



Escola d'Enginyeria de Telecomunicació i
Aeroespacial de Castelldefels

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

TRABAJO FINAL DE CARRERA

TÍTULO DEL TFC: Simulación numérica de la dinámica de un velero

**TITULACIÓN: Ingeniería Técnica Aeronáutica, especialidad
Aeronavegación**

**AUTORES: Eduard Ferrer Font
Alejandra Lorenzo Mora**

DIRECTOR: Fernando Pablo Mellibovsky Elstein

FECHA: 25 de Octubre de 2012

Título: Simulación numérica de la dinámica de un velero

Autores: Eduard Ferrer Font
Alejandra Lorenzo Mora

Director: Fernando Pablo Mellibovsky Elstein

Fecha: 25 de Octubre de 2012

Resumen

El objetivo de este trabajo es crear una herramienta de simulación de la dinámica de un velero sencilla y genérica, de distribución libre, ideada siguiendo las premisas del paradigma *top-down*. Así pues, la característica más importante del programa, y la que merece una mayor atención, es la capacidad de englobar bajo una estructura común todos los parámetros que influyen en la simulación. La modelización de los parámetros ha quedado relevada a un segundo lugar centrándose en su coherencia y restando importancia a la exactitud o grado de fidelidad.

Se ha modelizado matemáticamente la respuesta, simplificada a 2D, de un velero sometido al viento, corrientes y comandos simplificados del navegante, y simulado numéricamente su evolución temporal. Los casos de estudio se han limitado a las situaciones en las que la fuerza propulsora del velero proviene de la sustentación generada por la interacción vela-viento. Como se verá más adelante la sustentación contribuye al empuje hacia adelante del velero cuando el viento aparente, el que percibe realmente el velero en contraposición al viento real, presenta un ángulo con respecto a la línea de crujía, situada en el plano de simetría del velero, menor a 110° . La simulación permite evaluar la estabilidad del conjunto en distintas condiciones y, mediante iteración, encontrar las velocidades máximas para cada rumbo, respecto al viento real, junto con la configuración de controles óptima.

Para la simulación se han modelizado en primer lugar los parámetros de entorno y las geometrías del velero así como los controles: ángulo de deflexión del timón y de la vela. A continuación, mediante aproximación por coeficientes adimensionales, se han modelizado las fuerzas y momentos aero e hidrodinámicos que actúan sobre el velero. Finalmente se ha programado el integrador, que trabaja con el resto de componentes para predecir el comportamiento futuro del velero.

Title: Simulación numérica de la dinámica de un velero

Authors: Eduard Ferrer Font
Alejandra Lorenzo Mora

Director: Fernando Pablo Mellibovsky Elstein

Date: October, 25th 2012

Overview

The aim of this project is to create a simulation tool of the dynamics of a simple and generic sailboat, freely distributed, thought by following the premises of the top-down paradigm. Thus, the most important feature of the program, which deserves the greatest care, is the ability to include, under a common structure, the totality of the parameters governing the simulation. The modelling parameters stay on the background since only its consistency has been considered, while accuracy has been despised.

The simplified two dimensional response of a sailboat submitted to wind, current and sailor commands, has been mathematically modeled and its temporal behavior simulated. The study cases have been limited to situations in which the driving force of the sailboat comes from the lift generated by the interaction wind-sail. As we'll see later in this text, lift contributes in thrust when the apparent wind, the relative velocity between wind and sailboat, has an angle with respect to the centerline, located at the symmetry plane, less than 110° . Our simulation allows a rough evaluation of the system stability in a set of different conditions and, by iteration, finding the greatest speeds for each course, with respect to the true wind, together with the optimum control setup.

For the simulation environment parameters, the geometries and controls of the sailboat, rudder and sheeting angle, are modeled first. Then by a coefficients approach, the aero and hydrodynamic forces and moments acting on the sailboat have been modeled. Finally the numeric integrator has been programmed; it works with the other components to predict the future behavior of the sailboat.

Dedicamos este trabajo a nuestras familias por el apoyo prestado en todo momento. También se merece su mención la sra. Anna por su espíritu crítico y por su interés. Finalmente se lo dedicamos a nuestro tutor Fernando por su ayuda y paciencia.

Índice

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS	2
1.1. Introducción	2
1.2. Ejes de referencia	2
1.3. El velero	3
1.3.1. Las velas	4
1.3.2. Los apéndices: quilla y timón	6
1.3.3. El casco	8
1.3.4. Los controles	8
1.4. El entorno	9
1.4.1. La velocidad aparente	9
CAPÍTULO 2. MODELIZACIÓN	10
2.1. Introducción	10
2.2. Parámetros	10
2.2.1. Velero	10
2.2.2. Fluido	11
2.3. Controles	11
2.4. Sistemas de referencia	11
2.5. Velocidades	12
2.6. Fuerzas	14
2.6.1. Coeficientes de fuerza	16
2.6.2. Análisis de fuerzas	17
2.7. Momentos	19
2.7.1. Coeficientes de momento	20
CAPÍTULO 3. MÉTODO DE INTEGRACIÓN	22
3.1. Introducción	22
3.2. Método de Euler	22
3.2.1. Descripción del método	22
3.3. Ecuaciones de integración	24
3.3.1. Planteamiento del sistema de ecuaciones	24
3.3.2. Aceleración	24
3.3.3. Formulación del sistema de ecuaciones	26
3.4. Aplicación del método	27

CAPÍTULO 4. IMPLEMENTACIÓN	29
4.1. Introducción	29
4.2. Requisitos	29
4.3. Arquitectura	30
4.3.1. Subsistemas funcionales	30
4.3.2. Clases	32
4.4. Orden de ejecución	33
4.5. Gestión de resultados	34
4.5.1. Módulos programados en Matlab.....	34
4.5.2. Programación en Geogebra	35
4.6. Mejoras de implementación	36
4.6.1. Interfaz gráfica.....	36
4.6.2. Paquete ejecutable.....	37
4.6.3. Importación y exportación de datos	37
4.6.4. Funciones adicionales.....	37
CAPÍTULO 5. RESULTADOS	39
5.1. Introducción	39
5.2. Análisis de estabilidad	39
5.2.1. Caso 1	39
5.2.2. Caso 2	43
5.2.3. Caso 3	48
5.2.4. Caso 4	52
5.2.5. Caso 5	56
5.2.6. Conclusiones genéricas	60
5.3. Análisis de velocidad óptimas	60
CONCLUSIONES	63
BIBLIOGRAFÍA	65
ANEXOS	66
ANEXO A	67
A.1. Modelo implementado	67
A.2. Glosario de términos náuticos	68

INTRODUCCIÓN

Actualmente la simulación de conjuntos mecánicos o procesos químicos, entre otros, es una herramienta fundamental para su estudio y optimización. Hoy en día su uso está cada vez más extendido, en entornos profesionales, debido al alto valor de los resultados extraíbles, que cada vez se ajustan más a la realidad. Así pues la gran mayoría de los simuladores existentes son programas cuya propiedad pertenece a empresas, generalmente de ingeniería, adaptados a sus necesidades concretas y fuera del alcance del público. En el sector náutico se utilizan simuladores para el diseño de las superficies sumergidas: casco, quillas, orzas, timones; para el diseño de sistemas propulsores: rotores, hélices, y para el diseño de las superficies en contacto con el aire; velas y jarcia.

A día de hoy las prestaciones de los ordenadores personales superan con creces las necesidades para ejecutar este tipo de programario, lo que facilita el paso hacia programas de simulación de alcance público. El sector académico ha dado el primer paso ofreciendo simuladores bajo licencias públicas. Sin embargo, la mayoría de estos programas, carecen de un marco coherente y se ofrecen como soluciones aisladas a problemas muy específicos.

El objetivo de este trabajo es la implementación de un código programado en C++, para simular la progresión temporal de la dinámica de un velero. Para la implementación se han tenido que modelizar los parámetros que intervienen en el comportamiento del barco.

En el primer capítulo se hace una introducción de los conceptos necesarios para poder llevar a cabo este proyecto. Se describen las partes del barco: velas, quilla, timón y casco; los ejes de referencia tomados y su relación; el entorno del velero y los parámetros de control.

En el segundo capítulo se incluye la modelización de todos los conceptos que se definen en el primero. También se explican las simplificaciones que se han tenido en cuenta para crear el modelo. Además se detalla el análisis de fuerzas y de momentos.

En el tercer capítulo se detalla el método de integración utilizado en la implementación. Primero se hace una definición del método y luego lo aplicamos al caso que estamos trabajando. Asimismo se incluyen los sumatorios de fuerzas y momentos en los que se aplica el método.

Durante el cuarto capítulo se explica la implementación realizada. Englobamos la arquitectura y funcionamiento del programa, como se ha efectuado la gestión de resultados y se incluye un apartado de mejoras que se podrían realizar a la solución alcanzada.

Finalmente el quinto capítulo incluye el análisis de los resultados extraídos del simulador. En este análisis se detalla la influencia de distintos parámetros del velero en su comportamiento dinámico. Además se representa la velocidad máxima del barco para distintas condiciones de viento, es decir la curva polar.

CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS

1.1. Introducción

Los veleros avanzan gracias a la interacción de sus superficies con el aire y el agua. El aire, actuando sobre la jarcia y velamen (aparejo), genera una fuerza aerodinámica propulsora, compensada en condiciones de equilibrio por la fuerza hidrodinámica aplicada en la parte sumergida de la embarcación.

Para facilitar al lector los fundamentos necesarios para comprender y evaluar los resultados de la simulación, se verá, en este capítulo, cuales son los principios básicos de navegación y la estructura tipo de un velero actual. Se tratarán las principales superficies que intervienen en la dinámica del velero (velas, quilla u orza, timón y casco), describiendo brevemente sus partes y función y detallando su efecto en la composición global de fuerzas y momentos.

1.2. Ejes de referencia

Para la comprensión del sistema dinámico y para el posterior modelizado y simulación, se hace indispensable establecer ejes de referencia.

En el trabajo se han utilizado dos sistemas de referencia distintos cuyos ejes cumplen: en el primer caso, son solidarios al velero y, en el segundo, son externos y arbitrarios. El punto de referencia del primero, sistema velero, se establece en el centro de gravedad de la embarcación. El punto de referencia del sistema externo carece de importancia en este estudio y se sitúa en un punto cualquiera del espacio. El origen de tiempos es para ambos sistemas el mismo y se toma para cada simulación como el instante inicial. En el trabajo se utilizan las unidades de medida del S.I., sin embargo, en la simulación se ha optado por permitir la entrada de algunas magnitudes en unidades del sistema anglosajón ya que son las más utilizadas en la náutica.

Los ejes solidarios al barco (x, y, z) se intersectan en su centro de gravedad. El eje x , es paralelo a la línea de crujía, siendo positivo hacia proa y negativo hacia popa. El eje y , es perpendicular al eje x , siendo su dirección paralela a la línea babor-estribor, es positivo hacia babor y negativo hacia estribor. El plano formado por los ejes x e y es paralelo al mar. Finalmente, el eje z , es perpendicular a los dos anteriores, por lo tanto vertical, definido como positivo hacia arriba y negativo hacia abajo. El sistema velero se representa en la figura 1.1.

Los ejes externos (X, Y, Z) son únicamente relevantes por las direcciones que establecen. Se define el eje X como una dirección arbitraria dentro de un plano paralelo al mar. El eje Y se encuentra en el mismo plano y es perpendicular al eje X . Finalmente el eje Z es perpendicular a los dos anteriores.

El sistema de referencia externo se toma como un sistema inercial, y el sistema

solidario al barco se considera no inercial. Esto es debido a que el segundo tiene un movimiento de rotación variable con respecto al primero. Así pues se relacionan con una velocidad de rotación.



Fig. 1.1 Representación de los ejes solidarios al velero barco. [1]

1.3. El velero

Se pueden distinguir claramente las partes que configuran un velero tipo. En la parte sumergida de cualquier velero encontramos el timón, superficie de control direccional, y la quilla u orza, que junto con el timón contribuye en la estabilización del barco en su derrota. En la interfase y actuando como estructura básica, soportando todas las demás, se encuentra el casco, del que se diferencia la parte sumergida (superficie mojada u obra viva) y la parte emergente (superficie seca u obra muerta). La superficie que cierra el casco por la parte superior es la cubierta, donde se anclan los componentes necesarios para el gobierno del aparejo. La arboladura, en veleros de aparejo *Bermuda*¹, está compuesta, en ceñida, por un mástil y una botavara, sostenidos por el conjunto de jarcias (cabos y cuerdas del barco). Existen dos tipos de jarcias: la jarcia firme, que generalmente permanece fija durante la navegación y la jarcia móvil que se utiliza para modificar la orientación del aparejo en navegación.

En la figura 1.2 que se muestra a continuación se han señalado algunas partes y componentes representativas de la fracción emergente del velero. Cabe destacar los componentes que conforman los controles modelizados en la simulación. Por un lado la maniobra de la vela mayor, que permite orientarla y está compuesta por el carro y la escota de mayor, por otro, la caña, solidaria al

¹ En el resto del texto se considerarán únicamente las particularidades de esta tipología de aparejo a menos que se indique lo contrario.

eje del timón, cuya deflexión produce un cambio en su actitud.

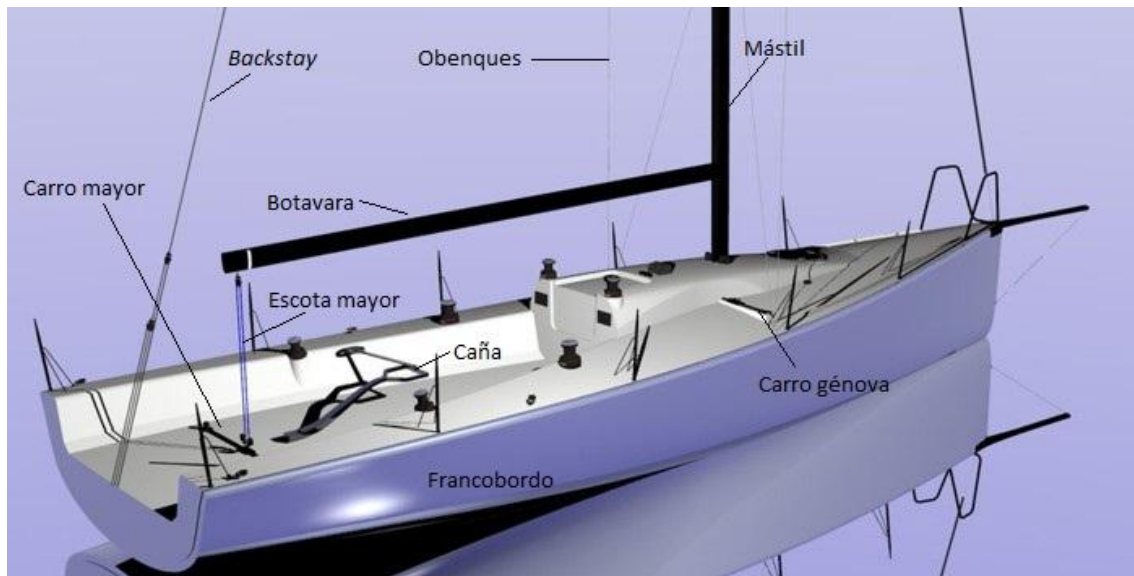


Fig. 1.2 Representación de las componentes del velero.

1.3.1. Las velas

Las velas son perfiles finos, con un grosor despreciable, orientables que permiten aprovechar la velocidad del viento para generar una fuerza aerodinámica. Estas se comportan como una membrana, es decir, como una pieza que no es capaz de soportar momentos ni fuerzas de compresión.

En general, en los veleros actuales, se pueden diferenciar dos configuraciones vélicas básicas que se diferencian únicamente por la vela montada a proa: la configuración para vientos aparentes (véase 1.4.1) a proa del través y la configuración para vientos aparentes portantes a popa del través. En la figura 1.3 se aprecia un velero montando ambas configuraciones superpuestas, la vela triangular de proa (foque) corresponde a la configuración para rumbos cerrados mientras que la vela más redondeada (espináquer) se utiliza para portantes.

En la simulación únicamente se ha considerado la primera de las configuraciones, en la que la fuerza propulsora proviene de la sustentación. En este caso, el velamen está compuesto generalmente por la vela mayor, a popa del mástil, y un foque o génova, a proa del mástil.

La fuerza aerodinámica resultante producida por las velas o fuerza vélica puede representarse como un vector cuyas componentes en el sistema solidario al velero, F_x , F_y y F_z , y en condiciones normales de navegación (véase 1.2) cumplen:

En todos los casos,

$$F_x > 0 \quad (1.1)$$

$$F_z < 0 \quad (1.2)$$

Si el viento aparente procede de estribor:

$$F_y > 0 \quad (1.3)$$

Si el viento aparente procede de babor:

$$F_y < 0 \quad (1.4)$$

Es decir, la fuerza aerodinámica resultante propulsa el velero hacia su proa a la vez que empuja el velero hacia sotavento y hacia abajo.

El punto de aplicación, centro vélico (CV), de la fuerza aerodinámica resultante está desplazado respecto al centro de gravedad. Navegando en rumbos cerrados el centro vélico se encuentra por encima y a sotavento del centro de gravedad (CG) pudiendo estar más a proa o más a popa del CG en función de la geometría de las velas. Esta separación entre CG y CV produce momentos entorno a los tres ejes. El momento más fácilmente apreciable al observar un velero navegando es el momento entorno al eje x o momento escorante que tiende a llevar el mástil a sotavento. En la figura 1.3 aparece un velero navegando en ceñida en el que se aprecia claramente el fenómeno de la escora.



Fig. 1.3 Imagen de un velero navegando en ceñida

1.3.2. Los apéndices: quilla y timón

Los apéndices de un velero son las partes sumergidas encargadas de la producción de sustentación hidrodinámica. Aunque la descripción física y los fenómenos asociados a los distintos tipos apéndices son equivalentes, quilla y timón tienen una función diferenciada.

Podemos apuntar, brevemente, que la quilla equilibra las fuerzas que actúan sobre el velero y el timón, a parte de contribuir en el equilibrio de fuerzas, produce un momento de guiñada que permite el gobierno direccional de la embarcación. Los apéndices se pueden ver en la figura 1.4.



Fig. 1.4 Imagen de los apéndices.

La fuerza hidrodinámica resultante, o fuerza de deriva, producida por los apéndices puede representarse como un vector cuyas componentes en el sistema solidario al velero, F_x , F_y y F_z , y en condiciones normales de navegación (véase 1.2) cumplen:

En todos los casos,

$$F_x < 0 \quad (1.5)$$

$$F_z > 0 \quad (1.6)$$

Si el viento aparente procede de estribor:

$$F_y < 0 \quad (1.7)$$

Si el viento aparente procede de babor:

$$F_y > 0 \quad (1.8)$$

Comparando estas apreciaciones con las del apartado anterior se puede concluir que la fuerza aerodinámica y la fuerza hidrodinámica son antisimétricas. Obviando las fuerzas hidrostáticas y la gravedad se puede afirmar que para que un velero se encuentre en equilibrio la fuerza vélica y la fuerza de deriva deberán ser opuestas, es decir:

Si,

$$F_{hydro} = -F_{aero} \quad (1.9)$$

entonces,

$$\sum \vec{F} = 0 \xrightarrow{yields} \vec{a} = 0 \quad (1.10)$$

Como en el caso vélico, el punto de aplicación de las fuerzas hidrodinámicas, o centro de deriva (CD), está desplazado respecto al CG. Navegando en rumbos cerrados el CD se encuentra por debajo y a barlovento del centro de gravedad (CG) pudiendo estar más a proa o más a popa del CG en función de la geometría de los apéndices y el ángulo de deflexión del timón. Como se ha visto en el apartado anterior se producen momentos entorno a los tres ejes. Contra la lógica de una primera observación, en la que se podría pensar que los apéndices producen un momento adrizante debido a la acumulación de masa en el extremo de la quilla, estos generan un momento escorante que se suma al producido por las velas. Además en el caso hidrodinámico cabe destacar la capacidad del timón para alterar la fuerza hidrodinámica generada y así alterar el momento entorno al eje z permitiendo el gobierno direccional del velero.

1.3.3. El casco

El casco es el armazón del velero, en él se afianzan todos los componentes y garantiza su flotabilidad.

Las fuerzas que afectan el casco de modo significativo son fuerza de resistencia hidrodinámica, la fuerza de la gravedad y la flotabilidad.

La fuerza de resistencia hidrodinámica engloba un conjunto de fuerzas, de índole diversa, producidas por el movimiento relativo entre el casco y el agua. Entre sus componentes destacan la resistencia debido a la fricción, la resistencia de forma y la resistencia de ola. Por su complejidad su modelización es dificultosa con lo que hemos evitado considerarla en nuestro trabajo.

La fuerza de gravedad actúa en la dirección del eje z y es negativa. La flotabilidad actúa en el sentido positivo del eje z, contrarrestando la fuerza gravitacional.

En reposo la fuerza de gravedad y la flotabilidad actúan sobre dos puntos CG y centro de flotabilidad (CF) situados en el eje z, generalmente encontrándose el CG por encima del CF. En navegación el CG se desplaza ligeramente hacia barlovento y el CF se desplaza de una manera más marcada hacia sotavento. El desplazamiento de ambos centros produce un momento adrizante opuesto al momento escorante producido por las velas y los apéndices.

1.3.4. Los controles

Los veleros tienen un número elevado de controles, la gran mayoría aplicados a las velas, definiendo su orientación y geometría. La modelización de la totalidad de los controles es compleja e innecesaria, el efecto producido ajustando parte de los controles es menor al error cometido en las expresiones que lo modelizan. Actualmente, los simuladores y los programas de predicción de velocidad, tienden a reducirlos a cinco, a saber [2]:

Control de apertura de la vela (*sheeting angle* en la literatura anglosajona): Representa el ajuste de la orientación de la vela.

Control de rizadura (*reef*): Representa el ajuste (reducción) del área vélica. Además tiene un efecto directo sobre la altura del centro vélico, a tener en cuenta en el cálculo de la escora.

Control de curvatura (*flat*): Representa una variación en la curvatura de las velas. Afecta linealmente a la fuerza de sustentación.

Control de distribución de masa: Representa el ajuste de las masas móviles ya sean lastres u bien la tripulación.

Control direccional: Representa el control de la deflexión del timón.

1.4. El entorno

Los fenómenos que permiten al velero evolucionar son, como no podría ser de otra forma, el viento y el movimiento del mar. En este apartado se introduce en el concepto de velocidad aparente, aplicable en ambos medios.

1.4.1. La velocidad aparente

En este trabajo se ha definido la velocidad aparente como la velocidad del velero respecto al fluido, esto es, la suma vectorial del vector velocidad del barco más el inverso del vector velocidad del fluido. Esta relación se aprecia claramente en la figura 1.5.

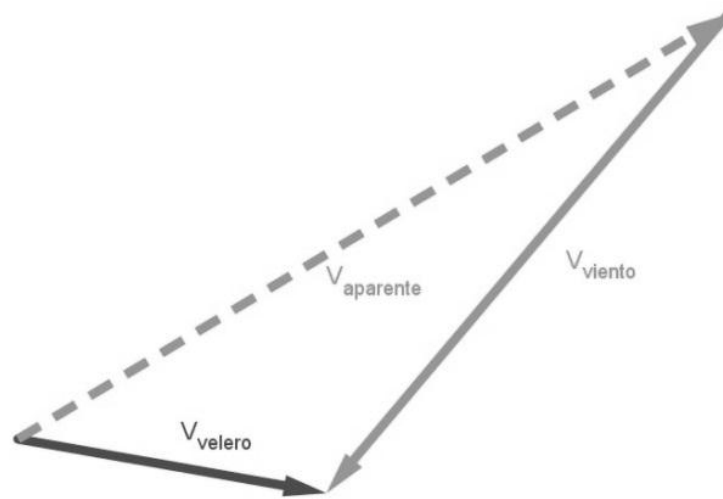


Fig. 1.5 Triángulo de velocidades.

CAPÍTULO 2: MODELIZACIÓN

2.1. Introducción

En este capítulo se detallarán las características del velero, esto abarca, las dimensiones y las simplificaciones de la modelización del perfil de la vela, de la quilla, del timón y del casco.

Se hará un análisis detallado de todas las fuerzas que influyen en el estudio realizado, éstas se descompondrán en fuerzas aerodinámicas y fuerzas hidrodinámicas. A parte de las fuerzas también incluiremos los momentos que éstas producen.

2.2. Parámetros

En las ecuaciones que definen el problema se utilizan parámetros o variables independientes. Éstos se pueden clasificar según el elemento al que refieran cómo: relativos al velero, al viento o a la corriente.

A continuación se explicarán las simplificaciones realizadas en la modelización de los elementos del problema. De esta manera, se ha reducido el número de parámetros necesarios simplificando así los cálculos realizados.

2.2.1 Velero

Para describir el velero se han utilizado un conjunto de magnitudes lineales y cuadráticas. Es en la parametrización del velero donde se han realizado las simplificaciones más representativas.

En nuestro caso se ha utilizado, para el cálculo de fuerzas, una aproximación por coeficientes extraída de [3] y se han tomado un centro vélico y centro de deriva constantes. Asimismo no se ha tenido en cuenta la geometría ni distribución de superficies de ninguno de los componentes ya sea de las velas, del casco o de los apéndices. Esta simplificación afecta principalmente a la forma de calcular las fuerzas y momentos.

Además para el cálculo de la distribución de masas se ha aproximado dicha distribución a un cuerpo semicilíndrico de paredes delgadas, representando el casco, y una placa plana rectangular, representando la orza.

En la tabla que se muestra a continuación se especifican los distintos parámetros que se han tenido en cuenta junto con sus unidades. Cabe destacar que todos estos parámetros se consideran constantes en nuestra modelización.

Tabla 2.1. Parámetros del barco

Concepto	Unidades
Superficie velica	m ²
Cuerda vela	m
Superficie quilla	m ²
Superficie timón	m ²
Cuerda de la quilla	m
Brazo de palanca (a)	m
Brazo de palanca (h)	m
Masa del barco	Kg
Masa quilla	Kg
Ancho del casco	m
Ancho de la quilla	m
Eslora	m

2.2.2. Fluido

La solución obtenida es representativa de la realidad para velocidades del viento menores que 15 nudos e intensidades de la corriente menores que 3 nudos. Para este rango de velocidades no es necesario tener en cuenta la viscosidad de fluido ni la temperatura, únicamente se requiere la densidad del fluido, que se asume constante, para caracterizarlo.

2.3. Controles

En nuestro sistema se han modelizado dos controles, uno representando el ajuste de las velas y otro la deflexión del timón.

Para el caso de las velas, se ha modelizado su ángulo de apertura (*sheeting angle* en inglés), al que se denota de aquí en adelante con la letra griega γ . El ángulo se cuenta desde el eje x , siendo positivo cuando la vela, más concretamente el puño de escota, se encuentra a estribor y negativo en caso contrario.

La deflexión del timón se representa con la letra griega β . Como en el caso del ángulo de apertura de la vela también toma como referencia el eje x , evaluado en valores positivos cuando el borde de salida del timón se encuentra a estribor y en negativo en caso contrario.

2.4. Sistemas de referencia

En el conjunto de ambos sistemas de referencia se han restringido los grados de libertad. Solo se permite el movimiento de traslación en los ejes X e Y del sistema externo. Así como también el movimiento de rotación en torno al eje z , tanto en el sistema externo como en el sistema velero.

El eje x del sistema velero y el eje X del sistema externo están relacionados mediante el ángulo Ψ . Este ángulo se define como la distancia angular entre el eje X y el eje x como puede apreciarse en la figura 2.1.

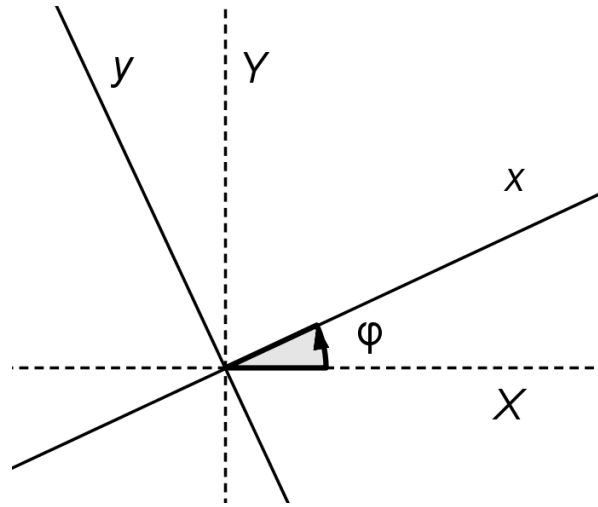


Fig. 2.1 Esquema de los dos ejes de referencia empleados.

2.5. Velocidades

En el problema se consideran las velocidades del viento, la corriente y el velero. Estas se relacionan para hallar las velocidades relativas del velero con ambos fluidos.

Tanto la velocidad del viento como la de la corriente se definen en el sistema de referencia externo, representadas por un vector. El módulo del vector simboliza la intensidad del flujo, y el argumento, medido desde el eje X y siendo positivo en sentido antihorario, su dirección y sentido.

Así pues para el viento se tiene:

$$\vec{W} = W \angle \Psi_w = W \begin{Bmatrix} \cos \Psi_w \\ \sin \Psi_w \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

Siendo,

\vec{W} el vector velocidad del viento,
 W el módulo de la velocidad del viento o intensidad del viento, y
 Ψ_w el argumento de la velocidad del viento.

Para la corriente:

$$\vec{C} = C \angle \Psi_c = C \begin{Bmatrix} \cos \Psi_c \\ \sin \Psi_c \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

Siendo,

\vec{C} el vector velocidad de la corriente,
 C el módulo de la velocidad de la corriente o intensidad de la corriente, y
 Ψ_c el argumento de la velocidad de la corriente.

Por otro lado, la velocidad del barco, que se expresa del mismo modo que las anteriores, pero está referenciada al eje x . Se puede expresar como:

$$\vec{V} = V \angle \alpha = V \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

Siendo,

\vec{V} el vector velocidad del velero,
 V el módulo de la velocidad del velero, y
 α el argumento de la velocidad del velero.

Como se ha explicado en el primer capítulo, la velocidad relativa del velero, a la que también se nombra indistintamente velocidad aparente, es la velocidad del velero respecto a los fluidos. Puede interpretarse como la velocidad que debería tener el velero, si el fluido estuviera en reposo, para producir el mismo comportamiento dinámico. El ángulo de la velocidad aparente se mide desde el eje x del sistema de referencia velero.

Para la velocidad aparente del velero respecto al viento, es decir, la velocidad aparente aerodinámica, se tiene:

$$\vec{V}_a = V_a \angle \alpha_a = \vec{V} - \vec{W} = V \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{Bmatrix} - W \begin{Bmatrix} \cos(\Psi_w - \Psi) \\ \sin(\Psi_w - \Psi) \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

Siendo,

\vec{V}_a el vector velocidad aparente aerodinámica,
 V_a el módulo de la velocidad aparente aerodinámica, y
 α_a el argumento de la velocidad aparente aerodinámica.

Análogamente para la velocidad aparente hidrodinámica:

$$\vec{V}_h = V_h \angle \alpha_h = \vec{V} - \vec{W} = V \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{Bmatrix} - C \begin{Bmatrix} \cos(\Psi_c - \Psi) \\ \sin(\Psi_c - \Psi) \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Siendo,

\vec{V}_h el vector velocidad aparente hidrodinámica,
 V_h el módulo de la velocidad aparente hidrodinámica, y
 α_h el argumento de la velocidad aparente hidrodinámica.

A modo de ejemplo en la figura 2.2 se representa el triángulo de velocidades para el caso aerodinámico destacándose las diferencias en las referencias angulares.

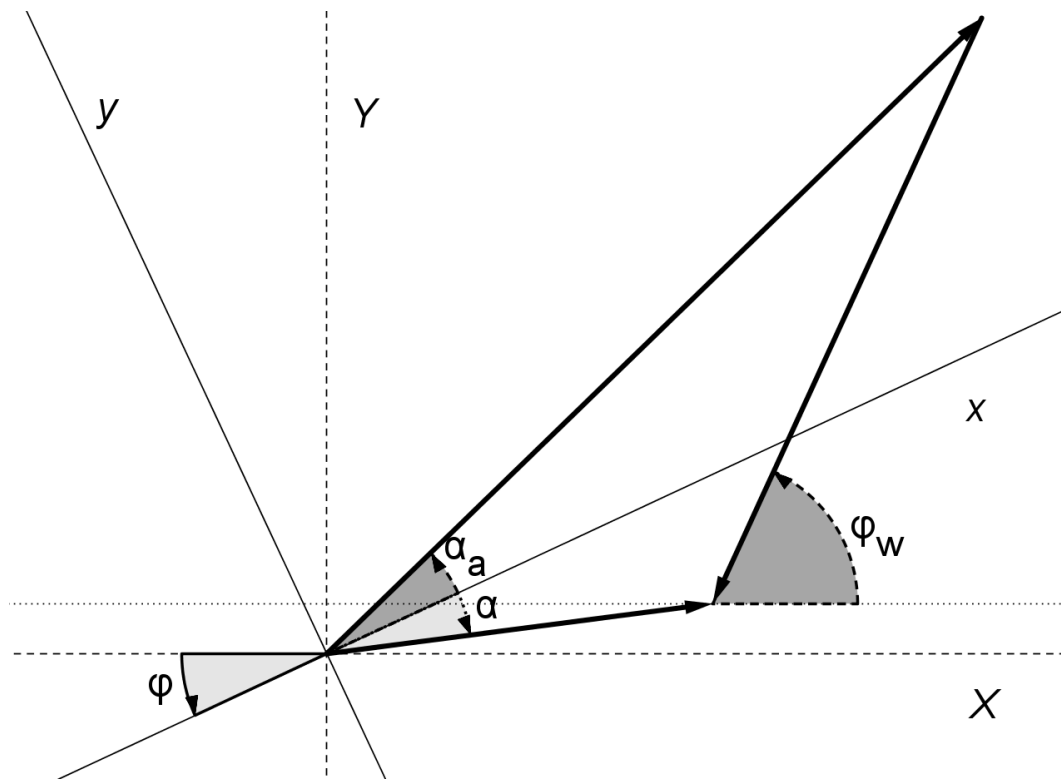


Fig. 2.2 Esquema de las velocidades para el caso aerodinámico.

2.6. Fuerzas

Las fuerzas fluidodinámicas resultantes se descomponen en este texto, como es común en las referencias de dinámica de fluidos, en sustentación (o *lift*), componente perpendicular al flujo incidente, y resistencia (o *drag*), componente paralela al flujo incidente [3].

Su cálculo se realiza mediante las siguientes ecuaciones, válidas tanto para el caso aerodinámico como para el caso hidrodinámico:

$$L = \frac{1}{2} \rho S V^2 C_l(\alpha) \quad (2.6)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho S V^2 C_d(\alpha) \quad (2.7)$$

Siendo,

L la sustentación,
 D la resistencia,
 ρ la densidad del fluido,
 S la superficie inmersa en el fluido,
 V la velocidad relativa del fluido,
 C_l el coeficiente de sustentación,
 C_d el coeficiente de resistencia, y
 α el ángulo de ataque.

Las superficies que se tomarán serán la superficie lateral proyectada máxima de las velas, para el caso aerodinámico, y de la quilla más el casco para el caso hidrodinámico [3].

El ángulo de ataque de un perfil es el ángulo entre una línea de referencia en un cuerpo y el vector que representa el movimiento relativo entre el cuerpo y el fluido a través del que se mueve, i.e. entre la cuerda del perfil y el vector velocidad aparente. En el trabajo, el ángulo de ataque de la quilla se simboliza mediante α_k y el del área vélica mediante α_s .

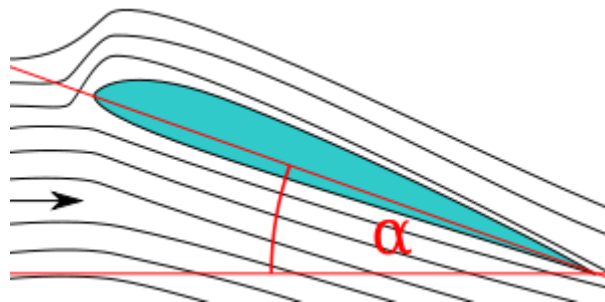


Fig. 2.3 Representación del ángulo de ataque [8].

Las definiciones de los ángulos de ataque son:

$$\alpha_s = \alpha_a - \gamma \quad (2.8)$$

$$\alpha_k = \alpha_h \quad (2.9)$$

Donde,

α_s es el ángulo de ataque de la vela,

- α_k es el ángulo de ataque de la quilla,
 α_a es el ángulo de la velocidad aparente aerodinámica,
 γ es el ángulo de deflexión de la vela, y
 α_h es el ángulo de la velocidad aparente hidrodinámica.

Como se observa en la formulación anterior, el ángulo de ataque de la quilla es el ángulo de la velocidad aparente hidrodinámica. Ya que la cuerda de la quilla está alineada en todo momento con el eje longitudinal del velero [4].

2.6.1. Coeficientes de fuerza

Los coeficientes de sustentación y resistencia son coeficientes adimensionales que relacionan las fuerzas generadas por un cuerpo inmerso en un fluido, ya sea sustentación o resistencia, la presión dinámica del flujo de fluido alrededor del cuerpo y un área de referencia asociada al cuerpo. Pueden expresarse como:

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho v^2 S} = \frac{2L}{\rho v^2 S} = \frac{L}{qS} \quad (2.10)$$

$$C_d = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho v^2 S} = \frac{2D}{\rho v^2 S} = \frac{D}{qS} \quad (2.11)$$

Donde,

- L es la fuerza de sustentación,
 D es la fuerza de resistencia,
 ρ es la densidad del fluido,
 v es el módulo de la velocidad del fluido,
 q es la presión dinámica, y
 S es el área de referencia en planta.

Para la resolución del problema los coeficientes se han obtenido de la referencia [3] en forma gráfica (figura 2.4). La figura representa en el eje de ordenadas el valor del coeficiente y en el eje de abscisas el ángulo de ataque del perfil (en grados). Estas curvas de coeficientes son genéricas, caracterizan los valores tipo de estos coeficientes para las velas y los apéndices pero no se ajustan a un caso particular. Se observan tres curvas diferentes $C_{l,a}$, coeficiente de sustentación aerodinámico, $C_{l,h}$, coeficiente de sustentación hidrodinámico, y C_d , coeficiente de resistencia (válido tanto para el caso aerodinámico como para el caso hidrodinámico).

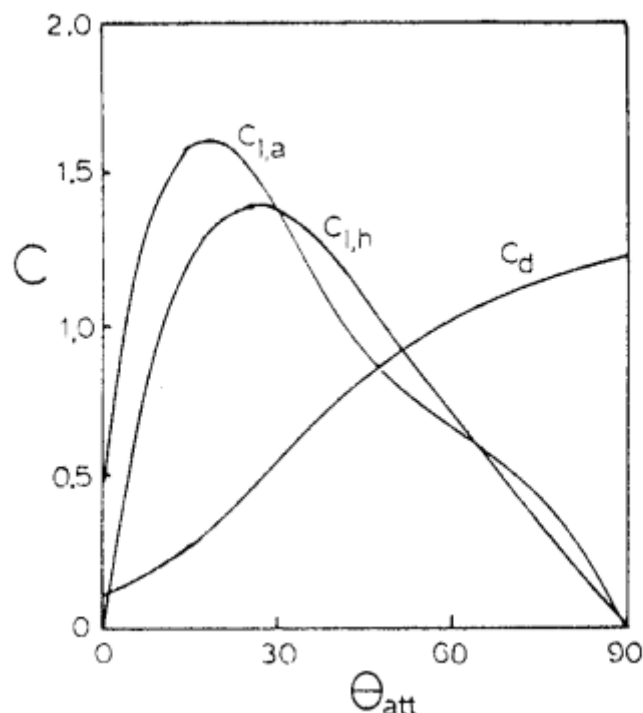


Fig. 2.4 Curvas de los coeficientes en función del ángulo de ataque [3].

Para extraer las funciones de las curvas de coeficientes del gráfico se ha programado un *script* en Matlab cuyo resultado es una función polinomial de sexto grado. La forma de las funciones generadas es:

$$C(\alpha) = b_0 + b_1\alpha + b_2\alpha^1 + b_3\alpha^2 + b_4\alpha^3 + b_5\alpha^4 + b_6\alpha^5 + b_7\alpha^6 \quad (2.12)$$

Donde,

$C(\alpha)$ es el coeficiente fluidodinámico,
 α es el ángulo de ataque del perfil, y
 b_{0-7} son los coeficientes de la función.

2.6.2. Análisis de fuerzas

En el sistema se ha considerado la actuación de dos fuerzas, una fuerza de origen aerodinámico generada por las velas y otra hidrodinámica producida por el conjunto casco y quilla.

De la fuerza generada por el casco se ha tenido en cuenta ambas componentes, resistencia y sustentación.

La fuerza generada por el timón no se ha considerado debido fundamentalmente a dos motivos. Por un lado, por el efecto poco apreciable en el sumatorio de fuerzas y por otro lado, por la complejidad que entraña incluirlo, no tanto en la modelización de las fuerzas sino en la de los momentos.

A continuación se describe la composición de fuerzas, representada en la figura 2.5.

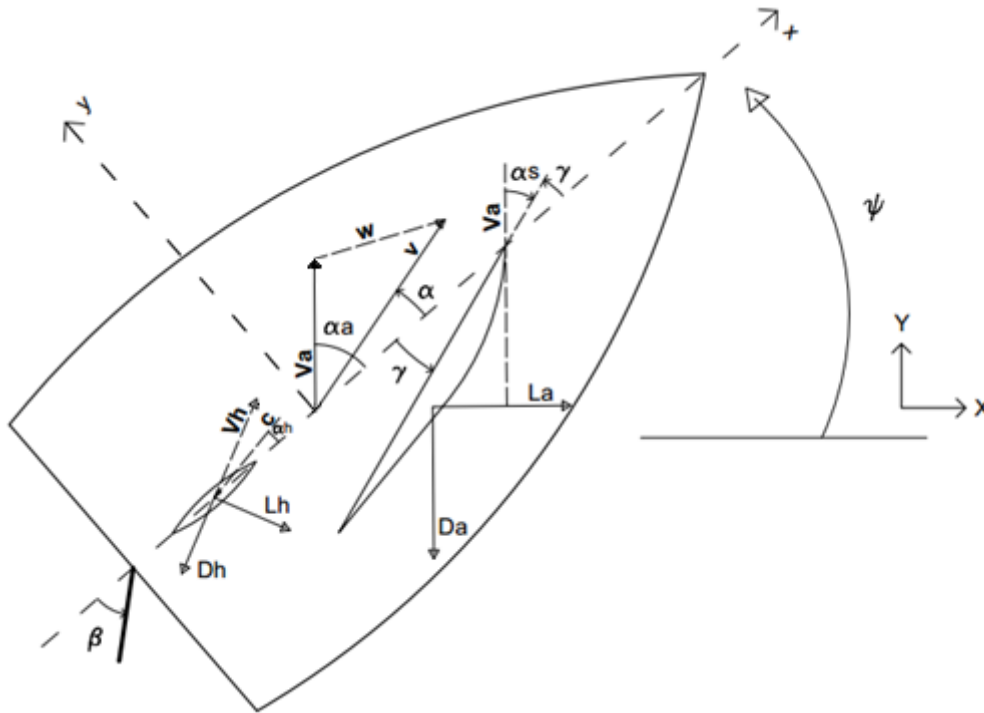


Fig. 2.5 Esquema del sistema y la descomposición de fuerzas.

La fuerza resultante total que actúa sobre el velero es:

$$\vec{F} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = F_x \hat{x} + F_y \hat{y} \quad (2.13)$$

Donde,

- \vec{F} es el vector fuerza resultante,
- \hat{x} es un vector unitario paralelo al eje x,
- \hat{y} es un vector unitario paralelo al eje y,
- F_x es el sumatorio de fuerzas en el eje x, y
- F_y es el sumatorio de fuerzas en el eje y.

El sumatorio de fuerzas en el eje x puede descomponerse en:

$$F_x = F_{a_x} + F_{h_x} \quad (2.14)$$

$$Fa_x = L_a \sin \alpha_a + D_a \cos \alpha_a \quad (2.15)$$

$$Fh_x = L_h \sin \alpha_k + D_h \cos \alpha_k \quad (2.16)$$

Donde,

Fa_x es la componente de la fuerza aerodinámica paralela al eje x,
 Fh_x es la componente de la fuerza hidrodinámica paralela al eje x,
 L_a es la sustentación aerodinámica,
 D_a es la resistencia aerodinámica,
 L_h es la sustentación hidrodinámica, y
 D_h es la resistencia hidrodinámica.

De la misma manera tenemos para el sumatorio de fuerzas en el eje y:

$$F_y = Fa_y + Fh_y \quad (2.17)$$

$$Fa_y = L_a \cos \alpha_a + D_a \sin \alpha_a \quad (2.18)$$

$$Fh_y = L_h \cos \alpha_h + D_h \sin \alpha_h \quad (2.19)$$

Donde,

Fa_y es la componente de la fuerza aerodinámica paralela al eje y, y
 Fh_y es la componente de la fuerza hidrodinámica paralela al eje y.

2.7. Momentos

Como hemos mencionado anteriormente el único momento que tendremos en cuenta es el producido alrededor del eje z. Este se debe a la divergencia de las posiciones, en el plano xy , de los centros vélicos y de deriva respecto al centro de gravedad [4].

El momento total que actúa en el sistema es:

$$M = M_a + M_h \quad (2.20)$$

Donde,

M es el momento total,
 M_a es el momento aerodinámico, y
 M_h es el momento hidrodinámico.

Definiremos M_a y M_h como:

$$M_a = \frac{1}{2} \rho_a S_a l_a V_a^2 C_{m,a} \quad (2.21)$$

Donde,

M_a es el momento total aerodinámico,
 ρ_a es la densidad aerodinámica,
 S_a es la superficie inmersa en el fluido,
 l_a es la longitud de la cuerda de la vela,
 V_a es el módulo de la velocidad aparente aerodinámica, y
 $C_{m,a}$ es el coeficiente de momento total aerodinámico.

$$M_h = \frac{1}{2} \rho_h S_h l_h V_h^2 C_{m,h} \quad (2.22)$$

Donde,

M_h es el momento total hidrodinámico,
 ρ_h es la densidad hidrodinámica,
 S_h es la superficie inmersa en el fluido,
 l_h es la longitud de la cuerda de la quilla,
 V_h es el módulo de la velocidad aparente hidrodinámica, y
 $C_{m,h}$ es el coeficiente de momento total hidrodinámico.

2.7.1. Coeficientes de momento

En el caso hidrodinámico el coeficiente de momento total es la suma de las contribuciones del casco y la quilla, modelizados conjuntamente, y del timón. El primer término, relativo al casco y la quilla, es proporcional al coeficiente de sustentación y por lo tanto depende del ángulo de ataque de la quilla. El segundo, relativo al timón, es proporcional a su ángulo de ataque. El momento total hidrodinámico es:

$$C_{m,h} = C_{m,\alpha_h}(\alpha_h) + C_{m,\beta} \alpha_\beta \quad (2.23)$$

Donde,

$C_{m,h}$ es el coeficiente de momento hidrodinámico total,
 C_{m,α_h} es el término relativo a la quilla y casco,
 $C_{m,\beta}$ es el término relativo al timón, y

α_β es el ángulo de ataque del timón.

El coeficiente $C_{m,\beta}$ se aproximó ajustando cualitativamente la respuesta del simulador, variando el ángulo β , a un caso genérico real.

El primer término de la ecuación 2.21 es:

$$C_{m,\alpha_h} = C_{l,h}(\alpha_h) \frac{x_m}{c} \quad (2.24)$$

Donde,

$C_{l,h}$ es el coeficiente de sustentación hidrodinámico,
 x_m es el brazo de palanca, y
 c es la cuerda de la quilla.

Para el caso aerodinámico el coeficiente de momento es proporcional al coeficiente de sustentación vélico, dependiendo, por lo tanto, del ángulo de ataque de la vela. El momento total aerodinámico es:

$$C_{m,a} = C_{l,a}(\alpha_s) \frac{x_m}{c} \quad (2.25)$$

Donde,

$C_{m,a}$ es el coeficiente de momento total aerodinámico,
 $C_{l,a}$ es el coeficiente de sustentación aerodinámico,
 x_m es el brazo de palanca, y
 c es la cuerda de la vela.

CAPÍTULO 3. MÉTODO DE INTEGRACIÓN

3.1. Introducción

En este capítulo se explicará el método matemático utilizado en nuestro proyecto. Debido a que este problema no es estacionario se ha escogido el método de integración de Euler, detallado en el siguiente apartado.

Para poder aplicar este método primero se deben de definir las fórmulas que se pretende resolver. Así pues también se incluirá todo el proceso de deducción de las mismas.

3.2. Método de Euler

Para resolver las ecuaciones de estado del velero se utilizará el método matemático de Euler, como ya se ha mencionado. Éste es un procedimiento de integración numérica para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias a partir de un valor inicial dado.

Lo que conseguiremos con este método es conocer la evolución del vector de estado del barco, en el tiempo. Así se hará un seguimiento del comportamiento del velero en diversas situaciones y desde distintos puntos de partida.

3.2.1. Descripción del método

El método de Euler es un procedimiento iterativo para encontrar una aproximación muy cercana a la solución real de una ecuación diferencial, partiendo de unas condiciones iniciales. Consiste en dividir en intervalos pequeños el proceso de evaluación desde el instante de partida hasta el instante final. Calculando la pendiente de cada uno de los intervalos te permite llegar desde un valor anterior a un valor nuevo.

La pendiente utilizada al inicio del intervalo se utiliza como la pendiente promedio de todo el intervalo. La primera derivada proporciona una estimación directa de la pendiente en x_i .

Para que el procedimiento sea válido estos intervalos de tiempo deben de ser muy pequeños, así se puede reducir a un problema estacionario, es decir, que no hay cambio en la aceleración. Al no tener variación de ésta, el problema se reduce a que en cada iteración la ecuación que une un punto con otro, se pueda considerar como una recta. Se puede ver en la figura 3.1.

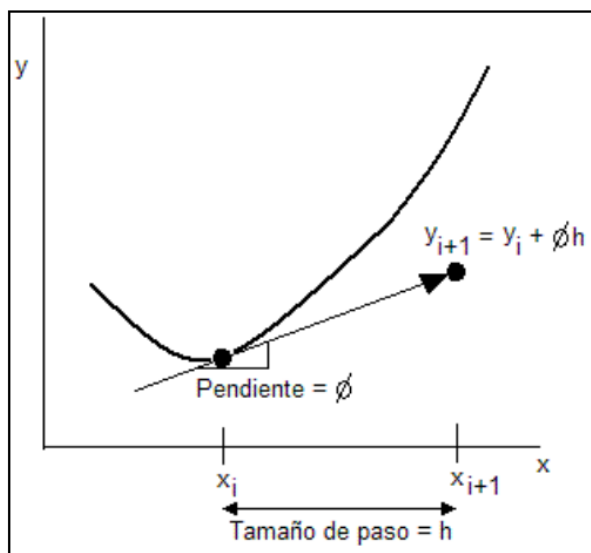


Fig. 3.1 Ejemplo del método de Euler. [5]

Para sacar la función de la pendiente de la recta tangente tenemos que hacer los siguientes cálculos:

Primero debemos de determinar la longitud de los intervalos y se puede hacer de la siguiente forma:

$$h = \frac{x_{i+1} - x_i}{n} \quad (3.1)$$

Donde,

h es la longitud de los intervalos,
 x_{i+1} es el valor final,
 x_i es el valor inicial, y
 n el número de intervalos.

Luego calculamos la ecuación de la recta en cada punto, que es la siguiente:

$$y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i) \quad (3.2)$$

Donde,

y_i es el punto donde nos encontramos, y
 $f(x_i, y_i)$ es la pendiente de la recta.

La fórmula 3.2 predice un nuevo valor de y por medio de la pendiente que es

igual a la primera derivada en el valor original de x , este nuevo valor habrá que extrapolarlo de forma lineal sobre el tamaño de paso h .

Por último, una vez que tenemos la ecuación de la recta hay que ir repitiendo el proceso el número de veces que sea necesario.

Para aplicar el método de Euler, se tiene que destacar que las coordenadas que calculemos en un punto son las condiciones iniciales para el siguiente punto [5].

3.3. Ecuaciones de integración

3.3.1. Planteamiento del sistema de ecuaciones

La integración numérica se aplicará a un sistema de tres ecuaciones diferenciales cuya base es la segunda ley de Newton.

$$\sum F = m\vec{a} \quad (3.3)$$

$$\sum M_z = I_z \dot{\omega} \quad (3.4)$$

$$\omega = \dot{\psi} \quad (3.5)$$

Donde,

- $\sum F_x$ es el sumatorio de fuerzas en el eje x ,
- $\sum F_y$ es el sumatorio de fuerzas en el eje y ,
- $\sum M_z$ es el sumatorio de momentos en torno al eje z ,
- ω es la velocidad angular,
- m es la masa del velero,
- I_z es el momento de inercia en el eje z ,
- \vec{a} es la aceleración lineal en el plano xy ,
- $\dot{\omega}$ es la derivada temporal de la velocidad angular, y
- $\dot{\psi}$ es la derivada temporal del ángulo entre los ejes x y X .

Con el método de Euler encontramos la integral aproximada, en cada instante de tiempo, de las variables con dependencia temporal, i.e. \vec{a} , $\dot{\omega}$, y $\dot{\psi}$.

3.3.2. Aceleración

Nuestro sistema, el velero, tiene una evolución rototraslatoria en el plano xy . La aceleración, por lo tanto, puede representarse como:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} + \vec{\Omega} \wedge \vec{V} \quad (3.6)$$

Donde,

\vec{a} es la aceleración lineal,
 \vec{V} es la velocidad lineal, y
 $\vec{\Omega}$ es la velocidad angular resultante.

El vector velocidad lineal es de la forma:

$$\vec{V} = \begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \\ 0 \end{Bmatrix} = V \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

Donde,

V_x es la velocidad en el eje x ,
 V_y es la velocidad en el eje y ,
 V es la celeridad, y
 α es el ángulo del vector velocidad respecto al eje x .

La velocidad de rotación del barco, respecto al sistema externo, es:

$$\vec{\Omega} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

Donde,

ω es la velocidad angular en torno al eje z , y
 $\dot{\psi}$ es la derivada temporal del ángulo entre los dos sistemas de referencia.

Introduciendo estas expresiones en la ecuación 3.6 y operando tenemos:

$$\vec{a} = \dot{V} \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} + V(\dot{\psi} - \dot{\alpha}) \begin{Bmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

Donde,

\dot{V} es la derivada temporal de la celeridad, y
 $\dot{\alpha}$ es la derivada temporal del ángulo del vector velocidad.

Entonces la aceleración, en cada uno de los ejes, será:

$$a_x = \dot{V} \cos \alpha + V(\dot{\Psi} - \dot{\alpha}) \sin \alpha \quad (3.10)$$

$$a_y = \dot{V} \sin \alpha + mV(\dot{\Psi} - \dot{\alpha}) \sin \alpha \quad (3.11)$$

Donde,

a_k es la aceleración paralela al eje k .

3.3.3. Formulación del sistema de ecuaciones

Una vez resuelta algebraicamente la aceleración formulándola mediante las variables más apropiadas, es el momento de formular el sistema de ecuaciones.

Podemos expresar la ecuación 3.3 como tres ecuaciones, una para cada eje, esto es:

$$\sum F_x = ma_x \quad (3.12)$$

$$\sum F_y = ma_y \quad (3.13)$$

$$\sum F_z = ma_z = 0 \quad (3.14)$$

Donde,

F_k es la componente de la fuerza paralela al eje k .

Empleando en las ecuaciones 3.12 y 3.13 las expresiones de la aceleración 3.10 y 3.11 respectivamente, tenemos:

$$\sum F_x = m\dot{V} \cos \alpha + mV(\dot{\Psi} - \dot{\alpha}) \sin \alpha \quad (3.14)$$

$$\sum F_y = m\dot{V} \sin \alpha + mV(\dot{\Psi} - \dot{\alpha}) \sin \alpha \quad (3.15)$$

Expresiones a las que deberemos añadir las ecuaciones 3.4 y 3.5 para completar el sistema a integrar numéricamente.

3.4. Aplicación del método

Podemos expresar nuestro sistema de ecuaciones en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} m \cos \alpha & mV \sin \alpha & -mV \sin \alpha & 0 \\ m \sin \alpha & mV \cos \alpha & -mV \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_z \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\Psi} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum F_x \\ \sum F_y \\ \sum M_z \\ \omega \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Llamaremos $A(X)$ a la matriz:

$$A(X) = \begin{bmatrix} m \cos \alpha & mV \sin \alpha & -mV \sin \alpha & 0 \\ m \sin \alpha & mV \cos \alpha & -mV \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_z \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$B(X)$ a la matriz:

$$B(X) = \begin{bmatrix} \sum F_x \\ \sum F_y \\ \sum M_z \\ \omega \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Y finalmente la matriz a integrar \dot{X} que será:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\Psi} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Así pues, utilizando la nomenclatura de las fórmulas 3.17 a 3.19, nuestro sistema puede expresarse como:

$$A(X)\dot{X} = B(X) \quad (3.20)$$

La matriz \dot{X} es la derivada temporal de la matriz de estado X , siendo esta última.

$$X = \begin{bmatrix} V \\ \psi \\ \alpha \\ \omega \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

La relación entre ambas expresada en tiempos discretos es:

$$\dot{X} = \frac{X^{k+1} - X^k}{\Delta t} \quad (3.22)$$

Donde,

X^{k+1} es la matriz X en el siguiente instante de tiempo,
 X^k es la matriz X en el momento actual, y
 Δt es la distancia temporal entre ambos instantes.

Combinando estas dos últimas expresiones, y aislando X^{k+1} , se llega a:

$$X^{k+1} = X^k + \Delta t A^{-1}(X^k)B(X^k) \quad (3.23)$$

Donde,

$A^{-1}(X^k)$ es la matriz inversa de $A(X^k)$.

Una vez llegados a este punto se puede deducir que X^{k+1} es el punto siguiente al cual nos encontramos, X^k son las condiciones iniciales del vector de estado y Δt es el incremento de tiempo de cada iteración, que como se ha dicho anteriormente debe de ser muy pequeño para poder considerar que estamos en un caso estacionario.

Así pues deducimos que hay una matriz A que depende de (m, I_z, V, α) y un vector B que depende de $(w, \psi_w, c, \psi_c, V, \alpha, \psi, \dot{\psi}, \beta, \gamma)$. Estas matrices tendrán un estado inicial pero con el paso del tiempo también variarán, puesto que el vector velocidad irá variando.

CAPÍTULO 4: IMPLEMENTACIÓN

4.1. Introducción

En este capítulo se detallará la estructura y funcionamiento del programa. Para la implementación del modelo y del integrador se ha optado por una solución basada en C++.

La elección de C++ como lenguaje de programación se realizó teniendo en cuenta los conocimientos de los autores. Además se consideró la gran versatilidad que ofrece, mediante sus numerosas librerías, la difusión generalizada del lenguaje y las múltiples referencias disponibles.

La arquitectura del programa se divide en dos partes fundamentales: el modelo matemático del velero y el integrador. En ambas partes se han utilizado las librerías estándar ofrecidas en *MSVisual Studio 2010* que ha sido el compilador utilizado.

Asimismo, se incluirá una breve reseña sobre los dos programas utilizados, *Matlab* y *Geogebra* para la interpretación de los datos generados por el simulador.

4.2. Requisitos

En el desarrollo de cualquier solución *software* es necesario establecer el conjunto de requisitos funcionales que ésta deberá satisfacer. Además, aparecen también los requisitos de eficiencia que tratan los aspectos relacionados con el consumo de recursos del programa: memoria, CPU, etc.

En nuestro caso, se ha considerado innecesario establecer requisitos de esta última categoría debido a: la baja complejidad de los algoritmos a implementar, garantizando unos tiempos de ejecución aceptables; la dificultad de establecer unos criterios de eficiencia partiendo de nuestros conocimientos; y finalmente la dificultad de la gestión de la eficiencia en el software.

La lista de requisitos establecida es general, permite una interpretación flexible. Al ser un programa independiente, no tenía sentido establecer criterios demasiado rígidos y concretos. En nuestro caso puede entenderse como la lista de características mínimas a cumplir.

A continuación se recogen los requisitos de la solución:

1. Aplicación de consola.
2. Aplicación fácilmente adaptable a una interfaz gráfica.
3. Extracción de datos en ficheros.
4. Capacidad de calcular los coeficientes fluidodinámicos a partir de aproximaciones a curvas.

5. Facilidad para intercambiar los datos elaborados con otros programas.
6. Implementar funciones que simulen el comportamiento del entorno: variaciones de intensidad y rumbo de viento y corriente.

De los seis objetivos marcados al diseñar el programa se han cumplido todos excepto el último.

4.3. Arquitectura

El programa se ha diseñado teniendo en cuenta las premisas de la programación orientada a objetos. Para ello se ha dividido en siete bloques o subsistemas funcionales (véase tabla 4.1): Entorno, Modelo, Estado, Dinámica, Controles, I/O e Integración.

Para la implementación de estos subsistemas funcionales se han creado un conjunto de clases (véase tabla 4.2). Las clases, pueden considerarse como unidades o abstracciones básicas, cada una con un cometido específico. Una clase contiene elementos de datos y funciones (o métodos) que operan con estos elementos.

Con tal de permitir la evolución del programa se ha intentado separar la implementación de la interfaz. De esta manera se pueden realizar mejoras en el código de las clases sin modificar la forma en que estas se utilizan.

Nuestra solución final es una aplicación de consola Win32, pensada para poder adaptarse fácilmente a una interfaz gráfica, cómo se había pensado inicialmente. La interfaz no se pudo llevar a cabo debido a las restricciones de tiempo y al desconocimiento de las herramientas para su ejecución. No obstante se centraron los esfuerzos en garantizar el perfecto funcionamiento del programa, sus algoritmos y funciones.

4.3.1. Subsistemas funcionales

La división, durante la fase de diseño, en subsistemas funcionales nos ha facilitado una perspectiva general del programa facilitando la posterior implementación.

Cada subsistema tiene asignadas un conjunto de operaciones cuya ejecución es interdependiente. Además los distintos subsistemas están relacionados (véase figura 4.1) entre si mediante funciones de relación, i.e. funciones que actúan de puente entre dos o más subsistemas.

El subsistema Entorno engloba la definición y procesado de los datos y funciones relativos al viento y corriente.

Modelo incluye todos los parámetros fijos que definen al velero y su comportamiento. Estos son: datos geométricos, datos másicos e inerciales y las curvas de coeficientes.

En Estado se recogen las variables dinámicas del velero que tienen dependencia temporal.

Controles abarca los parámetros y funciones de control del velero, en este caso referidos al ángulo de apertura de la vela y al ángulo de deflexión del timón. Estos cuatro subsistemas se relacionan entre ellos generando unos datos de salida utilizados posteriormente en Dinámica. En este último se procesan las fuerzas y momentos resultantes.

Integración adquiere datos de Dinámica, e incluye el conjunto de datos y métodos utilizados para la integración numérica.

Finalmente el subsistema I/O se encarga de la gestión de entrada y salida, este se relaciona con todos los demás subsistemas excepto Dinámica.

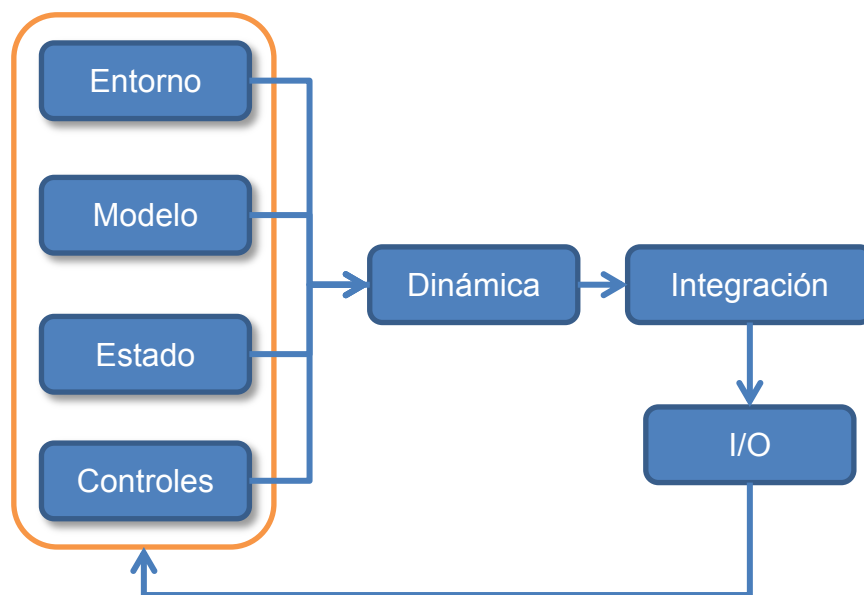


Fig. 4.1 Esquema de las relaciones entre subsistemas.

4.3.2. Clases

Siguiendo el paradigma de la programación orientada a objetos los subsistemas anteriores se han implementado mediante clases.

Estas no siguen rigurosamente las pautas de organización de los subsistemas. Así pues, encontramos clases que representan la implementación de más de un subsistema.

En el programa se han utilizado clases derivadas de otras clases, estas clases heredan los miembros, elementos de datos, y métodos de la clase "madre". La clase derivada se nombra comúnmente subclase. Estas relaciones de herencia permiten una implementación ordenada y flexible de la solución.

En la figura 4.2 se representa el conjunto de las clases y las relaciones de herencia entre ellas. El diagrama está dividido en niveles, correspondiendo, el primer nivel, a las clases madre. La herencia se representa mediante flechas cuyo flujo va desde las subclases hacia las clases madre. La etiqueta *Simulator* representa la función principal (*main*) que utiliza la totalidad de las clases.

En la tabla 4.2 se describe sintéticamente el conjunto de datos y métodos que incluyen las clases [6] [7].

Tabla 4.2 Descripción sintética de las clases.

CLASE	DESCRIPCIÓN
Angle	<i>Datos:</i> valor del ángulo, unidades. <i>Métodos:</i> cambio entre unidades, suma y resta de ángulos, reducción del ángulo.
Vector	<i>Relación:</i> Subclase de Angle. <i>Datos:</i> (Angle), módulo del vector, componentes del vector, presentación del vector (polares o cartesianas). <i>Métodos:</i> cambio de la presentación del vector, suma y resta de vectores.
Velocity	<i>Relación:</i> Subclase de Vector. <i>Datos:</i> (Vector), unidades de la velocidad, clase de velocidad (aparente, fluido o velero). <i>Métodos:</i> cálculo de la velocidad aparente, cambio de unidades.
Model	<i>Datos:</i> geometría del velero, masa e inercia. <i>Métodos:</i> cálculo del momento de inercia.
Matrix	<i>Datos:</i> matriz, determinante de la matriz y dimensiones de la matriz. <i>Métodos:</i> inversión de la matriz, producto de matrices, suma de matrices y evaluación de la estabilidad.
State	<i>Datos:</i> velocidad del velero, velocidad angular, ángulo entre los ejes solidarios al velero y ejes externos. <i>Métodos:</i> integración numérica.
Force	<i>Datos:</i> componentes de la fuerza.

	<i>Métodos:</i> suma de fuerzas.
FluidForce	<i>Relación:</i> Subclase de Force. <i>Datos:</i> (Force), sustentación y resistencia, ángulo de la velocidad aparente. <i>Métodos:</i> cálculo de sustentación y resistencia, cálculo de las componentes de la fuerza.
Moment	<i>Datos:</i> valor del momento. <i>Métodos:</i> cálculo del momento, suma de momentos.
Coefficient	<i>Datos:</i> coeficientes del polinomio, valor del coeficiente fluidodinámico, tipología de coeficiente fluidodinámico. <i>Métodos:</i> cálculo de los coeficientes fluidodinámicos.
Control	<i>Datos:</i> ángulo de apertura de la vela, ángulo de deflexión del timón. <i>Métodos:</i> cálculo ángulos de ataque de la vela y timón.
Save	<i>Datos:</i> vector de datos. <i>Métodos:</i> guardar.

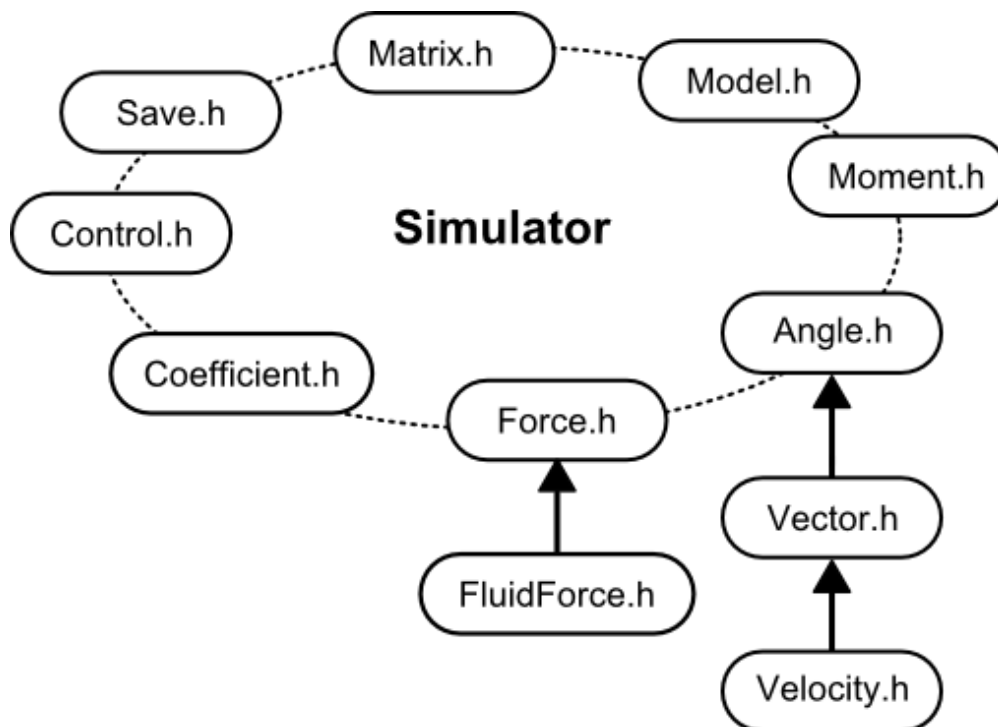


Fig. 4.2 Esquema de las clases.

4.4. Orden de ejecución

En este apartado se expone el orden de ejecución del programa.

Podemos distinguir dos clases de procedimientos según sus patrones de ejecución, los cíclicos y los únicos. Los procedimientos únicos se ejecutan una

sola vez en cada simulación, en cambio, los cíclicos, una vez para cada iteración de la integración numérica.



Fig. 4.3 Diagrama de ejecución del simulador.

4.5. Gestión de resultados

El análisis de los resultados se ha llevado a cabo con dos programas distintos, *Matlab* y *Geogebra*. Con el primero se ha hecho la interpretación numérica y con el segundo la interpretación geométrica. A continuación se explicarán los dos programas.

4.5.1. Módulos programados en *Matlab*

Cuando se ha llevado a cabo la programación de este estudio, para algunos casos concretos se ha empleado el *Matlab*. Ha sido utilizado porque te permite trabajar con gráficas sin tener que realizar un código complejo y porque ya se tenían conocimientos de su funcionamiento.

Se ha utilizado para la interpretación de resultados. Para llevar a cabo el análisis se ha creado un conjunto de scripts en *Matlab*. Éstos adquieren directamente los datos de los ficheros generados por el programa y los manipulan con tal de obtener información sobre el comportamiento dinámico del velero.

Mediante esta interpretación podemos evaluar las características de estabilidad que presenta la embarcación para cada una de las situaciones recreadas.

Estas condiciones de estabilidad que evaluamos son: el tipo de estabilidad (estable, inestable, neutra); los tiempos de respuesta y de estabilización; y los valores de estabilización.

Con estos datos obtenidos hacemos una comparación y estudiamos la influencia que tiene la apertura de la vela, el ángulo de deflexión de timón y las condiciones iniciales del entorno.

También se simulará la curva polar de la velocidad del velero. Ésta nos permite, para unas condiciones de viento determinadas en las que tan solo varía el ángulo de procedencia de éste, saber cual es la velocidad máxima que puede alcanzar el velero. La velocidad máxima se alcanzará siempre y cuando la configuración de vela y timón sea óptima.

4.5.2. Programación en *Geogebra*

El segundo programa utilizado para la interpretación de resultados ha sido el *Geogebra*. Se ha elegido *Geogebra* porque era conocido por los autores, y puesto que no tenemos interfaz gráfica, con él podemos representar el problema de manera geométrica.

Éste se basa en la geometría para relacionar entre sí los siguientes parámetros:

- los vectores de las fuerzas, tanto aerodinámicas como hidrodinámicas;
- los vectores de las velocidades, tanto del barco, como de los fluidos, como de las aparentes;
- los ángulos de control de apertura de la vela y el de control de deflexión del timón.

Se utiliza para comprobar con la geometría si la relación entre las fuerzas, velocidades y ángulos de control, son coherentes. Se representa de una manera estática, no se puede ver una progresión en el tiempo. Pero se puede estudiar cada iteración por separado, o los resultados de estabilidad final.

Este análisis nos ha permitido poder visualizar el problema sin necesidad de una interfaz gráfica. Aunque en cada caso en concreto, no permite ver la progresión de los resultados.

En la figura 4.4 puede verse la representación del modelo creada en *Geogebra*.

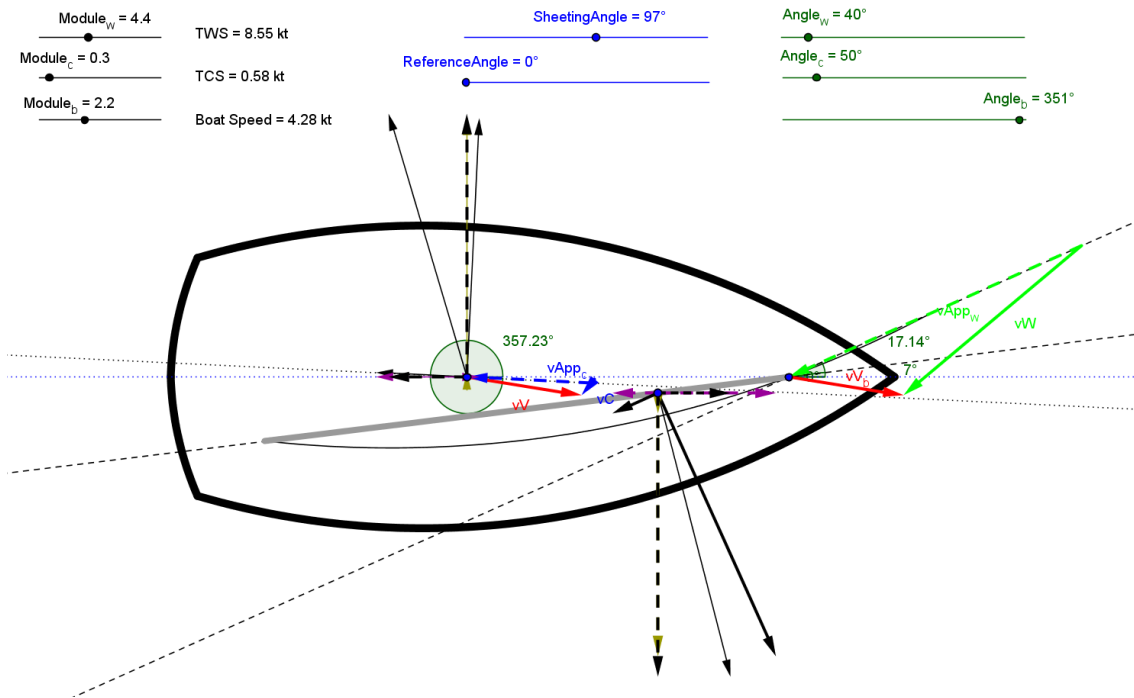


Fig. 4.4 Representación del sistema en *Geogebra*.

4.6. Mejoras de implementación

La implementación del trabajo debido al límite del tiempo solo se ha podido realizar para alcanzar el objetivo final del proyecto. Pero resultado no significa que el programa este finalizado, tampoco el objetivo incluía esta opción.

El código diseñado puede considerarse como el núcleo de un programa mucho más completo. Los autores animamos a que, mediante futuros proyectos de graduación, se dé continuidad a nuestro trabajo. A continuación se destacan unas posibles ramas para ampliar el rango de funcionalidades del programa.

4.6.1. Interfaz gráfica

Actualmente es indispensable que un programa no tenga implementada una interfaz gráfica (GUI, del inglés *graphic user interface*) si esta orientado a un público general. Igualmente en el ámbito tecnológico esta cada vez más extendido el uso de las GUI, ya que simplifica el uso del programa. Por lo contrario el uso de ventanas de comandos ha quedado desfasado por sus limitaciones.

La interfaz facilita la manipulación de los datos y agiliza el control del programa. Además de ayudar a la visualización y comprensión del problema y los resultados.

4.6.2. Paquete ejecutable

El código diseñado en el trabajo necesita un compilador para poder ejecutarse. Esto es un inconveniente para un uso extendido del programa implementado, ya que requiere programas adicionales no incluidos en la mayoría de los sistemas operativos. Asimismo en la ejecución del código la compilación puede padecer errores debido a un uso incorrecto del mismo.

Para eliminar estos inconvenientes es lógico pensar en una presentación precompilada que mediante un ejecutable permita la instalación del programa al equipo. Cabe destacar que deberían desarrollarse distintos paquetes según el SO de destino.

4.6.3. Importación y exportación de datos

Para aumentar la interoperabilidad del programa con otros SW complementarios se debe garantizar la capacidad de importar y exportar datos trabajando con distintos tipos de archivo. Para ello, deberían programarse *scripts* de conversión.

Hay distintos tipos de datos susceptibles de ser candidatos para integrarse en el programa. Los más representativos:

- Datos cartográficos y meteorológicos
- Datos de posicionamiento
- Datos geométricos
- Datos CFD

La inclusión de cartografía y datos meteorológicos permitiría simular situaciones reales de navegación. Facilitaría la determinación de la trayectoria más favorable según un conjunto de variables introducidas por el usuario.

Incluyendo la capacidad de integrar datos de posicionamiento se podrían comparar las trayectorias simuladas y reales facilitando la mejora del simulador.

Los datos geométricos facilitarían la interoperabilidad entre programas CAD y el simulador y permitirían una determinación más precisa de las variables.

Finalmente los datos CFD, aumentarían la precisión del programa pudiendo introducir datos verificados para el cálculo de las fuerzas fluidodinámicas.

4.6.4. Funciones adicionales

El programa ha sido diseñado para tratar la evolución temporal de vector de estado como hemos explicado. Con este análisis conseguimos la velocidad del barco a partir de integrar la aceleración, pero si se repitiera este proceso podríamos obtener la posición del velero y poder sacar su trayectoria.

Otro problema que se podría tratar es que el sistema de control pueda ser modificado para corregir la trayectoria del velero en tiempo real. Y así el propio usuario podría dirigir la dirección de la embarcación.

Si se modifica el modelo de velero para que se puedan introducir más de uno, podríamos comparar el comportamiento de distintos velero en una misma situación.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS

5.1. Introducción

En este capítulo se analiza el conjunto de datos generados por el programa. La interpretación de las tablas generadas nos permite evaluar el comportamiento dinámico del sistema. El análisis se centra en el estudio de la estabilidad y el estudio de las condiciones óptimas de navegación.

5.2. Análisis de estabilidad

El sistema velero, debido a la composición de las fuerzas y momentos que actúan sobre él, tiende a estabilizarse. Ya que para los casos simulados hemos considerado que los parámetros del problema sean constantes. Para hacer el análisis de estabilidad hemos generado conjuntos de datos, partiendo de un conjunto de estados iniciales distintos.

Los datos se han procesado mediante MATLAB® extrayendo las curvas de evolución de distintas variables representativas. Las variables consideradas han sido las contenidas en el vector de estado: el módulo de la velocidad del velero, el ángulo de dicha velocidad, el ángulo Ψ y la velocidad de rotación del velero ($\dot{\Psi} = d\Psi/dt$).

En los análisis de α , ésta se ha considerado estable al cruzar el margen de $\pm 0.01^\circ$ respecto al valor de estabilidad. En el caso de V el margen ha sido de $\pm 0.01 \text{ m/s}$, $\pm 0.01^\circ$ para el ángulo Ψ y finalmente $\pm 0.5^\circ/\text{s}$ para $\dot{\Psi}$. Durante todo el capítulo se expresarán los módulos de las velocidades lineales en m/s y los ángulo en grados.

En los siguientes puntos exponemos los resultados agrupados por casos, en cada uno de ellos se ha optado por liberar un conjunto de variables y fijar el resto.

5.2.1. Caso 1

En este primer caso variamos el ángulo de apertura de la vela (o *sheeting angle*) γ . Se fijan el resto de las variables, matriz de estado inicial, velocidad del viento, velocidad de la corriente y ángulo de deflexión del timón.

Las variables fijadas toman los siguientes valores:

$$X = \begin{Bmatrix} V \\ \Psi \\ \alpha \\ \dot{\Psi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \text{ m/s} \\ 0 \\ -5^\circ \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.1)$$

$$\vec{W} = W \angle \Psi_w = 6 \text{ m/s} \angle 220^\circ \quad (5.2)$$

$$\vec{C} = C \angle \Psi_c = 0 \text{ m/s} \angle 0^\circ \quad (5.3)$$

$$\beta = 0^\circ \quad (5.4)$$

Y el ángulo de apertura de la vela lo variamos entre 10° y 25° .

Tabla 5.1. Para la variación de α tenemos:

	$S_{\text{value}} (^\circ)$	$S_{\text{time}} (\text{s})$
$\gamma = 10$	-4.062	76.21
$\gamma = 15$	-3.975	88.38
$\gamma = 20$	-3.684	79.93
$\gamma = 25$	-3.306	71.16

Tabla 5.2. Para la variación de V tenemos:

	$S_{\text{value}} (\text{m/s})$	$S_{\text{time}} (\text{s})$
$\gamma = 10$	4.785	82.23
$\gamma = 15$	3.757	86.93
$\gamma = 20$	3.059	77.37
$\gamma = 25$	2.649	67.35

Tabla 5.3. Para la variación de Ψ tenemos:

	$S_{\text{value}} (^\circ)$	$S_{\text{time}} (\text{s})$
$\gamma = 10$	4.824	119.0
$\gamma = 15$	7.358	118.3
$\gamma = 20$	6.052	102.9
$\gamma = 25$	2.577	90.26

Tabla 5.4 Ángulo de la velocidad en el sistema externo:

	$S_{\text{value}} (^\circ) (\alpha + \Psi)$
$\gamma = 10$	0.762
$\gamma = 15$	3.383
$\gamma = 20$	2.368
$\gamma = 25$	-0.729

Del análisis de las gráficas de resultados, figuras 5.1 a 5.5, se han extraído los resultados expuestos en las tablas 5.1 a 5.4.

En estos resultados podemos observar que a medida que el ángulo de apertura de la vela aumenta, su ángulo de ataque disminuye, disminuyendo a su vez la fuerza aerodinámica. Como la fuerza hidrodinámica es igual a la aerodinámica cuando el sistema es estable, la primera fuerza debe ser menor. Debido a esto vemos que el módulo de la velocidad de estabilización del velero y su ángulo, en valor absoluto, disminuyen al aumentar el ángulo de apertura de la vela.

El tiempo que tarda en llegar a la estabilidad el velero, disminuye cuando la apertura de la vela aumenta. Esto es debido a que por un lado la fuerza aerodinámica vaya disminuyendo, y por otro lado la fuerza hidrodinámica siempre sea la misma. Entonces esto hace que al disminuir la primera cada vez sea más parecida a la hidrodinámica y así el tiempo que tardan en compensarse una a la otra sea menor.

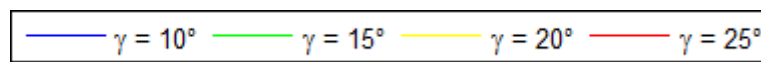


Fig. 5.1 Leyenda para los gráficos del Caso1.

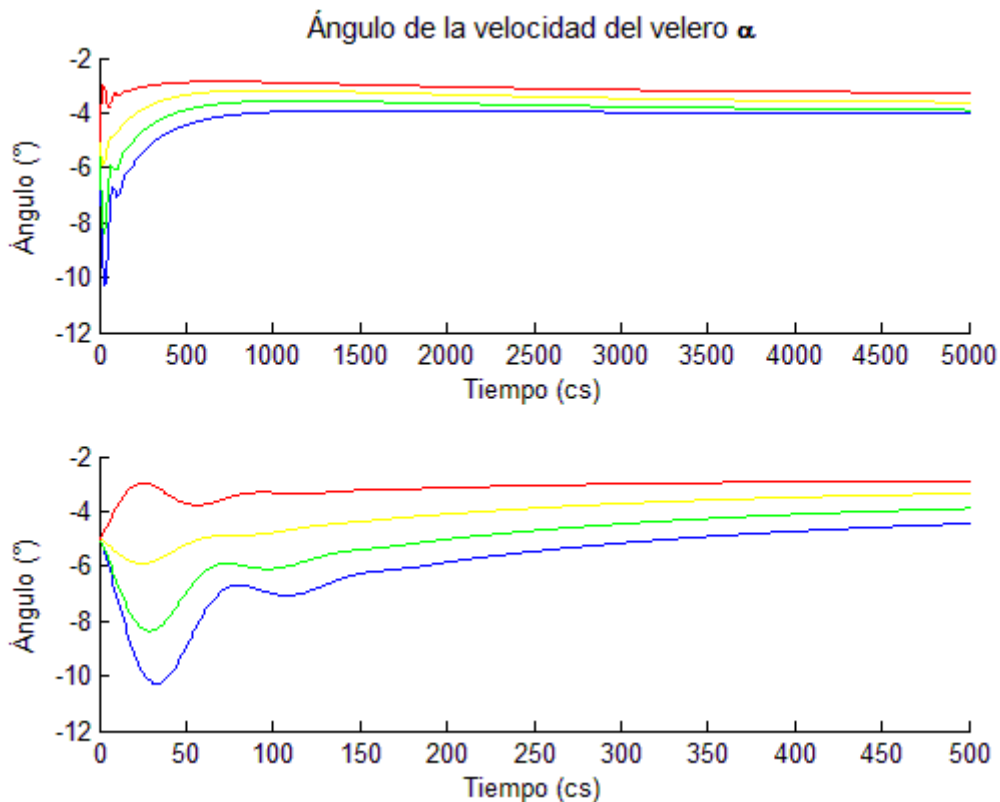


Fig. 5.2 Caso1: Gráfico de la evolución temporal del ángulo α .

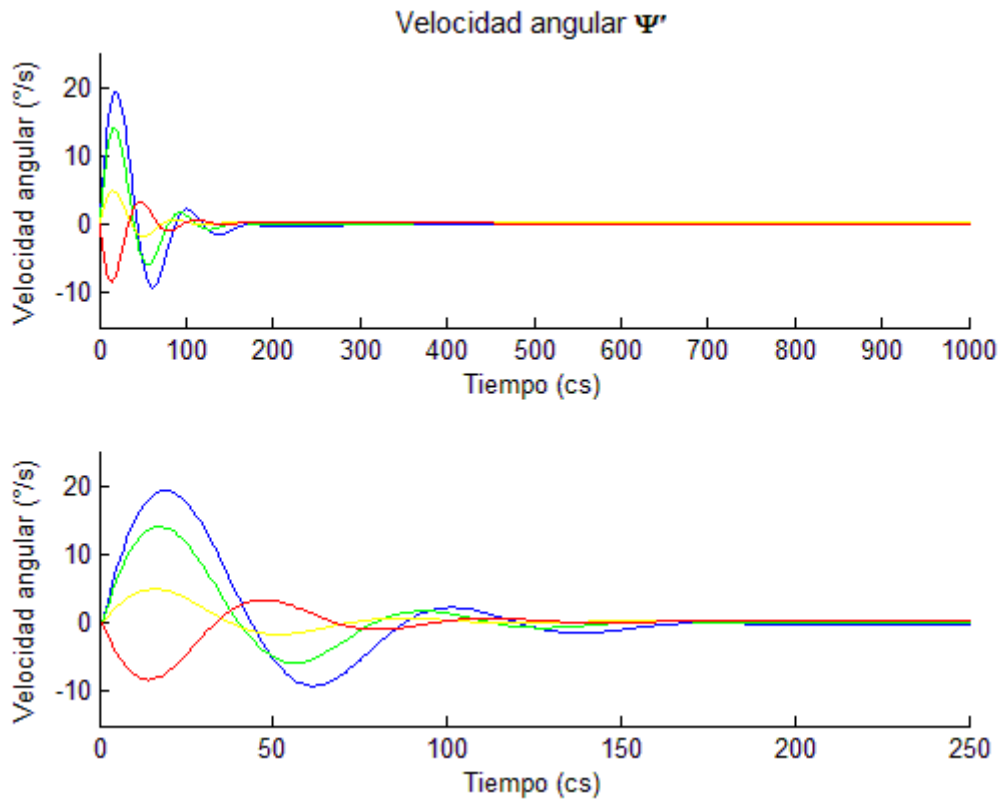


Fig. 5.3 Caso1: Gráfico de la evolución temporal de la velocidad angular Ψ' .

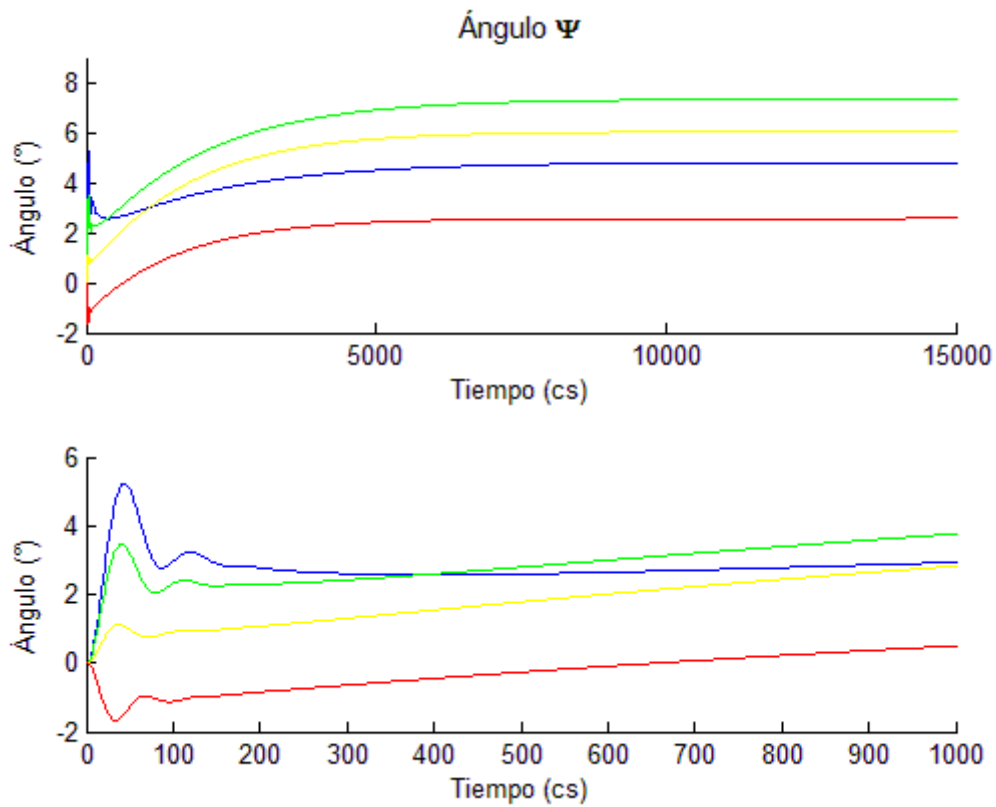


Fig. 5.4 Caso1: Gráfico de la evolución temporal del ángulo Ψ .

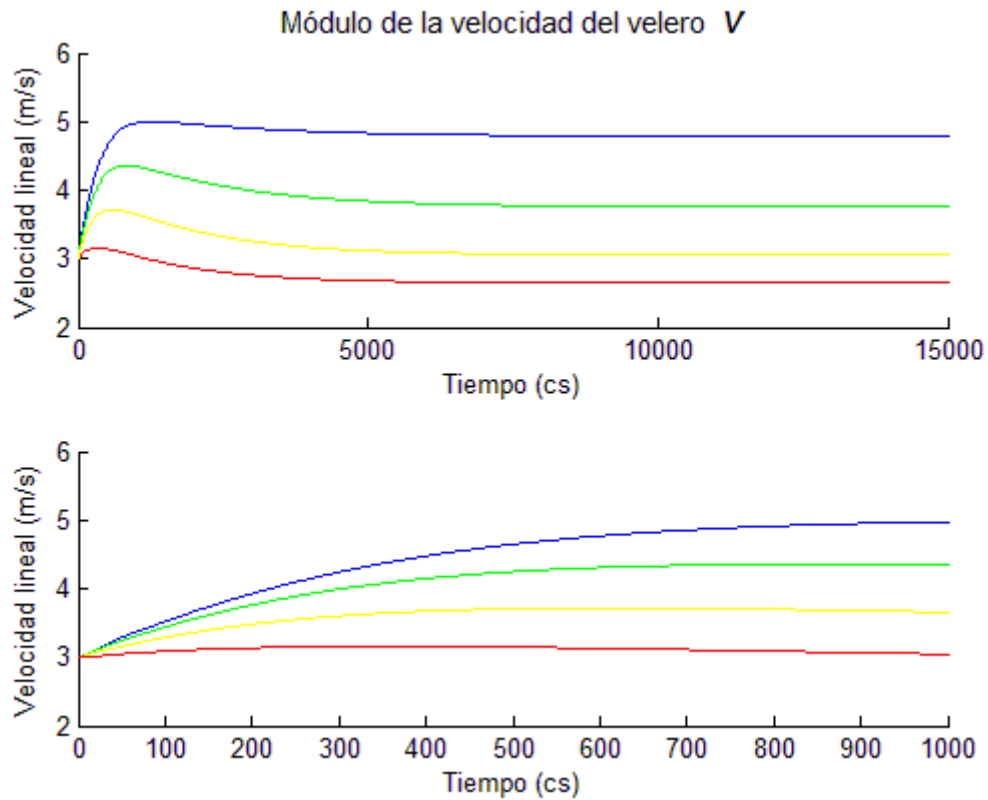


Fig. 5.5 Caso1: Gráfico de la evolución temporal del módulo de la velocidad del velero.

5.2.2. Caso 2

En este segundo caso el parámetro variable es la intensidad del viento W .

Esta toma los valores 3 m/s , 6 m/s , 9 m/s y 12 m/s .

Las variables fijadas son:

$$X = \begin{Bmatrix} V \\ \Psi \\ \alpha \\ \dot{\Psi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \text{ m/s} \\ 0 \\ -5^\circ \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.5)$$

$$\Psi_w = 220^\circ \quad (5.6)$$

$$\vec{C} = C \angle \Psi_c = 0 \text{ m/s} \angle 0^\circ \quad (5.7)$$

$$\gamma = 10^\circ \quad (5.8)$$

$$\beta = 0^\circ \quad (5.9)$$

Tabla 5.5. La variación de α :

	$S_{\text{value}} (^{\circ})$	$S_{\text{time}} (\text{s})$
$W = 3$	-4.063	136.1
$W = 6$	-4.063	76.21
$W = 9$	-4.063	11.08
$W = 12$	-4.063	39.67

Tabla 5.6. Para la variación de V tenemos:

	$S_{\text{value}} (\text{m/s})$	$S_{\text{time}} (\text{s})$
$W = 3$	2.410	129.9
$W = 6$	4.785	82.23
$W = 9$	7.176	25.76
$W = 12$	9.568	49.71

Tabla 5.7. Para la variación de Ψ tenemos:

	$S_{\text{value}} (^{\circ})$	$S_{\text{time}} (\text{s})$
$W = 3$	4.828	148.2
$W = 6$	4.828	119.0
$W = 9$	4.828	126.2
$W = 12$	4.828	62.96

Tabla 5.8. Ángulo de la velocidad en el sistema externo:

	$S_{\text{value}} (^{\circ}) (\alpha + \Psi)$
$W = 3$	0.765
$W = 6$	0.765
$W = 9$	0.765
$W = 12$	0.765

Del análisis de las gráficas de resultados, figuras 5.6 a 5.10, se han extraído los resultados expuestos en las tablas 5.5 a 5.8.

En este caso podemos ver como al aumentar la intensidad del viento el tiempo de estabilización disminuye. Esto se debe a que partimos de una la fuerza hidrodinámica mayor que la fuerza aerodinámica, entonces al medida que el la velocidad del viento aumenta también aumenta la fuerza aerodinámica, y estas cada vez son más similares.

Pero como vemos en el último caso el tiempo es mayor, pues en esta simulación la fuerza aerodinámica ahora es mayor que la hidrodinámica y se empiezan a alejar los valores otra vez.

En cuanto a la velocidad del velero, vemos que aumenta al hacer mayor la intensidad del viento. Ya que al no tener velocidad de la corriente, la velocidad del velero es proporcional a la del viento.

El factor de proporcionalidad ($k_{\Delta w}$) lo definimos como:

$$k_{\Delta w} = \frac{W}{V} \quad (5.10)$$

En la siguiente tabla mostramos el valor que toma el factor en cada caso:

Tabla 5.9. Esta toma los valores:

	$k_{\Delta w}$
$W = 3$	1.244
$W = 6$	1.261
$W = 9$	1.254
$W = 12$	1.254
Media	1.253

Este factor de proporcionalidad $k_{\Delta w}$ lo podemos aproximar como constante, tomando el valor 1.253. Esta constante se puede considerar válida para vientos dentro del rango medido, de 3 a 12 metros por segundo.

Otra conclusión que podemos extraer observando los valores de las tablas anteriores es que tanto el ángulo de la velocidad como ángulo de relación entre los dos sistemas de referencia, se mantienen constantes. Esto se debe a que el ángulo de procedencia del viento no se varía, solo modificamos los módulos.

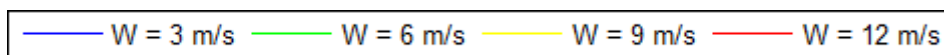


Fig. 5.6 Leyenda para los gráficos del Caso2.

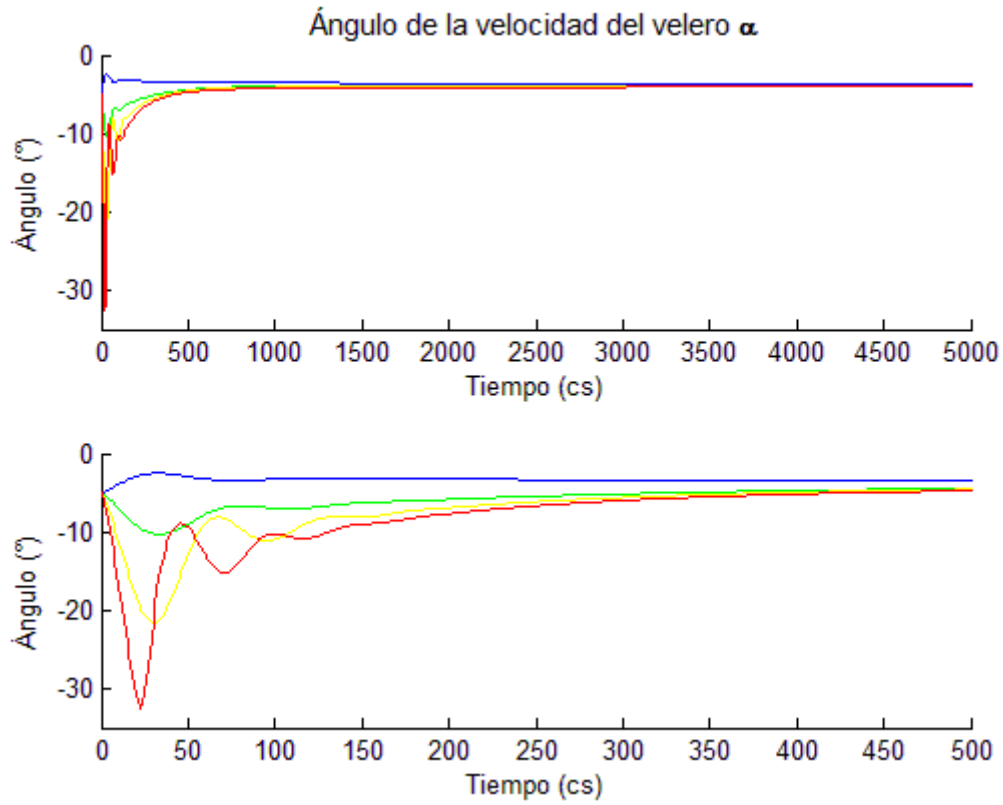


Fig. 5.7 Caso2: Gráfico de la evolución temporal del ángulo α .

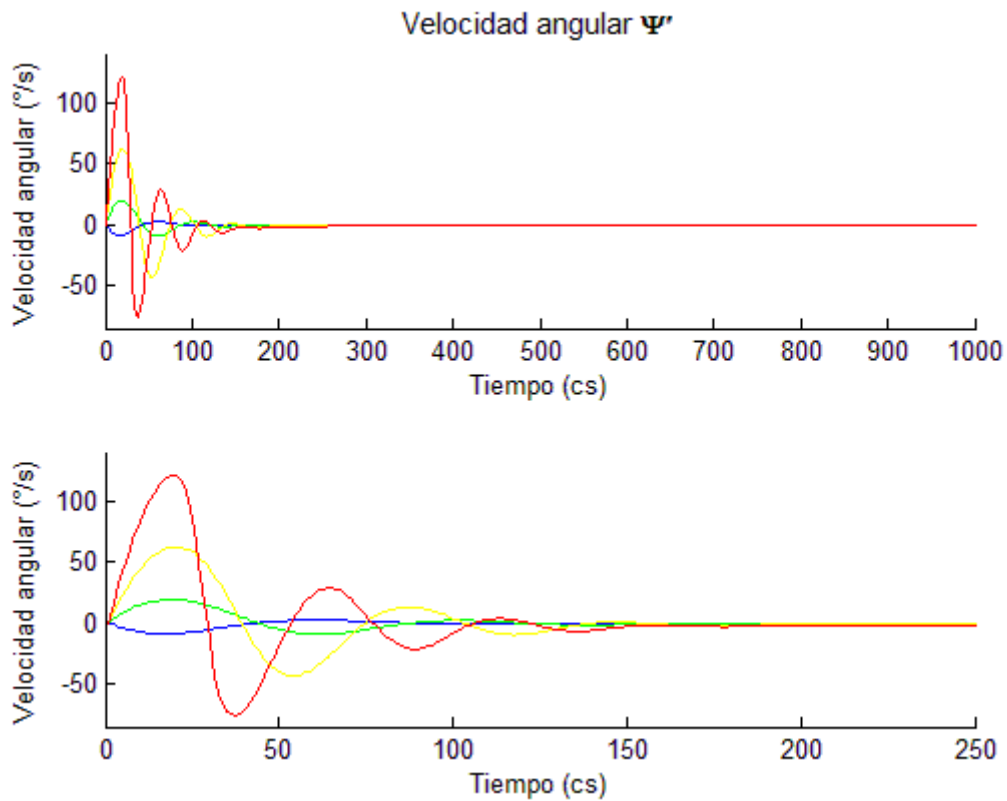


Fig. 5.8 Caso2: Gráfico de la evolución temporal de la velocidad angular Ψ .

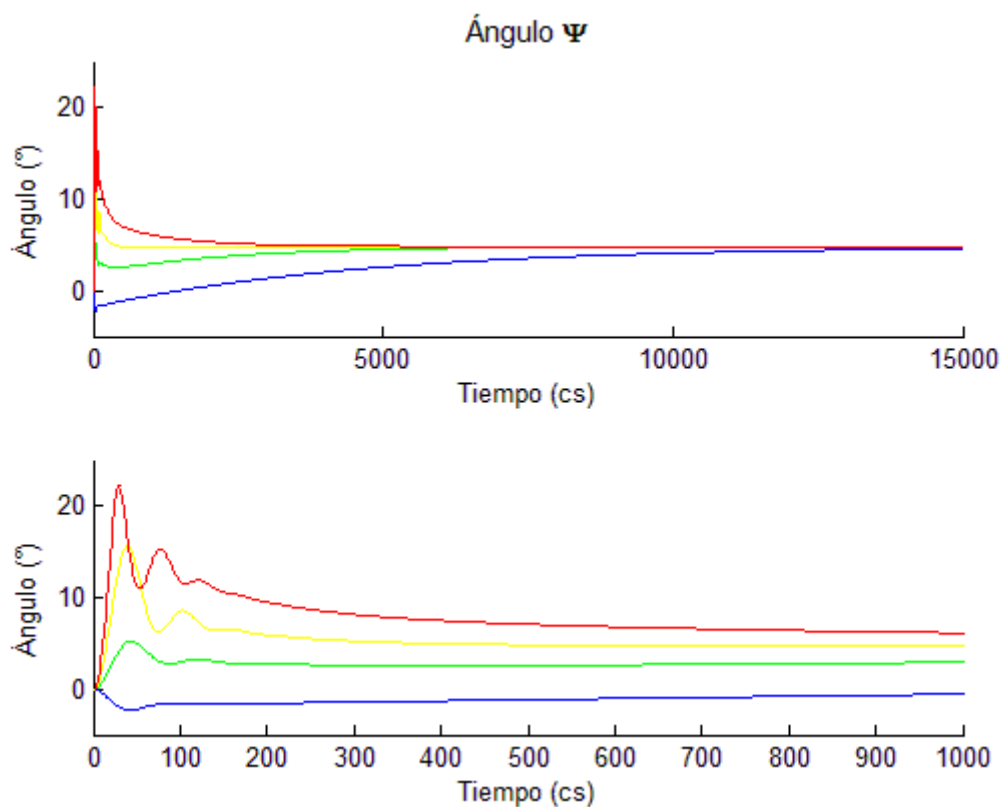


Fig. 5.9 Caso2: Gráfico de la evolución temporal del ángulo Ψ .

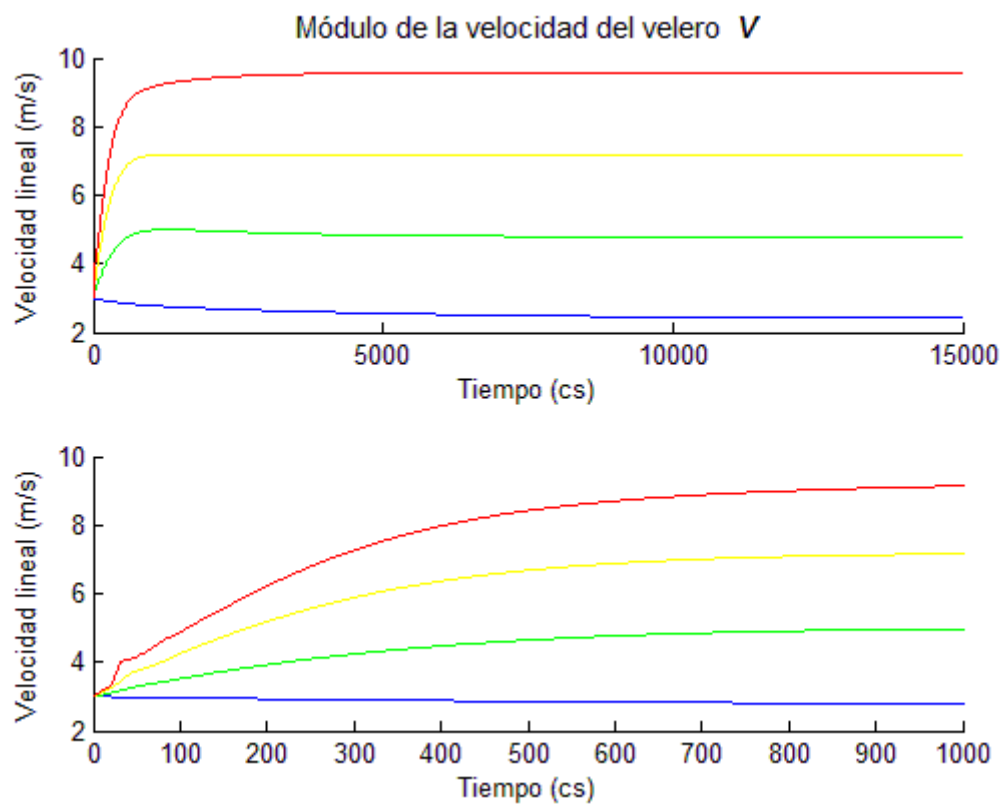


Fig. 5.10 Caso2: Gráfico de la evolución temporal del módulo de la velocidad del velero.

5.2.3. Caso 3

En este tercer caso se establece como variable la dirección del viento W . Esta tomará valores entre 200° y 240° . La velocidad del viento será:

$$\vec{W} = W \angle \Psi_w = 6 \angle \Psi_w \quad (5.11)$$

Y el resto de parámetros:

$$X = \begin{Bmatrix} V \\ \Psi \\ \alpha \\ \dot{\Psi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \text{ m/s} \\ 0 \\ -5^\circ \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.12)$$

$$\vec{C} = C \angle \Psi_c = 0 \text{ m/s} \angle 0^\circ \quad (5.13)$$

$$\beta = 0^\circ \quad (5.14)$$

$$\gamma = 10^\circ \quad (5.15)$$

Tabla 5.10. La variación de α es:

	$S_{\text{value}} (^\circ)$	$S_{\text{time}} (\text{s})$
$\Psi_w = 200^\circ$	-4.063	109.5
$\Psi_w = 210^\circ$	-4.063	90.95
$\Psi_w = 220^\circ$	-4.063	76.21
$\Psi_w = 230^\circ$	-4.063	110.9
$\Psi_w = 240^\circ$	-4.063	127.8

Tabla 5.11. Para la variación de V tenemos:

	$S_{\text{value}} (^\circ)$	$S_{\text{time}} (\text{s})$
$\Psi_w = 200^\circ$	4.785	116.7
$\Psi_w = 210^\circ$	4.785	98.21
$\Psi_w = 220^\circ$	4.785	82.23
$\Psi_w = 230^\circ$	4.785	114.9
$\Psi_w = 240^\circ$	4.785	137.7

Tabla 5.12. Para la variación de Ψ tenemos:

	$S_{\text{value}} (^{\circ})$	$S_{\text{time}} (\text{s})$
$\Psi_w = 200^{\circ}$	-15.172	145.8
$\Psi_w = 210^{\circ}$	-5.172	137.7
$\Psi_w = 220^{\circ}$	4.824	119.0
$\Psi_w = 230^{\circ}$	14.824	105.7
$\Psi_w = 240^{\circ}$	24.824	122.9

Tabla 5.13. Ángulo de la velocidad en el sistema externo:

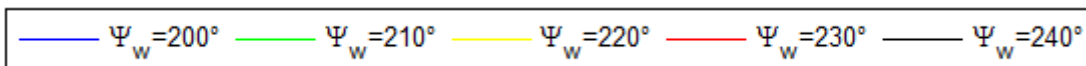
	$S_{\text{value}} (^{\circ}) (\alpha + \Psi)$
$\Psi_w = 200^{\circ}$	-19.235
$\Psi_w = 210^{\circ}$	-9.235
$\Psi_w = 220^{\circ}$	0.761
$\Psi_w = 230^{\circ}$	10.761
$\Psi_w = 240^{\circ}$	20.761

Del análisis de las gráficas de resultados, figuras 5.11 a 5.15, se han extraído los resultados expuestos en las tablas 5.10 a 5.13.

En esta situación simulada se ha variado el ángulo de procedencia del viento. Este ángulo está referenciado a los ejes externos de la embarcación y como no se ha cambiado la intensidad del viento, no se produce ningún cambio en el vector velocidad del velero. Es decir la interacción con el viento, mirada desde el sistema sólido al barco, es la misma y se estabilizará en el mismo punto.

Donde si se producen cambios es en el ángulo que relaciona los dos sistemas de referencia. Lo que se observa es que el velero rota para compensar la variación de ángulo del viento. Como podemos comprobar en la tabla 5.12, se puede considerar que el velero rota la misma magnitud que cambia el ángulo de la velocidad del viento.

En la tabla 5.13 se representa la dirección que sigue el velero en los ejes de referencia externo. Y podemos comprobar que los cambios son iguales al ángulo de referencia, ya que solo depende del ángulo Ψ porque α es constante.

**Fig. 5.11** Leyenda para los gráficos del Caso3.

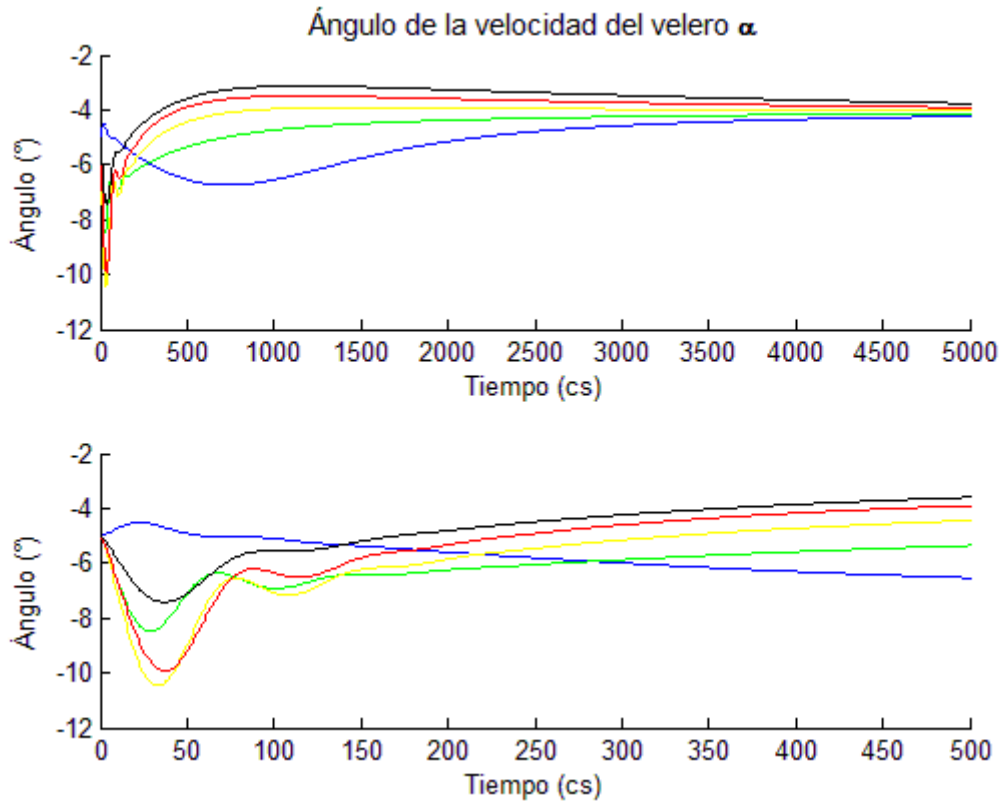


Fig. 5.12 Caso3: Gráfico de la evolución temporal del ángulo α .

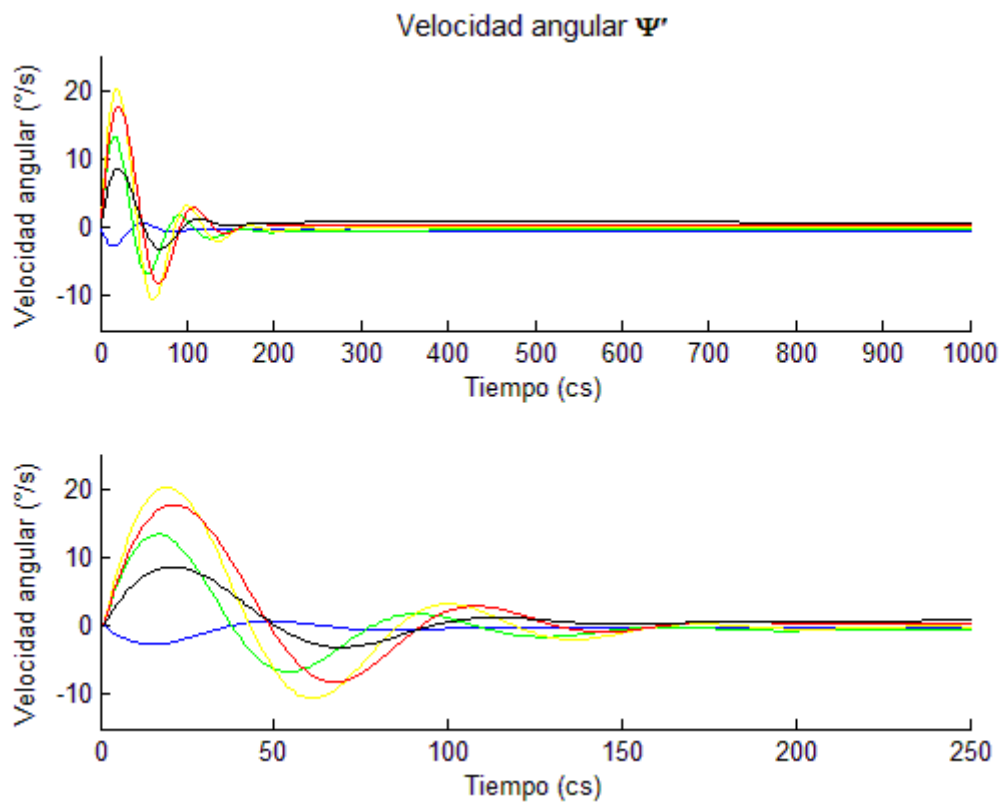


Fig. 5.13 Caso3: Gráfico de la evolución temporal de la velocidad angular Ψ' .

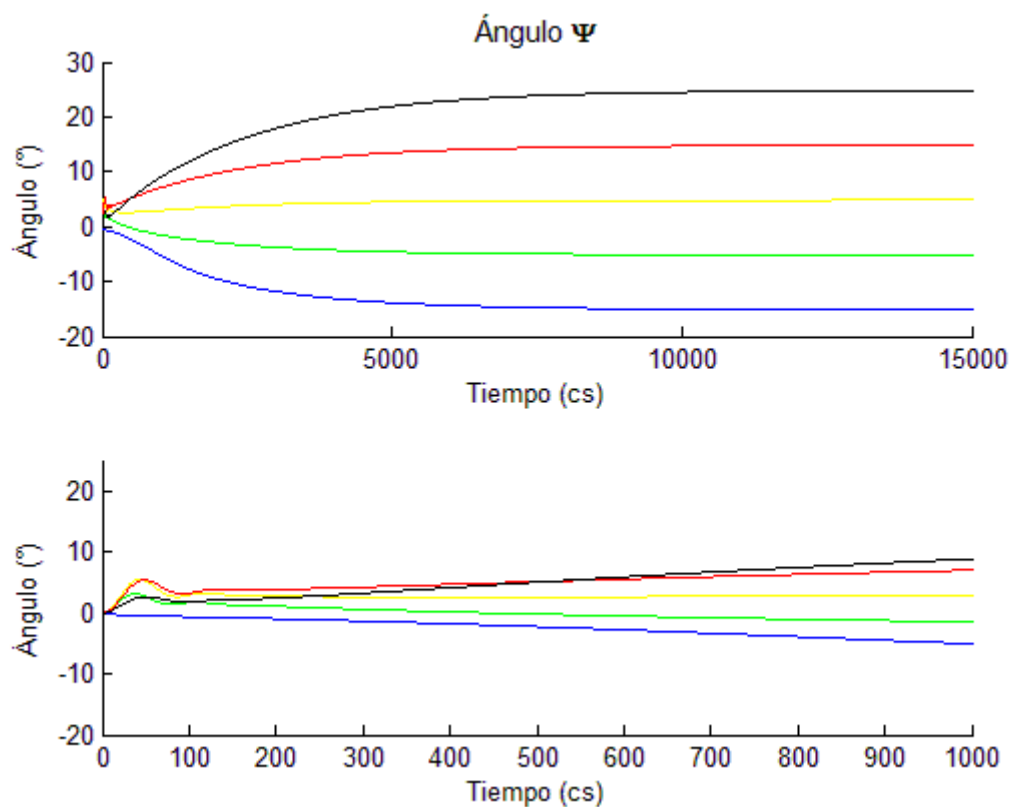


Fig. 5.14 Caso3: Gráfico de la evolución temporal del ángulo Ψ .

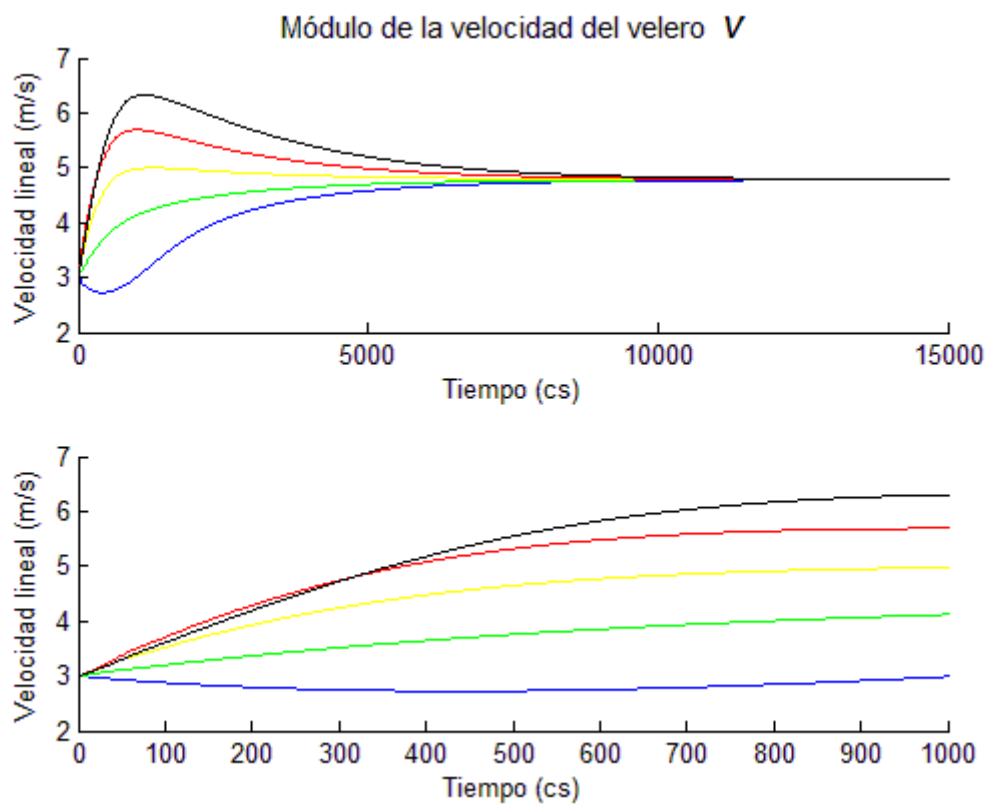


Fig. 5.15 Caso3: Gráfico de la evolución temporal del módulo de la velocidad del velero.

5.2.4. Caso 4

En esta situación la variación se hace en la intensidad de la corriente C , que en los demás casos la habíamos considerado nula. La velocidad de la corriente será:

$$\vec{C} = C \angle \Psi_c = 0 \text{ m/s} \angle 230^\circ \quad (5.16)$$

Y el resto de parámetros:

$$\vec{W} = W \angle \Psi_w = 6 \angle 220^\circ \quad (5.17)$$

$$X = \begin{pmatrix} V \\ \Psi \\ \alpha \\ \dot{\Psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \text{ m/s} \\ 0 \\ -5^\circ \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

$$\gamma = 10^\circ \quad (5.19)$$

$$\beta = 0^\circ \quad (5.20)$$

Tabla 5.14 La variación de α es:

	$S_{\text{value}} (^\circ)$	$S_{\text{time}} (\text{s})$
$C = 0$	-4.063	76.21
$C = 0.25$	-6.529	29.55
$C = 0.5$	-9.448	105.1
$C = 1$	-17.069	101.7

Tabla 5.15 Para la variación de V tenemos:

	$S_{\text{value}} (\text{m/s})$	$S_{\text{time}} (\text{s})$
$C = 0$	4.785	82.23
$C = 0.25$	4.430	27.01
$C = 0.5$	4.090	93.48
$C = 1$	3.464	127.6

Tabla 5.16 Para la variación de Ψ tenemos:

	$S_{value} (^{\circ})$	$S_{time} (s)$
$C = 0$	4.824	119.0
$C = 0.25$	4.396	70.00
$C = 0.5$	3.925	84.64
$C = 1$	2.845	149.5

Tabla 5.17 Ángulo de la velocidad en el sistema externo:

	$S_{value} (^{\circ}) (\alpha + \Psi)$
$C = 0$	-0.764
$C = 0.25$	-2.133
$C = 0.5$	-5.523
$C = 1$	-14.224

Del análisis de las gráficas de resultados, figuras 5.16 a 5.20, se han extraído los resultados expuestos en las tablas 5.14 a 5.17.

Hasta ahora no había interactuado la corriente y esto hacía que los parámetros dependieran directamente del comportamiento del aire. Al introducir esta nueva variable el análisis se complica porque hay más factores a tener en cuenta.

Empezaremos analizando el comportamiento del módulo de la velocidad. La magnitud de la velocidad disminuye a medida que la intensidad de la corriente aumenta. Esto es debido a que la fuerza aerodinámica se mantiene constante y la fuerza hidrodinámica tiene que compensarla. La segunda fuerza va aumentando con la corriente, entonces para que disminuya debe de disminuir la velocidad del barco.

El ángulo de la velocidad aumenta en valor absoluto a la vez que la intensidad de la corriente aumenta.

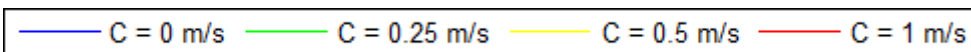


Fig. 5.16 Leyenda para los gráficos del Caso4.

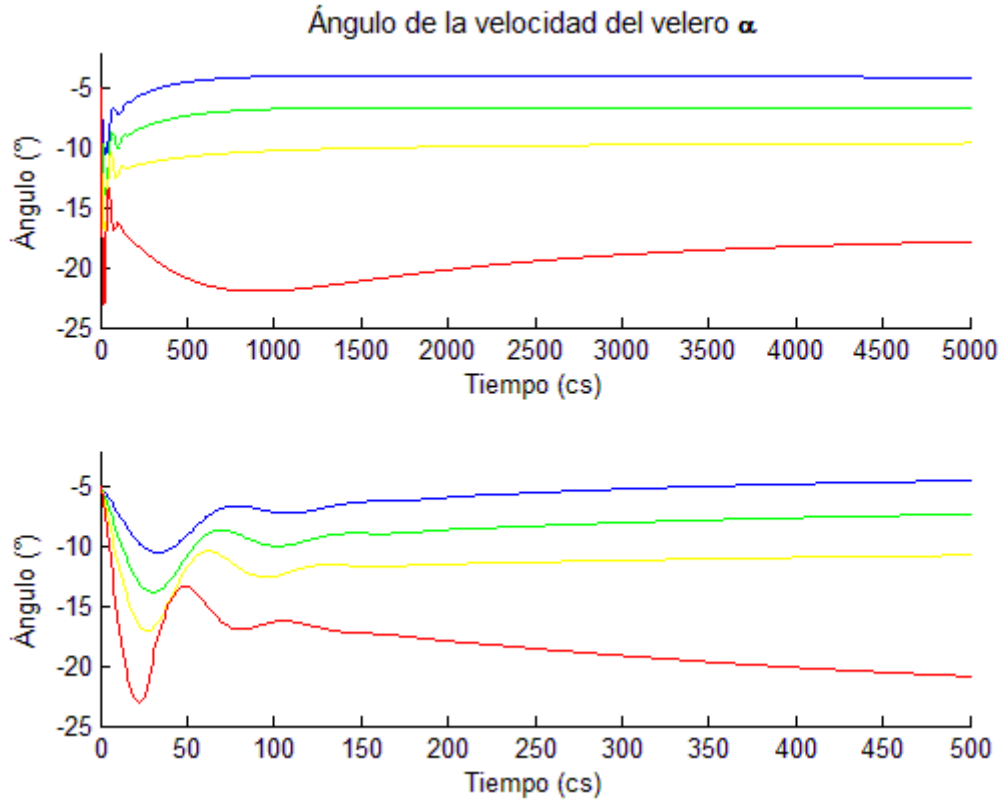


Fig. 5.17 Caso4: Gráfico de la evolución temporal del ángulo α .

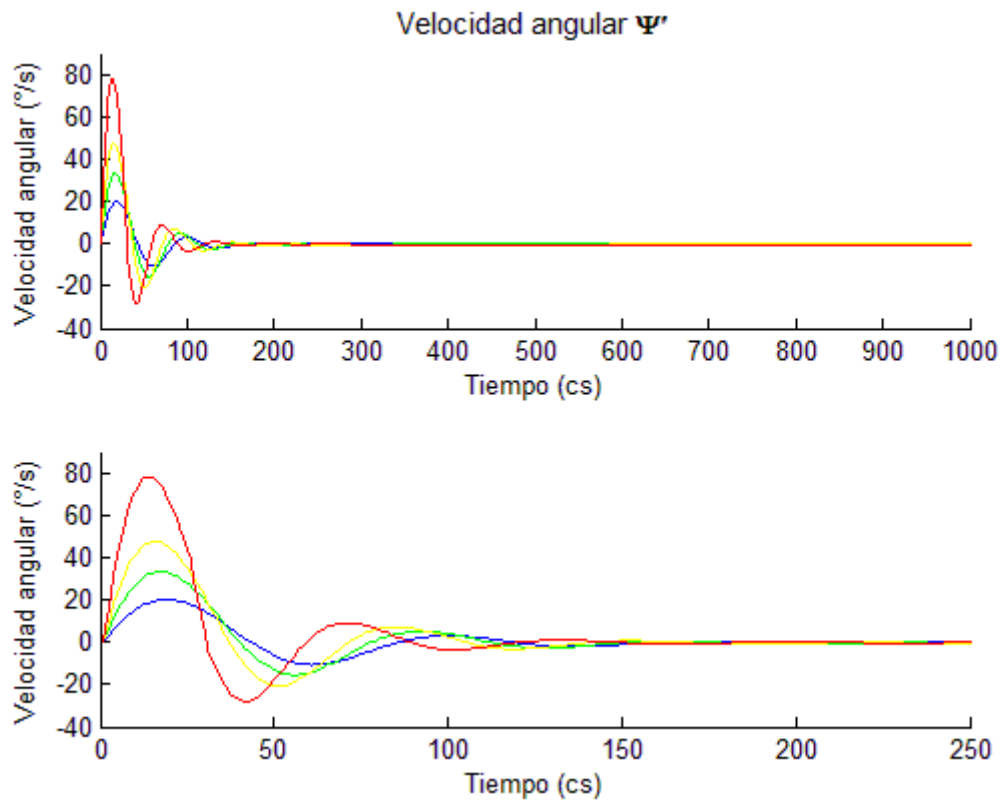


Fig. 5.18 Caso4: Gráfico de la evolución temporal de la velocidad angular $\dot{\Psi}$.

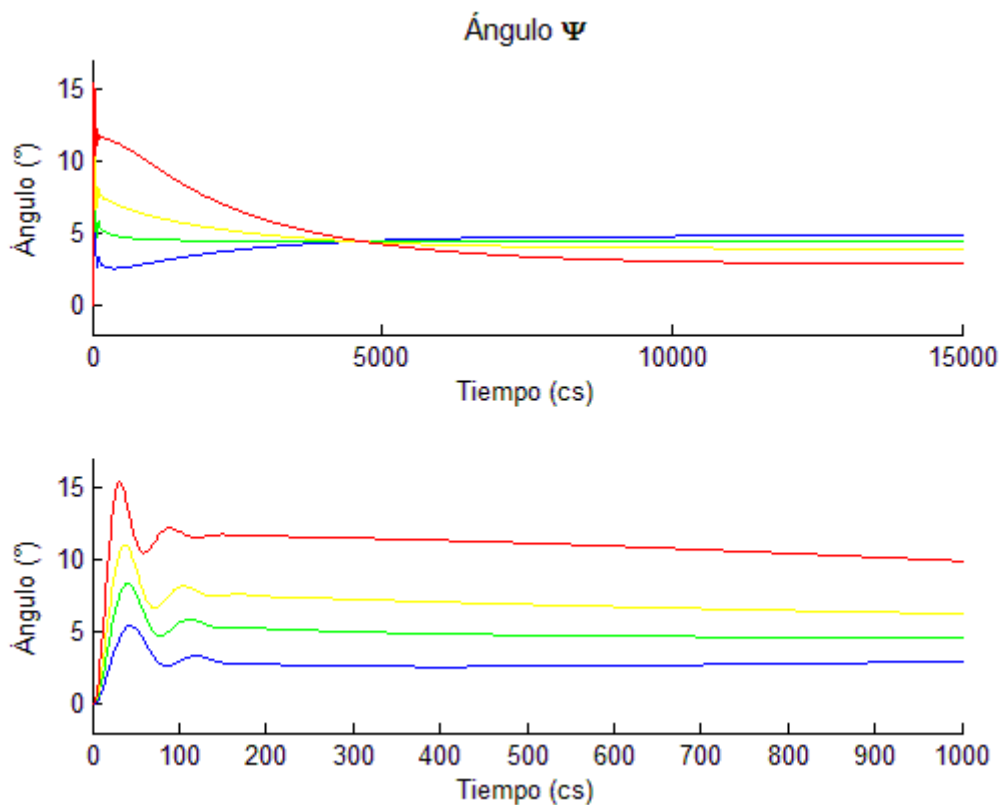


Fig. 5.19 Caso4: Gráfico de la evolución temporal del ángulo Ψ .

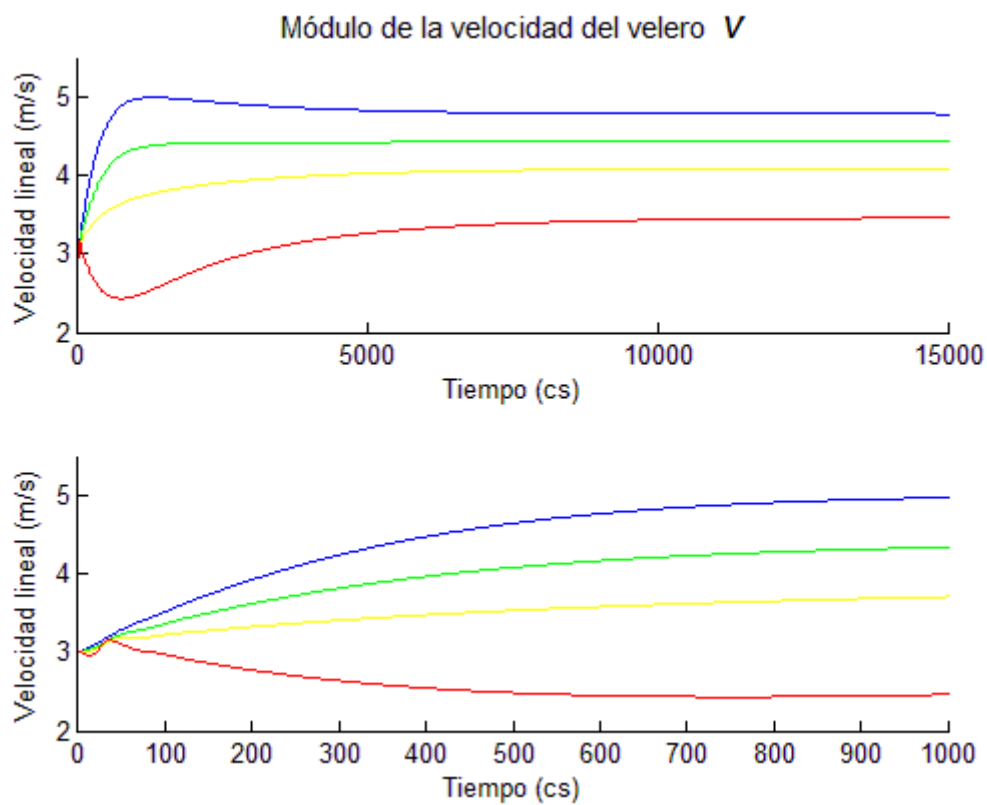


Fig. 5.20 Caso4: Gráfico de la evolución temporal del módulo de la velocidad del velero.

5.2.5. Caso 5

Ahora como en el caso del viento vamos a cambiar el ángulo de la corriente dejando su módulo constante.

$$\vec{C} = C \angle \Psi_c = 0.5m/s \angle \Psi_c \quad (5.21)$$

Y el resto de parámetros tomarán los siguientes valores:

$$\vec{W} = W \angle \Psi_w = 6 \angle 220^\circ \quad (5.22)$$

$$X = \begin{Bmatrix} V \\ \Psi \\ \alpha \\ \dot{\Psi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \text{ m/s} \\ 0 \\ -5^\circ \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.23)$$

$$\gamma = 10^\circ \quad (5.24)$$

$$\beta = 0^\circ \quad (5.25)$$

Tabla 5.18 La variación de α es:

	S _{value} (°)	S _{time} (s)
$\Psi_c = 50^\circ$	-0.176	84.74
$\Psi_c = 140^\circ$	0.592	111.2
$\Psi_c = 230^\circ$	-9.448	105.1
$\Psi_c = 320^\circ$	-7.264	114.8

Tabla 5.19 Para la variación de V tenemos:

	S _{value} (m/s)	S _{time} (s)
$\Psi_c = 50^\circ$	5.521	104.4
$\Psi_c = 140^\circ$	4.395	118.2
$\Psi_c = 230^\circ$	4.090	93.48
$\Psi_c = 320^\circ$	5.281	100.8

Tabla 5.20 Para la variación de Ψ tenemos:

	S _{value} (°)	S _{time} (s)
$\Psi_c = 50^\circ$	5.594	95.67
$\Psi_c = 140^\circ$	9.588	110.2
$\Psi_c = 230^\circ$	3.925	84.64
$\Psi_c = 320^\circ$	0.203	91.90

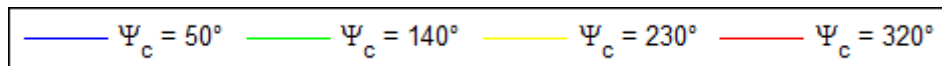
Tabla 5.21 Ángulo de la velocidad en el sistema externo:

	$S_{value} (°) (\alpha + \Psi)$
$\Psi_c = 50°$	5.418
$\Psi_c = 140°$	10.18
$\Psi_c = 230°$	-5.523
$\Psi_c = 320°$	-7.061

Del análisis de las gráficas de resultados, figuras 5.21 a 5.25, se han extraído los resultados expuestos en las tablas 5.18 a 5.21.

Del comportamiento de la velocidad del barco, podemos extraer, que cuando la corriente la notamos viene de cara al barco, es decir en los caso de $140°$ y $230°$, la velocidad del velero es menor.

En este caso lo que tenemos es la fuerza aerodinámica constante, y con la hidrodinámica se tiene que compensar. Como la velocidad aparente del fluido (velocidad hidrodinámica) es mayor, porque nos movemos en contra de la corriente, la velocidad del velero debe de disminuir para que se compensen las fuerzas.

**Fig. 5.21** Leyenda para los gráficos del Caso5.

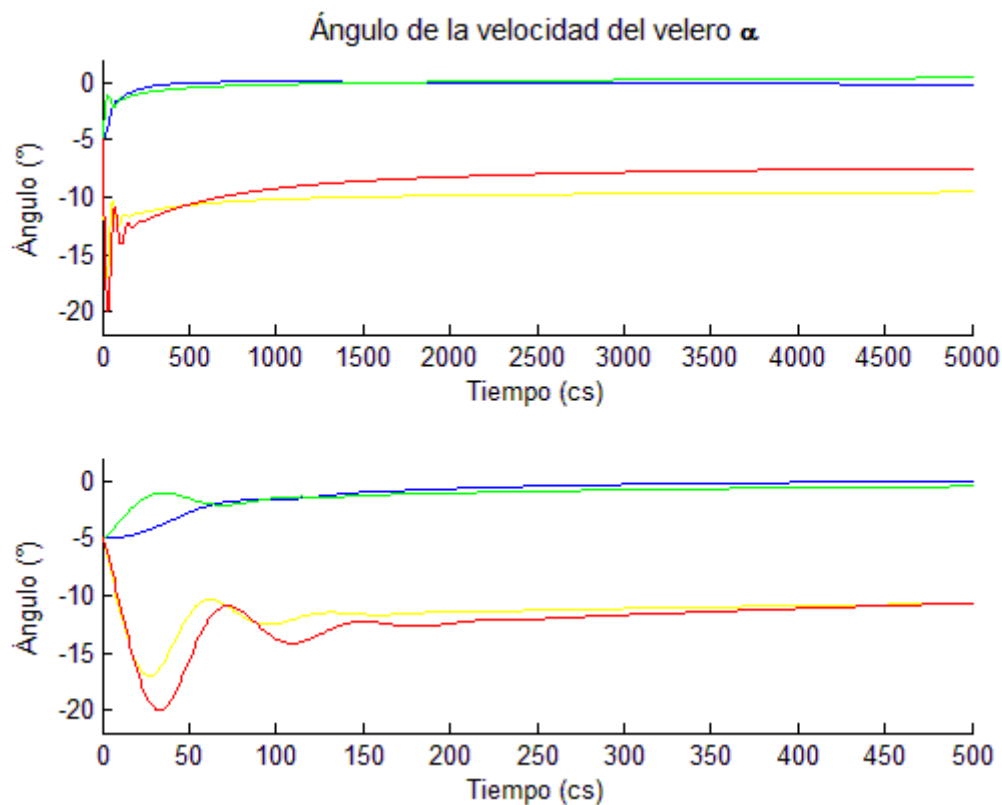


Fig. 5.22 Caso5: Gráfico de la evolución temporal del ángulo α .

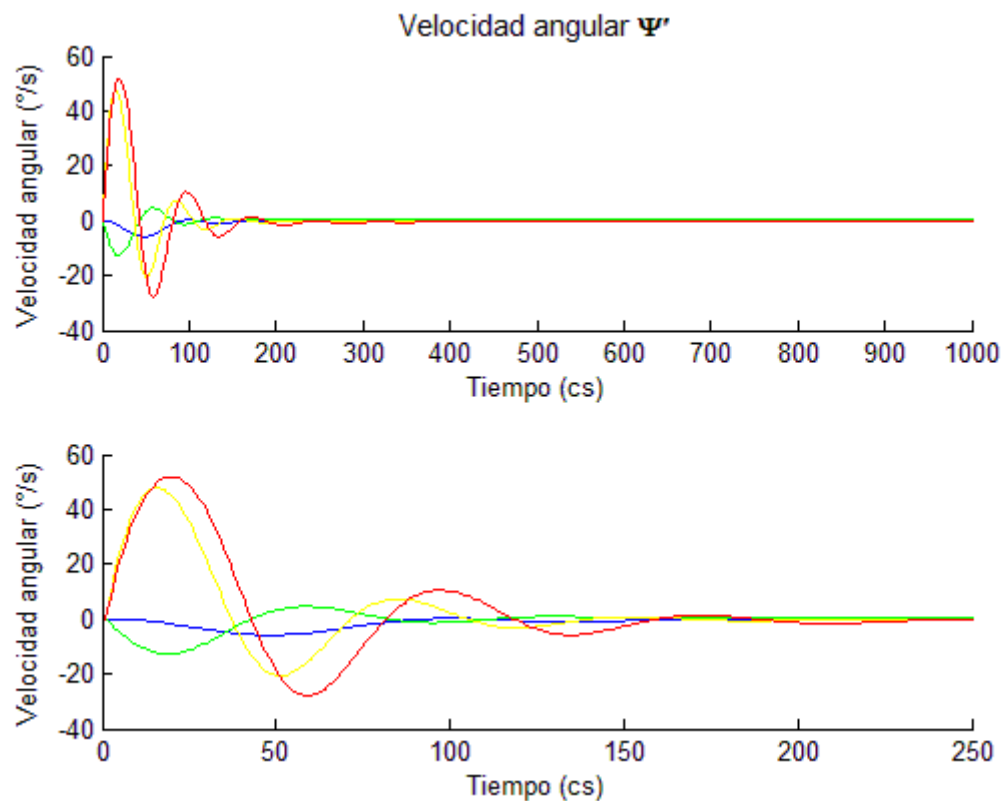


Fig. 5.23 Caso5: Gráfico de la evolución temporal de la velocidad angular Ψ .

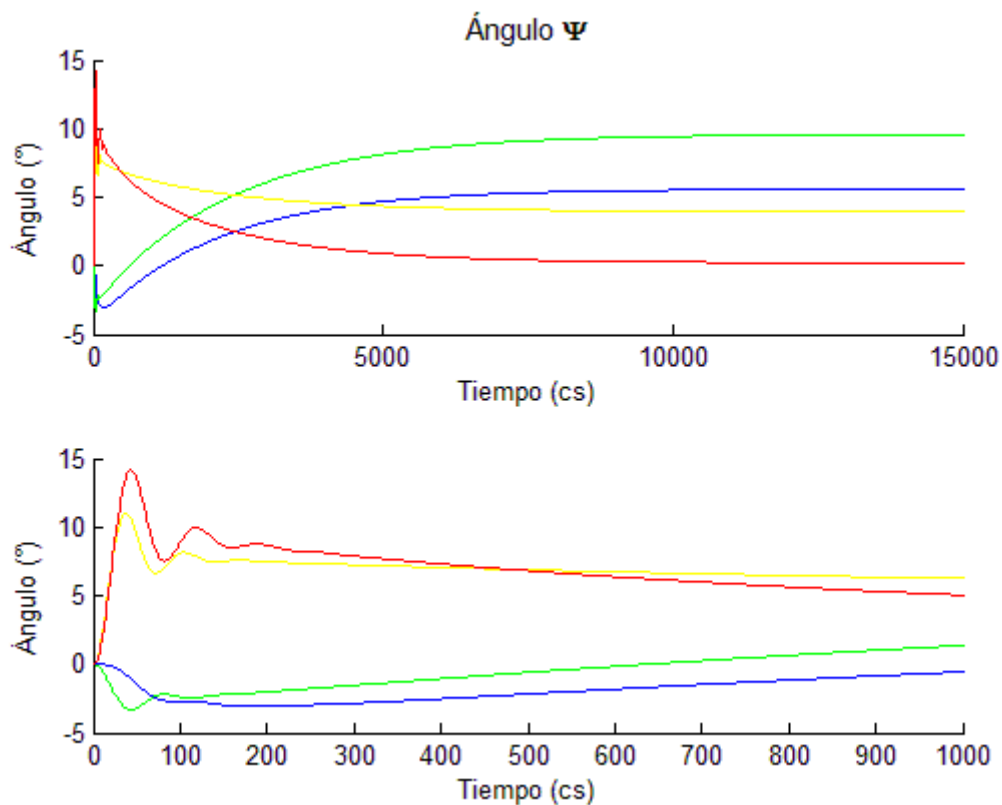


Fig. 5.24 Caso5: Gráfico de la evolución temporal del ángulo Ψ .

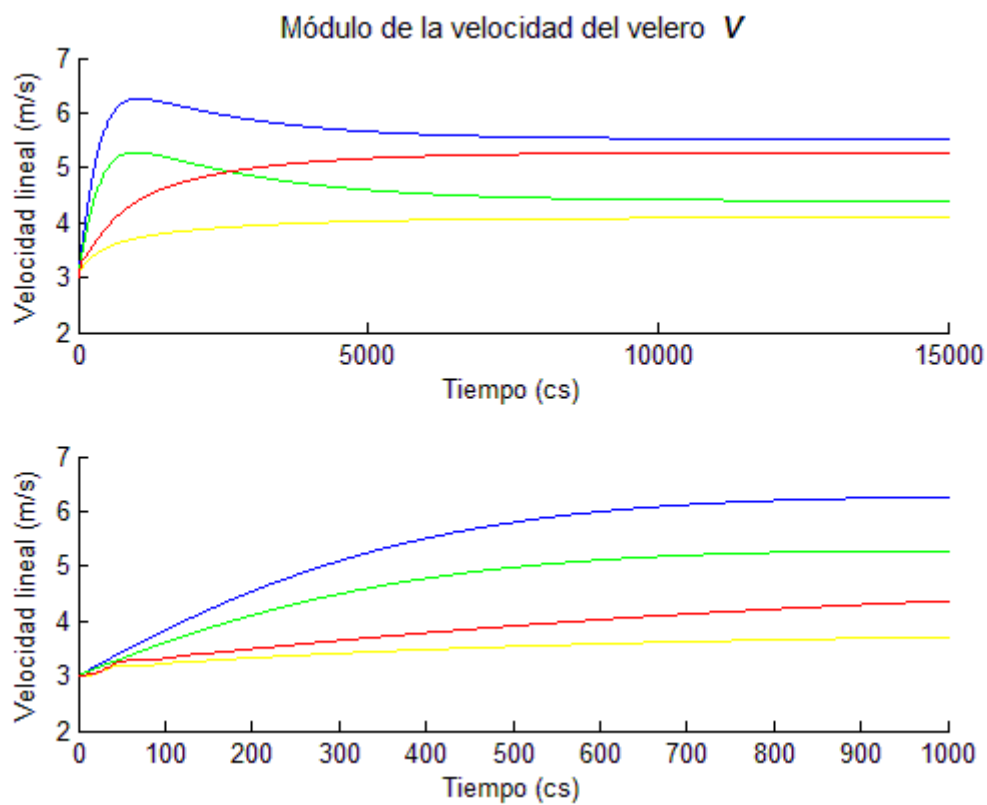


Fig. 5.25 Caso5: Gráfico de la evolución temporal del módulo de la velocidad del velero.

5.2.6 Conclusiones genéricas

De los casos anteriores no se ha comentado nada de la evolución de la velocidad angular aunque aparece en el vector de estado. Esta es para todos los casos nula, porque es la condición que se tiene que cumplir para llegar a un estado estable.

Que la velocidad angular sea nula, quiere decir que el sumatorio de momentos se ha compensado y el velero no tiene movimiento de rotación sobre el eje Z del sistema externo, que era uno de los grados de libertad que teníamos en cuenta. Es decir que el sumatorio de momentos es 0.

En las gráficas anteriores (5.3, 5.8, 5.13, 5.18, 5.23) se muestra como en cada caso simulado la velocidad angular ha llegado a estabilizarse en 0. Esta estabilización hace que el velero siga avanzando pero en una trayectoria recta. Por otro lado podemos observar como los tiempos de estabilización son muy bajos en todos los casos, no superando en casi ningún caso los dos minutos, esto es debido a la modelización del velero.

Cuando empezamos con la modelización del velero, nos encontramos con muchas dificultades para conseguir que fuese estable. Ya que no encontramos ninguna modelización realizada que tuviera en cuenta los parámetros que nosotros buscábamos.

Para poder hacer la modelización fuimos buscando datos de distintos modelos de barcos, de las velas y de los apéndices. Tuvimos que ir probando para que tuvieran coherencia y fuesen justificables, hasta que después de muchas pruebas y tiempo encontramos un modelo, el que utilizamos ahora, que era estable. Los valores de los parámetros encontrados hacen que ahora el velero tenga un tiempo de estabilización muy bajo.

5.3. Análisis de velocidades óptimas

Es muy común la presentación de las prestaciones de un velero en forma de curvas polares de velocidad óptima. En estas se presenta para un conjunto de ángulos del viento real respecto al eje longitudinal del velero y para una intensidad del viento dada, las velocidades óptimas del velero. Por velocidad óptima se entiende la velocidad máxima, que se consigue con el trimado óptimo de los controles.

En nuestro caso, para el cálculo de las curvas polares, se ha ajustado el ángulo de apertura de la vela, γ .

Las velocidades óptimas para cada dirección del viento se han encontrado desplazando γ , desde la consola del programa con saltos discretos de un grado, hasta encontrar un máximo. Se ha considerado una deflexión del timón en cada situación capaz de mantener el eje longitudinal del velero sobre el eje X del sistema externo.

En la figura 5.26 se muestran las dos curvas polares generadas. Esta se ha representado únicamente para ángulos del viento real, respecto a la línea de cruzía, de entre 0 y 150 grados. El comportamiento para ángulos de entre 210 y 360 grados es exactamente el mismo. La curva en rojo corresponde a una intensidad del viento real de 3 m/s y la azul de 6 m/s.

La figura 5.27 es una curva polar real, en ella se pueden distinguir los distintos trazos para las distintas intensidades del viento. Las curvas negras de la polar pertenecen a la configuración de ceñida del velero, en esta configuración el velero lleva izadas la mayor y una vela triangular a proa. Las curvas rojas pertenecen a la configuración para portantes en la que se utiliza la mayor a popa y una vela redonda a proa.

Como ya se mencionó anteriormente en el simulador se ha modelizado la configuración en ceñida. Comparando la forma de las curvas de ambos gráficos puede apreciarse la similitud entre ellas.

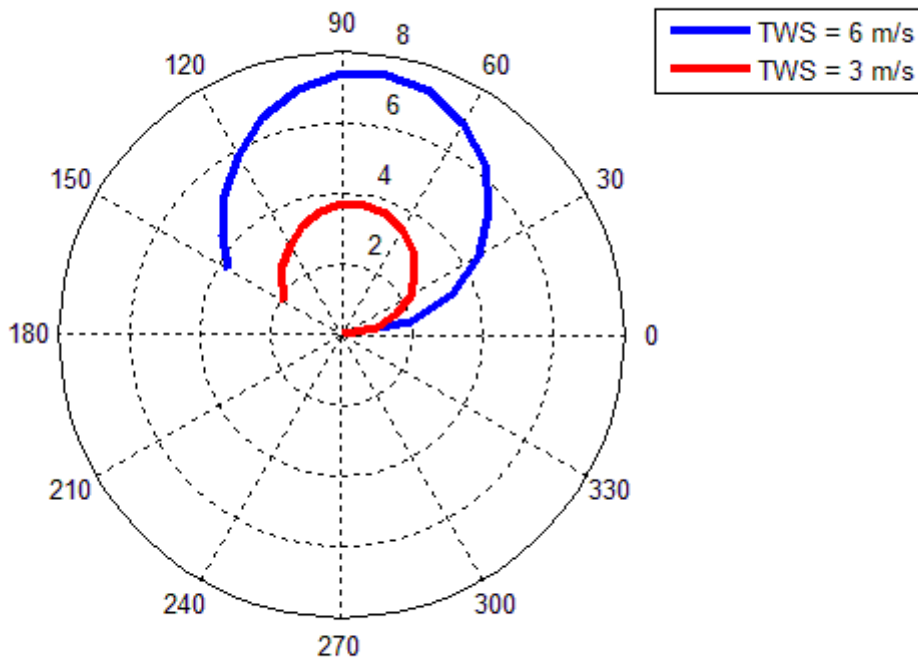


Fig. 5.25 Curvas polares extraídas del simulador.

Salona 34
(deep keel version)

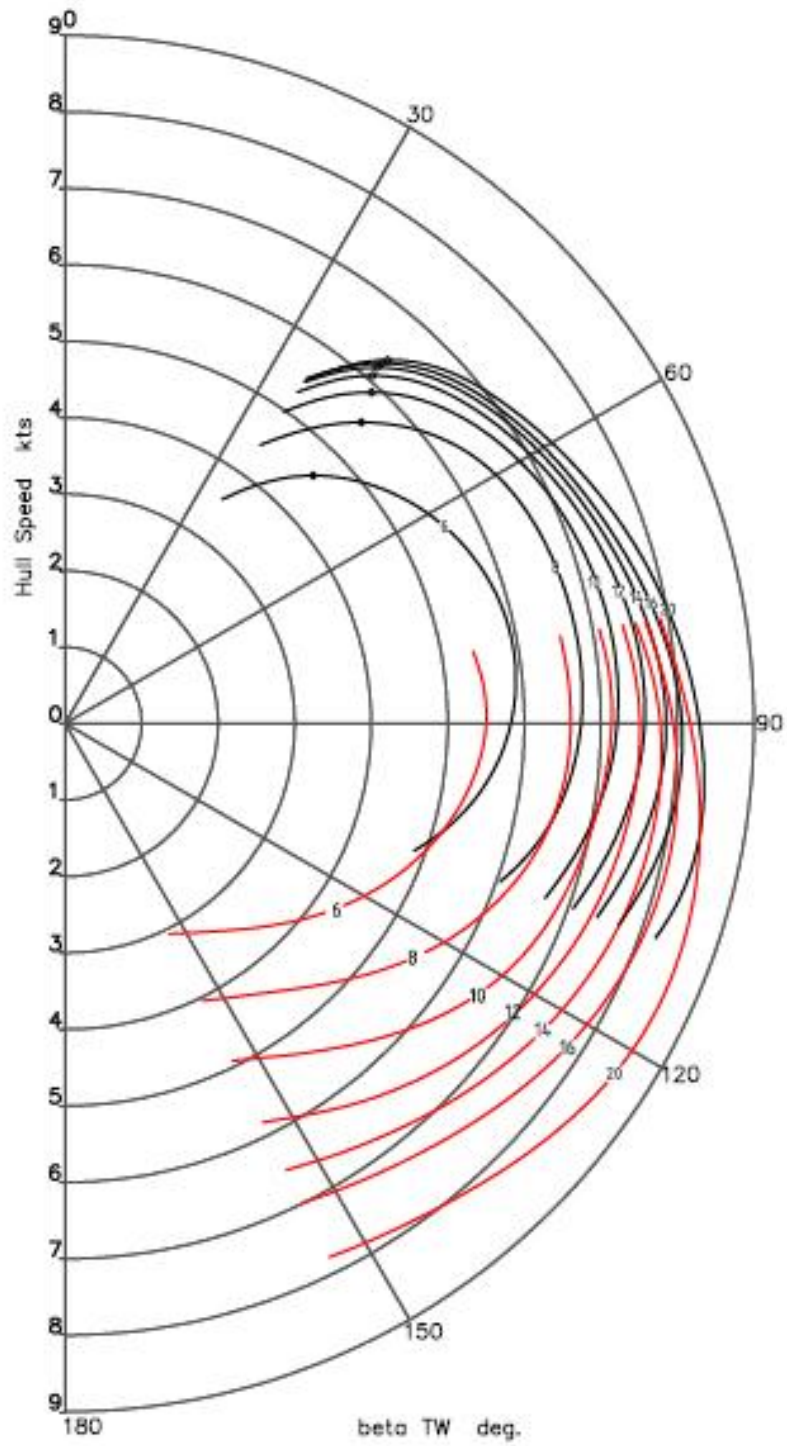


Fig. 5.26 Curva polar real [8].

CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo consistía en modelizar matemáticamente y de la manera más sencilla posible, el comportamiento dinámico de un velero, y simularlo numéricamente. Además a título personal, nos propusimos, que el programa desarrollado cumpliera con las premisas de la programación orientada a objetos, facilitando su desarrollo futuro.

Durante el desarrollo del proyecto hemos tenido que afrontar varios contratiempos y dificultades. No ha sido fácil realizar un trabajo de esta magnitud en pareja, sobretodo debido a la disparidad de los criterios de ambos. Al realizar el trabajo hemos asimilado la importancia del planteamiento explícito y de la comunicación entre ambos para llevar a buen puerto la empresa. Por otro lado hemos tenido problemas con la temporización del proyecto, debido a las restricciones de plazo que nos impusimos inicialmente. Esto nos ha llevado a la programación de tres soluciones distintas, dos de las cuales tuvimos que desechar. Finalmente el desconocimiento sobre náutica de uno de los autores le representó un esfuerzo de comprensión y racionalización adicional.

Debido a la simplicidad de la modelización los resultados extraídos del programa no han sido plenamente satisfactorios en todos los casos. Un ejemplo de ello, ha sido el desajuste de los momentos, que nos ha impedido extraer resultados de la respuesta del sistema tras una deflexión del timón. Por otro lado, la no consideración de la escora, ha resultado en una alteración del comportamiento del velero simulado respecto al caso real. Esta simplificación ha afectado principalmente a los resultados de las simulaciones en las que la velocidad del viento era más elevada, ya que, en estos casos la escora es mayor.

A pesar de las dificultades y problemas mencionados, se ha logrado cumplir con los objetivos del proyecto. Estamos satisfechos con el funcionamiento del programa y especialmente con su diseño al que hemos dedicado un cuidado esmero. Elaborando el trabajo hemos consolidado nuestras aptitudes, sobre todo en los ámbitos del trabajo en equipo, el planteamiento de proyectos y la redacción.

Deseando promover el estudio físico de la vela de recreo, a nivel universitario, y partiendo del programa elaborado, proponemos un conjunto de mejoras. Entre ellas, la realización de un estudio del efecto de los parámetros en la estabilidad, buscando los valores límite para los que la respuesta del sistema es estable. La implementación de un algoritmo para encontrar soluciones estacionarias y estables, mediante métodos de resolución de ecuaciones no lineales como Newton-Raphson. La optimización paramétrica del velero, mediante la interpretación de las soluciones de las derivadas de la matriz de estado. La integración de las trayectorias recorridas por el velero y la consideración de los seis grados de libertad.

Esperamos que este trabajo establezca un precedente local en el campo del

estudio físico de la vela, cuyo centro neurálgico es a día de hoy la universidad tecnológica de Delft, y promueva unos estudios más exhaustivos de estos sistemas tan complejos y fascinantes que son los veleros.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Fossati F. *Aero-hydrodynamics and the Performance of Sailing Yachts*, Adlard Coles, London, 2009.
- [2] Hansen, H., Jackson, P.S., Hochkirch, K., *Real-time velocity prediction program for wind tunnel testing of sailing yachts*, University of Auckland
- [3] Goldenbaum G.C. *Equilibrium sailing velocities*, University of Maryland, Maryland, 1988.
- [4] Ridder E.J., Vermeulen K. J., Keuning J.A., *A Mathematical Model for the Tacking Maneuver of a Sailing Yacht*, Delft University of Technology, Delft, 2004
- [5] Cruz Chavez M.A *Métodos numéricos*, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Morelos, 2009.
- [6] Gregoire M., Solter N. A., Kleper S.J., *Professional C++*, John Wiley & Sons, Inc, Indianapolis, 2011
- [7] Horton. I, *Ivor Horton's Begening Visual C++ 2010*, Wiley Publishing, Inc, Indianapolis y Canada, 2010.
- [8] http://es.wikipedia.org/wiki/Ángulo_de_ataque
- [9] <http://www.salonayachts.com>



Escola d'Enginyeria de Telecomunicació i
Aeroespacial de Castelldefels

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

ANEXOS

TÍTULO DEL TFC: Simulación numérica de la dinámica de un velero

**TITULACIÓN: Ingeniería Técnica Aeronáutica, especialidad
Aeronavegación**

**AUTORES: Eduard Ferrer Font
Alejandra Lorenzo Mora**

DIRECTOR: Fernando Pablo Mellibovsky Elstein

FECHA: 25 de Octubre de 2012

ANEXOS

A.1 Modelo implementado

Los valores tomados para la implementación se detallarán a continuación, para la elección de estos nos hemos basado en los veleros de clase RC44.

Empezamos detallando las áreas empleadas en el programa en la tabla A.1:

A.1 Superficies de los elementos del velero.

Superficie vélica ²	140 m ²
Superficie del timón	0.7 m ²
Superficie de la quilla	2 m ²
Superficie del casco	8 m ²

Las cuerdas de las superficies sustentadoras son las expresadas en la tabla A.2:

A.2 Cuerdas de las superficies propulsoras.

Cuerda de la vela	4 m
Cuerda del timón	0.4 m
Cuerda de la quilla	0.7 m

Otro de los parámetros considerados han sido los brazos de palanca para calcular los momentos, que toman los siguientes valores:

A.3 Brazos de palanca.

Brazo de palanca vela	1.4 m
Brazo de palanca quilla	0.228 m

Las masas y el resto de características se exponen en la tabla A.4:

A.4 Masas y longitudes.

Masa del barco	3560 kg
Masa de la quilla	2200 kg
Ancho del casco	2.75 m
Ancho de la quilla	0.2 m
Eslora	13.35 m

² Las superficie vélica se ha tomado como la suma de las dos velas (Vela mayor y genova).

En la siguiente imagen (figura A.1) se muestra un velero real RC44:



Fig. A.1 Velero RC44

A.2 Glosario de términos náuticos

Adrizante (momento): El momento adrizante es el momento en torno al eje longitudinal del velero cuya acción tiende a rotarlo hacia el estado en reposo. Su opuesto es el momento escorante.

Aparejo: El aparejo de una embarcación es el conjunto de palos, vergas, jarcias y velas que le permiten ponerse en movimiento aprovechando el movimiento del aire que las impulsa (viento).

Arboladura: La arboladura es el conjunto de vergas y mástiles de un velero.

Babor: Babor, en un barco, es el lado izquierdo mirando hacia proa.

Barlovento (costado): El costado de barlovento es el lado expuesto al viento, es decir, el costado por donde incide el viento.

Bermuda (aparejo): El aparejo bermuda es el aparejo cuyas velas son triangulares.

Ceñida: Navegar de ceñida es navegar con unos ángulos de viento aparente de entre 30 y 70 grados.

Derrota: La derrota es la trayectoria que recorre una embarcación.

Escorante: El momento escorante es el momento en torno al eje longitudinal del velero cuya acción tiende a rotarlo disminuyendo el ángulo entre el mástil y la superficie del agua. Su opuesto es el momento adrizante.

Estribor: Estribor, en un barco, es el lado derecho mirando hacia proa.

Jarcia: La jarcia es el conjunto de cabos y cables empleados en una embarcación de vela.

Popa: La popa es el extremo posterior de un barco.

Proa: La proa es el extremo anterior de un barco.

Sotavento: El costado de sotavento es el opuesto al de barlovento.