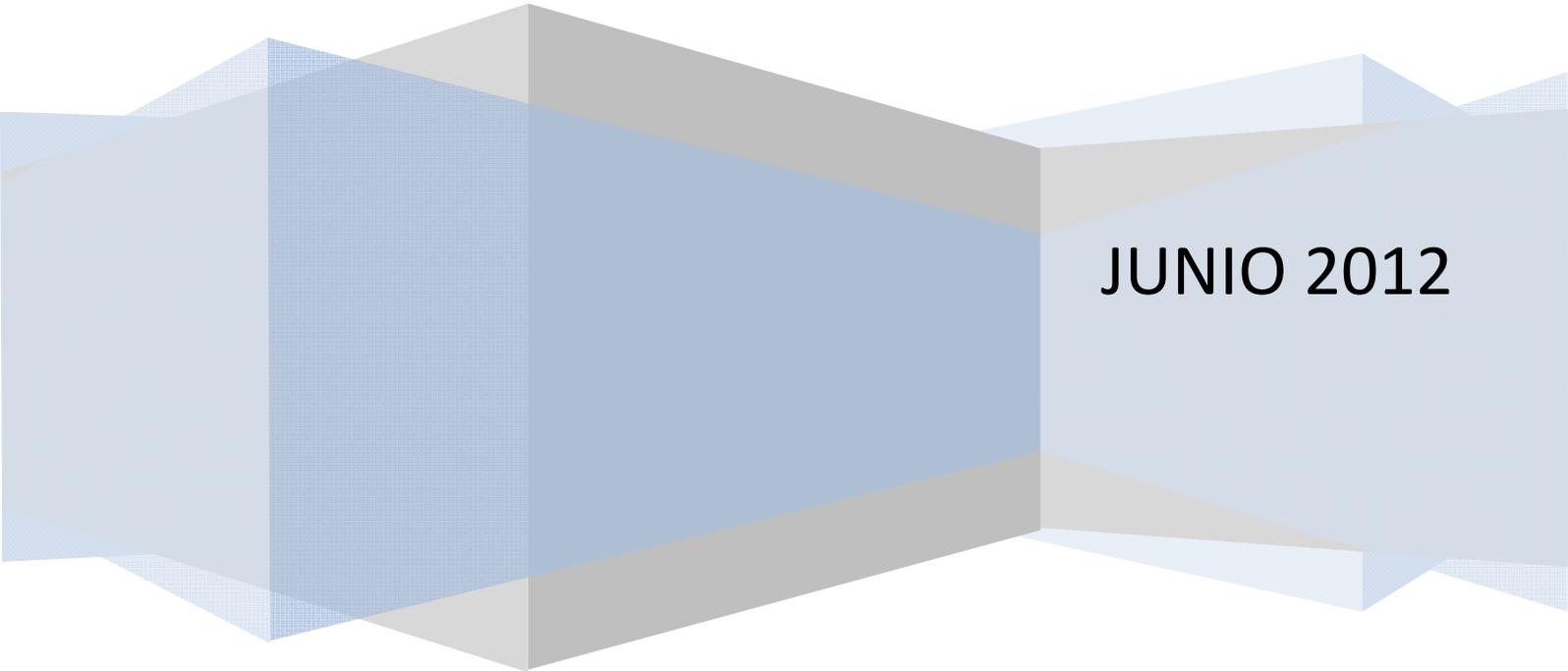


Tesina de especialidad

Estudio de la influencia de la rigidización longitudinal en vigas armadas de acero de canto variable bajo solicitaciones de cortante

Por: Marcos Sanz Ramos

Tutora: Esther Real Saladrigas



JUNIO 2012

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría agradecer, ante todo, a Esther Real la oportunidad de participar en este proyecto y la confianza depositada, solo espero haber estado a la altura. Por el trato recibido, cordial y sincero, motivo que es de agradecer y te permite trabajar con mayor soltura. Ha sido un año largo y tedioso, pero ha merecido la pena poder ser parte de este proyecto y ampliar los conocimientos en el campo de las estructuras metálicas. También agradecer a todos los miembros del departamento de Estructuras Metálicas y que me disculpen con tantas idas y venidas.

Por supuesto a Agnieszka Bedynek. A su (más que infinita) paciencia y tesón, pues reconozco que he sido muy pero que muy pesado y que me he pegado a ella como una “lapa” (aunque no tanto como tu “pemanieto”). Y a pesar que no se reía con mis chites, le deseo lo mejor con su Tesis Doctoral (iya queda solo un año!).

A Carlos García, compañero de fatigas. Parecíamos Don Quijote y Sancho Panza lidiando con los “molinos lijadores”, a pesar que las lanzas las tenían la especie más común del Laboratorio (el mosquito tigre).

A todo el personal del Laboratorio, en especial a Tomás García, Carlos Martín y Jordi Lafuente por tenernos vigilados, por el apoyo y los conocimientos que nos han brindado durante la realización de la campaña experimental.

A todos mis compañeros, que me han sufrido largos años y que por fin van a dejar de verme la cara (porque me voy a poner una máscara, chist). Deseo que apreciéis los deportes de hombres de una vez (comienza por c... y acaba como los programas de *callejeros*) y ¡que dejéis de agobiarme con las mujeres!

Por último, a mi familia. Especialmente a mi abuelo Dionisio Ramos y mi tío Aurelio Sanz, siempre fuente de inspiración para mí.

“Aprendiendo a ser yunque, para llegar a ser martillo”

Contenido

1	INTRODUCCIÓN.....	5
2	ESTADO DEL ARTE	7
2.1	Introducción	7
2.2	Abolladura por cortante	8
2.2.1	Fenómeno	8
2.2.1.1	Abolladura	10
2.2.1.2	Comportamiento postcrítico.....	16
2.2.2	Modelos resistentes	17
2.2.2.1	Tension Field Method.....	17
2.2.2.2	Rotational Stress Field Method.....	22
2.3	Vigas de inercia variable.....	26
2.3.1	Falby y Lee	27
2.3.2	Davies y Mandal	28
2.3.3	Takeda y Mikami.....	29
2.3.1	Mirambell y Zárate	30
2.3.2	Shanmungam y Min	31
2.3.3	Bedynek, Real y Mirambell.....	33
2.4	Instrucción	34
2.4.1	Abolladura del alma a cortante.....	34
2.4.2	Rigidización longitudinal	35
2.4.3	Interacción cortante-flector.....	37
2.4.3.1	Resistencia plástica	37
2.4.3.2	Resistencia a la abolladura.....	38
2.5	Campaña experimental anterior	40
3	MODELO NUMÉRICO.....	41
3.1	Introducción	41
3.2	Método de los elementos finitos	42
3.3	Fases de cálculo	43
3.4	Modelo empleado.....	45
3.4.1	Elemento de lámina utilizado	45
3.4.2	Consideración de la no-linealidad geométrica.....	49
3.4.3	Consideración de la no-linealidad del material	52
3.4.3.1	Diagrama tensión-deformación del acero	52
3.4.3.2	Ecuación constitutiva	53

3.4.3.3	Modelización de la rotura	54
3.4.4	Introducción de la carga. Desplazamiento controlado.....	55
3.4.5	Planteamiento y resolución del sistema de ecuaciones	55
3.5	Método de resolución de ecuaciones no lineales. Análisis de autovalores.....	57
3.6	Modelo de ABAQUS.....	58
4	CAMPAÑA EXPERIMENTAL	59
4.1	Introducción.....	59
4.2	Descripción del fenómeno	60
4.3	Geometrías de las vigas	62
4.4	Propiedades mecánicas del material	63
4.5	Instrumentación y equipo.....	63
4.5.1	Galgas extensométricas	64
4.5.2	Transductores de desplazamiento inductivos	68
4.5.3	Láser	68
4.5.4	Viga cargadera.....	69
4.5.5	Apoyos.....	70
4.5.6	Presa de carga	70
4.5.7	Centro de recepción de datos.....	71
4.6	Estudio previo con el modelo numérico (ABAQUS).....	72
4.6.1	Definición geométrica y mallado	72
4.6.2	Condiciones de contorno y cargas.....	73
4.6.3	Predimensionamiento	74
4.7	Imperfecciones geométricas.....	75
4.8	Preparación de las probetas.....	77
4.9	Resultados experimentales.....	80
4.9.1	Ensayo 1: A2	80
4.9.2	Ensayo 2: A1	82
4.9.3	Ensayo 3: B1.....	83
4.9.4	Ensayo 4: B2.....	84
5	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	87
5.1	Introducción.....	87
5.2	Validación del modelo. Deformación de membrana	88
5.3	Comportamiento general de los especímenes	90
5.3.1	Espécimen A2.....	90
5.3.2	Espécimen A1	92

5.3.3	Especímenes B1 y B2	95
5.4	Comportamiento detallado de los especímenes	97
5.5	Normativa vigente.....	101
5.5.1	Contribución del alma ($V_{bw,rd}$)	102
5.5.2	Contribución de las alas ($V_{bf,rd}$)	106
5.6	Resumen de resultados.....	108
6	CONCLUSIONES.....	109
6.1	Campaña experimental.....	109
1	REFERENCIAS	113
2	BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL.....	115
1	GEOMETRÍA DE LAS VIGAS	117
2	CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DEL MATERIAL.....	122
1	MATERIAL DE LABORATORIO E INSTRUMENTACIÓN.....	123
1.1	Viga cargadera	123
1.2	Instrumentación.....	126
1	CÁLCULOS	133
1.1	A1.....	133
1.2	A2.....	134
1.3	B1.....	135
1.4	B2.....	136

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1 INTRODUCCIÓN

En construcción metálica es necesario desmarcase de los perfiles metálicos que existen en el mercado para emplear vigas armadas con el fin de aumentar la capacidad resistente, reducir las deformaciones en estructuras de grandes luces, para definir estructuras con geometrías especiales o, simplemente, por requerimientos estéticos o funcionales.

Las vigas armadas son un conjunto de chapas metálicas soldadas entre sí formando una única unidad resistente. Esto permite definir una geometría concreta más económica y más eficiente tensionalmente hablando. Es en este punto donde cabe destacar que se trata de elementos que trabajan bajo esfuerzos concentrados en su directriz, por lo que buscan ganar inercia, otorgando un comportamiento característico al conjunto.

En lugares donde existe una fuerte variación de esfuerzos, es posible diseñar vigas armadas de canto variable que permiten ajustarse mejor a los requerimientos estructurales, consiguiendo una reducción de peso y, por consiguiente, del coste de la estructura.

Adicionalmente se acostumbra a emplear rigidizadores verticales y horizontales de lo que se desprenden dos consideraciones a tener en cuenta. La primera es que estos dispositivos permiten reducir el espesor de alma; y la segunda, que se confina al alma dentro de un marco. Este hecho provoca las almas sean más sensibles a los esfuerzos de cortante favoreciendo la aparición de fenómenos de inestabilidad bajo tensiones menores al límite elástico del material.



Figura 1.1: Puente formado por paneles rectangulares metálicos sobre la Prague Ring Road (Praga).

Desde la popularización de estructuras conformadas por paneles esbeltos en el alma, se han realizado numerosos estudios para caracterizar el comportamiento de estos elementos bajo solicitaciones tangenciales. De ellos se desprende que existe una cierta reserva de resistencia (resistencia postcrítica) después de producirse la inestabilidad (abolladura) en el rango elástico del material.

Este tema ha sido ampliamente estudiado para paneles de inercia constante y de inercia variable, pero solo para el primero se han desarrollado modelos que describen el fenómeno. La normativa vigente se basa en esos modelos y suponen una limitación para el estudio y comprobación de paneles cuya variación angular supere lo indicado.

A consecuencia de todo esto, la presente Tesina, que se enmarca dentro del proyecto BIA2008-01897 de investigación financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación, tiene por objetivo estudiar el comportamiento de vigas de acero al carbono de canto variable sometidas a esfuerzo cortante. Para ello, se ha realizado una campaña experimental que servirá para sacar conclusiones sobre el comportamiento de las vigas y validar los modelos numéricos desarrollados por el equipo investigador (Real, E., Bedynek, A y García, C.). Con el fin de comprender el fenómeno de abolladura por cortante, se han estudiado el estado actual de las investigaciones relacionadas con el tema y la normativa vigente.

La campaña experimental, llevada a cabo en el Laboratori de Tecnologia d'Estructures Lluís Agulló, propone el estudio de cuatro tipologías de vigas de canto variable, y en consecuencia de almas variables, con un rigidizador longitudinal que varía su posición (completamente horizontal o inclinado). Ello ha permitido comparar los resultados con los que plantea la normativa actual y los adquiridos por el modelo numérico desarrollado por el equipo investigador con el fin de encontrar diferencias y semejanzas entre ambos.

Capítulo 2

ESTADO DEL ARTE

2 ESTADO DEL ARTE

2.1 Introducción

En construcción metálica es común emplear vigas o perfiles laminados (Figura 2.1.a) con unas dimensiones estándares, realizados en taller y de manera muy automatizada. Pero existen obras que por su singularidad estética, constructiva o tensional requieren vigas con unas características geométricas especiales. Éstas acostumbran a estar formadas por elementos planos soldados conformando una única unidad, denominada viga armada (Figura 2.1.b). Una característica común a todas ellas es que tienen esbelteces (relación canto-luz) elevadas en alas y almas, por lo que pueden verse afectadas por problemas de inestabilidad a tensiones menores a al límite elástico del material.

El fenómeno de inestabilidad, que es la deformación de uno o varios elementos planos de la viga fuera de su propio plano, repercute negativamente en la capacidad resistente de la viga armada (véase la Figura 2.1.c). La abolladura, nombre que recibe comúnmente este fenómeno, es un indicativo de que la sección donde se produce ha alcanzado un estado tensional no deseable, conocido por tensión crítica.

El auge de estructuras que empleaban este tipo de vigas durante los años setenta del siglo pasado, propició su análisis según la teoría lineal de abolladura de placas, para la cual el estado límite último se alcanzaba cuando la tensión en un punto era igual al límite elástico o cuando aparecía el fenómeno de abolladura elástica en la chapa de acero.

Se ha podido comprobar experimentalmente que las vigas son capaces de resistir más después de producirse la abolladura, es decir, tienen una reserva de resistencia (resistencia postcrítica). A pesar que esta inestabilidad reduce la resistencia global de la

sección, cabe resaltar que en función de las características geométricas y tensionales a las que se ve sometida, la resistencia postabolladura puede ser ciertamente significativa.

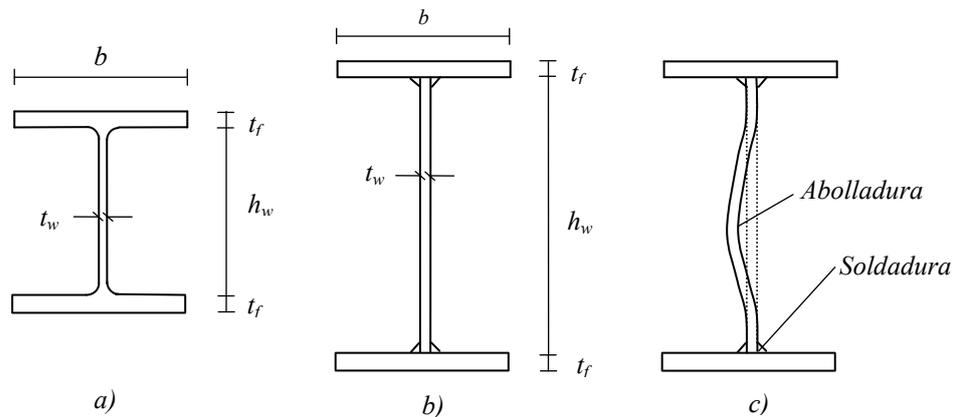


Figura 2.1: Comparación entre perfiles laminados y vigas armadas.

Resulta evidente, pues, que este tipo de análisis queda lejos de la realidad y, además, no permite aprovechar al máximo la capacidad resistente de las vigas ni del propio material, de lo que resultaban estructuras altamente sobredimensionadas. Es por ello que ha sido motivo de estudio durante los últimos veinte años empleando análisis de segundo orden y teniendo en cuenta la no-linealidad del material, no-linealidad geométrica y la resistencia postcrítica.

El empleo de rigidizadores, tanto transversales como longitudinales, tiene la finalidad de aumentar la capacidad portante de la viga. Este nuevo elemento es muy importante cuando las dimensiones de las placas son considerables, ya que por motivos constructivos resulta inviable realizar una placa de extensión ilimitada. Así pues, además de ser un elemento de unión, también reducen las longitudes características de las placas, hecho que motiva su estudio como elementos independientes (en función la coacción que imponga el rigidizador al subpanel).

En resumen, a lo largo del presente Capítulo se pretende dar una visión general de fenómeno de abolladura por cortante –evolución de su estudio y la normativa referente, además de ceñirnos a un tipo de viga con unas características geométricas especiales (vigas de canto o inercia variable con rigidización longitudinal).

2.2 Abolladura por cortante

2.2.1 Fenómeno

La abolladura es uno de los problemas más usuales de inestabilidad en vigas armadas. Este fenómeno es resultado de distintas solicitaciones: tensiones tangenciales (por cortante o flector), tensiones normales de compresión (por flector o axil), por combinación de ambas o por inestabilidad local producida por concentración de cargas.

Si se considera el caso de tensiones tangenciales provocado por un estado de cortante puro (estado ideal de tensiones donde solo existen fuerzas de cortante), se produce una distribución de tensiones tal que las de compresión pueden ocasionar problemas de inestabilidad en la placa. En la siguiente figura se muestra la formación de ondulaciones en la placa por un estado de cortante puro.

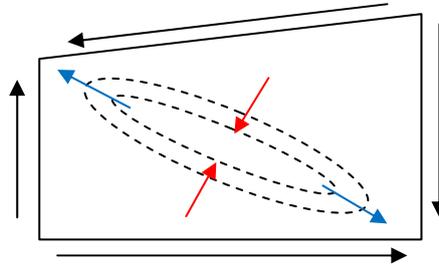


Figura 2.2: Esquema de la abolladura por un estado de corte puro.

Para reproducir este comportamiento supondremos un proceso incremental de carga en el que se lleva a la viga hasta el agotamiento. Se distinguen dos estados claramente diferenciados: el primero, donde la viga sigue la rama de carga lineal del gráfico tensión-deformación y cuya respuesta es también lineal; y el segundo estado, en el que se pierde la linealidad (ya sea del material o geométrica). Se diferencian estas dos fases por un punto en el que la tensión alcanza la tensión crítica de abolladura.

- Primer estado:

Se trata de la fase elástico-lineal del material en la que se cumple la hipótesis de Navier-Bernoulli. A continuación se muestra, de manera cualitativa, la distribución de tensiones normales y tangenciales producidas por cortante y flector.

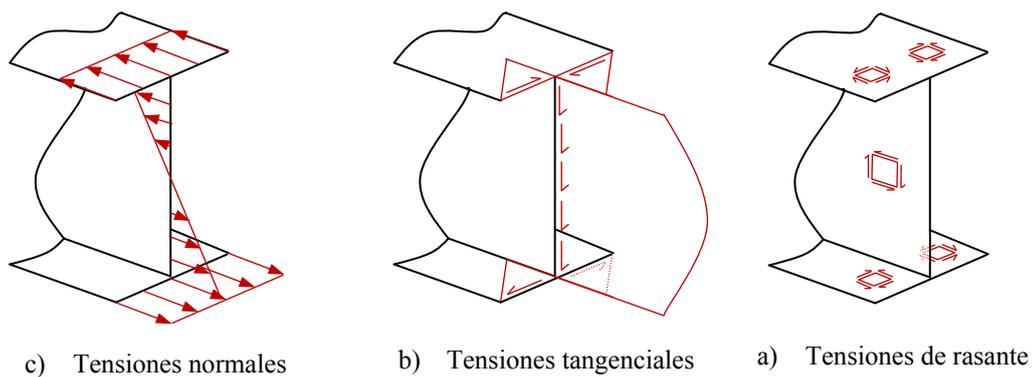


Figura 2.3: Esquema de la distribución de tensiones precriticas (Fuente: Zárate, 2001).

Este tramo de carga se conoce como comportamiento precrítico y engloba el estado de cargas inicial hasta que se produce la pérdida de linealidad entre la carga aplicada y la placa sufre desplazamientos normales a su plano medio, es decir, hasta que se produce la bifurcación de equilibrio y aparecen esfuerzos de membrana que rigidizan la placa, produciéndose la abolladura de la chapa.

- Segundo estado:

Para que se llegue a esta fase, comportamiento postcrítico, sin alcanzar el límite elástico debe admitirse cierta imperfección en la placa, ya que las piezas no son ideales. Así pues, una vez superado la carga crítica de abolladura de la placa entra en una zona de resistencia postcrítica hasta que aparecen inestabilidades locales o empieza a plastificar la pieza, es decir, hasta que se entra en la zona no-lineal del material.

En esta zona, las hipótesis de Navier-Bernoulli dejan tener validez, por lo que para representar con suficiente fidelidad el comportamiento global de la viga en un estado postcrítico, se deben contemplar la no-linealidad geométrica y la no-linealidad del material. Una vez agotada esta resistencia post-abolladura, la viga colapsa.

A lo largo del presente Capítulo se analizan diversos modelos simplificados que pretenden caracterizar el fenómeno de abolladura en el alma, otorgando la carga última o de agotamiento de vigas armadas (modelos postcríticos).

2.2.1.1 Abolladura

Con el objetivo de conocer los factores y variables que intervienen en el fenómeno de inestabilidad del panel de alma de vigas armadas, seguidamente se describe la resolución matemática para el determinación de la tensión crítica de abolladura de placas esbeltas solicitadas por tensiones tangenciales.

Así pues, para poder atacar el problema de abolladura por cortante en un panel de una viga armada (formada por alas, alma y rigidizadores), es necesario reducir la geometría a una placa esbelta apoyada en sus cuatros bordes y sometida a una distribución de tensiones tangenciales.

Numerosos autores han estudiado este fenómeno y han propuesto diferentes soluciones en función de la geometría de la placa y de las condiciones de contorno a las que se encuentra restringida.

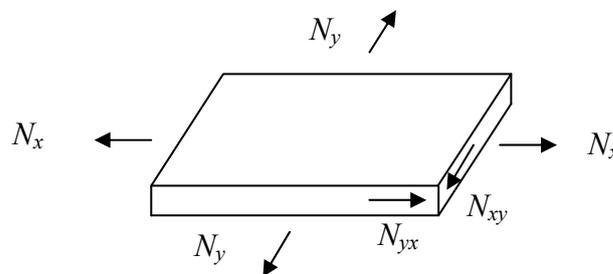


Figura 2.4: Placa sometida a esfuerzos contenidos en su plano.

Los primeros análisis se centraban en determinar la tensión crítica de abolladura en placas sometidas a esfuerzos de flexión y compresión. En esa línea, S. Timoshenko

(1921) llegó a obtener expresiones analíticas para calcular dicha tensión bajo las condiciones de contorno anteriores. Posteriormente, continuó sus estudios y extendió las expresiones para placas sometidas a tensiones tangenciales aplicadas en su plano medio y que podían desembocar en la inestabilidad de la pieza.

El modelo matemático analizado es el de una placa rectangular, de espesor reducido, apoyada en sus cuatro bordes y sometida a esfuerzos de axil, cortante y flector en el plano de la placa. Imponiendo el equilibrio de la placa, tal y como se muestra en la Figura 2.4, y empleando la teoría de Saint-Venant se obtiene la ecuación [2.1] que, resuelta, permite obtener el comportamiento tensional de la viga.

$$\frac{EI}{1-\nu^2} \left(\frac{\delta^4 \omega}{\delta x^4} + 2 \frac{\delta^4 \omega}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 \omega}{\delta y^4} \right) + t \left(\frac{\delta^2 \omega}{\delta x^2} \sigma_x + 2 \frac{\delta^2 \omega}{\delta x \delta y} \tau_{xy} + \frac{\delta^2 \omega}{\delta y^2} \sigma_y \right) = 0 \quad [2.1]$$

Los parámetros que intervienen son el desplazamiento normal del plano medio (ω), es el espesor de la placa (t), la tensión tangencial ($\tau_{xy} = N_{xy}/t$), son las tensiones normales en las direcciones x e y ($\sigma_x = N_x/t$ y $\sigma_y = N_y/t$, respectivamente), las propiedades del material (E , módulo de elasticidad, y ν , coeficiente de Poisson) y el momento de inercia por unidad de ancho ($I = t^3/12$).

Analizando el caso que nos atañe, una placa sometida a un esfuerzo de corte puro, los términos de la tensión normal desaparecen ($\sigma_x = \sigma_y = 0$). Así pues, la expresión anterior queda reducida a

$$\frac{EI}{1-\nu^2} \left(\frac{\delta^4 \omega}{\delta x^4} + 2 \frac{\delta^4 \omega}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 \omega}{\delta y^4} \right) + 2t \frac{\delta^2 \omega}{\delta x \delta y} \tau_{xy} = 0 \quad [2.2]$$

Se trata de una ecuación diferencial parcial, cuya resolución permite caracterizar la respuesta estructural de la placa. Esta expresión admite diversas soluciones: la homogénea con $\omega = 0$ y la que contempla la bifurcación de equilibrio ($\omega \neq 0$), proveniente de valores concretos de τ_{xy} (tensiones críticas de abolladura).

Para la resolución de la ecuación [2.2], Timoshenko empleó el teorema del potencial estacionario, pero esta metodología no permite obtener la solución exacta. Es por ello que empleando series de Fourier [2.3] para aproximar el valor del desplazamiento (ω), es posible determinar los valores de la tensión tangencial que producen el fenómeno de abolladura.

$$\omega = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi x}{b} \quad [2.3]$$

Supongamos entonces un estado de tensiones tangenciales que actúan en el plano medio de la placa; tras cada incremento de tensión se producen pequeños desplazamientos perpendiculares a dicho plano medio de la placa. Si el trabajo realizado

por las fuerzas exteriores es menor que la energía de deformación de la placa, para cualquier configuración deformada, la placa será estable. Sin embargo, si el trabajo realizado por las fuerzas exteriores es mayor que la energía de deformación de la placa, para cualquier deformada, la placa será inestable y, por consiguiente, aparecerá la abolladura. Así pues, llamando V a la energía de deformación cuando la placa abolla y U_ω al potencial de energía de las fuerzas exteriores, de acuerdo con el teorema del potencial estacionario de energía, se tiene que,

$$V + U_\omega = \text{constante} \quad [2.4]$$

La energía de deformación de la placa V se obtiene mediante la expresión,

$$V = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\left(\frac{\delta^2 \omega}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \omega}{\delta y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left(\frac{\delta^2 \omega}{\delta x^2} \frac{\delta^2 \omega}{\delta y^2} - \left(\frac{\delta^2 \omega}{\delta x \delta y} \right)^2 \right) \right] dx dy \quad [2.5]$$

donde D es la rigidez a flexión de la placa, definida como $D = \frac{EI}{1-\nu^2}$.

Por otro lado, el potencial de energía (U_ω) se define como el valor negativo del trabajo realizado por las fuerzas exteriores (N_{xy}) que generan una distribución uniforme de tensiones tangenciales en la placa, dando lugar a

$$U_\omega = -\tau_{xy} t \int_0^a \int_0^b \frac{\delta^2 \omega}{\delta x \delta y} dx dy \quad [2.6]$$

sustituyendo la expresión de Fourier [2.3] en [2.5] y en [2.6], se obtiene

$$V = \frac{\pi^4 ab}{8} D \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \quad [2.7]$$

$$U_\omega = -8t\tau_{xy} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} a_{mn} a_{pq} \frac{mnpq}{(m^2 - p^2)(q^2 - n^2)} \quad [2.8]$$

donde m, n, p, q son enteros tales que $m + p$ y $n + q$ son números impares.

Por teorías energéticas, en el instante en el que se produce la bifurcación de equilibrio se cumple que en que $V = U_\omega$, de manera que es posible obtener la tensión crítica de abolladura como un cociente de sumatorios de potencias:

$$\tau_{xy} = \frac{\pi^4 ab D}{64t} \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2}{\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} a_{mn} a_{pq} \frac{mnpq}{(m^2 - p^2)(q^2 - n^2)}} \quad [2.9]$$

Para obtener la tensión crítica de abolladura, basta con encontrar los valores de los parámetros a_{mn} , a_{pq} de forma que minimicen la expresión anterior. Para ello se igualarán a cero las derivadas de la expresión [2.9] respecto de cada uno de los coeficientes a_{mn} , obteniéndose un sistema de ecuaciones lineales homogéneas. La ecuación para calcular la tensión crítica (τ_{cr}) se encontrará anulando el determinante de este sistema de ecuaciones. Limitando el cálculo a dos ecuaciones con dos constantes a_{11} y a_{22} . De este modo, Timoshenko obtuvo que dicha tensión es

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2 k \quad [2.10]$$

En esta expresión, k es el coeficiente crítico de abolladura a cortante que a su vez depende del parámetro de forma de la placa α (longitud entre alto). Dicho coeficiente viene determinado, de manera aproximada, por la siguiente expresión:

$$k = \frac{9\pi^2(1 + \alpha^2)^2}{32\alpha^3} \quad [2.11]$$

Para $\alpha = 1$, el valor de k presenta un error de aproximadamente un 15% respecto al valor real, incrementándose para valores de $\alpha > 1$. Esto se debe a la metodología empleada para determinarlo, basada en series de Fourier y limitada a tan solo dos términos de la serie. Obviamente, a mayor número de términos utilizados, mejor será la aproximación del valor de k . Utilizando un mayor número de términos para caracterizar el fenómeno, Timoshenko obtuvo, para varios parámetros de forma α , los correspondientes valores del coeficiente crítico de abolladura k (con $\alpha < 2.5$).

En los años siguientes, diversos autores continuaron con las investigaciones para obtener mejores aproximaciones a la tensión crítica de abolladura, es decir, valores del parámetro k más precisos.

Fue en 1924 cuando Southwell y Skan presentaron la solución exacta ($k = 5.34$) para paneles infinitamente largos ($\alpha = \infty$). Posteriormente, en 1933, Seydel obtuvo la solución exacta ($k = 9.34$) para $\alpha = 1$. Bergmann y Reissener, en 1932, también contribuyeron al estudio para la obtención de los valores del coeficiente de abolladura, pero fue en 1947 cuando Stein y Neff publicaron las mejores soluciones para otras relaciones de aspecto α . Éstas darían origen a las parábolas utilizadas hasta el momento actual y que aproximan dichos resultados con bastante exactitud (Bleich, 1952).

Trazando un gráfico que relacione el coeficiente de abolladura con el factor de forma e imponiendo que una curva parabólica pase por los valores exactos propuestos por Southwell y Skan ($k = 5.34$ para $1/\alpha = 0$) y por Seydel ($k = 9.34$ para $1/\alpha = 1$), es posible obtener una aproximación bastante satisfactoria para una placa simplemente apoyada.

Dicha expresión es la siguiente:

$$k = 5.34 + \frac{4}{\alpha^2} \quad [2.12]$$

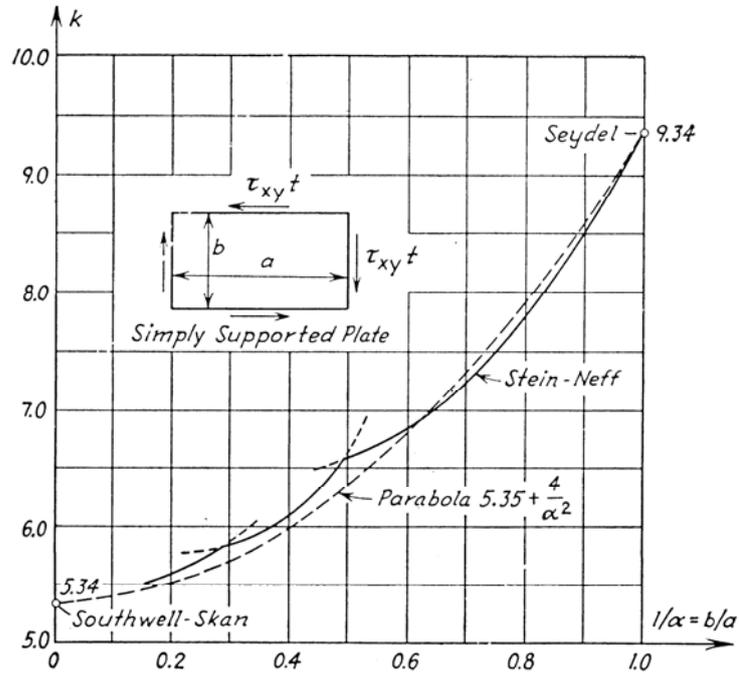


Figura 2.5: Curvas del coeficiente crítico de abolladura k para placa simplemente apoyada en sus cuatro bordes (Fuente: Bleich, 1952).

De igual manera que en el caso anterior, pero considerando una placa con condiciones de contorno de borde empotrado, Southwell y Skan determinaron el valor teórico de $k = 8.98$ para $1/\alpha = 0$. Posteriormente Budiansky y Connor determinaron los valores de k para diferentes valores del parámetro de forma α (Bleich, 1952).

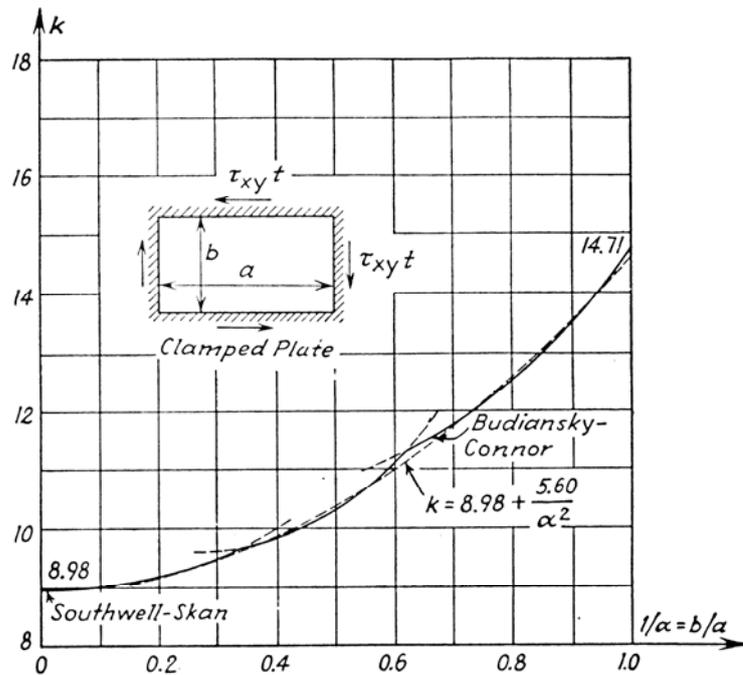


Figura 2.6: Curvas del coeficiente crítico de abolladura k para placa empotrada en sus cuatro bordes. (Fuente: Bleich, 1952).

Así pues, empleando la misma aproximación (mediante una curva parabólica) es posible obtener una buena aproximación del coeficiente de abolladura en función del parámetro alfa. En la Figura 2.6, realizada por Bleich en 1952, se observan las diferentes curvas propuestas, entre ellas la siguiente que une los puntos extremos

$$k = 8.98 + \frac{5.6}{\alpha^2} \quad [2.13]$$

Diversos autores también estudiaron el caso de paneles con dos bordes empotrados y los otros dos simplemente apoyados. Soluciones a este problema fueron propuestas por Iguchi, en 1938, para el caso general y por Leggett, en 1941, para relaciones $\alpha = 1$. Sin embargo fueron Cook y Rockey quienes, en 1963, obtuvieron las mejores soluciones.

A continuación, en la Tabla 2.1, se incluyen todos los valores de k en función de las condiciones de contorno de los paneles y de las relaciones de aspecto α de los mismos (Galambos, 1998).

Tabla 2.1: Coeficiente de abolladura k en función de las condiciones de contorno (Fuente: Galambos, 1998)									
Condiciones de contorno	$\alpha \leq 1$	$\alpha > 1$							
Placa simplemente apoyada en los cuatro bordes	$k_{ss} = 4.00 + \frac{5.34}{\alpha^2}$	$k_{ss} = 5.34 + \frac{4.00}{\alpha^2}$							
Placa empotrada en los cuatro bordes	$k_{ff} = 5.60 + \frac{8.98}{\alpha^2}$	$k_{ff} = 8.98 + \frac{5.60}{\alpha^2}$							
Placa empotrada en dos bordes opuestos y apoyada en los otros dos	<table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">Bordes largos empotrados</td> <td>$k_{sf} = \frac{8.98}{\alpha^2} + 5.61 + 1.99\alpha$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">Bordes cortos empotrados</td> <td>$k_{sf} = \frac{5.34}{\alpha^2} + \frac{2.31}{\alpha} + 8.39\alpha - 3.44$</td> </tr> </table> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <table border="0"> <tr> <td style="padding-left: 5px;">$k_{sf} = 8.98 + \frac{5.61}{\alpha^2} - \frac{1.99}{\alpha^3}$</td> </tr> <tr> <td style="padding-left: 5px;">$k_{sf} = 5.34 + \frac{2.31}{\alpha} - \frac{3.44}{\alpha^2} + \frac{8.39}{\alpha^3}$</td> </tr> </table> </td> </tr> </table>	<table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">Bordes largos empotrados</td> <td>$k_{sf} = \frac{8.98}{\alpha^2} + 5.61 + 1.99\alpha$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">Bordes cortos empotrados</td> <td>$k_{sf} = \frac{5.34}{\alpha^2} + \frac{2.31}{\alpha} + 8.39\alpha - 3.44$</td> </tr> </table>	Bordes largos empotrados	$k_{sf} = \frac{8.98}{\alpha^2} + 5.61 + 1.99\alpha$	Bordes cortos empotrados	$k_{sf} = \frac{5.34}{\alpha^2} + \frac{2.31}{\alpha} + 8.39\alpha - 3.44$	<table border="0"> <tr> <td style="padding-left: 5px;">$k_{sf} = 8.98 + \frac{5.61}{\alpha^2} - \frac{1.99}{\alpha^3}$</td> </tr> <tr> <td style="padding-left: 5px;">$k_{sf} = 5.34 + \frac{2.31}{\alpha} - \frac{3.44}{\alpha^2} + \frac{8.39}{\alpha^3}$</td> </tr> </table>	$k_{sf} = 8.98 + \frac{5.61}{\alpha^2} - \frac{1.99}{\alpha^3}$	$k_{sf} = 5.34 + \frac{2.31}{\alpha} - \frac{3.44}{\alpha^2} + \frac{8.39}{\alpha^3}$
<table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">Bordes largos empotrados</td> <td>$k_{sf} = \frac{8.98}{\alpha^2} + 5.61 + 1.99\alpha$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">Bordes cortos empotrados</td> <td>$k_{sf} = \frac{5.34}{\alpha^2} + \frac{2.31}{\alpha} + 8.39\alpha - 3.44$</td> </tr> </table>	Bordes largos empotrados	$k_{sf} = \frac{8.98}{\alpha^2} + 5.61 + 1.99\alpha$	Bordes cortos empotrados	$k_{sf} = \frac{5.34}{\alpha^2} + \frac{2.31}{\alpha} + 8.39\alpha - 3.44$	<table border="0"> <tr> <td style="padding-left: 5px;">$k_{sf} = 8.98 + \frac{5.61}{\alpha^2} - \frac{1.99}{\alpha^3}$</td> </tr> <tr> <td style="padding-left: 5px;">$k_{sf} = 5.34 + \frac{2.31}{\alpha} - \frac{3.44}{\alpha^2} + \frac{8.39}{\alpha^3}$</td> </tr> </table>	$k_{sf} = 8.98 + \frac{5.61}{\alpha^2} - \frac{1.99}{\alpha^3}$	$k_{sf} = 5.34 + \frac{2.31}{\alpha} - \frac{3.44}{\alpha^2} + \frac{8.39}{\alpha^3}$		
Bordes largos empotrados	$k_{sf} = \frac{8.98}{\alpha^2} + 5.61 + 1.99\alpha$								
Bordes cortos empotrados	$k_{sf} = \frac{5.34}{\alpha^2} + \frac{2.31}{\alpha} + 8.39\alpha - 3.44$								
$k_{sf} = 8.98 + \frac{5.61}{\alpha^2} - \frac{1.99}{\alpha^3}$									
$k_{sf} = 5.34 + \frac{2.31}{\alpha} - \frac{3.44}{\alpha^2} + \frac{8.39}{\alpha^3}$									

Como se ha ido mostrando en el desarrollo de la expresión de la tensión crítica de abolladura en placas esbeltas, no existen otros parámetros que no sean los propios de la viga. Es decir, que la tensión crítica de abolladura de una placa sometida a tensiones tangenciales depende únicamente de las características mecánicas del material, de las propiedades geométricas y de las propias condiciones de contorno.

Para el caso de vigas armadas, la expresión de τ_{cr} puede ser extrapolada al caso de las condiciones de contorno del panel de alma. Estas dependerán del grado de coacción al giro que tenga el alma en la unión alma-ala y en la unión alma-rigidizador (horizontal y/o vertical). Dichas condiciones de contorno pueden ser consideradas a través del coeficiente k de placa.

En el caso de vigas armadas de inercia variable, lógicamente la variación del canto del panel de alma es otro factor que influye de forma determinante en la tensión tangencial crítica de abolladura. Por consiguiente, para el caso de vigas armadas

esbeltas de inercia variable, la tensión crítica de abolladura del alma dependerá de las características del material, de las condiciones de contorno en los bordes y de su geometría (parámetro de forma e inclinación del ala).

2.2.1.2 Comportamiento postcrítico

Tal como se ha comentado anteriormente, en vigas armadas, cuando el panel de alma está sometido a un estado de tensiones tangenciales (estado de corte puro), es posible que puedan generarse inestabilidades en dicho panel provocando grandes desplazamientos perpendiculares a su plano medio. De una manera simplificada, el estudio de un panel del alma sometido a ese estado de cargas hasta el agotamiento, puede interpretarse a través del comportamiento de una placa rectangular con bordes simplemente apoyados.

La figura 2.7.a muestra, de forma cualitativa, la abolladura de una placa esbelta ocasionada por un estado de tensiones tangenciales en los bordes (obtenida con el código de elementos finitos ABAQUS). La respuesta estructural de la placa se observa en la figura 2.7.b en la que se muestra la curva tensión tangencial-desplazamiento máximo normal al plano medio de la placa (con los ejes adimensionalizados). En dicha curva puede constatar la existencia de una tensión tangencial, tensión tangencial crítica de abolladura, para la cual la placa abolla, es decir la placa experimenta grandes desplazamientos en la dirección perpendicular al plano medio de la misma.

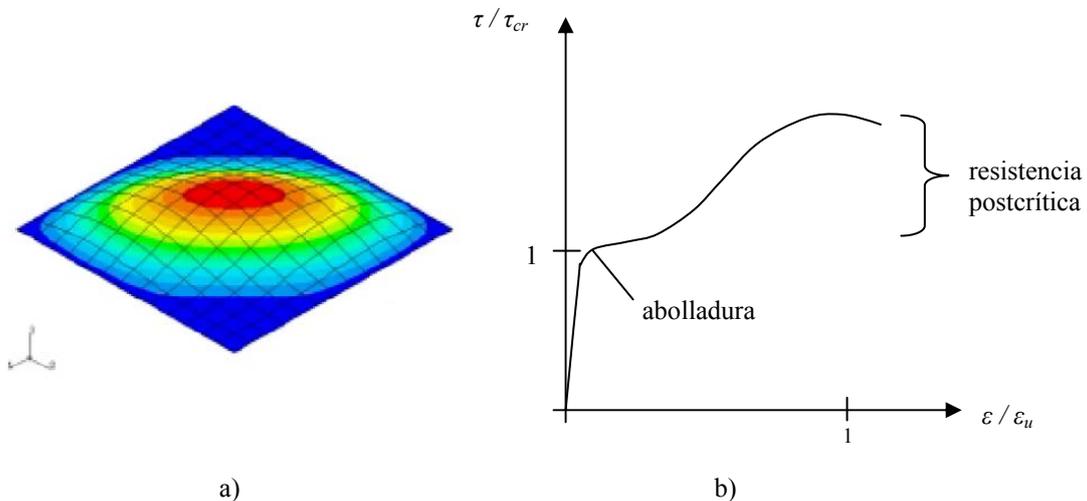


Figura 2.7: Comportamiento de una placa esbelta sometida a un estado de tensiones tangenciales. a) Deformada cualitativa de la placa cuando ha abollado. b) Curva carga-desplazamiento máximo perpendicular al plano medio de la placa.

Después de alcanzarse la tensión crítica y de desarrollarse la zona de grandes deformaciones sin incremento de tensión, se forma un mecanismo que permitirá resistir mayores tensiones tangenciales más allá de la inestabilidad, hasta alcanzar el agotamiento (véase la Figura 2.7.b). Dicho mecanismo da lugar a una reserva de resistencia de la placa, llamada resistencia postcrítica. Esta resistencia se da, como

veremos más adelante, gracias a la formación de un campo diagonal de tracciones que rigidiza el panel de alma (tensiones de membrana).

La magnitud de la resistencia postcrítica depende, entre otras variables, de la esbeltez de la placa y la geometría de la misma. Para placas muy esbeltas, la tensión crítica de abolladura es pequeña, pero la capacidad postcrítica es significativa; mientras que para placas robustas (con un ancho de alma considerable) dicha resistencia disminuye, pero la tensión crítica es más elevada. En el caso de vigas armadas, en las cuales el espesor del alma suele ser pequeño, la resistencia postcrítica del panel de alma es significativa.

2.2.2 Modelos resistentes

A continuación se describen dos de los modelos con mayor aceptación en el campo para explicar el comportamiento de la placa prismática cuando ha sobrepasado la tensión crítica: *Tension Field Method* (Cardiff) y *Rotational Stress Field Method* (Höglund). Ambas tienen como finalidad determinar la carga última o de agotamiento.

2.2.2.1 Tension Field Method

El cálculo teórico de la resistencia última a cortante para placas esbeltas se puede realizar usando la *Cardiff tension-field theory*. La teoría está basada en asumir el equilibrio del campo de tensiones (*tension-field*) en la placa y da respuesta a modelos primigenios en los que no se tenía en cuenta la resistencia a flexión otorgada por las alas.

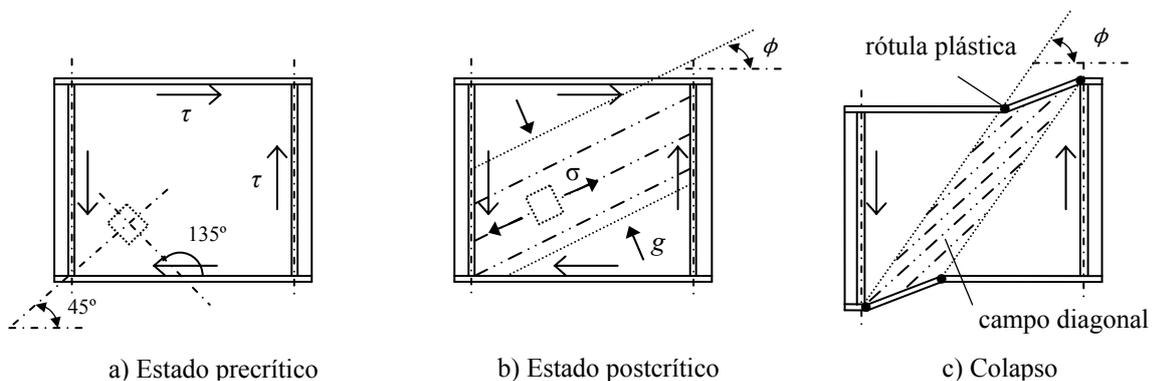


Figura 2.8: Mecanismo de fallo a cortante asumido en la teoría de *Cardiff tension-field*.

En el mecanismo de fallo que se muestra en la Figura 2.8 para un panel con rigidización transversal, la resistencia última a cortante V_u puede expresarse como la suma de la fuerza crítica de abolladura por cortante más la fuerza postcrítica.

$$V_u = V_{cr} + V_{pcr} \quad [2.14]$$

Donde V_{cr} (fuerza crítica) depende de la tensión crítica de abolladura τ_{cr} y V_{pcr} (fuerza postcrítica) depende de la magnitud de la tensión de compresión postcrítica que aparece en el alma cuando esta abolla (σ_t), el ancho y la inclinación del campo diagonal. Así pues la fuerza crítica de abolladura se expresa como,

$$V_{cr} = \tau_{cr} h_w t_w \quad [2.15]$$

donde τ_{cr} es la tensión crítica de abolladura por cortante del alma del panel, h_w el canto del alma del panel y t_w el espesor del alma.

Para poder determinar la aportación de la fuerza postcrítica al cortante último, es necesario calcular las distancias de anclaje de las rótulas plásticas que se forman en las alas y que anclan en campo diagonal de tensiones.

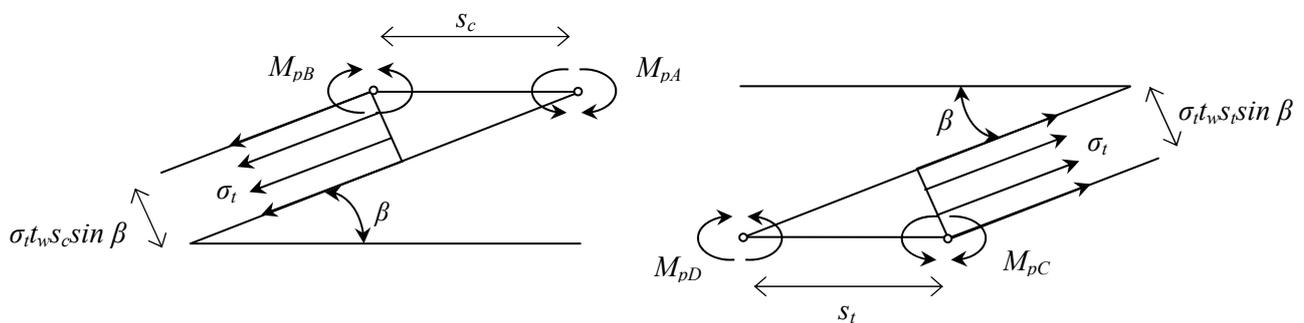


Figura 2.9: Esquemas para la determinación de rótulas plásticas en alas. Izq. Ala superior. Dcha. Ala inferior.

Aplicando el principio de los trabajos virtuales a los triángulos de la Figura 2.9 obtenemos,

$$s_t = \frac{2}{\sin \beta} \sqrt{\frac{M_p}{\sigma_t t_w}} \quad [2.16]$$

$$s_c = \frac{2}{\sin \beta} \sqrt{\frac{M_p}{\sigma_t t_w}} \quad [2.17]$$

donde M_p es el valor del momento plástico que forma las rotulas plásticas en las alas.

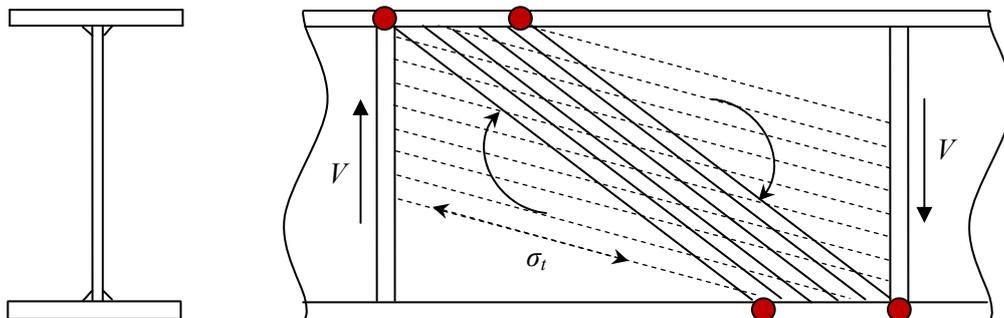


Figura 2.10: Desarrollo del campo diagonal de tracciones en un alma esbelta de canto constante.

Para conocer la capacidad ultima es necesario referir los estados tensionales del panel de alma al criterio de agotamiento del material, de esta manera podemos evaluar la magnitud del campo diagonal σ_t . Para ello emplearemos los círculos de Mohr.

a) ESTADO TENSIONAL CUANDO SE ALCANZA LA INESTABILIDAD

▪ Tensiones tangenciales

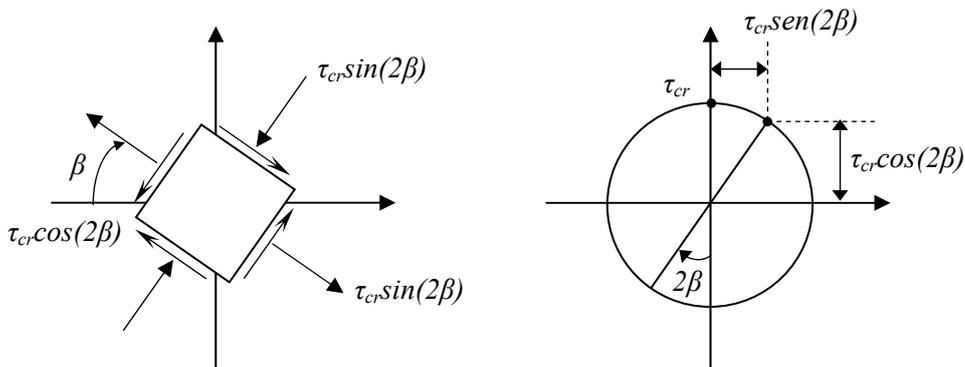


Figura 2.11: Tensiones tangenciales en un elemento diferencial. Izq. Tensiones tangenciales y normales respecto a un ángulo de inclinación β . Dcha. Círculo de Mohr del estado tensional.

Calculando el estado de tensiones tangenciales al que se encuentra sometido el elemento diferencial de chapa en el momento en el que alcanza la tensión crítica de abolladura τ_{cr} , se obtienen las expresiones [2.18], [2.19] y [2.20] que permiten obtener la tensión normal σ_u , colineal con el campo diagonal de tracciones, la tensión normal perpendicular σ_v y la tensión tangencial τ_{uv} respectivamente.

$$\sigma_u = \tau_{cr} \sin(2\beta) \quad [2.18]$$

$$\tau_{uv} = \tau_{cr} \cos(2\beta) \quad [2.19]$$

$$\sigma_v = -\tau_{cr} \sin(2\beta) \quad [2.20]$$

▪ Tensiones Normales

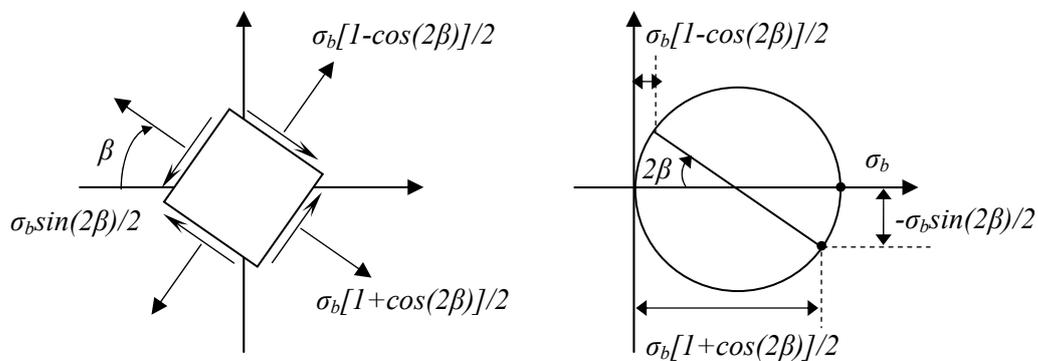


Figura 2.12: Círculo de Mohr para el elemento diferencial sometido a tensiones normales σ_b . Izq. Tensiones normales y tangenciales respecto a un ángulo de inclinación β . Dcha. Círculo de Mohr del estado tensional.

Se consideran ahora las tensiones normales σ_b , siendo esta la tensión normal debida al esfuerzo flector exterior.

Las expresiones [2.21], [2.22] y [2.23] permiten obtener la tensión normal σ_u , colineal con el campo diagonal de tracciones, la tensión normal perpendicular σ_v y la tensión tangencial τ_{uv} respectivamente.

$$\sigma_u = \frac{\sigma_b}{2} (1 + \cos(2\beta)) \quad [2.21]$$

$$\sigma_v = \frac{\sigma_b}{2} (1 - \cos(2\beta)) \quad [2.22]$$

$$\tau_{uv} = -\frac{\sigma_b}{2} \sin(2\beta) \quad [2.23]$$

b) ESTADO TENSIONAL POSTCRITICO

En el estado postcrítico se forma el campo diagonal de tensiones. Dicho campo genera el estado tensional que se muestra en la Figura 2.13.

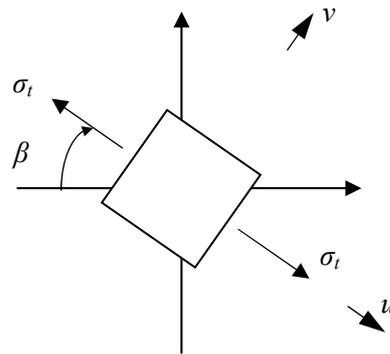


Figura 2.13: Estado tensional en el alma cuando sucede el campo diagonal de tensiones.

Las expresiones [2.24], [2.25] y [2.26] permiten obtener la tensión normal σ_u , colineal con el campo diagonal de tracciones, la tensión normal perpendicular σ_v y la tensión tangencial τ_{uv} respectivamente.

$$\sigma_u = \sigma_t \quad [2.24]$$

$$\sigma_v = 0 \quad [2.25]$$

$$\tau_{uv} = 0 \quad [2.26]$$

El estado tensional en el alma que produce el desarrollo de la banda plastificada (agotamiento del alma) se interpreta a través de la superposición de los estados tensionales que corresponden a la tensión crítica de abolladura (ver Figura 2.14.a), la tensión normal (ver Figura 2.14.b) y la tensión de tracción posterior a la abolladura (ver Figura 2.14.c).

La superposición de los tres estados tensionales de la Figura 2.14 proporciona las tensiones normales y tangenciales que causan la plastificación del material. Así pues, las

componentes normales y tangenciales de dicho elemento pueden obtenerse mediante las expresiones [2.27], [2.28] y [2.29].

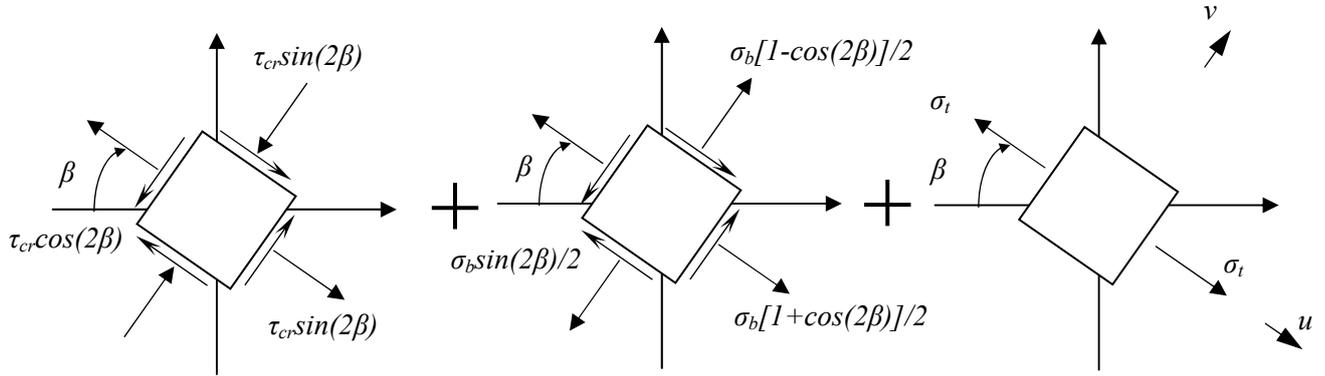


Figura 2.14: Estados tensionales en el alma. a) Tensión crítica de abolladura. b) Tensiones normales. c) Campo diagonal de tracciones.

$$\sigma_u = \tau_{cr} \sin(2\beta) + \frac{\sigma_b}{2} (1 + \cos(2\beta)) + \sigma_t \quad [2.27]$$

$$\sigma_v = -\tau_{cr} \sin(2\beta) + \frac{\sigma_b}{2} (1 - \cos(2\beta)) \quad [2.28]$$

$$\tau_{uv} = \tau_{cr} \cos(2\beta) - \frac{\sigma_b}{2} \sin(2\beta) \quad [2.29]$$

Sustituyendo las expresiones [2.27], [2.28] y [2.29] en la ecuación derivada del criterio de Von Mises [2.30] y tras diversas operaciones algebraicas se determina la ecuación [2.31],

$$f_{yw}^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2 - \sigma_u \sigma_v + 3\tau_{uv}^2 \quad [2.30]$$

permite obtener la magnitud σ_t del campo diagonal de tracciones en función del ángulo de inclinación β .

$$\sigma_t = \frac{-A + \sqrt{A^2 - 4(\sigma_b^2 + \tau_{cr}^2 - f_{yw}^2)}}{2} \quad [2.31]$$

donde A se define como,

$$A = 3\tau_{cr} \sin(2\beta) + 2\sigma_b \cos^2 \beta - \sigma_b \sin^2 \beta \quad [2.32]$$

En la determinación del ángulo de inclinación se toma como óptimo aquel para el cual la variación del cortante último respecto a este no es significativa, de modo que

$$\beta < \frac{h_0}{a} \quad [2.33]$$

Se puede concluir que la carga última a cortante será,

$$V_u = \tau_{cr} h_w t_w + \sigma_t g t_w \sin \beta \quad [2.34]$$

Cabe apuntar algunas limitaciones al modelo de Cardiff. En primer lugar, su empleo está limitado a valores del parámetro de forma α comprendidos entre 1 y 3. En segundo lugar, la componente de capacidad precrítica, hasta alcanzar la abolladura, se obtiene en base a las expresiones de teoría lineal clásica de abolladura, considerando unas condiciones de contorno para el panel de bordes simplemente apoyados. Es decir, no se tiene en cuenta la posible coacción al giro que puede tener el alma como resultado de la existencia de alas y rigidizadores.

En cualquier caso, el modelo de Cardiff proporciona excelentes resultados en lo que se refiere a la obtención de la capacidad última de vigas armadas prismáticas de alma esbelta. Sin embargo, este modelo no ha sido planteado para considerar la variación de inercia de la viga, ni tampoco para considerar la posible variación de esfuerzos a lo largo del tramo de viga que se pretende analizar. Por dicha razón, este modelo no permite trazar la respuesta estructural hasta el agotamiento de vigas armadas de alma esbelta de inercia variable.

2.2.2.2 Rotational Stress Field Method

La teoría de *Höglund's rotated-stress-field* (1971) está basada en un sistema perpendicular de barras en compresión y tracción, como se puede observar en la Figura 2.15.

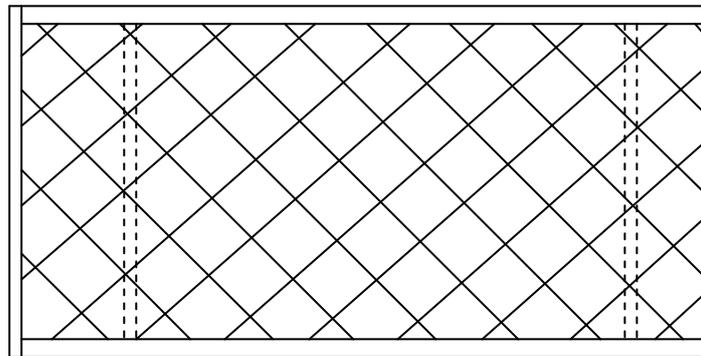


Figura 2.15: Mecanismo de fallo por cortante propuesto por la teoría de *Höglund's rotated-stress-field*.

Como se ha comentado con anterioridad, después de producirse la abolladura por cortante en el alma existe una resistencia postcrítica, la tensión de membrana a tracción, anclada en las alas y rigidizadores transversales. En un estado de cortante puro el valor absoluto de las tensiones de membrana principales σ_1 y σ_2 son iguales antes de la abolladura ($\tau < \tau_{cr}$). Después de alcanzar la fuerza de abolladura ($V_{cr} = \tau_{cr} h_w t_w$, donde t_w es el espesor del alma y h_w es la altura del panel del alma de la viga), el panel del alma se abollará y se producirá una redistribución de las tensiones para que se cumpla el equilibrio. El incremento de fuerza se ve reflejado en σ_1 . En el caso de almas muy delgadas, después de la abolladura, σ_2 (la componente de compresión) es mucho

menor que σ_1 (componente de tracción) y puede ser despreciada. Si se impide el acercamiento de las alas, entonces, se cumple que

$$\tau = \sigma_1 \sin \phi \cos \phi = \frac{1}{2} \sin 2\phi \quad [2.35]$$

La dirección de las tensiones a tracción se escoge de tal manera que τ sea máximo. Si suponemos σ_1 igual a la resistencia máxima del alma, f_{yw} , entonces,

$$\frac{\tau_t}{f_v} = \frac{f_{yw}}{2f_v} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ para } \phi = 45^\circ \quad [2.36]$$

donde,

$$f_v = \frac{f_{yw}}{\sqrt{3}} \quad [2.37]$$

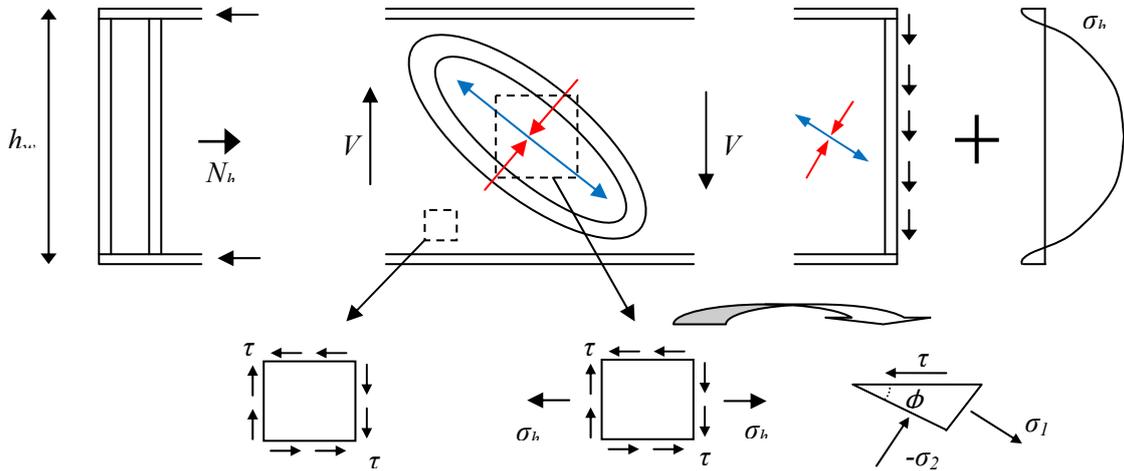


Figura 2.16: Estado tensional del alma de una viga con rigidizadores transversales.

Esta teoría es la denominada *Ideal tension-field*, es válida solo si las alas tienen coaccionado el movimiento relativo entre ambas. En una viga larga con rigidizadores transversales, solo el alma previene que la distancia entre alas se acore, por eso, la tensión de membrana en la dirección transversal es cero. El estado de equilibrio según la Figura 2.16 da como resultado las tensiones principales,

$$\sigma_1 = \frac{\tau}{\tan \phi} \quad [2.38]$$

$$\sigma_2 = -\tau \tan \phi \quad [2.39]$$

donde ϕ es la dirección de la tensión principal.

Este estado de tensión tiene una componente σ_h en la dirección longitudinal del alma, la tensión de membrana, que viene determinada por

$$\sigma_h = \tau \left(\frac{1}{\tan \phi} - \tan \phi \right) = \sigma_1 + \sigma_2 \quad [2.40]$$

La fuerza longitudinal total en el alma es menor que,

$$N_h = \sigma_h h_w t_w \quad [2.41]$$

porque cerca de las alas el estado tensional es de cortante puro.

La fuerza última a cortante de la viga puede derivarse según el criterio de Von Mises de la expresión,

$$\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 = f_{yw}^2 \quad [2.42]$$

asumiendo que la tensión compresiva permanece igual a la tensión crítica después de la abolladura, para un ángulo $\phi < 45^\circ$. Entonces,

$$\sigma_2 = -\tau_{cr} \quad [2.43]$$

Además, la esbeltez λ_w se introduce como,

$$\lambda_w = \sqrt{\frac{f_v}{\tau_{cr}}} \quad [2.44]$$

donde, recuerden que $\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{b} \right)^2 k$.

De las ecuaciones [2.37], [2.38], [2.39], [2.42], [2.43] y [2.44] la resistencia última $\tau_u = \tau$ puede expresarse en función de λ_w .

$$\frac{\tau_u}{f_v} = \frac{\sqrt[4]{3}}{\lambda_w} \sqrt{\sqrt{1 - \frac{1}{4\lambda_w^4}} - \frac{1}{2\sqrt{3}\lambda_w^2}} \quad \text{para } \lambda_w \geq 1 \quad [2.45]$$

Si $\lambda_w \geq 2.5$, la raíz cuadrada de la ecuación [2.45] es cercana a 1, entonces dicha expresión puede aproximarse por

$$\frac{\tau_u}{f_v} \approx \frac{1.316}{\lambda_w} \quad \text{para } \lambda_w \geq 2.5 \quad [2.46]$$

Cuando el ángulo de inclinación de la tensión de tracción respecto de las alas disminuye (ϕ), la resistencia a la abolladura por cortante del sistema aumenta (τ_u/f_v). Es decir, que la tensión de membrana (σ_h) se incrementa. Es por eso que la teoría se denomina *Rotated Stress Field Theory*.

Así pues, la capacidad resistente a cortante del alma viene determinada por la fuerza V_w .

$$V_w = \frac{\tau_u}{f_{yw}} f_{yw} h_w t_w = \rho_w f_{yw} h_w t_w \quad [2.47]$$

Para placas de acero con rigidizadores transversales,

$$\rho_w = \frac{0.8}{\lambda_w} \text{ para } \lambda_w \leq 0.98 \text{ y } \rho_w \leq 1.16 \quad [2.48]$$

$$\rho_w = \frac{1.37}{0.7 + \lambda_w} \text{ para } \lambda_w > 0.98 \quad [2.49]$$

Para placas de acero sin rigidizadores transversales,

$$\rho_w = \frac{0.8}{\lambda_w} \text{ para } \rho_w \leq 1.16 \quad [2.50]$$

Como se ha mencionado con anterioridad, los rigidizadores transversales previenen la flexión del alma y, como consecuencia, limitan el acercamiento entre alas.

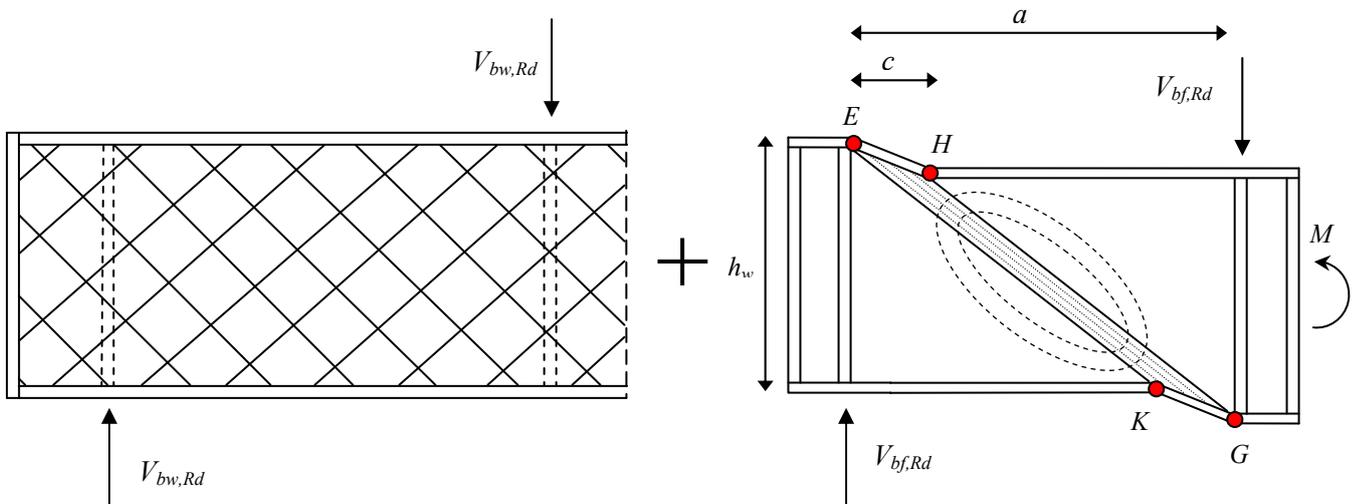


Figura 2.17: Modelo de estado postcrítico del alma propuesto por el *Rotational Stress Field Method*.

Una vez superada la tensión crítica de abolladura, el estado de fallo viene caracterizado por la formación de cuatro rotulas plásticas (E, H, G y K), tal y como podemos observar en la Figura 2.17. El campo diagonal de tracción aparece en el alma.

La fuerza a cortante (V_f) transmitida por el campo tensional de tracciones se obtiene imponiendo el equilibrio de fuerzas en el ancho c (ancho proyectado del campo diagonal de tracciones una vez anclado) tal y como muestra la figura anterior.

$$V_f = \frac{4Z_f f_{yf}}{c} = \frac{4M_{pf}}{c} \quad [2.51]$$

donde c , distancia entre rotulas plásticas, viene dada por la expresión

$$c = a \left(0.25 + \frac{1.6b_f t_f^2 f_{yf}}{t_w h_w^2 f_{yw}} \right) \quad [2.52]$$

Las tensiones de tracción del campo de tensiones producen un efecto rigidizador en el alma (produciendo un efecto favorable sobre la capacidad resistente de la viga), al mismo tiempo que la tensión efectiva aumenta en el alma (produciendo un efecto desfavorable).

Sin embargo, se asume que la resistencia a cortante del alma (V_w) no varía con la formación de campo de tensiones entre alas, es decir, que es independiente del cortante en las alas (V_f). De esta manera, es posible obtener la resistencia ultima a cortante (V_u) como la suma de la resistencia del alma y de las alas.

$$V_u = V_w + V_f \quad [2.53]$$

Sustituyendo las ecuaciones [2.47] y [2.51] en [2.53], se obtiene

$$V_u = \rho_w f_{yw} h_w t_w + \frac{4M_{pf}}{c} \quad [2.54]$$

Hasta el momento no se ha tenido en cuenta la presencia de un esfuerzo flector, pues se trataba de un análisis para un estado de corte puro. En caso que la placa esté sometida fuerzas por cortante como a momento flector (pequeño) al mismo tiempo, entonces las tensiones en el alma inducidas por el momento flector no afectarán a la parte de la fuerza última resistida por el alma (V_w), aunque sí que lo hará sobre la fuerza resistida por las alas (V_f). Así pues, la resistencia de las alas se reducirá en proporción al momento flector actuante tal que

$$V_u = \rho_w f_{yw} h_w t_w + \frac{4M_{pf}}{c} \left[1 - \left(\frac{M}{M_f} \right)^2 \right] \text{ para } M \leq M_f \quad [2.55]$$

Si $M > M_f$ entonces las alas no contribuyen a la capacidad cortante del panel, y la capacidad del alma para acarrear fuerzas cortantes se ve reducida. Se debe aplicar entonces la fórmula de Basler,

$$M = M_f + (M_p - M_f) \left[1 - \left(\frac{V}{V_w} \right)^2 \right] \quad [2.56]$$

2.3 Vigas de inercia variable

Como se ha descrito en los apartados precedentes, el comportamiento de vigas rectangulares frente a abolladura ha sido profundamente estudiado, desarrollando

diversas teorías que permiten caracterizar el estado de tensiones una vez superado la tensión crítica.

La proliferación de vigas armadas con canto de inercia variable ha propiciado su estudio en los últimos años, puesto que ha quedado patente las limitaciones de las anteriores teorías cuyos estos modelos no consideran las condiciones de contorno existentes en las uniones entre alma y las alas, asumen como hipótesis que la placa es rectangular simplemente apoyada y no se tiene en cuenta la variación de la geometría, es decir, su inercia. Algunos autores han demostrado la importancia de estos efectos.

2.3.1 Falby y Lee

El modelo de capacidad última de vigas de inercia variable propuesto por W. E. Falby y G. C. Lee (1976) se basa en la teoría desarrollada por Basler para el caso de vigas prismáticas. Los estudios realizados por Falby y Lee permitieron concluir que los modelos de capacidad última de vigas prismáticas podían ser utilizados para vigas de inercia variable, siempre y cuando el ángulo de inclinación del ala inferior fuera pequeño. Para ángulos de inclinación del ala inferior considerables, Falby y Lee proponen la utilización de un modelo simplificado de cálculo.

Dicho modelo considera, por un lado, que la tensión crítica de abolladura del alma puede calcularse mediante las expresiones de teoría clásica de placas rectangulares, adoptando como valor del canto el promedio entre los cantos mayor y menor de la viga de inercia variable. Por otro lado, se considera que la capacidad postcrítica del panel del alma se debe al desarrollo de un campo diagonal de tracciones, el cual presenta una distribución tal como muestra la Figura 2.18.

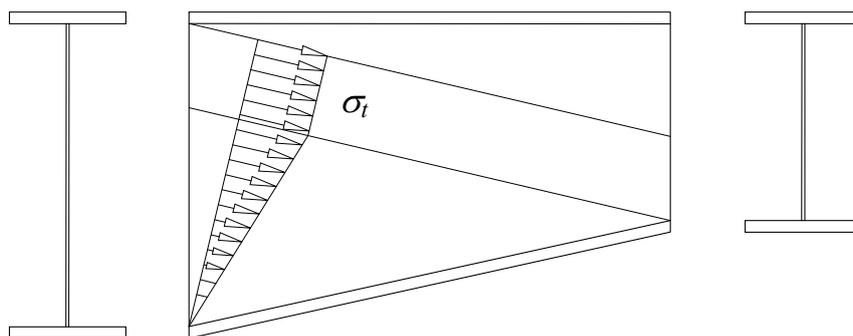


Figura 2.18: Distribución del campo diagonal de tracciones en el panel de alma propuesto por Falby y Lee (1976).

Falby y Lee concluyen que la distribución del campo diagonal de tracciones en el alma es conservadora. Sin embargo, manifiestan que el modelo propuesto da lugar a mejores resultados que los obtenidos al utilizar las expresiones de vigas prismáticas para el caso de vigas de inercia variable. En dicho modelo, al igual que en el modelo de Basler, se desprecia la contribución para resistir cortante que ofrecen los paneles de alas al elemento; de igual forma, se desprecia la componente vertical de axil que discurre por el ala inclinada. Dichos autores proponen investigar la distribución de tensiones en el

alma durante el rango postcrítico, a fin de definir un modelo simplificado de cálculo que permita obtener y determinar de forma precisa la capacidad última de vigas de inercia variable.

2.3.2 Davies y Mandal

G. Davies y S. N. Mandal (1979) propusieron un modelo de capacidad última para vigas de inercia variable de alma esbelta a partir de ensayos experimentales llevados a cabo sobre esta tipología de vigas. El modelo considera la viga de inercia variable (véase la Figura 2.19.a) como una viga triangular, la cual se ve sometida a una carga vertical y un momento flector en un punto obtenido como intersección entre las líneas que siguen la dirección del ala superior y la prolongación del ala inferior, ala inclinada (Figura 2.19.b). El momento exterior actuante en la viga triangular es el resultado de la traslación de la carga exterior $P/2$ a dicho punto.

La interpretación del comportamiento estructural de la viga triangular se realiza a través de la consideración de dicha viga como una viga en celosía triangular (ver Figura 2.19.c). En dicha viga de celosía la diagonal traccionada AB representa el campo diagonal de tracciones, mientras que la diagonal comprimida CD canaliza las tensiones principales de compresión hasta que el panel de alma ha abollado. Con posterioridad a dicha inestabilidad, se considera que el cordón comprimido no ofrece capacidad alguna a la viga de inercia variable para continuar resistiendo esfuerzo cortante.

La definición del modelo de capacidad última en base al comportamiento de una viga en celosía de canto variable, permitió desarrollar una formulación que considera la capacidad para resistir cargas verticales que ofrece el hecho de tener un panel de ala inclinado. Dicha capacidad adicional depende de la componente vertical del esfuerzo axial que discurre por el ala inclinada (Figura 2.19.c).

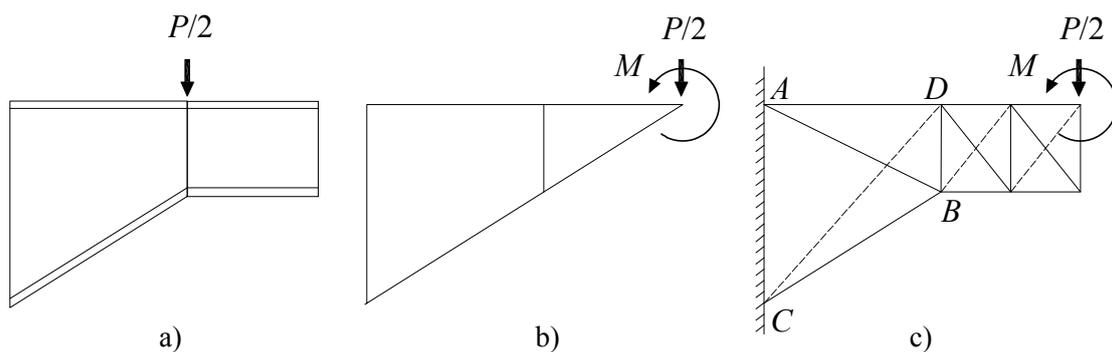


Figura 2.19: Modelo propuesto por Davies y Mandal. Viga en celosía de canto variable utilizada en el desarrollo del modelo de capacidad última.

De igual forma que en vigas armadas prismáticas, Davies y Mandal consideraron que la capacidad última del panel de alma de las vigas de inercia variable puede definirse a través de la superposición de dos estados tensionales. El primero, correspondiente a la tensión crítica de abolladura del panel de alma y, el segundo, referente a la capacidad postcrítica del alma (desarrollo del campo diagonal de

tracciones en el alma). En este modelo, y de igual manera que en el modelo propuesto por Falby y Lee, la tensión crítica de abolladura del panel de alma se obtiene mediante las expresiones de teoría clásica para placa rectangular con condiciones de contorno de borde simplemente apoyado.

Por otra parte, Davies y Mandal consideraron en el modelo la rigidez a flexión de los paneles de alas; por consiguiente, se tiene en cuenta la aportación de las alas para resistir cortante, tal como propone Porter et al. (1975) para vigas prismáticas de alma esbelta. El agotamiento de la viga de inercia variable se alcanza cuando se desarrollan rótulas plásticas en los paneles de alas.

Dicha hipótesis fue confirmada mediante la realización de ensayos experimentales sobre vigas de inercia variable. La capacidad última de las vigas ensayadas fue muy similar a la que predecía el modelo. Las geometrías de las vigas ensayadas fue tal que se contempló solamente un único valor del ángulo de inclinación del panel de ala.

En cualquier caso, los autores concluyeron sobre la necesidad de comparar el modelo propuesto con ensayos experimentales de vigas de inercia variable, en donde se contemple un mayor rango de parámetros geométricos (inclinación del ala inferior y relación canto mayor separación entre rigidizadores verticales). De igual manera, manifiestan la necesidad de determinar expresiones que permitan calcular, con mayor rigor científico, la tensión crítica de abolladura del alma de vigas de inercia variable.

Galambos (1998) señala que el modelo propuesto por Davies y Mandal ofrece resultados próximos a los obtenidos mediante los ensayos experimentales. No obstante, advierte que el modelo propuesto no se adecúa a las tipologías estructurales de vigas de inercia variable que se suelen emplear en la construcción metálica y mixta, e indica que se hace necesario desarrollar un modelo que contemple dicha tipología utilizada en la práctica habitual, así como los esfuerzos a las que se ven sometidas.

2.3.3 Takeda y Mikami

Un modelo más reciente de capacidad última de vigas de inercia variable es el propuesto por H. Takeda y I. Mikami (1987), el cual está basado en la teoría propuesta por Chern y Ostapenko (1969) para vigas prismáticas. En este modelo, al igual que en otros modelos, la capacidad última viene definida por la superposición de dos estados tensionales correspondientes a las fases precrítica y postcrítica, respectivamente. Sin embargo, a diferencia de los dos modelos anteriores de vigas de inercia variable, la tensión crítica de abolladura se determina en base a una formulación derivada de la aplicación de la teoría de los elementos finitos al estudio de la inestabilidad de una placa trapezoidal.

El modelo de Takeda y Mikami considera que el campo diagonal de tracciones está integrado por dos franjas; la primera corresponde a una franja central de ancho s , anclada en los rigidizadores verticales; mientras que la segunda se desarrolla en la parte

inferior de la franja central y su magnitud es un porcentaje de la magnitud de dicha franja central, definida por el coeficiente ρ (véase Figura 2.20). El desarrollo de esta última franja está limitado en el canto mayor a la cota horizontal definida por el canto menor.

A diferencia del modelo propuesto por Chern y Ostapenko para el caso de vigas prismáticas, Takeda y Mikami desprecian la contribución para resistir cortante que ofrecen los paneles de alas, definiendo el agotamiento de la viga a través de la capacidad frente a esfuerzo cortante que posee el panel de alma. Es decir, los autores consideran que el campo diagonal de tracciones se ancla únicamente en los rigidizadores verticales (Figura 2.20). Dicha consideración es contraria a las hipótesis y conclusiones derivadas de las investigaciones desarrolladas por Davies y Mandal.

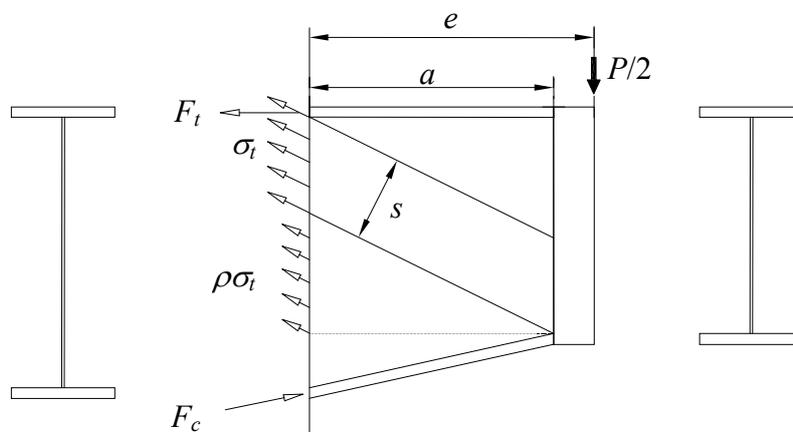


Figura 2.20: Modelo de capacidad última de vigas de inercia variable propuesto por Takeda y Mikami (1987).

2.3.1 Mirambell y Zárate

V. Zárate y E. Mirambell (2000) realizaron un estudio mediante un modelo numérico basado en el método de elementos finitos, en el cual determinaron una formulación para el cálculo de la resistencia de las vigas armadas de canto variable frente a la abolladura por cortante.

Este estudio concluyó que el comportamiento frente a la abolladura del alma en vigas de canto variable depende tanto de la geometría de las vigas como de las hipótesis de condiciones de contorno. Dichas condiciones de contorno están definidas de acuerdo con las características geométricas de diseño de las alas (esbeltez, ancho e inclinación de las alas) y asumiendo que en los rigidizadores la deformación es nula. Dependiendo de la rigidez del ala, el giro en el alma está más o menos restringido. De este modo, dependiendo de las condiciones del ala, la unión ala-alma puede ser considerada como un contorno simplemente apoyado o como un soporte fijo.

Además, cuando la inclinación del ala inferior aumenta, la tensión crítica de abolladura también tiende a aumentar como consecuencia de la rigidez causada por la geometría en cuestión, la cual se va pareciendo a la geometría de un triángulo.

Mirambell y Zarate también concluyeron que, en la fase postcrítica, la reserva de fuerza tiende a disminuir cuando la pendiente del ala inferior aumenta. Esto se produce a causa de la disminución de la componente vertical del campo de tensiones.

La relación entre el coeficiente de abolladura k de las vigas armadas de inercia variable y del parámetro de forma α es claramente no-lineal. Cuando el parámetro α aumenta, la gráfica $k-\alpha$ tiende hacia valores asintóticos, que dependen de la inclinación del ala, $\tan(\phi)$, y de los parámetros geométricos de diseño usados para definir cada elemento (λ y η). En general, el comportamiento es similar al de paneles rectangulares; sin embargo, se clarifica el hecho de que cuando la inclinación del ala inferior aumenta, la diferencia entre el comportamiento frente a abolladura de las vigas de canto variable y las vigas rectangulares aparece más claramente.

Cuando la inclinación del ala $\tan(\phi)$ aumenta, la variación del coeficiente de abolladura k tiende a ser limitado, dependiendo del parámetro de forma del alma. Para valores de α cercanos a 1 y para valores de $\tan(\phi)$ mayores de 0.35, el canto h_0 del alma disminuye, causando un incremento en la tensión a cortante y la posibilidad de causar la plastificación del material antes de que este se abolle.

2.3.2 Shanmungam y Min

El modelo propuesto por N. E. Shanmungam y H. Min (2007) parte del modelo de Cardiff para vigas de canto constante. Plantea el cálculo de la capacidad última de resistencia de una viga armada sometida a cortante como el sumatorio de varios estados tensionales que se dan en una viga antes de su rotura.

Así pues, la fuerza de colapso de una viga armada se descompone en tres factores: primero, la fuerza crítica elástica; segundo, la fuerza resistida por la acción del campo de tensiones; y tercero, la fuerza resistida por la contribución de las alas.

En el caso de vigas biapoyadas de inercia variable, sometidas a una fuerza puntual en la mitad de la viga, existen dos casos posibles: o bien el ala inclinada está sometida a tensiones de tracción o bien el ala inclinada está sometida a tensiones de compresión, Figura 2.21.

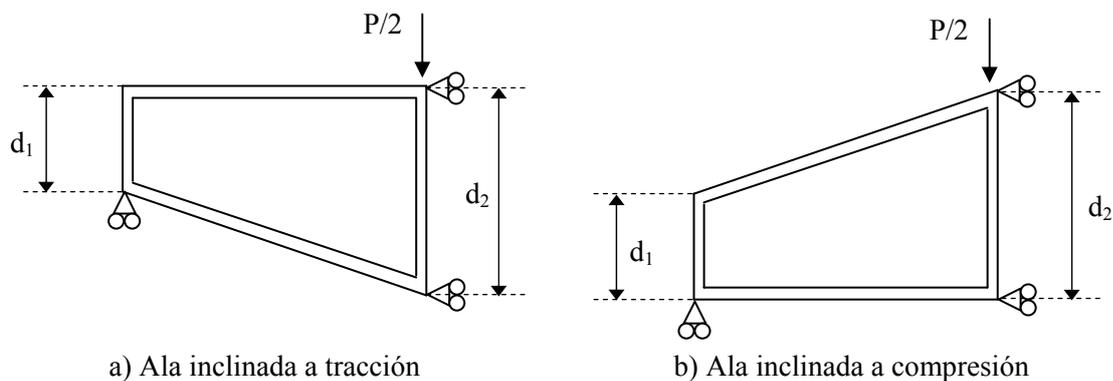


Figura 2.21: Viga armada de inercia variable.

Para el cálculo de la primera componente de la capacidad última resistida por una viga de canto variable, Shanmungan y Min emplearon la formulación propuesta por el modelo de Cardiff. El canto ' d ' introducido en la fórmula, en el caso de vigas de canto variable será la semisuma del canto mayor y el menor.

Así pues, el alma ha alcanzado la capacidad última cuando se formen las cuatro rotulas plásticas sobre las alas, tal y como se observa en las figuras 2.22.a y 2.23.a. Este es el mismo procedimiento explicado con anterioridad para vigas de canto constante. Antes de que el mecanismo se dé es necesario que la zona ABCD haya cedido. La capacidad última se determinará aplicando un desplazamiento virtual en el estado de colapso de la viga.

Las acciones que se dan en la zona ABCD del alma y sobre las alas se reemplazan por un campo de tensiones diagonal, tal y como se muestra en las figuras 2.22.b y 2.23.b.

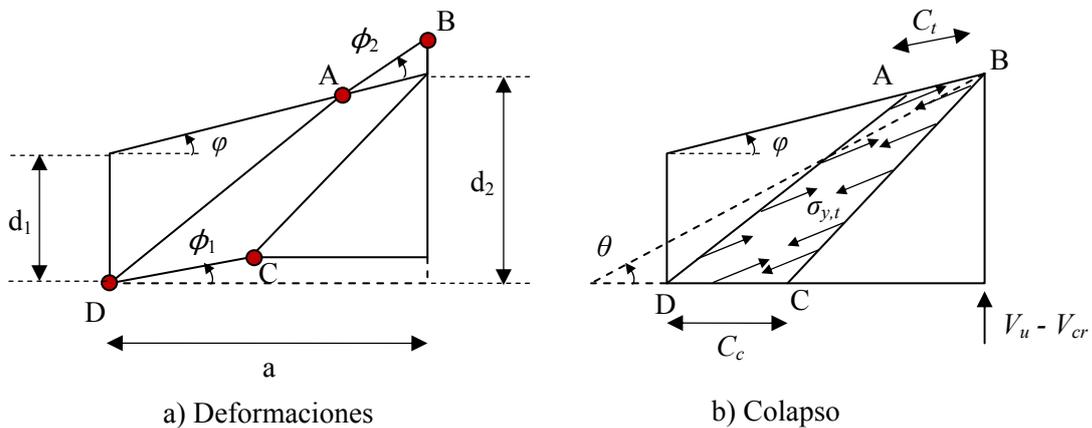


Figura 2.22: Caso en la que el ala inclinada está sometida a tracción (Fuente: Shanmungan y Min, 2007).

Las tensiones de la sección estacionaria AD no producen trabajo. Así pues, las únicas tensiones de membrana que realizan trabajo serán las que actúan sobre las líneas AB, BC y CD.

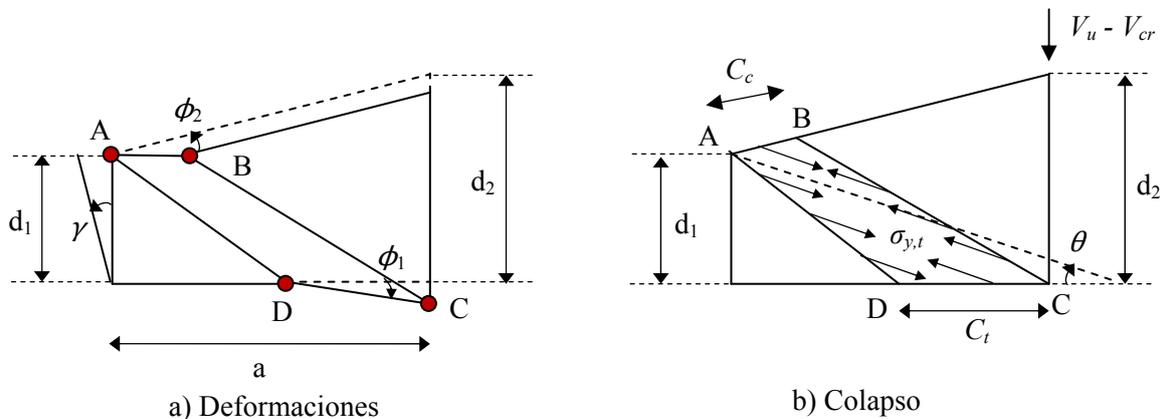


Figura 2.23: Caso en la que el ala inclinada está sometida a compresión (Fuente: Shanmungan y Min, 2007).

Como no se pueden considerar las distancias C_c y C_t iguales, Shanmungan y Min establecen que la distancia C_c se calculará como se calculaba 'c' para una viga de canto constante. Y para C_t proponen una fórmula que tiene en cuenta la inclinación del ala.

En el estudio que Shanmungan y Min realizaron, demostraron como la formulación que propusieron fue bastante acertada. También observaron, como en vigas sometidas a cortante de ala inclinada traccionada, se alcanza una capacidad última un 5% menor que para en vigas de canto uniforme. Sin embargo, para vigas de ala inclinada comprimida, su resistencia última es superior al 5% de las vigas de canto uniforme.

2.3.3 Bedynek, Real y Mirambell

Investigaciones recientes, llevadas a cabo por el equipo investigador de la Universitat Politècnica de Catalunya compuesto por Bedynek, A.; Real, E. y Mirambell, E. (2010 y 2011), pretenden caracterizar el comportamiento de vigas de inercia variable. Estudios paramétricos realizados con un modelo numérico han permitido identificar cuatro posibles situaciones de carga en función de la respuesta tensional del ala inclinada (véase Figura 2.24).

Queda patente la influencia que tiene en la resistencia última de los paneles del alma, poniendo de manifiesto que la normativa actual no cubre adecuadamente algunos de los casos estudiados y que la disposición de alas inclinadas puede no resultar beneficioso para la resistencia.

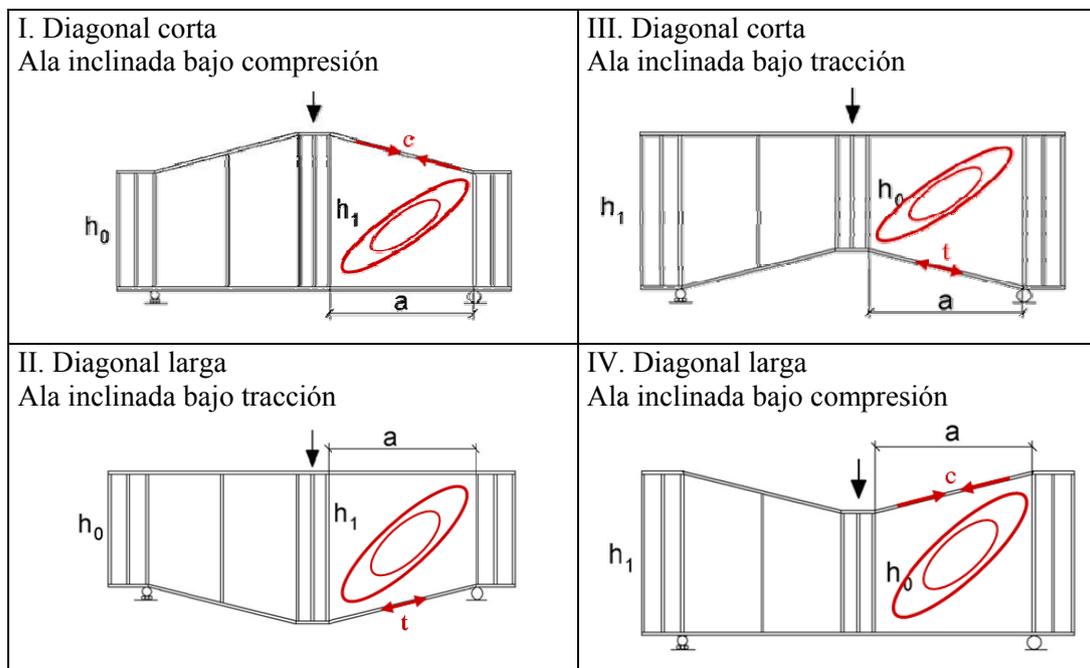


Figura 2.24: Casuística para la determinación del coeficiente de abolladura (Fuente: Bedynek, García, Real y Mirambell, 2011).

2.4 Instrucción

2.4.1 Abolladura del alma a cortante

La normativa vigente en nuestro país es la Instrucción de Acero Estructural (EAE, Real Decreto 751/2011 de 27 de mayo). En lo relativo a abolladura por cortante, ésta hace referencia a lo expuesto en el Eurocódigo 3 Parte 1-5, dedicada a las estructuras de chapa en la que se propone el *Rotated Stress Field Method* para el cálculo de la resistencia última a cortante. Este método se guía por la siguiente expresión:

$$V_u = V_w + V_f$$

donde V_w es la resistencia a cortante del alma y V_f es la resistencia a cortante de las alas.

Como la teoría en la que se basa este método ha sido deducida para placas prismáticas, existen una serie de restricciones para su utilización:

- Los paneles deben ser rectangulares, considerando un panel inclinado o de inercia variable aquellos cuyo ángulo de inclinación entre alas sea mayor a 10° .
- Pueden existir rigidizadores en dirección longitudinal y transversal.
- Todos los agujeros deben ser pequeños comparados con las dimensiones de la placa.
- Los elementos son de sección constante.

La primera restricción proviene del modelo de capacidad última de vigas de inercia variable propuesto por Falby y Lee (1976) que se basa en la teoría desarrollada por Basler (1959) para el caso de vigas prismáticas. Los estudios realizados por Falby y Lee permitieron concluir que los modelos de capacidad última de vigas prismáticas podían ser utilizados para vigas de inercia variable, siempre y cuando el ángulo de inclinación del ala inferior fuera pequeño.

En paneles sometidos a cortante se comprobará la resistencia a la abolladura cuando la esbeltez del panel o paneles del alma (en caso de estar dividida en uno o varios subpaneles mediante rigidizadores) cuando la esbeltez se tal que

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{72}{\eta} \varepsilon \quad \text{para paneles con almas no rigidizadas} \quad [2.57]$$

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{31}{\eta} \varepsilon \sqrt{k_\tau} \quad \text{para paneles con almas rigidizadas} \quad [2.58]$$

donde h_w es la altura del panel (o subpanel), t_w es el espesor del alma, η es un coeficiente que permite considerar la resistencia adicional que ofrece en régimen plástico el endurecimiento por deformación del material, k_τ es el coeficiente de abolladura por cortante (anteriormente definido como k) y $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$, con f_y el límite elástico del material en mega pascales.

En lo referente a vigas de inercia variable, la normativa especifica tan solo que la formulación es válida para vigas con alma prismática sujetas a una inclinación máxima, entre las alas, de diez grados.

2.4.2 Rigidización longitudinal

La normativa tiene en cuenta la modificación de las condiciones de contorno que puede ocasionar la instalación de un elemento rigidizador, ya sea transversal o longitudinal. Este elemento influye, de manera directa, en la resistencia del alma (V_w) y, de forma indirecta, en la resistencia de las alas (V_f).

En cuanto a V_w , se tiene en cuenta la variación de la geometría y la influencia de la rigidez del rigidizador longitudinal, de manera que su valor se ve reducido por el coeficiente reductor χ_w .

$$V_w = V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w (f_y / \sqrt{3}) h_w t_w}{\gamma_{M1}} \quad [2.59]$$

donde χ_w , f_y , h_w y t_w tienen el significado expuesto anteriormente y γ_{M1} es el coeficiente de seguridad parcial definido en la instrucción.

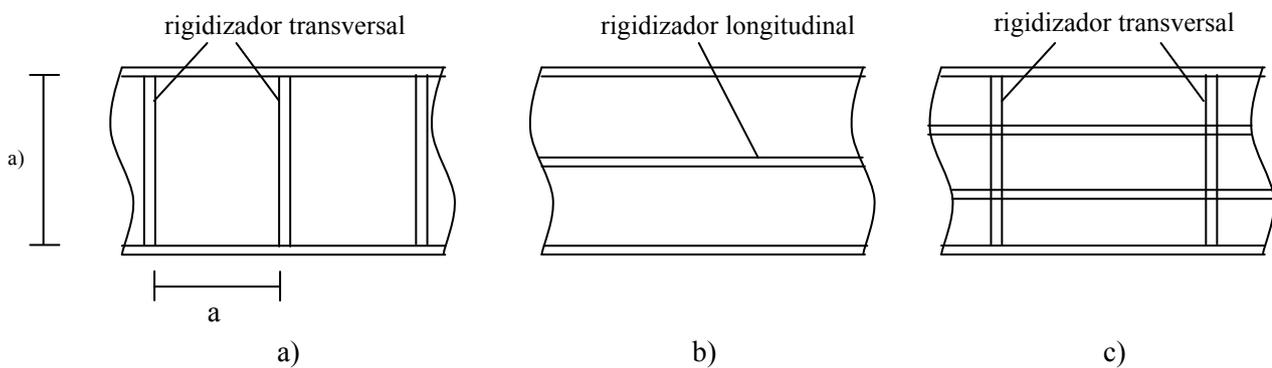


Figura 2.25: Casuística para la determinación del coeficiente de abolladura.

El coeficiente reductor depende de la esbeltez del panel o subpanel, que a su vez se encuentra influenciado por la tensión crítica de Euler y el coeficiente de abolladura por cortante, es decir, por la tensión crítica de abolladura. Es, mediante k_τ , como se controla la influencia del rigidizador longitudinal.

La solución teórica para el coeficiente de abolladura (Figura 2.24.b) de un rigidizador longitudinal fue determinada por Crate y Lo (1948). Una buena aproximación se puede tomar de la expresión hallada por Höglund (1997):

$$k_\tau = 5.34 + 1.36 \sqrt[3]{\gamma} \quad [2.60]$$

donde γ es la rigidez relativa a la flexión del rigidizador para flexión fuera del plano del alma, y se define como

$$\gamma = \frac{12(1 - \nu^2)I_{sl}}{h_w t^3} \quad [2.61]$$

En comparación con los gráficos de Klöppel y Scheer (1960), se puede demostrar que para rigidizadores transversales muy cercanos (Figura 2.24c), pueden emplearse las siguientes aproximaciones:

$$k_\tau = 5.35 + \frac{4}{\alpha^2} + \frac{3.45\gamma^{0.75}}{\alpha^2} \quad (\text{Höglund}) \quad [2.62]$$

$$k_\tau = 4.1 + \frac{6.3 + 0.05\gamma}{\alpha^2} + 1.44\sqrt[3]{\gamma} \quad (\text{Beg}) \quad [2.63]$$

La expresión [2.63] ofrece mejores resultados para paneles de alma con uno o dos rigidizadores longitudinales cuando el ratio $\alpha < 3$ (vigas con una separación entre rigidizadores transversales igual o superior a tres veces la altura del alma). En otros casos se aplicará [2.62], pero nunca menor que [2.60].

Las placas rigidizadas poseen menos resistencia postcrítica en comparación con las placas no rigidizadas, por lo que I_{sl} debería reducirse en consecuencia. Así pues, considerando un tercio de la rigidez del rigidizador longitudinal, las expresiones anteriores quedan de la siguiente manera:

$$k_t = 5.34 + 4.00 \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + k_{\tau st} \quad \text{cuando } \frac{a}{h_w} \geq 1 \quad [2.64]$$

$$k_t = 4.00 + 5.34 \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + k_{\tau st} \quad \text{cuando } \frac{a}{h_w} < 1 \quad [2.65]$$

donde

$$k_{\tau st} = 9 \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 \sqrt[4]{\left(\frac{I_{sl}}{t^3 h_w}\right)^3} > \frac{2.1}{t} \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{h_w}} \quad [2.66]$$

siendo a la distancia entre rigidizadores transversales rígidos e I_{sl} es el segundo momento de área del rigidizador longitudinal sobre el eje z-z del alma. Para almas con dos o más rigidizadores longitudinales, no necesariamente equiespaciados, I_{sl} es la suma de la rigidez de cada individuo.

Para almas con uno o dos rigidizadores longitudinales y el *aspect ratio* (α) menor que 3, el coeficiente de abolladura puede calcularse mediante

$$k_{\tau} = 4.1 + \frac{6.3 + 0.18 \frac{I_{sl}}{t_w^3 h_w}}{\alpha^2} + 2.2 \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{t_w^3 h_w}} \quad [2.67]$$

En las expresiones [2.66] y [2.67] ya ha sido tenido en cuenta la reducción de un tercio de la inercia en las constantes que preceden a la misma.

2.4.3 Interacción cortante-flector

Las reglas de diseño para la interacción entre la fuerza cortante y momento flector en el Eurocódigo 3 se encuentran en EN 1993 Parte 1-1 para elementos Clase 1 y 2 y en la norma EN 1993 Parte 1-5 para secciones Clase 3 y 4. Las reglas del articulado EN 1993 Parte 1-1 dadas en 6.2.8 se basan en la resistencia plástica a cortante y si la abolladura por cortante reduce la resistencia, se refieren a la EN 1993 Parte 1-5.

2.4.3.1 Resistencia plástica

Empleando el Teorema de la Cota Inferior (TCI) de la teoría de plasticidad, es posible deducir una fórmula de interacción momento-cortante. Dos posibles estados tensionales se muestran en la Figura 2.26, ambos compatibles con el criterio de von Mises. Las distribuciones de tensiones son válidas para elementos Clase 1 o 2.

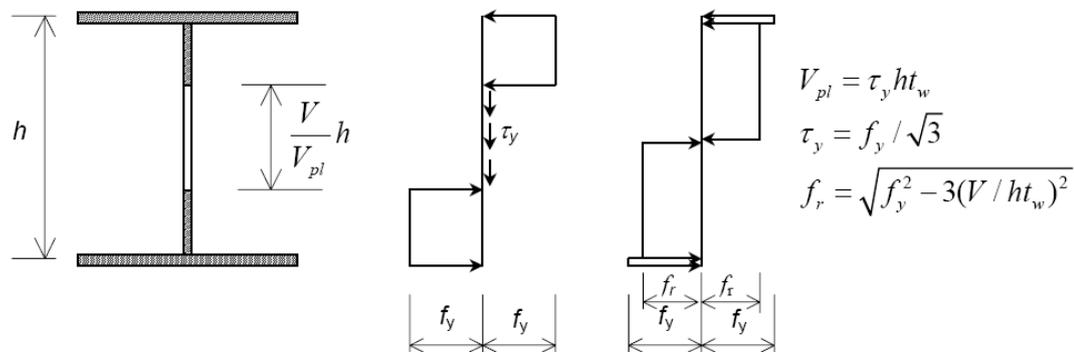


Figura 2.26: Posibles distribuciones tensionales para interacción cortante-flector compatibles con el criterio de rotura de von Mises (Fuente: Commentary EN 1993 Part 1-5, 2007).

Con la simplificación de que el espesor del ala es pequeño comparado con la altura de la viga, es posible obtener la siguiente expresión:

$$M = M_{pl} - \frac{f_y t_w}{4} \left(\frac{V}{V_{pl}} h \right)^2 \quad [2.68]$$

Reordenando [2.68] e introduciendo el momento absorbido por las alas definido como $M_f = f_y h A_f$, resulta

$$\frac{M}{M_{pl}} + \left(1 - \frac{M_f}{M_{pl}}\right) \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2 = 1 \text{ si } M > M_f \quad [2.69]$$

Si el momento flector es inferior a M_f , una distribución de tensiones estáticamente admisible en las alas solamente puede llevar el flector y al panel puede a ser plenamente movilizado para resistir cortante, por lo que no existe interacción. La fórmula [2.69] debe entenderse de manera que proporciona un conjunto de M y V tales que representan el límite de la resistencia de la sección transversal. Para fines de diseño condición de igualdad se cambia por la condición “menor que”.

La distribución de la tensión a la derecha en la Figura 2.25, fue utilizada por Horne (1951) en un estudio de la influencia del cortante en la resistencia a la flexión. Se da la siguiente interacción expresión:

$$\frac{M}{M_{pl}} + \left(1 - \frac{M_f}{M_{pl}}\right) \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2}\right] = 1 \text{ si } M > M_f \quad [2.70]$$

La expresión [2.70] resulta una mejor aproximación a la resistencia plástica de acuerdo con el TCI.

La fórmula de interacción (6.30) del EN 1993 Parte 1-1 es muy similar a [2.69], pero ésta comienza la reducción del momento flector cuando $V > 0.5V_{pl}$. Omitiendo el factor de seguridad parcial, podemos escribirla como:

$$\frac{M}{M_{pl}} + \left(1 - \frac{M_f}{M_{pl}}\right) \left(\frac{2V}{V_{pl}} - 1\right)^2 = 1 \text{ si } V > 0.5V_{pl} \quad [2.71]$$

2.4.3.2 Resistencia a la abolladura

Cuando se trata de paneles esbeltos en los que la inestabilidad por abolladura influye en la resistencia última, no existen teorías para describir la interacción entre momento-cortante. Un modelo empírico basado en observaciones de empíricas fue desarrollado por Basler (1961). El modelo es similar al TCI de la teoría de plasticidad, pero aquí se aplica a un problema en el que gobierna la inestabilidad, que está fuera del alcance dicho teorema. La modelo se muestra en la Figura 2.27 y se puede ver que el estado de tensiones asumido es muy similar al de la izquierda en la Figura 2.26. La única diferencia es que la fuerza en corte no es el límite elástico. En realidad, Basler empleó su propio modelo de para determinar la resistencia al esfuerzo cortante, que no coincide con el de EN 1993 Parte 1-5.

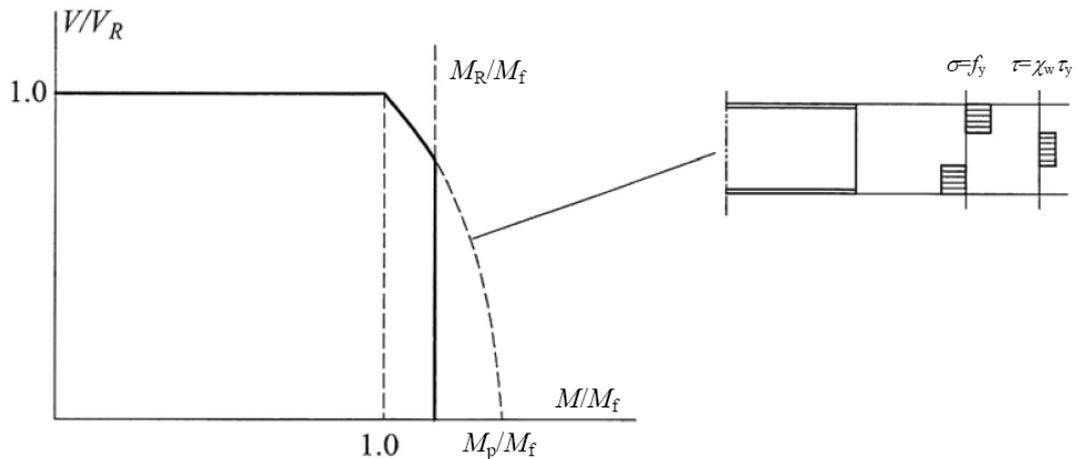


Figura 2.27: Interacción entre momento flector y cortante según Basler (Fuente: Commentary EN 1993 Part 1-5, 2007).

Como en el caso de la resistencia plástica, no hay interacción si el momento es menor que M_f y para valores grandes de la curva de interacción, cuando es una parábola. En este caso el sección transversal es de la Clase 3 o 4 y la resistencia flexión M_R es más pequeña que resistencia plástica. Esto está representado por un corte en la Figura 2.27 con una línea vertical en la M_R/M_f .

La fórmula de interacción utilizada en el Eurocódigo 3 Parte 1-5 es una modificación del modelo de Basler, puesto que la reducción se inicia en cuando se alcanza la mitad del momento resistente tal que

$$\frac{M}{M_{pl}} + \left(1 - \frac{M_f}{M_{pl}}\right) \left(\frac{2V}{V_{bw,Rd}} - 1\right)^2 = 1 \quad \text{si } V > 0.5V_{bw,Rd} \quad [2.72]$$

La diferencia en comparación con [2.71] es que $V_{bw,Rd}$ es la resistencia abolladura por cortante del panel del alma de acuerdo a la Sección 5. La ecuación [2.72] transcurre por encima de [2.71] cuando la esbeltez del alma disminuye. M_{pl} se utiliza también para la secciones Clase 4. Lo significa que la fórmula tiene que ser complementado con una condición tal que

$$M = M_{Rd,eff} \quad [2.73]$$

La norma EN 1993 Parte 1-5 expone que la interacción no tiene por qué ser revisada en las secciones transversales más cercanas a un soporte intermedio a una mitad altura del panel. Esta regla reduce el efecto de interacción y se basa en la lógica ingenieril, ya que la abolladura del panel tiene una extensión a lo largo la viga y que el estado tensional cerca de un rigidizador vertical no es relevante para la comprobación de la abolladura. Sin embargo, la resistencia sin reducción por inestabilidad no debe excederse en el apoyo. Para vigas con refuerzos longitudinales lo expresado anteriormente puede no reflejar adecuadamente el comportamiento de la misma.

La presencia de un axil causa efectos adicionales de interacción. Éstos se tienen en cuenta mediante la reducción de M_f y M_{pl} .

2.5 Campaña experimental anterior

La presente campaña se engloba dentro de un proyecto mayor envergadura en el que se encuentra la Tesis Doctoral de Agnieszka Bedynek y la Tesina de Especialidad de Lorena Segura, bajo la dirección de Esther Real. Existe una primera campaña experimental que se llevó a cabo entre Abril y Junio de 2010 en la que se analizó el fenómeno de abolladura por cortante en vigas de canto variable sin rigidización longitudinal.

Los pocos modelos de capacidad última de vigas de inercia variable propuestos en la literatura se basan en los modelos anteriormente presentados para vigas prismáticas. Dichos modelos son el de Falby y Lee (1976), el de Davies y Mandal (1979) y el de Takeda y Mikami (1987). Una revisión crítica de dichos modelos pone de manifiesto la existencia de algunos puntos débiles en las hipótesis de trabajo que no se corresponden con el comportamiento real de las vigas armadas esbeltas de canto variable (Mirambell y Zárata, 2000).

En la campaña anterior se propuso el estudio de cuatro tipologías de vigas armadas de canto variable diferentes con el objetivo de desarrollar un modelo numérico de cálculo de carga crítica que tenga en cuenta las condiciones de contorno del panel del alma. Adicionalmente, se realizó un estudio paramétrico para ver la influencia de la geometría en la tensión tangencial crítica de abolladura (τ_{cr}) y sobre el coeficiente de abolladura (k_τ). Los resultados del modelo se contrastaron con la campaña experimental anterior.

Del modelo numérico se pudo concluir que la geometría de la viga, tanto su longitud y altura como su esbeltez y grosor de chapa, influyen de manera significativa en el valor final de la tensión crítica de abolladura y del cortante último (V_u). La formulación propuesta permite obtener resultados con un error menor al 10 %.

En la campaña experimental se pudo observar, con las medidas in situ, todo el proceso de carga, la formación de la abolladura a partir de un nivel de carga y la resistencia postcrítica que se produce y es función de los parámetros geométricos de cada viga. Se pudo concluir que cuanto más esbelta sea la viga, menor es la capacidad resistente última.

Así pues, el presente trabajo se centra en una de las líneas de investigación propuesta al concluir la campaña experimental de 2010, la introducción de rigidización longitudinal para analizar el comportamiento de las vigas frente a sollicitaciones de cortante.

Capítulo 3

MODELO NUMÉRICO

3 MODELO NUMÉRICO

3.1 Introducción

Los modelos numéricos basados en elementos finitos tienen una extensa trayectoria pero no ha sido hasta hace aproximadamente 20 años, con la irrupción de computadoras más potentes, cuando se ha popularizado su utilización para modelar fenómenos físicos. Este tipo de modelos permite reproducir comportamientos estructurales de cualquier índole solo modificando las ecuaciones constitutivas que gobiernan el fenómeno.

Para poder estudiar el fenómeno de abolladura por cortante en las vigas de alma esbelta y poder diseñar adecuadamente la campaña experimental, ha sido necesario emplear un modelo numérico basado en el método de elementos finitos. El conocimiento de parámetros característicos del fenómeno a estudio permite determinar la disposición más adecuada para la instrumentación, la carga máxima, deformaciones, entre otros. Aparte de poder realizar un estudio preliminar, este mismo puede ser validado mediante la campaña experimental y poder realizar estudios paramétricos para formular una o varias expresiones que aproximen algunos de los valores característicos.

Existen en el mercado diversos *software* que permiten modelar fenómenos de inestabilidad (no-linealidad geométrica) de manera más o menos compleja en función de la geometría del espécimen. Adicionalmente, se debe introducir otro factor importante en estudio de este tipo, como es la no-linealidad del material.

Para atacar el problema no-lineal de abolladura por cortante en vigas de inercia variable de alma esbelta, se ha empleado el código de elementos finitos ABAQUS (Hibbitt et al., 2003). Este admite la formulación de problemas no-lineales a la vez que puede simular estados tensionales diferentes, como por ejemplo una carga incremental.

Su utilización está muy extendida en el ámbito de la ingeniería estructural, siendo contrastado en numerosas ocasiones con resultados empíricos óptimos.

La presente Tesina de especialidad se engloba dentro de un proyecto de mayor envergadura en el cual se han abierto diversos frentes para estudiar dicho fenómeno. Por ese motivo, el modelo ha sido desarrollado por el equipo investigador y los resultados obtenidos han sido utilizados, entre otros, para este trabajo.

Con todo y con eso, es necesario conocer el funcionamiento del programa, así como la estructura que emplea para resolver el problema. A continuación se exponen de manera resumida los aspectos fundamentales del modelo numérico empleado, haciendo especial hincapié en el modelo constitutivo y en la modelización geométrica.

3.2 Método de los elementos finitos

El método de los elementos finitos (MEF en castellano o FEM en inglés) es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería.

El MEF consiste, en la descomposición de una estructura en un número de partes o elementos (regulares o no), conectados entre sí mediante un número de puntos denominados nodos pudiendo ser barras, superficies o volúmenes. Este proceso se denomina discretización, y su representación gráfica es una malla de elementos finitos, como se muestra en la Figura 3.1.

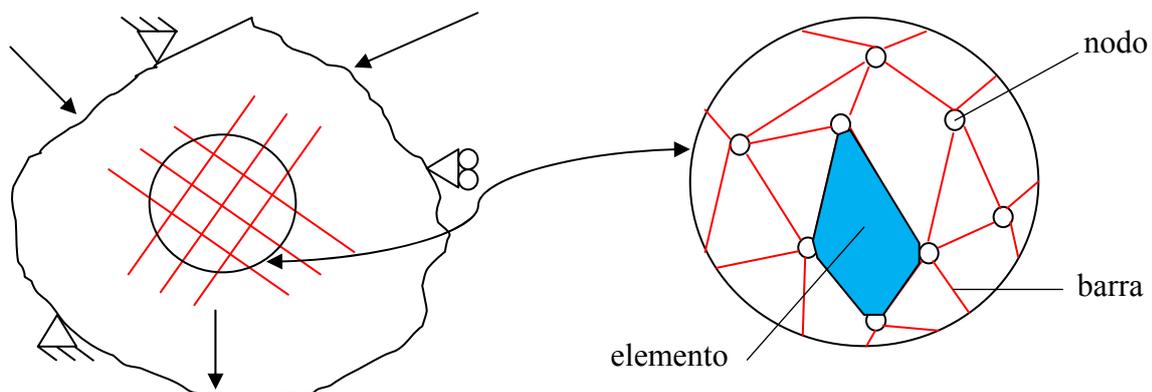


Figura 3.1: Representación esquemática de una discretización con elementos finitos.

Existen infinidad de elementos, partiendo del más simple como es la barra (formado por dos nodos) hasta llegar a elementos hexaédricos serendípticos cúbicos de 32 nodos, pasando por elementos planos de rectangulares de 4 nodos. Los elementos más complejos han sido desarrollados para solventar algunas limitaciones del cálculo en MEF, pero lo más importante para obtener resultados óptimos es representar adecuadamente la geometría.

Una vez discretizada la estructura, el problema original definido mediante ecuaciones diferenciales ha sido transformado a un sistema de ecuaciones, donde los movimientos de los nodos constituyen las incógnitas fundamentales del problema. Dentro de cada elemento, los movimientos de los puntos se obtienen mediante la interpolación de los movimientos nodales, por lo que la modificación de la posición de un nodo afecta a los que están conectados a él. Dicha interpolación se realiza a través de las funciones de forma, que pueden ser más o menos complejas. Normalmente se emplean funciones simples (polinomios) que sean fáciles de derivar e integrar mediante métodos numéricos.

Obtenidos los movimientos, las demás variables (tensiones y deformaciones) son consecuencia del empleo de la interpolación de los movimientos al establecer las condiciones de equilibrio y compatibilidad y las relaciones constitutivas de los materiales.

El método de elementos finitos no es objeto del presente trabajo, por lo que si quiere profundizar más en el tema se recomienda la siguiente bibliografía: Oñate, E., *Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos* (1995).

3.3 Fases de cálculo

Los códigos numéricos basados en la teoría de los elementos finitos emplean diversos bloques en el análisis y representación de resultados de una estructura. Se distinguen tres grandes grupos:

- Preproceso: *engloba la definición geométrica, generación de la malla, las condiciones de contorno y asignación de propiedades a los materiales y otras propiedades.*
- Cálculo: *en el caso que nos concierne, problema no-lineal y con dependencia del tiempo, el cálculo consiste en una sucesión finita de sistemas de N ecuaciones y N incógnitas que deben resolverse para cada instante de tiempo, y cuyo punto de partida es la solución del paso anterior.*
- Postproceso: *en este punto se determinan valores característicos (tensiones, deformaciones, etc.) que dependen de la solución obtenida. Es posible visualizar los resultados en los nodos de manera más amena mediante escalas de colores.*

Estos tres bloques están divididos en diversas fases que definen la manera de funcionar de los programas de elementos finitos. En la Figura 3.2 se muestra el diagrama de flujo para el análisis de estructuras por ordenador.

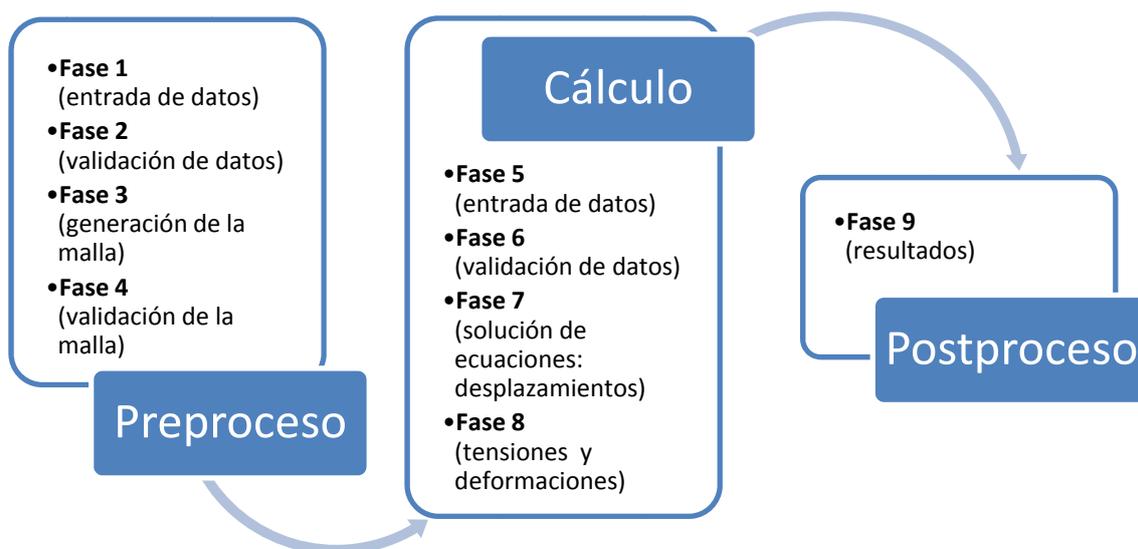


Figura 3.2: Diagrama de flujo para el análisis de estructuras por ordenador con la teoría de los elementos finitos.

La introducción y validación de los datos es una parte fundamental para poder modelar adecuadamente el problema. En la Fase 2, el investigador debe comprobar que todo sea correcto. Son comunes los errores en la imposición de las condiciones de contorno y en la asignación del tipo de análisis. Del mismo modo, si el código detecta algún error en la Fase 2 se regresa a la Fase 1 para realizar las correcciones pertinentes.

Una vez definida y validada la geometría, se procede a la elección del elemento y la generación de la malla. Para ello, en la Fase 3 se debe realizar un estudio de convergencia para ver qué tipo de elemento y tamaño de malla es el adecuado para conseguir un compromiso entre el coste computacional (tiempo de cálculo) y la precisión de los resultados. El elemento y la función de forma que emplea para interpolar los resultados es muy fundamental para representar adecuadamente la geometría y obtener un error reducido en los resultados. Con la conclusión de la Fase 4 y la definición del tipo de análisis (lineal, no-lineal, tensión plana, deformación plana, *buckling*, etc.) el código numérico puede proceder a la posible solución del problema.

La Fase 5 consiste en la formulación de las ecuaciones lineales y la construcción de la matriz constitutiva. Estas definen las propiedades individuales de cada elemento y su relación entre los nodos del elemento y los adyacentes. Una vez relacionados los nodos, se procede al ensamblaje de las ecuaciones de cada nodo en una matriz de N por N , siendo N el número de nodos. Gracias a las al estado de cargas al que se ve sometida la estructura es posible conocer el vector de fuerzas en cada instante de tiempo, definiendo así un sistema de ecuaciones.

La imposición de las condiciones de contorno permite modificar la matriz para deje de ser singular y se obtenga la solución del sistema de ecuaciones (Fase 7). De este modo, se obtienes los desplazamientos en cada uno de los nodos incógnita (salvo en aquellos en que sea conocido). En base a los desplazamientos obtenidos, se determinan las variables como tensiones y deformaciones (Fase 8).

Los resultados numéricos obtenidos en estas dos últimas fases son muy extensos, por ello se utiliza una fase adicional a las desarrolladas (Fase 9) y que consiste en el postproceso de resultados. Muchos códigos permiten la visualización de los resultados, mediante colores y/o mostrando, por ejemplo, la deformada de la estructura.

3.4 Modelo empleado

3.4.1 Elemento de lámina utilizado

El tipo de estructura a modelar puede simplificarse a un conjunto de placas unidas entre sí (alas, alma y rigidizadores). Los elementos tipo lámina, plana o curva, son los que mejor se adaptan a la geometría de las vigas. Tal y como argumenta Oñate en su libro *Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos*, tipológicamente las láminas pueden considerarse una generalización de las placas al caso de superficie media no plana. Es precisamente esta no coplanaridad (elementos planos con diferente inclinación, véase Figura 3.3) la que le confiere el carácter resistente al permitir la aparición de esfuerzos axiales (esfuerzos de membrana) que, juntamente con los de flexión, contribuyen a dotar a las láminas de una capacidad portante muy superior a la de las placas. El elemento de lámina se utiliza para modelar estructuras en las que una dimensión (espesor) es mucho menor que las otras, y las tensiones normales en la dirección del espesor son despreciables (estado de tensión plana).

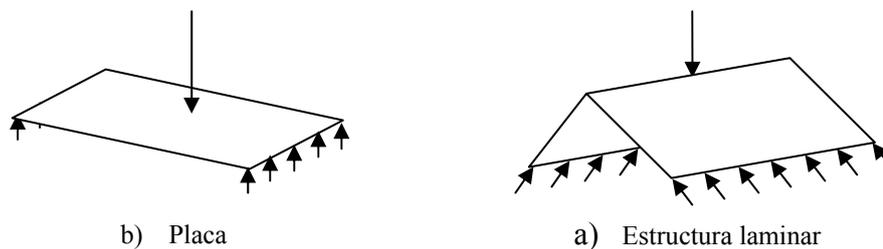


Figura 3.3: No coplanaridad y esfuerzos axiales en estructuras laminares (Fuente: Oñate, 1995).

Así pues, las láminas se caracterizan por la capacidad de combinar un estado resistente de flexión con unos esfuerzos axiales soportados por superficie media del elemento, los llamados esfuerzos de membrana. La obtención de la ecuación constitutiva para elementos tipo lámina es compleja, debido a la curvatura de su superficie media. Con el fin de simplificar el aparato matemático, y en definitiva el coste computacional, consiste en estudiar el comportamiento de una lámina como si estuviese formada por elementos planos de pequeño tamaño. Resulta evidente que cuantos más elementos se empleen para aproximar a la lámina curva, el resultado será más exacto.

Para el presente estudio se utilizaron elementos tipo placa de 4 nodos con 5 grados de libertad por nodo, específicamente los elementos S4R de las librerías de ABAQUS con cinco puntos de integración a través del espesor (véase la Figura 3.4).

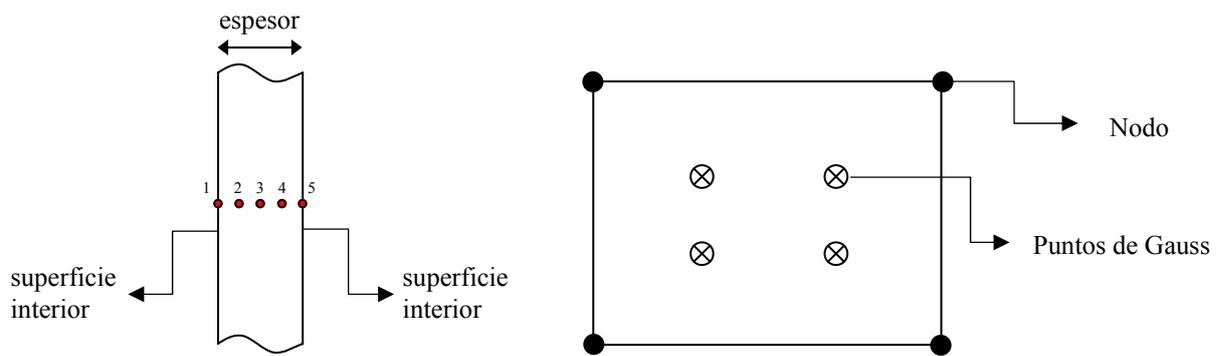


Figura 3.4: Elemento tipo lámina S4R de 4 nodos con integración reducida.

Como puede verse en la Figura 3.5, se establecen dos sistemas de coordenadas distintos que representan un sistema de coordenadas globales (x,y,z) y un sistema de coordenadas locales (x',y',z') sobre el elemento.

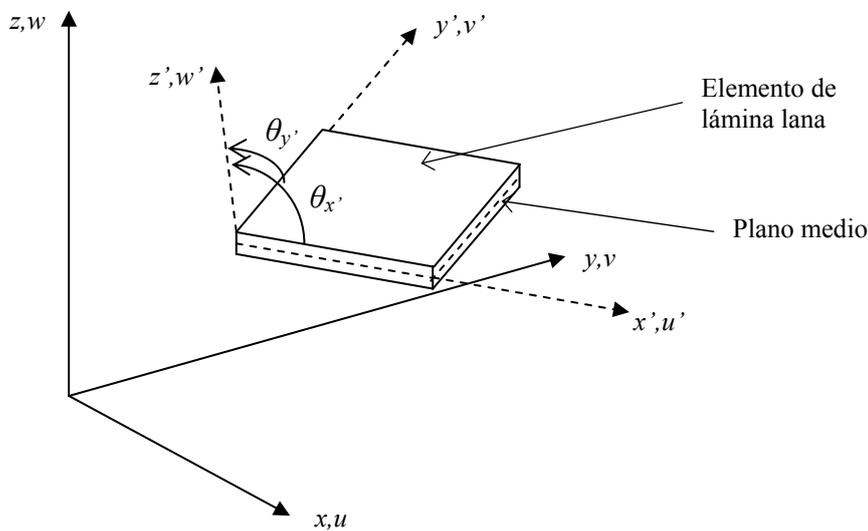


Figura 3.5: Definición de los ejes de un elemento plano en el espacio.

Siguiendo el desarrollo de láminas planas de Reissner-Mindlin, se estudiará la deformación del elemento referida a los ejes locales. Los desplazamientos de un punto genérico A , situado sobre la normal OA , siendo O el punto de corte de la normal con el plano medio (Figura 3.6), se puede expresar como [3.1].

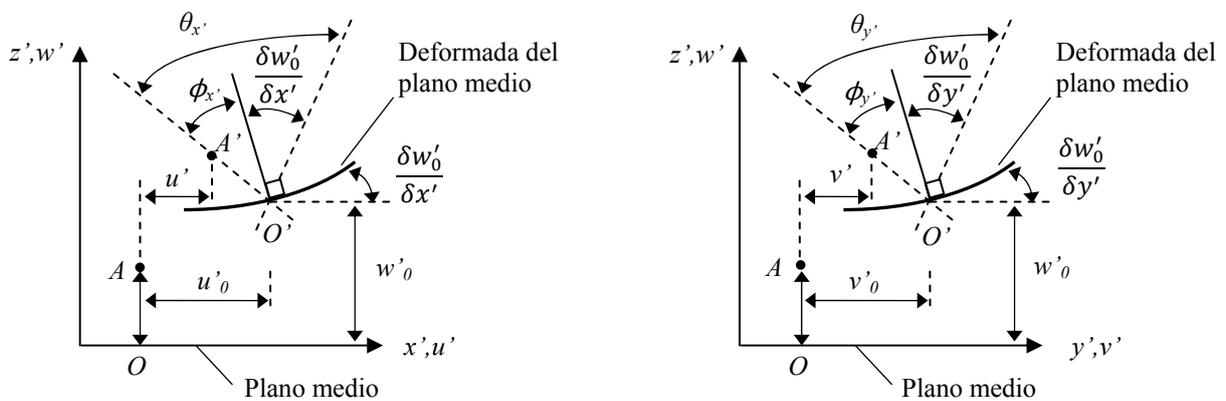


Figura 3.6: Movimientos de un punto de un elemento de lámina plana en los planos locales según la Teoría de Reissner-Mindlin.

$$\begin{aligned}
 u'(x', y', z') &= u'_0(x', y') - z' \theta_{x'}(x', y') \\
 v'(x', y', z') &= v'_0(x', y') - z' \theta_{y'}(x', y') \\
 w'(x', y', z') &= w'_0(x', y')
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

donde u'_0 , v'_0 y w'_0 son los desplazamiento según los ejes x' , y' , z' respectivamente, y $\theta_{x'}$, $\theta_{y'}$, los giros de la normal OA .

En un punto cualquiera de la lámina situado a una distancia OA de la superficie media (ver Figura 3.6) se definen las componentes (x', y', z') del desplazamiento de un punto A . Por otra parte, (u'_0, v'_0, w'_0) representan las componentes del desplazamiento de un punto A' situado en la superficie media y $\theta_{x'}$, $\theta_{y'}$, los giros de dicha normal respecto a los ejes x' , y' , respectivamente. El movimiento de la normal respecto al plano medio se establece a través de las expresiones [3.1].

Las funciones de forma se formulan con la interpolación de Lagrange en función de las coordenadas normalizadas (ζ, η) en cuyo espacio la superficie media del elemento está representada por un cuadrado de dimensiones fijas (formulación isoparamétrica). De esta forma se reduce significativamente el problema matemático, pudiendo utilizar técnicas numéricas de integración.

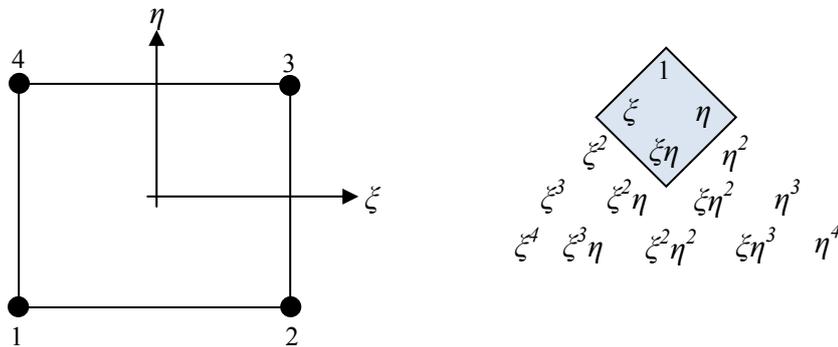


Figura 3.7: Dcha. Elemento lagrangiano cuadrático de nueve nodos. Izq. Términos del polinomio de la función de forma, triángulo de Pascal (Fuente: Oñate, 1995).

La normalización permite definir los polinomios de forma sencilla, de manera que en el nodo i su valor sea la unidad y en el resto sea cero. Así pues, como el elemento tiene cuatro nodos, se definen cuatro funciones de forma [3.2] que quedan definidas con los valores de la siguiente tabla:

Tabla 3.1: Valores de las coordenadas normalizadas				
Nodo	1	2	3	4
ξ_i	-1	0	1	1
η_i	-1	-1	-1	0

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i) \quad [3.2]$$

Este desarrollo proviene de tomar como origen de coordenadas el centro del elemento, entonces la posición de los nodos 1, 2, 3 y 4 son las que se indican en la Tabla 3.1 y que proceden de la definición de las coordenadas de elementos más simples como las barras:

$$\xi = \frac{x - x_{centro}}{a} ; \quad \eta = \frac{y - y_{centro}}{b} \quad [3.3]$$

donde x_{centro} e y_{centro} son las coordenadas del centro del elemento. Los parámetros a y b son la distancia entre nodos en dirección horizontal y vertical, respectivamente.

Las coordenadas cartesianas en ejes locales de cualquier punto localizado en el elemento se definen de la siguiente manera

$$\mathbf{u}'_i = \begin{bmatrix} u'_0 \\ v'_0 \\ w'_0 \\ \theta_{x'} \\ \theta_{y'} \end{bmatrix} = \sum N_i \mathbf{a}_i^{i(e)} \quad [3.4]$$

donde N_i son las funciones de forma del elemento que dependen de las coordenadas normalizadas y \mathbf{a}_i son los movimientos del nodo i , que incluyen dos desplazamientos en el plano del elemento (u'_0 y v'_0), el desplazamiento transversal (w'_0) y los giros locales ($\theta_{x'}$ y $\theta_{y'}$). Una vez definido el campo de desplazamientos es posible obtener diferentes parámetros que dependen de él.

En el campo de deformaciones se puede prescindir de la deformación en la normal al elemento (al no intervenir en la expresión del trabajo) y, según las hipótesis de Reissner-Mindlin, la tensión en esa misma dirección es nula. El vector de deformaciones puede descomponerse en tres entes: el vector de deformaciones generalizadas de membrana (alargamiento), flexión (curvatura) y cortante (cizalladura).

Del mismo modo, el campo de tensiones está compuesto por tensiones generalizadas de flexión y de cortante. Así pues, la relación entre tensiones y deformaciones viene dada por la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}'_{flexión} \\ \dots \\ \boldsymbol{\sigma}'_{cortante} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}'_f & \vdots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{D}'_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}'_0 \\ \dots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{z}' \boldsymbol{\varepsilon}'_f \\ \dots \\ \boldsymbol{\varepsilon}'_c \end{bmatrix} \quad [3.5]$$

donde \mathbf{D} es la matriz de rigidez que se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales. En apartados siguientes se detalla la ecuación constitutiva.

Por último, los esfuerzos se obtienen de la integración en todo el espesor del elemento de las tensiones.

Toda la formulación expuesta con anterioridad se encuentra referida al elemento en sus coordenadas locales, por lo que es necesario realizar un cambio de coordenadas mediante la definición de los cosenos directores y su proyección a los ejes globales, en la que no entraremos en detalle pero si destacaremos que es necesario introducir un giro adicional en el plano del elemento para evitar problemas de coplanaridad entre nodos.

El elemento de lámina de acero es, por otra parte, un sistema compuesto por varias capas en estado de tensión plana. Los desplazamientos de cada una de las capas están compatibilizados con los de las capas adyacentes y las propiedades mecánicas de cada capa varían según su grado de deformación. De esta forma es posible modelar la progresión de la plastificación de las fibras.

3.4.2 Consideración de la no-linealidad geométrica

La abolladura es un fenómeno de inestabilidad para el cual deja de cumplirse la teoría de pequeños desplazamientos. En el presente estudio va más allá de analizar cuando se produce la abolladura, por lo que es necesario considerar los efectos de la no-linealidad geométrica, es decir, introducir la formulación de segundo orden.

Al considerar términos de segundo orden en las relaciones entre deformaciones $(\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz})$ y desplazamientos (u, v, w) resultan insuficientes la hipótesis de desplazamiento infinitesimales. Se consideran, pues, grandes desplazamientos y pequeñas deformaciones.

Definiendo el vector $\boldsymbol{\mu}$ como el vector de componentes de deformaciones de segundo orden, se tiene que el vector de deformaciones totales $\boldsymbol{\epsilon}$ es suma del vector de deformaciones de primer orden $\boldsymbol{\epsilon}$ y el vector de segundo orden $\boldsymbol{\mu}$.

$$\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon} + \boldsymbol{\mu} \quad [3.6]$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\delta u}{\delta x} \\ \frac{\delta v}{\delta y} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\delta u}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y} \right) \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \left(\frac{\delta u}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta v}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta w}{\delta x} \right)^2 \\ \left(\frac{\delta u}{\delta y} \right)^2 + \left(\frac{\delta v}{\delta y} \right)^2 + \left(\frac{\delta w}{\delta y} \right)^2 \\ \frac{\delta u}{\delta x} \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \frac{\delta v}{\delta y} + \frac{\delta w}{\delta x} \frac{\delta w}{\delta y} \\ \frac{\delta u}{\delta x} \frac{\delta u}{\delta z} + \frac{\delta v}{\delta x} \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta x} \frac{\delta w}{\delta z} \\ \frac{\delta u}{\delta y} \frac{\delta u}{\delta z} + \frac{\delta v}{\delta y} \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y} \frac{\delta w}{\delta z} \end{bmatrix} \quad [3.7]$$

siendo $\boldsymbol{\mu}$ el vector que recoge los términos de segundo orden de manera que puede definirse como el producto de la matriz \mathbf{A} , que incluye las derivadas cruzadas de los desplazamientos, \mathbf{G} , matriz que permite relacionar el vector de desplazamientos de segundo orden con el vector de incógnitas nodales, tal que

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{2} \mathbf{A} \mathbf{G} \mathbf{a} \quad [3.8]$$

Para un mayor conocimiento, el lector puede consultar Zienkiewicz, 1980. Así pues, el vector de deformaciones totales puede escribirse en función de las incógnitas nodales como

$$\boldsymbol{\epsilon} = \left[\mathbf{N} + \frac{1}{2} \mathbf{A} \mathbf{G} \right] \mathbf{a} \quad [3.9]$$

donde \mathbf{N} representan las funciones de forma expuestas anteriormente.

La de matriz de rigidez se obtiene aplicando del Principio de los Trabajos Virtuales en el dominio del cuerpo. Suponiendo que el cuerpo se halla bajo un estado de tensiones $\boldsymbol{\sigma}$ y unas deformaciones $\boldsymbol{\epsilon}$, considerando que el sistema de fuerzas externo consta de unas fuerzas volumétricas $\boldsymbol{\gamma}$, unas fuerzas superficiales \mathbf{r}_s y un número n de fuerzas concéntricas ($\mathbf{R}_i = 1, 2, \dots, n$) aplicadas en los puntos i , el trabajo realizado por el sistema de fuerzas debido a los desplazamientos virtuales $\delta \mathbf{u}$ de la estructura es

$$\delta W_{ext} = \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{r} dV + \int_A \delta \mathbf{u}^T \mathbf{r}_s dA + \sum_{i=1}^n \delta \mathbf{u}^T \mathbf{R}_i \quad [3.10]$$

El trabajo interno viene dado por la expresión,

$$\delta W_{int} = \int_V \delta \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV \quad [3.11]$$

donde $\delta \boldsymbol{\epsilon}$ son las deformaciones virtuales correspondientes a los movimientos virtuales $\delta \mathbf{u}$. Utilizando una relación tenso-deformacional elástica, e igualando ambos trabajos interno y externo, se obtiene la expresión [3.12].

$$\int_V \delta \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{r} dV + \int_A \delta \mathbf{u}^T \mathbf{r}_s dA + \sum_{i=1}^n \delta \mathbf{u}^T \mathbf{R}_i \quad [3.12]$$

Realizando las operaciones pertinentes y expresando la relación anterior en notación resumida aplicada al elemento finito se obtiene

$$\mathbf{K}^{(e)} \mathbf{a}^{(e)} = \mathbf{f}^{(e)} \quad [3.13]$$

donde \mathbf{K} representa las propiedades mecánicas del material (matriz constitutiva), \mathbf{a} son los movimientos incógnita y \mathbf{f} engloba los vectores de fuerza actuantes.

Por otro lado, dentro del vector de fuerzas externas se puede distinguir entre la parte correspondiente al sistema de cargas externas que actúa sobre el elemento y las fuerzas de interacción de éste con el resto de la malla. Estas últimas se reducen a una serie de fuerzas puntuales situadas en los nodos y pueden organizarse en un vector de fuerzas de interacción, cuyo número de componentes n coincide con los grados de libertad de la estructura.

Todo este proceso es válido para caracterizar el comportamiento lineal, para el casi no-lineal deben realizarse algunas modificaciones. Si se emplea de nuevo Principio de los Trabajos Virtuales con la introducción de las deformaciones totales (ecuación [3.9]), aparece un nuevo término en la expresión del trabajo de las fuerzas internas. La expresión [3.11] queda modificada de la forma siguiente

$$\delta W_{int} = \int_V \delta \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_V \delta (\boldsymbol{\epsilon} + \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_V \delta \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV + \int_V \delta \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\sigma} dV \quad [3.14]$$

Según la derivación de Zienkiewicz, es posible inferir la relación entre cantidades virtuales, por lo cual se permite escribir,

$$\int_V \delta \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \delta \mathbf{a}^T \int_V \mathbf{G}^T \mathbf{A}^T \boldsymbol{\sigma} dV \quad [3.15]$$

Así pues, tal como desarrolla Zienkiewicz, es posible definir una matriz que contenga únicamente los términos geométricos de segundo orden si se descompone la matriz \mathbf{A} como producto de una matriz simétrica por la matriz \mathbf{G} y el vector de tensiones, resulta

$$\int_V \delta \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \delta \mathbf{a}^T \left[\int_V \mathbf{G}^T \mathbf{S} \mathbf{G} dV \right] \mathbf{a} \quad [3.16]$$

siendo \mathbf{S} la matriz simétrica que abarca las tensiones, por lo que la matriz geométrica queda definida como

$$\mathbf{k}_G = \int_V \mathbf{G}^T \mathbf{S} \mathbf{G} dV \quad [3.17]$$

que es consecuencia directa de la introducción de los términos de segundo orden en las relaciones entre deformaciones y desplazamientos. Así pues, según la definición [3.13], el sistema de ecuaciones elemental queda definido de la siguiente manera

$$(\mathbf{k} + \mathbf{k}_G)^{(e)} \mathbf{a}^{(e)} = \mathbf{f}^{(e)} \quad [3.18]$$

Por construcción de la expresión anterior, la consideración de la no-linealidad geométrica exige un proceso iterativo, donde la geometría de la estructura debe actualizarse en cada iteración. La condición de equilibrio se establece sobre la geometría deformada. Este tratamiento de la no-linealidad geométrica se obtiene del uso de una descripción lagrangiana actualizada, juntamente con la hipótesis de pequeñas deformaciones y grandes desplazamientos.

De este modo, la posición de los nodos debe ser modificada en cada incremento de tiempo, así como su posición global en función de las rotaciones y desplazamientos que haya experimentado su plano medio.

3.4.3 Consideración de la no-linealidad del material

3.4.3.1 Diagrama tensión-deformación del acero

Nos encontramos en el caso en que el material se encuentra sometido a un estado de tensión y deformación en varias dimensiones, por lo que es necesario generalizar la teoría de elasticidad bidimensional para adaptarla al problema.

Además, al ser el acero al carbono un material con un comportamiento plástico, es necesario, pues, introducir el concepto de superficie de fluencia. Si se examina la expresión matemática del criterio de Von Mises [3.19], puede verse que se trata de una superficie de cinco dimensiones. Si se prescinde de las dos tensiones tangenciales que no están sobre el plano, la superficie obtenida es un elipsoide. Si nos limitamos al plano de estudio y se toman direcciones principales se obtiene una elipse (Figura 3.8.c).

De esta forma, cuando el punto que define el estado de tensiones está en el interior de la superficie, el material se encuentra en la rama elástica del diagrama tensión-deformación; cuando llega a la superficie es cuando plastifica y no puede existir un estado fuera de ella, por lo que la superficie de fluencia se desplaza para alcanzar de nuevo el equilibrio. Es decir, si la tensión es superior al límite elástico del material, la superficie de fluencia aumenta.

Esto equivale a adoptar un criterio de Von Mises modificado, de la forma:

$$\sigma_{co} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_{xp})^2 + (\sigma_y - \sigma_{yp})^2 + (\sigma_z - \sigma_{zp})^2 + 3[(\tau_{xy} - \tau_{xyp})^2 + (\tau_{xz} - \tau_{xzp})^2 + (\tau_{yz} - \tau_{yzp})^2]}{3}} \quad [3.19]$$

donde el sufijo _p indica que se trata de tensiones plástica en la frontera de la superficie de fluencia.

El diagrama tensión-deformación del acero está compuesto por una rama lineal (o elástica) y por una rama no-lineal compuesta por un tramo donde se producen grandes deformaciones y por otro en el que se produce el endurecimiento del material hasta la rotura. Con el fin de simplificar el modelo tenso-deformacional que controlan el comportamiento del material, se ha considerado un diagrama bilineal elastoplástico con dos módulos de elasticidad diferentes (Figura 3.8.a). Además, se incluye la posibilidad de que el material entre en descarga con un módulo de elasticidad igual al de la rama elástica. Esto permite reproducir por ciclos de carga y descarga (Figura 3.8.b).

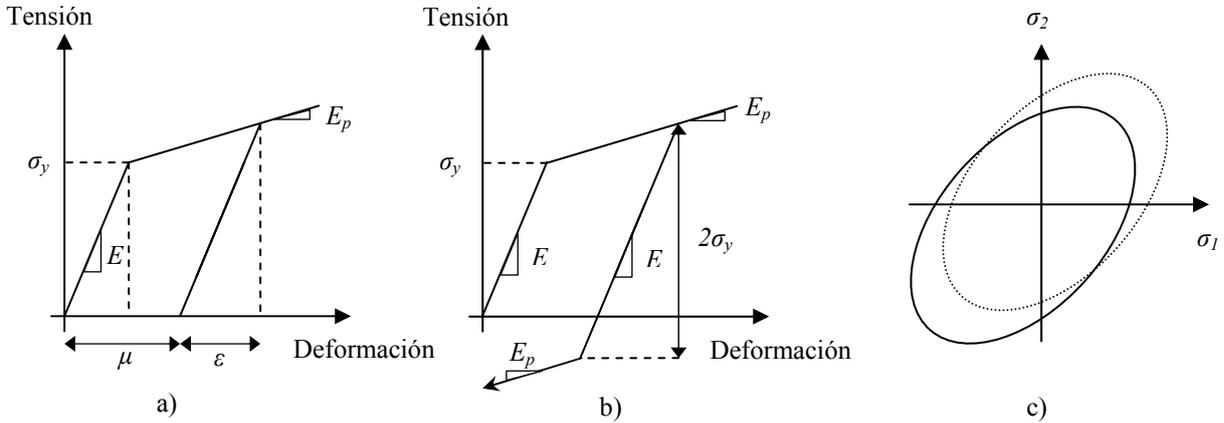


Figura 3.8: Modelo constitutivo para el acero. a) Ecuación constitutiva adoptada. b) Endurecimiento por deformación en estado uniaxial de tensiones. c) Traslación de la superficie de fluencia.

De este modo, el criterio de plastificación utilizado es el de Von Mises para un estado de tensión plana [3.20]. De esta forma, el acero estará en la rama elástica siempre que la tensión de comparación esté por debajo del valor del límite elástico, σ_y .

$$\sigma_{co} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 3[\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2]} \leq \sigma_y \quad [3.20]$$

3.4.3.2 Ecuación constitutiva

La ecuación constitutiva se plantea en su forma incremental, pues el módulo elástico depende del estado de tensiones precedente. Esto es así porque es necesario definir dos módulos de Young, uno para la rama elástica y otro para la rama elastoplástica. Por otro lado, el coeficiente de Poisson también es variable en función del estado en que se halle el material, pero por simplicidad se tomará constante.

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \\ \Delta\tau_{xz} \\ \Delta\tau_{yz} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{6}(1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{6}(1-\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \\ \Delta\gamma_{xz} \\ \Delta\gamma_{yz} \end{bmatrix} \quad [3.21]$$

El coeficiente 5 / 6 tiene su origen en el concepto de sección útil a cortante.

3.4.3.3 Modelización de la rotura

Adicionalmente al criterio de fluencia, es necesario definir la rotura del material ya que el comportamiento descrito con anterioridad permite deformaciones infinitas. El criterio empleado es el de deformaciones, es decir, el material rompe cuando se alcanza la deformación última. Para ello, se define una superficie análoga a la superficie de fluencia, de manera que

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 - \varepsilon_x\varepsilon_y + 3[\gamma_{xy}^2 + \gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2]} \leq \varepsilon_u \quad [3.22]$$

Esta superficie se encuentra siempre centrada. Cuando se alcanza un estado de deformaciones tal que supera un cierto valor prefijado se considera que se ha llegado a rotura, es decir, la tensión se hace cero y no hay más resistencia a la deformación. En el desarrollo del modelo constitutivo no se introduce ningún criterio de rotura frágil, ya que en un estado de tensiones biaxial, como en el caso de placas y láminas, no es previsible una rotura de este tipo.

La dificultad de este modelo reside en definir un valor de la deformación última. La determinación de este valor no puede hacerse de forma independiente de la discretización realizada en la geometría de la placa. Cabe recordar que la discretización es una aproximación a la realidad y, por tanto, introduce errores.

Aunque el acero puede alcanzar deformaciones relativamente grandes, resulta más adecuado, en este caso, emplear valores moderados de ε_u , por ejemplo del orden de 0.01, con el fin de evitar ciertos errores que podrían darse en los mecanismos de plastificación a menos que la discretización sea suficientemente fina. De esta manera se evita que el valor de deformación sea muy elevado y se lleguen a plastificar todos los puntos sin reproducir el fenómeno deseado. Por tanto, limitar la deformación última a valores moderados puede dar una idea más aproximada de los mecanismos de plastificación que se producen y del estado tenso-deformacional de la estructura analizada en situación próxima a rotura.

3.4.4 Introducción de la carga. Desplazamiento controlado

La manera de introducir la carga tiene una importancia doble: por un lado, porque el modelo requiere un proceso incremental para poder realizar las iteraciones y resolver el sistema de ecuaciones; y por otro, porque tiene que reproducir de manera fidedigna el proceso de carga llevado a cabo en el laboratorio.

Si se adopta este proceso de carga, dentro de cada incremento es posible aplicar alguno de los métodos iterativos que se describen en el apartado siguiente hasta obtener convergencia. En el caso de fenómenos con fuerte carácter no lineal, como el de la abolladura, se debe introducir la carga en pequeños incrementos. Ello permite un mejor seguimiento de la evolución de la respuesta tenso-deformacional de la estructura analizada e incluso puede ser necesario para asegurar la convergencia. Este proceso tiene el inconveniente que requiere un tiempo de cálculo superior.

Los incrementos de carga se pueden introducir de dos formas:

- Directamente con su valor.
- Mediante control de desplazamiento.

Este último suele ser más aconsejable ya que permite estudiar el comportamiento hasta rotura y caracterizar comportamientos dúctiles y de reblandecimiento, así como reproducir el proceso de carga en de la campaña experimental. Para ello se impone el desplazamiento de un nodo, que se mantiene fijo durante cada iteración; el resto van iterando hasta que se llega a la convergencia.

3.4.5 Planteamiento y resolución del sistema de ecuaciones

Una vez establecida la condición de equilibrio mediante el principio de los trabajos virtuales, se obtiene un sistema de ecuaciones que debe ser resuelto de manera iterativa, ya que la matriz de rigidez no es constante, que varía con la deformación según el material y según la geometría. Roca (1988) realizó un esquema que engloba la resolución de un sistema ecuaciones para materiales y geometrías que tienen un comportamiento no-lineal.

Al tratarse de métodos numéricos, que aproximan la solución, es necesario definir un algoritmo que itere, a partir de un valor o valores iniciales, la solución en cada paso hasta lograr un resultado con un cierto número de cifras significativas, es decir, que el resultado tienda a un valor fijo, que converja. El proceso descrito da lugar a diferentes métodos para obtener convergencia, dependiendo del criterio que se adopte para la generación de las sucesivas matrices de rigidez. En cualquier caso, el número de iteraciones necesarias hasta obtener convergencia con un cierto nivel de confianza (tolerancia), depende fuertemente del criterio escogido.

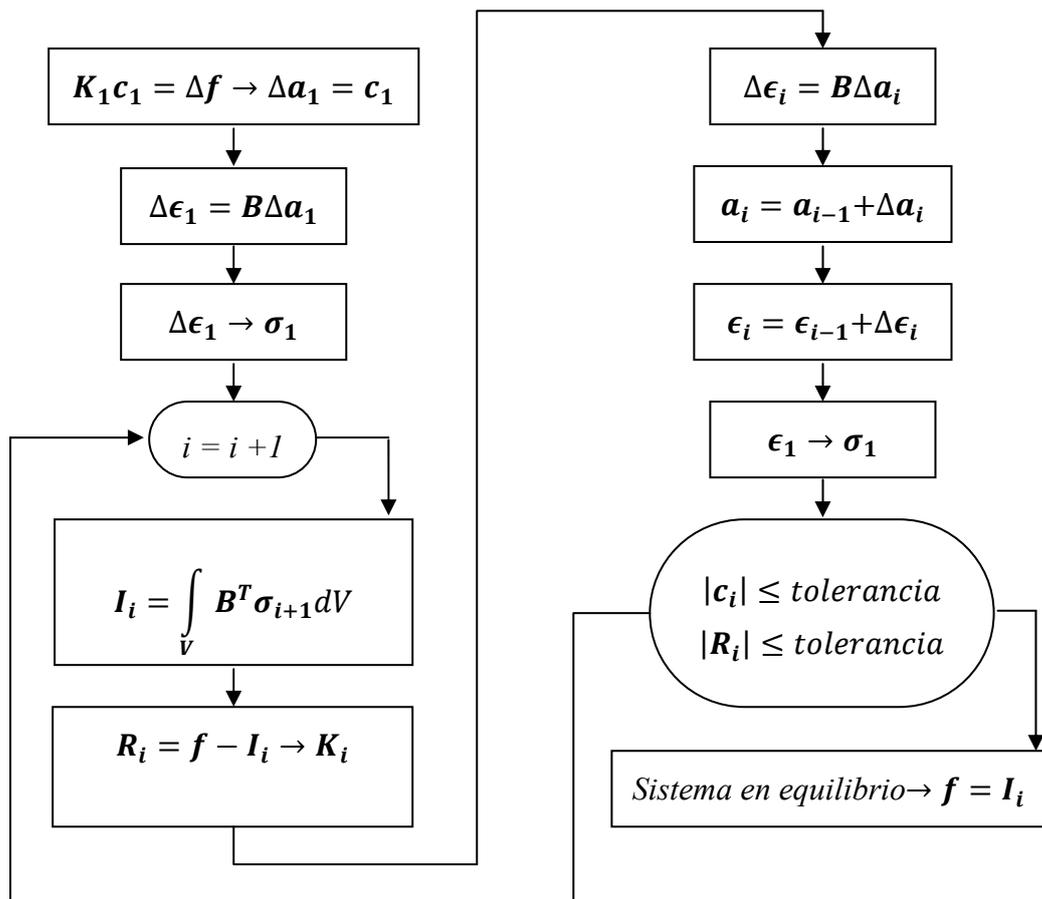


Figura 3.9: Procedimientos a realizar en el análisis no-lineal de estructuras por medio de la teoría de elementos finitos (Fuente: Roca, 1988).

El modelo dispone de tres formas de resolución:

- Utilizar constantemente una matriz inicial, calculada con las propiedades del material, cuando ninguna carga ha sido todavía introducida. Se trata del método denominado cuasi Newton.
- Utilizar la matriz de rigidez tangente, formada mediante la matriz de propiedades tangentes del modelo incremental. Esta forma de resolución es más rápida pero también es más costosa al tener que formarse la matriz de rigidez en cada iteración. Este es el método de Newton-Raphson.
- Utilizar un método mixto en el cual la matriz es modificada en la primera iteración, solamente, para cada incremento de carga. Se trata del método de Newton modificado.

En el caso de los problemas no lineales, se hace imprescindible la convergencia de la solución con el mínimo coste. El procedimiento no-lineal de Abaqus permite, a tal efecto, un control directo del tamaño de los incrementos. No obstante, para utilizar esta opción es necesario un conocimiento exacto del comportamiento de la estructura estudiada. En el caso a estudio, puesto que la geometría varía a lo largo del proceso de carga, se utiliza un control automático del tamaño de los incrementos de modo que se define el tamaño del primer incremento y una horquilla de valores para el resto de los

saltos. A pesar que este procedimiento puede incrementar el coste computacional, resulta más sencillo para el usuario.

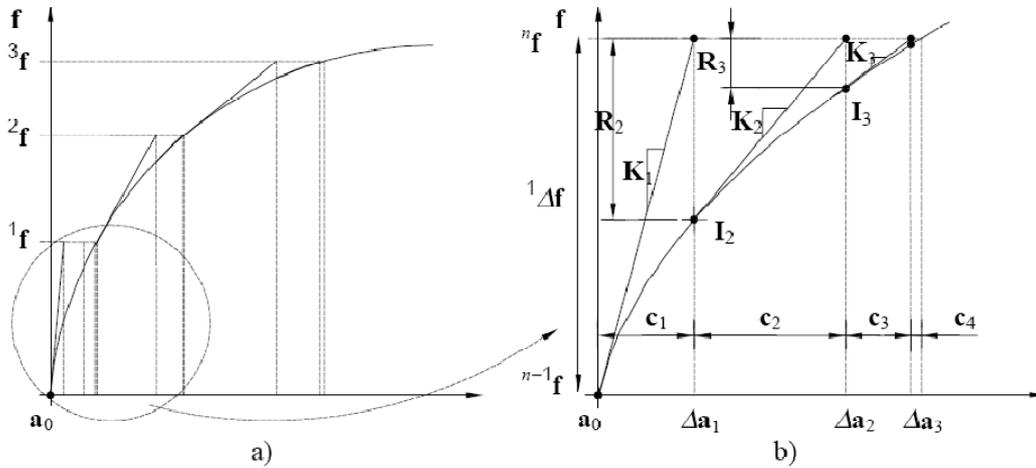


Figura 3.10: Método incremental iterativo (curva carga-desplazamiento). a) Incrementos e iteraciones. b) Iteraciones en un incremento de carga.

3.5 Método de resolución de ecuaciones no lineales. Análisis de autovalores

Matemáticamente, los fenómenos de inestabilidad en estructuras se describen mediante la obtención de los autovalores de la matriz de rigidez. Tal y como se ha definido anteriormente, dicha matriz está compuesta por la suma de la matriz de rigidez y la matriz geométrica. Obteniendo dichos autovalores, es posible determinar el modo de inestabilidad de la estructura. El paso de la realidad a un modelo implica una serie de modificaciones, entre ellas destaca que se trata de una idealización perfecta, por lo que para desencadenar el fenómeno de abolladura en el código numérico es necesario introducir una imperfección geométrica inicial, la cual atiende, en los análisis numéricos a realizar, al primer modo de abolladura a cortante de los paneles a estudiar. Para determinar dicho modo es necesario realizar un análisis de autovalores, el cual, además, permite determinar la carga crítica de abolladura de las vigas armadas (análisis de *buckling*).

En el análisis de autovalores se adopta la hipótesis de que el comportamiento del material de la estructura (vigas armadas), antes de que se desarrolle la inestabilidad (abolladura), es lineal y elástico. Una vez obtenida la matriz de rigidez global de la estructura y llamando a al vector de desplazamientos nodales, se llega a un sistema de esta forma [3.18].

Así pues, partiendo de un vector de cargas f_0 para el cual la estructura no bifurca, es decir, se mantiene en equilibrio hasta rotura sin producirse la inestabilidad, se pretende determinar un factor λ tal que, para un vector λf_0 , la estructura sea inestable. Si se considera que el comportamiento de la estructura al pasar de un estado estable a uno inestable es lineal, puesto que k_G se obtiene del ensamblaje de matrices proporcionales a las tensiones, se tiene que

$$[\mathbf{k} + \lambda \mathbf{k}_G] \mathbf{a} = \lambda \mathbf{f}_0 \quad [3.23]$$

La carga crítica de bifurcación de equilibrio será $\mathbf{f}_{cr} = \lambda \mathbf{f}_0$ siendo λ el autovalor y \mathbf{a} el autovector asociado a la solución del siguiente problema de autovalores generalizado:

$$[\mathbf{k} + \lambda \mathbf{k}_G] \mathbf{a} = \mathbf{0} \quad \text{siendo } \mathbf{a} \neq \mathbf{0} \quad [3.24]$$

3.6 Modelo de ABAQUS

El estudio numérico realizado con el *software* Abaqus ha sido elaborado, como se ha comentado, por el equipo investigador. De él se obtuvieron los datos de interés que se analizan más adelante y, además, se realizó un estudio previo para caracterizar el comportamiento de los especímenes, el cual se describe con mayor detalle en el apartado 4.6 correspondiente al Capítulo 4 Campaña Experimental.

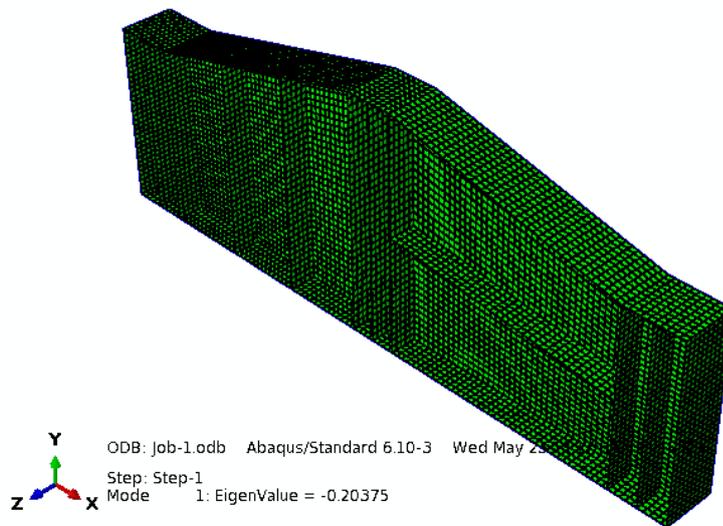


Figura 3.11: Ejemplo del modelo numérico. Geometría de la viga A2 (Fuente: García, 2012).

Capítulo 4

CAMPAÑA EXPERIMENTAL

4 CAMPAÑA EXPERIMENTAL

4.1 Introducción

Durante el presente Capítulo pretendemos desarrollar, de forma clara y concisa, el proceso que se siguió desde la entrada de las vigas en el taller hasta su instrumentación y, posteriormente, todos los ensayos que se llevaron a cabo para la realización de la Tesina, para la cual, se desarrolló previamente el modelado numérico descrito en el capítulo precedente.

Los ensayos descritos a continuación se enmarcan dentro del proyecto nacional BIA2008-01897 de investigación otorgado por el Ministerio de Ciencia e Innovación al Departament d'Enginyeria de la Construcció, área d'Estructures Metàl·liques, de la Universitat Politècnica de Catalunya.

El proceso de preparación, caracterización y ensayo de las vigas se llevó a cabo durante los meses de Septiembre y Noviembre de 2011. Todo ello concluyó en la aplicación de una carga concentrada, en el centro luz, sobre cada una de las cuatro vigas de inercia variable con rigidización longitudinal, valorando la influencia de la geometría (distinta para cada una de ellas) y la resistencia del material.

Los especímenes, que fueron adquiridos a la empresa Elte-Elfe a finales de Julio, se almacenaron en el Laboratorio. Durante la semana siguiente se realizaron tareas organizativas: se conformó el equipo que trabajaría con las vigas, formado por tres investigadores (Agnieszka Bedynek, Carlos García y Marcos Sanz) y los técnicos de laboratorio (Carlos Hurtado y Jordi Lafuente) que se encargaría de proporcionarnos el soporte técnico y material necesarios, dirigidos y guiados por Tomás García (Director del Laboratorio de Tecnología) y Esther Real (Doctora Ingeniera de Caminos, Canales y

Puertos a cargo de la investigación); se realizó un calendario para acceder al Laboratorio a trabajar, fijando las semanas en las que se ensayarían las vigas; y se concretó el material necesario para la instrumentación de los especímenes mediante galgas extensométricas (para medir las deformaciones del acero) y transductores de desplazamiento inductivos (para medir las deformaciones del alma fuera de su plano). Posteriormente, una vez preparadas, se posicionaron las vigas sobre los apoyos y se conectaron las galgas y los transductores de desplazamiento al sistema de adquisición de datos. Se almacenaron los resultados y se analizaron para verificar si el modelo numérico es correcto y poder sacar conclusiones sobre su comportamiento.

Para garantizar la seguridad en el laboratorio y conocer de antemano el comportamiento de las vigas, se estudiaron y analizaron por miembros del equipo investigador los detalles geométricos mediante el código ABAQUS.

4.2 Descripción del fenómeno

El paso previo antes de iniciar cualquier campaña experimental es realizar un estudio para determinar el comportamiento del fenómeno y poder delimitar los parámetros que lo gobiernan. Es necesario, pues, determinar la geometría y las propiedades de los especímenes a ensayar y conocer, de forma aproximada, los resultados que se obtendrán en los ensayos como pueden ser las cargas máximas, reacciones, deformaciones máximas o estados tensionales singulares. Todo ello se encamina a diseñar el esquema de instrumentación más adecuado en cada prototipo según el estado tenso-deformacional previsto.

Para conseguir todos estos resultados de antemano, el equipo de investigación utilizó un modelo numérico que considere todas las variables que intervienen en el problema. El modelo se realizó mediante el código ABAQUS, basado en el método de los elementos finitos (MEF), tal y como se ha explicado en el Capítulo 3.

En el Capítulo 2, Estado del Arte, se ha presentado la evolución del estudio del fenómeno de abolladura por cortante y los útiles para la comprensión y caracterización del mismo. Su estudio (abolladura por cortante) se ve limitado por la interacción entre el cortante y el flector, cosa que justifica las dimensiones de las vigas expuestas en el siguiente apartado.

La abolladura por cortante en láminas (alma) se caracteriza por someter al plano a estudio a un estado de corte puro para niveles de carga reducidos. Es en este momento cuando las tensiones principales de tracción y compresión (S_{11} y S_{22}) son iguales y de signo contrario y del mismo valor que la tensión tangencial. A medida que aumenta la carga aplicada sobre la viga, y como consecuencia el cortante, las tensiones principales incrementan su valor (igual el de ambas en valor absoluto) hasta que, por la existencia de una imperfección geométrica inicial, la tensión principal de compresión produce una desestabilización del alma haciendo que ésta deforme abollándose (véase Figura 4.1). Es decir, se producen desplazamientos perpendiculares al plano medio del alma y es

precisamente en este instante cuando el valor de la tensión tangencial iguala a las tensiones principales. A este estado tensional se le denomina tensión crítica de abolladura ($S_{11} = S_{22} = \tau_{cri}$).

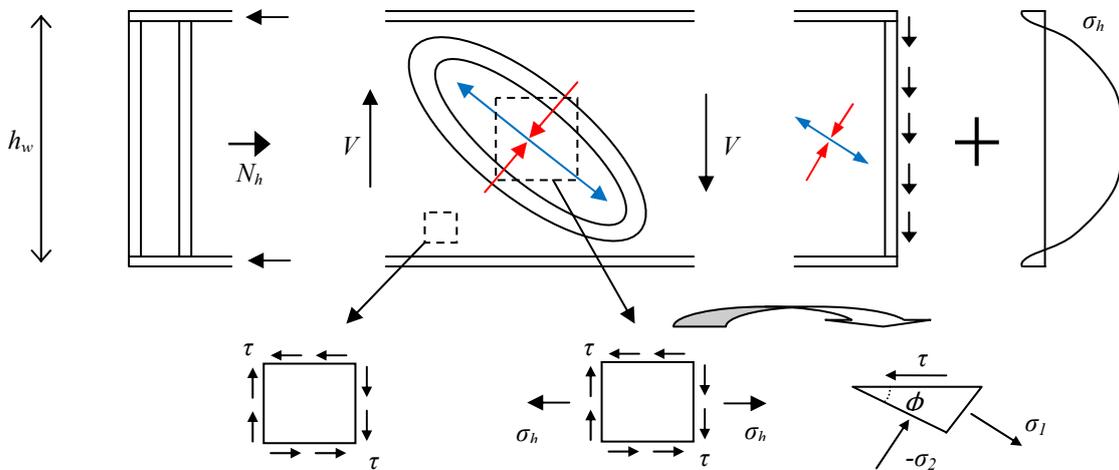


Figura 4.1: Estado tensional del alma de una viga con rigidizadores transversales.

Si continuamos aplicando carga sobre el espécimen, se observa el desarrollo de un nuevo mecanismo resistente: el campo girado de tensiones (*rotated stress field*). La carga es resistida por un incremento de la componente de tracción, mientras que la tensión de compresión apenas sufre variaciones. De este modo, la viga es capaz de seguir absorbiendo carga aumentando los niveles de tensión de la banda diagonal de tracción hasta producirse la plastificación.

Una vez iniciada la plastificación, ésta se irá extendiendo por el alma modificando las dimensiones de la banda diagonal de tensiones, de forma que la viga seguirá absorbiendo carga. Este comportamiento tendrá lugar mientras la geometría de la pieza permita el aumento de magnitud en la banda o mientras los elementos de anclaje de las tensiones diagonales, es decir, las alas y los rigidizadores, lo permitan.

De este modo, en el momento de la rotura de la pieza, la banda diagonal se ha extendido por el alma y se han formado rótulas plásticas en las alas y el rigidizador longitudinal, impidiendo el anclaje del campo diagonal de tracciones y provocando el colapso de la viga (Figura 4.2).

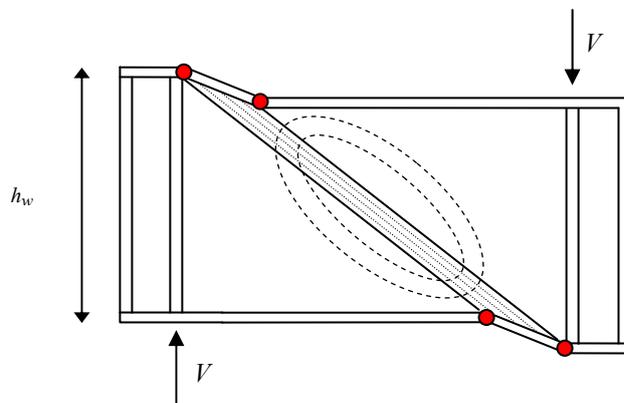


Figura 4.2: Formación y anclaje del campo girado de tracciones.

4.3 Geometrías de las vigas

La campaña experimental constó de cuatro vigas armadas de inercia variable y de longitudes que varían entre los dos y tres metros, con un alma de 3 mm y una banda rigidizada longitudinalmente en esa zona. Todas ellas se dispusieron para estudiar el fenómeno de la abolladura por cortante, estado de cargas que se consigue con una carga concentrada en 100x180 mm en el centro luz.

Geoméricamente se planteó la variación del parámetro de forma alfa ($\alpha = a/h_1$) para comparar las diferentes situaciones que se recogen en la normativa. La zona a estudio se halla en uno de los dos paneles que forman el alma, el otro está muy rigidizado para conseguir el efecto de cortante puro necesario para no tener interacción con el resto de esfuerzos. Con el fin de determinar la importancia del rigidizador, se han dispuesto las vigas dos a dos (con idéntica geometría) con un rigidizador horizontal en una y otro inclinado en la otra.

Con el objetivo de hacer más entendible para el lector la nomenclatura de las vigas, se ha optado por renombrar los especímenes de la siguiente manera:

- A_LS1_600_800_800_3_15_180: “A1”
- A_LS2_600_800_800_3_15_180: “A2”
- B_LS1_500_800_1200_3_15_180: “B1”
- B_LS2_500_800_1200_3_15_180: “B2”

En las Figura 4.3 y en la Tabla 4.1 se muestran las características geométricas y los valores resumidos de cada una de las vigas, respectivamente. En el Anejo A se encuentran representadas todas las vigas en detalle.

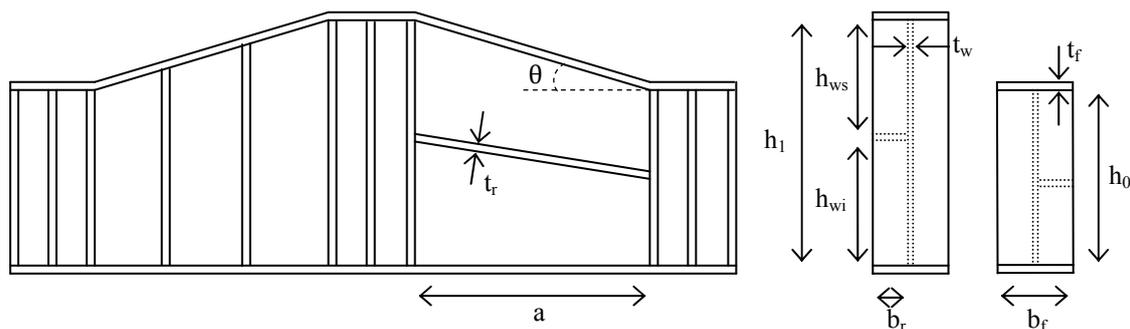


Figura 4.3: Dimensiones características de los especímenes.

Las vigas siguen un esquema como el de la Figura 4.3 con gran cantidad de pletinas rigidizadoras verticales en los extremos (donde se encuentran situados los apoyos), en el centro (lugar de colocación de la carga) y en una de las dos almas, ya que solo se estudia el comportamiento en la banda rigidizada longitudinalmente. Con ello se desea conseguir el efecto deseado sobre la banda con rigidización horizontal, es decir, que toda la viga se comporte como un sólido rígido excepto el alma con rigidización horizontal, donde se quiere estudiar el fenómeno de abolladura por cortante y el efecto que provoca dicha rigidización.

Cabe resaltar que el ensayo es comparativo entre vigas, ya que cada pareja está formada por una viga con rigidizador horizontal y otro inclinado. Es bueno destacar que hay dos especímenes con el parámetro $\alpha = 1.5$ dotando, así, al ensayo de mayor amplitud en los resultados obtenidos.

Los parámetros que aquí se detallan se han especificado con mayor detalle en el Anejo A.

Tabla 4.1: Dimensiones de las vigas ensayadas

Especímen	h_0 [mm]	h_1 [mm]	a [mm]	t_w [mm]	t_f [mm]	b_f [mm]	h_{ws} [mm]	h_w i[mm]	t_r [mm]	b_r [mm]	α	$tg\theta$	λ_f	η
A1	600	800	800	3	15	180	500	300	15	88.5	1	0.25	12	0.225
A2	600	800	800	3	15	180	400	400	15	88.5	1	0.25	12	0.225
B1	500	800	1200	3	15	180	550	250	15	88.5	1.5	0.25	12	0.225
B2	500	800	1200	3	15	180	400	400	15	88.5	1.5	0.25	12	0.225

4.4 Propiedades mecánicas del material

Los especímenes se encargaron para que tuviesen un límite elástico de 275 MPa. Los fabricantes de acero deben asegurar que, como mínimo, se alcance ese valor. Al tratarse de una campaña experimental que tiene asociada un modelo numérico, era necesario conocer las propiedades mecánicas del material. Por ello se realizaron dieciocho ensayos de material, seis de los cuales corresponden a las alas y los doce restantes a las almas.

El fabricante encargó realizar ensayos hasta rotura del material a la empresa Bureaud e Organización, Soldadura y Ensayos, S. L, otorgando valores de límite elástico, tensión y de rotura, módulo de elasticidad, etc. Una vez analizados los resultados se determinó que el límite elástico y el módulo de Young de las alas era ligeramente superior al de las almas. Como la contribución de las alas a la resistencia a la abolladura es menor que la del alma, se estimó que era mejor emplear las propiedades mecánicas del alma. Así pues, si se realiza el promedio de los valores característicos de las probetas del alma, $\sigma_{el} = 305$ MPa, $\sigma_{rot} = 403$ MPa y $E = 215600$ MPa.

Para más detalles sobre los ensayos realizados, diríjense al Anejo A donde se encuentran desglosados los resultados.

4.5 Instrumentación y equipo

En un proyecto de esta envergadura, con una campaña experimental asociada, se hace indispensable la utilización de cierta instrumentación que permita obtener medidas

de parámetros representativos para, una vez tratados, ser utilizados en la caracterización y análisis del comportamiento de los especímenes. Además, los datos obtenidos se utilizarán para la validación del modelo numérico explicado en el Capítulo 3.

En los ensayos se han utilizado galgas extensométricas y transductores de desplazamiento inductivos (LVDT). Las primeras permiten medir las deformaciones del acero (en una o varias direcciones según la galga) y los segundos nos proporcionan las mediciones del desplazamiento de un punto fuera de su plano inicial. Aunque no forma parte de la instrumentación propia de las vigas, se ha situado una célula en el pistón para conocer en todo momento la carga aplicada sobre las mismas. Así mismo, se han utilizado temporizadores y láseres para medir desplazamientos en apoyos y centro-luz. Con ello se pueden obtener y estudiar las distintas cargas críticas y últimas del fenómeno.

La localización de esta instrumentación se ha realizado de manera que las galgas coincidan con algunos de los puntos de integración, llamados puntos de Gauss, del programa de elementos finitos que utilizaremos para el análisis numérico con el fin de poder realizar una mejor comparación de resultados, ya que es en los puntos de Gauss donde se obtiene el valor exacto de las tensiones. Y por la misma razón, los LVDT se colocan sobre nodos de la malla de elementos finitos que se utilizará posteriormente en la reproducción numérica de los ensayos. También se dispondrán algunas galgas en puntos donde se espera un comportamiento especial de la viga, como son las rótulas plásticas obtenidas mediante el modelo. De este modo los desplazamientos medidos experimentalmente podrán ser comparados con los derivados del análisis numérico.

Los siguientes apartados sirven para comprender mejor la disposición y tipo de galgas y transductores que se han colocado en cada una de las vigas, por ello realizaremos una breve descripción del funcionamiento de la instrumentación y del equipo empleado en los ensayos. Todas las características de la instrumentación se encuentran detalladas en el Anejo B.

4.5.1 Galgas extensométricas

El funcionamiento de una galga extensométrica es muy sencillo. Se trata de un conductor o semiconductor que se adhiere al elemento a instrumentar y que está sometido a un esfuerzo. Así pues, al producirse una deformación, la galga la sufre produciendo una variación de resistencia en el filamento y, mediante la Ley de Ohm, puede demostrarse que existe una relación lineal entre la resistencia del conductor y su deformación, cuya constante de proporcionalidad se denomina factor de galga.

Por tanto, a partir de la medida de los cambios de resistencia se podrán conocer los esfuerzos aplicados. Estos cambios de resistencia se miden a través de una señal eléctrica que se envía a la galga.

La formulación de la ley de Ohm es la siguiente,

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad [4.1]$$

donde R es la resistencia de la galga, ρ la resistividad, L la longitud y A la sección transversal del hilo conductor.

Como lo que se mide en el laboratorio son variaciones de resistencia podemos observar como,

$$\frac{dR}{R} = \frac{dL}{L} + \frac{d\rho}{\rho} - 2 \frac{dD}{D} \quad [4.2]$$

donde D es el diámetro del un hilo conductor supuestamente cilíndrico. Sabiendo que,

$$\begin{aligned} \frac{dL}{L} &= \varepsilon_1 \\ \frac{d\rho}{\rho} &= C \frac{dV}{V} = C(1 - 2\nu)\varepsilon_1 \\ \frac{dD}{D} &= -\nu\varepsilon_1 \end{aligned} \quad [4.3]$$

donde ε_1 es la deformación longitudinal del conductor, ν es el módulo de Poisson y C la constante de Bridgmann. Substituyendo las derivadas de las ecuaciones presentadas en [5.3] en [5.2], obtenemos,

$$\frac{dR}{R} = (1 - 2\nu)\varepsilon_1 + C(1 - 2\nu)\varepsilon_1 \quad [4.4]$$

Se define el factor de galga K , el cociente entre la variación de radio y la deformación longitudinal tal que

$$K = \frac{dR}{R} / \varepsilon_1 = (1 - 2\nu) + C(1 - 2\nu) \quad [4.5]$$

Cabe considerar ciertas limitaciones en la aplicación de este principio para obtener información útil para el ensayo. En primer lugar, el esfuerzo aplicado no debe llevar a la galga fuera del margen elástico de deformaciones, que no excede del 1% de la longitud de la misma. Y, en segundo lugar, la medida de un esfuerzo sólo será correcta si es transmitido totalmente a la galga, ello se logra enganchándola cuidadosamente mediante un adhesivo elástico que sea suficientemente estable con el tiempo y la temperatura. Para ampliar el conocimiento sobre el comportamiento y funcionamiento de esta instrumentación, se recomienda la bibliografía de Pallás (1989) y Fraile (1987)

Un aspecto muy importante en el momento de colocar las galgas es la dirección. Existen galgas extensométricas que miden deformaciones en una, tres y cuatro direcciones, esto hace necesario un estudio de cuáles deben disponerse y qué ángulo debe tener respecto los ejes coordenados. Para el presente estudio se han utilizado dos tipos, por un lado están las más sencillas, las uniaxiales, que ofrecen información deformacional en una sola dirección y, por el otro, se encuentran las llamadas rosetas triaxiales, que nos proporcionan las deformaciones en tres direcciones de un mismo plano. La elección entre una u otra depende fundamentalmente del grado de conocimiento de las direcciones de deformación en cada punto. Las primeras, se pueden hacer coincidir con las direcciones principales de tensión, ya que al coincidir con los puntos de Gauss obtenemos el valor real y lo podemos comparar con el obtenido en el modelo numérico. En las alas es común disponer uniaxiales, mientras que en el alma suelen colocarse galgas triaxiales, pues el estado tensional resulta más complejo y disponer de deformaciones en una única dirección no permitiría caracterizar el fenómeno a estudio.

Todas las galgas incorporan un conjunto de cables que permiten transmitir los datos al dispositivo de recepción de datos, que transforma la señal eléctrica para poder trabajar después con un ordenador personal.

A modo de resumen, se expone a continuación una breve guía para la selección de una galga para cualquier aplicación práctica:

- a) En el caso de conocer las direcciones principales del modelo a ensayar, se puede utilizar una simple galga uniaxial o dos, situadas en los ejes principales.
- b) Si la distribución de deformaciones es compleja, es recomendable emplearse algún tipo de rosetas para determinar los ejes principales y las deformaciones.
- c) El tamaño de la galga debe adaptarse al modelo a ensayar. Si se esperan grandes gradientes de deformación deberán utilizarse las galgas más pequeñas posibles.
- d) El material soporte y el adhesivo deben ser compatibles químicamente con el material que conforma la instrumentación y el material ensayado.
- e) El coeficiente de dilatación de la galga deberá adaptarse al material al que se aplica.

Para la campaña experimental se han adquirido nueve galgas por viga (tres uniaxiales y seis triaxiales, tres por cara), todas ellas de la casa alemana HBM cuyas características se detallan en el Anejo B.

El proceso de instalación de una galga es relativamente laborioso, sobretodo porque requiere un tratamiento previo de la superficie. Los pasos a seguir son:

- 1) La colocación de la galga sobre un cristal, previamente limpiado, donde procedemos a enganchar a una cinta adhesiva para poder trabajar con ella sobre la viga con limpieza y comodidad. Es importante no tocar la galga con las manos para evitar dejar trazas de grasa, ni tampoco doblar en demasía el

- filamento para no inducir sobre la galga deformaciones iniciales, por ello debemos procurar alzar la galga con ángulos pequeños.
- 2) Situamos la galga en la posición de tal manera que las marcas del instrumento coincidan con las realizadas previamente en la viga a modo de ejes de alineación (ver Figura 4.4). La importancia de este paso es crucial para la obtención de los valores deseados, ya que las galgas triaxiales tienen asignadas las posiciones vertical, horizontal e inclinada a 45° respecto estas dos.
 - 3) Levantando de un lado la cinta adhesiva se comprueba que no haya ningún elemento extraño y se procede a la colocación del pegamento en la superficie de la galga, de abajo hacia arriba para evitar la aglomeración de esta sustancia. Rápidamente se posiciona de nuevo la galga y se ejerce una suave presión durante unos minutos para repartir homogéneamente el pegamento. Este es el paso más importante y si no se realiza correctamente se debe extraer la galga extensométrica y volver a preparar la superficie, eliminando todo el adhesivo.
 - 4) Finalmente, con el objetivo de proteger la galga de agresiones externas como golpes, ralladuras o corrosión, se aplica una capa de esmalte acrílico en toda su superficie y, una vez seco, se cubre toda la zona lijada con una gasa.

A continuación mostramos, a modo de ilustración, la instalación de una de las galgas utilizadas en la campaña experimental:

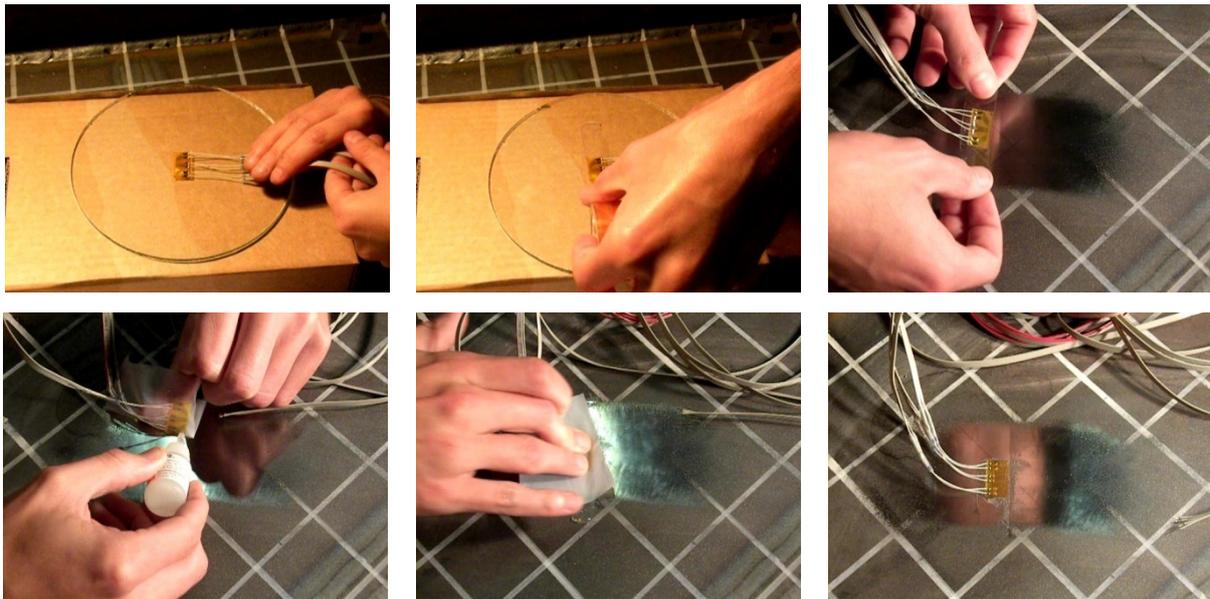


Figura 4.4: Preparación y colocación de una galga triaxial.

La agilidad y rapidez en último paso define el grado de adhesión de la galga. La homogeneidad de la capa de pegamento y evitar la formación de burbujas de aire, mediante una presión constante durante el proceso de curado, deben otorgar a la galga las características necesarias para comportarse como el alma de la viga y, así, deformarse ambos como un todo-uno. Cabe recordar que hay una galga a lado y lado del alma y un nuevo lijado puede distorsionar los resultados.

4.5.2 Transductores de desplazamiento inductivos

Los transductores de desplazamiento nos permiten convertir una señal física, en nuestro caso una variación de posición, en una señal eléctrica. Su funcionamiento se basa en una transformación diferencial de variación lineal, que se designa comúnmente con las siglas LVDT (*Linear Variation Diferencial Transformer*), y que funciona analizando la variación de inductancia de un núcleo magnético que, al moverse, reproduce las diferencias de desplazamiento.

El parámetro que caracteriza a los dispositivos LVDT es el rango de medida. Esta propiedad es especialmente importante en los transductores situados en el alma, ya que a pesar que se estima el desplazamiento en cada punto mediante el modelado numérico de ABAQUS, no se sabe a priori hacia qué lado se deformará el alma cuando en esta se produzca el fenómeno de abolladura.

Se han utilizado tres temposónicos, todos ellos situados en el panel superior del alma (véase Figura 4.5.Izq), y un LVDT en la parte inferior del centro-luz de la viga. El primero nos permite medir el desplazamiento del alma fuera de su plano y el segundo la flecha que sufre la viga.

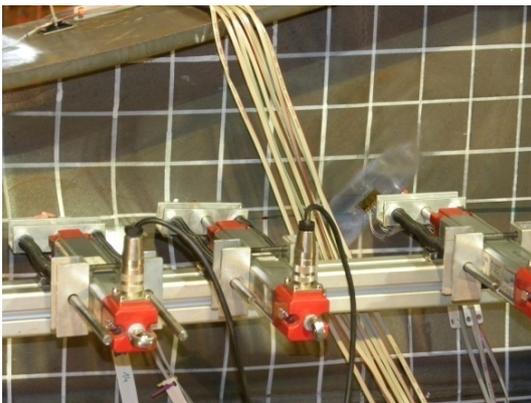


Figura 4.5: Izq. Transductores de desplazamiento en el alma (temposónicos). Dcha. láser en los apoyos.

De idéntica manera que en las galgas, estos aparatos van conectados mediante cables al centro de recepción de datos.

4.5.3 Láser

Se trata de aparatos que utilizan técnicas láser para medir el desplazamiento relativo del punto de medida. El instrumento emite una señal que impacta sobre la viga, retornando y siendo captada por el propio elemento, teniendo como referencia la calibración previa, determinar en cada instante el desplazamiento que ha sufrido el punto de medida.

En los ensayos se han utilizado dos láseres, uno en cada apoyo (ver Figura 4.5.Dcha).

4.5.4 Viga cargadera

Este es un elemento auxiliar que sirve para elevar los puntos de apoyo, ya que el recorrido del pistón de carga es limitado, y para transmitir las cargas de manera repartida sobre la losa de hormigón, evitando problemas de concentración de cargas.

La viga está formada por dos IPE 400 unidas mediante chapas de 12 mm de espesor. Además, tiene cuatro flejes que sobresalen de la base para poder anclar el conjunto a la losa mediante pernos metálicos, dotándolo de seguridad frente al vuelco y al deslizamiento.



Figura 4.6: En horizontal, la viga cargadera y los UPN en vertical.

Como se ha detallado, sobre ella descansan los elementos de apoyo que, puesto que la viga no es simétrica, se tuvo que estudiar la posición de los mismos. En el esquema siguiente se detalla la geometría en planta de dicho elemento y la posición de los apoyos. Las dimensiones se detallan en el Anejo B.

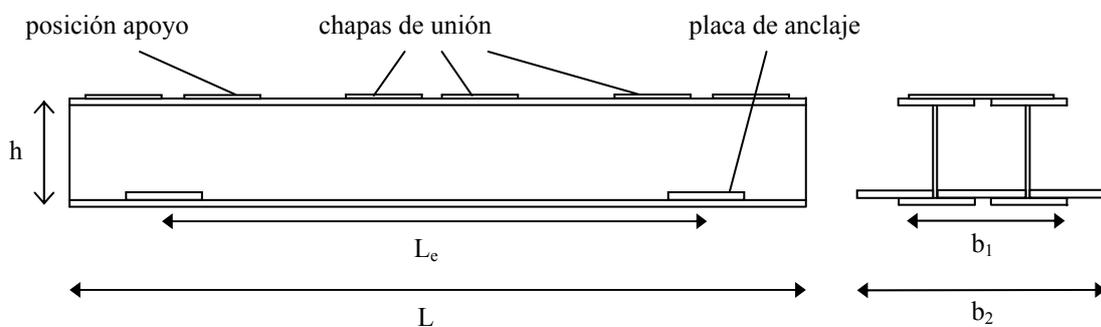


Figura 4.7: Esquema de la viga cargadera y la posición de los apoyos.

Las características geométricas se reflejan en la siguiente tabla:

Tabla 4.2: Dimensiones de las viga cargadera					
	h (mm)	L (mm)	L _c (mm)	b ₁ (mm)	b ₂ (mm)
Valor	426	3600	3200	410	980

Adicionalmente, se dispusieron por motivos de seguridad cuatro UPN (dos a cada lado) en posición vertical, soldadas a la propia viga soporte, para en caso de introducir una carga ligeramente inclinada, éstas eviten el vuelco del espécimen (ver Figura 4.6).

4.5.5 Apoyos

Como hemos comentado con anterioridad, los especímenes descansan sobre apoyos simples con la posibilidad de regular su separación, cosa que permite un mejor ajuste de las condiciones de contorno. Se trata de unos elementos metálicos con la forma que se describe en la Figura 4.8 y que pretenden simular las condiciones de una viga biapoyada. De esta manera se evita, en la medida de lo posible, la interacción cortante-flector que puede provocar la distorsión de los resultados.

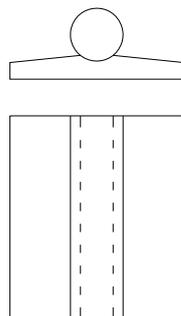


Figura 4.8: Tipo de apoyo utilizado en los ensayos.

La forma circular del apoyo permite que la viga descansa solo sobre una línea. Las dimensiones del apoyo vienen definidas por la placa base de 200x400 mm sobre la cual descansa un cilindro de 400 mm de longitud y 25 mm de radio, confiriendo al conjunto una altura total de 88 mm.

4.5.6 Presa de carga

El Laboratorio de Tecnología de Estructuras dispone de múltiple maquinaria para ensayo de vigas. Para esta campaña experimental se ha utilizado la presa de carga que tiene un pistón MTS acoplado en el extremo superior a una rótula tridimensional que permite la aplicación de cargas verticales e inclinadas. En la parte inferior dispone de otra rótula, también tridimensional, que se utiliza para el control de la posición de carga.

Todo el conjunto está conectado a un doble pórtico metálico, que a su vez está anclado en la losa de hormigón, y que recibe la carga reacción y la reparte entre los apoyos.

Por construcción, la presa de carga puede ejercer una fuerza máxima de 1000 KN. El pistón está gobernado por un control analógico que permite controlar el proceso de carga, a la vez que muestra las lecturas de carga y posición del pistón en un visor tipo LED. Al mismo tiempo, el sistema de carga está conectado a un ordenador que permite configurar el tipo de carga (estática o dinámica) y el proceso de carga (mediante control de carga o bien mediante control del desplazamiento del pistón).

En la presente campaña se utilizó el método de desplazamiento de pistón por dos motivos: el primero, por condiciones de seguridad, ya que permite anticipar fenómenos de rotura brusca o inclinación de la carga; y segundo, porque permite observar mejor el fenómeno.



Figura 4.9: Visión global del conjunto pórtico-presa de carga.

4.5.7 Centro de recepción de datos

Se trata de un dispositivo que alimenta la instrumentación haciendo pasar corriente eléctrica. La medida de la pérdida de voltaje que se produce en galgas y transductores es interpretada y convertida por este centro de control en una señal digital para así, mediante un ordenador personal, poder canalizar toda la información a fin de realizar el postproceso.

El Laboratorio dispone de un centro de recepción de datos que permite la monitorización a tiempo real de las medidas, además de una calibración automática de toda la instrumentación conectada.

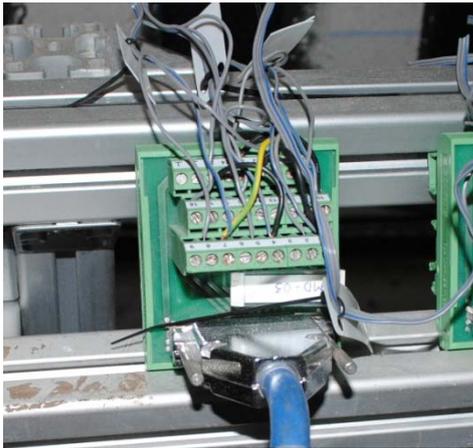


Figura 4.10: Izq. aparato de conexión de las galgas. Dcha. módulo de recepción de datos.

Cabe resaltar que las galgas no disponen de una conexión directa y que necesitan de un aparato para adaptar la señal (véase Figura 4.10). Las galgas triaxiales tienen una salida de doce cables (nueve, tres en cada dirección, y tres de control, uno en cada dirección), mientras que las uniaxiales solo de cuatro (tres para la dirección a medir y uno de control), por lo que cada galga necesita de un dispositivo para transferir la señal.

4.6 Estudio previo con el modelo numérico (ABAQUS)

En la actualidad, el uso de modelos numéricos para la caracterización de fenómenos de inestabilidad se encuentra muy extendido. La robustez de los *software* que hay en el mercado ha permitido la simulación de multitud de ensayos, pero siempre con ciertas limitaciones.

ABAQUS es un programa que trata, entre otros, fenómenos de inestabilidad teniendo presente efectos de no linealidad del material (NLM) y no linealidad geométrica (NLG). Matemáticamente, la abolladura se estudia como un problema de autovalores, hallando el polinomio característico de la matriz y resolviéndolo para determinar la solución más pequeña, es decir, la que motiva la abolladura con menor necesidad energética (menor carga aplicada).

En definitiva, la utilización de un modelo numérico basado en elementos finitos como ABAQUS, nos permite conocer de antemano el comportamiento de los especímenes y, con todo ello, preparar los ensayos a medida y con la seguridad exigida por los protocolos del Laboratorio de Tecnología.

4.6.1 Definición geométrica y mallado

La complejidad de las vigas, provocada por una geometría ligeramente irregular, ha motivado al equipo investigador a generar un modelo con una precisión elevada. Los especímenes han sido divididos en “piezas” rectangulares (excepto el alma, que es trapezoidal) con dos dimensiones predominantes (alto y largo). Ello motiva el análisis

de las vigas como un conjunto de *plates* (láminas planas), caracterizadas cada una de ellas por el espesor. Cada espécimen consta de 81 placas, que han sido ensambladas y malladas de tal manera que no exista incoherencia entre las uniones (véase Figura 4.11.Izq).

Una de las grandes dificultades para la modelización de las vigas ha sido precisamente la definición de la malla. Resulta evidente que debería ser regular, pero no resulta tan claro qué tipo de elemento definiría mejor la geometría. Mediante un estudio previo en el que se probaron diversos tipos de elementos, se pudo concretar que la utilización de elementos cuadriláteros en todas las placas se adapta adecuadamente a la geometría, con la peculiaridad que en las almas éstos son trapecios para amoldarse a las condiciones de ala inclinada.

Se ha tenido en cuenta la variación de la forma del elemento finito con el objetivo de realizar una malla lo más homogénea posible, evitando problemas de continuidad en los contactos alma-ala inclinada.

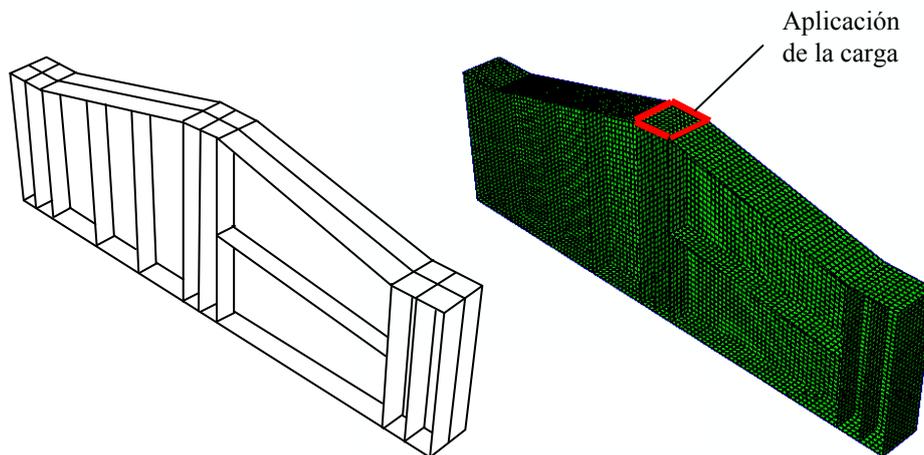


Figura 4.11: Izq. Esquema del modelo realizado mediante placas ensambladas. Dcha. Estructura de la malla empleada (cortesía de Agnieszka Bedynek y Carles García).

4.6.2 Condiciones de contorno y cargas

Una de las principales ventajas de un modelo numérico es la facilidad para definir las condiciones de contorno y variar el estado de cargas aplicado. Esto permitió al equipo investigador determinar la posición óptima de los apoyos para poder simular, con la mayor veracidad posible, el fenómeno de abolladura por cortante.

Así pues, las vigas estarían apoyadas sobre una línea en el tercer rigidizador exterior. De esta manera se simula el contacto entre rodillo y viga como un apoyo simple permitiendo giros y el movimiento horizontal en uno de ellos. La viga queda, pues, biapoyada y cargada en su centro luz.

La carga, por su parte, ha sido introducida en el modelo como una carga repartida en un área equivalente a la que tiene la presa de carga en su extremo inferior. En la Figura 4.11.Dcha se indica la posición de la carga:

4.6.3 Predimensionamiento

Una vez realizado el modelo, debemos correrlo para obtener el comportamiento de los especímenes durante el estado de carga, es decir, simulando un ensayo de principio a fin.

ABAQUS permite cargar cada viga por criterios de desplazamiento o de carga, igual que la presa del laboratorio. Por motivos de seguridad se utiliza el método de desplazamiento, de esta manera si ocurre algo imprevisto en los ensayos se pueden detener sin peligro. Para ello, resultan de interés las curvas carga-flecha ($P-\delta$) de todas las vigas:

De este modo, y salvo errores en el modelo, podemos afirmar que la carga máxima resistida por las vigas estará aproximadamente en los 700 KN, un 30 % menor a la carga máxima que puede aplicar la presa.

Como se observa en la Figura 4.12, las vigas “cortas” (A) tienen un pico de resistencia ligeramente superior al de las vigas “largas” (B), como era de esperar. Para deformaciones iniciales y finales, la influencia del rigidizador (su posición) no resulta relevante. En cambio, en la zona próxima al pico de carga máxima sí que se intuyen diferencias y, como el modelo no ha tenido en cuenta imperfecciones, se pueden atribuir al rigidizador.

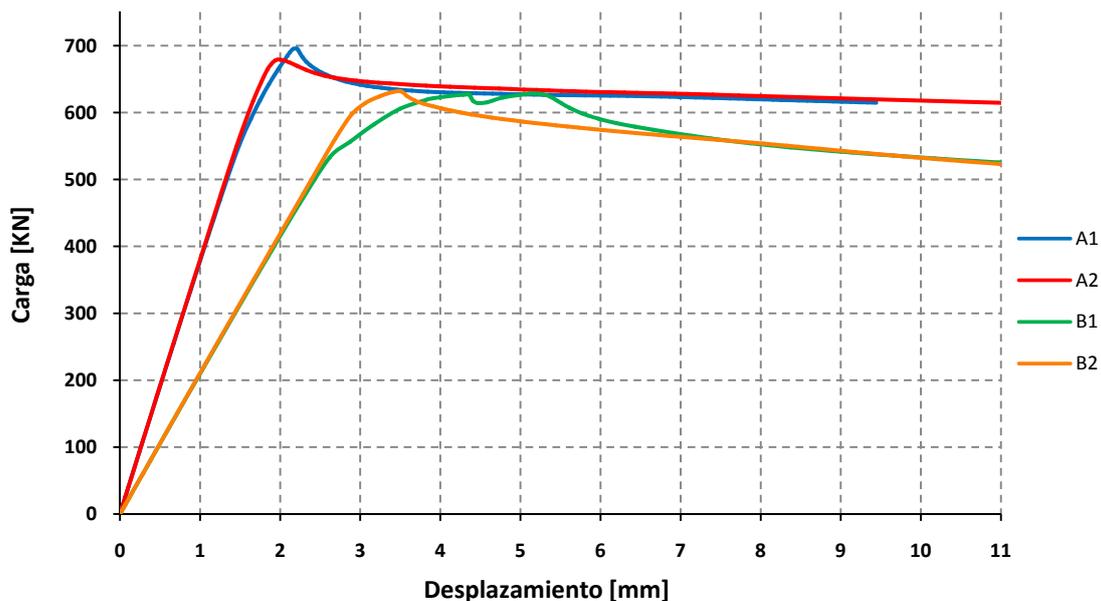


Figura 4.12: Comparativa curvas carga-flecha de todos los especímenes (ABAQUS).

Las vigas con geometría afin, donde solo varía la posición del rigidizador horizontal, presentan un comportamiento muy similar hasta los 500 KN de carga. Es entonces cuando aparecen fenómenos de no-linealidad (material y geométrica) que repercuten negativamente en la flecha de las vigas, como veremos más adelante.

Del mismo modo, resulta interesante conocer algunos valores característicos como la carga última (V_u) y la carga crítica de abolladura y la deformación del alma y las alas. Estas últimas nos permitirán determinar la posición idónea de la instrumentación para caracterizar correctamente el fenómeno.

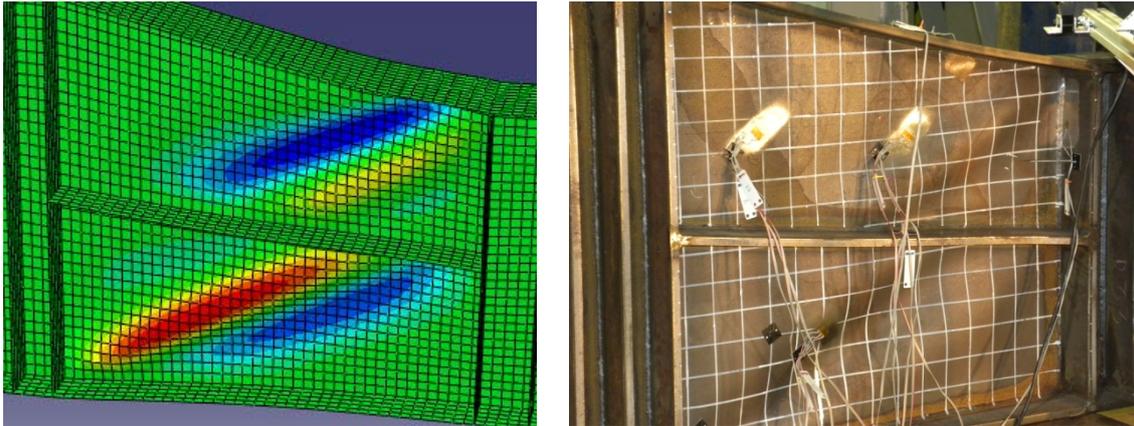


Figura 4.13: Comparativa fenómeno de abolladura (A1).

Como ejemplo ilustrativo, en la Figura 4.13 se muestra la deformación del alma después de producirse la abolladura experimental y numérica y como ambas tiene una semejanza muy buena.

4.7 Imperfecciones geométricas

Las vigas, realizadas con chapa metálica y soldadas manualmente en taller, llegaron al laboratorio con ciertas imperfecciones geométricas y fabricadas con acero al carbono de límite elástico ligeramente superior al valor de diseño, que es S-275 (ver Anejo A).

El material, acero al carbono, había sido tratado contra la corrosión mediante una capa de imprimación anticorrosión. A pesar de ello, se apreciaban algunas zonas oxidadas, pero su influencia en el resultado final es despreciable aunque estéticamente sea poco deseable.

Geoméricamente se pueden destacar dos imperfecciones: una global, donde se apreciaba el alabeo de la viga tal como muestra la Figura 4.14; y una local, caracterizada en el alma.

La primera, sólo en los especímenes tipo “B”, no fue apreciable hasta el momento de ensayarlas, cosa que afectó al correcto desarrollo del mismo como se verá más adelante. Este efecto de alabeo (el alma no es recta y las cabezas de compresión y

tracción se encuentran desplazadas) puede ser causado por mal acopio y/o por una incorrecta ejecución de las vigas.

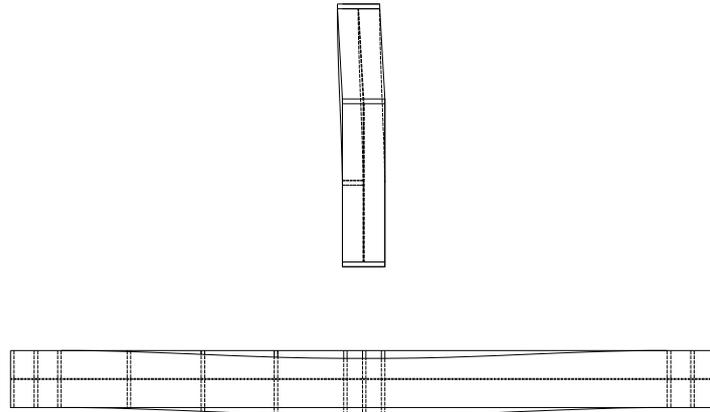


Figura 4.14: Representación esquemática del alabeo de una viga.

Localmente, la chapa del alma estaba abombada de tal manera que no resultaba evidentes a simple vista hasta que se realizó el mallado de la viga con rotulador (se detalla más adelante). La causa más plausible entre el equipo investigador y los técnicos de laboratorio fue que la soldadura del rigidizador horizontal afectó a la placa del alma, deformándola por el efecto térmico. De manera que se introducen tensiones residuales difíciles de determinar en la ZAC (zona afectada por el calor). La Figura 4.15 muestra claramente, mediante el cambio de color en el material, la posición de la soldadura del rigidizador.

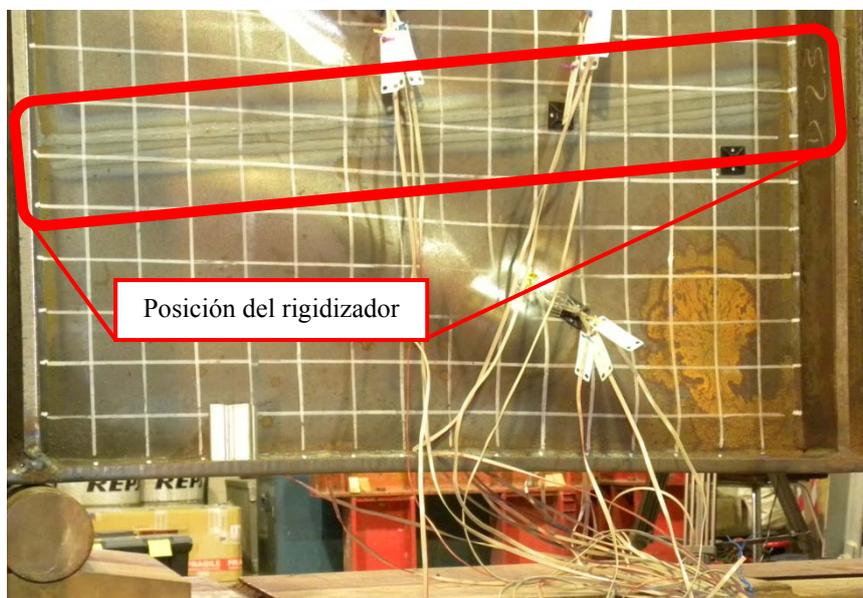


Figura 4.15: Efecto térmico provocado por la soldadura (vista trasera del rigidizador).

La introducción de una imperfección previa en las vigas (como fue el abombamiento del alma), a pesar de no ser deseable, ayuda a la formación del efecto de abolladura por cortante, por lo que en cierta manera es beneficioso pero reduce la carga crítica de abolladura pues su resistencia es menor.

4.8 Preparación de las probetas

Gran parte de la instrumentación, como son las galgas, van adheridos a la superficie de la viga, por lo que necesitan de un proceso previo para su instalación, como se detalla más adelante. Por otro lado, los temposónicos van instalados en una estructura auxiliar que ha sido montada por los técnicos del laboratorio y que se puede ver en la Figura 4.17 (esquema) y en la Figura 4.19 (real). Dicha estructura ha estado diseñada para que su interacción con la viga sea la menor posible y permita la correcta obtención de datos de los instrumentos ahí instalados.

A continuación describimos los pasos para la correcta instalación de la instrumentación:

- 1) Se colocaron los especímenes, en posición horizontal, sobre dos banquetas que nos permitieron trabajar con mayor agilidad y comodidad.
- 2) Previo al proceso de lijado y posterior adhesión, se dibujó una malla cuadrada de 50x50 mm para utilizarla como guía (véase Figura 4.16.Izq). Esta nos sirvió para determinar la posición de la galga con mayor rapidez y facilidad y, además, para poder observar mejor la abolladura. Cabe resaltar que se trata de una malla auxiliar y que no coincide con la malla de elementos finitos generada por ABAQUS, la mera coincidencia sería fruto de la casualidad.
- 3) Una vez dibujada la malla, se procedió a marcar la posición donde sería dispuesta toda la instrumentación, teniendo en cuenta la dirección de las mismas para poder proceder a la preparación de la superficie de manera idónea.
- 4) La preparación de la superficie consistió en diversas pasadas divididas en dos fases distintas: primero, en el lijado en seco; y segundo, en el lijado en húmedo. El primer lijado, realizado con maquinaria, consiste en devastar la zona a estudio mediante lijas de grano grueso siguiendo un orden cada vez más fino (40→80→120) para conseguir una superficie sin irregularidades, ya que sino la galga no quedaría bien adherida y no obtendríamos el valor representativo. A continuación, se realiza una nueva abrasión, de forma manual, con papel de lija más fino (240→300→400). Finalmente, el lijado en húmedo, con la ayuda de alcohol se vuelve a lijar la zona para eliminar impurezas que puedan rayar la superficie. Seguidamente, se seca la zona con gasas limpias eliminando residuos y se cubre la zona lijada para poder seguir trabajando sin malmeter la superficie ya tratada.
- 5) Cuando han sido lijados todos los puntos, se procede a la limpieza minuciosa de la superficie mediante desengrasante y alcohol. Primero se deja actuar el disolvente y se retira con gasas limpias. Se realiza una marca con un lápiz donde se sitúa el punto a estudio con dos rectas perpendiculares y se vuelve a pasar una gasa con alcohol para eliminar el grafito sobrante. Es muy importante que la galga quede correctamente situada en la dirección que se quieren medir las deformaciones, por eso estas marcas deben ser muy precisas.

- 6) Las galgas siguen un proceso paralelo de preparación que ha sido descrito anteriormente (ver apartado 4.5.1). Se colocarán las galgas haciendo coincidir estas marcas con las que lleva el propio instrumento.



Figura 4.16: Izq. Situación previa de una galga. Dcha. Proceso de lijado.

- 7) Colocada, pues, la galga se espera a que se seque el adhesivo (5 minutos), se retira la cinta adhesiva y se dispone una capa de esmalte para proteger la instrumentación. Con la ayuda de bridas se recogen los cables para poder manipular el espécimen con comodidad.
- 8) Por otro lado, para sujetar los transductores y el LVDT se dispuso dos estructuras auxiliares formada con barras de aluminio dónde podía situarse cada elemento en el punto deseado (ver Figura 4.17 y 4.19).
- 9) Con toda la instrumentación colocada, se procede a la conexión con los sistemas de recepción (descritos más adelante).

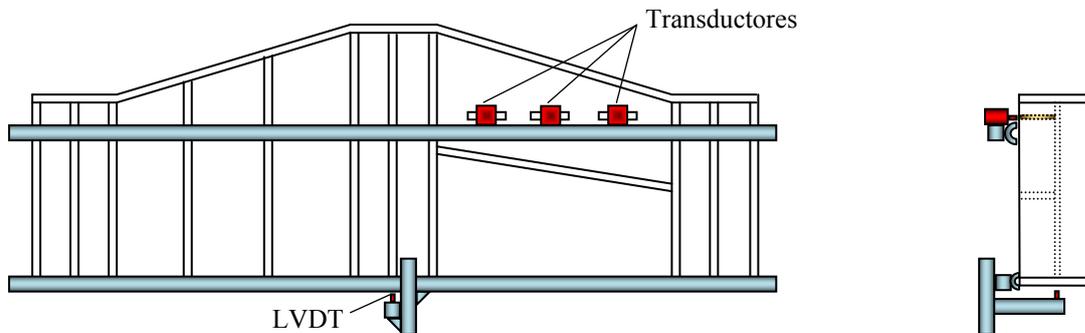


Figura 4.17: Esquema de la estructura auxiliar donde se colocan los LVDTs.

La localización de dicha instrumentación ha sido diseñada para obtener los valores representativos del fenómeno a estudio. Tal y como se ha comentado anteriormente, las galgas deben situarse a ambos lados del alma con el objetivo de medir los gradientes de deformación entre ellos. Debemos recordar que, para la geometría deformada de un punto del alma, una galga sufrirá un acortamiento y la otra un alargamiento. Por otro lado, los transductores se han hecho coincidir con algunos nodos de la malla del modelo numérico con el fin de poder compararlos. Finalmente, el LVDT nos permitirá estudiar la relación carga-flecha real y compararla con la realizada en el análisis numérico.

Mediante el esquema siguiente, se detalla la posición de toda la instrumentación que requiere el ensayo.

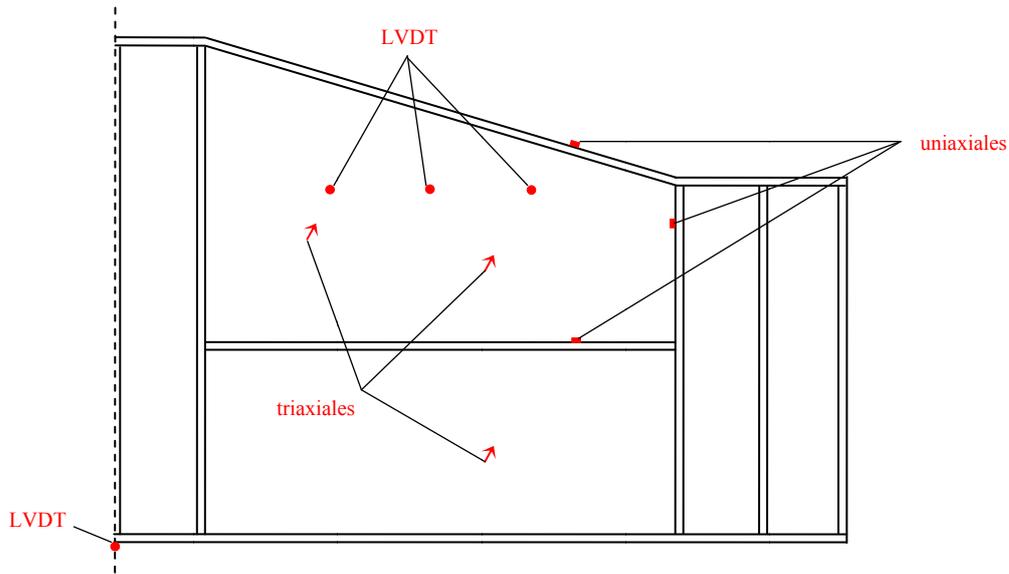


Figura 4.18: Esquema de la disposición esquemática de la instrumentación.

Es lógico pensar que la posición de la instrumentación debe discernir ligeramente de cada tipología de viga con el fin de adaptarse mejor a la zona de abolladura prevista. Del mismo modo, se dispusieron galgas uniaxiales en el ala superior y el rigidizador vertical más cercano al alma (de la parte exterior) que es donde se espera que se generen las rótulas plásticas del campo girado de tracciones.

En el Anejo B se detalla con mayor precisión la disposición de toda la instrumentación.

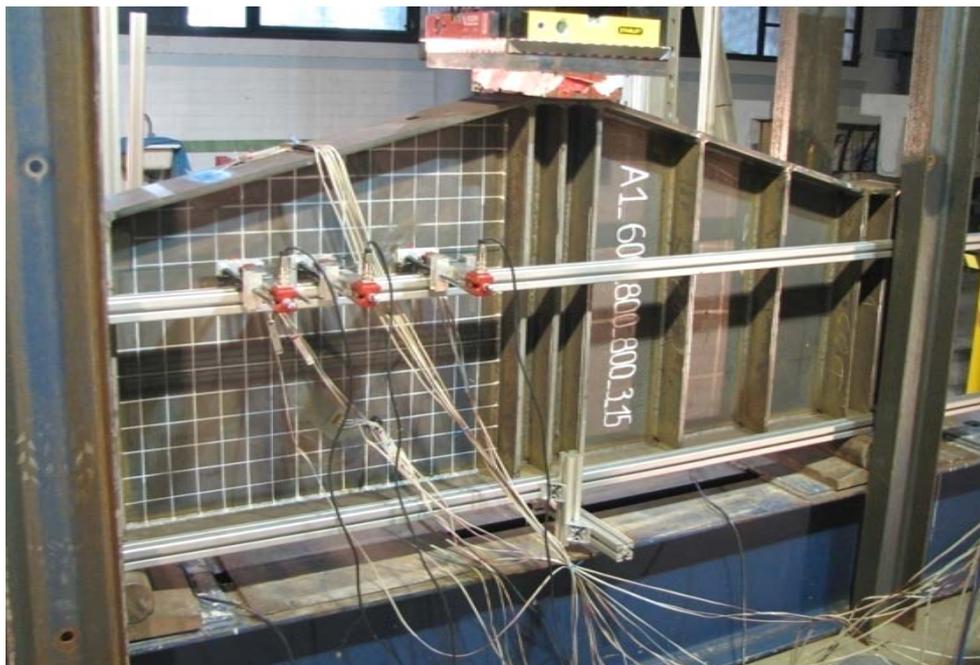


Figura 4.19: Especimen completamente instrumentado antes del ensayo.

4.9 Resultados experimentales

A lo largo del presente apartado describiremos todo lo relativo a los ensayos, analizando brevemente lo acontecido durante su realización y los primeros resultados obtenidos.

Para la descripción de los ensayos se procederá de forma cronológica:

- 1) A_LS2_600_800_800_3_15_180, en fecha de 16 de Noviembre de 2011.
- 2) A_LS1_600_800_800_3_15_180, en fecha de 18 de Noviembre de 2011.
- 3) B_LS1_500_800_1200_3_15_180, en fecha de 22 de Noviembre de 2011.
- 4) B_LS2_500_800_1200_3_15_180, en fecha de 24 de Noviembre de 2011.

Como se observa, se comenzaron los ensayos por los especímenes “cortos” y luego con los “largos”. Esta programación se debe principalmente a que se tiene que recolocar el conjunto viga cargadero y apoyos cuando las luces varían, de esta manera se agilizó todo el proceso de montaje y ensayo de vigas.

Previo al inicio de puesta en carga de los especímenes, se realizó un estudio numérico en ABAQUS para poder controlar el comportamiento de cada viga y, además, obtener los valores representativos que irían apareciendo en el ensayo (por cuestiones de seguridad). A partir del estudio numérico se pudo saber de antemano, aproximadamente, cuándo y cómo abollaría el alma de las vigas (véase apartado 4.6).

Para prever de qué manera se comportaría la viga se realizó una gráfica carga-desplazamiento con el fin de asegurar que la carga última no superara la carga máxima que puede ejercer la prensa y observar, también, el inicio de abolladura. También nos permitiría observar comportamientos no deseados como veremos a continuación.

El procedimiento de carga y descarga fue análogo para todos los especímenes, variando únicamente la velocidad de carga. Dicha velocidad estuvo programada por control de desplazamiento, ya que permite mayor seguridad a la hora de observar cualquier anomalía y permite actuar con suficiente antelación.

4.9.1 Ensayo 1: A2

El ensayo realizado con fecha de 16 de Noviembre de 2011 sobre el espécimen A_LS2_600_800_800_3_15_180, caracterizado por una relación ancho-alto de placa de $\alpha = 1$, tuvo una duración aproximada de 3 horas.

La velocidad de carga fue de 0.16 mm/min, para acabar con 0.2 mm/min viendo que no existía ningún impedimento para incrementarla. La descarga también se realizó de manera controlada pero con una velocidad bastante superior.

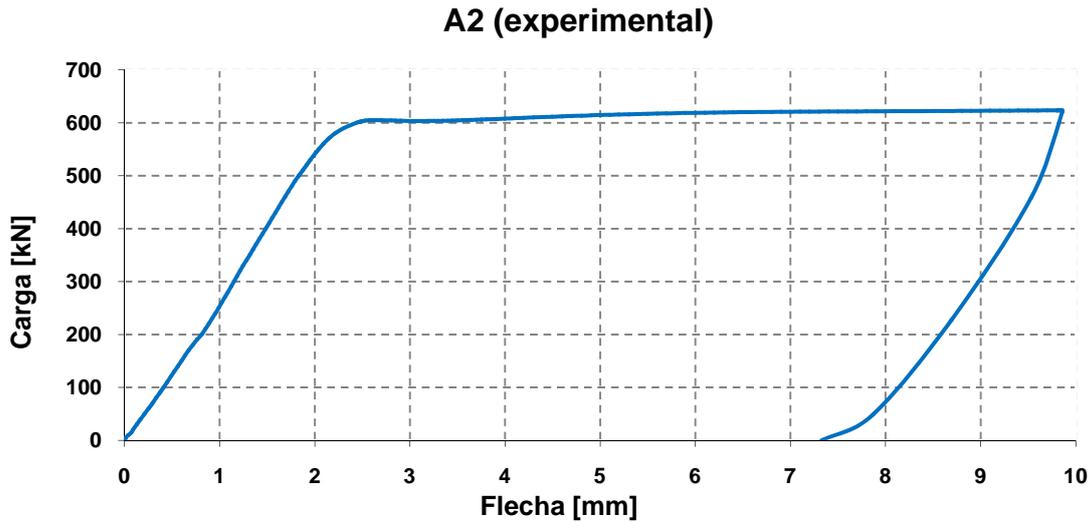


Figura 4.20: Gráfica carga-flecha obtenida experimentalmente (viga A2).

En la Figura 4.20 se detalla la curva carga-flecha obtenida durante el ensayo. Desde el inicio hasta aproximadamente los 500 kN sigue una tendencia lineal, cuando supuestamente se inicia el fenómeno de abolladura. Se obtiene un primer máximo (local) alrededor de los 600 kN con unos 2.5 mm de flecha, y la carga sigue aumentando lentamente hasta alcanzar un máximo de 623 kN, cuando se consideró que el fenómeno se había estabilizado. En esta gráfica se observa claramente que una vez superada la carga crítica de abolladura aparece un incremento de resistencia postcrítica hasta alcanzar la carga última.



Figura 4.21: Comparación deformada de la viga A2 antes y después de la abolladura.

Tal y como se puede observar en la gráfica anterior, en términos generales, la viga responde a lo esperado mediante el modelo (como se verá más adelante). Pero cabe destacar que el ala inferior de la viga no era completamente plana, hecho que dificultó su colocación sobre los apoyos. Es por eso que, aproximadamente en los 200 kN de carga, se produce un desplazamiento atribuible al asentamiento del espécimen provocado por el incremento de la carga. Pero en ningún caso invalida los resultados

pues se puede comprobar que la curva, después de desplazarse, prosigue con la misma inclinación.

4.9.2 Ensayo 2: A1

Ensayo realizado con fecha de 18 de Noviembre de 2011 sobre el espécimen A_LS1_600_800_800_3_15_180, caracterizado por una relación ancho-alto de placa de $\alpha = 1$, tuvo una duración aproximada de 2 horas.

La velocidad de carga fue directamente 0.2 mm/min, ya que quedó patente que no revestía peligro alguno para el personal y los resultados obtenidos eran satisfactorios. La descarga también se realizó de manera controlada pero con una velocidad bastante superior.

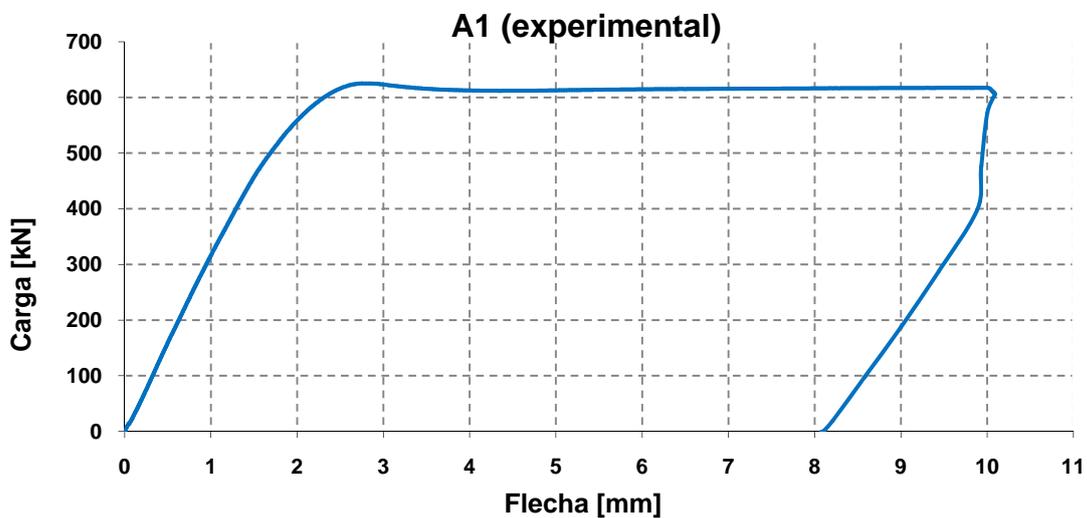


Figura 4.22: Gráfica carga-flecha obtenida experimentalmente (viga A2).

A diferencia del ensayo anterior, este no revistió problema alguno. Así pues, la viga se encuentra en régimen lineal hasta aproximadamente los 400 kN, es en este instante en el que la pérdida de linealidad puede atribuirse a la aparición de la abolladura del alma ya que las tensiones no alcanzan el límite elástico. Se obtiene un primer máximo alrededor de los 625 kN con un desplazamiento vertical del centro de la viga de 2.76 mm. A partir de ese punto se produce un descenso de la carga, se comienzan a formar las rótulas plásticas hasta que se alcanza un nuevo máximo de 617 kN, cuando se consideró que el fenómeno se había estabilizado y se paró el ensayo. En esta gráfica se observa claramente que existe una cierta resistencia a la deformación después del proceso de formación de la abolladura.

En las figuras siguientes es posible observar la diferencia entre la geometría original y la deformada después de someter al espécimen al estado de cargas anterior y como se forman dos bandas de abolladura paralelas entre si.



Figura 4.23: Comparación deformada de la viga A1 antes y después de la abolladura.

4.9.3 Ensayo 3: B1

Ensayo realizado con fecha de 22 de Noviembre de 2011 sobre el espécimen B_LS1_500_800_1200_3_15_180, caracterizado por una relación ancho-alto de placa de $\alpha = 1.5$, tuvo una duración aproximada de 5 horas.

La velocidad de carga fue 0.2 mm/min, igual que en los ensayos anteriores pero, como se verá más adelante, se tuvo que reducir a 0.16 mm/min. La descarga también se realizó de manera controlada pero con una velocidad bastante superior.

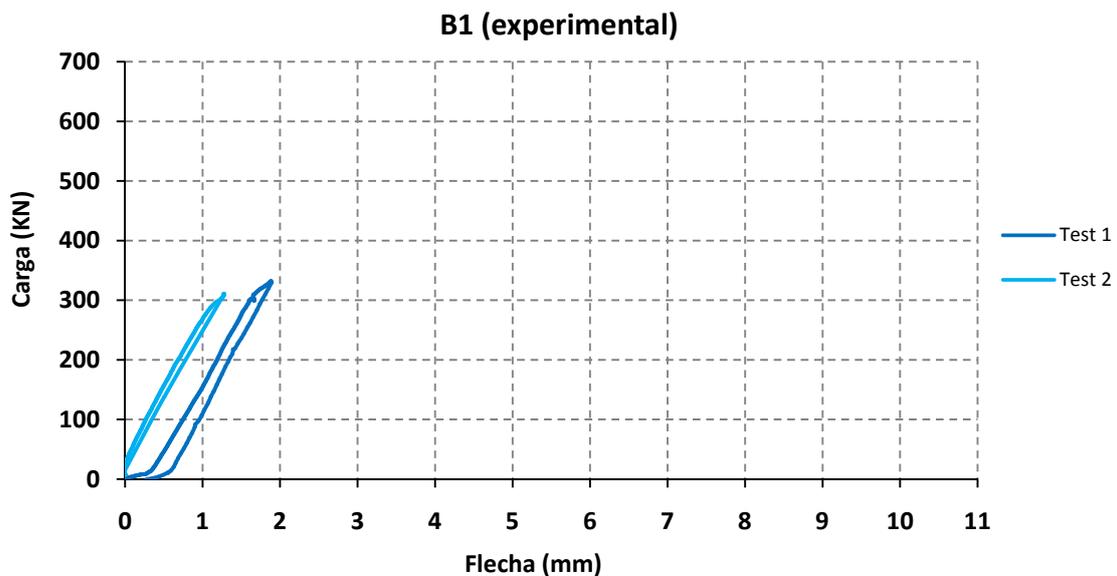


Figura 4.24: Gráfica carga-flecha obtenida experimentalmente (viga B1).

El notable incremento del tiempo en el ensayo se debió a los defectos en la viga expuestos en apartado 4.7 Imperfecciones geométricas, además de, como sucedió en el

espécimen A2, el ala inferior se encontraba deformada fuera de su plano, dificultando su disposición sobre los apoyos.

Como se puede observar en la Figura 4.24 existen dos curvas, esto se debe a que se realizaron dos estados de carga. El primero se detuvo porque se apreció un gran incremento en la inclinación del pistón, lo que provoca la aplicación de carga horizontal en la viga. Y el segundo, a pesar de recolocar toda la viga y conseguir que la carga se aplicase completamente vertical, no se pudo seguir con el ensayo porque la viga se encontraba alabeada previamente. Cabe destacar la importancia de este hecho, ya que la viga se encuentra dispuesta sobre dos apoyos simples y no está sujeta, lo que puede provocar su deslizamiento al verse sometida a un estado de cargas fuera del plano del alma.

Así pues, no se pudo llevar al espécimen B1 al estado de cargas que permitiría observar el fenómeno de inestabilidad.

4.9.4 Ensayo 4: B2

Ensayo realizado con fecha de 24 de Noviembre de 2011 sobre el espécimen B_LS2_500_800_1200_3_15_180, caracterizado por una relación ancho-alto de placa de $\alpha = 1.5$, tuvo una duración aproximada de 3 horas.

A la vista de lo sucedido en el ensayo anterior, se redujo la velocidad de carga a 0.16 mm/min. La descarga también se realizó de manera controlada pero con una velocidad bastante superior.

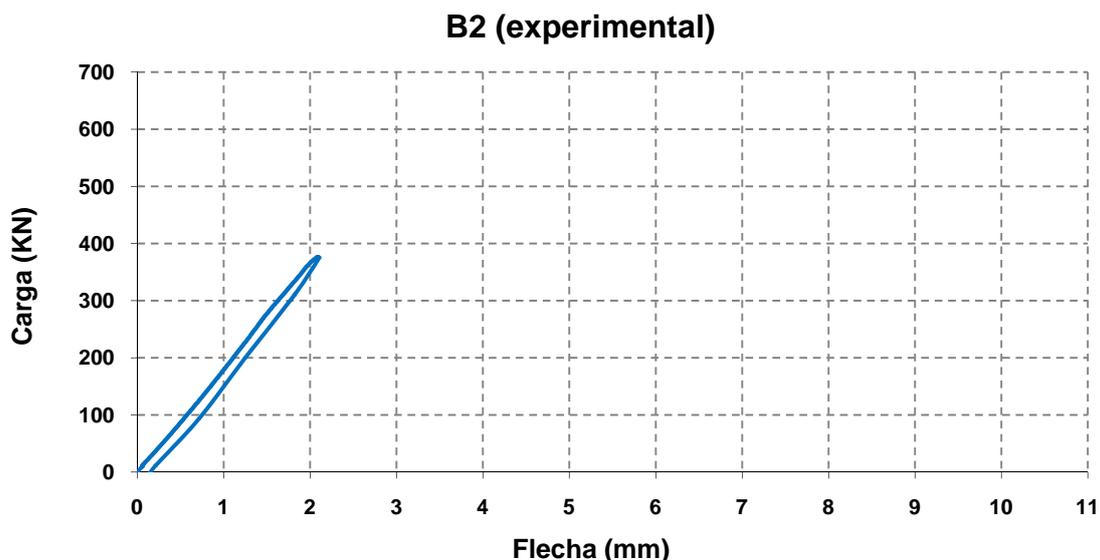


Figura 4.25: Gráfica carga-flecha obtenida experimentalmente (viga B2).

Una visualización previa del espécimen determinó que, igual que la viga B1, este se encontraba en una situación similar. Las imperfecciones geométricas no permitieron concluir el ensayo hasta la abolladura. No se alcanzaron los 400 KN porque la

inclinación del pistón comenzaba a ser importante y, por consiguiente, la carga horizontal distorsionaba los resultados.



Figura 4.26: Inclinación del rigidizador vertical central del espécimen B2.

Capítulo 5

ANÁLISIS DE RESULTADOS

5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1 Introducción

A continuación procederemos al desglose de los resultados obtenidos durante la campaña experimental, comparándolos con los del modelo numérico y los que otorga la normativa vigente (Eurocódigo 3 Parte 1-5).

Para ello, se realizará un análisis global de las vigas, mediante la curva carga-flecha, con la cual se identificarán los cambios de comportamiento. Este análisis debe permitir determinar donde se produce la no-linealidad para después comprobar mediante el estado de tensiones principales si se trata de no-linealidad geométrica o no-linealidad material. Si la pérdida de linealidad en la curva carga-desplazamiento (en el centro luz) se produce para un estado de tensiones inferior al límite elástico del material ($\sigma_{CO} < f_y$) y se aprecia una pérdida del estado de corte puro en las galgas situadas en el centro del panel, puede asumirse que es debido a la no-linealidad geométrica. Si, por el contrario, las galgas siguen en estado de corte puro pero la tensión de comparación es mayor que el límite elástico ($\sigma_{CO} > f_y$), la pérdida de linealidad en la curva carga-flecha sería debida a la aparición de la no-linealidad material.

El alma de las vigas se encuentra sometida a un estado de sollicitación biaxial en presencia de un material cuya respuesta tensión-deformación se divide en dos fases: la primera lineal (elástica) y la segunda no lineal (elastoplástica). En esta última fase, no es posible determinar el nivel tensional a partir del estudio de las deformaciones. Es por ello que se empleará el modelo numérico, previamente contrastado con la campaña experimental, para determinar los cambios de comportamiento que se produzcan en la viga.

Previo al análisis más complejo de los resultados, es preciso realizar un estudio de los valores arrojados por las galgas. De este modo descartaremos aquellas que tengan un comportamiento anómalo y puedan distorsionar los resultados del estudio. En el siguiente esquema se muestra la posición orientativa de las galgas.

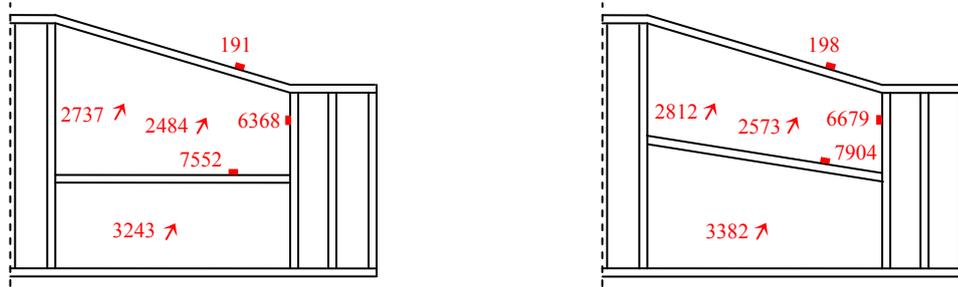


Figura 5.1: Disposición esquemática de las galgas. Izq. Viga A1. Dcha. Viga A2.

La disposición de la instrumentación se encuentra descrita con mayor detalle en el Anejo B.

Adicionalmente y, según lo expuesto en el apartado anterior, es preciso descartar los resultados experimentales de las vigas B1 y B2, que no reprodujeron en ningún momento el fenómeno de abolladura por cortante. Así pues, compararemos tan solo los valores característicos de los especímenes A1 y A2. Siguiendo el mismo esquema que el utilizado el apartado 4.9, se analizarán cada uno de los aspectos de las vigas manteniendo el orden cronológico en el que se realizaron los ensayos.

5.2 Validación del modelo. Deformación de membrana

Para validar el modelo numérico es necesario comparar resultados, concretamente se han cotejado los valores de deformación principales. Para ello es necesario transformar las deformaciones de los tres lectores de cada galga de roseta a deformaciones de membrana de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{mH} &= (\varepsilon_7 + \varepsilon_8)/2 && \text{deformación de membrana horizontal} \\
 \varepsilon_{m45} &= (\varepsilon_9 + \varepsilon_{10})/2 && \text{deformación de membrana a } 45^\circ \\
 \varepsilon_{mV} &= (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{12})/2 && \text{deformación de membrana vertical}
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

Tomando como ejemplo en la expresión [5.1] la nomenclatura de la galga R-2812, donde ε_i representa la deformación medida por la galga en la dirección i (valores pares e impares consecutivos medidos a ambos lados del alma). El tipo de galga determina la manera de calcular las deformaciones principales por lo que, para rosetas triaxiales tipo rectangular (deformaciones medidas a 0° , 45° y 90°) debe emplearse la siguiente formulación:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\varepsilon_{mH} + \varepsilon_{mV}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_{mH} - \varepsilon_{m45})^2 + (\varepsilon_{m45} - \varepsilon_{mV})^2}
 \tag{5.2}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{\varepsilon_{mH} + \varepsilon_{mV}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_{mH} - \varepsilon_{m45})^2 + (\varepsilon_{m45} - \varepsilon_{mV})^2} \quad [5.3]$$

Mediante la representación del Círculo de Mohr y sabiendo que las tensiones se encuentran en un estado de tensión plana, es posible obtener las deformaciones principales como sigue:

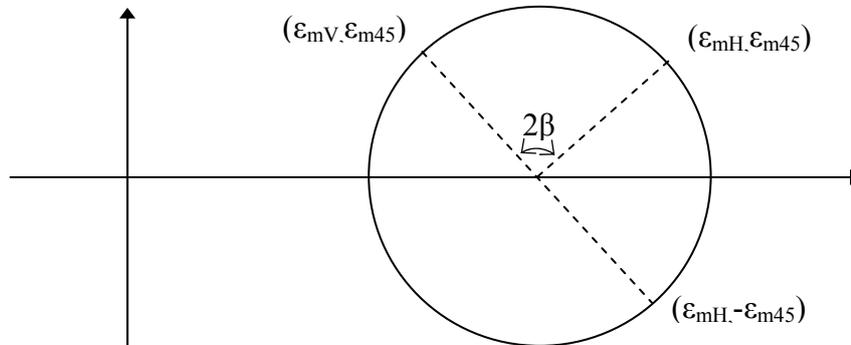


Figura 5.2: Esquema del Círculo de Mohr para deformaciones principales en tensión plana.

donde $\beta = 45^\circ$ (el círculo no representa un estado de corte puro). Así pues,

$$\varepsilon_{11} = \frac{\varepsilon_{mH} + \varepsilon_{mV}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_{mH} - \varepsilon_{m45})^2 + (\gamma_{mHV})^2} \quad [5.4]$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{\varepsilon_{mH} + \varepsilon_{mV}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_{mH} - \varepsilon_{mV})^2 + (\gamma_{mHV})^2} \quad [5.5]$$

donde

$$\gamma_{mHV} = 2\varepsilon_{m45} - (\varepsilon_{mH} + \varepsilon_{mV}) \quad [5.6]$$

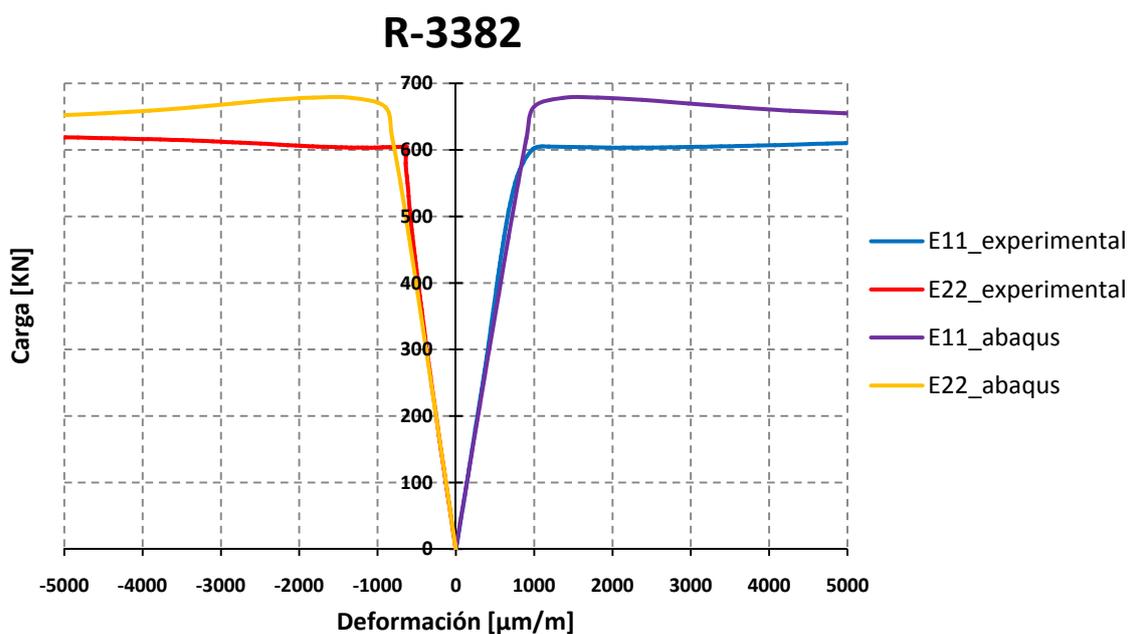


Figura 5.3: Comparación entre las deformaciones principales entre el modelo y los datos experimentales.

Con el fin de validar el comportamiento del modelo, se ha tomado la galga central inferior 3382 del espécimen A2. Tal y como se observa en la Figura 5.3, existe muy buena concordancia para valores bajos en la deformación principal de compresión (negativa) y de tracción (positiva). Se aprecia, también, que los resultados numéricos presentan el cambio de comportamiento a una carga ligeramente superior, cosa que sucede en todas las galgas. Estos resultados son extrapolables al resto de la instrumentación donde, en la parte lineal del gráfico carga-deformación principal, se pueden cotejar los resultados de manera adecuada, indicando que en algunas galgas existe una ligera diferencia en la tensión principal de tracción (ϵ_{11}), aparte de la indicada anteriormente. En este caso, la divergencia entre el modelo y la viga no supera en ningún momento los 500 $\mu\text{m}/\text{m}$ (10^{-9} metros o 10^{-6} milímetros).

Así pues, según el análisis realizado es posible afirmar que existe una concordancia adecuada en los resultados, permitiendo validar el modelo.

5.3 Comportamiento general de los especímenes

En este apartado se analizarán las curvas carga-flecha experimentales y numéricas con el fin de determinar cuando aparece la primera no-linealidad y determinar, con la ayuda de las tensiones principales del modelo, si nos encontramos en la rama elástica o elastoplástica del material para así poder discernir si se trata de NLM o NLG. Para ello, es necesario tener presente el diagrama tensión-deformación del acero, pues del estudio de las tensiones S_{11} y S_{22} se desprende la tensión de comparación.

Debemos tener presente que con los datos experimentales no es posible determinar las tensiones principales partiendo de las deformaciones principales en las galgas. Esto se debe al estado de tensiones al que se ve sometida la viga (biaxial) y a la no-linealidad del material, que invalida la relación tensión-deformación del estado elástico de mecánica de medios continuos.

5.3.1 Especimen A2

Esta viga, con un *aspect ratio* igual a 1, presenta un comportamiento muy similar al predicho por el modelo numérico. En la Figura 5.4 se puede apreciar la gran concordancia entre ambas curvas para rangos de carga menores a 550 KN, a partir del cual la viga se comienza a deformarse más que su homóloga numérica.

Mediante un análisis más detallado es posible determinar el instante en el que se comienza a perder la linealidad. Este hecho se produce para una carga de 549 KN. Si se analizan las galgas centrales, superior (2573) e inferior (3382), es posible observar que para ese estado de carga el panel inferior se encuentra todavía en un estado de corte puro (Figura 5.5.Izq), en cambio en el panel superior la tensión de compresión ha sobrepasado su máximo, por lo que se ha iniciado la inestabilidad.

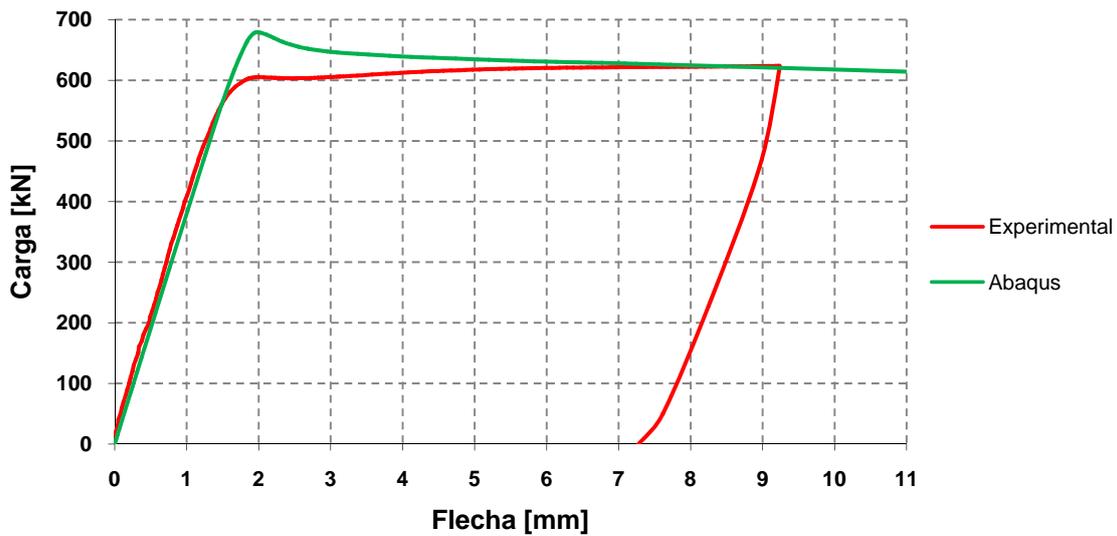


Figura 5.4: Comparación curvas carga-flecha (A2).

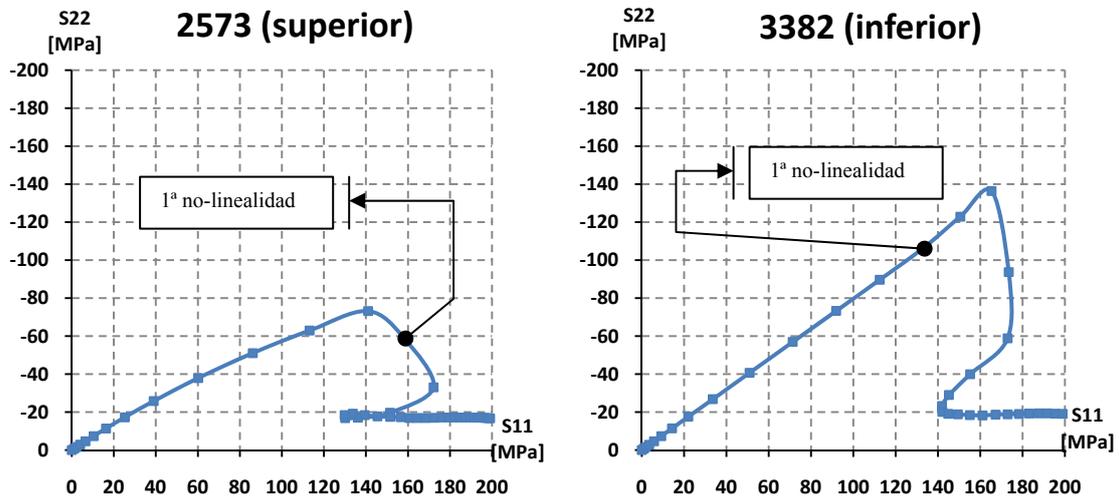


Figura 5.5: Tensiones principales en el centro de la placa superior (izq.) e inferior (dcha.), Viga A2.

Realizando un análisis tensional en dichos puntos, pudiendo aproximar la tensión actuante en el alma por $\tau = V/(2h_w t_w)$, entonces la tensión de comparación para un estado de corte puro viene definida por $\sigma_{co} = \tau\sqrt{3}$. Resulta que $\sigma_{co} = 198.3$ MPa, menor que el límite elástico del material por lo que se puede afirmar que, para este caso, primero aparece la abolladura antes que la plastificación del material.

La colocación de temposónicos en la horizontal del alma superior permite observar la variación del desplazamiento perpendicular al plano medio del alma. La Figura 5.6 muestra la formación de la abolladura y como, para una carga entre 500 y 600 kN (véase Tabla 5.1) se produce la no-linealidad geométrica (abolladura), de este modo, es posible cotejar el resultado numérico con el experimental. De este análisis se desprende que la abolladura se produce cuando las tensiones principales (numéricas) dejan de ser iguales.

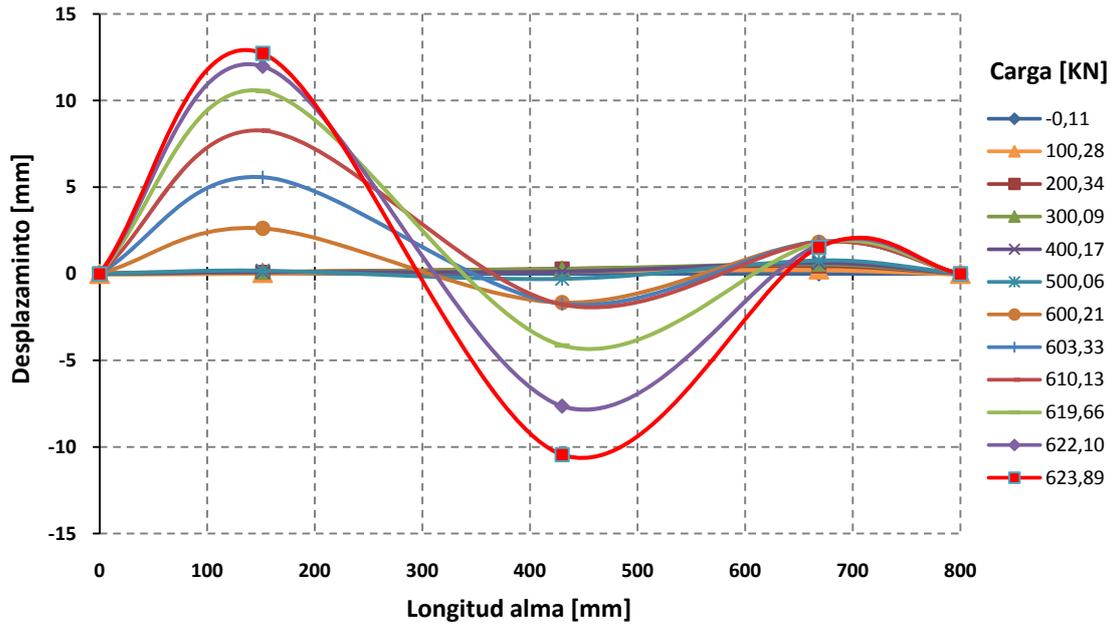


Figura 5.6: Desplazamiento perpendicular al alma según la horizontal del alma superior (A2).

Tabla 5.1: Evolución de la abolladura en A2					
Carga [KN]	Posición [mm]				
	0	151.52	429.81	668.36	800
-0.11	0	0.00	0.00	0.00	0
100.28	0	0.06	0.19	0.25	0
200.34	0	0.09	0.29	0.45	0
300.09	0	0.09	0.28	0.54	0
400.17	0	0.10	0.13	0.62	0
500.06	0	0.18	-0.29	0.76	0
600.21	0	2.62	-1.66	1.83	0
603.33	0	5.57	-1.73	1.85	0
610.13	0	8.27	-1.77	1.82	0
619.66	0	10.55	-4.14	1.77	0
622.10	0	11.98	-7.65	1.65	0
623.89	0	12.72	-10.45	1.52	0

5.3.2 Espécimen A1

Continuando con el esquema anterior, primero se muestran las curvas carga-flecha de la viga A1. En la Figura 5.7 se puede observar una correcta semejanza hasta los 400 KN de carga, a partir de los cual la separación entre ambas curva es apreciable. Cabe

resaltar que los resultados experimentales muestran un comportamiento ligeramente curvado desde el principio que puede deberse al asentamiento de la viga sobre los apoyos. En esta línea, se ha tenido en cuenta los datos de los desplazamientos verticales en los apoyos, medidos con los láseres, para ajustar la curva carga-flecha.

La pérdida de linealidad en esta curva se aprecia en los 469 KN del modelo numérico. Como hicimos en caso del espécimen A2, se analizarán las dos rosetas centrales del alma superior e inferior (2484 y 3243, respectivamente). De este modo, como se muestra a continuación, para la carga indicada el alma superior se encuentra justo en el punto en que las tensiones principales de compresión (S_{22}) dejan de crecer, por el contrario, en el alma inferior se reproduce muy adecuadamente el estado tensional de corte puro ($S_{11} \cong S_{22}$)

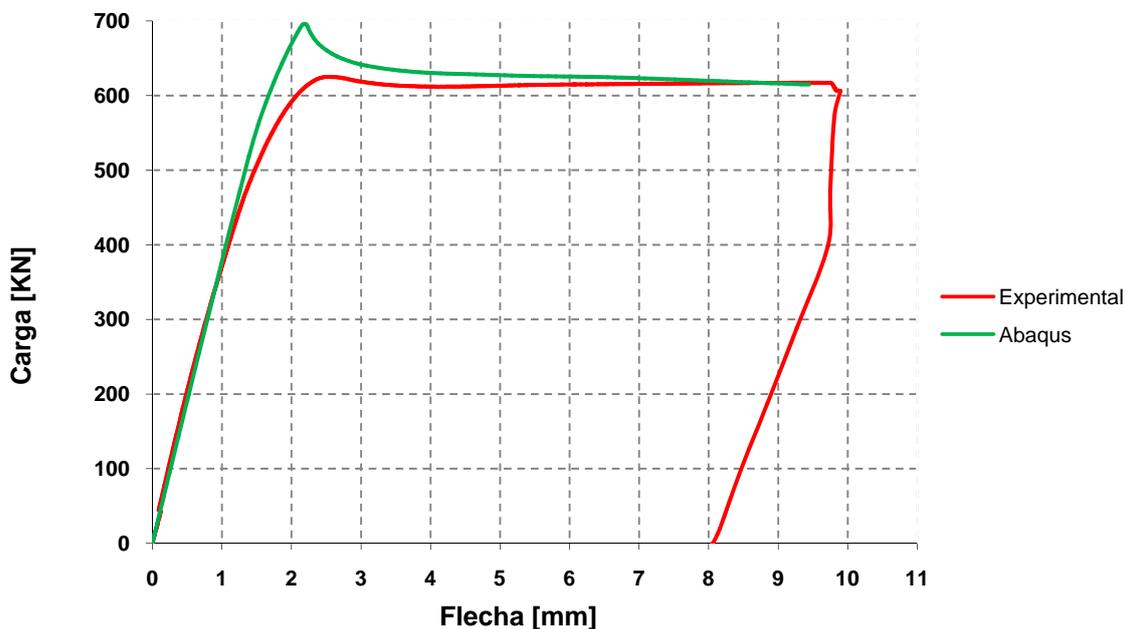


Figura 5.7: Comparación curvas carga-flecha (A1).

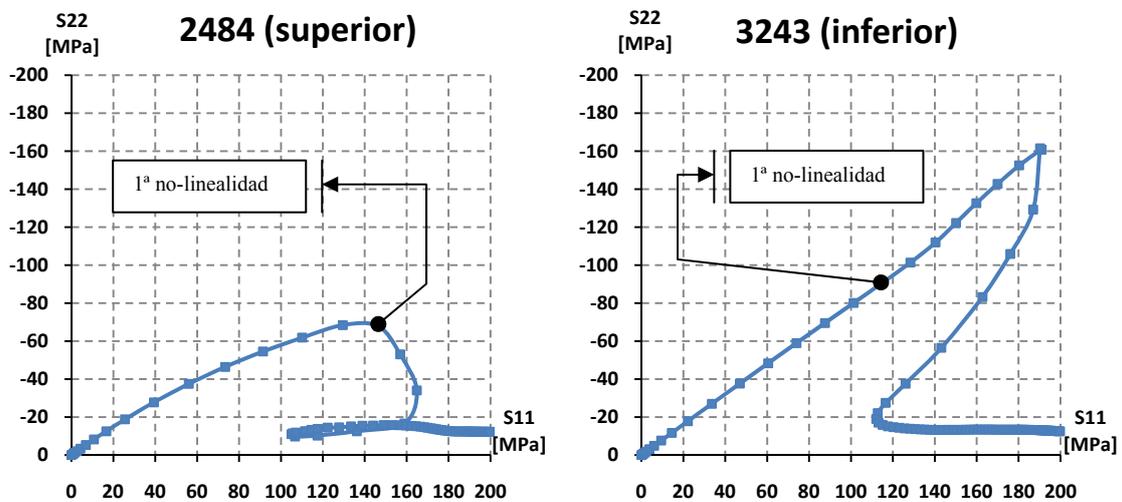


Figura 5.8: Tensiones principales en el centro de la placa superior (izq.) e inferior (dcha.). Viga A1.

Al analizar la tensión actuante en el alma, es posible observar que la tensión de comparación es de 169.4 MPa y que el material se encuentra todavía en la rama elástica, por lo que la no-linealidad es debida a la abolladura, es decir, a una inestabilidad geométrica.

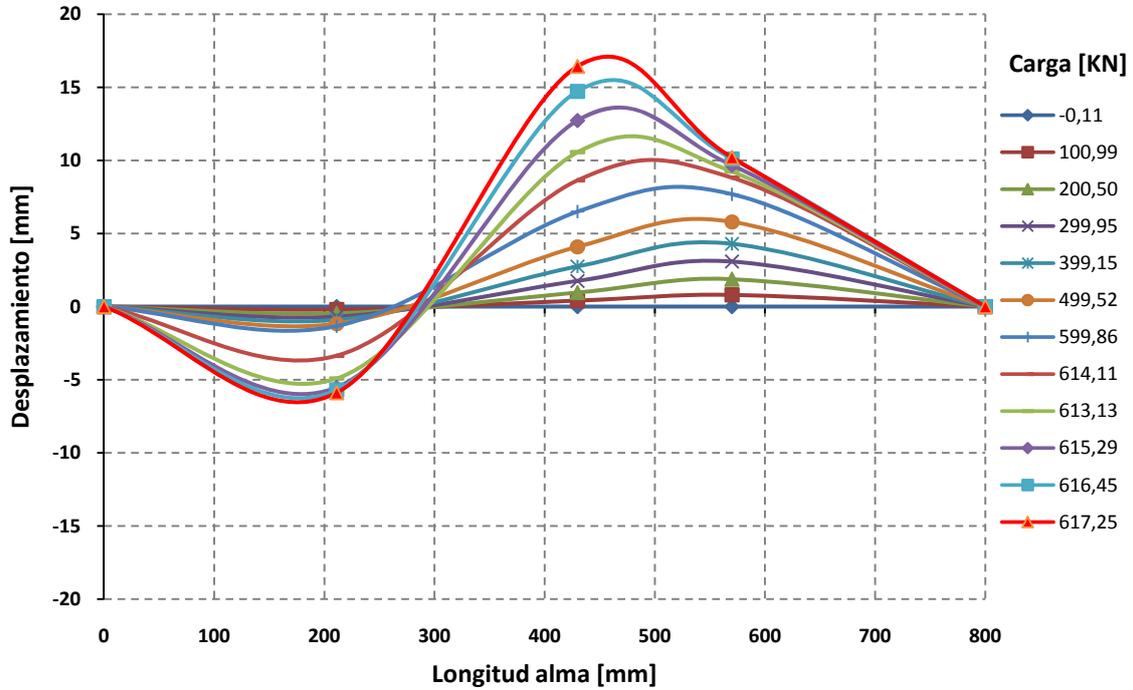


Figura 5.9: Desplazamiento perpendicular al alma según la horizontal del alma superior (A1).

Tabla 5.2: Evolución de la abolladura en A1					
Carga [kN]	Posición [mm]				
	0	211.16	429.82	569.97	800
-0.11	0	0.00	0.00	0.00	0
100.99	0	-0.20	0.41	0.80	0
200.50	0	-0.46	0.96	1.87	0
299.95	0	-0.68	1.76	3.09	0
399.15	0	-0.90	2.75	4.30	0
499.52	0	-1.17	4.10	5.80	0
599.86	0	-1.33	6.50	7.69	0
614.11	0	-3.36	8.64	8.82	0
613.13	0	-4.92	10.57	9.24	0
615.29	0	-5.52	12.73	9.67	0
616.45	0	-5.70	14.73	10.11	0
617.25	0	-5.89	16.43	10.20	0

Los temposónicos muestran que el plano medio se comienza a deformar con una carga menor. Con apenas 400 kN, la parte derecha del alma (la más cercana a canto menor) muestra un desplazamiento de poco más de 4 mm. La Tabla 5.2 refleja los valores registrados durante el ensayo.

Si se comparan las figuras 5.6 y 5.9 se observa como la viga A2 presenta una triple curvatura, mientras que la viga A1 solo registra dos ondulaciones en los puntos de medida del alma superior. Este hecho puede deberse a la disposición del rigidizador horizontal que modifica las condiciones de contorno del alma.

5.3.3 Especímenes B1 y B2

A pesar de que no se han podido extraer resultados experimentales de las vigas B1 y B2, tal como se expuso en apartados precedentes, se ha creído conveniente presentar algunos resultados numéricos con el fin de caracterizar su comportamiento.

Siguiendo el mismo procedimiento que en los especímenes A1 y A2, se pone de relieve que la primera no-linealidad aparece para una carga de 464.1 y 562.3 kN para las vigas B1 y B2, respectivamente. Este es un estado de carga que no se llegó a alcanzar en los ensayos por los motivos argumentados en los correspondientes apartados de 4.7.

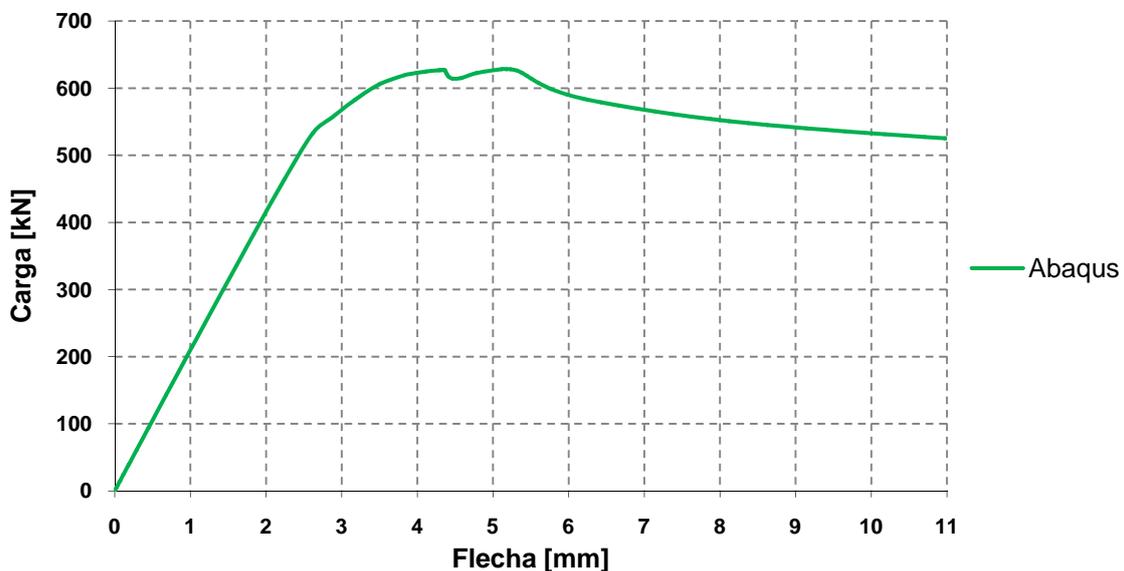


Figura 5.10: Comparación curvas carga-flecha (B1).

En la Figura 5.10 se presenta la curva carga-flecha del espécimen B1, donde puede apreciarse entre los 4 y 5 mm de deformación vertical en el centro-luz de la viga existe un comportamiento anómalo atribuible, posiblemente, a la formación de la abolladura en uno de los dos paneles e inmediatamente se produzca en todo el panel del alma. Por otro lado, la Figura 5.11 expone las curvas tensionales correspondientes al análisis numérico, indicando el instante para el cual se produce la primera no-linealidad. Como se indica, la roseta central superior (2766) abolla antes que la inferior (3759).

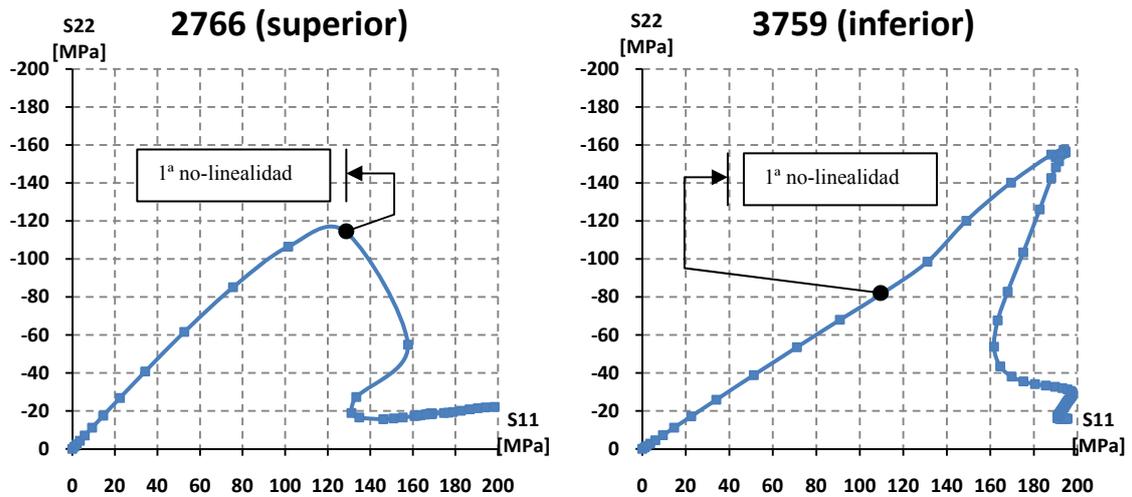


Figura 5.11: Tensiones principales en el centro de la placa superior (izq.) e inferior (dcha.). Viga B1.

En caso de haberse podido realizar el ensayo del espécimen B1 al completo, era previsible que hubiese aparecido primero la no-linealidad geométrica antes de alcanzar la plastificación del material. Se espera que abolle primero el alma superior.

El comportamiento del espécimen B2 es análogo a los descritos con anterioridad. La abolladura se espera que aparezca primero en el alma superior para el estado de cargas descrito, ya que el alma inferior todavía se encuentra en un estado de corte puro.

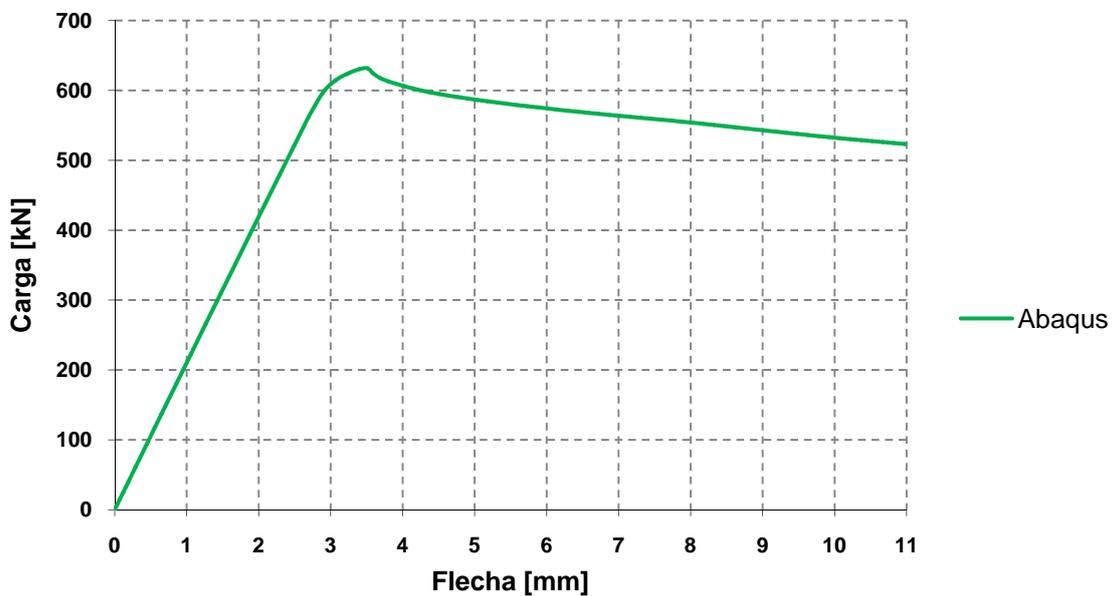


Figura 5.12: Comparación curvas carga-flecha (B2).

En la Figura 5.12 queda representada la deformación del centro-luz de la viga frente a la carga. En ella se observa cómo, una vez alcanzada la máxima carga, la viga no es capaz de resistir más carga y su deformación se incrementa rápidamente. En la misma línea, la Figura 5.13 expone las curvas tensionales correspondientes al análisis numérico, indicando el instante para el cual se produce la primera no-linealidad.

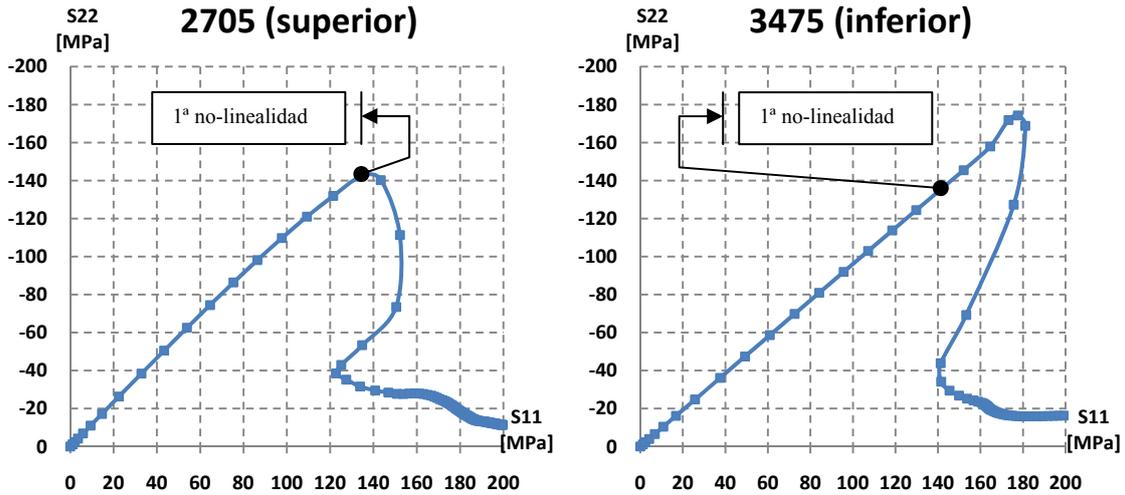


Figura 5.13: Tensiones principales en el centro de la placa superior (izq.) e inferior (dcha.). Viga B2.

5.4 Comportamiento detallado de los especímenes

En este subapartado se muestran los valores adquiridos por las galgas durante los ensayos. Mediante un análisis exhaustivo es posible caracterizar el comportamiento de los especímenes cuando se encuentran sometidos a un estado tensional cercano al colapso, es decir, cuando se forman las rótulas plásticas y se ancla el campo diagonal de tensiones.

Así pues, mediante el análisis de las galgas de la campaña experimental se pretende obtener la carga para la cual se produce la abolladura y el posterior anclaje del campo diagonal. Como se ha comentado, no es posible obtener las tensiones principales a partir de las medidas de las rosetas del alma, por lo que se ha utilizado el modelo numérico, previamente validado, para determinar de qué tipo es la primera no linealidad que se produce en las curvas carga-flecha.

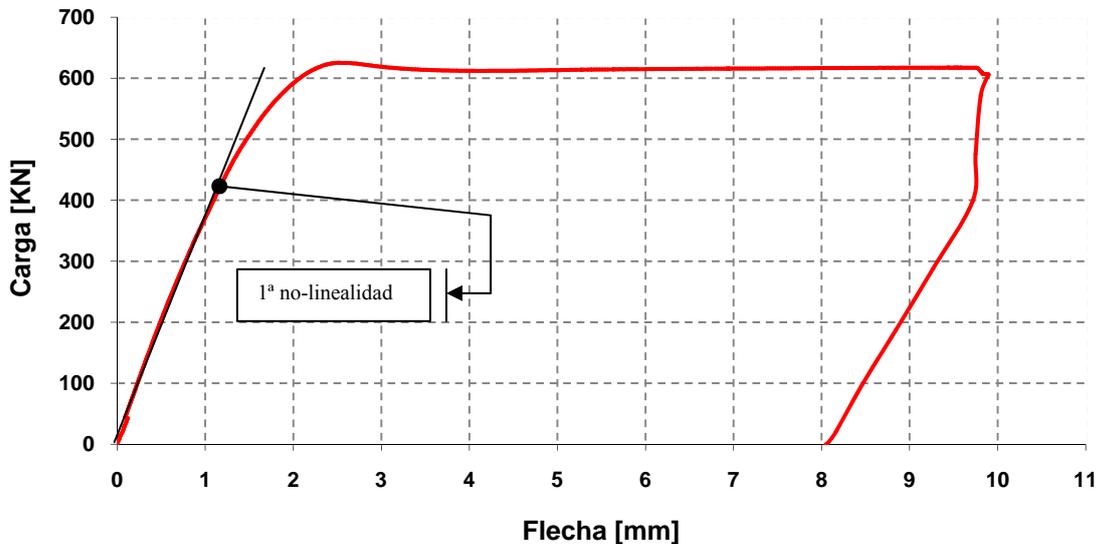


Figura 5.14: Determinación de la no-linealidad experimental (A1).

En todas las vigas se produce la abolladura en régimen lineal, de manera que luego se produce un incremento de capacidad de carga debido a la formación de un campo diagonal de tracciones (*tensión-field*) y a la formación de un mecanismo de marco por formación de rótulas en las alas y los rigidizadores. A continuación se muestran los resultados de las vigas A1 y A2 para su comparación.

Un análisis más amplio de las curvas carga flecha experimentales permite afirmar que la primera no-linealidad aparece bajo una carga de 415.48 kN en la viga A1 y 500.06 kN en la viga A2. Al tratarse de una viga biapoyada, el cortante crítico es la mitad de la carga aplicada, 207.74 y 250.03 kN para los especímenes A1 y A2 respectivamente.

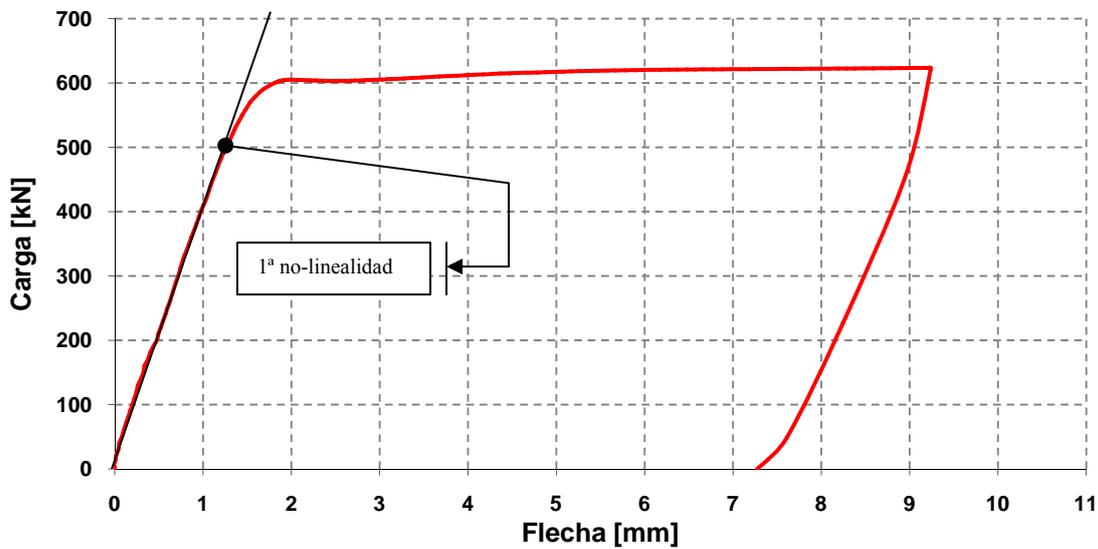


Figura 5.15: Determinación de la no-linealidad experimental (A2).

El modelo numérico permite calcular de manera directa la carga para la que se produce la inestabilidad del alma mediante un análisis de autovalores. Arrojó los siguientes resultados de carga crítica: A1, 457.1 kN y A2, 604.5 kN; de este modo, el cortante crítico numérico es 228.55 kN y 302.25 kN, respectivamente.

Para resituar al lector, se detalla de nuevo la posición de la instrumentación analizada:

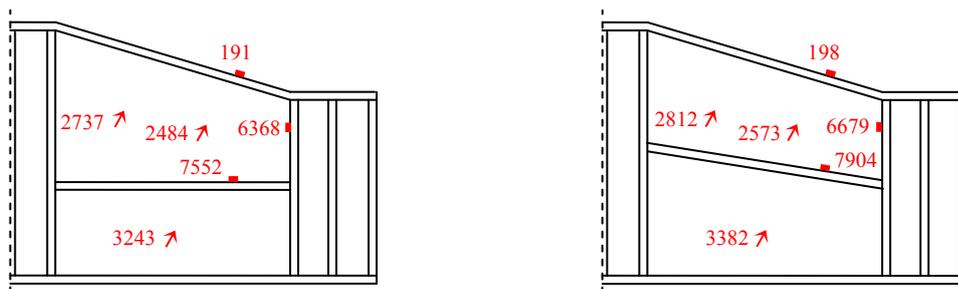
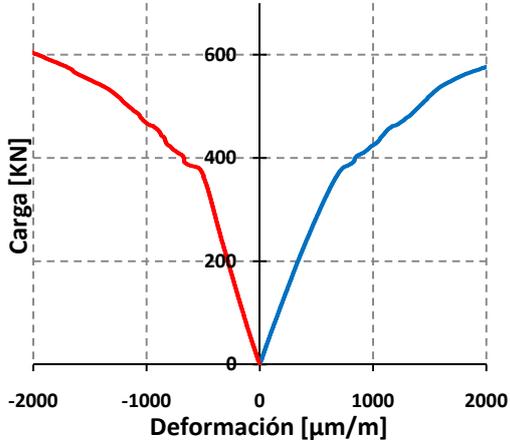
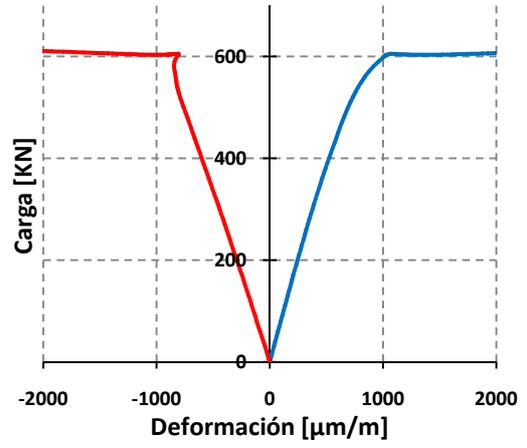


Figura 5.16: Disposición esquemática de las galgas. Izq. Viga A1. Dcha. Viga A2.

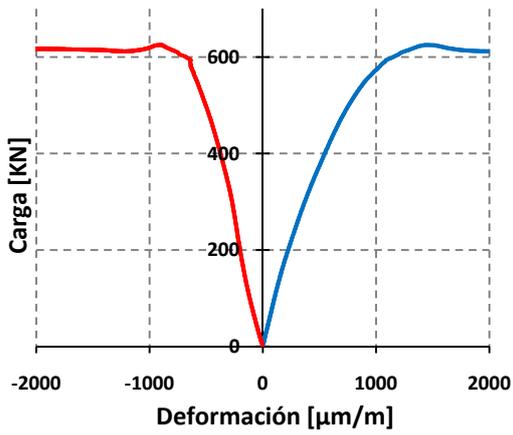
R-2482



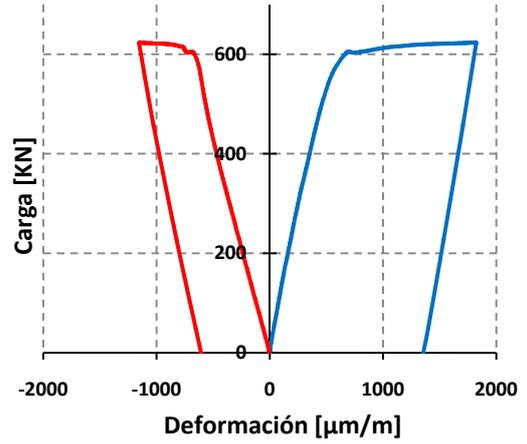
R-2573



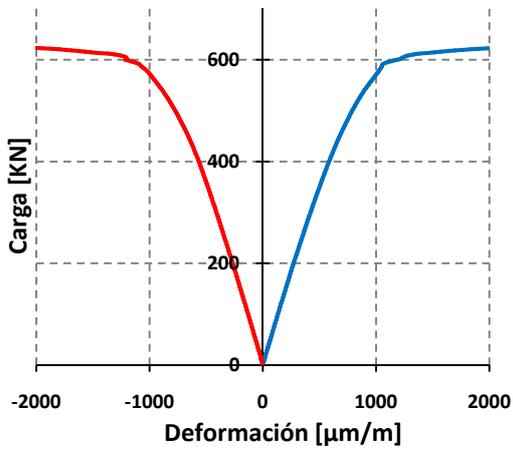
R-2737



R-2812



R-3243



R-3382

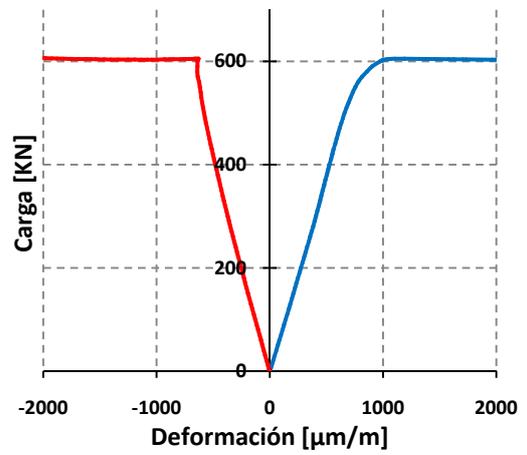


Figura 5.17: Izq. Deformaciones principales de las galgas del alma (A1). Dcha. Deformaciones principales de las galgas del alma (A2).

Como se ha expuesto en el apartado anterior, los dos especímenes siguen absorbiendo carga después de abollar. En la Figura 5.17 se observa como el alma se encuentra bajo un estado de corte puro hasta aproximadamente la carga crítica, a partir de la cual se pierde la homogeneidad en las deformaciones. En rojo se muestra la deformación principal a compresión (ϵ_{22}) y en azul, la deformación principal de tracción (ϵ_{11}).

Salvo la roseta 2482, todas las galgas triaxiales tienen el comportamiento esperado ya que, para la carga crítica descrita con anterioridad, se produce un cambio en la curvatura y, por tanto, la abolladura tal y como se ha justificado. La roseta 2812, por su parte, no sufre apenas deformación, lo que indica que la posición no ha sido la más adecuada para representar el fenómeno.

Por otro lado, un estudio de las galgas uniaxiales dispuestas en el ala superior (verde), el rigidizador vertical (rojo) y en el horizontal (azul) permite caracterizar la formación de las rótulas plásticas y, por consiguiente, el instante para el cual se ancla el campo diagonal de tensiones.

Es de esperar que todas las galgas sufran un acortamiento, es decir, que la rótula plástica “se cierre” sobre la posición de la galga. Tal como se puede observar en las figuras 5.18 y 5.19, existe una evidente diferencia de comportamiento en la galga del rigidizador horizontal, para la A2 la deformación es de compresión; en cambio para la A1 la deformación es de tracción. La curva que describe la galga 6679 (rigidizador vertical A2) apenas sufre deformación, lo que indica que su colocación no ha sido la idónea pues no “ha cazado” la formación de la rótula. Lo mismo ocurre con la 6368, pero en menor medida.

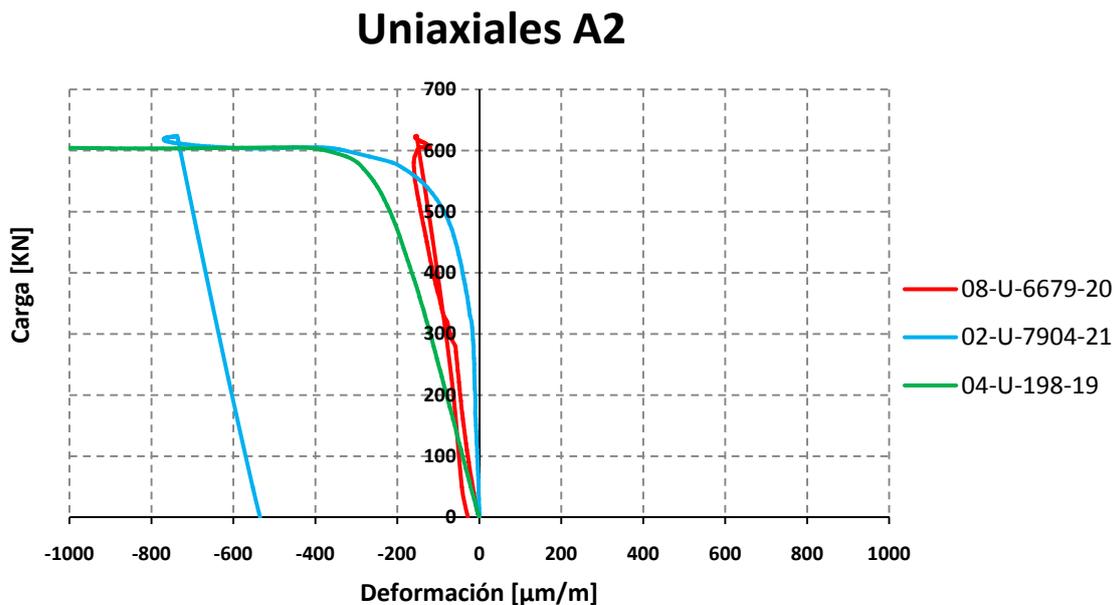


Figura 5.18: Representación de la deformación de las galgas uniaxiales (A2).

Por otro lado, se aprecia en todos los instrumentos que a partir de una carga de 600 KN aproximadamente, las deformaciones crecen sin apenas incrementarse la fuerza del pistón. Comparando de nuevo las curva carga-flecha numérica y experimental, se aprecia que este estado de grandes deformaciones sin incremento de carga se produce para: A1, 626.05 KN (experimental) y 695.47 KN (Abaqus); A2, 605.23 KN (experimental) y 678.55 KN (Abaqus). Por lo tanto, las el cortante último que resisten los especímenes es la mitad.

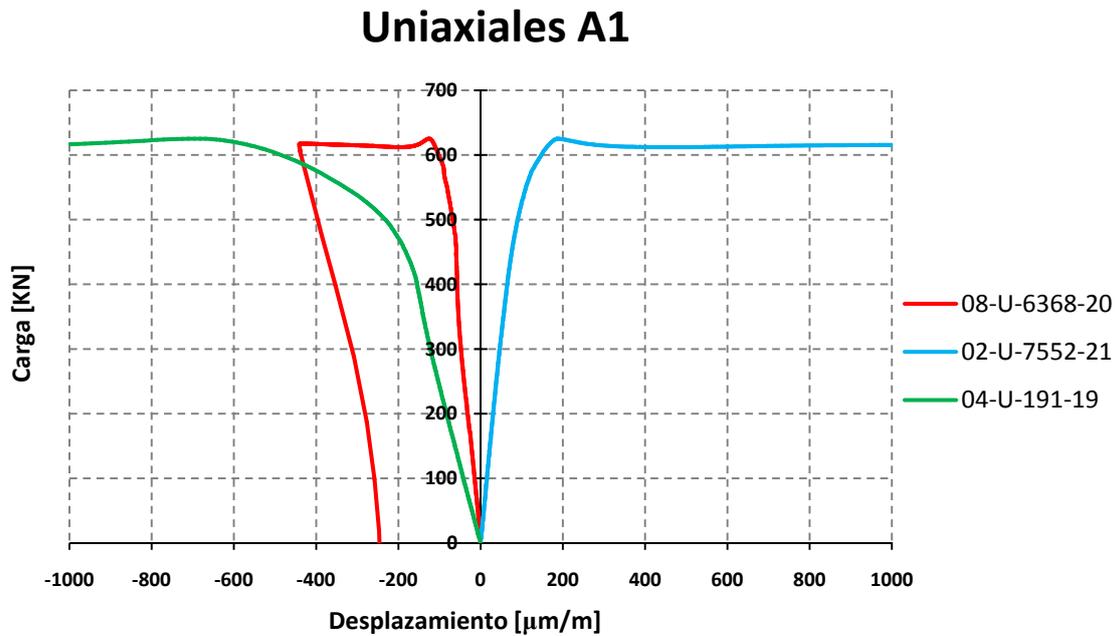


Figura 5.19: Representación de la deformación de las galgas uniaxiales (A1).

5.5 Normativa vigente

Finalmente, se obtienen las resistencias de cálculo de los especímenes según la normativa europea EN 1993-1-5. Este apartado del Eurocódigo se centra en el estudio de placas sometidas a diversos estados de carga, entre los cuales se encuentra la abolladura por cortante.

A continuación describimos la formulación y los pasos a seguir para determinar la resistencia a cortante asumiendo que se cumplen todas las hipótesis descritas en la normativa. Cabe destacar una de ellas, la que indica que este método solo es válido para almas prismáticas con una inclinación entre alas de menos de 10 grados, cosa que no se cumple en los especímenes ensayados (ver 4.3 Geometría de las vigas).

Para el caso a estudio, con ángulos superiores a 10 grados, la normativa propone calcular la viga asumiendo un panel rectangular de canto igual al canto mayor del panel o subpanel inclinado.

El cortante resistente se descompone en la suma de la contribución por separado del alma y de las alas:

$$V_{b,rd} = V_{bw,rd} + V_{bf,rd} \leq \frac{\eta h_w t_w f_{yw}}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} \quad [5.7]$$

con,

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w h_w t_w f_{yw}}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} \quad [5.8]$$

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_{M1}} \cdot \left[1 - \left(\frac{M_{ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right] \quad [5.9]$$

Siendo el primer término la contribución por el alma y el segundo la resistencia aportada por las alas. Los parámetros que intervienen son:

- η , que toma el valor de 1.2 para aceros que van desde el S-235 hasta el S-460, y 1, para el resto;
- f_{yw} y f_{yf} son el límite elástico del alma y las alas, respectivamente (en nuestro estudio iguales y de valor 305MPa);
- b_w , t_w , h_w , b_f y t_f son las dimensiones de la viga descritas con anterioridad;
- c es la distancia de anclaje del campo diagonal de tracciones (véase Figura 5.22);
- M_{ed} y $M_{f,Rd}$ son los momentos de cálculo y la resistencia a flexión de la sección transversal considerando exclusivamente la sección reducida de las alas;
- $\gamma_{M1} = 1.00$.

5.5.1 Contribución del alma ($V_{bw,rd}$)

Para determinar la resistencia aportada por el alma debemos obtener el valor del coeficiente χ_w que denota la contribución del alma a la resistencia frente a abolladura por cortante. Para ello, es necesario calcular la máxima esbeltez, ya sea la del panel o la de los subpaneles, lo que nos conducirá a un determinado coeficiente de abolladura (k_τ) que multiplica a la tensión crítica de Euler (σ_E) para obtener la tensión crítica de abolladura del panel.

Mediante la expresión que veremos más adelante obtendremos la máxima esbeltez (λ_w), ya sea la del panel o la de los subpaneles, lo que nos conducirá a un determinado χ_w (mínimo en este caso, ver Figura 5.21) y, por consiguiente, al valor de $V_{bw,Rd}$.

La norma clasifica el tipo de panel a estudio en función del tipo de extremo, es decir, de las condiciones de contorno a las que se encuentra sometido (libre, rígido o no rígido). Como hemos podido comprobar a lo largo del presente estudio, todas las vigas tienen bien definido el panel a estudio. Nos hallamos en la situación que el alma está

delimitada perfectamente por secciones altamente rigidizadas transversalmente (ambos extremos si consideramos la mitad de la viga), es el caso b) de la siguiente figura:

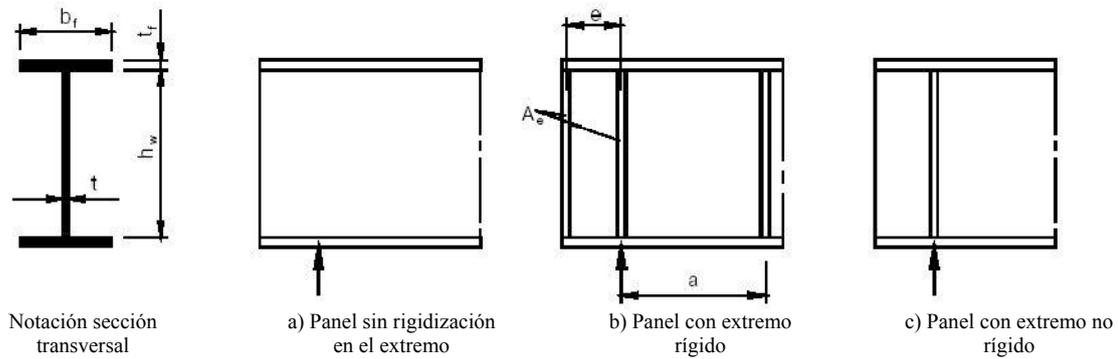


Figura 5.20: Criterio de clasificación del extremo del panel (Fuente: EN 1993-1-5).

La influencia del rigidizador longitudinal queda patente en el cálculo de las esbelteces de los subpaneles que, como rige la normativa, puede ser limitante. Dicho valor de esbeltez se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\bar{\lambda}_w = \sqrt{\frac{f_{yw}}{\sqrt{3}\tau_{cr}}} \quad [5.10]$$

siendo, τ_{cr} la tensión crítica de abolladura que depende solo de la geometría del panel (o subpanel) y de los rigidizadores (para el alma completa). Esta tensión es el producto del coeficiente de abolladura por cortante (k_t) y la tensión crítica de Euler:

$$\tau_{cr} = k_t \sigma_e \quad [5.11]$$

donde, recordemos la tensión crítica de Euler es

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t_w}{h_w}\right)^2 \quad [5.12]$$

El coeficiente de abolladura por cortante se define, para placas con rigidización transversal y longitudinal, como:

$$k_t = 5.34 + 4.00 \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + k_{\tau st} \quad \text{cuando } \frac{a}{h_w} \geq 1 \quad [5.13]$$

$$k_t = 4.00 + 5.34 \cdot \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + k_{\tau st} \quad \text{cuando } \frac{a}{h_w} < 1 \quad [5.14]$$

definiendo el último término de ambas expresiones como una relación del *aspect ratio* y del momento de inercia del rigidizador, entendiéndose como la aportación del rigidizador longitudinal al propio coeficiente,

$$k_{\tau st} = 9 \left(\frac{h_w}{a} \right)^2 \sqrt[4]{\left(\frac{I_{sl}}{t_w^3 h_w} \right)^3} > \frac{2.1}{t} \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{h_w}} \quad [5.15]$$

con I_{sl} como el momento de inercia del rigidizador y parte del alma respecto del eje z-z, definidas tal y como indica la Figura 5.21.b. Este valor se ve reducido a un tercio, modificando la constante 9 por 2.1. En caso de no tener rigidización, este valor se anula automáticamente.

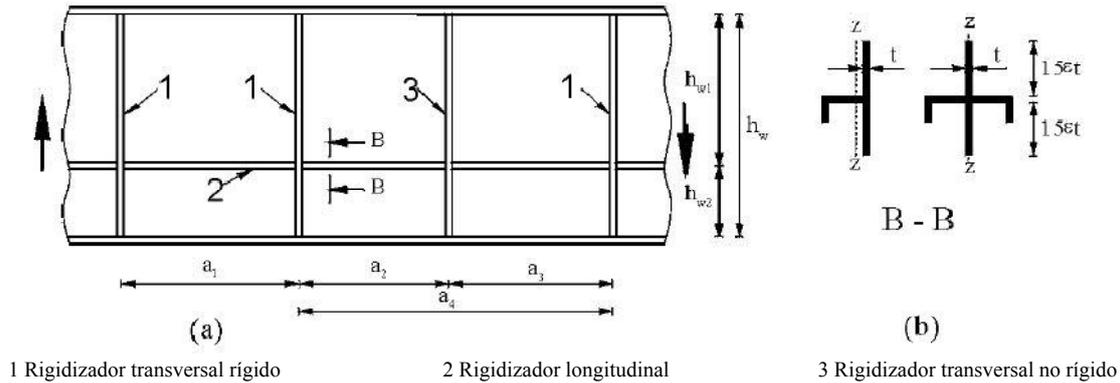


Figura 5.21: Definición de la sección a estudio del rigidizador (Fuente: EN 1993 1-5).

Además, se especifican algunas formulaciones concretas para determinar la esbeltez en función del tipo y cantidad de rigidizadores que se hayan empleado. En nuestro caso, cuando hay uno o dos rigidizadores longitudinales y la relación $\alpha = a/h_w$ es menor que 3, el coeficiente de abolladura por cortante se expresa como:

$$k_{\tau} = 4.1 + \frac{6.3 + 0.18 \frac{I_{sl}}{t_w^3 h_w}}{\alpha^2} + 2.2 \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{t_w^3 h_w}} \quad [5.16]$$

siendo en este caso el momento de inercia sin reducirlo a un tercio, ya que se ha tenido en cuenta en las constantes que conforman la expresión.

Para paneles de alma con rigidizadores longitudinales, su esbeltez λ_w no deberá ser menor que la esbeltez del subpanel con mayor esbeltez $\lambda_{w,i}$ de todos los subpaneles en los que se ha subdividido el panel en estudio (véase Figura 5.21.a):

$$\bar{\lambda}_{w,i} = \frac{h_{w,i}}{37.4 t_w \varepsilon \sqrt{k_{\tau,i}}} \quad [5.17]$$

Tratando ahora los subpaneles como paneles sin rigidización longitudinal y completamente rígidos lateralmente, el coeficiente de abolladura se expresa como:

Tabla 5.4: Valores característicos de $V_{bw,rd}$			
Espécimen	$\lambda_{w,MAX}$	χ_w	$V_{bw,rd}$ [KN]
A1	1.906	0.526	222.208
A2	1.591	0.598	252.769
B1	2.215	0.470	198.618
B2	1.824	0.543	229.397

5.5.2 Contribución de las alas ($V_{bf,rd}$)

Adicionalmente, debemos considerar la aportación de la resistencia de las alas, ya que existe un mecanismo de rótulas plásticas (E, H, K y G) causado por el campo de tensiones situado entre ambas (véase Figura 5.23).

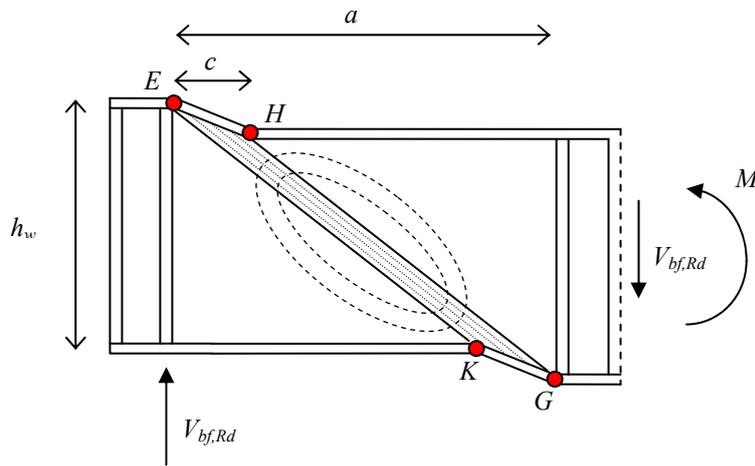


Figura 5.23: Formación de rótulas plásticas por el campo girado de tensiones.

Tomando como hipótesis que este mecanismo no interfiere en la formación del campo girado de tensiones descrito por Höglung, el propio autor aproximó la distancia c entre rótulas plástica como:

$$c = a \left(0.25 + 1.6 \frac{M_{pl,f}}{M_{pl,w}} \right) \quad [5.20]$$

siendo $M_{pl,f}$ y $M_{pl,w}$ los momentos plásticos de las alas y de alma, respectivamente. Tomando dichos momentos las siguientes expresiones,

$$M_{pl,f} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{4} \quad [5.21]$$

$$M_{pl,w} = \frac{h_w t_w^2 f_{yw}}{4} \quad [5.22]$$

de lo que resulta,

$$c = a \left(0.25 + 1.6 \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{h_w t_w^2 f_{yw}} \right) \quad [5.23]$$

Las variables que intervienen son:

- a , la longitud del panel a estudio.
- b_f y t_w , las dimensiones de las alas.
- h_w y t_w , las dimensiones del alma.
- f_{yf} y f_{yw} , el límite elástico de ala y alma, respectivamente.

La contribución de las alas solo se tendrá en cuenta cuando el momento de cálculo (M_{ed}) sea menor que el momento resistente de las alas ($M_{f,rd}$, sin tener en cuenta el alma). Como ambas alas tienen las mismas dimensiones,

$$M_{f,rd} = (h_w + t_f) b_w t_f \frac{f_{yf}}{\gamma_{M0}} \quad [5.24]$$

Bajo el supuesto que el flector M_{ed} está resistido sólo por las alas, la influencia del momento causa fuerzas normales en las alas. Esto se tiene en cuenta por el factor de reducción que afecta a la contribución de las alas, de manera que:

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_{M1}} \left[1 - \left(\frac{M_{ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right] \quad [5.25]$$

El momento de cálculo no lo conocemos a priori y, además, varía en función del valor del cortante resistente. Para su determinación es necesario realizar un cálculo iterativo, donde el flector se define como el cortante resistente por el brazo mecánico de las rótulas:

$$M_{ed} = V_{b,rd} c \quad [5.26]$$

Los pasos a seguir son los siguientes:

- 1) Supondremos un valor lógico de $V_{b,rd}$.
- 2) Calcularemos M_{ed} con la expresión anterior.
- 3) Determinamos la contribución de las alas ($V_{bf,rd}$).
- 4) Sumamos la resistencia del alma y de las alas.
- 5) Realizamos la semisuma del valor anterior con el inicial.

Repetiremos los pasos 2) a 5) hasta obtener una diferencia pequeña entre el cortante n y el $n+1$.

Así pues, podemos agrupar los resultados en la siguiente tabla:

Tabla 5.5: Valores característicos de $V_{bf,rd}$				
Espécimen	c [mm]	M_{ed} [KNm]	$M_{f,rd}$ [KNm]	$V_{bf,rd}$ [KN]
A1	227.000	62.686	671.153	53.941
A2	227.000	69.598	671.153	53.831
B1	340.500	79.807	671.153	35.764
B2	340.500	90.239	671.153	35.621

Tal y como se muestra, la contribución de las alas representa entre el 13 y el 20 % de la resistencia última a abolladura a cortante para los casos a estudio.

5.6 Resumen de resultados

Con el fin de hacer más entendible para el lector todos los valores expuestos anteriormente, se han englobado en la tabla que a continuación se muestra:

Tabla 5.6: Resumen de los valores característicos						
Espécimen	V_{cr} [KN]			V_u [KN]		
	Modelo	Experimental	EN 1993 1-5	Modelo	Experimental	EN 1993 1-5
A1	228.6	234.8	116.4	347.6	312.5	276.1
A2	302.3	274.8	167.0	339.3	302.6	306.6
B1	193.0	-	86.1	313.7	-	234.4
B2	287.5	-	127.0	315.8	-	265.0

Los resultados de cortante crítico revelan que la normativa queda del lado de la seguridad (indicando la abolladura para un estado de cargas inferior), mientras que la campaña experimental muestra diferencias por defecto y por exceso (-2.6 % en la viga A1 y 10 % en la viga A2). Cabe resaltar que, según normativa, el único espécimen que presenta abolladura global es el B2, el resto lo hace en el panel superior.

Es posible comprobar como los resultados numéricos difieren entre un 11 y un 12 % de los experimentales en cuanto a carga última. En cambio, los resultados analíticos de V_u con los experimentales muestran una diferencia del mismo orden para el espécimen A1 (-11.6 %), mientras que para A2 es de tan solo 1.3 %. Esta divergencia es atribuible a las restricciones del modelo teórico en cuanto que está limitado su uso a paneles prismáticos con una inclinación de ala inferior a 10 °.

Capítulo 6

CONCLUSIONES

6 CONCLUSIONES

Este Capítulo pretende recoger las conclusiones generales de la presente Tesina y dar cabida a valoraciones sobre los resultados de la campaña experimental que se llevó a cabo entre los meses de Septiembre y Noviembre de 2011 en el Laboratori de Tecnologia d'Estructures Lluís Agulló.

La campaña experimental asociada pretendía reproducir el fenómeno de abolladura por cortante en almas sujetas a un estado de corte puro con rigidización longitudinal. Es bajo esta situación que se han determinado cargas críticas (inicio de la inestabilidad) y cargas últimas (anclaje del campo diagonal y formación de rótulas plásticas). En esta línea, se quiso comprobar cuán alejados se encuentran los resultados obtenidos de los valores determinados según las expresiones analíticas de la normativa vigente.

La aportación, aunque pequeña, al avance del conocimiento del comportamiento crítico y último de placas esbeltas sometidas un estado de corte puro ha quedado plasmada en los capítulos precedentes.

6.1 Campaña experimental

A lo largo de la Tesina se ha mostrado todo el proceso de preparación de las vigas hasta su ensayo, describiendo la instrumentación empleada y algunas recomendaciones para su correcta instalación (proceso de lijado y protección frente a la corrosión).

La campaña experimental ha permitido, entre otros, validar el modelo numérico que, aunque no era objeto del presente trabajo, sí era necesario para la determinación de valores característicos como ha quedado patente en el Capítulo 5. Para el caso de los

especímenes A, ha sido posible cotejar los resultados y ver que el modelo se ajusta adecuadamente a los resultados. En cambio, las vigas B no han podido ser ensayadas debido a la existencia de imperfecciones geométricas que, en cualquier caso, deberían haber sido detectadas ya fuese con un estudio de imperfecciones o mediante algún documento de tolerancias aportado por el fabricante. Este hecho afectó también a los especímenes A, pero en menor medida y pudo corregirse modificando las condiciones de apoyo en los ensayos y llevarse a cabo los ensayos con resultados satisfactorios.

Un estudio exhaustivo de las curvas carga-flecha (numérica y experimental) ha permitido determinar la aparición de la primera no-linealidad (ya fuese geométrica o materia). Ha sido justamente con el modelo numérico, previamente validado, con el que se ha realizado el cotejo de los resultados experimentales con el fin de detectar la aparición de la abolladura. Se trata, pues, de un proceso combinado ya que no es posible determinar el estado de tensiones experimentales cuando se alcanza la no-linealidad material (NLM).

Ha quedado patente que en los dos especímenes que han alcanzado la abolladura, lo han hecho en la rama lineal del material mostrando, igual que han probado autores, que existe una reserva de resistencia. En este estudio se ha comprobado como para el alma con rigidizador horizontal (A1), aunque presenta un cortante crítico de abolladura inferior que la viga con el rigidizador inclinado, tiene un cortante último superior. Esto se debe a la esbeltez del subpanel superior (en el que se produce primero la abolladura), que es mayor en A1 que en A2. Al formarse la abolladura en el panel inferior, como tiene una esbeltez menor A1 que A2, le proporciona mayor resistencia al conjunto de la viga y, por tanto, una mayor carga de agotamiento (V_u). Esto sucede tanto en los valores experimentales como en los numéricos.

Si se comparan el cortante crítico (mitad de la carga para la que se produce la abolladura) entre el modelo numérico y la campaña experimental (sólo vigas A) no es posible concluir si el modelo sobrestima o subestima dicha carga porque, como puede verse en la Tabla 5.6, el espécimen A1 queda ligeramente por debajo y, en cambio, el A2 lo hace por exceso. Este hecho puede deberse al proceso de asentamiento de A2 que, alrededor de los 200 KN, sufre un ligero desplazamiento sin apenas incremento de carga. Por otro lado, la normativa EN 1993 Parte 1-5 confiere un valor claramente inferior a su análogo numérico y experimental. Este hecho puede deberse a las condiciones de contorno (placa simplemente apoyada) con las que se dedujo la formulación expuesta en ella. Cabe destacar, también, que la normativa otorga la menor carga crítica al panel superior en todas las vigas excepto en la B2 y como pudo comprobar in-situ en la campaña experimental, esto sucedía en los especímenes A.

Como se pudo observar en el apartado 5.3, la curva carga-flecha numérica presenta un máximo ligeramente superior al observado experimentalmente. De este modo, como refleja la Tabla 5.6, la carga última numérica es ligeramente superior tanto a los resultados experimentales como analíticos. Esta diferencia puede ser atribuible a una sobre rigidez del modelo o bien, a tensiones residuales en el material que provocarían una reducción de la resistencia última para las vigas ensayadas. En

cualquier caso, debería ser estudiado en profundidad el modelo numérico. La normativa, por su parte, confiere resultados bastante ajustados a los resultados experimentales, dejando del lado de la seguridad en la viga A1 y levemente de la inseguridad en A2. Esto se debe a la geometría escogida a la hora de obtener los resultados analíticos, pues la normativa específica que para almas prismáticas deberá utilizarse la altura del panel o subpanel mayor para el cálculo del cortante último.

Por su parte, la disposición del rigidizador longitudinal modifica las condiciones de contorno del conjunto del alma. A partir de las cargas máximas obtenidas en los ensayos experimentales se puede concluir que la posición de la rigidización longitudinal no ofrece diferencias sustanciales en la resistencia a cortante.

Bibliografía

1 REFERENCIAS

Basler, K. (1961). *Strength of plate girders under combined bending and shear*, Journal of the Strutural Division ASCE, Vol. 87, No ST 7.

Bedynek, A, Real, E y Mirambell, E (2010). *Numerical and experimental research in tapered steel plate girders subject to shear*, SDSS Rio 2010 – International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures.

Bedynek, A., Real, E. y Mirambell, E. (2011). *Experimental and numerical investigation on shear an shear-bending interaction.*, EUROSTEEL 2011, Budapest, Hungary.

Bleich, F. (1952). *Buckling Strength of Metal Structures*, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, U.S.A.

Chern, C. y Ostapenko, A. (1969). *Ultimate strength of plate girder under shear*, Fritz Engineering Laboratory. Report No. 328.7 (9th Edn.) Lehigh University.

Cook, I. T. y Rockey, K. C. (1963). *Shear Buckling of Rectangular Plates with Mixed Boundary Conditions*, Aeronaut. Q., Vol. 14, No. 4.

Crate, H. y Lo, H. (1948). NACA Tech Note, No. 1589.

Davies, G. y Mandal, S. N. (1979). *The collapse behavior of tapered plate girders loaded within the tip*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2.

Falby, W. E. y Lee, G.C. (1976). *Tension Field Design of Tapered Webs*, Engineering Journal, AISC.

Fraille, J. (1987). *Instrumentación aplicada a la ingeniería. Transductores y medidas mecánicas*, Cátedra de electrotecnia, Universidad Politécnica de Madrid.

Galambos, T. V. (1998). *Guide to stability design criteria for metal structures*, New York [etc.] John Wiley & Sons.

Hibbitt, D., Karlsson, B. y Sorenson, P. (2003). *ABAQUS users manual*, version 6.3. Rhode Island, USA.

Höglund, T. (1971). *Behaviour and strength of the web of thin plate I-girders*, Bulletin No.93 of the Division of Building Statics and Structural Engineering, The Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden.

Höglund, T. (1997). *Shear buckling resistance of steel and aluminum plate girders*, Thin-Walled Structures, Vol. 29, Nos. 1-4.

Horne, M. R. (1951). *The plastic theory of bending of mild steel beams with particular reference to the effect of shear forces*, Proceedings of the Royal Society A, Vol. 207.

Iguchi, S. (1938). *Die Knickung der rechteckigen Platte durch Schubkräfte*, Ingenieur-Archiv, Vol 9.

Klöppel, K. y Scheer, J. (1960). *Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten*, Wilhelm Ernst & Sohn.

Leggett, D.M.A. (1941). *The buckling of a square panel under shear when one pair of opposite edges is clamped*, R. & M. No. 1991.

Mirambell, E. y Zárate, V. (2000). *Web buckling of tapered plate girders*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Structures and Buildings. 140 (Nº 1).

Zienkiewicz, O.C. (1980). *Non-linear Problems of Soil Statics and Dynamics*, from , *Non-linear Finite Element Analysis in Structural Mechanics*, ed. W. Wunderlich, E. Stein and K.J. Bathe, Springer Verlag 259-273.

Pallás, R. (1989). *Transductores y acondicionadores de señal*, Editorial Macombo.

Porter, D. M., Rockey, K. C. y Evans, H. R. (1975). *The collapse behavior of plate girders loaded in shear*, The Structural Engineer, 53 (8).

Seydel, E. (1933). *On the buckling of rectangular isotropic or orthogonal-isotropic plates by tangential stresses*, Ing. Arch, 4, 169.

Southwell, R.V y Skan, S.W. (1924). *On the stability under shearing forces of a flat elastic strip*, Proceedings. Royal Society. A. 105.

Stein, M. y Neff, J. (1947). *Buckling stresses of simply supported rectangular flat plates in shear*, Technical Note No. 1222, NACA, Langley Field, VA.

Takeda, H. y Mikami, I. (1987). *Ultimate strength of plate girder with varying depth loaded in shear*, Journal of Structural Engineering, Vol 33A.

Timoshenko, S. (1921). *Über die Stabilität versteifter Platten*. Der Eisenbau, 12.

2 BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

Alinia, M. M. y Moosavi, S. H. (2009). *Stability of longitudinally stiffened web plates under interactive shear and bending forces*, Thin-Walled Structures 47, 53–60.

Alinia, M.M. y Gheitasi, A. (2010). *Slenderness classification of unstiffened metal plates under shear loading*, Thin-Walled Structures 48, 508–518.

Alinia, M.M., Gheitasi, A. y Shakiba, M. (2011). *Postbuckling and ultimate state of stresses in steel plate girders*, Thin-Walled Structures 49, 455–464.

EAE (2012), *Instrucción de Acero Estructural*, Ministerio de Fomento, Real Decreto 751/2011 de 27 de mayo.

EN 1993 Parte 1-5 (2006), *Eurocode 3, Design of steel structures, Part 1-5, Plated structural elements*.

Galéa, Y. y Martin, P. O. (2010). *Longitudinally stiffened plates in Eurocode 3: Calculation of the global critical buckling stress*, Journal of Constructional Steel Research 66, 1345-1353.

Estrada, I, Real, E y Mirambell, E. (2008). *Shear resistance in stainless steel plate girders with transverse and longitudinal stiffening*, Journal of Constructional Steel Research 64, 1239–1254.

Johansson, B., Maquoi, R. y Sedlacek, G. Müller, C. y Beg, C. (2007). *Commentary and worked examples to EN 1993 Part 1-5, Plated Structural Elements*, JRC Scientific and Technical Reports, EUR 22898 EN – 2007.

Min, H. y Shanmugan, N. E. (2007). *Ultimate load behavior of tapered steel plate girders*, Steel and Composite Structures, Vol. 7, No 6.

Oñate, E. (1995). *Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos*, CIMNE.

Real, E (2001). *Aportaciones al estudio del comportamiento a flexión de estructuras de acero inoxidable*, Tesis Doctoral, ETSECCPB, Universitat Politècnica de Catalunya.

Segura, L. (2010). *Análisis teórico y experimental de vigas armadas de acero de canto variable*, Tesina de Especialidad, ETSECCPB, Universitat Politècnica de Catalunya.

1 GEOMETRÍA DE LAS VIGAS

En el presente apartado se detallan las características geométricas de cada una de los especímenes ensayados. Cabe destacar la disposición de los rigidizadores longitudinales, colocados dos a dos para poder comparar entre los especímenes A y B. Recuerden que la nomenclatura seguida a lo largo de este estudio ha sido:

- A_LS1_600_800_800_3_15_180: “A1”
- A_LS2_600_800_800_3_15_180: “A2”
- B_LS1_500_800_1200_3_15_180: “B1”
- B_LS2_500_800_1200_3_15_180: “B2”

En el siguiente croquis se especifican las dimensiones:

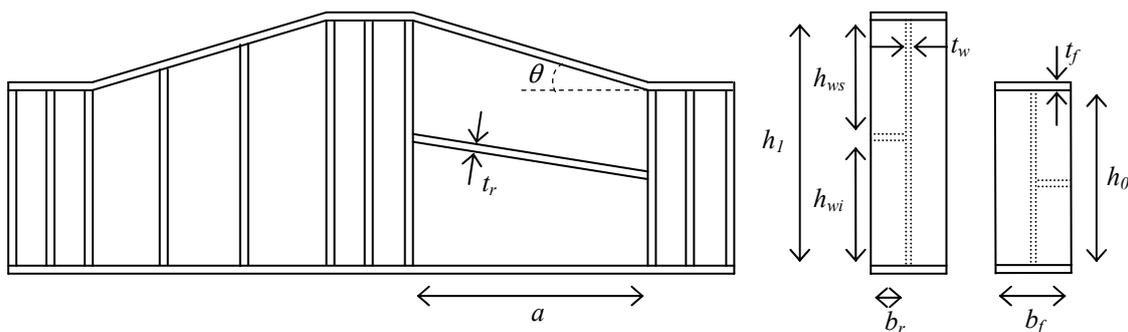
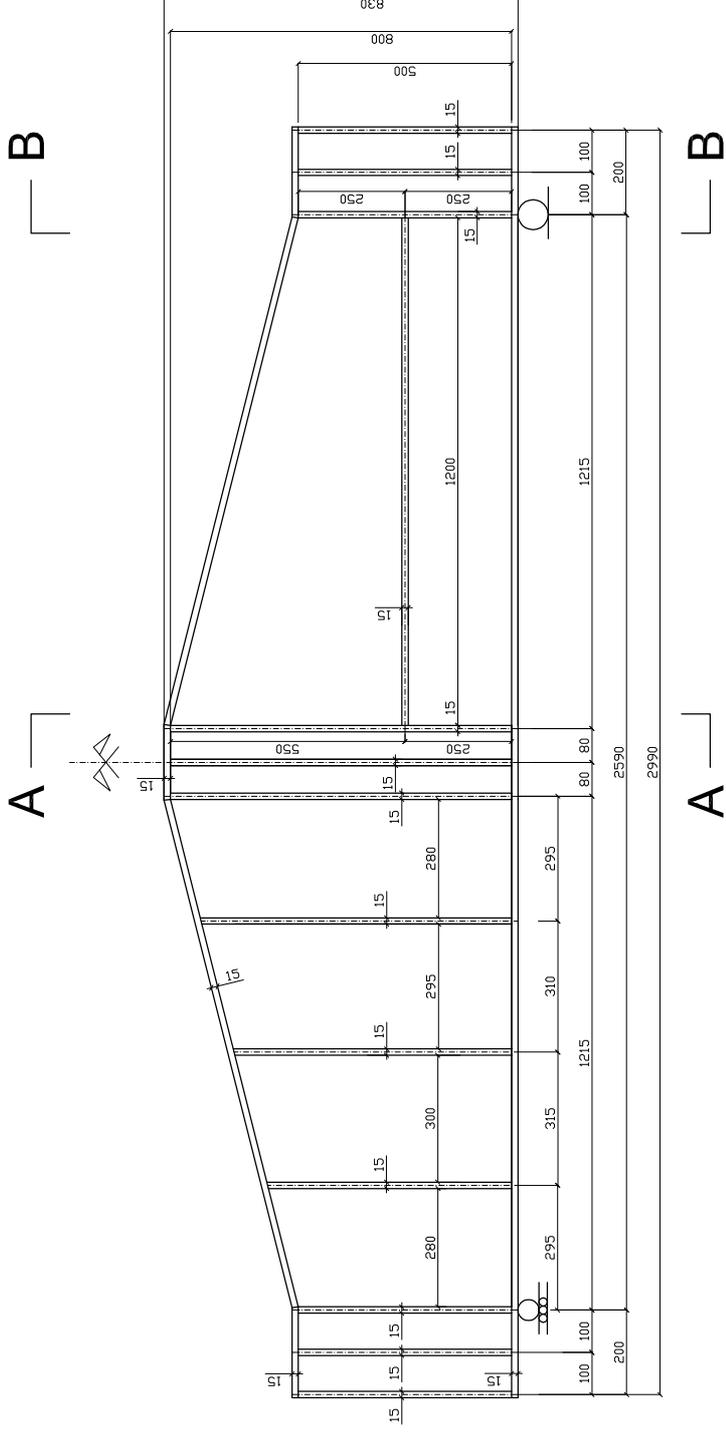


Figura1: Esquema de las dimensiones características de las vigas.

Tabla 1: Dimensiones de las vigas ensayadas														
Espécimen	h_0 [mm]	h_1 [mm]	a [mm]	t_w [mm]	t_r [mm]	b_f [mm]	h_{ws} [mm]	h_{wi} [mm]	t_r [mm]	b_r [mm]	α	$\text{tg}\theta$	λ_r	η
A1	600	800	800	3	15	180	500	300	15	88.5	1	0.25	12	0.225
A2	600	800	800	3	15	180	400	400	15	88.5	1	0.25	12	0.225
B1	500	800	1200	3	15	180	550	250	15	88.5	1.5	0.25	12	0.225
B2	500	800	1200	3	15	180	400	400	15	88.5	1.5	0.25	12	0.225

SPECIMEN "B_LS1_500_800_1200_3_15_180"

steel S235



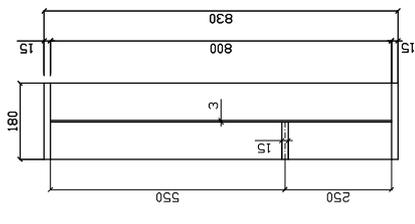
A-A

B

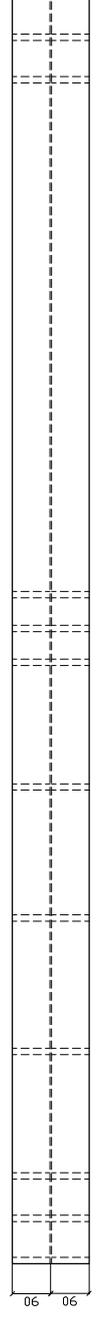
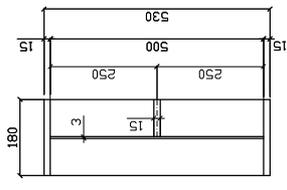
A

B

A



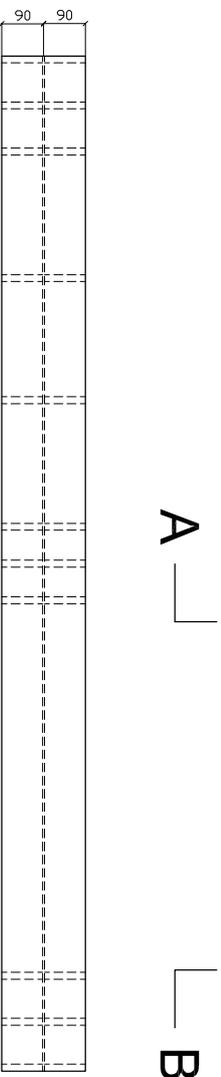
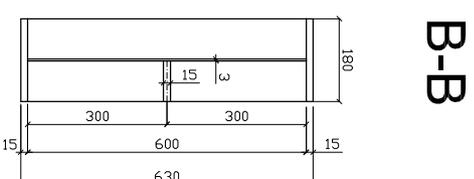
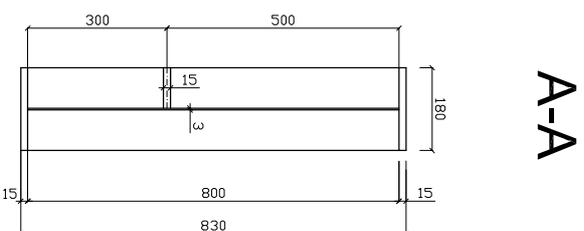
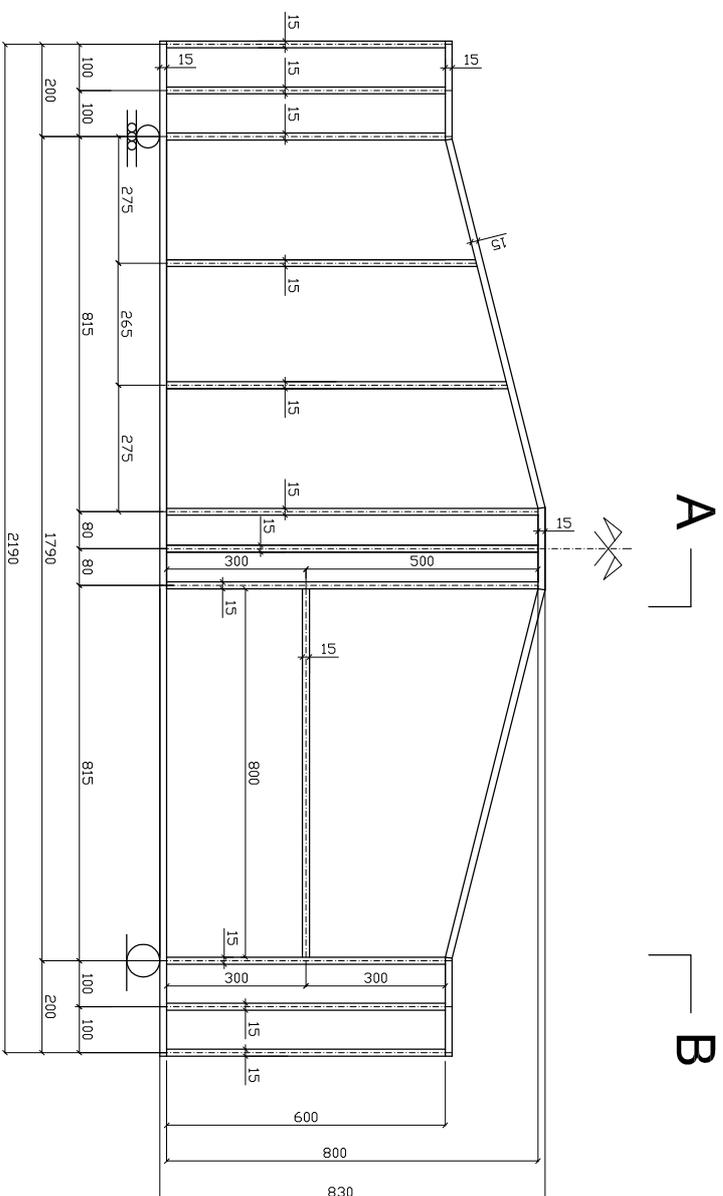
B-B



90

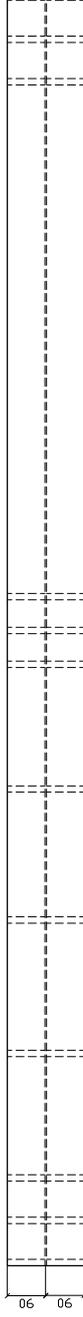
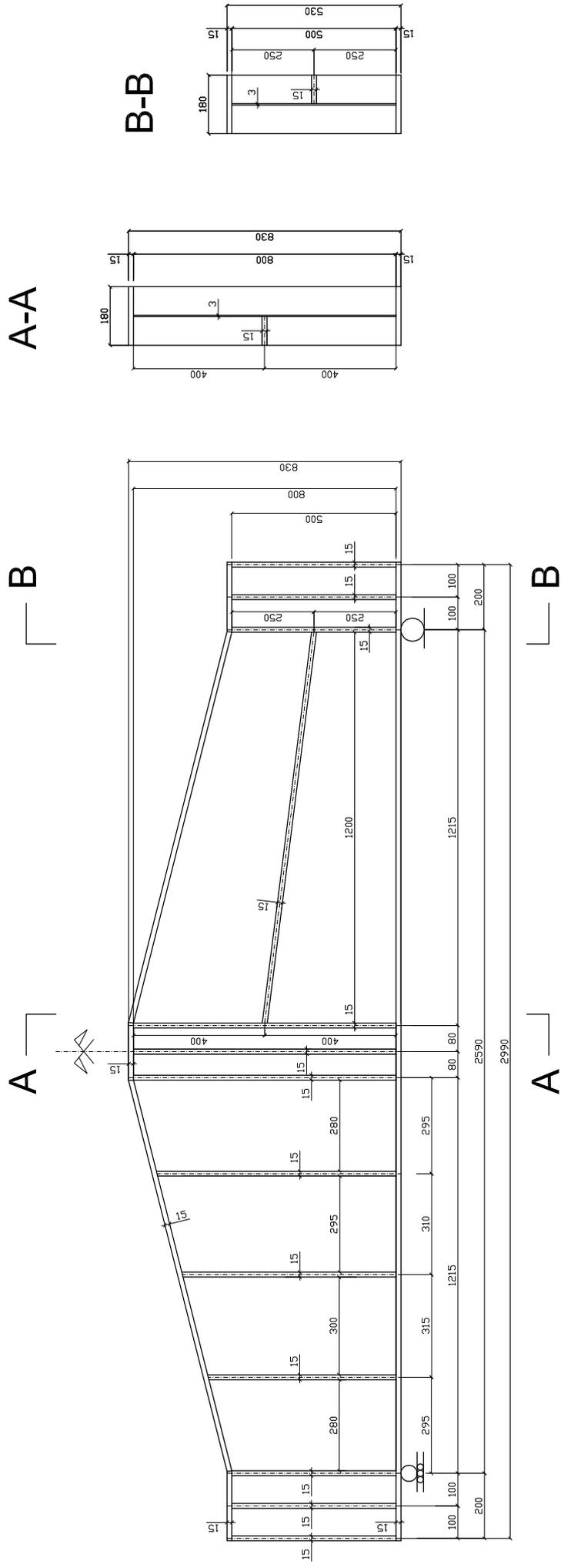
SPECIMEN "A_LS1_600_800_800_3_15_180"

steel S235



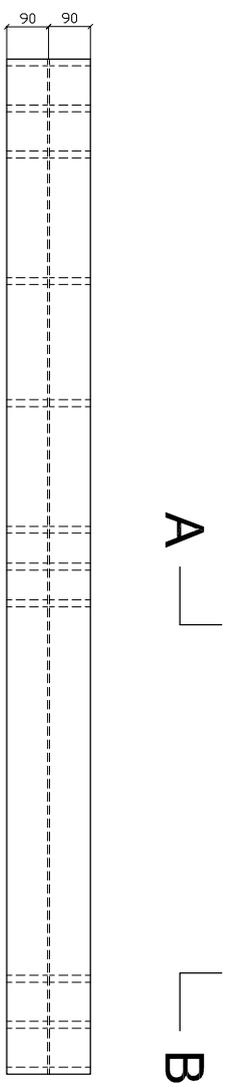
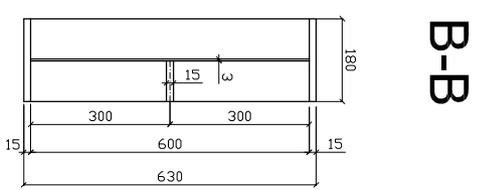
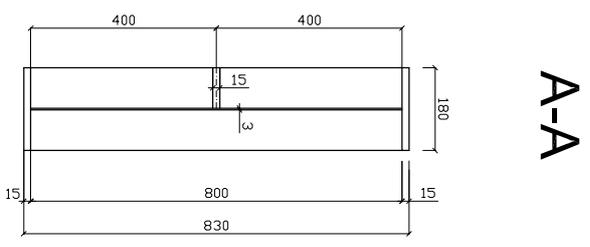
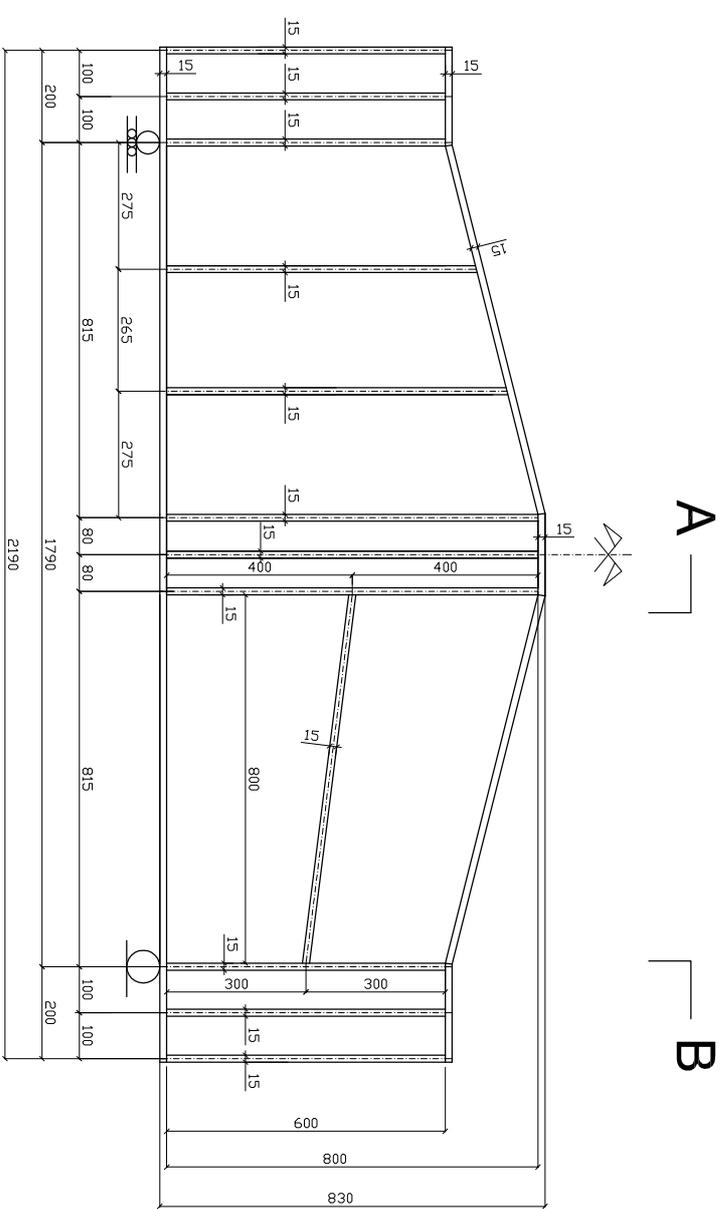
SPECIMEN "B_LS3_500_800_1200_3_15_180"

steel S235



SPECIMEN "A_LS2_600_800_800_3_15_180"

steel S235



2 CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DEL MATERIAL

Las vigas fueron diseñadas con el objetivo de continuar con la campaña experimental anterior y poder comparar los resultados. La principal limitación en este tipo de vigas es conseguir el ancho y las propiedades mecánicas deseadas para el alma.

Todos los especímenes fueron encargados para tener un límite elástico concreto (275 MPa), ya que este es un valor que controla el fenómeno a estudio. Para verificar los valores característicos del material, se llevaron a cabo 18 ensayos en 3 probetas de la chapa del alma (6 ensayos por probeta) por la empresa Bureau de Organización, Soldadura y Ensayos, S. L..

Los ensayos fueron realizados en Junio de 2011 a temperatura ambiente y empleando dos instrumentos diferentes de medición para determinar el alargamiento. Las tres primeras probetas de cada ensayo se realizó con un extensómetro acoplado a la chapa y las tres últimas mediante un captador electrónico de recorrido. Los resultados arrojados fueron los siguientes:

Tabla 7: Propiedades mecánicas de las vigas							
Probeta	Ensayo	L1 [mm]	L2 [mm]	S [mm ²]	σ_{el} [Mpa]	σ_{rot} [Mpa]	E [Mpa]
Nº 1	1.1	12.0	15.1	181.2	331.0	479.0	263820.8
	1.2	12.2	15.1	184.2	321.0	479.0	257538.8
	1.3	12.5	15.1	188.8	331.0	477.0	307531.0
	1.4	12.7	15.1	191.7	313.0	471.0	10264.9
	1.5	12.2	15.1	184.2	316.0	481.0	9884.6
	1.6	12.5	15.2	190.0	317.0	472.0	10500.2
Nº 2	2.1	19.5	2.9	56.6	322.0	415.0	199990.7
	2.2	19.1	3.0	57.3	313.0	409.0	189004.2
	2.3	19.3	3.0	57.9	310.0	401.0	187025.1
	2.4	19.0	3.0	57.0	290.0	395.0	8923.1
	2.5	19.4	3.0	58.2	311.0	399.0	9052.2
	2.6	19.2	2.9	55.7	308.0	410.0	16446.3
Nº 3	3.1	19.5	3.0	58.5	306.0	403.0	232095.9
	3.2	19.0	2.9	55.1	304.0	407.0	-
	3.3	19.2	3.0	57.6	300.0	401.0	269995.1
	3.4	19.1	2.9	55.4	306.0	409.0	8177.9
	3.5	19.6	3.0	58.8	294.0	395.0	7750.1
	3.6	19.5	3.0	58.5	296.0	397.0	15139.8

Los ensayos Nº 1 corresponden a las alas, mientras que los Nº 2 y Nº 3 son del alma. Así pues, los valores característicos del material son: $\sigma_{el} = 305$ MPa, $\sigma_{rot} = 403$ MPa y $E = 215600$ MPa.

1 MATERIAL DE LABORATORIO E INSTRUMENTACIÓN

1.1 Viga cargadera

Importante elemento en el que se apoyan los especímenes cuando se realiza el ensayo. Sirve para repartir las cargas sobre la losa de cimentación y elevar la probeta para que el recorrido del pistón no sea muy largo.

Esta viga está formada por dos perfiles metálicos IPE 400 unidos mediante chapas metálicas en la parte superior y por los dos pletinas pasantes que permiten el anclaje del conjunto al suelo, tal y como se indica a continuación:

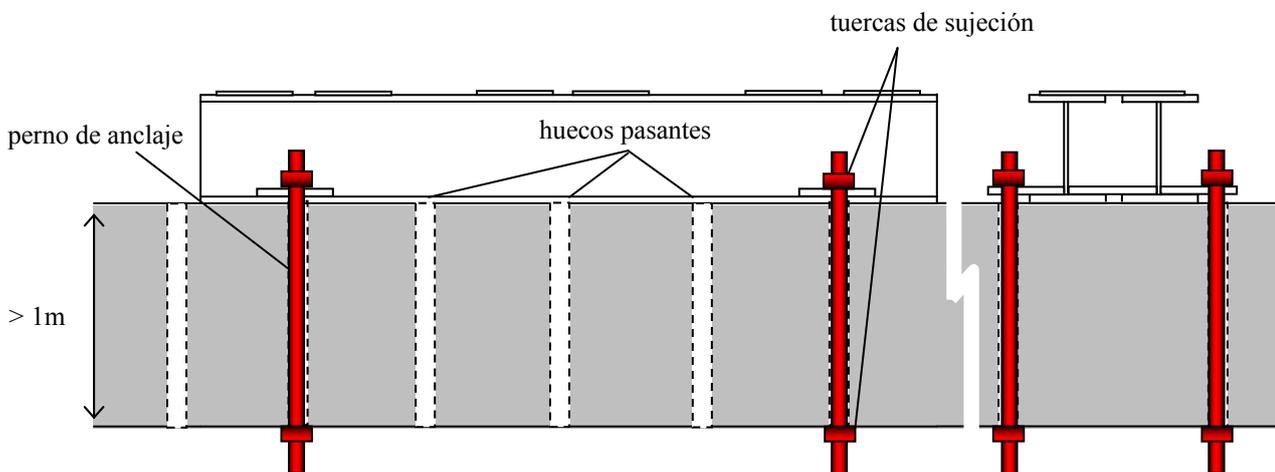
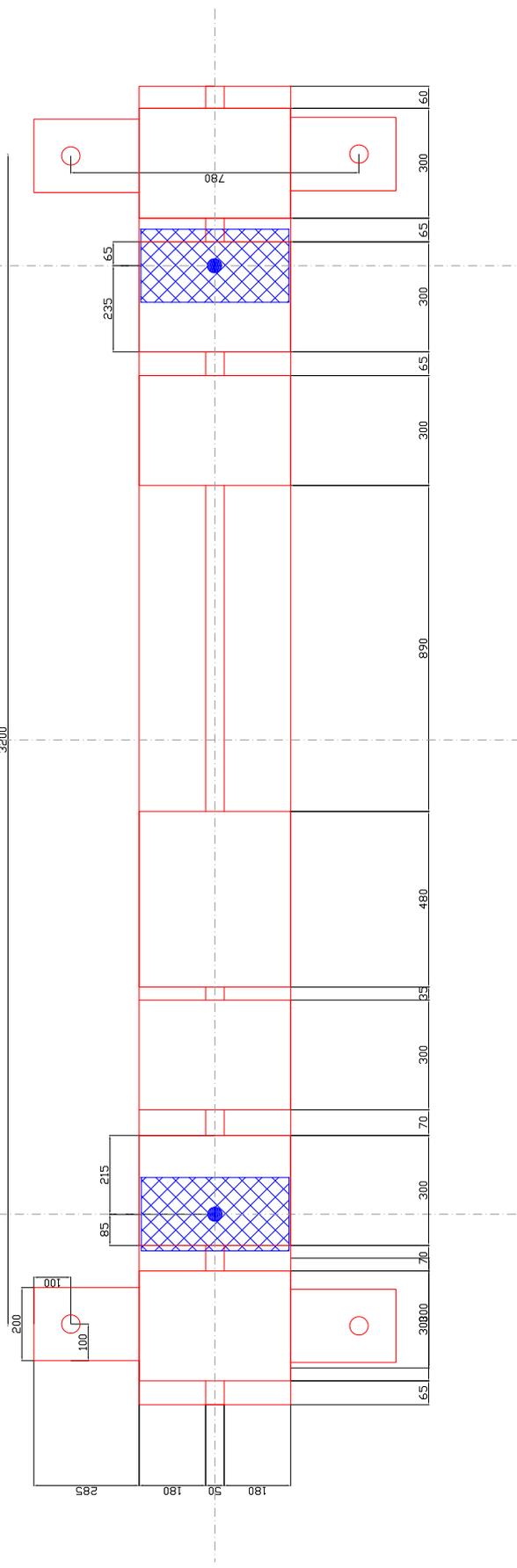
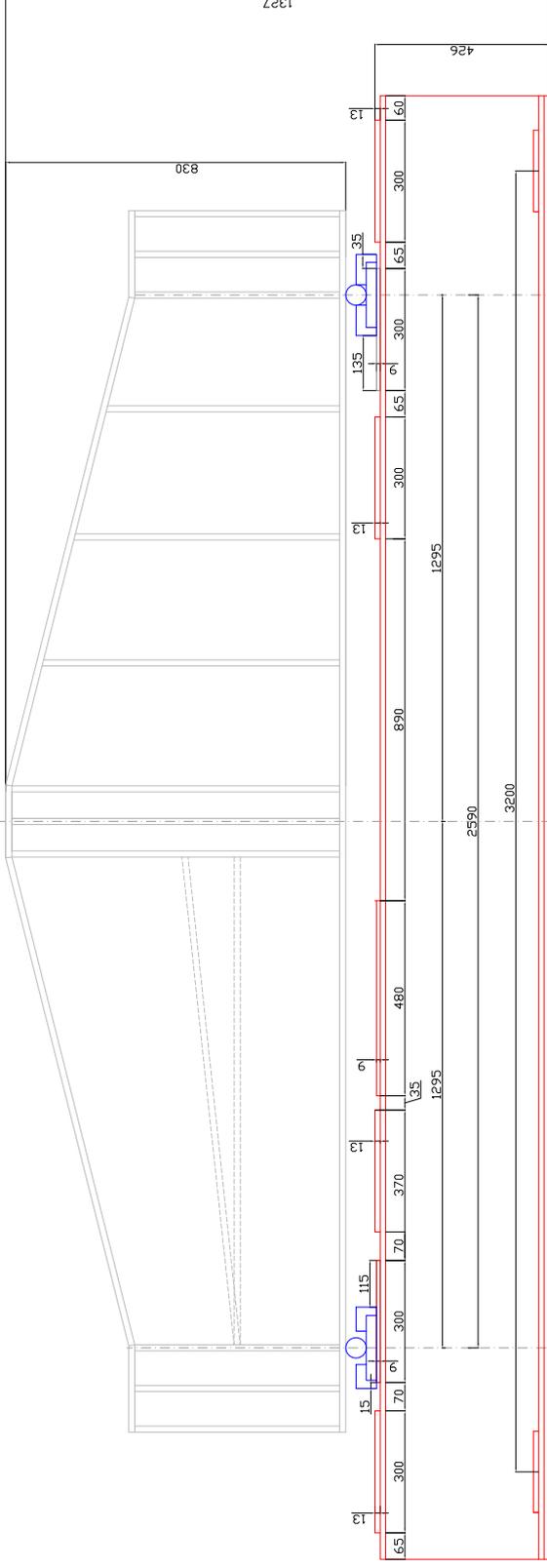


Figura 2: Esquema del anclaje de la viga cargadera.

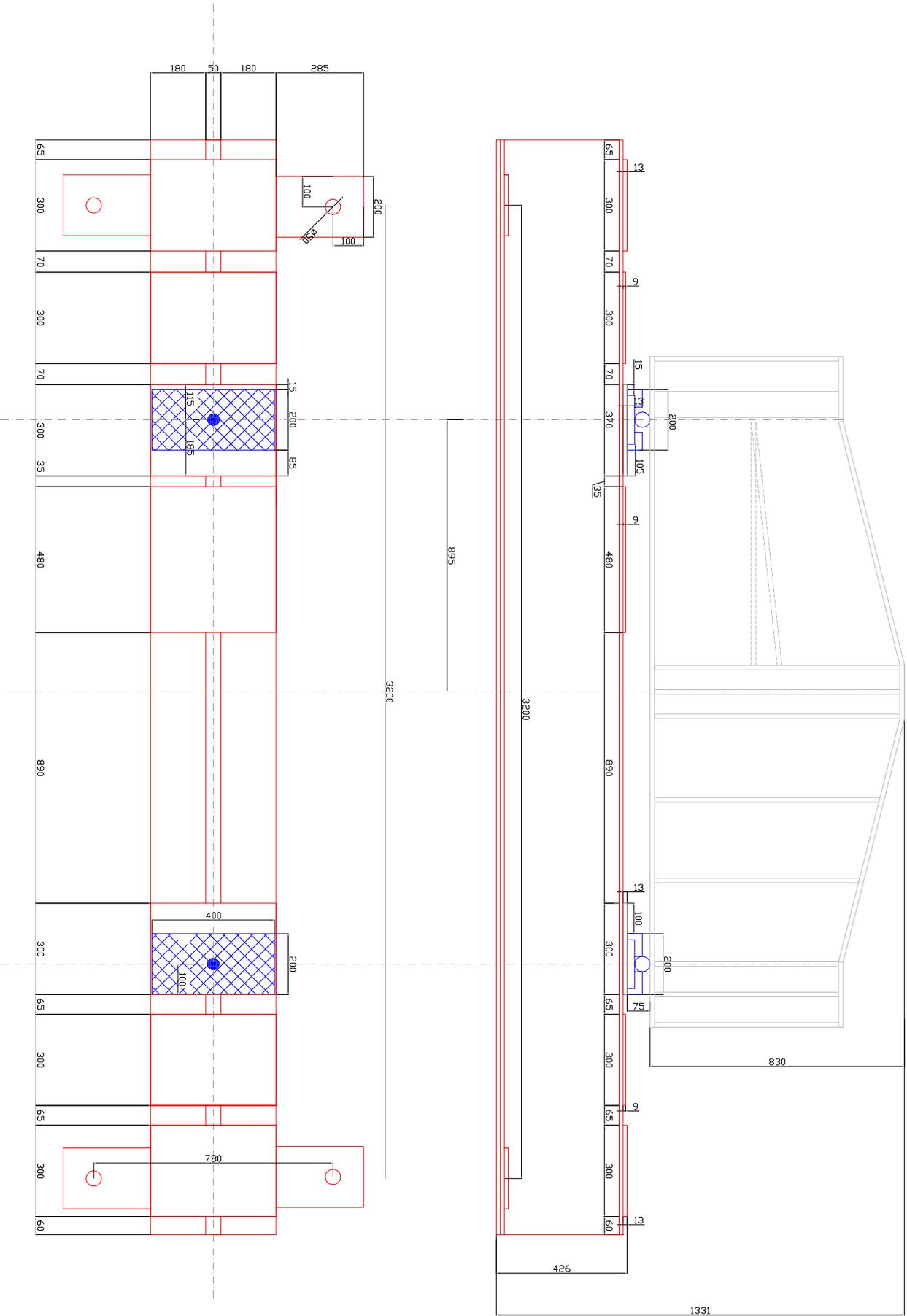
Seguidamente se muestran las dimensiones de la viga cargadera, así como la disposición de los apoyos para cada tipología de viga.

Tabla 2: Dimensiones de las viga cargadera					
	h (mm)	L (mm)	L _e (mm)	b ₁ (mm)	b ₂ (mm)
Valor	426	3600	3200	410	980

B_LS1, B_LS2

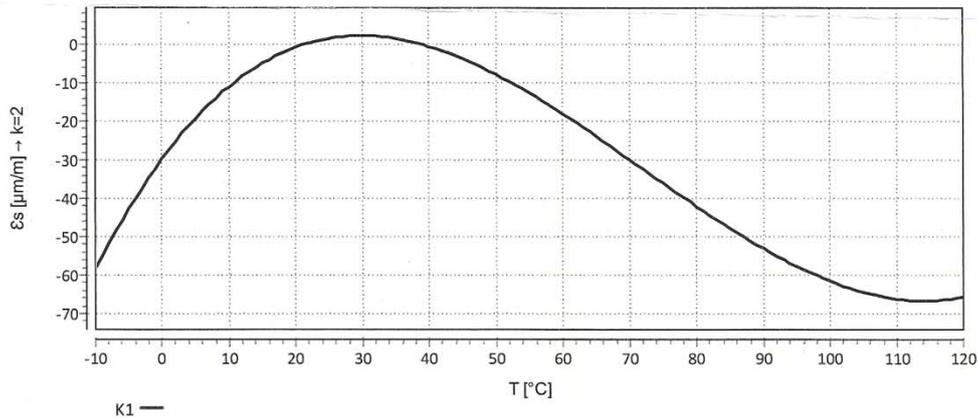


A_LS1, A_LS2



1.2 Instrumentación

Las galgas extensométricas han sido dispuestas sobre el alma, a banda y banda, de manera conjunta, en el ala superior y sobre los rigidizadores, horizontal y vertical. Las características técnicas de esta instrumentación se detallan en la siguiente figura dispuesta por el fabricante:



$$\epsilon_s(T) = -16,53 + 1,70 \cdot T - 4,98E-02 \cdot T^2 + 2,31E-04 \cdot T^3 + 0,650 \cdot (T-20) [\mu\text{m/m}] \pm 0,30 [\mu\text{m/m}^\circ\text{C}]$$

Alle technischen Daten nach OIML IR 62, bei Beachtung der abweichenden Toleranzangaben auch nach VDI/VE 2635. Geben Sie bei Rückfragen bitte Bestellnummer und Herstellungs-Los an.

All specifications in accordance with OIML IR 62, also compliant with VDI/VE 2635 if deviating tolerances are observed. In case of further inquiries please indicate order no. and batch number.

Toutes caractéristiques techniques selon OIML IR 62 et VDI/VE 2635 pour les indications différentes de tolérance. Pour toutes questions, indiquer le no. de référence ainsi que le lot de fabrication.

Réponse en température des jauges d'extensométrie appliquées sur des matériaux dont les coefficients de dilatation thermique α sont indiqués au verso. Mesurée au d'une variation continue de la température.

Courbe 1: Jauges avec câble en PVC.
T = température en °C

Temperaturgang der Dehnungsmessstreifen bei Applikationen mit umeitig angegebenen Wärmeausdehnungskoeffizienten α . Gemessen bei kontinuierlicher Temperaturänderung.

Kenntlinie 1: DMS mit PVC Kabel.
T = Temperatur in °C

The **temperature response** refers to strain gages bonded to materials with the coefficient of thermal expansion α given overleaf. Values are measured with continuous temperature variation.

Curve 1: Strain gages with PVC cable.
T = temperature in °C

Figura 3: Características de las galgas.

En total cada espécimen albergaba seis rosetas triaxiales y tres uniaxiales y otros tres tempsonícs colocados como se indica a continuación:

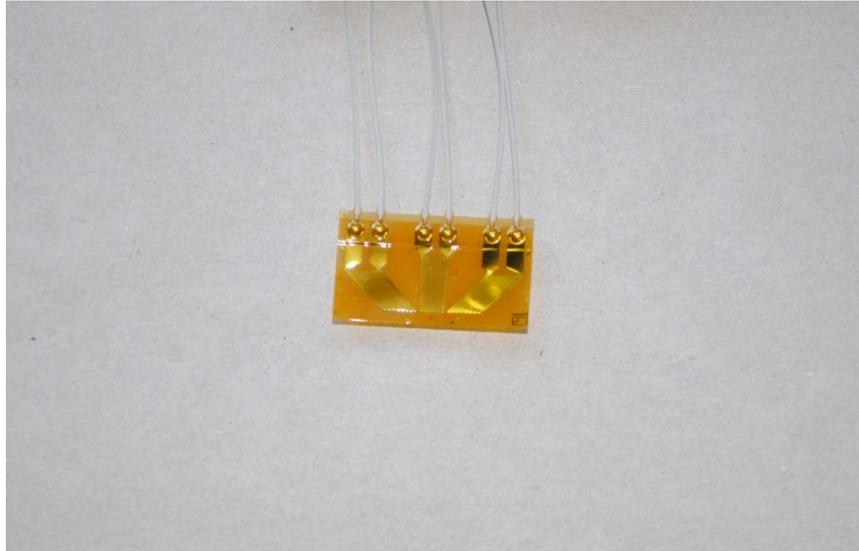


Figura 4: Galga triaxial antes de ser instalada.

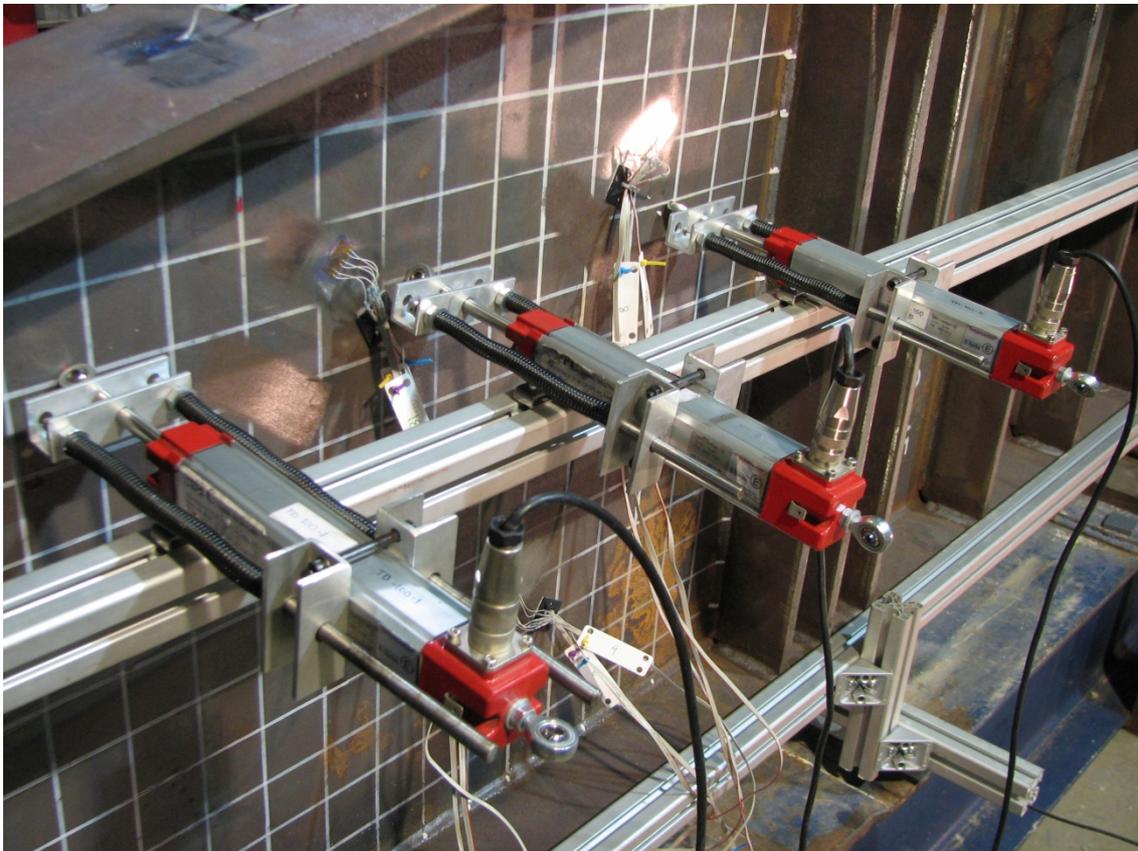
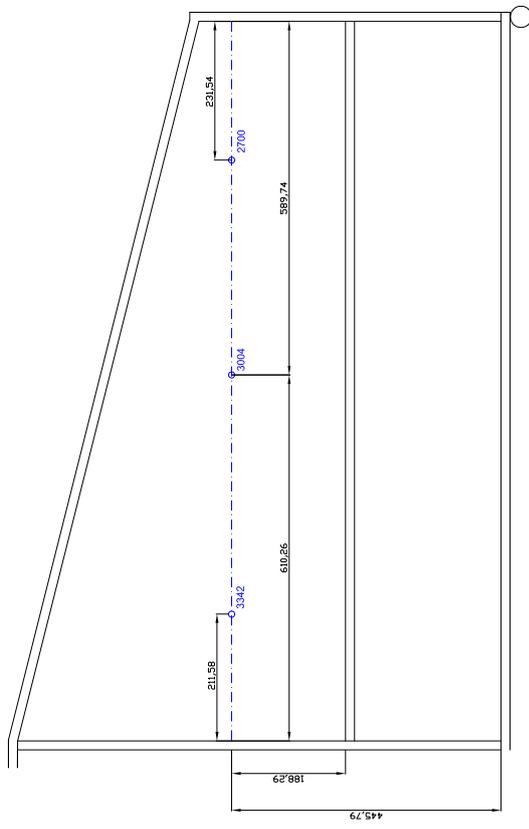
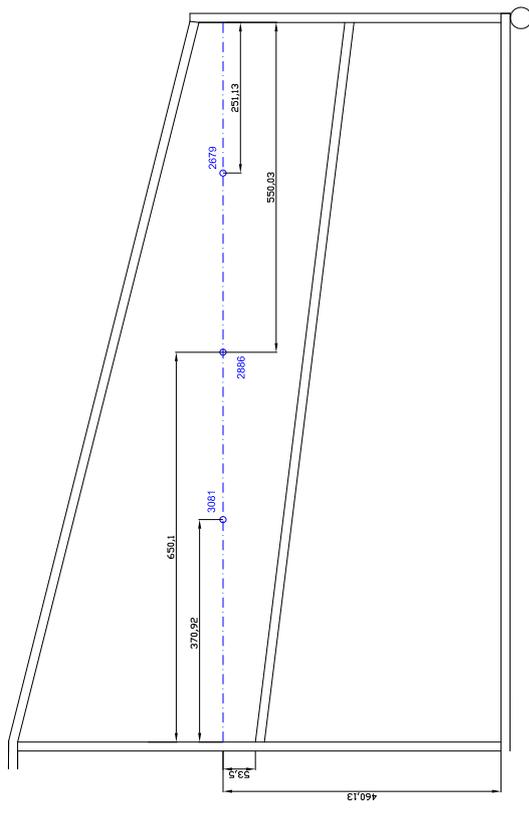


Figura 5: Temposónicos instalados en la estructura auxiliar.

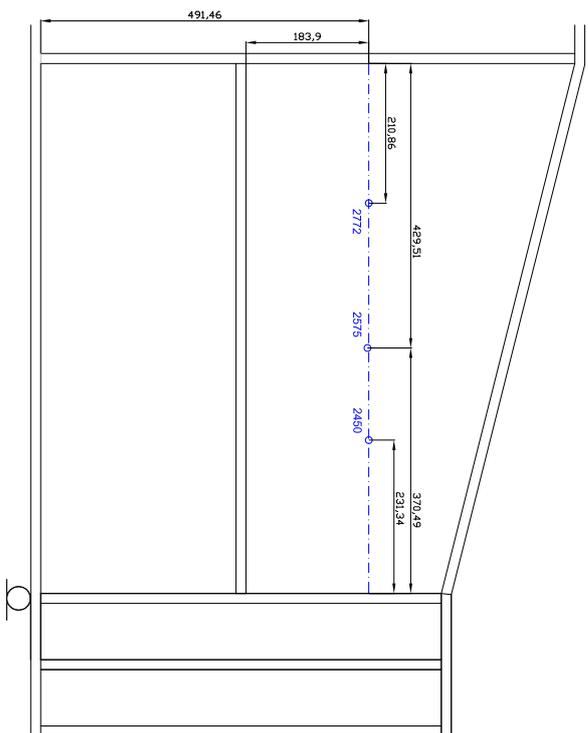
SPECIMEN "B1_500_800_1200_3_15_180"



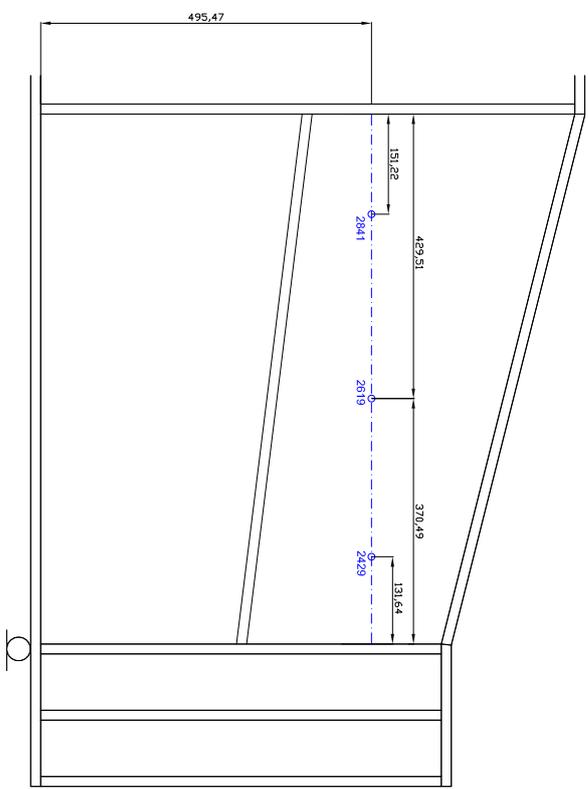
SPECIMEN "B2_500_800_1200_3_15_180"



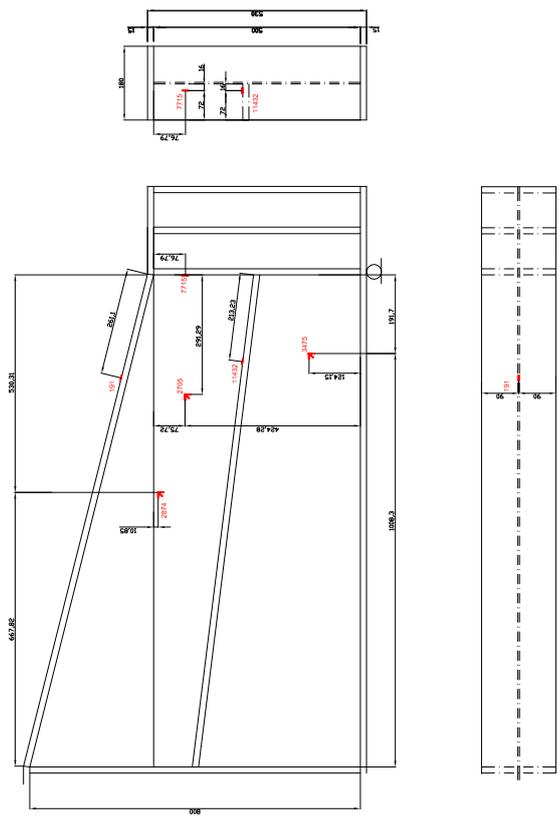
SPECIMEN "A1_600_800_800_3_15_180"



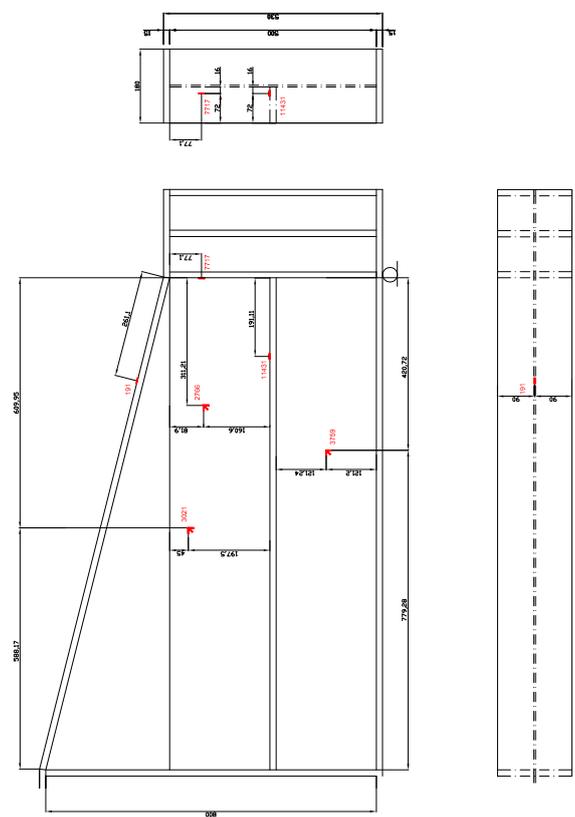
SPECIMEN "A2_600_800_800_3_15_180"



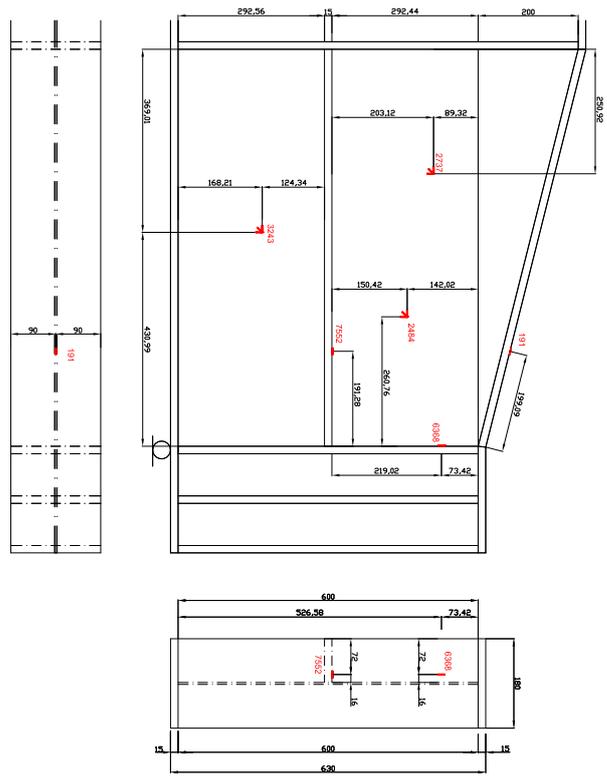
SPECIMEN "B2_500_800_1200_3_15_180"



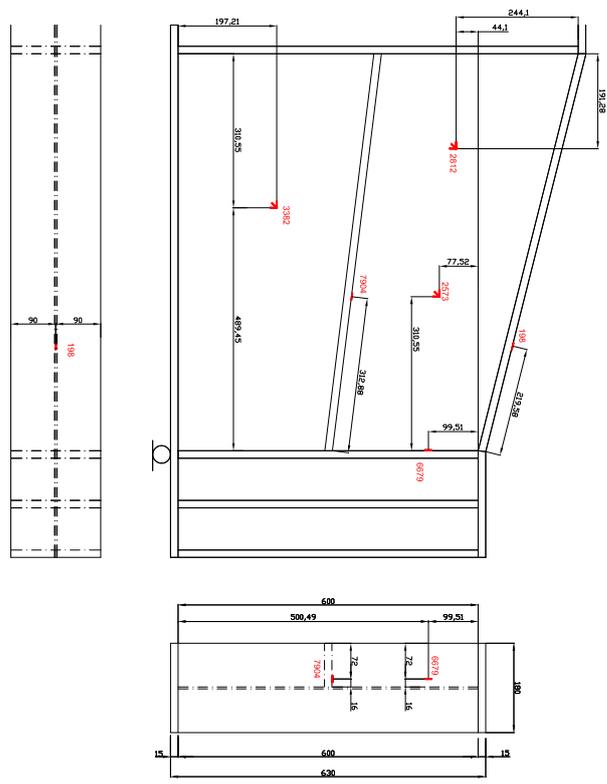
SPECIMEN "B1_500_800_1200_3_15_180"



SPECIMEN "A1_600_800_800_3_15_180"



SPECIMEN "A2_600_800_800_3_15_180"



Anejo C

1 CÁLCULOS

En el presente capítulo se presentan, de manera más extensa, los cálculos realizados.

1.1 A1

Tabla 3: Datos del espécimen A1					
DATOS VIGA			DATOS RIGIDIZADOR		
a	800	mm	br	88.5	mm
hw	800	mm	tr	15	mm
hws	500	mm			
hwi	300	mm			
tw	3	mm			
$f_{y.w}$	305	MPa			
η	1.2				
bf	180	mm			
tf	15	mm			
$f_{y.f}$	305				
ε	0.878		E	215600	MPa
YmI	1		ν	0.3	

Como a/h_w es menor que 3, utilizamos la ecuación 5.24 (Commentary EN)

Tabla 4: Valores característicos de la abolladura en A1							
	Z_g [mm]	I_{sl} [mm ⁴]	K_{rst}	K_t	σ_E [MPa]	τ_{cri} [MPa]	λ_w
GLOBAL	37.734	1130448.469	76.824	28.050	2.740	76.862	1.514
SUPERIOR				6.913	7.015	48.491	1.906
INFERIOR				6.913	19.486	134.698	1.143

Para el cálculo del cortante crítico se ha tenido en cuenta la tensión crítica y el valor de h_w . La formulación es la siguiente:

$$V_{cr} = \tau_{cr} t_w h_w$$

siendo,

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2$$

Tabla 5: Cortante crítico A1	
	Vcr [KN]
GLOBAL	184.470
SUPERIOR	116.379
INFERIOR	323.275

1.2 A2

Tabla 6: Datos del espécimen A2					
DATOS VIGA			DATOS RIGIDIZADOR		
a	800	mm	br	88.5	mm
h_w	800	mm	tr	15	mm
h_{ws}	400	mm			
h_{wi}	400	mm			
t_w	3	mm			
$f_{y,w}$	305	MPa			
η	1.2				
bf	180	mm			
tf	15	mm			
$f_{y,f}$	305				
ε	0.878		E	215600	MPa
Y_{ml}	1		ν	0.3	

Como a/h_w es menor que 3, utilizamos la ecuación 5.24 (Commentary EN)

Tabla 7: Valores característicos de la abolladura en A2							
	Z_g [mm]	I_{sl} [mm ⁴]	K_{rst}	K_t	σ_E [MPa]	τ_{cri} [MPa]	λ_w
GLOBAL	37.734	1130448.469	76.824	28.050	2.740	76.862	1.514
SUPERIOR				6.350	10.961	69.602	1.591
INFERIOR				6.350	10.961	69.602	1.591

Para el cálculo del cortante crítico se ha tenido en cuenta la tensión crítica y el valor de h_w . La formulación es la siguiente:

$$V_{cr} = \tau_{cr} t_w h_w$$

siendo,

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2$$

Tabla 8: Cortante crítico A2

	Vcr [KN]
GLOBAL	184.470
SUPERIOR	167.045
INFERIOR	167.045

1.3 B1

Tabla 9: Datos del espécimen B1

DATOS VIGA			DATOS RIGIDIZADOR		
<i>a</i>	1200	mm	<i>br</i>	88.5	mm
<i>hw</i>	800	mm	<i>tr</i>	15	mm
<i>hws</i>	550	mm			
<i>hwi</i>	250	mm			
<i>tw</i>	3	mm			
<i>fy.w</i>	305	MPa			
<i>η</i>	1.2				
<i>bf</i>	180	mm			
<i>tf</i>	15	mm			
<i>fy.f</i>	305				
<i>ε</i>	0.878		<i>E</i>	215600	MPa
<i>YmI</i>	1		<i>ν</i>	0.3	

Como a/h_w es menor que 3, utilizamos la ecuación 5.24 (Commentary EN)

Tabla 10: Valores característicos de la abolladura en B1

	Z_g [mm]	I_{sl} [mm ⁴]	K_{rst}	K_t	σ_E [MPa]	τ_{cri} [MPa]	λ_w
GLOBAL	37.734	1130448.469	34.144	19.316	2.740	52.930	1.824
SUPERIOR				6.190	5.798	35.888	2.215
INFERIOR				6.190	28.060	173.699	1.007

Para el cálculo del cortante crítico se ha tenido en cuenta la tensión crítica y el valor de h_w . La formulación es la siguiente:

$$V_{cr} = \tau_{cr} t_w h_w$$

siendo,

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2$$

Tabla 11: Cortante crítico B1

	V _{cr} [KN]
GLOBAL	127.033
SUPERIOR	86.132
INFERIOR	416.879

1.4 B2

Tabla 12: Datos del espécimen B2

DATOS VIGA			DATOS RIGIDIZADOR		
<i>a</i>	1200	mm	<i>br</i>	88.5	mm
<i>h_w</i>	800	mm	<i>tr</i>	15	mm
<i>h_{ws}</i>	400	mm			
<i>h_{wi}</i>	400	mm			
<i>t_w</i>	3	mm			
<i>f_{y,w}</i>	305	MPa			
<i>η</i>	1.2				
<i>b_f</i>	180	mm			
<i>t_f</i>	15	mm			
<i>f_{y,f}</i>	305				
<i>ε</i>	0.878		<i>E</i>	215600	MPa
<i>Y_{m1}</i>	1		<i>ν</i>	0.3	

Como a/h_w es menor que 3, utilizamos la ecuación 5.24 (Commentary EN)

Tabla 13: Valores característicos de la abolladura en B2

	Z_g [mm]	I_{sl} [mm ⁴]	K_{rst}	K_t	σ_E [MPa]	τ_{cri} [MPa]	λ_w
GLOBAL	37.734	1130448.469	34.144	19.316	2.740	52.930	1.824
SUPERIOR				5.794	10.961	63.513	1.665
INFERIOR				5.794	10.961	63.513	1.665

Para el cálculo del cortante crítico se ha tenido en cuenta la tensión crítica y el valor de h_w . La formulación es la siguiente:

$$V_{cr} = \tau_{cr} t_w h_w$$

siendo,

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2$$

Tabla 14: Cortante crítico B2	
	V _{cr} [KN]
GLOBAL	127.033
SUPERIOR	152.430
INFERIOR	152.430