

# SUMARIO

<b>SUMARIO</b>	<b>1</b>
<b>A. DEMOSTRACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA RUGOSIDAD MEDIA (RA) PARA EL FRESADO</b>	<b>3</b>
<b>B. DEMOSTRACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA DISTANCIA MÁXIMA PICO-VALLE (RT) PARA EL FRESADO</b>	<b>10</b>
<b>C. RUGOSIDAD</b>	<b>12</b>
C.1. Texturas .....	12
C.2. Rugosidad superficial.....	13
C.3. Instrumental de medición.....	20
C.4. Referencias .....	21

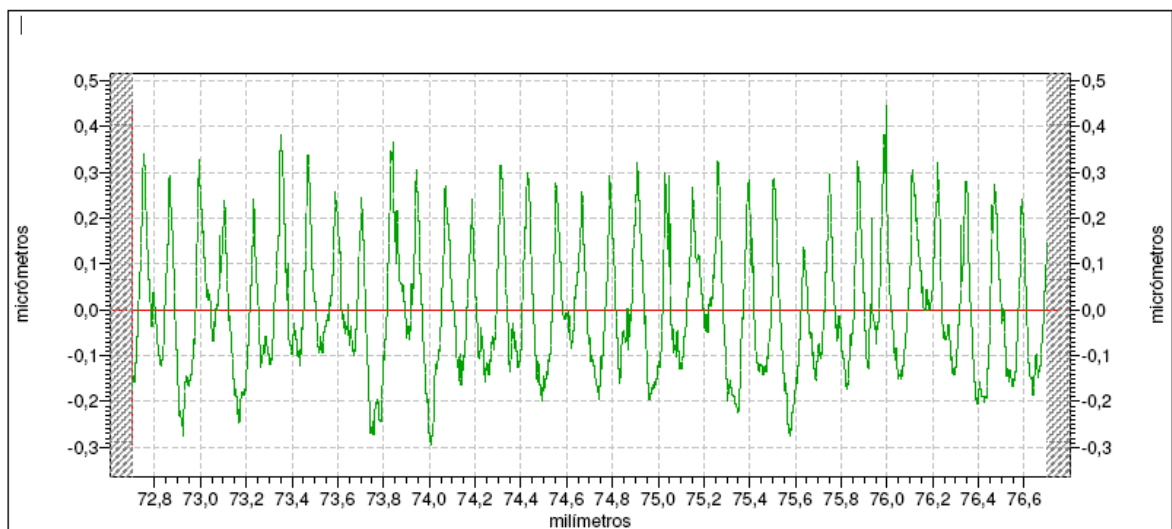




## A. Demostración de la ecuación de la rugosidad media ( $Ra$ ) para el fresado

El parámetro de rugosidad  $Ra$  (rugosidad media) se define como el valor promedio aritmético de los valores absolutos de las distancias del perfil de rugosidad a la línea intermedia de la longitud de medición.

La línea intermedia o también llamada línea central es aquella que da lugar a que la suma de las áreas entre esta línea y el perfil de rugosidad a los dos lados de esta línea sean iguales.



**Figura A.1.** Representación del cálculo del  $Ra$

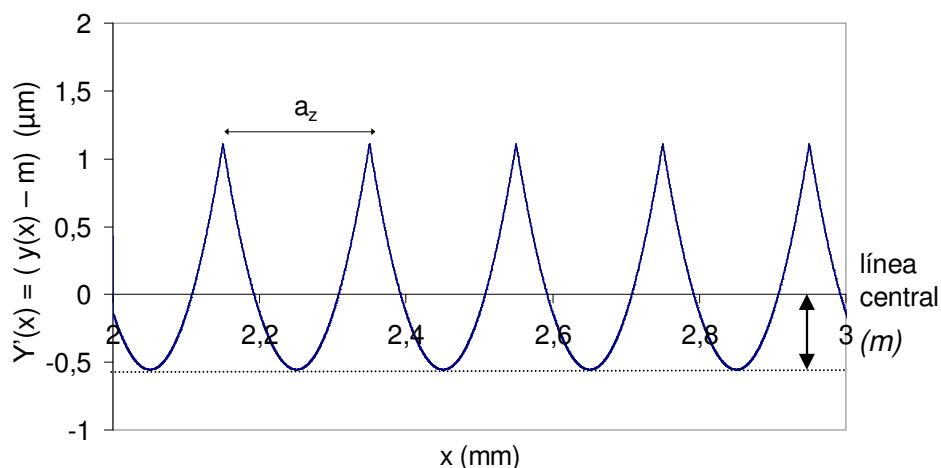
En términos matemáticos la ecuación que representa el parámetro de  $Ra$  es la siguiente (ver Ec. A.1):

$$Ra = \frac{1}{L} \int_0^L |y(x) - m| dx \quad (\text{Ec. A.1})$$



Donde  $y(x)$  es la función que representa el perfil de rugosidad para un cierto sistema de referencia.  $M$  es la altura de la línea central con respecto al mismo sistema de referencia y  $L$  es la longitud del perfil tomada para calcular el parámetro de rugosidad.

Si se supone el caso ideal en el que la herramienta es una fresa cilíndrica perfecta y sus filos tienen la misma medida, el perfil que dejará dicha herramienta será una sucesión de medias circunferencias que se superponen a una distancia igual al avance por diente. El avance por diente es la distancia que recorre la herramienta entre la interacción de dos dientes de la fresa (ver Fig. A.2).



**Figura A.2.** Perfil de rugosidad centrado en la línea central.

El perfil, como puede observarse en la Fig. A.2, será una función periódica por tanto el problema puede acotarse a un solo periodo que coincidirá con el rastro que deja un solo diente. (En la integral se acotaran los límites a una distancia igual al avance por vuelta y por diente,  $a_z$ )

$$Ra = \frac{1}{a_z} \int_0^{a_z} |y(x) - m| dx \quad (\text{Ec. A.2})$$



Además al tratarse de una función simétrica bastará con tomar como longitud básica para calcular el parámetro  $Ra$ , la mitad del avance por diente ( $a_z/2$ ).

$$Ra = \frac{1}{\frac{a_z}{2}} \int_0^{\frac{a_z}{2}} |y(x) - m| dx$$

Se define ahora la función que representa el perfil de rugosidad que como se ha mencionado anteriormente se asimila a una circunferencia con radio igual al radio de la herramienta,  $R_f$  (ver Ec A.3).

$$x^2 + y^2 = R_f^2 \quad (\text{Ec. A.3})$$

Se aísla  $y$  (ver Ec A.4):

$$y = \sqrt{R_f^2 - x^2} \quad (\text{Ec. A.4})$$

Se sitúa el sistema de referencia en el punto inferior de la circunferencia en la Ec A.5.

$$y = R_f - \sqrt{R_f^2 - x^2} \quad (\text{Ec. A.5})$$

Sacando factor común de  $R_f$  (ver Ec A.6) y aproximando el término con raíz cuadrada mediante una serie de Taylor (Ec A.7) se puede simplificar mucho la función del perfil.

$$y = R_f - R_f \sqrt{1 - \left(\frac{x}{R_f}\right)^2} \quad (\text{Ec. A.6})$$



$$\sqrt{1-z^2} \approx 1 - \frac{1}{2}z^2 \text{ cuando } z \rightarrow 0 \quad (\text{Ec. A.7})$$

Se puede asimilar esta serie de Taylor a este caso dado que el factor  $\left(\frac{x}{R_f}\right)$  es muy pequeño. El tramo de las abscisas ( $x$ ) que se integra es del orden de  $\frac{a_z}{2}$  que respecto el radio de la fresa es muy inferior.

Aplicando la serie de Taylor, la función del perfil se muestra en la ecuación A.8

$$y = R_f - R_f \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{x}{R_f} \right)^2 \right] \quad (\text{Ec. A.8})$$

Simplificando la ecuación anterior (Ec.A.8) se obtiene la expresión definitiva del perfil a integrar. Así pues, a partir de ahora el perfil de la circunferencia se podrá asimilar a la siguiente expresión (ver Ec A.9).

$$y = \frac{x^2}{2R_f} \quad (\text{Ec. A.9})$$

Una vez obtenida la función de la circunferencia  $y(x)$ , se calcula el valor medio del perfil ( $m$ ) acotado entre el tramo de 0 a  $a_z/2$  (ver Ec A.10)

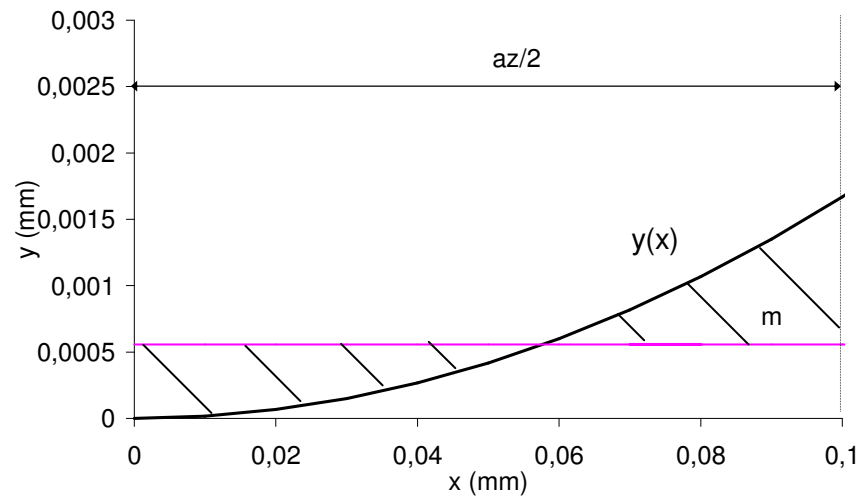
$$m = \frac{1}{\frac{a_z}{2}} \int_0^{\frac{a_z}{2}} y(x) dx \quad (\text{Ec. A.10})$$



El resultado del valor  $m$  usando la ecuación del perfil simplificada (Ec. A.9) es:

$$m = \frac{a_z^2}{24R_f} \quad (\text{Ec. A.11})$$

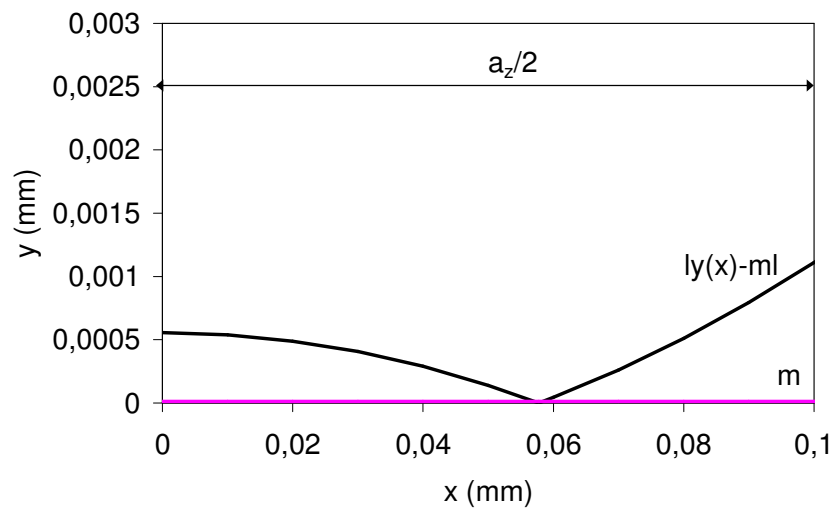
Hasta ahora se han obtenido la función  $y(x)$  que define el perfil y su valor promedio  $m$ . En la figura A.3 se muestra el gráfico con las dos funciones para facilitar la comprensión del cálculo del parámetro Ra.



**Figura A.3.** Representación del área entre el perfil y línea central ( $m$ ) en un tramo de longitud  $a_z/2$ .

El parámetro de rugosidad media (Ra) consiste en calcular el área que queda entre la función  $y(x)$  y la recta  $m$  en valor absoluto, es decir que el área que queda por debajo del valor media  $m$ , se tenga en cuenta como un área positiva. Y el valor promedio de estas áreas el parámetro Ra (ver Ec. A.12 y Fig. A.4)





**Figura A.3.** Representación del área entre el perfil y línea central ( $m$ ) en un tramo de longitud  $a_z/2$  en valor absoluto.

$$Ra = \frac{1}{\frac{a_z}{2}} \int_0^{\frac{a_z}{2}} \left| \frac{x^2}{2R_f} - \frac{a_z^2}{24R_f} \right| dx \quad (\text{Ec. A.12})$$

El resultado de integrar la ecuación A.12 se muestra en la ecuación A.13.

$$Ra = \frac{a_z^2}{18\sqrt{3}R_f} \quad (\text{Ec. A.13})$$

Donde  $a_z$  es el avance por diente (mm/rev/diente),  $R_f$  es el radio de la herramienta (mm) y  $Ra$  es el parámetro de rugosidad media en mm.

Si se quiere obtener la rugosidad media en micras, la ecuación final es la Ec. A.13 multiplicada por 1000 (ver Ec A.14):





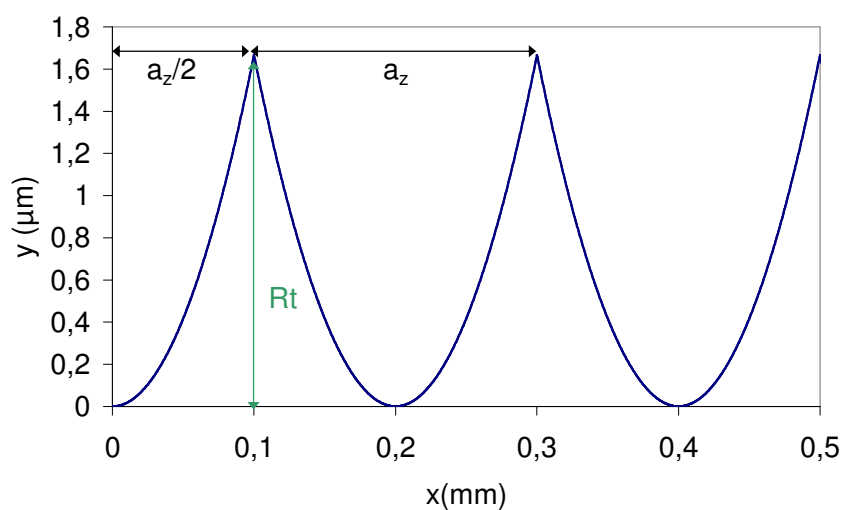
$$Ra \approx 32 \frac{a_z^2}{R_f} \quad (\text{Ec. A.14})$$



## B. Demostración de la ecuación de la distancia máxima pico-valle ( $R_t$ ) para el fresado

La distancia máxima pico-valle, también llamado parámetro  $R_t$ , es la distancia entre el mínimo y el máximo del perfil de rugosidad.

Tomando las mismas suposiciones que en la demostración de la rugosidad media en cuanto a la ecuación que define el perfil de rugosidad en un fresado (Ec A.9). El parámetro  $R_t$  estará definido por el valor de la función del perfil a una distancia  $a_z/2$  respecto al origen (ver Fig. B.1).



**Figura B.1.** Representación del parámetro  $R_t$  en el Perfil de rugosidad

Para obtener la ecuación que define la distancia máxima pico-valle simplemente es necesario evaluar la función del perfil en el punto  $a_z/2$ , el resultado se muestra en la ecuación B.1.



$$Rt = 125 \frac{a_z^2}{R_f} \quad (\text{Ec. B.1})$$

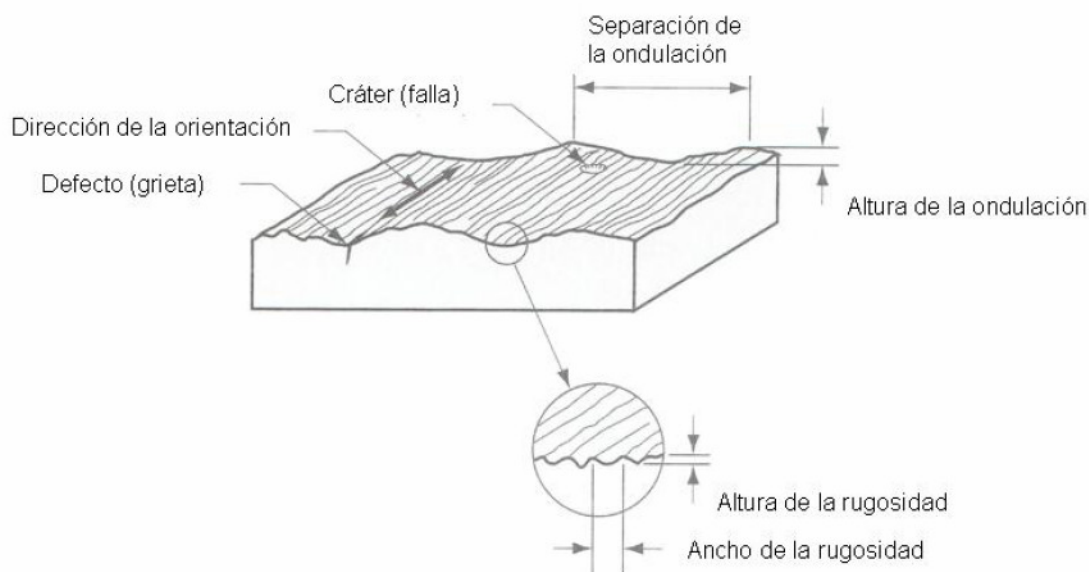
Donde  $Rt$ : distancia máxima pico-valle ( $\mu\text{m}$ ),  $a_z$ : avance por diente (mm/rev/diente),  $R_f$ : radio de la herramienta (mm).



## C. Rugosidad

### C.1. Texturas

La textura de una superficie se define según cuatro elementos: rugosidad, ondulación, orientación y fallas. Estas características se pueden ver claramente en la figura C.1. La rugosidad está relacionada con las pequeñas desviaciones microgeométricas respecto a la superficie nominal, con poco espacio entre ellas, y depende del material y los procesos de conformación. La ondulación son las desviaciones macrogeométricas ampliamente espaciadas, y se debe a una deformación del material, a la vibración, a un tratamiento térmico, etc. La orientación es la dirección predominante de la textura superficial, y viene determinada por el método de fabricación empleado. Finalmente, las fallas son irregularidades ocasionales como grietas, rayas, inclusiones y otros defectos.



**Figura C.1.** *Formas de la textura superficial*

En este proyecto el elemento a estudiar es la rugosidad superficial, por lo que este anexo no profundizará más en los otros elementos que definen la textura. Sin embargo, todos los elementos están relacionados entre ellos.



## C.2. Rugosidad superficial

La rugosidad superficial, que en ocasiones se denomina como acabado superficial, es una característica que se puede cuantificar. Para ello hay una serie de parámetros que, aunque están relacionados entre ellos, indican conceptos distintos. Estos parámetros se definen a continuación.

Según la norma UNE-EN-ISO 4287, los parámetros que definen el estado superficial de una pieza son:

### 1. Parámetros de amplitud (pico y valle)

- **Máxima altura de pico del perfil ( $R_p$ ):** La mayor de las alturas de los picos del perfil,  $Z_p$ , comprendida en una longitud del muestreo. Véase figura C.2.

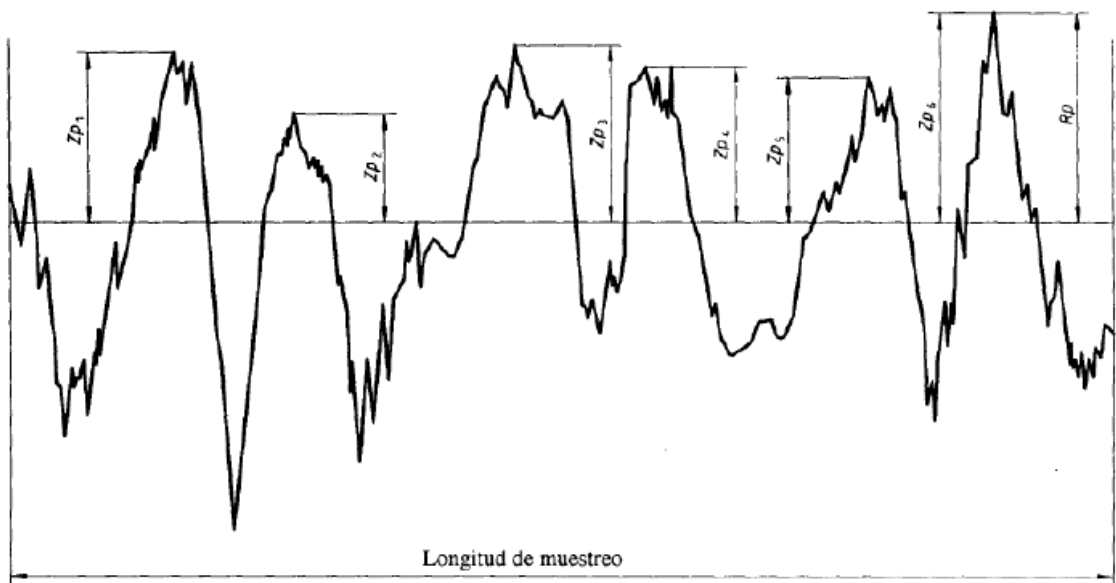


Figura C.2. Máxima altura de pico del perfil.

- **Máxima profundidad de valle del perfil ( $R_v$ ):** La mayor de las profundidades de los valles del perfil,  $Z_v$ , comprendida en una longitud de muestreo. Véase figura C.3.



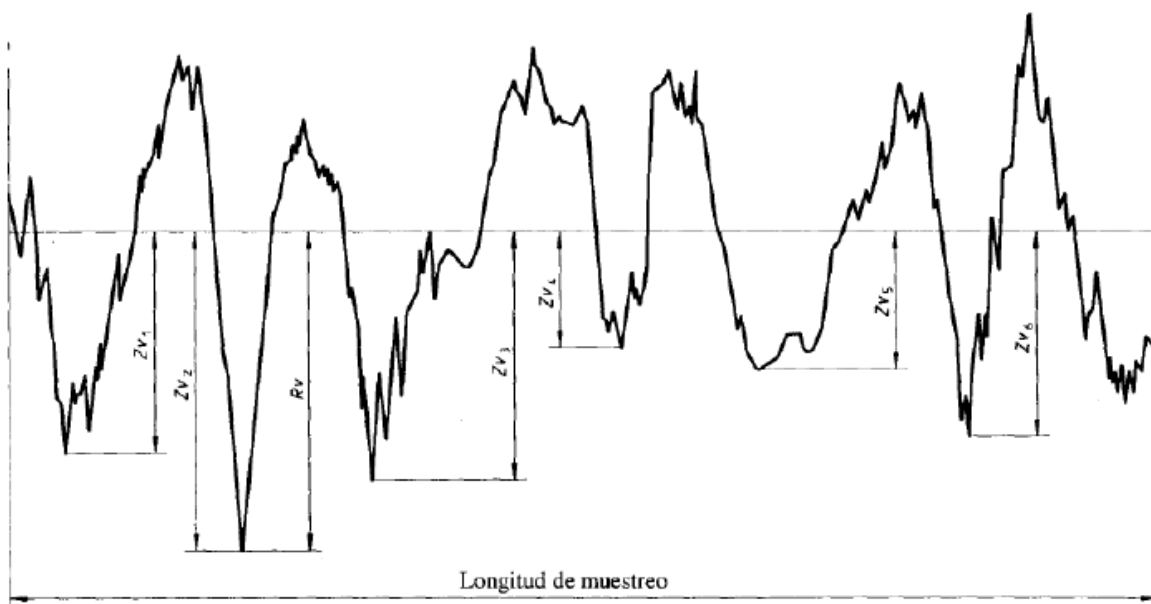


Figura C.3. Máxima profundidad de valle del perfil.

- **Máxima altura del perfil ( $Rz$ ):** Suma de la máxima altura de pico,  $Zp$ , y de la máxima profundidad de valle,  $Zv$ , comprendidas en una longitud de muestreo. Véase figura C.4.

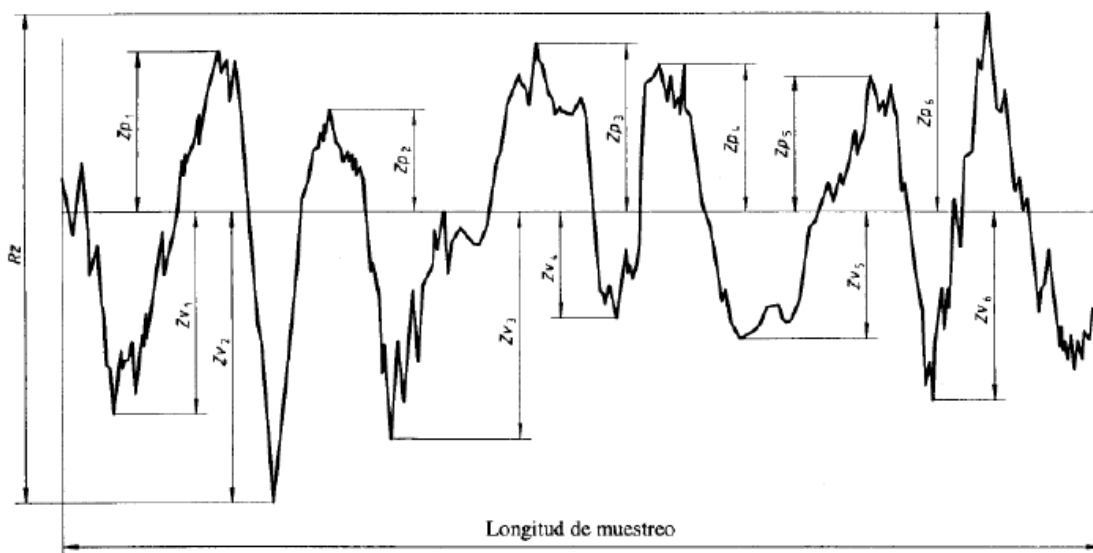
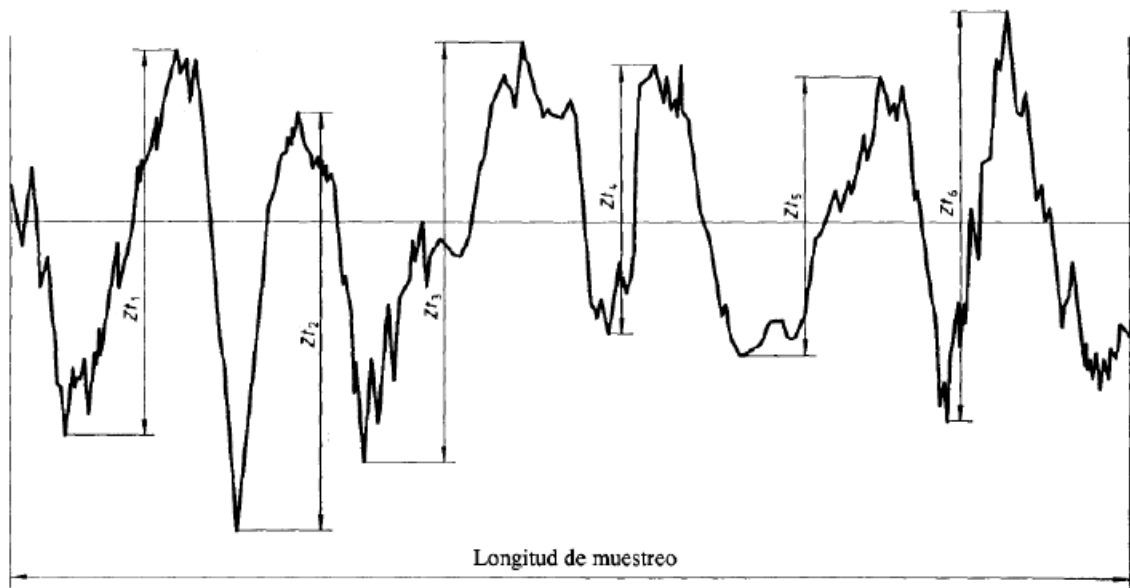


Figura C.4. Máxima altura del perfil.



- **Altura media de los elementos del perfil ( $R_c$ ):** Valor medio de las alturas de los elementos del perfil,  $Z_t$ , comprendidas en una longitud de muestreo. Véase ecuación C.1 y figura C-5.

$$R_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Z_{t_i} \quad (\text{Ec. C.1.})$$



**Figura C.5.** *Altura media de los elementos del perfil.*

- **Altura total del perfil ( $R_t$ ):** Suma de la mayor altura de pico,  $Z_p$ , y de la mayor profundidad de valle,  $Z_v$ , del perfil, comprendidas en la longitud de evaluación. Véase figura. Por defecto,  $R_z$  será igual a  $R_t$ . En tal caso, se recomienda usar  $R_t$ .

## 2. Parámetros de amplitud (valores medios de ordenadas)

- **Desviación media aritmética del perfil evaluado ( $R_a$ ):** Media aritmética de los valores absolutos de las ordenadas  $Z(x)$  comprendidas en una longitud de muestreo. Véase ecuación C.2.



$$Ra = \frac{1}{l} \int_0^l |Z(x)| dx \quad (\text{Ec. C.2})$$

- **Desviación media cuadrática del perfil evaluado ( $Rq$ ):** Media cuadrática de los valores de las ordenadas  $Z(x)$  comprendidas en una longitud de muestreo. Véase ecuación C.3.

$$Rq = \sqrt{\frac{1}{l} \int_0^l Z^2(x) dx} \quad (\text{Ec. C.3})$$

- **Factor de asimetría del perfil evaluado (skewness) ( $Rsk$ ):** Cociente entre la media de los cubos de los valores de las ordenadas  $Z(x)$ , y el cubo del parámetro  $Rq$  dentro de una longitud de muestreo. Véase ecuación C.4.

$$Rsk = \frac{1}{Rq^3} \left[ \frac{1}{l} \int_0^l Z^3(x) dx \right] \quad (\text{Ec. C.4})$$

- **Factor de aplastamiento del perfil evaluado (kurtosis) ( $Rku$ ):** Cociente entre la media de los valores de las ordenadas  $Z(x)$  elevados a la cuarta potencia y el valor del parámetro  $Rq$  elevado a la cuarta potencia, dentro de una longitud de muestreo. Véase ecuación C.5.

$$Rku = \frac{1}{Rq^4} \left[ \int_0^l Z^4(x) dx \right] \quad (\text{Ec. C.5})$$

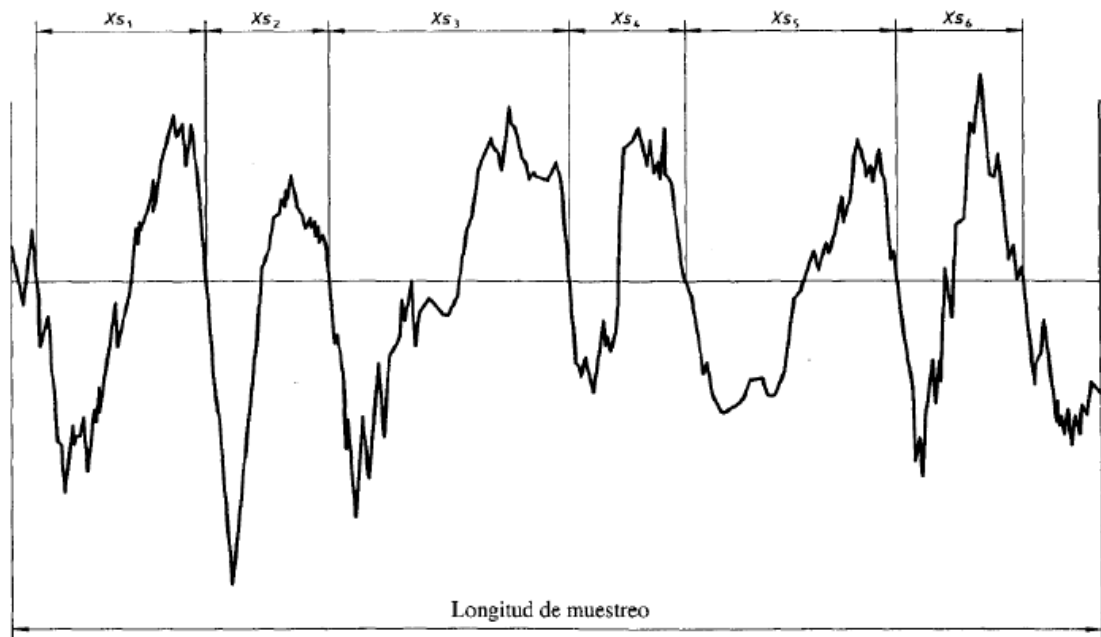
### 3. Parámetros de espaciamiento

- **Anchura media de los elementos del perfil ( $RSm$ ):** Valor medio de las anchuras de los elementos del perfil,  $Xs$ , comprendidas en una longitud de muestreo. Véase ecuación C.6 y figura C.6.

$$RSm = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Xs_i \quad (\text{Ec. C.6})$$







**Figura C.6.** Anchura de los elementos del perfil

Este parámetro requiere que tanto las alturas como los espaciamentos sean distinguibles. Salvo especificación en contra, el nivel de detección de altura por defecto debe ser del 10% de  $Rz$ , y el nivel de detección de espaciamento por defecto debe ser del 1% de la longitud de muestreo. Deben cumplirse ambas condiciones.

#### 4. Parámetros híbridos

- **Pendiente media cuadrática del perfil evaluado ( $R\Delta q$ ):** Valor medio cuadrático de las pendientes locales  $dZ/dX$  comprendidas en una longitud del muestreo.

#### 5. Curvas y parámetros asociados

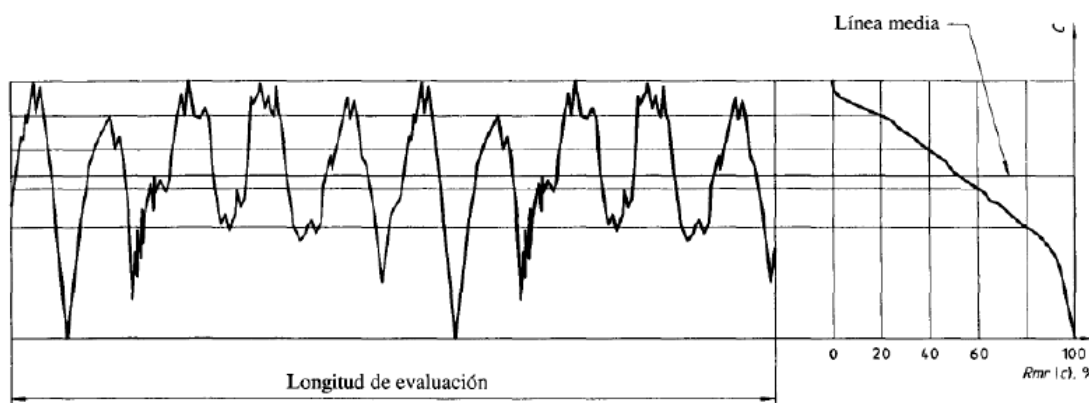
Todas las curvas y parámetros asociados se definen sobre la longitud de evaluación, en lugar de sobre la longitud de muestreo, con objeto de obtener curvas y parámetros más estables.



- **Tasa de material del perfil ( $Rmr(c)$ ):** Cociente entre la longitud de material de los elementos del perfil  $M(c)$  en un nivel dado  $c$  y la longitud de evaluación. Véase ecuación C.7.

$$Rmr(c) = \frac{M(c)}{ln} \quad (\text{Ec. C.7})$$

- **Curva de tasa de material del perfil (Curva de Abbott Firestone):** curva que representa la tasa de material del perfil en función del nivel. Véase la figura C.7. Esta curva puede interpretarse como la función de distribución acumulada de las ordenadas  $Z(x)$ , dentro de la longitud de evaluación.



**Figura C.7.** Curva de tasa de material.

- **Diferencia de altura entre niveles de corte del perfil ( $R\delta c$ ):** Distancia vertical entre dos niveles de corte de una curva de tasa de material. Véase la ecuación C.8.

$$R\delta c = C(Rmr1) - C(Rmr2); \quad (Rmr1 < Rmr2) \quad (\text{Ec. C.8})$$

- **Tasa de material relativa ( $Rmr$ ):** Tasa de material determinada para un nivel dado de corte, a una altura  $R\delta c$  respecto a una referencia  $C0$ . Véase ecuaciones C.9, C.10 y C.11, y la figura C.8.

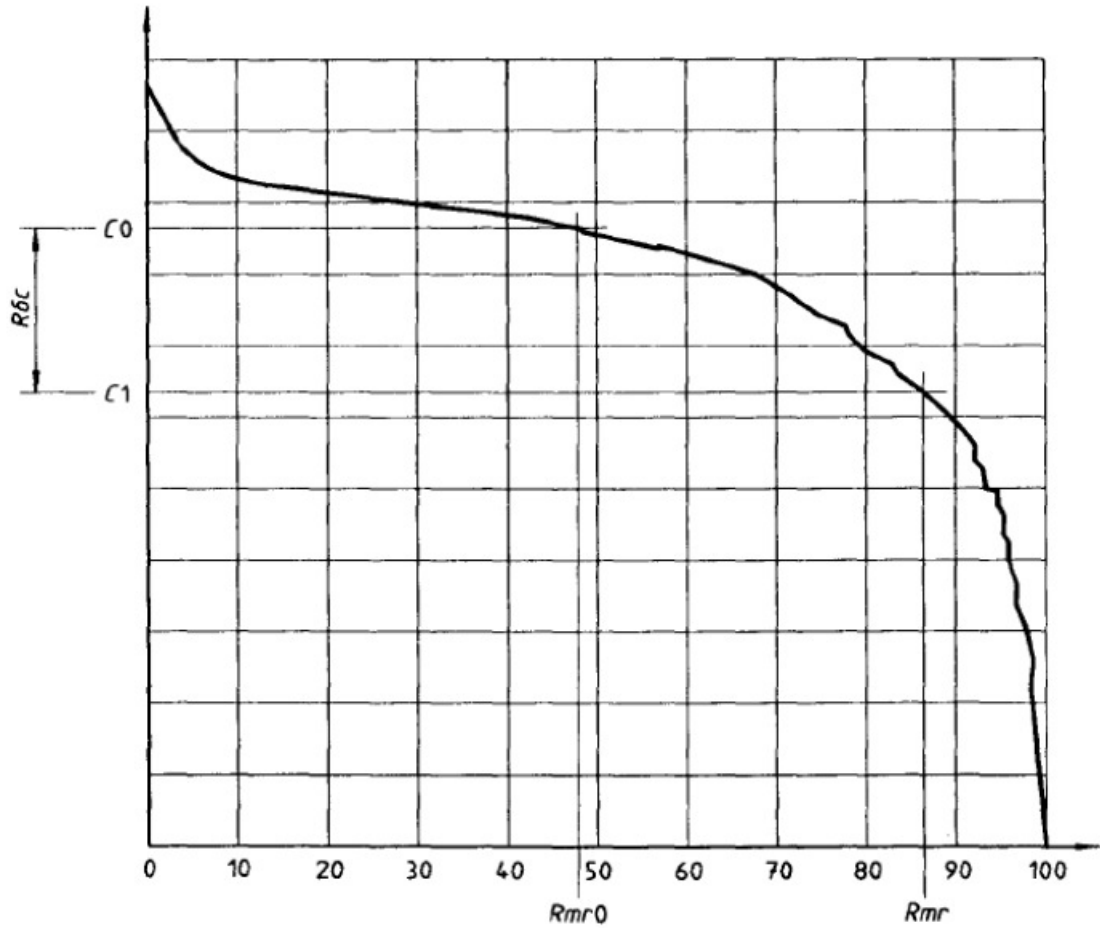
$$Rmr = Rmr(C1) \quad (\text{Ec. C.9})$$



donde

$$C1 = C0 - R\delta c \quad (\text{Ec. C.10})$$

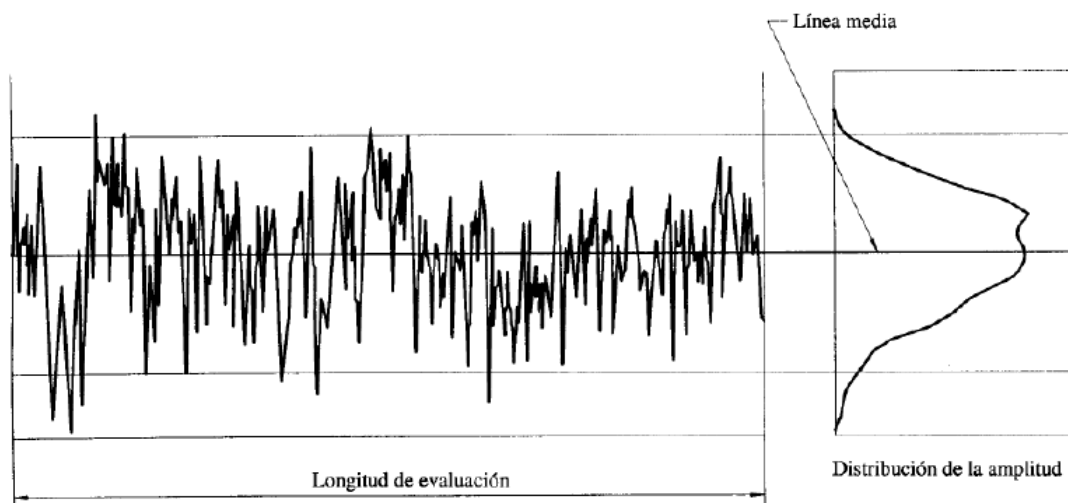
$$C0 = C(Rmr0) \quad (\text{Ec. C.11})$$



**Figura C.8.** Tasa de material relativa

- **Curva de distribución de amplitud:** Función que representa la distribución de las ordenadas  $Z(x)$  dentro de la longitud de evaluación. Véase la figura C.9.





**Figura C.9.** *Curva de distribución de amplitud.*

### **C.3. Instrumental de medición**

Los métodos para valorar la rugosidad superficial se dividen en tres categorías: Comparación subjetiva con superficies de prueba estándar, instrumentos electrónicos de aguja y técnicas ópticas.

#### **1. Superficies de prueba estándar**

Permiten estimar la rugosidad por comparación visual o mediante la “prueba de uña”, consistente en que el usuario rasque suavemente la superficie a medir y determine qué estándar se parece más. Este tipo de pruebas tiene la desventaja que son muy subjetivas, y es necesario que el observador tenga suficiente experiencia como para obtener una estimación precisa.

#### **2. Instrumento electrónicos de contacto**

Son dispositivos electrónicos en que un palpador se mueve a través de la superficie de prueba a una velocidad lenta y constante. Durante su avance, la aguja también va haciendo desplazamientos verticales para seguir las desviaciones de la superficie, y este movimiento



vertical se transforma mediante un sensor piezoeléctrico en una señal electrónica que representa la topografía de la superficie. Un software específico se encarga de captar este perfil, filtrar la señal (pendiente, ondulación y rugosidad), y calcular los parámetros característicos a partir de este perfil.

### **3. Técnicas ópticas**

Son instrumentos que utilizan técnicas basadas en la reflexión de la luz desde la superficie, la dispersión o difusión de la luz y la tecnología láser. Se utilizan cuando no conviene que el punzón contacte con la superficie. Los resultados no siempre correlacionan bien con los obtenidos mediante punzón, aunque la velocidad de recogida de datos es mucho mayor, permitiendo analizar la totalidad de la superficie.

### **C.4. Referencias**

[1] T.R. Thomas, B.-G. Rosén, N. Amini, Fractal characterisation of the anisotropy of rough surfaces, *Wear* 232 (1999) 41-50.

