

Resum

Aquest projecte pretén ajudar a la comprensió de la mecànica de l'articulació del maluc, en general, i a la determinació de les causes biomecàniques de la coxartrosi, en particular –l'artrosi del maluc–. L'objectiu principal és calcular, a partir de dades de moviment i força obtingudes al laboratori, la distribució de la *pressió hidrostàtica* al cartílag articular en un instant del moviment de marxa humana enregistrat al laboratori.

El mètode *multi-escala* que es descriu en aquest text utilitza dos models. El model tridimensional musculoesquelètic de *sòlids rígids* s'utilitza per reproduir el moviment del laboratori i calcular el valor de les forces musculars i articulars mitjançant una anàlisi de dinàmica inversa. I la simulació amb el model d'*elements finits* del fèmur, la pelvis i el cartílag articular, permet calcular la pressió al cartílag articular.

Les *condicions de contorn* del model d'elements finits es calculen amb les dades de cinemàtica i dinàmica provinents del model de sòlids rígids. Per tal d'emular el moviment en una simulació estàtica, s'utilitza una força volumètrica sobre el fèmur que correspon a la *força d'inèrcia de d'Alembert*.

Els valor màxim de la pressió hidrostàtica al cartílag per a un instant de la marxa enregistrada al laboratori és de 3,5 MPa, un 6% major que el valor de referència utilitzat (3,3 MPa). Aquest valor s'ha ajustat fent variar els paràmetres del mètode de contacte a la superfície del cartílag del model d'elements finits, així, s'ha obtingut una distribució de la pressió més semblant a la real.

Tot el procediment que es descriu aquí, serveix com a precedent per a la simulació de l'articulació del maluc d'un moviment realitat al laboratori. En futurs treballs, la modificació dels models per tal d'adequar-los a determinats pacients, pot ajudar a analitzar la biomecànica del maluc i, en particular, a determinar les causes de la coxartrosi juvenil.





Contingut

Prefaci.....	7
Introducció	9
Capítol 1. La biomecànica del maluc.....	11
1.1.Estat de l'art.....	11
1.2.Hipòtesis.....	12
Capítol 2. L'anàlisi multi-escala	15
2.1.Metodologia.....	16
2.2.La mecànica del sòlid rígid.....	17
2.2.1.El programari OpenSim.....	18
2.3.El mètode dels elements finits.....	18
Capítol 3. El laboratori de biomecànica	21
3.1.Enregistrament del moviment	21
3.1.1.Protocol de marcadors	22
3.1.2.Exportació de dades a l'OpenSim	23
3.2.Enregistrament de la força.....	24
Capítol 4. La dinàmica inversa	27
4.1.El model musculoesquelètic de sòlids rígids	28
4.2.La Cinemàtica inversa.....	29
4.2.1.Introducció a la cinemàtica de sistemes multisòlid	29
4.2.2.Protocol de marcadors i paràmetres antropomètrics	31
4.2.3.La cinemàtica inversa	31
4.4.El problema de la dinàmica inversa	32



4.4.1.Introducció a la mecànica analítica. Les equacions de Lagrange ordinàries...	32
4.4.2.Els parells articulars	34
4.4.3.El torsor residual	34
4.5.El repartiment muscular	36
4.5.1.El model muscular	36
4.5.2.L'Optimització estàtica.....	37
4.6.Les forces articulars.....	38
4.6.1.Les equacions de Lagrange amb multiplicadors	38
Capítol 5. El model d'elements finits	41
5.1.El fèmur i la pelvis	41
5.2.El cartílag articular	44
5.2.1.El material del cartílag	45
5.3.L'element C3D8I	46
5.4.El model de contacte	46
5.4.1.Relació pressió-penetració	46
5.4.2.El mètode 'penalty'	47
5.4.3.El model utilitzat	49
5.5.Els lligaments	49
Capítol 6. Les condicions de contorn	51
6.1.Restrictcions de desplaçament	51
6.2.Simulació estàtica equivalent	51
6.2.1.La força d'inèrcia de d'Alembert	52
6.2.2.La mecànica dels medis continus	53
6.3.La força volumètrica.....	54
6.3.1.L'acceleració d'un punt del fèmur	54
6.3.2.Les bases vectorials	55
6.3.3.Les matrius de canvi de base. Els angles d'Euler.....	56
6.3.4.Les velocitats i acceleracions angulars	58
6.3.5.Les matrius del producte vectorial.....	59
6.3.6.L'expressió de la força volumètrica	59
6.4.Forces musculars	60



6.4.1.Punt d'aplicació de la força	60
6.4.2.Les components de la força.....	61
6.5.Torsor d'enllaç al genoll.....	63
6.6.Tractament de les dades	64
6.6.1.OpenSim: <i>Analyze Tool</i>	64
6.6.2.El full de càlcul.....	67
Capítol 7. Resultats i discussió.....	71
7.1.Dinàmica inversa.....	71
7.1.1.Cinemàtica inversa	71
7.1.2.Torsor residual.....	72
7.1.3.Forces musculars.....	73
7.1.4.Forces articulars	74
7.2.Pressió hidrostàtica al cartílag.....	74
Capítol 8. Impacte socioeconòmic.....	77
8.1.L'artrosi a la societat.....	77
8.2.Impacte a la medicina	78
8.2.1.Procés d'implantació de l'eina	78
8.3.Pressupost del projecte.....	79
Conclusions.....	81
Bibliografia	83





Prefaci

La coxartrosi –l'artrosi de l'articulació del maluc– és una patologia degenerativa que afecta al cartílag de l'articulació del maluc situat entre el cap del fèmur i la cavitat acetabular de la pelvis. L'artrosi consisteix en la degeneració del cartílag articular, teixit encarregat de protegir els extrems dels ossos que formen part d'una articulació i que a la vegada facilita el moviment reduint la fricció. Aquesta malaltia apareix en persones de diverses edats, essent les persones d'edat avançada les més propenses a patir-la.

Les causes de l'artrosi s'atribueixen principalment a factors biològics que es presenten a mesura que la persona envellaix, com ara la pèrdua de líquid en els teixits que comporta una calcificació dels teixits tous disminuint així la resistència dels cartílags articulars. Si a aquest fet se li sumen els factors biomecànics, una càrrega excessiva de les articulacions ja sigui per esforços elevats o repetitius del dia a dia, fa que els cartílags de les articulacions més sol·licitades del cos –els genolls, la columna vertebral i especialment el maluc– es degenerin.

Tot i tenir clares les causes de la malaltia quan apareix en persones grans, hi ha un sector de la població que pateix la coxartrosi de forma prematura. Si bé se sap que alguna malformació òssia, o bé una experiència traumàtica que afectés d'alguna manera al cartílag articular pot generar coxartrosi, hi ha pacients joves als que encara no s'ha atribuït una causa concreta a la malaltia.

Entre el 1995 i el 2000, es va realitzar un estudi a la Clínica Universitària de Navarra, a un total de 714 pacients diagnosticats de coxartrosi [1], 121 (16%) eren pacients joves (menors de 50 anys). El 22% dels pacients joves se'ls havia diagnosticat coxartrosi juvenil (Figura I).

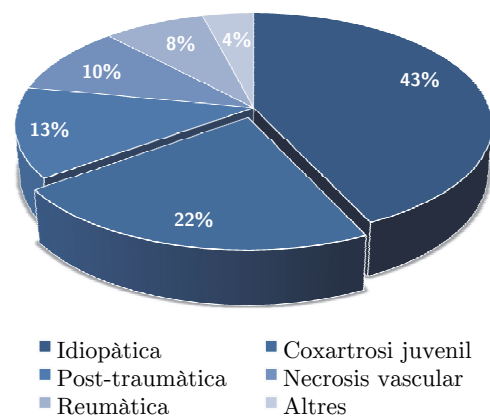


Figura I. Etiologia de la coxartrosi (< 50 anys) [1].



Les causes d'aquesta aparició prematura de la coxartrosi no semblen ser factors biològics, sinó que són els factors biomecànics els que tenen un paper més important. És per això que aquest estudi es centra en la mecànica del cartílag de l'articulació del maluc. Per així, ajudar a aclarir les causes que provoquen de la malaltia i poder-la prevenir.



Introducció

Aquest treball té com a objectiu principal crear una eina que permeti visualitzar la distribució d'esforços sobre el cartílag de l'articulació del maluc durant una activitat enregistrada al Laboratori de Biomecànica de la UPC, ubicat a l'ETSEIB. S'enregistren dades de posició i força al llarg del temps per realitzar una simulació en un model d'elements finits del fèmur, la pelvis i el cartílag articular. Les condicions de contorn del model s'obtenen per un procés de tractament de dades que inclou un càlcul de *dinàmica inversa* en un model musculoesquelètic del cos humà format per segments rígids.

El mètode que s'ha utilitzat és una anàlisi *multi-escala*, on es treballa amb dos models clarament diferenciats: el model format per segments rígids i el model deformable d'elements finits. Això permet tractar amb moviments complexos realitzats al laboratori, sense deixar de banda el detall de les dades que es volen obtenir. Una de les parts més ambiciosos d'aquest treball és l'ús que s'ha fet de la mecànica clàssica per al càlcul de les condicions de contorn del model d'elements finits, això ha permès transferir les dades d'un model a l'altre i, per tant, fer possible l'anàlisi multi-escala.

Aquest és el primer pas per crear un mètode de diagnòstic i, fins i tot, de prevenció de la *coxartrosi juvenil*. El següent objectiu seria l'adaptació d'aparells de visualització i diagnòstic 'in vivo' en clíniques o centres de recerca biomèdica. Cal tenir en compte que en aquest estudi només s'ha fet servir un model per a cada tipus d'anàlisi. Per tant, l'adaptació d'aquesta eina a altres models per a determinats subjectes, que presentin uns paràmetres antropomètrics lluny dels valors d'un subjecte sà, està fora de l'abast d'aquest projecte.

El marc d'aquest projecte és una de les línies de recerca del Grup d'Enginyeria Biomecànica (BIOMECA) de la UPC i s'ha realitzat dins del grup de Biomecànica i Mecanobiologia de l'Institut de Bioenginyeria de Catalunya (IBEC). A més, la col·laboració amb l'Hospital de la Santa Creu i Sant Pau tindrà una gran rellevància en l'esdevenidor d'aquest projecte.





Capítol 1

La biomecànica del maluc

1.1. Estat de l'art

Són molts els estudis i treballs que han tingut la voluntat de comprendre millor l'articulació del maluc, sobretot des del punt de vista biomecànic. Tot seguit s'esmenten aquelles publicacions, dels últims 20 anys, que han tingut una repercussió més directa en l'àmbit que tracta aquest treball.

El 1993 Bergmann et al. [2] va documentar com variaven els esforços al cap del fèmur de dos pacients durant dues activitats diferents. Les dades es van obtenir mitjançant electromiografia i pròtesis amb sensors biomètrics. El 1995 Dalstra i Huiskes [3] van publicar un article on analitzaven la transmissió d'esforços a la pelvis amb un model d'elements finits per estudiar la diferència entre l'os cortical i trabecular, i el 1998 Dalstra et al. [4] va realitzar proves a compressió de la tibia i el cartílag articular del genoll.

El 2001 es va crear la base de dades de HIP89 gràcies a un treball de Bergmann [5] amb unes mesures de 4 individus el 1998. En ella s'inclouen les forces que actuen sobre el cap del fèmur durant les activitats més comunes de dia a dia, així com les forces dels principals grups musculars, dades d'electromiografia i més dades relacionades amb la cinemàtica de la marxa humana.

El 2003 Tai [6] va analitzar la distribució de tensions al fèmur amb un model d'elements finits, mentre que el 2006 Yoshida et al. [7] es va centrar en la pressió al cartílag articular del maluc amb un model d'elements finits, modelitzat com elàstic lineal. El 2008 Anderson et al. [8] també va obtenir la distribució de pressions al cartílag en un seguit d'activitats quotidianes amb un model d'elements finits, però amb un comportament hiper-elàstic del cartílag. A més, el 2010 Anderson et al. [9] va demostrar com petits canvis anatòmics en la morfologia del fèmur afecten a la pressió al cartílag articular.



Finalment, el 2011 Sánchez et al. [10] va calcular la distribució de pressions al cartílag amb diversos models d'elements finits, un obtingut a partir d'imatges de tomografia computeritzada (TC) i els altres, mitjançant la variació de paràmetres antropomètrics del fèmur del primer model. Els resultats d'aquest treball mostren una relació entre la variació d'uns determinats paràmetres i l'augment de la pressió màxima al cartílag articular, simulat amb un comportament elàstic lineal.

El treball de Sánchez, realitzat al grup de Biomecànica i Mecanobiologia de l'IBEC, tingué l'ànim de donar resposta a l'aparició precoç de la coxartrosi amb arguments biomecànics. És per això que se'l pot considerar el precursor del treball que aquí es presenta.

També cal esmentar el Projecte de Fi de Carrera de l'Ernest Bosch que s'ha estat realitzat en paral·lel amb aquest projecte els darrers mesos a l'ETSEIB amb el grup de d'Enginyeria Biomecànica de la UPC. Aquest ha facilitat la utilització del Laboratori de Biomecànica de l'ETSEIB i l'exportació de les dades al programari OpenSim, a més d'haver realitzat proves de validació de les dades obtingudes en el laboratori.

1.2. Hipòtesis

La raó de ser d'aquest projecte es centra en la voluntat de comprendre més a fons les causes de la coxartrosi juvenil, una malaltia que afecta al cartílag de l'articulació del maluc i que apareix de forma prematura en determinats pacients sense una causa biològica clara (veure el prefaci). Des del punt de vista mèdic, però, la influència dels factors biomecànics és difícil de valorar, és per això que es recorre als mètodes de la bioenginyeria per tal de donar una justificació de les causes de la malaltia des del punt de vista mecànic.

La principal teoria que prova de donar explicació a la coxartrosi juvenil amb arguments biomecànics està en boca de molts metges, com és el cas del Dr. Valera del Departament de Cirurgia Ortopèdica i Traumatologia de l'Hospital de la Santa Creu i Sant Pau. Es creu que alguns individus amb una determinada morfologia del fèmur i l'articulació del maluc –*angles anatòmics*–, considerada 'normal', podrien sofrir un sobre esforç al cartílag articular en realitzar activitats de la vida diària.



Aquestes càrregues podrien ser les encarregades de degenerar el teixit conjuntiu, causant dolor al pacient i desembocant en una aparició prematura de la coxartrosi. És per això que la biomecànica del cartílag juga un paper molt important en l'etiologia de la malaltia i és un factor a tenir en compte per a la seva prevenció.





Capítol 2

L'anàlisi multi-escala

El modelatge de sistemes a diverses escales (multi-escala) és molt utilitzat en un gran nombre de camps, com ara la mecànica, la química, la meteorologia, o fins i tot l'economia. En els camps que engloben problemes físics normalment es consideren diverses escales espacials o temporals, on aquests sistemes es poden modelar amb comportaments clarament diferenciats a cada una d'elles.

Degut a la complexitat dels sistemes biològics, la bioenginyeria ha de valer-se de models que permetin representar el comportament d'aquests sota diverses condicions. Sovint, l'anàlisi d'un sistema d'àrdua complexitat i del que es pretén extreure dades molt detallades, farien que un estudi amb un sol model fos inviable des del punt de vista computacional degut a la gran quantitat de variables i paràmetres que s'haurien d'incloure.

En biomecànica s'acostumen a utilitzar models d'elements finits per a l'obtenció de dades amb un elevat grau de precisió, en funció, és clar, de la capacitat de computació. Ara bé, si es desitja estudiar sistemes de 'gran dimensió' –comparada amb les dades i la resolució que es vulguin obtenir– és necessari utilitzar diversos models que permetin: d'una banda, resoldre de forma eficient la gran quantitat d'elements del que està compost el sistema degut a la seva mida, sense prescindir, d'altra banda, de la resolució i el detall de les dades que es volen obtenir.

És per això que en aquest estudi s'han utilitzat dos models clarament diferenciats. En primer lloc, es reproduïx el moviment enregistrat al laboratori en un model tridimensional del sistema locomotor del cos humà format per *sòlids rígids* articulats entre sí, a partir del qual s'extreuen els valors de les forces musculars i articulars al llarg del temps. Finalment, s'introdueixen aquests valors de força en un model d'*elements finits* de l'articulació del maluc format pel fèmur, la pelvis, el cartílag i els lligaments, per així obtenir la distribució de pressions al cartílag articular.



2.1. Metodologia

En primer lloc s'obtenen dades de posició i de força al llarg d'un moviment realitzat per un subjecte al laboratori; el cas que es presenta aquí és la marxa humana d'un pacient sà. El laboratori de biomecànica de l'ETSEIB permet enregistrar la posició al llarg del temps d'uns marcadors adherits al cos del subjecte mitjançant unes càmeres de llum infraroja. I dues plaques dinamomètriques situades a l'alçada del terra mesuren els valors de força i moment del contacte peu-terra del subjecte quan les trepitja. A continuació, s'extreuen les dades i es tracten –es filtren i es passen al format d'arxiu adequat– per poder-les introduir al software de càlcul.

El procés de càlcul té diverses parts amb dos models clarament diferenciats. A la Figura 2.1 es pot veure de forma esquematitzada el mètode utilitzat, amb els processos de càlcul que es realitzen per a cada model.

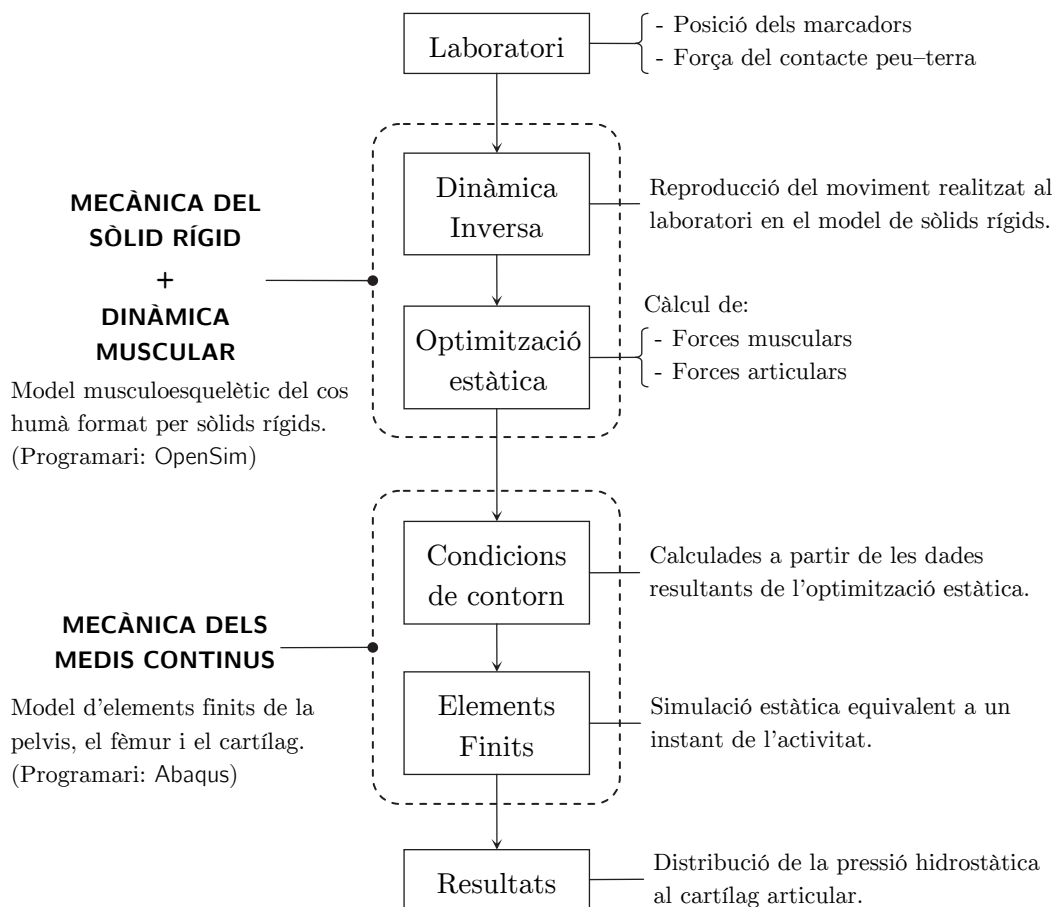


Figura 2.1. Esquema del mètode d'anàlisi *multi-escala*.



2.2. La mecànica del sòlid rígid

En la primera part del càlcul s'ha utilitzat un model tridimensional del sistema locomotor del cos humà per reproduir el moviment realitzat al laboratori. Amb ell es calculen les dades de força muscular i articular, necessàries per introduir-les al model d'elements finits.

Aquest model contempla la massa total del subjecte repartida en segments rígids units entre sí mitjançant articulacions. Aquests segments són rígids, és a dir que se'ls pot associar una massa constant sense que en variï la geometria i estan units entre ells per mitjà d'enllaços ideals –articulacions sense fricció–.

És clar que el teixit humà no és rígid, tant els músculs com la pell poden sofrir deformacions, i fins i tot els ossos tenen una certa rigidesa. D'altra banda, si s'hagués de contemplar, en un model del cos humà, les propietats mecàniques dels teixits i les deformacions d'aquests, es necessitaria la potència de càlcul de la que només disposen alguns súperordinadors d'avui en dia.

És per això que els segments representen els ossos –o grups d'ossos– amb la massa dels teixits que els envolten adherida a ells, formant així un model tridimensional de segments rígids. Aquesta simplificació és possible gràcies a que les dimensions del cos humà i el seu moviment són d'una escala superior a les deformacions produïdes en els teixits deformables.

El model també conté uns actuadors de força que simulen els principals *grups musculars*, així doncs és tracta d'un *model musculoesquelètic de sòlids rígids* del cos humà, com es mostra a la Figura 2.2. Les forces musculars d'aquest model s'aconsegueixen mitjançant un càlcul de *dinàmica inversa*, però degut a la gran

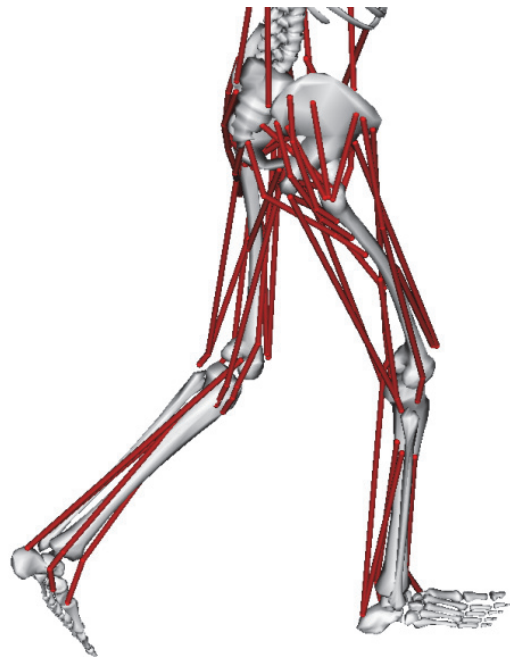


Figura 2.2. Tren inferior del model musculoesquelètic.



quantitat de músculs que té el cos humà, les equacions del moviment estan sobredeterminades. És per això que s'inclou l'*optimització estàtica*, un problema d'optimització amb el que s'obtenen uns valors de força pròxims a la realitat.

2.2.1.El programari OpenSim

El model musculoesquelètic està implementat per al programari lliure OpenSim (v3.0), fruit de la col·laboració entre NCSRR (*National Center for Simulation in Rehabilitation Research, USA*) i Simbios (*National Center for Physics-Based Simulation of Biological Structures at Stanford, CA, USA*).

Aquest software inclou un seguit d'eines que permeten introduir dades de posició i força, calcular forces musculars, articulars i de diversos actuadors. La seva interfície gràfica és de gran ajuda a l'hora de modificar els models i representar els resultats. Els models i alguns arxius de configuració estan implementats en llenguatge XML, i les dades introduïdes i els resultats a extreure són arxius de text pla amb files de números separats per tabuladors.

Al llarg d'aquest text es mostra com realitzar els càlculs amb el programari, així com la base teòrica del procés seguit. Tota la informació referent al programari i una guia d'usuari que pot ajudar als neòfits a treballar amb OpenSim es pot trobar al seu lloc web [11].

2.3.El mètode dels elements finits

La segona part del càlcul es realitza amb un model d'elements finits format pels ossos de la pelvis i el fèmur dret, juntament amb el cartílag de l'articulació del maluc. La Figura 2.3 mostra una visió general del model.

L'objectiu d'aquest càlcul és obtenir la distribució de la *pressió hidrostàtica* a l'interior del cartílag en un instant de temps de l'activitat realitzada al laboratori. Per això, s'extreuen dades de cinemàtica i de força en un instant de la simulació amb el model musculoesquelètic de segments rígids. Aquestes dades permeten calcular les condicions de contorn per a fer una simulació al model d'elements finits.



El càlcul d'aquestes *condicions de contorn* inclouen un acurat raonament, fent ús dels principis de la mecànica clàssica, detallat més endavant al capítol 6. El factor més important d'aquest raonament és, de ben segur, el conjunt de càrregues que permeten emular el comportament del model com si estigués en moviment. Així que es pot realitzar una simulació en equilibri estàtic i obtenir els resultats d'una simulació en moviment.

La validesa d'aquests resultats depèn de la precisió dels càlculs realitzats per obtenir les condicions de contorn per a la *simulació estàtica equivalent*, és per això que aquest procés es podria considerar la *pedra angular* d'aquest estudi.

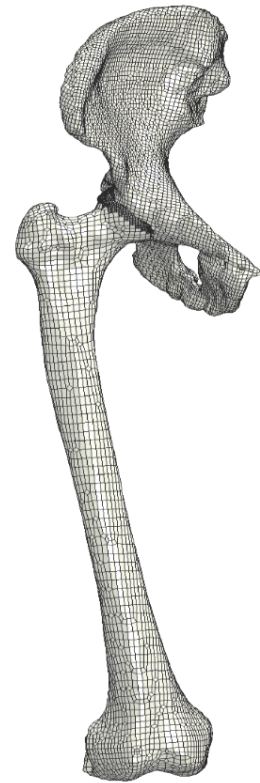


Figura 2.3. Model d'elements finits





Capítol 3

El laboratori de biomecànica

Les dades utilitzades en aquest projecte s'han obtingut al Laboratori de Biomecànica de la UPC ubicat a l'ETSEIB. S'enregistren dades de posició i força al llarg del temps del moviment realitzat per un subjecte en un determinat espai de treball. Es disposa d'unes càmeres d'infrarojos que enregistren la posició d'uns *marcadors* situats de forma estratègica a la superfície de la pell del subjecte. A més, unes plaques dinamomètriques al nivell del terra mesuren la força del contacte *peu-terra* quan les trepitja. En aquest capítol es mostra el procés seguit per obtenir les dades i introduir-les al programari OpenSim.

3.1. Enregistrament del moviment

Les dades de cinemàtica que s'extreuen són la posició dels marcadors que el subjecte du al cos, en cada instant de temps (els marcadors tenen una superfície *catadiòptrica* capaç de reflectir la llum que li arriba en la mateixa direcció, independentment de l'angle d'incidència amb la superfície). Per això, s'utilitzen un total de 14 càmeres de llum infraroja, cada una enregistra imatges 2D al llarg del temps. Aquestes imatges mostren punts d'alta densitat lluminosa corresponents a la llum reflectida pels marcadors provinents de les càmeres, gràcies a un conjunt de LED's que tenen instal·lats (Figura 3.1), així que es pot determinar la posició (x,y) del marcador al pla del sensor de la càmera. Aleshores, el conjunt de les imatges es processen per tal d'obtenir la posició del marcador a l'espai.



Figura 3.1. Càmera d'infrarojos.



Un exemple senzill amb un marcador i dues càmeres es pot veure a la Figura 3.2: coneixent l'orientació d'aquestes i la posició dels seus focus F_A i F_B (gràcies a una calibració prèvia) i les imatges gravades per les càmeres, es pot determinar la posició del marcador a l'espai.

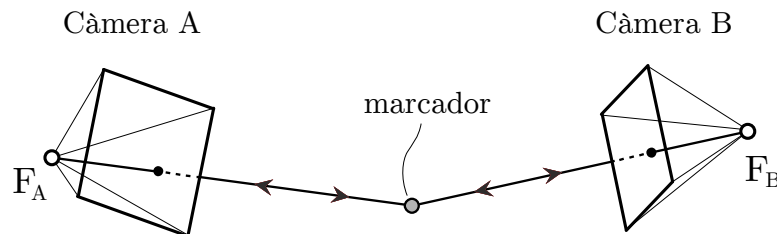


Figura 3.2. Captura de la posició dels marcadors

La captura es processa amb el programari Arena [12] i el procediment per realitzar una captura és:

- (1) Calibrar les càmeres (només cal fer-ho una vegada)
- (2) Enregistrar el moviment
- (3) *Trajectoritzar* (i.e. calcular la posició dels marcadors a l'espai)
- (4) Exportar les dades de la captura

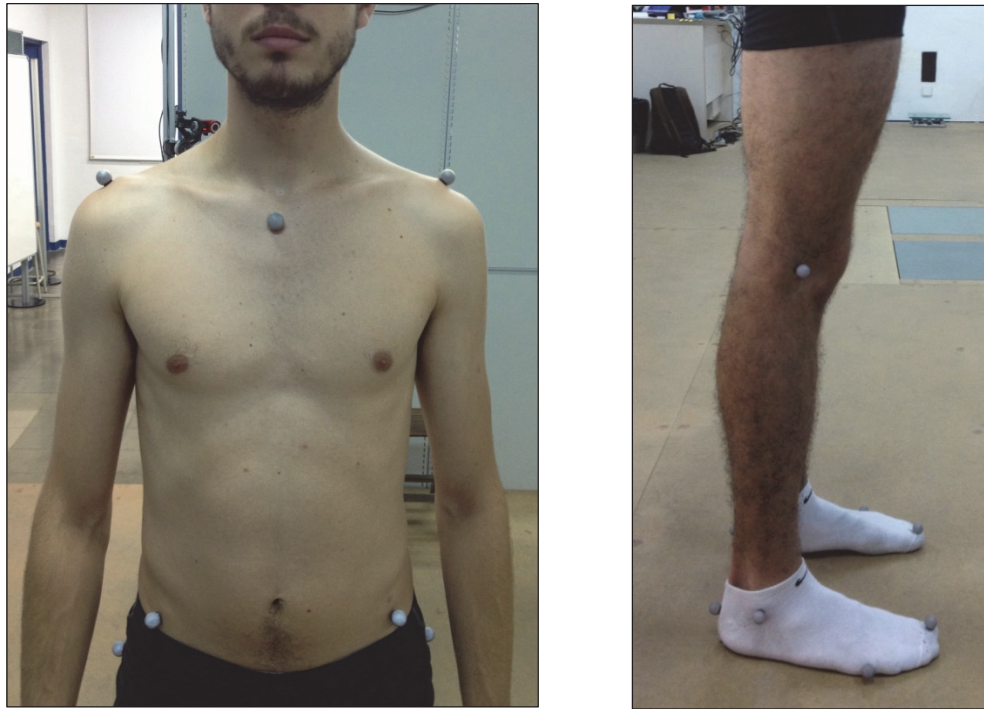
L'explicació detallada d'aquests passos es pot trobar al Projecte de Fi de Carrera de l'Ernest Bosch, que s'ha realitzat en paral·lel amb aquest i ha permès extreure i tractar les dades del laboratori per poder realitzar el càlcul de dinàmica inversa.

3.1.1. Protocol de marcadors

Un aspecte molt important de la captura és l'estratègia que es segueix per situar els marcadors sobre la pell del subjecte, anomenada: *protocol de marcadors*. La principal condició per a un marcador és que ha de mantenir-se més o menys immòbil respecte algun os durant tota la captura, i així es pot afirmar que la posició del marcador correspon a la posició d'un punt del segment rígid. És per això, que els marcadors es situen en regions de la superfície on és possible palpar algun os.



El protocol que s'ha utilitzat té un total de 21 marcadors (Figures 3.3 i 3.4). És el mateix que va utilitzar l'Ernest Bosch al seu treball, a excepció del marcador de la part superior del cap, ja que per al cas que es presenta aquí només interessa calcular les forces (musculars i articulars) a la cama.



Figures 3.3 i 3.4. Protocol de marcadors.

El subjecte és un baró de 25 anys amb una massa de 68,5 kg i una alçada d'1,80 m.

3.1.2. Exportació de dades a l'OpenSim

Les dades de cinemàtica s'han d'introduir al programari OpenSim amb l'arxiu de format estàndard TRC. Aquest és un arxiu amb *valors numèrics* (coordenades X, Y i Z dels marcadors), ordenats per *files* (instants de temps) i separats en columnes amb un tabulador (3 columnes per a cada marcador). També inclou una capçalera amb dades sobre la captura, com ara: la freqüència de mostratge, el nombre d'instants, el nombre de marcadors i les unitats.

El programari Arena no genera arxius TRC, així que, primer s'ha d'exportar un arxiu C3D al programari lliure Mokka [13] i després a TRC. El Mokka també permet



visualitzar les trajectòries, visualitzar la captura, editar el nom dels marcadors, etc. El format TRC es pot obrir com a full de càlcul, i així editar i modificar, d'una forma més còmoda, l'arxiu de la captura.

3.2. Enregistrament de la força

Les dades que es mesuren són el *torsor del contacte peu-terra*. Aquest torsor té 3 components per a la força i 3 per al moment, ambdós vectors aplicats sobre el centre de la placa. Aquests valors es troben gràcies a *les plaques de força*, situades al nivell del terra i que l'individu trepitja mentre realitza el moviment. La Figura 3.5 mostra una placa amb les components dels vectors expressades amb la base fixa al terra que utilitza l'OpenSim. Cal tenir en compte que els eixos amb el que el programari de les plaques expressa els valors no són aquests, sinó que formen una base amb orientació inversa (té els eixos Y i Z canviats).

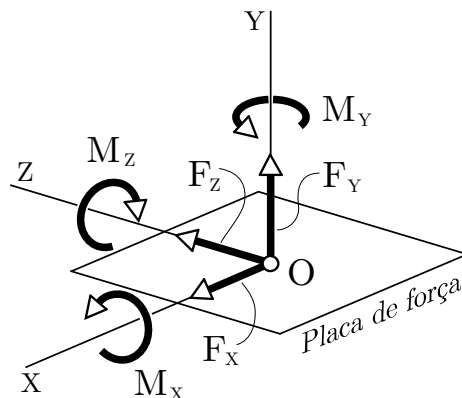


Figura 3.5. El torsor del contacte peu-terra.



La Figura 3.6 mostra una fotografia del laboratori s'hi poden veure les càmeres sobre una estructura metàl·lica encastada a la paret i les plaques de força al terra.



Figures 3.6. El laboratori de biomecànica.





Capítol 4

La dinàmica inversa

“Una intel·ligència que en un instant donat conegués totes les forces que animen la naturalesa i la situació respectiva dels sers que la componen, [...] res seria incert per a ella i tant el futur com el passat estarien presents davant dels seus ulls.”

Pierre-Simon Laplace, 1814

El determinisme ha estat present en molts corrents filosòfics al llarg de la història. Aquesta doctrina afirma que qualsevol esdeveniment físic –incloent el pensament i les accions humanes– estan causalment determinats per una irrompible cadena causa-efecte i per tant, l'estat actual ‘determina’ el futur. El *principi de determinació* de la mecànica clàssica postula que les acceleracions de les partícules d'un sistema físic aïllat en un instant donat només depèn de l'estat mecànic –posició i velocitat– en aquell instant.

La mecànica clàssica que estudia el moviment dels sòlids rígids, sovint té com a objectiu predir el moviment dels cossos en funció de les forces que se li apliquen. Aquest procés s'anomena *dinàmica directa*, en la qual es formulen les forces, la cinemàtica de les interaccions entre cossos i finalment s'extreuen les equacions del moviment que permeten predir com es comportarà el sistema.

El cas que es presenta aquí és un tant diferent pel fet que les dades que s'han obtingut del laboratori són precisament el moviment del cos humà –juntament amb les dades de força en el contacte *peu-terra*–, però no es tenen les forces musculars encarregades del moviment. Per aquesta raó, el plantejament de la mecànica ha de permetre obtenir les forces musculars que han produït el moviment en el model de segments rígids del cos humà. El mètode emprat és la *dinàmica inversa*, que permet determinar el valor de les forces aplicades a un sistema, coneixent el moviment resultant.



4.1. El model musculoesquelètic de sòlids rígids

El model de sòlids rígids utilitzat per a l'anàlisi de dinàmica inversa es troba a Simtk.org, la plataforma en línia de *Simbios*, Stanford. En ella, la comunitat científica de la recerca biomèdica col·labora per: disposar d'eines de simulació física, desenvolupar models acurats de sistemes biològics i crear una xarxa de coneixement oberta al món. El model en qüestió és el 3DGaitModel2354, un model creat principalment per estudiar la marxa humana ('human gait'), tot i que permet reproduir molts altres moviments.

La principal característica d'aquest model és el grau de simplificació del tren superior, on s'ha substituït el conjunt del cap, els braços i el tronc, per un sol element anomenat HAT (*Head, Arms and Trunk*). Aquest fet simplifica molt el model i els càlculs en ell, i com que en el cas que es presenta aquí només interessen les dades a l'articulació del maluc, es pot prescindir de les dades dels braços.

La justificació de tots els elements del model ja està feta en el seguit de publicacions que han fet els autors del model, a mesura que l'anaven modificant fins l'actualitat. La definició de les articulacions de les extremitats inferiors estan basades en un article de Delp et al. [14]. El model de l'articulació del genoll és de Yamaguchi i Zajac [15]. I l'articulació de l'esquena que connecta el HAT amb la pelvis, així com alguns paràmetres antropomètrics estan descrits en uns articles de Anderson i Pandy [16] [17].

El model està format per 12 sòlids rígids, 54 músculs i 11 articulacions amb un total de 23 *graus de llibertat* (GL). A la Figura 4.1 es mostra el model amb els sòlids i les articulacions. Els graus de llibertat de les articulacions són de rotació i es compten a partir de la pelvis –que té 6 GL respecte el terra–.

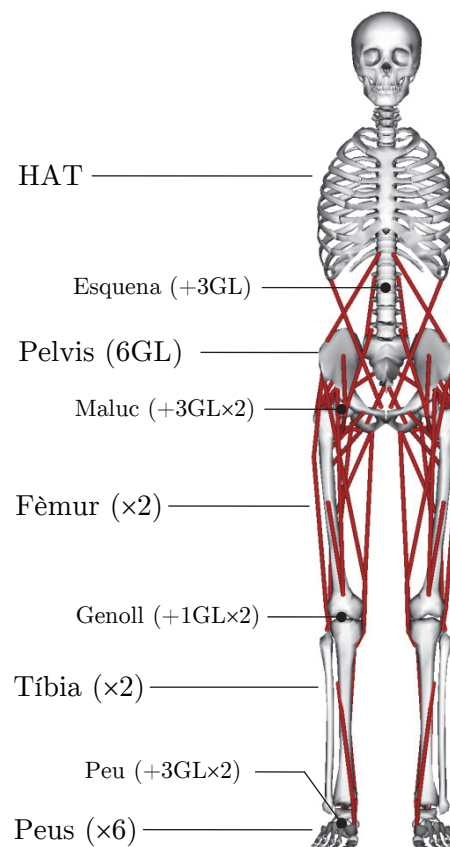


Figura 4.1. Descripció del model musculoesquelètic de sòlids rígids.



La part més complexa és el peu, està format per 3 segments –tala (talus), calcani (calcaneus) i dits (toes)–. Totes les articulacions són ideals, és a dir que es considera que no hi ha fricció. Tot i que en aquest model es fa aquesta simplificació, gens lluny de la realitat, al model d'elements finits, no es farà.

4.2. La Cinemàtica inversa

Per tal de realitzar el càlcul de dinàmica inversa primer és necessari reproduir, en el model, el moviment enregistrat al laboratori. La cinemàtica inversa permet conèixer la configuració del model a cada instant, el més semblant a la realitat capturada al laboratori. Per això s'han de seguir aquests passos:

- (1) definir les coordenades del model de sòlids rígids,
- (2) situar els marcadors en el model seguint el mateix protocol que al laboratori,
- (3) modificar el paràmetres antropomètrics del model per fer-los coincidir amb els del subjecte,
- (4) realitzar un càlcul de cinemàtica inversa per obtenir les coordenades del model al llarg del temps.

4.2.1. Introducció a la cinemàtica de sistemes multisòlid

Per definir l'*estat mecànic* d'un sistema de matèria constant és necessari obtenir els vectors posició i velocitat de tots els punts del sistema en tot instant. El vector posició de qualsevol partícula es pot expressar en funció d'un seguit de coordenades, anomenades *coordenades generalitzades*. I el vector velocitat, en funció de les *velocitats generalitzades*. Les coordenades solen ser distàncies i angles, en general q_i $i=1,2,\dots,n$. Mentre que les velocitats, en general u_i $i=1,2,\dots,n$ poden ser les derivades temporals de les coordenades, \dot{q}_i $i=1,2,\dots,n$ o bé combinacions lineals d'aquestes.

El nombre de coordenades i velocitats generalitzades que es fan servir és molt rellevant. El mínim nombre de coordenades generalitzades necessàries per definir la posició dels punts del sistema s'anomenen *coordenades independents* (CI), i al mínim nombre de velocitats generalitzades, *graus de llibertat* (GL). El nombre de CI i GL és propi del sistema i independent de les coordenades que es facin servir. I si són iguals, es diu que el sistema és *holònom* (CI = GL), en altre cas seria *no holònom* (CI > GL).



El model musculoesquelètic que s'ha fet servir és considerat un *sistema multisòlid* –està format per sòlids rígids units amb enllaços entre sí–. Les coordenades utilitzades són un conjunt de *coordenades independents* q_i , i els *graus de llibertat* són les derivades d'aquestes coordenades \dot{q}_i , amb $i=1,2,\dots,23$, per tant, es tracta d'un sistema holònom. Les Figures 4.2, 4.3, 4.4 i 4.5 mostren les coordenades utilitzades a cada articulació del model.

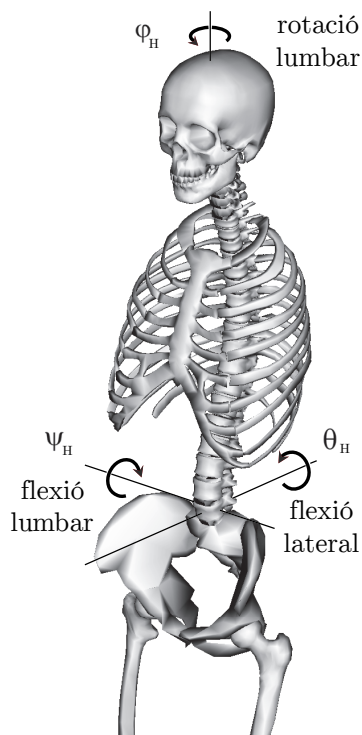


Figura 4.2. Coordenades del HAT respecte la pelvis.

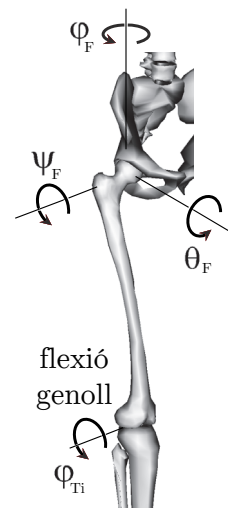


Figura 4.3. Coordenades del fèmur respecte la pelvis i de la tibia respecte el fèmur.

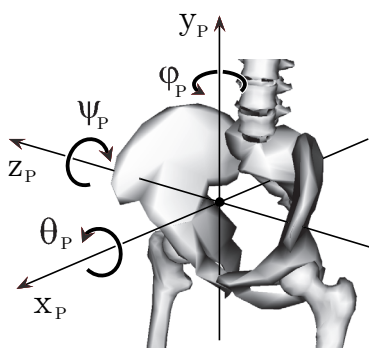


Figura 4.4. Coordenades de la pelvis respecte el terra, 3 de translació i 3 de rotació.

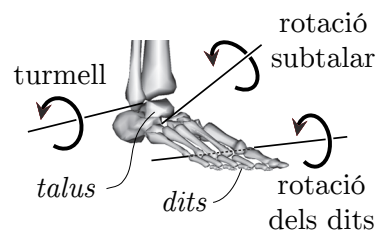


Figura 4.5. Coordenades del taba respecte la tibia, del calcani respecte el taba i dels dits respecte el calcani.



La direcció dels eixos de rotació que es mostren a les figures tenen la direcció indicada per a totes les coordenades $=0$ i els sentits de rotació corresponen a un increment positiu de la coordenada. Cal tenir en compte, que les rotacions indicades amb les lletres ψ , θ i φ són *Angles d'Euler* (veure l'apartat 6.3.3). En el cas de les cames, la direcció dels eixos de rotació d'una cama són una simetria especular de l'altra, però els sentits de rotació, no.

4.2.2. Protocol de marcadors i paràmetres antropomètrics

Abans de realitzar el càlcul de cinemàtica inversa s'han de modificar els *paràmetres antropomètrics* –dimensions i massa dels sòlids– perquè la simulació sigui el més fidel a la realitat possible. Per això, primer s'ha de comprovar que la posició relativa dels marcadors col·locats al model sigui 'semblant' a la de les captures perquè, després, el programari OpenSim modifica els paràmetres antropomètrics del model en funció de les distàncies entre els marcadors del model –actuals– i els de la captura –desitjats–.

El procés que s'ha seguit per realitzar aquestes modificacions és el que detalla l'Ernest Bosch al seu projecte de fi de carrera *Anàlisi dinàmica inversa del moviment humà mitjançant el programari OpenSim*. Aquest projecte, realitzat en paral·lel, ha estat de gran ajuda a l'hora d'utilitzar el programari OpenSim amb les dades del laboratori de biomecànica de l'ETSEIB.

4.2.3. La cinemàtica inversa

La cinemàtica inversa és un procés que realitza el programari OpenSim en el que s'obté, per a cada instant, el valor de les *coordenades generalitzades* del model per a que la configuració d'aquest sigui la més semblant a la del subjecte –gràcies a que es coneix la posició dels marcadors–. El càlcul d'aquestes coordenades consisteix en un problema d'optimització en el que, en cada instant de temps, es minimitza la distància entre els marcadors del model i els de la captura –posició desitjada–.

En un model de m marcadors, si \mathbf{q} és el vector de coordenades generalitzades, el problema matemàtic té la següent forma:

$$\min_{\mathbf{q}} \left[\sum_{i=1}^m w_i \left\| \mathbf{x}_i^{\text{exp}} - \mathbf{x}_i(\mathbf{q}) \right\|^2 \right] \quad (4.1)$$



On $\mathbf{x}_i^{\text{exp}}$ és el vector posició del marcador experimental, $\mathbf{x}_i(\mathbf{q})$ el vector posició del marcador en el model en funció de les coordenades generalitzades i w_i és el *pes* del marcador.

El *pes* w_i és un factor de ponderació que s'associa a cada marcador. Com més gran és aquest valor per a un marcador, més junts tendeixen estar les solucions $\mathbf{x}_i(\mathbf{q})$ i els valors experimentals $\mathbf{x}_i^{\text{exp}}$. Així que, es poden associar pesos d'un valor baix a aquells marcadors que presenten més incertesa pel que fa a la seva posició. Tot i que els valors d'aquests pesos afecten en certa manera als resultats, per als càlculs d'aquest treball s'han considerat tots els pesos iguals a 1.

4.4.El problema de la dinàmica inversa

Per conèixer el valor de les forces musculars del model a cada instant del moviment, reproduït gràcies a la cinemàtica inversa, es necessita realitzar un càlcul de *dinàmica inversa*. El problema real, però, també inclou un càlcul d'optimització que està explicat a l'apartat *El repartiment muscular* (4.4).

La dinàmica inversa és un plantejament de la mecànica per a sistemes dels que se'n coneix el moviment i es volen calcular les forces que el produeixen, com és el cas del model musculoesquelètic. Mitjançant la versió matricial de les *equacions de Lagrange*, el programari OpenSim calcula el que s'anomenen les *forces generalitzades*. Gràcies a aquestes forces es poden calcular tant les *forces musculars*, com els anomenats *parells articulars*.

En aquest apartat, es pretén explicar el procés d'obtenció de les *forces generalitzades* i la seva relació amb els *parells articulars* i les *forces musculars*.

4.4.1.Introducció a la mecànica analítica. Les equacions de Lagrange ordinàries

La *mecànica analítica* és un mètode per a l'anàlisi de sistemes mecànics que, en contraposició a la *mecànica newtoniana*, no utilitza els vectors força –amb les corresponents lleis de Newton– sinó que fa ús de l'energia cinètica i potencial a més de les forces generalitzades. El mètode més pragmàtic i més utilitzat en mecànica computacional són les *equacions de Lagrange ordinàries*. En ell, es formulen un seguit d'equacions diferencials, anomenades *equacions del moviment*, que relacionen el moviment amb les forces que el causen.



Prenent el cas del model musculoesquelètic, al tractar-se d'un sistema holònom de $n=23$ graus de llibertat amb l'estat mecànic descrit per les n coordenades independents q_i i els graus de llibertat \dot{q}_i , com a derivades temporals de les coordenades, les equacions de Lagrange ordinàries són:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F_i^* \quad ; \quad i = 1 \dots n \quad (4.2)$$

On T i U són les energies cinètica i potencial dels sistema (des d'una referència galileana o inercial). F_i^* és la força generalitzada per a la coordenada q_i associada a les *forces no conservatives* del sistema (i a les conservatives que no s'han tingut en compte al terme de l'energia potencial).

La versió matricial que unifica les equacions de Lagrange ordinàries per al sistema descrit té la següent forma:

$$[\mathbf{M}(\mathbf{q})] \{\ddot{\mathbf{q}}\} + \{\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\} + \{\mathbf{U}(\mathbf{q})\} = \{\mathbf{F}^*\} \quad (4.3)$$

On $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ $n \times n$ és la *matriu d'inèrcia* que només depèn de la posició del sistema i es calcula a partir de la forma quadràtica de l'energia cinètica

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{\mathbf{q}}\}^T [\mathbf{M}(\mathbf{q})] \{\dot{\mathbf{q}}\} \quad (4.4)$$

El vector $\mathbf{U}(\mathbf{q})$ inclou els termes de l'energia potencial gravitatòria i el vector $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ té en compte els termes d'inèrcia de les equacions del moviment que depenen, de forma no lineal, de l'estat mecànic –posició \mathbf{q} i velocitat $\dot{\mathbf{q}}$ –.

El vector de *forces generalitzades* \mathbf{F}^* té per components els termes F_i^* de les equacions del moviment (Eq. 4.2). Aquests termes engloben totes les forces musculars, externes i dels actuadors del sistema i es poden calcular a partir del *mètode de les potències virtuals*.

Per a la dinàmica inversa les forces generalitzades constitueixen les incògnites del problema, ja que tot els termes de l'esquerra de l'equació matricial (Eq. 4.3) depenen de la cinemàtica, que és coneguda. A l'expressió d'aquestes forces apareixen la forces musculars. L'explicació del càlcul d'aquestes forces de forma genèrica queda fora de l'abast d'aquest text, però la seva interpretació pot ser clau per comprendre la dinàmica inversa i inclou el concepte dels *parells articulars*.



4.4.2. Els parells articulars

El nombre d'equacions del moviment –igual al nombre de graus de llibertat del model– és molt inferior al nombre d'incògnites, que són les forces musculars (*sistema compatible indeterminat*). Així que els valors de força muscular s'han de calcular amb un problema d'optimització (explicat a l'apartat 4.6). A mig camí, hi ha el càlcul dels *parells articulars*, que es poden obtenir directament de la dinàmica inversa sense haver de resoldre un problema d'optimització. Els valors d'aquests parells s'obtenen directament de les *forces generalitzades* i són de gran ajuda a l'hora d'interpretar i validar els resultats.

L'expressió de la força generalitzades per una coordenada angular i del model té la següent forma:

$$F_i^* = T_i + \left\{ \begin{array}{l} \text{termes de les} \\ \text{forces externes} \end{array} \right\} \quad (4.5)$$

On T_i és el *parell articular* (amb unitats de moment Nm) associat a la coordenada q_i i es defineix com la contribució de totes les forces musculars a la força generalitzada d'aquesta coordenada.

El parell articular d'una coordenada es pot interpretar com si hi hagués un motor encarregat de moure només aquella coordenada, realitzant únicament el *moment equivalent* al moment resultant que totes les forces musculars fan sobre l'eix de la coordenada. És com si el model musculoesquelètic fos un 'robot' amb tants motors com graus de llibertat, controlant les seves articulacions.

4.4.3. El torsor residual

El càlcul dels parells articulars per mitjà de les forces generalitzades només té sentit si es tracta d'una coordenada angular controlada per músculs, com és el cas de totes les coordenades de les articulacions. Però el model musculoesquelètic té 6 coordenades que no estan controlades per músculs, que són les 3 de posició x , y i z d'un punt de la pelvis respecte el terra, i els 3 angles d'Euler ψ_p , θ_p i ϕ_p d'orientació de la pelvis respecte el terra (veure la Figura 4.4).

El *torsor residual* es defineix com els termes de la força generalitzada d'aquestes coordenades que no són deguts a les forces externes enregistrades al laboratori amb les



plaques de força. El conjunt de les 3 forces i 3 moments provinents de les 6 equacions de les coordenades de la pelvis respecte el terra formen un torsor.

Una possible interpretació és considerar un conjunt de 3 actuadors i 3 motors que actuen sobre la pelvis i garanteixen el seu moviment. De forma ideal, el valor d'aquestes forces i moments hauria de ser zero, ja que a la realitat no hi son aquests elements. El problema és que, com que per al càlcul de dinàmica inversa es proporcionen les dades de posició i força externa, existeix un error en les equacions de moviment de les 6 coordenades no controlades per músculs (degut a errors de mesura o errors dels paràmetres antropomètrics del model). Per aquesta raó, s'afegeixen aquestes incògnites que han de acabar tenint un 'valor petit'.

A la Figura 4.6 es mostren les forces i moments (només l'acció) del *torsor residual*, els *parells articulars* i els torsors de les reaccions a les plaques de força enregistrats al laboratori. Tot en un model simplificat en 2D amb moviment sobre el pla sagital.

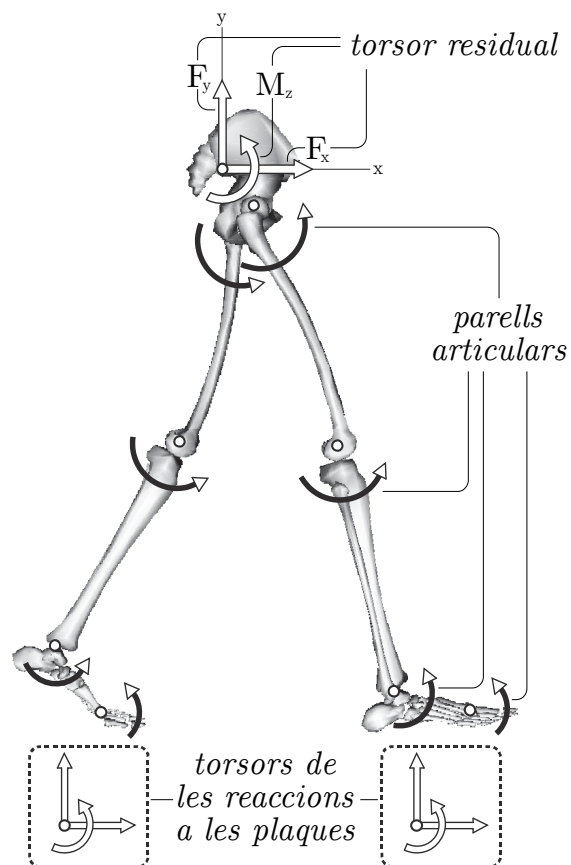


Figura 4.6. Model bidimensional simplificat.



4.5.El repartiment muscular

Com que el nombre de músculs del model és superior al nombre de graus de llibertat d'aquest, el conjunt de les equacions del moviment que proporciona la dinàmica inversa no són suficients per tal de calcular les forces musculars. És per això que el conjunt d'equacions del moviment esdevenen les restriccions d'un problema d'optimització, anomenat *repartiment muscular*.

En aquest problema, les forces musculars estan incloses a l'expressió de la força generalitzada de les equacions del moviment i la funció objectiu a minimitzar depèn de les *activacions musculars*. Calculant, així, uns valors de força que compleixen les equacions del moviment i satisfan uns criteris d'optimització amb l'objectiu d'apropar-se a la realitat.

En aquest apartat s'explica el plantejament del problema d'optimització, així com el model utilitzat per als músculs.

4.5.1.El model muscular

El model utilitzat per a tots els músculs està format per 3 elements, és del *tipus Hill* (en honor al Nobel de Medicina de 1922, *Archibald Vivian Hill*). Més concretament, els paràmetres del model dels músculs estan ajustats gràcies al treball de Thelen el 2003 [18]. A la Figura 4.7 es mostra un esquema del model muscular.

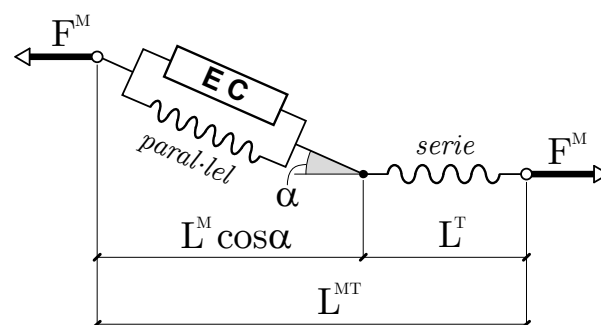


Figura 4.7. Model muscular de Hill.

Els tres elements que el formen són: un *element contràctil* (EC) que representa les fibres musculars responsables de la contracció muscular, i els dos *elements elàstics* que representen el teixit conjuntiu. L'element elàstic en sèrie representa el tendó que uneix el múscul a l'os, i l'element en paral·lel, la matriu de teixit conjuntiu que envolta les



fibres musculars i la resposta passiva d'aquestes. La força muscular F^M és una funció de tres factors: el valor de l'*activació muscular* a , la *longitud normalitzada* L^M i la *velocitat de contracció* $v^M = \frac{dL^M}{dt}$.

$$F^M = f(a, L^M, v^M) = a \cdot f(L^M) \cdot f(v^M) \quad (4.6)$$

El factor més rellevant a l'hora de calcular la força és l'activació muscular $a \in [0,1]$, que representa el nombre de fibres musculars en contracció. I les funcions $f(L^M)$ i $f(v^M)$ depenen d'uns paràmetres del múscul.

La implementació d'aquest model al programari OpenSim permet calcular la força muscular de dues maneres diferents:

$$F^M = a f(F_0^M, L^M, v^M) \quad \text{o bé,} \quad F^M = a F_0^M \quad (4.7) \text{ i } (4.8)$$

La forma més precisa és l'expressió (Eq. 4.7), però de forma aproximada també és vàlida la (Eq. 4.8). F_0^M és la *força isomètrica màxima* i correspon a màxima força que pot fer el múscul sense que aquest variï la longitud ($v^M = 0$), i la qual es produeix per a una *longitud òptima* de les fibres musculars (L_0^M).

Així que, les propietats que caracteritzen un múscul són: la *força isomètrica màxima* F_0^M , la *longitud òptima* de les fibres musculars L_0^M , la *longitud del tendó relaxat* L_0^T , la *màxim velocitat de contracció* i l'*angle de pennació* α (veure la Figura 4.7).

En aquest text es prescindeix de l'explicació de l'equació constitutiva del múscul. Per més informació sobre els valors dels paràmetres del model reològic dels músculs que utilitza el model 3DGaitModel2354 (descriu a l'apartat 4.1), es pot consultar el treball de Thelen de 2003 [18].

4.5.2.L'Optimització estàtica

El problema d'optimització que s'ha utilitzat per resoldre el problema del repartiment muscular, implementat al programari OpenSim, té com objectiu obtenir l'activació muscular de tots els músculs a cada instant. El criteri d'optimització utilitzat pretén ser un reflex de la realitat, on l'individu que realitza el moviment ho fa minimitzant l'esforç o l'energia emprada. És per això que la funció a minimitzar és la suma de totes les activacions musculars elevades a un exponent.



$$\min \left[\sum_{j=1}^m (a_j)^p \right] \quad (4.9)$$

On a_j és l'activació del múscul j , amb m el número total de músculs. El valor de l'exponent p és 2 per defecte, però la variació d'aquest paràmetre no afecta de forma significativa als resultats de l'optimització.

Per últim, les equacions del moviment calculades a partir de la dinàmica inversa participen com a restriccions del problema. Com ja s'ha comentat a l'apartat 4.3.2, els *parells articulars* són la contribució de les forces musculars a la força generalitzada d'una coordenada. Així que el parell articular T_i de la coordenada q_i es pot calcular com:

$$T_i = \sum_{\text{articulació}} F_j^M r_{ij} \quad (4.10)$$

On r_{ij} és el *braç de palanca* de la força muscular F_j^M amb el que fa moment respecte l'eix de rotació associat a la coordenada q_i . L'activació del múscul està inclosa a la força muscular i aquesta està calculada amb una de les equacions (Eq. 4.7) o (Eq. 4.8).

4.6. Les forces articulars

Coneixent l'estat mecànic del model –cinemàtica inversa– i les forces musculars, es poden determinar el *torsor de les forces d'enllaç* que cada sòlid rep dels sòlids amb els que està enllaçat per una articulació. Aquest torsor està format per un *vector força* i un *vector moment*, aplicats en el punt de l'articulació. Aquest és equivalent a totes les forces transmeses d'un sòlid a l'altre per mitjà del cartílag i els lligaments –no representats en el model–.

4.6.1. Les equacions de Lagrange amb multiplicadors

El mètode per calcular les forces d'enllaç per mitjà dels multiplicadors de Lagrange és molt semblant al de la dinàmica inversa, però considerant el model sense articulacions i calculant la força que hauria d'haver entre els sòlids per tal de que la cinemàtica fos la mateixa que al model amb articulacions.



D'aquesta manera, els nous graus de llibertat del sistema són \check{q}_j amb $j=1,2,\dots,N$, on $N=6 \times (\text{nombre de sòlids})$. Així que les relacions que hauria d'haver-hi entre aquests nous graus de llibertat per tal que el moviment del nou model sigui el mateix que el model amb les articulacions ($GL = n = 23$) són:

$$[\tilde{\mathbf{C}}] \{\check{\mathbf{q}}\} = \{0\} \quad (4.11)$$

Amb $[\mathbf{C}]$ una matriu $p \times N$, on $p=N-n$ és el nombre de relacions que es poden establir entre els nous N graus de llibertat per tal de que el sistema n'acabi tenint n .

La versió matricial de les equacions de Lagrange ordinàries amb multiplicadors de Lagrange per tal de determinar les forces d'enllaç és:

$$[\mathbf{M}(\check{\mathbf{q}})] \{\check{\ddot{\mathbf{q}}}\} + \{\mathbf{C}(\check{\mathbf{q}}, \check{\dot{\mathbf{q}}})\} + \{\mathbf{U}(\check{\mathbf{q}})\} + [\tilde{\mathbf{C}}]^T \{\boldsymbol{\lambda}\} = \{\mathbf{F}^*\} \quad (4.12)$$

El vector d'incògnites $\boldsymbol{\lambda}$ està format pels p multiplicadors de Lagrange λ_i . Els altres components de l'equació són els descrits a l'equació (Eq. 4.3), i els termes F_i^* es calculen amb les forces musculars i les forces provinents de les plaques.

Així que la força generalitzada associada $F_{E_i}^*$ a les forces d'enllaç per a la restricció de moviment i –la i -èssima fila de la matriu \mathbf{C} – es calcula amb el vector de forces generalitzades associades a les forces d'enllaç:

$$\{\mathbf{F}_E^*\} = -[\tilde{\mathbf{C}}]^T \{\boldsymbol{\lambda}\} \quad (4.13)$$





Capítol 5

El model d'elements finits

Per dur a terme la simulació de l'articulació del maluc s'ha utilitzat un model d'elements finits format pels ossos del fèmur i la pelvis, i el cartílag articular. Els models dels ossos van ser creats a partir d'imatges mèdiques de tomografia computeritzada d'un subjecte sense vida, i han estat descarregats des de la base de dades pública del projecte VAKHUM [19]. Els models de pelvis i fèmur han estat assemblats i s'han generat les capes de cartílag, així com els lligaments i músculs, amb el programari Marc de MSC Software per Sánchez [10]. Posteriorment, ha estat exportat per ser executat amb el programari Abaqus de *Dassault Systèmes*. Les propietat mecàniques dels materials s'han extret de diverses publicacions, esmentades més endavant. Les *condicions de contorn* s'han calculat a partir de les dades de força i moviment de la dinàmica inversa, el procés seguit per calcular-les està detallat al capítol 6.

Un dels aspectes més importants a tenir en compte en la simulació és el contacte deformable entre les capes de cartílag. La morfologia de les superfícies en contacte i els paràmetres que controlen el comportament d'aquest, afecten a la convergència del càlcul de la solució. Durant la realització d'aquest treball amb el model d'elements finits, s'ha realitzat un estudi de les diferents maneres de modelar el contacte fins trobar aquella que permetia convergir en una solució.

5.1.El fèmur i la pelvis

El model escollit presenta uns angles anatòmics dels ossos corresponents als valors mitjos d'una persona sana (dades facilitades pel Departament de Traumatologia de l'Hospital de Sant Pau). A les Figures 5.1, 5.2 i 5.3 es mostra el fèmur utilitzat amb els valors dels angles anatòmics: *cervic-diafisari*, *anteversió femoral* i *anteversió acetabular* (120° - 10° - 15°).



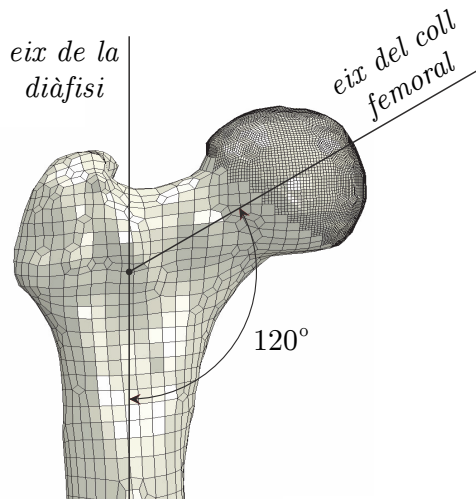


Figura 5.1. Angle cèrvic-diafisari.

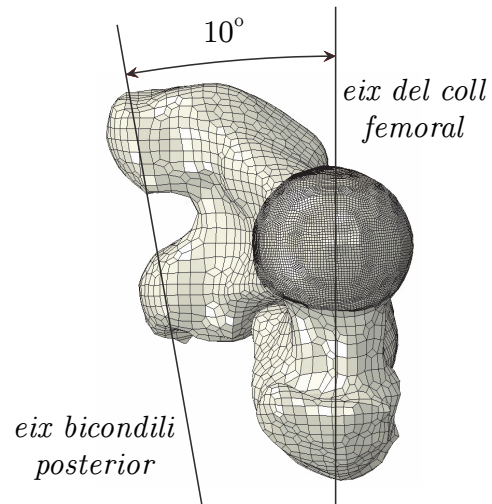


Figura 5.2. Angle d'anteversió femoral.

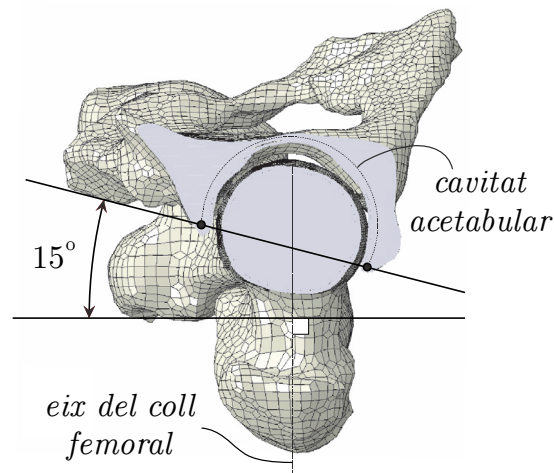


Figura 5.3. Angle d'anteversió acetabular.

Per als ossos s'han utilitzat els *elements hexaèdrics C3D8l* lineals, de 8 nodes i amb *modes de deformació incompatibles* (veure apartat 5.3). Com es pot observar a les Figures 5.1-4 de dalt, el malla de l'os és més refinat al cap del fèmur –la mida d'aquests elements és la mateixa que la dels elements del cartílag–. Això és perquè es desitja obtenir la distribució de la pressió hidrostàtica en aquest i així, el grau de detall de les dades a obtenir pot ser prou gran. Per poder simular amb aquesta diferència de mida dels nodes, s'han hagut d'afegir un seguit d'*enllaços* entre els nodes de l'os refinat i els elements contigus més grans, per tal de restringir el moviment d'aquests a les cares dels elements més grans (Figura 5.4).



Per tant, el total de 3 GL de desplaçament que tenen els nodes dels elements més refinats es veuen reduïts a 2, ja que el seu moviment està restringit sobre la superfície de l'element gran (superfície que ja té l'orientació definida amb la posició dels nodes de l'element gran).

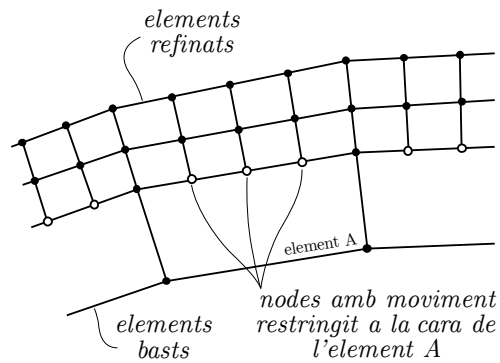


Figura 5.4. Unió entre mallats.

Per modelitzar el comportament mecànic dels ossos s'ha fet distinció entre:

- **Os Cortical.** Regió més externa de l'os, més rígida i amb un espessor d'uns 5 mm a la diàfisi del fèmur i 2 mm a l'epífisi de fèmur (extrems de l'os) i a la pelvis.
- **Os Trabecular.** Regió interna de l'os, més esponjós i es troba a la pelvis i a les epífisis del fèmur.

Els detalls de cada regió del model, així com les propietats mecàniques estan detallades a la Taula 5.1.

Os	Regió	# Elements	Mòdul elàstic [MPa]	Coef. de Poisson
Fèmur	Cortical	13607	18.000	0,3
	Trabecular	9064	150	0,2
Pelvis	Cortical	15779	18.000	0,3
	Trabecular	25470	150	0,2

Taula 5.1. Característiques dels ossos.



5.2.El cartílag articular

La modelització del cartílag articular contempla tres parts: el *cartílag femoral*, el *cartílag acetabular* i el *labrum*. Per a totes tres s'han utilitzat els *elements hexaèdrics C3D8I*. A les Figures 5.5 i 5.6 es mostra el cartílag articular.

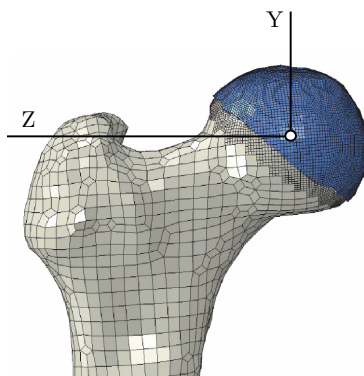


Figura 5.5. Cap del fèmur amb el *cartílag femoral* (blau)

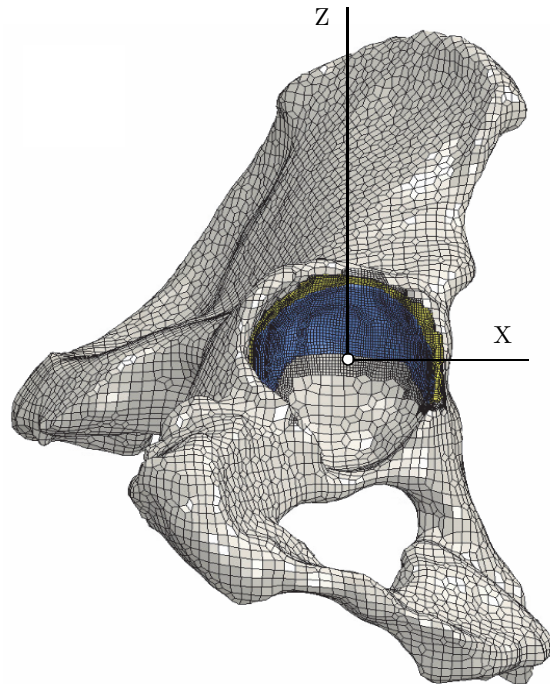


Figura 5.6. Pelvis amb el *cartílag acetabular* (blau) i el *labrum* (groc).

El *cartílag femoral* s'ha modelitzat com una superfície que envolta ben bé la meitat del cap del fèmur exceptuant la part més central que és on es connecta el lligament rodó, el *cartílag acetabular* i el *labrum*, cobreixen una part de la cavitat acetabular. Aquesta morfologia va ser generada per Sánchez et al. [10] de manera que l'espessor d'aquest depèn de la posició inicial relativa entre ossos, d'un valor mitjà = 1mm.

Les característiques del les diverses parts del cartílag es mostren a la Taula 5.2.

Cartílag	# Elements
Femoral	12222
Acetabular	6576
Labrum	2004

Taula 5.2. Elements del cartílag.



5.2.1.El material del cartílag

Les propietats mecàniques del cartílag juguen un paper important, degut a que interessa calcular la distribució de la *pressió hidrostàtica* al cartílag articular. La mecànica del cartílag articular és complexa, és per això que, en aquest text, s'obvia la justificació del model mecànic emprat a la simulació.

Per a les 3 parts del cartílag articular s'ha utilitzat un *model hiperelàstic Neo-Hookean*. Aquest model ha estat utilitzat en diversos estudis, com ara Büchler et al. [20] per al cartílag de l'articulació de l'espatlla, amb la finalitat de calcular la distribució de tensions a l'escàpula, i Anderson et al. [21] per al cartílag de l'articulació del maluc, per calcular la distribució de pressions de contacte al cartílag.

Les propietats mecàniques d'aquest model són: un *mòdul a cisalla* de $G = 6,8 \text{ MPa}$ i un *mòdul de compressibilitat* de $K_0 = 200 \text{ MPa}$ ($> 10 G$) per reflectir el seu caràcter incompressible (equivalent a un *coeficient de Poisson* de $\nu = 0,48$). L'expressió per al potencial elàstic W d'aquest model hiperelàstic és:

$$W = C_{10} (\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D_1} (J - 1)^2 \quad (5.1)$$

On J és el determinant de del tensor *gradient de deformació* \mathbf{F} ,

$$J = \det(\mathbf{F}) = \frac{dv}{dV} \quad (5.2)$$

$$\bar{I}_1 = J^{-\frac{2}{3}} I_1 \quad (5.3)$$

i $I_1 = \text{tr}(\mathbf{B})$ és el primer invariant del *tensor de Cauchy-Green per l'esquerra*

$$\mathbf{B} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T \quad (5.4)$$

Els coeficients C_{10} i D_1 utilitzats pel programari Abaqus (Eq. 5.1) es determinen a partir del mòdul a cisalla G i el de compressibilitat K_0

$$D_1 = \frac{2}{K_0} = 0,01 \quad C_{10} = \frac{G}{2} = 3,4 \quad (5.5) \text{ i } (5.6)$$



5.3.L'element C3D8I

La pelvis, el fèmur i el cartílag articular estan formats per l'element C3D8I. Es tracta d'un *element hexaèdric lineal* amb 8 nodes. També disposa d'una variable que quantifica la pressió hidrostàtica mitja de l'element al seu interior:

$$p = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})$$

Així que, el total de variables de les disposa l'element són: (5.7)

- 24 de *desplaçament*. u_1, u_2, u_3 per node.
- 24 de *força*. f_1, f_2, f_3 per node.
- 1 de la pressió hidrostàtica. p dins de l'element.

5.4.El model de contacte

El punt clau de la simulació és la modelització del contacte al cartílag. D'una banda, perquè les forces de contacte afecten directament a la pressió hidrostàtica al cartílag i, d'altra banda, la manera com es modelitza aquesta força pot donar problemes de convergència al càlcul d'una solució. Per aquesta raó, s'han provat diversos *models de contacte* a fi de trobar aquell que permet assolir una solució propera a la realitat.

5.4.1.Relació pressió–penetració

Tots els models de contacte tenen definida una funció que relaciona: la força de contacte que rep un node de la *superfície esclava* ('*slave surface*'), amb la distància d'aquest a la *superfície principal* ('*master surface*'). El model per defecte és el '*Hard Contact*' –i.e. *Mètode amb Multiplicadors de Lagrange*–, i es modelitza com una restricció del desplaçament dels nodes d'una superfície sobre l'altra. Així, la força de contacte pot ser prou elevada per que no hi hagi penetració entre les superfícies, i val zero si no hi ha contacte entre superfícies (Figura 5.7).



La utilització dels Multiplicadors de Lagrange introdueix zeros a la diagonal de la matriu de rigidesa, donant lloc a problemes de convergència en la solució. Per aquesta raó, s'acostumen a utilitzar altres mètodes que forcen el contacte sense restringir el desplaçament dels nodes, els quals varien la relació entre la força de contacte i la distància entre superfícies.

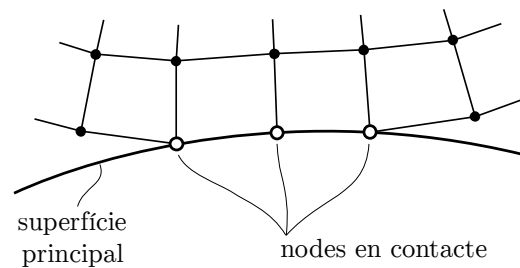


Figura 5.7. Restricció del moviment dels nodes sobre la superfície principal.

Els models de contacte es poden classificar segons la forma que tingui la relació pressió-penetració. La Figura 5.8 il·lustra de forma esquemàtica aquesta relació per al contacte rígid. Però aquesta relació pot ser *lineal*, *exponencial*, *definida a trossos*, etc., donant lloc a:

- (1) penetració dels nodes dins la superfície
- (2) forces de contacte sobre nodes separats de la superfície.

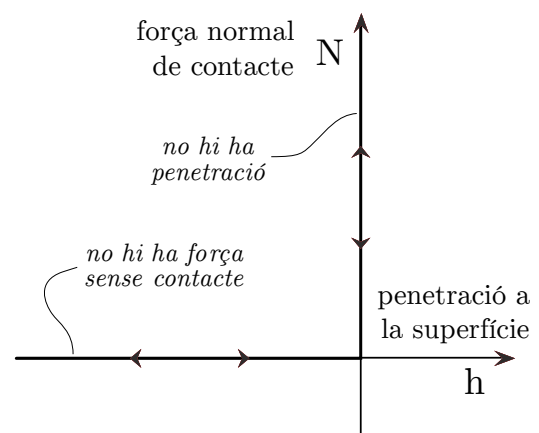


Figura 5.8. Relació pressió-penetració per al contacte rígid.

5.4.2. El mètode 'penalty'

Els mètodes de penalització són molt utilitzats en algorismes d'optimització per substituir les restriccions del problema per equacions sense restriccions, de manera que la solució ideal tendeix a la solució del problema amb restriccions. Una versió anàloga per al model de contacte, consisteix en: canviar la restricció de desplaçament dels nodes que estan en contacte amb la superfície per unes forces, aplicades a aquests i que el seu valor depèn de la penetració en superfície. Així que es defineix una relació de pressió-penetració allunyant-se de la del contacte rígid vist a l'apartat anterior.

La manera més intuïtiva d'entendre aquest mètode és associar un element elàstic a cada node amb una certa *rigidesa* -de 'penalty'-, que pot variar en funció del grau de penetració del node dins de la superfície (veure la Figura 5.9).



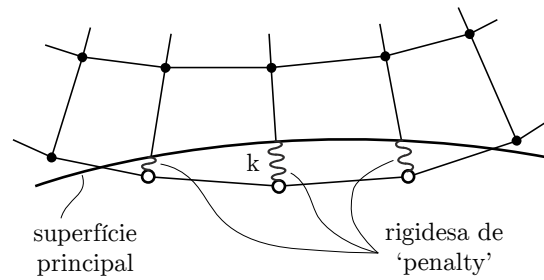


Figura 5.9. Mètode 'penalty'

La rigidesa de 'penalty' es pot modelitzar amb un caràcter lineal o no lineal. Per al cas lineal, la rigidesa k_L es manté constant a partir de que el node es troba a menys d'una certa distància C_0 de la superfície (veure la Figura 5.10). I en el cas no lineal, la rigidesa té el seu valor mínim k_i quan la separació és inferior a C_0 i augmenta linealment fins al valor màxim k_f que es manté constant per a penetracions $h > d$ (veure la Figura 5.11).

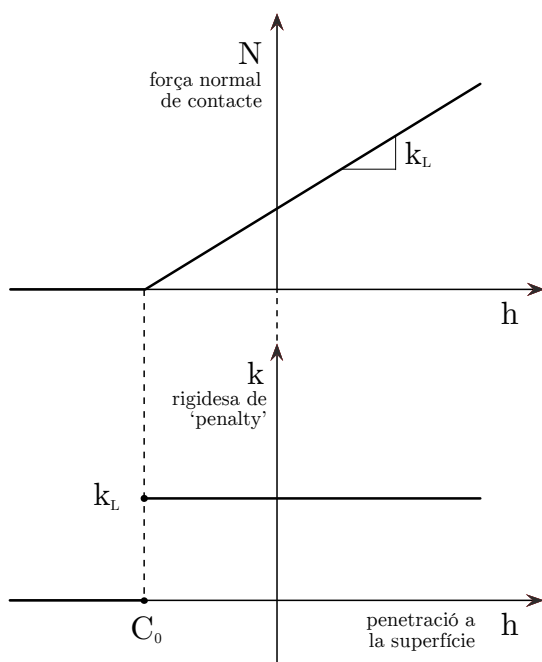


Figura 5.10. Mètode 'penalty' lineal.

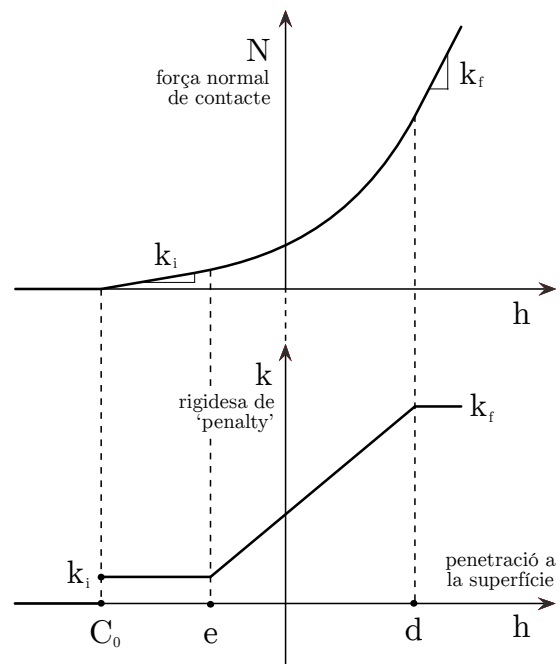


Figura 5.11. Mètode 'penalty' no lineal.

Com es pot observar, la relació entre la força de contacte i la rigidesa de 'penalty' és:

$$k = \frac{dN}{dh} \quad (5.8)$$



5.4.3. El model utilitzat

Després de provar amb diversos models de contacte i fer variar els paràmetres d'aquests, el mètode recomanat és:

Model 'penalty' lineal		
Rigidesa de 'penalty'	k_L	3,0 N/mm
Separació inicial	C_0	0,7 mm

Taula 5.3. Mètode 'penalty' lineal.

L'estratègia que s'ha seguit per obtenir aquests valors ha estat disminuir el pic de la pressió hidrostàtica al cartílag. La justificació d'aquest criteri i la corresponent validació de resultats es troben al capítol 7 *Resultats i discussió* (apartat 7.3 *Pressió hidrostàtica al cartílag*).

5.5. Els lligaments

El conjunt de lligaments inclosos al model són els de l'articulació del maluc –entre el fèmur i la pelvis–. Aquests tenen la finalitat de restringir el moviment del fèmur per tal de garantir el contacte al cartílag, tot augmentant l'estabilitat mecànica del sistema. S'han modelitzat en grups d'*elements unidimensionals* T3D2 de 2 nodes amb una secció transversal de 1 mm². Les propietats per a cada grup d'elements (Taula 5.4) corresponen als valors calculats per Hewitt el 2002 [22].

Lligament	Mòdul elàstic [MPa]
Iliofemoral inferior	350
Iliofemoral superior	320
Femoral arquejat	80
Isquiofemoral	130
Rodó	20

Taula 5.4. Propietats dels lligaments.





Capítol 6

Les condicions de contorn

Un cop s'han obtingut les forces musculars i articulars del model tridimensional del cos humà, s'han de proporcionar les condicions de contorn del model d'elements finits de fèmur i pelvis. L'objectiu és calcular les càrregues per tal que es puguin obtenir dades de la pressió sobre el cartílag articular durant el moviment realitzat al laboratori.

Si, per a la simulació del model d'elements finits, es contemplés el moviment del fèmur i/o el de la pelvis, seria una complicació que podria donar lloc a problemes de convergència en la solució. És per això que s'han modificat les dades de cinemàtica per convertir un anàlisi dinàmic –amb moviment– en un d'estàtic que simula *un instant* de temps concret. Aquest pot ser escollit de manera que tingui un cert interès des del punt de vista biomecànic. Per a la simulació que s'ha realitzat aquí, s'ha utilitzat l'instant de temps que presentava un mòdul de la força articular al maluc més elevada.

6.1. Restriccions de desplaçament

Degut a que el conjunt de forces que actuen sobre la pelvis i les unions amb altres ossos són més complexes que en el cas del fèmur, s'ha escollit fixar la pelvis. Això s'ha fet restringint el desplaçament a un conjunt de nodes de la pelvis. Així que, només cal calcular les càrregues que actuen sobre els elements del fèmur.

6.2. Simulació estàtica equivalent

Per poder realitzar una *simulació estàtica* en el model d'elements finits *equivalent* a un instant d'una en moviment, s'han de d'aplicar unes càrregues al fèmur que representen la massa del fèmur en moviment. Aquestes càrregues faran que els resultats de tensió i de deformació resultants de la simulació estàtica s'aproximin als que s'obtidrien en un instant d'una simulació del model en moviment. Tot seguit es presenta el raonament físicomatemàtic que s'ha seguit per justificar i calcular aquestes càrregues.



6.2.1. La força d'inèrcia de d'Alembert

En primer lloc, mitjançant els principis de la *mecànica clàssica*, s'ha raonat la possibilitat de convertir un sistema qualsevol –en moviment–, en un que es trobi en repòs. Per això, és necessària la utilització de la força d'inèrcia de d'Alembert com es demostra mes avall.

Proposició: El conjunt de forces que actuen en un sistema de matèria constant són iguals a les que actuarien en el mateix sistema en repòs, si es considera la *força d'inèrcia de d'Alembert* –respecte una referència galileana– aplicada a totes les partícules del sistema.

Aquesta proposició es pot demostrar mitjançant l'aplicació de la *segona llei de Newton* sobre una partícula P del sistema, on es contempen totes les forces reals, tant les de contacte com les que actuen a distància, com la gravetat.

$$\Sigma \mathbf{F}(P) = m \mathbf{a}_T(P) \quad (6.1)$$

$\Sigma \mathbf{F}(P)$ és la resultant de totes aquestes forces reals i $\mathbf{a}_T(P)$ l'acceleració de la partícula de massa m_P respecte la referència terra (T) –considerada una referència galileana o inercial–. Si es canvia de banda de l'equació el terme de l'acceleració, es pot observar que aquesta equació reflexa una suma de forces reals i d'inèrcia amb resultant nul·la:

$$\Sigma \mathbf{F}(P) - m \mathbf{a}_T(P) = 0 \quad (6.2)$$

$$\Sigma \mathbf{F}(P) + \mathcal{F}_T(P) = 0 \quad (6.3)$$

El vector $\mathcal{F}_T(P) = -m \mathbf{a}_T(P)$ s'anomena *força d'inèrcia de d'Alembert* respecte el terra. Si s'aplica a totes les partícules del sistema, amb les demés forces, aquest pot trobar-se en repòs, en comptes de que les partícules es moguin amb l'acceleració que els hi tocaria. És per això que aquest mètode només es vàlid si es coneix el moviment de tots els punts del sistema, com és el cas, gràcies a la *captura del moviment* i al càlcul de *dinàmica inversa*.

En un context més analític, en el que la finalitat és la de trobar i resoldre les equacions del moviment i els valors de les forces d'enllaç per a sistemes de sòlids rígids i partícules, existeix *el mètode de les potències virtuals*, que fa ús de les forces –i moments– d'inèrcia de d'Alembert per calcular un seguit de potències mitjançant moviments virtuals del sistema. Val a dir que les *equacions de Lagrange* –utilitzades



per al càlcul de dinàmica inversa– constitueixen una versió d'aquest mètode sistematitzat analíticament, d'un gran interès per al càlcul computacional.

6.2.2. La mecànica dels medis continus

El següent pas és verificar que la proposició presentada té sentit en l'àmbit de la mecànica del medis continus i demostrar que les tensions i les deformacions serien les mateixes que en el cas d'haver-hi moviment.

L'expressió diferencial del *balanç de la quantitat de moviment* d'un medi continu és:

$$\nabla \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} = \rho \mathbf{a} \quad (6.4)$$

On $\nabla \boldsymbol{\sigma}$ és el gradient del tensor tensió, \mathbf{b} és la força volumètrica que actua sobre el material, ρ la densitat del material i \mathbf{a} és la derivada temporal del camp de velocitats.

Realitzant el mateix procés que a l'apartat anterior, si es canvia de banda de l'equació el terme de la cinemàtica $\rho \mathbf{a}$, s'obté l'expressió de l'equació del moviment d'un sistema en equilibri on l'única força que ha canviat és la volumètrica.

$$\nabla \boldsymbol{\sigma} + \rho(\mathbf{b} - \mathbf{a}) = 0 \quad (6.5)$$

És per això que un conjunt de càrregues degudament distribuïdes com a *força volumètrica* sobre els elements del fèmur emularia el seu moviment, permetent així realitzar una simulació estàtica, però obtenint els resultats de tensió d'una anàlisi en moviment. Pel que fa les deformacions, al tractar-se de materials elàstics lineals, el *tensor tensió* i el *tensor deformació* estan relacionats per la seva *equació constitutiva* (*Llei de Hooke*):

$$\sigma_{ij} = \sum_{k,l} C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (6.6)$$

Per a un *material hiperelàstic* –com el cartílag articular– el *tensor tensió de Cauchy* es pot calcular com:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{J} \frac{\partial W}{\partial \mathbf{F}} \mathbf{F}^T \quad (6.7)$$



6.3. La força volumètrica

Per simular aquest sistema en equilibri s'han de separar les *forces de contacte* de les *forces a distància*, aquestes últimes s'han de formular com a *forces volumètriques* (forces per unitat de volum).

$$\Sigma \mathbf{F} + \mathcal{F}_T = 0 \quad \rightarrow \quad \underbrace{\nabla \boldsymbol{\sigma}}_{(1)} + \underbrace{\rho \mathbf{g}}_{(2)} - \underbrace{\rho \mathbf{a}_T}_{(3)} = 0 \quad (6.8)$$

$$\underbrace{\rho \tilde{\mathbf{b}}}_{(4)}$$

- (1) Les forces provinents dels elements del voltant –i.e., tensions–.
- (2) La força pes.
- (3) La força d'inèrcia de d'Alembert \mathcal{F}_T
- (4) La força volumètrica $\tilde{\mathbf{B}} = \rho \tilde{\mathbf{b}}$

En definitiva, s'ha de calcular l'acceleració de tots els punts del fèmur respecte el terra per obtenir la força volumètrica. Clar està que aquesta força ha de tenir una distribució que depengui de la posició del punt. Com més precisa sigui aquesta distribució, més propers seran els resultats de la simulació estàtica als de la simulació amb moviment.

6.3.1. L'acceleració d'un punt del fèmur

L'acceleració d'un punt del fèmur respecte el terra calculada a partir d'una *composició de moviments*, prenent com a referència relativa la fixa a la pelvis i referència absoluta la fixa al terra, té la següent expressió:

$$\mathbf{a}_T(\mathbf{P}) = \mathbf{a}_P(\mathbf{P}) + \mathbf{a}_{ar}(\mathbf{P}) + \mathbf{a}_{cor}(\mathbf{P}) \quad (6.9)$$

On $\mathbf{a}_P(\mathbf{P})$ és l'acceleració del punt P del fèmur respecte la referència fixa a la pelvis, $\mathbf{a}_{ar}(\mathbf{P})$ és l'*acceleració d'arrossegament*, és a dir l'acceleració respecte el terra de P si desaparegués el moviment relatiu –fèmur en repòs respecte la pelvis– i $\mathbf{a}_{cor}(\mathbf{P})$ és l'anomenada *acceleració de Coriolis*.

Com que l'acceleració depèn del punt, s'ha treballat amb les components del vector posició respecte la referència relativa a la pelvis $\overline{\mathbf{OP}}$, on el punt O és el centre de l'articulació del maluc (punt del fèmur fix respecte la pelvis, ja que el fèmur només pot girar entorn aquest punt amb 3 graus de llibertat de rotació).



Així que, les expressions de les acceleracions a calcular són les següents:

- **Acceleració relativa** d'un punt del fèmur respecte la pelvis és:

$$\mathbf{a}_P(P) = \underbrace{\mathbf{a}_P(O)}_0 + \boldsymbol{\alpha}_P^F \wedge \overline{OP} + \boldsymbol{\Omega}_P^F \wedge (\boldsymbol{\Omega}_P^F \wedge \overline{OP}) \quad (6.10)$$

On $\boldsymbol{\Omega}_P^F$ i $\boldsymbol{\alpha}_P^F$ són la velocitat i acceleració angulars del fèmur respecte la pelvis.

- **Acceleració d'arrossegament:**

$$\mathbf{a}_{ar}(P) = \mathbf{a}_T(O_{PEL}) + \boldsymbol{\alpha}_T^P \wedge \overline{OP} + \boldsymbol{\Omega}_T^P \wedge (\boldsymbol{\Omega}_T^P \wedge \overline{OP}) \quad (6.11)$$

On $\mathbf{a}_T(O_{PEL}) = \mathbf{a}_T(O)$ és l'acceleració respecte el terra del centre de l'articulació del maluc –es fix al fèmur i la pelvis–, $\boldsymbol{\Omega}_T^P$ i $\boldsymbol{\alpha}_T^P$ són la velocitat i acceleració angulars de la pelvis respecte el terra.

- **Acceleració de Coriolis:**

$$\mathbf{a}_{cor}(P) = 2 \boldsymbol{\Omega}_T^P \wedge \mathbf{v}_P(P) \quad (6.12)$$

$$\mathbf{v}_P(P) = \underbrace{\mathbf{v}_P(O)}_0 + \boldsymbol{\Omega}_P^F \wedge \overline{OP} \quad (6.13)$$

On $\boldsymbol{\Omega}_T^P$ és la velocitat angular de la pelvis respecte el terra, $\mathbf{v}_P(P)$ i $\mathbf{v}_P(O)$ són les velocitats dels punts P i O del fèmur relatives a la pelvis.

6.3.2. Les bases vectorials

Per calcular les expressions de les acceleracions anteriors s'han utilitzat 4 bases diferents –ortonormals amb orientació directa–, cada una fixa a un sòlid diferent:

- B_T (X–Y–Z) fixa al *terra* (T).
- B_P (1–2–3) fixa a la *pelvis* (P) –utilitzada al model d'elements finits–, orientada respecte el terra amb els angles d'Euler ψ_P , θ_P i ϕ_P .
- B_F (1'–2'–3') fixa al *fèmur* (F) i orientada respecte la pelvis amb els angles d'Euler ψ_F , θ_F i ϕ_F .
- B_{Ti} (1''–2''–3'') fixa a la *tíbia*, orientada respecte el fèmur amb un sol angle corresponent a la flexió del genoll ϕ_{Ti} .



Per facilitar la comprensió de la direcció dels eixos de les bases, a la Figura 6.1 es mostra un esquema d'uns quants segments del model i les bases utilitzades, en una configuració arbitrària ($\psi_F = 30^\circ$, $\varphi_{Ti} = -50^\circ$, i els altres angles = 0, amb x, y i z qualsevol).

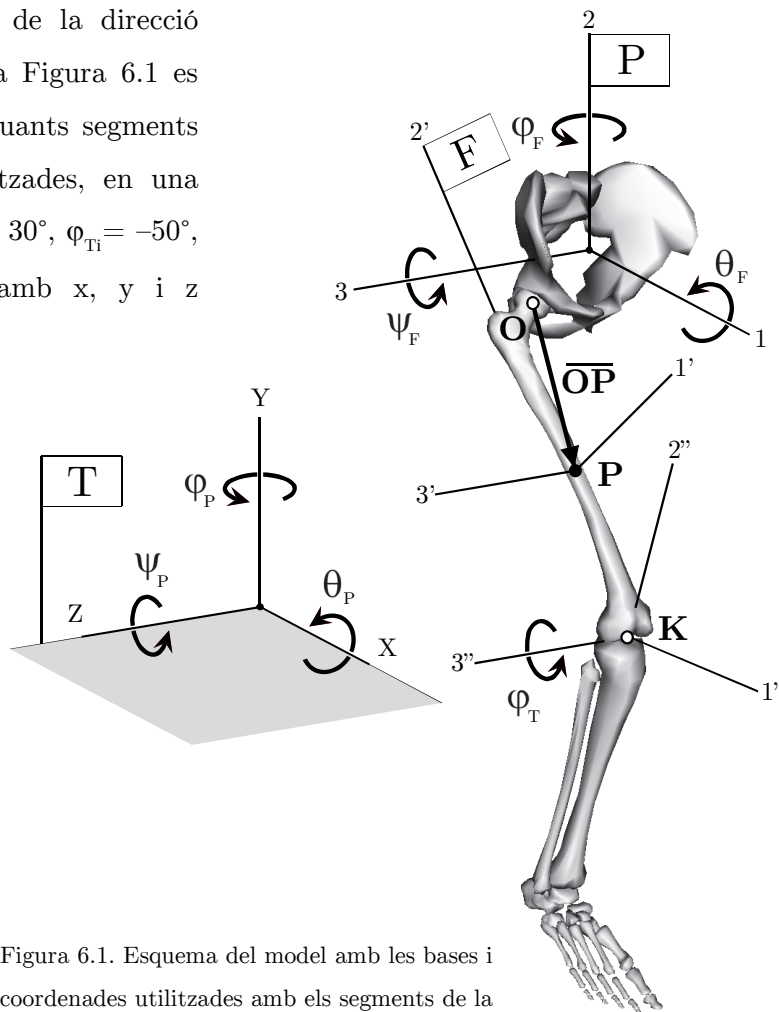


Figura 6.1. Esquema del model amb les bases i coordenades utilitzades amb els segments de la pelvis, el fèmur, la tibia i els del peu.

Cal notar que, per simplificar l'esquema, els eixos de rotació indicats per a cada coordenada són els corresponents a totes les rotacions = 0. Això afecta, més concretament, als eixos de rotació de les coordenades que orienten el fèmur respecte la pelvis; tot i que el valor de ψ_F és de 30° a la figura, les direccions dels eixos de rotació de θ_F , φ_F i ψ_F són 1, 2 i 3 respectivament quan $\psi_F = \theta_F = \varphi_F = 0$.

6.3.3. Les matrius de canvi de base. Els angles d'Euler

Gràcies a que les coordenades utilitzades per orientar els segments són *angles d'Euler*, els eixos de rotació d'un sòlid quan s'orienta respecte un altre han de complir certes condicions. En un cas general, on es vol orientar un sòlid respecte una referència, els 3 angles d'Euler són els següents:



- 1^r , la *precessió* ψ , és una rotació respecte un eix d'orientació fixa a la referència.
- 2^n , la *nutació* θ , és una rotació respecte un eix perpendicular al de la primera.
- 3^r , la *rotació pròpia* φ , és una rotació respecte un eix perpendicular al de la segona i, a la vegada, té l'orientació fixa al sòlid que s'orienta.

Per a la configuració del model amb totes les rotacions = 0, totes les bases tenen la mateixa orientació i els eixos de rotació d'angles d'Euler, també. Per tant, es pot definir l'expressió d'una sola matriu de canvi de base en funció de ψ , θ i φ . I en substituir els valors dels angles corresponents per a cada base, es poden calcular les matrius de canvi per qualsevol d'aquestes bases.

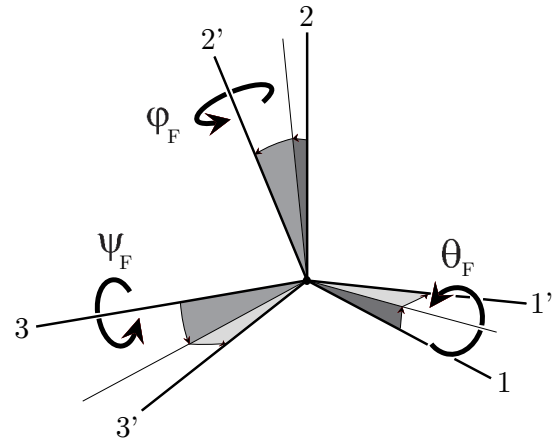


Figura 6.2. Orientació de la base B' (1'2'3') respecte la B (123) amb rotacions d'angles d'Euler $\psi - \theta - \varphi$.

A la Figura 6.2 es mostra de forma més detallada l'orientació de les dues bases B i B' en funció de les 3 rotacions d'angles d'Euler. Les rotacions s'han introduït amb la seqüència $\psi - \theta - \varphi$.

La *matriu de canvi de base* $M_B^{B'}$ –on les columnes són els vectors de B' expressats amb la base B– permet trobar les components en la base B d'un vector expressat amb la base B':

$$\{u\}_B = [M_B^{B'}] \{u\}_{B'} \tag{6.14}$$

Si, per a totes les rotacions = 0, l'orientació dels eixos de rotació dels angles d'Euler ψ , θ i φ són els eixos 3, 1 i 2, respectivament, i l'orientació de B és igual a la de B'. La matriu de canvi de base té la següent forma:

$$[M_B^{B'}] = \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\varphi - \sin\psi \sin\theta \sin\varphi & -\sin\psi \cos\theta & \cos\psi \sin\varphi + \sin\psi \sin\theta \cos\varphi \\ \sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \sin\theta \sin\varphi & \cos\psi \cos\theta & \sin\psi \sin\varphi - \cos\psi \sin\theta \cos\varphi \\ & -\cos\theta \sin\varphi & \sin\theta \cos\theta \cos\varphi \end{bmatrix} \tag{6.15}$$



Si es desitja realitzar el canvi invers –de B a B’– s’ha d’utilitzar la matriu inversa, però al tractar-se d’un canvi entre dues bases ortonormals –de vectors perpendiculars i de mòdul unitari–, la matriu inversa equival a la transposada.

$$[\mathbf{M}_{B'}^B] = [\mathbf{M}_B^{B'}]^{-1} = [\mathbf{M}_B^{B'}]^T \quad (6.16)$$

6.3.4. Les velocitats i acceleracions angulars

Per al càlcul de les acceleracions enunciades a l’apartat (6.3.1) és necessari conèixer les expressions de les components dels vectors *velocitat angular* i *acceleració angular* del fèmur respecte la pelvis i de la pelvis respecte el terra. Com en el cas de les matrius de canvi de base, s’ha utilitzat una mateixa expressió en els dos casos ja que, per a la configuració de totes les rotacions = 0, l’orientació dels eixos de rotació d’angles d’Euler que orienten el fèmur i la pelvis és la mateixa respecte cada una de les bases fixes al sòlid que actua com a referència.

Dit d’una altra manera, les expressions de les components de la velocitat i acceleració angulars del fèmur respecte la pelvis en la base B_P –fixa a la pelvis– i les de la pelvis respecte el terra en la base B_T –fixa al terra–, són la mateixa.

Si $\boldsymbol{\Omega}_R^S$ i $\boldsymbol{\alpha}_R^S$ són els vectors velocitat i acceleració angulars del segment S respecte la referència solidària al segment R, les seves expressions en la base B_R –fixa al segment R– són:

$$\boldsymbol{\Omega}_R^S = \dot{\boldsymbol{\psi}} + \dot{\boldsymbol{\theta}} + \dot{\boldsymbol{\phi}} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} \cos\psi - \dot{\phi} \cos\theta \sin\psi \\ \dot{\theta} \sin\psi + \dot{\phi} \cos\theta \cos\psi \\ \dot{\psi} + \dot{\phi} \sin\theta \end{array} \right\}_{BR} \quad (6.17)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_R^S = \frac{d\boldsymbol{\Omega}_R^S}{dt} = \left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta} \cos\psi - \dot{\theta}\dot{\psi} \sin\psi - \ddot{\phi} \cos\theta \sin\psi + \dot{\phi}\dot{\theta} \sin\theta \sin\psi - \dot{\phi}\dot{\psi} \cos\theta \cos\psi \\ \ddot{\theta} \sin\psi + \dot{\theta}\dot{\psi} \cos\psi + \ddot{\phi} \cos\theta \cos\psi - \dot{\phi}\dot{\theta} \sin\theta \cos\psi - \dot{\phi}\dot{\psi} \cos\theta \sin\psi \\ \ddot{\psi} + \ddot{\phi} \sin\theta + \dot{\phi}\dot{\theta} \cos\theta \end{array} \right\}_{BR} \quad (6.18)$$

On els vectors $\dot{\boldsymbol{\psi}}$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ i $\dot{\boldsymbol{\phi}}$ són les velocitats angulars de les rotacions dels angles d’Euler ψ , θ i ϕ que orienten S respecte R.



6.3.5. Les matrius del producte vectorial

Per calcular les expressions d'acceleració de l'apartat (6.3.1) s'han de realitzar un seguit de productes vectorials. En aquest apartat es pretén simplificar la realització d'aquests productes per mitjà de les *matrius del producte vectorial*.

Un producte vectorial entre dos vectors \mathbf{u} i \mathbf{v} amb les seves components expressades amb una base vectorial B ortonormal i directa té la següent expressió:

$$\{\mathbf{u} \wedge \mathbf{v}\}_B = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}_B \wedge \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix}_B = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} u_2 v_3 - u_3 v_2 \\ u_3 v_1 - u_1 v_3 \\ u_1 v_2 - u_2 v_1 \end{Bmatrix} \quad (6.19)$$

Com es pot apreciar en el resultat, les components del vector \mathbf{v} apareixen de forma lineal, fet que permet expressar el producte $\mathbf{u} \wedge \mathbf{v}$ en forma d'aplicació lineal $\mathbf{u} \wedge$ que transforma el vector \mathbf{v} en el vector $\mathbf{u} \wedge \mathbf{v}$.

$$\{\mathbf{u} \wedge \mathbf{v}\}_B = [\mathbf{u} \wedge]_B \{\mathbf{v}\}_B = \begin{bmatrix} 0 & -u_3 & u_2 \\ u_3 & 0 & -u_1 \\ -u_2 & u_1 & 0 \end{bmatrix}_B \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix}_B \quad (6.20)$$

Aquesta interpretació del producte vectorial facilita enormement el càlcul de l'expressió de la força volumètrica, com es veurà tot seguit.

6.3.6. L'expressió de la força volumètrica

Finalment, i fent ús dels elements i les propietats esmentades anteriorment, la *força volumètrica* $\tilde{\mathbf{B}}$ té l'expressió:

$$\tilde{\mathbf{B}} = \rho \tilde{\mathbf{b}} = \rho(\mathbf{g} - \mathbf{a}_T(P)) = [\mathbf{A}] \cdot \mathbf{X} + \mathbf{b}_1 \quad (6.21)$$

on el vector

$$\mathbf{X} = \{\overline{\mathbf{OP}}\}_{BP} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}_{BP} \quad (6.22)$$

està expressat en la base B_p (1-2-3) fixa a la pelvis, utilitzada en el model d'elements finits, ρ és la densitat de l'os i \mathbf{g} és el camp gravitatori. Tant la matriu $[\mathbf{A}]$ com el vector \mathbf{b} resulten d'un seguit d'operacions realitzades a partir de les equacions de les



acceleracions de l'apartat (6.3.1). El tractament de les dades s'ha realitzat amb un full de càlcul (veure l'apartat 6.6).

6.4. Forces musculars

El següent conjunt de càrregues que s'han d'aplicar al fèmur són les *forces musculars*, aquestes s'han modelitzat com a *forces puntuals* aplicades als nodes del fèmur. Del model musculoèsquelètic s'extreuen els valors –mòdul– de les forces musculars i es calculen les components del vector força, expressat en la base B_P (1–2–3) fixa a la pelvis, mitjançant un càlcul de cinemàtica.

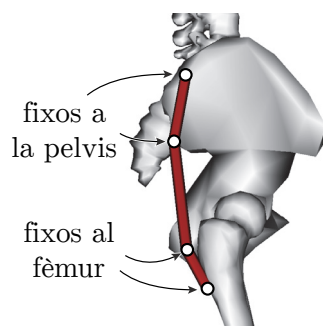


Figura 6.3. Grup muscular del *gluti major*. Font: OpenSim.

Els *grups musculars* que s'han considerat són els mateixos que al model musculoèsquelètic justificats a l'apartat (4.1). Aquests són uns actuadors que segueixen un 'camí' format per un conjunt de *punts de pas* fixos als segments, de manera que la geometria del múscul modelitzat sigui semblant a la real. La Figura 6.3 mostra un grup muscular que forma part del *gluti major*. Dels quatre *punts de pas*, dos són fixos a la pelvis i dos, al fèmur.

6.4.1. Punt d'aplicació de la força

En primer lloc, s'ha de determinar el punt –node– del fèmur on s'aplica la força de cada grup muscular, per això s'ha utilitzat el model musculoèsquelètic. Només s'han considerat aquells grups musculars que actuen entre el fèmur i una altre os –la pelvis o la tibia–.

En els casos més senzills, els grups musculars només tenen dos punts de pas, cada un fix a un segment. A la Figura 6.4 es mostra un exemple amb els tres grups musculars utilitzats per al *gluti mig* que actuen entre la pelvis i el fèmur. En aquests casos, s'ha considerat que la força sobre el fèmur està aplicada en el punt del fèmur. La majoria dels músculs, però, estan constituïts per més

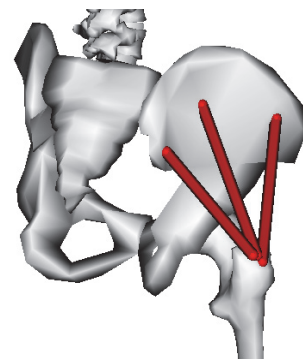


Figura 6.4. Grups musculars del *gluti mig*. Font: OpenSim.



de dos punts de pas, per això, s'ha de justificar la tria del punt –node– on s'aplica la força.

S'ha escollit que el punt d'aplicació de la força sigui l'últim punt de pas del segment del fèmur. És a dir, que si es va seguint el 'camí' del múscul des del fèmur a l'altre os, es tracta de l'últim punt de pas que pertany al segment del fèmur. Aquesta elecció es pot justificar si es considera el *sistema format pel segment del fèmur*, ja que el múscul queda 'tallat' i així actua com a *força externa*.

A la Figura 6.5 es veu el sistema del segment del fèmur i la força muscular com a força externa a aquest. Per poder aplicar la força sobre el fèmur independentment de la seva orientació ni la dels altres ossos, es pot considerar que aquesta força està aplicada a l'últim punt del fèmur per on passa el múscul.

Així doncs, s'han obtingut les coordenades del punt en el *sistema de referència del segment del fèmur*, que té l'origen al centre de l'articulació del maluc –cap del fèmur– i els eixos tenen l'orientació de la base B_P fixa a la pelvis. Aquest és el mateix sistema de referència que utilitza el programari Abaqus per al model d'elements finits i, per tant, s'ha escollit el node més proper al punt amb aquestes coordenades.

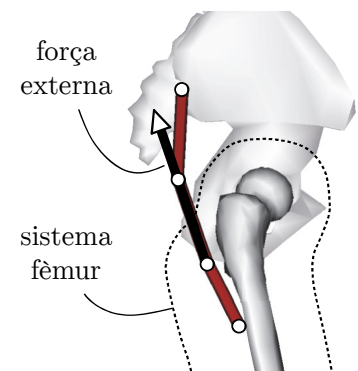


Figura 6.5. Sistema fèmur amb el gluti màxim. Font: autor.

6.4.2. Les components de la força

Per calcular les components de la força muscular aplicada al fèmur, primer s'ha de determinar la direcció d'aquesta. Fent ús del raonament de l'apartat anterior i amb l'ajuda de la Figura 6.5, és clar que la força muscular té la direcció del segment del múscul que es troba entre l'últim punt de pas que pertany al fèmur i el primer de l'altre os. Així que, mitjançant unes operacions entre vectors posició de diversos punts, es poden calcular les components en la base B_P del vector força.

Del model musculoesquelètic s'extreuen les coordenades dels punts de pas del fèmur P_F i de la pelvis P_P :

$$\{\mathbf{O}_P \mathbf{P}_P\}_{B_P} \quad \text{i} \quad \{\mathbf{O}_F \mathbf{P}_F\}_{B_F} \quad (6.23) \quad \text{i} \quad (6.24)$$



O_P i O_F són els orígens dels sistemes de referència de la pelvis i el fèmur respectivament, B_P i B_F les seves bases.

El vector que es vol trobar és el que va del punt de pas del fèmur al de la pelvis, expressat en la base fixa a la pelvis. L'expressió que permet trobar aquest vector és

$$\overline{\mathbf{P}_F \mathbf{P}_P} = \overline{\mathbf{O}_P \mathbf{P}_P} - (\overline{\mathbf{O}_P \mathbf{O}_F} + \overline{\mathbf{O}_F \mathbf{P}_F}) \quad (6.25)$$

Però per calcular les components en la base B_P s'han de realitzar un seguit de canvis de base fent servir les matrius descrites a l'apartat (6.3.3). Així que el càlcul que s'ha de fer per un múscul entre la pelvis i el fèmur és:

$$\{\overline{\mathbf{P}_F \mathbf{P}_P}\}_{BP} = \{\overline{\mathbf{O}_P \mathbf{P}_P}\}_{BP} - \left(\{\overline{\mathbf{O}_P \mathbf{O}_F}\}_{BP} + [\mathbf{M}_{BP}^{BF}] \{\overline{\mathbf{O}_F \mathbf{P}_F}\}_{BF} \right) \quad (6.26)$$

On \mathbf{M}_{BP}^{BF} és la matriu de canvi de base per obtenir el vector en la base B_P fixa a la pelvis, calculada a l'apartat (6.3.3).

El vector força muscular aplicat al fèmur expressat amb la base B_P fixa a la pelvis és

$$\{\mathbf{F}_m\}_{BP} = F_m \frac{\{\overline{\mathbf{P}_F \mathbf{P}_P}\}_{BP}}{|\overline{\mathbf{P}_F \mathbf{P}_P}|} \quad (6.27)$$

On F_m és el valor de la força muscular obtinguda en el procés d'optimització estàtica amb el programari OpenSim.

Per últim, hi ha un altre conjunt de grups musculars que van des *del fèmur a la tibia*. El raonament utilitzat per determinar el punt d'aplicació de la força muscular sobre el fèmur, la direcció del vector i les components en la base B_P fixa a la pelvis, és el mateix que pels grups musculars que van del fèmur a la pelvis. Així que les expressions que condueixen a les components del vector força \mathbf{F}_m és

$$\{\mathbf{F}_m\}_{BP} = F_m \frac{\{\overline{\mathbf{P}_F \mathbf{P}_{Ti}}\}_{BP}}{|\overline{\mathbf{P}_F \mathbf{P}_{Ti}}|} \quad (6.28)$$

$$\{\overline{\mathbf{P}_F \mathbf{P}_{Ti}}\}_{BP} = [\mathbf{M}_{BP}^{BF}] \left[\left(\{\overline{\mathbf{O}_F \mathbf{O}_{Ti}}\}_{BF} + [\mathbf{M}_{BF}^{BTi}] \{\overline{\mathbf{O}_{Ti} \mathbf{P}_{Ti}}\}_{BTi} \right) - \{\overline{\mathbf{O}_F \mathbf{P}_F}\}_{BF} \right] \quad (6.29)$$

El punt O_{Ti} és l'origen del sistema de referència del segment de la tibia, que coincideix amb el *centre de l'articulació del genoll*, el punt K de la Figura 6.1. I el punt P_{Ti} és l'últim punt de pas del múscul que pertany a la tibia. El vector $\overline{\mathbf{O}_{Ti} \mathbf{P}_{Ti}}$ s'obté del model i està expressat en la base B_{Ti} (1''-2''-3'') fixa a la tibia (veure la Figura 6.1). La matriu \mathbf{M}_{BF}^{BTi} canvia el vector a la base B_F fixa al fèmur.



6.5. Torsor d'enllaç al genoll

Per últim, s'han d'aplicar les forces sobre el fèmur provinents de la tibia per mitjà de l'articulació del genoll. El torsor de les forces d'enllaç inclou un vector força $\mathbf{F}_{Ti \rightarrow F}$ i un vector moment $\mathbf{M}_{Ti \rightarrow F}(\mathbf{K})$ aplicats al punt \mathbf{K} del fèmur (veure la figura 6.1). Del model musculoesquelètic s'extreuen les components d'aquests vectors en la base B_F fixa al fèmur. Així que, és necessari canviar-lo de base perquè es puguin introduir les components en la base B_P fixa a la pelvis, utilitzada al model d'elements finits:

$$\{\mathbf{F}_{Ti \rightarrow F}\}_{BP} = [\mathbf{M}_{BP}^{BF}] \{\mathbf{F}_{Ti \rightarrow F}\}_{BF} \quad (6.30)$$

$$\{\mathbf{M}_{Ti \rightarrow F}(\mathbf{K})\}_{BP} = [\mathbf{M}_{BP}^{BF}] \{\mathbf{M}_{Ti \rightarrow F}(\mathbf{K})\}_{BF} \quad (6.31)$$

La força s'aplica a un conjunt de 50 nodes situats a la part inferior del fèmur, és per això que les components de la força aplicada sobre cada un tenen un valor petit. Però, pel que fa als moments, una limitació que presenta el model d'elements finits és que no es poden aplicar moments sobre els nodes, perquè no disposen d'aquest grau de llibertat. Per això, s'ha de calcular un *parell de forces* que generin el moment a l'articulació. Cal dir que només s'ha calculat el parell que genera la primera component del moment M_1 , perquè resulta ser la més gran.

El parell de forces són dues forces del mateix valor en la direcció 2 però en sentits oposats, aplicades sobre dos nodes A i B separats una distància $d = 63,5$ mm al llarg de l'eix 3 de la base B_P (veure la Figura 6.6). L'expressió utilitzada per calcular el valor d'aquestes forces és:

$$F_A = -F_B = \frac{M_1}{d} 1000 \quad (6.32)$$

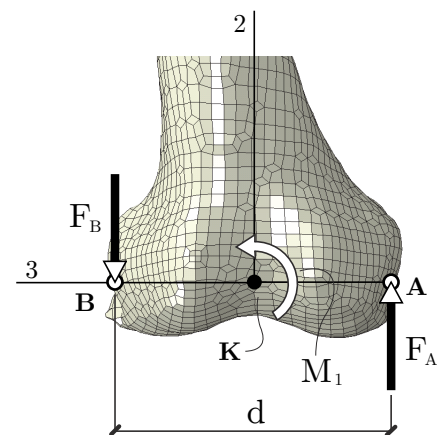


Figura 6.6. Moment al genoll.



6.6. Tractament de les dades

En aquest darrer apartat es mostra el procés que s'ha seguit per obtenir les dades del model musculoesquelètic mitjançant el programari OpenSim i calcular les condicions de contorn del model d'elements finits. Tot això gràcies a l'elaboració d'un full de càlcul dissenyat per realitzar les operacions descrites en aquest capítol.

6.6.1. OpenSim: *Analyze Tool*

Una vegada s'ha realitzat el càlcul de dinàmica inversa i s'han obtingut les forces musculars, s'ha d'utilitzar l'eina de l'OpenSim *Analyze* per obtenir les dades que es desitgen. Gràcies a ella s'extreuen els següents valors de cinemàtic i de força:

- Les coordenades angulars ψ_P , θ_P i ϕ_P [rad] de la pelvis respecte el terra
- Les coordenades angulars ψ_F , θ_F i ϕ_F [rad] del fèmur respecte la pelvis
- L'angle de l'articulació del genoll ϕ_{Ti} [rad]
- Les components del vector posició [m] del centre de l'articulació del maluc expressat amb el sistema de referència fix al terra amb eixos X-Y-Z.
- Les components de la força articular [N] que el fèmur rep al genoll amb la base B_P .

Per tal de poder calcular les successives derivades, s'han d'obtenir els valors, tant de les coordenades angulars com del vector posició, en els instants de temps t , $t+1$ i $t-1$. L'instant t és el que té interès de ser estudiat i simulat mitjançant amb el model d'elements finits.

Per utilitzar l'eina *Analyze* s'han d'haver completat prèviament els càlculs de *cinemàtica inversa* i *optimització estàtica* descrits al capítol 4. A la Figura 6.7 es mostra un diagrama que descriu el flux de treball de l'eina i el arxius amb els que tracta.

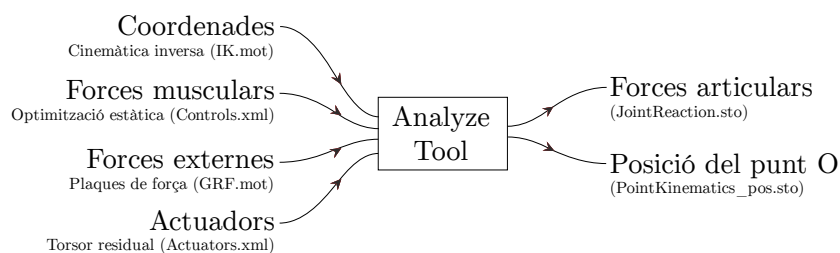


Figura 6.7. Diagrama d'entrades i sortides de l'eina *analyze*.



El formulari que proporciona l'OpenSim per introduir les dades consta de 3 parts: *Main Settings*, *Actuators and External Loads* i *Analyses*. Els dos primers permeten configurar les dades d'entrada i el tercer, les dades de sortida. A les Figures 6.8 i 6.9 s'indica on s'han d'introduir les rutes dels arxius esmentats a dalt en el formulari de configuració de l'eina.

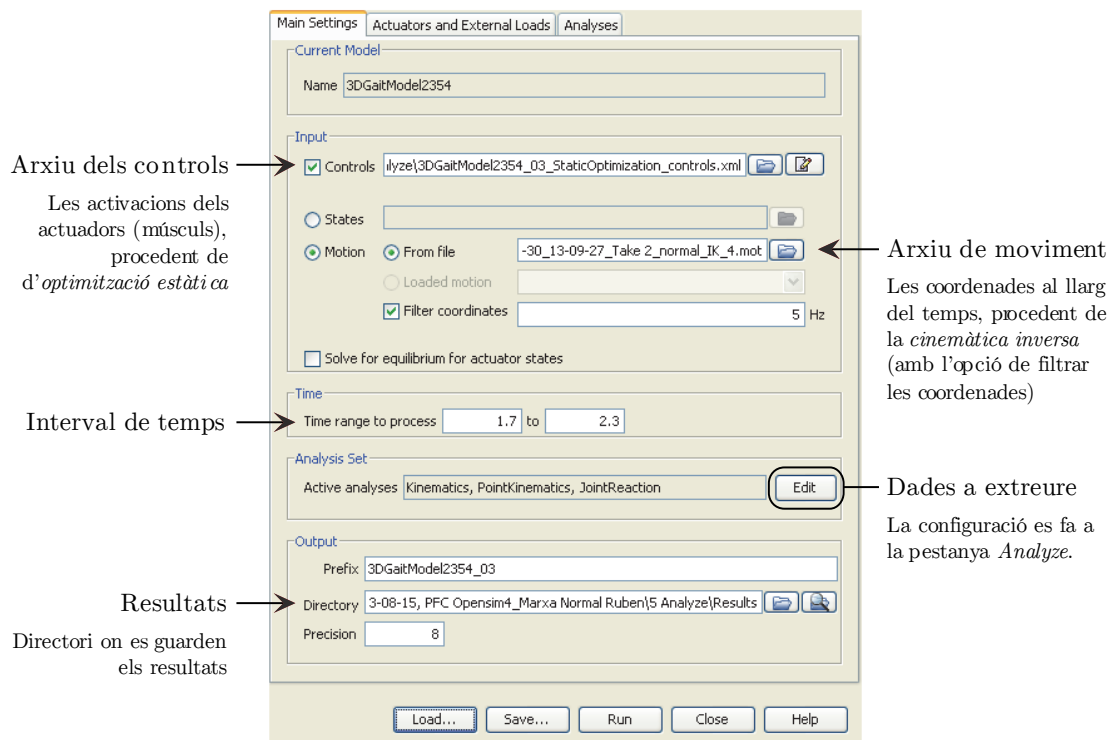


Figura 6.8. Configuració principal de l'eina *Analyze*.

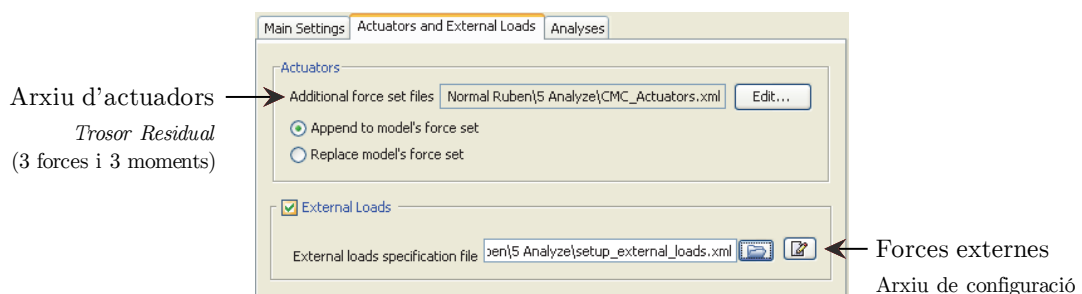


Figura 6.9. Configuració dels actuadors i forces externes de l'eina *Analyze*.

La configuració de les dades de sortida a la part *Analyses* es mostra a les figures 6.10, 6.12 i 6.13.



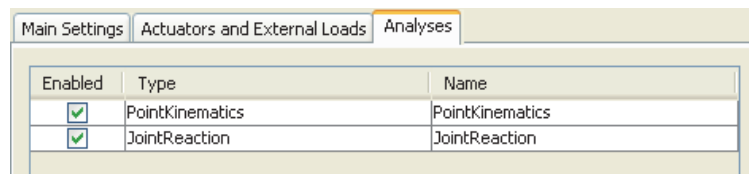


Figura 6.10. Dades que es volen extreure.

Name	Value	Description
PointKinematics	PointKinematics	
on	<input checked="" type="checkbox"/>	Flag (true or false) specifying w...
start_time	1.7	Start time.
end_time	2.3	End time.
step_interval	1	Specifies how often to store res...
in_degrees	<input type="checkbox"/>	Flag (true or false) indicating w...
body_name	femur_r	
relative_to_body_name	ground	
point_name	O	
point	(0 0 0)	

Figura 6.11. Configuració de les dades de posició del punt O.

Name	Value	Description
JointReaction	JointReaction	
on	<input checked="" type="checkbox"/>	Flag (true or false) specifying wh...
start_time	1.7	Start time.
end_time	2.3	End time.
step_interval	1	Specifies how often to store resul...
in_degrees	<input type="checkbox"/>	Flag (true or false) indicating whe...
forces_file	C:\Users\Albe...	The name of a file containing forc...
joint_names	+ (knee_r)	Names of the joints on which to p...
apply_on_bodies	+ (parent)	Choice of body (parent or child) f...
express_in_frame	+ (parent)	Choice of frame (ground, parent,...

Figura 6.12. Configuració de les dades de força articular al genoll.



6.6.2. El full de càlcul

El full de càlcul realitzat amb Microsoft Excel –s’adjunta a l’Annex A del CD– consta de 4 pàgines, a la primera s’introdueixen les dades del programari OpenSim, a la última es presenten els resultats dels càlculs per a introduir-los com a condicions de contorn del model d’elements finits, i les altres dues és on es realitzen els càlculs.

A la primera pàgina, anomenada *input*, es troben taules a mode de formulari com la que mostra la Taula 6.1 per facilitar la introducció de les dades.

Orientació del fèmur respecte la pelvis			
Instant	Orientació [rad]		
	flexion (ψ)	adduction (θ)	rotation (ϕ)
t-1	-0.1291	0.0321	-0.1031
t	-0.1393	0.0321	-0.1014
t+1	-0.1493	0.0323	-0.0997

Taula 6.1. Introducció de dades (taula amb el format i els colors del full de càlcul).

La segona pàgina, anomenada *cinemàtica*, és l’encarregada de calcular tot el que està relacionat amb les velocitats, acceleracions i matrius de canvi de base. És aquí on s’han aplicat els càlculs dels que s’ha parlat en aquest capítol. Tot seguit es mostra la metodologia emprada per al càlcul de l’acceleració d’arrossegament d’un punt del fèmur:

$$\mathbf{a}_{ar}(P) = \mathbf{a}_T(O_{PEL}) + \boldsymbol{\alpha}_T^P \wedge \overline{OP} + \boldsymbol{\Omega}_T^P \wedge (\boldsymbol{\Omega}_T^P \wedge \overline{OP}) \quad (6.33)$$

El primer pas és calcular l’acceleració del centre de l’articulació O_{PEL} respecte la referència terra, expressat amb la base B_T i obtinguda fent els increments entre els successius instants de temps t , $t+1$ i $t-1$. I posteriorment, canviar el vector a la base B_P fixa a la pelvis.

$$\mathbf{a}_T(O_{PEL}) = [\mathbf{M}_{BP}^{BT}] \frac{[\mathbf{x}(t+1) - \mathbf{x}(t)] - [\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t-1)]}{\Delta t^2} \quad (6.34)$$

On $\mathbf{x}(t)$ és el vector posició del punt O des de la referència terra a l’instant t , Δt és el període de mostratge –igual a 0,01 s– i \mathbf{M}_{BP}^{BT} és la matriu de canvi de base per passar de la base B_T fixa al terra a la base B_P fixa a la pelvis, que és la transposada de \mathbf{M}_{BT}^{BP} calculada a partir les expressions de l’apartat (6.3.3) amb els valors dels angles d’Euler que orienten la base B_P respecte la B_T .



El següent pas és calcular les components de la velocitat i l'acceleració angulars a partir dels valors de les coordenades angulars i les seves derivades temporals, obtingudes com les diferències finites:

$$\dot{\Psi} = \frac{\Psi(t+1) - \Psi(t)}{\Delta t} \quad \ddot{\Psi} = \frac{[\Psi(t+1) - \Psi(t)] - [\Psi(t) - \Psi(t-1)]}{\Delta t^2} \quad (6.35) \text{ i } (6.36)$$

Amb aquests valors es calculen les components de $\boldsymbol{\Omega}_T^P$ i $\boldsymbol{\alpha}_T^P$ en la base fixa al terra utilitzant les equacions de velocitat i acceleració angulars d'una rotació descrita per mitjà dels Angles d'Euler descrites a l'apartat (6.3.4). A continuació es calculen les components dels vectors en la base B_P per mitjà de la matriu de canvi de base.

$$\{\boldsymbol{\Omega}_T^P\}_{BP} = [M_{BP}^{BT}] \{\boldsymbol{\Omega}_T^P\}_{BT} \quad \{\boldsymbol{\alpha}_T^P\}_{BP} = [M_{BP}^{BT}] \{\boldsymbol{\alpha}_T^P\}_{BT} \quad (6.37) \text{ i } (6.38)$$

Finalment, cal calcular els productes vectorials amb la velocitat i l'acceleració angulars, on es fa ús de les matrius del producte vectorial presentades a l'apartat (6.3.4). Per un sol vectorial com es el cas del de $\boldsymbol{\alpha}_T^P$, el resultat és:

$$\{\boldsymbol{\alpha}_T^P \wedge \overline{\mathbf{OP}}\}_{BP} = [\boldsymbol{\alpha}_T^P \wedge] \{\overline{\mathbf{OP}}\}_{BP} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_3 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & 0 & -\alpha_1 \\ -\alpha_2 & \alpha_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}_{BP} \quad (6.39)$$

I el doble producte vectorial amb $\boldsymbol{\Omega}_T^P$ és:

$$\{\boldsymbol{\Omega}_T^P \wedge (\boldsymbol{\Omega}_T^P \wedge \overline{\mathbf{OP}})\}_{BP} = [\boldsymbol{\Omega}_T^P \wedge][\boldsymbol{\Omega}_T^P \wedge] \{\overline{\mathbf{OP}}\}_{BP} = \begin{bmatrix} -\Omega_2^2 - \Omega_3^2 & \Omega_1\Omega_2 & \Omega_1\Omega_3 \\ & -\Omega_1^2 - \Omega_3^2 & \Omega_2\Omega_3 \\ (sim) & & -\Omega_1^2 - \Omega_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}_{BP} \quad (6.40)$$

Un cop es té calculada l'acceleració respecte el terra d'un punt en genèric a partir de les altres acceleracions, la força volumètrica $\tilde{\mathbf{B}}$ es calcula amb la densitat ρ de l'os:

$$\tilde{\mathbf{B}} = \rho \tilde{\mathbf{b}} = \rho(\mathbf{g} - \mathbf{a}_T(P)) = [\mathbf{A}] \cdot \{\overline{\mathbf{OP}}\}_{BP} + \mathbf{b}_1 \quad (6.41)$$

Cal tenir en compte que les unitats de $\tilde{\mathbf{B}}$ han de ser $N \cdot mm^{-3}$. Per tant, les unitats de l'acceleració han de ser $m \cdot s^{-2}$ i les de la densitat, $kg \cdot mm^{-3}$. A més, com que les unitats de distància en el model d'elements finits estan en mm, com les components del vector $\overline{\mathbf{OP}}$, la matriu \mathbf{A} s'ha de calcular com:

$$\mathbf{A} = \rho [\mathbf{a} \wedge] 10^{-3} \quad (6.42)$$



On ρ és la densitat en $\text{kg}\cdot\text{mm}^{-3}$ i $[\mathbf{a} \wedge]$ en s^{-2} és la matriu que multiplica el vector posició $\overline{\mathbf{OP}}$ i que prové de les matrius del producte vectorial amb les velocitats i acceleracions angulars. El valor de 10^{-3} s'ha d'afegir per compensar el fet que les components de $\overline{\mathbf{OP}}$ estan en mm.





Capítol 7

Resultats i discussió

En aquest darrer capítol es mostren els resultats de *pressió hidrostàtica* al cartílag, obtinguts amb el model d'elements finits, així com *dades de cinemàtica i força* calculades amb el model de sòlids rígids mitjançant la dinàmica inversa. Per comprovar la validesa dels resultats, es comparen amb una referència, a més de fer-ne una valoració crítica.

7.1. Dinàmica inversa

Les dades de posició i força obtingudes durant la marxa del subjecte al laboratori de biomecànica de l'ETSEIB (Capítol 3), s'han introduït al programari OpenSim per reproduir el moviment i obtenir els valors de força muscular i articular en el model musculoesquelètic de sòlids rígids (Capítol 4). La captura de dades té una duració de 2,90s, però el període en el que es pot realitzar el càlcul de dinàmica inversa és des de l'instant $t=1s$ fins al $t=2s$. Això és degut a que entre aquests dos instants no hi ha cap peu en contacte amb el terra –sí en contacte amb les plaques de força– i, per tant, totes les forces externes al sistema són conegudes.

7.1.1. Cinemàtica inversa

Les següents figures mostren l'evolució temporal d'algunes coordenades del model al llarg de tota la captura. La Figura 7.1 correspon a l'angle de flexió ($\psi_F > 0$) de l'articulació del maluc dreta, al llarg de tota la captura, i els valors de la Figura 7.2 corresponen als calculats per Vaughan et al. [23]. Les finestres temporals que es mostren en cada cas, no guarden cap relació, només es manté l'escala temporal per poder comparar els resultats.



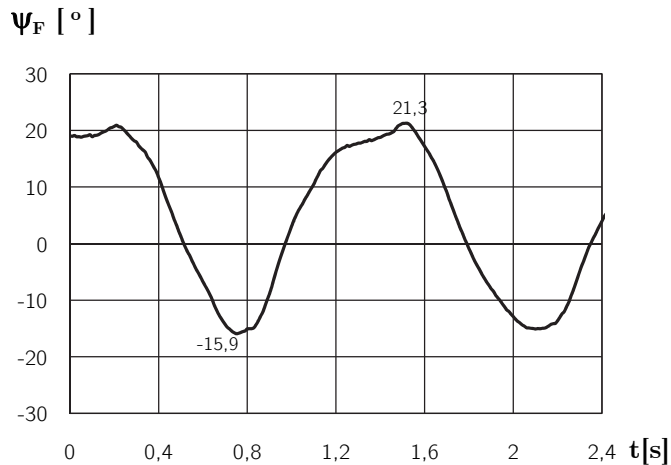


Figura 7.1. Angle de flexió del maluc calculat.

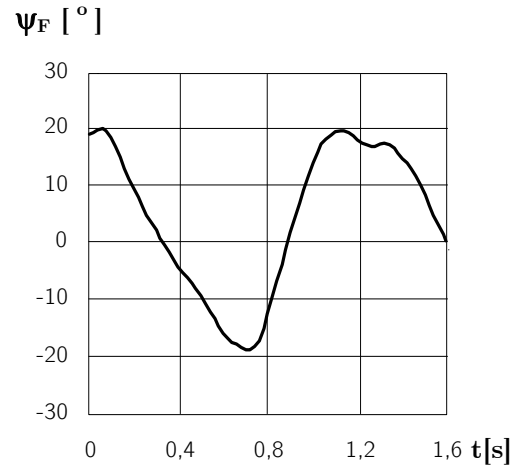


Figura 7.2. Referència per a l'angle de flexió del maluc. Font: Vaughan et al. [23].

El valors màxim ($21,3^\circ$) i mínim ($-15,9^\circ$) de l'angle calculat no són exactament simètrics respecte el zero, però es pot observar que la forma és semblant a la referència.

7.1.2. Torsor residual

Abans de realitzar el càlcul de les forces musculars, s'han calculat els parells articulars gràcies a la dinàmica inversa. També s'ha obtingut el valor de les components del torsor residual al llarg del temps. Com es pot veure a la Figura 7.3, l'interval de temps on el torsor residual és mínim correspon als instants en que el subjecte no té contacte amb el terra, només amb les plaques.

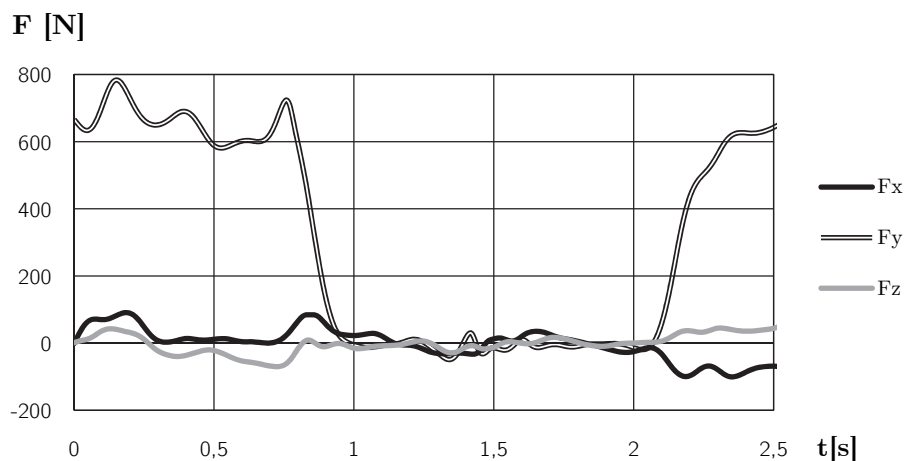


Figura 7.3. Components de la força del torsor residual.

L'interval escollit està comprès entre els instants $t=1s$ i $t=2s$. Es pot comprovar que el valor màxim de les components de la força en aquest interval no supera els 50N que correspon a un 7,5% del pes del subjecte (Figura 7.4).



En els instants en que el subjecte només té contacte amb les plaques, es tenen dades de posició i força, per tant, de forma ideal, el torsor residual hauria de ser zero. Així que el torsor residual es pot considerar l'error conjunt degut a la mesura de la posició dels marcadors i de les forces de contacte peuterra.

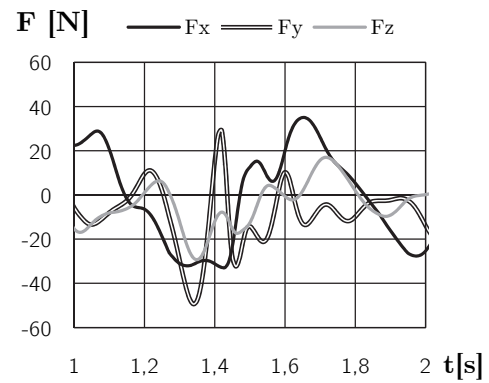


Figura 7.4. Força del torsor residual durant el contacte amb les plaques.

7.1.3. Forces musculars

A la Figura 7.5, es mostren els valors de la força dels músculs que intervenen en la flexió i l'extensió de l'articulació del maluc. A més, aquests valors es relacionen amb el parell articular de la mateixa coordenada ψ_F .

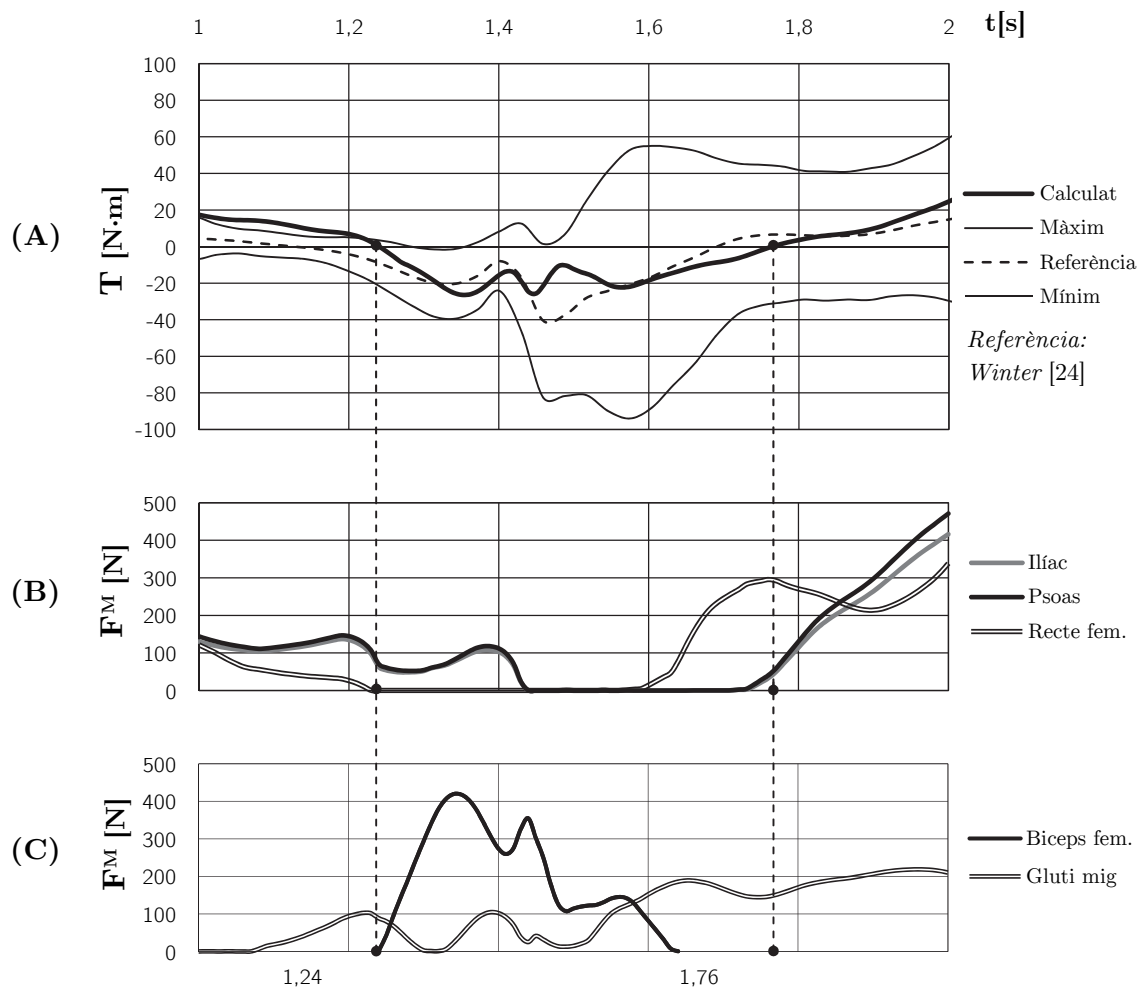


Figura 7.5. Parell articular ψ_F (A) de la flexió del maluc de la cama dreta, comparat amb les forces dels músculs de flexió (B) i extensió (C).



Com es pot observar, als instants ($t < 1,24s$ i $t > 1,76s$) en que el parell articular (Figura 7.5.A) pren valors positius, la força dels músculs que contribueixen a la *flexió del maluc* (Figura 7.5.B) és superior a la dels músculs de l'*extensió del maluc* (Figura 7.5.C). D'altra banda, als instants ($1,24s < t < 1,76s$) succeeix el contrari.

7.1.4. Forces articulars

La Figura 7.6 mostra l'evolució del mòdul de la força articular al maluc.

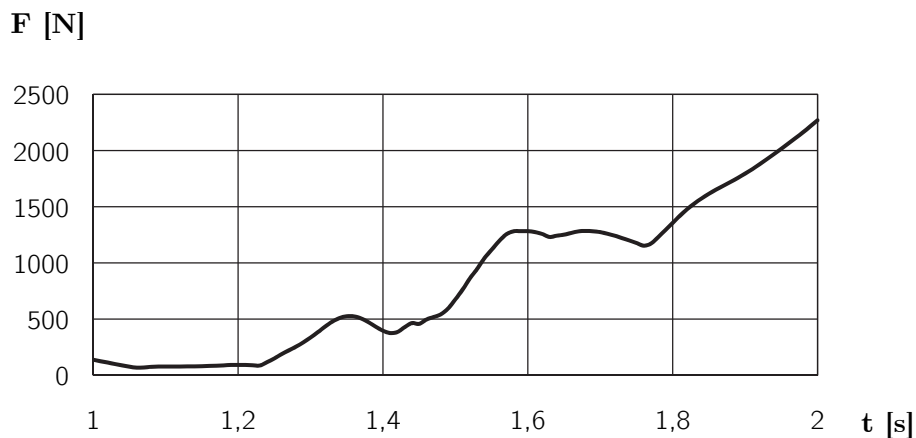


Figura 7.6. Mòdul de la força articular al maluc.

La simulació del model d'elements finits correspon a l'instant $t=1,9$ ja que és aquell que presenta una càrrega més elevada a l'articulació del maluc dins de l'interval.

7.2. Pressió hidrostàtica al cartílag

S'han realitzat diverses simulacions amb el model d'elements finits (Capítol 5) i les condicions de contorn calculades a partir de les dades obtingudes de la dinàmica inversa (Capítol 6). Per a cada una, s'han variat els paràmetres del *mètode penalty* de contacte: la *rigidesa de penalty* k_L i la *separació inicial* C_0 (apartat 5.4). A la Taula 7.1 es mostra la distribució de la pressió hidrostàtica als cartíl·lags femoral i acetabular, el valor màxim en cada cas, així com el valor de les constants del mètode de contacte utilitzades a la simulació. Aquests es comparen amb les referències de Sánchez et al. [10] i Anderson et al. [21].



k_L ($N \cdot mm^{-1}$)	C_0 (mm)	Pressió al cartílag acetabular (MPa)	Pressió al cartílag femoral (MPa)
4	0,6	3,9	2,6
3,5	0,6	3,7	2,4
3	0,7	3,5	2,2
Referències			
[10]			
[21]		3,3 (màxima)	

Taula 7.1. Pressió hidrostàtica al cartílag articular en funció dels paràmetres del mètode de contacte (amb referències).



A la Figura 7.7 es mostra el valor de la pressió hidrostàtica màxim als cartílags (p_{\max}), en funció de la rigidesa de *penalty*. Com es pot observar, a mesura que es redueix la rigidesa, la pressió màxima disminueix.

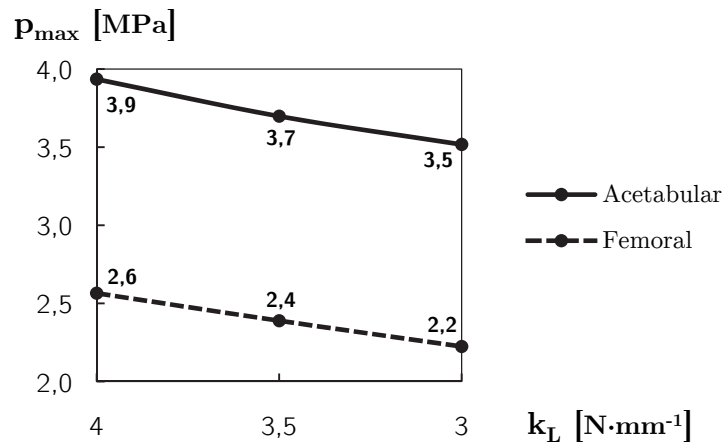


Figura 7.7. Pressió hidrostàtica màxima en funció de la rigidesa de *penalty*.

Aquesta relació té sentit degut a que el cartílag –generat a partir de la superfície de l'os, obtingut d'imatges mèdiques– té una superfície que no ha estat suavitzada i que, per tant, les regions que sobresurten més és on es concentra la pressió de contacte. El fet de reduir la *rigidesa de penalty* provoca un augment de la penetració dels nodes de la *superfície esclava* dins de la *superfície principal* (veure Figura 5.9), de manera que, el nombre de nodes que reben la força de contacte és superior. Aquest fet es tradueix en una major superfície de contacte, on es reparteix millor la pressió, disminuint així, la pressió màxima al cartílag.

Per aquesta raó, el resultat de pressió hidrostàtica que es considera més semblant a la realitat correspon a la simulació que es descriu a la Taula 7.2.

k_L ($N \cdot mm^{-1}$)	C_0 (mm)	Pressió màxima (MPa)	Referència* (MPa)
3	0,7	3,5	3,3

Taula 7.2. Valors definitius per la simulació.

(*)Valor experimental mesurat in vitro [21].

El valor de la pressió màxima obtinguda és un 6% superior al valor de referència. Així que si es reduís encara més el valor de la rigidesa de contacte, es podrien obtenir valors de pressió encara més propers als experimentals. En aquest cas, no s'ha pogut baixar per sota d'aquest valor de rigidesa a causa de problemes de convergència de la solució.



Capítol 8

Impacte socioeconòmic

Aquest projecte s'engloba en el camp de la *biomecànica computacional*, el qual té un paper cada dia més important en la pràctica de la medicina. La metodologia que s'ha utilitzat aquí per realitzar una anàlisi multi-escala pot ser implementada en eines i processos clínics més complexos. Els quals podrien ajudar a la visualització 'in vivo' de dades biomecàniques de l'articulació del maluc als metges i altres especialistes sanitaris, de cara a ajudar amb la diagnosi, el tractament i, fins i tot, la prevenció de malalties relacionades amb aquesta articulació.

8.1.L'artrosi a la societat

La coxartrosi –l'artrosi de l'articulació del maluc–, juntament amb l'artrosi d'altres articulacions com el genoll o la columna vertebral, així com la resta de problemes reumàtics, constitueixen els problemes de salut crònics de major incidència a la societat (16,4%), seguit per la hipertensió arterial (12,3%) i la mala circulació (11,1%) [25]. L'artrosi és una malaltia degenerativa que acostuma aparèixer amb l'edat, de fet es considera que el 70% de la població major de 50 anys té signes d'artrosi a alguna articulació.

Per tant, degut a un constant envelliment de la població, un avenç en la prevenció o el tractament de la coxartrosi –i l'artrosi en general– milloraria la qualitat de vida i permetria reduir la despesa pública que comporta. Concretament, l'estimació dels costos directes i indirectes de les malalties reumàtiques, on hi predomina l'artrosi, constitueixen el 10,4% de la inversió sanitària (67.500M€ a Espanya el 2011) [25]. Una xifra molt similar a la corresponent al càncer (11,6%), només superada per les malalties cardiovasculars (21,3%) i els traumatismes (13,9%).



8.2. Impacte a la medicina

La projecció de futur d'aquest projecte és la creació d'una *eina clínica* que faci ús de les Tecnologies de la Informació i la Comunicació per ajudar als especialistes sanitaris amb la diagnosi i el tractament de les malalties relacionades amb l'articulació del maluc.

8.2.1. Procés d'implantació de l'eina

La previsió de les taques a realitzar per al disseny i la implantació d'una eina amb les característiques descrites es mostra a la Figura 8.1.

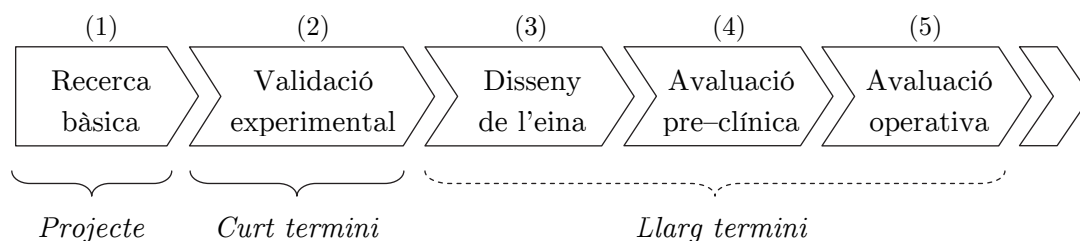


Figura 8.1. Desenvolupament d'una eina

La *recerca bàsica* (1) correspon a les bases científiques i càlculs necessaris per obtenir les dades mèdiques desitjades, en essència, el que s'ha fet en aquest projecte. La *validació experimental* (2) és realitzarà per comprovar que aquestes dades es poden obtenir en condicions experimentals controlades. A llarg termini es podrien preveure un seguit de tasques (3) (4) (5) per tal de dissenyar i implementar l'eina per al seu ús en centres clínics.



8.3. Pressupost del projecte

Per la realització d'aquest projecte s'han invertit un total d'hores amb diversos conceptes. A la Taula 8.1 es detallen les hores invertides en el projecte, amb el cost horari corresponent.

Concepte	Temps [h]	Cost horari [€/h]	Cost [€]
Laboratori de Biomecànica	20	100,00	2000
+ amortització			
+ consumibles			
Treball de l'enginyer	300	9,78	2.934
Sou		8,00	
Cost estructural		1,71	
Amortització ordinador (600€ en 4 anys)		0,07	
Simulació amb el programari Abaqus*	150	2,33	350
Llicència (2.977€/any)		1,43	
Amortització configuració (7.469€ en 4 anys)		0,90	
Total			5.284

Taula 8.1. Pressupost del projecte.

(*) Cost de sistema de càlcul computacional no estimable

Per als costos anuals i les amortitzacions, s'han considerat 260 dies per any i 8 hores per jornada. El sou correspon a un enginyer sense experiència. El cost estimat del projecte és de 5.284 €.





Conclusions

En aquest treball s'ha realitzat una anàlisi *multi-escala* de la biomecànica de l'articulació del maluc per obtenir la pressió hidrostàtica al cartílag articular en un instant d'un moviment enregistrat al laboratori de Biomecànica de la ETSEIB. Els resultats obtinguts s'han pogut comparar amb altres estudis i així, validar el mètode proposat aquí.

El valor màxim de pressió hidrostàtica es veu incrementat degut a irregularitats en la geometria de la *superfície del cartílag*, donant lloc a punts de concentració de tensions. Així doncs, un punt a considerar en futurs estudis és modificar la superfície de contacte per tal de millorar la distribució de la pressió al cartílag. Malgrat això, en aquest estudi s'han pogut obtenir valors de pressió semblants als de la referència gràcies a la modificació dels paràmetres del *mètode penalty* de contacte.

A les *condicions de contorn* del model d'elements finits s'inclou la força volumètrica aplicada al fèmur corresponent al pes i a la força d'inèrcia de d'Alembert. Així que, en una simulació estàtica del model, el fet de considerar la distribució d'aquesta força d'inèrcia –calculada en un instant del moviment a partir de la dinàmica inversa–, permet emular el moviment de la cama enregistrat al laboratori. Per tant, aquesta *simulació estàtica equivalent* a un instant del moviment presenta uns resultats de tensió i deformació semblant al que s'obtidria en una simulació en moviment. Així es redueix el temps de càlcul i s'eviten problemes de convergència.

La idea és propagar la metodologia mutli-escala utilitzada en aquest treball, a posteriors estudis centrats en la mecànica de l'articulació del maluc. Un bon exemple és el cas de la *coxartrosi juvenil*, que ha esdevingut la principal motivació d'aquest projecte. Així doncs, tot realitzant variacions en la geometria del model d'elements finits, es podria determinar l'efecte que tenen diverses combinacions de valors dels *angles anatòmics* del maluc –considerats normals per a un subjecte sà– sobre els factors biomecànics que poden causar la malaltia.





Bibliografia

- [1] Duart, J., Del Río, J., Mönckeberg, J., Valentí, J.R. *Atrapamiento fémoro-acetabular anterior. Signos radiológicos en pacientes jóvenes diagnosticados de coxartrosis*. Revista Española de Cirugía Ortopédica y Traumatología, vol. 52, Apr. 2008, pp. 71-76.
- [2] Bergmann, G. *Hip joint loading during walking and running, measured in two patients*. 1993.4.1.
- [3] Dalstra, M., Huiskes, R. *Load transfer across the pelvic bone*. Journal of biomechanics, vol. 28, Jun. 1995, pp. 715-24.
- [4] Ding, M., Dalstra, M., Linde, F., Hvid, I. *Mechanical properties of the normal human tibial cartilage-bone complex in relation to age*. Clinical biomechanics (Bristol, Avon), vol. 13, Jun. 1998, pp. 351-358.
- [5] Bergmann, G., Deuretzbacher, G., Heller, M., Graichen, F., Rohlmann, A., Strauss, J., Duda, G.N. *Hip contact forces and gait patterns from routine activities*. Journal of biomechanics, vol. 34, Jul. 2001, pp. 859-71.
- [6] Tai, C. *Finite element analysis of the cervico-trochanteric stemless femoral prosthesis*. Clinical Biomechanics, vol. 18, Jul. 2003, p. S53-S58.
- [7] Yoshida, H., Faust, A., Wilckens, J., Kitagawa, M., Fetto, J., Chao, E.Y.-S. *Three-dimensional dynamic hip contact area and pressure distribution during activities of daily living*. Journal of biomechanics, vol. 39, Jan. 2006, pp. 1996-2004.
- [8] Anderson, A.E., Ellis, B.J., Maas, S.A., Peters, C.L., Weiss, J.A. *Validation of finite element predictions of cartilage contact pressure in the human hip joint*. Journal of biomechanical engineering, vol. 130, Oct. 2008, p. 051008.
- [9] Anderson, A.E., Ellis B.J., A Maas, S., A Weiss, J. *Effects of idealized joint geometry on finite element predictions of cartilage contact stresses in the hip*. Journal of biomechanics, vol. 43, May. 2010, pp. 1351-7.
- [10] Sanchez Egea, A.J., Valera, M., Parraga Quiroga, J.M., Proubasta, I., Noailly, J., Lacroix, D. *The effect of hip anatomical variations on the cartilage stresses may induce primary hip arthritis*. Journal of Orthopedic research, Dic. 2012, jor-12-0895.
- [11] OPENSIM. *The Simulation Toolkit*. [<http://simtk.org/home/opensim>]



- [12] ARENA. DBA OptiTrack, NaturalPoint, Inc., © 2013.
[<http://www.naturalpoint.com/optitrack/products/arena>]
- [13] MOKKA. Biomechanical ToolKit. [<http://code.google.com/p/b-tk>]
- [14] Delp, S.L., Loan, J.P., Hoy, M.G., Zajac, F.E., Topp, E.L., Rosen, J.M. *An interactive graphics-based model of the lower extremity to study orthopaedic surgical procedures*. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 37, pp. 757-767, 1990.
- [15] Yamaguchi, G.T., Zajac, F.E. *A planar model of the knee joint to characterize the knee extensor mechanism*. Journal of Biomechanical Engineering. vol. 21. pp. 1-10, 1989.
- [16] Anderson, F.C., Pandy, M.G. *A dynamic optimization solution for vertical jumping in three dimensions*. Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering 2:201-231, 1999.
- [17] Anderson, F.C., Pandy, M.G. *Dynamic optimization of human walking*. Journal of Biomechanical Engineering 123:381-390, 2001.
- [18] Thelen, D.G. *Adjustment of muscle mechanics model parameters to simulate dynamic contractions in older adults*. ASME Journal of Biomechanical Engineering, 125(1):70-77, 2003.
- [19] VAKHUM. Virtual Animation of the Kinematics of the Human.
[<http://www.ulb.ac.be/project/vakhum>]
- [20] Buchler, P., Ramaniraka, N.A., Rakotomanana, L.R., Iannotti, J.P., Farron, A. *A Finite Element Model of the Shoulder: Application to the Comparison of Normal and Osteoarthritic Joints*. Clin Biomech (Bristol, Avon) 2002; 17:630-9.
- [21] Anderson, A.E., Ellis, B.J., Maas, S.A., Peters, C.L., Weiss, JA. *Validation of Finite Element Predictions of Cartilage Contact Pressure in the Human Hip Joint*. Department of Orthopedics, University of Utah, 2008 October; 130(5): 051008.
- [22] Hewitt, J.D., Glisson, R.R., Guilak, F., Vail, T.P. *The mechanical properties of the human hip capsule ligaments*. The Journal of Arthroplasty, vol. 17, Jan. 2002, pp. 82-89.
- [23] Vaughan, C.L., Davis, B.L., O'Connor, J.C. *Dynamics of Human Gait*. South Africa, Kiboho Publishers, 1992, P.O. Box 769.
- [24] Winter, D.A. *Biomechanics and Motor Control of Human Movement*. Waterloo, Canada, 2005.
- [25] Rodés, J., Piqué, J.M., Trilla, A. *Libro de la Salud del Hospital Clínic de Barcelona y la Fundación BBVA*. Bilbao, Fundación BBVA, 2007, 784 p.

