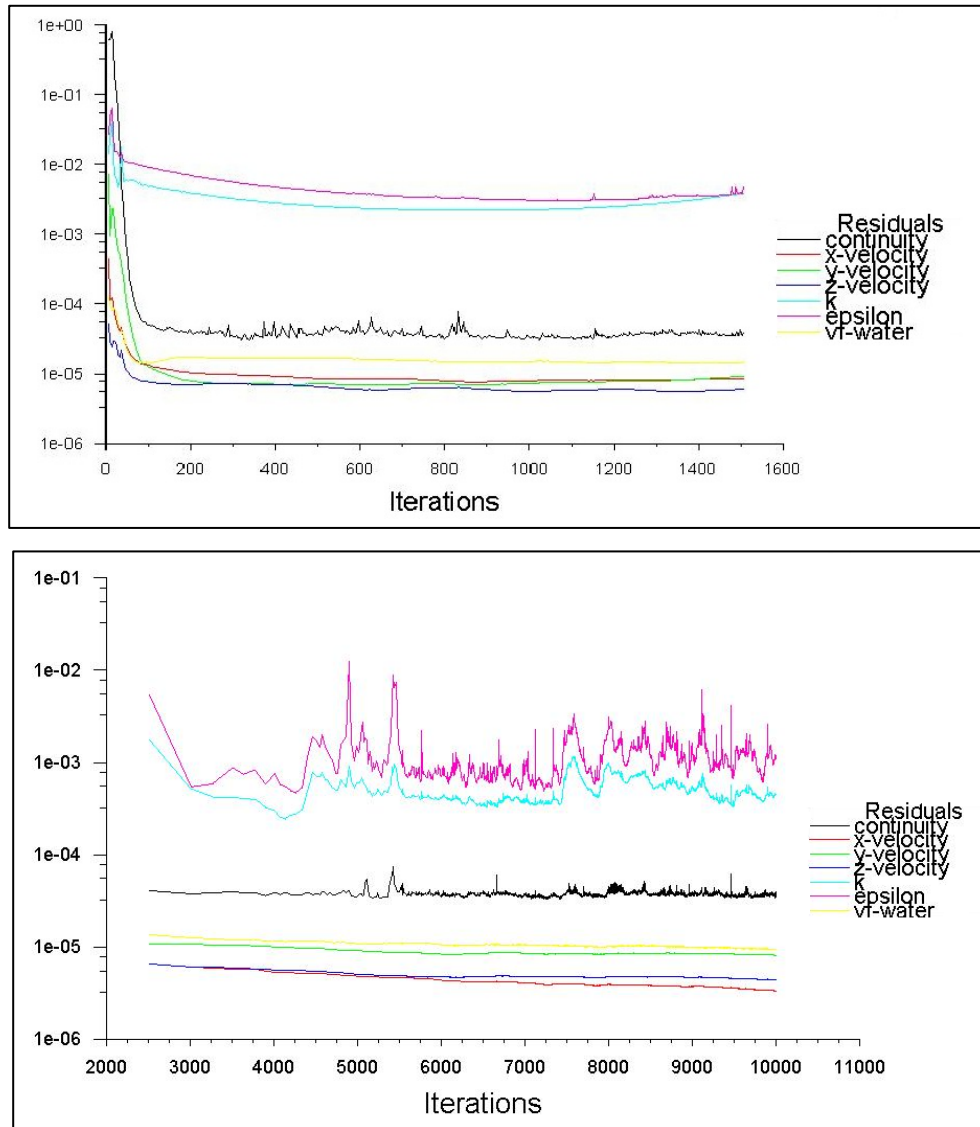


Figura 44 - Residuales en la simulación

- Balance de caudal másico global: Este ha sido un criterio muy importante a la hora de decidir la cantidad de iteraciones para conseguir convergencia en la solución. Se ha monitoreado la diferencia entre el caudal másico en la entrada y la salida del dominio, y se ha considerado como solución estable la oscilación del balance final entre 0 y 100 kg/s positivos, suficiente para un dominio de tal magnitud. Los valores obtenidos han sido varios: 21 kg/s, 50 kg/s, 95 kg/s, etc. Como se puede ver en el siguiente gráfico a partir de 5000 iteraciones la oscilación se torna muy llana entre 0 y 100 kg/s positivos aproximadamente.

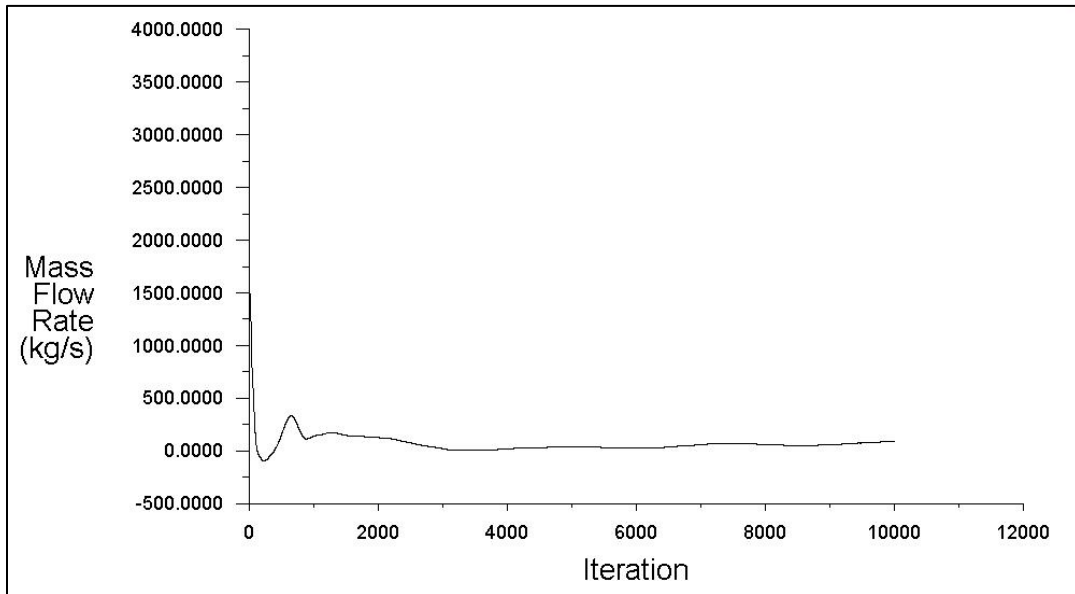


Figura 45 - Convergencia con el balance de caudal másico

- Punto en la superficie libre: Aunque no sea de gran importancia, también se ha monitoreado la altura de la superficie libre en un punto cercano al casco, de manera que se ha podido ver, a medida que la solución avanzaba, como el flujo iba volviéndose estacionario, a partir de la formación de un patrón fiable en el rastreo del punto (figura 46).

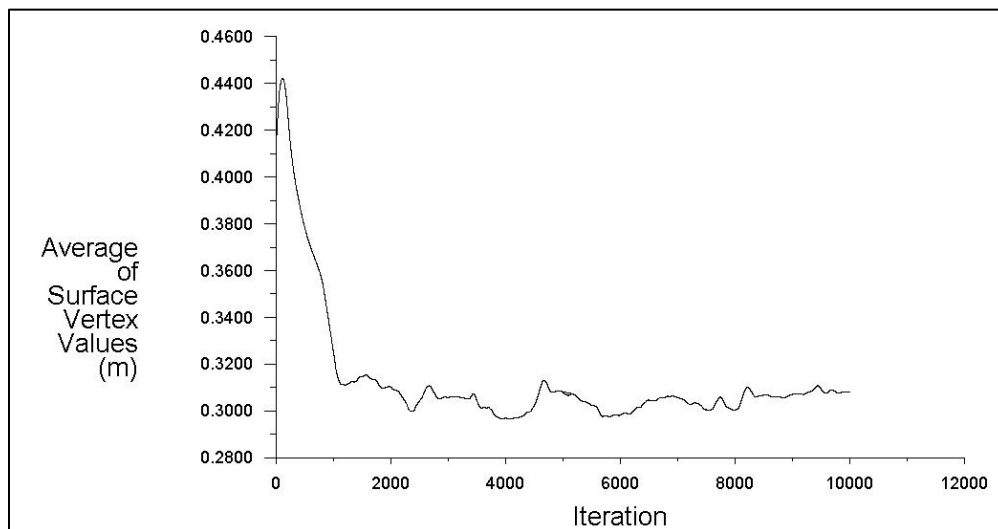


Figura 46 - Reproducción de la altura de la superficie libre en (2, 0.4 y 1.5) respecto al origen

La solución ha sido computada por un ordenador Pentium de 2.67 GHz y 4GB de memoria RAM. El tiempo empleado por el CPU ha sido de aproximadamente 30 horas para cada uno de los casos expuestos y, durante este tiempo, siguiendo los criterios de convergencia descritos, ha realizado poco más de 10 000 iteraciones.

4.2.1 Patrón de olas

La deformación de la superficie libre al acabar la simulación presenta una resolución del patrón de olas de Kelvin esperada. En primer lugar véase el resultado de la reconstrucción de la superficie por el método VOF con las líneas de malla:

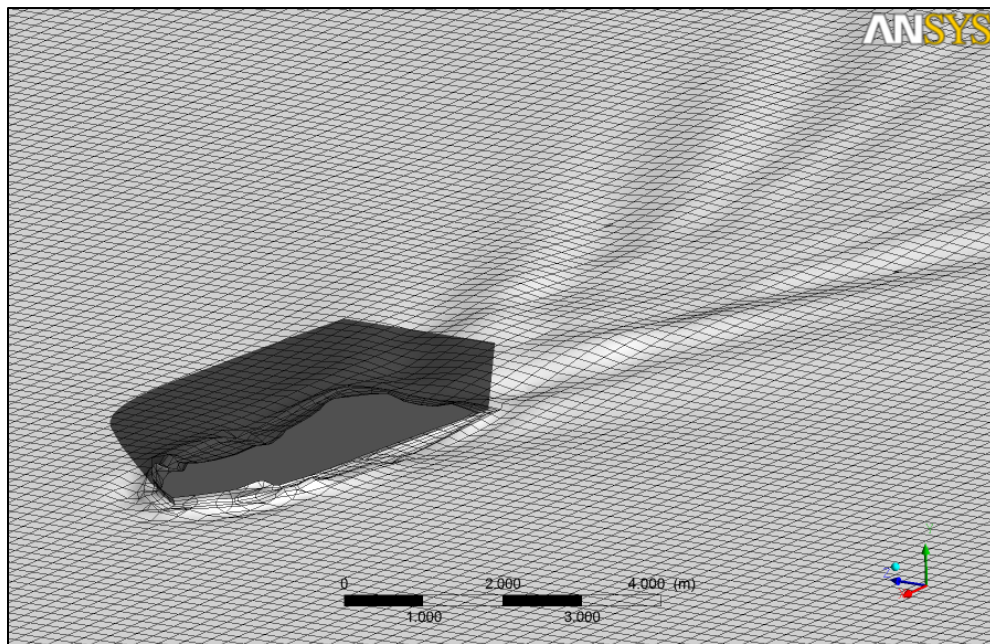


Figura 47 - Representación de la superficie libre con las líneas de la malla

En las siguientes figuras se puede ver el patrón de olas generado para cada uno de los casos estudiados, cortados por el plano de simetría XY.

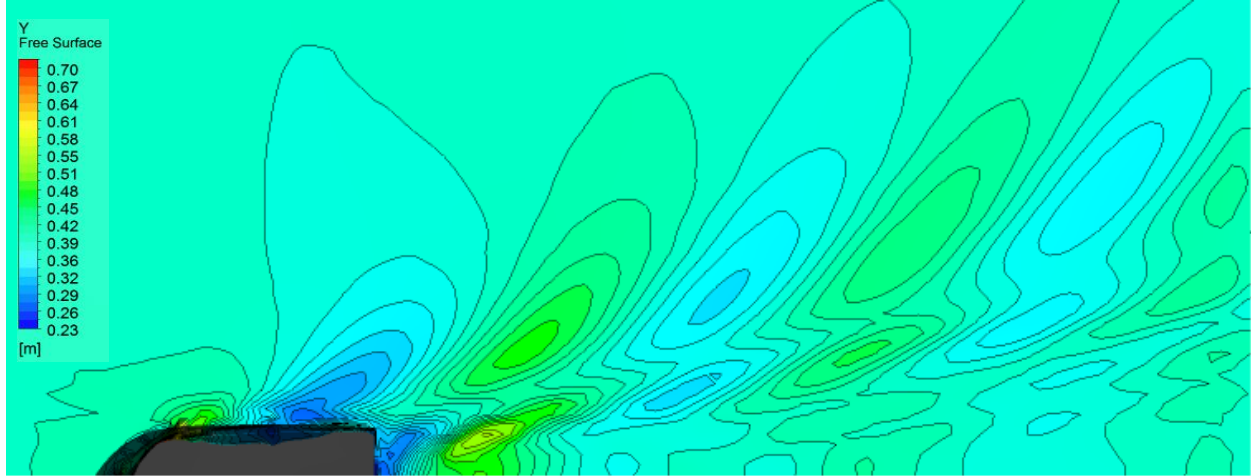
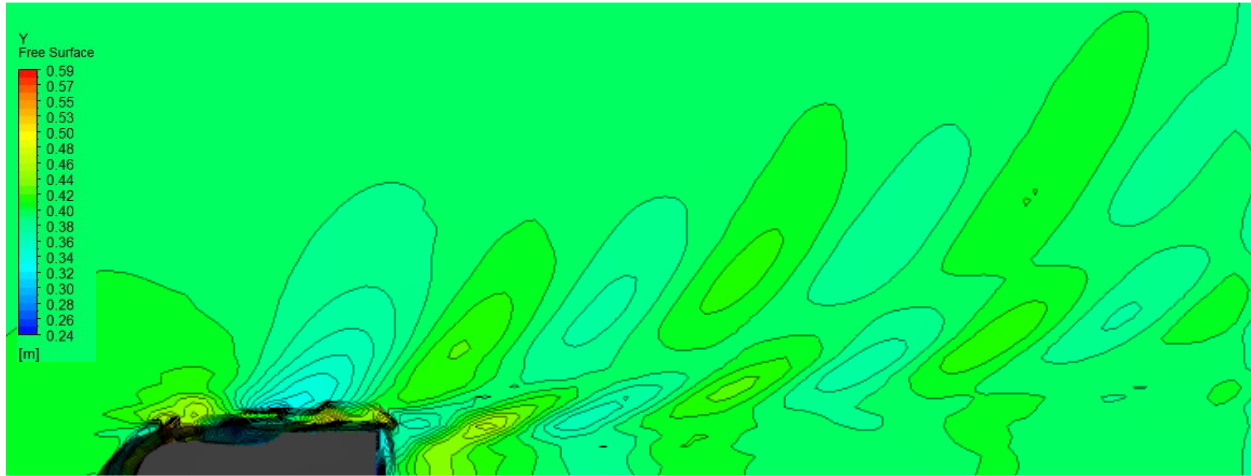
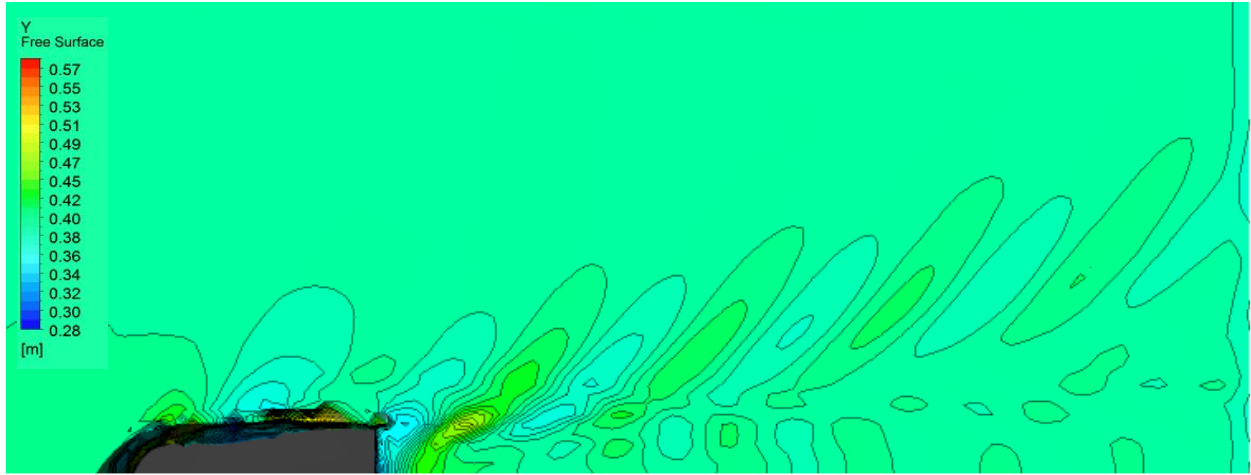


Figura 48 - Comparación del patrón de olas generado por los casos de Lady A1 (arriba), B1 (medio) y C1 (abajo)

A velocidad de puerto, esto es, 5 nudos (Lady A1, $Fn = 0.347$), aunque se ven claramente olas generadas divergentes, la estela es pobre en la parte de popa, donde inmediatamente después de ésta las crestas intentan fusionarse con la serie de proa, aunque tienen tan poca energía que enseguida se desvanecen. Muy diferente es ya a partir de 6 nudos (velocidad de crucero, Lady B1, $Fn = 0.417$), donde claramente se distingue un patrón divergente de olas de proa y otro, más lineal a partir de popa; aquí cada uno sigue su camino ya que aún sin tener velocidades altas las crestas y valles de las series de olas no son lo suficientemente extensas para coincidir.

A la velocidad máxima designada en el proyecto (7 nudos, Lady C1, $Fn = 0.486$), ya se aprecia claramente lo que sería el inicio de la forma del patrón de olas de proa tan característica de las embarcaciones pequeñas de desplazamiento de alta velocidad: Unas primeras crestas y valles convexas muy pronunciadas que enseguida se estabilizan como el patrón de olas divergente tan común. Aquí la serie de popa tiene las crestas y valles mucho más “puntiagudas” que a 6 nudos, y aquí sí que se juntan un poco con la serie de proa debido a que éstas últimas tienen un dominio de cresta mucho más amplio. Otra cosa importante que se comienza a apreciar con el aumento de velocidad es la formación de olas transversales (tan características en las embarcaciones de desplazamiento) como consecuencia del aumento de la estela en general (ver figura 47); en Lady B1 se puede intuir, y en Lady C1 ya hay una clara formación aunque un poco difusa.

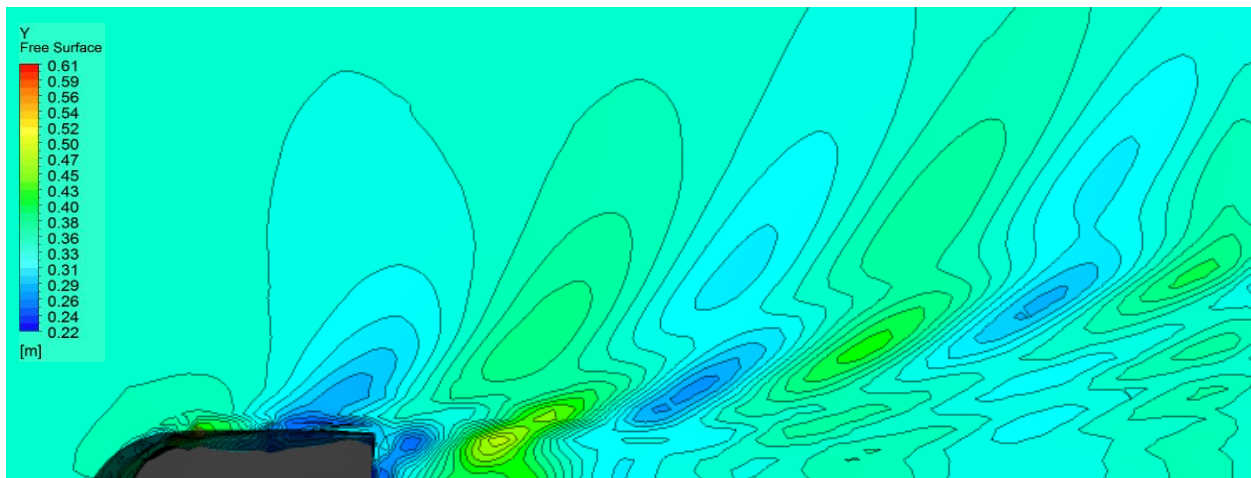
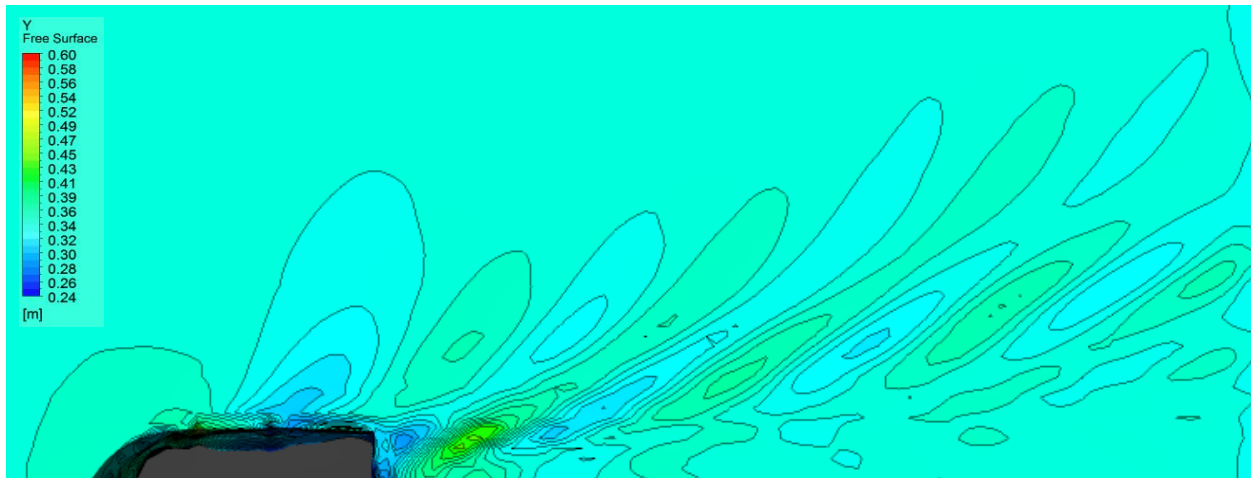
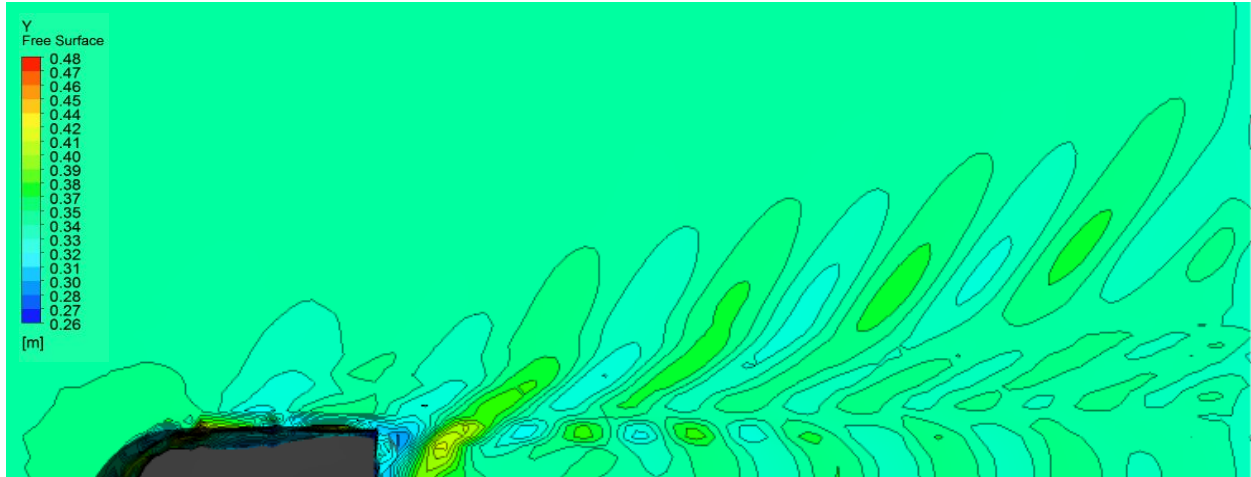


Figura 49 - Comparación del patrón de olas generado por los casos de Lady A2 (arriba), B2 (medio) y C2 (abajo)

En los casos de Lady 2 se sigue más o menos la misma evolución que en los casos comentados de Lady 1, aunque hay ciertas diferencias a destacar para cada caso. A velocidad de puerto (Lady A2), aparte de tener los mismo síntomas que en Lady A1, como se puede apreciar el casco deja un rastro tras de sí de crestas y valles en forma de boomerang, como es normal que se manifiesten más pronunciadas con menos desplazamiento del casco.

En velocidades de crucero para la Lady 2, el patrón ha dado unos resultados un poco curiosos: Sigue la línea de Lady 1 en cuanto a la poca extensión que tienen sus crestas y valles, pero la serie de popa se muestra muy pronunciada ganando mucho terreno incluso parte de la serie de proa, comportamiento propio de altas velocidades. La Lady C2 se muestra mucho más fiel a la su compañera de diferente calado. Puede destacarse un poco más de fusión entre la serie de proa y popa, y más movimiento en la estela central, intuyéndose incluso un tercer patrón.

Una característica importante que muestran estos contornos es la longitud de ola λ . Aquí la diferencia de calado no influye. A medida que se va aumentando la velocidad, el número de crestas y senos va disminuyendo, y la longitud de ola aumentando. En la siguiente tabla se plasman las observaciones hechas.

Caso	Nº de crestas y valles en la serie de proa	Longitud de ola λ aprox. (m)
Lady A1 y 2	11	4.75
Lady B1 y 2	7	7
Lady C1 y 2	6 (la última no en su totalidad)	9

Tabla 11 - Observaciones en la formación de olas

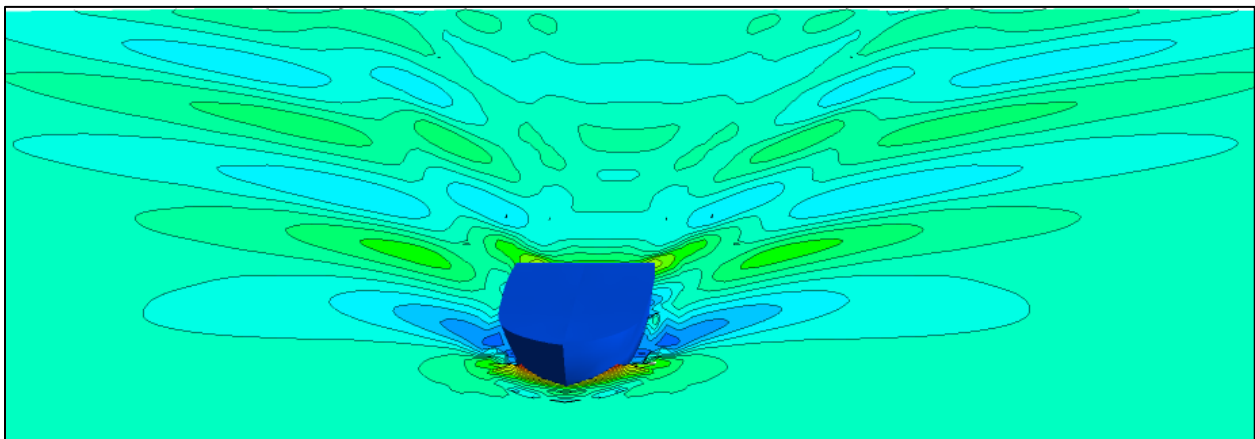


Figura 50 - Vista general de la solución de Lady C1

Para poder apreciar del todo la estela generada en diferentes casos, así como la posible formación de olas transversales, longitud total de estela y otros efectos sería necesario aumentar a gran escala las dimensiones del dominio computacional, sobre todo para velocidades más altas.

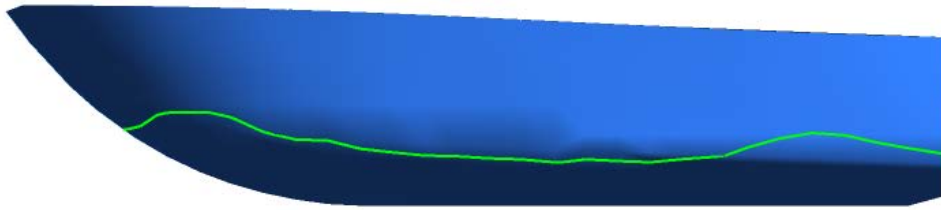


Figura 51 - Polilínea mostrando la superficie libre a través del casco en Lady C1

A continuación se muestran dos gráficos comparando el perfil de ola generado en la superficie del casco. En primer lugar los tres casos con un calado de 0.4 metros (Lady 1) y en segundo lugar los tres casos con un calado de 0.35 metros (Lady 2). Nótese que la línea del caso Lady C1 C2 respectivamente continua representando la superficie libre en las proximidades del casco en el dominio.

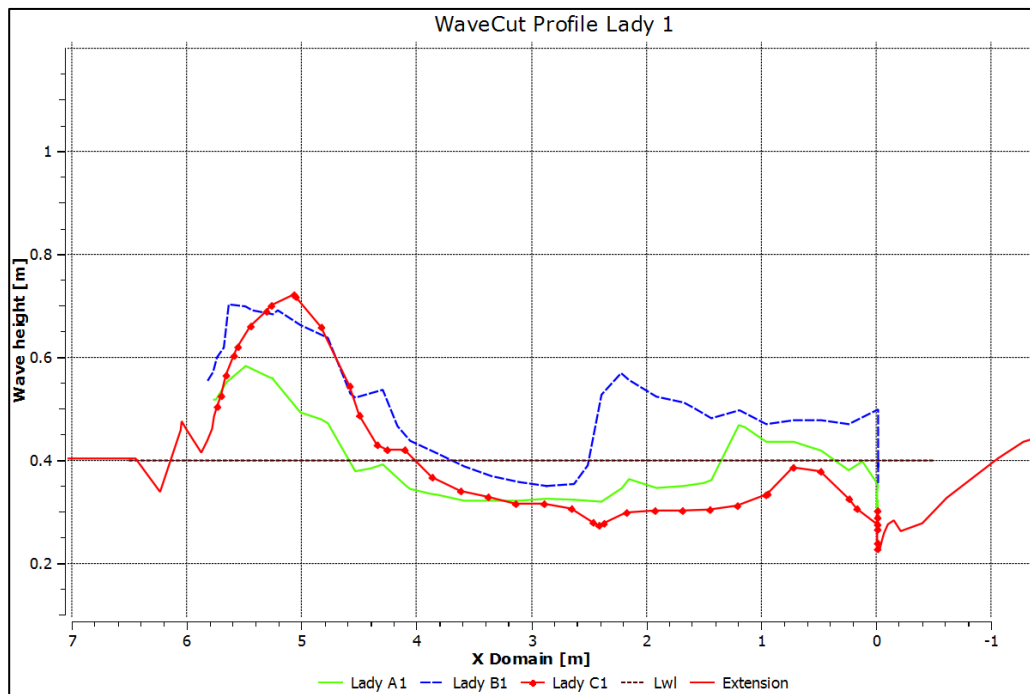


Figura 52 - Comparación del perfil de olas en el casco para Lady A1, B1 y C1

Es interesante ver como el perfil de ola del caso C1 tiene similitud con B1 en la proa y en cambio tiene más semejanza en la popa con el caso A1. Es como si el caso B1 tuviera prisa para remontar el seno producido antes de llegar a la popa.

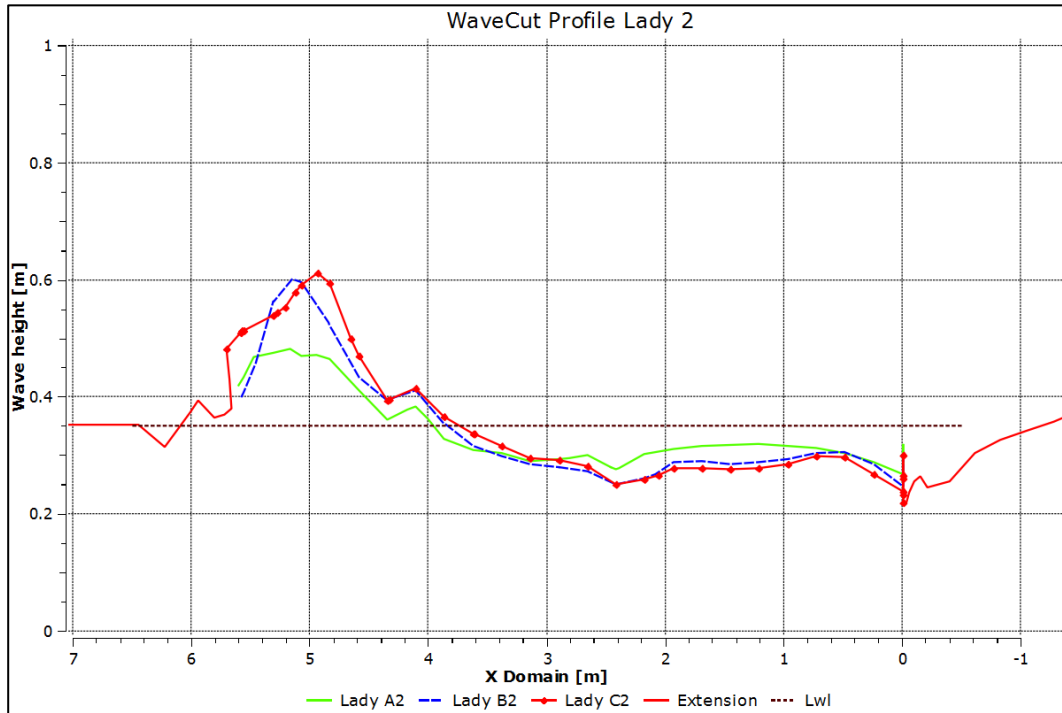


Figura 53 - Comparación del perfil de olas en el casco para Lady A2, B2 y C2

Aquí como se puede ver sigue el mismo razonamiento en el perfil de ola en la proa con los casos de Lady 1, sin embargo se ve corregida la discrepancia (en la figura 53) que hay en el perfil entre Lady B1 y Lady C1 de la figura 52.

Haciendo un análisis más detallado para los dos gráficos se aprecia un pequeño seno justo antes de que el agua se encuentre con el casco. Esto puede ser un efecto como consecuencia del modelo de turbulencia empleado, difícil de representar ya que es una zona de choque entre fluido y superficie y se generan muchas fuerzas tanto de presión como viscosas, pudiéndose representar de mejor manera también con una malla más perfeccionada alrededor del casco. Si se va siguiendo la línea de abscisas, hay una elevación pronunciada general que aumenta con la velocidad (el cambio más brusco se produce entre los casos A y B), luego como es lógico hay una caída por debajo de la línea de flotación de diseño y hay un ligero remonte para acabar con una bajada más o menos brusca en el espejo de popa debido a la succión, que se vería mucho más pronunciada por la acción de la hélice juntamente con la fuerza de sustentación.

4.2.2 Resistencia

Una vez el perfil de patrón de olas se ha capturado de manera precisa es importante verificar que la resistencia al avance se ha obtenido correctamente.

La resistencia total obtenida para las diferentes simulaciones está plasmada en la siguiente tabla:

Caso Simulación	Calado	V (m/s)	Fn	Rt (N)	Presión (N) y porcentaje respecto Rt	Viscosa (N) y porcentaje respecto a Rt
Lady A1	0.4	2.57	0.347	1083	990 (91.4%)	93 (8.6%)
Lady B1	0.4	3.09	0.417	1671	1522 (91%)	149 (9%)
Lady C1	0.4	3.6	0.486	2128	1951 (91.6%)	177 (8.4%)
Lady A2	0.35	2.57	0.35	866	780 (90%)	87 (10%)
Lady B2	0.35	3.09	0.421	1280	1155 (90.2%)	125 (9.8%)
Lady C2	0.35	3.6	0.491	1695	1536 (90.6%)	159 (9.4%)

Tabla 12 - Valores de resistencia obtenidos

Los valores de resistencia coinciden de una manera razonable en la evolución lineal para cada caso, y generando más resistencia en el aumento de calado. Hay que recordar que FLUENT equipara las resistencias por formación de olas y de presión de origen viscoso conceptuales a fuerzas por presión, y la de fricción a la viscosa, respectivamente.

El porcentaje de distribución de las fuerzas de presión y viscosa ha dado la predicción esperada, siendo la presión muy mayoritaria con respecto a la viscosa (fricción). Las fuerzas viscosas pasan a ser muy pequeñas debido a que la mayoría de la superficie mojada del casco experimenta desprendimiento del flujo como se puede ver en la figura 58. A medida que el número de Froude va aumentando, llega un punto ($Fn \approx 0.3$) en que la resistencia residual pasa a tener el protagonismo de manera exponencial [4]:

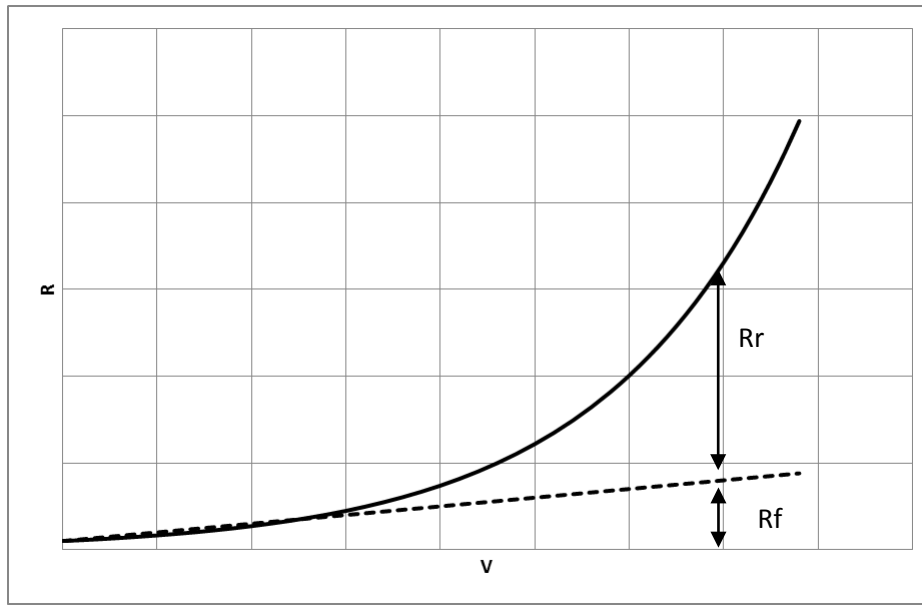


Figura 54 - Tendencia general de la resistencia respecto a la velocidad de avance

Esto es debido en gran parte por el aumento de las zonas turbulentas a medida que sube el número de Reynolds, disminuyendo así la magnitud de crecimiento de las fuerzas de fricción.

La única forma de validar estos resultados sería haciendo un estudio experimental por ensayo de canal con un modelo a escala, comentado en el capítulo 6. Sin embargo, para algunas formas de casco sí que es posible hacer una predicción de resistencia sin tener que recurrir a un canal de ensayo: En función del tipo de barco que se desea estimar la resistencia al avance se acude a una serie sistemática u otra. Estas series son estimaciones empíricas de cálculo desarrolladas a partir de un gran número de pruebas en canales de ensayo para unas formas de casco determinadas. Si los parámetros del barco en cuestión caen dentro del rango de aplicación de la serie sistemática, se puede usar para validar resultados.

Como ya se ha mencionado en capítulo 1, el casco de la Lady es parecido a las formas de las llamadas series 62 para embarcaciones de planeo, pero no se ha encontrado un claro enfoque analítico únicamente para estas series con los números de Froude estudiados (en embarcaciones con este tipo de formas se suele hablar a partir de números de Froude superiores a 1), aunque si se ha probado aproximaciones analíticas publicadas que mezclan varias series [21], dando resultados muy erróneos como era de esperar.

Con los recursos del autor solo se ha podido acceder a la Serie Sistemática de Delft (llamada así por la localización holandesa), de libre acceso. A primera vista uno ya se da cuenta de que

están enfocadas para veleros, por lo que rápidamente se descartó como una forma de comparación con los resultados obtenidos. Sin embargo se han hecho algunos cálculos básicos de forma (para condición de calado igual a 0.35 metros) para ver si algunos parámetros encajaban con el rango de las Series Sistemáticas de Delft:

Parámetro			Rango SS Delft		
Ratio eslora-manga	$\frac{Lwl}{Bwl}$	$\frac{5.484}{1.9} = 2.89$ $\rightarrow OK$	2.73	a	5
Ratio manga-calado	$\frac{Bwl}{Draft}$	$\frac{1.9}{0.35} = 5.43$ $\rightarrow OK$	2.46	a	19.38
Ratio eslora-desplazamiento	$\frac{Lwl}{\nabla_c^{1/3}}$	$\frac{5.484}{1.537^{1/3}} = 4.75$ $\rightarrow OK$	4.34	a	8.5
Coefficiente Prismático	$C_p = \frac{\nabla_c}{Bwl \times Lwl \times D}$	$\frac{1.537}{3.647} = 0.422$ $\rightarrow Fuera de rango$	0.52	a	0.6
...					

Tabla 13 – Algunos rangos de las Delft Systematic Series

Aquí se ha comprobado que la forma del casco de la Lady no entra en las Series de Delft; algunos parámetros sí que han cabido en los rangos, pero como se puede ver un parámetro de suma importancia como es el coeficiente prismático recae muy por fuera de lo establecido.

Validación por el coeficiente de fricción

Como ya se ha comentado en la sección de Resistencia hidrodinámica, es posible hallar el coeficiente de fricción a partir de la curva de regresión fijada por la ITTC. Esta formulación es:

$$C_f = \frac{0.075}{(\log R_n - 2)^2} \quad (46)$$

Esto deja como incógnita el número de Reynolds, que es:

$$R_n = \rho \frac{v \cdot Lwl}{\mu} \quad (47)$$

Donde ρ es la densidad del fluido (998.2 kg/m^3), v es la velocidad del casco, Lwl la eslora en la línea de flotación, y μ la viscosidad dinámica del fluido (a 20° , $1.003 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$).

Recuperando la ecuación 4 para la fricción:

$$R_f = 0.5 \cdot \rho \cdot WSA \cdot v^2 \cdot C_f \quad (48)$$

Donde WSA es la superficie mojada del casco. A continuación se muestran los datos para los diferentes calados.

Calado (m)	Lwl (m)	WSA (m ²)
0.4 (Lady 1)	5.59	10.66
0.35 (Lady 2)	5.484	9.62

Tabla 14 - Líneas de flotación y superficie mojada para Lady 1 y 2

En la tabla siguiente se muestran los resultados calculados para la resistencia de fricción.

	Calado (m)	v (kn)	R_n	C_f	R_f (N)
Lady A1	0.4	5	1.43E+07	2.82E-03	99.17
Lady B1		6	1.72E+07	2.74E-03	139.00
Lady C1		7	2.00E+07	2.67E-03	184.00
Lady A2	0.35	5	1.40E+07	2.83E-03	89.80
Lady B2		6	1.69E+07	2.75E-03	125.85
Lady C2		7	1.96E+07	2.68E-03	166.56

Tabla 15 - Valores de fricción calculados

En los siguientes gráficos puede verse la comparación de los resultados calculados de la resistencia de fricción con los obtenidos en las simulaciones, para un calado de 0.4 y 0.35 metros respectivamente:

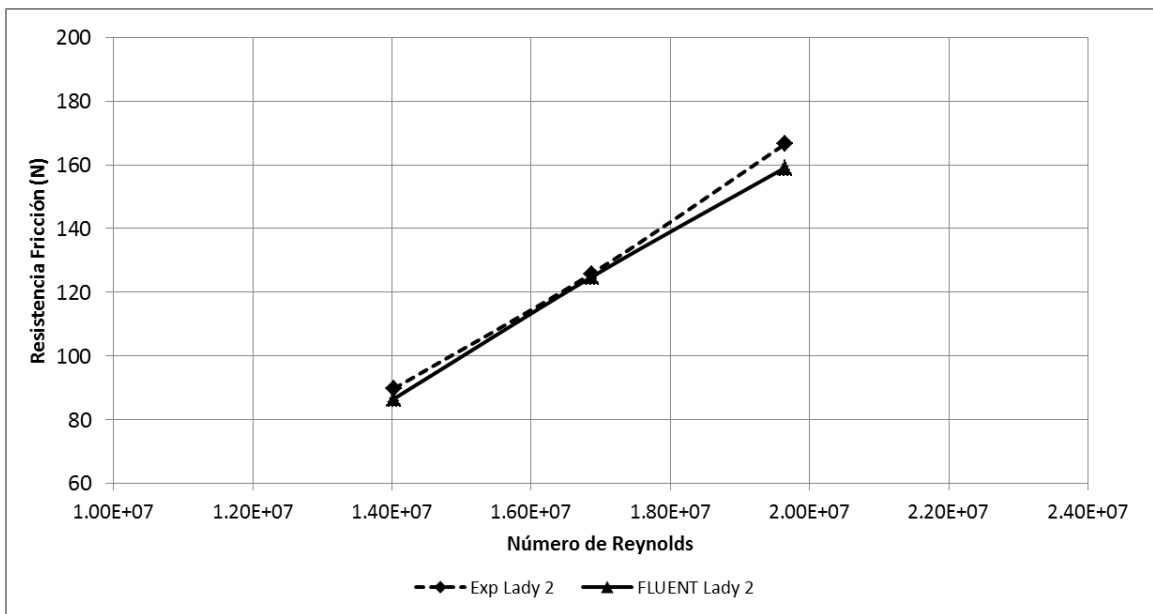
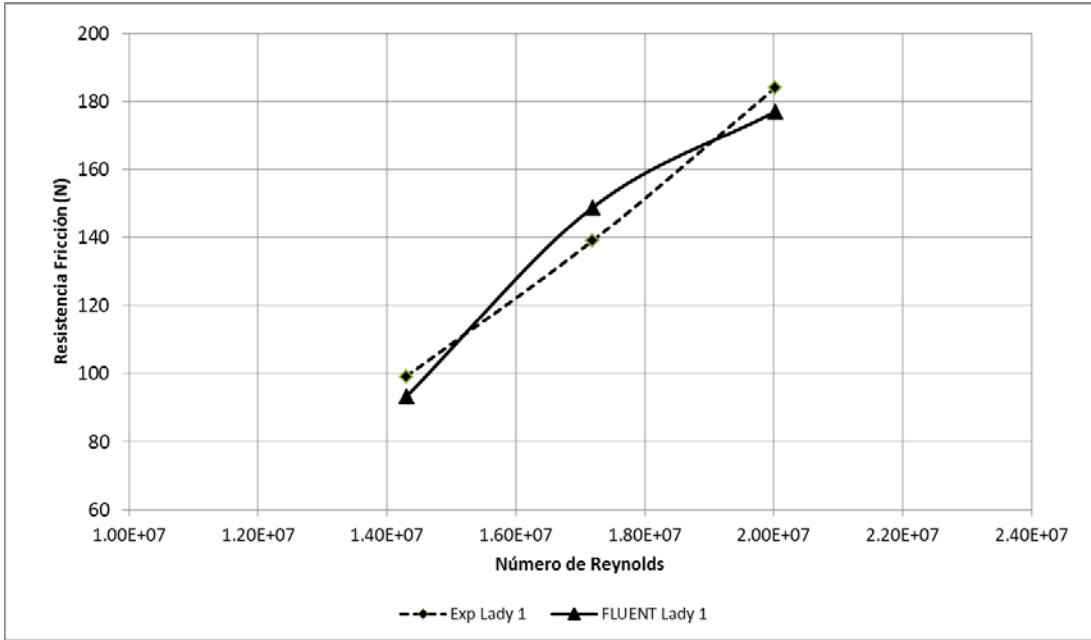


Figura 55 - Comparación de los valores de R_f entre los calculados y obtenidos por FLUENT. Para Lady 1 (arriba) y Lady 2 (abajo)

En la siguiente tabla se muestra el porcentaje de error de los resultados obtenidos por FLUENT con respecto al cálculo propio:

Caso	Porcentaje de error (%)
Lady A1	-6
Lady B1	+7.4
Lady C1	-3.8
Lady A2	-3.6
LadyB2	-0.85
Lady C2	-4.5

Figura 56 - Desajuste de los valores calculados respecto a los obtenidos por FLUENT

Los valores de número de Reynolds altos en los gráficos son proporcionales al aumento de velocidad del casco. Como se puede apreciar los valores obtenidos de la resistencia de fricción coinciden con una precisión acertada. Los porcentajes de error en la tabla muestran una variación aproximada entre 0 y $\pm 7\%$, muy asumible para validar los resultados de FLUENT. Salta a la vista una irregularidad: mientras que los valores de resistencia obtenidos en las simulaciones se mantienen por debajo de las calculadas empíricamente, en el caso de la Lady B1 se da al revés, es mayor que el calculado.

Esto puede ser debido a varios factores. En este caso la densidad de la malla podría descartarse ya que para todos los casos se ha utilizado la misma, y solo el caso de la Lady B1 difiere en la tendencia respecto a los otros. Además, se ha comprobado en el capítulo de Estudio de Sensibilidad de Malla que el refinamiento de la malla no afecta mucho en la predicción de las fuerzas viscosas [11, 19]. La opción más apropiada, al ser la mayoría de la región alrededor del casco totalmente turbulenta (ver los números de Reynolds) podría ser la difusión numérica en la predicción del escalado de turbulencia en las zonas de la capa límite del casco.

En cuanto al porcentaje de error de todos los casos en general puede darse a factores tales como la falta de una geometría apropiada, la aproximación en los cálculos propios, las condiciones de frontera de la geometría empleada, y evidentemente por la misma razón descrita para el caso particular anterior.

Aunque centrarse solo en la comparación de los valores de fricción con los resultados obtenidos en simulación no es una validación verídica, sí que se puede concluir que las simulaciones han dado una resolución válida aproximada del problema planteado, principalmente por dos razones ya discutidas:

- A partir de números de Froude de 0.25-0.3, la resistencia residual se convierte en la principal componente de la resistencia total [4], donde los resultados obtenidos en las simulaciones coinciden.
- La precisión en la comparación de los valores de resistencia de fricción obtenidos a partir de la fórmula de la ITTC con los obtenidos en FLUENT.

4.2.3 Contornos de velocidad

A continuación se muestran los perfiles de velocidad para los casos de Lady C1 y C2

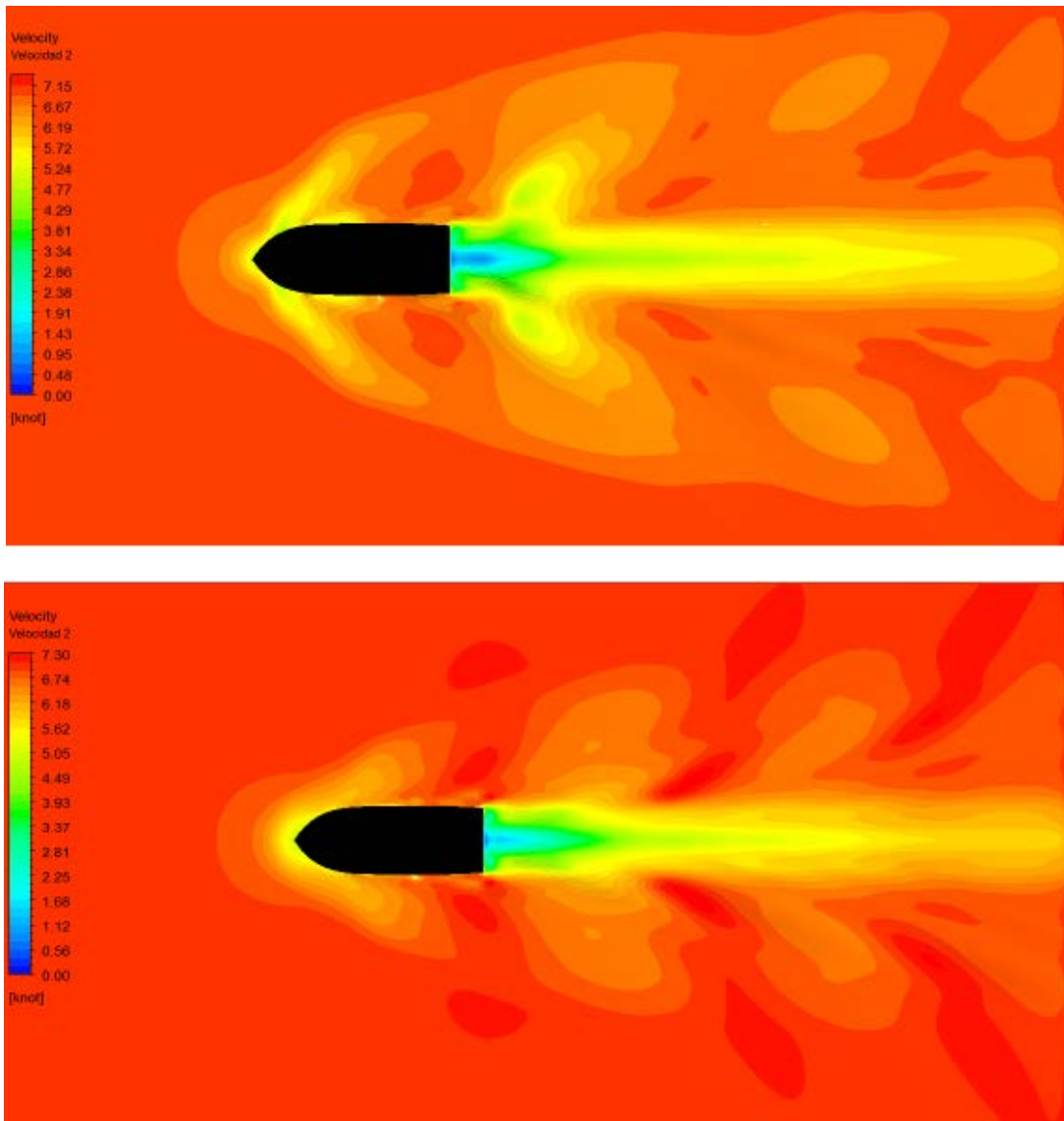


Figura 57 - Contornos de velocidad para Lady C1 (arriba) y C2 (abajo)

Se puede ver claramente la estela marcada por bajas velocidades (que en el caso real la escala estaría invertida), y en el caso de C1 una extensión en la zona cercana a la popa debido al mayor calado que en C2. También manifiesta un claro indicio de la estela turbulenta del patrón de olas de Kelvin.

4.2.4 Contornos de presión y fuerza

Ya que con la presión absoluta no se aprecia el choque del agua contra el casco (la presión estática es mucho mayor debido a la gravedad), se ha decidido representar la presión dinámica para un solo caso, Lady C1, ya que los otros presentan una forma muy semejante.

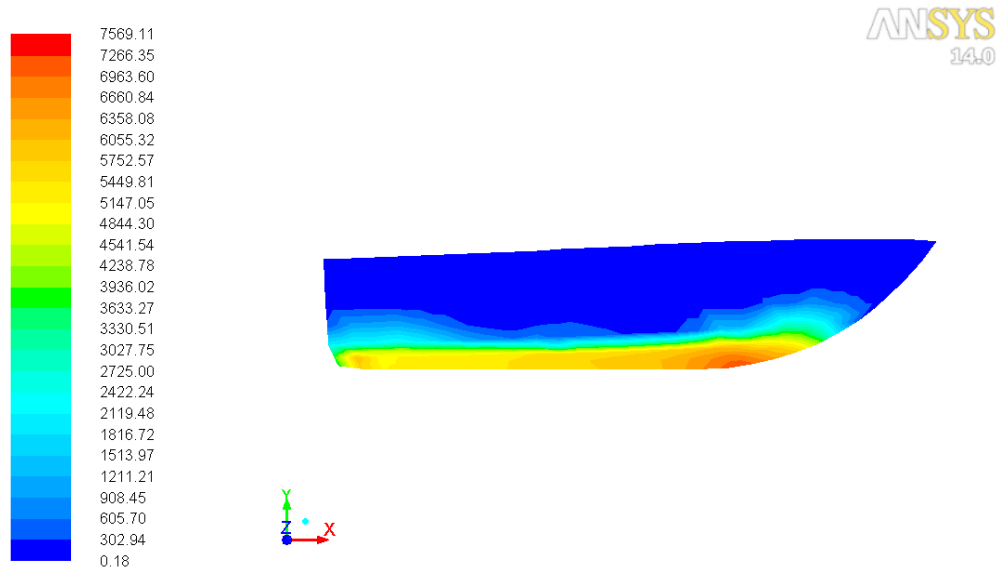


Figura 58 - Contorno de presión dinámica en Lady C1

Se han recopilado los valores máximos para cada caso:

A1	B1	C1	A2	B2	C2
3680 Pa	5163 Pa	7569 Pa	3551 Pa	5012 Pa	6786 Pa

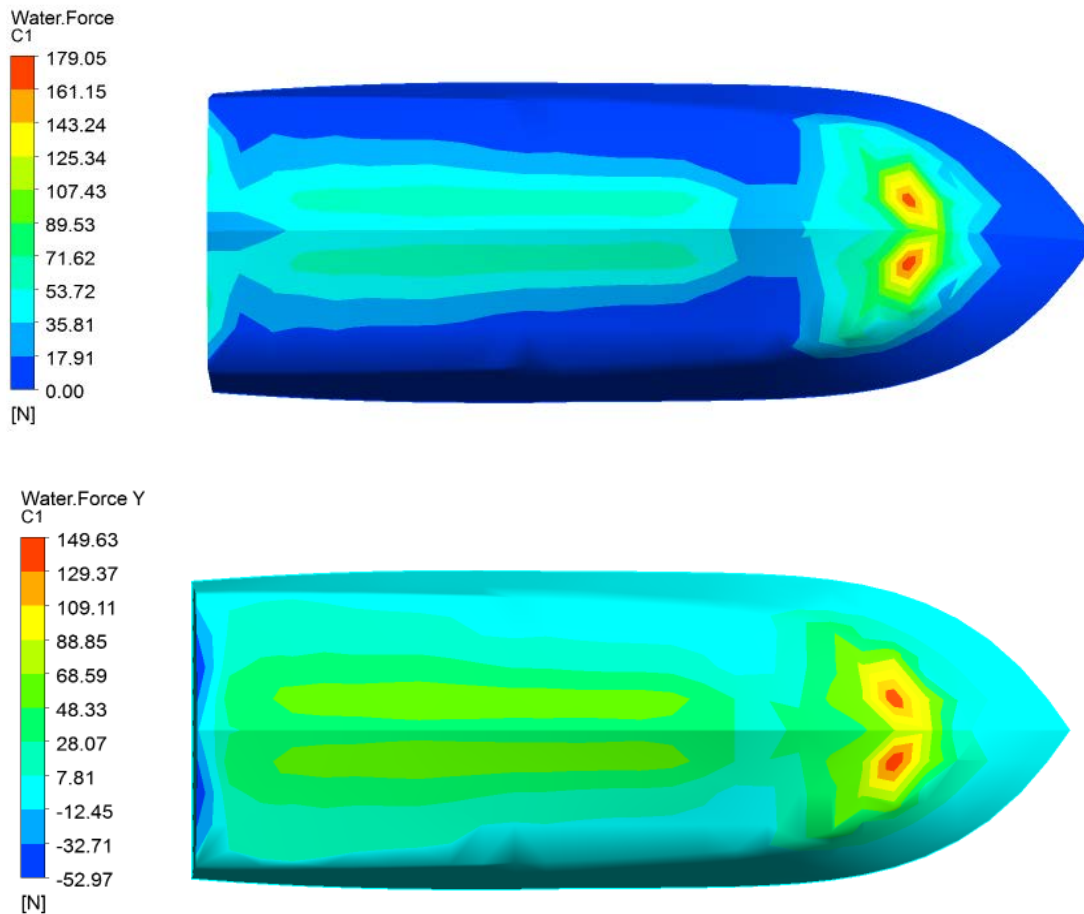


Figura 59 - Contornos de impacto del agua contra el casco en Lady C1. Global (arriba) y fuerza de sustentación (abajo)

En las figuras anteriores se muestra la fuerza del agua contra la superficie del casco. En la misma figura 59 (abajo) puede verse la fuerza de sustentación, la que empuja la embarcación hacia arriba; uno puede fijarse que en la popa pasa a tener valores negativos creando la succión tan característica en los modelos reales.

4.2.5 Centro de presiones y momento del centro de gravedad

El centro de presiones hallado por Fluent en los diferentes casos son los siguientes. El método de hallarlo ha sido el cálculo por Fluent introduciendo el valor 0 de la coordenada Z (condición de simetría). Los valores obtenidos para cada caso son los siguientes:

	Coordinada X	Coordinada Y	Validación	
			Presión (N·m)	Viscosa (N·m)
Lady B1	2.9613715	0.081695154	0.11	-5.45
Lady C1	2.8938538	0.049138607	0.068	-11.95
Lady A2	2.9687898	0.10648484	0.025	-2.23
Lady B2	2.9361417	0.094313056	-0.033	-5.58
Lady C2	2.8865361	0.075046785	0.07	-7.46

Tabla 16 - Centro de presiones hallada por FLUENT

La validación se basa en que para ser el punto en cuestión el centro de presiones, no puede haber ningún momento actuando en este punto; tanto los momentos de presión como viscosos han de ser 0. Con los valores obtenidos puede decirse que el centro de gravedad hallado es aceptable, ya que un cambio tan diminuto como puede ser de 10^{-5} metros tendría un efecto muy influyente en los momentos. Más aun, teniendo en cuenta la importancia de las fuerzas de presión con las viscosas, las primeras tienen valores muy cercanos a 0.

Para hallar el momento en el centro de gravedad se ha escogido el caso de Lady A2 debido a su aproximación más precisa en cuanto a la localización del centro de presiones. En Fluent, imponiendo las coordenadas del centro de gravedad obtenido por Catia:

$$M_z = 8094.4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Para confirmar el momento, se puede hacer un cálculo propio de verificación. En la siguiente figura puede verse la localización de los centros de gravedad y presión de la Lady:

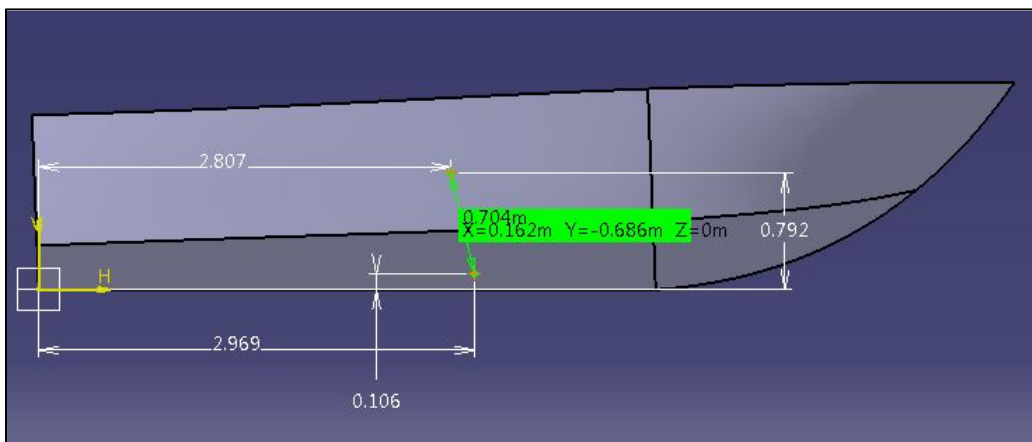


Figura 60 - Centro de Gravedad y de Presión de Lady A2 en Catia

La fuerza de arrastre se multiplicará por la distancia y hasta el centro de gravedad, y la fuerza de sustentación total en el casco se multiplicará por la distancia x . Así:

$$M_z = (866 \text{ N} \times 0.686 \text{ m}) + (46387 \text{ N} \times 0.162 \text{ m}) = 8108.8 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (49)$$

4.2.6 Contornos de esfuerzos viscosos y turbulencia

Este valor no es más que 14 N más del valor calculado por Fluent, por lo que es una aproximación muy acertada.

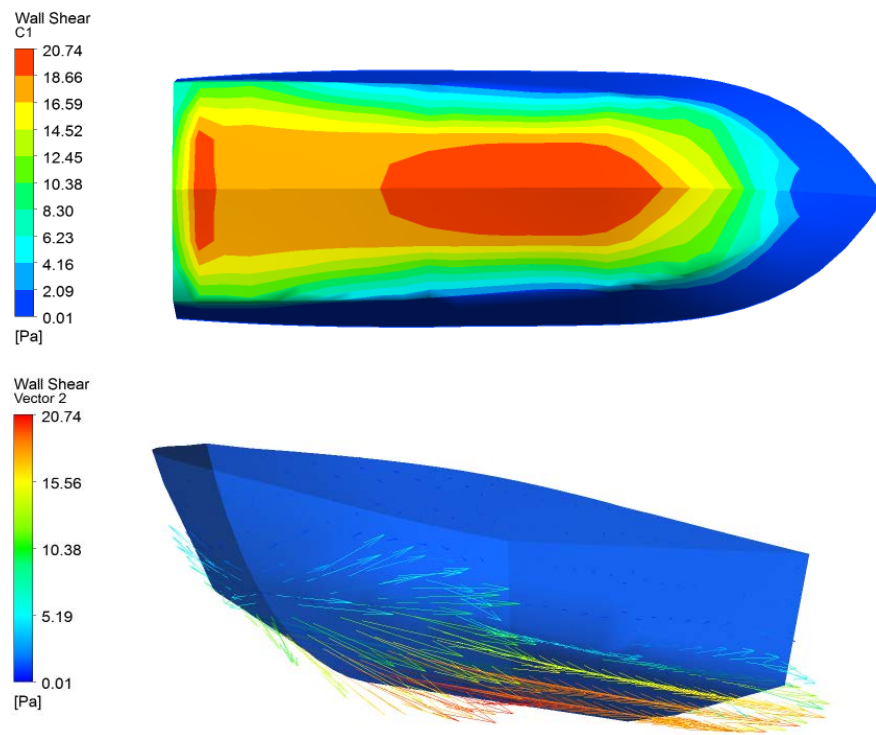


Figura 61 - Representación de los esfuerzos cortantes en el casco en Lady C1

Estos dos últimos contornos representan la distribución de fuerzas cortantes, así como su intensidad. A medida que el gradiente de velocidad aumenta en las zonas centrales de la superficie del casco (aumento del espesor de la capa límite), los esfuerzos cortantes (viscosos) se manifiestan. Ver figura 61.

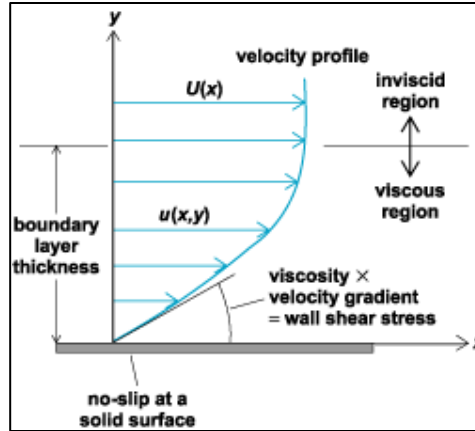


Figura 62 - Gradiente de velocidad en la capa límite [4]

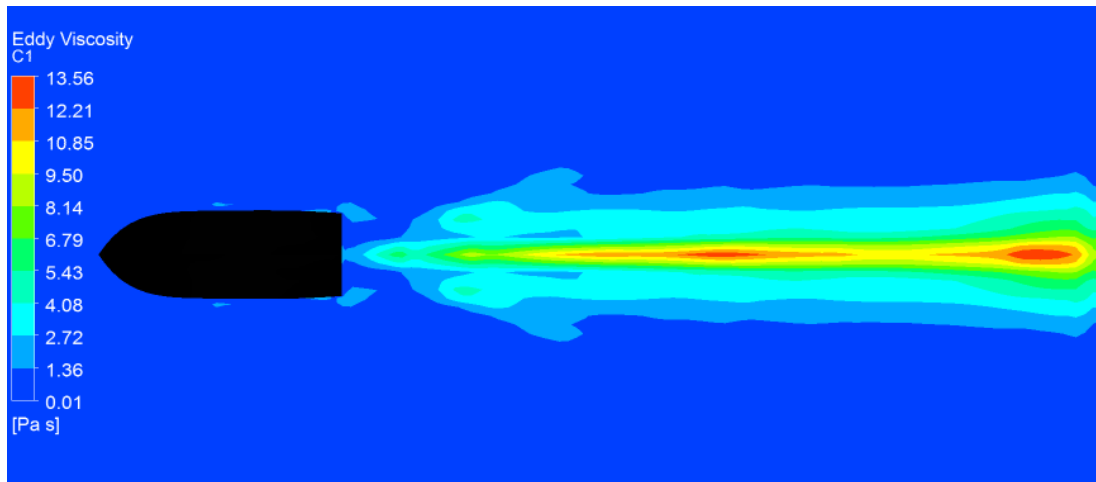
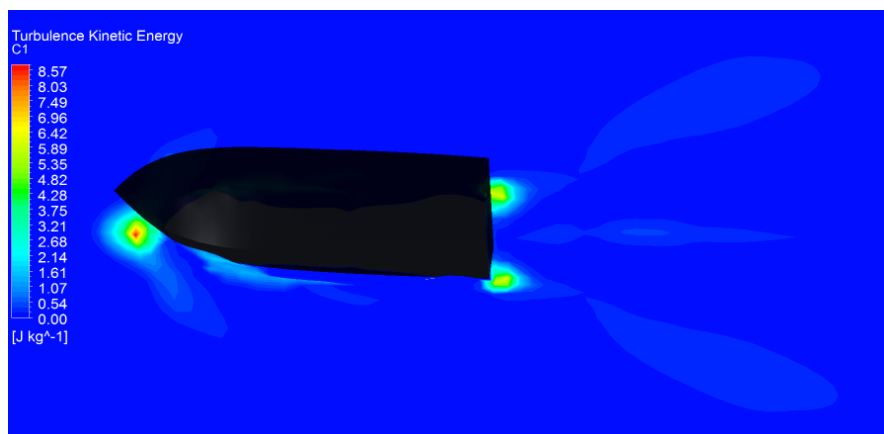


Figura 63 - Generación de la estela central turbulenta en Lady C1

Haciendo referencia a la nueva variable de viscosidad ya comentada en la capítulo 2 del modelado de turbulencia, la figura 64 manifiesta la estela central turbulenta.



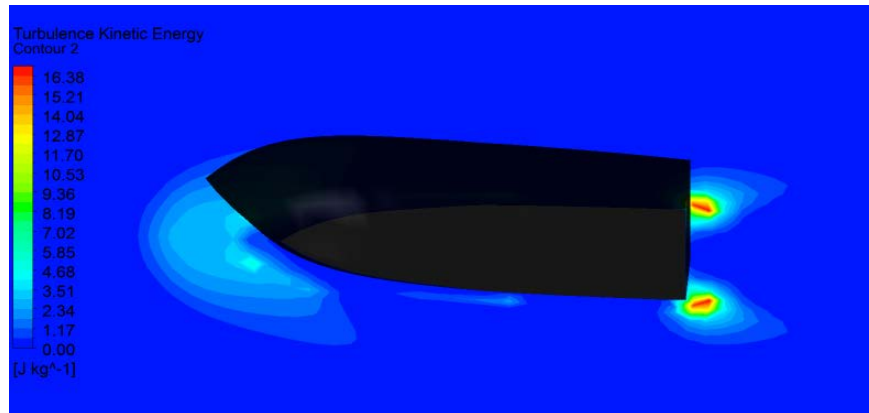


Figura 64 - Comparación de la energía cinético-turbulenta de Lady C1 y C2 mostrando la anomalía comentada en los perfiles de ola de la sección 4.3

La figura anterior muestra las zonas de más intensidad de la energía cinética turbulenta, donde los valores máximos se encuentran en las regiones cercanas a los bordes más afilados, así como la zona próxima al impacto del fluido contra el casco. En Lady C2 se ve que como consecuencia de tener menor calado hay más intensidad en los bordes de salida, y no se manifiesta la confusión ya comentada de las regiones próximas a la proa del casco.

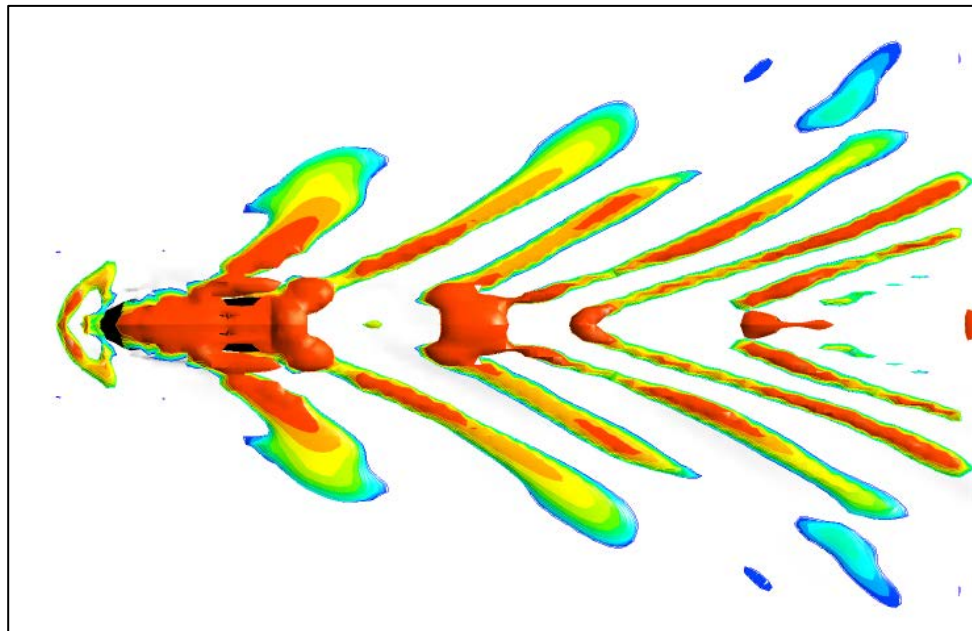


Figura 65 - Contornos de intensidad turbulenta en los vórtices de la estela de Lady C1, mostrando la obra viva

4.3 Simulación a tiempo real

Se ha hecho una simulación en *transient* a fin de conocer los resultados de las ecuaciones pertinentes con dependencia del tiempo. Para esta simulación se ha escogido el caso de Lady B1 (0.4 metros de calado y 6 nudos de velocidad). Las opciones del *solver* han sido las mismas que en *steady state*, excepto para la reconstrucción de la superficie libre. El BGM aquí no está disponible, por lo que se ha escogido la opción Modified HRIC Scheme (High Resolution Interface Capturing), evitando otras que puedan conllevar a difusión numérica o a resultados físicos no reales al utilizarse el método VOF, que como ya se ha comentado es muy sensible.

Para el control en la convergencia, es mejor en las simulaciones a tiempo real utilizar un bajo número de iteraciones para cada intervalo de tiempo. En vez de aumentar el bucle es preferible disminuir el intervalo de tiempo [8, 18].

Un balance adecuado entre el coste de la computación y la precisión de la solución ha sido estudiado, utilizándose también el criterio del número CFL:

$$CFL = \Delta t \sum_{i=1}^n \frac{u_{x_i}}{\Delta x_i} < CFL_{max} \quad (50)$$

Donde Δt es el intervalo de tiempo, n el número de dimensiones (en el presente caso 3), u_{x_i} la velocidad (3.09 m/s), Δx_i el tamaño de celda (0.24m a lo largo del dominio). El CFL_{max} está fijado como 1 [16].

Para poder realizar la simulación lo más posible precisa ésta se ha dividido en tres partes. En la primera etapa se ha escogido un intervalo de tiempo muy pequeño, con un total de 20 iteraciones para conseguir una convergencia clara y un flujo totalmente desarrollado. Esta etapa se ha alargado hasta poco más de 4 segundos, para establecer una base muy robusta en la resolución de las siguientes etapas, base que se relaciona con el desarrollo del flujo alrededor del casco, muy joven durante esta primera etapa. Ver la siguiente tabla.

Etapas	Tiempo simulación (s)	Total (nº)	Iteraciones		Intervalos de tiempo	
			Para cada intervalo de tiempo (nº)	Suma	Tamaño (s)	
1	4.36	43600	20	2180	0.002	
2	4.36-11.7	26400	20	1320	0.005	
3	11.7-20	12450	15	830	0.01	
Total	20 s	82450		4330		

Tabla 17 - Etapas realizadas para la simulación a tiempo real

El número de CFL para el mayor intervalo de tiempo dará lo siguiente:

$$CFL = 0.01 \times \frac{3.09}{0.24} + \frac{3.09}{0.24} + \frac{3.09}{0.24} = 0.515 < 1 \quad (51)$$

Por lo que se cumple con mucho margen este criterio.

Así, el tiempo empleado en la simulación ha sido un total de 20 segundos para garantizar el desarrollo estacionario de la estela. La solución ha sido calculada por el mismo equipo que en *steady state*, y el tiempo empleado por la CPU ha permanecido durante aproximadamente 96 horas.

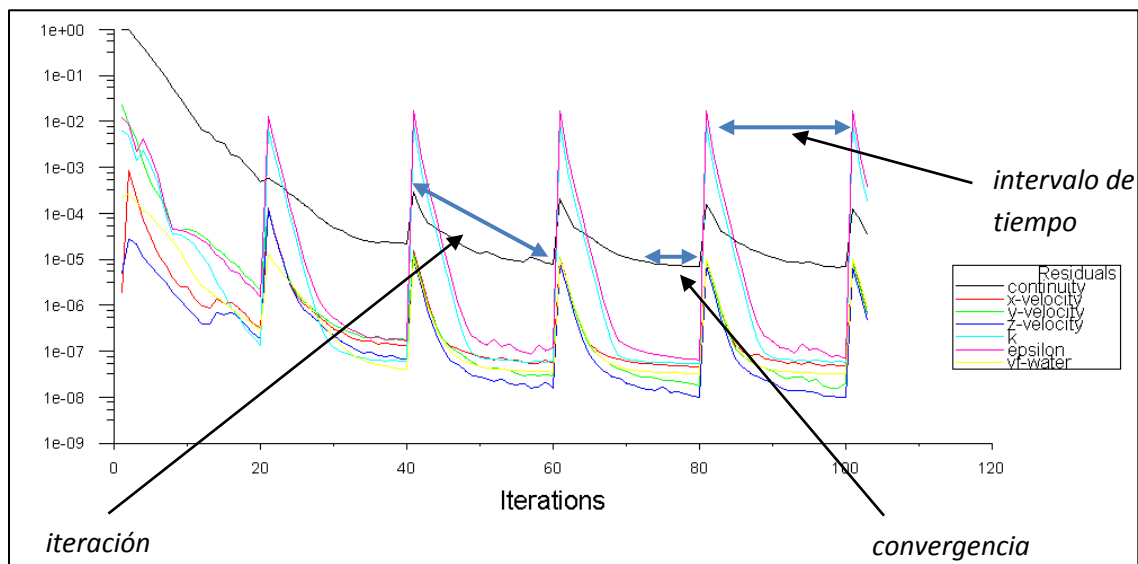


Figura 66 - Residuales por intervalo de tiempo y convergencia

Cuando se realizan simulaciones a tiempo real la solución ha de alcanzar convergencia para cada intervalo de tiempo, y es preferible hacer algunas iteraciones de más para que se estabilice, sobre todo en las primeras etapas [8, 18]. Una vez los residuales se conservan en un cierto orden de magnitud durante varios intervalos de tiempo, uno ya puede rebajar las iteraciones fijadas de más según convenga. En el presente caso, para toda la solución en general, los residuales más altos, los de la continuidad, se han mantenido en el orden de 10^{-4} . El balance de caudal másico ha sido de -83 kg/s , siendo una muy buena aproximación del orden de magnitud aunque el signo negativo delata acumulación en la salida del dominio. Esto puede ser un síntoma de que el dominio no es lo suficientemente grande.

En la siguiente serie de figuras se puede ver la evolución del patrón de olas durante la etapa 3, estando ya la simulación propiamente estabilizada y el flujo alrededor del casco debidamente desarrollado.

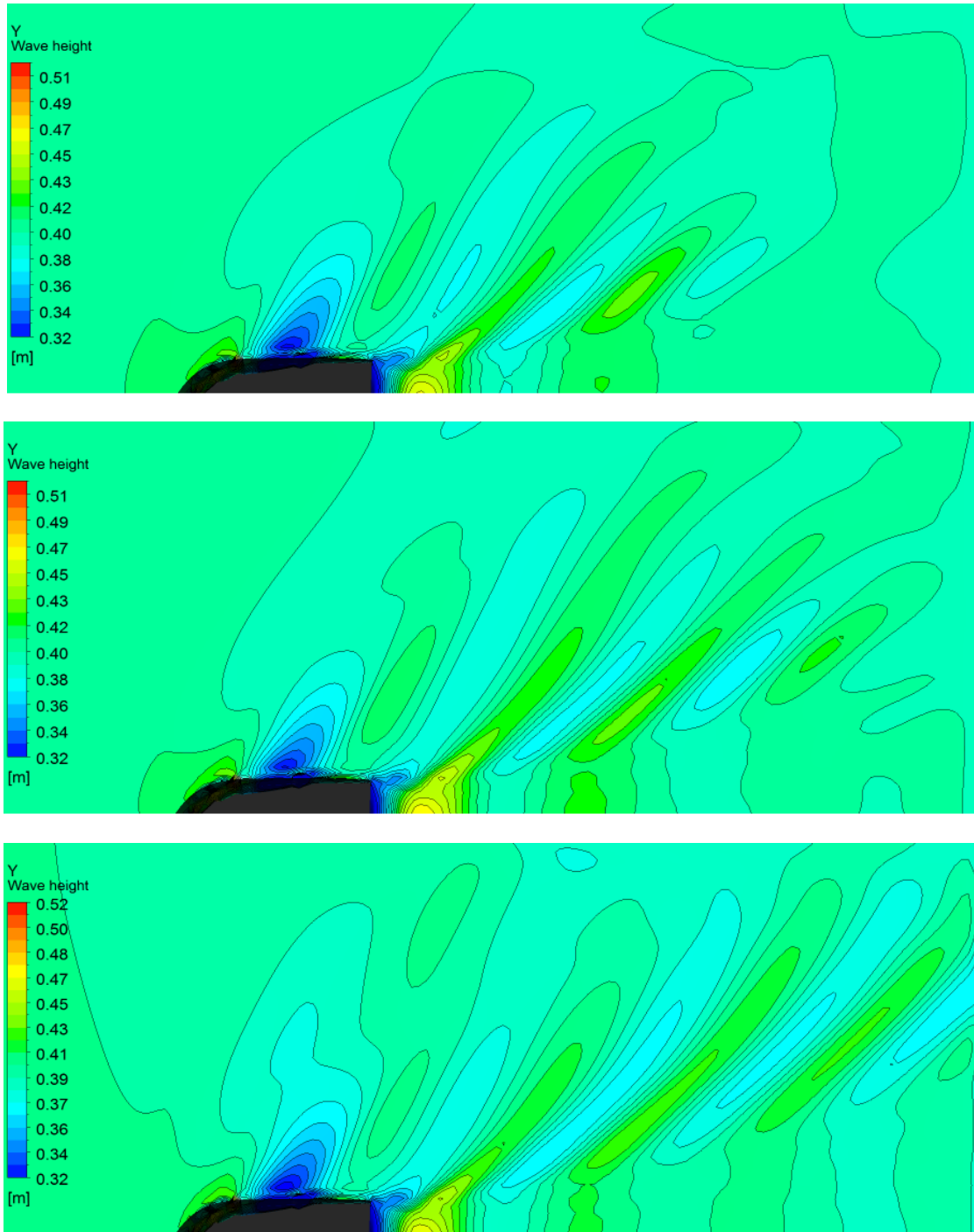


Figura 67 - Evolución de la estela entre 12 y 20 segundos

Aquí se muestra que a 12 segundos aún hay una estela pobre, rebasando poco más de lo equivalente a la eslora de la Lady. A medida que el tiempo avanza se aprecia claramente tanto las nuevas formaciones de contornos de ola (uno por cada toma) como la formación de un patrón cada vez más regular, tomando su propio sentido entre la interacción casco-fluido. Comparando con la figura 48, en esta simulación a tiempo real salta a la vista que a diferencia de su compañero (Lady B1 *steady state*), la serie de olas de proa y de popa se juntan inmediatamente muy cerca de la popa. También se aprecia mucho mejor la generación del perfil de las denominadas olas transversales.

El perfil de la superficie libre sobre el casco también difiere de la solución en *steady state*. El gesto más relevante (la diferencia en la sección media del casco no se considera muy relevante aquí, ver sección 4.3) puede recaer en la poca elevación que experimenta el agua al chocar contra el casco. Da la impresión de apartamiento más que de elevación. Como consecuencia el perfil se mantiene más continuado a través de la superficie y al llegar a popa experimenta una succión más pronunciada. Esto conlleva acto seguido a más elevación del propio fluido en la zona cercana a popa como se puede ver en la figura 67, juntando así ambas series de olas, esto es, la de proa y la de popa (de hecho esta última sin llegar a generarse). Ver la figura 68.

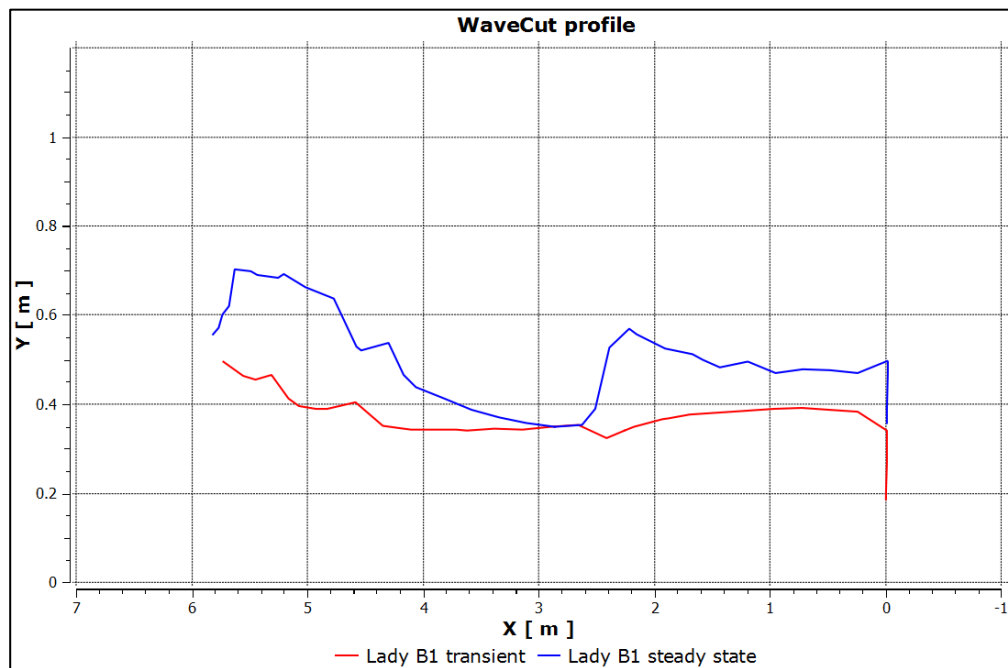


Figura 68 - Comparación entre los perfiles de ola en el casco de Lady B1 SS y Transient

La falta de concordancia en el perfil de la ola de proa puede deberse a la falta de una solución inicial con suficiente robustez con la que trabajar la formulación en *transient* como base.

Los resultados de resistencia en la simulación a tiempo real concuerdan más con los mismos valores que en el caso de *steady state*. Los siguientes gráficos muestran la evolución de la resistencia en el tiempo.

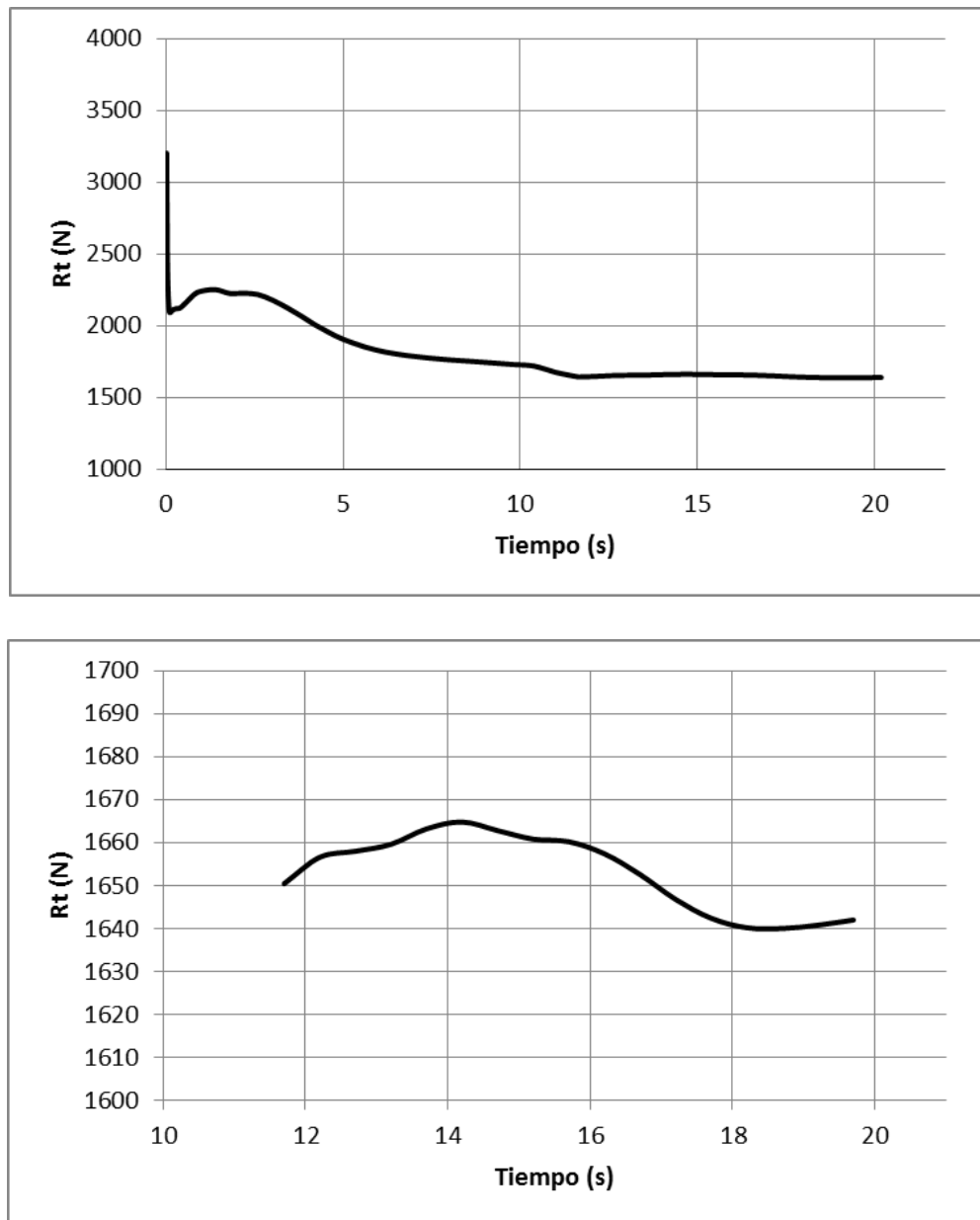


Figura 69 - Se extrajeron los valores de resistencia para cada intervalo de tiempo. El gráfico de abajo muestra una ampliación de los últimos 8 segundos.

En el primer gráfico de la figura 69 se puede ver la evolución desde el segundo 0 hasta el 20. Como se puede ver en los primeros instantes los valores bajan en picado, seguido de una ligera subida hasta los 2 segundos aproximadamente, y de ahí experimenta una decrecimiento paulatinamente; a partir de 11 segundos ya muy estabilizada. En el gráfico X hay una ampliación de éste y se aprecia una suave oscilación entre 1640 y 1665 N. La resistencia ya se considera estabilizada de manera general; esta pequeña variación puede darse por la resistencia originada en la formación de olas. Aunque no se puede estar del todo seguro sobre su evolución más allá de los 20 segundos, a efectos prácticos esta oscilación de 25 N no representa una característica relevante.

Si se considera un promedio de los 10 últimos segundos se escoge en 17s:

Rt Lady B1 steady state	Rt Lady B1 transient
1671 N	1650 N

Tabla 18 – Comparación de resultados de Rt en SS y Transient

En términos generales puede decirse que comparten los mismos valores, ya que la *Rt* del caso *transient* diverge poco más de 1.3% respecto al *steady state*. También es interesante fijarse en el desglose de resistencias, en que ha vuelto a situarse por debajo del valor de resistencia de fricción, siguiendo la tendencia general de los otros casos. Ver tabla 17.

Rf calculado Lady B1	Rf FLUENT SS Lady B1	Rf FLUENT Transient Lady B1
139 N	148.8 N	116.6 N

Tabla 19 - Comparación de la Rf calculada con los de FLUENT SS y Transient

En el que da un error de 8.4% negativo respecto al cálculo propio, comparado con los 7.4% positivos ya descritos en la sección 4 del capítulo 4 del caso Lady B1 *steady state*.

También en el caso *transient* se ha visto más afectada la resistencia viscosa que las de presión. Ver tabla 18.

	Rr FLUENT	Rf FLUENT
Lady B1 SS	1522 N	148.8 N
Lady B1 transient	1526.6 N	116.6 N
Relación	1.009	1.28

Tabla 20 - Comparación de Rr y Rf para las simulaciones en SS y Transient

La potencia neta entregada (siglas Effective HP por la expresión original en términos de *horse power*) es el producto entre la resistencia y la velocidad de avance. Considerando un promedio de este mismo caso de 1650 N:

$$EHP = 1650 \text{ N} \times 3.09 \text{ m/s} = 5099 \text{ W} \quad (52)$$

Esto es, 5.1 kW, lo equivalente a 6.93 CV de potencia neta necesaria para superar esta resistencia. Haciendo un resumen de los componentes principales de la potencia propulsiva desde la hélice a través de la línea de ejes hasta el motor, se encuentran la DHP (potencia entregada al propulsor, Delivered HP), la BHP (potencia a la salida del freno del motor, Brake HP), y la IHP (potencia teórica del motor, Indicated HP). Para hacer una aproximación de la potencia de un hipotético motor para la Lady, se ha escogido algunos valores típicos:

$$\frac{EHP}{DHP} = 0.97 \quad ; \quad \frac{DHP}{BHP} = 0.95 \quad ; \quad \frac{BHP}{IHP} = 0.80$$

Así, haciendo el recorrido quedará:

$$IHP = 6916 \text{ W} = 6.9 \text{ kW} = 9.4 \text{ CV} \quad (53)$$

Para este caso de resistencia un motor de unos 10 CV sería el escogido. Sin embargo como se ha visto a lo largo de este estudio la resistencia aumenta mucho en función del número de Froude. Por ejemplo, en el caso de Lady C1, la potencia teórica del motor necesaria aumentaría hasta unos 14 CV aproximadamente, y para velocidades este valor puede aumentar mucho más. También hay que tener en cuenta que se está especulando con un calado muy generoso y una velocidad de 7 nudos, velocidad que para el objetivo futuro de la Lady no está contemplada.

No se ha hecho un desglose detallado de los componentes propulsivos ni del rendimiento del sistema propulsivo ya que está fuera del marco de este trabajo, y tratándose la Lady de un proyecto de laboratorio de energía eficiente flotante, la decisión del tipo de propulsión es una parte todavía en pleno desarrollo.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES

El objetivo principal del presente trabajo ha sido investigar el comportamiento de la interacción fluido-casco, así como hacer una valorización hidrodinámica del mismo en términos de resistencia, mediante una simulación numérica por CFD aplicando RANSEs, una herramienta muy útil ya que se pueden extraer resultados de diferentes variables en una sola simulación.

El modelo utilizado ha sido una representación en CAD de la embarcación Lady. La generación de la estela como consecuencia de la variación de la velocidad del flujo a través de la Lady, así como la distribución de la presión, reproduce la física de la acción de un casco avanzando a través de aguas tranquilas. No se ha trabajado con una malla movable, por lo que no se ha representado la variación de posición del casco respecto al eje; sin embargo sí que se ha mostrado con la distribución apropiada de la fuerza de sustentación producida por el fluido.

Los resultados de resistencia en primera instancia muestran valores coherentes para las condiciones impuestas. La total validación de éstos no se ha podido llevar a cabo por falta de recursos actuales (canal de ensayo) y por la falta de información accesible en lo que respecta a las series tipo de la forma de casco de la Lady. A pesar de ello sí que se ha podido validar los valores de resistencia de fricción (menos protagonistas en la resistencia total, más no menos importantes) mediante formulación empírica del coeficiente de fricción a partir de la curva de regresión de la ITTC, dando unos porcentajes de error muy asumibles.

El modelo utilizado para tener reproducir dos fases en el dominio, el modelo VOF, ha resultado ser un modelo muy adecuado en la reconstrucción de la superficie libre, alcanzando las magnitudes indicadas para la adecuada estabilidad en la convergencia de la solución. Sin embargo se ha visto que desvela cierta sensibilidad en cuando al mallado, ya que las mejoras en las técnicas de mallado actuales con tetraedros empleándose en este modelo no han dado más que resultados incoherentes y divergencia en la solución. Más aún, se ha visto que también es muy sensible al cambio de tamaño de celda, incluso para mallas estructuradas, lidiando a difusión numérica en las celdas vecinas.

Se ha hecho una comparación entre los dos tipos de simulación (dependiente y no-dependiente del tiempo) en la predicción del comportamiento del flujo alrededor del casco, viéndose la simulación en *transient* posiblemente más sujeta a la inestabilidad, y a lo mejor más necesitada de una solución inicial más robusta con la que trabajar como base en vez de utilizar pequeños intervalos de tiempo ya desde el inicio. A pesar de todo, se han formulado unas etapas en la distribución de los intervalos de tiempo de una manera muy minuciosa, dando resultados de resistencia muy aceptables en comparación con la simulación no-dependiente del tiempo.

La limitación del CPU empleado para el proceso ha restringido los métodos en el refinamiento del mallado, así como soluciones más precisas en *transient*. Este trabajo queda expuesto a la posibilidad de realizar futuras investigaciones avanzadas con este método para simular, mediante soluciones a tiempo real más precisas, la respuesta transitoria del casco respecto al fluido con variaciones en las condiciones iniciales y operativas, como un flujo de entrada con otras direcciones además de la normal para estudiar la maniobrabilidad o imponiendo un tren de olas a todo el dominio.

En términos generales, el uso apropiado de herramientas computacionales mejora el estudio del comportamiento perfeccionando diferentes diseños, ampliando análisis en diferentes condiciones, y reduciendo así tiempo y costes de investigación. Sin embargo y por ahora, siempre es necesario realizar una verificación con datos experimentales obtenidos en canales de ensayo.

CAPÍTULO 6

TRABAJO FUTURO

6.1 Ampliación de la investigación

En la investigación de la interacción de un fluido con un cuerpo siempre hay un más allá de las limitaciones de los objetivos. En el presente caso por inercia propia en primer lugar sería el estudio de la misma embarcación para velocidades de avance de mayor rango, que de hecho al ser un casco con formas propias del pre planeo las velocidades altas son las que más le corresponden.

Para el presente trabajo se ha realizado una simulación adicional con un salto en la velocidad importante, de 7 nudos (Lady C) a 12 nudos. El patrón de olas ha resultado ser de unas dimensiones enormes, quedando el mismo dominio utilizado para todos los casos anteriores reducido a una región diminuta de estudio. Ver figura 70. La ola producida en la proa del casco se ve iniciada más a los laterales, signo muy característico en las embarcaciones de alta velocidad.

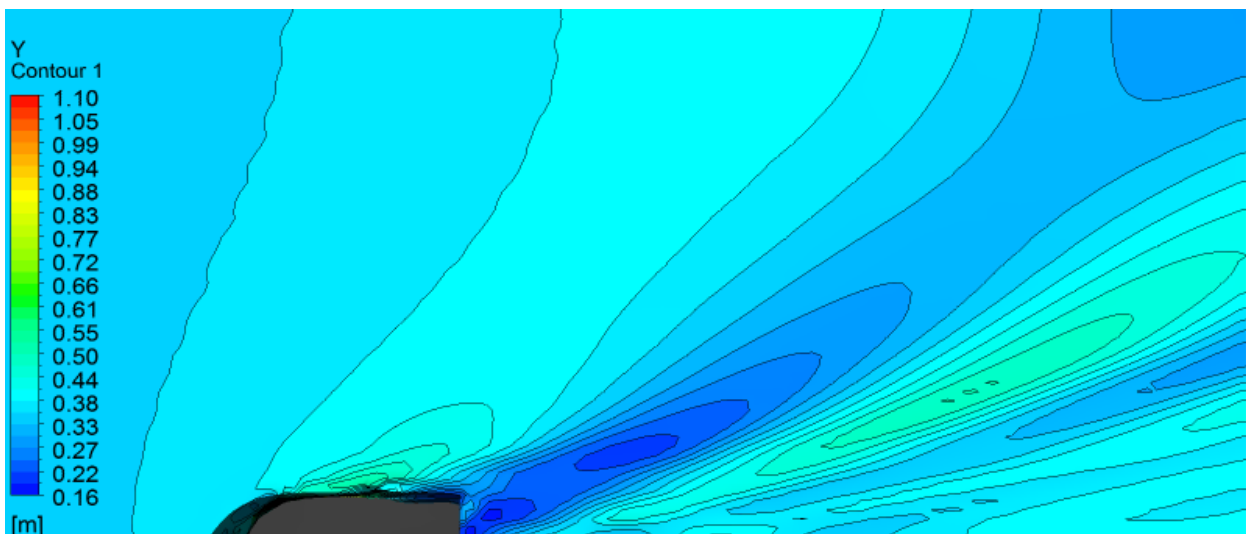


Figura 70 - Estela generada como consecuencia de los 12 nudos de velocidad de avance

Hay que tener en cuenta que a velocidades muy altas el casco va elevándose a la vez que disminuye su superficie libre, haciendo variar muchos parámetros iniciales contemplados. Como ya se ha dicho, esta representación del efecto de la sustentación en la superficie del casco no se considera a no ser que se trabaje con malla deslizante. En la figura 71 se ve que la elevación de la ola de proa es muy pronunciada, por lo que puede ser un efecto producido como consecuencia de

lo antes descrito. En estos casos normalmente, si el trabajo está apoyado por un experimento realizado en canal de ensayo, se hacen las correcciones de asiento pertinentes [11].

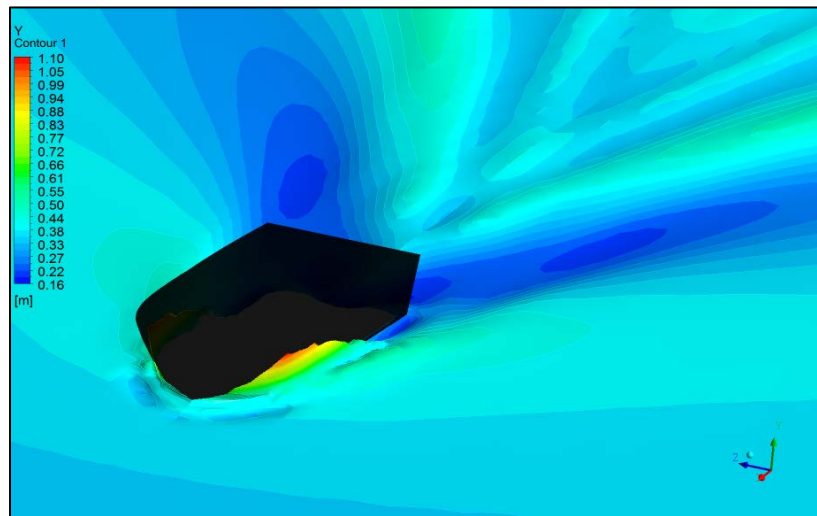


Figura 71 - Vista general de la superficie la Lady para $F_n = 0.84$

Siguiendo las predicciones expuestas en el cálculo de la potencia, en este caso adicional la resistencia total ha sido de 4748 N, dando aproximadamente 40 CV de potencia neta necesaria.

6.2 Canal de ensayo

La comparación de los resultados obtenidos por CFD con un experimento de un modelo a escala en un canal de ensayo es la mejor manera de verificarlos, y de esta manera hacer los cambios necesarios para la siguiente simulación, ya sean respecto el mallado, el asiento, los modelos de turbulencia, etc. para mejorar la simulación y adaptarla lo máximo posible al caso real. Este es el proceso correcto a seguir para la innovación de nuevos modelos numéricos en la predicción adecuada de la resistencia en primer lugar, y como consecuencia la evolución de mejores diseños en la formas de los cascos de las embarcaciones con menores costes de investigación.



Figura 72 - Canal de ensayo en funcionamiento [Southampton University Website]

A continuación se describe a modo de resumen una demostración de lo que ya se ha comentado en la sección 4 del capítulo 1 del porqué no se puede obtener el coeficiente adimensional de fricción de la embarcación real por medio del escalado del modelo por canal de ensayo, sino que se obtiene a partir de datos publicados:

Si, por ejemplo, se tuviera un modelo a escala de la embarcación $Lady_M$ llamado $Lady_m$ de 1 metro de eslora con todas las formas proporcionales, el factor de escala sería:

$$\lambda = \frac{1}{6.58}$$

Este factor se utilizaría para todas las demás dimensiones, de acuerdo con sus unidades dimensionales. Para tener una similitud dinámica completa entre dos barcos se ha de cumplir que:

- Los parámetros geométricos de las dos embarcaciones deben ser iguales y los números de Reynolds han de ser iguales.

O bien:

- Los parámetros geométricos de las dos embarcaciones deben ser iguales y los números de Froude han de ser iguales.

Ya que si el n° de Froude es igual que el otro el n° de Reynolds no lo puede ser:

$$\text{Si } Rn = cte ; \frac{V_M}{V_m} = \frac{L_m}{L_M}$$

$$\text{Si } Fn = cte ; \frac{V_M}{V_m} = \sqrt{\frac{L_M}{L_m}}$$

Sabiendo que la velocidad de $Lady_M$ es de 6 nudos y aplicándose en el estamento de Reynolds, da que $V_m = 39.5 \text{ kn}$, por lo que no es raonable. Si se aplica en el estamento de Froude, se obtiene $V_m = 2.34 \text{ kn}$, más coherente. Debido a esto, está claro que la opción a escoger es el segundo estamento, el de igual Fn.

Si se cumple el estamento de Froude:

$$Rn_M \gg Rn_m$$

En conclusión, si ambos modelo y embarcación tienen un n° de Reynolds diferente la fricción será muy distinta.

REFERENCIAS

- [1] Mercè Barba, 2013. “Projecte de legalització d’un laboratori surant de 6,5 m d’eslora per l’experimentació de propulsió naval elèctrica”. Facultat de Nàutica de Barcelona, UPC.
- [2] Oliveiro Luciano, 2009. “Hydrodynamics of planing hulls”. Tesis doctoral.
- [3] D. Radojcic, 1985. “An approximate method for calculation of resistance and trim of the planning hulls”. University of Southampton, England.
- [4] A. Vega. Apuntes de la asignatura Propulsió de la Diplomatura en Màquines Navals. Facultat de Nàutica de Barcelona, UPC.
- [5] H. K. Versteeg and W. Malalasekera. “An Introduction to Computational Fluid Dynamics”, second edition. *PEARSON*, Essex, England.
- [6] J. García. Apuntes de la asignatura Mecànica de Fluidos 2 de la Licenciatura en Màquines Navals. Facultat de Nàutica de Barcelona, UPC.
- [7] J. D. Anderson Jr. “Governing Equations of Fluid Dynamics”. *springer.com*
- [8] CFD Online Forum & Wiki. *cfd-online.com*
- [9] Vinay R. Gopala, Berend G.M., van Wachem, 2007. “Volume of fluid methods for immiscible-fluid and free-surface flows”. Chalmers University of Technology, Sweden.
- [10] Anderson, Tanehill and Pletcher, 1997. “Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer”, second edition, Taylor & Francis.
- [11] A. Pranzitelli, 2011. “Steady state calculations of free surface flow around ship hulls and resistance prediction”. University of Leeds, England
- [12] A. Chatterjee, 2004. “Novel multi-block strategy for CAD tools for microfluidics type applications”. Corning Incorporated, USA.
- [13] D. J. Mavriplis, 1997. “Unstructured Grid Techniques”. NASA Research Centre, USA.
- [14] ANSYS Meshing User’s Guide v14.5.

- [15] D.M. Ingram, D.M. Causon, C.G. Mingham, 2003. "Developments in Cartesian cut cell methods". Manchester Metropolitan University, England.
- [16] ANSYS FLUENT Theory Guide v14.
- [17] LEAP Australia, CFD Forum Website.
- [18] ANSYS FLUENT User's Guide v14.
- [19] J. Banks, A.B. Phillips, S.R. Turnock, 2011. "Free surface CFD prediction of components of Ship Resistance for KCS".
- [20] T. S. Coffey, C. T. Kelley, D. E. Keyes. "Pseudo-transient continuation and differential-algebraic equations".
- [21] Dr. P. van Oossanen, 1979. "Resistance prediction of small high-speed displacement vessels: State of the art". Institute of Marine Engineers, Sydney Australia.
- [22] R. C. Peterson, 1999. "The numerical solution of free-surface problems for incompressible, newtonian fluids". University of Leeds, England.
- [23] E. Stenmark, 2013. "On multiphase Flow Models in ANSYS CFD Software". Chalmers University of Technology, Sweden.
- [24] Yang et al., 2007. "Two Phase Level-Set/Immersed-Boundary Cartesian Grid Method for Ship Hydrodynamics". University of Iowa, USA.
- [25] I. Senocak, G. Iaccarino, 2005. "Progress towards RANS simulation of free-surface flow around modern ships". Centre of Turbulent Research, Stanford University, England.
- [26] R. Azcueta, 2001. "Computation of turbulent free-surface flows around ships and floating bodies". PhD, Hamburg University, Germany.
- [27] R. B. Bird, W.E. Stewart, and E.N. Lightfoot, 2004. "Transport Phenomena", second edition, Wiley.