

TREBALL FINAL DE MÀSTER



TÍTOL

EFFECTOS DEL CAMBIO DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN SOBRE LA RESISTENCIA DEL SUELO. APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL PUNTO MATERIAL

AUTOR

MAURICIO ALVARADO BUENO

TUTOR

EDUARDO ALONSO

NURIA PINYOL

ESPECIALITAT

INGENIERÍA GEOTÉCNICA

DATA

13 de DICIEMBRE DE 2013



**Dept. d'Enginyeria del Terreny, Cartogràfica i Geofísica
E.T.S. Enginyers de Camins, Canals i Ports**

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA





**Dept. d'Enginyeria del Terreny, Cartogràfica i Geofísica
E.T.S. Enginyers de Camins, Canals i Ports**

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

**EFFECTOS DEL CAMBIO DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN
SOBRE LA RESISTENCIA DEL SUELO. APLICACIÓN DEL MÉTODO
DEL PUNTO MATERIAL**

TESIS DE MASTER

Realizada por

MAURICIO ALVARADO BUENO

Directores:

Dr. EDUARDO ALONSO

Dra. NURIA PINYOL

Barcelona

2013

RESUMEN

La velocidad de deformación afecta las propiedades mecánicas de un suelo tanto en su estado inalterado (propiedades pico) como en estado residual. Este efecto conocido como "*Rate effects*", ha sido estudiado en laboratorio por varios investigadores quienes han observado que, dependiendo de las características del suelo, un aumento de la velocidad de deformación puede inducir un aumento o una reducción de la resistencia. Sin embargo, la experiencia de campo indica que generalmente el efecto es positivo.

El efecto de la velocidad de deformación sobre la resistencia ofrece una buena explicación a los movimientos lentos de ladera. Cuando una masa de suelo se desliza a velocidad constante, se encuentra en equilibrio estricto para resistencia friccional disponible, la cual es función de la velocidad alcanzada. Una modificación de las cargas externas (como una variación del nivel freático) puede acelerar el deslizamiento e incrementar la velocidad de deformación. En consecuencia, aumenta la resistencia disponible y se alcanza un nuevo equilibrio dinámico sin que se produzca la rotura y la aceleración brusca del deslizamiento.

Un estudio completo del comportamiento de este tipo de deslizamientos requiere una formulación que incorpore, no únicamente la rotura, sino también los efectos de la velocidad de deformación en el modelo constitutivo. Por otro lado, es necesario trabajar con herramientas numéricas capaces de modelar grandes desplazamientos.

Esta Tesis de Máster aborda el análisis numérico de los efectos de la velocidad de deformación sobre la resistencia del suelo mediante el Método del Punto Material (MPM). Para ello se ha implementado un modelo constitutivo elastoplástico que incorpora el efecto de la velocidad de deformación en la formulación MPM. Todo ello se ha implementado en un código en desarrollo.

En el modelo elastoplástico desarrollado las leyes incrementales de los esfuerzos y las deformaciones son expresadas en dos componentes: una independiente de la velocidad de deformación (según la formulación elastoplástica clásica); y otra que depende de la velocidad de deformación.

El código GEOPART (Zabala et al. 2004), una vez validado y mejorado en algunos aspectos, se ha modificado para incluir los efectos de la velocidad de deformación. Para ello se ha implementado el modelo constitutivo desarrollado, se han

modificado las condiciones iniciales y de contorno y se han incorporado nuevas variables de control. La validación del código se ha llevado a cabo mediante tres casos de estudio: un ensayo de compresión simple, un ensayo de corte directo y la simulación de una zapata sobre un estrato horizontal. En los tres casos se emplean diferentes velocidades de deformación. Los resultados se comparan con los obtenidos a partir del modelo clásico de Mohr-Coulomb y soluciones publicadas por otros autores. Finalmente se analiza el efecto de la discretización sobre los resultados.

ABSTRACT

The strain rate affects the mechanical properties of a soil, in its unaltered state (peak properties) and residual state. This known as "Rate effects" has been studied in the laboratory by several researchers who have observed that, depending upon soil characteristics, increased rate of deformation can induce an increase or a reduction in strength. However, field experience indicates that generally the effect is positive.

Rate effects strength provides a good explanation for the slow landslides. When a soil mass slides at constant speed, is in strict balance available for frictional resistance, which is a function of the speed reached. A modification of the external loads (as a variation of the water table) can accelerate the slide and increasing strain rate. Consequently, the available strength raises and a new dynamic balance are achieved without rupture.

A complete study of the behavior of this type of landslides requires a formulation that incorporates not only the rupture, but also the effects of strain rate on the constitutive model. On the other hand, it is necessary to work with numerical tools capable of modeling large displacements.

This master thesis deals with the numerical analysis of strain rate effects on soil by Material Point Method (MPM). For this purpose we have implemented an elastoplastic constitutive model that incorporates the strain rate effects on the MPM formulation. This has been implemented in a code in development

In the elastoplastic model, the incremental stress strain laws developed are expressed by two components: a rate independent (according to the classical elastoplastic formulation), and a rate dependent.

The GEOPART code (Zabala et al., 2004), once validated and improved in some aspects, has been modified to include the strain rate effects. A constitutive model for strain rate effects has been implemented and the initial conditions, boundary conditions and new control variables have been modified. The code validation was carried out through three case studies: A compression test, direct shear test and simulation of a square shallow foundation on a horizontal layer. In all cases different strain rates are used. The results are compared with those obtained from the classical model of Mohr –Coulomb (Rate independent) and other published solutions. Finally, the effect of the discretization on the results is analyzed.

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi sincera gratitud a mis directores de tesis los profesores Eduardo Alonso y Nuria Pinyol por darme la oportunidad de trabajar con ellos, confiar en mis habilidades para desarrollar el trabajo asignado y por la paciencia que han tenido para explicarme siempre que lo he necesitado.

También un especial agradecimiento a Alba Yerro, por ayudarme con los primeros pasos en el MPM, sin su acompañamiento me hubiera sido imposible avanzar como lo he hecho hasta ahora, por el tiempo que he necesitado de ella para lograr superar las dificultades que se han presentado en el camino y por toda la ayuda que pueda seguir necesitando.

Estoy agradecido también con todos los profesores del Departamento de Ingeniería del Terreno, Cartográfica y Geofísica de la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC) por los conocimientos académicos y experiencias que han compartido conmigo durante mi estadía realizando el Master en ingeniería del terreno e ingeniería sísmica.

Finalmente agradecer a mi familia por todo el apoyo que me han brindado, que sin este no hubiera podido alcanzar este nuevo logro. Mil y mil gracias por escucharme siempre que lo he necesitado y brindarme ánimo para que continúe hasta alcanzar todas mis metas.

NOTACIÓN

σ	Tensor de tensiones
σ'	Tensor de tensiones efectivas
σ_n	Tensión perpendicular al plano de corte
σ_x	Tensión en la dirección "x"
σ_y	Tensión en la dirección "y"
σ_{ij}	Tensor de tensiones efectivas
$\sigma(x, t)$	Tensor de Tensiones para una posición "x" e instante "t"
τ	Tensión de corte
τ_{xy}	Tensión de corte en el plano "xy"
ε	Tensor de deformaciones
$\dot{\varepsilon}_0^p$	Velocidad de deformación plástica mínima para que ocurran "Rate Effects"
$\dot{\varepsilon}^p$	Velocidad de deformación plástica
$\dot{\varepsilon}_{ij}^p$	Tensor desviador de velocidad de deformación plástica
$\dot{\varepsilon}_v$	Variación de la deformación volumétrica.
γ_f	Peso específico del fluido
ρ	Densidad
$\rho(x, t)$	Densidad para una posición "x" e instante "t"
ρ_f	Densidad del fluido

ρ_s	Densidad del sólido
$\dot{\rho}$	Variación de la densidad en el tiempo
φ	Ángulo de fricción
φ_0	Ángulo de fricción inicial
δ_{ij}	Delta de Kronecker
∇	Operador de divergencia
ω_1	Frecuencia del primer modo de vibración
ξ_1	Amortiguamiento del primero modo de vibración
Γ	Contorno o superficie del solido
Γ_p	Condiciones de contorno de presión
Γ_w	Condiciones de contorno de velocidad de flujo
Ω_0	Dominio o volumen del sólido en estado inicial
Ω_t	Dominio o volumen del sólido en el tiempo t
Ω_u	Dominio de desplazamientos
Ω_τ	Dominio de esfuerzos
$\Delta\varepsilon_p^k$	Incremento de deformación del punto material "P" en el instante "k"
$\Delta\varepsilon_v$	Incremento de deformación volumétrica en un punto del continuo mezcla
Δp	Incremento de la presión de poros al final del intervalo de tiempo Δt
Δp_i^k	Incremento de la presión en el nodo "i" en el instante "k"
Δp_p^k	Incremento de la presión del punto material "P" en el instante "k"
$\Delta v_{1,2,3}$	Velocidad de aplicación de deformación (caso 1,2,3)

Δv_i^k	Incremento de velocidad del nodo "i" en el instante "k"
Δq_i^k	Incremento de cantidad de movimiento del nodo "i" en el instante "k"
Δu_i^k	Incremento de desplazamiento del nodo "i" en el instante "k"
Δt	Incremento de tiempo
Δt_{crit}	Incremento de tiempo crítico para la estabilidad de la solución
∇w	Divergencia de la velocidad de Darcy.
a	Vector de aceleraciones
a_j	Vector de aceleraciones en el nodo "j"
b	Vector de fuerzas de cuerpo por unidad de masa
b	Parámetro de "Strain Rate Hardening"
C	Matriz de amortiguamiento
C	Cohesión del suelo (kPa)
C_{ijkl}^E	Tensor constitutivo elástico
C_{ijkl}^{EP}	Tensor constitutivo elasto plástico
C_{ijkl}^{EPR}	Tensor constitutivo elastoplástico dependiente de velocidad deformación
C_p	Velocidad de onda de presión en el medio
D	Módulo tangente
$\dot{\epsilon}_{ij}^P$	Tensor de velocidad de deformación plástica total
E	Módulo de elasticidad del suelo (MPa)
f	Función de fluencia estática

F	Función de fluencia dependiente de la velocidad de deformación
$f_i^{int,k}$	Fuerza interna del nodo "i" en el instante "k"
$f_i^{ext,k}$	Fuerza externa en el nodo "i" en el instante "k"
g	Función de potencial plástico
G_{iP}^k	Gradiente de las funciones de forma
k_{ij}	Tensor de permeabilidad. (Coeficiente de permeabilidad)
K	Módulo de compresibilidad volumétrica del suelo.
K_t	Módulo de compresibilidad del esqueleto del suelo.
K_s	Módulo de compresibilidad del material constituyente de los granos
K_f	Módulo de compresibilidad del fluido
l	Menor dimensión de un elemento de la malla
m_i^k	Masa del nodo i en el instante "k"
m_p	Masa del punto material "P"
m_{ij}^k	Matriz de masa en el instante "k"
M	Matriz de masa.
n	Porosidad del medio
n	Vector unitario normal a la superficie
$N_i(x)$	Función de forma del nodo "i" para una posición "x"
N_n	Número de nodos
N_p	Número de puntos materiales
p	Invariante de tensión media

p	Presión de poros
p_i^k	Presión de poros en el nodo "i" en el instante "k"
p_P^k	Presión de poros en el punto material "P" en el instante "k"
q	Invariante de tensión desviadora
q_i^k	Cantidad de movimiento del nodo "i" en el instante "k"
q_i^{k*}	Cantidad de movimiento actualizada del nodo "i" en el instante "k"
q_P^k	Cantidad de movimiento del punto material "P" en el instante "k"
Q	Módulo de compresibilidad combinado de las fases de fluido y sólido
t	Tiempo
t_0	Tiempo inicial
T_{min}	Menor periodo de vibración del sistema
$u(x, t)$	Desplazamiento para una posición "x" e instante "t"
ϑ	Coefficiente de Poisson
$v(x, t)$	Velocidad para una posición "x" e instante "t"
v_P^k	Velocidad del punto material "P" en el instante "k"
V_i	Volumen del nodo "i"
V_P	Volumen del punto material.
x_i^k	Posición del nodo "i" en el instante "k"
x_P^k	Posición del punto material "P" en el instante "k"
$x_P(t)$	Posición del punto material "P" en el instante "t"

w_i	Funciones de ponderación
w	Velocidad de Darcy
\bar{w}	Velocidad de flujo como condición de contorno
w_n	Velocidad de flujo normal al contorno
w_p^k	Velocidad de flujo en el punto material "P" en el instante "k"

TABLA DE CONTENIDO

1	CAPÍTULO 1.....	1
	INTRODUCCIÓN.....	1
1.1	REFERENCIAS.....	3
2	CAPÍTULO 2.....	5
	EL MÉTODO DEL PUNTO MATERIAL MPM.....	5
2.1	INTRODUCCIÓN.....	5
2.1.1	Métodos tradicionales.....	5
2.1.2	Métodos sin malla.....	5
2.2	MÉTODO DEL PUNTO MATERIAL.....	7
2.2.1	Ecuaciones diferenciales de gobierno.....	9
2.2.2	Forma discreta de las ecuaciones de gobierno.....	9
2.2.3	Algoritmos de cálculo.....	12
2.3	ANÁLISIS DE PROBLEMAS HIDROMECÁNICOS ACOPLADOS.....	14
2.3.1	Formulación acoplada hidromecánica.....	14
2.3.2	Ecuaciones simplificadas.....	17
2.3.3	Discretización de las ecuaciones correspondientes al fluido utilizando el MPM.....	18
2.3.4	Algoritmo de cálculo.....	20
2.3.5	Algoritmo alternativo para el cálculo de las presiones.....	21
2.3.6	Consolidación unidimensional para pequeñas deformaciones.....	21
2.4	ESTABILIDAD DEL ALGORITMO.....	22
2.4.1	Inestabilidad por partículas que cambian de celda.....	23
2.4.2	Pérdida en las condiciones de contorno.....	24
2.4.3	Celdas al interior del solido sin partículas.....	25
2.4.4	Estabilidad de la solución acoplada.....	25
2.5	AMORTIGUAMIENTO ADAPTABLE.....	25
2.6	REFERENCIAS.....	26

3	CAPÍTULO 3.....	29
	EFFECTOS DEL CAMBIO EN LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN EN LA RESISTENCIA DEL SUELO “ <i>RATE EFFECTS</i> ”	29
3.1	INTRODUCCIÓN	29
3.2	DEFINICIÓN DEL CONCEPTO DE “ <i>RATE EFFECTS</i> ”	29
3.3	CONCEPTO FÍSICO de los “ <i>RATE EFFECTS</i> ”	31
3.4	MODELO CONSTITUTIVO ADOPTADO.....	33
3.5	COMPORTAMIENTO DE LA SUPERFICIE DE FLUENCIA.....	37
3.6	ALGORITMO DE CÁLCULO.....	38
3.7	ESTABILIDAD DE LA SOLUCIÓN	39
3.8	REFERENCIAS.....	41
4	CAPÍTULO 4.....	43
	DESARROLLO DE CASOS DE ESTUDIO Y RESULTADOS	43
4.1	INTRODUCCIÓN	43
4.2	COMPRESIÓN SIMPLE	43
4.2.1	Tensión vertical máxima.....	48
4.2.2	Trayectoria de tensiones en el plano $p - q$	51
4.2.3	Incremento en el ángulo de fricción.....	54
4.3	CORTE DIRECTO	54
4.3.1	Tensión de corte máxima	58
4.3.2	Incremento en el ángulo de fricción.....	60
4.4	ZAPATA SOBRE UN ESTRATO HORIZONTAL.....	60
4.5	REFERENCIAS.....	64
5	CAPÍTULO 5.....	65
	CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	65
5.1	CONCLUSIONES.....	65
5.2	TRABAJOS FUTUROS.....	66
6	CAPÍTULO 6.....	68
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	68

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.2-1 Componentes de una discretización utilizando el Método del Punto....	8
Figura 2.2-2 Movimiento de las partículas a través de la malla computacional para un paso de tiempo; (a) configuración inicial. (b) malla deformada. (c) las partículas mantienen la información y la malla se reinicia. (Vermeer et al, 2008).....	8
Figura 2.3-1 Comparación de resultados de consolidación unidimensional.....	22
Figura 3.2-1 Representación de Mohr para materiales con superficie de fluencia dependiente de la velocidad de deformación. (Wedage et al. 1998).....	30
Figura 3.2-2 Coeficiente de fricción vs velocidad de deformación de corte. (Wedage et al. 1998b)	30
Figura 3.2-3 Ángulo de fricción pico y residual a diferentes velocidades de deformación. (Alonso 2012).....	31
Figura 3.3-1 Ilustración del concepto de fricción.....	32
Figura 3.5-1 Comportamiento de la superficie de fluencia estática y con dependencia de la velocidad de deformación.....	38
Figura 3.7-1 Comportamiento de la deformación plástica “Y” en una partícula para una compresión simple.	40
Figura 3.7-2 Velocidad de deformación en una partícula a partir de incrementos de deformación.....	40
Figura 3.7-3 Velocidad de deformación en una partícula a partir del promedio de los últimos 1000 incrementos de deformación.	41
Figura 4.2-1 Esquema de columna de suelo en confinamiento analizado.....	44
Figura 4.2-2 Discretización para el análisis.....	45
Figura 4.2-3 Desplazamiento vertical (m). (t=800s) (a) Caso 1. (b) Caso 2. (c) Caso 3.....	46
Figura 4.2-4 Deformación vertical. (t=800s) (a) Caso 1. (b) Caso 2. (c) Caso 3.	46
Figura 4.2-5 Tensión vertical (Pa). (t=800s) (a) Caso 1. (b) Caso 2. (c) Caso 3.....	47
Figura 4.2-6 Tensión vertical (Pa) vs deformación vertical.....	49
Figura 4.2-7 Tensión vertical (pa) vs deformación vertical.....	50
Figura 4.2-8 Tensión vertical vs deformación del elemento. (Wedage et al. 1998).50	50
Figura 4.2-9 Comportamiento en la transición de estado elástico a plástico.....	51
Figura 4.2-10 Tensión Media p (Pa) vs Tensión Desviadora q (Pa).....	52
Figura 4.2-11 Tensión Media p (Pa) vs Tensión Desviadora q (Pa).....	52
Figura 4.2-12 Tensión Media P (Pa) vs Tensión Desviadora q (Pa).....	53
Figura 4.2-13 Tensión Media p (Pa) vs Tensión Desviadora q (Pa).....	53
Figura 4.2-14 Ángulo de fricción vs velocidad de deformación plástica.....	54
Figura 4.3-1 Esquema discretizado de muestra de suelo analizado.....	55
Figura 4.3-2 Tensión vertical (Pa). (a) Modelo con 1 partícula por celda (b) Modelo con 4 partículas por celda.....	56

Figura 4.3-3 Tensión horizontal (Pa). (a) Modelo con 1 partícula por celda. (b) Modelo con 4 partículas por celda.	56
Figura 4.3-4 Deformación de corte. (a) Modelo con 1 partícula. (b) Modelo con 4 partículas.....	57
Figura 4.3-5 Desplazamiento horizontal y deformación de la muestra.	57
Figura 4.3-6 Partículas sobre la banda de corte desarrollada.....	58
Figura 4.3-7 Tensión de corte (Pa) vs Deformación de corte. Modelo de Mohr Coulomb clásico.....	58
Figura 4.3-8 Tensión de corte (Pa) vs Deformación de corte.....	59
Figura 4.3-9 Tensión de corte (Pa) vs Deformación de corte.....	59
Figura 4.3-10 Tensión de corte (Pa) vs Deformación de corte.....	59
Figura 4.3-11 Ángulo de fricción vs velocidad de deformación plástica.....	60
Figura 4.4-1 Zapata sobre estrato horizontal de suelo.	61
Figura 4.4-2 Deformación de corte. Estrato saturado suelo cohesivo.	62
Figura 4.4-3 Deformación de corte. Suelo seco cohesivo y friccional.	62
Figura 4.4-4 Deformación de corte. Suelo seco cohesivo y friccional.	63

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.3-1 Características del suelo modelado	22
Tabla 4.2-1 Características del suelo modelado.	44
Tabla 4.2-2 Velocidades de deformación vertical aplicadas.	47
Tabla 4.2-3 Tensión vertical máxima para cada modelo al máxima para cada modelo	48
Tabla 4.3-1 Características del suelo modelado	55
Tabla 4.3-2 Velocidades de deformación horizontal aplicadas.	55
Tabla 4.4-1 Características del suelo modelado.	61

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

La modelación de problemas en ingeniería geotécnica requiere mejorar constantemente las herramientas usadas para analizar el comportamiento pre y post rotura. Los métodos numéricos tradicionales tienen limitaciones para reproducir los problemas de grandes deformaciones, el análisis de estabilidad aún está limitado al cálculo del factor de seguridad basado en una resistencia máxima (Equilibrio límite), el riesgo por deslizamientos y desprendimientos se basa en cálculos estadísticos. Por esto es necesario mejorar la predicción del riesgo ante estos problemas analizando más detalladamente el comportamiento post rotura; la velocidad, aceleración y distancia de desplazamiento esperadas que puede alcanzar un deslizamiento o desprendimientos entre otros.

El método de los elementos finitos es uno de los más utilizados en la mecánica de sólidos, gracias a esto, existe una gran variedad de programas computacionales que facilitan la modelación, análisis y simulación de problemas, Sin embargo los elementos finitos presentan una importante limitación cuando se trabaja en problemas con grandes deformaciones. (Beuth et al. 2008, Zhang et al. 2009).

Por ello, desde hace décadas surgen nuevos métodos numéricos con el objetivo de superar dicha limitación. Entre ellos se destaca el Método del Punto Material, el cual recientemente se aplica a problemas con materiales geotécnicos entre otros (Beuth et al. 2008, Alonso 2012, Coetzee et al. 2005). El método consiste en discretizar el dominio en puntos materiales que contienen toda la información (tensiones, deformaciones, velocidades, presiones, temperatura, etc) y una malla de elementos donde se resuelven las ecuaciones de gobierno del movimiento. Los puntos materiales también conocidos como partículas funcionan como los puntos de gauss en el método de los elementos finitos, con la diferencia que pueden moverse a través de las celdas de la malla, proporcionando así una descripción Lagrangiana del movimiento, mientras que la malla de elementos se mantiene fija en el espacio. Esto permite combinar las ventajas del cálculo Lagrangiano con el Euleriano, evitando así los problemas de distorsión de la malla y además facilita la aplicación de modelos constitutivos con variables de historia. (Sulsky et al, 1994, Sulsky et al, 1996).

Las ventajas del MPM permiten modelar y analizar el comportamiento del suelo en varias etapas: en la situación inicial de equilibrio, durante el incremento de tensiones hasta la resistencia pico, si existe, y la degradación de ésta hasta el estado residual. Por ello es posible incluir modelos numéricos para diferentes fenómenos que se presentan solo cuando el suelo se deforma bajo condiciones de resistencia residual.

El objetivo central de esta tesina, es realizar un análisis numérico empleando el método del punto material (MPM), en problemas geotécnicos donde el suelo presenta variación en la resistencia residual debido a la velocidad de deformación (*strain rate effects*) (Mitchell 1976, Skempton 1985, Wedage 1995, Wedage et al 1998, Wedage et al 1998b), comportamiento que se aprecia en estudios realizados en laboratorio (La Gatta 1970, Lupini et al. 1981, Skempton 1985).

Para esto se ha abordado el código computacional GEOPART (Zabala et al, 2004) y se ha desarrollado para adaptar el modelo constitutivo implementado y diferentes cambios en el algoritmo de cálculo para poder modelar los casos de estudio seleccionados. Este código trabaja con una formulación hidromecánica acoplada para problemas dinámicos en 2D sobre suelos saturados, basado en la formulación u-p desarrollada por Zienkiewicz et al, 1980. La integración en el tiempo ha sido realizada mediante un esquema explícito.

Este documento está compuesto de un primer capítulo con la introducción al problema abordado. El segundo capítulo presenta una descripción de métodos numéricos alternativos, luego se describen las ecuaciones gobierno y discretización de estas para el MPM básico y se presenta un esquema del algoritmo empleado. También se desarrollan las ecuaciones para el problema acoplado presión-desplazamientos y la discretización para el MPM. Se presenta un análisis de consolidación unidimensional realizado y se detallan los problemas de estabilidad numéricos que presenta el algoritmo desarrollado.

El tercer capítulo se inicia describiendo el fenómeno de los "*rate effects*", luego se detalla la formulación matemática del modelo constitutivo adoptado, se describe el comportamiento de la superficie de fluencia según este modelo constitutivo, se plantea un esquema del algoritmo implementado y se discute los problemas numéricos que aparecen debido al uso del modelo constitutivo implementado.

El cuarto capítulo muestra el desarrollo de los casos de estudio modelados y los resultados obtenidos. El quinto capítulo presenta las conclusiones y se plantean los trabajos para desarrollar a futuro. El sexto y último capítulo recopila toda las referencias bibliográficas del trabajo.

1.1 REFERENCIAS

Alonso, E. E. 2012. Deformation analysis of landslides: progressive failure, rate effects and thermal interactions. 11th International Symposium on Landslides. "Landslides and Engineered Slopes: Protecting Society through Improved Understanding". Banff: CRC Press, 2012, p. 175-214.

Beuth L., Benz T., Vermeer P. A. 2008. Large deformation analysis using a Quasi-static material point method. Sofia. Journal of Theoretical and Applied Mechanics. vol. 38, Nos 1-2, pp. 45-60.

Coetzee C. J., Vermeer P. A., Basson A. H. 2005. The modelling of anchors using the material point method. International Journal For Numerical And Analytical Methods In Geomechanics. Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 2005; 29:879–895.

La Gatta, D.P. 1970. Residual strength of clays and clay shales by rotation shear tests. Harvard Soil Mechanics Series No. 86, Harvard University, Cambridge, Mass.

Lupini, J.F., Skinner, A.E., Vaughan, P.R. 1981. The drained residual strength of cohesive soils. Géotechnique, 31(2): 181-213.

Mitchell, James K. 1976. Fundamentals of Soil Behavior. John Wiley and Sons, New York, N.Y.

Skempton, A.W. 1985. Residual strength of clays in landslides, folded strata and the laboratory. Géotechnique, 35(1): 3-18.

Sulsky, D., Chen, Z., Schreyer, H. L. 1994. A particle method for history-dependent materials. Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 118(1): 179–196.

Sulsky, D. & Schreyerb, H. L. 1996. Axisymmetric form of the material point method with applications to upsetting and Taylor impact problems. Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 139(1–4): 409–429.

Wedage. A. M. P. 1995. Influence of rate effects on the residual strength of moving slopes. Ph. D. thesis, University of Alberta, Edmonton, Alta.

Wedage, A. M. P., Morgenstern, N. R., Chand, D. H. 1998. A strain rate dependent constitutive model for clays at residual strength. Can. Geotech. J. 35: 284-298.

Wedage, A. M. P., Morgenstern, N. R., Chand, D. H. 1998b. Simulation of time-dependent movements in Syncrude tailings dyke foundation. *Can. Geotech. J.* 35: 284-298.

Zabala, F., Rodari R., Oldecop L., 2004 ISSN 1806-3985. Localización de deformaciones en estructuras utilizando el Metodo del Punto Material. *Revista Engenharia Estrutural*. UPF.

Zhang H.W., Wanga K.P., Chen Z. Material point method for dynamic analysis of saturated porous media under external contact/impact of solid bodies. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* (2009), doi:10.1016/j.cma.2008.12.006

Zienkiewicz O. C., Chang C. T., Bettess P. (1980). Drained, undrained, consolidating and dynamic behaviour assumptions in soils. *Géotechnique* 30, No. 4, 385-395.

CAPÍTULO 2

EL MÉTODO DEL PUNTO MATERIAL MPM

2.1 INTRODUCCIÓN

Se emplea la formulación básica del MPM propuesta inicialmente por Sulsky et al. (1994), con algunas modificaciones para solucionar problemas numéricos que son propios del método. La formulación de las ecuaciones que describen el comportamiento de un medio poroso saturado fueron desarrolladas por Biot (1941) y posteriormente por Zienkiewicz et al. (1980) y Zienkiewicz & Shiomi (1984). En las modelaciones realizadas y el modelo constitutivo implementado se utiliza el código base GEOPART creado por Zabala et al. (2004), por tanto se presenta además de las formulaciones mencionadas, la discretización de las ecuaciones para el método del punto material empleadas en el algoritmo de cálculo.

Inicialmente se ha recopilado una breve descripción de algunos de los diferentes métodos numéricos utilizados en la mecánica de suelos y fluidos, se realizan algunos comentarios sobre las ventajas y desventajas de estos.

2.1.1 Métodos tradicionales

Actualmente los métodos de computación que constituyen la base de los métodos modernos de simulación numérica están basados fundamentalmente en el método de las diferencias finitas, los elementos finitos y los volúmenes finitos. Estos métodos necesitan utilizar una malla de elementos, dicha malla les resta flexibilidad a la hora de ir adaptando el modelo una vez el problema sufre grandes deformaciones.

2.1.2 Métodos sin malla

Los denominados métodos sin malla ha traído recientemente el interés de los investigadores debido a su flexibilidad para resolver problemas prácticos. El principal objetivo de estos métodos es superar las dificultades que aparecen en los problemas de simulación numérica cuando la malla sufre deformaciones excesivas.

La formulación de los modelos matemáticos se simplifica a la generación de puntos o nodos sin conexión fija y la distribución de los mismos. A continuación se nombran algunos de estos métodos:

- Método DEM (Distinct Element Method, Cundall & Strack, 1979).

Es un modelo numérico capaz de describir el comportamiento mecánico de un medio discontinuo, en este se discretiza el dominio o sólido en un conjunto de partículas discontinuas de forma irregular que interactúan entre ellas por medio del contacto entre las mismas, se analiza mediante un esquema numérico explícito cada uno de estos contactos y la posición de cada partícula para realizar el cálculo de las fuerzas de contacto. Este método es aplicable para la modelación del comportamiento de suelos granulares y materiales discontinuos, donde ha mostrado tener buenos resultados.

- Método SPH (Smooth particle hydrodynamics method, Monaghan 1988, Gingold et al, 1977).

Este método fue desarrollado durante los años 70's y 80's para desarrollar fenómenos astrofísicos sin contornos tales como el estallido de estrellas y las nubes de partículas. Actualmente es muy empleado para modelación en dinámica de fluidos. El dominio se divide en partículas las cuales contienen la información correspondiente a la porción de material que la rodea. El método ha sido modificado por Lie et al. (1995) utilizando una aproximación basada en las funciones de Kernel para asegurar la consistencia del método. A esta modificación se le conoce como Reproducing Kernel Particle (RKP).

- Método EFG (Element free Galerkin method, Belytschko et al, 1994).

Este método es una modificación al DEM, en el que se mejora la precisión al utilizar multiplicadores de LaGrange para imponer las condiciones de contorno esenciales en un orden de cuadratura mayor en la integración. Se ha aplicado a una gran variedad de problemas bidimensionales de la fractura con propagación de grieta

- Método de los elementos finitos sin malla (Idelsohn et al., 2003).

Ha sido probado en varios problemas de flujo e interacción fluido-estructura, utiliza una formulación lagrangiana y elementos finitos definidos a través de una teselación extendida de Delaunay (Zabala et al, 2010).

- Método del punto material (Sulsky et al, 1994 y 1996).

Este método ha sido una evolución del “Particle in cell method” creado inicialmente para la dinámica de fluidos. El método consiste en discretizar el dominio en partículas lagrangianas que llevan las variables de estado y se mueven sobre una malla que se mantiene fija en el tiempo. Ofrece aplicaciones en problemas de grandes deformaciones y problemas donde se tienen variables de historia.

2.2 MÉTODO DEL PUNTO MATERIAL

El Método del Punto Material o MPM (Sulsky et al. 1994, Sulsky et al. 1996) es un método mixto que reúne las ventajas de los métodos de partículas y el método de los elementos finitos. Fue creado a partir del método “particle in cell” empleado en el análisis de problemas de dinámica de fluidos.

Se han desarrollado algunas aplicaciones en ingeniería geotécnica, se ha utilizado para la modelación de anclajes en suelos, modelación de la carga de excavadoras, problemas de flujo granular en un silo, simulación de experimentos relacionados con deformaciones inducidas por movimientos de fallas, análisis de propagación y alcance de flujos de suelo inducidos por terremotos, respuesta de geomembranas a asentamiento de rellenos.

EL método del punto material modela un sólido contenido inicialmente en una región Ω_0 como una agrupación de partículas no vinculadas directamente que transportan la información discretizada del medio poroso (deformación, tensiones, velocidad, presiones, etc.) que definen el estado del cuerpo. Cada partícula se le asigna una masa, cuyo valor es constante durante todo el proceso de cálculo, garantizando la conservación de la masa. Estas partículas envían esta información a los nodos de una malla soporte similar a las utilizadas por el método de los elementos finitos (**Figura 2.2-1**), es en esta donde se resuelven las ecuaciones de movimiento, esta malla es construida para contener en su totalidad el dominio del problema. Por simplicidad, es común utilizar elementos cuadriláteros regulares de cuatro nodos, para resolver las ecuaciones de movimiento en la malla, en cada paso del análisis se ponderan, de la misma forma que en el método de residuos ponderados, las cantidades transportadas por los puntos materiales empleando funciones de forma asociadas a los nudos de la malla. De esa manera puede considerarse que las cantidades transportadas se “mapean” o proyectan a los

nodos de la malla al ponderarlas con funciones de forma típicas del método de elementos finitos.

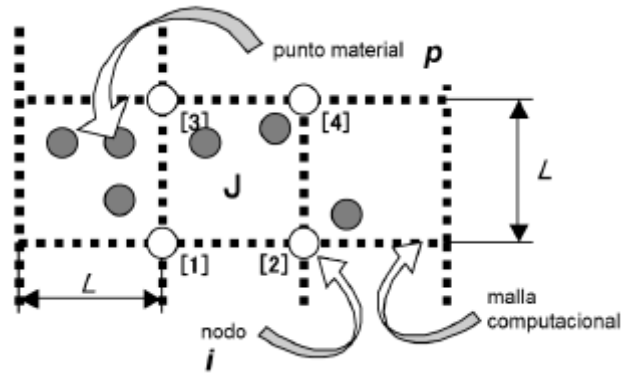


Figura 2.2-1 Componentes de una discretización utilizando el Método del Punto Material (Zabala et al, 2010).

Las condiciones de contorno como fuerzas externas y presiones se imponen en los nodos de la malla y las ecuaciones de movimiento se resuelven en forma incremental en ésta. Luego se actualizan las cantidades de los puntos materiales mediante la interpolación de los resultados de la malla, utilizando para esto las mismas funciones de forma. Una vez actualizada la información de los puntos materiales, los datos contenidos en los nodos de la malla es descartada y las condiciones de contorno se aplican en casa paso de tiempo, la **Figura 2.2-2** muestra un esquema resumido de este proceso.

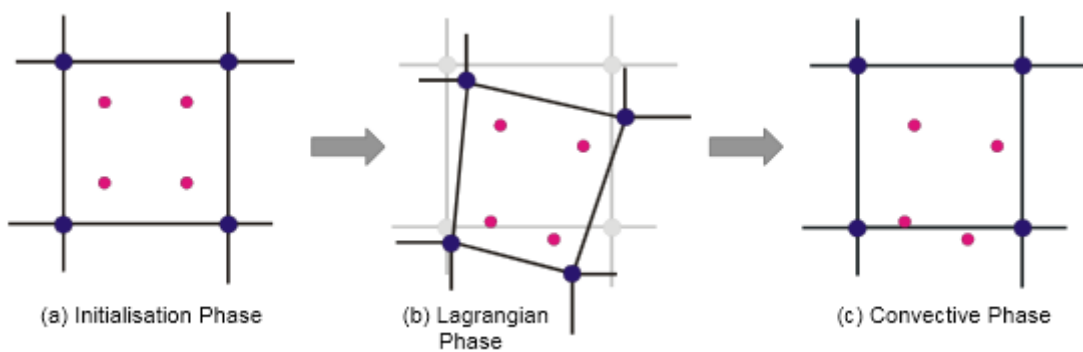


Figura 2.2-2 Movimiento de las partículas a través de la malla computacional para un paso de tiempo; (a) configuración inicial. (b) malla deformada. (c) las partículas mantienen la información y la malla se reinicia. (Vermeer et al, 2008)

2.2.1 Ecuaciones diferenciales de gobierno

Una región de un cuerpo sólido o fluido ocupa un volumen inicial Ω_0 en un instante arbitrario t_0 , y un volumen Ω_t en cualquier instante posterior t . Los puntos materiales en la configuración original tienen coordenadas \mathbf{X} y su posición actual es $\mathbf{x} = \boldsymbol{\phi}(\mathbf{X}, t)$. Sea $\rho(\mathbf{x}, t)$ la densidad de masa para la posición \mathbf{x} y el instante t , $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t_0)$ el desplazamiento, $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ la velocidad para la misma posición y el mismo instante. Se define $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$ como el tensor de tensiones de Cauchy en la posición \mathbf{x} y el instante t . La conservación de la masa requiere que:

$$\dot{\rho} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v} \quad \text{II.1.1}$$

La conservación de la cantidad de movimiento se expresa por:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} = \rho \mathbf{a} \quad \text{II.1.2}$$

Para completar la formulación se requiere de leyes constitutivas que relacionen las tensiones de cada material con las deformaciones o las tasas de deformación, y de condiciones iniciales y de contorno.

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \quad \text{II.1.3}$$

Es conveniente definir una tensión específica por unidad de densidad:

$$\mathbf{S} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\rho} \quad \text{II.1.4}$$

Para problemas linealmente elásticos, \mathbf{D} es el tensor de elasticidad. Para problemas no lineales, adopta una forma compleja, y en general evoluciona con el tiempo. Las condiciones en el contorno del continuo $\delta\Omega$ adoptan dos formas:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{g}(t) \text{ en } \delta\Omega_u \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n} &= \boldsymbol{\tau}(t) \text{ en } \delta\Omega_\tau \end{aligned} \quad \text{II.1.5}$$

2.2.2 Forma discreta de las ecuaciones de gobierno

El continuo se discretiza dividiéndolo en elementos, cada elemento contiene una cantidad fija de masa para cualquier tiempo. En el MPM, estos elementos de masa se representan con un conjunto de N_p puntos materiales o "partículas", a cada uno de los cuales se le asigna una cantidad de masa m_p , con $P = 1, 2, \dots, N_p$. La densidad de masa puede escribirse como una suma de masas puntuales:

$$\rho(x, t) = \sum_{p=1}^{N_p} m_p \delta(x - x_p(t)) \quad \text{II.1.6}$$

Donde $\delta(x - x_p(t))$ es una función delta de Dirac en unidades de inversa de volumen (Brannon and Chen 2002). La definición de la ecuación (II.1.6) permite recuperar la masa de la región Ω_0 mediante la integración de la densidad en el volumen deformado de la región Ω_t . Como m_p es una cantidad fija, la conservación de la masa se satisface automáticamente.

Por razones prácticas se definen las funciones de forma $N_i(x)$ usualmente en una malla de elementos cuadriláteros isoparamétricos de cuatro nodos, asociadas a los nodos de la malla $i = 1, 2, \dots, N_n$, donde N_n designa al número total de nodos. Las coordenadas de cualquier punto del dominio pueden interpolarse a partir de las coordenadas nodales, utilizando las funciones de forma:

$$x = \sum_{i=1}^{N_n} x_i(t) N_i(x) \quad \text{II.1.7}$$

Partiendo de la forma integral débil de la expresión (II.1.2), y utilizando la ecuación (II.1.6), es posible obtener una expresión discreta de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento mediante la aplicación del método de residuos ponderados de Galerkin (Schreyer, Sulsky and Zhou 1995).

$$\int_{\Omega_t} \rho w_i a \, d\Omega = - \int_{\Omega_t} \rho S : \nabla w_i \, d\Omega + \int_{\Gamma_t} w_i \tau \, d\Gamma + \int_{\Omega_t} \rho w_i \cdot b \, d\Omega \quad \text{II.1.8}$$

$$v = \sum_{i=1}^{N_n} v_i(t) N_i(x)$$

$$a = \sum_{i=1}^{N_n} a_i(t) N_i(x)$$

$$w_i = N_i$$

En virtud de las propiedades de la función delta de Dirac (Ecuación II.1.6), las integrales de la forma débil de la Ecuación (II.1.8) se convierten en sumatorias, con lo que se obtiene una ecuación para cada nodo de la malla, en cada intervalo de tiempo t^k del análisis.

La integral correspondiente a las fuerzas de inercia puede escribirse como:

$$\int_{\Omega_t} \rho w_i a \, d\Omega = \int_{\Omega_t} \sum_{P=1}^{N_P} m_P \delta(x - x_P(t)) N_i(x) \sum_{j=1}^{N_n} a_j(t) N_j(x) \, d\Omega \quad \text{II.1.9}$$

$$\int_{\Omega_t} \rho w_i \cdot b \, d\Omega = \sum_{j=1}^{N_n} \sum_{P=1}^{N_P} m_P N_i(x) N_j(x) a_j(t)$$

Resultando la ecuación (II.1.8):

$$\sum_{j=1}^{N_n} m_{ij}^k a_j^k = f_i^{int,k} + f_i^{ext,k}, \quad i = 1, 2, \dots, N_n \quad \text{II.1.10}$$

La matriz de masa consistente tiene la forma dada por:

$$m_{ij}^k = \sum_{P=1}^{N_P} m_P N_i(x_P^k) N_j(x_P^k) \quad \text{II.1.11}$$

La matriz de masa varía en el tiempo en función de las partículas que se encuentren en las celdas tributarias al nudo, y debe ser calculada para cada paso del análisis. Para reducir el costo computacional del procedimiento, puede utilizarse una matriz de masas diagonal, que se obtiene simplemente sumando las filas de la matriz consistente (Zienkiewicz and Taylor, 2004):

$$m_i^k = \sum_{P=1}^{N_P} m_P N_i(x_P^k) \quad \text{II.1.12}$$

Utilizando esta forma de la matriz de masa, las ecuaciones de movimiento se desacoplan, y puede escribirse para un nodo:

$$m_i^k a_i^k = f_i^{int,k} + f_i^{ext,k} \quad \text{II.1.13}$$

O su equivalente en términos de cantidad de movimiento:

$$\frac{dq_i^k}{dt} = f_i^{int,k} + f_i^{ext,k} \quad \text{II.1.14}$$

Donde la cantidad de movimiento del i -ésimo nodo en el instante t^k esta dada por.

$$dq_i^k = m_i^k v_i^k \quad \text{II.1.15}$$

2.2.3 Algoritmos de cálculo

Es posible seleccionar métodos de integración explícitos ó implícitos de las ecuaciones de movimiento (II.1.13) ó (II.1.14).

Si se utiliza un algoritmo explícito de integración en el tiempo (Euler hacia delante) para la ecuación (II.1.14), se obtiene el incremento de cantidad de movimiento del nodo i en el instante t^k :

$$\Delta q_i^k = \Delta t (f_i^{int,k} + f_i^{ext,k}) \quad \text{II.1.16}$$

En la ecuación (II.1.16), el vector de fuerzas externas se obtiene con los procedimientos usuales del método de los elementos finitos, y de la misma forma el vector de fuerzas internas se evalúa mediante:

$$f_i^{int,k} = - \sum_{P=1}^{N_P} m_P G_{iP}^k \cdot S_P^k \quad \text{II.1.17}$$

En la ecuación (II.1.17), el gradiente de las funciones de forma G_{iP}^k se calcula con

$$G_{iP}^k = \nabla N_i(x) |_{x=x_P^k} \quad \text{II.1.18}$$

La cantidad de movimiento actualizada en un nodo será entonces:

$$q_i^{k*} = q_i^k + \Delta q_i^k = q_i^k + (f_i^{int,k} + f_i^{ext,k}) \Delta t \quad \text{II.1.19}$$

La cantidad de movimiento nodal q_i^k puede determinarse con las cantidades de movimiento de los puntos materiales $q_P^k = m_P v_P^k$, donde v_P^k es la velocidad que transportan las partículas al comienzo del intervalo.

$$q_i^k = \sum_{P=1}^{N_P} q_P^k N_i(x_P^k) = \sum_{P=1}^{N_P} m_P v_P^k N_i(x_P^k) \quad \text{II.1.20}$$

La ecuación (II.1.20) implica una suma de las cantidades de movimiento de los puntos materiales ponderada por las funciones de forma del elemento.

Los incrementos de desplazamiento y velocidad nodales pueden ahora calcularse:

$$\Delta v_i^k = \frac{\Delta q_i^k}{m_i^k} \quad \text{II.1.21}$$

$$\Delta u_i^k = \Delta t v_i^{k*} = \Delta t \frac{q_i^{k*}}{m_i^k}$$

Las posiciones y velocidades de los puntos materiales se actualizan interpolando las correspondientes cantidades nodales con las funciones de forma:

$$x_p^{k+1} = x_p^k + \sum_{i=1}^{N_n} \Delta u_i^k N_i(x_p^k) = x_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \frac{q_i^{k*}}{m_i^k} N_i(x_p^k) \quad \text{II.1.22}$$

$$v_p^{k+1} = v_p^k + \sum_{i=1}^{N_n} \Delta v_i^k N_i(x_p^k) = v_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \frac{\Delta q_i^{k*}}{m_i^k} N_i(x_p^k)$$

El incremento de deformación en los puntos materiales se calcula con los gradientes de velocidad nodal:

$$\Delta \varepsilon_p^k = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_n} \left[G_{iP}^k v_i^{k*} + (G_{iP}^k v_i^{k*})^T \right] \quad \text{II.1.23}$$

$$\varepsilon_p^{k+1} = \varepsilon_p^k + \Delta \varepsilon_p^k$$

El incremento de deformación se utiliza para calcular el incremento de tensión a través de las relaciones constitutivas que se hayan postulado:

$$\sigma_p^{k+1} = \sigma_p^k + \Delta \sigma_p^k \quad \text{II.1.24}$$

Aquí finaliza el paso de integración. Toda la información perteneciente a la malla (excepto la necesaria para definir las condiciones de contorno) puede descartarse, y se comienza un nuevo ciclo utilizando la información transportada por los puntos materiales para inicializar la nueva malla.

Como el esquema de integración es explícito, la estabilidad numérica de la solución exige que el intervalo de tiempo sea menor que el valor de intervalo de tiempo crítico $\Delta t_{crit} = \frac{T_{min}}{\pi}$. Este valor no se dispone normalmente y en lugar de este requisito se utiliza la condición de Courant- Friedrichs-Levy (CFL). Entonces el intervalo de integración t debe ser menor que el intervalo crítico Δt_{crit}

$$\Delta t_{crit} = \frac{l}{C_P} \quad \text{II.1.25}$$

$$C_P = \sqrt{\frac{E(1-\vartheta)}{\rho(1+\vartheta)(1-2\vartheta)}} = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}} \quad \text{II.1.26}$$

Para desarrollar un algoritmo implícito puede escribirse la ecuación de movimiento evaluando las fuerzas internas y externas en un tiempo intermedio $\theta\Delta t$ del intervalo de tiempo Δt de manera que $0 \leq \theta \leq 1$.

La ecuación (II.1.13) puede escribirse (Sulsky et al. 2004)

$$m_i^k \frac{v_i^{L,imp} - v_i^k}{\Delta t} = \theta f_i^k + (1 - \theta) f_i^L \quad \text{II.1.27}$$

Donde $f_i^L = f_i^{L,int} + f_i^{L,ext}$ es la fuerza no balanceada, suma de las fuerzas internas y externas, al final del paso lagrangeano de la solución y f_i^k es la misma fuerza para el paso anterior. Si $\theta = 0$ se obtiene el algoritmo explícito y si $\theta = 1$ el método de integración es completamente implícito. El algoritmo solo es incondicionalmente estable cuando $\theta = 1$.

Las fuerzas no balanceadas al final del intervalo no se conocen hasta resolver las velocidades y desplazamientos en los nudos, deformaciones y tensiones en las partículas, para el paso de la solución, por lo que se requiere de un procedimiento iterativo que minimice el residuo del sistema de ecuaciones. Las ecuaciones pueden linealizarse calculando la matriz de rigidez tangente (Guilkey et al. 2003) o mediante una estimación de la matriz Jacobiana del sistema de ecuaciones (Cummins et.al, 2002) (Sulsky et al. 2004).

2.3 ANÁLISIS DE PROBLEMAS HIDROMECÁNICOS ACOPLADOS

A continuación se detalla la formulación acoplada presión – desplazamientos empleada en el código GEOPART (Zabala et al. 2004), la discretización de las ecuaciones para el método del punto material y el algoritmo de cálculo.

2.3.1 Formulación acoplada hidromecánica

Las tensiones totales sobre el suelo saturado, siendo p la presión de agua, pueden escribirse utilizando el principio de tensión efectiva (Terzaghi):

$$\sigma = \sigma' - p\delta_{ij} \quad \text{II.2.1}$$

Si se considera la deformación volumétrica de la fase sólida bajo la presión del fluido y la correspondiente variación de la tensión efectiva:

$$\sigma = \sigma' - \alpha p\delta_{ij} \quad \text{II.2.2}$$

Donde $\alpha = 1 - \frac{K_t}{K_s}$ $K_t \ll K_s$ Para suelos $\alpha \cong 1$

La relación entre tensiones efectivas aplicadas al esqueleto del suelo y deformaciones no es lineal y por lo tanto las leyes constitutivas se formulan en forma incremental.

$$\Delta\sigma' = D:\Delta\varepsilon \quad \text{II.2.3}$$

2.3.1.1 Ecuaciones de equilibrio de la mezcla

Estas ecuaciones se escriben para un volumen de control de la mezcla suelo-fluido en la configuración actual.

$$\nabla \cdot \sigma + \rho b = \rho a \quad \text{II.2.4}$$

Donde la densidad de la mezcla viene dada por:

$$\rho = (1 - n)\rho_s + n\rho_f$$

Las aceleraciones del esqueleto de suelo deben considerarse como derivadas materiales porque se utiliza una representación lagrangeana de la cinemática del movimiento. Si se considera un sistema de coordenadas fijo al esqueleto de suelo para referir la velocidad relativa del fluido respecto del esqueleto de suelo, la aceleración del fluido incluirá la derivada convectiva de la velocidad relativa del fluido respecto del suelo.

La fuerza de inercia sobre un punto será la suma de la fuerza de inercia sobre el esqueleto sólido más la aplicada sobre el fluido.

$$(1 - n)\rho_s\ddot{u} + n\rho_f[\ddot{u} + (\dot{w} + w \cdot \nabla w)/n] \quad \text{II.2.5}$$

$\frac{w_i}{n}$: Velocidad media del fluido relativa al esqueleto sólido.

$\frac{(\dot{w}_i + w_j w_{i,j})}{n}$: Aceleración media del fluido relativa al esqueleto sólido.

Reemplazando la densidad de la mezcla en ρ en la ecuación de equilibrio obtenemos:

$$\nabla \cdot \sigma + \rho b = \rho a + \rho_f ((\dot{w} + w \cdot \nabla w)/n) \quad \text{II.2.6}$$

2.3.1.2 Ecuación de continuidad del fluido

La ecuación de conservación de la fase fluida sin considerar variación de la densidad del fluido es:

$$\dot{\varepsilon}_v + \nabla \cdot w + n \frac{\dot{p}}{K_f} + (1 - n) \frac{\dot{p}}{K_s} - \frac{\Delta \sigma'_{ii}}{3} \frac{1}{K_s} = 0 \quad \text{II.2.7}$$

$n \frac{\dot{p}}{K_f}$: Variación de la deformación volumétrica del fluido.

$(1 - n) \frac{\dot{p}}{K_s} - \frac{\Delta \sigma'_{ii}}{3} \frac{1}{K_s}$: Variación de la deformación volumétrica de las partículas.

$\frac{\Delta \sigma'_{ii}}{3} = K_t \Delta \varepsilon_{ii}$: Variación de la tensión esférica efectiva. (Positiva para tracción)

$\frac{n}{K_f} + (1 - n) \frac{1}{K_s} = \frac{1}{Q}$: Módulo de compresibilidad combinado del fluido y la fase sólida.

Entonces puede escribirse:

$$\alpha \dot{\varepsilon}_v + \nabla \cdot w + \frac{\dot{p}}{Q} = 0 \quad \text{II.2.8}$$

$$\alpha \cong 1 \quad \frac{1}{Q} \cong \frac{n}{K_f} \quad \text{II.2.9}$$

2.3.1.3 Ecuación de equilibrio del fluido

$$-\nabla p - R + \rho_f b = \rho_f a + \rho_f (\dot{w} + w \nabla \cdot w) / n \quad \text{II.2.10}$$

Donde R es la fuerza de filtración por unidad de área y por la Ley de Darcy.

$$\frac{k_{ij}}{\gamma_f} R_{ij} = w_i$$

Por lo que puede escribirse una expresión generalizada de la ley de Darcy que tiene en cuenta la aceleración del fluido.

$$w_i = \frac{k_{ij}}{\gamma_f} [p_j - \rho_f b_j + \rho_f \ddot{u}_j + \rho_f (\dot{w}_j + w_k w_{j,k}) / n] \quad \text{II.2.11}$$

2.3.2 Ecuaciones simplificadas

Las ecuaciones de gobierno pueden simplificarse si se desprecian los términos correspondientes a la aceleración relativa del fluido respecto del esqueleto de suelo. Estas aceleraciones son muy pequeñas en el caso de materiales de baja permeabilidad y para las frecuencias de las acciones sísmicas, por lo tanto pueden despreciarse en la mayoría de los análisis. Las ecuaciones simplificadas son las siguientes.

Ecuación de equilibrio de la mezcla suelo-fluido:

$$\nabla \cdot \sigma + \rho b = \rho a \quad \text{II.2.12}$$

Ecuación de continuidad:

$$\alpha \dot{\varepsilon}_v + \nabla \cdot w + \frac{\dot{p}}{Q} = 0 \quad \text{II.2.13}$$

$$\alpha \cong 1 \quad \frac{1}{Q} \cong \frac{n}{K_f}$$

Ecuación de Darcy:

$$w = -\frac{k}{\gamma_f} [\nabla p - \rho_f b + \rho_f a] \quad \text{II.2.14}$$

Estas ecuaciones junto con las relaciones entre tensión, deformación y desplazamiento y las condiciones de borde pueden discretizarse y resolverse numéricamente tomando como incógnitas los desplazamientos y la presión de poros p .

2.3.3 Discretización de las ecuaciones correspondientes al fluido utilizando el MPM

Se calcula el incremento de presiones de poro en la partícula en forma explícita, usando la ecuación de continuidad, en función de su deformación volumétrica y de la divergencia de la velocidad relativa del fluido respecto del esqueleto de suelo en la ubicación de la partícula. De la ecuación de continuidad (II.2.13).

$$\Delta p + Q(\dot{\varepsilon}_v + \nabla \cdot w)\Delta t = \Delta p + Q(\Delta \varepsilon_v + \nabla \cdot w\Delta t) \quad \text{II.2.15}$$

Con las condiciones de contorno impuestas en la malla:

$$\text{En } \Gamma_p: \quad p - \bar{p} = 0$$

$$\text{En } \Gamma_w: \quad k \frac{\partial p}{\partial n} - \bar{w} = w_n - \bar{w} = 0$$

Aplicando a la ecuación (II.2.15) el método de Galerkin estándar con funciones de ponderación, definidas en la malla soporte para las presiones, iguales a las utilizadas para la interpolación de los desplazamientos se puede escribir:

$$\int_{\Omega_t} N_i [\Delta p + Q(\Delta \varepsilon_v + \nabla \cdot w\Delta t)] d\Omega - \int_{\Gamma_w} N_i (w_n - \bar{w}) \Delta t d\Gamma = 0 \quad \text{II.2.16}$$

Las condiciones de contorno de presión se imponen en la malla soporte.

Integrando por partes se obtiene:

$$\int_{\Omega_t} N_i \nabla \cdot w \Delta t d\Omega = \int_{\Gamma_t} N_i w \cdot n \Delta t d\Gamma - \int_{\Omega_t} \nabla N_i \cdot w \Delta t d\Omega \quad \text{II.2.17}$$

$$\int_{\Omega_t} N_i \Delta p d\Omega + \int_{\Omega_t} Q \Delta \varepsilon_v d\Omega + \int_{\Omega_t} \nabla N_i \cdot w \Delta t d\Omega + \int_{\Gamma_w} N_i \bar{w} \Delta t d\Gamma = 0 \quad \text{II.2.18}$$

Utilizando funciones de ponderación nulas en el contorno de presión. El incremento de presión de la partícula se aproxima a partir de la variación de presión en los nudos con las mismas funciones de forma:

$$\Delta p_p^k = \sum_{j=1}^{N_n} \Delta p_j^k N_j(x_p^k) \quad \text{II.2.19}$$

Reemplazando las integrales de la ecuación (II.2.18) por sumatorias sobre las partículas puede calcularse el incremento de presión en los nudos de la malla. La primera de las integrales resulta:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_t} N_i \Delta p d\Omega &= \sum_{P=1}^{N_P} N_i(x_p^k) \Delta p_p^k V_p = \sum_{P=1}^{N_P} N_i(x_p^k) \sum_{j=1}^{N_n} \Delta p_j^k N_j(x_p^k) V_p \\ &= \sum_{j=1}^{N_n} \Delta p_j^k \sum_{P=1}^{N_P} N_i(x_p^k) N_j(x_p^k) V_p = \sum_{j=1}^{N_n} \Delta p_j^k V_{ij} \end{aligned} \quad \text{II.2.20}$$

En lugar de calcular una matriz de masa \mathbf{m}_{ij} calculamos una matriz de volumen \mathbf{V}_{ij} que también puede diagonalizarse por suma de filas para dar una matriz diagonal \mathbf{V}_i de la misma manera que la matriz de masa.

$$\begin{aligned} V_{ij} &= \sum_{P=1}^{N_P} N_i(x_p^k) N_j(x_p^k) V_p \\ V_i &= \sum_{P=1}^{N_P} N_i(x_p^k) V_p \\ \sum_{P=1}^{N_P} N_i(x_p^k) \Delta p_p^k V_p &= \sum_{j=1}^{N_n} \Delta p_j^k V_{ij} \cong \Delta p_i^k V_i \end{aligned} \quad \text{II.2.21}$$

De esa manera puede calcularse en forma explícita el incremento de presión en los nudos de la malla:

$$\Delta p_i^{k+1} = \frac{1}{V_i} Q \left[\sum_{P=1}^{N_P} N_i(x_p^k) \left(\Delta \varepsilon_{v_p}^k + \nabla N_i \cdot w_p^k \Delta t \right) V_p + \int_{\Gamma_q} N_i \bar{w} \Delta t d\Gamma \right] \quad \text{II.2.22}$$

Para calcular las velocidades de flujo en cada partícula utilizamos la ecuación de Darcy.

$$w_P^k = -\frac{k}{\gamma_f} [\nabla p(x_P^k) - \rho_f b + \rho_f a_P^k] \quad \text{II.2.23}$$

El gradiente de las presiones se evalúa utilizando el campo de presión en los nudos de la malla a partir de las presiones que transportan las partículas. Este campo de presiones puede aproximarse de la misma forma que el incremento de presión utilizando:

$$p_P^k = \sum_{j=1}^{N_n} p_j^k N_j(x_P^k) \quad \text{II.2.24}$$

$$\sum_{P=1}^{N_P} N_i(x_P^k) p_P^k V_P = \sum_{j=1}^{N_n} p_j^k V_{ij} \cong p_i^k V_i \quad \text{II.2.25}$$

$$p_i^k = \frac{1}{V_i} \sum_{P=1}^{N_P} N_i(x_P^k) p_P^k V_P \quad \text{II.2.26}$$

Por lo tanto puede calcularse el gradiente con la expresión:

$$\nabla p(x_P^k) = \sum_{i=1}^{N_n} p_i^k \nabla N_j(x_P^k) \quad \text{II.2.27}$$

$$p_P^{k+1} = p_P^k + \sum_{j=1}^{N_n} \Delta p_j^{k+1} N_j(x_P^{k+1}) \quad \text{II.2.28}$$

2.3.4 Algoritmo de cálculo

En un esquema explícito, a partir de las presiones que transportan las partículas, obtenidas en el paso anterior \mathbf{k} , se calculan las presiones en los nudos con la ecuación (II.2.26). El esquema de cálculo de estas presiones es similar al utilizado para obtener las cantidades de movimiento en los nudos. A partir de este campo de presiones en la malla se obtiene el gradiente de las presiones con la ecuación (II.2.27) y la velocidad de flujo en correspondencia de la coordenada de la partícula con la ecuación de Darcy (II.2.23). La variación de presión en los nudos se calcula con la ecuación (II.2.22). Los términos, en esta última ecuación, de incremento de deformación volumétrica, divergencia de la velocidad y flujo

externo impuesto se acumulan en los nudos sumando para las partículas. Las condiciones de contorno de presión se imponen en la malla. Por último se actualizan los valores de presión en las partículas con la ecuación (II.2.28) para utilizarlos en el paso siguiente. Al final del intervalo las presiones en los nudos no son necesarias y pueden descartarse ya que las partículas transportan nuevamente la presión de poros.

2.3.5 Algoritmo alternativo para el cálculo de las presiones

Una formulación alternativa se obtiene calculando la presión de la partícula en forma directa. Se calculan los valores nodales de la presión de poros para el paso \mathbf{k} usando la ecuación (II.2.26) y el gradiente de las presiones con la ecuación (II.2.27), luego se calculan las velocidades de flujo \mathbf{w}_p^k en correspondencia con la posición de la partícula y la divergencia de estas velocidades.

Utilizando la deformación volumétrica y la divergencia de la velocidad se actualiza la presión en la partícula en forma directa para el paso $\mathbf{k}+1$ sin calcular los incrementos de presiones en los nudos.

$$p_p^{k+1} = p_p^k + Q(\Delta\varepsilon_{v_p}^k + \nabla N_i \cdot \mathbf{w}_p^k \Delta t) \quad \text{II.2.29}$$

Las condiciones de contorno de presión y de flujo se imponen en la malla para el instante \mathbf{k} .

2.3.6 Consolidación unidimensional para pequeñas deformaciones

Se utilizó una columna de suelo para obtener la distribución de presiones en altura en función del tiempo y comparar con la solución de Terzaghi.

El intervalo de integración Δt debe ser menor que el intervalo Δt_{crit} y este está condicionado por la compresibilidad del conjunto suelo-fluido.

$$\Delta t_{crit} = \frac{l}{C_p} \quad \text{II.2.30}$$

$$C_p \approx \sqrt{\frac{Q}{\rho}} \quad \text{II.2.31}$$

En la **Figura 2.3-1** Se comparan la variación de presión con la profundidad en la columna de suelo de altura \mathbf{H} , impermeable en el fondo, para varios tiempos de consolidación, de los datos obtenidos con el MPM y la solución de Terzaghi.

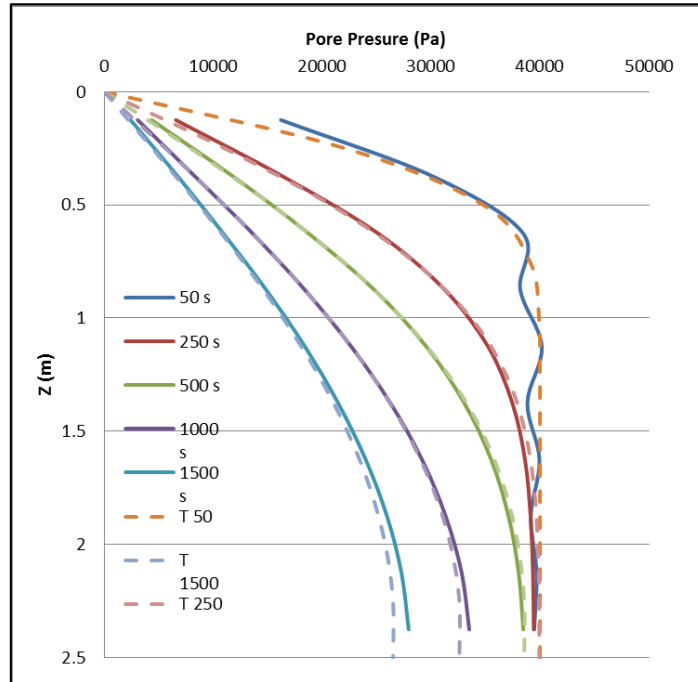


Figura 2.3-1 Comparación de resultados de consolidación unidimensional. Línea continua resultados MPM. Línea discontinua solución de Terzaghi

La **Tabla 2.3-1** muestra las características de suelo modelado para este caso. Se utiliza una columna de suelo de 2 m de alto por 1 m de ancho con celdas de 25cm por 25cm y una partícula por celda. Para realizar la consolidación, se impone en los nodos superiores una presión de agua igual a cero.

Tabla 2.3-1 Características del suelo modelado

Relación de Poisson (ν)	Módulo de compresibilidad combinado (Q) (MPa)	Permeabilidad (k) (m/s)
0.0	8546	1E-06

Se ve una pequeña diferencia en las presiones disipadas, las cuales se pueden disminuir variando los valores de permeabilidad dentro del mismo orden de magnitud, lo cual es aceptable dada la precisión al determinar este parámetro.

2.4 ESTABILIDAD DEL ALGORITMO

En la malla soporte que comúnmente se utiliza en el MPM se utilizan las mismas funciones de forma bilineales del elemento cuadrático lineal del método de los elementos finitos y por lo tanto los elementos que componen la malla sufren de los mismos inconvenientes. Estos inconvenientes incluyen: bloqueo volumétrico de la solución para materiales cuasi-incompresibles cuando se utilizan cuatro partículas por celda, que es similar a utilizar 4 puntos de integración en el Método de los

Elementos Finitos, bloqueo de corte (shear locking), inestabilidad de presiones para problemas cuasi-incompresibles y de baja permeabilidad, y la aparición de modos de energía nula (hourglassing) cuando se utiliza una partícula por celda, que en el MEF es similar al uso de un punto de integración.

Además de esto, existen inestabilidades propias por el movimiento de las partículas entre las celdas.

2.4.1 Inestabilidad por partículas que cambian de celda

La formulación del MPM original tiene el inconveniente de generar “ruido” en la solución (Banderhagen, 2004) al producirse el pasaje de una partícula desde una celda a otra. Este ruido se debe a la discontinuidad del gradiente de las funciones de interpolación de las velocidades que intervienen en el cálculo de las fuerzas internas.

Una partícula que transporta una tensión determinada y que genera fuerzas internas en los nudos de una celda en el instante \mathbf{k} de la solución, en el instante $\mathbf{k}+1$, puede desaparecer de la celda y pasar a la siguiente. Cuando esto sucede, en los nudos comunes entre las celdas el aporte de fuerza interna de la partícula cambia de sentido, para la misma tensión en la partícula, por el cambio de signo del gradiente de la función de interpolación. Además durante la solución ocurre que el número de partículas que se encuentran en celdas vecinas puede ser diferente y por lo tanto aun con un campo de tensión constante se genera un gradiente artificial de tensiones si no se tiene en cuenta el cambio de densidad media de las celdas. Estos inconvenientes de la formulación original del MPM han sido subsanados con un método denominado GIMP (generalized interpolation material point method) (Banderhagen, 2004) en el que la masa de la partícula se supone distribuida y no concentrada en un punto permitiendo continuidad de los gradientes de las funciones de interpolación y una transición suave de las fuerzas internas de las celdas a medida que la partícula se mueve entre estas.

La inestabilidad de la solución asociada a este efecto puede ser admisible para problemas en donde la cantidad de movimiento es elevada pero no lo es para el caso de problemas cuasi-estáticos o de muy bajas velocidades del conjunto de las partículas.

En el código empleado, para solucionar esto, se considera que en cada la celda la tensión es constante y corresponde al promedio de las tensiones de las partículas que en el instante \mathbf{k} se encuentran en la celda. En este caso las fuerzas internas se

pueden obtener de forma similar que el método de los elementos finitos cuando en los cuadriláteros bilineales se utiliza un punto de integración, es decir se utiliza la tensión promedio de las partículas que se encuentran en la celda y el gradiente calculado en el centro de la celda para obtener las fuerzas internas en los nudos.

Por otro lado debe considerarse que cuando se encuentran más o menos partículas en una celda que la cantidad original de partículas por celda, la densidad media de la celda aumenta o disminuye y por lo tanto las fuerzas internas debidas al aporte de esa celda y calculadas con la ecuación (II.1.17) se pueden aproximar de la siguiente forma:

$$f_{i-celda}^{int,k} = - \sum_{P=1}^{N_{P-celda}^k} m_p G_{iP}^k S_P^k = - \sum_{P=1}^{N_{P-celda}^k} m_p G_{iP}^k \frac{\sigma_P^k}{\rho_{celda}^k} = \sum_{P=1}^{N_{P-celda}^k} G_{iP}^k \sigma_P^k \frac{V_{celda}}{N_{P-celda}^k} \quad \text{II.2.32}$$

$$\rho_{celda}^k = \frac{N_{P-celda}^k m_p}{V_{celda}}$$

ρ_{celda}^k Densidad media en la celda en el paso k

$N_{P-celda}^k$ Número de partículas en la celda para el paso k

V_{celda} Volumen de la celda. (Fijo)

Los gradientes en correspondencia con la posición de cada partícula pueden aproximarse con el gradiente en el centro del elemento. Utilizar un gradiente constante para todo el elemento es equivalente al procedimiento de promediar la tensión de las partículas que se encuentren en una celda.

2.4.2 Pérdida en las condiciones de contorno

Las condiciones de contorno impuestas sobre la malla desaparecen cuando la partícula ubicada en la celda con los nodos de contorno cambia a otra celda. Al perder la condición, en el caso de ser una fuerza externa, la partícula sufre una “descarga” e intenta regresar a la celda donde se encontraba originalmente, creando con esto un ciclo salida y regreso en la celda con condiciones contorno impuestas.

Para solucionar este problema, se aplican las condiciones de contorno sobre un material elástico adicional al sólido a analizar, por ejemplo las cargas externas se aplican sobre una zapata rígida y no directamente sobre el suelo, y las partículas

que forman este material se regresan en cada instante de tiempo a su posición original.

2.4.3 Celdas al interior del sólido sin partículas

Cuando analizamos problemas de grandes deformaciones, existe la posibilidad de que se generen celdas “vacías” al interior del sólido deformado, creando con esto discontinuidad en las tensiones que genera problemas numéricos.

Para solucionar esto, se ha incorporado al algoritmo, la posibilidad de crear “partículas invisibles” cuando ocurre este problema, estas partículas tienen una masa despreciable para no afectar la conservación de la masa, pero garantiza que la celda entre en el análisis durante el intervalo de tiempo, y dar continuidad en deformaciones y tensiones. Una vez que alguna partícula real, ingresa a la celda, esta “partícula invisible” es desechada.

2.4.4 Estabilidad de la solución acoplada

Es conocido que las aproximaciones mixtas presión desplazamiento sufren de problemas de inestabilidad del campo de presiones si no se cumple con la condición de Babuska-Brezzi. Esta impone que un elemento, en el contexto del marco del Método de los Elementos Finitos, es estable si el número de grados de libertad utilizados para interpolar las presiones es menor que el utilizado para interpolar los desplazamientos. Por ejemplo resultan estables sin procedimientos especiales de estabilización los elementos que utilizan ocho nudos para interpolar los desplazamientos y cuatro para las presiones.

2.5 AMORTIGUAMIENTO ADAPTABLE

Al ser el MPM un método dinámico, es necesario introducir un amortiguamiento para alcanzar la solución real con un menor uso de tiempo computacional. El tipo de aproximación dinámica utilizado para la solución de problemas estáticos se denomina “relajación dinámica”. Existen varios códigos que la utilizan como base para la solución de problemas pseudo estáticos a partir de esquemas dinámicos explícitos.

Para obtener durante el proceso en forma automática y adaptable una estimación de la primera frecuencia propia del sistema se puede utilizar el cociente de Raleigh (Metzger 2003).

$$\omega_1 = \frac{\Delta u^T K \Delta u}{\Delta u^T M \Delta u} \quad \text{II.2.33}$$

Como en la versión explícita del MPM no formamos la matriz de rigidez tangente podemos calcular:

$$K \Delta u = F_{int}^k - F_{int}^{k-1} \quad \text{II.2.34}$$

Utilizando el incremento del vector de velocidades en lugar del de desplazamientos:

$$\omega_1 = \frac{\Delta v^T (F_{int}^k - F_{int}^{k-1}) / \Delta t}{\Delta v M \Delta v} \quad \text{II.2.35}$$

Para un amortiguamiento del 100% $\alpha = 2\omega$. En el código GEOPART se ha implementado un procedimiento de relajación dinámica adaptable utilizando esta estimación de la primera frecuencia propia.

Este amortiguamiento que es proporcional a la masa se aplica a todas las partículas del dominio, particularmente amortigua el incremento de cantidad de movimiento.

2.6 REFERENCIAS

Bardenhagen, S. G., E. M. Kober. Issn 1526-1492. 2004. The Generalized Interpolation Material Point Method. Computer Modeling in Engineering & Sciences. 5(6), pp 477-95.

Belytschko T., Lu Y. Y., Gu L. (1994). Element-free Galerkin method. International Journal for Numerical Methods in Engineering 37, pp. 229-256.

Biot M. A., (1941). General theory of three dimensional consolidation. J. Appl. Phys. 12, 155-164

Brannon R., Chen Z., "An Evaluation of the Material Point Method", SAND Report SAND2002-0482, Sandia Laboratories, 2002.

Cummins, S. J., J. U. Brackbill. Issn 0021-9991. 2002. An Implicit Particle in Cell Method for Granular Materials. Journal of Computational Physics. 180(2), pp 506-48.

Cundall, P. A. Strack, O. D. L. 1979. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29:47–65.

Gingold R. A., Monaghan (1977). Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol 181, pp:375-389.

Guilkey, J. E., J. A. Weiss. Issn 0029-5981. 2003. Implicit Time Integration for the Material Point Method: Quantitative and Algorithmic Comparisons with the Finite Element Method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 57(9), pp 1323-38.

Idelsohn S. I., Oñate E., Del Pin (2003). A Lagrangian meshless finite element method applied to fluid–structure interaction problems. *Computers and Structures* 81, 655–671.

Metzger, D. R. Issn 0029-5981. 2003. Adaptive Damping for Dynamic Relaxation Problems with Non-Monotonic Spectral Response. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 56(1), pp 57-80.

Monaghan J. J., (1988). An introduction to SPH. *Comput Phys Commun* 48, pp. 89-96.

Schreyer H. L., Sulsky D., Zhou S-J (1995). Application of a particle-incell method to solid mechanics. *Comput. Phys. Commun.*, v. 87, p. 236-252.

Sulsky, D., Chen, Z., Schreyer, H. L. 1994. A particle method for history-dependent materials. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 118(1): 179–196.

Sulsky, D. & Schreyerb, H. L. 1996. Axisymmetric form of the material point method with applications to upsetting and Taylor impact problems. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 139(1–4): 409–429.

Sulsky, D., A. Kaul. Issn 0045-7825. 2004. Implicit Dynamics in the Material-Point Method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 193(12), pp 1137-1170.

Vermeer P. A., Beuth L. & Benz T. A. (2008). Quasi-static method for large deformation problems in geomechanics. *The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG) Goa, India.*

Zabala, F., Rodari R., Oldecop L., 2004 ISSN 1806-3985. Localización de deformaciones en estructuras utilizando el Metodo del Punto Material. Revista Engenharia Estrutural. UPF.

Zienkiewicz O. C., Chang C. T. & Bettess P. (1980). Drained, undrained, consolidating and dynamic behaviour assumptions in soils. Géotechnique 30, No. 4, 385-395.

Zienkiewicz O.C., Shiomi T., (1984). Dynamic behavior of saturated porous media: the generalized Biot formulation and its numerical solution, Int. J. Numer. Anal. Methods Geo-mech. 8, 71-96.

Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., 2004. "El Método de los Elementos Finitos (Vol. 1)", 5º ed.

CAPÍTULO 3

EFFECTOS DEL CAMBIO EN LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN EN LA RESISTENCIA DEL SUELO "RATE EFFECTS"

3.1 INTRODUCCIÓN

En taludes y presas sobre suelos blandos, uno de los mayores problemas a tener en cuenta son las grandes deformaciones que se pueden llegar a presentar aun cuando el factor de seguridad está en valores aceptables. Lo cual indica que la resistencia del suelo es suficiente para dar estabilidad, pero el estado tensional es tan alto que la deformación del suelo depende de la velocidad de aplicación de la misma. Por esto es importante controlar los movimientos de la masa de suelo, definiendo límites para la velocidad de construcción y teniendo en cuenta factores adicionales como la variación del nivel freático, la erosión del suelo y otros factores externos.

En algunos deslizamientos de laderas y ensayos de laboratorio sobre suelos arcillosos se aprecia un efecto de variación en la resistencia residual debido a cambios en la velocidad de deformación (La Gatta 1970, Wedage 1995), este efecto puede ser despreciable si el cambio en la velocidad de deformación está por debajo de un valor límite (Skempton 1985).

3.2 DEFINICIÓN DEL CONCEPTO DE "RATE EFFECTS"

La deformación por "*Creep*" en deslizamientos se puede asociar a los efectos del cambio en la velocidad de deformación sobre la superficie de fluencia (**Figura 3.2-1**). Se puede determinar de manera directa el ángulo de fricción mediante ensayos de corte directo o corte angular que muestran el incremento de este a mayor velocidad de corte.

La **Figura 3.2-2** muestra resultados de laboratorio realizados sobre una arcilla de alta plasticidad en Alberta, Canada. (Wedage et al. 1998b). Otros investigadores han realizado ensayos de laboratorio con resultados similares. (La Gatta 1970, Skempton et al. 1967), mientras otras investigaciones muestran que el aumento de la resistencia por incremento en la velocidad de deformación puede ser

despreciado en suelos con bajo contenido de arcilla. (Skempton 1985, Lupini et al. 1981, Salt 1988)

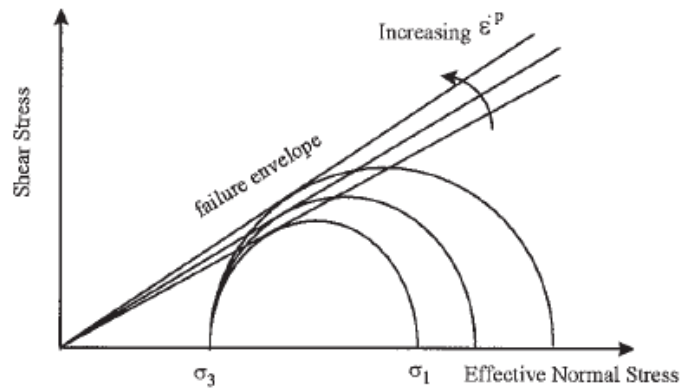


Figura 3.2-1 Representación de Mohr para materiales con superficie de fluencia dependiente de la velocidad de deformación. (Wedage et al. 1998)

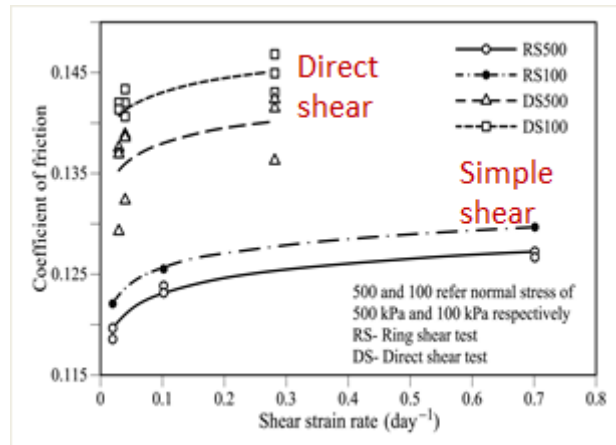


Figura 3.2-2 Coeficiente de fricción vs velocidad de deformación de corte. (Wedage et al. 1998b)

Los efectos de la velocidad de deformación sobre la resistencia del suelo se han sido particularmente estudiados para el comportamiento pico, pero se puede extender para el comportamiento residual, en grandes deformaciones. La **Figura 3.2-3** muestra este efecto para los estados de resistencia pico y residual a diferentes velocidades de deformación.

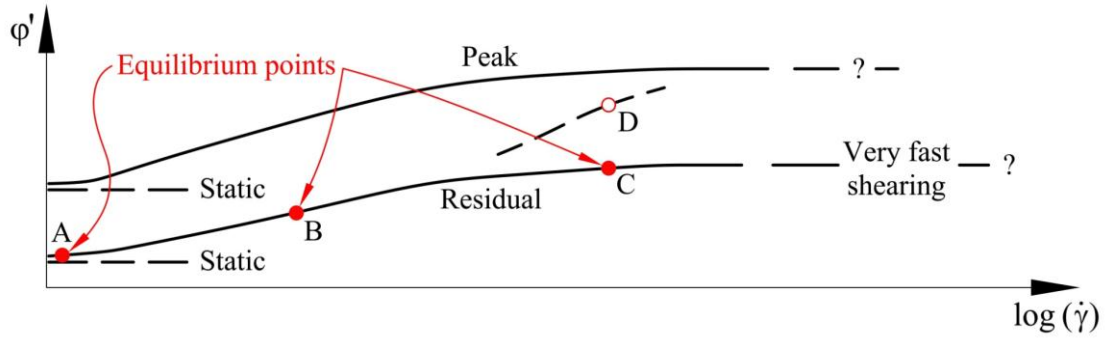


Figura 3.2-3 Ángulo de fricción pico y residual a diferentes velocidades de deformación. (Alonso 2012)

Es importante hacer notar que el comportamiento del ángulo de fricción para velocidades de deformación muy altas no hay sido clarificado, sería interesante conocer este comportamiento y verificar su conexión con el estado inicial de los deslizamientos rápidos donde es posible que los efectos térmicos aparezcan (Alonso et al. 2010) y se tenga un comportamiento acoplado con los "rate effects".

Estos cambios en la velocidad de deformación son posibles por la velocidad de construcción de diques y presas sobre suelos blandos (Wedage et al. 1998b), también por variaciones en el nivel freático (Corominas et al. 2005), o por otros factores externos como la erosión.

3.3 CONCEPTO FÍSICO de los "RATE EFFECTS"

Entendiendo el concepto de fricción según los trabajos de Bowden & Tabor (1964) o Mitchell (1976) como se muestra en la **Figura 3.3-1** la superficie de deslizamiento se establece como un numero finito puntos en contacto donde el área total está dada por la suma de las áreas de los contactos (Ecuación III.3.1). Estos puntos de contacto a su vez, son zonas donde se desarrolla la fuerza de adhesión τ_c a nivel molecular.

$$A = \sum a_i \quad \text{III.3.1}$$

$$\sigma A = \sigma_c A_c \quad \text{III.3.2}$$

$$\tau A = \tau_c A_c \quad \text{III.3.3}$$

Combinando las ecuaciones III.3.2 y III.3.3 tenemos obtenemos la ley de fricción clásica (Ecuación III.3.4):

$$\tau = \sigma \frac{\tau_c}{\sigma_c} \quad \text{III.3.4}$$

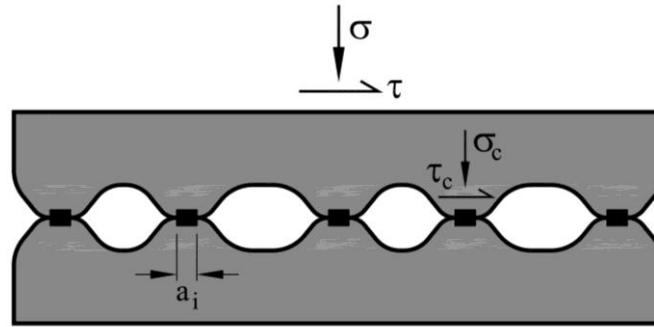


Figura 3.3-1 Ilustración del concepto de fricción

Se plantea la hipótesis de que los puntos en contacto se deforman a una velocidad y se propone que la velocidad de deformación cortante está dada por la ecuación **III.3.5**.

$$v = v_1 e^{-E/RT} \quad \text{III.3.5}$$

Donde **E** es la energía de activación, **T** es la temperatura absoluta, **R** es la constante de gas y **v1** es la velocidad cortante de referencia cuando no se aplica energía de activación. La energía de activación **E** se entiende como la energía necesaria para que los puntos en contacto tengan una velocidad de corte **v**.

Entendiendo la tensión como la energía por unidad de volumen, la Ecuación **III.3.6** es una medida de la energía asociada a τ_c y Ω_c es el volumen de puntos de contacto activados.

$$\tau_c \Omega_c \quad \text{III.3.6}$$

Se propone entonces que:

$$E = E_1 - \tau_c \Omega_c \quad \text{III.3.7}$$

Despejando τ_c de la ecuación **III.3.7**, **E** de la ecuación **III.3.5** y reemplazando en la ecuación **III.3.4** obtenemos que:

$$\tau = \sigma \left[\frac{E_1}{\Omega_c \sigma_c} + \frac{RT}{\Omega_c \sigma_c} \ln \frac{v}{v_1} \right] \quad \text{III.3.8}$$

La ecuación **III.3.8** predice un incremento de la fricción con la velocidad de corte y el término $\frac{E_1}{\Omega_c \sigma_c}$ se entiende como el coeficiente de fricción de referencia.

3.4 MODELO CONSTITUTIVO ADOPTADO

Se ha trabajado con el modelo constitutivo propuesto por Wedage et al. (1998), donde se sugiere que la relación entre la resistencia al corte y la velocidad de deformación se puede representar por una función bilineal que relaciona la resistencia del suelo con el logaritmo neperiano de la velocidad de deformación, como se plantea en la ecuación III.4.1.

$$\tau = \sigma_n \tan \varphi_0 \left(1 + b \ln \frac{\dot{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0^p} \right) \text{ cuando } \dot{\varepsilon}^p \geq \dot{\varepsilon}_0^p \quad \text{III.4.1}$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \left(\frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{ij}^P \dot{\varepsilon}_{ij}^P \right)^{1/2} \quad \text{III.4.2}$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^P = \dot{\varepsilon}_{ij}^P - \frac{\dot{\varepsilon}_{kk}^P}{3} \delta_{ij}$$

El suelo se considera como un material homogéneo, isotrópico y elástico lineal antes de la fluencia, en el que la superficie de fluencia a valores pequeños de velocidad de deformación permanece constante (Superficie de fluencia estática), pero al incrementar la velocidad de deformación, esta superficie se expande debido a un efecto de "rate-hardening".

La superficie de fluencia estática para un material elasto plástico requiere que $f(\sigma_{ij}) = 0$, mientras que la superficie de fluencia del material con dependencia de la velocidad de deformación es $F(\sigma_{ij}, \dot{\varepsilon}_P) = 0$.

Considerando el criterio de Mohr-Coulomb para problemas bidimensionales que está dado por la ecuación III.4.3.

$$F = \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} + \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \frac{\tan \varphi}{(1 + \tan^2 \varphi)^{1/2}} = 0 \quad \text{III.4.3}$$

$$\tan \varphi = \tan \varphi_0 \text{ cuando } \dot{\varepsilon}^p < \dot{\varepsilon}_0^p \quad \text{III.4.4}$$

$$\tan \varphi = \tan \varphi_0 \left(1 + b \ln \frac{\dot{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0^p} \right) \text{ cuando } \dot{\varepsilon}^p \geq \dot{\varepsilon}_0^p \quad \text{III.4.5}$$

En términos de los invariantes \mathbf{q} y \mathbf{p} , en el espacio tridimensional de tensiones \mathbf{f} y \mathbf{F} están dadas por las ecuaciones III.4.6 y III.4.7.

$$f(\sigma_{ij}) = q + p \tan \alpha_0 \quad \text{III.4.6}$$

$$F(\sigma_{ij}, \dot{\epsilon}_p) = q + p \tan \alpha \quad \text{III.4.7}$$

$$p = \frac{\sigma_{ii}}{3} \quad \text{III.4.8}$$

$$q = \frac{1}{2^{1/2}} (S_{ij} S_{ij})^{1/2} \quad \text{III.4.9}$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{\sigma_{kk}}{3} \delta_{ij} \quad \text{III.4.10}$$

$$\tan \alpha = \sin \varphi \quad \text{III.4.11}$$

Para garantizar continuidad en la deformación plástica se requiere que:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\epsilon}^p} \ddot{\epsilon}^p = 0 \quad \text{III.4.12}$$

De las ecuaciones III.4.5, III.4.7 y III.4.11 se puede mostrar que:

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{\epsilon}^p} = \frac{pb \tan \varphi_0}{\dot{\epsilon}^p} (1 + \tan^2 \varphi)^{-3/2}$$

Asumiendo que los incrementos de tensión son resultado de un incremento de deformación.

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}^e (\dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\epsilon}_{kl}^p) \quad \text{III.4.13}$$

Donde tenemos de la regla de flujo que:

$$\dot{\epsilon}_{kl}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \quad \text{III.4.14}$$

La función del potencial plástico se define de tal manera que durante las deformaciones plásticas no hay cambio de volumen. De las ecuaciones III.4.2 y III.4.14, tenemos que:

$$\dot{\varepsilon}^p = \left(\frac{1}{2} \left(\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right) \left(\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right) \right)^{1/2} \quad \text{III.4.15}$$

$$\lambda = \dot{\varepsilon}_p / \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right) \right]^{1/2} \quad \text{III.4.16}$$

Combinando las ecuaciones III.4.14 y III.4.16

$$\dot{\varepsilon}_{kl}^p = \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \quad \text{III.17}$$

De las ecuaciones III.4.12, III.4.13 y III.4.17

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e \left(\dot{\varepsilon}_{kl} - \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right) - \left(-\frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}^p} \right) \ddot{\varepsilon}^p = 0 \quad \text{III.4.18}$$

$$\left(-\frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}^p} \right) \ddot{\varepsilon}^p + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2}} \right) = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e \dot{\varepsilon}_{kl} \quad \text{III.4.19}$$

La ecuación III.4.19 es una ecuación diferencial no lineal de primer orden de $\dot{\varepsilon}_p$ de la forma:

$$\ddot{\varepsilon}^p + \left(\frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}}}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2} \left(-\frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}^p} \right)} \right) \dot{\varepsilon}_p = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e \dot{\varepsilon}_{kl}}{\left(-\frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}^p} \right)} \quad \text{III.4.20}$$

Sustituyendo una solución aproximada para $\dot{\varepsilon}_p$ en la ecuación III.4.17

$$\dot{\varepsilon}_{kl}^p = \left[A - \left(A - \frac{\dot{\varepsilon}_l^p}{C} \right) e^{Bt} \right] \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \quad \text{III.4.21}$$

Donde e denota exponencial, $\dot{\varepsilon}_l^p$ es la velocidad de deformación plástica al inicio del intervalo de tiempo, y A , B y C se definen en las ecuaciones III.4.21a, III.4.21b y III.4.21c.

$$A = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \dot{\varepsilon}_{mn}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}} \quad \text{III.4.21a}$$

$$B = - \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2} \left(- \frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}^P} \right)} \quad \text{III.4.21b}$$

$$C = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2} \quad \text{III.4.21c}$$

Reemplazando en la ecuación III.4.13

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}^e \dot{\varepsilon}_{kl} - \left\{ \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \dot{\varepsilon}_{mn}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}} - \left(\frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \dot{\varepsilon}_{mn}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}} - \frac{\dot{\varepsilon}_i^P}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2}} \right) e^{-\left(\frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2} \left[\frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}^P} \right]} \right) t} \right\} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \quad \text{III.4.2}$$

Escribiendo de forma incremental en un intervalo Δt y agrupando términos se tiene:

$$d\sigma_{ij} = \left[C_{ijmn}^e - \frac{C_{ijmn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}} \left\{ 1 - e^{-\left(\frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2} \left[\frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}^P} \right]} \right) \Delta t} \right\} \right] d\varepsilon_{mn} \quad \text{III.4.23}$$

$$- C_{ijmn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \left(\frac{\dot{\varepsilon}_i^P \Delta t}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2}} \right) e^{-\left(\frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2} \left[\frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}^P} \right]} \right) \Delta t}$$

La ecuación III.4.22 relaciona el cambio en tensiones en términos del cambio en la deformación total para un intervalo de tiempo. El segundo término representa la deformación que no depende de la velocidad de deformación (teoría clásica) y el tercer término representa los efectos dependientes de la velocidad de deformación.

La ecuación III.4.23 consiste de dos partes:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijmn}^{EPR} d\varepsilon_{mn} + d\sigma_{ij}^r \quad \text{III.4.24}$$

Dónde:

$$C_{ijmn}^{EPR} = \left[C_{ijmn}^e - \frac{C_{ijmn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}} \left\{ 1 - e^{-\left(\frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2} \left[\frac{\partial F}{\partial \dot{\epsilon}^p} \right]} \right) \Delta t} \right\} \right] \quad \text{III.4.24a}$$

$$d\sigma_{ij}^r = -C_{ijmn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \left(\frac{\dot{\epsilon}_i^p \Delta t}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2}} \right) e^{-\left(\frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} C_{\alpha\beta mn}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right]^{1/2} \left[\frac{\partial F}{\partial \dot{\epsilon}^p} \right]} \right) \Delta t} \quad \text{III.4.24b}$$

La ecuación **III.4.24a** es la matriz constitutiva elasto plástica con dependencia de la velocidad de deformación que relaciona el cambio en tensiones con el cambio en deformaciones. Esta matriz se reduce a la matriz constitutiva elasto plástica clásica cuando los "rate effects" son cero. $\left[\frac{\partial F}{\partial \dot{\epsilon}^p} \right] = 0$

Según este modelo, estados de tensión fuera de la superficie de fluencia estática son posibles debido a que la velocidad de deformación plástica no es cero. Lo cual corresponde con las hipótesis básicas de la teoría de visco plasticidad clásica (Perzyna 1963), en la cual la velocidad de deformación plástica es una función del exceso de tensiones sobre la superficie de fluencia estática.

La ecuación **III.4.24b** es el cambio en tensión debido a la velocidad de deformación inicial.

3.5 COMPORTAMIENTO DE LA SUPERFICIE DE FLUENCIA

En teorías donde la resistencia depende de la velocidad de corte, la superficie de fluencia en el espacio de tensiones depende de la velocidad de deformación. Como la velocidad de deformación plástica es una función de la respuesta del material ante esfuerzos aplicados, entonces puede ser considerada una variable interna.

La superficie de fluencia estática y la dependiente de la velocidad de deformación tienen comportamientos diferentes, cuando el estado tensional llega al punto de fluencia inicial (superficie de fluencia estática), el material está en estado plástico. Si $\dot{\epsilon}_p$ es cero o muy pequeño en este momento no ocurren deformaciones plásticas aun cuando se está sobre la superficie de fluencia inicial. Si se produce un estado

tensional que atravesara la superficie de fluencia, esta se expenderá de acuerdo a $F(\sigma_{ij}, \dot{\epsilon}_p) = 0$.

La **Figura 3.5-1**. Muestra la superficie de fluencia inicial o estática f , y dos superficies de fluencia F_1 y F_2 para diferentes velocidades de carga. Después de atravesar la superficie de fluencia estática (f), esta se expande según la velocidad de deformación actual (F_1), luego, si la velocidad de deformación decrece, la superficie de fluencia se reducirá (F_2).

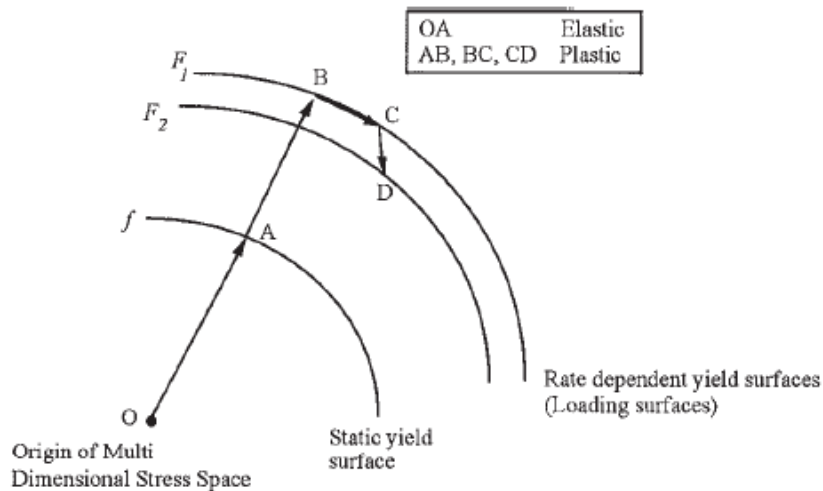


Figura 3.5-1 Comportamiento de la superficie de fluencia estática y con dependencia de la velocidad de deformación

3.6 ALGORITMO DE CÁLCULO

Como se mencionó, para implementar el modelo constitutivo, no fue necesario modificar la formulación básica ni acoplada del MPM. Se implementó como un modelo constitutivo adicional, que requería algunos parámetros adicionales y modificaciones en la aplicación de condiciones de contorno para lograr simular los casos de estudio planteados.

Debido a la no linealidad entre las tensiones y deformaciones, en un análisis numérico estas son calculadas en incrementos, un incremento de tensión debido a un incremento de deformación se puede calcular de la siguiente manera:

[1] Calcular el incremento de deformación total $d\epsilon_{ij}$.

[2] Calcular $d\sigma_{ij}^E = C_{ijkl}^E d\epsilon_{kl}$

[3] Chequear si $f(\sigma_{ij} + d\sigma_{ij}^E) = 0$

[4] Si $f(\sigma_{ij} + d\sigma_{ij}^E) > 0$ Calcular $\dot{\epsilon}_P$

[5] Chequear si $F(\sigma_{ij} + d\sigma_{ij}^E, \dot{\epsilon}_P) = 0$

[6] Si $F(\sigma_{ij} + d\sigma_{ij}^E, \dot{\epsilon}_P) > 0$ determinar el intervalo de fluencia R

$$F(\sigma_{ij} + Rd\sigma_{ij}^E, \dot{\epsilon}_P) = 0 \quad 0 \leq R \leq 1$$

[7] Calcular el incremento de tensión elástico

$$d\sigma_{ij}^E = C_{ijkl}^E R d\epsilon_{kl}$$

[8] Calcular el incremento de tensión plástico

$$d\sigma_{ij}^P = C_{ijkl}^{EPR} (1 - R) d\epsilon_{kl}$$

[9] Calcular $d\sigma_{ij}^r$

[10] Actualiza tensiones

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij} + d\sigma_{ij}^E + d\sigma_{ij}^P + d\sigma_{ij}^r$$

3.7 ESTABILIDAD DE LA SOLUCIÓN

Inicialmente el cálculo de la velocidad de deformación plástica a partir de las deformaciones plásticas instantáneas no permite alcanzar una solución estable. En la **Figura 3.7-1** se aprecia que visto de manera global, las deformaciones plásticas tienen una pendiente constante, pero si realizamos un análisis detallado de los incrementos de deformación plásticas en un incremento de tiempo, vemos que la pendiente presenta gran variación, como se aprecia en la imagen aumentada. Esta variación entre incrementos de tiempo consecutivos, produce problemas para el cálculo de la superficie de fluencia con dependencia de la velocidad de deformación.

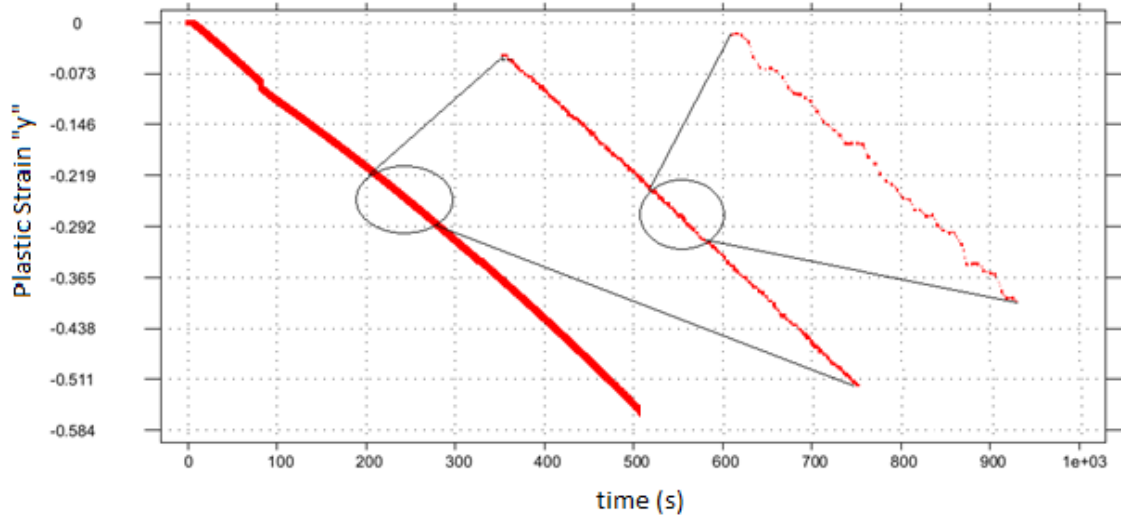


Figura 3.7-1 Comportamiento de la deformación plástica "Y" en una partícula para una compresión simple.

La **Figura 3.7-2** muestra los valores de velocidad de deformación plástica calculados sin aplicar algún procedimiento de estabilización. Se puede apreciar el cambio en la velocidad de deformación plástica entre intervalos de tiempo consecutivos, la cual no tiene un comportamiento estable.

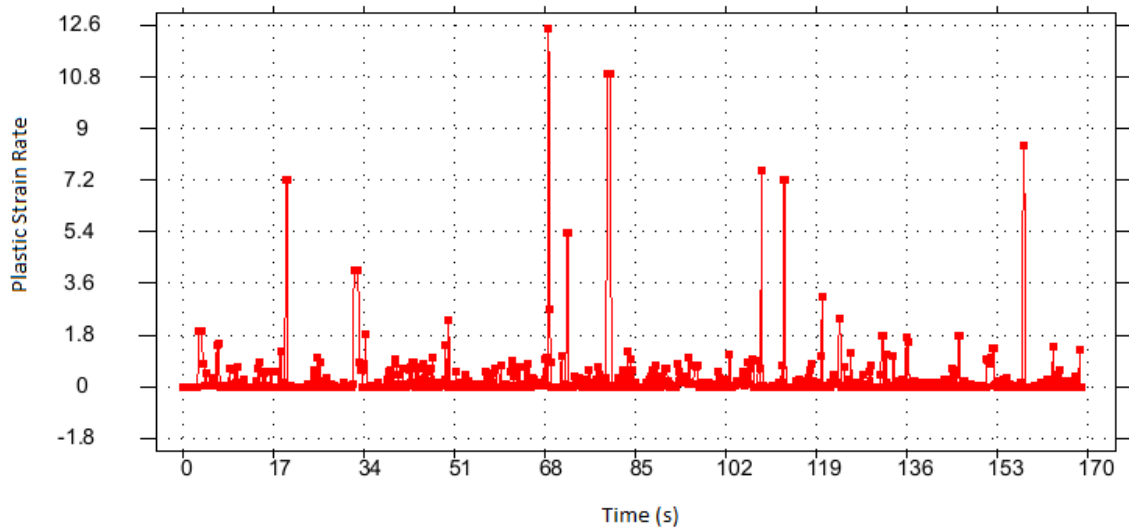


Figura 3.7-2 Velocidad de deformación en una partícula a partir de incrementos de deformación.

Aplicando una media móvil para calcular la velocidad de deformación, se toman los últimos 1000 incrementos de deformación plástica y se promedian, para obtener la velocidad de deformación plástica promedio.

La **Figura 3.7-3** muestra la velocidad de deformación plástica calculada con el promedio de los incrementos de deformación plástica, logrando con esto

estabilizar la velocidad de deformación y el cálculo del ángulo de fricción, evitando cambios fuertes en la velocidad de deformación que ocasionan problemas numéricos.

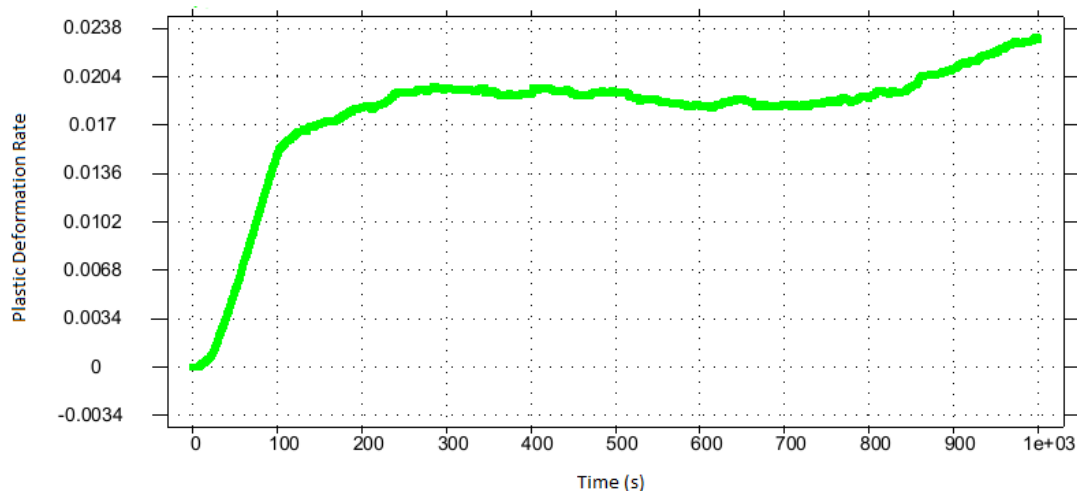


Figura 3.7-3 Velocidad de deformación en una partícula a partir del promedio de los últimos 1000 incrementos de deformación.

3.8 REFERENCIAS

Alonso, E. E., Pinyol, N. M. 2010. Criteria for rapid sliding I. A review of Vajont case. *Engineering Geology* 114(3-4): 198-210.

Alonso, E. E. 2012. Deformation analysis of landslides: progressive failure, rate effects and thermal interactions. 11th International Symposium on Landslides. "Landslides and Engineered Slopes: Protecting Society through Improved Understanding". Banff: CRC Press, 2012, p. 175-214.

Bowden, F.P., Tabor, D. 1964. *The friction and lubrication of solids, Part II*. London: Oxford University Press.

Corominas, J., Moya, J., Ledesma, A., Lloret, A., Gili, J. A. (2005). Prediction of ground displacements and velocities from groundwater level changes at the Vallcebre landslide. *Landslides* 2 -2005.

La Gatta, D.P. 1970. *Residual strength of clays and clay shales by rotation shear tests*. Harvard Soil Mechanics Series No. 86, Harvard University, Cambridge, Mass.

Lupini, J.F., Skinner, A.E., Vaughan, P.R. 1981. The drained residual strength of cohesive soils. *Géotechnique*, 31(2): 181-213.

Mitchell, James K. 1976. Fundamentals of Soil Behavior. John Wiley and Sons, New York, N.Y.

Perzyna, P. 1963. The constitutive equations for work hardening and rate sensitive plastic materials. In Proceedings, Vibration Problems, Warsaw, Vol. 3, No. 4, pp. 281 - 290.

Salt, G. 1988. Landslide mobility and remedial measures. In Proceedings of the 5th International Symposium on Landslides, Lausanne, Switzerland, 10-15 July, 1988. Edited by C. Bonnard. Vol. 1, pp.757-762.

Skempton, A.W., Petley, D.J. 1967. The strength along structural discontinuities in stiff clays. In proceedings of the Geotechnical Conference, Oslo. Norwegian Geotechnical Institute, Vol. 2, pp. 29-43.

Skempton, A.W. 1985. Residual strength of clays in landslides, folded strata and the laboratory. *Géotechnique*, 35(1): 3-18.

Wedage. A. M. P. 1995. Influence of rate effects on the residual strength of moving slopes. Ph. D. thesis, University of Alberta, Edmonton, Alta.

Wedage, A. M. P., Morgenstern, N. R. & Chand, D. H. 1998. A strain rate dependent constitutive model for clays at residual strength. *Can. Geotech. J.* 35: 284-298.

Wedage, A. M. P., Morgenstern, N. R. & Chand, D. H. 1998b. Simulation of time-dependent movements in Syncrude tailings dyke foundation. *Can. Geotech. J.* 35: 284-298.

Zabala, F., Rodari R., Oldecop L., 2004 ISSN 1806-3985 Localización de deformaciones en estructuras utilizando el Metodo del Punto Material. Revista Engenharia Estrutural. UPF.

CAPÍTULO 4

DESARROLLO DE CASOS DE ESTUDIO Y RESULTADOS

4.1 INTRODUCCIÓN

Para modelar los efectos de la velocidad de deformación sobre la resistencia del suelo se ha realizado tres casos de estudio empleando el Método del Punto Material. Un ensayo de compresión axial y un corte directo sobre una muestra de suelo confinado y una zapata rígida sobre un estrato de suelo horizontal. Para cada uno de estos ensayos, se realizan dos tipos de análisis, el primero con el modelo básico de Mohr Coulomb obteniendo un resultado base de comparación y luego empleando el modelo “*rate effects*” con diferentes velocidades de deformación.

La modelación de estas simulaciones fueron realizadas sobre el código GEOPART desarrollado en el Departamento de Ingeniería de Terreno, Cartográfica y Geofísica de la Universidad Politécnica de Cataluña (Zabala et al. 2004) para modelación de problemas geotécnicos hidromecánicos en dos dimensiones, mediante el Método del Punto Material.

Por cuestiones del tiempo computacional necesario para obtener resultados, se han realizado los modelos para suelo seco, ya que para realizar el análisis en condiciones saturadas, era necesario confinar las muestras y permitir la consolidación hasta la disipación total del exceso de presión de agua generado, antes de aplicar la velocidad de deformación desviadora. Como los “*rate effects*” son apreciables en suelos con alto contenido de material arcilloso (Skempton 1985, Lupini et al. 1981, Salt 1988), las permeabilidades que implicaría son muy pequeñas y los tiempos de consolidación muy elevados, que sumado al intervalo de tiempo máximo permitido para garantizar estabilidad de la solución, resulta en un consumo de tiempo computacional muy alto.

4.2 COMPRESIÓN SIMPLE

En una columna de suelo seco de 2 m de altura por 1 m de ancho confinado con 100kPa, con las restricciones de movimiento como muestra la **Figura 4.2-1**, se

aplica una velocidad de deformación vertical y se observa la tensión vertical máxima que alcanzan las partículas.

Para la aplicación de la velocidad de deformación, se agregan filas de celdas en la parte superior, simulando un material elástico rígido, en el que se impone un desplazamiento vertical. En el análisis se utiliza un incremento de tiempo de 0.001s y se grafican los datos cada 0.5s.

La **Tabla 4.2-1** muestra las características del suelo en el análisis realizado. Los valores para el análisis de "Rate Effects" han sido tomados según se sugiere por datos experimentales en Wedage et al. (1998).

Tabla 4.2-1 Características del suelo modelado.

E (MPa)	ρ (kg/m³)	c (kPa)	ϕ (°)	ϑ	b	$\dot{\epsilon}_0^P$
10	1000	0	8	0.4	0.019	0.00001

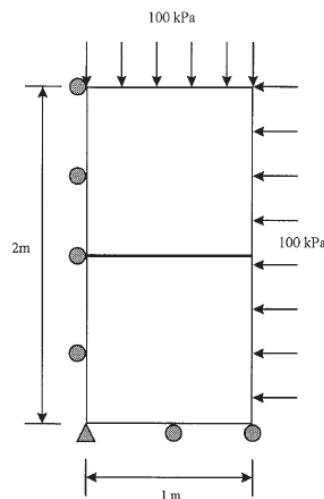


Figura 4.2-1 Esquema de columna de suelo en confinamiento analizado.

Inicialmente el problema se ha discretizado de tres formas diferentes como se muestra en La **Figura 4.2-2**, para conocer el efecto de la malla y de la cantidad de partículas sobre los resultados, se realiza el análisis con el modelo constitutivo de Mohr Coulomb clásico.

En el primer caso se ha utilizado un elemento de malla de 25 cm x 25 cm y una partícula por elemento. Para el segundo caso, se ha incrementado a cuatro partículas para el mismo elemento anterior y en el último caso se emplea un elemento de malla de 12,5 cm x 12.5 cm con una partícula por elemento.

Para realizar el análisis de los resultados, se compara la deformación, desplazamiento y tensiones en los tres casos, con una misma velocidad de deformación y en el mismo tiempo de análisis.

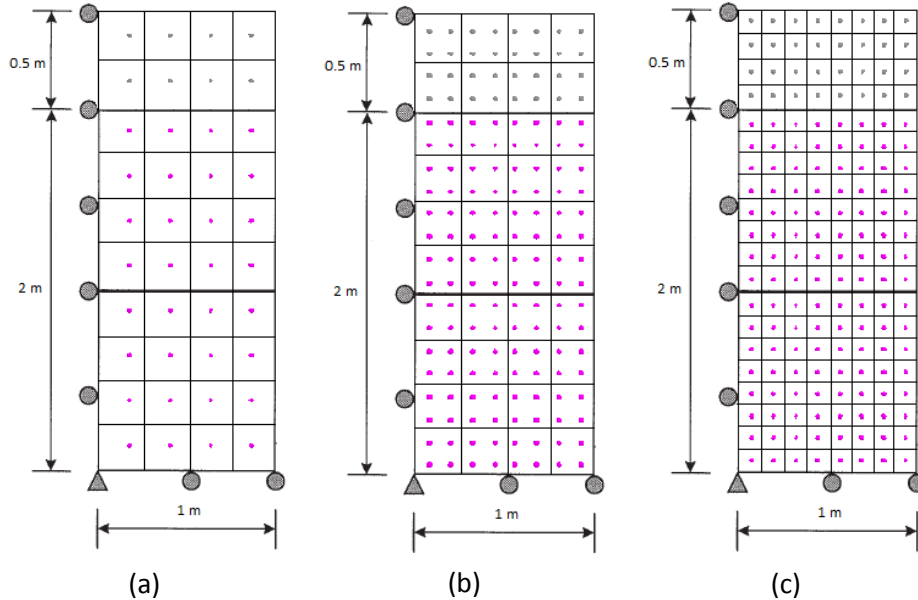


Figura 4.2-2 Discretización para el análisis.

(a) Caso 1: Una partícula por celda de $0.25 \times 0.25 \text{ m}^2$.

(b) Caso 2: Cuatro partículas por celda de $0.25 \times 0.25 \text{ m}^2$.

(c) Caso 3: Una partícula por celda de $0.125 \times 0.125 \text{ m}^2$.

En la **Figura 4.2-3** se observa la muestra deformada para los tres casos en el mismo intervalo de tiempo ($t=800\text{s}$), además se dan los rangos de valores de desplazamiento vertical. Se puede apreciar que las tres muestras se deforman igual, con la diferencia que en el segundo y tercer caso, al tener más partículas, estas se encuentran más cerca de los nodos y esto explica la variación en los valores máximos y mínimos. En el primer caso las partículas al estar ubicadas en el centro de la celda, están más alejadas del borde inferior ($12,5\text{cm}$) y esto les permite un desplazamiento mayor que en los otros dos casos donde la distancia al borde inferior es ($6,25\text{cm}$).

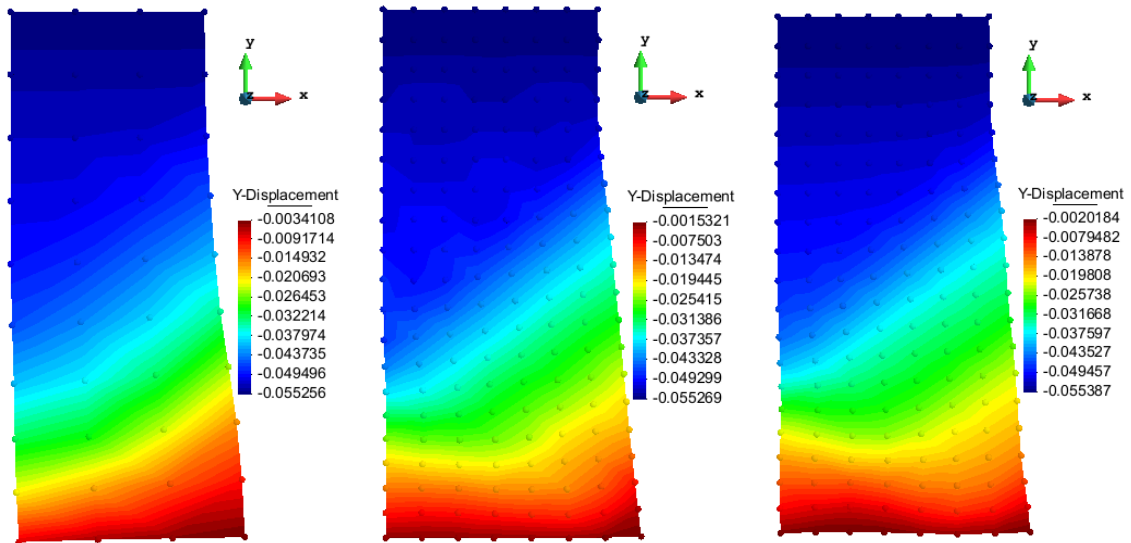


Figura 4.2-3 Desplazamiento vertical (m). (t=800s) (a) Caso 1. (b) Caso 2. (c) Caso 3.

La **Figura 4.2-4** muestra. En los tres casos las deformaciones son mayores en el borde inferior donde las partículas están restringidas de movimiento vertical por las condiciones de borde. En el caso 2 y caso 3, se aprecia más definida la superficie de falla según el criterio de Mohr Coulomb.

La **Figura 4.2-5** muestra las tensiones en la muestra, se puede observar que los valores de la tensión están en el mismo orden de magnitud para los 3 casos, las diferencias son del orden de 0.5 kPa, las cuales se pueden disminuir con un mayor tiempo de estabilización.

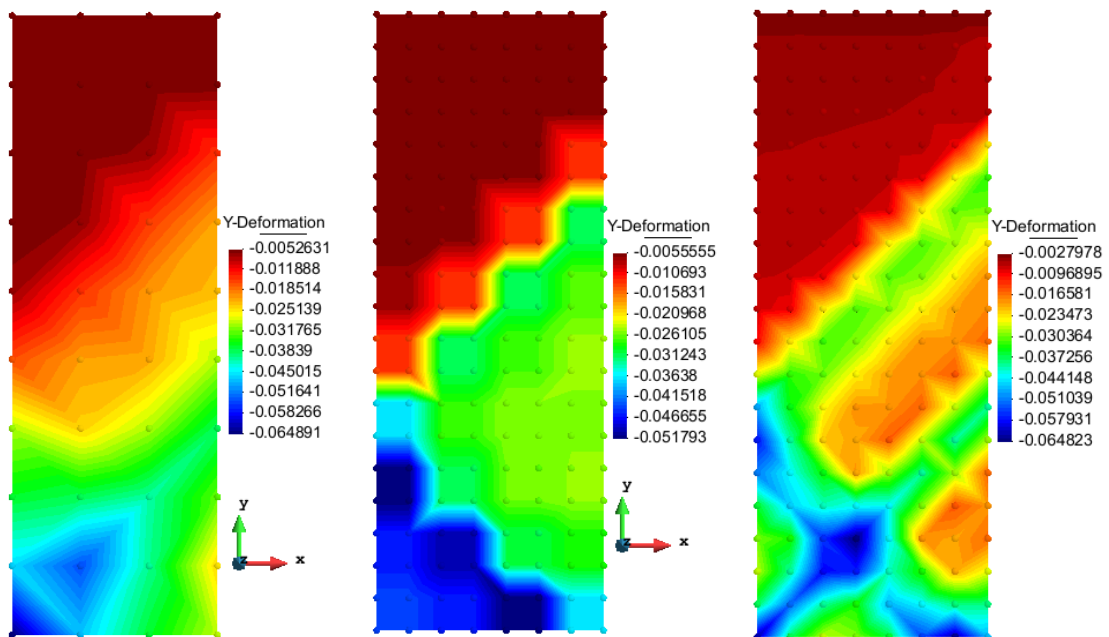


Figura 4.2-4 Deformación vertical. (t=800s) (a) Caso 1. (b) Caso 2. (c) Caso 3.

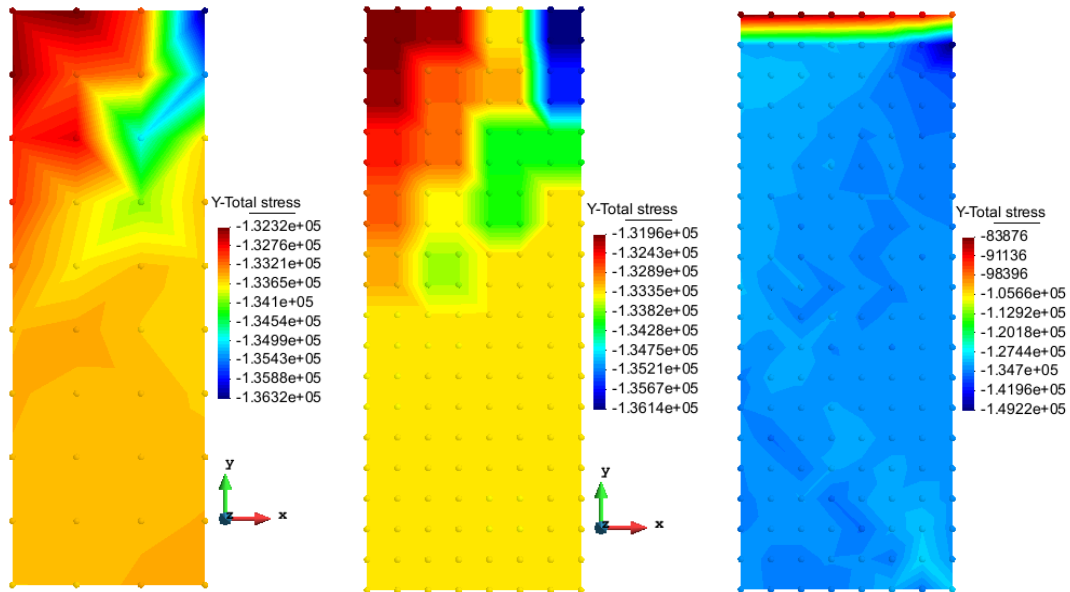


Figura 4.2-5 Tensión vertical (Pa). (t=800s) (a) Caso 1. (b) Caso 2. (c) Caso 3.

Se ha decidido trabajar con la primera discretización ya que la variación en los resultados no es significativa y además requiere un uso computacional mucho menor que los otros casos, donde al aumentar el número de partículas se suavizan los resultados. Con esta elección se facilita modelar más casos de análisis o variar parámetros para análisis de sensibilidad dado que se obtienen resultados en un menor tiempo. Se podría sugerir, que dado el caso que se opte por realizar un análisis con mayor número de partículas (mejor discretización), se recomienda el uso de una malla con elementos más pequeños que aumentar el número de partículas por celda. Se puede observar que en las tensiones y deformaciones, se obtiene una zona plana entre las partículas de una misma celda, lo cual no corresponde con la realidad.

Para analizar los efectos del cambio de velocidad de deformación sobre la resistencia del suelo, se utilizaron tres velocidades de aplicación de deformación vertical, para observar el comportamiento del suelo con el fin de comparar los resultados para cada velocidad y los obtenidos al analizar con el modelo constitutivo clásico de Mohr Coulomb.

La **Tabla 4.2-2** muestra las velocidades de deformación utilizadas para el análisis. Para los tres casos se trabaja con una partícula por celda de 0.25 m de alto por 0.25 m de ancho.

Tabla 4.2-2 Velocidades de deformación vertical aplicadas.

Δv_1	Δv_2	Δv_2
0.0001 m/día	0.0005 m/día	0.001 m/día

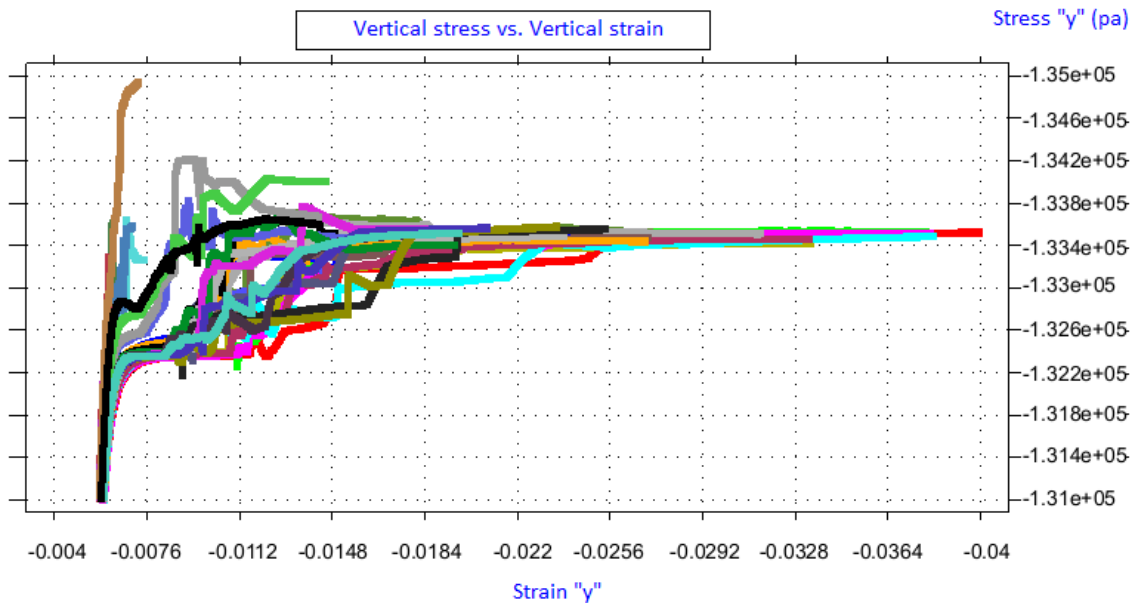
4.2.1 Tensión vertical máxima

La **Figura 4.2-6** y **Figura 4.2-7** muestran la tensión vertical máximo alcanzada en cada caso para todas las partículas que conforman la muestra de suelo. Se puede ver el incremento en la resistencia para cada valor de velocidad de aplicación. Se logra apreciar el incremento de deformación a tensión constante cuando se alcanza la fluencia del material. La **Tabla 4.2-3** muestra la tensiones máximas alcanzadas para cada caso de análisis.

El incremento en la resistencia es pequeño, varía desde un valor inicial de aproximadamente 133.5 kPa para el Mohr Coulomb clásico, hasta 136 kPa para la máxima velocidad de deformación vertical aplicada. Lo cual corresponde con el rango de los resultados presentados en Wedage et al. (1998), donde se analiza este mismo caso, por medio del Método de los Elementos Finitos. (**Figura 4.2-8**).

Tabla 4.2-3 Tensión vertical máxima para cada modelo

Mohr Coulomb	Δv_1	Δv_2	Δv_2
133.5kPa	134kPa	135kPa	136kPa



(a)

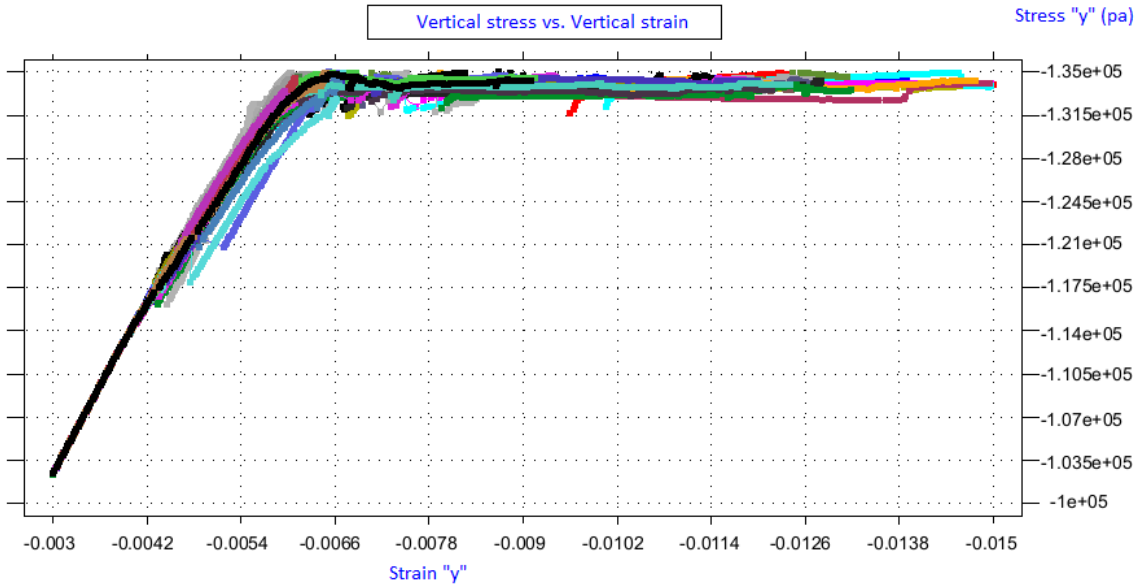
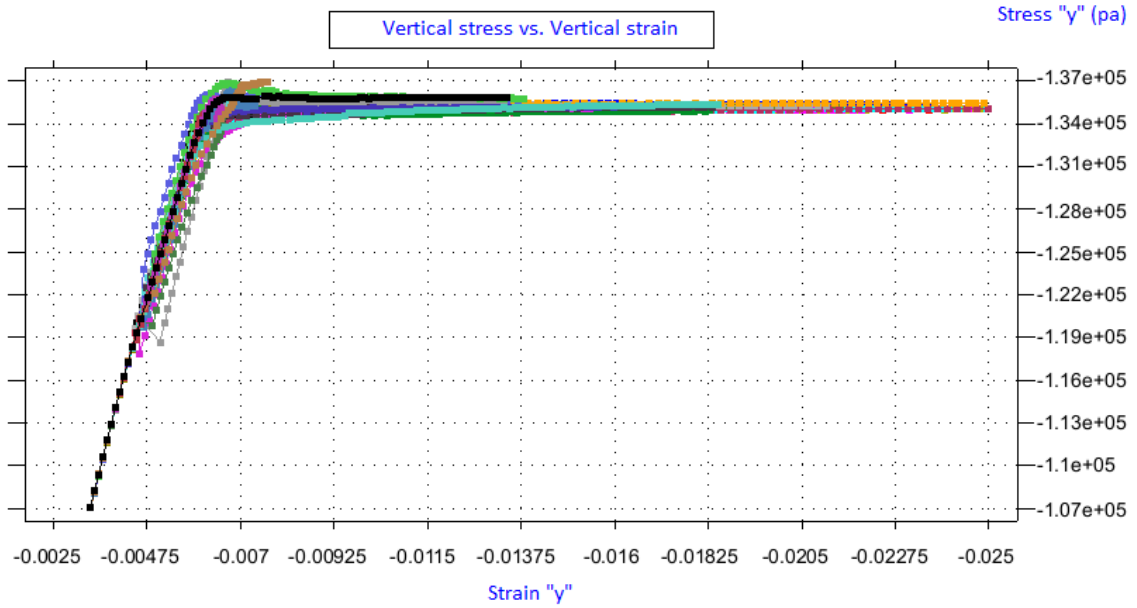
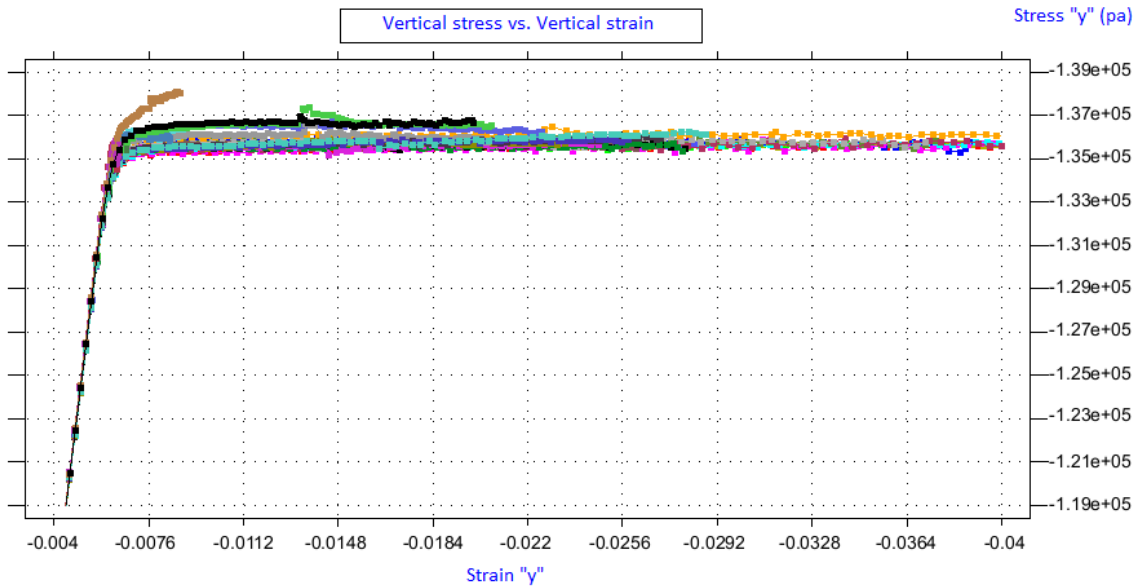


Figura 4.2-6 Tensión vertical (Pa) vs deformación vertical.
(a) Mohr Coulomb Clásico. (b) Velocidad de deformación Δv_1





(d)

Figura 4.2-7 Tensión vertical (pa) vs deformación vertical.
 (a) Velocidad de deformación Δv_2 (b) Velocidad de deformación Δv_3

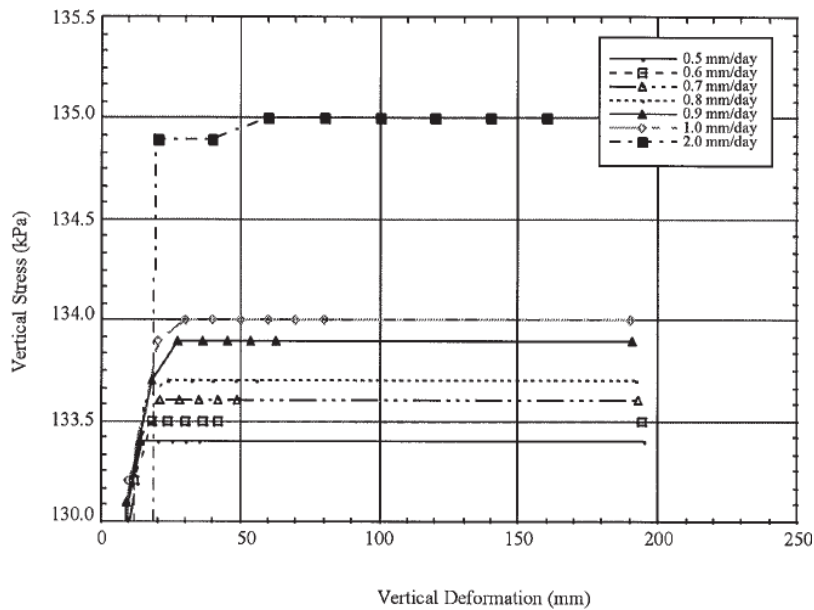


Figura 4.2-8 Tensión vertical vs deformación del elemento. (Wedage et al. 1998).

En la **Figura 4.2-6a** se ve que algunas partículas no llegan al estado de fluencia, estas son las que se encuentran en la parte superior de la muestra, las cuales tienen el mayor desplazamiento vertical, pero la menor deformación.

En la **Figura 4.2-9a** se puede apreciar mejor detallado este comportamiento, donde se ha graficado la tensión vertical vs deformación vertical para las partículas en la columna izquierda de la muestra y en la **Figura 4.2-9b** se muestra la

distribución de la deformación vertical plástica. Las partícula superior no alcanza la fluencia, además como la deformación horizontal es menor, se mantiene más confinada, mientras que si descendemos por la columna de partículas, estas fluyen y presentan deformación plástica, además que para las partículas de la zona inferior la cual sufre gran deformación horizontal causando disminución en el confinamiento y la subsecuente menor resistencia alcanzada.

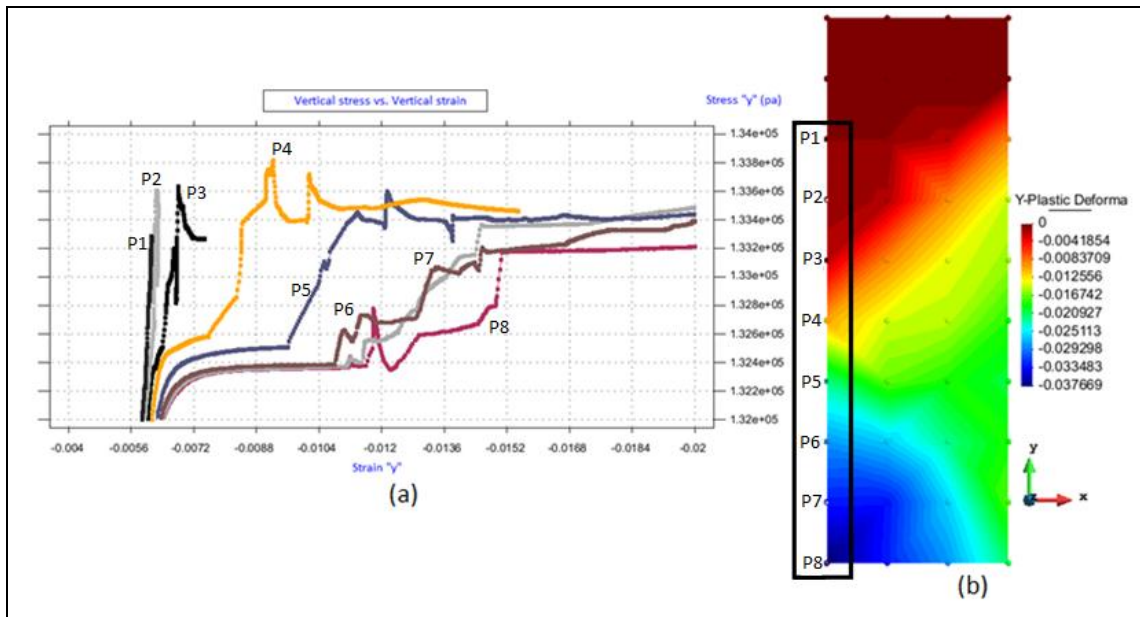


Figura 4.2-9 Comportamiento en la transición de estado elástico a plástico.

(a) Tensiones verticales (Pa) vs deformaciones verticales.

(b) Distribución de la deformación vertical plástica.

4.2.2 Trayectoria de tensiones en el plano $p - q$

Entendiendo que estamos en un análisis de deformación plana y que según se observa en los gráficos de tensión vs deformación, las partículas que forman la muestra de suelo alcanzan la tensión máxima y entran en fluencia en un mismo valor de deformación, la **Figura 4.2-10** a la **Figura 4.2-13** muestra las trayectorias de tensión en el plano de tensión media p vs tensión desviadora q , para cada uno de los casos en una partícula que ha alcanzado el estado plástico.

Se emplea la misma partícula para el análisis de todos los casos, la cual se ha seleccionado de la zona inferior de la muestra de suelo, que como se aprecia en la **Figura 4.2-4** y en la **Figura 4.2-9b** es la zona que sufre las mayores deformaciones.

Dónde:

$$p = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

$$q = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2}$$

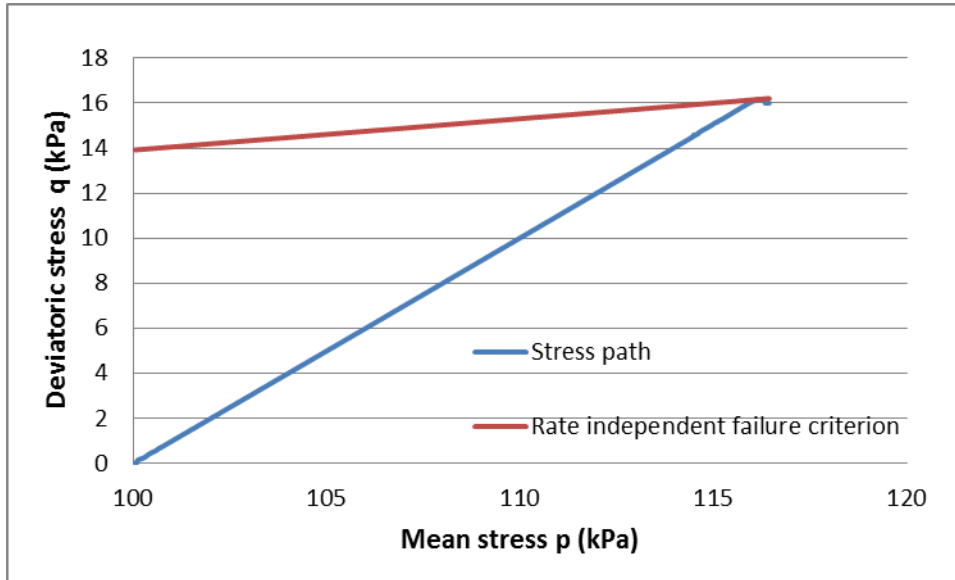


Figura 4.2-10 Tensión Media p (Pa) vs Tensión Desviadora q (Pa).
Modelo de Mohr Coulomb clásico.

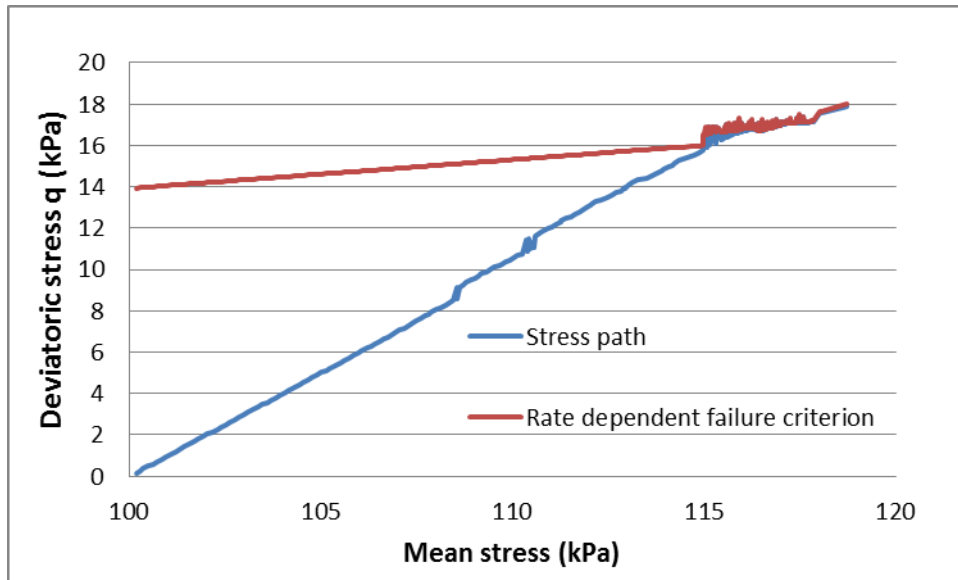


Figura 4.2-11 Tensión Media p (Pa) vs Tensión Desviadora q (Pa).
Modelo "Rate Effects" velocidad 1.

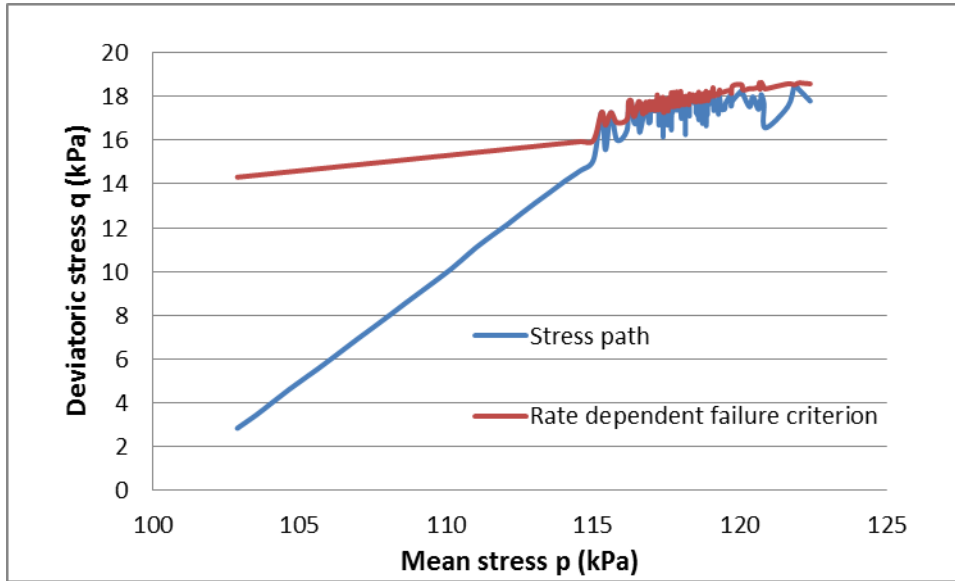


Figura 4.2-12 Tensión Media P (Pa) vs Tensión Desviadora q (Pa).
Modelo "Rate Effects" velocidad 2.

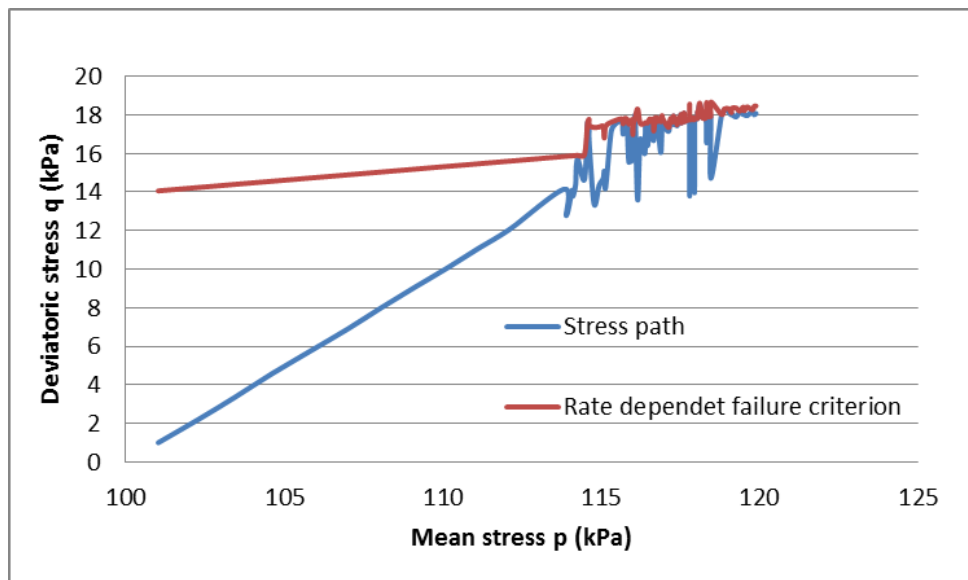


Figura 4.2-13 Tensión Media p (Pa) vs Tensión Desviadora q (Pa).
Modelo "Rate Effects" velocidad 3.

Se observa que la trayectoria de tensiones se mantiene por debajo del criterio de rotura de Mohr Coulomb para los 4 casos de estudio, además se ve como se afecta este criterio cuando se emplea el modelo constitutivo de "rate effects".

También se aprecia irregularidades durante el proceso de carga en la zona elástica, estas pueden ser debido a que el MPM es un método dinámico, por lo cual entre un intervalo de tiempo y otro, pueden haber oscilaciones en las deformaciones, que para el modelo clásico de Mohr Coulomb no afectan el criterio de rotura, pero en el modelo de "rate effects", estas oscilaciones pueden causar fluencia en un intervalo

de tiempo que ocasiona de inmediato el incremento de resistencia y esto queda “grabado” en la memoria del suelo. Una posible solución a estas oscilaciones es tomar la media móvil de una cantidad determinada de las últimas deformaciones para el cálculo de las tensiones, similar a lo realizado para estabilizar la velocidad de deformación plástica descrito en el capítulo 3.7, sería necesario realizar un análisis de sensibilidad de la cantidad de datos promediados y ver si los resultados se afectan.

4.2.3 Incremento en el ángulo de fricción

La **Figura 4.2-14** muestra el comportamiento del ángulo de fricción en función de la velocidad de deformación plástica y se compara con la solución analítica.

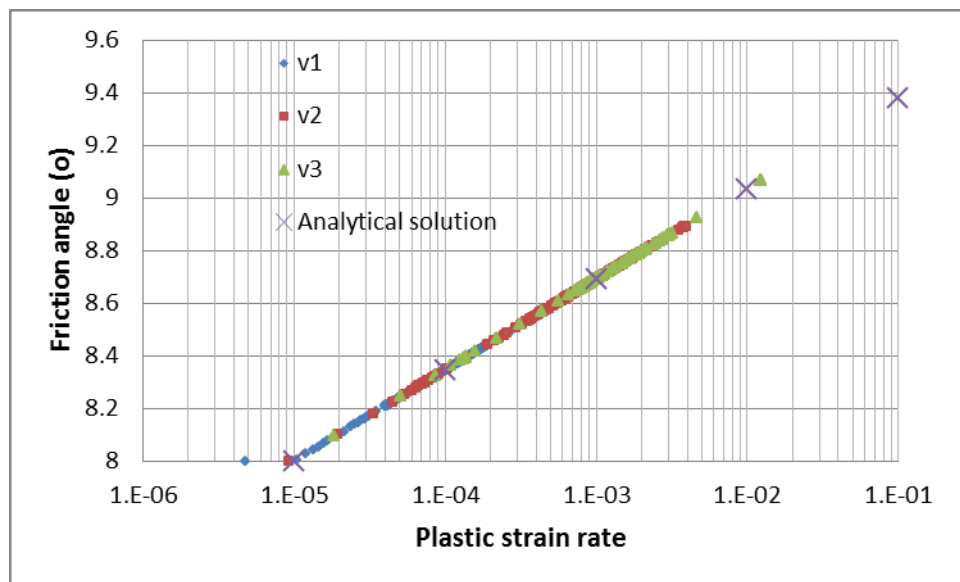


Figura 4.2-14 Ángulo de fricción vs velocidad de deformación plástica.

Los ángulos de fricción calculados con el código MPM corresponden con los resultados obtenidos en la solución analítica, lo cual indica que el modelo constitutivo implementado es capaz de reproducir los “rate effects” en el material deformado en estado residual.

4.3 CORTE DIRECTO

En una muestra de suelo seco de 0.4 m de altura por 0.4 m de ancho, con las restricciones de movimiento como muestra la **Figura 4.3-1**, se discretiza en celdas de 10 cm horizontal por 5 cm vertical empleando 1 partículas por celda. Se confina con 100kPa y una vez alcanzada la estabilidad en la solución estática, se aplica una

velocidad de deformación horizontal constante (deformación de corte directo) sobre la mitad superior de la muestra.

La **Tabla 4.3-1** muestra las características del suelo en el análisis realizado. Se presentan resultados para el análisis con el modelo básico de Mohr Coulomb y para tres velocidades de deformación horizontal (**Tabla 4.3-2**).

Tabla 4.3-1 Características del suelo modelado

E (MPa)	ρ (kg/m ³)	c (kPa)	φ (°)	ϑ	b	$\dot{\epsilon}_0^P$
20	2000	0	10	0.3	0.019	0.00001

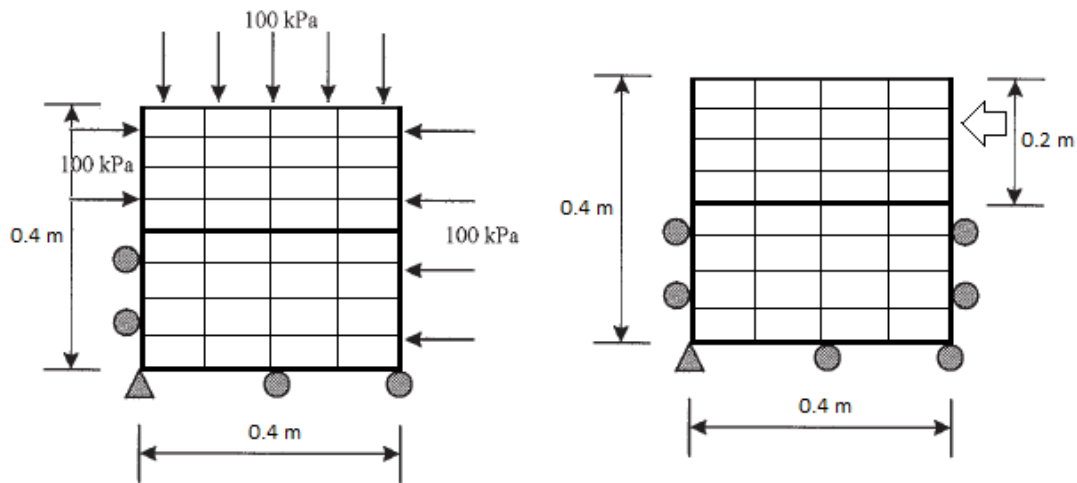


Figura 4.3-1 Esquema discretizado de muestra de suelo analizado.
(a) Etapa de confinamiento. (b) Etapa de corte.

Tabla 4.3-2 Velocidades de deformación horizontal aplicadas.

Δv_1	Δv_2	Δv_2
0.0004 m/día	0.0006 m/día	0.0008 m/día

Inicialmente se comparan resultados obtenidos para discretizaciones con 1 y 4 partículas sobre el mismo tamaño de celda. La **Figura 4.3-2** y la **Figura 4.3-3** muestran la distribución de tensiones en la muestra de suelo para las dos discretizaciones, siendo el desplazamiento inducido de derecha a izquierda, se observa que la zona que se encuentra debajo de la velocidad de desplazamiento aplicada se tracciona, en este caso como la muestra fue previamente confinada, entonces la magnitud del confinamiento ha descendido notablemente. Mientras que en el lado inferior alejado de la zona de imposición de velocidades, se ha incrementado la compresión.

Este comportamiento es lo esperado en el ensayo de corte directo, debido a la dirección del movimiento y el arrastre de partículas que ocasiona la tracción en una cara frontal y la compresión en la cara opuesta.

Es necesario acotar que los gráficos presentados no establecen una relación directa de tensiones o deformaciones, debido a la forma de aplicación de la condición de desplazamiento, pero incluso así, se puede observar claramente que el comportamiento de las dos discretizaciones es similar.

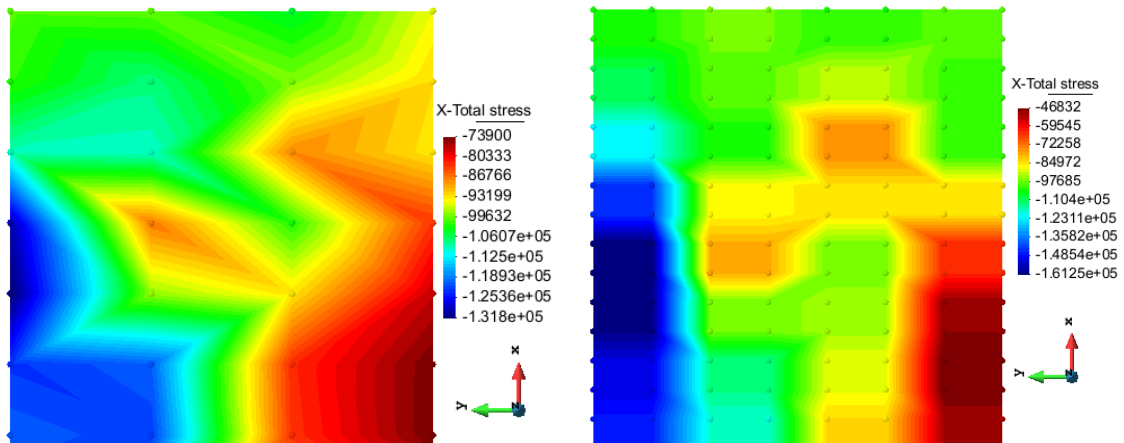


Figura 4.3-2 Tensión vertical (Pa). (a) Modelo con 1 partícula por celda (b) Modelo con 4 partículas por celda.

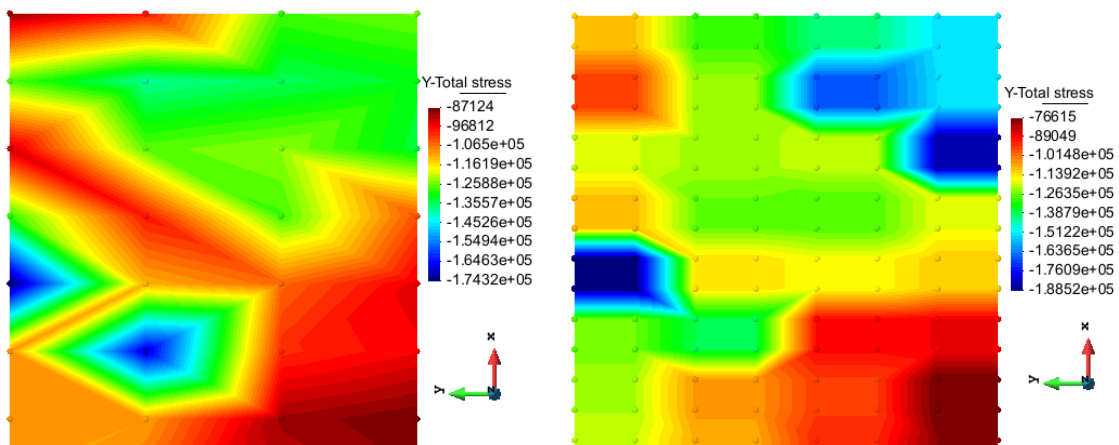


Figura 4.3-3 Tensión horizontal (Pa). (a) Modelo con 1 partícula por celda. (b) Modelo con 4 partículas por celda.

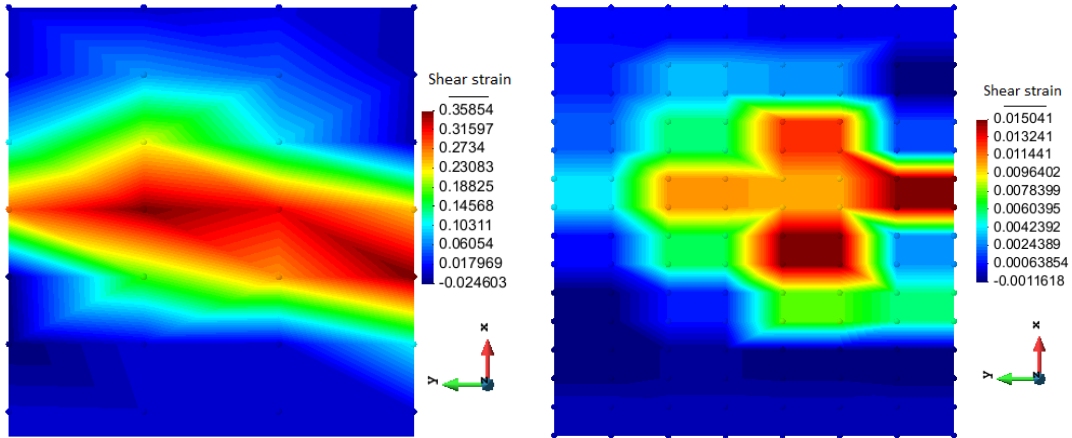


Figura 4.3-4 Deformación de corte. (a) Modelo con 1 partícula. (b) Modelo con 4 partículas.

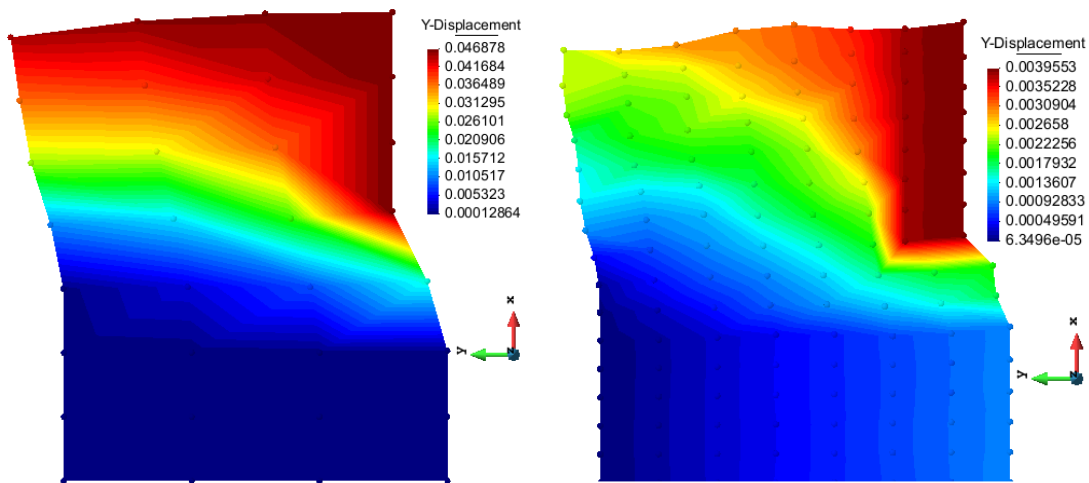


Figura 4.3-5 Desplazamiento horizontal y deformación de la muestra.
(a) Modelo con 1 partícula. (b) Modelo con 4 partículas.

La **Figura 4.3-4** muestra las zonas de igual deformación de corte, claramente se observa como aparece la superficie de corte, sobre la cual se condiciona el movimiento en el ensayo de corte directo. Si se observa la evolución en el tiempo, se van formando superficies para igual deformación de corte, las cuales se van ajustando al plano de rotura. Estas superficies de deformación de corte se inician en la cara frontal de la muestra (directamente donde se aplica la deformación) y se va propagando a las partículas continuas. En el modelo discretizado con una partícula, la propagación se da en zig-zag entre las partículas a cada lado de la superficie de falla prevista.

El desplazamiento de las partículas de la muestra en la dirección de la velocidad de deformación aplicada se aprecia en la **Figura 4.3-5**, donde también se puede ver la deformación global que ha sufrido la muestra. Las partículas de la zona inferior presentan el menor desplazamiento, mientras que las de la zona superior de la “caja de corte” sufren el mayor desplazamiento, que se encuentra condicionado al

desplazamiento impuesto y en la zona intermedia es donde se desarrollan las deformaciones de corte.

4.3.1 Tensión de corte máxima

En la **Figura 4.3-6** se muestran las partículas seleccionadas para ver el comportamiento de la tensión de corte alcanzada, estas partículas están ubicadas sobre la banda de corte desarrollada.

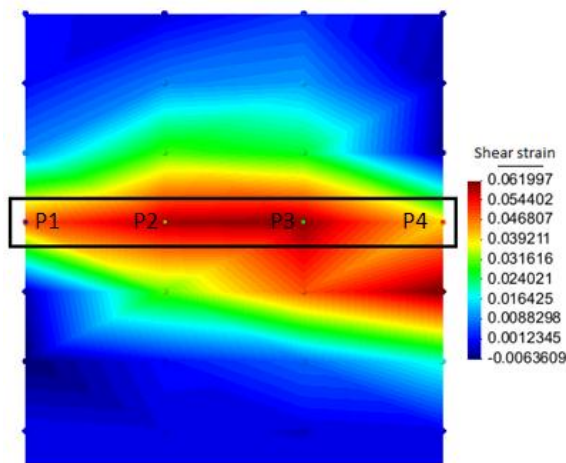


Figura 4.3-6 Partículas sobre la banda de corte desarrollada.

En la **Figura 4.3-7**, la **Figura 4.3-8**, la **Figura 4.3-9** y la **Figura 4.3-10** se puede ver el aumento de resistencia según como se incrementa la velocidad de desplazamiento impuesta, el mayor incremento es cuando se cambia la superficie de falla del modelo clásico que no depende de los "rate effects".muestran la trayectoria de tensiones en el plano de tensión media (p) vs tensión

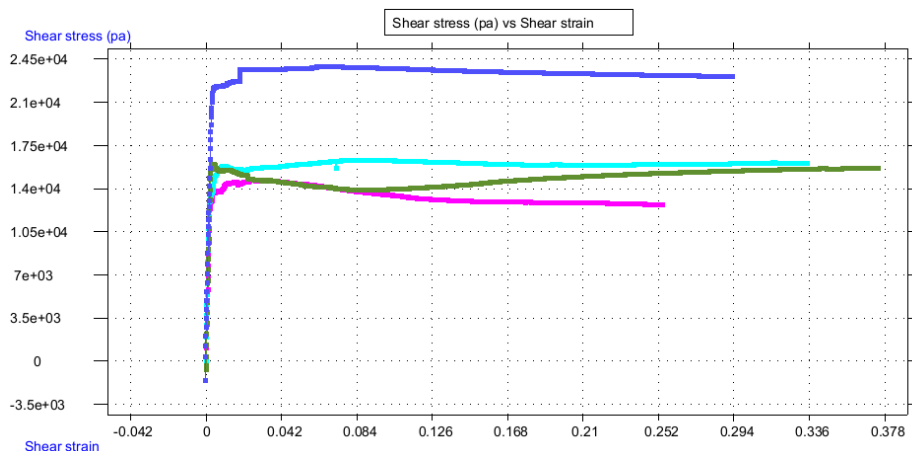


Figura 4.3-7 Tensión de corte (Pa) vs Deformación de corte. Modelo de Mohr Coulomb clásico.

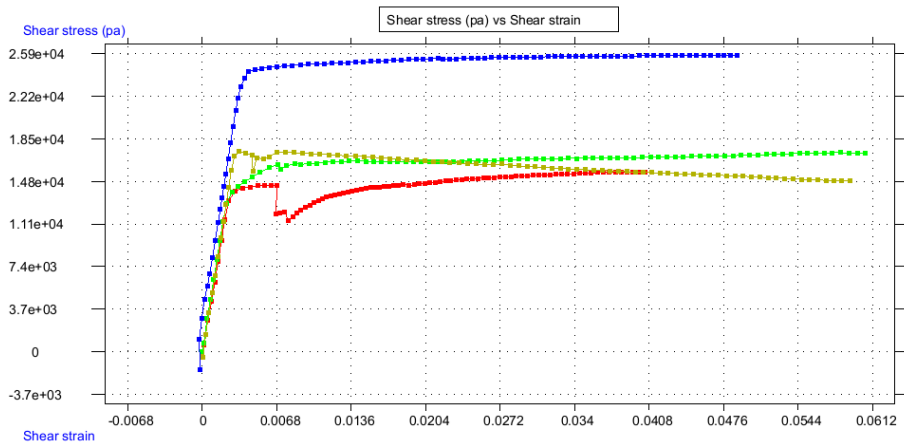


Figura 4.3-8 Tensión de corte (Pa) vs Deformación de corte.
Modelo "Rate Effects" velocidad 1 = 0.0004 m/día.

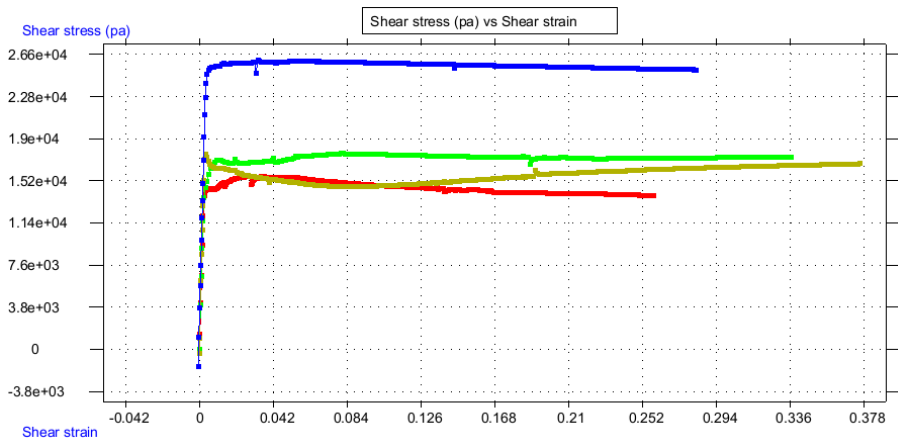


Figura 4.3-9 Tensión de corte (Pa) vs Deformación de corte.
Modelo "Rate Effects" velocidad 2 = 0.0006 m/día.

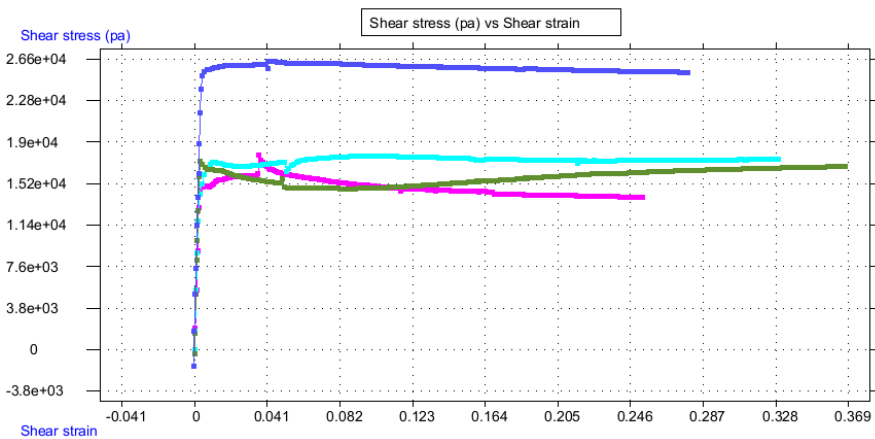


Figura 4.3-10 Tensión de corte (Pa) vs Deformación de corte.
Modelo "Rate Effects" velocidad 3 = 0.0008 m/día.

4.3.2 Incremento en el ángulo de fricción

La **Figura 4.3-11** muestra el comportamiento del ángulo de fricción en función de la velocidad de deformación plástica. En este caso, vemos que se alcanzan velocidades de deformación plástica más altas que en la compresión simple, posiblemente porque la deformación aplicada es directamente deformación de corte y las velocidades son mayores.

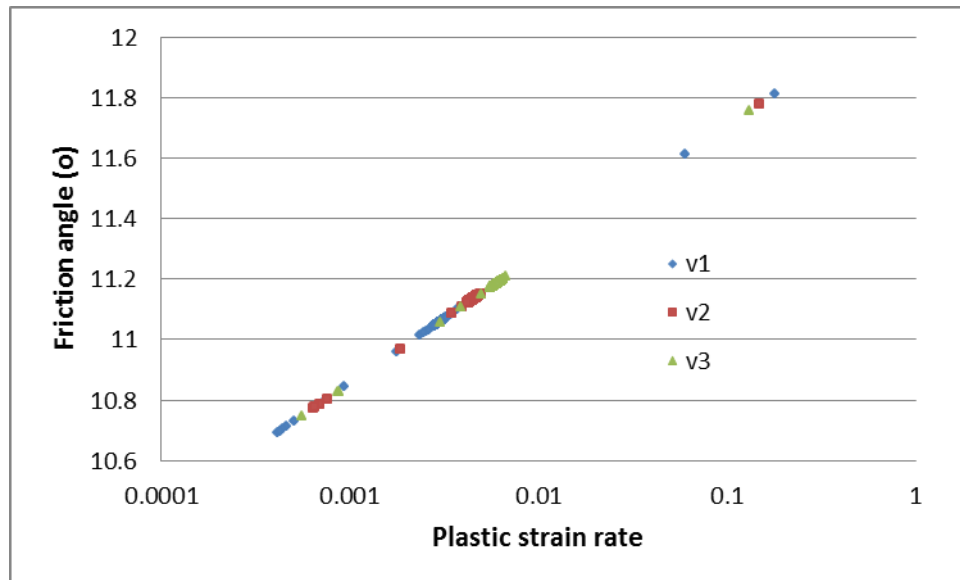


Figura 4.3-11 Ángulo de fricción vs velocidad de deformación plástica.

4.4 ZAPATA SOBRE UN ESTRATO HORIZONTAL

Sobre un estrato horizontal de suelo se ubica una zapata la cual tiene una velocidad de deformación impuesta (**Figura 4.4-1**). Se realizaron diferentes modelaciones para comparar el comportamiento de la superficie de falla generada. Los casos modelados consisten en un estrato horizontal de suelo saturado puramente cohesivo (No drenado) y en otro caso, la misma geometría para el estrato horizontal seco con cargas gravitatorias para generar confinamiento de las partículas en el que la resistencia está dada por un valor de cohesión y ángulo de fricción, para este caso se presentan resultados tanto para el modelo clásico de Mohr Coulomb, como para el modelo constitutivo de "rate effects".

Para aplicar las cargas gravitatorias fue necesario dividir el estrato de suelo en varias capas que se iban agregando a medida que se alcanzaba la solución estable en cada paso.

La **Tabla 4.4-1** muestra las características del suelo en el análisis realizado. Los valores para el análisis de “rate effects” han sido tomados según se sugiere por datos experimentales en Wedage et al. (1998).

Tabla 4.4-1 Características del suelo modelado.

E (MPa)	ρ (kg/m³)	c (kPa)	φ (°)	ϑ	b	ε_0^P
20	2000	10	15	0.3	0.019	0.00001

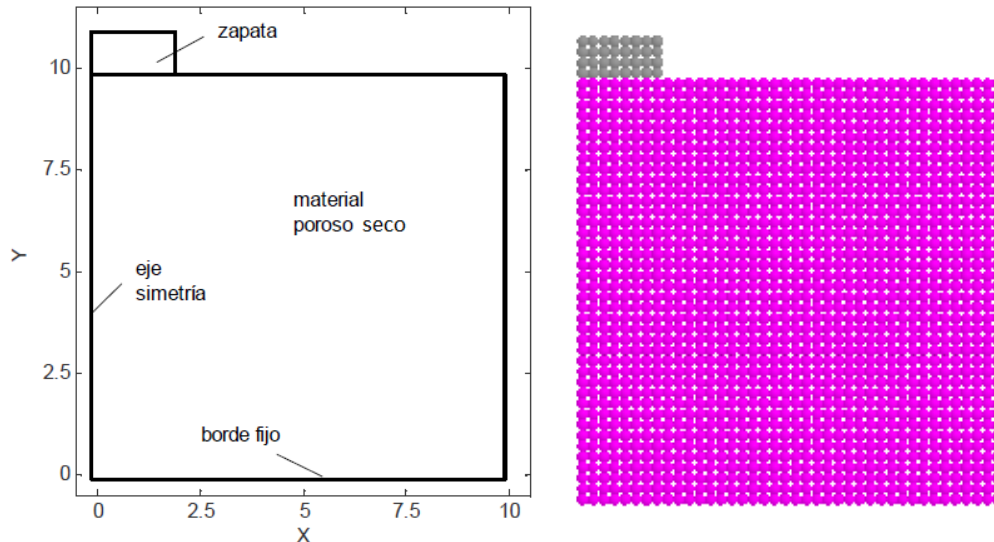


Figura 4.4-1 Zapata sobre estrato horizontal de suelo.

(a) Geometría modelada. (b) Discretización en partículas. (Una partícula por celda)

La **Figura 4.4-2**, **Figura 4.4-3** y **Figura 4.4-4** muestran el comportamiento de la deformación de corte debida a la aplicación de carga en la zapata. El comportamiento entre el caso saturado y el no saturado es diferente.

En este caso de estudio, con los resultados obtenidos para tensiones, no es posible realizar comparación directa en los modelos, debido a que corresponden a tiempos de análisis diferentes, por la gran diferencia en los tiempos de uso computacional, por lo cual es necesario varía la velocidad de aplicación de las cargas, los incrementos de tiempo. Sin embargo se pueden hacer algunos comentarios cualitativos de los resultados observados, así no correspondan al mismo instante de tiempo o desplazamiento inducido.

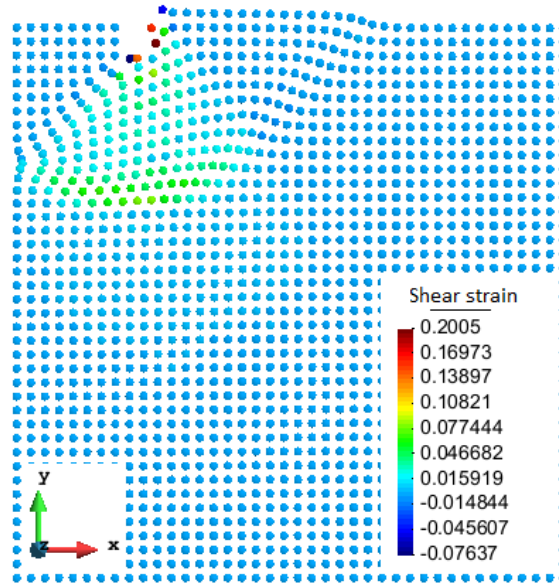


Figura 4.4-2 Deformación de corte. Estrato saturado suelo cohesivo.

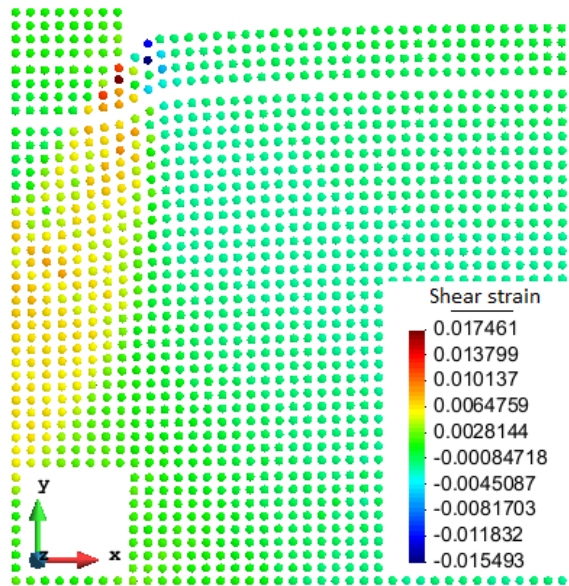


Figura 4.4-3 Deformación de corte. Suelo seco cohesivo y friccional.
Criterio de Mohr Coulomb clásico.

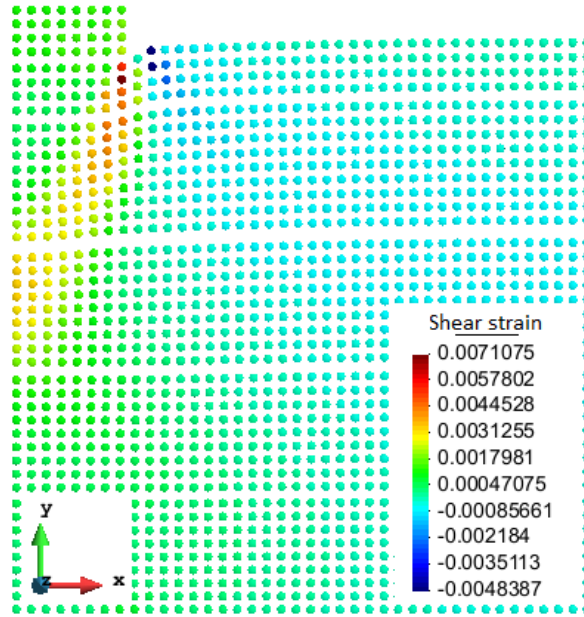


Figura 4.4-4 Deformación de corte. Suelo seco cohesivo y friccional. Criterio de Mohr Coulomb clásico.

De las tres figuras anteriores se puede decir que la superficie de falla generada para los casos con resistencia friccional es mucho más profunda que la del suelo con resistencia no drenada. Además de esto, parece que el tipo de falla también cambia, en el caso no drenado se ve claramente la falla por superficie de corte global, conocida como hundimiento y que se caracteriza por abultamiento del suelo en la zona adyacente, para el caso de suelo seco con resistencia friccional y con confinamiento por cargas gravitatorias se ve que la falla parece de tipo punzonamiento donde el suelo bajo la zapata sufre grandes deformaciones de compresión.

El texto de Crespo (2004) plantea que la falla con superficie de corte global se presenta en suelos poco compresibles, mientras la falla por punzonamiento se presenta en suelos muy compresibles y se plantea la ecuación para el índice de rigidez en función del módulo de corte G y la resistencia del suelo τ .

$$I_r = \frac{G}{\tau}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

$$\tau = C + \sigma \tan \varphi$$

Se establece que para valores de I_r , mayores que 250 se dice que el suelo es muy rígido, mientras para valores menores de 10, el suelo es compresible. Realizando un análisis cualitativo sobre este parámetro, en el primer caso donde la resistencia está dada solo por la cohesión, este parámetro es mucho mayor que para el caso donde se tiene resistencia friccional y cohesión, además de confinamiento por cargas gravitatorias. Lo cual podría explicar que el tipo de falla sea diferente en los dos casos.

También se puede resaltar que para los casos de suelo friccional, se observa que las deformaciones se profundizan mucho más, por lo cual puede ser necesario discretizar mejor el problema y extender el contorno inferior para cubrir mejor el espacio tensional generado.

4.5 REFERENCIAS

Crespo, Villalaz, C. 2004. Mecánica de suelos y cimentaciones. Limusa S.A. Mexico.

Huy N.Q. 2006. Laboratory investigation of the loading rate effects in sand. Delft University of Technology, Delft, the Netherlands.

Lupini, J.F., Skinner, A.E., Vaughan, P.R. 1981. The drained residual strength of cohesive soils. *Géotechnique*, 31(2): 181-213.

Salt, G. 1988. Landslide mobility and remedial measures. In Proceedings of the 5th International Symposium on Landslides, Lausanne, Switzerland, 10-15 July, 1988. Edited by C. Bonnard. Vol. 1, pp.757-762.

Skempton, A.W. 1985. Residual strength of clays in landslides, folded strata and the laboratory. *Géotechnique*, 35(1): 3-18.

Wedage, A. M. P., Morgenstern, N. R. & Chand, D. H. 1998. A strain rate dependent constitutive model for clays at residual strength. *Can. Geotech. J.* 35: 284-298.

Zabala, F., Rodari R. y Oldecop L., 2004 ISSN 1806-3985 Localización de deformaciones en estructuras utilizando el Metodo del Punto Material. Revista Engenharia Estrutural. UPF.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1 CONCLUSIONES

Con el trabajo realizado se ha podido obtener algunas conclusiones referentes al algoritmo de cálculo del Método del Punto Material, estas son:

- Es necesario replantear el código computacional, para ser más eficientes en el análisis de problemas acoplados con bajas permeabilidades.
- Igualmente para el análisis de problemas en grandes deformaciones, donde se requiere tiempo de cálculo elevados.
- En las discretizaciones presentadas, se observa que el comportamiento de la solución es similar. En el ensayo de corte directo se presentan diferencias que pueden estar más relacionadas con la forma de aplicación de la velocidad de desplazamiento.
- En el caso de ser necesario realizar un análisis con mayor cantidad de partículas, se recomienda disminuir el tamaño de los elementos de la malla que incrementar el número de partículas por elemento, debido a que para este caso, se ha observado que de las partículas en un mismo elemento sufren un aplanado de tensiones.
- Como el MPM es un método dinámico, presenta oscilaciones en la respuesta, la cual debe ser estabilizada o amortiguada, esto puede causar problemas en leyes de comportamiento de materiales como la implementada, ya que depende un valor que aun cuando muestra estabilidad global, entre intervalos de tiempo consecutivos no lo es.

En cuanto al problema de variación en la resistencia debida a cambios en la velocidad de deformación se puede decir que:

- Los ángulos de fricción calculados con el código MPM corresponden con los resultados obtenidos en la solución analítica, lo cual indica que el modelo constitutivo implementado es capaz de reproducir los “*rate effects*” en el material deformado en estado residual.
- Es necesario realizar un análisis de sensibilidad sobre los parámetros que definen el comportamiento del modelo, para lograr una mejor aproximación a

los resultados de ensayos de laboratorio antes de empezar a modelar algún caso real de deslizamiento.

- Se observa que cuando la trayectoria de tensiones llega a la superficie de fluencia estática, inmediatamente esta se expande para alcanzar resistencias mayores y se vuelve a contraer si la velocidad de deformación disminuye.
- En el ensayo de compresión simple, se forma una superficie de falla que se acerca a la teoría del círculo de Mohr, sería interesante variar en el modelo, el ángulo de fricción y seguir la variación en la inclinación y localización de este plano de falla.

5.2 TRABAJOS FUTUROS

Debido a que el código computacional se encuentra en desarrollo, se proponen las siguientes líneas de trabajo a corto, medio y largo plazo.

Corto plazo:

- Comparar resultados de modelos con lo obtenido en diferentes ensayos de laboratorio, para esto se propone además de modelar ensayos existentes en la bibliografía realizar ensayos controlados tomando en cuenta los parámetros que gobiernan el modelo constitutivo implementado.
- Realizar un análisis de sensibilidad de los parámetros del modelo, para determinar la influencia de cada uno de estos, como por ejemplo determinar la variación en el ángulo de la superficie de falla en el ensayo de compresión simple.
- Incorporar en el modelo constitutivo de “*rate effects*” una ley de “softening” para el ángulo de fricción y la cohesión, con esto se podrá ver la degradación de la resistencia pico hasta la residual y así poder modelar casos de rotura progresiva.

Medio plazo:

- Crear un caso de estudio de un deslizamiento con geometría simple para evaluar los “*rate effects*” debido a variación en el nivel freático.
- Evaluar la posibilidad de crear un nuevo código MPM basado en una integración numérica implícita para realizar modelaciones de grandes deformaciones y con tensiones efectivas sobre suelos saturados de baja permeabilidad.

Largo plazo:

- Implementar la formulación Termo Hidro Mecánica en el código MPM.
- Realizar análisis acoplado de los “*rate effects*” y los efectos térmicos, buscando explicar la transición del movimiento lento “creep” al movimiento rápido post rotura.

CAPÍTULO 6

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alonso, E. E. 2012. Deformation analysis of landslides: progressive failure, rate effects and thermal interactions. 11th International Symposium on Landslides. "Landslides and Engineered Slopes: Protecting Society through Improved Understanding". Banff: CRC Press, 2012, p. 175-214.

Alonso, E. E., Pinyol, N. M. 2010. Criteria for rapid sliding I. A review of Vajont case. *Engineering Geology* 114(3-4): 198-210.

Bardenhagen, S. G., E. M. Kober. Issn 1526-1492. 2004. The Generalized Interpolation Material Point Method. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*. 5(6), pp 477-95.

Belytschko T., Lu Y. Y., Gu L. (1994). Element-free Galerkin method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 37, pp. 229-256.

Beuth L., Benz T., Vermeer P. A. 2008. Large deformation analysis using a Quasi-static material point method. *Sofia. Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. vol. 38, Nos 1-2, pp. 45-60.

Biot M. A., (1941). General theory of three dimensional consolidation. *J. Appl. Phys.* 12, 155-164

Bowden, F.P., Tabor, D. 1964. *The friction and lubrication of solids, Part II*. London: Oxford University Press.

Brannon R., Chen Z., "An Evaluation of the Material Point Method", SAND Report SAND2002-0482, Sandia Laboratories, 2002.

Corominas, J., Moya, J., Ledesma, A., Lloret, A., Gili, J. A. (2005). Prediction of ground displacements and velocities from groundwater level changes at the Vallcebre landslide. *Landslides* 2 -2005.

Coetzee C. J., Vermeer P. A., Basson A. H. 2005. The modelling of anchors using the material point method. *International Journal For Numerical And Analytical Methods In Geomechanics*. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 2005; 29:879–895.

Cummins, S. J., J. U. Brackbill. Issn 0021-9991. 2002. An Implicit Particle in Cell Method for Granular Materials. *Journal of Computational Physics*. 180(2), pp 506-48.

Cundall, P. A. Strack, O. D. L. 1979. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29:47–65.

Gingold R. A., Monaghan (1977). Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol 181, pp:375-389.

Guilkey, J. E., J. A. Weiss. Issn 0029-5981. 2003. Implicit Time Integration for the Material Point Method: Quantitative and Algorithmic Comparisons with the Finite Element Method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 57(9), pp 1323-38.

Idelsohn S. I., Oñate E., Del Pin (2003). A Lagrangian meshless finite element method applied to fluid–structure interaction problems. *Computers and Structures* 81, 655–671.

La Gatta, D.P. 1970. Residual strength of clays and clay shales by rotation shear tests. *Harvard Soil Mechanics Series No. 86*, Harvard University, Cambridge, Mass.

Lupini, J.F., Skinner, A.E., Vaughan, P.R. 1981. The drained residual strength of cohesive soils. *Géotechnique*, 31(2): 181-213.

Metzger, D. R. Issn 0029-5981. 2003. Adaptive Damping for Dynamic Relaxation Problems with Non-Monotonic Spectral Response. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 56(1), pp 57-80.

Mitchell, James K. 1976. *Fundamentals of Soil Behavior*. John Wiley and Sons, New York, N.Y.

Monaghan J. J., (1988). An introduction to SPH. *Comput Phys Commun* 48, pp. 89-96.

Perzyna, P. 1963. The constitutive equations for work hardening and rate sensitive plastic materials. In Proceedings, Vibration Problems, Warsaw, Vol. 3, No. 4, pp. 281 - 290.

Salt, G. 1988. Landslide mobility and remedial measures. In Proceedings of the 5th International Symposium on Landslides, Lausanne, Switzerland, 10-15 July, 1988. Edited by C. Bonnard. Vol. 1, pp.757-762.

Schreyer H. L., Sulsky D., Zhou S-J (1995). Application of a particle-in-cell method to solid mechanics. *Comput. Phys. Commun.*, v. 87, p. 236-252.

Skempton, A.W., Petley, D.J. 1967. The strength along structural discontinuities in stiff clays. In proceedings of the Geotechnical Conference, Oslo. Norwegian Geotechnical Institute, Vol. 2, pp. 29-43.

Skempton, A.W. 1985. Residual strength of clays in landslides, folded strata and the laboratory. *Géotechnique*, 35(1): 3-18.

Sulsky, D., Chen, Z., Schreyer, H. L. 1994. A particle method for history-dependent materials. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 118(1): 179–196.

Sulsky, D. & Schreyerb, H. L. 1996. Axisymmetric form of the material point method with applications to upsetting and Taylor impact problems. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 139(1–4): 409–429.

Sulsky, D., A. Kaul. Issn 0045-7825. 2004. Implicit Dynamics in the Material-Point Method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.* 193(12), pp 1137-1170.

Vermeer P. A., Beuth L. & Benz T. A. (2008). Quasi-static method for large deformation problems in geomechanics. The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG) Goa, India.

Wedage. A. M. P. 1995. Influence of rate effects on the residual strength of moving slopes. Ph. D. thesis, University of Alberta, Edmonton, Alta.

Wedage, A. M. P., Morgenstern, N. R., Chand, D. H. 1998. A strain rate dependent constitutive model for clays at residual strength. *Can. Geotech. J.* 35: 284-298.

Wedage, A. M. P., Morgenstern, N. R., Chand, D. H. 1998b. Simulation of time-dependent movements in Syncrude tailings dyke foundation. *Can. Geotech. J.* 35: 284-298.

Zabala, F., Rodari R., Oldecop L., 2004 ISSN 1806-3985. Localización de deformaciones en estructuras utilizando el Metodo del Punto Material. *Revista Engenharia Estrutural*. UPF.

Zhang H.W., Wanga K.P., Chen Z. Material point method for dynamic analysis of saturated porous media under external contact/impact of solid bodies. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* (2009), doi:10.1016/j.cma.2008.12.006

Zienkiewicz O. C., Chang C. T., Bettess P. (1980). Drained, undrained, consolidating and dynamic behaviour assumptions in soils. *Géotechnique* 30, No. 4, 385-395.

Zienkiewicz O.C., Shiomi T., (1984). Dynamic behavior of saturated porous media: the generalized Biot formulation and its numerical solution, *Int. J. Numer. Anal. Methods Geo-mech.* 8, 71-96.

Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., 2004. "El Método de los Elementos Finitos (Vol. 1)", 5º ed.