

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

**Estudi d'una metodologia per al disseny  
d'un controlador de capcineig i balanceig  
d'un helicòpter UAV per a vol a punt fix**

---

**Oscar Vila Rovira  
Setembre 2013**

Directors:

Bernardo Morcego

Josep Cugueró

Curs acadèmic 2012/2013

## **Abstract**

This document contains the study and application of a methodology in order to develop a controller for an UAV helicopter in hover. First of all, it is done a description of the helicopter, the morphology, the dynamic equations, and the flight controls of the helicopter and the effect in its movement. It is made a suppression of the cross coupling between the movements of the helicopter obtaining three primary flight modes. In this project, it is used two different mathematical models, a linear model and a nonlinear model. The linear model is used in order to study the behavior of each flight mode, resulting in a simplified single input single output model. Then, it is used the simplified model so as to develop a controller, using the original model to verify its validity. The nonlinear model is used in order to corroborate the behavior of each flight model, obtaining the parameters that define the simplified model and designing a controller for each flight mode. These controllers are implemented in the nonlinear model and it is studied the effect of gusts of wind on the model. Finally, it is designed an experiment so as to identify the parameters of the simplified models.



## Resum

En aquest document es presenta un estudi i aplicació d'una metodologia per al desenvolupament d'un controlador per a un helicòpter d'escala reduïda en vol a punt fix. En primer lloc es fa una introducció de l'helicòpter, morfologia i equacions dinàmiques, així com les accions de control i l'efecte que tenen sobre el seu moviment. Es realitza un desacoblament dels moviments de l'helicòpter en 3 modes de vol. S'utilitzen dos models matemàtics, un model lineal i un model no lineal. Mitjançant el model lineal s'estudia el comportament de cada mode de vol, de manera que s'obté un model simplificat d'una entrada i una sortida. Mitjançant el model simplificat es desenvolupa un controlador i es verifica mitjançant el model lineal original. A continuació es comprova que el comportament del model no lineal sigui el mateix que el del model lineal i es desenvolupa el controlador corresponent. Una vegada estan tots els controladors dissenyats s'implementen al model no lineal i s'estudia el seu comportament davant de ràfegues. Finalment, es realitza el disseny d'un experiment que permeti obtenir els paràmetres dels models simplificats.





## Índex de continguts

Abstract .....	1
Resum .....	3
1. Objectiu .....	9
2. Motivació .....	9
3. Abast .....	10
4. Introducció a l'helicòpter .....	12
4.1. Morfologia de l'helicòpter .....	12
4.1.1. Eixos de coordenades .....	14
4.1.2. Equacions de moviment .....	15
4.2. L'helicòpter del grup SAC (Sistemes Avançats de Control) .....	17
4.3. Modes de vol .....	17
4.3.1. Moviment vertical .....	18
4.3.2. Gir de guinyada .....	19
4.3.3. Moviment lateral-direccional .....	20
5. Models disponibles .....	22
5.1. Models lineals .....	22
5.1.1. Model de Mettler .....	23
5.1.1.1. Helicòpter UAV Yamaha R-50 .....	23
5.1.1.2. Descripció del model .....	23
5.1.1.3. Esmorteïdor de guinyada (o yaw damper) .....	25
5.2. Models no lineals .....	25
5.2.1. Model de la universitat d'Aalborg .....	26
5.2.1.1. Helicòpter UAV Bergen Industrial Twin .....	27
5.2.1.2. Descripció del model .....	27
5.2.1.3. Limitacions del senyal d'entrada .....	28
5.2.1.4. Obtenció de la resposta del sistema .....	29
5.2.1.5. Esquema controlador del projecte .....	30
6. Metodologia .....	32
6.1. Desacoblament .....	32
6.2. Procediment .....	33
7. Disseny dels controladors .....	35
7.1. Control de velocitat vertical .....	35

7.1.1.	Model lineal .....	35
7.1.1.1.	Estudi del comportament.....	35
7.1.1.2.	Simplificació del sistema .....	36
7.1.1.3.	Disseny del controlador .....	38
7.1.1.4.	Verificació del controlador .....	39
7.1.2.	Model no lineal.....	40
7.1.2.1.	Estudi del comportament.....	40
7.1.2.2.	Identificació dels paràmetres .....	40
7.1.2.3.	Disseny del controlador .....	42
7.2.	Control de Guinyada .....	43
7.2.1.	Model lineal .....	43
7.2.1.1.	Estudi del comportament.....	43
7.2.1.2.	Simplificació del sistema .....	44
7.2.1.3.	Disseny del controlador .....	46
7.2.1.4.	Verificació del controlador .....	48
7.2.2.	Model no lineal.....	48
7.2.2.1.	Estudi del comportament.....	48
7.2.2.2.	Simplificació del sistema .....	49
7.2.2.3.	Disseny del controlador .....	50
7.2.3.	Comparativa entre el model lineal i el no lineal .....	51
7.3.	Control Lateral-Direccional .....	52
7.3.1.	Model lineal .....	52
7.3.1.1.	Estudi del comportament.....	52
7.3.1.2.	Simplificació del sistema .....	53
7.3.1.3.	Disseny del controlador .....	57
7.3.1.4.	Verificació del controlador .....	61
7.3.2.	Model no lineal.....	62
7.3.2.1.	Estudi del comportament.....	63
7.3.2.2.	Identificació dels paràmetres .....	64
7.3.2.3.	Disseny del controlador .....	65
7.3.3.	Implementació global. Model no lineal .....	68
7.3.3.1.	Model en vol a punt fix sense pertorbacions externes.....	68
7.3.3.2.	Comparativa models amb una consigna diferent de zero .....	70

7.3.3.3.	Model en vol a punt fix amb ràfegues de vent .....	73
8.	Disseny de l'experiment .....	79
8.1.	Model no lineal .....	79
8.2.	Accions del pilot durant les proves .....	79
8.3.	Experiment .....	80
8.3.1.	Mode vertical.....	80
8.3.2.	Gir de guinyada .....	81
8.3.3.	Mode lateral-direccional .....	82
8.3.3.1.	Mode lateral .....	82
8.3.3.2.	Mode longitudinal .....	84
8.4.	Efecte del soroll durant l'experiment .....	86
9.	Conclusions .....	90
10.	Treball futur.....	93
11.	Llista de figures .....	94
12.	Llista de taules.....	98
13.	Bibliografia.....	99



## 1. Objectiu

L'objectiu principal d'aquest projecte és establir una metodologia per al disseny d'un controlador per a vol a punt fix d'un helicòpter no tripulat d'escala reduïda.

## 2. Motivació

L'helicòpter, i aeronaus d'ala mòbil, té una característica que el fa únic en comparació amb avions, i aeronaus de pala fixa, i és la capacitat de poder mantenir una posició fixa a l'espai, el que es coneix com vol a punt fix. Un helicòpter és una aeronau molt versàtil, ja que té la capacitat de desplaçar-se i rotar en qualsevol direcció a l'espai.

Els helicòpters són unes aeronaus de naturalesa molt inestable. Degut a això, és necessari desenvolupar un model matemàtic que reproduïx el comportament de l'helicòpter, ja que durant un experiment de vol dut a terme per a entendre el comportament es podria malmetre l'aeronau.

Durant anys, investigadors i universitats de tot el món han estat treballant en desenvolupar aquests models. En aquesta escola s'han desenvolupat diversos projectes i tesis doctorals. Per enumerar-ne uns quants:

- L'any 2008, David Lavèrnia va defensar el seu Projecte Fi de Grau sobre control d'un helicòpter no tripulat titulat "Disseny d'experiments per a la identificació i control d'un helicòpter no tripulat". Aquest projecte analitzava un model no lineal, el qual va tractar de linealitzar, i en va dissenyar controladors de tipus LQR.
- L'any 2008, Sonia Alonso va defensar el seu Projecte Fi de Carrera titulat "Estudi de la instrumentació i de la identificació d'un helicòpter d'escala reduïda".
- La primavera de l'any 2009, Xavi Nus va defensar el seu Projecte de Fi de Carrera titulat "Estudi del control d'un Helicòpter UAV". Al mateix temps, Franco Smaldoni va defensar el seu Projecte de Fi de Carrera titulat "Estudio sobre la identificación de un helicóptero UAV".
- La tardor de l'any 2009, David Lavèrnia va defensar la seva tesi de màster titulada "Sistema encastat per a la identificació i control d'un helicòpter no tripulat".
- L'any 2011, Eleazar Saldívar va defensar la seva tesi de màster titulada "Disseny i aplicació del control de direcció d'un helicòpter UAV".
- La tardor de l'any 2011, Marc Viader i Oliva va defensar la seva tesi de màster titulada "Disseny i aplicació del control de pitch i roll en un helicòpter UAV".

David Lavèrnia va emprar un model no lineal per a dissenyar un controlador. Va fer una linealització del model com a conjunt i va dissenyar un controlador de tipus LQR. Durant el seu anàlisi sobre el treball futur a dur a terme va concloure que controladors de tipus PID no s'adequaven a la naturalesa de l'helicòpter. Els motius varen ser: el PID només serveixen per a funcions d'una entrada i una sortida, la no linealitat de l'helicòpter, la grandària del sistema i el gran acoblament.

Tanmateix, Eleazar Saldívar va tractar només amb el moviment de guinyada, dissenyant un controlador, en comptes de tractar l'helicòpter de manera global.

Marc Viader va tractar només el moviment lateral-direccional (pitch i roll) dissenyant diversos controladors, sense tenir en compte el moviment vertical i de guinyada de l'helicòpter.

En base a aquests treballs anteriors es pot concloure que el moviment de l'helicòpter es pot fraccionar en diversos modes de vol. De manera que en aquest projecte es pretén fraccionar i simplificar els diversos moviments de l'helicòpter i així poder dissenyar controladors de vol per a cada mode.

### **3. Abast**

En aquest projecte s'estudia l'acoblament entre les accions de control, trencant el model d'helicòpter en 3 modes de vol. S'estudia l'efecte de cada acció de control sobre el moviment global de l'helicòpter emprant 2 models matemàtics diferents, un model lineal i un model no lineal. Un cop après com funciona l'helicòpter es dissenya un experiment per a obtenir els valors de les variables que permeti dissenyar un controlador per a l'helicòpter UAV del departament d'Enginyeria de Sistemes, Automàtica, Informàtica i Industrial de l'escola.

Aquest projecte es divideix en els següents capítols:

- Introducció a l'helicòpter: Consistirà en una definició de l'helicòpter com aeronau, una descripció de l'helicòpter de l'escola i finalment s'explicaran els diversos moviments que pot fer l'helicòpter i amb quins comandaments es pilota.
- Models disponibles: Consistirà en un petit State of the art dels models matemàtics desenvolupats, fent especial menció als models que s'utilitzaran al llarg del projecte.
- Metodologia: En aquest capítol es dissenyarà i s'explicarà la metodologia que es proposa per al disseny dels controladors i que s'utilitzarà en el següent capítol.

- Disseny dels controladors: En aquest capítol es durà a terme la metodologia dissenyada. Es tractarà cada mode de vol de l'helicòpter de manera independent, i amb els diferents models, per a simplificar el model i dissenyar els controladors de vol.
- Disseny de l'experiment de vol: En aquest capítol es dissenyarà un experiment per a poder identificar els paràmetres necessaris que permetin dissenyar els controladors mitjançant la metodologia explicada.

Aquest projecte no inclou:

- La realització de l'experiment dissenyat.



## 4. Introducció a l'helicòpter

L'ús d'aeronaus no tripulades, o UAV, està adquirint molta importància en els darrers anys. Des de l'ús civil com vigilància de propietats, ús públic com extinció d'incendis o en investigació per a fins militars.

Típicament s'han emprat UAV de tipus avió degut a la seva fàcil caracterització, però en els darrers temps està agafant popularitat l'ús d'UAV de tipus helicòpter.

Els avions volen fent incidir aire a les ales, a mesura que es mouen, per a produir sustentació. Els helicòpters utilitzen un rotor que fa girar les pales, les quals produeixen la força de sustentació que els permet volar. Com l'helicòpter no s'ha de desplaçar per a produir sustentació pot volar en punt fix, que no és més que mantenir-se en un punt fix a l'espai.

La capacitat única de poder volar en punt fix, així com l'alta maniobrabilitat dels helicòpters fa que sigui molt interessant el seu estudi i desenvolupament. Per contra, l'alta maniobrabilitat de l'helicòpter provoca que tingui un comportament molt inestable.

### 4.1. Morfologia de l'helicòpter

Com s'ha introduït, l'helicòpter és una aeronau de pala rotatòria. És a dir, fa girar les pales mitjançant un rotor principal de manera que la diferència de pressió que es produeix entre la part superior i inferior de les pales provoquen una força de sustentació vertical, fent possible el vol.

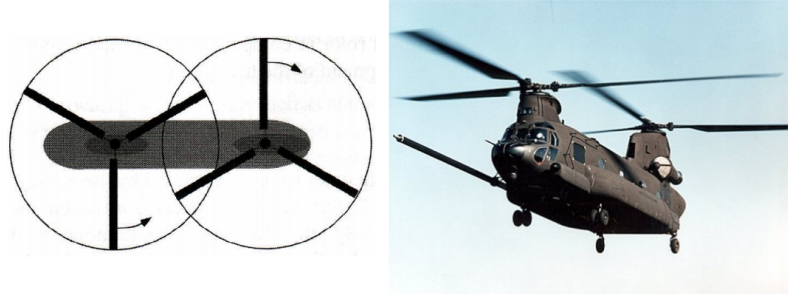
Quan es fa girar el rotor principal es crea un parell a l'helicòpter. Per a compensar-ho, hi ha diferents configuracions: convencional, rotors en tàndem, coaxials, NOTAR, etc.

- Convencional: S'utilitza un rotor de cua amb el que es produeix una força, al fer girar les seves pales, que fa compensar el parell del rotor principal.



Figura 1 Helicòpter amb rotor convencional

- Rotors en tàndem: S'utilitzen dos rotors que giren amb la mateixa velocitat i direccions oposades, de manera que un compensa el parell de l'altre.



**Figura 2 Helicòpter amb rotors en tàndem**

- Rotors coaxials: S'utilitzen dos rotors que es fan girar en direccions contràries, però van en el mateix eix, un a sobre de l'altre.



**Figura 3 Helicòpter amb rotors coaxials**

- NOTAR: S'utilitza aire, el qual es fa sortir propulsat per la cua, fent un moment que compensi el parell del rotor principal.



**Figura 4 Helicòpter NOTAR**

#### 4.1.1. Eixos de coordenades

En aquest projecte es treballa amb uns eixos de coordenades anomenats eixos cos. Els eixos cos s'anomenen així perquè són uns eixos lligats als eixos principals de l'helicòpter. Aquests són:

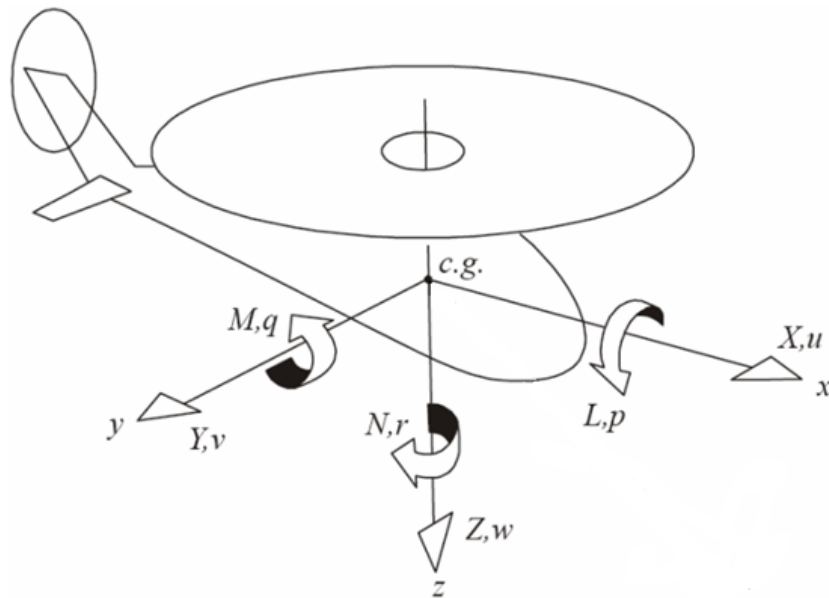


Figura 5 Representació dels eixos de coordenades

L'eix  $x$  es troba situat al pla de simetria de l'helicòpter i apunta segons l'eix principal de l'helicòpter i cap endavant.

L'eix  $z$  es troba situat al pla de simetria de l'helicòpter i forma  $90^\circ$  amb l'eix  $X$ , apuntant cap avall.

L'eix  $y$  apunta en direcció perpendicular al pla format de simetria, seguint la norma de la mà dreta amb els eixos  $x$  i  $z$ .

Tal i com es veu a la figura 5, les variables principals del moviment de l'helicòpter, velocitats i girs, estan definides en els eixos principals. És a dir, els angles de rotació són positius en el sentit de les rotacions dels eixos cos seguint la regla de la mà dreta.

Apareixen en majúscules les forces lineals ( $X$ ,  $Y$  i  $Z$ ) i també els moments al voltant dels mateixos eixos ( $L$ ,  $M$  i  $N$ ).

A continuació es defineixen les variables que més importància prenen, ja que són les sortides del sistema. És a dir, les velocitats i angles que es poden mesurar mitjançant sensors.

Es poden definir les velocitats lineals:

- $u$  és una translació en l'eix  $x$
- $v$  és una translació en l'eix  $y$
- $w$  és una translació en l'eix  $z$

Les velocitats angulars:

- $p$  és una velocitat de rotació en l'eix  $x$
- $q$  és una velocitat de rotació en l'eix  $y$
- $r$  és una velocitat de rotació en l'eix  $z$

L'actitud de l'helicòpter:

- $\theta$  defineix l'angle de capcineig i és una rotació en l'eix  $y$
- $\phi$  defineix l'angle de balanceig i és una rotació en l'eix  $x$
- $\psi$  defineix l'angle de guinyada i és una rotació en l'eix  $z$

#### 4.1.2. Equacions de moviment

En aquest projecte no es realitzarà el desenvolupament per a l'obtenció de les equacions de moviment de l'helicòpter. Però com són importants per a entendre els resultats i els procediments, es presenten les equacions no lineals després de fer les simplificacions necessàries.

- Equacions de moviment lineal:

$$\dot{u} = rv - qw - g \sin \theta + \frac{X}{m}$$

$$\dot{v} = pq - ru + g \cos \theta \sin \phi + \frac{Y}{m}$$

$$\dot{w} = qu - pv + g \cos \theta \cos \phi + \frac{Z}{m}$$

On les forces  $X$ ,  $Y$  i  $Z$  són funció de totes les variables d'estat, com són les velocitats lineals, rotacions, accions sobre els controls de l'helicòpter, etc.

Aquestes equacions permeten veure l'acoblament en cada direcció produït per les rotacions i les velocitats dels altres eixos en els primers dos termes. En el tercer terme es veu l'efecte de la rotació amb la força de la gravetat.

- Equacions de moments:

$$\dot{p} = k_1 pq - k_2 rq + L^*$$

$$\dot{q} = \frac{I_z - I_x}{I_y} pr + \frac{I_{xz}}{I_y} (r^2 - p^2) + \frac{M}{I_y}$$

$$\dot{r} = -k_3 pq - k_1 r q + N^*$$

On les variables  $k_i$  són funcions de les inèrcies:

$$k_1 = \frac{I_{xz}(I_z + I_x - I_y)}{I_x I_z - I_{xz}^2}$$

$$k_2 = \frac{I_z(I_z - I_y) - I_{xz}^2}{I_x I_z - I_{xz}^2}$$

$$k_3 = \frac{I_x(I_y - I_x) - I_{xz}^2}{I_x I_z - I_{xz}^2}$$

I les variables  $L^*$  i  $N^*$  són funcions de les inèrcies i els moments:

$$L^* = \frac{I_z}{I_x I_z - I_{xz}^2} L + \frac{I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} N$$

$$N^* = \frac{I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} L + \frac{I_x}{I_x I_z - I_{xz}^2} N$$

Igual que en les forces X, Y i Z, els moments L, M i N depenen de totes les variables.

Es pot veure l'acoblament degut a la no simetria de l'helicòpter mitjançant les inèrcies i els productes de les rotacions dels primers termes a les equacions de moments.

- Finalment, les equacions d'Euler serveixen per a definir les rotacions angulars:

$$\dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta$$

$$\dot{\theta} = q \cos \theta - r \sin \phi$$

$$\dot{\psi} = \frac{q \sin \phi + r \cos \phi}{\cos \theta}$$

Les equacions d'Euler mostren que les velocitats angulars estan acoblades entre elles.

## 4.2. L'helicòpter del grup SAC (Sistemes Avançats de Control)

Al departament d'Enginyeria de Sistemes, Automàtica, Informàtica i Industrial, del grup SAC, hi ha dos models disponibles de la marca Thunder Tiger, el model Raptor G4 E720 i el model Raptor 30.



Figura 6 Model Raptor E720 i Raptor 30, a esquerra i dreta respectivament<sup>1</sup>

Com es pot veure a la figura 6, són models molt semblants, les característiques dels quals es veuen resumides en la següent taula:

Propietat	R E720	R 30	Unitats
<b>Diàmetre rotor principal</b>	1.604	1.245	m
<b>Diàmetre rotor de cua</b>	0.280	0.236	m
<b>Nombre de pales</b>	2	2	-
<b>Massa de l'helicòpter</b>	3.750	3.000	kg

Taula 1 Especificacions dels helicòpters UAV Raptor E720 i Raptor 30

L'helicòpter Thunder Tiger Raptor 30 funciona amb un motor de benzina i el model Raptor G4 E720 amb un motor elèctric.

## 4.3. Modes de vol

Un helicòpter es pot moure i girar sobre si mateix en qualsevol direcció. Es pilota mitjançant 3 controls: el pas col·lectiu, el pas cíclic i els pedals. Basant-se en aquestes accions de control, el moviment de l'helicòpter es pot dividir en 3 moviments principals: moviment vertical, moviment lateral-direccional i gir de guinyada.

Per simplicitat, en aquest projecte es considera que, en tot moment, la velocitat de gir de les pales és constant, de manera que la palanca de gasos es troba fixada en tot moment.

<sup>1</sup> Font del Raptor E720 [<http://www.ttamerica.com/helis/ttre0093.html>] i del Raptor 30 [<http://www.towerhobbies.com/products/thundertiger/ttre0047.html>]

#### 4.3.1. Moviment vertical

El moviment vertical de l'helicòpter és una translació sobre l'eix Z. Aquest moviment es controla mitjançant el pas col·lectiu. El pas col·lectiu consisteix en fer pujar o baixar un plat situat a l'eix del rotor principal. Aquest plat va unit a unes barres, les quals si pugen o baixen fan augmentar o reduir l'angle d'atac de totes les pales per igual.



Figura 7 Fotografia del pas col·lectiu de l'helicòpter de l'ETSEIAT

Canviant l'angle d'atac de les pales s'augmenta o es redueix la força de sustentació generada per l'helicòpter, creant una acceleració vertical.

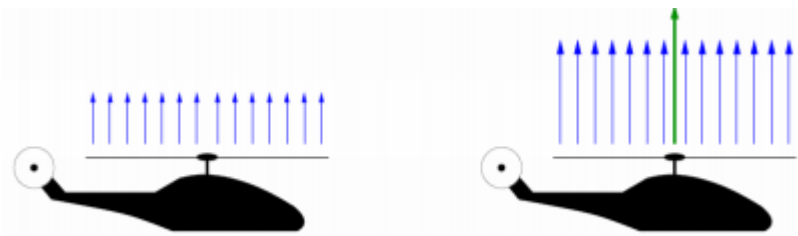


Figura 8 Resposta de l'helicòpter a una acció sobre el pas col·lectiu



La variable principal sobre la que actua aquest moviment és la velocitat vertical,  $w$ .

L'acoblament principal d'aquest moviment, partint d'una situació d'equilibri, és amb l'angle de guinyada. En una situació d'equilibri, el moment generat al girar el rotor principal es veu compensat per la força generada pel rotor de cua. Aquest moment es desequilibra al variar l'angle d'atac a les pales i es produeix un diferencial de força a la cua, el qual fa que la velocitat de guinyada prengui un valor diferent de 0.

#### 4.3.2. Gir de guinyada

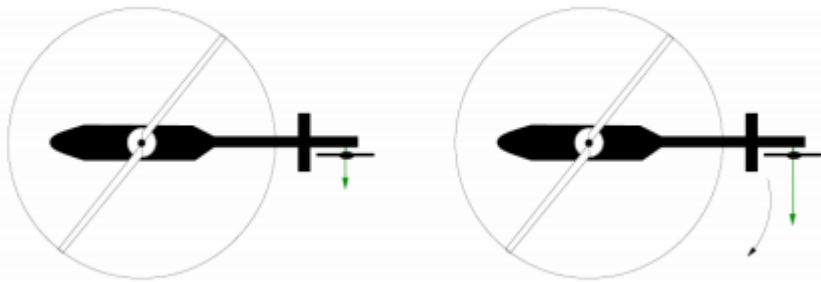
El gir de guinyada de l'helicòpter és un moviment de rotació de l'angle de guinyada, és a dir una rotació sobre l'eix Z. Aquest moviment es controla mitjançant els pedals de l'helicòpter. Els pedals de l'helicòpter fan la mateixa funció que fa el pas col·lectiu, però actuen al rotor de cua.



**Figura 9 Fotografia del rotor de cua de l'helicòpter de l'ETSEIAT**

Augmentant o reduint l'angle d'atac de les pales del rotor de cua es genera un desequilibri de moments, el qual produeix una acceleració angular sobre l'angle de guinyada.





**Figura 10 Resposta de l'helicòpter a una acció sobre els pedals**

La variable principal sobre la que actua aquest moviment és la velocitat de guinyada,  $r$ .

L'acoblament principal d'aquest moviment és amb la velocitat vertical. Quan l'helicòpter gira sobre si mateix, la velocitat d'aire que arriba a les pales es veu lleugerament afectada, produint una lleugera variació en la velocitat vertical. Tanmateix, la variació de la força que produeix el rotor de cua genera una petita acceleració lateral.

#### **4.3.3. Moviment lateral-direccional**

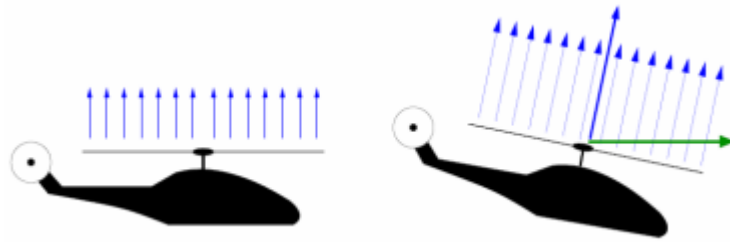
El moviment lateral-direccional de l'helicòpter és el moviment d'inclinació i rotació de l'helicòpter en els eixos X i Y. Aquest moviment es controla mitjançant el pas cíclic. El pas cíclic fa inclinar el plat lligat a l'angle d'atac de les pales de l'helicòpter, provocant-li un angle diferent de 0.



**Figura 11 Fotografia de la palanca de pas cíclic de l'helicòpter de l'ETSEIAT**

Quan es fa una acció sobre el pas cíclic l'angle d'atac que veuen les pales és diferent en els 360° de recorregut i es crea un petit moment que fa inclinar el rotor principal. Quan s'inclina el rotor principal, la força de sustentació canvia de direcció, de manera que pren valors en els tres eixos, fent aparèixer acceleracions en les direccions lateral i/o longitudinal. Tanmateix, degut a la inclinació del rotor, es produeix una rotació del cos de l'helicòpter. El pas cíclic és

una palanca que es pot moure en els 360°, de manera que es pot separar en dos actuacions: actuació longitudinal i actuació lateral.



**Figura 12 Resposta de l'helicòpter a una acció sobre el pas cíclic en direcció longitudinal**

L'actuació longitudinal actua, principalment, sobre l'angle de capcineig,  $\theta$ , i sobre la velocitat longitudinal,  $u$ . Anàlogament, l'actuació lateral actua, principalment, sobre l'angle de balanceig,  $\phi$ , i sobre la velocitat lateral,  $v$ .

L'acoblament principal en aquest moviment és el que existeix entre el moviment lateral i el moviment longitudinal. Tanmateix, però, quan s'inclina el rotor principal es perd sustentació en l'eix vertical. És a dir, si l'helicòpter inclina el rotor principal trobant-se en una situació d'equilibri es genera una acceleració vertical.

## 5. Models disponibles

L'helicòpter és una aeronau molt inestable. L'alta inestabilitat es tradueix en que sigui difícil realitzar experiments amb l'helicòpter, per a realitzar models que reproduïxin el seu comportament, sense posar en risc la integritat del mateix. És a dir, hi ha una necessitat de treballar amb models matemàtics per a conèixer el seu comportament.

Aquesta necessitat de desenvolupar models matemàtics fiables per a l'estudi del comportament de l'helicòpter s'ha traduït en la creació de diversos models desenvolupats al llarg dels anys per diferents autors.

Aquests models deriven de les equacions dinàmiques de l'helicòpter comentades a l'apartat 4.1.2. Cada model matemàtic es desenvolupa a través de les aproximacions i simplificacions que considera apropiades cada autor. Segons això, es poden dividir en dos grans grups: models lineals i models no lineals.

### 5.1. Models lineals

Els models lineals són models molt simplificats en els quals s'ha aplicat una aproximació per petites variacions. Es veuen limitats per les aproximacions i condicions imposades durant la linealització. En general, els models lineals es desenvolupen en condicions de vol a punt fix, tot i que en alguns models s'han fet aproximacions per a emprar el model en vol de creuer.

Tot seguit s'enumeren una sèrie de models existents:

- L'any 1999, es desenvolupa el model [Aguirre-99] a l'Universitat Politècnica de Madrid, i es presenta durant la defensa de la tesis doctoral "Identificación y control de un minihelicóptero en vuelo estacionario".
- L'any 1984, es desenvolupa el model [Futura-84] al treball "Dynamics of a RC helicópter and control".
- L'any 1994, es desenvolupa el model [Morris-94] al treball "Identification and Control of a Model Helicopter in Hover".
- L'any 2001, Vladislav Gavrillets desenvolupa un model no lineal d'un helicòpter a la conferència AIAA Guidance, Navigation and Control Concerence and Exhibit sota el títol "Nonlinear Model for a Small-Size Acrobatic Helicopter".
- L'any 2003, Bernard Mettler segueix treballant en el model desenvolupat 2 anys abans, juntament amb Gavrillets, i s'obté un model lineal. Aquest model serveix per a vols a punt fix i vols en creuer. Es presenta en l'article "System Identification Modeling of a Small-Scale Unmanned Rotorcraft for Flight Control Design".

En aquest projecte es treballarà mitjançant el model Mettler-2003.

### 5.1.1. Model de Mettler

El model Mettler-2003 és la continuació del model Gavrillets-2001 B. En el mateix treball es linealitzen les equacions dinàmiques i s'obté un sistema lineal en espai d'estats. Aquest model està dissenyat basant-se en l'helicòpter UAV Yamaha R-50.

#### 5.1.1.1. Helicòpter UAV Yamaha R-50

L'helicòpter UAV Yamaha R-50 és un helicòpter desenvolupat per Yamaha durant els anys 1980. Es va desenvolupar a encàrrec del ministeri d'agricultura japonès i la seva finalitat eren tasques com sembrar i vigilar els camps, així com de vigilància forestal.



Figura 13 Helicòpter UAV Yamaha R-50 [font: <http://rmax.yamaha-motor.com.au/history>]

Les especificacions es poden resumir en la següent taula:

Propietat	Valor	Unitats
Radi rotor principal	1.5392	m
Radi rotor de cua	0.26	m
Nombre de pales	2	-
Massa de l'helicòpter	44.3840	kg

Taula 2 Especificacions de l'helicòpter UAV Yamaha R-50

Aquest model es propulsava mitjançant un motor de benzina.

#### 5.1.1.2. Descripció del model

Aquest model està dissenyat per a vol en avanç i vol en punt fix, tot i que en aquest projecte només s'utilitza el model per a vol a punt fix. Es basa en les equacions de moviment de l'helicòpter i hi incorpora els servomecanismes així com realimentacions internes com l'esmoreïdor de guinyada (yaw rate gyro o yaw damper) o una barra estabilitzadora.

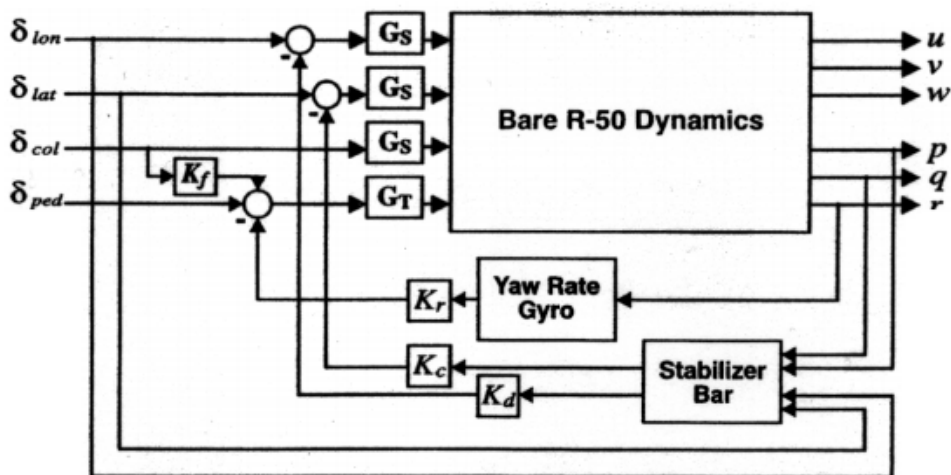


Figura 14 Esquema de les realimentacions internes del model Mettler

Les variables d'entrada  $\delta_{lat}$ ,  $\delta_{lon}$ ,  $\delta_{ped}$  i  $\delta_{col}$  representen el valor de les accions de control. Degut a que la palanca de comandament del pas cíclic pot girar fins a  $360^\circ$ , la seva acció de control es pot dividir en dos entrades, la inclinació lateral i la inclinació longitudinal, tal i com es veu representat per les dues primeres variables d'entrada.

Els servomecanismes són funcions primer ordre i estan representats per les funcions  $G_s$  i  $G_t$ , del rotor principal i de cua, respectivament. Fent l'anàlisi i les simplificacions adequades, Mettler va obtenir un model en espai d'estats.

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \tau_f \dot{a} \\ \tau_f \dot{b} \\ \dot{w} \\ \dot{r} \\ \dot{r}_{fb} \\ \tau_s \dot{c} \\ \tau_s \dot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & -g & X_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & g & 0 & 0 & Y_b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_u & L_v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_b & L_w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_u & M_v & 0 & 0 & 0 & 0 & M_a & 0 & M_w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\tau_f & 0 & 0 & -1 & A_b & 0 & 0 & 0 & A_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\tau_f & 0 & 0 & 0 & B_a & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_a & Z_b & Z_w & Z_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_v & N_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_w & N_r & N_{r_{fb}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_r & K_{r_{fb}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\tau_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\tau_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ p \\ q \\ \phi \\ \theta \\ a \\ b \\ w \\ r \\ r_{fb} \\ c \\ d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{ped} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{col} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{lat} & A_{lon} & 0 & 0 \\ B_{lat} & B_{lon} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{col} \\ 0 & 0 & N_{ped} & N_{col} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{lon} & 0 & 0 \\ D_{lat} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{lat} \\ \delta_{lon} \\ \delta_{ped} \\ \delta_{col} \end{bmatrix}$$

Figura 15 Model de Mettler en espai d'estats

Les variables d'estat  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  són les variables relacionades amb els mecanismes i l'aletgeig de les pales del rotor principal. La variable  $r_{fb}$  és una variable relacionada amb l'esmoreïdor de guinyada.

Utilitzant tècniques d'identificació en el domini freqüencial, Mettler va identificar els valors de totes les variables en vol a punt fix, les quals es mostren arrodonides en la següent funció:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \tau_f \dot{a} \\ \tau_f \dot{b} \\ \dot{w} \\ \dot{r} \\ \dot{r}_{fb} \\ \tau_s \dot{c} \\ \tau_s \dot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -32 & -32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.2 & 0 & 0 & 32 & 0 & 0 & 32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 166 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1 & -0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 83 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -22 & -4.1 & 0 & 0 & 0 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 8 & -21 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.8 & -131 & -0.6 & 0.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0 & -3.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & -4 & -33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.2 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ p \\ q \\ \phi \\ \theta \\ a \\ b \\ w \\ r \\ r_{fb} \\ c \\ d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & -2.2 & 0 & 0 \\ 3.0 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -46 \\ 0 & 0 & 33 & -3.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.8 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{lat} \\ \delta_{lon} \\ \delta_{col} \\ \delta_{ped} \end{bmatrix}$$

D'aquestes 13 variables d'estat només es tenen com sortida les que són mesurables. És a dir, les tres velocitats lineals (u, v i w), l'actitud ( $\theta$  i  $\phi$ ) i les tres velocitat angulars (p, q i r).

### 5.1.1.3. Esmorteïdor de guinyada (o yaw damper)

Bernard Mettler va modelar el gir de guinyada de l'helicòpter UAV Yamaha R-50 amb dos esmorteïdors de guinyada: un esmorteïdor natural i un d'artificial.

L'esmorteïdor de guinyada natural representa el fregament que apareix al girar l'helicòpter, compensant de manera natural l'acceleració en el gir. D'aquesta manera, si el fregament és prou gran com per tenir efecte notable durant els primers instants de temps, la funció de transferència del gir de guinyada es pot representar com una funció de primer ordre.

L'esmorteïdor de guinyada artificial és una realimentació del gir de guinyada, r, que s'utilitza quan el fregament no és suficient per a estabilitzar la guinyada. Bernard Mettler no va aconseguir identificar tots els paràmetres que permetien simular de manera exacta del comportament de l'esmorteïdor de guinyada artificial. El va simplificar emprant una funció de transferència de primer ordre a mode de filtre com a realimentació.

## 5.2. Models no lineals

Els models no lineals es desenvolupen o bé a partir de les lleis de la física o bé es basen en lleis de la dinàmica de sòlids rígids. Aquests models són molt inestables, però serveixen per a múltiples situacions de vol. En general, depenen de més variables a identificar, la majoria de les quals no tenen una fàcil identificació experimental.

Tot seguit s'enumeren una sèrie de models existents:

- L'any 1988, Robert K. Heffley desenvolupa a la NASA el treball titulat "Minimum complexity helicopter simulation math model. Nasa center for AerosSpace Information". És un model bastant complex que apareix motivat per factors de cost computacional, econòmic i per falta de flexibilitat dels models matemàtics existents en aquell moment.
- Els models desenvolupats per Vladislav Gavrilets, l'any 2001, i per Bernard Mettler, l'any 2003, són models no lineals basats en les lleis de la física que després es van linealitzar.
- L'any 2002, Marco La Civita presenta el seu model a Montreal en el treball titulat "Modeling of Small-Scale Helicopters with Integrated First-Principles and System-Identification Techniques".
- L'any 2005, el departament de sistemes electrònics, automatització i control de la universitat d'Aalborg van implementar en Simulink un model matemàtic no lineal. Aquest model s'utilitza a la universitat d'Aalborg per a fer treballs i tesis.

### 5.2.1. Model de la universitat d'Aalborg

El model de la universitat d'Aalborg és un model no lineal. Utilitza les equacions dinàmiques de l'helicòpter, l'aletge de les pales i els servomecanismes.

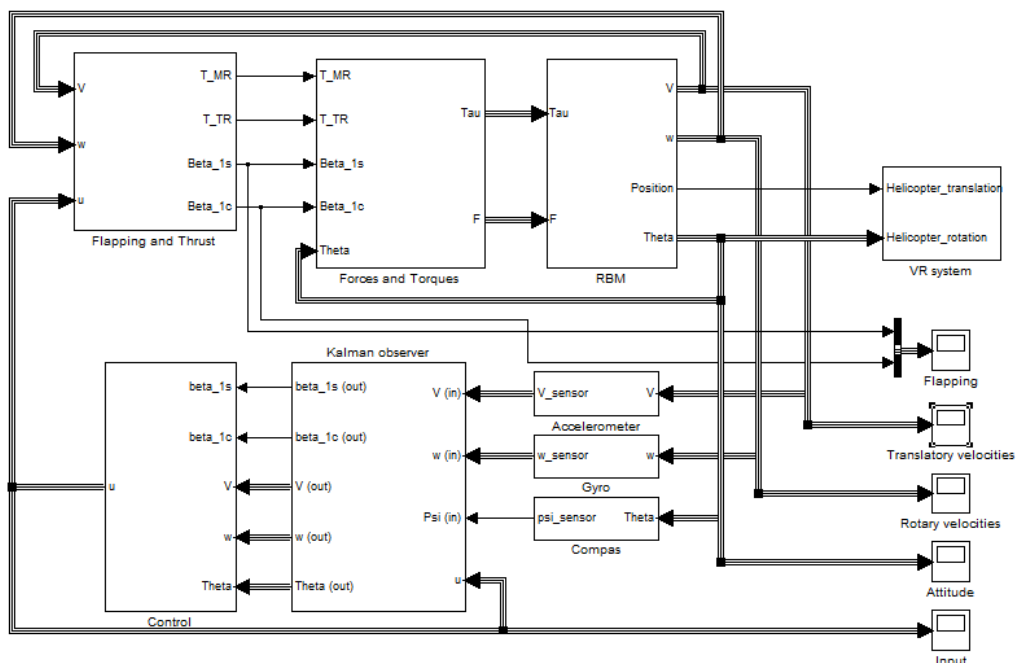


Figura 16 Esquema en Simulink del model d'Aalborg

És un model complex que implementa totes les equacions no lineals en blocs de Simulink, Matlab. És un model dissenyat basant-se en l'helicòpter UAV Bergen Industrial Twin.

#### **5.2.1.1. Helicòpter UAV Bergen Industrial Twin**

L'helicòpter UAV Bergen Industrial Twin és un helicòpter UAV de radio control. Aquest model no es ven en un conjunt estàndard, sinó que s'han de triar les peces per separat quan es fa l'encàrrec.



Figura 17 Helicòpter UAV Bergen Industrial Twin [font: [bergenrc.com/Twin.php](http://bergenrc.com/Twin.php)]

Les especificacions es poden resumir en la següent taula:

Propietats	Valor	Unitats
Diàmetre rotor principal	1.62	m
Diàmetre rotor de cua	0.26	m
Nombre de pales	2	-
Massa de l'helicòpter	8.16	kg

Taula 3 Especificacions de l'helicòpter UAV Bergen Industrial Twin

Aquest helicòpter rep el nom "Twin" degut a que funciona amb dos motors de benzina, sent un model lleuger amb molta potència.

#### **5.2.1.2. Descripció del model**

El model de la universitat d'Aalborg ve amb un controlador integrat, com es pot veure a la següent figura:



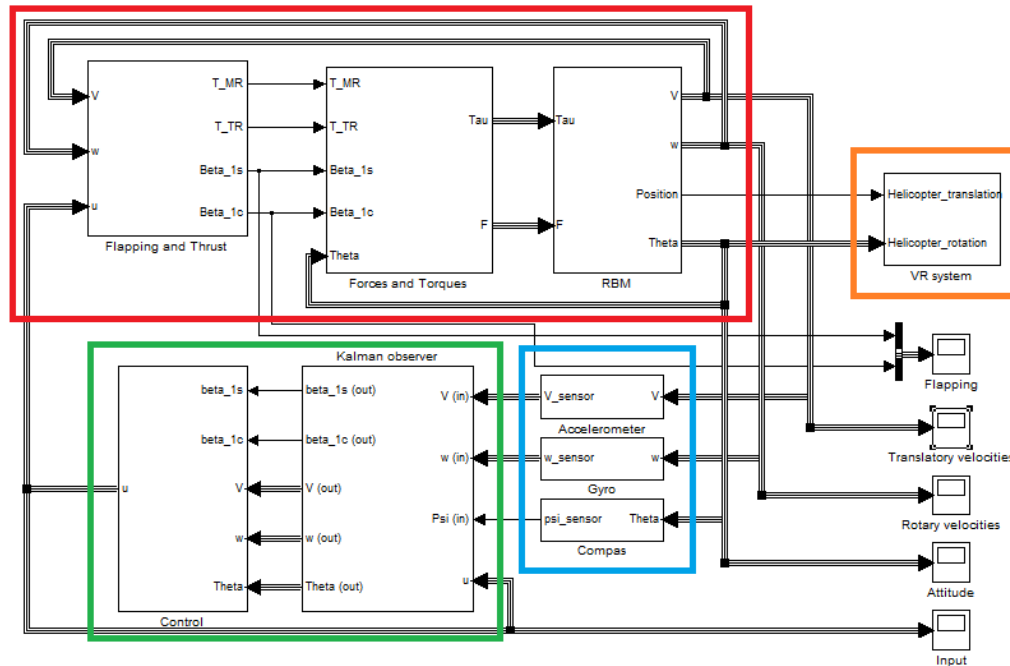


Figura 18 Esquema del model d'Aalborg en detall

El model està dividit en 3 parts: en vermell els blocs de les equacions dinàmiques, en verd el controlador juntament amb un observador de Kalman i en blau els tres blocs que representen els sensors de l'aeronau. Els blocs que representen els sensors són guany unitaris.

Finalment, en taronja hi ha un bloc per a la visualització en 3D del vol de l'helicòpter, el qual no s'ha utilitzat en aquest projecte.

Del bloc del controlador hi surten, mitjançant un bus de variables, les 4 accions de control, o variables d'entrada,  $\delta_{lat}$ ,  $\delta_{lon}$ ,  $\delta_{ped}$  i  $\delta_{col}$ . Les sortides són les variables mesurables pels sensors, que es realimenten mitjançant els blocs de sensors, i es pot observar la seva evolució mitjançant els blocs scope anomenats 'Translatory velocities', 'Rotary velocities' i 'Attitude'.

### 5.2.1.3. Limitacions del senyal d'entrada

És important destacar que el model d'Aalborg incorpora uns blocs que simulen el senyal d'entrada màxim que suporta l'helicòpter simulat.

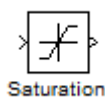


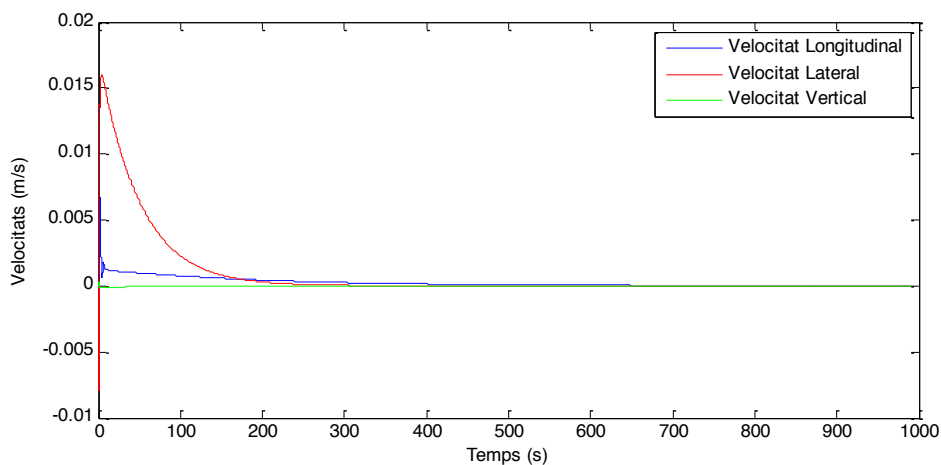
Figura 19 Bloc Saturation de Simulink

Aquests blocs estan a dins del bloc *Control*. Limiten el senyal de control entre els valors  $-0.175$  i  $+0.175$ , de manera que un senyal de control fora del límit es quedarà al valor límit. Un cop dissenyats els controladors s'haurà de vigilar que el senyal de control no estigui al límit.

Finalment, és necessari comentar que aquest bloc no es troba inclòs en l'entrada dels pedals, de manera que es desconeix el valor màxim i mínim que s'admet.

#### 5.2.1.4. *Obtenció de la resposta del sistema*

Aquest model no es troba en una posició inicial d'equilibri. Per a poder fer proves amb el model primer s'ha de dur aquest a les condicions del marc del projecte. És a dir, aconseguir que el model es trobi en condicions de vol a punt fix. Per a aconseguir-ho s'utilitza el controlador que es va dissenyar a la universitat d'Aalborg i es manté funcionant fins que les velocitats, lineals i angulars, s'estabilitzen a un valor pràcticament constant, teòricament zero. Tot i així, no és exactament zero degut a les limitacions en decimals amb els que treballa Matlab. Aquest punt de treball no és d'equilibri, però és tan proper al punt d'equilibri que, sense control, les velocitats i angles creixen molt lentament. Aquest creixement és tant lent que la resposta del sistema davant una excitació no es veu alterada.

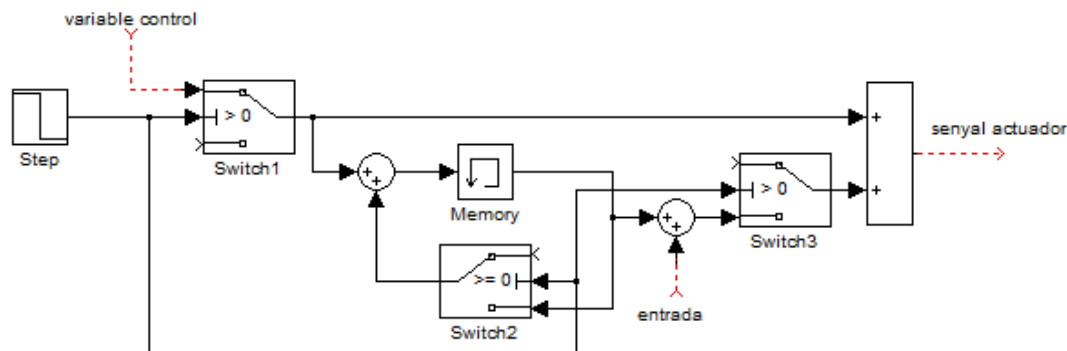


**Figura 20 Evolució de les velocitats lineals del model d'Aalborg amb el controlador inicial**

A la figura 20 es pot veure l'evolució de les velocitats lineals en funció del temps. Degut a l'alta inestabilitat d'aquest model, s'ha utilitzat un temps elevat, de 990 segons a la simulació, a l'hora de considerar que el model es troba simulant condicions de vol a punt fix.

Per a treballar amb el model no lineal sense el controlador implementat no n'hi ha prou amb desconnectar el controlador. S'ha dissenyat un sistema de blocs per a mantenir els valors d'entrades provinents del controlador, de manera que,

idealment, el model es trobi en un estat d'equilibri. S'implementa mitjançant blocs de Simulink de tipus *Switch* i de tipus *Memory*.



**Figura 21** Esquema del sistema emprat a l'hora de desconnectar els controladors

L'esquema de la figura 21 s'utilitza 4 vegades, un per a cada variable d'entrada del model. *Variable control* és la variable d'entrada en cada cas ( $\delta_{lat}$ ,  $\delta_{lon}$ ,  $\delta_{ped}$  o  $\delta_{col}$ ), *senyal actuator* és la nova senyal d'entrada que s'introdueix al model i, finalment, *entrada* és el senyal amb el que es vulgui excitar el sistema (una entrada de tipus graó, rampa, etc.).

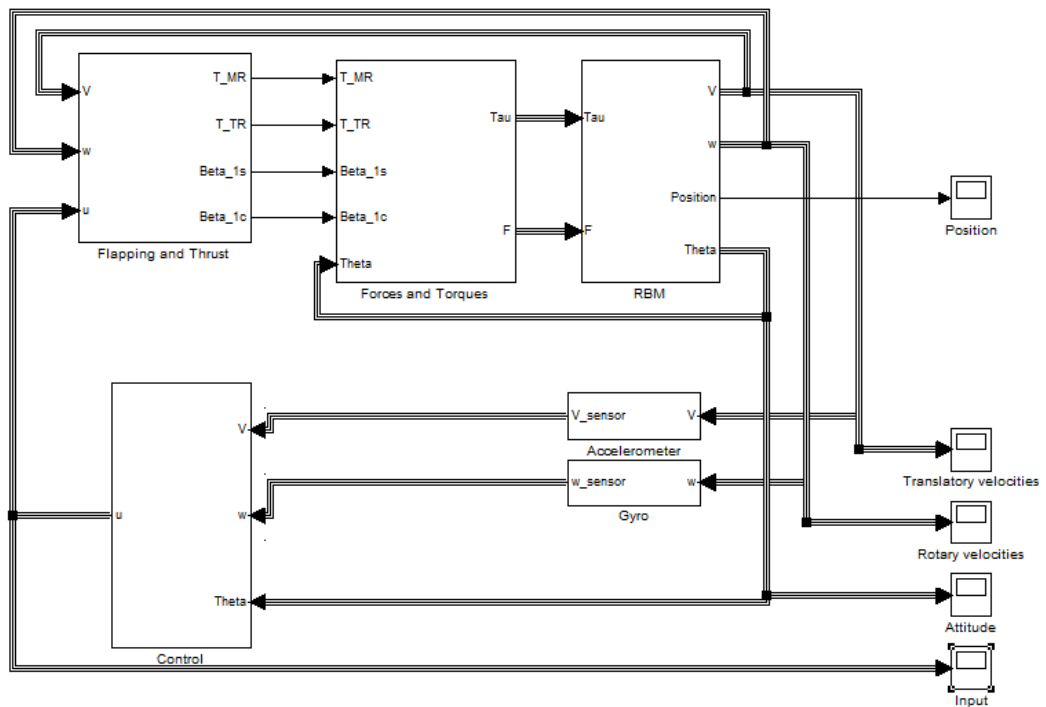
El bloc Switch deixa passar l'entrada 1 sempre i quan l'entrada 2 satisfaci la condició imposada. El bloc Memory guarda l'entrada anterior i la transmet. El bloc Step és una entrada graó que, en l'instant de temps imposat passa de valor positiu a valor negatiu.

Així doncs, quan el bloc Step és positiu: el bloc Switch1 deixa passar el senyal *variable de control*, el bloc Memory guarda el valor d'aquesta variable, i tant el Switch2 com el Switch3 deixen passar el valor 0.

Quan el bloc Step és negatiu: el bloc Switch1 passa el valor 0, el bloc Memory es realimenta amb el mateix valor a través del bloc Switch2 i el bloc Switch3 deixa passar el valor emmagatzemat al bloc Memory sumat amb l'*entrada* amb el que es vulgui obtenir la resposta del sistema.

#### 5.2.1.5. **Esquema controlador del projecte**

A l'hora d'implementar els controladors desenvolupats en aquest projecte només s'utilitzaran els blocs que representen les equacions dinàmiques, substituint els blocs en verd, figura 18, pels nous controladors:



**Figura 22 Esquema del model d'Aalborg modificat**

Els blocs de sensors es veuen lleugerament alterats. El sensor de l'actitud de l'aeronau només mesurava l'angle de guinyada en el model original. Com tots els sensors es veuen representats per un guany unitari, es fan passar els tres angles, representats per la variable  $\Theta$ , directament cap al bloc de control.

## 6. Metodologia

En aquest capítol es vol establir una metodologia de treball que permeti dissenyar controladors per a vol en punt fix per models d'helicòpter d'escala reduïda. Per a això s'utilitzaran dos models diferents, un de lineal i un de no lineal, basats en dos helicòpters diferents. L'objectiu és fer simplificacions que siguin vàlides per als dos models, podent extrapolar els resultats obtinguts a l'helicòpter del grup SAC.

En els capítols anteriors s'han introduït les equacions de moviment de l'helicòpter, així com els moviments principals de l'helicòpter i la seva relació amb els comandaments. També s'han introduït els diferents models matemàtics que s'han desenvolupat al llarg dels anys.

Mitjançant les aproximacions i simplificacions que s'han utilitzat durant el desenvolupament dels models lineals, així com veient les respostes principals a les accions de control es pot dur a terme un desacoblament dels modes.

Un cop s'hagin desacoblat els modes es podrà dissenyar el procediment a seguir per a estudiar el comportament dels modes de vol de l'helicòpter i així poder dissenyar els controladors de vol.

### 6.1. Desacoblament

S'ha vist a l'apartat 4.3 com respon l'helicòpter a cada acció de control. Tot i tenir definida una resposta primària per a cada acció de control, els modes de l'helicòpter es troben acoblats entre ells. És a dir, una acció sobre el pas col·lectiu incrementarà la velocitat vertical, però també tindrà un efecte sobre el gir de guinyada i el mode lateral-direccional, i viceversa.

L'estratègia principal a l'hora de linealitzar els models no lineals consisteix en reduir l'acoblament mitjançant simplificacions. En aquest projecte es tractaran una sèrie d'hipòtesis que es basen en aquesta estratègia:

- Mode Vertical i guinyada: l'acoblament que existeix entre ells és prou feble com per suposar-lo zero.
- Mode lateral-direccional: Quan es fa la linealització de les equacions de moviment de l'helicòpter es fa la suposició que l'acoblament entre els modes vertical i el gir de guinyada amb el mode lateral-direccional és mínim i, per tant, menyspreable.
- Es vol trobar un model simple que permeti representar el comportament inicial de cada mode.

Sobre aquestes hipòtesis és com es procedeix a dissenyar els controladors. És a dir, es tractaran els tres modes de manera independent.

## **6.2. Procediment**

Un cop decidit que es tractarà cada mode de manera independent és el moment de definir la metodologia a seguir. Per a cada mode es treballarà amb 2 models, el model lineal de Mettler i el model no lineal de la universitat d'Aalborg. Primer s'estudiarà el model lineal i després el model no lineal.

El model lineal ofereix una sèrie d'avantatges respecte el model no lineal:

- Hi ha menys acoblament: al tractar-se d'un model lineal, s'ha reduït l'acoblament durant les simplificacions per a obtenir el model.
- El punt inicial de treball és un punt d'equilibri: si l'entrada és zero, la sortida és zero. En canvi, el model no lineal comença en un punt de treball que no està en equilibri.
- Es disposa de les funcions de transferència de cada mode, així com els pols i els zeros.

Mitjançant el model lineal es fa un estudi inicial del comportament de cada mode. S'utilitza una entrada de tipus graó a l'acció de control de cada mode, mantenint la resta d'entrades amb valor 0. Tanmateix, es mira el diagrama de pols i de zeros per tal de fer el màxim nombre de simplificacions possibles. Es fan les simplificacions adients i es compara el model simplificat obtingut amb el model sencer. Un cop obtinguda una funció simplificada es proposa un tipus de controlador a utilitzar. Es dissenya i es troben els valors adients, i es verifica que aquest controlador funciona utilitzant-lo en el model sencer.

Obtinguda la funció simplificada del mode a tractar es treballa amb el model no lineal. Mitjançant el diagrama de blocs definit a l'apartat 5.2.1.4, s'introdueix una entrada de tipus graó, de manera que s'obtingui la resposta del mode, i s'identifiquen els paràmetres. Una vegada parametritzada la funció es dissenya el controlador proposat, adequant-lo al model no lineal (temps de referència, posició dels pols, etc.) en cas que les velocitats de cada model siguin molt diferents.

A diferència del model lineal, l'acoblament existent al model no lineal impedeix la verificació dels controladors de manera individual. Aquest fet provoca que fins que no s'han dissenyat tots els controladors no es poden comprovar. Quan estan tots els controladors dissenyats es posen al model no lineal i es comprova que sigui estable i que resisteixi petites ràfegues.

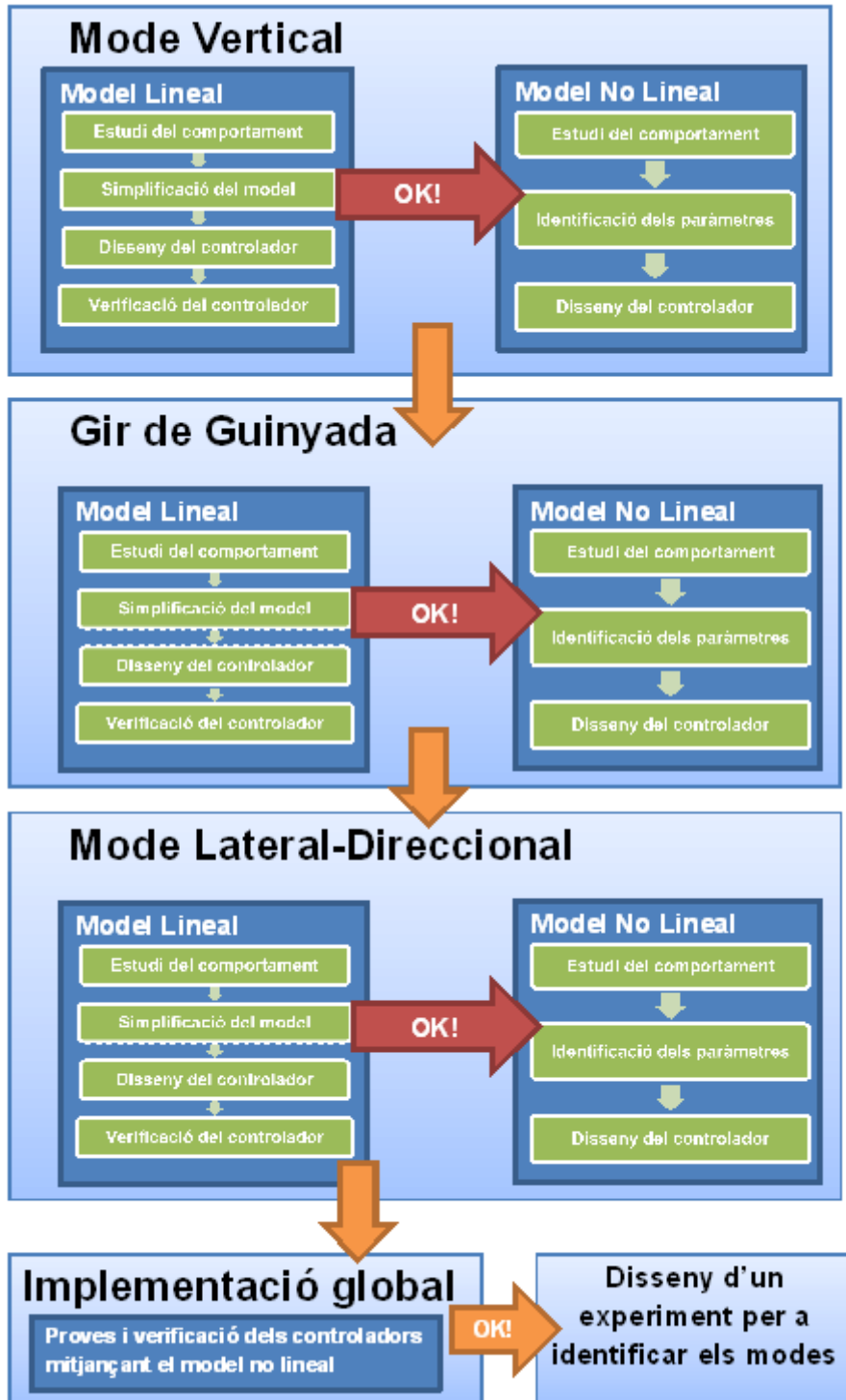


Figura 23 Esquema resum de la metodologia dissenyada

## 7. Disseny dels controladors

Tal i com s'ha explicat a la metodologia, aquest capítol es divideix en tres grans parts, una per a cada mode de vol.

Primer es començarà estudiant el mode vertical, ja que és el més simple, el més lent i el més estable. Seguidament s'estudiarà el gir de guinyada, ja que és el més simple després del mode vertical. Finalment s'estudiarà el mode lateral-direccional. El mode lateral-direccional és el mode més complex al tenir dues entrades i dues sortides.

Seguint el procediment marcat, s'estudiarà el comportament de cada mode utilitzant el model lineal. De manera que es puguin fer funcions simplificades que reproduïxin el comportament del mode i dissenyar controladors amb aquestes funcions simplificades. Un cop es verifica el controlador mitjançant el model lineal es comprova que la mateixa funció simplificada serveix per al model no lineal, fent el disseny del controlador de manera immediata.

Finalment es comprovaran tots els controladors mitjançant el model no lineal.

### 7.1. Control de velocitat vertical

El moviment vertical es tradueix en la variació de la velocitat vertical,  $w$ , quan es produeix una acció sobre el pas col·lectiu,  $\delta_{col}$ . Tal i com s'ha explicat, es considera que cap acció sobre un altre comandament és prou forta com per interferir en el comportament d'aquest mode.

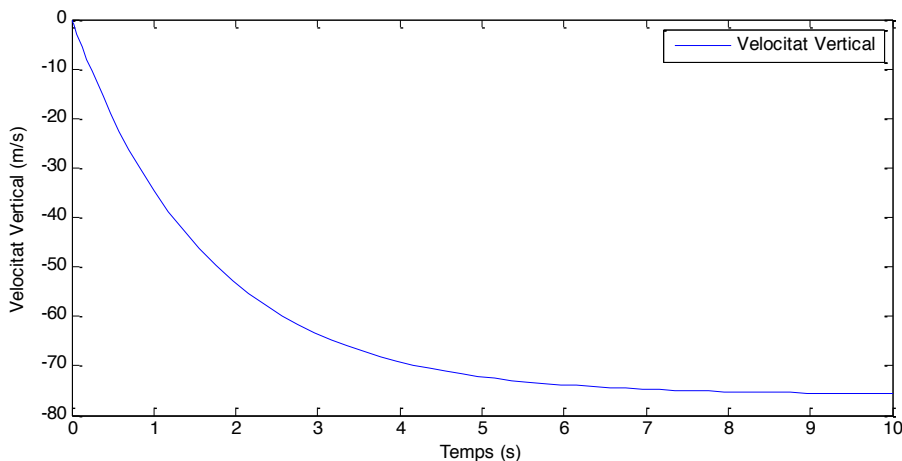
#### 7.1.1. Model lineal

Tal i com s'ha dissenyat la metodologia, es comença estudiant el model lineal. En aquest model, el mode vertical només es troba acoblat amb el gir de guinyada. Com s'ha decidit tractar aquests modes com modes independents, es tracta aquest mode com un sistema d'una entrada i una sortida, ignorant la resposta de la velocitat de guinyada.

##### 7.1.1.1. Estudi del comportament

S'aplica una entrada de tipus graó al pas col·lectiu i s'obté la resposta:





**Figura 24 Evolució de la velocitat vertical del model Mettler**

El primer que es veu en la figura 24 és que la resposta del sistema s'assembla molt a una resposta de primer ordre.

### 7.1.1.2. Simplificació del sistema

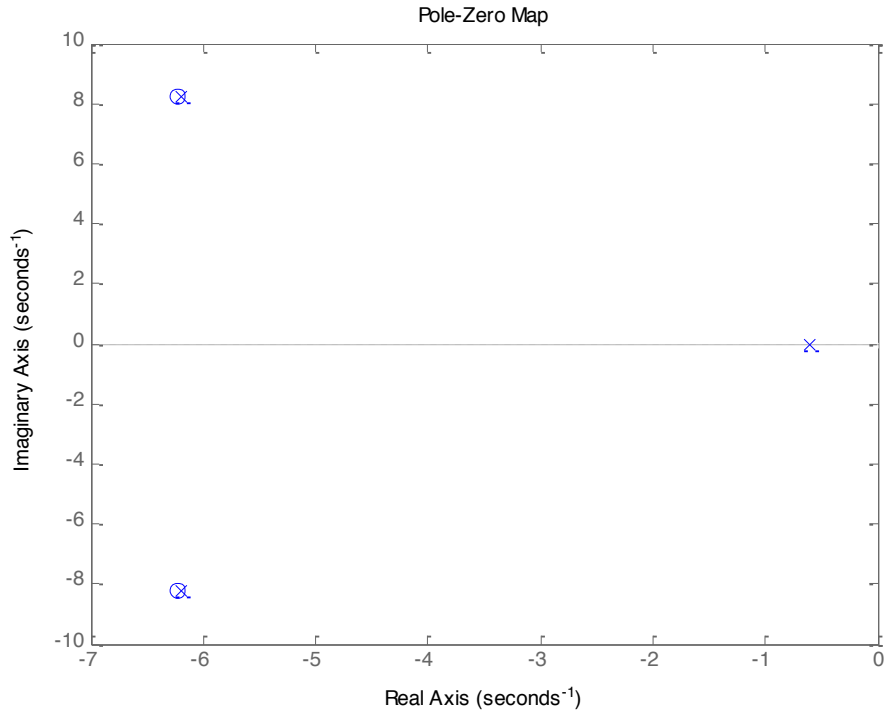
Un cop es posen les dades a la matriu del sistema, introduïda a l'apartat 5.1.1.2, s'observa que es pot reduir ja que només estan acoblats el mode vertical i el gir de guinyada. Així doncs, la matriu de control es simplifica deixant només 3 variables d'estat:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{w} \\ \Delta \dot{r} \\ \Delta \dot{r}_{fb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6141 & 0.9309 & 0 \\ 0.0857 & -4.1290 & -33.0700 \\ 0 & 2.1630 & -8.2580 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta w \\ \Delta r \\ \Delta r_{fb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -45.8400 \\ -3.3290 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta \delta_{col}$$

Emprant Matlab s'obté la funció de transferència del mode vertical:

$$H(s) = \frac{\Delta w}{\Delta \delta_{col}}(s) = \frac{-45.84s^2 - 570.9s - 4868}{s^3 + 13s^2 + 113.2s + 64.21}$$

Com s'esperava, la funció de transferència és de tercer ordre al haver-hi tres variables d'estat. Ara es mira el diagrama de pols i zeros.



**Figura 25 Diagrama de Pols i Zeros del mode vertical del model Mettler**

Analitzant el diagrama de pols i zeros es confirma que es tracta d'un sistema estable al ser els tres pols negatius. El valor dels pols és el següent:

Pols	Zeros
-0.6079	-
-6.1966 + 8.1990i	-6.2273 + 8.2102i
-6.1966 - 8.1990i	-6.2273 - 8.2102i

**Taula 4 Pols i Zeros del sistema del mode vertical del model Mettler**

El primer pol és més de cinc vegades menor que el altres. Per tant, es pot establir una dominància d'aquest pol sobre la resta. Afegint-se a la dominància també apareix una cancel·lació dels pols oscil·lants, de manera que es pot aproximar el sistema a un sistema de primer ordre. S'obté, per tant, la següent aproximació:

$$H_w(s) = \frac{\Delta w}{\Delta \delta_{col}}(s) = \frac{-45.84}{s + 0.6079} = \frac{-K_w}{s\tau_c + 1} = \frac{-75.407}{1.645s + 1}$$

Es compara la resposta a una entrada graó d'aquesta funció amb la resposta del model Mettler per a veure si és una bona aproximació.

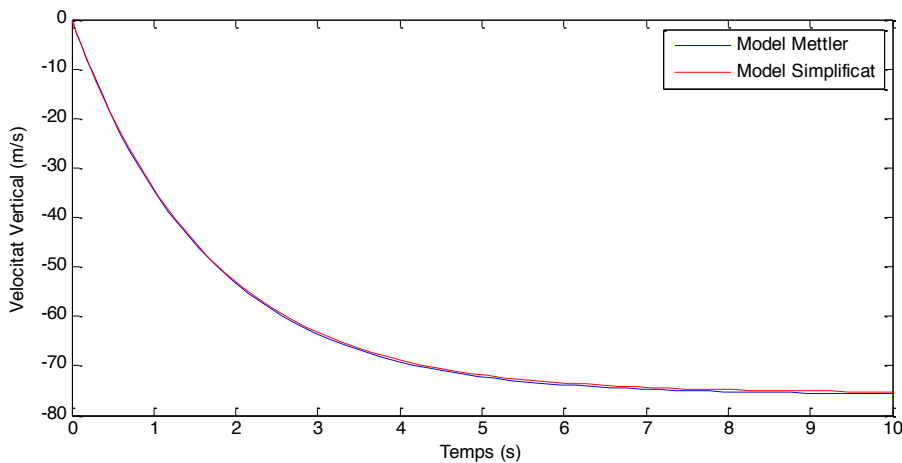


Figura 26 Comparativa entre el model Mettler i el model simplificat del mode vertical

L'error màxim es troba al valor final de la velocitat vertical, un 0.53% d'error respecte el model Mettler. Així doncs, es conclou que el sistema velocitat vertical-pas col·lectiu es pot aproximar a una funció de primer ordre.

### 7.1.1.3. Disseny del controlador

Per simplicitat, i per a obtenir una funció en llaç tancat de primer ordre, es proposa un controlador de tipus PI.

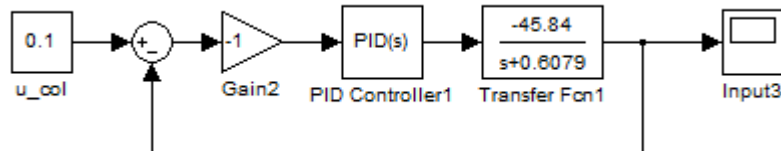


Figura 27 Esquema del mode vertical realimentat amb un controlador PI

Es considera el controlador PI definit de la següent manera:

$$PI_w(s) = K_C \frac{s\tau_I + 1}{s\tau_I}$$

Quan es mira la funció en llaç tancat, s'obté la nova funció de transferència:

$$G(s) = \frac{\Delta w}{\Delta w_{ref}}(s) = \frac{H_w(s)PI_w(s)}{1 + H_w(s)PI_w(s)} = \frac{\frac{K_w}{s\tau_c+1} K_C \frac{s\tau_I+1}{s\tau_I}}{1 + \frac{K_w}{s\tau_c+1} K_C \frac{s\tau_I+1}{s\tau_I}}$$

Per tal d'obtenir una nova funció de transferència de primer ordre, s'imposa que el temps característic de l'integrador,  $\tau_I$ , i el temps característic de la funció de transferència,  $\tau_c$ , siguin iguals.

$$G(s) = \frac{\Delta w}{\Delta w_{ref}}(s) = \frac{\frac{s\tau_I + 1}{s\tau_c + 1} \frac{K_w K_C}{s\tau_I}}{1 + \frac{s\tau_I + 1}{s\tau_c + 1} \frac{K_w K_C}{s\tau_I}} = \frac{K_w K_C}{s\tau_c + K_w K_C} = \frac{1}{s\tau_G + 1}$$

On:

$$\tau_G = \frac{\tau_c}{K_c K_w}$$

Per a calcular la posició del pol s'utilitza el criteri del temps d'establiment al 99%. Es calcula el temps d'establiment al 99% com 5 vegades  $\tau_G$ . És a dir, s'ha de satisfer la següent condició:

$$t_{s99\%} = 5\tau_G = 5 \frac{\tau_c}{K_c K_w} \leq t_{referència}$$

En aquest cas es fixa el temps de referència en 1 segon i s'aïlla per a trobar el límit de  $K_c$ :

$$K_c \geq 5 \frac{\tau_c}{K_w} = 0.1091$$

Finalment s'obté el següent controlador:

$$PI(s) = 0.1091 + \frac{0.0663}{s}$$

#### 7.1.1.4. Verificació del controlador

Per a validar el model es fa una darrera comparativa entre el model global i el model simplificat emprant el controlador dissenyat amb el model simplificat:

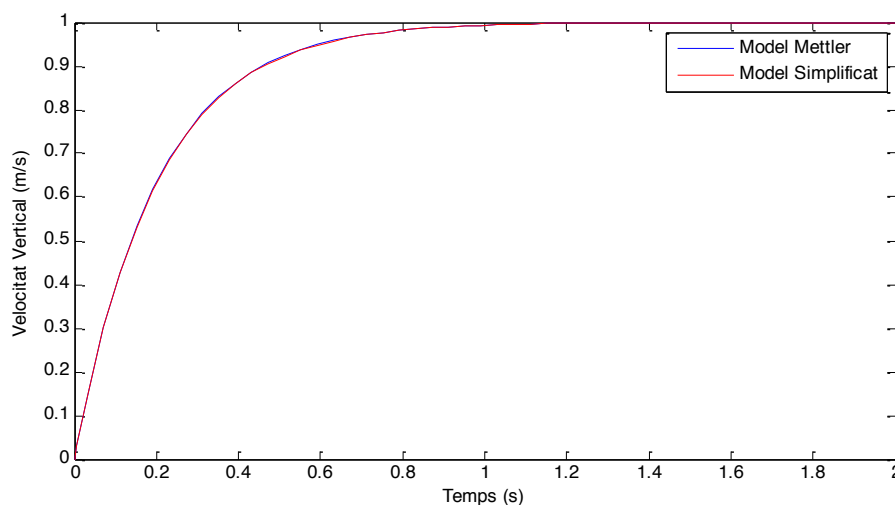


Figura 28 Verificació del controlador del mode vertical en el model lineal

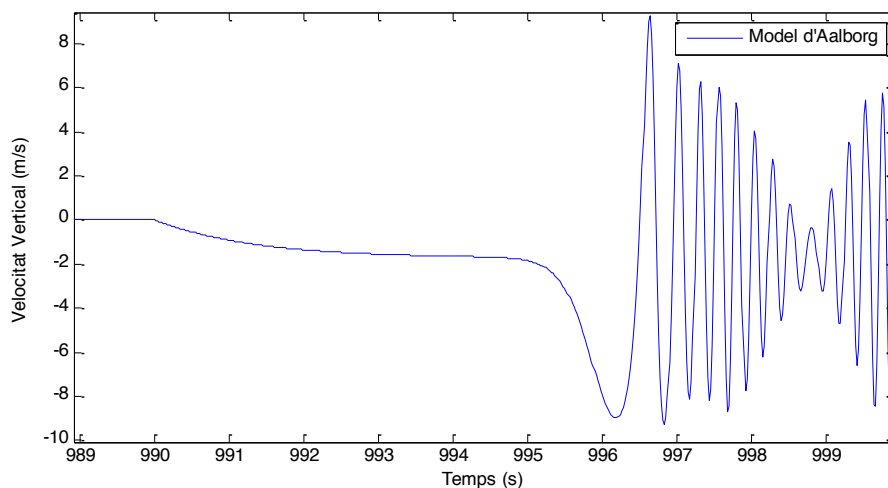
La diferència entre el model simplificat i el model global és insignificant. La diferència màxima es troba durant els primers instants de temps i es quantifica en un 0.32% del model simplificat respecte el model Mettler.

### 7.1.2. Model no lineal

Una vegada s'ha simplificat el mode vertical com una funció de transferència de primer ordre es comprovarà mitjançant el model no lineal. Quan es comprova que té el mateix comportament, es dissenya un controlador mitjançant els mateixos criteris que amb el model lineal.

#### 7.1.2.1. Estudi del comportament

S'aplica una entrada de tipus graó d'amplitud 0.01 al pas col·lectiu i s'obté la resposta:



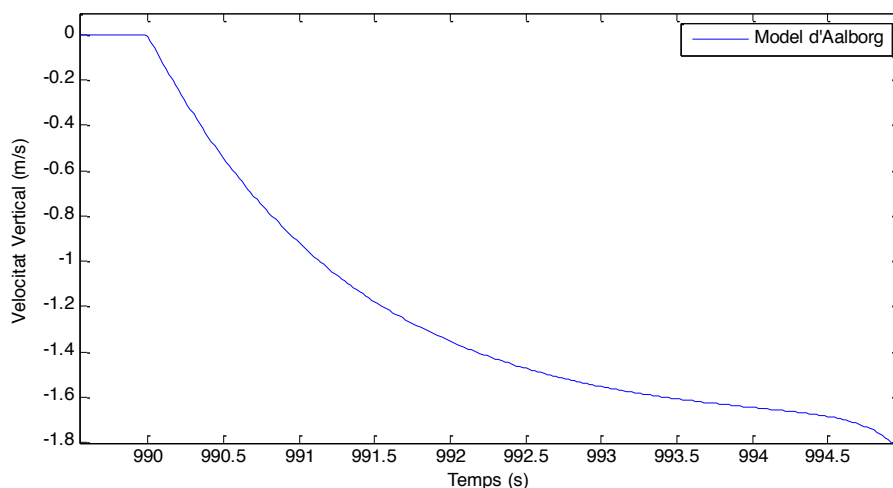
**Figura 29 Evolució de la velocitat vertical del model d'Aalborg**

El model de la universitat d'Aalborg és un model molt inestable, tal i com es pot comprovar a la figura 29. Durant els primers instants de simulació, des de la introducció de l'entrada de tipus graó, el sistema és dominat pel mode vertical. A partir dels 5 segons posteriors aproximadament el sistema entra en un estat d'inestabilitat degut al mode lateral-direccional.

Al tractar cada mode de manera independent, només es miraran els primers segons, que és el temps en el que només actua el mode vertical.

#### 7.1.2.2. Identificació dels paràmetres

Durant els primers segons, el sistema es comporta com una funció de transferència de primer ordre, com es pot veure en la següent figura.

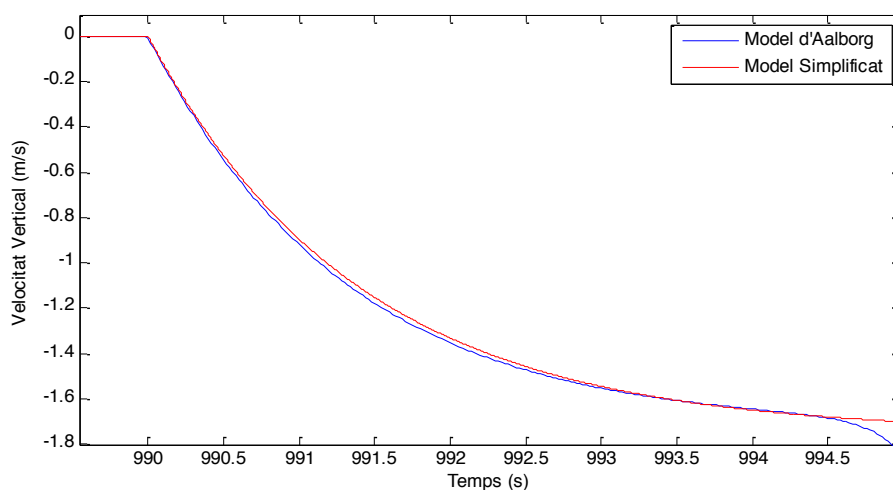


**Figura 30 Primers segons de la resposta del mode vertical del model d'Aalborg**

Als 4.5 segons, aproximadament, es troba l'últim punt de la funció de primer ordre. S'utilitza aquest punt, com si fos el punt de màxima amplitud d'un sistema de primer ordre, per a calcular la constant de temps del sistema. S'ajusta manualment l'amplitud per a fer coincidir les funcions, obtenint la funció de transferència:

$$H(s) = -\frac{175}{1 + 1.4s}$$

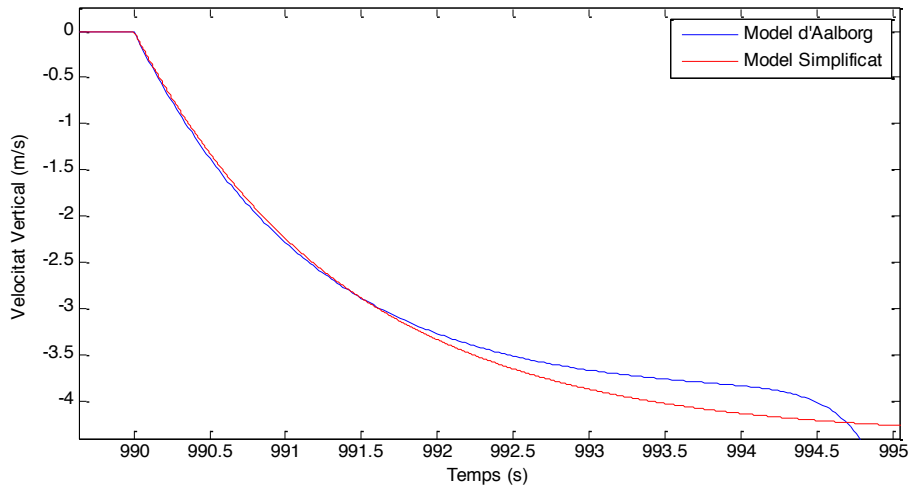
Fent una gràfica de la funció simplificada amb una entrada de tipus graó i comparant-la amb la obtinguda amb la del model d'Aalborg amb una entrada graó d'amplitud 0.01 s'obté la següent figura:



**Figura 31 Resposta del mode vertical d'Aalborg i el model simplificat a una entrada graó d'amplitud 0.01**

La diferència màxima entre la funció simplificada i el model no lineal és de 4.71%.

L'entrada de magnitud 0.01 és un valor petit. L'entrada pot ser major degut a la reacció del controlador per a compensar una ràfega. Un cop aproximada la resposta per una funció de primer ordre, es pot mirar el comportament del model lineal i del no lineal amb una entrada de major valor.



**Figura 32 Resposta del mode vertical d'Aalborg i el model simplificat a una entrada graó d'amplitud 0.025**

A mesura que el senyal de control es fa més gran, la funció simplificada creix més ràpid que la funció del model. Es pot apreciar en la figura 32 que la funció simplificada segueix sent vàlida durant els primers instants de temps. La funció simplificada té un error màxim de 5.83% fins 1.5 segons després de l'inici del graó.

### 7.1.2.3. Disseny del controlador

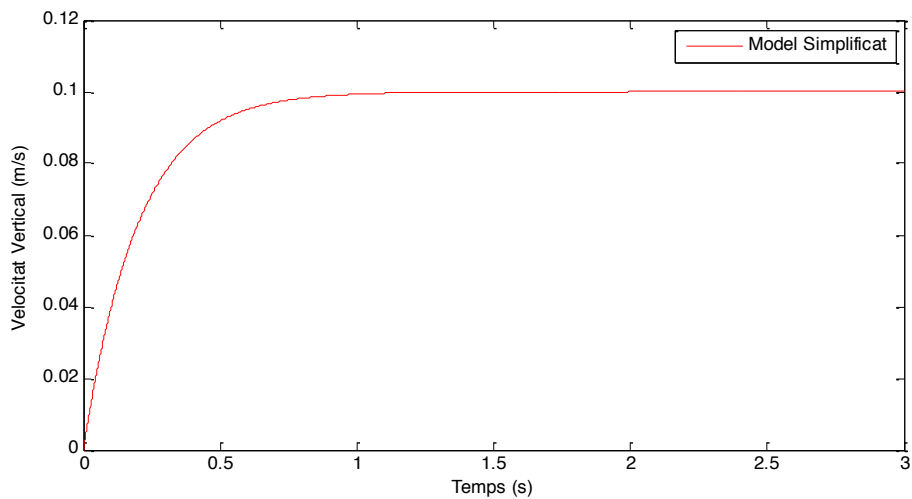
Es procedeix igual que en el disseny de control en el model lineal. Es fa la funció en llaç tancat i s'obté el valor de  $K_c$  adequat imposant un temps d'establiment del 99% de la resposta en un segon:

$$K_c \geq 5 \frac{\tau_c}{K_w} = 0.04$$

I s'obté el controlador:

$$PI(s) = 0.04 + \frac{0.0286}{s}$$

Obtenint com a resposta a una entrada graó:



**Figura 33** Evolució del model simplificat del mode vertical amb el controlador dissenyat

## 7.2. Control de Guinyada

El gir de guinyada es tradueix en la variació de la velocitat de rotació de l'angle de guinyada,  $r$ , quan es produeix una acció sobre els pedals,  $\delta_{ped}$ . Tal i com s'ha explicat, es considera que cap acció sobre un altre comandament és prou forta com per interferir en el comportament d'aquest mode.

Durant l'anàlisi d'aquest mode s'ha observat que els dos models, el lineal i el no lineal, tenen el gir de guinyada modelats de dues maneres diferents. Per tant, en aquest cas es fa un estudi del comportament, simplificació i disseny del controlador de manera independent en cada model.

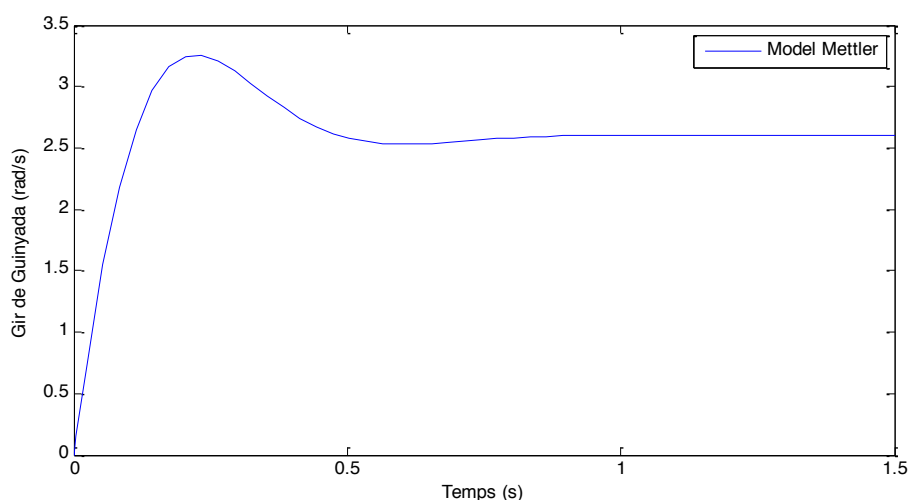
### 7.2.1. Model lineal

En aquest model, Bernard Mettler va modelar l'esmoreïdor de guinyada mitjançant una funció de primer ordre i una realimentació mitjançant una funció de primer ordre.

#### 7.2.1.1. Estudi del comportament

S'aplica una entrada de tipus graó als pedals per a obtenir la resposta del gir de guinyada.





**Figura 34 Evolució del gir de guinyada del model Mettler**

La resposta obtinguda s'assembla molt a una funció de segon ordre.

### 7.2.1.2. Simplificació del sistema

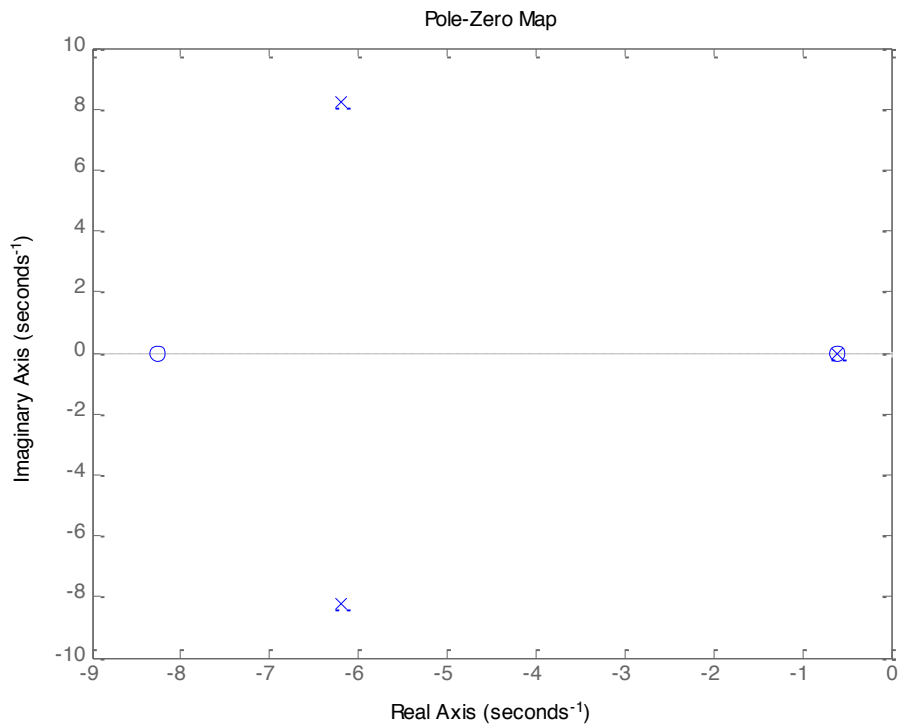
Com en el cas del control de la velocitat vertical, la matriu d'estats es pot reduir fins obtenir un sistema de 3 variables d'estat:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{w} \\ \Delta \dot{r} \\ \Delta \dot{r}_{fb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6141 & 0.9309 & 0 \\ 0.0857 & -4.1290 & -33.0700 \\ 0 & 2.1630 & -8.2580 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta w \\ \Delta r \\ \Delta r_{fb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 33.0700 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta \delta_{ped}$$

De la qual es pot obtenir la funció de transferència de la velocitat de guinyada i el senyal dels pedals:

$$H(s) = \frac{\Delta r}{\Delta \delta_{ped}}(s) = \frac{33.07s^2 + 293.4s + 167.7}{s^3 + 13s^2 + 113.2s + 64.21}$$

Així com el diagrama de pols i zeros:



**Figura 35 Diagrama de pols i zeros del gir de guinyada del model Mettler**

Analitzant el diagrama de pols i zeros de la figura 35, es pot observar que es tracta d'un sistema estable al ser els tres pols negatius. El valor dels pols i els zeros és el següent:

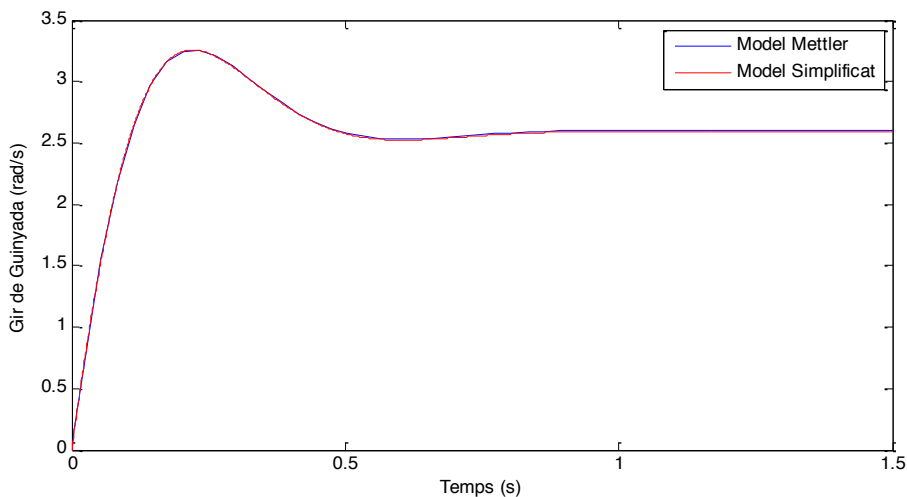
Pols	Zeros
-0.6079	-0.6141
-6.1966 + 8.1990i	-8.2580
-6.1966 - 8.1990i	--

**Taula 5 Pols i zeros del gir de guinyada del model Mettler**

Es pot concloure que la funció de transferència es pot aproximar a una funció de segon ordre, ja que hi ha una cancel·lació del pol més petit. Obtenint la següent funció de transferència:

$$H_r(s) = \frac{\Delta r}{\Delta \delta_{ped}}(s) = \frac{K_r(s + a)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{33.07s + 273.1}{s^2 + 12.39s + 105.6}$$

Tot seguit es fa una comparativa entre les gràfiques de la funció de tercer ordre i la funció de segon ordre:



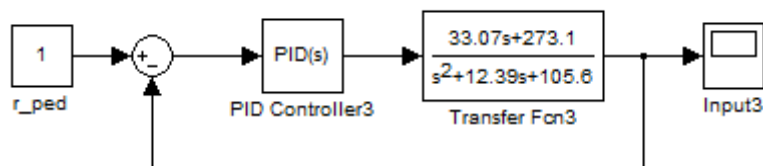
**Figura 36** Comparativa entre el model Mettler i el model simplificat del gir de guinyada

L'error màxim es troba al valor final del gir de guinyada, un 0.59% d'error respecte el model Mettler. Així doncs, es conclou que el sistema velocitat de guinyada-pedals es pot reduir a una funció de segon ordre amb un zero.

### 7.2.1.3. Disseny del controlador

A l'helicòpter de l'escola s'afegeix el soroll produït pels sensors, vibracions, etc. a la funció simplificada. És per això que no es recomana l'ús d'un derivador, ja que amb les petites vibracions es pot obtenir un mal control del mode.

Després de provar diferents dissenys, es proposa utilitzar un integrador per a controlar aquest mode.



**Figura 37** Esquema realimentació del gir de guinyada amb un controlador I

L'integrador es defineix amb una única variable:

$$I_r(s) = \frac{K_I}{s}$$

Al tractar-se d'una funció de transferència de segon ordre, quan es realimenta amb un controlador de tipus integrador s'obté una funció de transferència de tercer ordre:

$$G_r(s) = \frac{\Delta r}{\Delta r_{ref}}(s) = \frac{H(s)I(s)}{1 + H(s)I(s)} = \frac{\frac{K_r(s+a)}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \frac{K_I}{s}}{1 + \frac{K_r(s+a)}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \frac{K_I}{s}}$$

Reordenant:

$$G_r(s) = \frac{\Delta r}{\Delta r_{ref}}(s) = \frac{K_r K_I (s+a)}{s^3 + 2\zeta\omega_n s^2 + (K_r K_I + \omega_n^2)s + K_r K_I a}$$

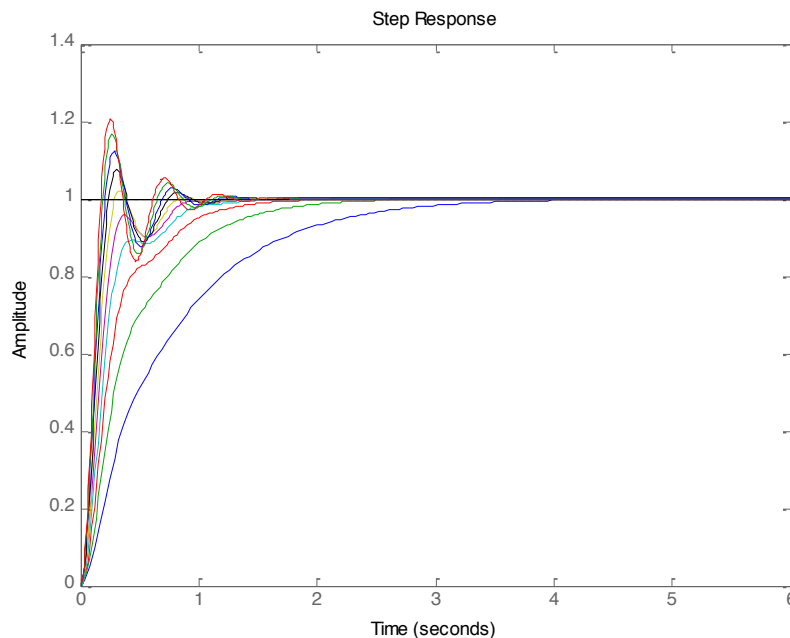
Per a dissenyar l'integrador es compara la funció en llaç tancat amb una funció de tercer ordre amb un pol real i dos pols oscil·latoris:

$$G_r(s) = \frac{\Delta r}{\Delta r_{ref}}(s) = \frac{\Delta}{(s+b)(s^2 + 2\zeta_2\omega_{n2}s + \omega_{n2}^2)}$$

Reordenant:

$$G_r(s) = \frac{\Delta r}{\Delta r_{ref}}(s) = \frac{\Delta}{s^3 + (b + 2\zeta_2\omega_{n2})s^2 + (2\zeta_2\omega_{n2}b + \omega_{n2}^2)s + b\omega_{n2}^2}$$

Es resol fent la comparativa igualant terme a terme, obtenint 3 equacions amb 4 incògnites:  $b$ ,  $\zeta_2$ ,  $\omega_{n2}$  i  $K_I$ . En aquest cas es varia el valor de  $\omega_{n2}$ , entre 10.5 i 15 radians per segon, per a resoldre el sistema i obtenir una bona resposta:



**Figura 38 Resposta del sistema de guinyada en funció de la variable  $\omega_{n2}$ , creixent cap a l'esquerra**

Es selecciona un valor amb un valor baix de sobrepic i que s'estabilitzi al voltant d'un segon, obtenint un valor de  $\omega_{n2} = 13.5 \text{ rad/s}$  i l'integrador:

$$I_r(s) = \frac{2.6925}{s}$$

#### 7.2.1.4. Verificació del controlador

Finalment es fa la comparativa de la resposta del sistema global i el sistema reduït:

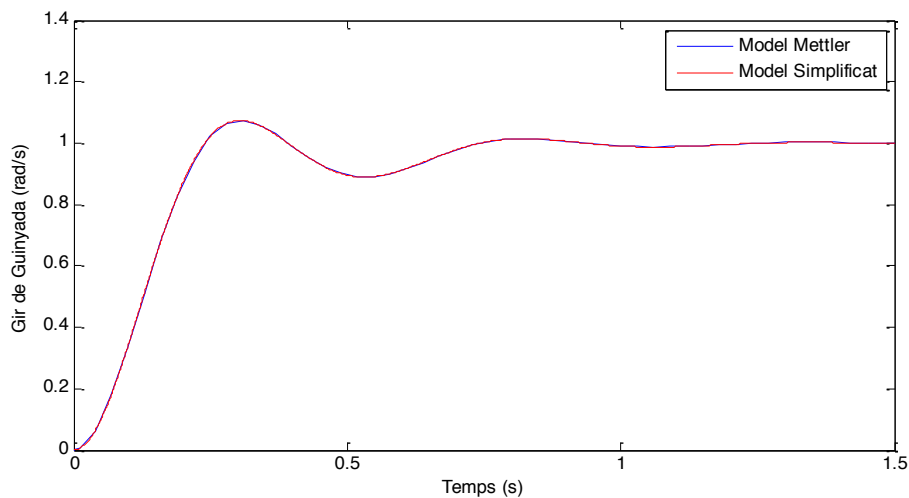


Figura 39 Verificació del controlador del gir de guinyada en el model lineal

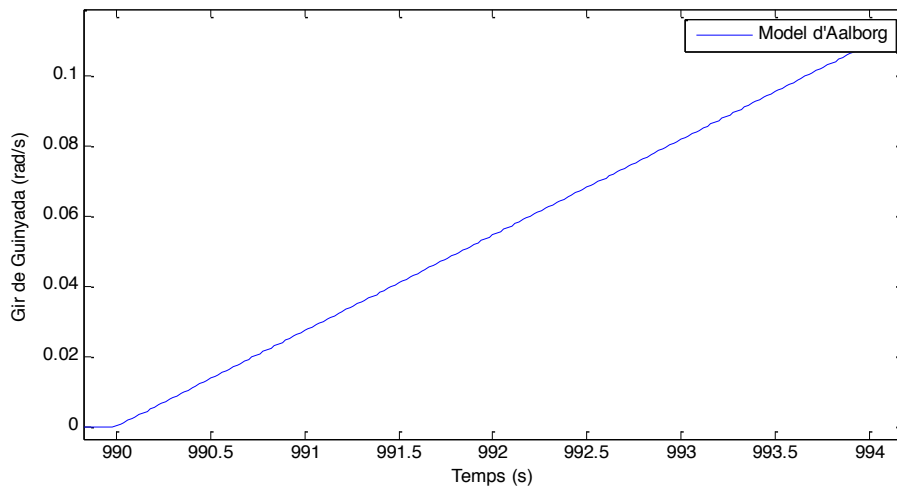
Es veu que la resposta és pràcticament la mateixa amb una màxima diferència en amplitud del 0.07%.

#### 7.2.2. Model no lineal

Durant l'estudi del comportament s'ha comprovat que el model d'Aalborg no incorpora cap esmorteïdor de guinyada. Al ser un mode completament diferent del mode del model lineal es fa de nou l'estudi del comportament i la simplificació del sistema en aquest cas:

##### 7.2.2.1. Estudi del comportament

Quan s'aplica una entrada de tipus graó d'amplitud 0.1 en el model no lineal s'observa la resposta següent:



**Figura 40** Evolució del gir de guinyada del model d'Aalborg

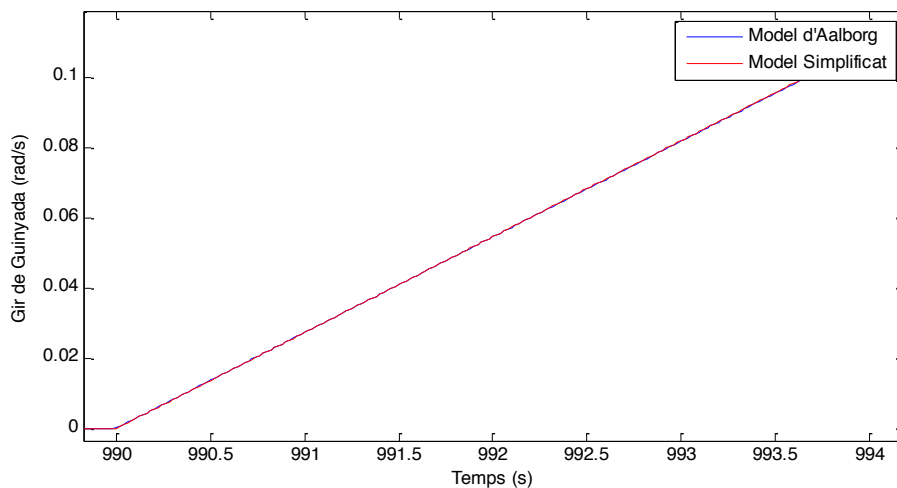
Es tracta d'una resposta creixent, de tipus rampa.

### 7.2.2.2. Simplificació del sistema

En aquest cas, el model d'Aalborg no disposa de cap esmorteïdor de guinyada, ni el propi fregament de l'aire, per això la resposta és inestable. La resposta es pot aproximar a una funció amb un pol a zero i un guany:

$$H(s) = \frac{\Delta r}{\Delta \delta_{ped}}(s) = \frac{0.273}{s}$$

Es comprova la validesa d'aquesta aproximació comparant les dues respostes:



**Figura 41** Comparativa entre el model d'Aalborg i el model simplificat del gir de guinyada

Es tracta d'una bona aproximació ja que les respostes són pràcticament iguals amb una diferència màxima en amplitud de 0.16%.

### 7.2.2.3. Disseny del controlador

Es procedeix a dissenyar el controlador per a aquesta funció. En aquest cas es proposa un controlador proporcional, de manera que la resposta en llaç tancat sigui una funció de primer ordre.

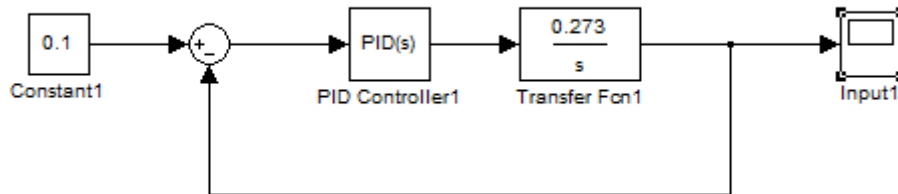


Figura 42 Esquema realimentació del gir de guinyada del model d'Aalborg amb un controlador P

El controlador proporcional es defineix amb una única variable:

$$P(s) = K_p$$

S'obté una funció de primer ordre, en el qual només hi ha una incògnita.

$$G(s) = \frac{\Delta r}{\Delta r_{ref}}(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{0,273K_p}} = \frac{1}{1 + s\tau_G}$$

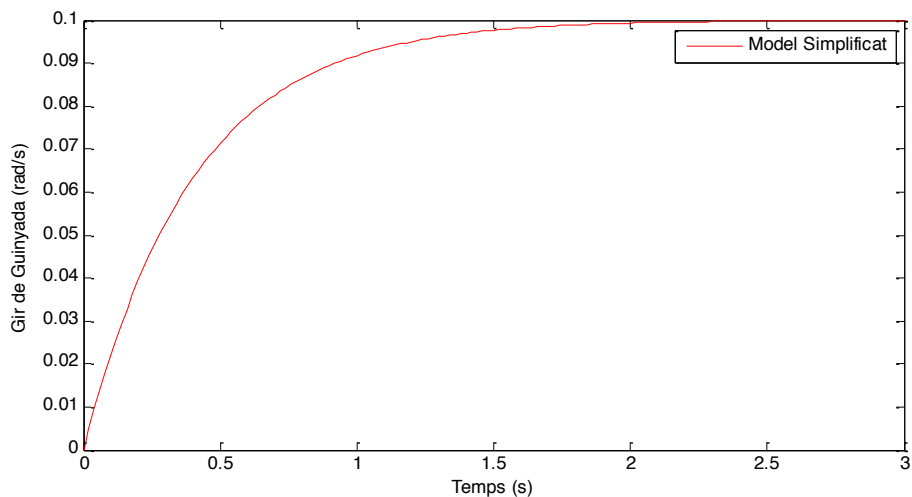
On:

$$\tau_G = \frac{1}{0,273K_p}$$

Aquesta constant es calcula, com amb el mode vertical, mitjançant el temps d'establiment. Es dissenyarà la posició del pol de manera que tingui un temps d'establiment al 99% menor a 2s. Obtenint:

$$P(s) = 9,1575$$

Obtenint com a resposta a una entrada graó:



**Figura 43** Evolució del model simplificat del gir de guinyada amb el controlador dissenyat

### 7.2.3. Comparativa entre el model lineal i el no lineal

No s'ha pogut obtenir un model simplificat que fos vàlid tan pel model lineal com pel no lineal. Això vol dir que no hi ha coneixement, a través dels models estudiats, de com serà la resposta de l'helicòpter de la universitat.

El model d'Aalborg no incorpora un esmorteïdor de guinyada. El model de Mettler, en canvi, n'incorpora dos: un esmorteïdor natural i un altre d'artificial. Tenint en compte això, a l'helicòpter real es poden esperar un d'aquests tres comportaments:

- Funció integrador: l'helicòpter no inclou un esmorteïdor de guinyada artificial o el seu efecte és molt dèbil. El fregament de l'aire no és prou fort com perquè el seu efecte es vegi inclòs en els primers instants de temps, quan s'aplica l'entrada de tipus graó.
- Funció de primer ordre: l'helicòpter no inclou un esmorteïdor de guinyada artificial o el seu efecte és molt dèbil. El fregament de l'aire fa un esmorteïment natural del gir de guinyada estabilitzant-lo a un valor constant al cap d'un instant curt de temps.
- Funció de segon ordre amb un zero: l'helicòpter inclou els dos esmorteïdors de guinyada, el natural i l'artificial, i tots dos tenen un efecte important durant els primers instants de temps.

El disseny del controlador d'un mode de tipus integrador com el del model no lineal o una funció de transferència de segon ordre com el del model lineal s'ha realitzat en els apartats anteriors. El disseny d'un controlador per a una funció de transferència de primer ordre és el que s'ha realitzat durant l'estudi del mode vertical.



### 7.3. Control Lateral-Direccional

El moviment lateral-direccional està produït per un sistema de dues entrades i dues sortides. Es pot dividir en dos moviments: el moviment lateral i el moviment longitudinal.

El moviment longitudinal és una variació de la velocitat longitudinal,  $u$ , quan es produeix una acció sobre el pas cíclic longitudinal,  $\delta_{lon}$ . El moviment lateral és una variació de la velocitat lateral,  $v$ , quan es produeix una acció sobre el pas cíclic lateral,  $\delta_{lat}$ .

#### 7.3.1. Model lineal

A diferència del mode vertical i el gir de guinyada, l'acció sobre el pas cíclic sí que afecta al mode vertical i al gir de guinyada. Aquest petit acoblament és tan dèbil que quan es controla el moviment lateral-direccional aquest no afecta pràcticament als altres modes.

##### 7.3.1.1. Estudi del comportament

Aquests modes són molt inestables. L'alta inestabilitat fa que el seu comportament s'estudiï amb una entrada de petita amplitud. El comportament s'estudia inicialment per separat: moviment longitudinal i moviment lateral.

Amb una entrada de tipus graó d'amplitud 0.01 s'obté la resposta de velocitat longitudinal:

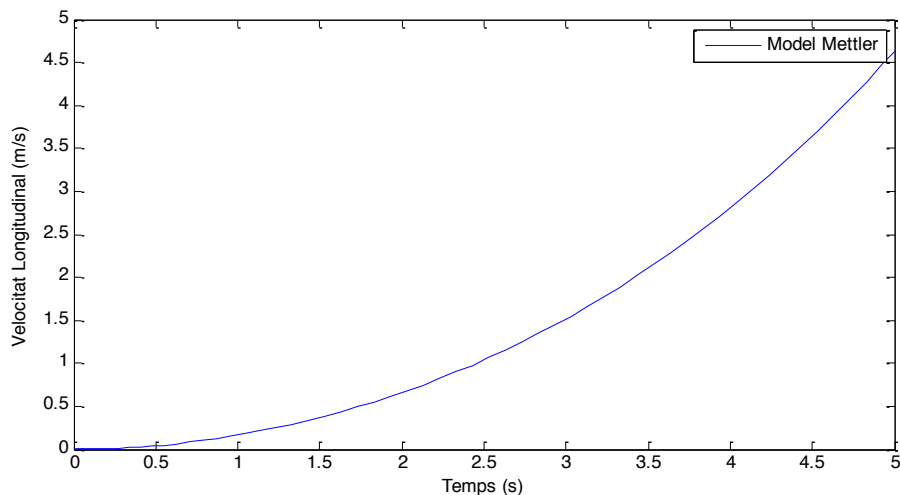
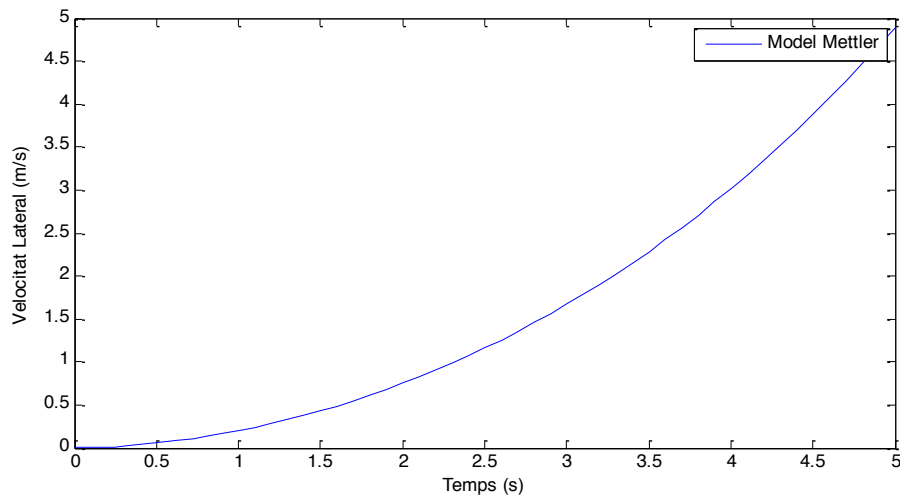


Figura 44 Evolució del mode longitudinal del model Mettler

Es procedeix igual amb el mode lateral:



**Figura 45 Evolució del mode lateral del model Mettler**

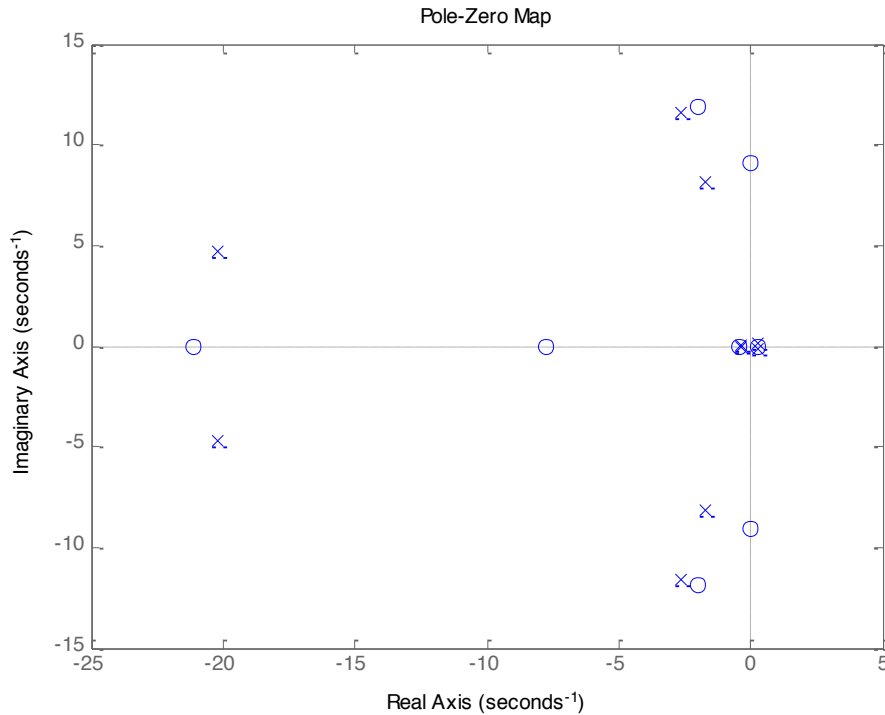
Es pot veure que ambdues respostes són molt semblants a un doble integrador.

### 7.3.1.2. Simplificació del sistema

Com es pot apreciar a la matriu del model de Mettler, l'acció sobre el control longitudinal i sobre el control lateral tenen resposta en totes les variables d'estat del sistema. Mirant la funció de transferència:

$$\frac{\Delta u}{\Delta \delta_{lon}}(s) = \frac{69.81s^8 + 2305s^7 + 3.6 \cdot 10^4 s^6 + 5.3 \cdot 10^5 s^5 + 4.2 \cdot 10^6 s^4 + 2.8 \cdot 10^7 s^3 + 1.4 \cdot 10^8 s^2 + 1.6 \cdot 10^7 s - 1.7 \cdot 10^7}{s^{10} + 49s^9 + 1019s^8 + 1.4 \cdot 10^4 s^7 + 1.5 \cdot 10^5 s^6 + 7.9 \cdot 10^5 s^5 + 4.3 \cdot 10^6 s^4 + 6.3 \cdot 10^5 s^3 - 9.5 \cdot 10^5 s^2 - 7.5 \cdot 10^5 s^1 + 7.3 \cdot 10^4}$$

També es mira el diagrama de pols i zeros.



**Figura 46 Diagrama de pols i zeros del mode longitudinal del model Mettler**

A partir del diagrama de pols i zeros es pot veure que la funció de transferència no es pot simplificar de la mateixa manera que en els casos anteriors.

Per a simplificar el model es fan assumpcions que no tenen un rang de validesa elevat, però que permeten reproduir el comportament del sistema durant un temps suficient.

La primera assumpció és que la relació entre l'acció longitudinal i lateral és proporcional a la velocitat angular dels angles:

$$\Delta\dot{\theta} = K_{lon}\Delta\delta_{lon}$$

$$\Delta\dot{\phi} = K_{lat}\Delta\delta_{lat}$$

El signe de la variable  $K_{lat}$  és positiu, ja que el sentit positiu de la palanca, cap a la dreta, és el sentit positiu de rotació, segons els eixos cos. El signe de la variable  $K_{lon}$  depèn de com estigui configurat l'helicòpter. És a dir, si el sentit de la palanca positiu fa picar l'avió  $K_{lon}$  serà negatiu, si el fa encabritar serà positiu.

La segona assumpció és que es considera l'acoblament entre el mode lateral i el mode longitudinal molt feble, i per tant menyspreable.

La tercera assumpció és menysprear totes les forces excepte la sustentació, i linealitzar aquesta. Si recordem l'equació del moviment longitudinal de l'helicòpter:

$$\dot{u} = rv - qw - g \sin \theta + \frac{X}{m}$$

Els dos primers termes es menyspreen al considerar que no hi ha acoblament. Quan es considera una situació en equilibri, el darrer terme és constant, de manera que només es linealitza el tercer terme. Com a condició inicial l'angle de capcineig és zero o pràcticament zero, de manera que al linealitzar s'obté:

$$\Delta \dot{u} = -g \Delta \theta$$

Paral·lelament, s'obté la mateixa simplificació per l'eix lateral:

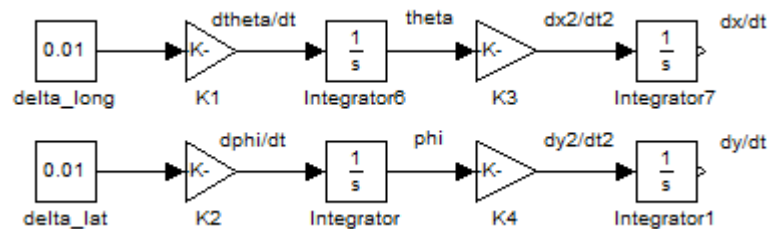
$$\Delta \dot{v} = g \Delta \phi$$

Assumint també que la relació entre les variables i les derivades és una integral amb guany unitari, les funcions de transferència resultants són:

$$H_u(s) = \frac{\Delta u}{\Delta \delta_{lon}} = \frac{-g K_{lon}}{s^2}$$

$$H_v(s) = \frac{\Delta v}{\Delta \delta_{lat}} = \frac{-g K_{lat}}{s^2}$$

Representant-ho en un diagrama de blocs:

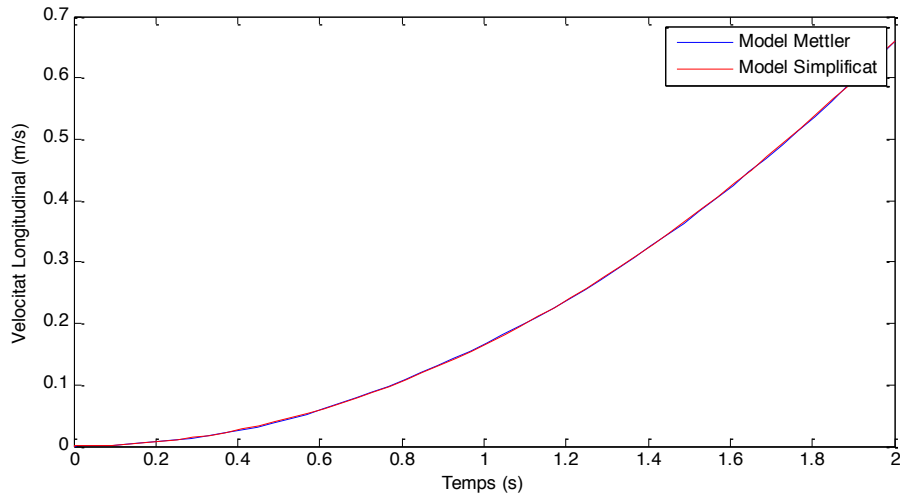


**Figura 47 Simplificació dels modes lateral i direccional**

K1 i K2 representen  $K_{lon}$  i  $K_{lat}$ , respectivament. K3 i K4 representen l'efecte de la gravetat, amb el seu signe corresponent.

Així doncs, el model simplificat dels modes longitudinal i lateral s'obté trobant els respectius guanys. Amb aquesta estratègia s'obté un model lineal, aproximat i vàlid només durant un petit instant de temps, els primers segons o dècimes de segon. Aquest model ha de ser suficient com per a poder dissenyar un controlador capaç d'estabilitzar el model.

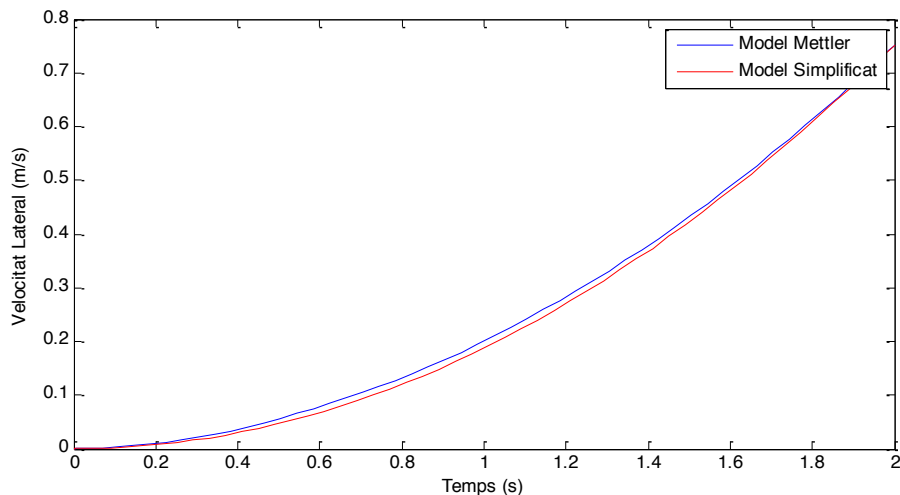
En aquest moment s'ha de decidir fins quin instant es considera aquest model aproximat com un bon model. Es mesura l'amplitud en aquell instant i trobem el valor del guany que fa que la funció simplificada passi per aquest punt.



**Figura 48 Comparativa entre el model Mettler i el model simplificat del mode longitudinal**

En el mode longitudinal es considera un temps de validesa de dos segons i s'obté un guany  $K_{lon}$  de -3.3654.

Com en el cas longitudinal, s'ha de decidir fins quin instant de temps l'aproximació és vàlida en el mode lateral.



**Figura 49 Comparativa entre el model Mettler i el model simplificat del mode lateral**

En el mode lateral es considera un temps de validesa de dos segons i s'obté un guany  $K_{lat}$  de 3.8310.

En tots dos modes es decideix el temps de validesa de manera que la funció simplificada tingui una resposta igual de ràpida o una mica més lenta que la resposta del model. Si es fes més ràpida es pot estar dissenyant un controlador que reaccioni més ràpid que l'helicòpter i tenir de nou un sistema inestable.

### 7.3.1.3. Disseny del controlador

El control, tant del model longitudinal com del model lateral, es fa en cascada. Pel primer llaç es realimenta l'angle, de capcineig en longitudinal i balanceig en lateral.

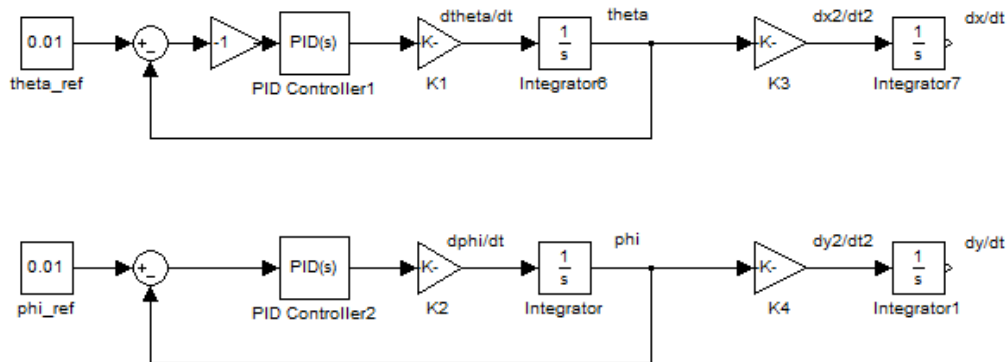


Figura 50 Esquema de la realimentació interna del mode lateral-direccional

La funció de transferència d'aquesta realimentació és:

$$G_1(s) = \frac{K_i K_p}{s + K_i K_p}$$

Sent  $K_i$  el primer guany en cada cas,  $K_{lon}$  o  $K_{lat}$ . En aquest primer llaç s'utilitza un guany proporcional,  $K_p$ , com a control, amb l'objectiu de canviar la velocitat de resposta d'aquest primer llaç. La segona realimentació és el llaç extern, i la consigna és la velocitat a controlar.

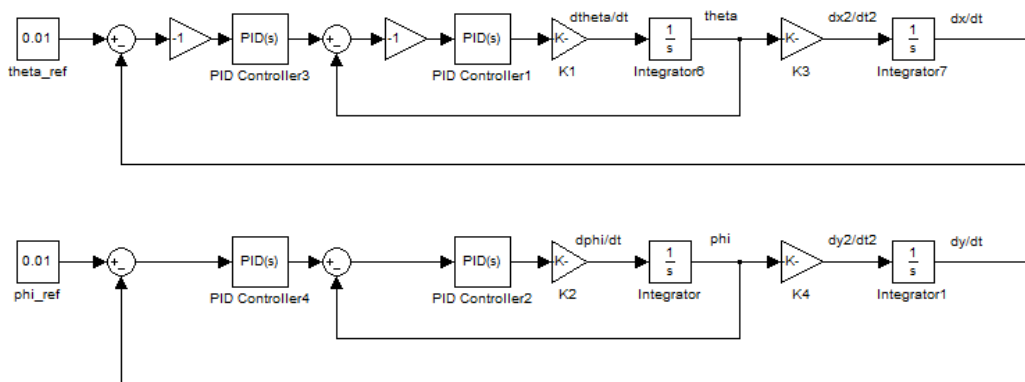


Figura 51 Esquema de la realimentació externa del mode lateral-direccional

En aquest segon llaç s'utilitza un controlador PI. S'afegeix un controlador de tipus Integrador per a fer el control més robust, reduint a zero l'efecte les perturbacions de variables internes del llaç, així com el resultat de l'acoblament que s'ha menyspreat.

$$PI(s) = \frac{Ps + I}{s}$$

La funció de transferència resultant és la següent:

$$G_2(s) = \frac{K_i K_p (Ps + I)}{s^3 + K_i K_p s^2 + K_i K_p g Ps + K_i K_p g I}$$

El signe de la gravetat i del guany  $K_{ion}$  es compensa posant un guany de valor -1 abans del bloc PID corresponent, de manera que les funcions de transferència resultants són equivalents per als dos sistemes.

Per a que es pugui considerar un sistema en cascada, es fixa com a condició que la variable del llaç intern sigui 4 vegades més ràpida que la del llaç extern. És a dir, que la funció de primer ordre del llaç intern ha de tenir una constant de temps 4 vegades més petita que la constant de temps més petita del llaç extern.

S'ha obtingut una funció de transferència de tercer ordre amb tres incògnites. Com a condicions de disseny es fixen dos pols i la constant de guany interna, deixant que el tercer pol es calculi sol.

S'ha de comprovar que el tercer pol sigui estable i que es compleixin les condicions de temps.

El disseny es fa de manera que s'eviti que hi hagi un sobrepic major del 25% del valor de consigna. Es procedeix així:

- Es fixa el valor del primer pol baix: -0.25.
- Es fixa el valor del segon pol molt alt, de manera que el seu efecte es perdi per dominància: -11.
- Es prova fins obtenir un valor de  $K_p$  que compleixi els requeriments i s'obtingui un segon pol lent.

Els valors obtinguts es resumeixen en la següent taula:

Mode	Longitudinal			Lateral		
<b>Kp</b>	3.5			3		
<b>P</b>	0.07529			0.01259		
<b>I</b>	0.04864			0.005927		
<b>Relació de temps (&gt;4)</b>	47.1156			45.972		
<b>Pols</b>	-0.25	-0.5289	-11	-0.243	-0.25	-11

Taula 6 Valors dels controladors en cascada del mode lateral-direccional del model lineal

A continuació es pot veure el diagrama de pols i zeros del mode longitudinal:

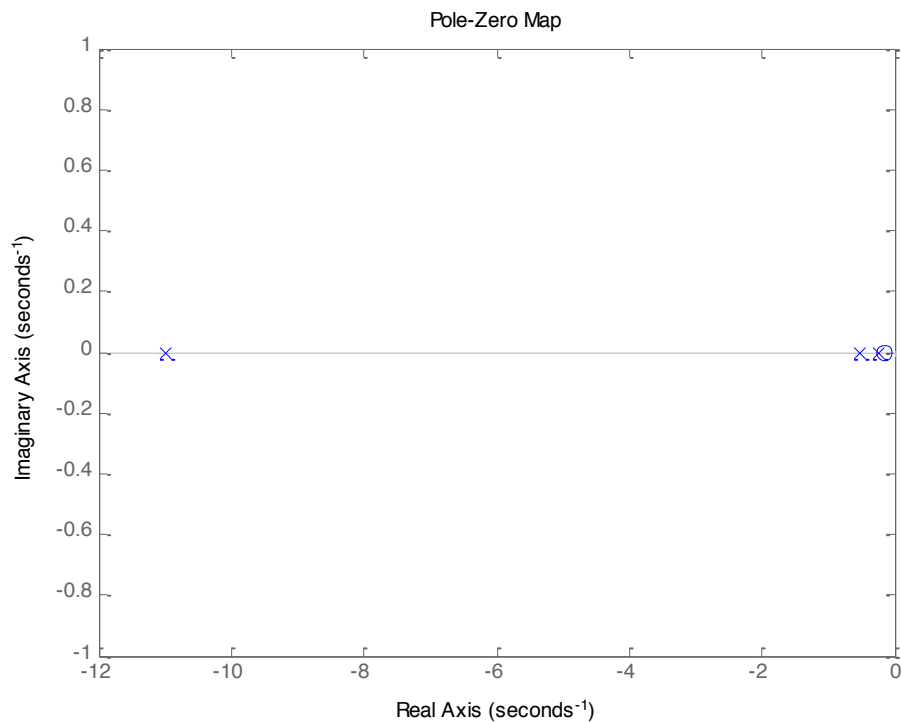
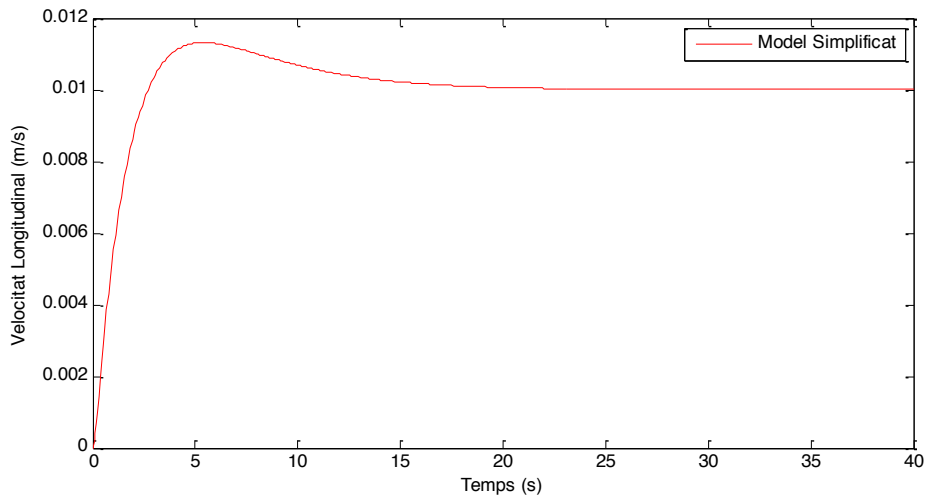


Figura 52 Diagrama de pols i zeros del mode longitudinal amb controlador

Es pot apreciar a la figura 52 la dominància que tenen els dos pols lents sobre el pol més ràpid de valor 11. Es tracta, doncs, d'un sistema de segon ordre amb un zero molt proper.

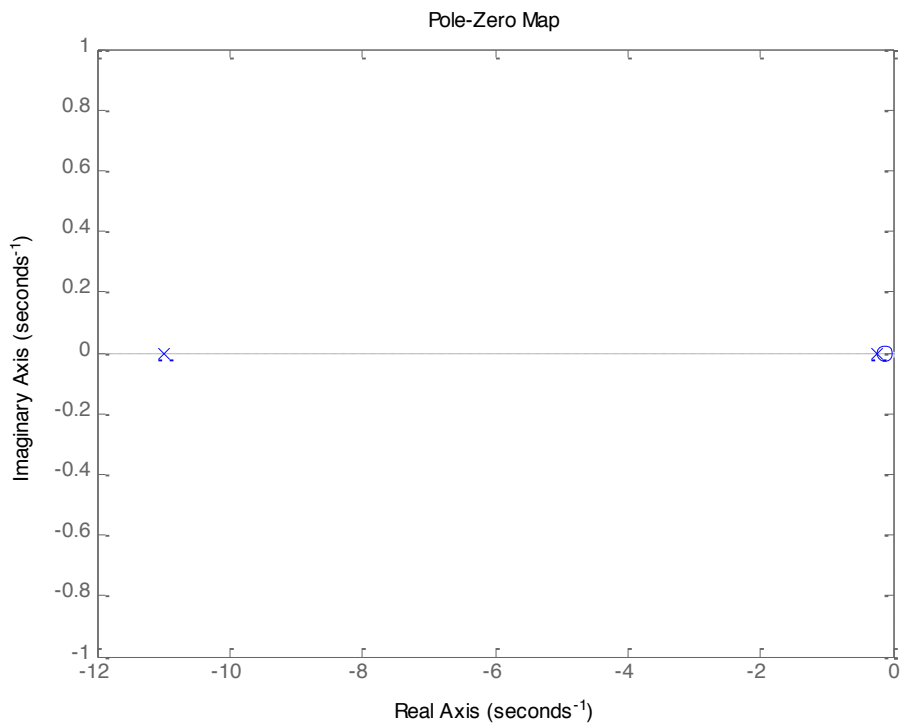




**Figura 53 Evolució temporal del mode longitudinal simplificat del model lineal amb el controlador dissenyat**

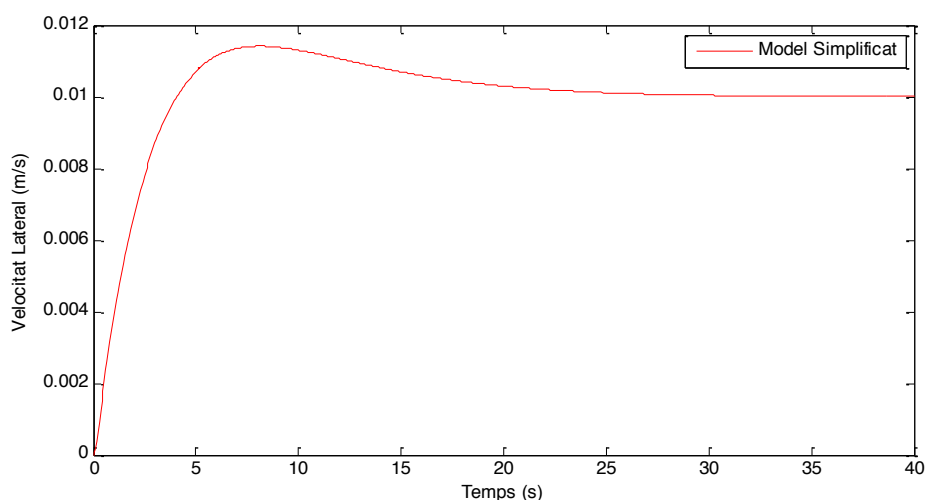
La resposta és lenta, tal i com s'ha dissenyat, i el sobrepic és menor del 20%.

El diagrama de pols i zeros del mode lateral és molt similar:



**Figura 54 Diagrama de pols i zeros del mode lateral amb controlador**

Comparant amb el mode longitudinal, els dos pols i el zero són molt més propers entre si, el que fa que el sistema sigui més lent que l'anterior.



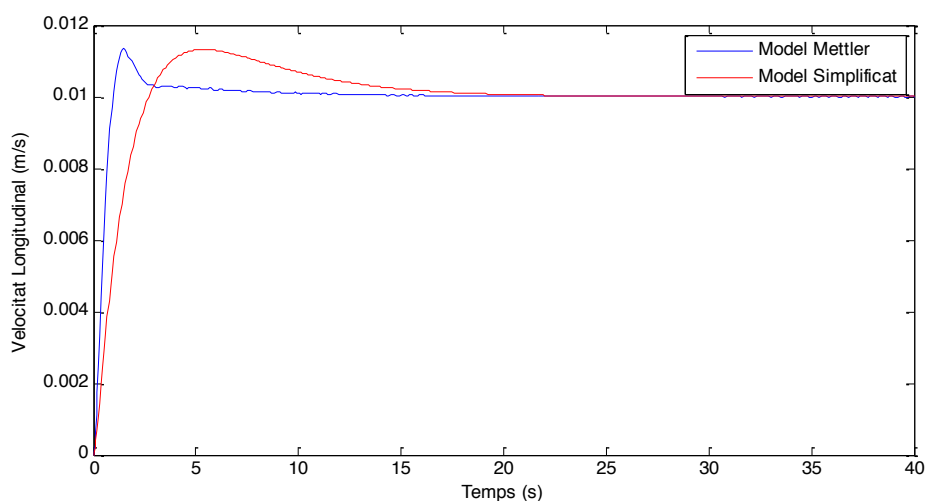
**Figura 55 Evolució temporal del mode lateral simplificat del model lineal amb el controlador dissenyat**

La resposta del mode lateral és més lenta que del mode longitudinal, aproximadament 1'5 vegades, i el sobrepic es manté per sota del 20% també.

En aquests dos casos, s'està treballant amb una simplificació, amb un model igual o més lent que el model Mettler, i sense acoblament entre modes.

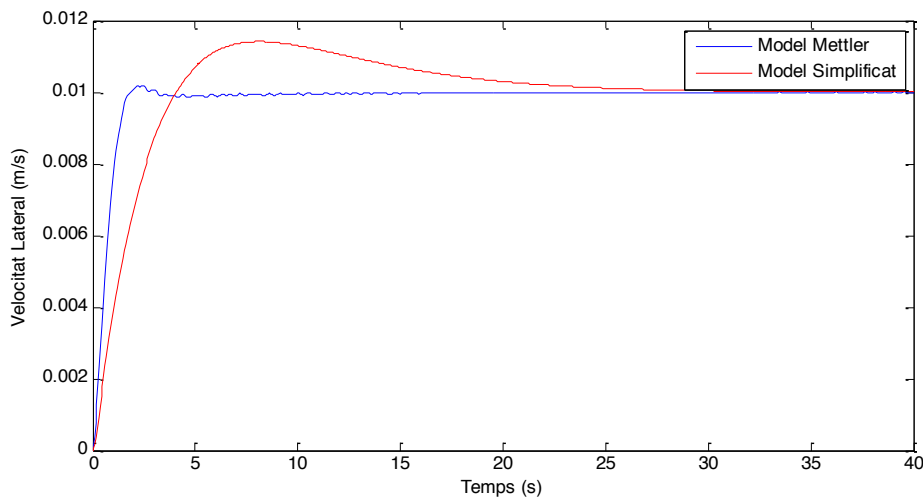
#### **7.3.1.4. Verificació del controlador**

Per tal de comprovar el resultat s'han d'introduir els dos controladors alhora i mirar les velocitats lineals en funció de l'entrada. Tot seguit es mostren els resultats de les velocitats lineals quan només una de les consignes té valor diferent de zero.



**Figura 56 Comparativa del mode longitudinal del model lineal amb controlador**

El resultat és que el model Mettler és més ràpid amb el control que no pas el model simplificat. El sobrepic es manté per sota del 20%.



**Figura 57 Comparativa del mode lateral del model lineal amb controlador**

El mode lateral del model Mettler és molt més ràpid que el de la simplificació després d'incloure els controladors. També s'aprecia que el sobrepic és mínim en aquest cas.

En tots dos casos s'ha dissenyat un controlador lent i s'ha obtingut un control més ràpid del model. També es poden veure oscil·lacions en la resposta. Aquestes oscil·lacions són degudes a l'acoblament entre modes. Aquestes oscil·lacions també apareixen als senyals de control, de manera que l'acció de control es veu augmentada durant els primers instants. Com el sistema veu un senyal de control major, el sistema creix més ràpid del que s'ha dissenyat, de manera que arriba més ràpidament al valor de consigna, fent que el control lateral-direccional sigui més ràpid del dissenyat.

Es dona per vàlida l'aproximació feta amb el model Mettler i s'analitza el model d'Aalborg. S'ha d'estar atent, però, per si la resposta del sistema quan s'inclouen els controladors també es fa més ràpida. Si aquest fos el cas, s'haurien de tornar a plantejar les simplificacions fetes en aquests modes.

### **7.3.2. Model no lineal**

En aquest apartat es torna a seguir la metodologia proposada. Es comprova que el comportament dels modes coincideixi amb l'estudi del model lineal, s'identifiquen els paràmetres de la funció simplificada i, finalment, es dissenyen els controladors.

### 7.3.2.1. Estudi del comportament

S'introdueix un senyal tipus graó de magnitud 0.01 i s'obté la resposta del sistema. Primer es mira l'acció longitudinal:

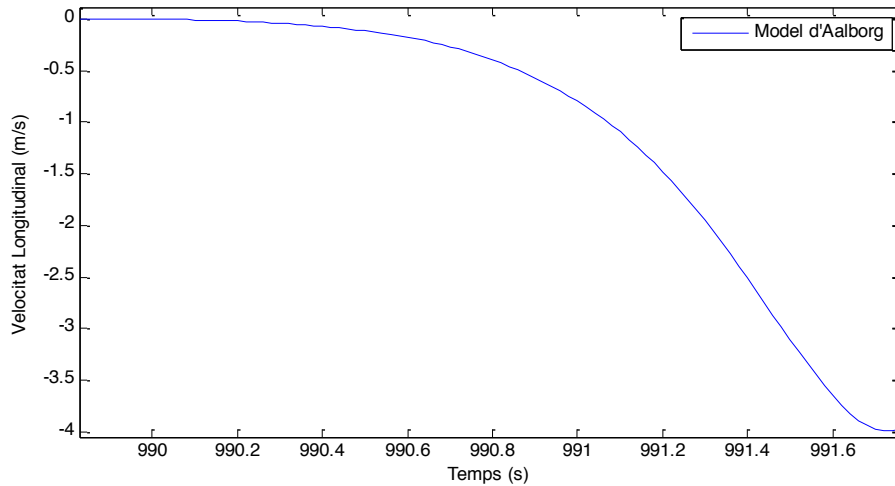


Figura 58 Evolució de la velocitat longitudinal del model d'Aalborg

Es comprova que és el tipus de resposta esperada. Com la resultant de l'acció del longitudinal és negativa, es mira la resposta de l'angle de capcineig,  $\theta$ , per a comprovar que la constant  $K_{lon}$  és positiva.

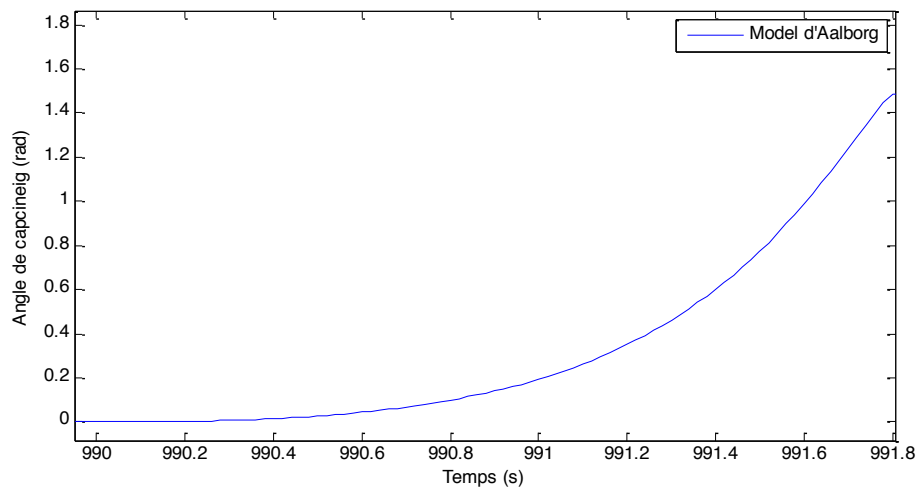
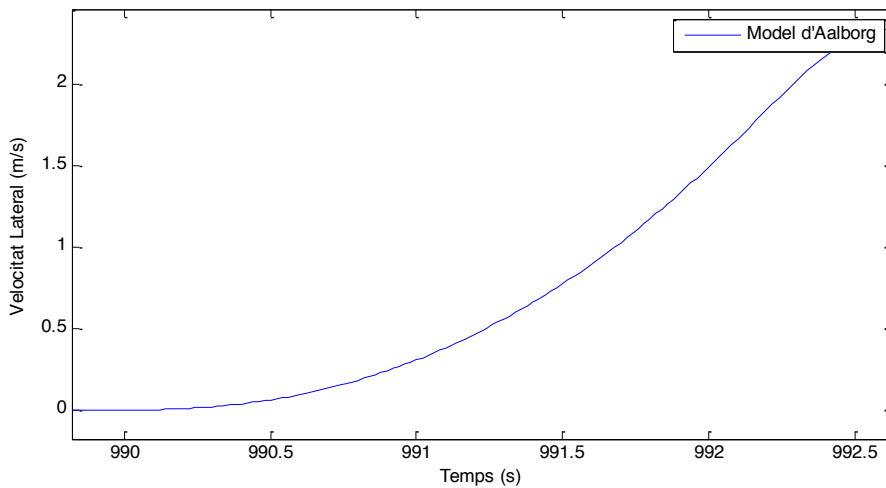


Figura 59 Evolució de l'angle de capcineig del model d'Aalborg

Es procedeix igual en el mode lateral:

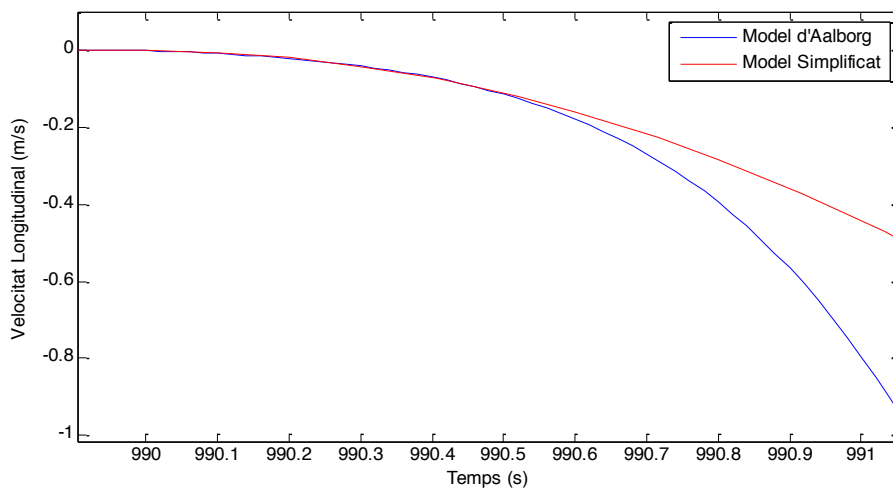


**Figura 60 Evolució de l'angle de capcineig del model d'Aalborg**

La resposta és l'esperada tant en el mode longitudinal com en el mode lateral.

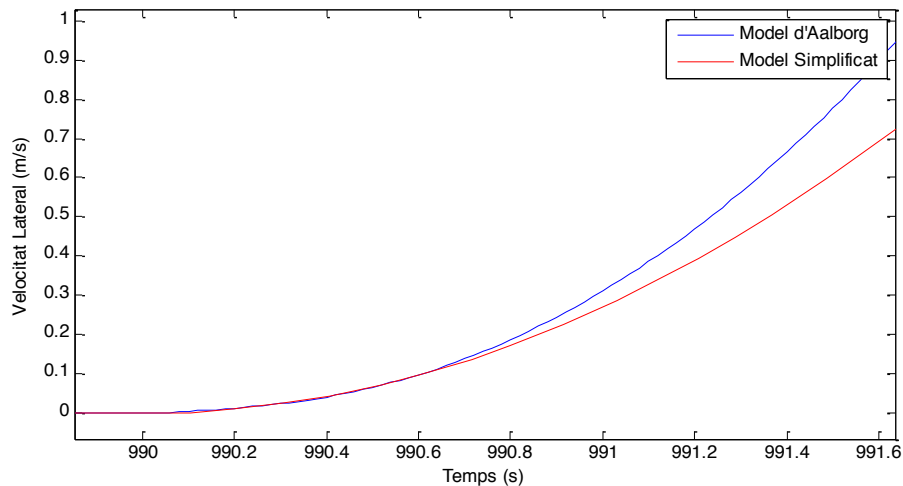
### 7.3.2.2. Identificació dels paràmetres

Com en el model lineal, per a obtenir la funció simplificada del sistema s'ha d'obtenir el valor de la constant de guany.



**Figura 61 Comparativa entre el model d'Aalborg i el model simplificat del mode longitudinal**

S'obté una constant  $K_{lon}$  de valor 9 i un temps de validesa de 0.6 segons. Es procedeix igual amb el mode lateral.



**Figura 62 Comparativa entre el model d'Aalborg i el model simplificat del mode lateral**

S'obté una constant  $K_{lat}$  de valor 5.5 i un temps de validesa de 0.7 segons.

### 7.3.2.3. Disseny del controlador

El disseny del controlador del model no lineal és més delicat que el del model lineal. El model d'Aalborg és molt inestable, especialment en el mode longitudinal. S'ha de dissenyar un controlador lent, però amb pols que no siguin massa propers a zero, ja que quan s'inclouin els controladors al model d'Aalborg es pot tornar inestable, tot i ser estable en el model simplificat.

En aquest cas es procedeix així:

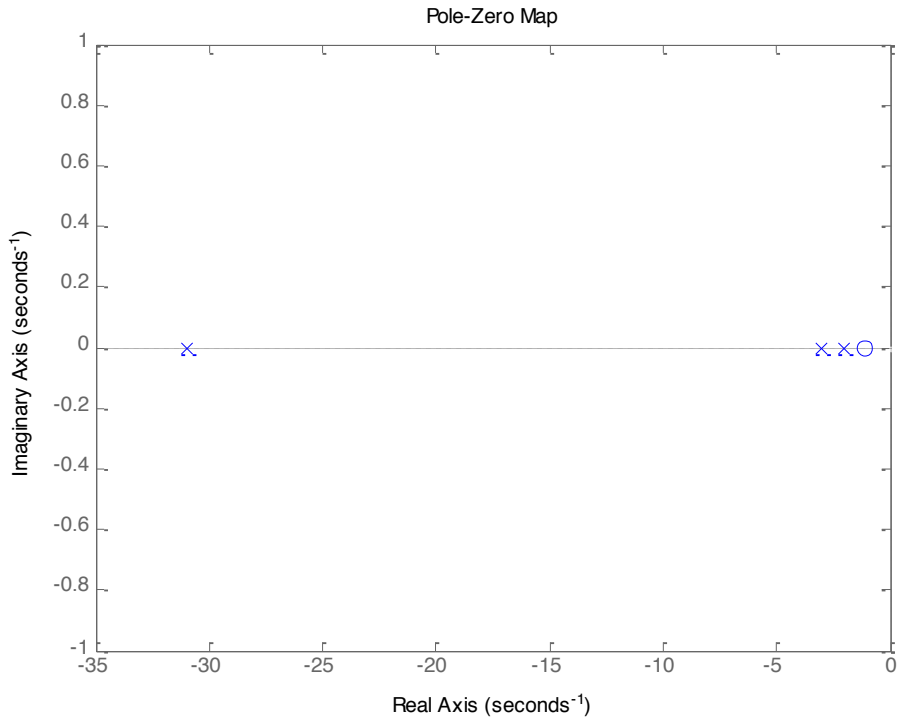
- Es fixen dos pols, en aquest cas es fixen de manera que siguin lents: 2 i 3.
- Es prova fins obtenir un valor de  $K_p$  alt que compleixi els requeriments i s'obtingui un pol prou gran perquè el seu efecte es perdi per dominància.

Els valors obtinguts es resumeixen en la següent taula:

Mode	Longitudinal			Lateral		
<b>Kp</b>	4			6.5		
<b>P</b>	0.4559			0.4555		
<b>I</b>	0.5267			0.5261		
<b>Relació de temps (&gt;4)</b>	18			17.875		
<b>Pols</b>	-2	-3	-31	-2	-3	-30.75

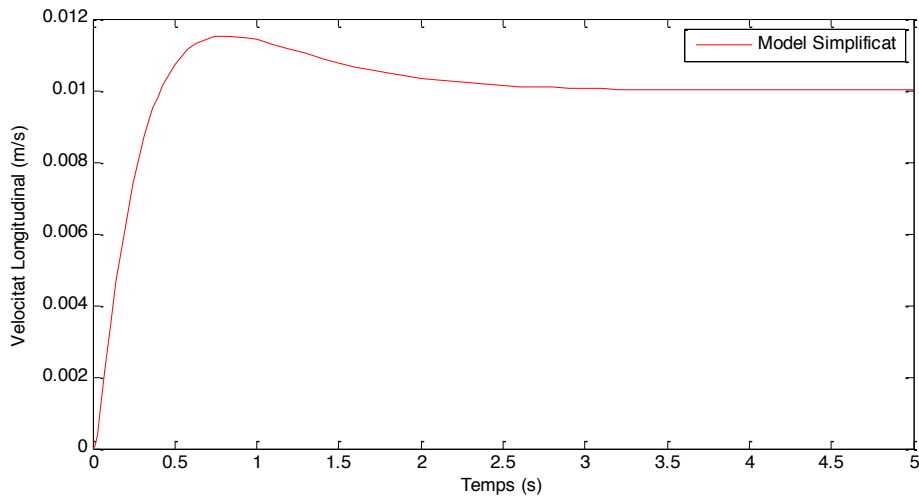
**Taula 7 Valors dels controladors del model no lineal**

Aquests valors es veuen reflectits en el diagrama de pols i zeros del mode longitudinal:



**Figura 63 Diagrama de pols i zeros del mode longitudinal del model no lineal**

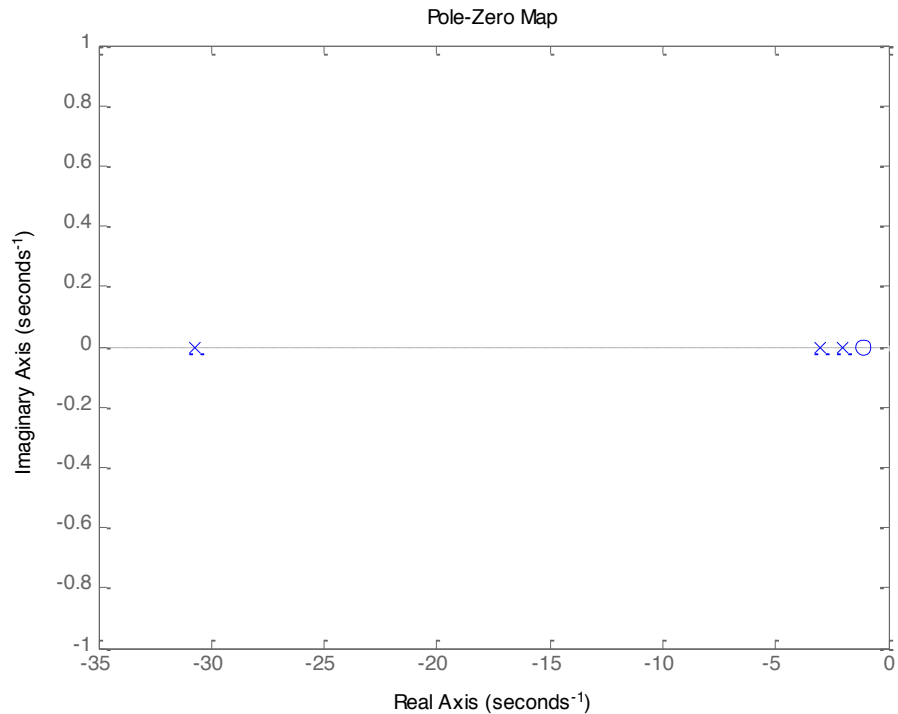
Així com la resposta a una entrada graó del sistema simplificat.



**Figura 64 Evolució temporal del mode longitudinal simplificat del model no lineal amb el controlador dissenyat**

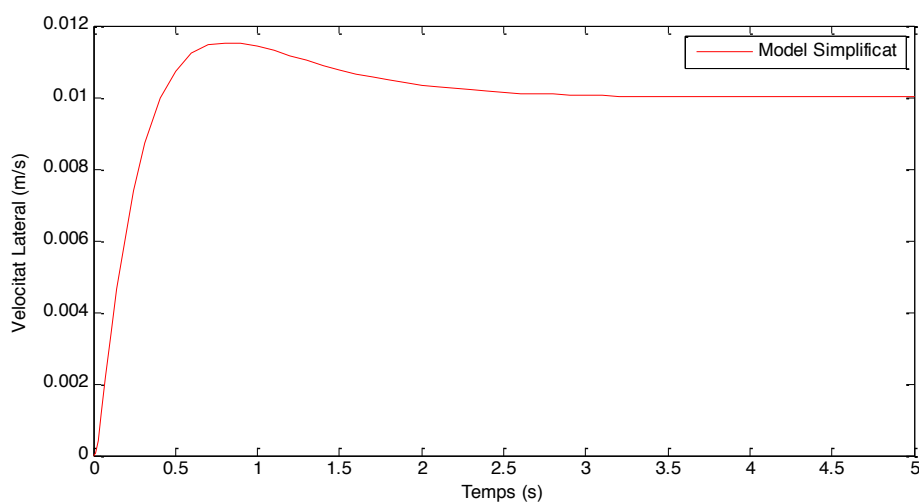
Es pot veure que el valor màxim de sobrepic no supera el 25% del valor de consigna.

Com es veu a la taula 7, els valors dels pols del mode lateral són pràcticament els mateixos que els del mode longitudinal:



**Figura 65 Diagrama de pols i zeros del sistema lateral del model no lineal**

El zero en aquest cas també és molt proper, el que fa que la resposta del sistema a una entrada graó sigui també molt semblant:



**Figura 66 Evolució temporal del mode lateral simplificat del model no lineal amb el controlador dissenyat**



Com el pol més ràpid es perd per dominància, la resposta del sistema simplificat és la mateixa tant en el mode longitudinal com en el mode lateral, ja que els zeros són pràcticament iguals.

### 7.3.3. Implementació global. Model no lineal

Un cop estan dissenyats tots els controladors s'incorpora el bloc de control en el model no lineal.

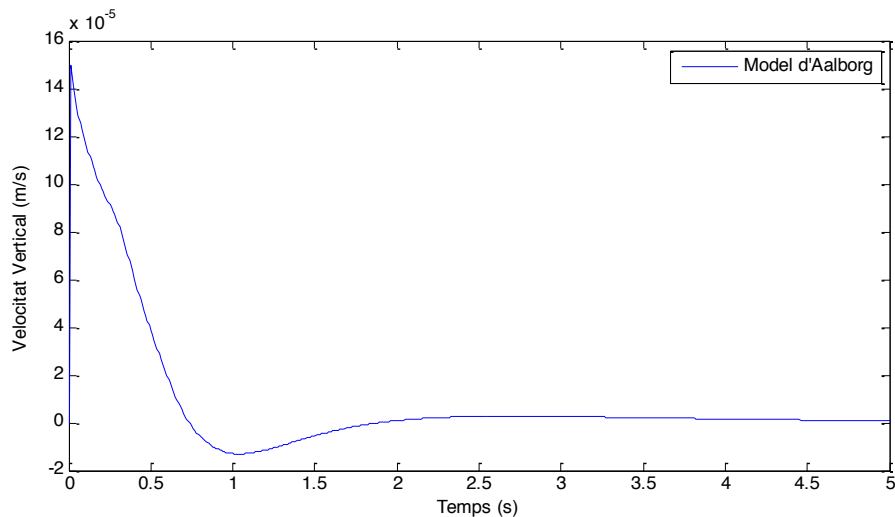
La primera validació del controlador és comprovar que el sistema és estable amb consigna de vol a punt fix. Una vegada es comprova que el controlador estabilitza el model es comprova que la resposta del model no lineal és similar a la resposta del model simplificat. Finalment s'apliquen ràfegues en forma de velocitat inicial i es comprova que el controlador manté el model en vol a punt fix.

#### 7.3.3.1. Model en vol a punt fix sense perturbacions externes

En aquest pas es mira que l'helicòpter sigui estable, amb els controladors, i es pugui mantenir en vol a punt fix sense cap perturbació externa.

Es connecten tots els controladors en el model d'Aalborg i s'estableix la consigna amb valor zero.

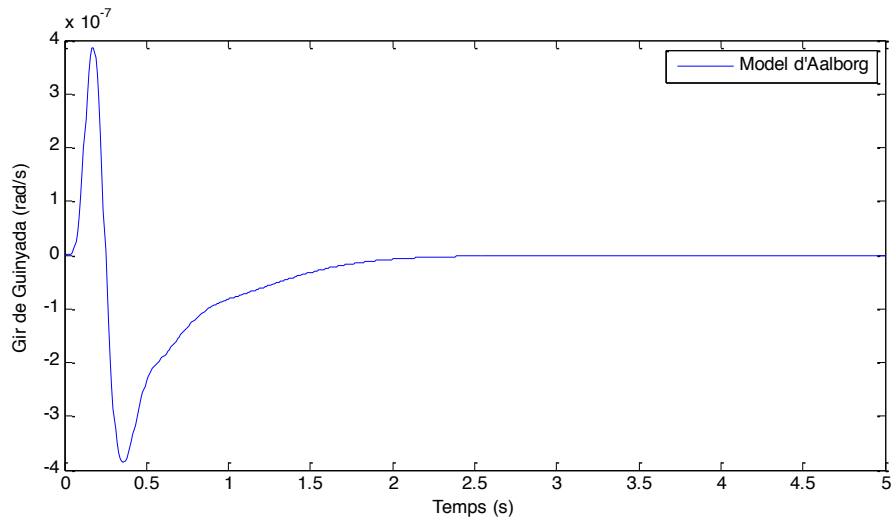
Primer es mira el mode vertical:



**Figura 67 Estabilització de la velocitat vertical del model d'Aalborg amb els controladors**

Es pot veure que el sistema és estable. Es veu que inicialment la velocitat vertical augmenta i després disminueix, creant així un transitori que desapareix completament al cap d'uns 5 segons.

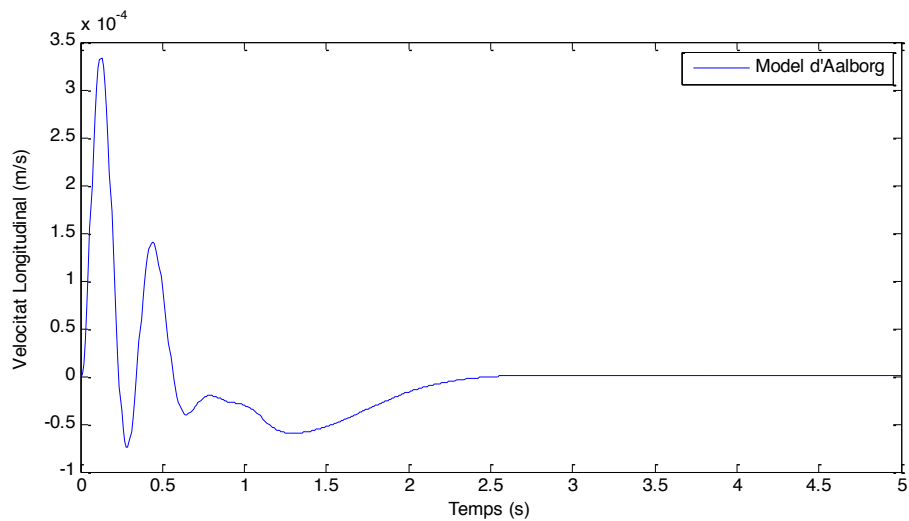
Es mira la velocitat de guinyada:



**Figura 68 Estabilització del gir de guinyada del model d'Aalborg amb els controladors**

Aquest transitori és menor que el de la velocitat vertical, uns 2 ordres de magnitud menor. El gir de guinyada s'estabilitza en menys de 5 segons.

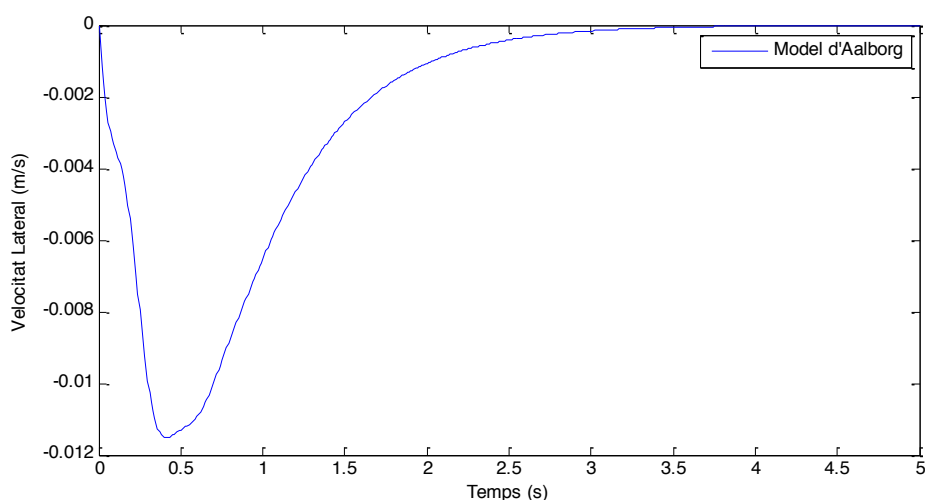
Es mira la velocitat longitudinal:



**Figura 69 Estabilització del mode longitudinal del model d'Aalborg amb els controladors**

El mode longitudinal és el que té el transitori més oscil·latori. Aquest transitori ens indica que aquest mode és el més ràpid i el més inestable. És el mode amb el que s'ha de vigilar més a l'hora de trobar-se amb ràfegues de vent.

Finalment, es mira el mode lateral:



**Figura 70 Estabilització del mode lateral del model d'Aalborg amb els controladors**

El mode lateral és el més lent i el transitori que té la variació de velocitat lineal més gran.

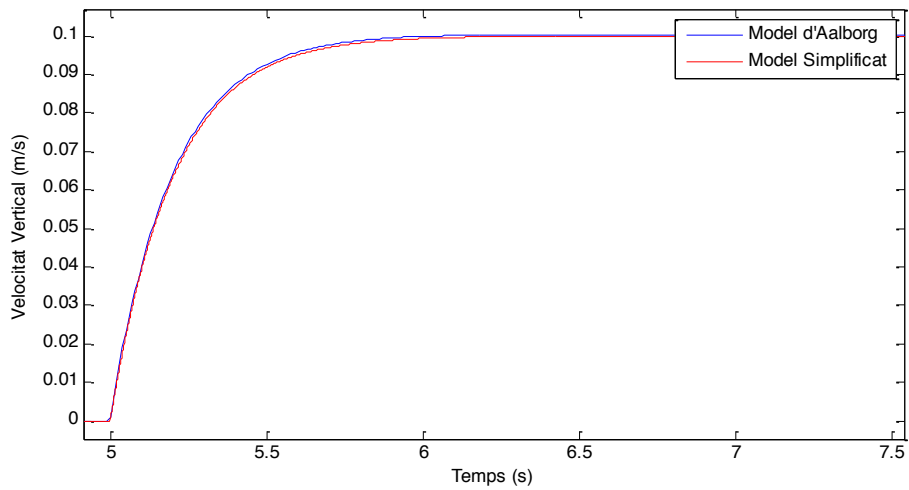
L'estat inicial del model produeix una tendència en l'helicòpter a allunyar-se del vol a punt fix. Els controladors dissenyats utilitzant la metodologia proposada aconseguixen estabilitzar el model en vol a punt fix en menys de 5 segons.

### **7.3.3.2. Comparativa models amb una consigna diferent de zero**

La segona verificació és la validació del disseny del controlador. El disseny del controlador es verifica comparant la resposta del sistema simplificat, dissenyat en apartats anteriors, amb la resposta del model d'Aalborg.

Es procedeix igual que en l'obtenció de les variables, es posen 3 modes amb consigna zero i una entrada de tipus graó en el mode a analitzar.

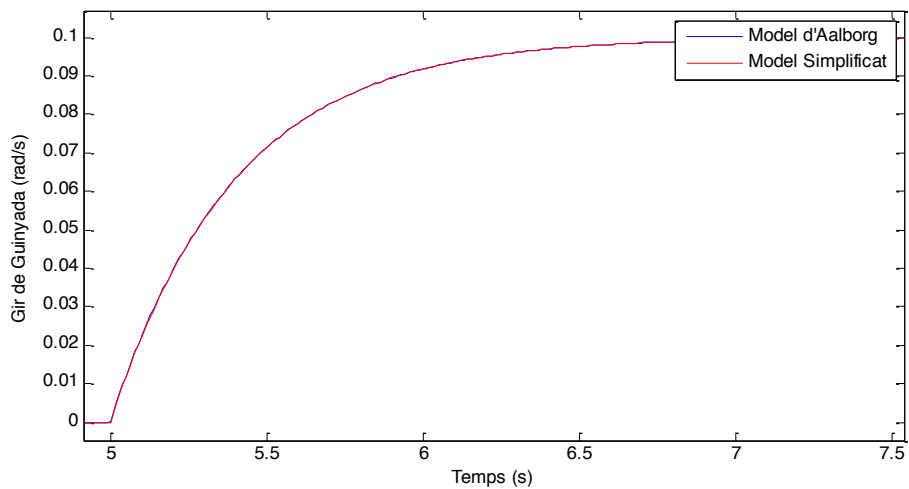
Primer es mira el mode vertical:



**Figura 71 Comparativa del mode vertical del model no lineal i el simplificat amb una entrada de tipus graó**

El resultat és pràcticament idèntic. L'error estacionari és zero, assolint el mateix valor final.

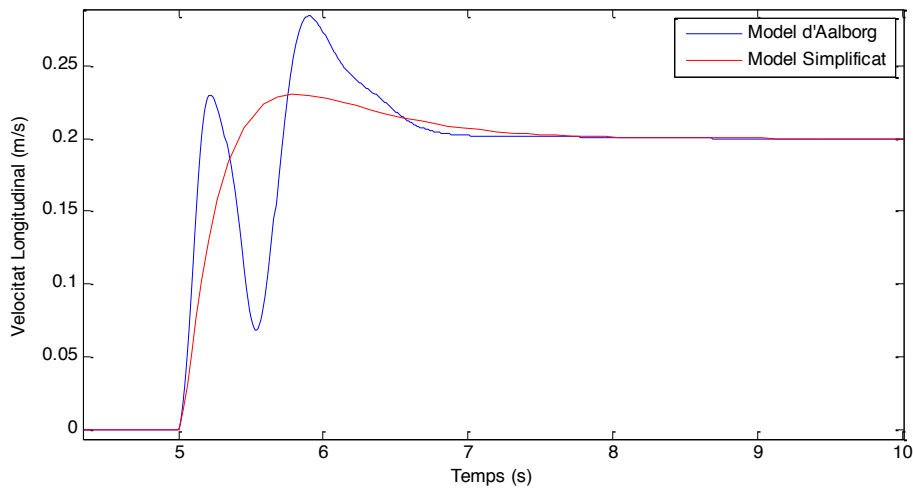
Es mira la velocitat de guinyada:



**Figura 72 Comparativa del gir de guinyada del model no lineal i el simplificat amb una entrada de tipus graó**

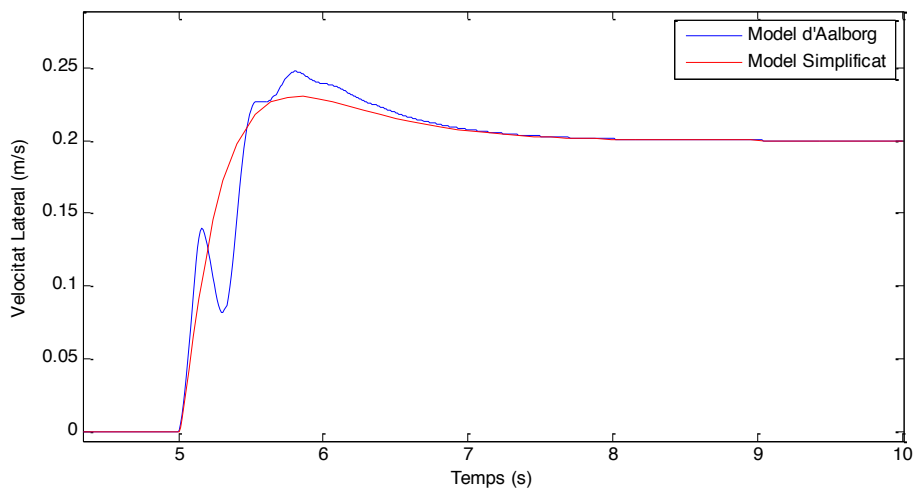
Com en el cas de la velocitat vertical, les dues respostes son pràcticament idèntiques.

Es mira la velocitat longitudinal:



**Figura 73 Comparativa del mode longitudinal del model no lineal i el simplificat amb una entrada de tipus graó**

Finalment, es mira la velocitat lateral:



**Figura 74 Comparativa del mode lateral del model no lineal i el simplificat amb una entrada de tipus graó**

Igual que amb el model lineal, la resposta del mode longitudinal i el mode lateral té oscil·lacions. Aquestes oscil·lacions venen produïdes per l'efecte de l'acoblament que s'ha menyspreat durant la simplificació dels modes. Al contrari que amb el model lineal, en aquest cas el temps de disseny dels controladors és pràcticament el mateix en el model simplificat i en el model d'Aalborg.

El model d'Aalborg és un model no lineal, amb totes les equacions i menys simplificacions. Com aquest model és més complert que el model lineal, es verifica que el model simplificat i els controladors són vàlids, a diferència del que s'ha pensat quan s'ha tractat amb els resultats del model lineal.

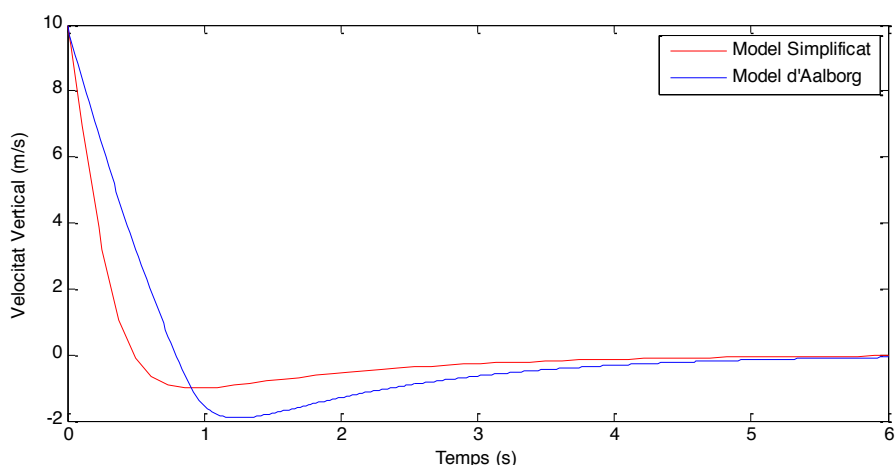
A partir d'aquestes respostes, es pot concloure que els models simplificats són prou representatius de la funció real com per a basar el controlador de l'helicòpter en aquestes funcions simplificades.

### 7.3.3.3. Model en vol a punt fix amb ràfegues de vent

Finalment, es comprova que el model suporti ràfegues de vent mantenint l'helicòpter en vol a punt fix.

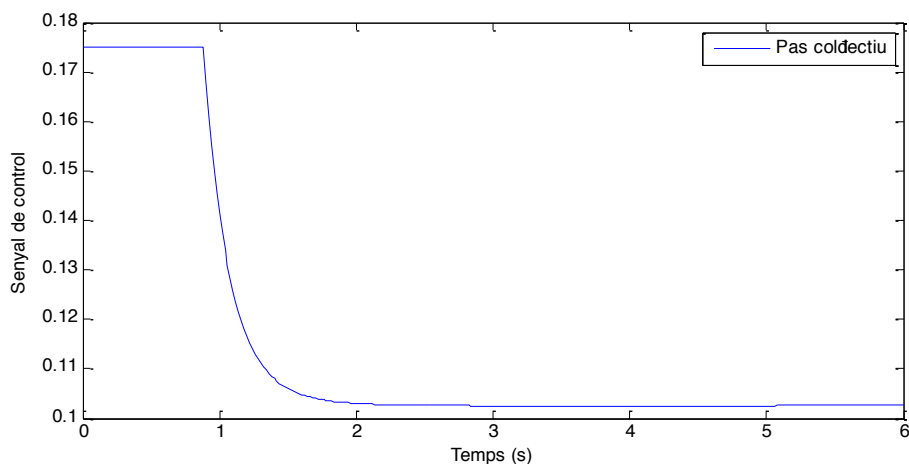
Es consideren ràfegues instantànies que varien la velocitat del sistema de manera puntual i les quals el controlador ha de fer retornar al valor en vol a punt fix. Les ràfegues es simulen introduint una velocitat inicial al sistema, de manera que es compara el disseny dels controladors mitjançant els models simplificats amb el model d'Aalborg.

Es comença pel mode vertical, mirant quina és la velocitat instantània màxima que suporta el model d'Aalborg. Durant les simulacions s'ha comprovat que pot resistir més de 10 m/s de ràfega vertical cap amunt i uns 5m/s de ràfega vertical cap avall.



**Figura 75** Comparativa del mode vertical davant d'una ràfega instantània de 10 m/s

El model d'Aalborg és més lent que el model simplificat degut a que s'està fent treballar les pales del rotor principal amb el màxim angle d'atac possible. Això es veu en la següent figura:

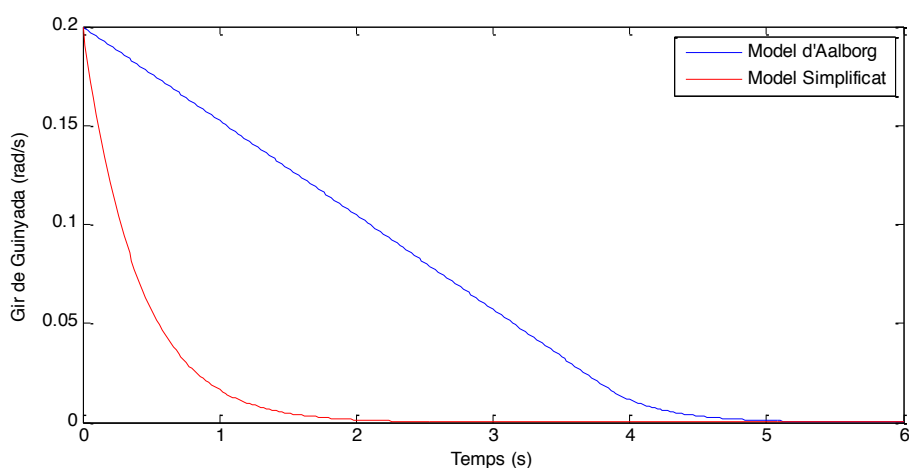


**Figura 76 Senyal del pas col·lectiu davant d'una ràfega instantània de 10 m/s**

No és recomanable que l'helicòpter treballi molta estona amb el senyal de control saturat al valor màxim durant gaire estona.

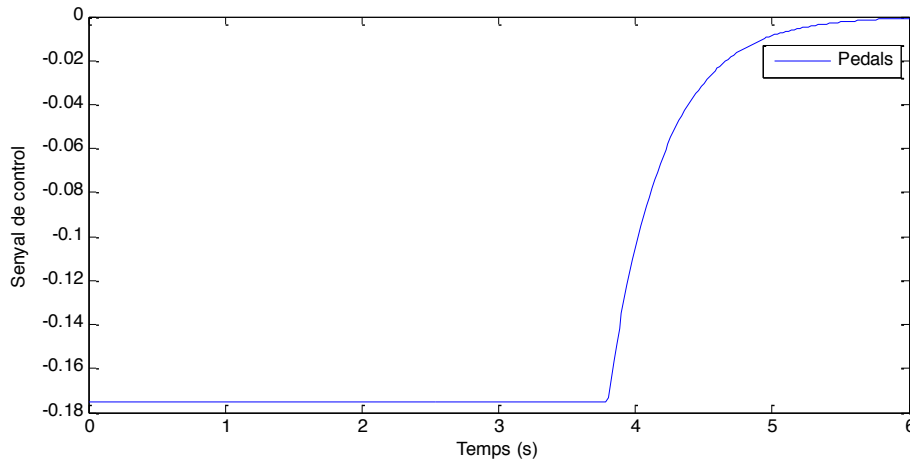
Quan es mira el gir de guinyada es recorda que no hi ha cap bloc saturador dels pedals integrat al model no lineal, de manera que no es coneixen els valors límits d'aquesta acció de control. Davant d'aquesta incertesa s'ha provat utilitzant el mateix saturador que en els altres modes per a tenir una idea aproximada del seu comportament.

Quan s'han provat valors de velocitat inicial, el model no ha entrat en cap moment en inestabilitat. D'aquesta manera, canviant el valor màxim i mínim del saturador que es prova farà que la resposta sigui més ràpida o més lenta, però no tornarà el sistema inestable amb una velocitat inicial fixada.



**Figura 77 Comparativa del gir de guinyada davant d'una ràfega instantània de 0.2 rad/s**

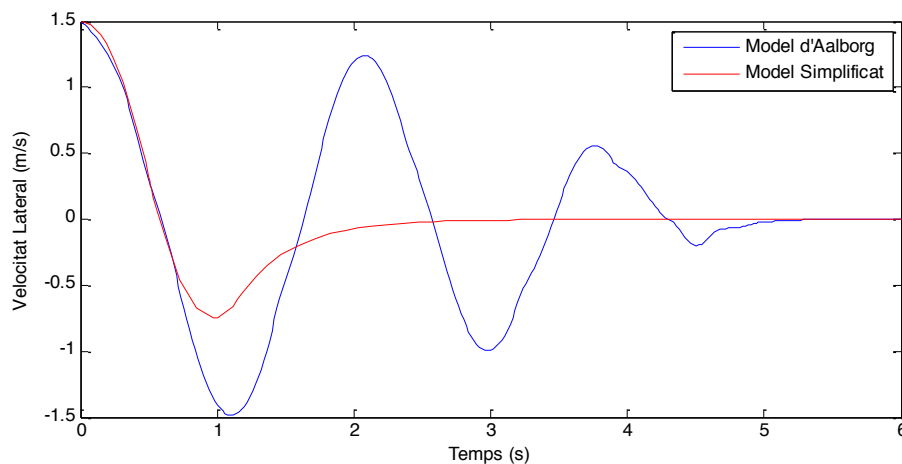
La velocitat de resposta del model d'Aalborg és molt més lenta que la del model simplificat. És degut al saturador que s'ha incorporat. El valor màxim i mínim real dels pedals de l'helicòpter farà que el temps d'estabilització sigui més o menys proper al del model simplificat. El senyal de control és el següent:



**Figura 78 Senyal de control dels pedals davant d'una ràfega instantània de 0.2 rad/s**

En aquest cas, una velocitat angular de 0.2 rad/s és una velocitat prou elevada com per a tenir el senyal de control a màxim valor durant uns 4 segons. Si es volen contrarestar ràfegues de valors més elevats s'hauria d'establir un temps d'establiment, en el disseny del controlador, més lent per a aquest mode.

Quan s'han fet simulacions amb el mode lateral s'ha vist que el controlador és capaç de reaccionar a una velocitat inicial d'1.5 m/s.

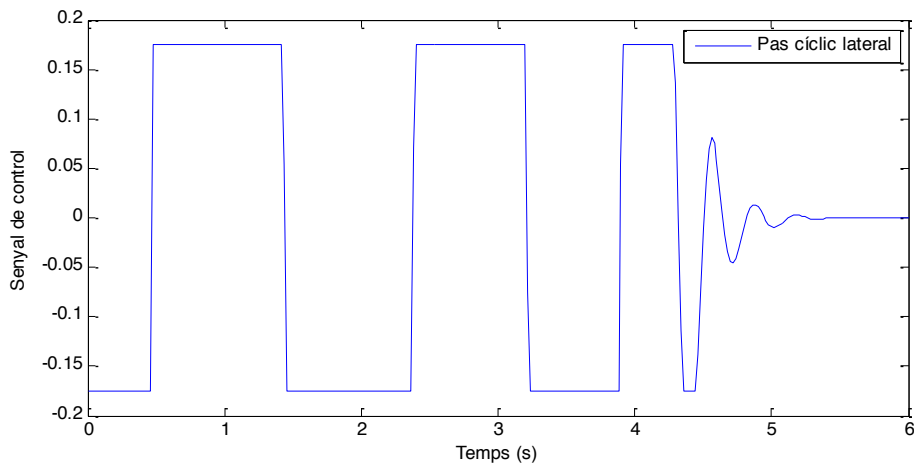


**Figura 79 Comparativa del mode lateral davant d'una ràfega instantània d'1.5 m/s**

El comportament inicial dels dos models és pràcticament idèntic. El model d'Aalborg és més lent i menys esmorteït degut a que el senyal de control es



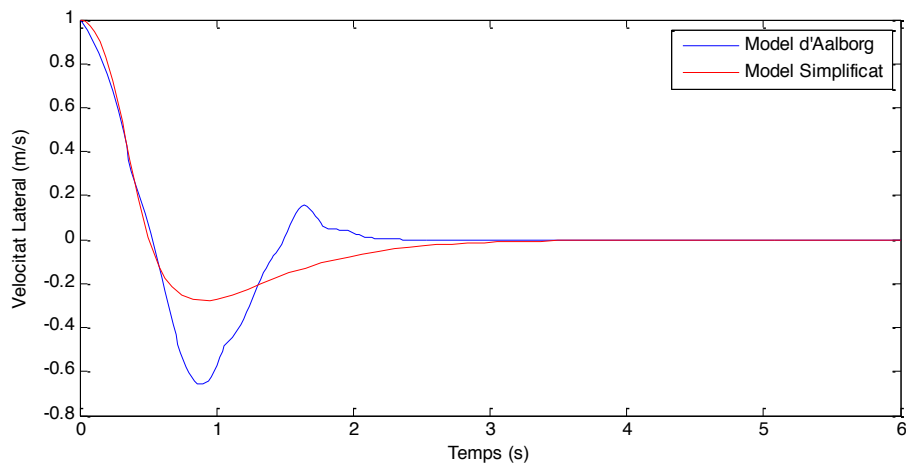
troba saturat i no és prou elevat com per a compensar de manera més ràpida la ràfega.



**Figura 80 Senyal de control del pas cíclic lateral davant d'una ràfega instantània d'1.5 m/s**

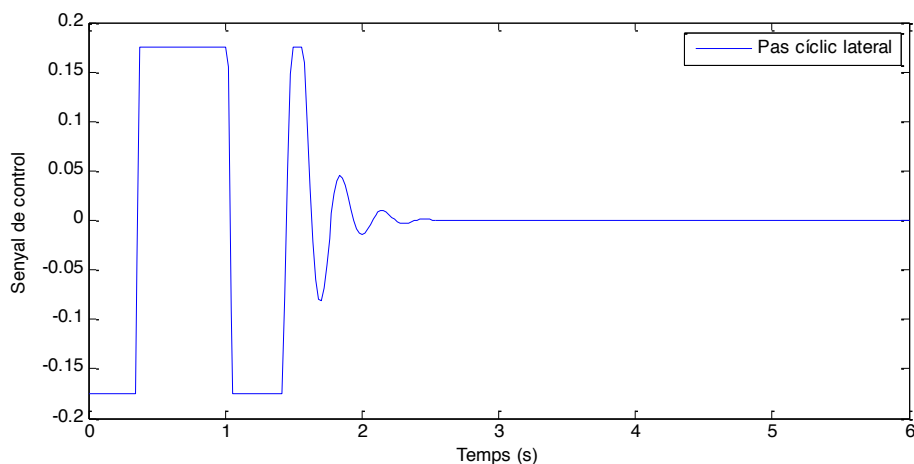
Una ràfega d'1.5 m/s és el cas límit per al mode lateral. Es tracta d'una ràfega de valor molt elevat, en una situació de vol normal no hauria d'haver de suportar un valor tan elevat.

Es mira la resposta del mateix mode davant d'una ràfega de valor una mica més baix, d'1 m/s.



**Figura 81 Comparativa del mode lateral davant d'una ràfega instantània d'1 m/s**

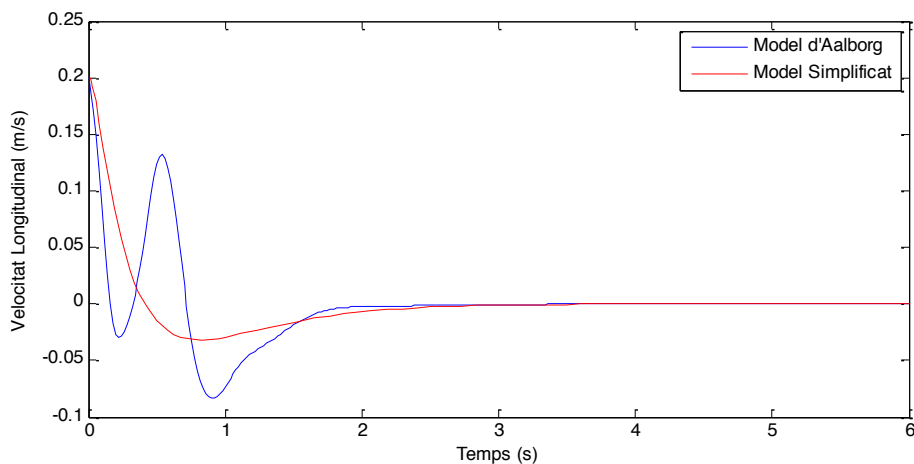
Una ràfega d'1 m/s segueix sent un valor molt gran. Tot i així, el controlador dissenyat és capaç de corregir-ho dins del temps de disseny.



**Figura 82 Senyal de control del pas cíclic lateral davant d'una ràfega instantània d'1 m/s**

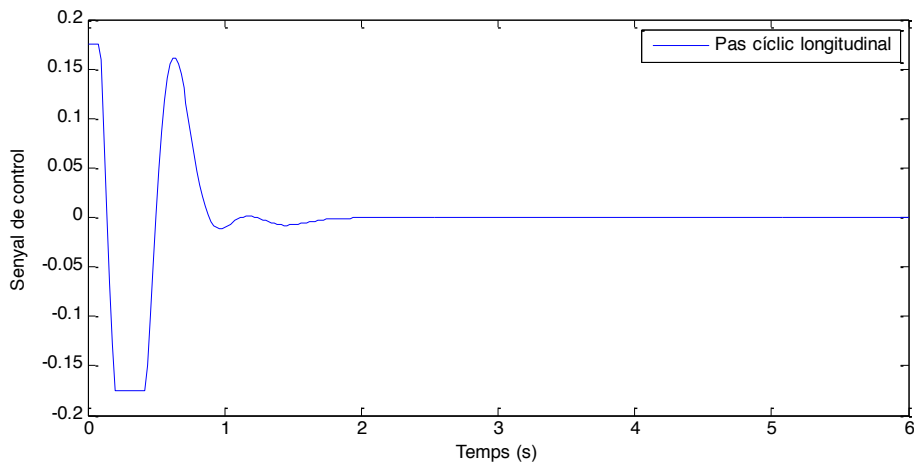
En aquest cas el senyal de control també es troba saturat durant els primers segons. Es pot concloure que el mode lateral és capaç de resistir grans ràfegues de vent instantànies.

Finalment, es mira el mode longitudinal. Fent simulacions s'ha comprovat que aquest mode és el mode que és capaç de suportar menys ràfegues. Aquest mode és capaç de reaccionar davant de ràfegues instantànies de 0.2 m/s.



**Figura 83 Comparativa del mode longitudinal davant d'una ràfega instantània de 0.2 m/s**

El mode longitudinal reacciona i estabilitza el model fins a condicions de vol a punt fix pràcticament en el temps de disseny. Com en el cas del mode lateral, la resposta del mode apareix oscil·latòria, degut a la saturació del senyal de control.



**Figura 84 Senyal de control del pas cíclic longitudinal amb una ràfega instantània de 0.2 m/s**

El mode longitudinal es troba menys saturat que el mode lateral, ja que la ràfega és de menor magnitud. El mode longitudinal és el mode més sensible a les ràfegues i s'ha de vigilar a l'hora de dissenyar l'experiment.

Després de fer les simulacions es pot concloure que, en aquest model no lineal, el mode longitudinal és molt inestable. En totes les simulacions, quan la velocitat longitudinal pren un valor entre 0.3 i 0.4 m/s el sistema entra en un estat d'inestabilitat no recuperable. Comparant el mode lateral i el mode longitudinal no hi ha, a priori, diferències en els models ni els controladors. Tot i així el mode lateral suporta més ràfegues i més velocitat. S'hauria d'estudiar la disposició dels components en l'helicòpter del que s'han extret les equacions a la universitat d'Aalborg per a corregir-ho, ja que es tracta d'una asimetria massa gran.

## **8. Disseny de l'experiment**

Un cop s'ha entès la naturalesa de cada mode s'ha de dur a terme un experiment que permeti la identificació dels paràmetres que defineixen cada mode de vol. Aquest experiment consistirà en proves de camp en les que es porti l'helicòpter de l'escola a un punt d'equilibri en vol a punt fix i s'introdueixin entrades dissenyades per a mesurar la resposta de cada mode.

S'han de cercar experiments ràpids però que alhora assegurin que el pilot no perdi el control de l'helicòpter en cap moment. S'utilitzarà el model no lineal a l'hora de dissenyar les proves. Tanmateix, es proposaran les accions a dur a terme pel pilot durant les proves. Finalment, es proposaran els senyals de control a utilitzar durant les proves per a la posterior identificació dels paràmetres de les funcions simplificades.

### **8.1. Model no lineal**

Per a la realització del disseny de l'experiment s'utilitza el model no lineal. Les raons són:

- El model no lineal és el model que té el comportament més fidel respecte un helicòpter d'escala reduïda.
- El fet que es tracti d'un model molt inestable facilita el disseny de l'experiment. Si el model fos més estable potser s'estaria dissenyant un experiment que portés l'helicòpter real a un estat d'inestabilitat no recuperable pel pilot.

### **8.2. Accions del pilot durant les proves**

En la recerca bibliogràfica d'aquest treball s'ha vist que per a la identificació de paràmetres és habitual que els experiments es facin introduint una entrada de tipus graó en un comandament i deixar els altres comandaments amb el valor on es troba al punt d'equilibri.

En canvi, durant la simulació de les proves per a dissenyar aquest experiment, s'ha comprovat que si es mantenen els controls de l'helicòpter controlats es redueix l'acoblament i, gràcies a això, es facilita la identificació dels paràmetres.

L'experiment s'ha de dur a terme de la següent manera. El pilot ha de portar l'helicòpter a un punt d'equilibri. Un cop es troba en equilibri el pilot ha de deixar anar el comandament del mode amb el que es faci la prova i mantenir els altres modes al mínim mitjançant els altres tres comandaments. És a dir, si s'està fent la prova per al mode vertical el pilot ha de fer que les velocitats lateral, longitudinal i el gir de guinyada es mantinguin a zero.

Per a simular el comportament del pilot s'han utilitzat els controladors dissenyats, desactivant el controlador del mode que s'estigui provant.

### **8.3. Experiment**

S'ha de dur l'helicòpter a un estat d'equilibri en vol a punt fix i prendre nota de les condicions: altura, pressió, temperatura, etc. Ja que un cop feta la simplificació i desenvolupats els controladors, aquests només serveixen per a l'helicòpter volant a punt fix en unes condicions iguals o similars a les condicions de l'experiment.

Durant la identificació del comportament dels modes, al capítol 4, s'han emprat senyals de tipus graó, sense tenir en compte que el model entra en un estat d'instabilitat irreversible. En canvi, durant tot l'experiment s'ha de garantir que el pilot no perdi el control de l'helicòpter. Com cada mode té un comportament diferent, s'ha de dissenyar un senyal d'entrada, o excitació, únic per a mode.

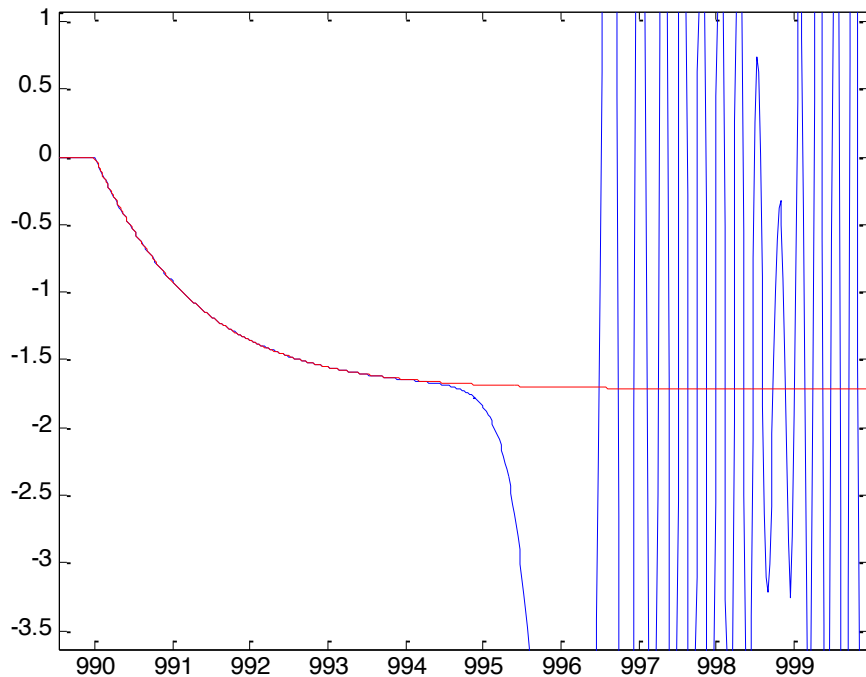
#### **8.3.1. Mode vertical**

Durant l'anàlisi del model lineal, s'ha vist que el mode vertical és un mode estable quan no hi han interferències dels modes inestables. En canvi, en el model no lineal tots els modes són inestables degut a que no s'ha fet cap simplificació prèvia que elimini l'acoblament.

A l'hora de realitzar les proves per a obtenir un model simplificat del mode vertical, convé minimitzar l'efecte de l'acoblament el màxim possible. La tendència natural de l'helicòpter és activar els modes inestables, que al cap d'uns 4-5 segons deixen de ser acoblaments dèbils i inestabilitzen l'aeronau.

Per a obtenir aquest desacoblament es proposa que el pilot controli els pedals i els comandaments del pas cíclic en tot moment, assegurant que l'helicòpter només es mogui en sentit vertical durant tota la prova.

S'utilitza un valor d'entrada del comandament del pas col·lectiu petit, però que permeti obtenir un bon senyal de resposta, en aquesta simulació és de magnitud 0.01.



**Figura 85 Simulació de la velocitat vertical amb pilot (vermell) i sense (blau)**

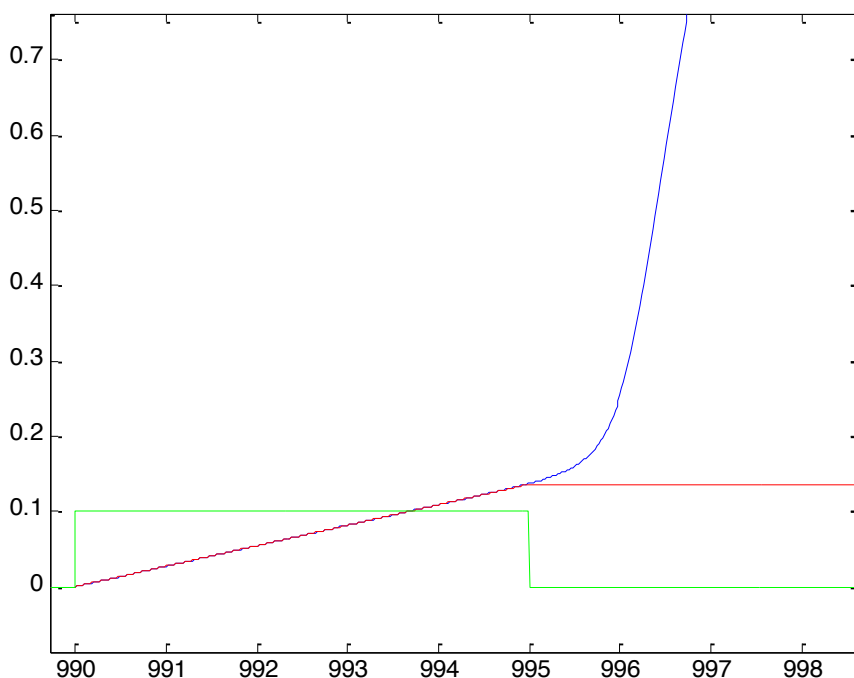
En la figura 85 es pot veure que al tenir controlats els modes inestables la funció resultant és una funció de transferència de primer ordre, de la qual es poden obtenir fàcilment els paràmetres.

### **8.3.2. Gir de guinyada**

Com s'ha vist durant l'anàlisi anterior, hi ha tres possibles respostes de la velocitat de guinyada amb una acció als pedals. L'helicòpter de l'escola té un petit mecanisme que permet regular l'esmorteïdor de guinyada. Com obtenir els paràmetres d'una funció de segon ordre amb un zero no és senzill, es proposa desactivar l'esmorteïdor de guinyada o reduir el seu efecte el màxim possible. D'aquesta manera es redueixen les possibles respostes a dues, un integrador o una funció de primer ordre.

La funció de primer ordre és una resposta estable, en canvi la de tipus integrador és una funció inestable. Degut a això, es realitzarà l'experiment esperant una resposta de tipus integrador. Com la funció de transferència esperada és una funció de tipus rampa, la funció d'entrada proposada és un pols de 5 segons de durada. Si fent les proves s'observa que la resposta és una funció de primer ordre es pot augmentar el temps de durada amb la finalitat de deixar estabilitzar la funció i poder identificar fàcilment els seus paràmetres.

El model d'Aalborg té imposades limitacions en els valors d'entrada des dels comandaments del col·lectiu i del pas cíclic, però no ve indicat el valor màxim dels pedals. Per a no estar forçant un valor massa elevat, es proposa un pols d'amplitud 0.1.



**Figura 86 Simulació del gir de guinyada amb pilot (vermell), sense (blau) i els pedals (verd)**

En la figura 86 es pot veure que el valor final de velocitat no és massa elevat. En aquesta simulació no s'ha tornat a activar el controlador, però el pilot pot recuperar la posició d'equilibri de manera senzilla.

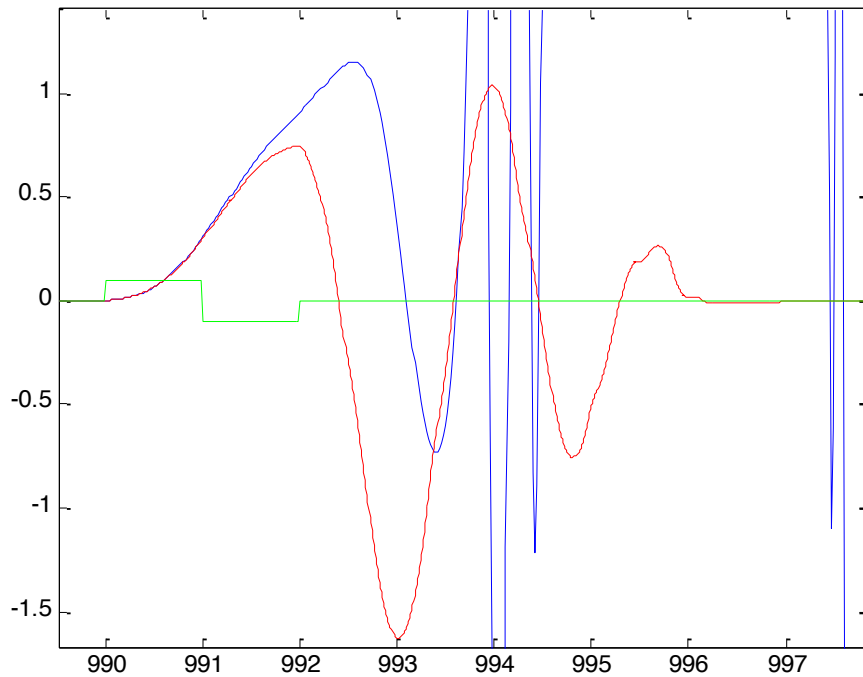
### **8.3.3. Mode lateral-direccional**

Fins ara s'han tractat els modes lateral i direccional alhora en el mateix apartat. Al simplificar aquest mode en dos models diferents s'ha de dissenyar un experiment per a cada un dels modes.

#### **8.3.3.1. Mode lateral**

El mode lateral és un mode inestable i en el que és possible fer una simplificació en un període de temps curt. Durant les simulacions s'ha vist que aquest mode fa entrar l'helicòpter en un estat d'inestabilitat en pocs segons. Per tant, s'ha d'intentar ser el màxim conservadors possibles a l'hora de desenvolupar les proves.

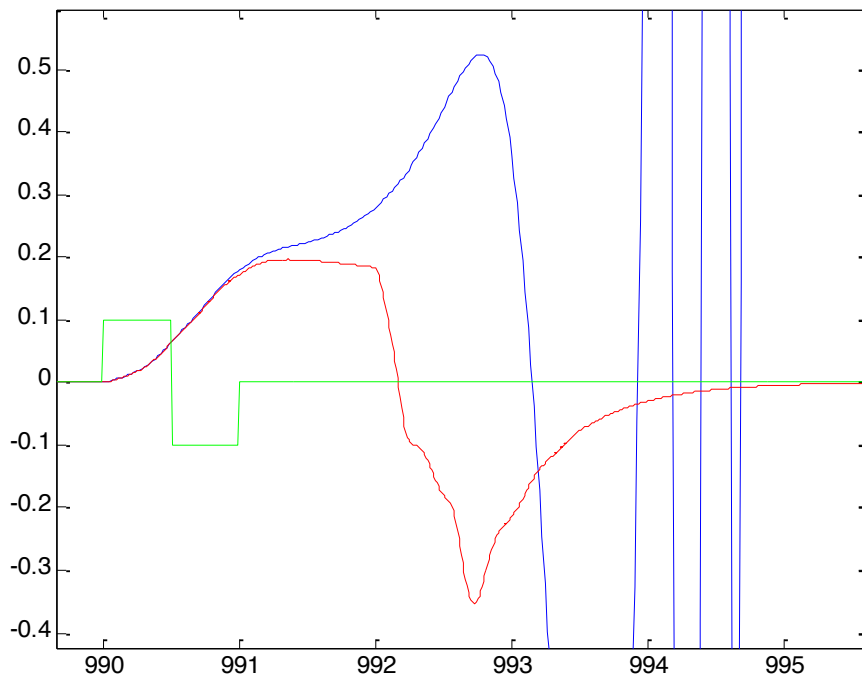
A diferència del mode vertical i del gir de guinyada, el senyal d'entrada no pot ser només una entrada de tipus graó. En aquest cas es proposa un pols simètric d'amplitud 0.01. La identificació dels paràmetres es durà a terme en el temps en el que el pols és positiu. La part negativa del pols serveix per a compensar i reduir el creixement de la velocitat lateral, de manera que el seu control sigui més fàcil de recuperar pel pilot.



**Figura 87 Simulació del mode lateral amb pilot, sense (blau) i el pas cíclic (verd) de 2 segons**

En aquest cas, el pols té una durada de dos segons. En acabar el pols el pilot recupera el control de l'helicòpter, en la simulació mitjançant el controlador. Es tracta d'un cas límit, ja que durant la simulació s'ha vist que el senyal d'entrada dels comandaments està treballant al màxim durant la recuperació del control de l'helicòpter.





**Figura 88 Simulació del mode lateral amb pilot, sense (blau) i el pas cíclic (verd) d'un segon**

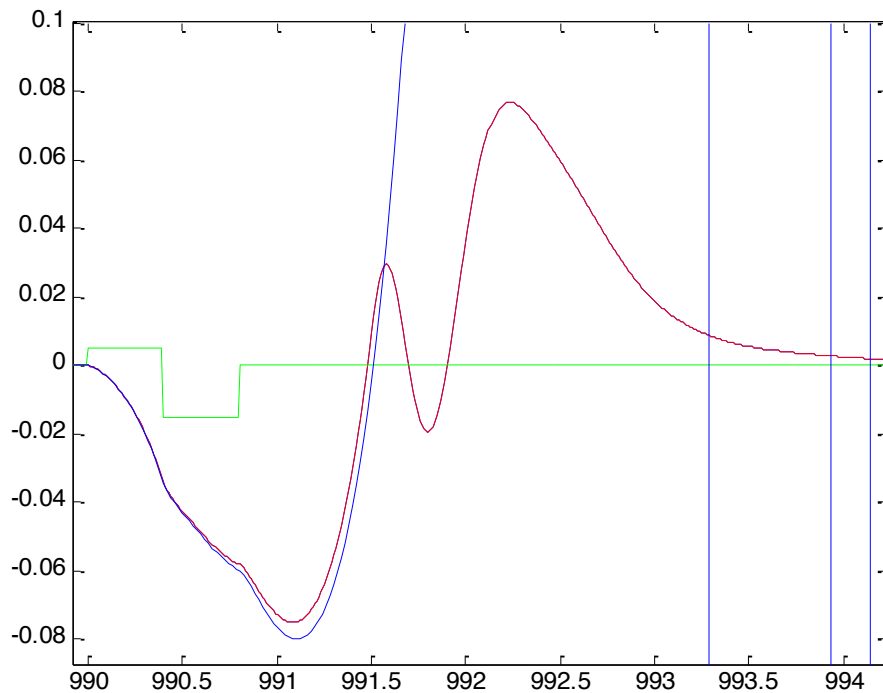
En aquest cas, el pols té una durada d'un segon. Si s'escurça el temps de durada del pols també s'escurça el temps en el que la funció simplificada és fidel al comportament de l'helicòpter, ja que només es té en compte el temps de pols positiu.

En aquesta simulació el controlador s'ha activat un segon després que acabés el pols, a l'instant de temps 992 segons. El pilot pot agafar el comandament del pas cíclic per a reprendre el control de l'helicòpter durant el marge de temps entre que acaba el pols i un segon més tard, garantint que no hagi de saturar els comandaments.

### **8.3.3.2. Mode longitudinal**

El mode longitudinal és el mode més inestable d'aquest model. Durant les proves s'ha comprovat que aquest mode provoca que l'helicòpter entri en inestabilitat de manera més ràpida.

Degut a l'alta inestabilitat d'aquest mode l'amplitud del senyal d'entrada ha de ser mínima.



**Figura 89 Simulació del mode longitudinal amb pilot, sense (blau) i el pas cíclic (verd)**

El temps de validesa del model simplificat és el més curt de tots el modes. Degut a que aquest mode és tan inestable, el temps de durada del pols es de 0.8 segons en aquest cas.

El pols no és simètric, té una amplitud positiva de 0.005 i una amplitud negativa de 0.015. Aquesta diferència, respecte el mode lateral, és deguda a que en aquest mode es necessita més empenta de l'helicòpter per a compensar la tendència a agafar alta velocitat negativa ràpidament.

El controlador entra en funcionament al cap d'1.5 segons, tenint poc marge de temps des que s'envia el senyal fins que el pilot ha de recuperar el controlen aquest mode el controlador té poc marge de funcionament. És a dir, si s'activa el controlador més tard d'1.5 segons, o si l'amplitud del senyal d'entrada és major, aquest no pot recuperar el control.

Durant les proves del mode longitudinal el pilot ha d'estar especialment atent per a recuperar el control de l'helicòpter després d'introduir el pols dissenyat.

El controlador està dissenyat per a condicions de vol a punt fix i quan aquest es torna a activar ja no es troba en situació de vol a punt fix. Això no vol dir que el pilot no pugui recuperar el control del mode longitudinal, sino que el controlador ja no és vàlid en aquestes condicions.

#### 8.4. Efecte del soroll durant l'experiment

Totes les proves s'han dissenyat considerant sensors perfectes. Els sensors, com tots els aparells electromagnètics, afegixen un component de soroll a la lectura obtinguda. Depenent de la magnitud del soroll potser no és viable realitzar l'experiment dissenyat.

Per a fer una estimació del soroll s'han fet mesures amb els sensors en estàtic.

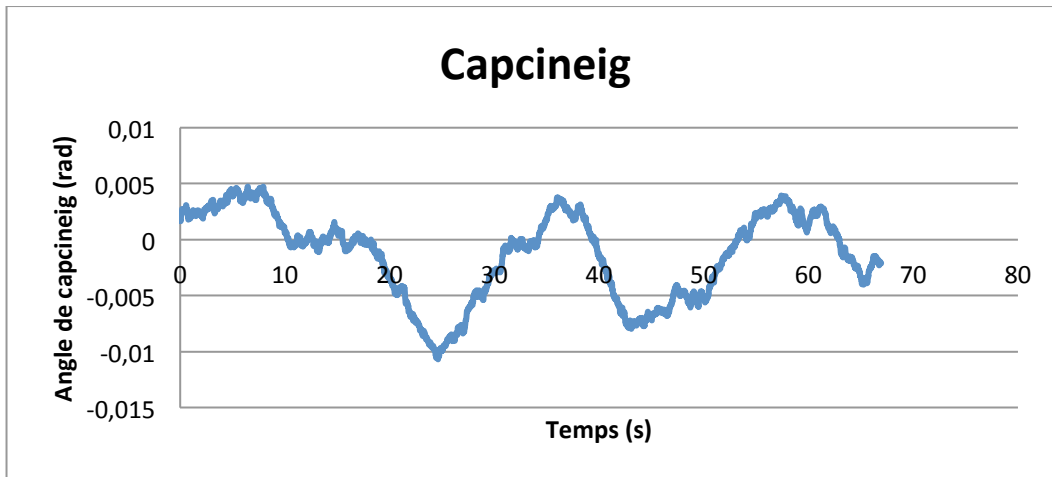


Figura 90 Lectura de l'angle de capcineig del sensor en estàtic

Aquesta mesura s'ha fet mantenint fixat el sensor durant uns 66 segons. El valor de la mitjana d'aquesta mesura no és exactament zero degut a que l'angle en el que el sensor és col·locat a l'helicòpter no és exactament zero.

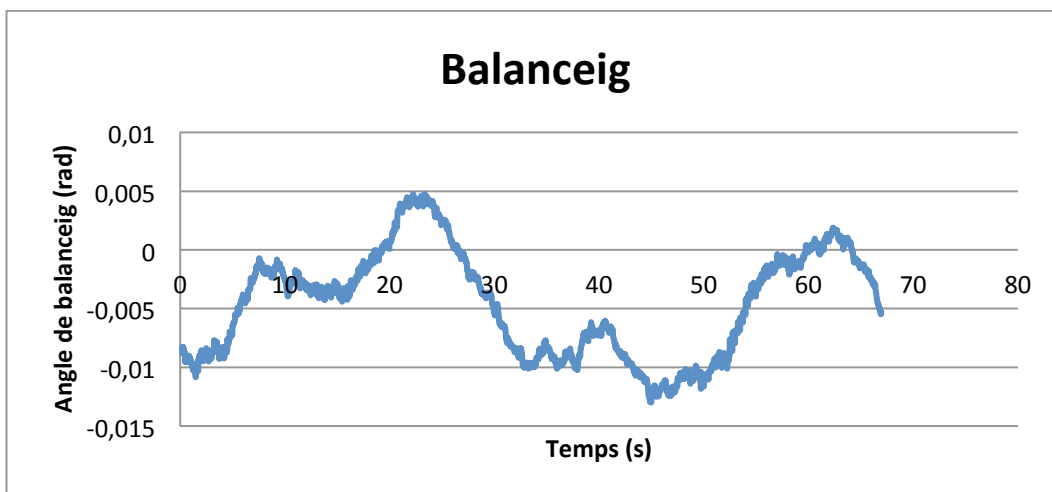
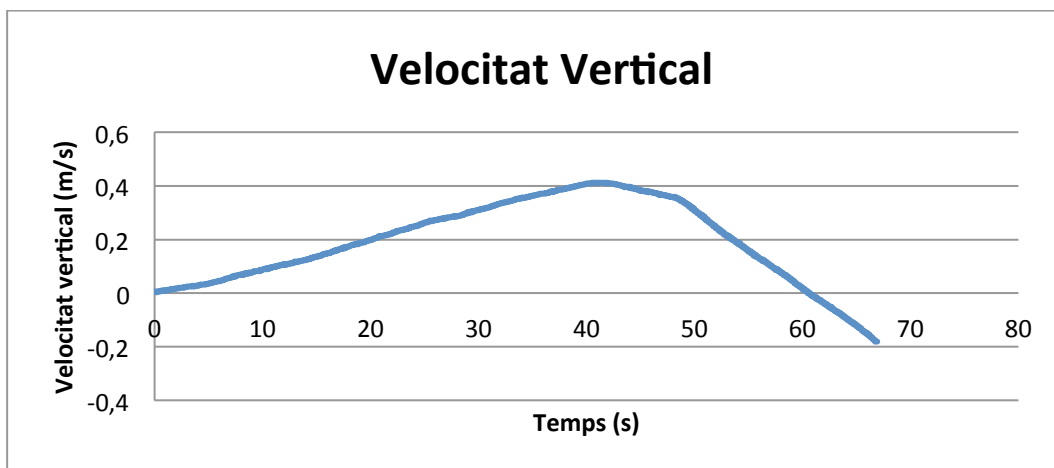


Figura 91 Lectura de l'angle de balanceig del sensor en estàtic

L'error que introdueixen aquests sensors és mínim i l'absorbeix el llaç intern del mode lateral-direccional.

La velocitat es mesura mitjançant dades GPS. Primer es mira la velocitat vertical.

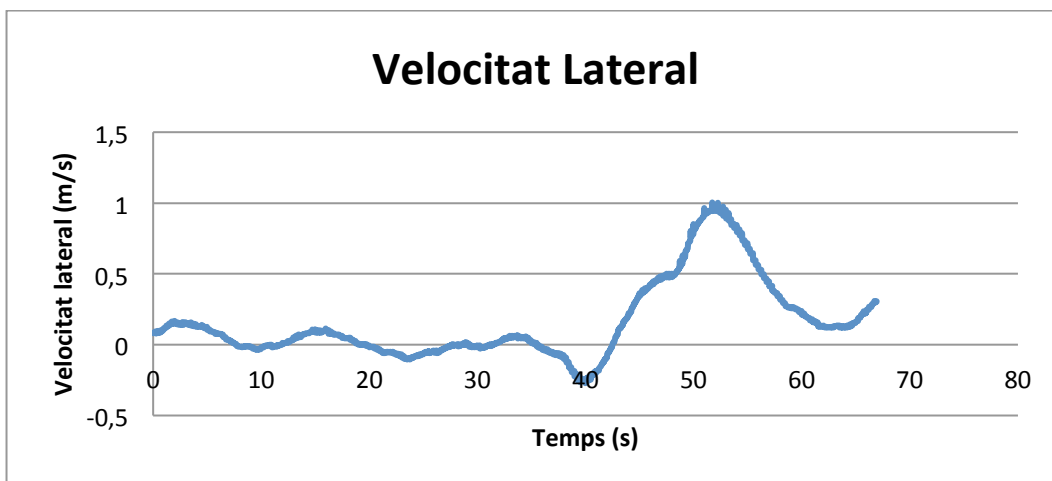


**Figura 92 Lectura de la velocitat vertical del sensor en estàtic**

La mesura de la velocitat vertical conté un error en el qual la mitjana és diferent de zero. Això vol dir que a l'hora de realitzar l'experiment s'haurà d'analitzar l'error que hi ha quan l'helicòpter es manté en vol a punt fix i fer una estimació durant la identificació dels paràmetres de la funció a identificar, el guany i la constant de temps en el cas de la velocitat vertical.

Durant la prova de la velocitat vertical el valor de velocitat que s'espera obtenir és d'unes 3 vegades major a l'error màxim que introdueix el sensor. Per a minimitzar més aquest error es pot augmentar el valor d'amplitud de l'entrada de tipus graó durant l'experiment, de manera que el valor final de la funció de primer ordre s'estabilitza a un valor de velocitat major.

En la mesura de la velocitat vertical es troba el primer inconvenient de cara al control de l'helicòpter. Aquest error, una vegada dissenyats els controladors, farà que la realimentació provoqui que l'helicòpter guanyi velocitat seguint la mitjana d'aquest error constant. És a dir, si l'helicòpter es troba en vol a punt fix i el sensor fa una mesura de 0.4 m/s, com al valor pic de la figura 92, el controlador farà que l'helicòpter tendeixi volar amb una velocitat vertical de -0.4 m/s.

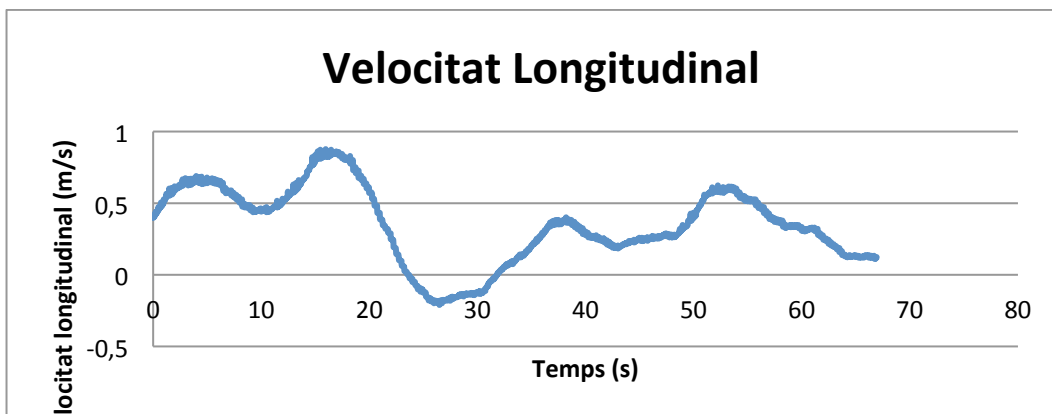


**Figura 93 Lectura de la velocitat lateral del sensor en estàtic**

La mesura de la velocitat lateral també conté un error en el qual la mitjana és diferent de zero, a partir dels 40 segons aproximadament. Igual que en el cas anterior, una vegada desenvolupat els controladors, l'helicòpter no es mantindrà exactament en vol a punt fix sino que seguirà l'error de velocitat que tinguin els sensors.

L'error que introdueix la velocitat lateral és molt important si aquest es realitza en un instant de temps on l'error és com el mesurat durant els últims 20 segons. L'error que es mesura els primers 40 segons pot provocar un error de fins a la meitat del valor màxim que s'espera mesurar durant l'experiment. Si l'error que apareix abans, o durant, les proves és massa gran i impedeix prendre les mesures correctament s'haurà d'incrementar el valor dels pols d'entrada. Com s'ha vist als apartats anteriors, incrementar el valor dels pols d'entrada vol dir haver de reduir el temps del pols i el temps del que disposa el pilot per a recuperar el control de l'helicòpter.

Finalment, es mira la lectura de la velocitat longitudinal.



**Figura 94 Lectura de la velocitat longitudinal del sensor en estàtic**

El mode longitudinal era el mode més crític a l'hora de dissenyar l'experiment. En aquest cas, el sensor de la velocitat longitudinal té un error de magnitud molt gran.

En la realització de l'experiment s'ha previst mesurar una velocitat longitudinal d'aproximadament  $-0.02$  m/s al final de la part positiva del pols. Comparant aquest disseny amb les mesures del sensor en estàtic es pot concloure que no es pot esperar obtenir bons resultats de l'experiment.

Com s'ha comentat a l'apartat 8.3.3.2., si no es poden prendre bones mesures durant l'experiment, es recomana augmentar la magnitud del pols d'excitació. Com el mode longitudinal del model no lineal és molt inestable, el pilot ha de realitzar moviments forts de manera que es comprovi si el mode longitudinal és tan inestable en l'helicòpter del departament o no. Si el resultat és que no és tan inestable com l'helicòpter de la simulació, s'hauria de provar l'experiment utilitzant el mateix pols que s'utilitza amb el mode lateral.

## 9. Conclusions

L'helicòpter té un comportament molt inestable amb moltes variables acoblades entre elles, fent que es tracti d'un sistema complex amb 4 entrades i fins a 9 sortides (les velocitats lineals, angulars i l'actitud), depenent del model amb el que es treballi. La metodologia amb la que s'ha treballat en aquest projecte ha permès dividir un problema complex en petits problemes més simples.

Menyspreant l'acoblament existent entre modes s'ha pogut obtenir 4 funcions simplificades, i independents entre elles, que permeten dissenyar controladors de vol a punt fix per a qualsevol helicòpter d'escala reduïda.

Estudiar el comportament de l'helicòpter mitjançant el model lineal ajuda a entendre el comportament de cada mode. Gràcies a que es té el model en espai d'estats es poden obtenir les funcions de transferència i els pols i els zeros, de manera que es poden trobar les simplificacions adequades.

El model no lineal fa prendre més consciència del fort acoblament existent entre els diferents modes. Però una vegada es confirma que els modes tenen el mateix comportament ajuda a confirmar que aquest acoblament es pot menysprear separant el model en els diferents modes independents entre ells.

El mode vertical simplificat representa de manera satisfactòria el comportament real de l'helicòpter ja que la resposta de dos models diferents basats en dos helicòpters diferents tenen el mateix comportament.

L'estudi del gir de guinyada mitjançant els models lineal i no lineal no ha sigut plenament satisfactori. El model lineal té dos esmorteïdors de guinyada incorporats i el model no lineal no en té cap. El primer esmorteïdor és un esmorteïdor de guinyada natural, és a dir el fregament que apareix al girar l'helicòpter. Aquest s'ha de tenir en compte sempre, per tant el comportament del model no lineal no és del tot acurat a la realitat. La resposta del model lineal amb els dos esmorteïdors de guinyada és difícil de parametritzar mitjançant un experiment. Com l'helicòpter de l'escola permet desactivar l'esmorteïdor de guinyada artificial es recomana fer-ho, de manera que la resposta esperada s'assembli a una funció de primer ordre o a un integrador, depenent de l'esmorteïment natural.

El model simplificat del mode lateral-direccional, com el del mode vertical, representa de manera satisfactòria el comportament de l'helicòpter. Tot i així, el rang de temps en el que el model simplificat representa fidelment el model real és petit. Aquest rang de temps és més petit en el model no lineal, degut al fort acoblament. En el model lineal apareixen unes oscil·lacions que provoquen un

canvi en la velocitat d'actuació del control lateral-direccional. Aquestes oscil·lacions no prenen tanta força en el model no lineal, de manera que no s'espera que tinguin un gran efecte en l'helicòpter real.

En el model no lineal, el mode longitudinal és el mode que és capaç de suportar una ràfega de vent de petita magnitud. Durant les simulacions s'ha observat que quan el model adquireix una velocitat longitudinal d'entre 0.3-0.4 m/s entra en un estat d'inestabilitat no recuperable. No es sap si és degut al propi model o si l'helicòpter del departament també tindrà aquest petit marge de treball. En tot cas, s'hauria de comprovar durant les proves de camp abans de realitzar l'experiment.

Durant la simplificació del mode lateral-direccional s'ha tractat el mode lateral independentment del mode longitudinal. L'acoblament que existeix entre aquests dos modes és massa important com per considerar-lo zero. Tot i obtenir bons resultats durant la simulació, segurament s'obtindria una millor funció simplificada si es tractessin aquests dos modes junts i modelant l'acoblament.

L'elevada inestabilitat de l'helicòpter fa que els experiments s'hagin de dur a terme amb molta cura. Per aquest motiu s'ha utilitzat la simulació i disseny dels experiments fent ús del model no lineal. A diferència dels treballs previs a aquest projecte, es proposa que el pilot mantingui els controls de l'helicòpter en tot moment. De manera que si es vol fer una prova amb el mode vertical, l'helicòpter només es mogui en aquesta direcció. Aquesta manera de fer les proves redueix al mínim els efectes de l'acoblament i facilita la identificació dels modes.

Les proves pels modes lateral i direccional són molt delicades. Aquests són els modes més inestables i resulta senzill perdre el control de l'helicòpter si no es preparen bé. El mode lateral-direccional és el mode en el que més ràpid es desvia el comportament el model simplificat del comportament de l'helicòpter real. L'experiment s'ha dissenyat utilitzant el controlador dissenyat, en el punt d'equilibri del model no lineal, per a simular el comportament del pilot. És a dir, quan es simula el comportament del pilot s'està considerant que el model encara es troba dins el rang de treball de petites variacions del controlador. En els modes lateral i direccional s'ha utilitzat el controlador fora d'aquest punt d'equilibri per a recuperar el vol a punt fix i s'ha dissenyat l'experiment en aquests termes. No vol dir que el pilot que dugui a terme l'experiment no pugui recuperar el control de l'helicòpter amb entrades de major valor, sino que no es pot simular aquest cas. Per tant, s'està sent conservador en el disseny de l'experiment.

El soroll afegit pels acceleròmetres no hauria d'afectar la identificació dels paràmetres en els modes vertical, gir de guinyada i lateral. En canvi, quan s'ha



observat la mesura de la velocitat longitudinal s'ha vist que no es podria dur a terme l'experiment dissenyat. Si l'helicòpter del departament ho permet, s'hauria de d'introduir un pols d'entrada amb la mateixa magnitud que el de l'experiment del mode lateral, de manera que s'obtingui una resposta més gran que l'error introduït pel sensor. Augmentar l'amplitud dels pols d'entrada implica que el pilot ha d'estar més atent i més ràpid a l'hora de recuperar el control de l'helicòpter després d'introduir el pols, prestant especial atenció als modes lateral i direccional.

L'error de velocitat que introdueixen els sensors són massa grans com per a poder garantir que el controlador mantingui el vol a punt fix. Si es poden aconseguir mesures acurades mitjançant dades GPS, de manera que l'error sigui menor que el de la velocitat, es recomana dissenyar un llaç extern amb la posició en els modes vertical i lateral-direccional. D'aquesta manera l'error introduït per la velocitat serà zero i només es tindrà l'error introduït pel GPS.

## **10. Treball futur**

Com a continuació d'aquest projecte, el primer que s'hauria de dur a terme és la realització de l'experiment dissenyat. La identificació dels paràmetres dels models no és senzilla, de manera que hi ha una alta probabilitat que s'hagi de repetir l'experiment.

Si mitjançant l'experiment s'aconsegueixen identificar els paràmetres el següent pas serà dissenyar els controladors d'acord amb els models simplificats. I un cop dissenyats provar-los a l'helicòpter de l'escola.

El mode lateral-direccional s'ha desenvolupat fent moltes simplificacions. Quan s'ha considerat que no hi ha acoblament entre el mode lateral i el mode direccional s'ha treballat amb un model massa simple. Per a millorar aquest mode s'hauria de treballar amb un model que tingués en compte l'acoblament existent.

Els sensors de velocitat introdueixen un error molt gran, de manera que quan es connectin els controladors l'helicòpter no es trobarà en vol a punt fix, sino que seguiran l'error de velocitat que indiquin els sensors. Una manera de millorar aquest error és fer una realimentació i controlar la posició, sempre i quan es puguin obtenir dades precises de la posició.

## 11. Llista de figures

Figura 1 Helicòpter amb rotor convencional .....	12
Figura 2 Helicòpter amb rotors en tàndem .....	13
Figura 3 Helicòpter amb rotors coaxials .....	13
Figura 4 Helicòpter NOTAR.....	13
Figura 5 Representació dels eixos de coordenades.....	14
Figura 6 Model Raptor E720 i Raptor 30, a esquerra i dreta respectivament.....	17
Figura 7 Fotografia del pas col·lectiu de l'helicòpter de la universitat.....	18
Figura 8 Resposta de l'helicòpter a una acció sobre el pas col·lectiu.....	18
Figura 9 Fotografia del rotor de cua de l'helicòpter de la universitat.....	19
Figura 10 Resposta de l'helicòpter a una acció sobre els pedals.....	20
Figura 11 Fotografia de la palanca de pas cíclic de l'helicòpter de la universitat.....	20
Figura 12 Resposta de l'helicòpter a una acció sobre el pas cíclic en direcció longitudinal .....	21
Figura 13 Helicòpter UAV Yamaha R-50 [font: <a href="http://rmax.yamaha-motor.com.au/history">http://rmax.yamaha-motor.com.au/history</a> ] .....	23
Figura 14 Esquema de les realimentacions internes del model Mettler .....	24
Figura 15 Model de Mettler en espai d'estats .....	24
Figura 16 Esquema en Simulink del model d'Aalborg .....	26
Figura 17 Helicòpter UAV Bergen Industrial Twin [font: <a href="http://bergenrc.com/Twin.php">bergenrc.com/Twin.php</a> ] .....	27
Figura 18 Esquema del model d'Aalborg en detall .....	28
Figura 19 Bloc Saturation de Simulink .....	28
Figura 20 Evolució de les velocitats lineals del model d'Aalborg amb el controlador inicial .....	29
Figura 21 Esquema del sistema emprat a l'hora de desconnectar els controladors .....	30
Figura 22 Esquema del model d'Aalborg modificat.....	31
Figura 23 Esquema resum de la metodologia dissenyada .....	34
Figura 24 Evolució de la velocitat vertical del model Mettler .....	36
Figura 25 Diagrama de Pols i Zeros del mode vertical del model Mettler .....	37
Figura 26 Comparativa entre el model Mettler i el model simplificat del mode vertical.....	38
Figura 27 Esquema del mode vertical realimentat amb un controlador PI.....	38
Figura 28 Verificació del controlador del mode vertical en el model lineal.....	39
Figura 29 Evolució de la velocitat vertical del model d'Aalborg .....	40
Figura 30 Primers segons de la resposta del mode vertical del model d'Aalborg.....	41

Figura 31 Resposta del mode vertical d'Aalborg i el model simplificat a una entrada graó d'amplitud 0.01.....	41
Figura 32 Resposta del mode vertical d'Aalborg i el model simplificat a una entrada graó d'amplitud 0.025 .....	42
Figura 33 Evolució del model simplificat del mode vertical amb el controlador dissenyat .....	43
Figura 34 Evolució del gir de guinyada del model Mettler .....	44
Figura 35 Diagrama de pols i zeros del gir de guinyada del model Mettler .....	45
Figura 36 Comparativa entre el model Mettler i el model simplificat del gir de guinyada.....	46
Figura 37 Esquema realimentació del gir de guinyada amb un controlador I.....	46
Figura 38 Resposta del sistema de guinyada en funció de la variable $\omega_{n2}$ , creixent cap a l'esquerra .....	47
Figura 39 Verificació del controlador del gir de guinyada en el model lineal .....	48
Figura 40 Evolució del gir de guinyada del model d'Aalborg .....	49
Figura 41 Comparativa entre el model d'Aalborg i el model simplificat del gir de guinyada.....	49
Figura 42 Esquema realimentació del gir de guinyada del model d'Aalborg amb un controlador P .....	50
Figura 43 Evolució del model simplificat del gir de guinyada amb el controlador dissenyat .....	51
Figura 44 Evolució del mode longitudinal del model Mettler .....	52
Figura 45 Evolució del mode lateral del model Mettler .....	53
Figura 46 Diagrama de pols i zeros del mode longitudinal del model Mettler .....	54
Figura 47 Simplificació dels modes lateral i direccional.....	55
Figura 48 Comparativa entre el model Mettler i el model simplificat del mode longitudinal.....	56
Figura 49 Comparativa entre el model Mettler i el model simplificat del mode lateral .....	56
Figura 50 Esquema de la realimentació interna del mode lateral-direccional .....	57
Figura 51 Esquema de la realimentació externa del mode lateral-direccional .....	57
Figura 52 Diagrama de pols i zeros del mode longitudinal amb controlador .....	59
Figura 53 Evolució temporal del mode longitudinal simplificat del model lineal amb el controlador dissenyat .....	60
Figura 54 Diagrama de pols i zeros del mode lateral amb controlador .....	60
Figura 55 Evolució temporal del mode lateral simplificat del model lineal amb el controlador dissenyat .....	61
Figura 56 Comparativa del mode longitudinal del model lineal amb controlador.....	61
Figura 57 Comparativa del mode lateral del model lineal amb controlador .....	62

Figura 58 Evolució de la velocitat longitudinal del model d'Aalborg.....	63
Figura 59 Evolució de l'angle de capcineig del model d'Aalborg.....	63
Figura 60 Evolució de l'angle de capcineig del model d'Aalborg.....	64
Figura 61 Comparativa entre el model d'Aalborg i el model simplificat del mode longitudinal.....	64
Figura 62 Comparativa entre el model d'Aalborg i el model simplificat del mode lateral.....	65
Figura 63 Diagrama de pols i zeros del mode longitudinal del model no lineal....	66
Figura 64 Evolució temporal del mode longitudinal simplificat del model no lineal amb el controlador dissenyat.....	66
Figura 65 Diagrama de pols i zeros del sistema lateral del model no lineal.....	67
Figura 66 Evolució temporal del mode lateral simplificat del model no lineal amb el controlador dissenyat.....	67
Figura 67 Estabilització de la velocitat vertical del model d'Aalborg amb els controladors.....	68
Figura 68 Estabilització del gir de guinyada del model d'Aalborg amb els controladors.....	69
Figura 69 Estabilització del mode longitudinal del model d'Aalborg amb els controladors.....	69
Figura 70 Estabilització del mode lateral del model d'Aalborg amb els controladors.....	70
Figura 71 Comparativa del mode vertical del model no lineal i el simplificat amb una entrada de tipus graó.....	71
Figura 72 Comparativa del gir de guinyada del model no lineal i el simplificat amb una entrada de tipus graó.....	71
Figura 73 Comparativa del mode longitudinal del model no lineal i el simplificat amb una entrada de tipus graó.....	72
Figura 74 Comparativa del mode lateral del model no lineal i el simplificat amb una entrada de tipus graó.....	72
Figura 75 Comparativa del mode vertical davant d'una ràfega instantània de 10 m/s.....	73
Figura 76 Senyal del pas col·lectiu davant d'una ràfega instantània de 10 m/s...74	74
Figura 77 Comparativa del gir de guinyada davant d'una ràfega instantània de 0.2 rad/s.....	74
Figura 78 Senyal de control dels pedals davant d'una ràfega instantània de 0.2 rad/s.....	75
Figura 79 Comparativa del mode lateral davant d'una ràfega instantània d'1.5 m/s.....	75

Figura 80 Senyal de control del pas cíclic lateral davant d'una ràfega instantània d'1.5 m/s.....	76
Figura 81 Comparativa del mode lateral davant d'una ràfega instantània d'1 m/s .....	76
Figura 82 Senyal de control del pas cíclic lateral davant d'una ràfega instantània d'1 m/s .....	77
Figura 83 Comparativa del mode longitudinal davant d'una ràfega instantània de 0.2 m/s .....	77
Figura 84 Senyal de control del pas cíclic longitudinal amb una ràfega instantània de 0.2 m/s .....	78
Figura 85 Simulació de la velocitat vertical amb pilot (vermell) i sense (blau) .....	81
Figura 86 Simulació del gir de guinyada amb pilot (vermell), sense (blau) i els pedals (verd).....	82
Figura 87 Simulació del mode lateral amb pilot, sense (blau) i el pas cíclic (verd) de 2 segons .....	83
Figura 88 Simulació del mode lateral amb pilot, sense (blau) i el pas cíclic (verd) d'un segon.....	84
Figura 89 Simulació del mode longitudinal amb pilot, sense (blau) i el pas cíclic (verd).....	85
Figura 90 Lectura de l'angle de capcineig del sensor en estàtic .....	86
Figura 91 Lectura de l'angle de balanceig del sensor en estàtic.....	86
Figura 92 Lectura de la velocitat vertical del sensor en estàtic.....	87
Figura 93 Lectura de la velocitat lateral del sensor en estàtic .....	88
Figura 94 Lectura de la velocitat longitudinal del sensor en estàtic .....	88

## 12. Llista de taules

Taula 1 Especificacions dels helicòpters UAV Raptor E720 i Raptor 30 .....	17
Taula 2 Especificacions de l'helicòpter UAV Yamaha R-50 .....	23
Taula 3 Especificacions de l'helicòpter UAV Bergen Industrial Twin .....	27
Taula 4 Pols i Zeros del sistema del mode vertical del model Mettler .....	37
Taula 5 Pols i zeros del gir de guinyada del model Mettler .....	45
Taula 6 Valors dels controladors en cascada del mode lateral-direccional del model lineal .....	59
Taula 7 Valors dels controladors del model no lineal .....	65

### 13. Bibliografia

Marc Viader i Oliva. (2011). *UAV pitch and roll control design and implementation*. UPC, ESAII. Terrassa.

David Lavèrnia i Ferrer. (2008). *Disseny d'experiments per a la identificació i control d'un helicòpter no tripulat*. UPC, ESAII. Terrassa

David Lavèrnia i Ferrer. (2009). *Sistema encastat per a la identificació i control d'un helicòpter no tripulat*. UPC, ESAII. Terrassa

Eleazar Saldívar Rodríguez. (2011). *UAV Helicopter heading control design and implementation*. UPC, ESAII. Terrassa

Sonia Alonso. (2008). *Estudi de la instrumentació i de la identificació d'un helicòpter d'escala reduïda*. UPC, ESAII. Terrassa

Franco Smaldoni. (2009). *Estudio sobre la identificación de un helicóptero UAV*. UPC, ESAII. Terrassa

Xavi Nus. (2009). *Estudi del control d'un helicòpter UAV*. UPC, ESAII. Terrassa

Jaime Del Cerro Giner. (2007). *Arquitectura Abierta para el Control Autónomo y Teleoperado de un Mini-Helicóptero*. UPM. Madrid

Bernard Mettler, Takeo Kanade and Mark B. Tischler. *System Identification Modeling of a Model-Scale Helicopter*. Internal Report CMU-RI-TR-00-03

Mikael Svenstrup and Kasper Winther. (2007). *Autonomous Hover of an Electric Helicopter*. Aalborg University, Intelligent Autonomous Systems.

*Documentació de l'assignatura. Disseny d'helicòpters i aeronaus diverses*. UPC, ETSEIAT.