



UNIVERSITAT DE BARCELONA



Escola Tècnica Superior d'Enginyers
de Camins, Canals i Ports de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

TRABAJO FINAL DE CARRERA

Título

**Evaluación del daño en estructuras de pórticos con
mampostería y obtención de un índice de daño estructural**

Autor

Albert de Montserrat Navarro

Tutores

**Sergio Horacio Oller Martinez
Horia Alejandro Barbat Barbat**

Departamento

Resistencia de Materiales y Estructuras en la Ingeniería (RMEE)

Intensificación

Obras y conocimiento del terreno

Fecha

Octubre, 2011

AGRADECIMIENTOS

A mis directores, Dr. Sergio Oller y Dr. Alex Barbat, por proporcionarme una tesina que me ha permitido adquirir nuevos conocimientos en el campo de las estructuras y del análisis numérico y por su asesoramiento continuo durante el desarrollo de la presente tesina.

A Jairo-Andrés y Maritzabel Molina por su asesoramiento y ayuda en el uso del programa PLCD.

A mi familia y amigos, por su apoyo durante el desarrollo de este trabajo y por animarme a continuar cuando ha hecho falta.

RESUMEN

Este trabajo contiene la memoria del proyecto de final de carrera “*Evaluación del daño en estructuras de pórticos con mampostería y obtención de un índice de daño estructural*”. Dentro de ámbito de las construcciones, es común el uso de mampostería para cerrar las estructuras de pórticos, sin embargo existe una escasez trabajos que analicen el comportamiento de este tipo de elementos estructurales. En este trabajo se presenta el estudio, mediante análisis numéricos, de la influencia que ejerce la mampostería en la respuesta de estas estructuras cuando son sometidas a esfuerzos laterales, tales como los de un sismo.

En el presente documento se obtienen y discuten las curvas de capacidad, el daño local y global y los mecanismos de rotura de estructuras de pórticos con diferentes configuraciones de mampostería en su interior. El análisis numérico se ha llevado a cabo mediante el programa de elementos finitos PLCd, desarrollado por el CIMNE y por el departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras.

Finalmente, se extraerán una serie conclusiones de los resultados obtenidos del análisis de las estructuras y se propondrán futuras líneas de investigación.

ABSTRACT

This text contains the work developed for the final degree project of Geologic Engineering: *“Evaluación del daño en estructuras de pórticos con mampostería y obtención de un índice de daño estructural”* (*“Evaluation of damage in framed structures with masonry infill walls and estimation of a structural damage index”*). Within the field of construction, it is common the use masonry infills in framed structures, but only a few studies analyze the behavior of such structures. This work presents the numerical analysis results showing the influence of the masonry on the response of this kind of structures when subjected to lateral forces, such as an earthquake action

In this work the capacity curves, the local damage, the global damage indexes and the failure mechanisms of the structures are obtained and discussed. The analyzed structures have been modeled with different configurations of the masonry infills. The numerical analysis has been carried out using the finite element method program PLCd, developed by CIMNE and the Structural Mechanics department of the UPC.

Finally, a series of conclusions are extracted from the studied cases and a number of future developments are proposed.

ÍNDICE

Agradecimientos.....	3
Resumen.....	6
Abstract.....	7
Índice	9
Glosario	13
1. Introducción.....	17
1.1. Motivación.....	17
1.2. Objetivos.....	17
1.3. Metodología.....	18
1.4. Contenido de la memoria.....	19
2. Estado del arte	21
3. Respuesta sísmica no lineal.....	29
3.1. Análisis no lineal de estructuras	29
3.2. Análisis estático y dinámico no lineal de estructuras	29
3.3. Análisis estático no lineal (“ <i>push-over</i> ”)	31
3.4. Metodología del análisis de “ <i>push-over</i> ”	33
4. Modelos constitutivos	37
4.1. Introducción.....	37
4.1.1. Comportamiento del acero.....	38
4.1.2. Comportamiento del hormigón	38
4.1.3. Comportamiento del hormigón armado	39
4.1.4. Comportamiento de la mampostería	40
4.2. Modelo para el acero – Teoría de plasticidad	45
4.2.1. Introducción	45
4.2.2. Criterio de fluencia plástica	47
4.2.3. Comportamiento elasto-plástico	48
4.2.4. Teoría clásica de plasticidad	50
4.2.4.1. Trabajo plástico unitario	51
4.2.4.2. Superficie de carga plástica. Variable de endurecimiento plástico ...	52

4.3. Modelo para el hormigón – Daño continuo isótropo	55
4.3.1. Introducción	55
4.3.2. Bases del modelo de daño isótropo	57
4.3.2.1. Variable de daño isótropo	58
4.3.2.2. Concepto de tensión efectiva y principio de deformación equivalente ...	59
4.3.2.3. Energía libre de Helmholtz y ecuación constitutiva	62
4.3.2.4. Umbral de daño	64
4.3.2.5. Ley de evolución de la variable interna de daño	65
4.3.2.6. Tensor constitutivo de daño isótropo tangente	66
4.3.2.7. Particularización del criterio de daño	67
4.4. Modelo para el hormigón armado - Teoría de mezclas	69
4.4.1. Introducción	69
4.4.2. Teoría de mezclas	70
4.4.2.1. Teoría clásica de mezclas	70
4.4.2.2. Teoría de mezclas serie/paralelo	71
4.5. Modelo para la mampostería - Daño ortótropo	77
4.5.1. Introducción	77
4.5.2. Modelos ortótropos	78
4.5.3. Ecuaciones tensión-deformación	80
4.5.4. Definición de los tensores de transformación espacial	81
4.5.5. Ortotropía de la mampostería	83
4.5.6. Limitaciones del PLCd respecto a la ortotropía	85
5. Índices de daño global	89
5.1. Introducción	89
5.2. Índice de daño global en función de la pérdida de resistencia	89
5.3. Índice de daño global en función de ductilidad estructural	91
5.3.1. Definiciones previas	91
5.3.2. Índice de daño global	93
5.4. Índice de daño global basado en la pérdida de rigidez	94
6. Casos de estudio	99
6.1. Materiales compuestos. Propiedades mecánicas de los materiales simples	99
6.2. Discretización de los casos de estudio	104
7. Resultados	107
7.1. Código de elementos finitos – PLCd	107
7.2. Validación numérica del análisis no-lineal	108
7.2.1. Caso 1: Pórtico de un nivel	108
7.2.2. Caso 2: Ensayos sobre la mampostería	111

7.3. Análisis de sensibilidad: incidencia el grado de ortotropía de la mampostería en el comportamiento global de la estructura	114
7.4. Resultados del análisis estático no lineal	119
7.4.1. Curvas de respuesta, rigidez estructural y ductilidad estructural	119
7.4.2. Daño local y mecanismos de rotura	133
7.4.3. Daño global	141
8. Conclusiones y futuras líneas de investigación.....	147
8.1. Conclusiones	147
8.2. Futuras líneas de investigación	148
9. Bibliografía.....	191

GLOSARIO

A lo largo de los capítulos de este trabajo se utilizarán una serie de símbolos y operadores. A continuación se definen los significados de cada uno de ellos.

Símbolos

- Respuesta sísmica no lineal:

g : gravedad

Δ : desplome

μ_ε : ductilidad material

$\boldsymbol{\varepsilon}$: tensor de deformaciones

$\boldsymbol{\sigma}$: tensor de tensiones de Cauchy

\mathbf{s} : tensor desviador de tensiones

- Plasticidad:

\mathbb{F} : superficie de fluencia

G : superficie de potencial plástico

\mathbf{q} : conjunto de variables internas

λ : factor de consistencia plástica

\mathbf{I} : matriz identidad

tr : traza de una matriz

\mathbb{C} : tensor constitutivo

ω : trabajo plástico unitario

$\bar{\sigma}$: tensión efectiva

\mathcal{K} : parámetro de endurecimiento plástico

κ^p : variable interna de endurecimiento plástico

- Daño:

d : variable de daño de Kachanov

E : modulo elástico de Young

Ψ : energía libre de Helmholtz

Ξ : disipación de energía

$c(d)$: función que define el umbral de daño

μ : parámetro de consistencia de daño

g_f : energía de fractura a tracción

g_c : energía de fractura a compresión

- Teoría de mezclas:

V : volumen

- Ortotropía:

ν : módulo de Poisson

\mathbf{A}^σ : tensor de transformación de tensiones

\mathbf{A}^ε : tensor de transformación de deformaciones

f : límite de resistencia

- Índices de daño:

D_G : índice de daño global

F: cortante en la base

ΔU : desplome último

ΔY : desplome de plastificación idealizado

K: rigidez

Operadores

\dot{x} : derivada temporal de la variable x

$\frac{\partial x}{\partial y}$: derivada parcial de la variable x respecto la variable y

$\int_a^b dx$: integral definida en el dominio $[a,b]$ respecto la variable x

\sum_i^n : sumatorio desde el valor i al valor n

\otimes : producto tensorial

$:$: doble contracción

$\langle \cdot \rangle$: función de McAully

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Motivación

El uso la mampostería como material de cerramiento y a la vez como confinamiento de las vigas y pilares de hormigón armado es habitual en las construcciones actuales. Habitualmente el cálculo y diseño de estas estructuras se hace sin tener en cuenta el cambio del comportamiento estructural debido a la presencia de la mampostería, se obvia que la mampostería aumentará la capacidad estructural. Ante la reducida cantidad de trabajos sobre el comportamiento de pórticos de hormigón armado confinados con mampostería, se pretende hacer un primer acercamiento, mediante simulaciones numéricas. Numéricamente se simulará el comportamiento de estructuras simples ante cargas laterales, simulando el efecto de un sismo, de estructuras simples.

No se pretende generalizar los resultados aquí obtenidos a todo tipo de estructuras ni configuraciones de los elementos estructurales, si no establecer unas primeras aproximaciones al comportamiento real de estas estructuras con la finalidad de conocer más los mecanismos que en ellas se desarrollan.

1.2. Objetivos

Objetivo principal. Esta tesina tiene como objetivo principal la caracterización de la respuesta no lineal de estructuras porticadas con diferentes configuraciones de cerramientos de mampostería, y la influencia que esta última ejerce en el comportamiento estructural global, en el daño global y local y en los mecanismos de rotura.

Objetivos específicos. Entre los objetivos de esta investigación figuran:

- Integración en un único modelo de las diferentes teorías basadas en la *Mecánica del Sólido Continuo* que intervienen en los materiales de las estructuras tomadas: hormigón, acero y mampostería.
- Llevar a cabo análisis pseudo-estáticos no-lineales de estructuras mediante control de desplazamientos.
- Validación de índices globales de daño.

1.3. Metodología

Se ha realizado un estudio de las referencias para situar el estado actual del conocimiento sobre este tema. Se han utilizado conceptos que permitirán resolver este tema y se ha ejercitado un procedimiento de trabajo, que es lo que se presenta en esta tesina. También se han comparado resultados numéricos con otros resultados de las referencias y se ha concluido sobre ellas.

El trabajo práctico de esta tesina consiste en la aplicación de herramientas numéricas llevar a cabo el análisis pseudo-estático no lineal de estructuras. Las dos herramientas usadas en este trabajo consisten en un código de elementos finitos llamado PLCd [1] y un programa de pre y post proceso, GID [2].

El primer paso necesario para crear los modelos numéricos es la definición de la geometría del problema y posteriormente la generación de la malla de elementos finitos. La introducción de datos para que pueda ser leída por el PLCd requiere de un archivo de entrada en formato .dts, de lectura similar a un archivo ASCII. Introducir de manera manual la geometría y la malla, es decir, los nodos, coordenadas nodales y conectividades nodales, resulta una tarea muy difícil. Por ello primeramente se hace uso de las opciones de pre proceso que dispone el programa GID, desarrollado por el CIMNE (Centro Internacional de Métodos Numéricos en

Ingeniería). Se hará uso de las opciones de mallado para crear las mallas más adecuadas dependiendo del modelo. Posteriormente, con una aplicación específica creada para el GID, se permite la entrada de algunas propiedades mecánicas de los materiales, así como la asignación de materiales sobre la geometría y las condiciones de contorno. El principal beneficio del uso de esta aplicación reside en la creación del archivo de entrada de datos para el PLCd.

Una vez obtenidos los resultados mediante el uso del PLCd se procederá a su post proceso, haciendo uso de las opciones de post proceso del GID para la representación visual de los resultados, así como el uso de un programa tal como Microsoft Excel © o MatLab © para la representación de las diferentes gráficas obtenidas y la ejecución de operaciones posteriores hasta llegar a las conclusiones sobre el estudio realizado.

1.4. Contenido de la memoria

Esta tesina está organizada en 3 partes principales. En la primera parte se encuentra un repaso sobre el estado del arte, con estudios e investigaciones previas realizadas en el ámbito de la modelización numérica de la mampostería, haciendo un resumen de las diferentes teorías y las tendencias en los campos de investigación en los últimos años.

En un segundo bloque se presenta una introducción a los diversos fundamentos teóricos que integran este proyecto, tales como el análisis no lineal de estructuras (capítulo 3), el comportamiento mecánico de los materiales que intervienen en los elementos estructurales que son estudiados en este trabajo y las teorías basadas en la Mecánica del Medio continuo (daño isótropo, plasticidad, teoría de mezclas y daño ortótropo) necesarias para simular su comportamiento mecánico (capítulo 4) y índices de daño estructural global (capítulo 5).

En el último bloque se hace una descripción de los casos de estudio: geometría, malla de elementos finitos, materiales compuestos y propiedades mecánicas de los

materiales (capítulo 6). Posteriormente se procede a comentar los resultados de la tesina (capítulo 7), previa descripción del programa de elementos finitos usado para las simulaciones numéricas: primero se realiza una validación numérica del código comparando los resultados obtenidos con los de referencias bibliográficas, posteriormente se realiza un análisis de sensibilidad del grado de anisotropía de la mampostería y por último se detallan los resultados correspondientes del análisis estático no-lineal de las estructuras objetivo de esta tesina. Finalmente se comentarán conclusiones generales y se los posibles trabajos futuros que se puedan llevar a cabo siguiendo con el contenido de esta tesina (capítulo 8).

2. ESTADO DEL ARTE

En las últimas décadas la comunidad de investigadores vinculadas al estudio de la mampostería ha mostrado gran interés en el uso de técnicas numéricas cada vez más sofisticadas, dejando de lado la tradición del uso de fórmulas empíricas. Del uso de estas técnicas numéricas han surgido diversos obstáculos a la hora de adoptar otras herramientas numéricas existentes provenientes de otros campos de investigación, como la mecánica del hormigón, de rocas o de materiales compuestos. Esto ha llevado a la necesidad de desarrollar herramientas más apropiadas y específicas capaces de simular adecuadamente el comportamiento estructural de la mampostería. Estas nuevas herramientas se han caracterizado por proceder de diferentes orígenes teóricos y niveles de detalle. La razón de estas diferencias es la gran variedad de casos que han sido estudiados. La mampostería involucra técnicas constructivas que pueden diferir en materiales, formas y detalles estructurales. En consecuencia, intentar generalizar todo en un modelo de absoluta aplicabilidad y validez global no es un objetivo realista.

La elección del analista a la hora de proceder con el análisis estructural depende de la *información deseada* (estados de servicio, daño, colapso, mecanismos de fallo...), el *nivel de precisión* requerido (comportamiento global o local), los *datos de entrada* y los *costes* (computacionales y tiempo de análisis).

El modo más simple de análisis se basa en la representación de la estructura como una combinación de elementos estructurales, tales como vigas, pilares o muros. A este método se le denomina *método simplificado via macro-elementos*. En la literatura se encuentran diversos enfoques basados en el concepto equivalente de pórticos [3] [4], donde los muros son idealizados como pórticos equivalentes compuestos por elementos pilar, viga y junta. También se han realizado trabajos donde se desarrollan macro-elementos bidimensionales [5]. Estos métodos se caracterizan por su carácter simplificador, que conlleva a bajos costes computacionales y menores tiempos de cálculo, debido a que cada macro-elemento representa a un muro, viga o pilar, lo que

reduce drásticamente el número de grados de libertad. Por el contrario, al ser métodos simplificados los resultados que ofrecen carecen de precisión a nivel local pero dan una idea del comportamiento estructural global.

La mampostería, al ser un material compuesto de piezas (ladrillos, que pueden ser de diferentes materiales) y juntas de mortero, el enfoque numérico que, generalmente, ofrece una mejor representación de su comportamiento mecánico corresponde a los micro-modelos, donde se distinguen los componentes individuales de la mampostería, o los macro-modelos, tratando la mampostería como un material compuesto.

Los micro-modelos son probablemente la mejor herramienta numérica actual de análisis para comprender el comportamiento real de la mampostería, especialmente el comportamiento local. Los micro-modelos *detallados* representan las piezas y el mortero de las juntas como elementos continuos, mientras que la interfaz pieza-mortero se representa como elementos discontinuos. La interfaz representa la superficie potencial de rotura o deslizamientos. Los inconvenientes que presentaban estos modelos se superaron parcialmente empleando micro-modelos *simplificados* [6] [7] [8] [9] [10] donde las piezas son representadas por elementos continuos mientras el comportamiento de las juntas de mortero y la interfaz pieza-mortero se agrupa en elementos discontinuos. Así, la mampostería es considerada como un conjunto de bloques elásticos unidos por líneas potenciales de rotura o deslizamiento.

El uso de micro-modelos es conveniente para pequeños elementos estructurales con particular interés en estados de tensión y deformación fuertemente heterogéneos. Los datos de laboratorio se obtienen de ensayos con pequeñas muestras de mampostería. El gran inconveniente del uso de micro-modelos reside en los altos costos computacionales que requiere, debido al elevado número de grados de libertad, por lo que el empleo de estos modelos está orientado básicamente al análisis de pequeños elementos, tales como muestras de laboratorio, o a detalles estructurales pequeños.

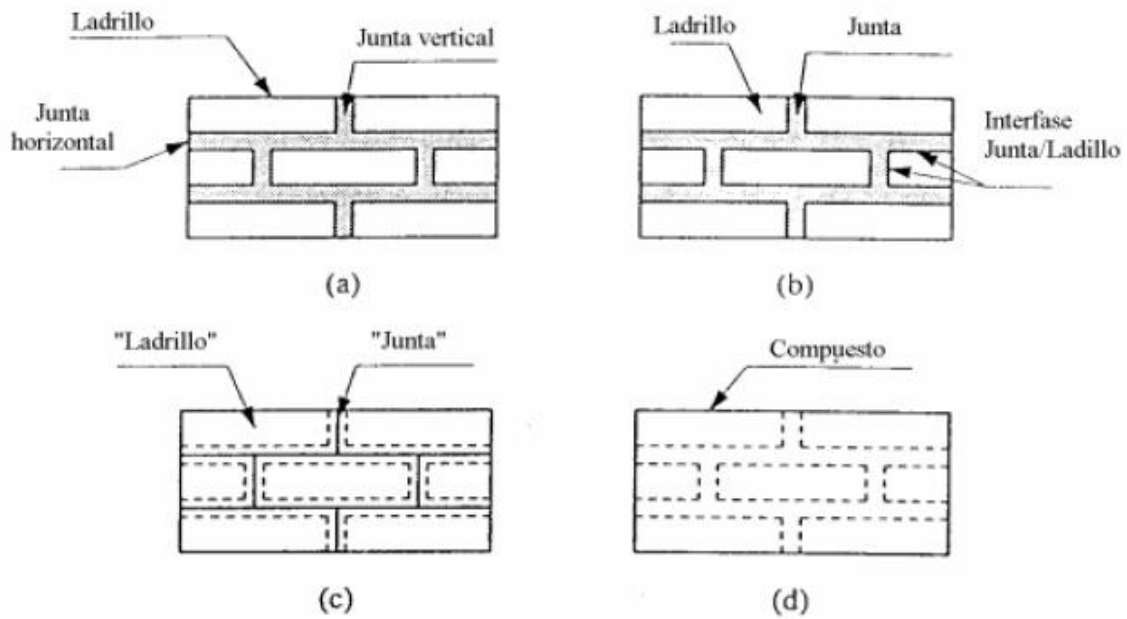


Figura 2.1 Diferentes maneras de modelizar y discretizar la mampostería: (a) Mampostería simple; (b) Micro-modelo; (c) Micro-modelo simplificado; (d) Macro-modelo

Entre los micro-modelos y los macro-modelos se encuentran los basados en la *teoría de homogeneización*. Diferentes técnicas de homogeneización han sido desarrolladas con tal de obtener leyes macro-constitutivas partiendo de las leyes micro-constitutivas de los constituyentes de la mampostería [9] [11] [12] [13] [14] [15] [16]. Estos métodos consisten en la identificación de celdas elementales, las cuales generan un panel entero con la repetición regular de dichas celdas. De esta manera el problema puede escribirse en la celda unitaria que se puedan obtener valores medios para el material homogeneizado, empezando por el conocimiento de las propiedades mecánicas de los materiales constituyentes y la geometría de la celda elemental.

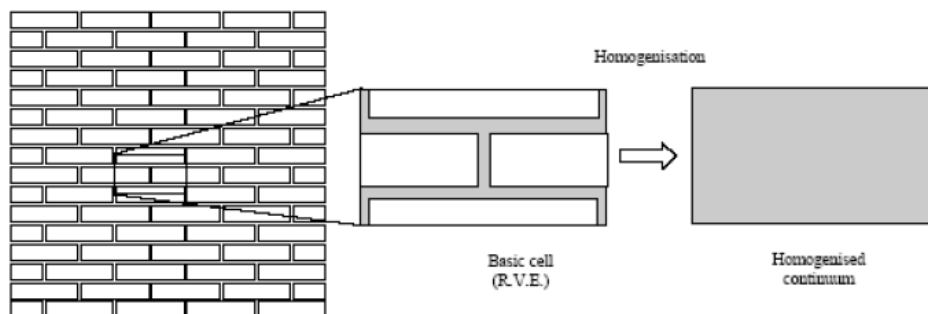


Figura 2.2 Celda básica para la mampostería y objetivo de la homogeneización

Existen estudios [17] donde se ha realizado la comparación de distintos modelos numéricos sobre ensayos de laboratorio de diferentes muestras de mampostería, haciendo uso tanto la teoría de homogeneización como de micro-modelos detallados que distinguen las piezas del mortero. Los resultados obtenidos ofrecen pocas diferencias entre sí (figura 2.3), por lo que ambos métodos demuestran ser válidos para modelizar la mampostería.

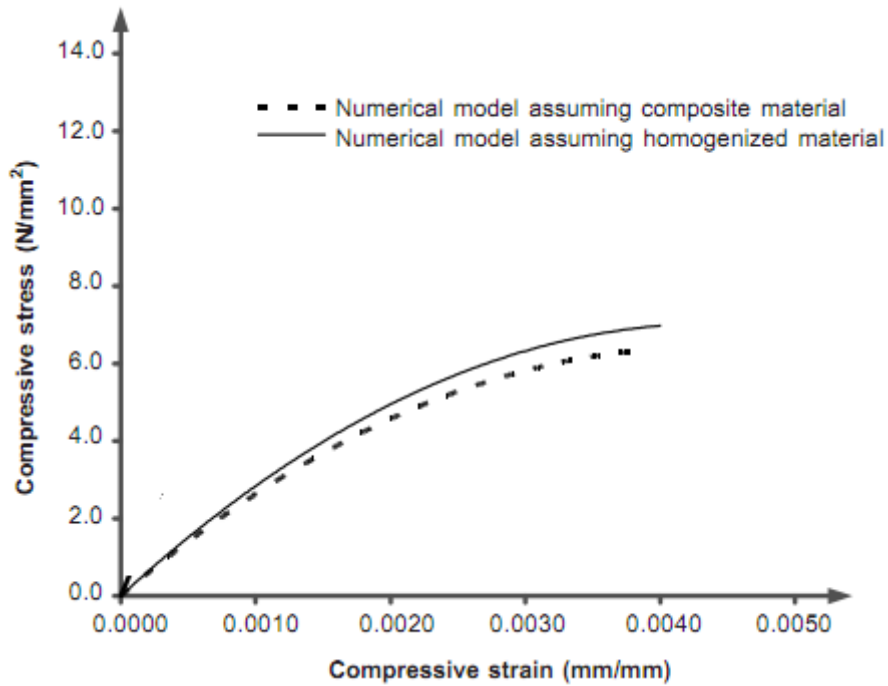


Figura 2.3. Curva tensión-deformación de un modelo con juntas de mortero de 12.5mm [17]

En casos prácticos aplicados a estructuras reales, como edificios enteros, la interacción entre las piezas y el mortero es, generalmente, despreciable respecto al comportamiento estructural global. En estos casos es más conveniente el uso de macro-modelos, los cuales no hacen distinciones entre las piezas y las juntas de mortero. La mampostería es considerada como un único material ficticio homogéneo ortótropo y continuo. Se requiere de una relación apropiada entre las deformaciones medias y tensiones medias de la mampostería; se debe tener en cuenta la diferente resistencia a compresión y a tracción a lo largo de los ejes del material así como diferentes comportamientos elásticos para cada eje. Para obtener estos valores hace falta realizar ensayos de laboratorio sobre piezas lo suficientemente grandes y bajo estados tensionales homogéneos. La ventaja de los macro-modelos son su bajo costo computacional y tiempo de cálculo si lo comparamos con los micro-modelos.

Una de las características de los diferentes modelos continuos previamente descritos es que el daño es simulado de una manera irreal, involucrando volúmenes significativos y expandiéndose sobre grandes regiones de la estructura.

En contraposición con los modelos basados en la mecánica del continuo se han desarrollado los *modelos de daño localizado*, los cuales permiten a las fracturas abrirse, con lo que el material deja de ser un continuo.

La modelización numérica de la aparición y propagación de las fracturas no es un trabajo fácil. El hecho de predecir correctamente la dirección de propagación de las fracturas se ha convertido en el principal obstáculo a superar en este tipo de problemas discretos.

Con la evolución de los ordenadores y de la mecánica computacional, se han desarrollado dos formatos distintos para enfocar este problema mediante códigos de Elementos Finitos (EF):

- **Modelos de fractura discreta** (*Discrete crack models*):

Los saltos en los desplazamientos debidos a las fisuras son considerados explícitamente. El comportamiento de la fractura debe establecerse a través de una ley de ablandamiento tracción-salto ("*softening traction-jump law*").

Estos modelos se basan en la *mecánica de fracturas*. El criterio de propagación y predicción de la dirección de la fractura se basa en criterios energéticos. Las fracturas son representadas como una discontinuidad dentro de la topología de las mallas de EF.

Estos presentan un gran inconveniente, son fuertemente malla-dependientes, ya que las fracturas solo se propagaran a través de los bordes de los elementos de la malla. Además, cuando la fisura se propaga, la topología de la malla cambia y necesita de procesos de actualización que aumenta el tiempo de cálculo. Esto lleva a la pérdida de objetividad cuando se consideran diferentes discretizaciones del dominio espacial. Además, desde prácticamente de la aparición de estos modelos se detectó que los códigos convencionales de EF no eran los más apropiados para capturar los campos de tensión y de deformación que se desarrollan en la punta de las fracturas, necesitando del desarrollo de códigos especiales de EF [18].

- **Modelos de fractura difusa** (*Smearred crack models*):

Los saltos en los desplazamientos a través de las fracturas están “*smearred*” sobre los elementos afectados. El comportamiento de la fractura puede establecerse mediante una ley de ablandamiento tensión-deformación (“*softening stress-strain law*”)

Son modelos basados en la *mecánica del medio continuo*. El criterio de propagación y predicción de la dirección de la fractura se basa en criterios de rotura expresados en términos de tensiones o de deformaciones. El material fisurado se considera que permanece continuo y las propiedades mecánicas son modificadas según el efecto de la fractura, de acuerdo con los estados de tensión y/o deformación. El hecho de que se mantenga continuo hace que el remallado, contrariamente a lo que sucede en los *discrete crack models*, sea innecesario.

El primer inconveniente de estos modelos se detectó en la década de los 70: si una “*smearred crack*” atraviesa solo un elemento, la energía total disipada durante el proceso de fracturación es proporcional al volumen del elemento. Esto significa que, para elementos infinitesimalmente pequeños, la energía disipada desaparece, siendo esto un hecho inaceptable desde el punto de vista mecánico.

Esto se solucionó al dejar de considerar el concepto de *deformación de ablandamiento* (“*strain softening*”) como una característica del material, y relacionarlo con la energía de fractura del material y con el tamaño del elemento que es atravesado por la fractura [19].

El otro gran problema es la gran malla-dependencia de las soluciones mediante EF basadas en la Mecánica del Continuo. De esta manera se detectó que si la discretización espacial estaba diseñada “adecuadamente orientada” de acuerdo con la propagación de la fractura, las soluciones obtenidas son satisfactorias. En [20] puede verse un ejemplo donde se evidencia la fuerte malla-dependencia de este tipo de problemas. El ejemplo consiste en realizar un modelo donde se somete una placa bidimensional, con un agujero en el centro, a esfuerzos de tracción en los bordes superior e inferior. Se hace uso de una malla no-estructurada. En la figura 2.4 puede verse la malla deformada y el daño producido en el modelo. Se observa como inicialmente la fisura se propaga como debería hacerlo realmente, horizontalmente, pero se desvía siguiendo la orientación de los elementos.

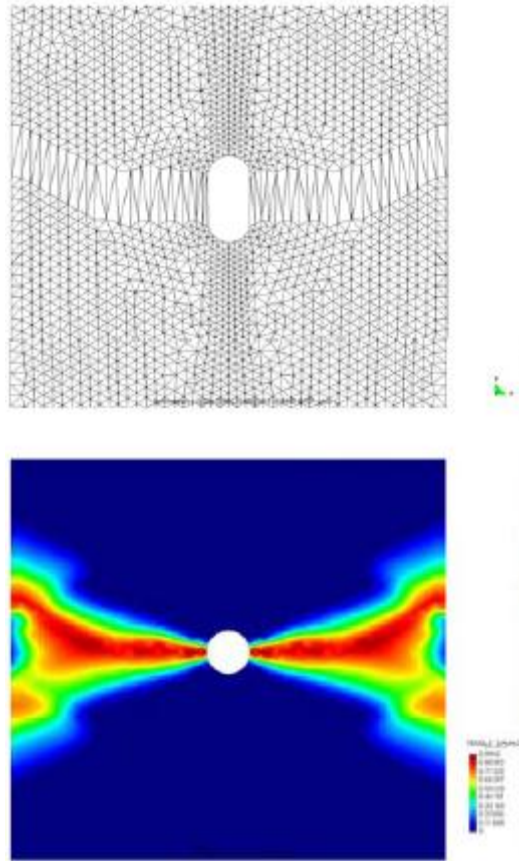


Figura 2.4 Malla deformada y daño producido por esfuerzos de tracción [20]

En el presente trabajo se presenta un modelo de elementos finitos basado en la mecánica de medios continuos, en el cual se introduce una formulación constitutiva avanzada que combina comportamientos (distintos modelos constitutivos) ortótropos mediante una teoría de mezclas.

3. RESPUESTA SÍSMICA NO LINEAL

3.1 Análisis no lineal de estructuras

El análisis no lineal de estructural se hace necesario cuando deja de cumplirse una relación lineal entre causas y efectos. Mientras se verifique que el material es elástico lineal y los desplazamientos sean pequeños se mantendrá el análisis lineal. Cuando alguna de estas premisas deje de cumplirse se procederá al análisis no lineal.

La no linealidad puede producirse por dos razones: el material es no lineal, *no-linealidad física*; o bien, los desplazamientos que sufre la estructura ya no pueden ser considerados como pequeños, *no linealidad geométrica*. En este trabajo toda no-linealidad se debe a la no linealidad material y se consideran todos los casos en pequeñas deformaciones.

La no linealidad física se produce en estructuras donde aparecen todas las sollicitaciones internas, el campo inelástico se manifiesta desarrollando *articulaciones plásticas*, provocando una disminución de la rigidez inicial y disminuyendo la capacidad resistente estructural.

3.2 Análisis estático y dinámico no lineal de estructuras

El análisis estático no lineal consiste en mantener constantes las cargas de gravedad y aplicar incrementos de fuerza horizontales de piso hasta alcanzar el fallo de

la estructura. La distribución de fuerzas sísmicas obedece generalmente a un patrón de distribución modal de desplomes. Para edificios regulares en planta y elevación y sin irregularidades en la distribución de masas, se toma un patrón de fuerzas de forma triangular invertida, correspondiente al primer modo de vibración de la estructura.

En el análisis dinámico se tiene que tener en cuenta que la aplicación de cargas cíclicas tiende a incrementar la fuerza cortante máxima o resistencia máxima del edificio. El procedimiento a seguir es el de obtener el colapso partiendo de los acelerogramas escalados respecto a la aceleración de la gravedad. A partir de este valor se incrementa la aceleración en fracciones de 0.05g, hasta alcanzar el colapso.

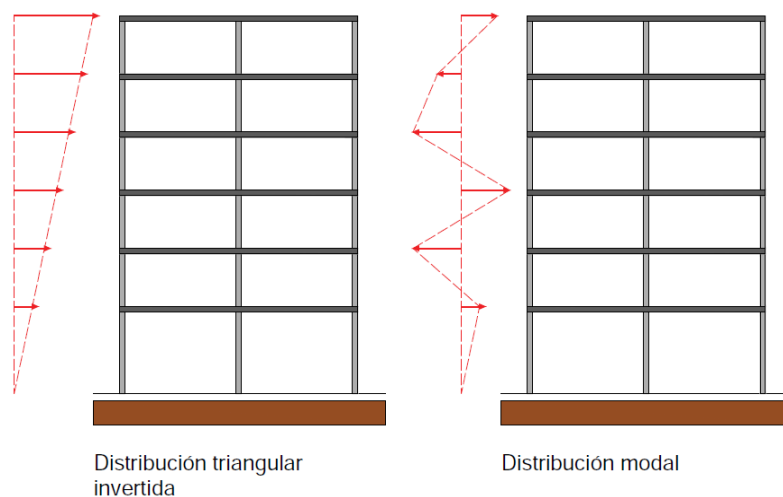


Figura 3.2.1 Diferentes patrones de distribución de fuerzas usados en el análisis estático no lineal. [21]

Comparando los resultados de un análisis no lineal estático y uno dinámico sobre la misma estructura [21], se deduce que ambos tipos de análisis son equivalentes, en ciertos casos. En la figura 3.2.2 pueden verse conjuntamente tanto la respuesta mediante del análisis estático (en negro) y la respuesta dinámica (en rojo). Se observa como las curvas de capacidad estáticas envuelven los lazos de las curvas dinámicas, por lo que el cortante en la base obtenido de las curvas de capacidad caracteriza adecuadamente la respuesta al representar el máximo valor de la demanda sísmica. También se observa como los desplomes máximos producidos son muy parecidos en ambos métodos de cálculo.

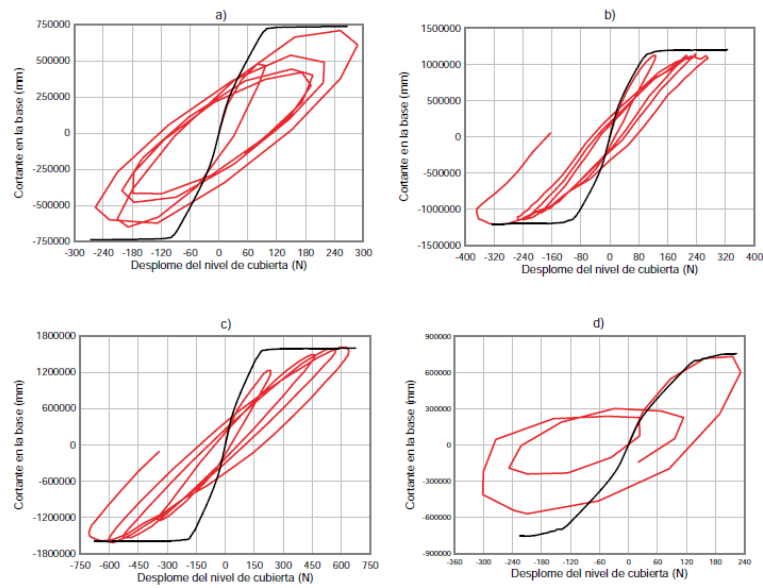


Figura 3.2.1 Respuesta no lineal en diferentes casos. [21]

3.3 Análisis estático no lineal (“Push-over”)

El análisis estático no lineal de estructuras mediante un procedimiento incremental de fuerzas se le denomina “push-over”. A pesar de que el análisis dinámico es el procedimiento más riguroso para obtener las demandas sísmicas de una estructura, los análisis de “push-over” se han popularizado debido a su menor tiempo computacional y da unos resultados con un sentido físico de fácil interpretación. Las demandas sísmicas son calculadas mediante un análisis estático no lineal de una estructura expuesta a un incremento monótono de fuerzas laterales con una distribución invariante de altura hasta que se alcanza un determinado desplazamiento, previamente determinado. Tanto la distribución de fuerzas como el desplazamiento previamente determinado se basan en la presunción que la respuesta está controlada por el modo fundamental de vibración y que la forma del modo permanece constante incluso después de que la estructura entre en un régimen no-lineal [22].

Mediante este procedimiento se obtienen predicciones de demanda sísmica satisfactorias, aunque restringido mayoritariamente a estructuras de poca o media altura, donde la acción inelástica se distribuya a través del peso de la altura de la estructura.

El principal inconveniente del método viene dado por el carácter de la respuesta en el rango inelástico, ya que se adquieren grandes desplazamientos para incrementos de fuerza lateral. Esto puede llevar a problemas de convergencia del programa de elementos finitos si la fuerza aplicada sobrepasa el fallo.

Existen dos formas de llevar a cabo el análisis no lineal: mediante el control de fuerzas, o mediante el control de desplazamientos. Para evitar problemas de convergencia del tipo anteriormente citado, se sustituye el control de fuerzas por el control de desplazamientos.

El control de desplazamientos consiste en forzar un desplazamiento horizontal incremental en los nudos de la estructura, obteniendo el cortante en la base como incógnita del problema.

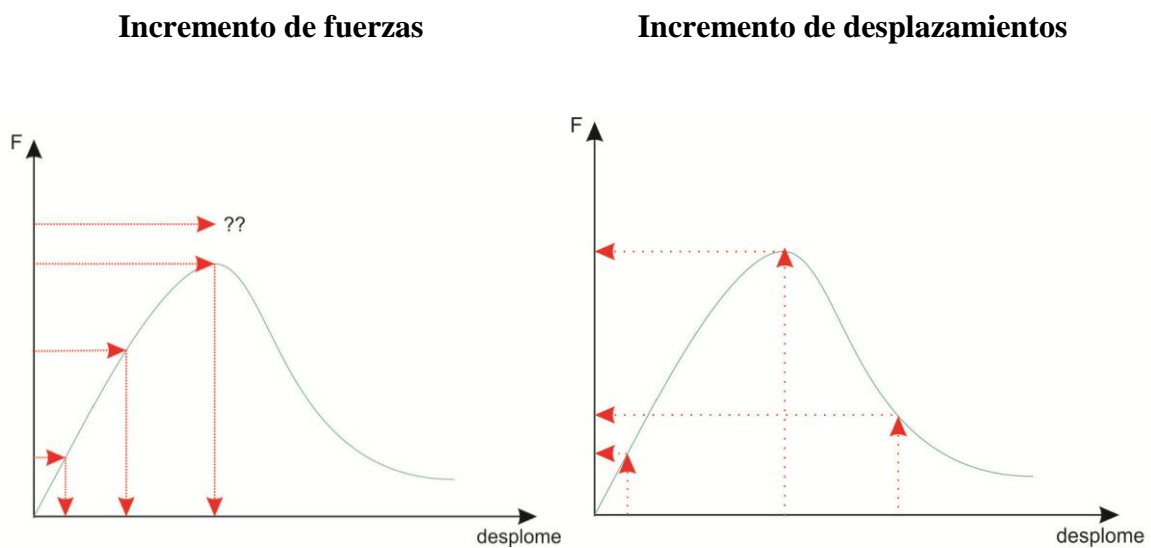


Figura 3.3.1 Diferencias entre aplicar incremento de fuerzas y desplazamientos incrementales

3.4 Metodología del análisis de “push-over”

En todos los modelos se ha realizado el análisis mediante control de desplazamientos, para poder simular mejor el comportamiento post-pico de las estructuras.

La elección del punto donde se imponen los desplazamientos no es trivial. El punto de aplicación lógico sería el punto medio de la cara exterior del nudo pilar-viga más alto (figura 3.4.1), si bien en ocasiones es aconsejable la elección de otro punto de aplicación de los desplazamientos más idóneo.

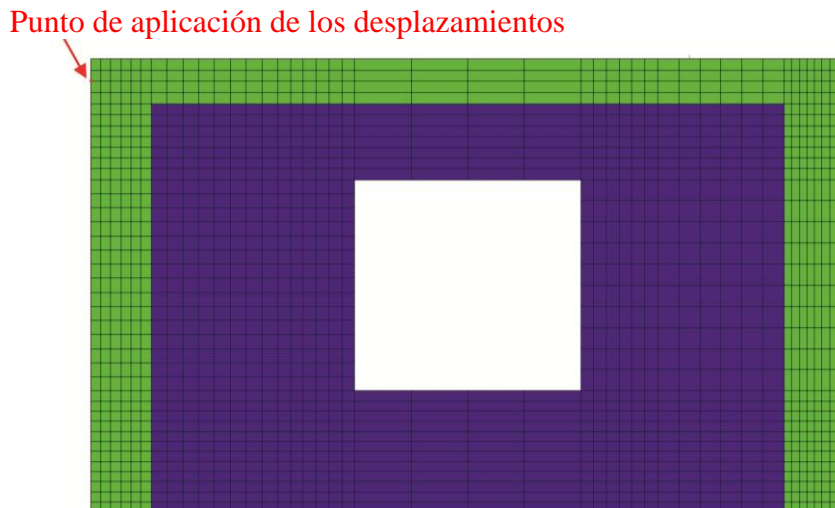


Figura 3.4.1 Aplicación de los desplazamientos en la cara exterior del nudo viga-pilar.

En los modelos donde el pórtico está armado aparece daño alrededor del punto de aplicación de desplazamientos (figura 3.4.2). Para evitar este efecto y obtener mejores resultados se ha optado por dos soluciones diferentes. En el pórtico con armadura y sin cerramiento basta con forzar los desplazamientos en el centro de la viga (figura 3.4.3), mientras que en los pórticos con armadura y un cerramiento de mampostería se ha optado por colocar una platina de acero en la cara exterior del nudo, considerándola siempre en régimen elástico, y forzar ahí los desplazamientos (figura 3.4.4).

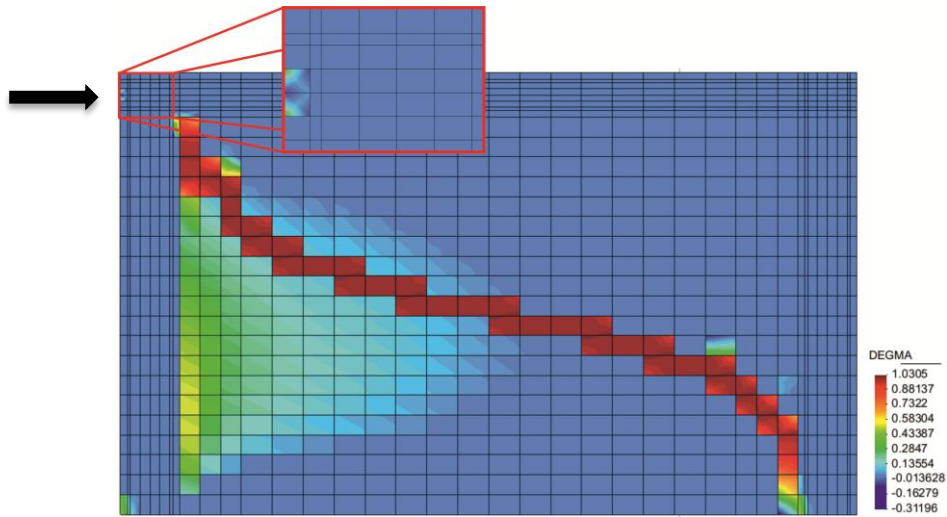


Figura 3.4.2 Daño producido en la cara exterior nudo por el hecho de forzar los desplazamientos.

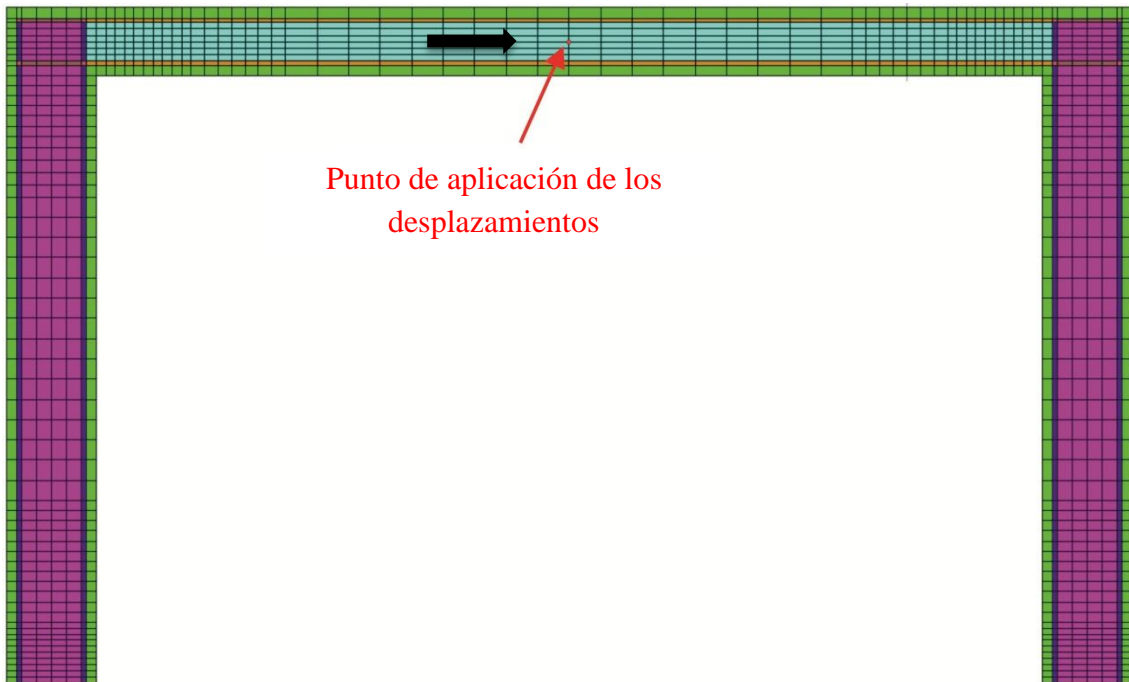


Figura 3.4.3 Aplicación de los desplazamientos en el centro de la viga.

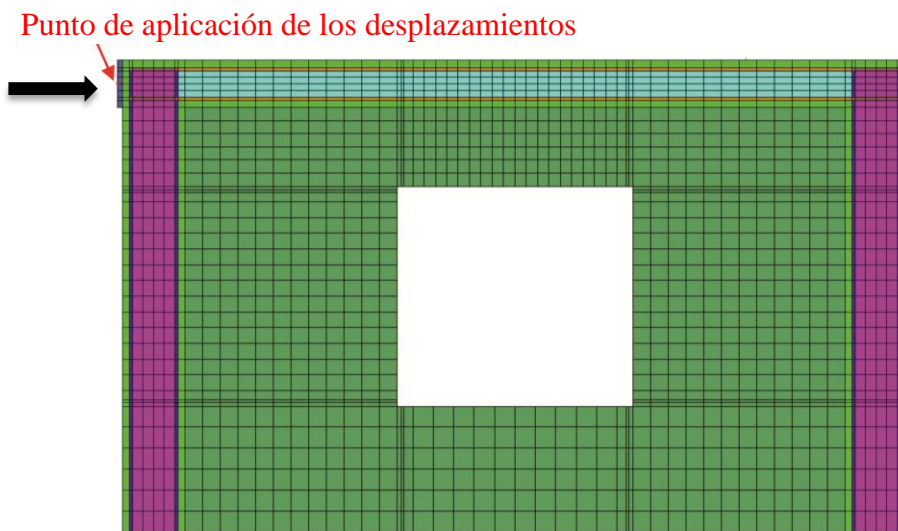


Figura 3.4.4 Aplicación de los desplazamientos en la platina de acero.

4. MODELOS CONSTITUTIVOS

4.1 Introducción

Los modelos constitutivos son el conjunto de ecuaciones, basadas en la *mecánica del medio continuo*, que intervienen a la hora de simular matemáticamente el comportamiento mecánico de un material. Cada material se comporta de manera diferente al ser sometido a procesos mecánicos, por lo que existen diferentes teorías y modelos constitutivos que se ajustan mejor a cada tipo de material. En los modelos que se han simulado numéricamente en este trabajo intervienen diferentes materiales, por lo que ha sido necesario el uso de diferentes modelos constitutivos que se adecuen a cada material.

Los diferentes modelos constitutivos han sido utilizados son los siguientes:

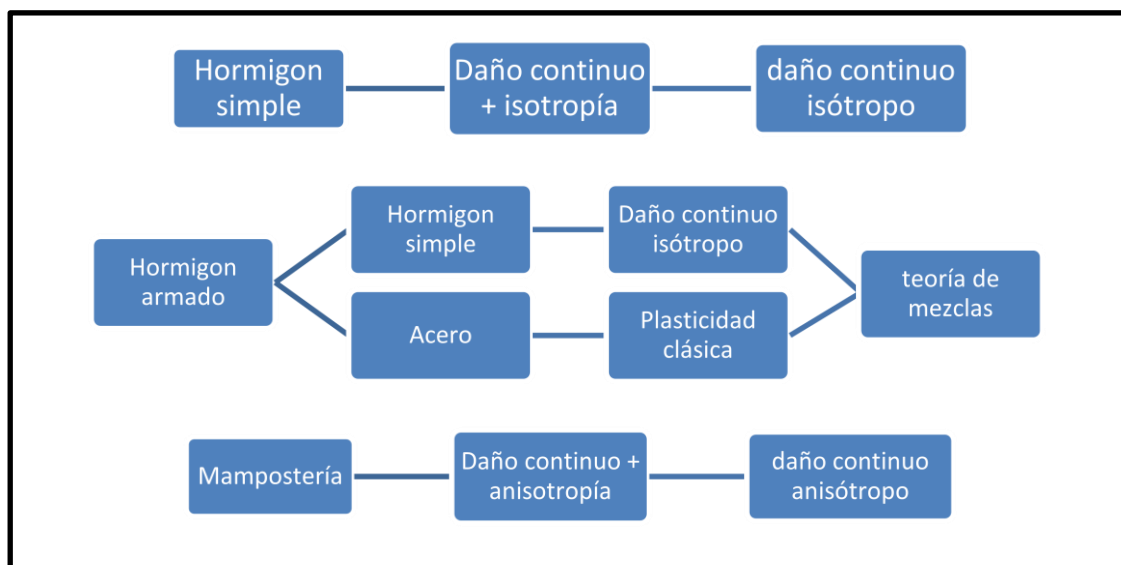


Figura 4.1.1. Representación esquemática de los modelos usados para cada material

4.1.2 Comportamiento del acero

Como se aprecia en la figura 4.1.2.1, donde se representa la respuesta tensión-deformación típica del acero, este se comporta como un material dúctil. Su principal característica es su capacidad de deformarse plásticamente sin que disminuya su resistencia antes de alcanzar la rotura.

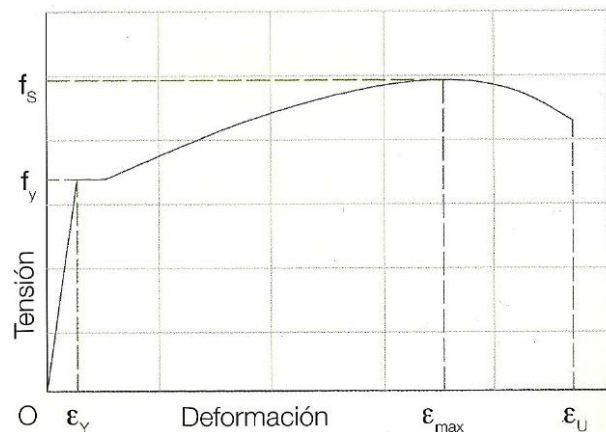


Figura 4.1.2.1 Diagrama tensión-deformación típico del acero [23]

El concepto de ductilidad material se relaciona con los valores de deformaciones que se aprecian en la figura 4.1.2.1. Conocidos los valores de la deformación de plastificación, ϵ_Y , en una dirección dada y la deformación última, ϵ_U , en esa misma dirección, se define como *ductilidad material*,

$$\mu_\epsilon = \frac{\epsilon_U}{\epsilon_Y} \quad (4.1.2.1)$$

La forma más usual de simular su comportamiento es mediante la *teoría de plasticidad* usando la función de fluencia de *von Mises*.

4.1.3 Comportamiento del hormigón

El hormigón se comporta como un material frágil, es decir, al contrario que el acero, la rotura se producirá con poca deformación y al alcanzar cierto valor máximo de

tensiones, estas caerán bruscamente tal y como se puede observar en la figura 4.1.3.1. Esto conducirá a valores muy bajos de ductilidad material.

La respuesta inelástica de la curva tensión-deformación del hormigón tiene tanto una componente plástica como una componente debida al daño, siendo predominante esta última. Por esta razón se ha usado una *teoría de daño continuo isótropo* con una superficie de fluencia *Mohr-Coulomb* para simular su comportamiento.

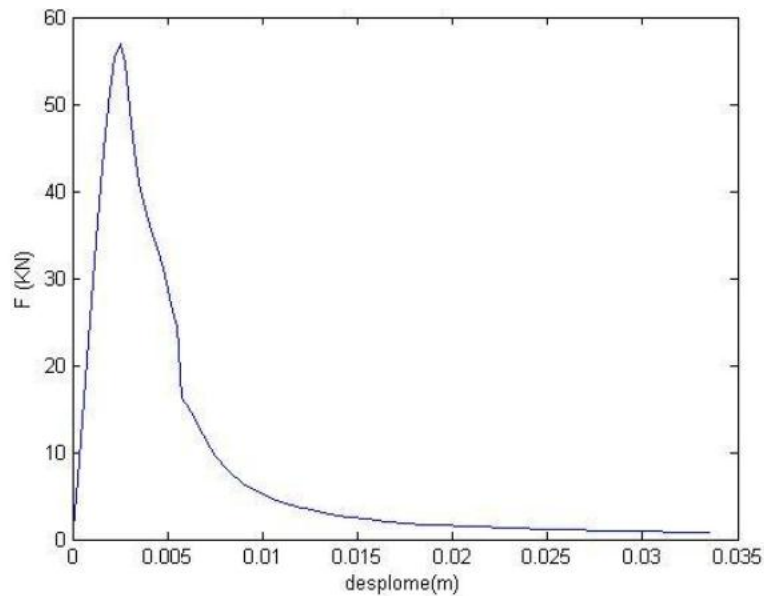


Figura 4.1.3.1 Curva tension deformacion tipica del hormigon.

4.1.4 Comportamiento del hormigón armado

El hormigón armado consiste en la utilización de hormigón reforzado con barras o mallas de acero, llamadas armaduras. La principal contribución de las barras de acero es aportar la resistencia a tracción necesaria a la estructura y la capacidad de las secciones de deformarse de forma dúctil; el hormigón se encarga de asegurar la resistencia a compresión. En la figura 4.1.4.1 se observan las diferencias de la curva tensión-deformación de una estructura de hormigón no armado y la misma estructura de hormigón armado. En esta figura se evidencia que la colocación de la armadura no

solo aumenta la capacidad resistente, si no mejora el comportamiento dúctil de la estructura.

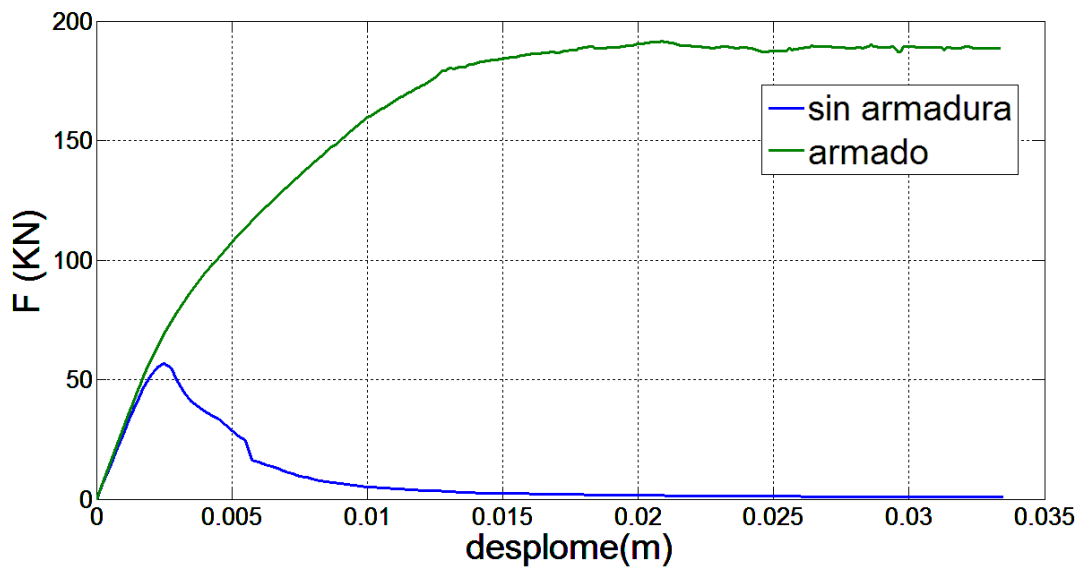


Figura 4.1.4.1 Curva fuerza-desplazamiento de una estructura porticada de hormigón sin armadura y otra de hormigón armado.

Para simular el comportamiento mecánico del hormigón armado se tiene que tener en cuenta que es un material heterogéneo, formado por hormigón y acero, los cuales presentan diferentes comportamientos mecánicos y requieren cada uno del uso de modelos constitutivos diferentes, usualmente teoría de daño para el primero y teoría de plasticidad para el segundo. En este trabajo se ha usado la *teoría de mezclas serie/paralelo* para materiales compuestos para simular la respuesta del hormigón armado.

4.1.5 Comportamiento de la mampostería

La mampostería es un material compuesto resultado de la interacción de ladrillos, de cerámicas o de hormigón, y una pasta de mortero ligante. De esta combinación de materiales resulta un material con propiedades mecánicas anisótropas, es decir, se comporta de manera diferente según la dirección en que se solicite.

Desde el punto de vista estructural, el aspecto más importante que aportan las piezas de la mampostería es la resistencia a compresión.

Las propiedades mecánicas del mortero que más influyen en el comportamiento estructural de la mampostería son su deformabilidad y su adherencia con las piezas. De la primera propiedad dependen en gran medida las deformaciones totales del elemento de mampostería y en parte su resistencia a carga vertical; la adherencia entre el mortero y las piezas define en muchos tipos de mampostería la resistencia a cortante del elemento. La resistencia a compresión del mortero no tiene mucha influencia sobre el comportamiento estructural de la mampostería.

El comportamiento y modos de rotura de la mampostería ante cargas axiales dependen sobre todo de la interacción entre las piezas y el mortero. Estos tienen características tenso-deformacionales diferentes, esto hace que al ser sometidos a un mismo esfuerzo se produzca una interacción entre ambos que consiste en que el material menos deformable, las piezas, restringen las deformaciones transversales del material más deformable, el mortero, de manera que se introducen en este último tensiones a compresión de dirección transversal (figura 4.1.5.1.c). Por otro lado, en el material menos deformable se producen tensiones transversales de tracción (figura 4.1.5.1.b), las cuales disminuyen su resistencia.

El tipo de rotura por compresión más común es el producido por tracción lateral, es decir, a través de grietas verticales en las piezas producidas por las deformaciones transversales incrementadas por el efecto de las deformaciones del mortero en las juntas (figura 4.1.5.1.a). Cuando este agrietamiento vertical es excesivo, se produce la inestabilidad del elemento y su fallo estructural.

A partir de diversos estudios sobre la resistencia a compresión de la mampostería se ha podido determinar que las relaciones tensión-deformación registradas en diferentes ensayos son prácticamente lineales hasta alcanzar el fallo, que se produce generalmente de forma brusca (figura 4.1.5.2). Como excepción, en el caso de piezas de baja resistencia, la curva tensión-deformación tiene a ser parabólica y la rotura no se produce tan bruscamente.

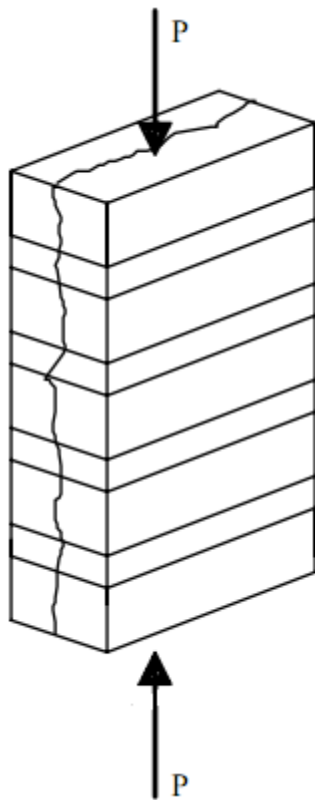


Fig. 4.1.5.1.a Rotura típica por tracción lateral [24]

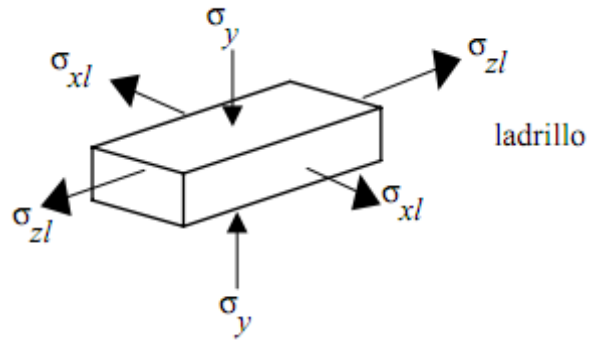


Fig. 4.1.5.1.b Tensiones sobre las piezas[24]

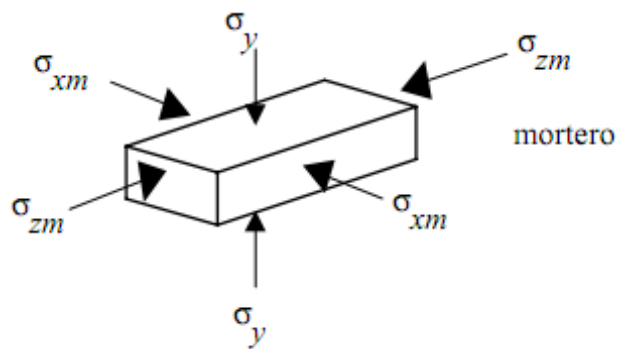


Fig. 4.1.5.1.c Tensiones sobre el mortero[24]

El comportamiento post-pico tensional (*softening*) de la mampostería frente a un incremento continuo de deformaciones se debe al proceso de formación progresiva de fracturas internas. Este comportamiento mecánico se atribuye a la heterogeneidad del material, que contiene la presencia de diferentes fases y defectos materiales, tales como micro-agujeros y imperfecciones. Incluso antes de empezar el proceso de carga, el mortero contiene micro-fracturas producidas por la contracción durante el proceso de curado y la presencia del agregado. Los ladrillos de arcilla contienen inclusiones y micro-fracturas producidos durante el proceso por el cual son sometidas a altas temperaturas. Tanto las tensiones y fracturas iniciales como las variaciones de la rigidez interna y la resistencia causan la progresión de las fracturas cuando el material es sometido a una deformación progresiva. Inicialmente las micro-fracturas son estables, lo que significa que solo progresarán cuando aumenten las tensiones. Cerca del pico

tensional se produce una aceleración en la formación de fracturas y la empieza la formación de nuevas micro-fracturas. Las macro-fracturas son inestables, con lo que las tensiones deberían disminuir con tal de evitar que estas sigan creciendo y aparezcan nuevas fracturas.

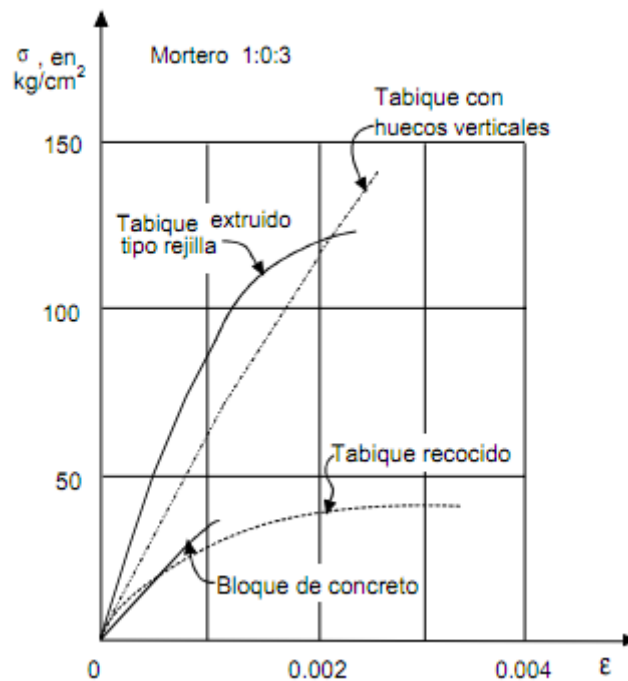


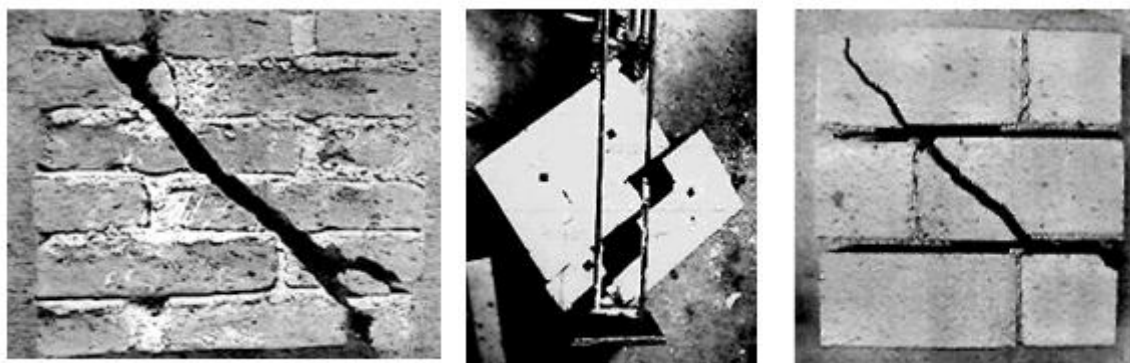
Fig. 4.1.5.2 Curvas tensión-deformación ensayos a compresión sobre diferentes tipos de mamposterías [25]

Uno de los aspectos a tener en cuenta en elementos estructurales de mampostería es comportamiento al verse sometido a tensiones diagonales. Una de las causas más importantes que puedan llevar a este estado tensional sobre la mampostería es debido a acciones sísmicas, aunque existen muchas otras situaciones que llevan a este tipo de sollicitación, como la existencia de asentos diferenciales de una edificación de mampostería, o la acción de cargas gravitacionales cuando existe una distribución poco uniforme de cargas verticales sobre un muro. Este tipo de acciones tensionales es el que conduce con mayor frecuencia al fallo estructural del elemento.

La determinación de la respuesta a esfuerzos cortantes de las juntas muros de mampostería es compleja, ya que depende de la capacidad de la configuración de los ensayos de laboratorio de generar estados de tensión uniformes en las juntas. La

resistencia a cortante aumentará con la tensión a compresión, debido al comportamiento friccional de la mampostería.

El fallo de un muro por efecto de esfuerzos cortantes ocurre normalmente a través de grietas diagonales debidas a las tensiones diagonales. Estas grietas se forman generalmente a lo largo de las juntas, a causa de la debilidad de la unión entre la pieza y el mortero, aunque en piezas de baja resistencia y buena adherencia con el mortero, las grietas atraviesan tanto las piezas como el mortero.



(a) falla por las piezas

(b) Falla por las juntas

(c) Falla mixta

Figura 4.1.5.3 Modos de rotura de ensayos de compresión diagonal [25]

4.2 Modelo para el acero – Teoría de la plasticidad

4.2.1 Introducción

Durante un proceso de carga en estado elástico, la estructura atómica del material no se ve afectada, con lo que no se disipa energía durante este proceso. Cuando se retira la carga el material vuelve a su estado inicial.

En ciertos materiales, si seguimos cargándolo, se llegará a tal nivel de carga que la estructura atómica empezara a reestructurarse, con lo que se producirá una disipación interna de energía (proceso irreversible). La mayor parte de esta energía será usada para aumentar la temperatura (liberación de calor), como consecuencia se producirá un aumento en el desorden del sistema (aumento de la entropía). A nivel macroscópico, la reestructuración atómica viene caracterizada por una deformación permanente (deformación plástica). A los modelos constitutivos que intentan representar este comportamiento se les llama *modelos elasto-plásticos*. En este trabajo solo se considerara la *teoría clásica de plasticidad en pequeñas deformaciones*.

Las características principales de dicha teoría y que la distinguen de la elasticidad son:

- *Perdida de linealidad*, las tensiones no son proporcionales a las deformaciones.
- Aparecen las *deformaciones plásticas o permanentes*. Una parte de la deformación generada en el proceso de carga no se recupera durante la descarga. De esta manera las deformaciones en un punto, $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$, descomponen en una parte elástica, $\boldsymbol{\varepsilon}^e$, reversible, y una plástica o permanente, $\boldsymbol{\varepsilon}^p$.

De forma general, el comportamiento de un sólido mediante la teoría de la plasticidad tiene las siguientes características:

- Un comportamiento inicial dentro de un régimen elástico donde las deformaciones son reversibles (tramo OA' de la figura 4.2.1.1).
- Al sobrepasar cierto estado tensional característico de cada material, se adquiere un comportamiento elasto-plástico, donde el campo de tensiones no crece de

forma proporcional al de deformaciones (tramo A'E de la figura 4.2.1.1). El límite que determina el comienzo del estado elasto-plástico viene definido por una función en el espacio de tensiones llamada *función de fluencia plástica* o *función de discontinuidad*.

En la figura 4.2.1.1 se muestra el comportamiento de un material elásto-plástico ideal. Dentro del régimen inelástico se pueden diferenciar tres tramos diferentes:

- *Tramo A'C*; se produce un crecimiento de las tensiones. Se conoce como *zona elasto-plástica con endurecimiento* (o *hardening*).
- *Tramo CD*; no se experimenta ningún cambio en las tensiones, las deformaciones aumentan. Se conoce como *zona elasto-plástica perfecta*.
- *Tramo ED*; se produce un decrecimiento de las tensiones mientras que las deformaciones aumentan. Se conoce como *zona elasto-plástica con ablandamiento* (o *softening*).

Los límites que delimitan los tramos previamente definidos varían dependiendo de cada material por lo que deberán ser modificados en cada caso concreto.

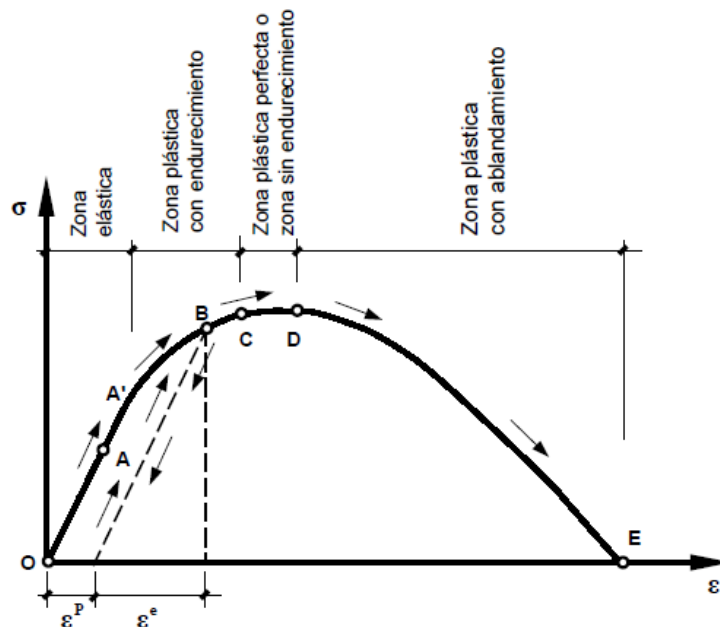


Figura 4.2.1.1 Comportamiento uniaxial de un material elasto-plástico ideal [26].

4.2.2 Criterio de fluencia plástica

El *criterio de discontinuidad* o *de fluencia* es una función escalar de argumentos tensoriales que establece un *límite de tensiones* para un punto del sólido, a partir del cual se inicia el proceso tenso-deformacional inelástica. De forma general se puede definir el criterio de discontinuidad como una función escalar dependiente del estado tensional actual y de un conjunto de variables internas,

$$\mathbb{F}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0 \quad (4.2.2.1)$$

Donde $\boldsymbol{\sigma}$ es el tensor de tensiones de Cauchy y \mathbf{q} es el conjunto de variables internas agrupadas en forma de matriz columna. La teoría de plasticidad solo admite dos estados de comportamiento del sólido ideal: el estado elástico, $\mathbb{F}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) < 0$, o el estado elasto-plástico, $\mathbb{F}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0$, por lo que cualquier estado fuera del dominio de esta función es inadmisibles, es decir, $\mathbb{F}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \not\geq 0$ (figura 4.2.1.1). La situación de un punto cualquiera, en un determinado instante t del proceso de carga cuasi-estático, queda inequívocamente definido a partir de la *condición de consistencia de Prager*, que dice lo siguiente:

- El sólido se encuentra en un estado *elástico* si:

$$\mathbb{F}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) < 0 \quad \text{o} \quad \dot{\mathbb{F}}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \mathbf{q}} : \dot{\mathbf{q}} < 0 \quad (\text{descarga}) \quad (4.2.2.2)$$

- El sólido se encuentra en un estado *elasto-plástico* si:

$$\mathbb{F}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0 \quad \text{y} \quad \dot{\mathbb{F}}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \mathbf{q}} : \dot{\mathbf{q}} < 0 \quad (\text{carga}) \quad (4.2.2.3)$$

Estas funciones son simétricas para los materiales isótropos, en el espacio de tensiones, y en ellas suele definirse el estado tensional a través de sus invariantes.

La ley de evolución de las variables internas \mathbf{q} puede escribirse de forma general dependiendo del estado de la variable libre, en este caso la tensión, y magnitud actual de las variables internas, con la forma siguiente,

$$\dot{\mathbf{q}} = \lambda \mathbf{H}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \quad (4.2.2.4)$$

Donde λ es un escalar no negativo llamado factor de consistencia plástica y $H(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$ es una función tensorial que describe la evolución de cada variable interna.

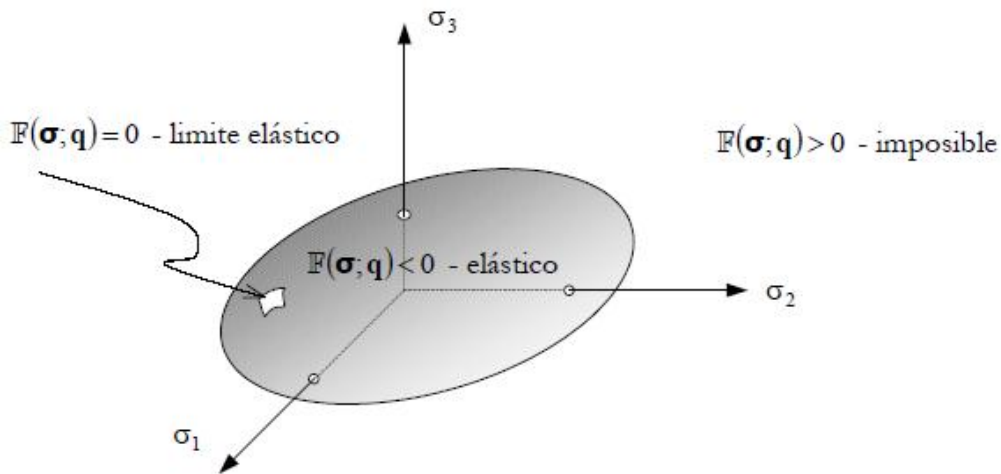


Figura 4.2.2.1 Dominio elástico [26]

4.2.3 Comportamiento elasto-plástico

Existen diferentes teorías con diferentes formulaciones para representar el comportamiento elasto-plástico de un material, adecuándose cada una de ellas según el objetivo marcado. Las dos formulaciones consideradas más clásicas son la de Levy-Mises y la de Prandtl-Reus.

Teoría de Levy-Mises

Esta teoría se basa en tres hipótesis principales,

Primera hipótesis: el incremento temporal total de deformación es igual al incremento temporal de deformación plástica durante el proceso elasto-plástico. Esto implica que la deformación plástica durante es próxima a cero, o que el módulo de Young se hace muy grande, es decir:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^p \Rightarrow \dot{\epsilon}^e \cong 0 \quad \text{o bien,} \quad E \rightarrow \infty \quad (4.2.3.1)$$

Segunda hipótesis: el sólido ideal es plásticamente incompresible, $\varepsilon_v^p = 0$; de esta hipótesis y de la primera, se tiene que el incremento temporal del tensor desviador de deformación plástica es igual al incremento temporal del tensor de deformación plástica total. Es decir:

$$\dot{\varepsilon}^p = \varepsilon_{oct}^p \mathbf{1} + \dot{\varepsilon}^p \Rightarrow \dot{\varepsilon}^p \equiv \dot{\varepsilon}^p \quad \text{o bien,} \quad \dot{\varepsilon} \equiv \dot{\varepsilon} \quad (4.2.3.2)$$

donde la deformación octaédrica es nula y se define como $3 \varepsilon_{oct}^p = \varepsilon_v^p = 0$ y el vector unidad es igual a $\mathbf{1} = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}^T$.

Tercera hipótesis: los ejes principales de deformación plástica coinciden con los de tensión, esto lleva a la definición de la denominada regla de flujo,

$$\dot{\varepsilon} \equiv \dot{\varepsilon} = \dot{\lambda} \mathbf{s} \quad (4.2.3.3)$$

Donde $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{I} \cdot \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})/3$, es el tensor desviador.

Teoría Prandtl-Reus

Su principal diferencia con la teoría de Levy-Mises es que considera que la deformación total resulta de la contribución de la parte plástica y de la parte elástica,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (4.2.3.4)$$

donde el incremento temporal de deformación elástica seguirá las leyes de la teoría de la elasticidad y el incremento temporal del tensor de deformación plástica se obtendrá como una escala del tensor desviador de tensiones \mathbf{s} , lo que implica que la parte volumétrica del tensor de deformaciones plástica sea nula. Esta hipótesis se conoce como regla de flujo de Prandtl-Reus,

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \mathbf{s} \Rightarrow \dot{\varepsilon}_v^p = 0 \quad (4.2.3.4)$$

El factor de consistencia plástico λ se obtiene a partir del espacio de tensiones y deformaciones principales.

4.2.4 Teoría clásica de plasticidad

Se admite, por hipótesis, que un punto del sólido se encuentra dentro del régimen elasto-plástico cuando alcanza el criterio de discontinuidad $F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0$ y cumple con la condición de consistencia plástica $\dot{F}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0$. Se adopta como válida la hipótesis de Prandtl-Reus sobre la descomposición de la deformación total, con lo que,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbb{C}^{-1} : \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\varepsilon}^p = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (4.2.4.1)$$

Siendo la deformación plástica $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ la variable interna fundamental del problema elasto-plástico, definido como,

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda} \mathbf{H}_{\boldsymbol{\varepsilon}^p} = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\lambda} \mathbf{g} \quad (4.2.4.2)$$

Esta expresión recibe el nombre de regla de normalidad, siendo $G(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$ la superficie del potencial plástico y λ un escalar no negativo llamado parámetro de consistencia plástica, que representa la magnitud del incremento temporal de deformación plástica. La función del potencial plástico determina la dirección del incremento temporal de deformación plástica (figura 4.2.4.1).

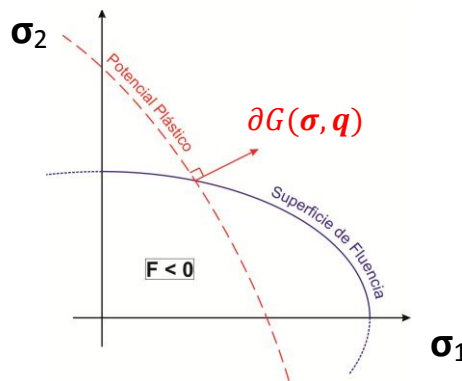


Figura 4.2.4.1 Superficie de fluencia y potencial plástico.

Se puede distinguir entre dos tipos de flujo plástico:

- Flujo asociado: se adopta, por hipótesis, que el flujo plástico es igual a la superficie de fluencia, $G(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \equiv F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$. En este caso particular la dirección

del incremento temporal de deformación plástica es ortogonal a la superficie de fluencia.

- *Flujo no-asociado*: al contrario que en el caso anterior, el potencial plástico es diferente a la superficie de fluencia $G(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q}) \neq F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q})$. La dirección del incremento temporal de deformación plástica no será ortogonal y vendrá dada por la función de potencial plástico.

4.2.4.1 Trabajo plástico unitario

El trabajo total desarrollado en una unidad de volumen de un sólido elasto-plástico ideal, en un proceso cuasi estático y durante un pseudo incremento de tiempo, se denomina incremento temporal de trabajo unitario,

$$\dot{\omega} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{\sigma} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\omega}^e + \dot{\omega}^p \quad (4.2.4.1.1)$$

Se conoce esta forma de escribir la variación temporal de la energía como *elasticidad desacoplada* y solo vale en el caso elasto-plástico cuyas deformaciones elásticas sean infinitesimales y por tanto se acepta la hipótesis de aditividad de deformaciones.

La variación temporal del trabajo plástico se puede expresar de la siguiente forma,

$$\dot{\omega}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \bar{\sigma} \cdot \sqrt{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p} = \bar{\sigma} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \quad (4.2.4.2.1)$$

Siendo $\bar{\sigma} = \sqrt{3 \cdot J_2}$, la *tensión efectiva* o uniaxial de von Mises, y J_2 el segundo invariante del tensor de deformaciones. La expresión anterior permite escribir en forma general la *deformación plástica efectiva* como,

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \sqrt{\gamma} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \quad (4.2.4.3.1)$$

Tal que en el caso de plasticidad de von Mises $\gamma \equiv 2/3$.

4.2.4.2 Superficie de carga plástica. Variable de endurecimiento plástico

Como se ha descrito anteriormente, el límite de la zona elástica y la plástica se establece mediante la *superficie de fluencia* o *superficie de discontinuidad* y a partir de este límite esta superficie adquiere movilidad en el espacio de tensiones. El fenómeno que gobierna este cambio de la superficie de fluencia en el espacio de tensiones es conocido como *endurecimiento plástico*, que puede ser isótropo o cinemático. Más adelante se describirá únicamente el caso isótropo, ya que es el que se ha usado en este trabajo.

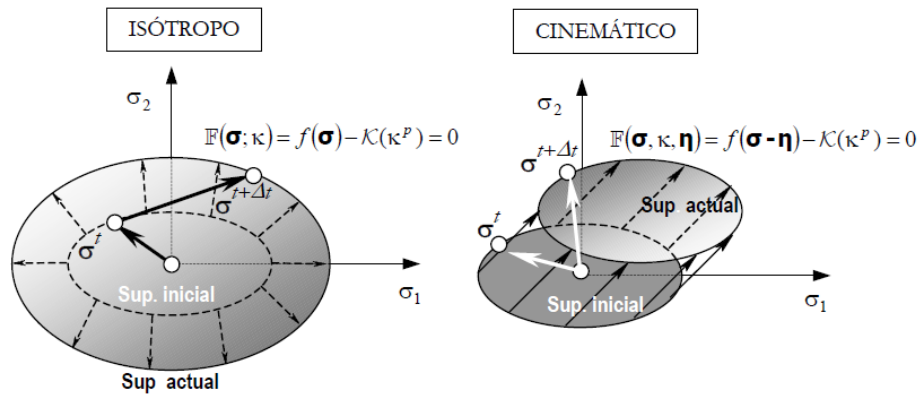


Figura 4.2.4.2 Movimiento isótropo y cinemático de la superficie de fluencia [26]

El endurecimiento se introduce en el comportamiento elasto-plástico a través de la función de fluencia $\mathbb{F}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q}) = 0$, que puede definirse mediante una función escalar con argumentos tensoriales y homogénea de primer grado en las tensiones.

$$\mathbb{F}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q}) = f(\boldsymbol{\sigma}) - \mathcal{K} = 0 \quad (4.2.4.2.1)$$

Se establece la función $f(\boldsymbol{\sigma})$ como un traductor de un estado tensorial de tensiones a otro escalar equivalente. Este escalar se usa para ser comparado con la evolución del endurecimiento plástico \mathcal{K} , inequívocamente relacionado con la evolución de la tensión uniaxial equivalente $\bar{\sigma} \equiv \mathcal{K}$.

Endurecimiento isótropo

Se considera un endurecimiento isótropo cuando hay un movimiento homotético de la superficie de carga plástica. Este movimiento puede ser,

- *Positivo*: el movimiento de la superficie de fluencia es de expansión. Corresponde al caso de plasticidad con endurecimiento (*hardening*).
- *Nulo*: la superficie de fluencia no evoluciona. Corresponde al caso de plasticidad perfecta.
- *Negativo*: el movimiento de la superficie de fluencia es de retracción. Corresponde al caso de plasticidad con ablandamiento (*softening*).

El endurecimiento isótropo queda controlado por la evolución de la *función de endurecimiento plástico* \mathcal{K} . La evolución de esta variable interna depende del proceso mecánico y lo hace condicionada a través de una regla de evolución que debe ajustarse al comportamiento del sólido.

Es habitual expresar esta variable interna como una *función de endurecimiento plástico* $\mathcal{K}(\kappa^p)$, la cual depende a su vez de la *variable interna de endurecimiento plástico* κ^p :

$$\mathcal{K}(\kappa^p) = f(\kappa^p) \quad , \text{ con } \kappa^p = \bar{\varepsilon}^p \quad ; \quad \kappa^p = \omega^p \quad (4.2.4.2.1)$$

Definiendo la función de endurecimiento como una variable interna del proceso plástico, resulta que,

$$\dot{\kappa}^p = \dot{\lambda} H_{\kappa}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = \dot{\lambda} \left[\mathbf{h}_{\kappa}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) : \frac{\partial G(\boldsymbol{\sigma}, \kappa^p)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right] \quad (4.2.4.2.2)$$

$$\dot{\mathcal{K}} = \dot{\lambda} H_{\mathcal{K}}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = h_{\mathcal{K}}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \dot{\kappa}^p$$

Donde la función tensorial $\mathbf{h}_{\kappa}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$ y la función escalar $h_{\mathcal{K}}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$ dependen del estado de tensiones actualizado y de las variables internas. En el caso más simple se identifican las siguientes relaciones:

$$\mathbf{h}_{\kappa} \equiv \boldsymbol{\sigma} \quad \Rightarrow \quad \dot{\kappa}^p = \mathbf{h}_{\kappa} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \equiv \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\omega}^p = \bar{\sigma} \dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}^p \quad (4.2.4.2.3)$$

De estas relaciones se tiene que,

$$\dot{\mathcal{K}} = h_{\mathcal{K}} \dot{\kappa}^p = \frac{\partial \mathcal{K}(\kappa^p)}{\partial \kappa^p} \dot{\kappa}^p \quad (4.2.4.2.4)$$

Relación tensión-deformación. Consistencia plástica y rigidez tangente

Del criterio general de fluencia plástica y de la condición de consistencia de Prager permiten obtener la ley constitutiva elasto-plástica, $\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}_T : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ y el parámetro de consistencia plástica λ . De manera que,

$$\left. \begin{aligned} \mathbb{F}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = f(\boldsymbol{\sigma}) - \mathcal{K} = 0 \\ \dot{\mathbb{F}} = \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \mathcal{K}} \dot{\mathcal{K}} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \dot{\mathcal{K}} = 0 \quad (4.2.4.2.5)$$

Sustituyendo en esta última expresión la ecuación (4.2.4.2.2) se tiene que,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) - h_{\mathcal{K}} (\mathbf{h}_{\kappa} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) = 0 \\ \left[\frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \right] - \lambda \left[\frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C} : \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + h_{\mathcal{K}} \mathbf{h}_{\kappa} : \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.2.4.2.6)$$

De esta última ecuación se puede obtener el factor de consistencia plástica λ , que como se ha mencionado anteriormente es un factor que evalúa la distancia que hay entre un estado tensional inadmisibile y la superficie de carga plástica:

$$\lambda = \frac{\left[\frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \right]}{\frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C} : \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + h_{\mathcal{K}} \mathbf{h}_{\kappa} : \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}}} \quad (4.2.4.2.7)$$

Donde $A = \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C} : \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$ es el parámetro de endurecimiento plástico, este resulta ser la pendiente de la curva tensión uniaxial equivalente.

Sustituyendo la ecuación (4.4.3.2) en la ecuación constitutiva tangente $\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p)$, resulta,

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \left\{ \mathbb{C} - \frac{\left[\mathbb{C} : \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right] \otimes \left[\frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C} \right]}{h_{\mathcal{K}} \mathbf{h}_{\kappa} : \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \left(\frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C} : \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)} \right\} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \Rightarrow \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}_T : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (4.2.4.2.8)$$

Siendo \mathbb{C}_T el tensor constitutivo tangente.

4.3 Modelo para el hormigón – Daño continuo isotrópico

4.3.1 Introducción

El daño continuo de un sólido se debe a la hipótesis que considera que su comportamiento no-lineal que sufre el sólido es consecuencia de la degradación de su rigidez a causa de la pérdida de área efectiva resistente debido a la formación y desarrollo de micro-fisuras.

La interpretación física del *daño* isotrópico puede entenderse como el daño adireccional que sufre cada punto del sólido real cuando sobreviene la fractura. De esta manera, el daño adireccional resulta ser opuesto al concepto de daño macroscópico (fractura), ya que éste es un fenómeno direccional.

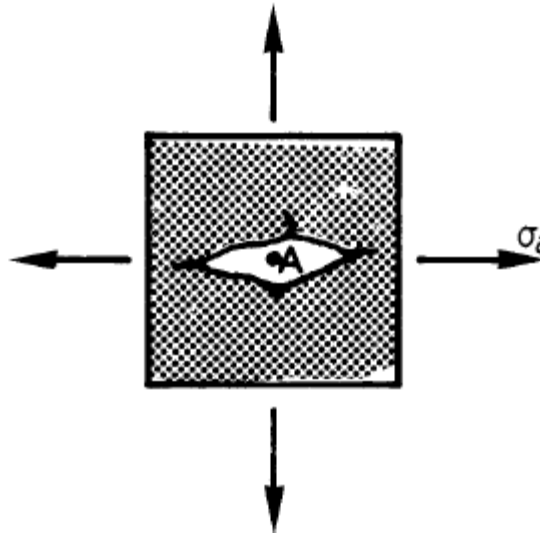


Fig. 4.3.1.1 Daño adireccional debido a la descohesión de un punto [26]

Aproximando el comportamiento a fractura mediante una formulación continua, se puede admitir como hipótesis que el *daño macroscópico direccional* (fractura), proviene de un comportamiento *microscópico adireccional* de un conjunto de puntos situados en una zona concreta del sólido, denominada *zona de daño*. En consecuencia, una fisura estará definida por el *lugar geométrico de los puntos que han sufrido daño microscópico adireccional* (figura 4.3.1.2).

La concentración de daño en un sólido cargado es debido al fenómeno de localización de deformaciones desarrolladas en esta zona del sólido. Aquí, una cierta cantidad de puntos se encuentran sometidos a un comportamiento tensión deformación con ablandamiento (“*softening*”), es decir, con pérdida de tensión y crecimiento de la deformación. En cambio, los puntos fuera de la zona donde se localiza el daño, donde se produce un proceso de descarga, mantendrán su nivel de daño constante, en el caso de que hayan sufrido algún daño.

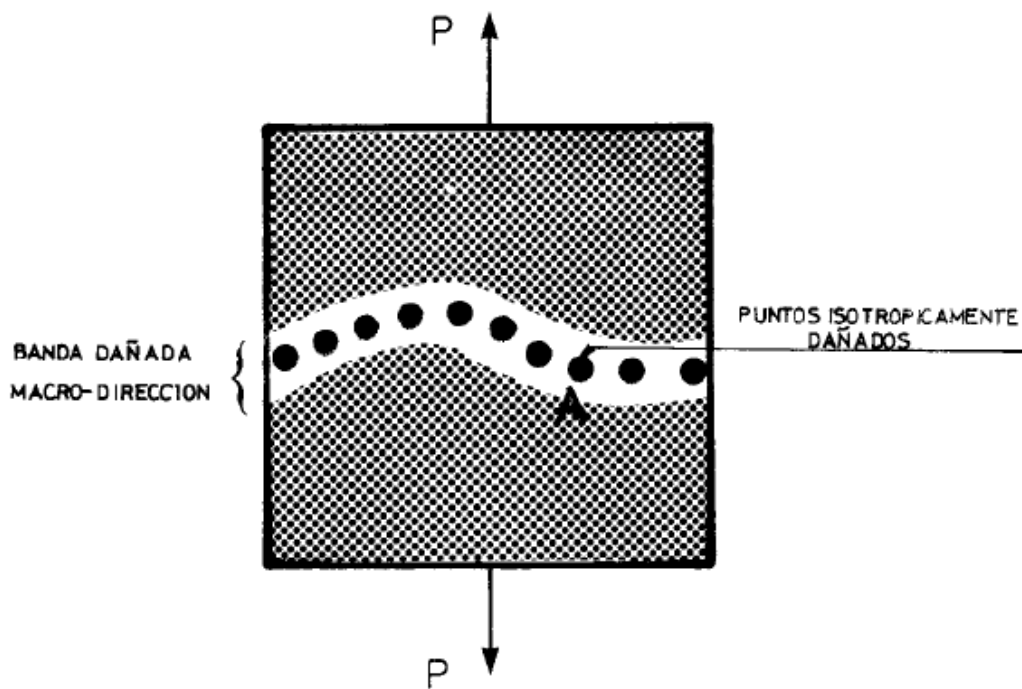


Fig. 4.3.2 Daño direccional macroscópico (fisura) debido infinitos puntos dañados adireccionalmente [26].

El fenómeno del daño solo afecta a las propiedades elásticas del material, a diferencia de la plasticidad, que se desarrolla como consecuencia de un crecimiento irrecuperable de las deformaciones, *deformación plástica*. Ambos fenómenos son compatibles uno con el otro y es normal observar materiales con una pérdida de resistencia debida al daño y por la plasticidad al mismo tiempo, como por ejemplo en el hormigón, aunque en este caso predomine el efecto del daño sobre la plasticidad.

La teoría del daño continuo fue introducida por primera vez por Kachanov en 1958 [27] en el contexto de problemas relacionados con la fluencia, siendo ésta teoría aceptada como una alternativa válida para simular el comportamiento de diversos

materiales. El modelo de daño usado en este trabajo es un modelo simple con una sola variable interna escalar que permite caracterizar el daño local. A pesar de ser un modelo simple, ha demostrado tener una gran potencialidad a la hora de representar el comportamiento no lineal de materiales metálicos, hormigón, rocas o cerámicas debido a diversos factores:

- Su relativa *simplicidad*, siendo un modelo completamente basado en la Teoría de la Mecánica del Continuo. Esto representa la mayor diferencia respecto a la Mecánica de Fracturas y lleva a una formulación e interpretación mucho más simples. El material dañado se supone que continúa siendo un material continuo y el efecto de las fracturas es modelado modificando las propiedades mecánicas del sólido, tales como la rigidez o la resistencia.
- La *consistencia* de la teoría, formulada cumpliendo rigurosamente los principios de la termodinámica.
- Su *versatilidad*, puede manejar una gran cantidad de problemas, como la fatiga, fragilidad, fractura dúctil, etc.
- Su *compatibilidad* con otras teorías, como por ejemplo los modelos de daño plástico, que combinan la teoría del daño continuo con la teoría de plasticidad. También es posible incorporar diversos efectos, como por ejemplo los térmicos, en la formulación del modelo.

4.3.2 Bases del modelo de daño isótropo

Comúnmente, las ecuaciones constitutivas de los materiales son modeladas considerando el material como un *continuo*. Las deformaciones sufridas por el sólido son descritas mediante un *campo de deformaciones*. La distribución de las fuerzas internas del sólido es descrita mediante un *campo de tensiones*. Estos conceptos son

útiles para analizar el comportamiento de una estructura cuando se le introducen cargas externas, a pesar de que no tienen en cuenta las estructuras discretas de los materiales reales.

A partir de ciertas condiciones de carga la estructura interna del material dejará de ser *continua*. Empezarán a aparecer pequeñas fisuras y pequeñas cavidades en las zonas donde se hayan localizado las tensiones más elevadas. El efecto de estas fisuras reducirá la capacidad resistente del material o estructura. La estructura interna del material pasará de ser *continua* a ser *discreta*. El análisis más estricto y preciso de este comportamiento debería modelar la aparición de todas estas fisuras y cavidades introduciéndolas en el material discreto.

En 1958, Kachanov propuso describir el efecto del deterioro del material mediante una variable interna en términos de material continuo [28]. Esto implica que un proceso discreto es modelado como si fuera un proceso continuo. Modelando el comportamiento de un sólido mediante dicha hipótesis se pierde precisión en la modelización pero conlleva una formulación más simple y un coste computacional mucho menor.

Si consideramos el daño como isótropo, es decir las fisuras y cavidades se distribuyen uniformemente en todas las direcciones, el daño se puede definir como la variable interna *escalar* y *adimensional* ω . En casos más complejos ω puede ser una función vectorial, como para describir el daño en caso de metales sometidos a cargas a altas temperaturas (*creep damage*).

4.3.2.1 Variable de daño isótropo

Teniendo en cuenta la sección de un sólido cualquiera, Kachanov [29] definió inicialmente ω como,

$$\omega(\vec{n}) = \frac{s}{s_0} \quad ; \quad 0 \leq \omega \leq 1 \quad (4.3.2.1.1)$$

Siendo S_0 la sección inicial sin daño de la sección y S la sección “perdida” a causa de la aparición de fisuras y cavidades consecuencia de haber sufrido daño ($S \leq S_0$), figura 4.3.2.1.1.

De manera obvia se deduce que si:

- $\omega(\vec{n}) = 0$, el material no habrá sufrido daño alguno
- $\omega(\vec{n}) = 1$, el material estará completamente dañado
- $0 \leq \omega(\vec{n}) \leq 1$, ω cuantifica el daño sufrido.

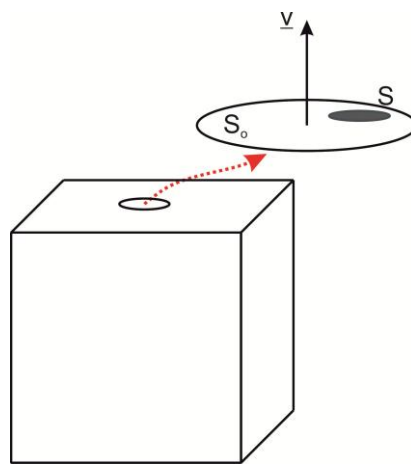


Figura 4.3.2.1.1 Representación esquemática de las secciones representativas

Si consideramos que el daño se comporta isotrópamente, $\omega(\vec{n})$ no depende de la normal, con lo que el estado de daño se caracteriza por un valor escalar d :

$$\omega(\vec{n}) = d \quad (4.3.2.1.2)$$

4.3.2.2 Concepto de tensión efectiva y principio de deformación equivalente

Caracterizar el daño mediante el área perdida a causa de las fisuras y cavidades es extremadamente difícil ya que se desconoce de manera precisa la geometría de dichos defectos del material. El concepto de tensión efectiva y la hipótesis de una deformación equivalente evitan el cálculo de S .

Se define como *tensión efectiva* la tensión que actúa sobre el área efectiva que resiste las fuerzas. Considerando el caso uniaxial, si F es la fuerza aplicada en la sección representativa del volumen, $\sigma = F/S_o$. En condiciones con daño isótropo, la tensión efectiva $\bar{\sigma}$ se define como,

$$\bar{\sigma} = \sigma \cdot \frac{S_o}{\bar{S}} = \frac{\sigma}{1-d} \quad (4.3.2.2.1)$$

Donde \bar{S} ,

$$\bar{S} = S_o - S = S_o \cdot (1 - d) \quad (4.3.2.2.3)$$

Resulta evidente que $\bar{\sigma} \geq \sigma$. Para un material sin daño $\bar{\sigma} = \sigma$, mientras que cuando se fractura $\bar{\sigma} \rightarrow \infty$.

En el caso multiaxial podemos considerar la forma tensorial,

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{1-d} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\sigma} = \bar{\boldsymbol{\sigma}} \cdot (1 - d) \quad (4.3.2.2.4)$$

La definición de tensión efectiva se introduce en relación con la *hipótesis de deformación equivalente* [30]:

“La deformación asociada al daño bajo un estado tensional $\boldsymbol{\sigma}$ es equivalente a la deformación asociada en un estado sin daño con una tensión efectiva $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$.”

Bajo esta hipótesis se asume que las deformaciones a causa del daño son solo producidas por la tensión efectiva. El comportamiento deformacional de un material dañado es representado por su ley constitutiva en estado virgen, donde la tensión convencional es sustituida por la tensión efectiva. En el caso particular uniaxial la ley elástica lineal se escribe como,

$$\sigma = (1 - d) \cdot \bar{\sigma} = (1 - d) \cdot E \cdot \varepsilon \quad (4.3.2.2.4)$$

Donde E es el modulo elástico. De la ecuación (4.3.2.2.4) se deriva que la tensión aparente σ está relacionada con el modulo elástico dañado:

$$E_d = (1 - d) \cdot E \quad (4.3.2.2.5)$$

El daño es irreversible, por tanto

$$\dot{d} \geq 0 \quad \rightarrow \quad \dot{E}_d \leq 0 \quad (4.3.2.2.6)$$

El daño se inicia cuando las deformaciones (o tensiones) sobrepasa el *umbral de daño* ε_0 (o σ_0):

$$d = 0, \text{ si } \sigma \leq \sigma_0 \text{ o } \varepsilon \leq \varepsilon_0 \quad (4.3.2.2.7)$$

En el caso de descarga,

$$\dot{\varepsilon} < 0 \rightarrow \dot{S} = 0 \text{ y } \dot{d} = 0 \quad (4.3.2.2.8)$$

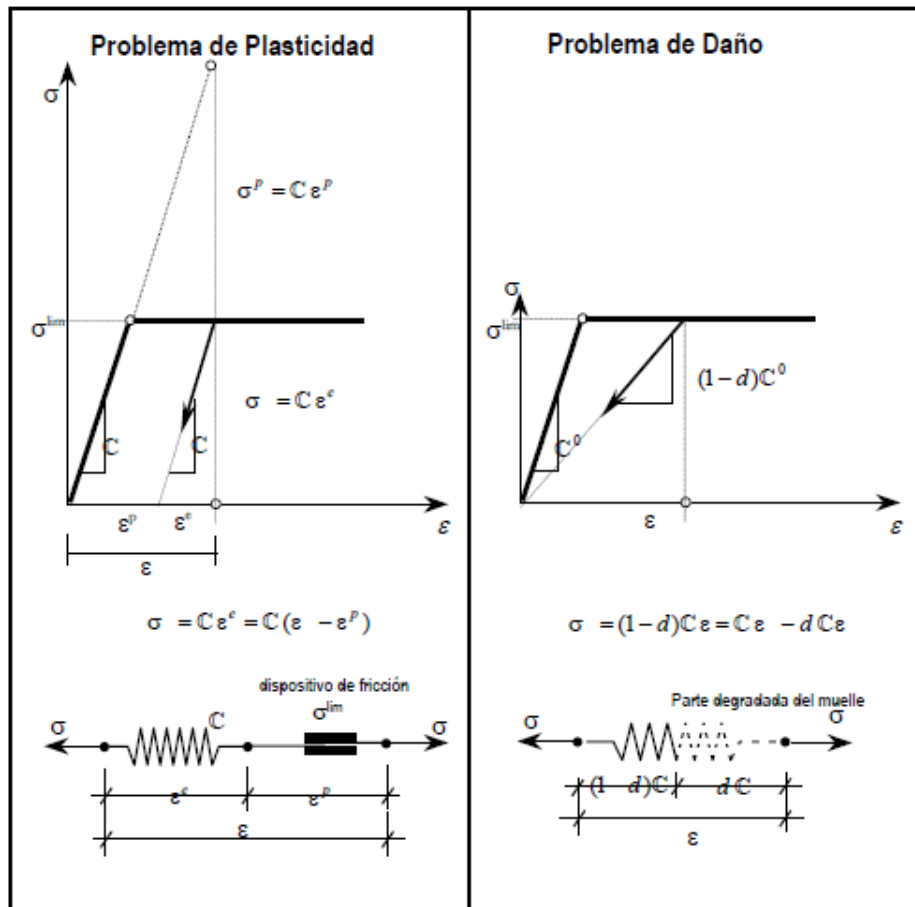


Fig. 4.3.2.2.1 Comparación de un problema plástico con uno de daño [26]

En consecuencia,

$$\dot{\sigma} = (1 - d) \cdot E \cdot \dot{\varepsilon} = E_d \cdot \dot{\varepsilon} \quad (4.3.2.2.9)$$

En caso de descarga el daño se mantiene constante y, consecuentemente, la descarga se produce hasta que llega al origen siguiendo la rigidez degradada. Si se produce una nueva carga, esta seguirá el mismo camino que la descarga anterior, hasta

alcanzar de nuevo el umbral de daño. La principal diferencia con un modelo constitutivo plástico es que no se producen deformaciones plásticas irreversibles: toda deformación se recupera en caso de descarga, aunque las trayectorias de carga-descarga, a diferencia de la plasticidad, no son paralelas (figura 4.3.2.2.1).

4.3.2.3 Energía libre de Helmholtz y ecuación constitutiva

La energía libre de Helmholtz por unidad de volumen para el caso de daño isótropo a temperatura constante viene dada por,

$$\Psi = (\boldsymbol{\varepsilon}; d) = (1 - d) \cdot \Psi_0(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (4.3.2.3.1)$$

Donde $\Psi_0(\boldsymbol{\varepsilon})$ es la energía libre de Helmholtz elástica inicial del material no dañado y d es la variable de daño. En pequeñas deformaciones es suficiente en considerar la energía libre como una función cuadrática de las deformaciones,

$$\Psi_0(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbb{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.3.2.3.2)$$

Donde \mathbb{C}_0 el tensor constitutivo elástico del material en estado no dañado. Para problemas térmicamente estables es válida la siguiente forma de la desigualdad de Clausius-Planck,

$$\Xi = \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{\partial \Psi}{\partial d} \cdot \dot{d} \geq 0 \quad (4.3.2.3.3)$$

Esta expresión de la potencia disipativa permite hacer las siguientes consideraciones:

- 1) La inecuación (4.3.2.3.3) debe cumplirse para cualquier variación temporal de la variable libre $\boldsymbol{\varepsilon}$, con lo que el multiplicador de $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ tiene que ser nulo. Esta condición proporciona la ley constitutiva hiperelástica para el problema de daño escalar,

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \quad , \quad \frac{\partial \Psi}{\partial d} = -\Psi_0 \leq 0 \quad (4.3.2.3.4)$$

2) Considerando la ley constitutiva anterior, el valor de la disipación del modelo de degradación resulta,

$$\Xi = \Psi_0 \cdot \dot{d} \geq 0 \quad (4.3.2.3.5)$$

Teniendo en cuenta (4.3.2.3.4) se obtiene la siguiente forma constitutiva,

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = (1 - d) \cdot \frac{\partial \Psi_0}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = (1 - d) \cdot \mathbb{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.3.2.3.6)$$

Esta última es la ecuación constitutiva del modelo de daño y presenta las siguientes características:

- I. El modelo de degradación es isótropo ya que las propiedades del material sólo son afectadas por un escalar.
- II. La integración de la ecuación constitutiva es explícita.
- III. La ecuación se puede interpretar como una descomposición aditiva de las tensiones elásticas e inelásticas,

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d)\mathbb{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon} = [\mathbb{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon}] - [d \cdot \mathbb{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon}] = \boldsymbol{\sigma}_0 - \boldsymbol{\sigma}_d \quad (4.3.2.3.7)$$

Este modelo requiere el conocimiento de la variable de daño en cada instante, por lo que es necesario definir la evolución de esta variable interna.

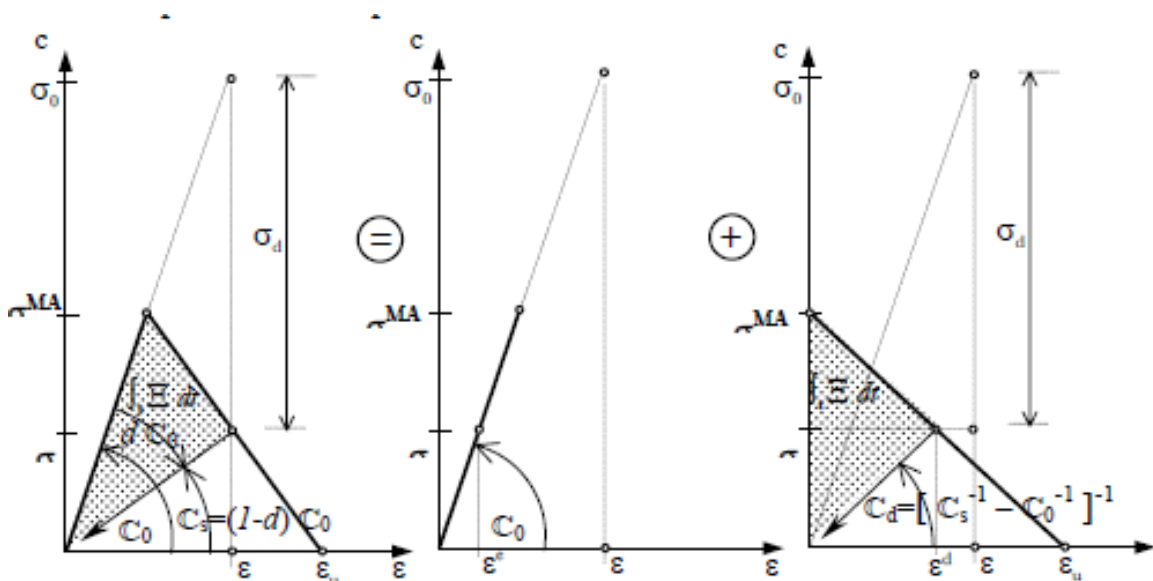


Figura 4.3.2.3.1 Esquema de la respuesta uniaxial de un modelo de daño [26]

4.3.2.4 Umbral de daño

El criterio de daño distingue entre un estado de comportamiento dentro del régimen elástico, delimitado por esta función de daño, y un estado en el cual se verifica el proceso de degradación de las propiedades físicas del material. La función de umbral de daño depende del tipo de material y se define de la misma manera que en problemas de plasticidad,

$$F(\boldsymbol{\sigma}_0) = f(\boldsymbol{\sigma}_0) - c(d) \leq 0 \quad (4.3.2.4.1)$$

Donde $f(\boldsymbol{\sigma}_0)$ es una función del tensor de tensiones $\boldsymbol{\sigma}_0 = \mathbb{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon}$ y $c(d)$ es la función que define la posición del umbral de daño. Dicha función permite, además de establecer el inicio del comportamiento no lineal de daño, definir los estados de carga, descarga y recarga. Es una función escalar, debe ser positiva y para un estado no-deformado debe ser nula. El valor inicial del umbral de daño $c(d^0) = c^{max} = \sigma^{max}$ es una propiedad del material y está relacionado con su resistencia a compresión según la función de umbral elegida.

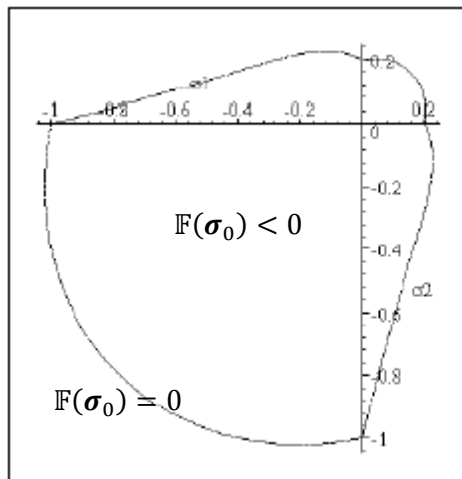


Figura 4.3.2.4.1 Ejemplo de función de umbral de daño [31]

El daño en el material se verifica cuando el valor de $f(\boldsymbol{\sigma}_0)$ es igual o mayor que $c^{max} = \sigma^{max}$ por vez primera. Una expresión equivalente a (4.3.2.4.1) es,

$$\bar{F}(\boldsymbol{\sigma}_0; \mathbf{q}) = G[f(\boldsymbol{\sigma}_0)] - G[c(d)] \leq 0 \quad (4.3.2.4.2)$$

Donde $G[\cdot]$ es una función escalar, invertible, positiva y de derivada positiva y monótona creciente.

4.3.2.5 Ley de evolución de la variable interna de daño

Cuando intervienen variables internas es necesario definir su ley de evolución. En el problema de daño, la ley de evolución de la variable interna viene dada por:

$$\dot{d} = \dot{\mu} \frac{\partial \bar{\mathbb{F}}(\boldsymbol{\sigma}_0; \mathbf{q})}{\partial [f(\boldsymbol{\sigma}_0)]} = \dot{\mu} \frac{\partial G[f(\boldsymbol{\sigma}_0)]}{\partial [f(\boldsymbol{\sigma}_0)]} \quad (4.3.2.5.1)$$

Donde μ es un escalar no negativo denominado parámetro de consistencia de daño, análogo al factor de consistencia plástico λ , y se usa para definir las condiciones de carga, descarga y recarga a través de las condiciones de Kuhn-Tucker,

$$\dot{\mu} \geq 0 ; \quad \bar{\mathbb{F}}(\boldsymbol{\sigma}_0; \mathbf{q}) \leq 0 ; \quad \dot{\mu} \cdot \bar{\mathbb{F}}(\boldsymbol{\sigma}_0; \mathbf{q}) = 0 \quad (4.3.2.5.2)$$

Las condiciones expresadas en la ecuación anterior corresponden a problemas con restricciones unilaterales. Si el valor de $\bar{\mathbb{F}}(\boldsymbol{\sigma}_0; \mathbf{q}) < 0$ el criterio de daño no se verifica y para que se cumplan las condiciones de Kuhn-Tucker necesariamente debe ocurrir que $\dot{\mu} = 0$. Esto lleva a deducir que la variación temporal del daño debe ser nula $\dot{d} = 0$ y por lo tanto el material no se dañará, se mantendrá en régimen elástico.

Como en la teoría de plasticidad, la magnitud del factor de consistencia surge de imponer la condición de consistencia de daño. De éstas y de las propiedades de la función $G[\cdot]$ se tiene que,

$$\bar{\mathbb{F}}(\boldsymbol{\sigma}_0; \mathbf{q}) = 0 \rightarrow G[f(\boldsymbol{\sigma}_0)] = G[c(d)] \rightarrow f(\boldsymbol{\sigma}_0) = c(d) \rightarrow \frac{\partial G[f(\boldsymbol{\sigma}_0)]}{\partial [f(\boldsymbol{\sigma}_0)]} = \frac{\partial G[c(d)]}{\partial [c(d)]} \quad (4.3.2.5.2)$$

De la condición de permanencia sobre la superficie umbral de daño se deduce que,

$$\dot{\bar{\mathbb{F}}}(\boldsymbol{\sigma}_0; \mathbf{q}) = 0 \rightarrow \frac{\partial G[f(\boldsymbol{\sigma}_0)]}{\partial [f(\boldsymbol{\sigma}_0)]} \dot{f}(\boldsymbol{\sigma}_0) - \frac{\partial G[c(d)]}{\partial [c(d)]} \dot{c}(d) = 0 \rightarrow \dot{f}(\boldsymbol{\sigma}_0) = \dot{c}(d) \quad (4.3.2.5.3)$$

Observando la variación temporal de $\dot{G}[f(\boldsymbol{\sigma}_0)]$ y haciendo una analogía con la ley de evolución de la variable interna \dot{d} (4.3.2.5.1), se deduce el parámetro de consistencia de daño como

$$\left. \begin{aligned} \dot{G}[f(\boldsymbol{\sigma}_0)] &= \frac{\partial G[f(\boldsymbol{\sigma}_0)]}{\partial [f(\boldsymbol{\sigma}_0)]} \dot{f}(\boldsymbol{\sigma}_0) \\ \dot{d} &= \dot{\mu} \frac{\partial G[f(\boldsymbol{\sigma}_0)]}{\partial [f(\boldsymbol{\sigma}_0)]} \end{aligned} \right\} \dot{d} \equiv \dot{G}[f(\boldsymbol{\sigma}_0)] \rightarrow \dot{\mu} \equiv \dot{f}(\boldsymbol{\sigma}_0) \quad (4.3.2.5.4)$$

Desarrollando más el parámetro de consistencia, puede escribirse como,

$$\dot{\mu} = \dot{f}(\boldsymbol{\sigma}_0) = \dot{c}(d) = \frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma}_0)}{\partial \boldsymbol{\sigma}_0} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}_0 = \frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma}_0)}{\partial \boldsymbol{\sigma}_0} : \mathbb{C}_0 : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (4.3.2.5.5)$$

Integrando en el tiempo la variación temporal de la variable de daño, se obtiene la siguiente expresión explícita para representar el daño en un punto del sólido,

$$d = \int_t \dot{d} dt = \int_t \dot{G}[f(\boldsymbol{\sigma}_0)] dt = G[f(\boldsymbol{\sigma}_0)] \quad (4.3.2.5.6)$$

Sustituyendo en la ecuación de la disipación de energía (4.3.2.3.5), se deduce la expresión que describe la evolución temporal de la disipación,

$$\dot{\Xi} = \Psi_0 \cdot \dot{d} = \Psi_0 \cdot \dot{G}[f(\boldsymbol{\sigma}_0)] = \frac{\partial G[f(\boldsymbol{\sigma}_0)]}{\partial [f(\boldsymbol{\sigma}_0)]} \frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma}_0)}{\partial \boldsymbol{\sigma}_0} : \mathbb{C}_0 : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (4.3.2.5.7)$$

De las definiciones anteriores se obtiene que el umbral de daño c en un tiempo $s=t$ es,

$$c = \max\{c^{max}, \max\{f(\boldsymbol{\sigma})|_s\}\}, \quad \forall 0 \leq s \leq t \quad (4.3.2.5.8)$$

4.3.2.6. Tensor constitutivo de daño isótropo tangente

El tensor constitutivo tangente de daño se obtiene considerando la variación temporal de la ecuación secante (4.3.2.3.5),

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = (1 - d)\mathbb{C}_0 : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{d}(1 - d)\mathbb{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.3.2.6.1)$$

Reemplazando en la ecuación anterior la ley de evolución de la variable interna de daño \dot{d} (4.3.2.5.1), se obtiene:

$$\dot{\sigma} = (1 - d)\mathbb{C}_0 : \dot{\varepsilon} - \frac{\partial G[f(\sigma_0)]}{\partial [f(\sigma_0)]} \dot{f}(\sigma_0) \cdot [\mathbb{C}_0 : \varepsilon] \quad (4.3.2.6.2)$$

Teniendo en cuenta que la variación temporal de la función umbral se puede escribir también como,

$$\dot{f}(\sigma_0) = \frac{\partial f(\sigma_0)}{\partial \sigma_0} : \dot{\sigma}_0 = \frac{\partial f(\mathbb{C}_0 : \varepsilon)}{\partial \varepsilon} : \dot{\varepsilon} \quad (4.3.2.6.3)$$

Reemplazando en la ecuación (4.3.2.6.2) se tiene:

$$\dot{\sigma} = (1 - d)\mathbb{C}_0 : \dot{\varepsilon} - \frac{\partial G[f(\sigma_0)]}{\partial [f(\sigma_0)]} \cdot \left[\frac{\partial f(\mathbb{C}_0 : \varepsilon)}{\partial \varepsilon} : \dot{\varepsilon} \right] \cdot [\mathbb{C}_0 : \varepsilon] \quad (4.3.2.6.4)$$

De la ecuación anterior se obtiene el tensor de daño tangente como,

$$\mathbb{C}^T = (1 - d)\mathbb{C}_0 - \frac{\partial G[f(\sigma_0)]}{\partial [f(\sigma_0)]} [\mathbb{C}_0 : \varepsilon] \otimes \left[\frac{\partial f(\mathbb{C}_0 : \varepsilon)}{\partial \varepsilon} : \dot{\varepsilon} \right] \quad (4.3.2.6.5)$$

4.3.2.7 Particularización del criterio de daño

El tipo de ablandamiento (*softening*) a definir en el criterio de daño general depende del problema a resolver.

Ablandamiento general

La función escalar $G[\cdot]$ que define la evolución del umbral de daño debe ser monótona y con un valor acotado entre 0 y 1. Una forma de expresar la evolución del umbral de daño es a través de una variable auxiliar κ , que se denominará *variable de disipación normalizada* a la unidad, y cuya expresión es análoga a la utilizada en plasticidad.

$$\dot{\kappa} = K(\sigma_0) \cdot \varepsilon_m = \left[\frac{r(\sigma_0)}{g_f} + \frac{1-r(\sigma_0)}{g_c} \right] \varepsilon_m \quad (4.3.2.7.1)$$

Donde $\Xi = \Psi_0 \cdot \dot{d}$ es la disipación de daño y $r(\boldsymbol{\sigma}) = \sum_{l=1}^3 \langle \sigma_l \rangle / \sum_{l=1}^3 |\sigma_l|$ una función escalar que define los estados de comportamiento de un punto en función del estado tensional, siendo $\langle \cdot \rangle$ la función de McAully ($\langle x \rangle = x$, si $x \geq 0$, $\langle x \rangle = 0$, si $x < 0$). Las magnitudes g_f y g_c representan la máxima disipación a tracción y compresión respectivamente. De esta manera la disipación de daño estará normalizada respecto de la máxima energía correspondiente al proceso mecánico que esté realizando en cada momento.

Usando la variable κ como variable auxiliar, puede definirse $G[\cdot]$ en la siguiente forma general,

$$G[c(\kappa)] = 1 - \frac{c(\kappa)}{f(\sigma_0)} \quad (4.3.2.7.2)$$

Esta formulación debe necesariamente cumplirse que el valor de $f^0(\sigma_0) = c^{max}$ y en este caso se obtiene el cumplimiento del criterio de daño para el primer umbral de degradación. Por otro lado, la evolución del umbral de daño será $d \equiv G[c(\kappa)] = 1 - \frac{c(\kappa)}{f(\sigma_0)}$.

4.4 Modelo para el hormigón armado - Teoría de mezclas

4.4.1 Introducción

La simulación numérica de materiales compuestos se ha realizado, tradicionalmente, usando materiales ortótropos con una media de las propiedades de sus constituyentes. Con estas aproximaciones no se ha encontrado ningún modelo que funcione más allá de los límites elásticos. Con tal de solventar este problema se han desarrollado diferentes teorías, teniendo en cuenta la configuración interna del compuesto para predecir su comportamiento. Las dos teorías más extendidas son:

- **Teoría de homogenización.** Este método trata el problema global de un material compuesto a dos escalas diferentes: una macroscópica en la que se determina el comportamiento de la estructura, los compuestos son tratados como materiales homogéneos en esta escala; y una microscópica en la que se obtiene el comportamiento del compuesto partiendo de la respuesta de sus componentes.
- **Teoría de las mezclas.** Considera que el comportamiento de cada componente define el comportamiento global del compuesto. Parte de la mecánica del continuo bajo el principio de interacción de las sustancias que componen el material y se basa en dos hipótesis principales: (1) Todos los constituyentes tienen las mismas deformaciones (2) supone que en el volumen infinitesimal del compuesto participan en conjunto todos sus componentes. Asimismo, considera que cada uno de ellos contribuye al comportamiento del compuesto en la misma proporción volumétrica.

La teoría de homogenización requiere un micro-modelo para cada punto de la estructura que entran en no-linealidad. La resolución de una estructura real con este procedimiento genera una gran cantidad de grados de libertad que el cálculo se vuelve inviable debido a la capacidad de los ordenadores personales o pequeños servidores. Por el contrario, la teoría de mezclas no incrementa el número de grados de libertad.

4.4.2 Teoría de mezclas

4.4.2.1 Teoría clásica de mezclas

La teoría clásica de mezclas fue desarrollada inicialmente por Trusdell y Toupin (1960). Se considera que la interacción entre los componentes en un punto de un material compuesto está de acuerdo con las siguientes hipótesis:

- Cada volumen infinitesimal del compuesto contiene un número finito de materiales componentes.
- La contribución de cada componente al comportamiento global es proporcional a su participación volumétrica.
- Cada componente sufre las mismas deformaciones.
- El volumen de cada componente es inferior al del compuesto.

En el caso de pequeñas deformaciones, la tercera hipótesis puede ser escrita como:

$${}^c\varepsilon = {}^1\varepsilon_{ij} = {}^2\varepsilon_{ij} = \dots = {}^n\varepsilon_{ij} \quad (4.4.2.1.1)$$

Donde, ${}^c\varepsilon_{ij}$ es el tensor de deformaciones para el compuesto y ${}^k\varepsilon_{ij}$ es el tensor de deformaciones para el componente k del compuesto.

De acuerdo con la segunda hipótesis, las tensiones del compuesto pueden ser calculadas como el sumatorio de las tensiones de cada componente, de acuerdo con su participación volumétrica,

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^n {}^k k \cdot {}^k \sigma_{ij} = \sum_{k=1}^n {}^k k \cdot {}^k C_{ij}^S \cdot {}^k \varepsilon_{ij} = \sum_{k=1}^n {}^k k \cdot {}^k C_{ij}^S \cdot {}^c \varepsilon_{ij} \quad (4.4.2.1.2)$$

Donde el parámetro ${}^k k$ es la participación volumétrica del componente k -ésimo del compuesto, definido como:

$${}^k k = \frac{dV_k}{dV_o} \quad (4.4.2.1.3)$$

4.4.2.2 Teoría de mezclas serie/paralelo

El principal problema de la teoría clásica de mezclas es la condición de iso-deformación, que fuerza una distribución paralela de los constituyentes del compuesto. En la teoría en serie/paralelo se soluciona este problema considerando que en una dirección particular los componentes se comportan en paralelo (iso-deformación) y en las otras direcciones en serie (iso-tensión). En el caso del hormigón armado, la dirección en paralelo corresponde a la dirección de la armadura.

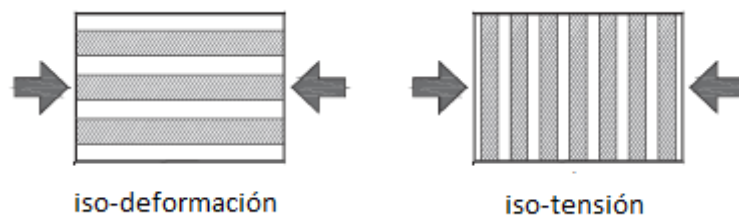


Fig.4.4.2.2.1 Distribución en paralelo (iso-deformación) y distribución en serie (iso-tensión)

La teoría parte de las siguientes hipótesis:

- a) En cada volumen infinitesimal del compuesto participan en conjunto todos sus componentes, es decir que la distribución de los componentes es homogénea.
- b) Los componentes tienen una misma deformación en dirección en paralelo (dirección de la fibra).
- c) Los componentes tienen una misma tensión en la dirección en serie.
- d) La adherencia entre los componentes es perfecta.
- e) La contribución del compuesto es proporcional a su participación volumétrica de cada material componente.

La anisotropía global de los materiales compuestos se considera como el resultado de la interacción de los componentes. Adicionalmente, la teoría Serie/Paralelo permite que se analicen los materiales componentes que presenten cualquier tipo de no linealidad como el daño y la plasticidad.

Componentes en serie y en paralelo de los tensores de deformación y de tensión

Las ecuaciones que definen el equilibrio de tensiones y establecen la compatibilidad de deformaciones entre los componentes parten de las hipótesis anteriores,

- *Comportamiento en paralelo*

$$\begin{aligned} {}^c\varepsilon_p &= {}^m\varepsilon_p = {}^f\varepsilon_p \\ {}^c\sigma_p &= {}^mk_p \cdot {}^m\sigma_p + {}^fk_p \cdot {}^f\sigma_p \end{aligned} \quad (4.4.2.2.1)$$

- *Comportamiento en serie*

$$\begin{aligned} {}^c\varepsilon_s &= {}^mk_s \cdot {}^m\varepsilon_s + {}^fk_s \cdot {}^f\varepsilon_s \\ {}^c\sigma_s &= {}^m\sigma_s = {}^f\sigma_s \end{aligned} \quad (4.4.2.2.2)$$

Donde ε_p y ε_s son los componentes en paralelo y en serie respectivamente del tensor de deformaciones; σ_p y σ_s son los componentes en paralelo y en serie respectivamente del tensor de tensiones; los superíndices c , m y f hacen referencia a *compuesto*, *matriz* y *fibra* respectivamente; y mk y fk son las participaciones volumétricas de la matriz y de la fibra del compuesto.

Uno de los problemas que presenta la teoría Serie/Paralelo es que el compuesto puede estar formado, únicamente, por dos componentes, lo que supone un problema para compuestos con más de dos materiales componentes o diferentes direcciones de fibras. Esto se soluciona considerando el compuesto un material formado por diferentes capas (láminas). Estos materiales compuestos laminados están compuestos por diferentes capas con diferentes orientaciones de fibra en cada una de ellas. Se aplica la teoría Serie/Paralelo a cada una de las capas del compuesto y, posteriormente, se obtiene el comportamiento global del compuesto teniendo en cuenta la participación volumétrica de cada lámina.

En cada capa j del compuesto se plantean las siguientes ecuaciones de equilibrio y de compatibilidad de deformaciones:

- *Comportamiento en paralelo*

$${}^c_j\varepsilon_P = {}^m_j\varepsilon_P = {}^f_j\varepsilon_P \quad (4.4.2.2.3)$$

$${}^c_j\sigma_P = {}^m_jk \cdot {}^m_j\sigma_P + {}^f_jk \cdot {}^f_j\sigma_P \quad (4.4.2.2.4)$$

- *Comportamiento en serie*

$${}^c_j\sigma_P = {}^m_j\sigma_P = {}^f_j\sigma_P \quad (4.4.2.2.5)$$

$${}^c_j\varepsilon_P = {}^m_jk \cdot {}^m_j\varepsilon_P + {}^f_jk \cdot {}^f_j\varepsilon_P \quad (4.4.2.2.6)$$

Para garantizar el principio de conservación de masa en cada capa, los porcentajes de participación volumétrica de la matriz y de la fibra de la capa j deben cumplir

$${}^n_jk = \frac{d_j^n V}{dV_j} \quad n = \{m, f\} \quad \longrightarrow \quad {}^m_jk + {}^f_jk = 1 \quad (4.4.2.2.7)$$

Donde n_jV representa el volumen de la matriz m o de la fibra f de la capa j y V_j es el volumen de la capa j del compuesto c .

El análisis de cada capa proporciona el tensor de tensión del compuesto ${}^c\sigma$ como la suma de los tensores de tensión de las capas del compuesto ponderados por el porcentaje de participación volumétrica de cada capa k_j ,

$${}^c\sigma = \sum_{j=1}^{ncap} {}^k_j \cdot {}^c_j\sigma = \sum_{j=1}^{ncap} {}^k_j \cdot ({}^c_j\sigma_P + {}^c_j\sigma_S) \quad (4.4.2.2.8)$$

En la figura (4.4.2.2.1.1) se ejemplifica la metodología a seguir para hacer uso de la teoría de mezclas serie/paralelo con fibras en diferentes direcciones. Al dividir el material mixto en diferentes capas, la fracción volumétrica de fibra en cada capa deberá ser mayor que su fracción volumétrica en el material mixto global con tal de no perder masa. De esta manera se define el porcentaje volumétrico de la fibra en la capa j como

$${}^f_jk = \frac{\sum_i^{ncap} e_i}{e_j} \cdot {}^f_jK \quad (4.4.2.2.9)$$

Donde e_j es el espesor de la capa j , $\sum_i^{ncap} e_i$ es la suma de los espesores de todas las capas y f_jK es el porcentaje volumétrico de la fibra en el material mixto global.

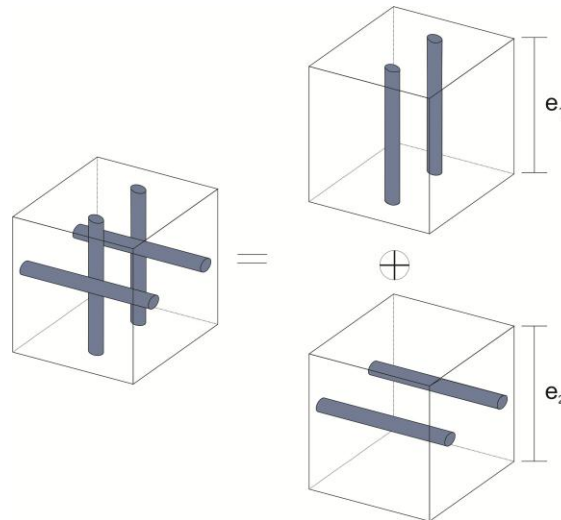


Figura 4.4.2.2.1 Ejemplo de aplicación de la teoría de mezclas con fibras en diferentes direcciones.

Ecuación constitutiva de los materiales de las capas del compuesto

Como implementación de la teoría de Serie/Paralelo se realiza a nivel constitutivo a partir del estado de deformación en un punto de Gauss, una vez obtenida la deformación ${}^c\varepsilon$, se calcula el estado tenso-deformacional de cada componente cumpliendo con las ecuaciones de equilibrio y de compatibilidad, para luego hallar el estado de tensiones y deformaciones del compuesto. El estado de tensiones y de deformaciones de los componentes se determina a través de la ecuación constitutiva que rige el comportamiento de cada uno. En caso de usar una teoría de plasticidad, la ecuación constitutiva tiene la siguiente forma:

$${}^n_j\sigma = {}^n_jC : {}^n_j\varepsilon^e = {}^n_jC : {}^n_j(\varepsilon - \varepsilon^p) \quad n = \{m, f\} \quad (4.4.2.2.10)$$

donde n_jC es el tensor constitutivo de cada componente de la capa j del compuesto.

Algoritmo de la teoría Serie/Paralelo

Con tal de verificar la compatibilidad de las ecuaciones, el algoritmo de desarrollo de la teoría Serie/Paralelo procede siguiendo los siguientes pasos:

- a) Separa los componentes del tensor de deformaciones en sus correspondientes partes en serie i paralelo, para cada capa j .
- b) Según las hipótesis de la teoría Serie/Paralelo, la deformación en paralelo de los componentes es la misma, mientras que la deformación en serie es diferentes para cada componente. Por esta razón, en el análisis de la parte en serie se requiere una primera aproximación de la deformación en serie de alguno de los componentes.

El código de elementos finitos PLCd toma como predictor el tensor de deformación en serie de la matriz del compuesto para determinar el tensor de deformación en serie de la fibra. El predictor del tensor de deformación para el paso de carga $i+1$ en la iteración k parte de los valores convergidos del paso anterior i y la predicción del incremento del tensor de deformación en la iteración k

$${}^{i+1}[\mathbf{m}_j \boldsymbol{\varepsilon}_S] = {}^i[\mathbf{m}_j \boldsymbol{\varepsilon}_S] + [\mathbf{m}_j \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_S]_k \quad (4.4.2.2.11)$$

Con esta predicción inicial y la relación de deformaciones, se obtiene también las deformaciones de la fibra.

- c) Usando los correspondientes modelos constitutivos, se calculan las tensiones de los materiales matriz y fibra, así como una actualización de las variables internas de los materiales.
- d) El tensor de tensiones obtenido en el paso anterior (c) se separa en las partes en paralelo y en serie y se comprueba la condición de iso-tensión. Si ésta se verifica, el tensor de deformaciones predictor era correcto y las tensiones del compuesto pueden ser obtenidas mediante las ecuaciones (4.4.2.2.1) y (4.4.2.2.2).

La ecuación (4.4.2.2.4) de equilibrio de tensiones (condición de iso-tensión) se verifica calculando la tensión residual de la capa ${}_j \Delta \sigma_S$, y comprobando que sea menor que una tolerancia $Toler$

$${}_j \Delta \sigma_S = {}^m_j \sigma_S - {}^f_j \sigma_S \leq Toler \quad (4.4.2.2.12)$$

Si la tensión residual es mayor, la predicción de la deformación de la matriz se corrige en forma iterativa. Una vez obtenida una tensión residual menor que la

tolerancia, se hace la recomposición de los tensores de tensión y deformación de la capa j .

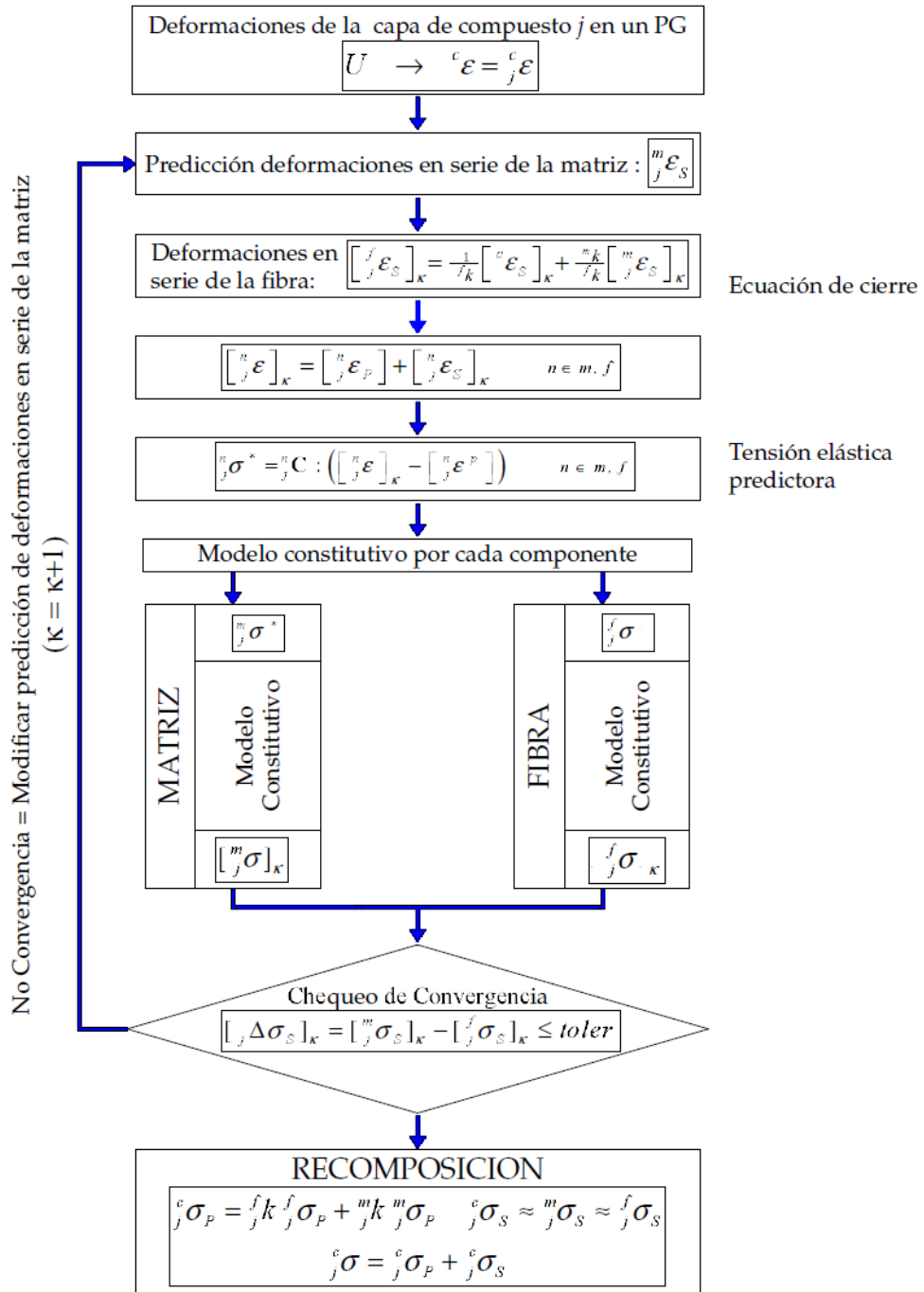


Figura 4.4.2.2.3.1. Esquema de solución de la teoría de mezclas Serie/Paralelo en pequeñas deformaciones para una capa de un compuesto en un punto de Gauss para un paso $i+1$ [32]

4.5 Modelo para la mampostería - Daño ortótropo

4.5.1 Introducción

Un material se dice que es *anisótropo* cuando sus propiedades en un punto varían con la dirección o dependen de la orientación de los ejes de coordenadas. Si las propiedades del material en ambas direcciones de alguno de los ejes de coordenadas son las mismas, el plano perpendicular al eje se define como *plano de simetría del material*.

A un material con ningún plano de simetría se le llama *anisótropo general* (o *alotrópico*). Por otro lado, a un material con infinitos planos de simetría se le denomina material *isótropo*.

Un caso de especial importancia dentro de los materiales estructurales son los llamados materiales *ortótropos*, material con tres planos de simetría ortogonales entre sí. Algunos de los materiales ortótropos más comunes son, por ejemplo, la madera, la mampostería y los materiales compuestos con fibras. Este comportamiento ortótropo de los materiales proviene de su naturaleza de material compuesto. Las propiedades de los materiales heterogéneos varían punto a punto.

Es posible distinguir tres niveles de ortotropía:

- Ortotropía elástica
- Resistencia ortótropa
- Fragilidad y ablandamiento ortótropo

La ortotropía *elástica* de un material es debida a las diferentes propiedades elásticas de sus constituyentes. También es posible que sea debida a la que los materiales estén dispuestos de manera que las direcciones vertical y horizontal no sean equivalentes, como por ejemplo la mampostería.

La resistencia ortótropa es debida a las diferentes resistencias de los materiales constituyentes. Por ejemplo en el hormigón armado la armadura longitudinal da

resistencia en la dirección longitudinal, mientras que la matriz en la dirección transversal.

La ortotropía por ablandamiento (o “*softening*”) es comúnmente atribuida a la heterogeneidad del material, a causa de la existencia de diferentes fases o defectos del material, como pequeños agujeros o microfracturas.

Existen diversas formulaciones para materiales anisótropos que presentan una respuesta constitutiva no-lineal. Estas teorías se basan, en general, en formular funciones de fluencia y potencial plástico anisótropas; lo que obliga a desarrollar nuevos procedimientos para integrar la ecuación constitutiva.

4.5.2 Modelos ortótropos

La necesidad de modelos que simulen el comportamiento ortótropo real de un material requiere de una formulación adecuada de las leyes constitutivas, que pueden estar basadas en teorías como elastoplasticidad o daño. La elección de un criterio ortótropo es compleja. Muchas de las diversas funciones de fallo que han sido propuestas no han conseguido describir de manera óptima el comportamiento del material.

En 1948 Hill consiguió extender el modelo isótropo de von Mises al caso ortótropo. La principal limitación de dicho modelo es que no describe el comportamiento de materiales que no solo dependan del segundo invariante del tensor de tensiones (materiales sensibles a la presión), como en el caso de los geomateriales o materiales compuestos.

Los métodos que se servían de transformaciones lineales del tensor de tensiones fueron introducidas primeramente por [33] [34]. Para tensión plana y ortotropía simétrica, [35] combinaron los principales valores de este tensor de tensiones transformado con funciones de fluencia isótropas. Este método fue aplicado a un estado de tensiones total por [36] y generalizado a una teoría plástica isótropa equivalente con

funciones de fluencia más generales y transformaciones lineales que se acomodaran a diferentes simetrías de la ortotropía.

Todos los modelos previamente citados están enfocados a problemas basados en la teoría de la plasticidad, ninguno de ellos aplicado a las teorías de daño.

A continuación se describirá el modelo aplicado a los casos de estudio en el marco de este trabajo se han realizado con modelo ortótropo generalizado [20], tanto en el comportamiento lineal como en el no-lineal de los materiales. Se basa en el concepto de “*teoría de mapeo del espacio*”, introducida primeramente por [37] [38] y refinado más tarde [39] [40]. Esta teoría está basada en transportar, desde un *espacio real anisótropo* a otro *espacio ficticio isótropo*, todos los parámetros constitutivos del material y su estado tensional y deformacional. Una vez allí, se usa un modelo constitutivo isótropo junto a todas las técnicas y procedimientos para ecuaciones constitutivas isótropas.

Esta formulación anisótropa se basa en aplicar una transformación lineal tanto al tensor de tensiones como al de deformaciones a través de tensores de cuarto orden que contienen la información de la anisotropía del material. En esta teoría se utiliza el concepto de “*tensor de tensiones mapeado*” que permite el transporte del tensor de tensiones de un espacio real a un espacio de tensiones ficticio.

Este método consiste en estudiar el comportamiento real del sólido resolviendo el problema en un espacio isótropo ficticio. Se asume un espacio *real*, donde el criterio ortótropo es definido, y un espacio *ficticio*, donde se define el criterio isótropo. Los dos espacios tensionales están relacionados mediante una transformación lineal, definida por el *tensor de tensiones mapeado*, un tensor simétrico de cuarto orden. Estos tensores de transformación contienen la información de la anisotropía del material, tanto en los espacios de tensiones como de deformaciones. Los parámetros que los definen son calibrados mediante los ensayos de laboratorio necesarios. Esta formulación permite realizar análisis de materiales compuestos con un elevado grado de anisotropía.

4.5.3 Ecuaciones tensión-deformación

Para un material completamente anisótropo, son necesarias 36 constantes para definir las relaciones tensión-deformación. Debido a la simetría del tensor constitutivo el número de constantes independientes es de 21.

En el caso de que existan simetrías en el material hace se reduzca el número de constantes. Si existen tres planos de simetría (para las propiedades del material) estamos ante un caso de material ortótropo. A la intersección de estos tres planos de simetría se les llama *ejes principales de ortotropía*. En este caso particular el número de constantes elásticas se reduce a 12: tres módulos de Young E_1, E_2, E_3 , seis módulos de Poisson $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{21}, \nu_{23}, \nu_{31}, \nu_{32}$ y tres módulos de corte G_{12}, G_{13}, G_{23} .

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{Bmatrix} \quad (4.5.3.1)$$

Donde $\nu_{21}/E_2 = \nu_{12}/E_1, \nu_{31}/E_3 = \nu_{13}/E_1, \nu_{32}/E_3 = \nu_{23}/E_2$. Teniendo en cuenta las relaciones anteriores se reduce el número de constantes independientes a 9. En la matriz (4.2.1) se observa como en los materiales ortótropos no existe interacción entre las tensiones normales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ y las deformaciones de corte $\varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23}$.

4.5.4 Definición de los tensores de transformación espacial

Para la formulación del modelo es necesario asumir un espacio anisótropo real de tensiones σ y de deformaciones ε , tales que ambos tienen una respectiva imagen en un espacio ficticio isótropo de tensiones σ^* y de deformaciones ε^* , respectivamente (ver figura 4.x). La relación entre estos espacios está definida como:

$$\sigma^* = \mathbf{A}^\sigma : \sigma \quad (4.5.4.1)$$

$$\varepsilon^* = \mathbf{A}^\varepsilon : \varepsilon \quad (4.5.4.2)$$

Donde \mathbf{A}^σ y \mathbf{A}^ε son los tensores de transformación de tensiones y deformaciones, respectivamente. En las primeras formulaciones del modelo, este se basaba en realizar la transformación lineal suponiendo que las deformaciones elásticas eran idénticas en ambos espacios, lo que limitaba el modelo, exigiendo proporcionalidad entre el límite de resistencia y el módulo de elasticidad para cada dirección del espacio, $f_{11}/E_1 = f_{22}/E_2 = f_{12} = G_{12}$. Introduciendo el tensor de transformación lineal para las deformaciones se permite la no-proporcionalidad entre el límite de resistencia y del módulo elástico para cada dirección del material.

Para definir la forma y propiedades del operador tensorial \mathbf{A}^σ es necesario tener en cuenta la simetría del tensor de tensiones de Cauchy en los espacios anisótropo e isótropo. Un tensor de transformación de cuarto orden debe satisfacer las siguientes simetrías:

$$A_{ijkl}^\sigma = A_{jikl}^\sigma = A_{jilk}^\sigma \quad (4.5.4.3)$$

La simetría del tensor de cuarto orden también es necesaria:

$$A_{ijkl}^\sigma = A_{klij}^\sigma \quad (4.5.4.4)$$

Existen diferentes formas de definir el tensor de transformación \mathbf{A}^σ [29], [31], [32]. El tensor de transformación se corresponde con una matriz 6x6 para el caso tridimensional. En el caso particular de deformación plana tiene forma de matriz 3x3. Los componentes del tensor son las relaciones de las resistencias del material entre el espacio isótropo ficticio (f_{ij}^*) y el ortótropo real (f_{ij}), donde los subíndices i, j hacen

referencia a los ejes principales. Asumiendo la forma de Voigt (*) de los vectores de tensiones y deformaciones, el *tensor de transformación de espacio* en las coordenadas materiales queda como,

$$(\mathbf{A}^{\sigma^+})' = \begin{bmatrix} \frac{f_{11}^*}{f_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f_{22}^*}{f_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f_{12}^*}{f_{12}} \end{bmatrix} \quad (4.5.4.5)$$

Las resistencias ortótropas f_{ij} se obtienen mediante ensayos experimentales. Ya que tomamos un espacio ficticio isótropo resulta que $f_{11}^* = f_{22}^* = f^*$. La elección de f^* es arbitraria. f_{12}^* depende del modelo isótropo tomado.

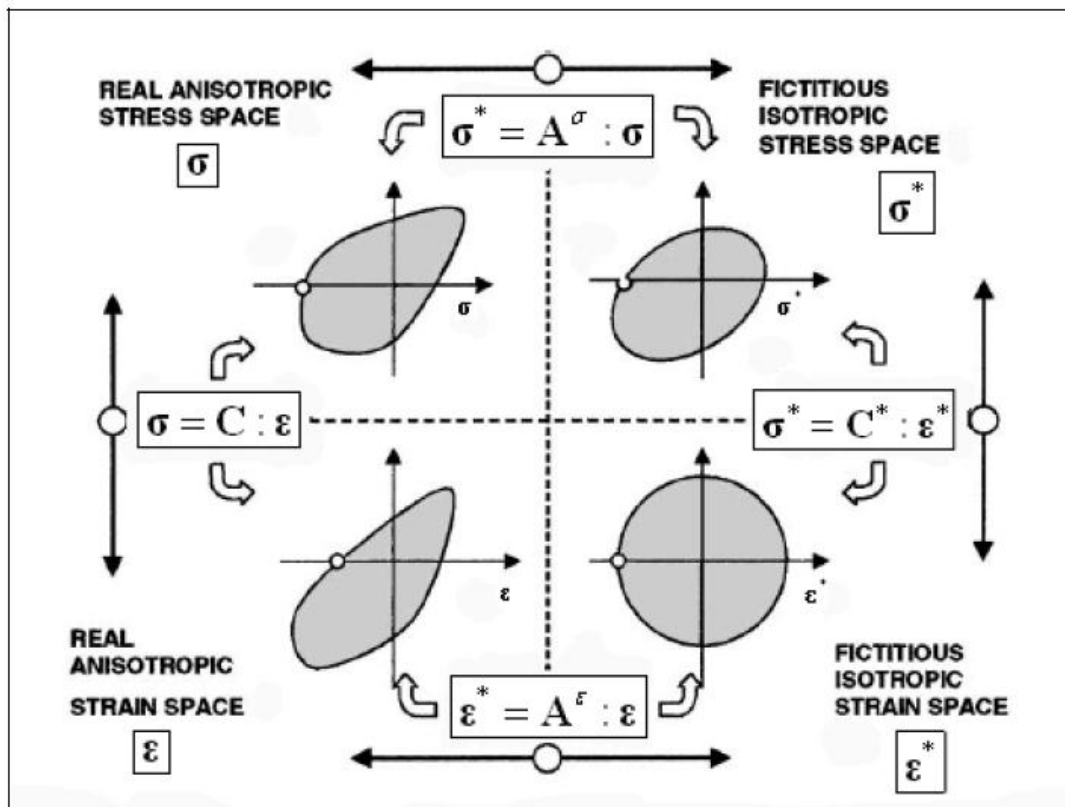


fig. 4.5.4.1 Relaciones entre los espacios de tensiones y deformaciones reales y ficticias

[32]

(*) **Nota:** las formas de Voigt para tensión plana y el vector de deformaciones son las siguientes:

$$\{\sigma'\} = \{\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}\}^T$$

$$\{\varepsilon'\} = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12}\}^T$$

Este mapeo del espacio permite representar incluso altos grados de anisotropía. La transformación lleva a cambios en la forma de las superficies de fluencia (figura 4.x). Cualquier superficie de fluencia isótropa puede ser mapeada con tal de obtener un criterio ortótropo.

4.5.5 Ortotropía de la mampostería

De los datos experimentales se observa claramente el alto comportamiento ortótropo de la mampostería. Las propiedades en la dirección 1 no son equivalentes en la dirección ortogonal. A sí mismo el comportamiento a tracción es diferente al de compresión. Este hecho hace que sea necesario no solo un modelo capaz de representar la ortotropía, sino que sea capaz de diferenciar entre un estado de tracción y uno de compresión.

El modelo propuesto en [20] consiste en un modelo de dos parámetros de daño ortótropo basado en el concepto de *mapeo del espacio*. En él se adopta un criterio de daño para tracción y otro para compresión, de acuerdo con los diferentes mecanismos de rotura.

De la misma manera que se ha explicado anteriormente, se asume un espacio anisótropo de tensiones σ y su conjugado de deformaciones ϵ , tales que cada uno de estos espacios tenga su respectiva imagen en un espacio ficticio isótropo de tensiones σ^* y de deformaciones ϵ^* , respectivamente. La relación entre los espacios se define nuevamente como,

$$\sigma^* = \mathbf{A}^\sigma : \sigma \quad (4.5.5.1)$$

$$\epsilon^* = \mathbf{A}^\epsilon : \epsilon \quad (4.5.5.2)$$

Donde \mathbf{A}^σ y \mathbf{A}^ϵ son los tensores de deformación de tensiones y deformaciones respectivamente, que relacionan los espacios ficticios y reales. Son tensores de cuarto orden y contienen las propiedades naturales de anisotropía del material.

Debido al diferente comportamiento en tracción y compresión, introduce dos criterios diferentes de daño con un modelo constitutivo capaz de distinguir un estado de

tracción de uno de compresión. Divide el tensor de tensiones en las contribuciones de tracción y compresión,

$$\boldsymbol{\sigma}^+ = \sum_{i=1}^3 \langle \boldsymbol{\sigma}_i \rangle \cdot \mathbf{p}_i \otimes \mathbf{p}_i \quad (4.5.5.3)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^- = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^+ \quad (4.5.5.4)$$

donde $\boldsymbol{\sigma}_i$ es el valor en la dirección i -ésima del tensor de tensiones principales y \mathbf{p}_i representa el vector unidad asociado a su respectiva dirección principal. La función de Macaulay indicada con $\langle \cdot \rangle$ devuelve el valor de la expresión dentro de la función si su valor es positivo, pero devuelve cero si el valor es negativo. Los superíndices (+) y (-) indican tracción y compresión, respectivamente.

El modelo usa las siguientes transformaciones para tracción y compresión del espacio real al ficticio:

$$\boldsymbol{\sigma}^{+*} = \mathbf{A}^{\boldsymbol{\sigma}^+} : \boldsymbol{\sigma}^+ \quad (4.5.5.5)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{-*} = \mathbf{A}^{\boldsymbol{\sigma}^-} : \boldsymbol{\sigma}^- \quad (4.5.5.6)$$

Donde $\mathbf{A}^{\boldsymbol{\sigma}^+}$ y $\mathbf{A}^{\boldsymbol{\sigma}^-}$ son los tensores de transformación de las tracciones y compresiones respectivamente, que relacionan el espacio ficticio con el real. Estos tensores son de cuarto orden en el caso tridimensional, se corresponderían con matrices 6x6. En el caso particular de deformación plana, estos tensores se corresponden con matrices 3x3. Los componentes de cada tensor son las corresponden a las relaciones de las resistencias en cada dirección entre el espacio ficticio y el real. Los tensores de transformación se escriben como,

$$(\mathbf{A}^{\boldsymbol{\sigma}^+})' = \begin{bmatrix} \frac{f_{11}^{+*}}{f_{11}^+} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f_{22}^{+*}}{f_{22}^+} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f_{12}^{+*}}{f_{12}^+} \end{bmatrix} \quad (4.5.5.7)$$

$$(\mathbf{A}^{\boldsymbol{\sigma}^-})' = \begin{bmatrix} \frac{f_{11}^{-*}}{f_{11}^-} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f_{22}^{-*}}{f_{22}^-} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f_{12}^{-*}}{f_{12}^-} \end{bmatrix} \quad (4.5.5.8)$$

Los parámetros $f_{ij}^{\pm*}$ representan las intersecciones del umbral de daño ficticio con los ejes 1, 2 y 3. Como asumimos dos tipos de criterio isótropo diferentes en el espacio ficticio, tenemos que $f_{11}^{+*} = f_{22}^{+*} = f^{+*}$ y $f_{11}^{-*} = f_{22}^{-*} = f^{-*}$. La elección de f^{+*} y f^{-*} es arbitraria, mientras que f_{12}^{+*} y f_{12}^{-*} dependen del criterio isótropo que se haya tomado para la tracción y compresión.

Los parámetros f_{ij}^{\pm} representan las intersecciones del umbral de daño ortótropo con los ejes 1, 2 y 3 del espacio real.

En el caso de la mampostería es importante que el modelo distinga entre los estados de tracción y compresión ya que $f_{11}^{+*}/f_{11}^+ \neq f_{11}^{-*}/f_{11}^-$, $f_{22}^{+*}/f_{22}^+ \neq f_{22}^{-*}/f_{22}^-$ y $f_{12}^{+*}/f_{12}^+ \neq f_{12}^{-*}/f_{12}^-$, por lo que son necesarios los dos tensores de transformación.

4.4 Limitaciones del PLCd respecto a la ortotropía

El programa PLCd admite modelos con ortotropía por *mapeo del espacio*, pero solo con relaciones iguales para tracción y compresión, es decir $f_{ij}^{+*}/f_{ij}^+ = f_{ij}^{-*}/f_{ij}^-$. Esto implica, ya de por sí, tener que hacer una simplificación de las propiedades reales del material; además, no será posible usar diferentes superficies de umbral de daño para tracción y compresión.

Existen diferentes propuestas de superficies de umbral de daño para la mampostería. En el modelo propuesto por Pelá [19] y descrito en el apartado anterior se propone un criterio de daño con dos superficies de umbral diferentes tal que, superficie de Rankine para estados de tracción y la superficie propuesta por Faria [41] para los estados de compresión. En la figura 4.4.1 se puede ver representada dicha superficie de fluencia en el espacio de tensiones. En la figura 4.4.2 se ve la transformación de la superficie de fluencia anterior desde el espacio de tensiones isótropo ficticio al espacio de tensiones ortótropo real.

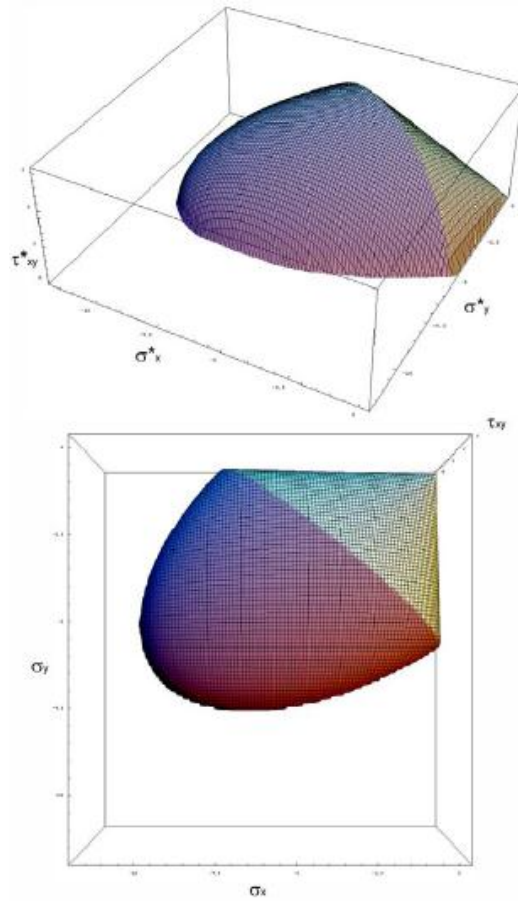


Figura 4.4.1 Superficie de daño ortótropo [20]

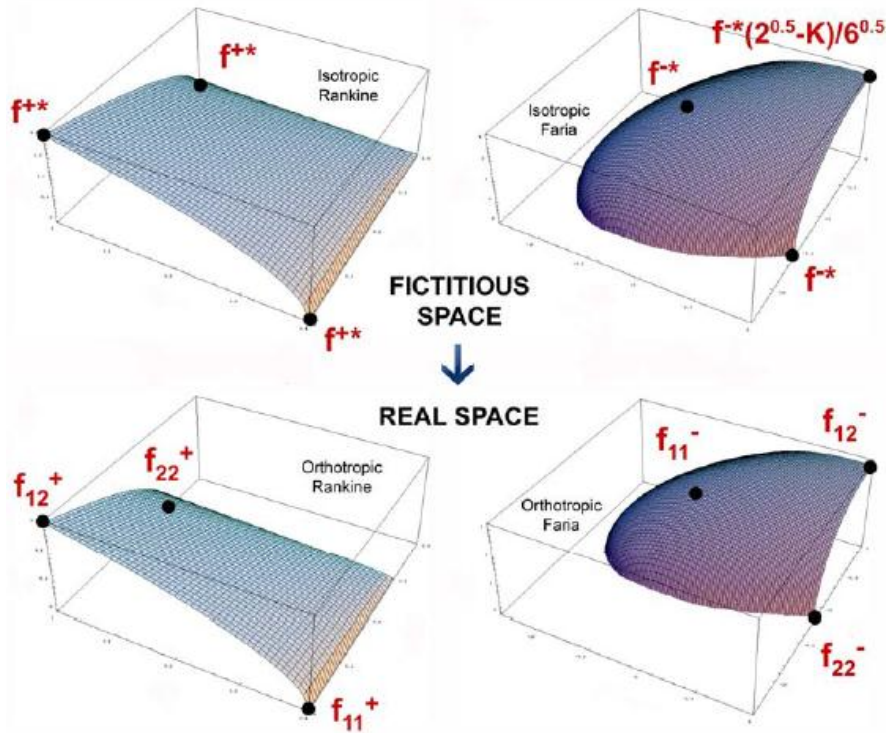


Figura 4.4.2 Superficies de daño con las intersecciones con los ejes, en el espacio isótropo ficticio (a) y en el espacio real ortótropo (b).[20]

Debido a la falta de implementación en el código del PLCd de dichas superficies de daño y de la posibilidad de distinguir el grado de ortotropía entre los estados de compresión y tracción, se ha simplificado el problema en forma fenomenológica.

Tanto para estados de tracción como compresión se ha usado la relación f_{ij}^{+*}/f_{ij}^+ para realizar el *mapeo del espacio*, ya que la relación en compresión introduce menos error que si usásemos la relación en tracción. De la misma manera para ambos estados tensionales se ha usado una única superficie de daño, Mohr-Coulomb, con lo que se subestimarán las condiciones de rotura a compresión.

Usando las propiedades mecánicas que se tomarán para la mampostería [20], detalladas en el apartado 6.1 de esta tesina, se tiene una relación de tensiones reales ortótropas y ficticias isótropas tal que $f_1^*/f_1 = 2.33$, $f_2^*/f_2 = 1$ y $f_{12}^*/f_{12} = 1.65$. De esta manera la superficie de fluencia de Mohr-Coulomb isótropa quedará escalada tal y como se muestra en la figura 4.4.3

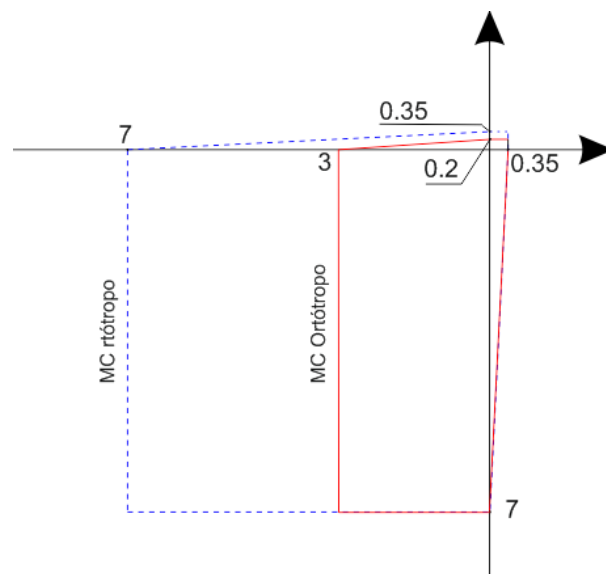


Figura 4.4.3 Superficie de Mohr-Coulomb ortótropa, escalada respecto a una superficie isótropa, tomando las relaciones de las propiedades mecánicas de la mampostería.

5. INDICES DE DAÑO GLOBAL

5.1 Introducción

Mediante el uso del *método de los elementos finitos* se obtiene el valor de la variable interna de daño local en los puntos de Gauss. De esta manera se tiene una idea del daño en distintos puntos del sólido. Será necesario el uso de un índice de daño diferente, capaz de representar el daño global de la estructura.

Los índices de daño sísmico global son medidas del estado de deterioro de la estructura y se obtienen mediante la simulación numérica de las estructuras sometidas tanto a análisis de *push-over* o a un análisis dinámico, simulando la acción de un sismo. Se han propuesto diferentes índices de daño global

5.2 Índice de daño global en función de la pérdida de resistencia

A continuación se utiliza un índice de daño global sencillo y objetivo capaz de representar el daño estructural global mediante una simple relación de los valores de fuerzas que se observan en la figura 5.2.1. El daño estructural global, en un desplome cualquiera P , será,

$$D_G = 1 - \frac{F^i}{F^e} \quad (5.2.1)$$

donde F^i es el cortante real en la base de la estructura, F^e es el cortante en la base de la estructura suponiendo su comportamiento como completamente elástico y D_G es el daño global de la estructura.

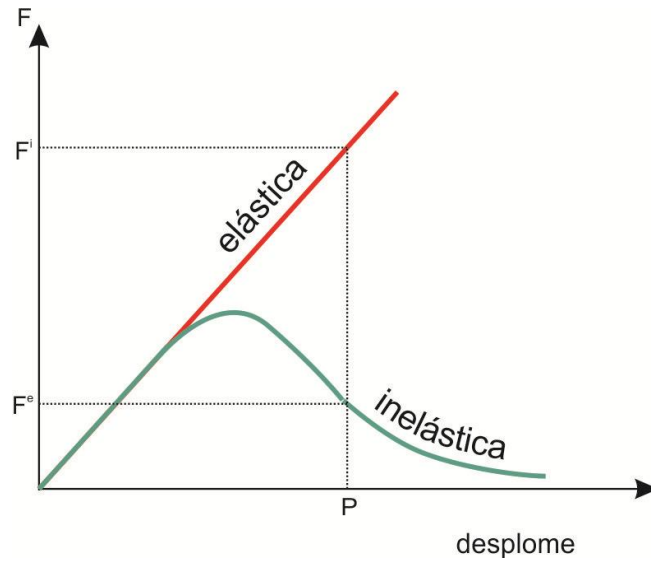


Figura 5.2.1 Representación de los valores de fuerzas necesarios para el índice de daño global

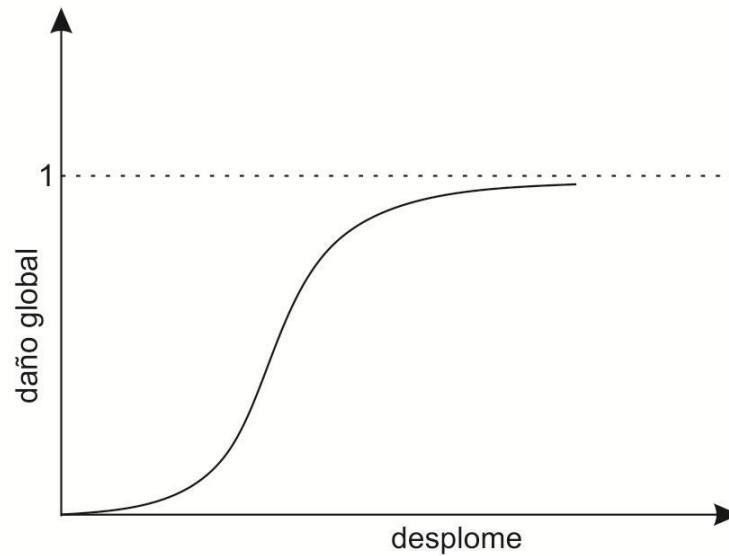


Figura 5.2.2 Forma típica de un gráfico Desplome vs Daño Global

5.3 Índice de daño global en función de la ductilidad estructural de diseño

Este índice de daño global [21] representa una manera objetiva de medir el daño global de la estructura a partir de la *ductilidad estructural*, μ .

5.3.1 Definiciones previas

Se define la ductilidad estructural μ como la relación entre el *desplome último*, ΔU , de la estructura y el *desplome de plastificación idealizado* de la estructura, ΔY , desplome en el que aparece la primera rotula plástica,

$$\mu = \frac{\Delta U}{\Delta Y} \quad (5.3.1.1)$$

Estos valores de ductilidad estructural son, generalmente, mucho más bajos que los valores de la ductilidad del material estructural.

Para obtener el valor de μ es necesaria la *curva de capacidad* (figura 5.3.1.1) de la estructura, con tal de poder evaluar los valores del desplome último y del de plastificación. Dicha curva se obtiene mediante un análisis de *pushover* no lineal sobre la estructura. Con este análisis se obtiene la relación entre los desplomes, Δ , y el cortante en la base, V .

Para obtener los valores de los desplomes es necesario normalizar previamente la curva de capacidad. Se escala el desplome respecto a la altura de la estructura y el cortante en la base se escala respecto al peso sísmico. De esta manera la curva quedará expresada en valores adimensionales, lo que permite su comparación con diferentes tipologías estructurales y también con estructuras con diferentes características resistentes.

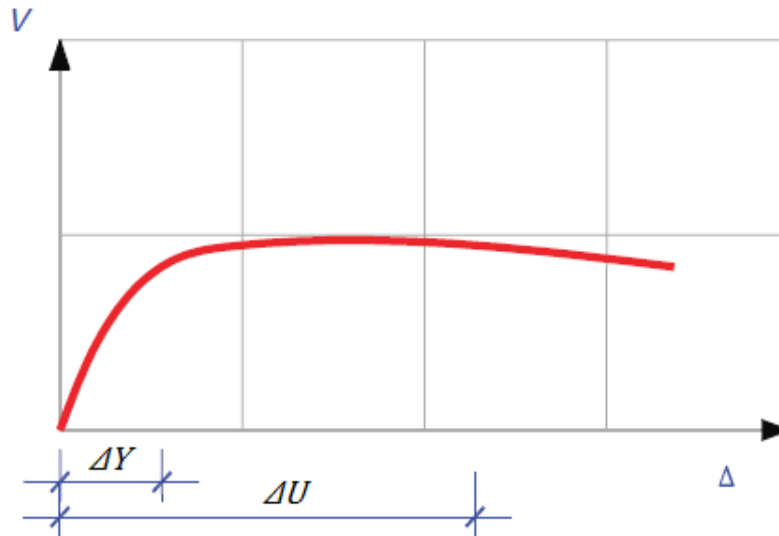


Figura 5.3.1.1 Curva de capacidad típica de edificio de hormigón armado

Una vez normalizada la curva de capacidad se procede a obtener la forma bilineal idealizada [34]. Se basa en idealizar la curva mediante dos rectas, una idealizará el comportamiento elástico mientras la otra lo hará con el comportamiento inelástico.

Las rectas que definen la forma bilineal idealizada se determinan mediante el equilibrio de la energía disipada. Esto es posible realizarlo de manera sencilla con unos simples pasos:

- *Rama elástica:*
 - El primer punto de la recta, O , es el origen de coordenadas.
 - El segundo punto de la recta, A , se corresponde con el 75% del valor del cortante máximo en la base
- *Rama inelástica:*
 - Recta horizontal que pasa por el punto de máximo desplome, B .

El desplome plástico idealizado se define como el desplome de la estructura en el momento en el que se intersecta la rama elástica con la inelástica, punto P (figura 5.1.2).

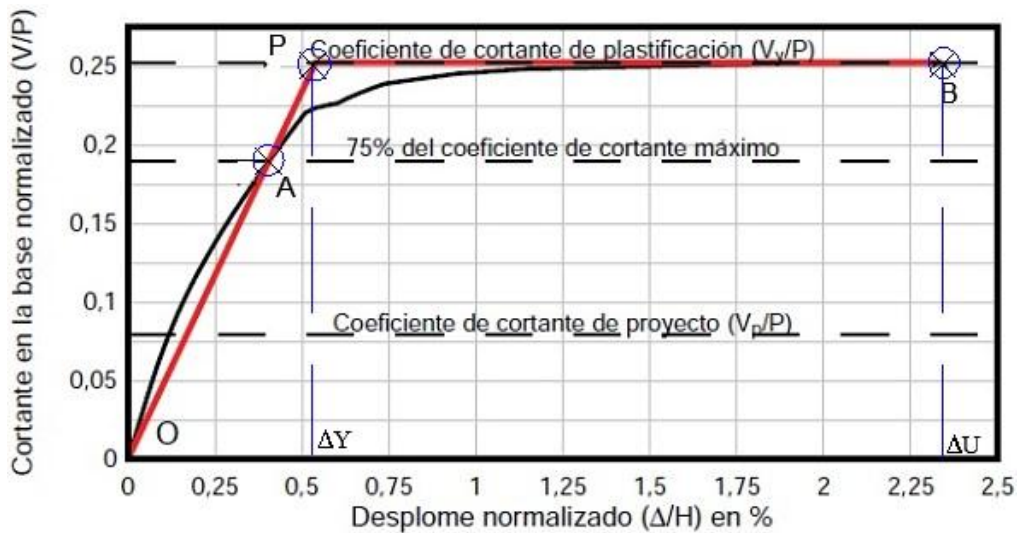


Figura 5.3.1.2 Esquema de la obtención de la forma bilineal idealizada.[6]

5.3.2 Índice de daño global

A partir de la forma bilineal anterior y mediante un procedimiento sencillo se puede obtener un índice global de daño capaz de describir la degradación de la estructura frente acciones sísmicas a partir de muy pocos datos sobre la respuesta no lineal.

Primeramente es necesario obtener la rigidez estructural inicial K_0 mediante un análisis de *push-over* suponiendo un comportamiento elástico de toda la estructura. Suponiendo conocido el cortante máximo en la base a partir del cual se iniciaría la plastificación de la estructura, V_Y (punto A de la figura 5.3.1.2), y adoptando una ductilidad de proyecto μ proporcionada por las normativas, se tiene la expresión siguiente de daño estructural máximo en un punto C, punto donde se desarrolla toda la ductilidad estructural,

$$D_C = 1 - \frac{K_C}{K_0} = 1 - \frac{\frac{\Delta U}{V_Y}}{\frac{\Delta Y}{V_Y}} = 1 - \frac{\mu \cdot \Delta U}{\frac{\Delta Y}{V_Y}} = 1 - \frac{1}{\mu} = \frac{\mu - 1}{\mu} \quad (5.3.2.1)$$

De (5.1.2.1) se observa como el daño ultimo des la estructura es función únicamente de su ductilidad. Para obtener el índice de daño en un punto P cualquiera de la curva de respuesta es necesario objetivizar el daño en el punto P respecto al daño máximo que desarrollara la estructura,

$$D_P^{obj} = \frac{D_P}{D_C} = \frac{D_P \mu}{\mu - 1} = \frac{\left(1 - \frac{K_P}{K_0}\right) \mu}{\mu - 1} \quad (5.3.2.2)$$

El índice se mantiene $0 < D_P^{obj} < 1$.

5.4 Índice de daño global basado en la pérdida de rigidez

Partiendo también de la forma bilineal anteriormente citada, se propone un índice de daño muy sencillo que sea capaz de representar el daño estructural. Suponiendo conocida la forma bilineal, se propone el índice tal que en un punto P cualquiera,

$$D_P = 1 - \frac{K_P}{K_0}, \quad \text{con } 0 \leq D_P \leq 1 \quad (5.4.1)$$

Siendo K_0 la rigidez de la rama elástica de la forma bilineal y K_P la rigidez secante en un punto P de la rama inelástica.

Este índice de daño global es equivalente al índice de daño global basado en pérdida de resistencia de la estructura.

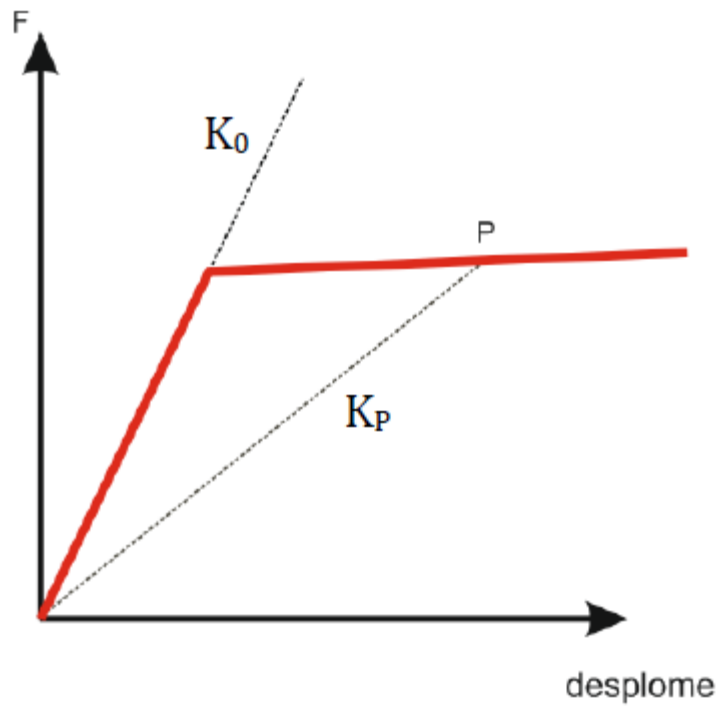


Figura 5.4.1 Esquema de los parámetros necesarios para el índice de daño

6. Casos de estudio

Para estudiar la influencia que ejerce el uso de cerramientos de mampostería sobre el comportamiento estructural global se ha decidido realizado diferentes modelos con diferentes configuraciones de cerramientos sobre un mismo pórtico.

En la figura 6.1 se ha representado la geometría tipo de la estructura porticada [32]. Partiendo de esta estructura como base, se han realizado 6 modelos adicionales distintos, introduciendo diferentes configuraciones de cerramientos de mampostería (figura 6.2). Cada una de las estructuras porticadas ha modelado tanto con hormigón simple como hormigón armado.

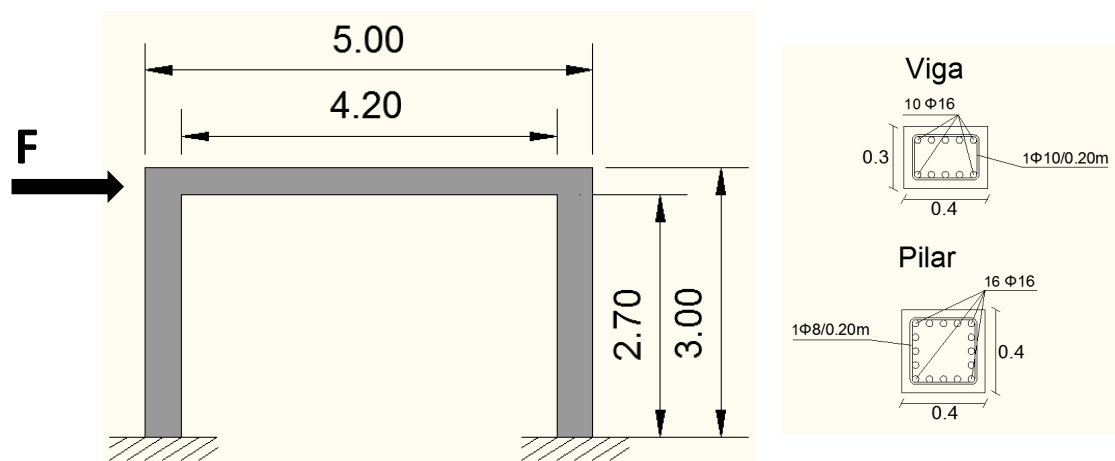


Figura 6.1 Geometría tipo del pórtico (todas las unidades en metros, excepto los diámetros de las barras, en milímetros) [32]

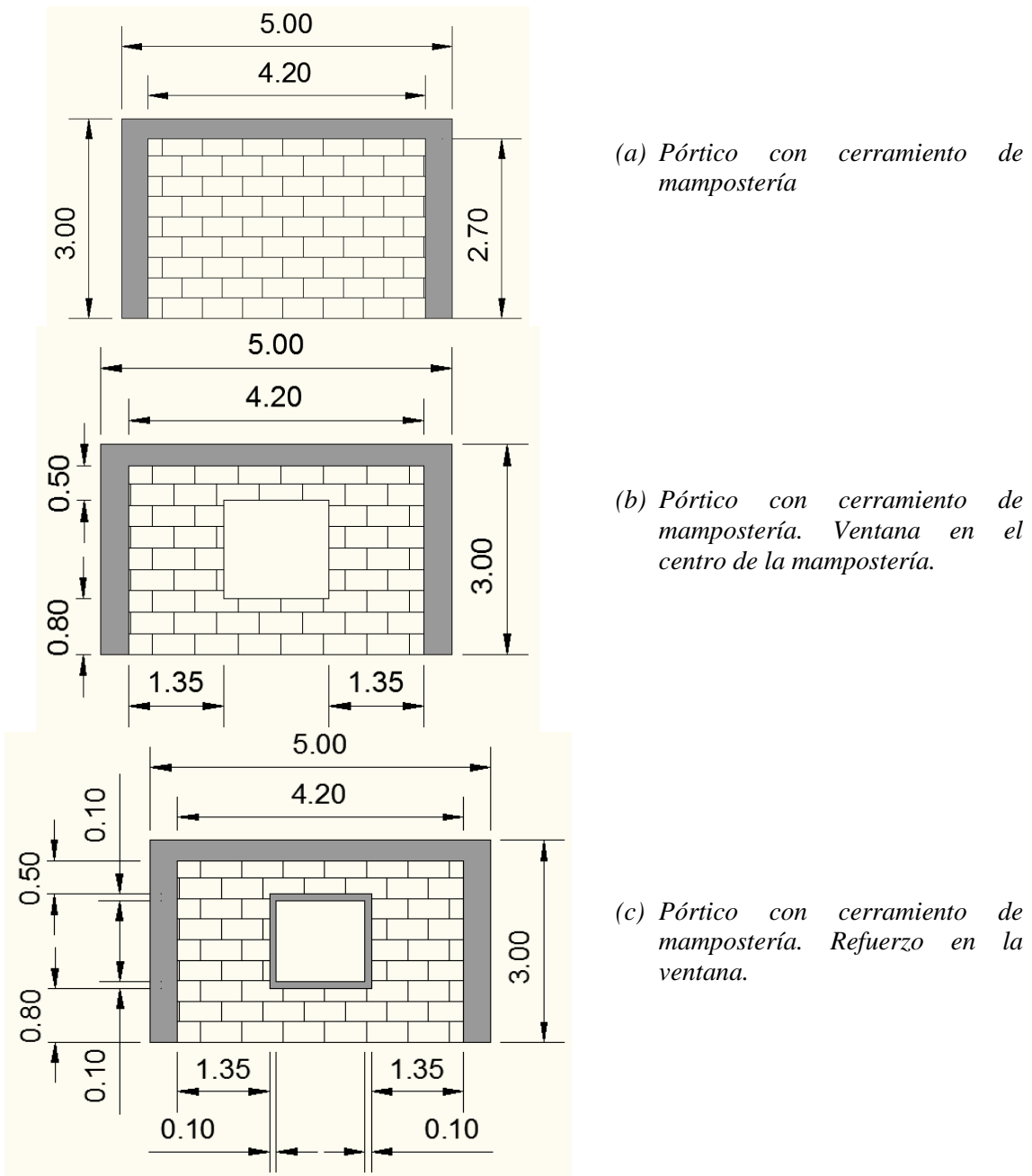


Figura 6.2 Geometrías de las diferentes configuraciones de la mampostería

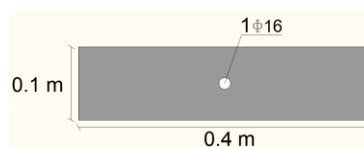


Figura 6.3 Sección del refuerzo de hormigón en la mampostería (diámetro de la barra de acero en milímetros)

En primer el modelo (a) se ha colocado dentro del pórtico un cerramiento completo de mampostería; en (b) se pretende simular el caso de la presencia de una apertura que hace función de ventana, en el marco de esta apertura no se ha considerado la presencia de ningún material; en (c) se pretende estudiar la influencia que tendría la colocación de una capa hormigón con una barra de acero como refuerzo (figura 6.3).

Adicionalmente, se ha hecho un modelo con las mismas dimensiones del pórtico, siguiendo la normativa española NBE-FL-90 para muros de fábrica en zonas de peligrosidad sísmica. A este tipo de elementos estructurales se les denomina *encadenados*, y consisten confinar la mampostería con un marco de hormigón ligeramente armado tal que 4 $\phi 10$ barras longitudinales y $\phi 6$ cada 25 cm de armadura transversal (figura 6.4).

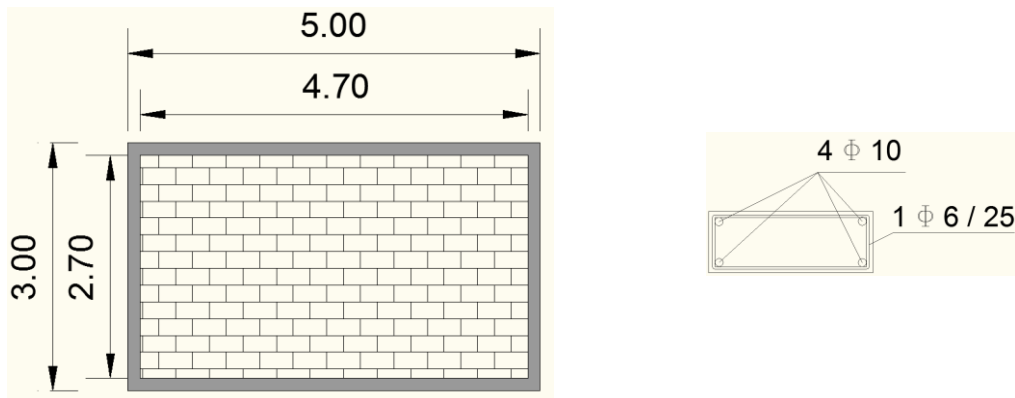


Figura 6.4 Geometría del encadenado y detalle de la armadura

6.1 Materiales compuestos. Propiedades mecánicas de los materiales

En los casos donde el pórtico es de hormigón armado, se ha hecho uso de la teoría de materiales compuestos *serie/paralelo*, siendo el hormigón el material matriz y el acero constituye el refuerzo. En las figuras 6.1.1.a/b y la 6.1.2 se indican los materiales compuestos asignados a los elementos estructurales de las estructuras porticadas y del muro encadenado, respectivamente. Las participaciones volumétricas

(porcentaje respecto el total del volumen del material) de cada material en su correspondiente compuesto se indican en la tabla 6.1.1, donde además se especifica la dirección de las fibras de cada compuesto como parte de su anisotropía, también se muestra las mallas de elementos finitos usada en cada caso.

Las propiedades de los materiales simples se encuentran en las tablas 6.1.2 y 6.1.3. La elección de las propiedades de los materiales simples se ha hecho en base a las correspondientes en diferentes trabajos de investigación [20] [32].

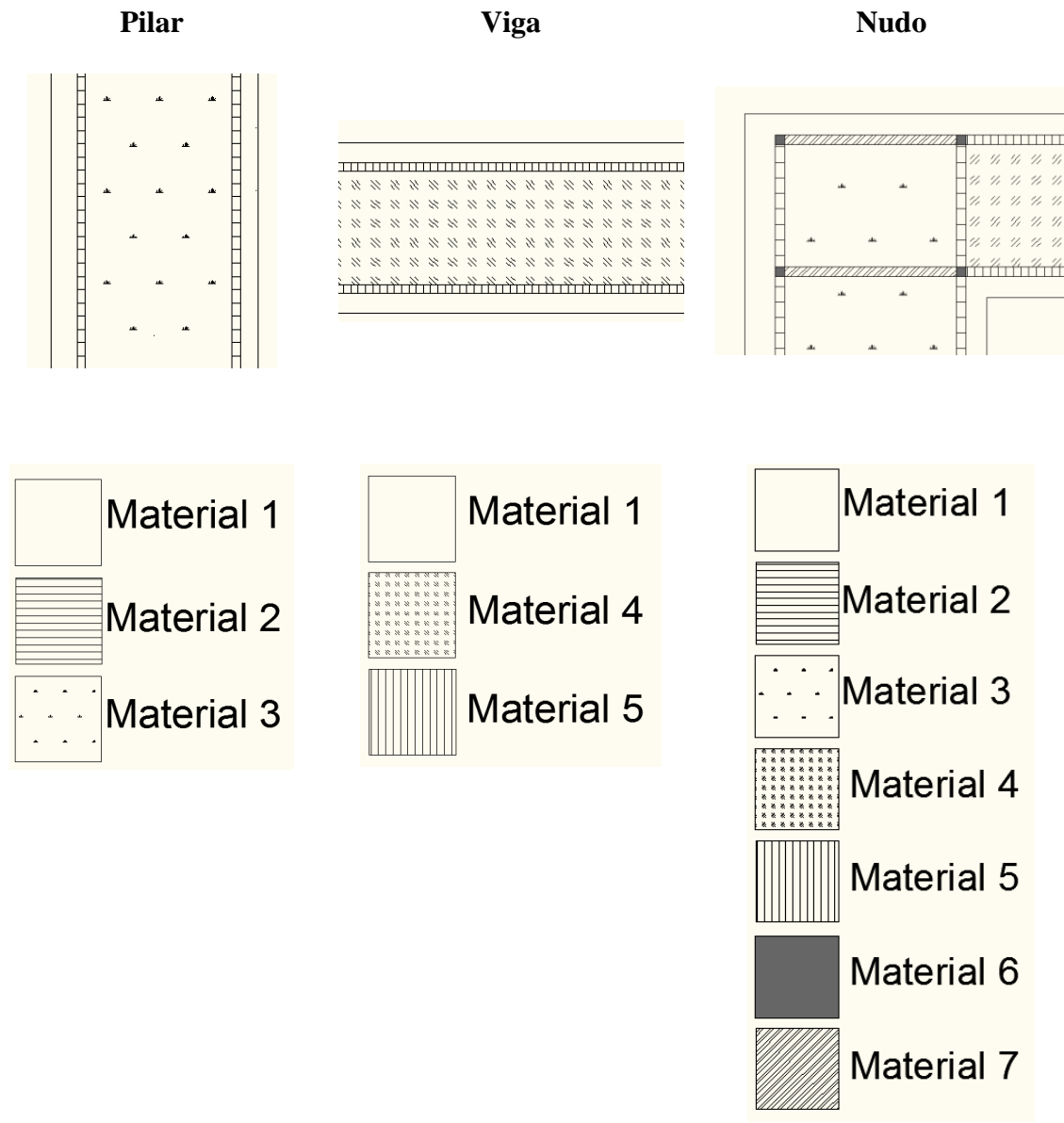


Figura 6.1.1.a Disposición de los materiales compuestos del pórtico

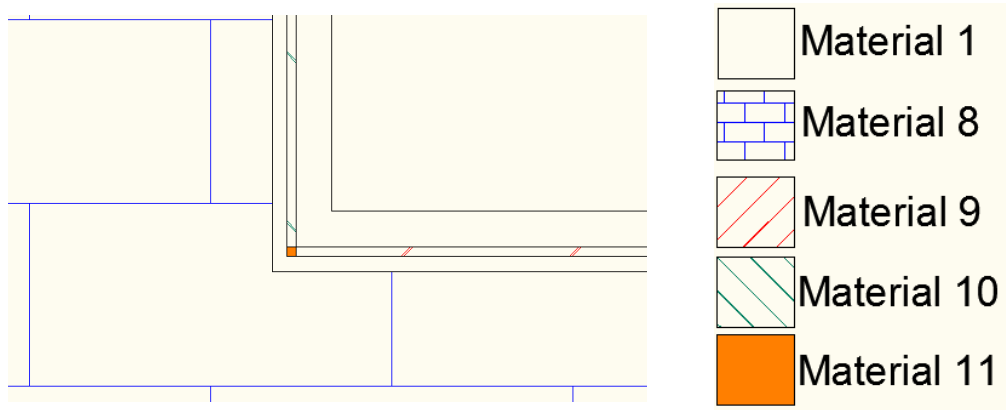


Figura 6.1.1.b Materiales del cerramiento de los modelos (a), (b) y (c)

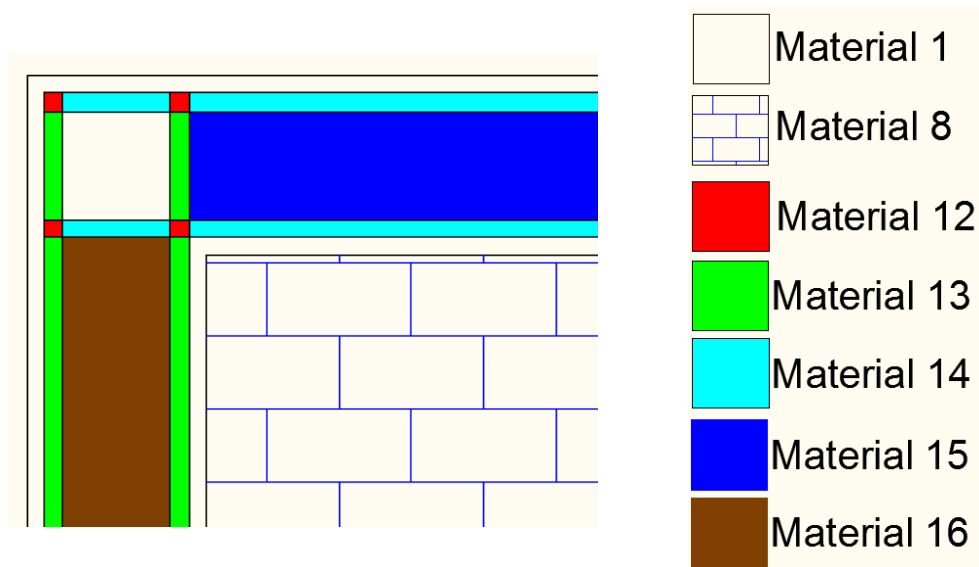


Figura 6.1.2 Materiales del modelo correspondiente al encadenado

Material	Hormigón	Acero Vertical	Acero Horizontal	Cerco Vertical	Cerco Horizontal	Mampostería
1	100	-	-	-	-	-
2	84,18	15,7	-	-	0,12	-
3	98,76	1,2	-	-	0,12	-
1	100	-	-	-	-	-
4	99,8	-	-	0,2	-	-
5	84,09	15,71	-	-	0,2	-
2	84,18	15,7	-	-	0,12	-
3	98,76	1,2	-	-	0,12	-
6	84,3	7,85	7,85	-	-	-
7	78,01	15,71	6,28	-	-	-
8	-	-	-	-	-	100
9	99.686	-	0.314	-	-	-
10	99.686	0.314	-	-	-	-
11	99.686	0.157	0.157	-	-	-
12	99.51	0.245	0.245	-	-	-
13	99.366	-	0.49	0.144	-	-
14	99.366	0.49	-	-	0.144	-
15	99.94	-	-	0.06	-	-
16	99.94	-	-	-	0.06	-

Tabla 6.1.1 Participación volumétrica (%) de los materiales compuestos del pórtico

Propiedades \ Material	Hormigón	Acero
Criterio de fluencia	Mohr-Coulomb	Von mises
E (Mpa)	$2.5 \cdot 10^4$	$2.1 \cdot 10^5$
v	0.20	0
σ_c (Mpa)	30	270
σ_t (Mpa)	3	270
G_c (MJ/m²)	0.05	2
G_t (MJ/m²)	0.005	2

Tabla 6.1.2
Propiedades de los materiales isotropos.

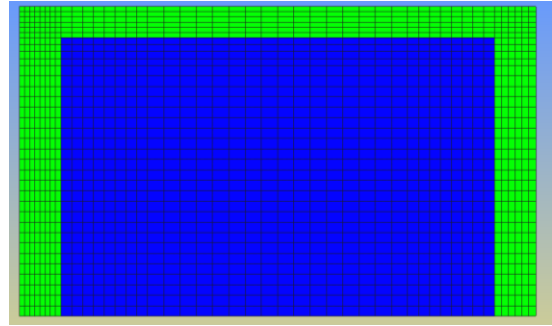
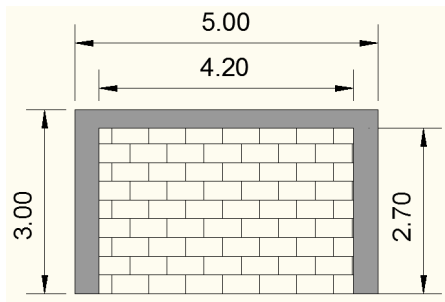
Propiedades \ Material	Mampostería
E_1 (Mpa)	3.000
E_2 (Mpa)	2.000
ν_{12}	0.1
ν_{21}	0.15
G_{12} (Mpa)	900
f_{11}^t (Mpa)	0,35
f_{22}^t (Mpa)	0,2
f_{12}^t (Mpa)	0,2
G_{f_1} (J/m ²)	100
G_{f_2} (J/m ²)	27.6
f_{11}^c (Mpa)	7
f_{22}^c (Mpa)	3
f_{12}^c (Mpa)	3
G_{c_1} (J/m ²)	40.000
G_{c_2} (J/m ²)	11.020

Tabla 6.1.3 Propiedades de los materiales ortótropos

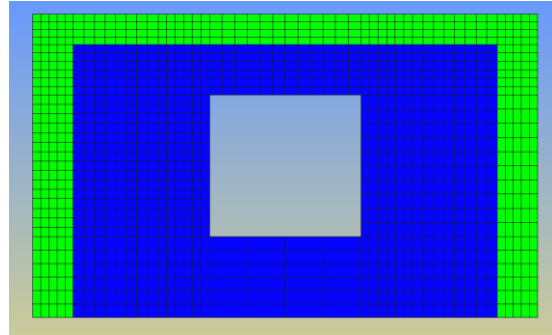
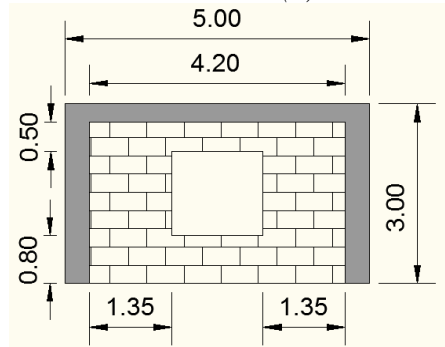
6.2 Discretización de los casos de estudio

Para poder aplicar el método de los elementos finitos es necesario discretizar el dominio geométrico de los elementos estructurales en diferentes elementos que conforman una malla, de manera que cada elemento conserve las propiedades del material que representa. Así, se ha procedido a discretizar todos los elementos estructurales mediante una malla estructurada de elementos cuadriláteros. El uso de una malla estructurada viene marcado por la fuerte malla-dependencia de los resultados obtenidos mediante elementos finitos de problemas no-lineales como el que corresponde a este trabajo. De esta manera se pretende reducir al mínimo la direccionalidad del daño debido a la estructura de la malla.

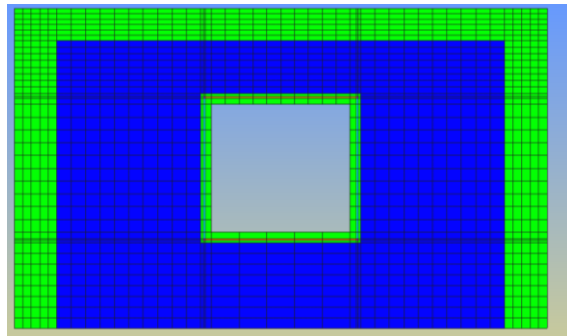
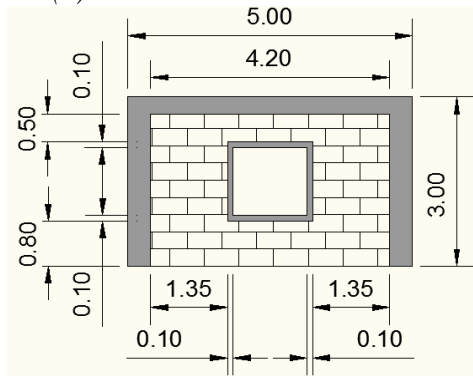
Una de las variables a considerar a la hora de discretizar los elementos estructurales es el tiempo de ejecución, de manera que la malla ofrezca la suficiente precisión de cálculo sin producir tiempos de ejecución muy elevados. En la figura 6.2.1 se muestran las mallas de elementos finitos cuando el hormigón es simple o subarmado, en la figura 6.2.2 cuando el hormigón está armado y en la figura 6.2.3 la malla correspondiente al muro encadenado.



(a) Pórtico con cerramiento de mampostería

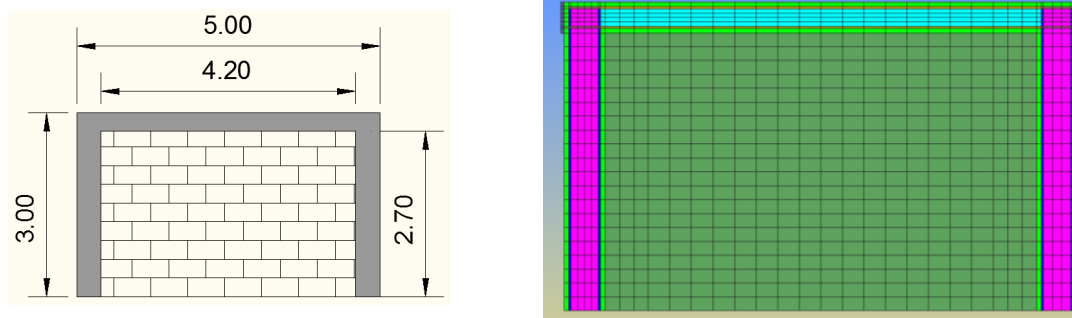


(b) Pórtico con cerramiento de mampostería. Ventana en el centro de la mampostería.

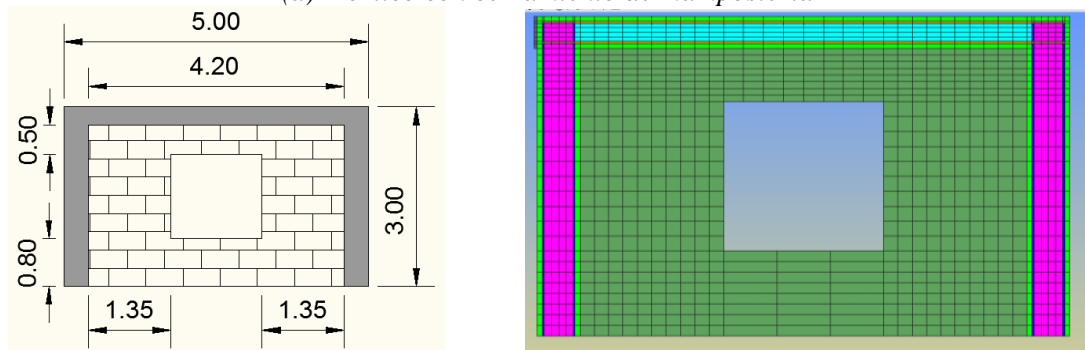


(c) Pórtico con cerramiento de mampostería. Refuerzo en la ventana.

Figura 6.2.1. Mallas de elementos finitos para el pórtico de hormigón simple o subarmado



(a) Pórtico con cerramiento de mampostería



(b) Pórtico con cerramiento de mampostería. Ventana en el centro de la mampostería.

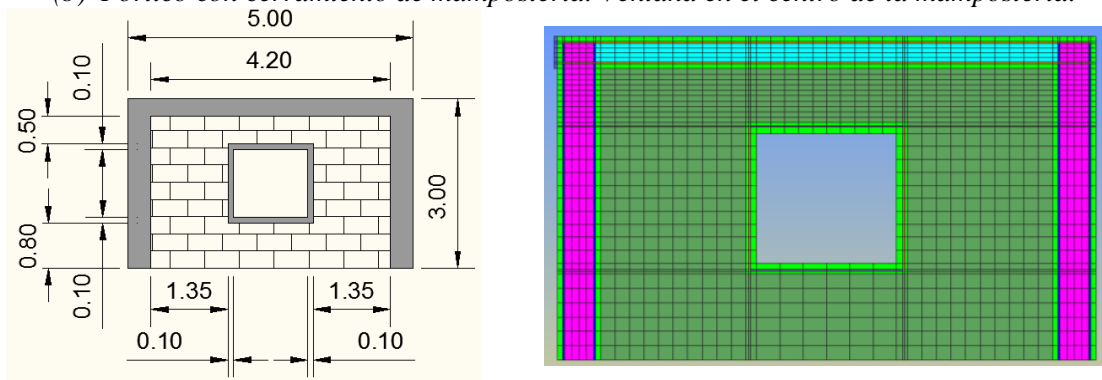


Figura 6.2.2 Mallas de elementos finitos para el pórtico de hormigón armado

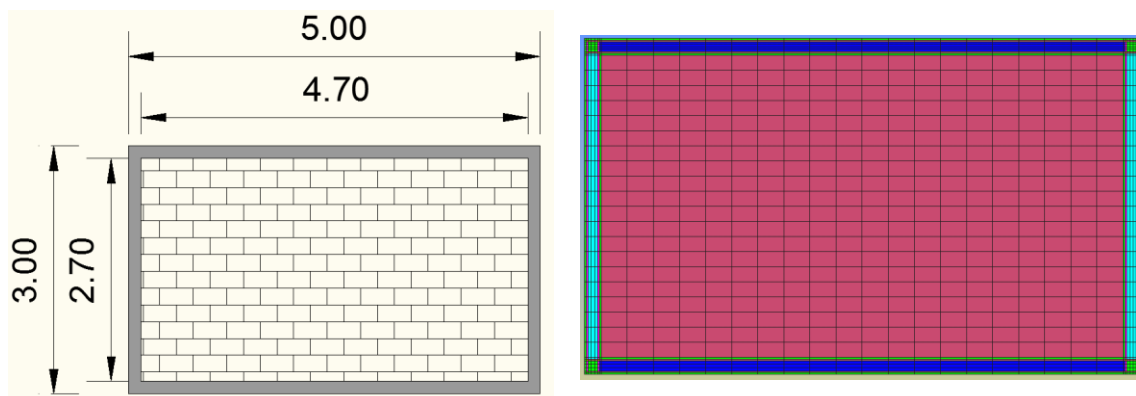


Figura 6.2.3 Mallas de elementos finitos para el muro encadenado

7. Resultados

Primeramente se ha realizado una validación numérica del código del programa PLCd, comparando unos ejemplos con los resultados procedentes de referencias bibliográficas para comprobar el debido funcionamiento del programa en el análisis estático no-lineal. Posteriormente se ha realizado un análisis de sensibilidad sobre el grado de anisotropía de la mampostería. Finalmente se procede a realizar el análisis estático no-lineal sobre los casos de estudio previamente descritos.

7.1 Código de elementos finitos - PLCd

Los modelos numéricos que se presentarán a continuación han sido desarrollados mediante el programa de elementos PLCd [36]. Este es un código termomecánico no lineal de elementos finitos usado para geometrías tanto bidimensionales como tridimensionales, con el que se puede analizar la cinemática y la no linealidad geométrica y/o material en el análisis del comportamiento de estructuras. Este código permite el uso de varios modelos constitutivos simultáneamente para simular el comportamiento de los materiales constituyentes de las estructuras: elasticidad, visco-elasticidad, plasticidad, daño, así como también están implementadas la versión ortótropa de los modelos anteriores a través de un mapeo del espacio y la teoría serie/paralelo para materiales compuestos. También incluye diferentes superficies de plastificación para controlar la evolución de los modelos constitutivos: Von-Mises, Mohr-Coulomb, Mohr Coulomb mejorado, Drucker Prager y Tresca . Permite el análisis dinámico de diferentes estructuras a través del método de Newmark.

7.2 Validación numérica del análisis no-lineal

Con la finalidad de comprobar la validez de los resultados numéricos obtenidos mediante el uso del código de elementos finitos PLCd de la respuesta pseudo-estática no lineal mediante un control de desplazamientos, se ha estudiado previamente dos casos de estudio publicados [32][20], que disponían de la suficiente información para poder considerar los resultados numéricos obtenidos como buenos. Se compararán los resultados del análisis pseudo-estático de un pórtico de hormigón armado sin ningún tipo de cerramiento en su interior para validar el debido comportamiento del pórtico de hormigón armado [32], sobre el cual se añadirán, más adelante, diferentes configuraciones de cerramientos de mampostería. Además se ha validado el comportamiento de la ortotropía de la mampostería basado en los resultados obtenidos del trabajo de investigación de [20].

7.2.1 Caso 1: Pórtico de un nivel

El primer caso de validación del procedimiento de obtención de la curva de capacidad y correcto comportamiento de los materiales consiste en un pórtico de un solo nivel y de un solo vano. Se compararán las curvas de respuesta y el daño sobre la estructura con los obtenidos en el trabajo [32].

Primero se ha realizado el análisis numérico considerando la estructura únicamente de hormigón sin ningún tipo de refuerzo de acero, y posteriormente se ha procedido a introducir la armadura en el hormigón. En la figura 7.2.1.1 se pueden ver las características geométricas y el detalle de las armaduras.

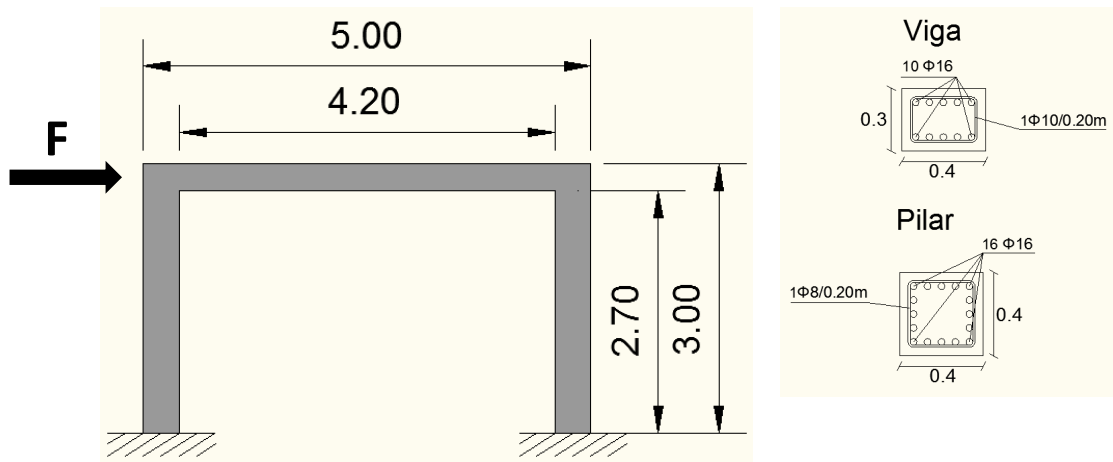


Figura 7.2.1.1 Geometría tipo del pórtico (todas las unidades en metros, excepto los diámetros de las barras, en milímetros) [32]

Las propiedades mecánicas se corresponden a las detalladas en el capítulo anterior correspondiente.

En el gráfico 7.2.1.1 pueden verse las curvas de respuesta obtenida mediante el análisis pseudo estático no lineal representadas en un mismo gráfico. En la tabla 7.2.1.1 se señalan los valores de cortante en la base máximo y ductilidad estructural.

Basándonos en estos resultados resulta evidente la importancia que tiene la presencia o no de una armadura y de su debida actuación frente a las cargas. En el gráfico se denota esta diferencia: en el caso de la ausencia de armadura se alcanza la resistencia máxima en el 7% del desplome último, momento en el cual se producen las rotulas plásticas en la base de los pilares, a partir de este momento el cortante de base necesario para producir desplazamientos sobre la estructura decae rápidamente (curva similar al comportamiento de un material *plástico con ablandamiento*) hasta llegar al colapso. Contrariamente a lo que sucede en el caso anterior, cuando existe una armadura que trabaja adecuadamente, no se produce esta caída de resistencia, si no que aumenta hasta un valor en el cual se mantienen relativamente constantes (curva similar al comportamiento de un material con *plasticidad perfecta*), hasta alcanzar el fallo estructural.

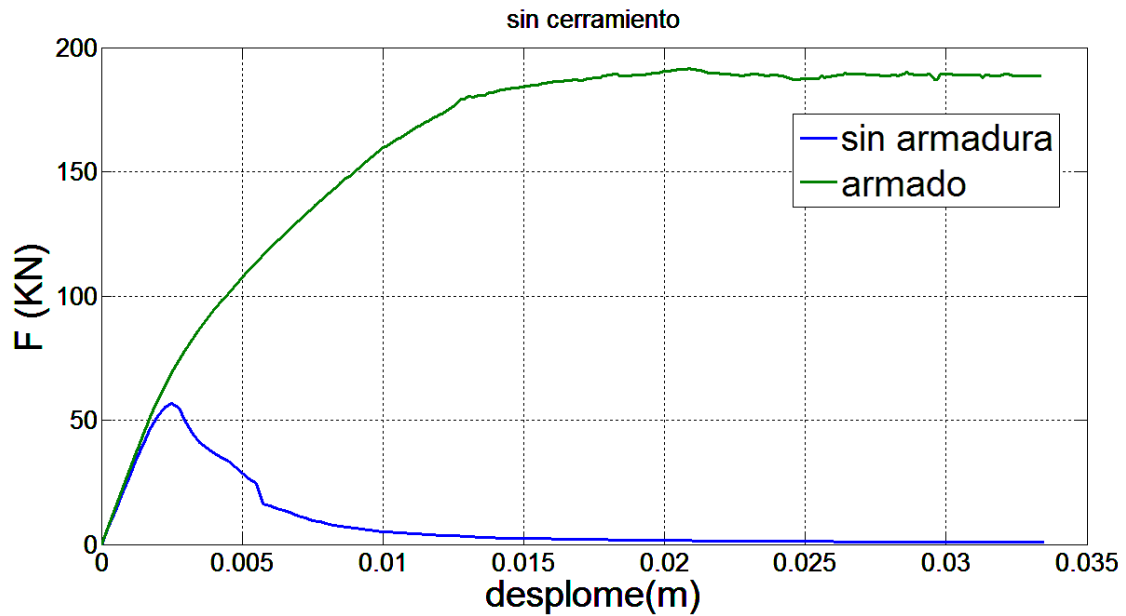


Gráfico 7.2.1.1. Respuesta no lineal de un pórtico con y sin armadura

Hormigón	Cortante máximo en la base (KN)	Ductilidad estructural μ
Simple	56.8	2.6
Armado	191.45	16.5

Tabla 7.2.1.1

En la figura 7.2.1.2 se observa el daño producido sobre la estructura y la deformada después de realizar el análisis pseudo-estático. Aquí puede verse claramente como en ausencia de armadura el daño está muy localizado en la base de los pilares i en los extremos de la viga, en contacto con los nudos del pórtico; mientras que cuando hay acero, si bien el daño empieza en los mismos sitios, este se extiende disipando muchas más energía, hecho por el cual aumenta su ductilidad estructural. Cabe destacar que, en ambos casos, primero se produce el daño en la base de los pilares y posteriormente en los nudos.

Los resultados obtenidos mediante el análisis estático no-lineal realizado con el programa PLCd sobre este concuerdan con los que se pueden ver en el estudio [32].

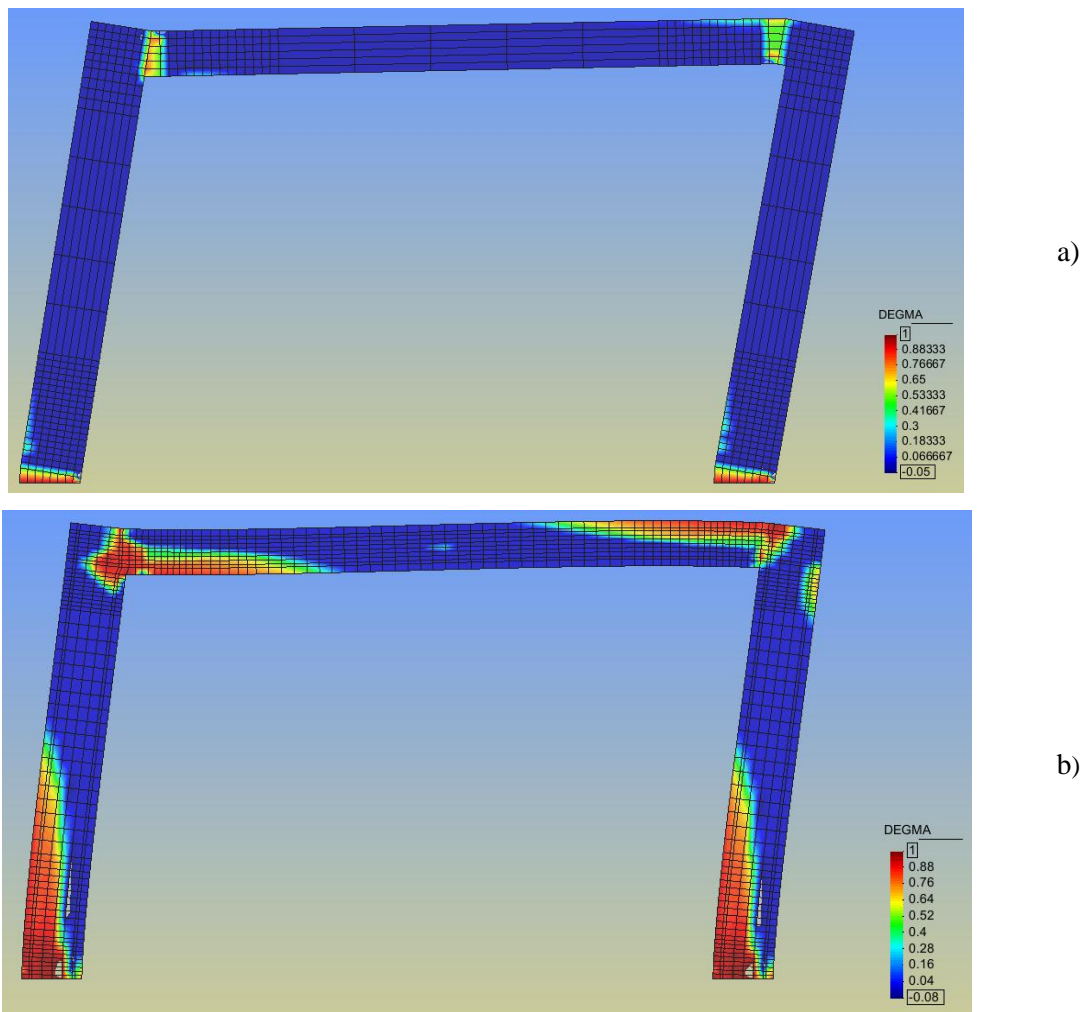


Figura 7.2.1.2 Daño y deformada de la estructura de (a) hormigón simple y (b) hormigón armado

7.2.2 Caso 2: Ensayos sobre la mampostería

Se han simulado diferentes modelos numéricos con el código PLCd sobre ensayos de laboratorio de muestras de mampostería. El objetivo es comprobar que el programa de elementos finitos simule debidamente el comportamiento mecánico de la mampostería, por lo que se compararán los resultados con los obtenidos en el trabajo [20].

Los ensayos consisten en someter a esfuerzos de compresión y tracción una muestra de mampostería, sobre la dirección horizontal ($\Theta=0$) y vertical ($\Theta=90$). El

sistema de ejes coordenados puede verse en la figura 7.2.2.2 y los diferentes ensayos en la figura 7.2.2.1.

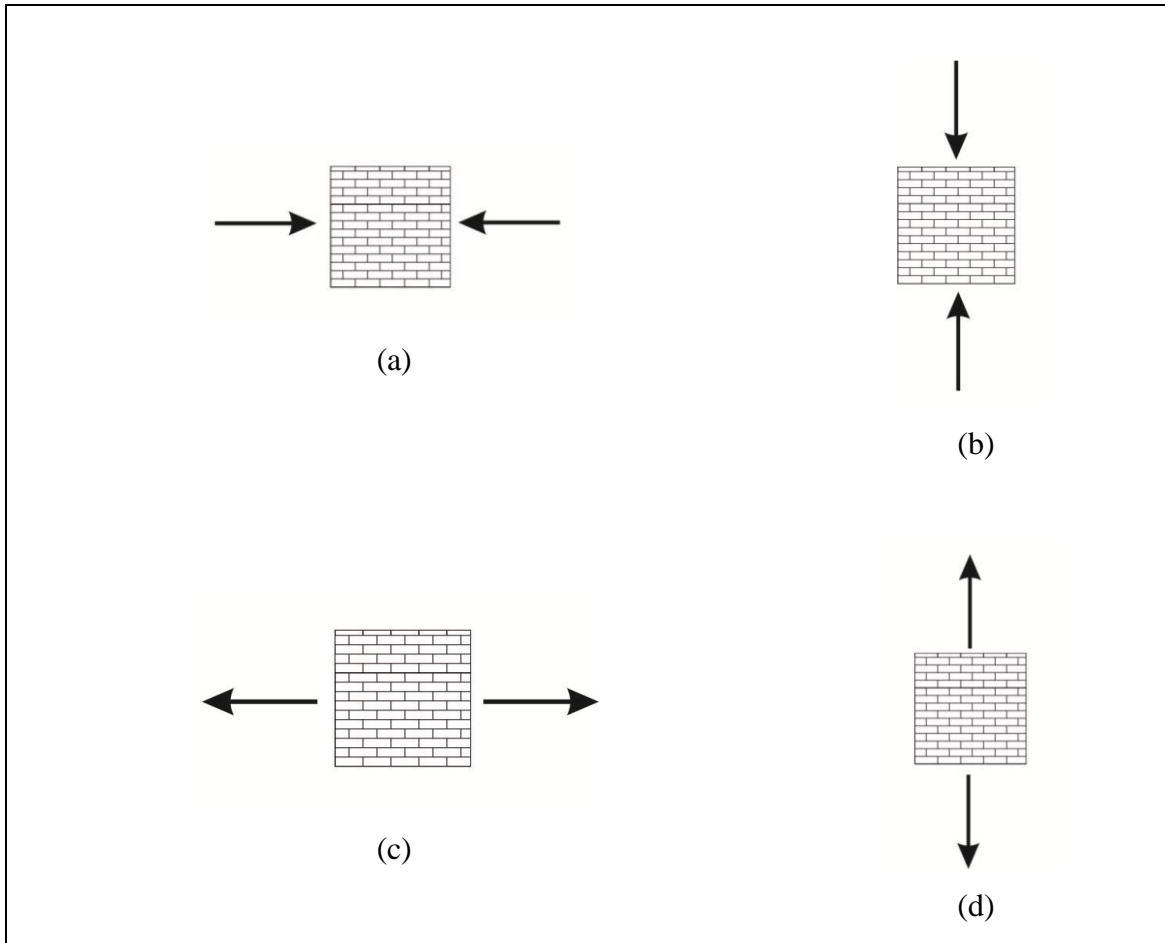


Figura 7.2.2.1 Diferentes ensayos realizados sobre mampostería: ensayos a compresión sobre (a) la dirección x_1 y sobre (b) la dirección x_2 ; ensayos a tracción sobre (c) la dirección x_1 y sobre (d) la dirección x_2

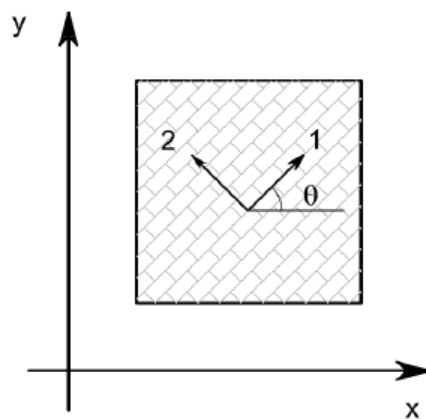


Figura 7.2.2.2 Sistema de ejes coordenados

En el gráfico 7.2.2.1 se muestran simultáneamente los resultados obtenidos en los ensayos a compresión; en el gráfico 7.2.2.1 se muestran del mismo modo los resultados de someter la muestra a tracción. Estos resultados son consistentes con los que se encuentran en [20], si bien existe algunas discrepancias en las curvas debido a que el modelo de daño ortótropo presenta algunas diferencias, como se ha explicado anteriormente.

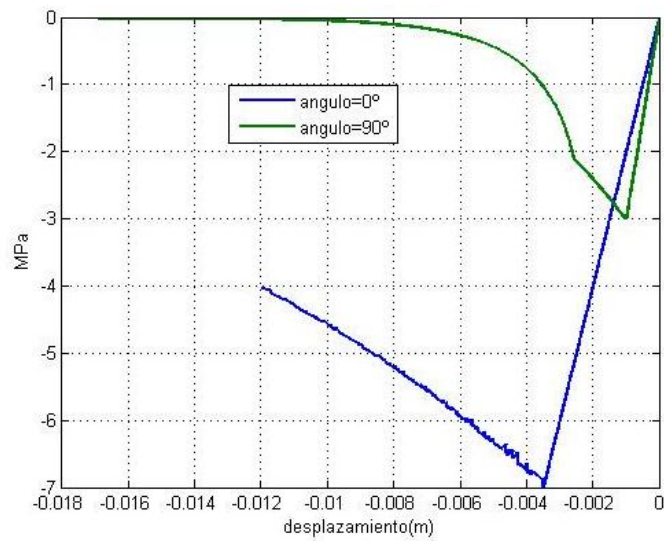


Gráfico 7.2.2.1 Gráfico tensión-desplazamiento a compresión mediante el PLCd

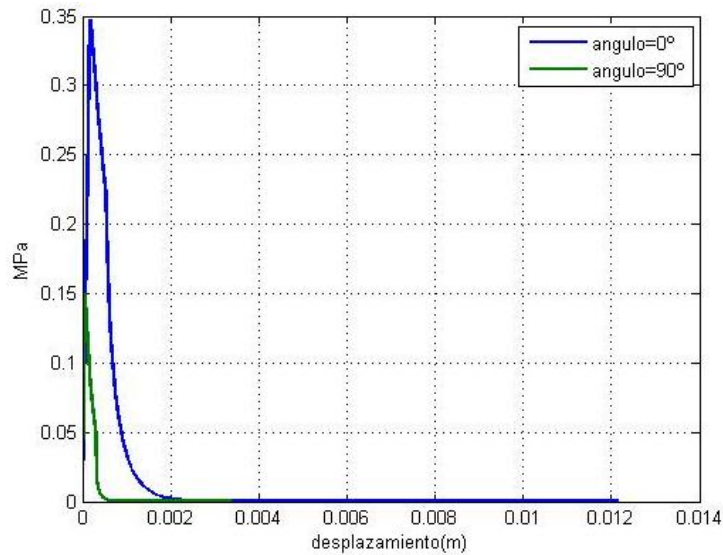


Gráfico 7.2.2.2 Gráfico tensión-desplazamiento a tracción mediante el PLCd

7.3 Análisis de sensibilidad: incidencia del grado de ortotropía de la mampostería en el comportamiento global de la estructura

Existen diferentes tipos de mampostería, cada una de ellas con diferentes propiedades mecánicas y diferentes grados de ortotropía. Los modelos los cuales son el objetivo principal de esta tesina se han realizado con un solo tipo de mampostería. Por este motivo resulta interesante realizar un análisis de sensibilidad sobre la influencia del grado de ortotropía de la mampostería en el comportamiento estructural global.

Se consideran como resistencias ortótropas reales a compresión de la mampostería $f_{11}^C = 3 \text{ MPa}$, $f_{22}^C = 7 \text{ MPa}$ y $f_{12}^C = 3 \text{ MPa}$. Tomando 7 MPa como resistencia a compresión en un espacio ficticio isótropo de tensiones se obtienen las siguientes relaciones entre tensiones ficticias y reales $f_{11}^*/f_{11} = 2.33$, $f_{22}^*/f_{22} = 1$ y $f_{12}^*/f_{12} = 1.65$, donde f_{ij}^* es la resistencia en el espacio isótropo ficticio en la dirección ij . A partir de aquí se han reducido los valores anteriores de tensión hasta alcanzar la isotropía en la mampostería, es decir $f_{11}^*/f_{11} = 1$, $f_{22}^*/f_{22} = 1$ y $f_{12}^*/f_{12} = 1$ (tabla 7.3.1). Siendo f_{ij}^* la tensión ficticia isótropa en la dirección ij .

Caso	f_{11}^C	f_{22}^C	f_{12}^C	f_{11}^*/f_{11}	f_{22}^*/f_{22}	f_{12}^*/f_{12}
A	3	7	3	2,33	1	1,65
B	4	7	3,6	1,75	1	1,375
C	5	7	4,12	1,4	1	1,2
D	6	7	4,57	1,167	1	1,08
E	7	7	4,95	1	1	1

Tabla 7.3.1 Relaciones de tensiones en las diferentes direcciones

Este análisis se ha realizado sobre una estructura porticada de un solo piso y vano de hormigón armado y con un cerramiento de mampostería sin ningún tipo de apertura en el vano, ver las figuras 7.3.1.a/b.

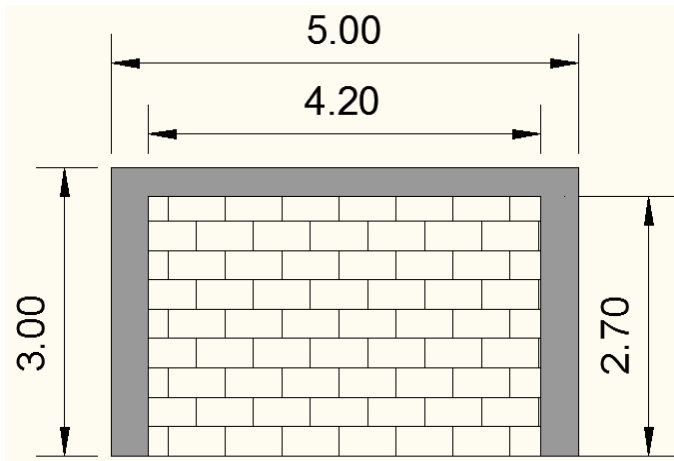


Figura 7.3.1.a Estructura sobre la que se ha realizado el análisis numérico

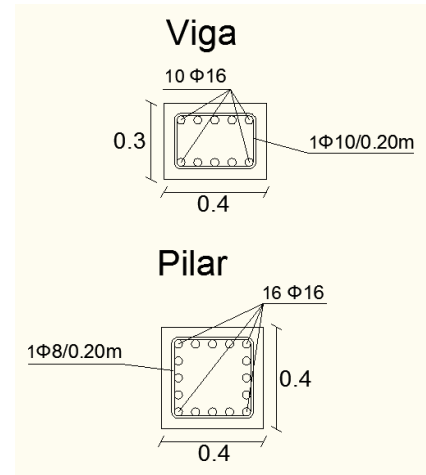


Figura 7.3.1.b Detalle de las armaduras de la viga y los pilares

En la figura 7.3.2 se pueden ver estas curvas superpuestas, donde se evidencia las diferencias entre ellas: distintas resistencias máximas a esfuerzos laterales y comportamiento post-pico diferentes. Durante el comportamiento post-pico, al disminuir el grado de anisotropía, aumenta la energía disipada durante el proceso inelástico. Como se aprecia en la misma figura, los diferentes grados de anisotropía no producen variaciones en la rigidez inicial de la estructura.

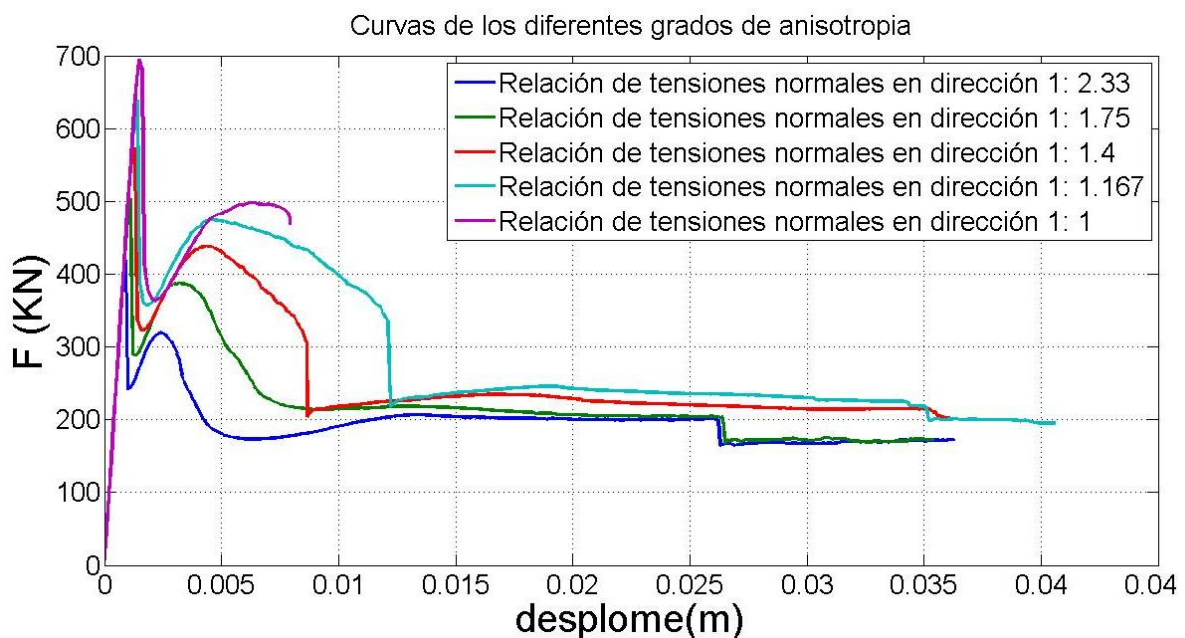


Figura 7.3.2 Curvas de respuesta correspondientes a diferentes grados de ortotropía

La diferencia más significativa que introduce el grado de anisotropía, es la resistencia máxima: en el caso A, donde se tiene el mayor grado de ortotropía, se

alcanza un valor máximo de unos 418 KN, mientras en el caso de suponer la mampostería como un material isótropo, el valor máximo alcanzado sería de unos 695 KN. Esto supone una diferencia de casi el 40% entre el caso ortótropo y el isótropo.

Se producen diferencias en los valores de ductilidad estructural (tabla 7.3.2). Mientras en el caso A, correspondiente a valores de ortotropía procedentes de ensayos experimentales, se alcanza un valor de ductilidad de 40, al disminuir el grado de anisotropía se reduce a valores cercanos a 30 para los otros casos.

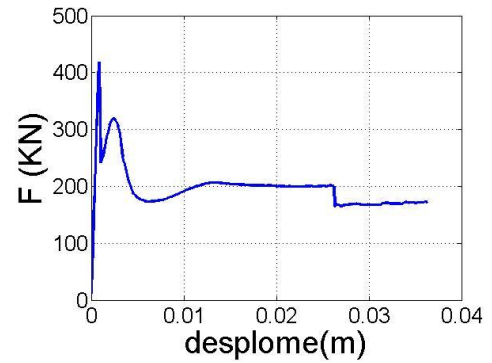
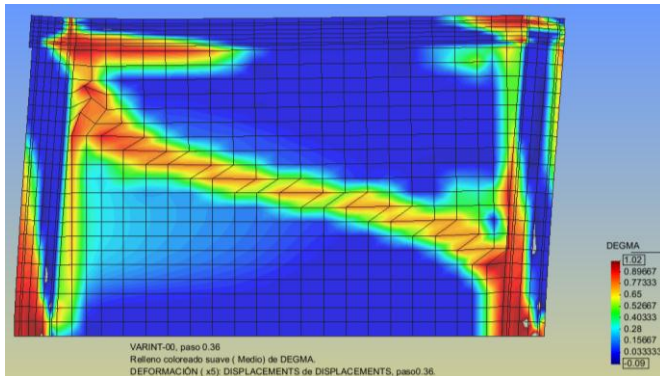
Caso	Fuerza máxima (KN)	Diferencia (%) respecto caso A	Fuerza última (KN)	Ductilidad estructural
A	418	-	172	40.5
B	504	17	172	32.3
C	573	27	202	27
D	639	34,6	195	29
E	695	39,8	468*	5.3*

Tabla 7.3.2 Valores significativos de las curvas de respuesta (: estos resultados no son los valores últimos debido a la falta de convergencia de este caso)*

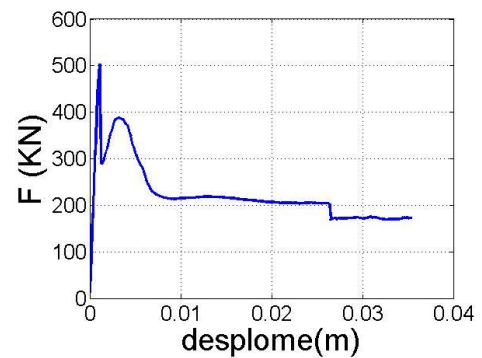
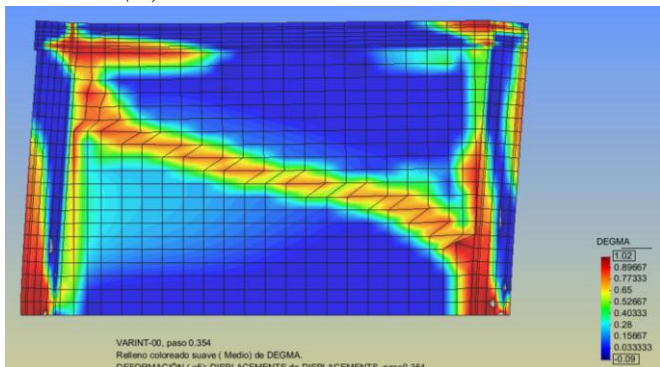
En la figura 7.3.3 se muestra el daño local de cada estructura al ser sometida al análisis estático no lineal con su correspondiente curvas de respuesta, Fuerza vs Desplome. Cabe destacar que la curva de respuesta en el caso E (isótropo) no está completa a causa de la falta de convergencia del modelo, debido a una posible rotura brusca o caída de resistencia.

Resulta obvio ver que los mecanismos de rotura al variar el grado de anisotropía de la mampostería son muy parecidos. La principal diferencia en el daño producido sobre la estructura se produce en el pilar contrario al que se aplican los desplazamientos: al disminuir el grado de anisotropía aumenta el daño desarrollado en la cara exterior del pilar. Esto es debido a que, como se discute más adelante, al disminuir el grado de anisotropía, es necesario aumentar la fuerza horizontal (fuerza equivalente al cortante producido en la base durante un episodio sísmico) para alcanzar la rotura. Además, en los casos C y D, donde se consiguen unos valores de desplazamientos últimos mayores, la fisura en el contacto viga-mampostería se desarrolla completamente, de pilar a pilar.

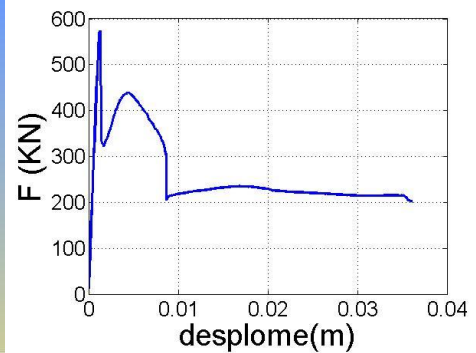
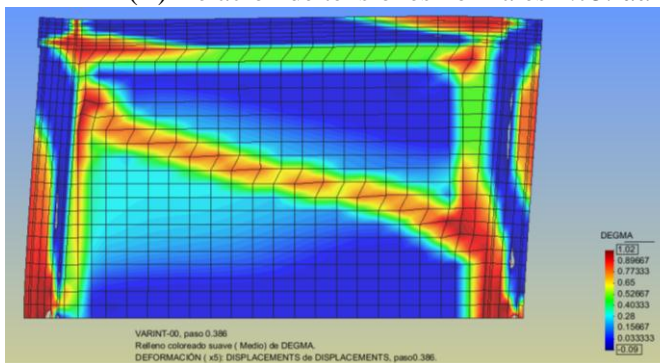
En resumen, aumentar el grado de ortotropía no produce grandes cambios en la ductilidad estructural ni en los mecanismos de rotura de esta misma, pero sí que reduce notablemente la capacidad de resistir esfuerzos horizontales a cortante, así mismo la energía disipada por la estructura es menor.



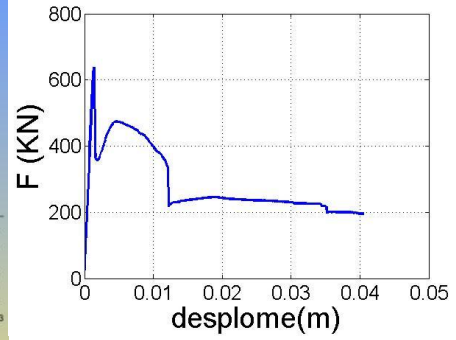
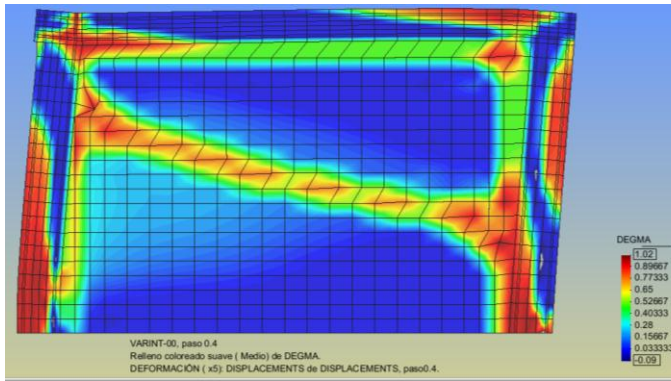
(A) Relación de tensiones normales 2.33: daño y deformada curva de respuesta



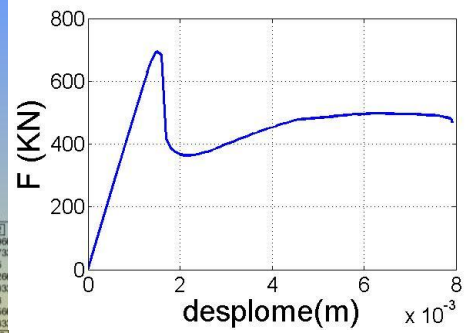
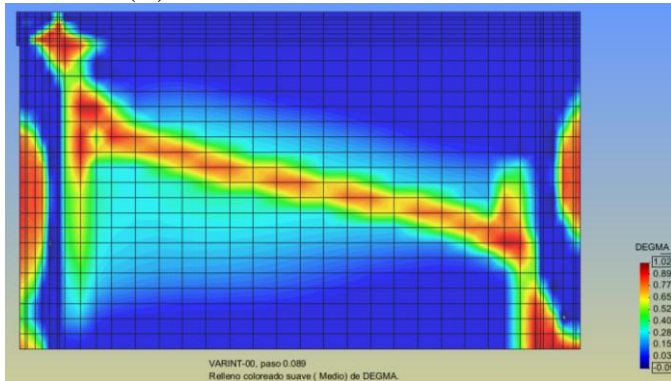
(B) Relación de tensiones normales 1.75: daño y deformada curva de respuesta



(C) Relación de tensiones normales 1.4: daño y deformada curva de respuesta



(D) Relación de tensiones normales 1.167 daño y deformada curva de respuesta



(E) Relación de tensiones normales 1 (caso isótopo) daño y deformada curva de respuesta

Figura 7.3.3 Daño sobre las estructuras y curvas de respuesta para diferentes grados de anisotropía

7.4 Resultados del análisis estático no-lineal

Para obtener conclusiones sobre la influencia que ejercen los cerramientos de mampostería sobre el comportamiento estructural se han realizado diferentes modelos mediante elementos finitos, que corresponden a pórticos de un piso y un solo vano con diferentes configuraciones de los cerramientos y del pórtico de hormigón.

A continuación se presentan los distintos resultados obtenidos mediante el análisis numérico de los diferentes modelos: curvas de respuesta, rigidez y ductilidad estructural, daño local y índices de daño global. Cabe destacar que, como se ha mencionado anteriormente, estos resultados corresponden a una estructura de un solo piso y vano, y no se puede, ni se pretende, generalizar los resultados obtenidos a estructuras con diferente número de pisos y vanos o diferentes configuraciones estructurales.

Comentario sobre el modelo de hormigón simple/subarmado con el cerramiento completo y con un refuerzo en la ventana: no se ha conseguido llegar a los estadios de desplome último debido a la falta de convergencia del modelo, aunque los resultados obtenidos son suficientes como para sacar conclusiones.

7.4.1 Curvas de respuesta, rigidez estructural y ductilidad estructural

En este apartado se muestran los resultados de las curvas de respuesta de las estructuras, así como se comentará la influencia de la mampostería en la rigidez estructural y la ductilidad estructural, ambos conceptos han sido definidos previamente. Primero se muestran y comentan los resultados cuando el hormigón está debidamente armado; posteriormente cuando no existe armadura o el hormigón está subarmado. Finalmente, se procederá a comparar los resultados en ambos casos.

Estructuras con el pórtico de hormigón armado

En gráfico 7.4.1.1 se muestran las curvas de respuestas obtenidas mediante el análisis pseudo-estático con el uso del programa de elementos finitos PLCd. En el gráfico 7.4.1.2 se han representado todas las curvas juntas, además de la curva de respuesta del pórtico en ausencia de cerramiento alguno de mampostería, visto en el apartado 7.2. En esta última gráfica se observa mejor la influencia que ejerce la presencia de cerramiento de mampostería y su configuración sobre la curva de respuesta no lineal.

En ausencia de mampostería la curva es bastante tendida y crece suavemente hasta alcanzar un nivel de tensión constante alrededor de los 190 KN. En cambio, en los tres casos donde hay un cerramiento de mampostería, se alcanza rápidamente la resistencia máxima a esfuerzos horizontales (tabla 7.4.1.1), muy por encima de los 190 KN, para luego caer bruscamente. Esta caída brusca de la resistencia corresponde con la aparición y propagación de una grieta con dirección diagonal, como se verá más adelante, a lo largo de la mampostería, siendo más evidente cuando no hay una apertura en el cerramiento. Después de esta primera rotura la curva vuelve a crecer un poco para volver a caer y posteriormente mantenerse más o menos constante. La tendencia final, en todos los casos, es de comportarse como un pórtico sin mampostería. En esta fase de la estructura la mampostería está completamente dañada y ya no trabaja estructuralmente. A pesar de esto la resistencia última no es exactamente la misma debido al daño que ejerce la mampostería sobre la estructura de hormigón armado.

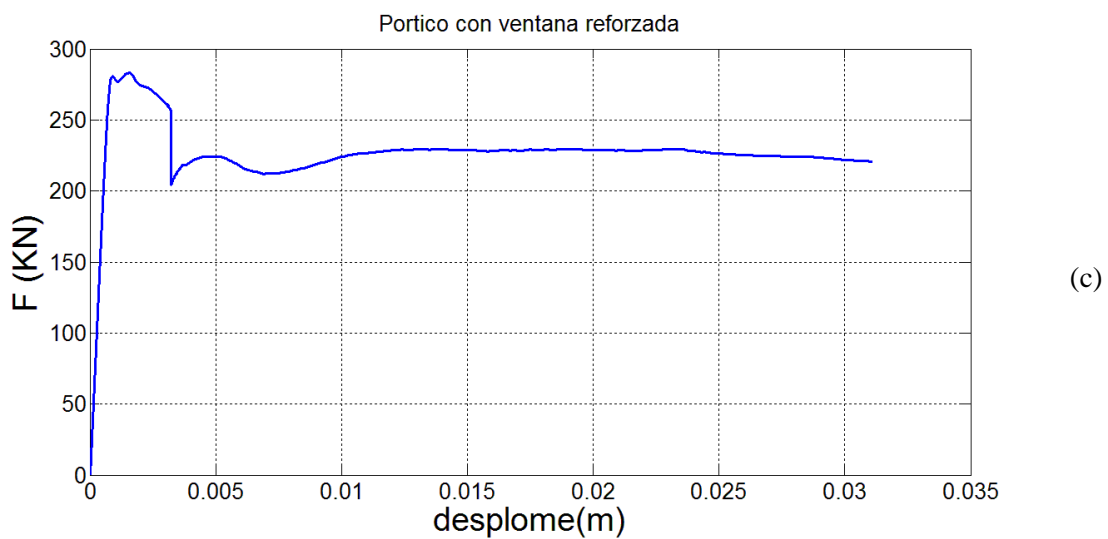
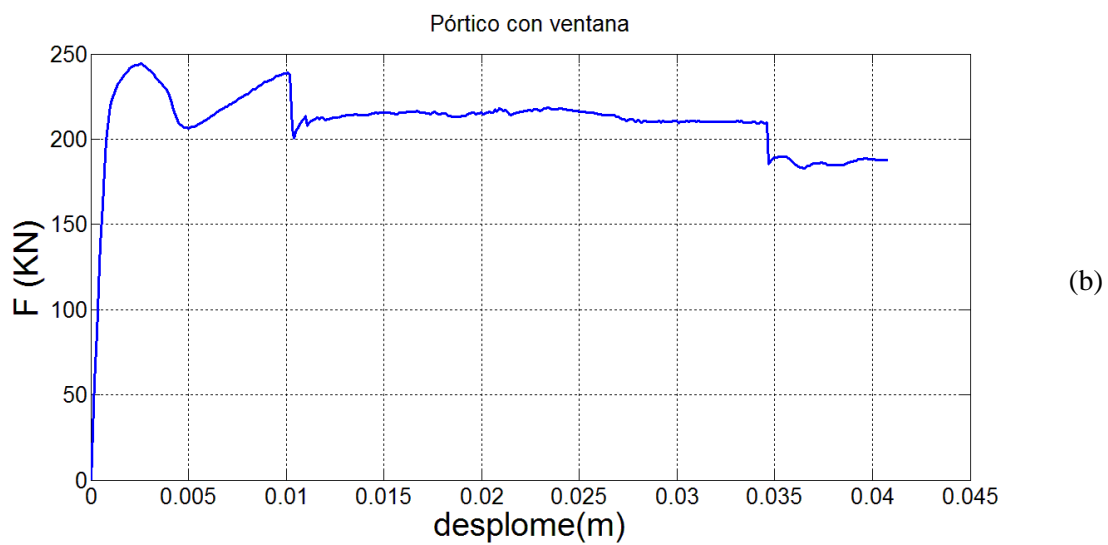
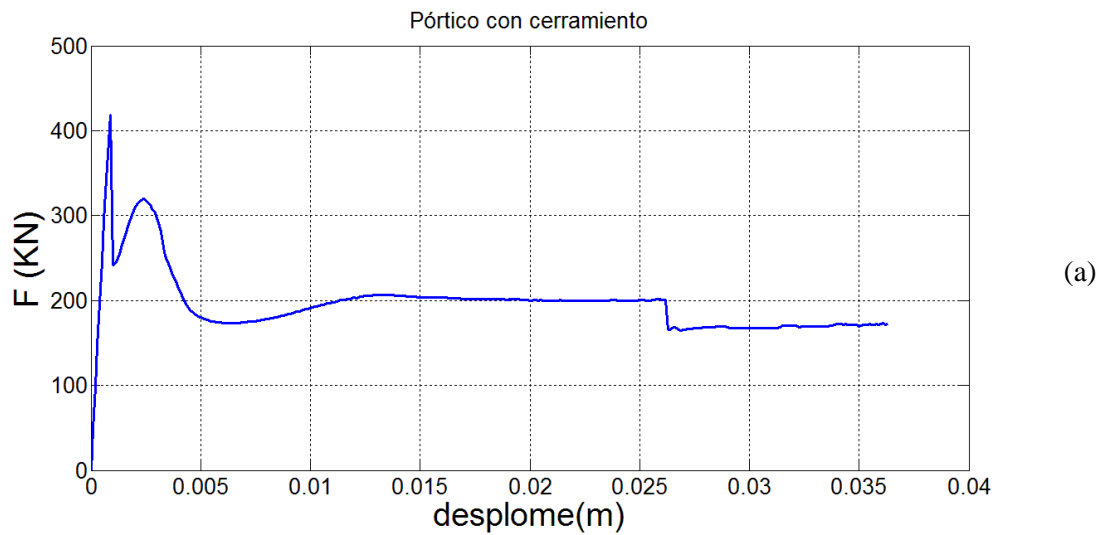


Grafico 7.4.1.1 Curvas de respuesta no lineal, desplome vs cortante en la base (F): (a) cerramiento completo de mampostería, (b) ventana sin refuerzo y (c) ventana con refuerzo

El cerramiento introduce un aumento en la resistencia de la estructura frente a fuerzas horizontales (figura 7.4.1.2). En caso de que exista una apertura sin ningún tipo de refuerzo en su contorno se produce un ligero aumento de la resistencia, alrededor de un 27 % más que la resistencia del pórtico; si se refuerza el contorno de la apertura el aumento de resistencia esta sobre el 48%. Pero el aumento de resistencia más considerable se produce cuando el vano está ocupado en su totalidad por mampostería, alcanzándose un máximo de resistencia de más del doble de la original, un aumento del 218%.

La presencia de un cerramiento dentro del pórtico rigidiza enormemente la estructura (figura 7.4.1.3). Los valores de la rigidez (tabla 7.4.1.1) son similares en los tres casos estudiados, siendo ligeramente inferior en caso de que haya una ventana sin reforzar, y alcanzando valores hasta 16 veces mayores si no hay ninguna apertura en la mampostería.

En la tabla 7.4.1.1 están los valores de ductilidad estructural obtenidos de los casos estudiados; en el gráfico 7.4.1.4 se detalla los valores usados para obtener la ductilidad. La ductilidad estructural de estas estructuras con mampostería es prácticamente la misma en los tres casos, del orden de 50, por una ductilidad de 3 cuando no hay mampostería. A pesar de presentar valores elevados de ductilidad estructural, en las curvas de respuesta se ve claramente que durante los primeros incrementos de desplazamiento la estructura se comporta de manera muy frágil, especialmente en el caso de cerramiento completo, es decir, después de la resistencia máxima, la curva de respuesta cae bruscamente.

Cabe destacar que en ausencia de mampostería la fuerza máxima que soporta la estructura se alcanza cuando se produce un 17% del desplome último y luego se mantiene constante, mientras que cuando hay un cerramiento la fuerza máxima se alcanza alrededor del 3% del valor del desplome último, para luego producirse una caída brusca de la resistencia.

Configuración de la mampostería	Sin cerramiento	Cerramiento Completo	Ventana no reforzada	Ventana reforzada
Rigidez (MN/m)	3	49.34	28.92	38.37
Ductilidad estructural (μ)	3	52	56	53
Resistencia Máxima (KN)	191	418	244	283
Resistencia Última (KN)	188	172	187	220

Tabla 7.4.1.1

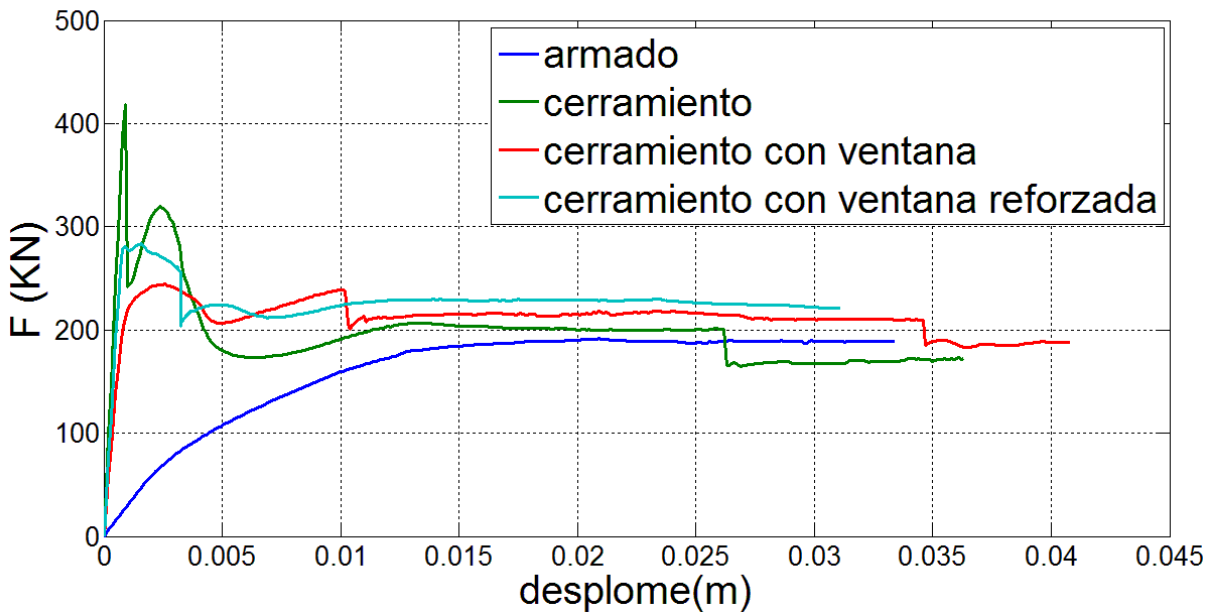


Gráfico 7.4.1.2 Curvas de respuesta no lineal

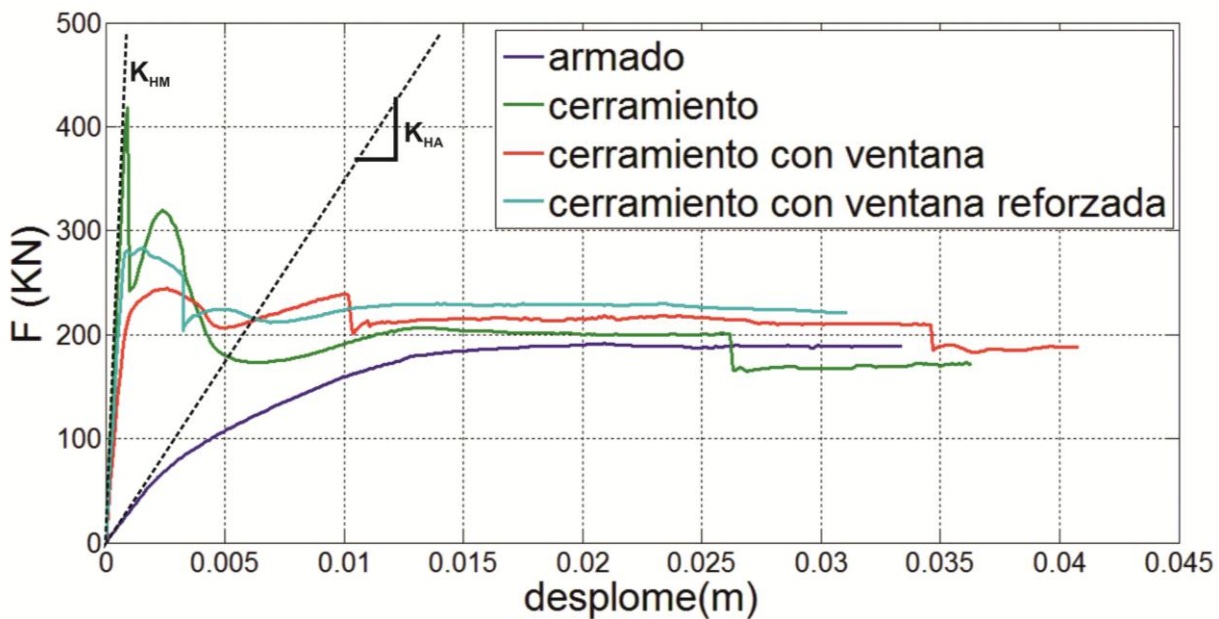
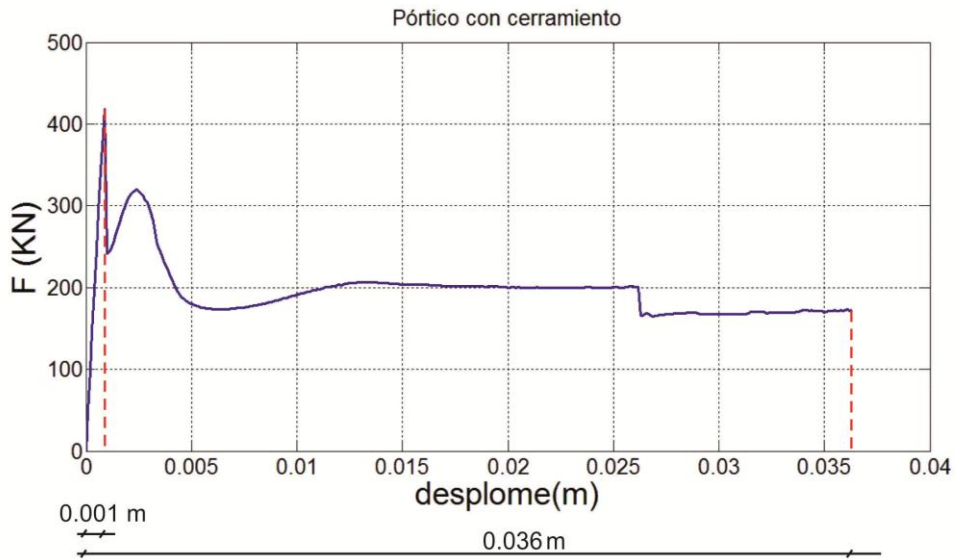
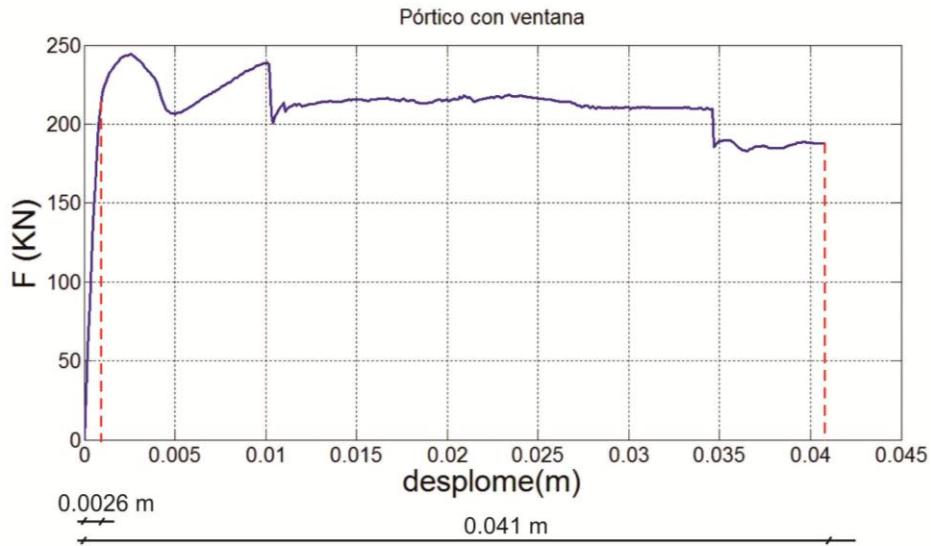


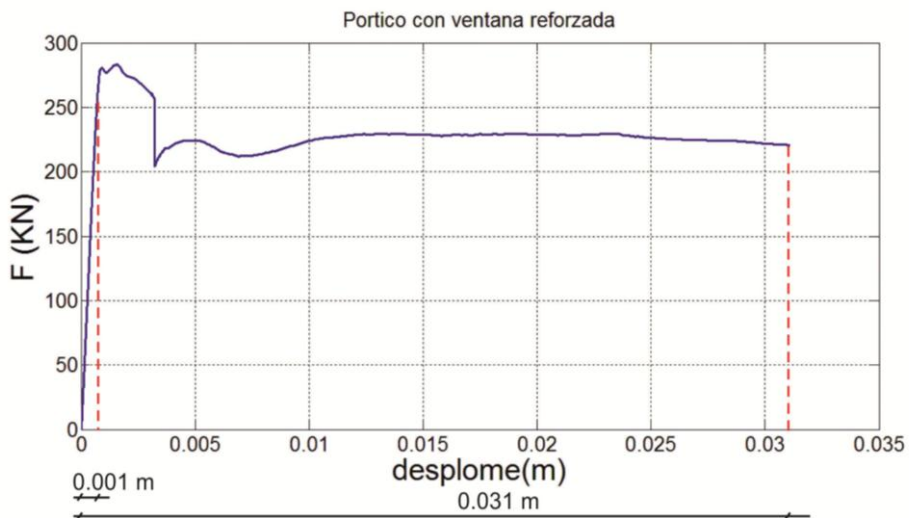
Gráfico 7.4.1.3 Rígidez estructural en presencia y en ausencia de mampostería



(a)



(b)



(c)

Gráfico 7.4.1.4 Desplomes últimos y de plastificación obtenidos de las curvas de respuesta no lineal de (a) cerramiento completo de mampostería, (b) ventana sin refuerzo y (c) ventana con refuerzo

Estructura con pórtico de hormigón simple o subarmado

En gráfico 7.4.1.5 se muestran las curvas de respuestas obtenidas mediante el análisis pseudo-estático mediante el uso de elementos finitos. En el gráfico 7.4.1.6 se han representado todas las curvas conjuntamente, además de la curva de respuesta del pórtico en ausencia de cerramiento alguno de mampostería, pero a diferencia de los casos anteriores, se ha simulado el comportamiento de la estructura con un hormigón sin armadura o subarmado, es decir, la armadura es insuficiente y su efecto en el comportamiento estructural es prácticamente nulo.

En las curvas de respuesta no lineal se ve la gran influencia que tiene la mampostería sobre la estructura, sobre todo en los primeros valores de desplome. La mampostería aumenta la resistencia máxima (tabla 7.4.1.2) de la estructura de manera muy notable, elevándola resistencia máxima de 57 KN que ofrece el pórtico sin cerramiento hasta 396 KN, es decir, el hecho de colocar mampostería en el interior del pórtico aumenta algo menos de 7 veces la resistencia máxima. Cuando existe una apertura en la mampostería este incremento de resistencia es menor, reforzada o no, aunque sigue siendo considerable, presentan valores de resistencia del orden de 4 veces mayores.

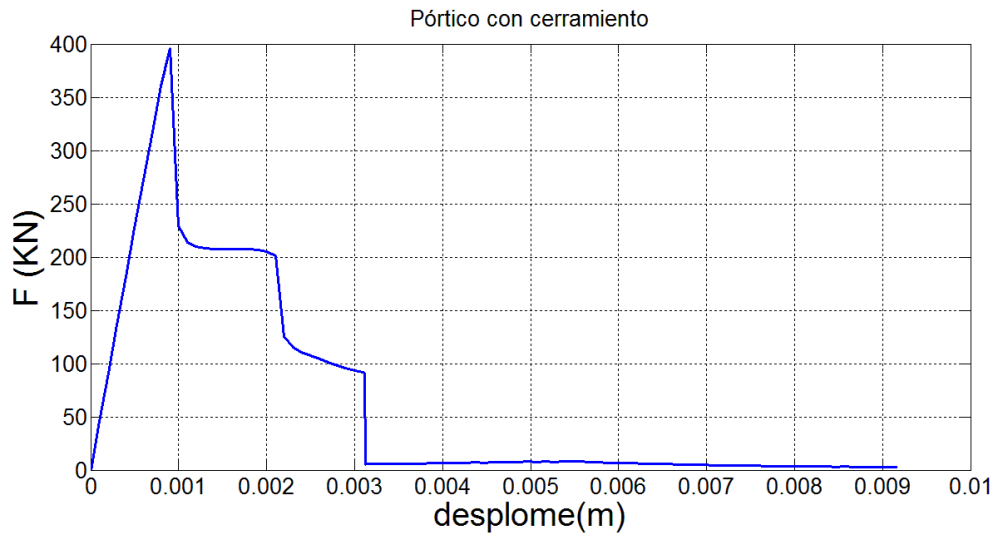
El aumento de la rigidez estructural por culpa de la mampostería se puede ver en el gráfico 7.4.1.7, donde se observa como las curvas de los modelos con mampostería aumentan rápidamente hasta alcanzar la fuerza máxima, siendo los desplomes de las estructuras muy pequeños (un 3% del desplome último); en ausencia de mampostería la curva crece más lentamente y a pesar de que se resistencia es mucho menor, requiere que se produzca, aproximadamente, el doble de desplazamientos (un 7% del desplome último) que en los otros casos para alcanzar su fuerza máxima.

En la tabla 7.4.1.2 se muestran los valores de ductilidad estructural obtenidos de los casos estudiados; en el gráfico 7.4.1.8 se detallan los valores usados para obtener la ductilidad. En este caso, la introducción de algún tipo de cerramiento apenas introduce variaciones en la ductilidad estructural, ya que tanto el hormigón simple como la mampostería presentan un comportamiento muy frágil. Cabe destacar que a pesar de la falta de convergencia del caso de la ventana reforzada, se puede obtener la

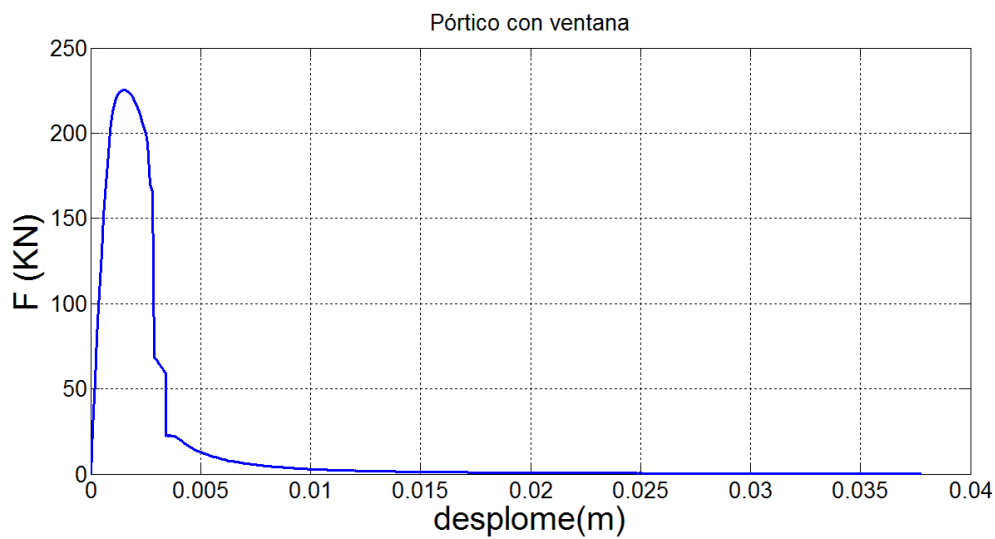
ductilidad estructural, ya que se consiguen valores suficientes como para decir que la estructura está suficientemente dañada.

Configuración de la mampostería	Sin cerramiento	Cerramiento Completo	Ventana no reforzada	Ventana reforzada (*)
Rigidez (MN/m)	2.74	45.45	27	35.80
Ductilidad estructural (μ)	2.6	3	2.4	4
Resistencia Máxima (KN)	57	396	225	275
Resistencia Última (KN)	0.8	2.78	0.2	169 (*)

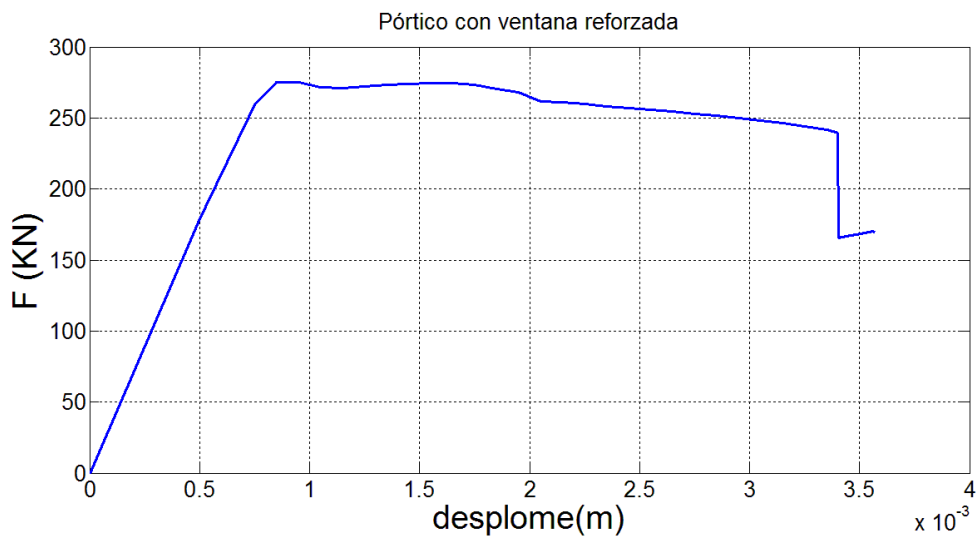
Tabla 7.4.1.2 () Falta de convergencia del modelo*



(a)



(b)



(c)

Grafico 7.4.1.5 Curvas de respuesta no lineal, desplome vs cortante en la base (F): (a) cerramiento completo de mampostería, (b) ventana sin refuerzo y (c) ventana con refuerzo

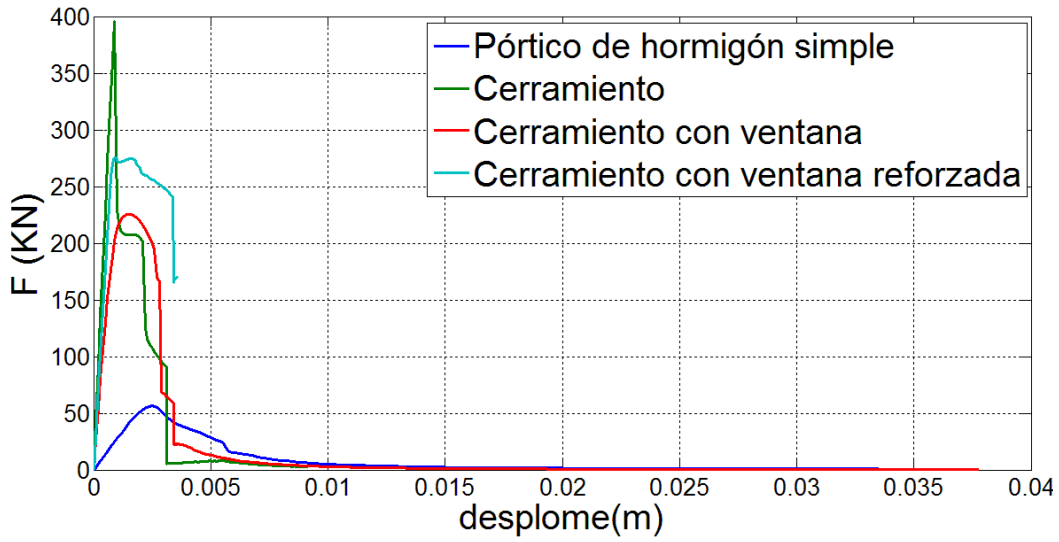


Gráfico 7.4.1.6 Curvas de respuesta no lineal

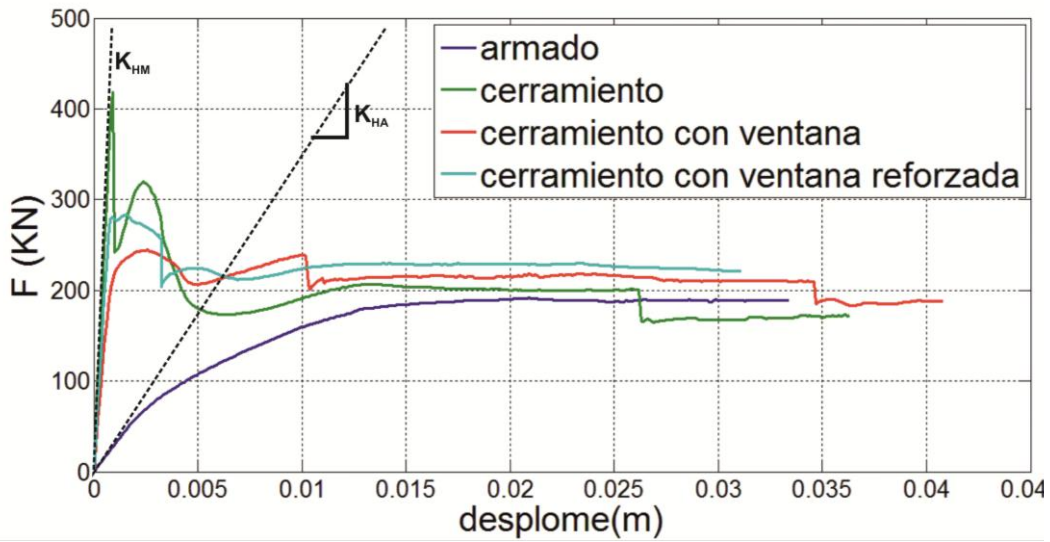


Gráfico 7.4.1.7 Rígidez estructural con hormigón simple en presencia y en ausencia de mampostería

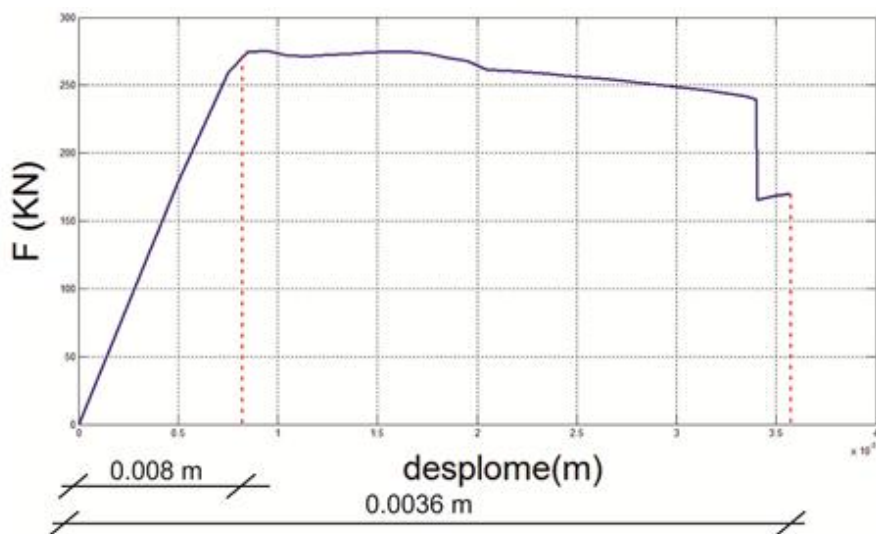
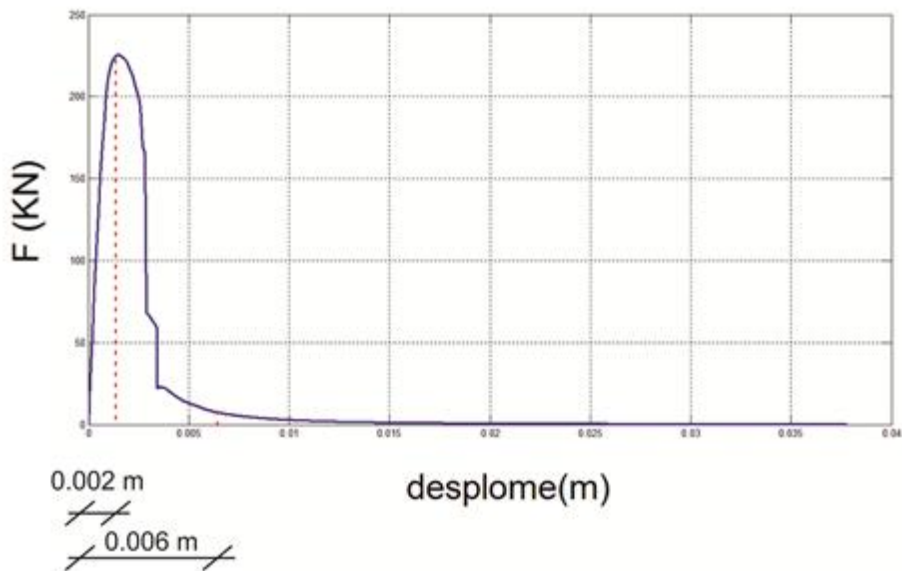
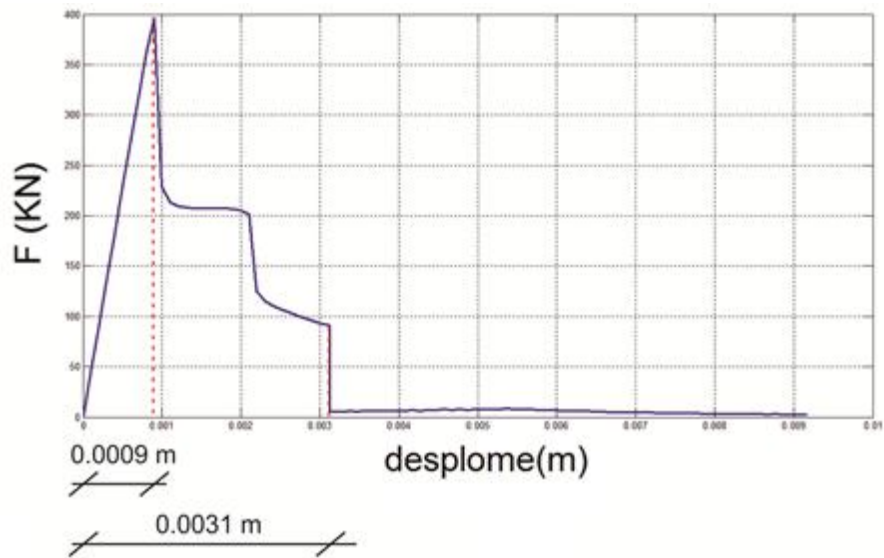


Gráfico 7.4.1.8 Desplomes últimos y de plastificación obtenidos de las curvas de respuesta no lineal de (a) cerramiento completo de mampostería, (b) ventana sin refuerzo y (c) ventana con refuerzo

Comparación entre las estructuras con el pórtico de hormigón armado y hormigón simple o subarmado

En la tabla 7.4.1.2 se muestran los valores que presenta un mismo modelo con o sin armadura en el hormigón. En el gráfico 7.4.1.9 se han graficado las curvas con y sin armadura de cada modelo.

Uno de los aspectos más significativos es que la resistencia máxima de la estructura viene marcada prácticamente en su totalidad por la mampostería, siendo el comportamiento estructural hasta la primera rotura brusca de esta prácticamente idéntico, independientemente de si el hormigón está armado eficientemente o no. Si bien es cierto que la presencia de armadura incrementa ligeramente la resistencia máxima. Sin embargo, el comportamiento estructural posterior a la resistencia máxima depende fuertemente de la armadura. En ausencia de armadura la curva de respuesta cae rápidamente y la estructura pierde toda su capacidad de resistencia, mientras que cuando la armadura que trabaja eficientemente, esta es capaz de aguantar la estructura, aportando unas resistencias últimas (tabla 7.4.1.2) mucho mayores.

Respecto a la rigidez de la estructura, el acero apenas rigidiza la estructura, siendo el cerramiento de mampostería el principal responsable del aumento de esta.

Configuración de la mampostería	Rigidez (MN/m)		Ductilidad estructural (μ)		Resistencia lateral máxima (KN)		Resistencia lateral última (KN)	
	<i>armado</i>	<i>simple</i>	<i>armado</i>	<i>simple</i>	<i>armado</i>	<i>simple</i>	<i>armado</i>	<i>simple</i>
<i>Sin cerramiento</i>	3	2.74	3	2.6	191	57	188	0.8
<i>Cerramiento Completo</i>	49.34	45.45	52	3	418	396	172	2.78
<i>Ventana no reforzada</i>	28.92	27	56	2.4	244	225	187	0.2
<i>Ventana reforzada (*)</i>	38.37	35.8	53	4	283	275	-	169

Tabla 7.4.1.2 () Falta de convergencia del modelo sin armadura*

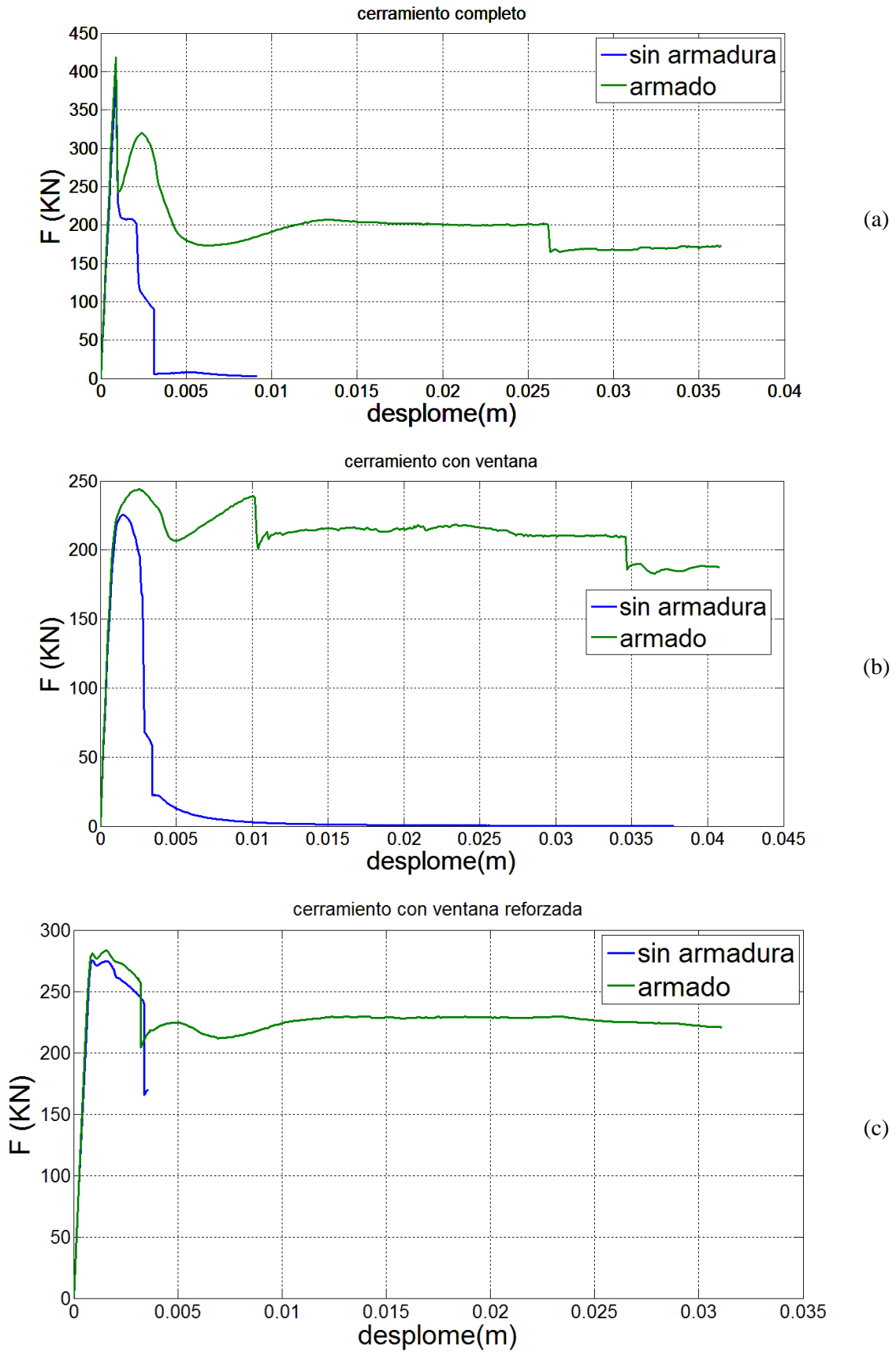


Gráfico 7.4.1.9 Curvas de respuesta no lineal con y sin armadura en el hormigón (a) cerramiento completo de mampostería, (b) ventana sin refuerzo y (c) ventana con refuerzo

Muro de mampostería reforzado con encadenado

La respuesta no lineal obtenida del encadenado se asemeja mucho más a la del pórtico subarmado que a la del pórtico armado. La única mejora que ofrece el refuerzo de hormigón armado estipulado por la normativa antisísmica frente a un pórtico de hormigón simple o subarmado es el aumento de la ductilidad estructural: después del pico de resistencia lateral máxima la resistencia estructural no cae tan bruscamente. Por lo demás, este tipo de elemento de refuerzo es insuficiente frente a esfuerzos laterales elevados. Si se requiere que la estructura aguante una vez superado su capacidad máxima es mejor optar por un pórtico debidamente armado que confine la mampostería.

Tipo de pórtico	Rigidez (MN/m)	Ductilidad estructural (μ)	Resistencia lateral máxima (KN)	Resistencia lateral última (KN)
<i>Armado</i>	49	52	418	172
<i>Subarmado</i>	45	3	386	2.78
<i>Encadenado</i>	38	-	376	54

Tabla 7.4.1.3

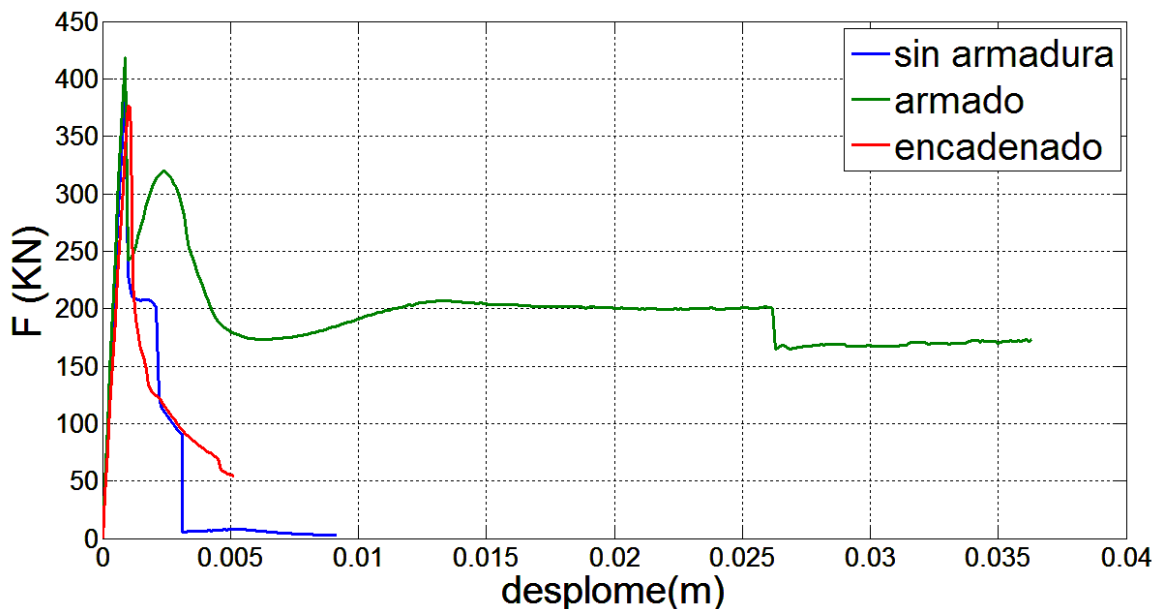


Gráfico 7.4.1.10 Índice de daño global en presencia de cerramiento de mampostería y encadenado

7.4.2 Daño local y mecanismos de rotura

En este apartado se muestran los resultados la variable de daño local, descrita en el capítulo anterior correspondiente. Esa variable es calculada en los puntos de Gauss de cada elemento (4 puntos de Gauss en cada elemento rectangular).

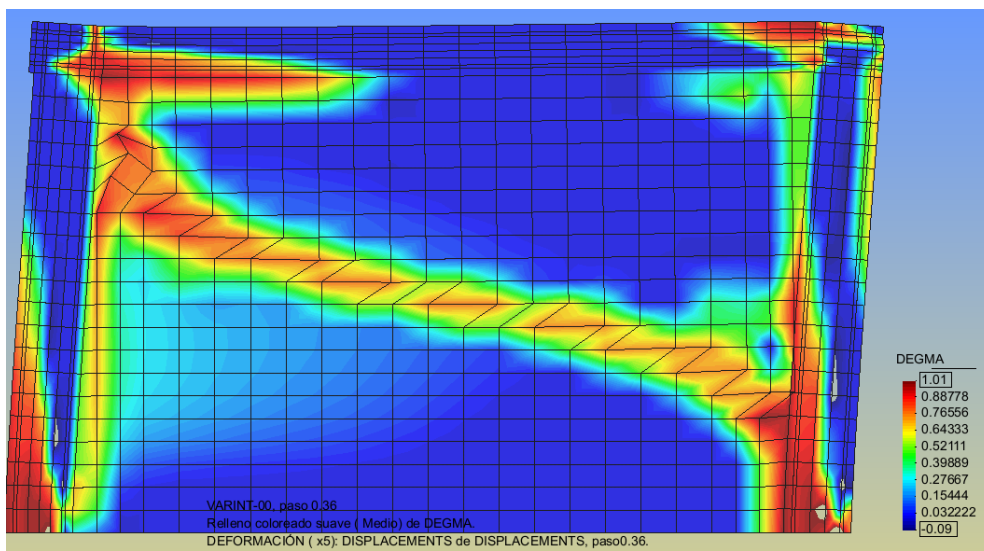
En la figura 7.4.2.1 se muestran el daño local obtenido mediante el análisis pseudo-estático con el uso de elementos finitos para el estado de carga último y la deformada de la geometría correspondiente al desplome último para los pórticos con hormigón armado. En la figura 7.4.2.2 se muestra lo mismo que en la figura anterior pero para los pórticos de hormigón simple o subarmado.

El primer elemento estructural, en todos los casos, en sufrir daño estructural es la mampostería: se desarrolla una fisura en diagonal desde el nudo viga-pilar correspondiente al que se aplica la fuerza hasta la base del pilar contrario; en caso de la presencia de una apertura, la fisura se propaga desde las esquinas de esta. Posteriormente a la propagación de la fisura diagonal el daño se propaga en a través del contacto mampostería-viga y mampostería-pilar, a la vez que se desarrolla el daño en la base de los pilares i en los extremos de la viga del pórtico.

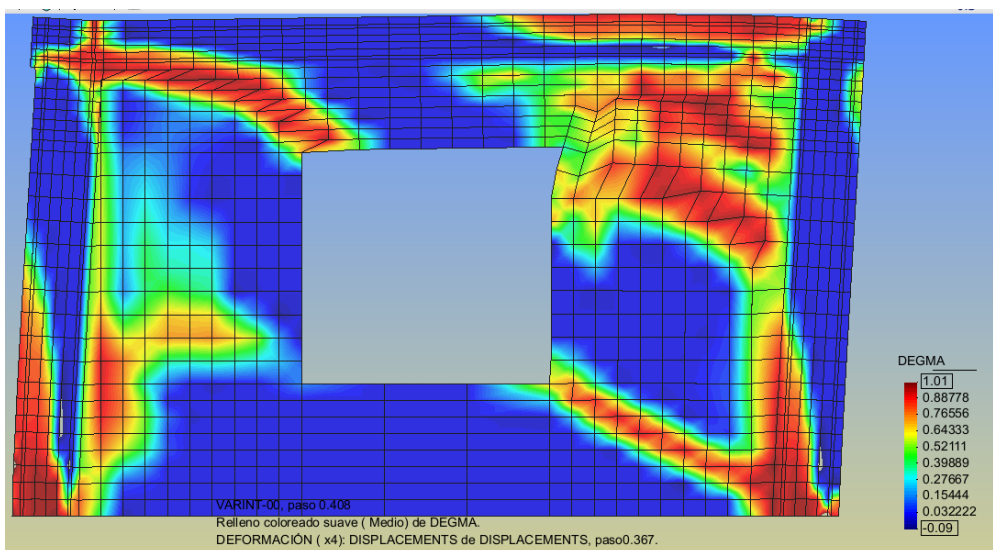
El daño sobre la mampostería es más localizado en el caso de que el hormigón del pórtico sea simple o subarmado debido a que, como se discutirá a continuación, es la *“mampostería la que rompe al hormigón, y no el hormigón el que rompe a la mampostería”*. Cuando el hormigón está subarmado el daño local producido sobre el hormigón y la mampostería es muy localizado, mientras que en el hormigón armado el daño se propaga a lo largo del pórtico exterior y el daño sobre la mampostería es menos localizado. Esto indica que el acero de la armadura aumenta la capacidad de disipar energía de la estructura.

Si la armadura del hormigón trabaja eficientemente, hay pocas diferencias en el daño que sufre el pórtico respecto al daño que sufre cuando no hay ningún tipo de cerramiento. Esto se debe a que el pórtico hormigón armado es capaz de superar la resistencia de confinamiento que otorga la mampostería, rompiendo el cerramiento. Si bien es cierto que la presencia de aperturas genera el efecto de *viga corta*, que hace que el daño se desarrolle en la viga en vez de en las proximidades del nudo. El refuerzo en

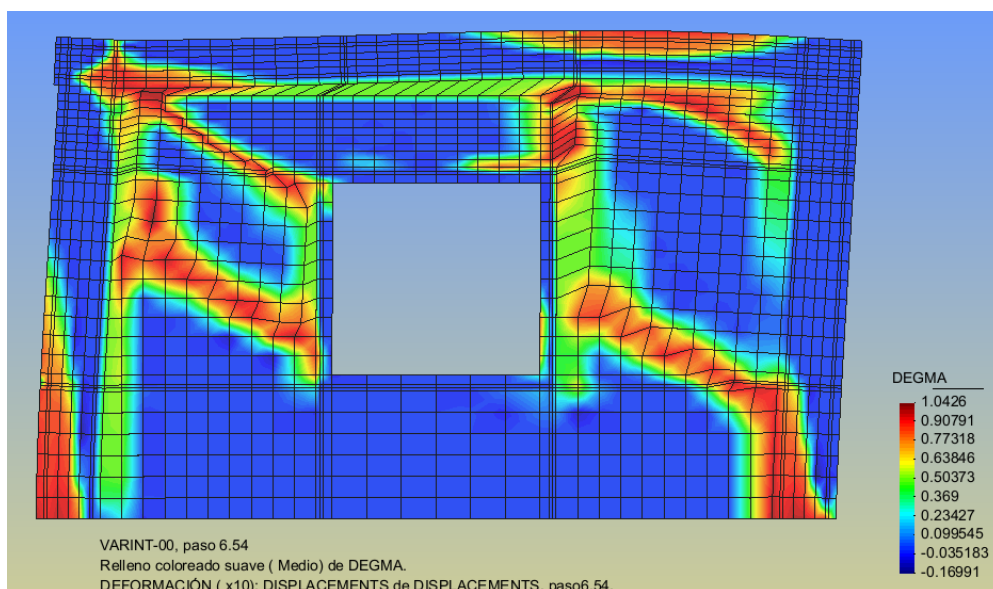
la ventana otorga un aumento de capacidad a la estructura y consigue localizar un poco más el daño en la mampostería, aparecen nuevas fisuras diagonales que nacen de las esquinas de la ventana, y el efecto de *viga corta* es más evidente.



(a)



(b)



(c)

Figura 7.4.2.1 Daño local y deformada del pórtico de hormigón armado con (a) cerramiento completo de mampostería, (b) ventana sin refuerzo y (c) ventana con refuerzo

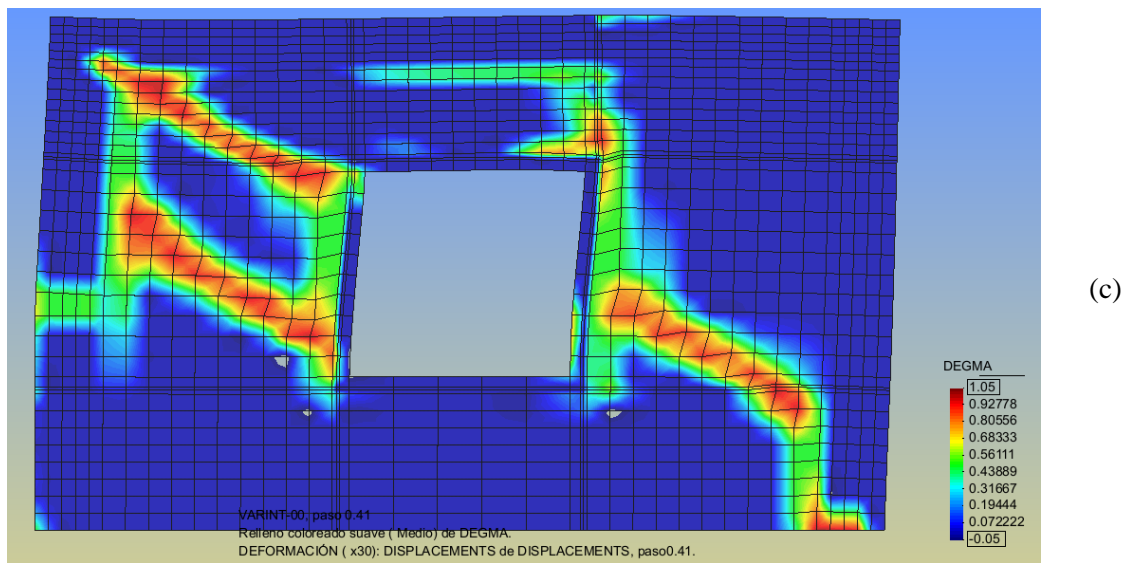
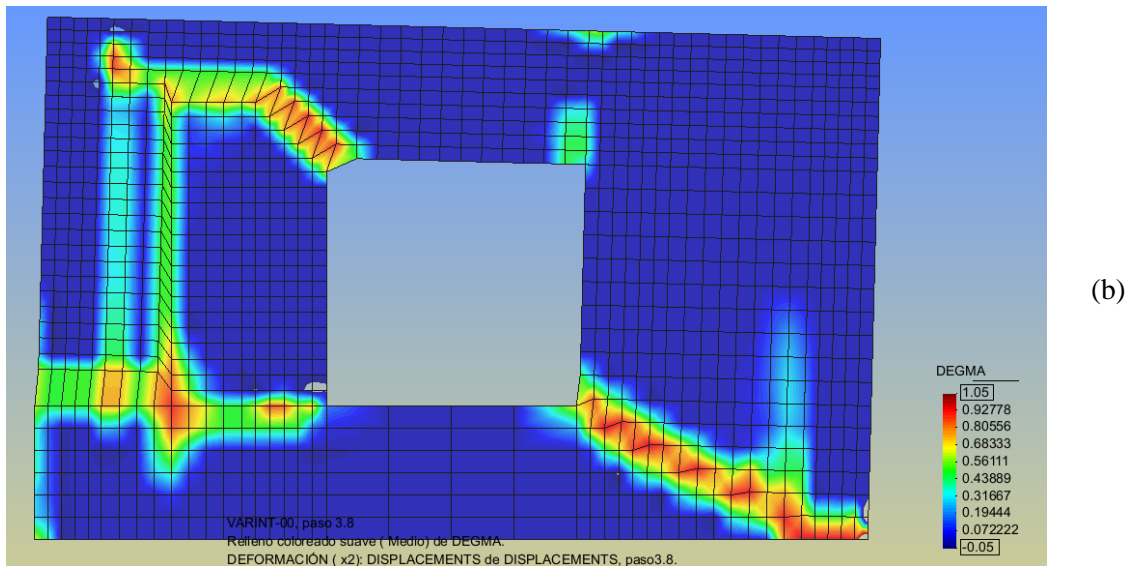
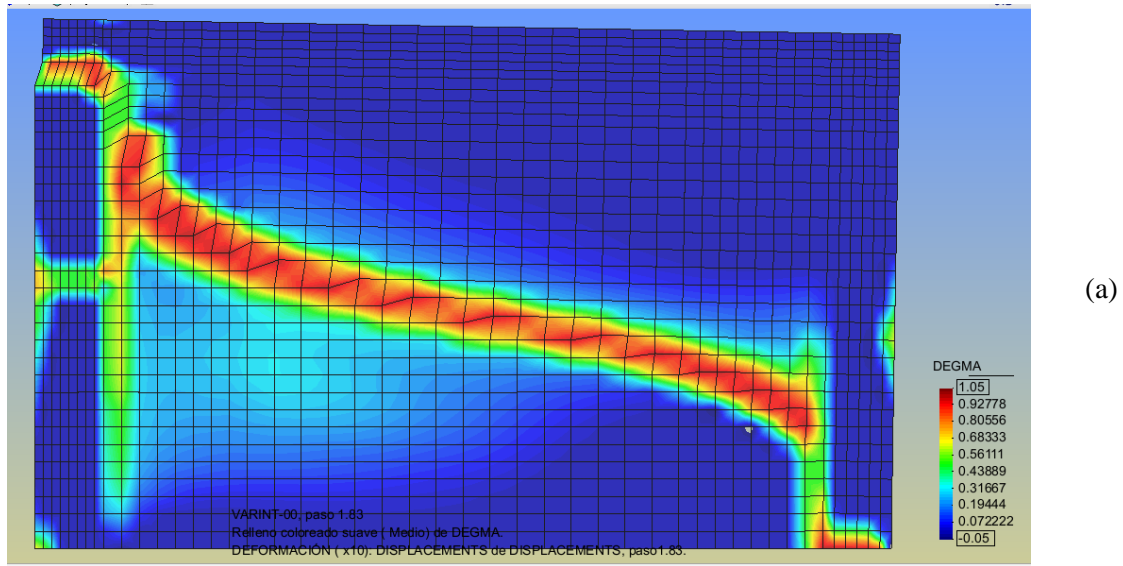


Figura 7.4.2.2 Daño local y deformada del pórtico sin armadura en el hormigón con (a) cerramiento completo de mampostería, (b) ventana sin refuerzo y (c) ventana con refuerzo

Desde la figura 7.4.2.3 a la figura 7.4.2.5 se muestran los mecanismos de rotura que se desarrollan en las estructuras porticadas armadas al ser sometidas a esfuerzos horizontales. Las líneas rectas representan las fisuras principales.

Cuando el cerramiento es completo, primero se desarrolla diagonal a través de la mampostería. Posteriormente se producen las rotulas plásticas en la base de los pilares y en los extremos de la viga, a la vez que se forman fisuras verticales en los contactos mampostería-pilar y una fisura horizontal en el contacto mampostería-viga (figura 7.4.2.3).

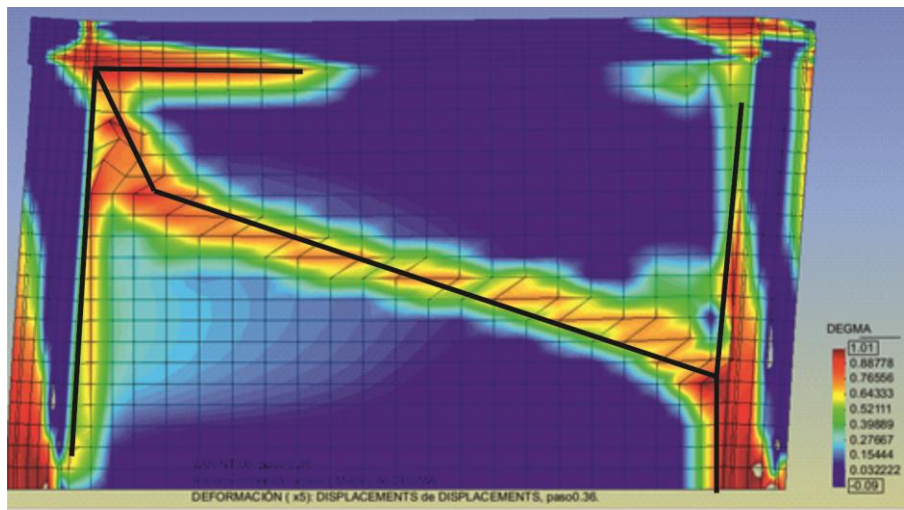


Figura 7.4.2.3 Mecanismos de rotura en el pórtico de hormigón armado con cerramiento de mampostería en su interior

Cuando hay una ventana en el cerramiento (figura 7.4.2.3) se producen fisuras diagonales en la mampostería desde las esquinas superior-izquierda e inferior-derecha de la ventana. Aparece una fisura horizontal en la mampostería en la parte izquierda y a media altura debida a las tensiones de corte y a la existencia de la ventana. A destacar el daño sobre el extremo izquierdo de la viga: la rotura de la mampostería en esa zona la divide en dos bloques, de los cuales el superior ejerce presión sobre la viga.

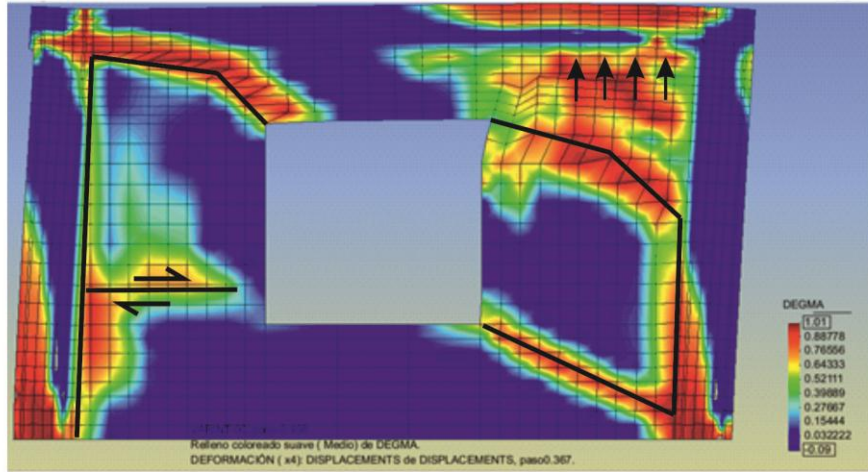


Figura 7.4.2.4 Mecanismos de rotura en el pórtico de hormigón armado con una ventana en el cerramiento

Si el marco de la ventana está reforzado se desarrollan las fisuras diagonales desde la esquina de la mampostería, las fisuras verticales en los contactos mampostería-pilar y las rotulas plásticas en la base de los pilares. A demás se produce el efecto *viga-corta* en la esquina superior derecha de la ventana.

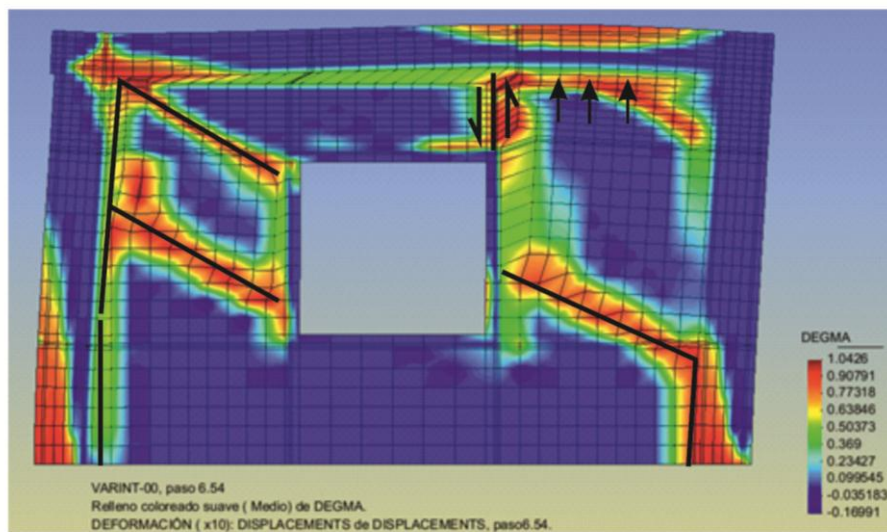


Figura 7.4.2.5 Mecanismos de rotura en el pórtico de hormigón armado con una ventana con el marco reforzado en el cerramiento

En estos tres últimos casos descritos se puede ver la razón por la que estas estructuras tienen a comportarse como un pórtico: cuando se desarrollan las fisuras verticales en los contactos entre la mampostería y el pila y las fisuras horizontales en el contacto mampostería-viga, la presión de confinamiento que ejercía el cerramiento se

vuelve prácticamente nula, por lo que solo trabaja estructuralmente el pórtico de hormigón armado.

Como se ha comentado anteriormente, cuando la armadura es insuficiente o inexistente, el daño sobre la estructura es más localizado (la disipación de energía es menor), tanto sobre el hormigón como sobre la mampostería. Una vez se produce la fisura diagonal sobre la mampostería, esta queda dividida en dos partes, la parte inferior bloquea el pilar, el cual no es capaz de superar la fuerza F que ejerce la mampostería sobre él, y acaba rompiendo por cortante en la base del nudo (figura 7.4.2.6). Este efecto se conoce como *efecto clavija*. La presencia de una ventana genera el efecto de *pilar corto* (7.4.2.7), rompiendo por cortante el pilar a la altura de la base de la ventana. Cuando el marco de esta presenta un refuerzo, confina la mampostería y aparece una nueva fisura diagonal sobre esta, pero el mecanismo de rotura del hormigón es el mismo que en el caso anterior.

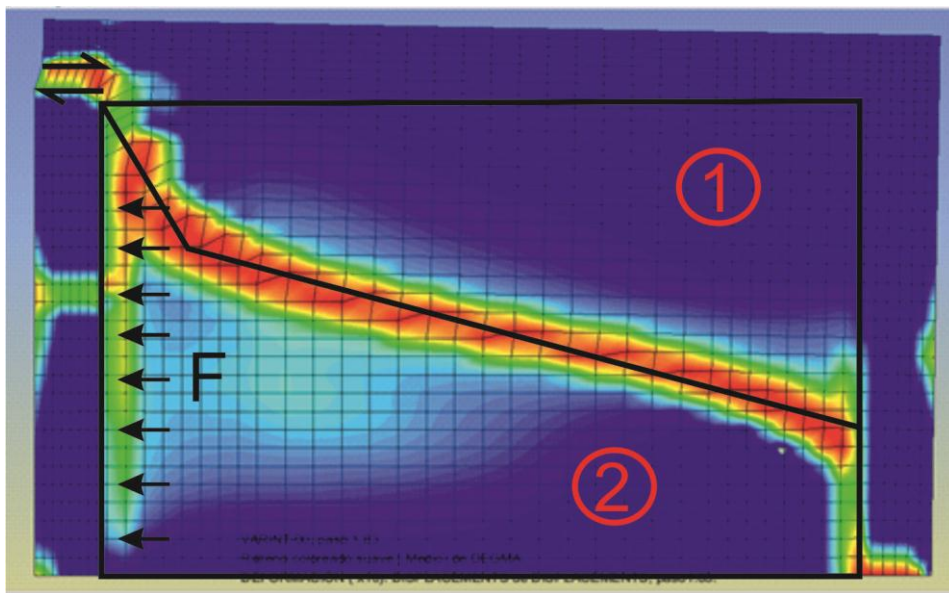


Figura 7.4.2.6 Efecto clavija con el pórtico de hormigón simple

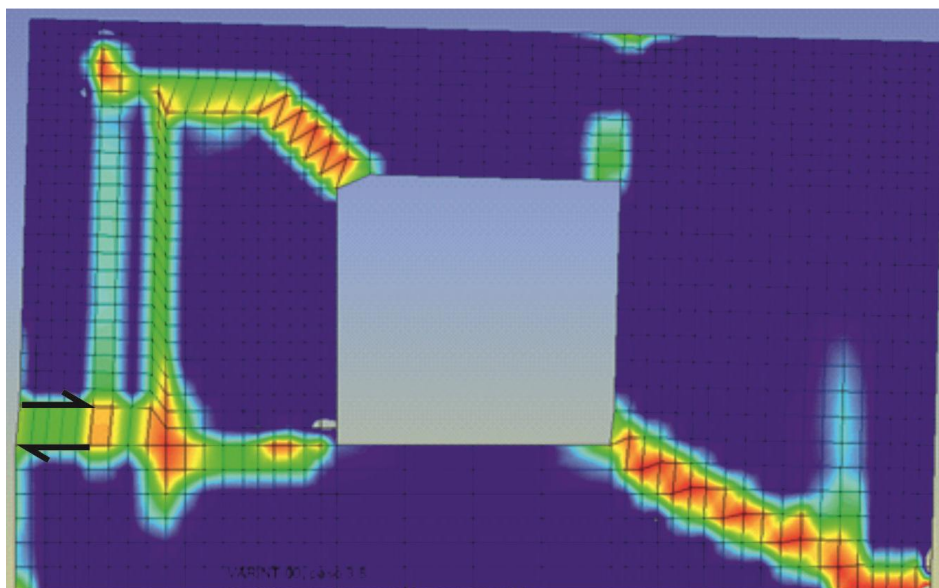


Figura 7.4.2.7 Efecto de pilar corto con el pórtico de hormigón simple

Muro de mampostería reforzado con encadenado

Gracias al refuerzo del encadenado se consigue evitar que se produzca el efecto de *pilar corto*, si bien en el refuerzo superior se produce el efecto de *viga corta*. La rotura de la mampostería es diferente a la que se produce cuando es el pórtico el que confina a la mampostería: la fisura se propaga de manera diagonal desde la esquina inferior hasta el “pilar” contrario, aproximadamente la mitad de la altura del muro, para posteriormente propagarse verticalmente, originando el efecto de *viga corta*.

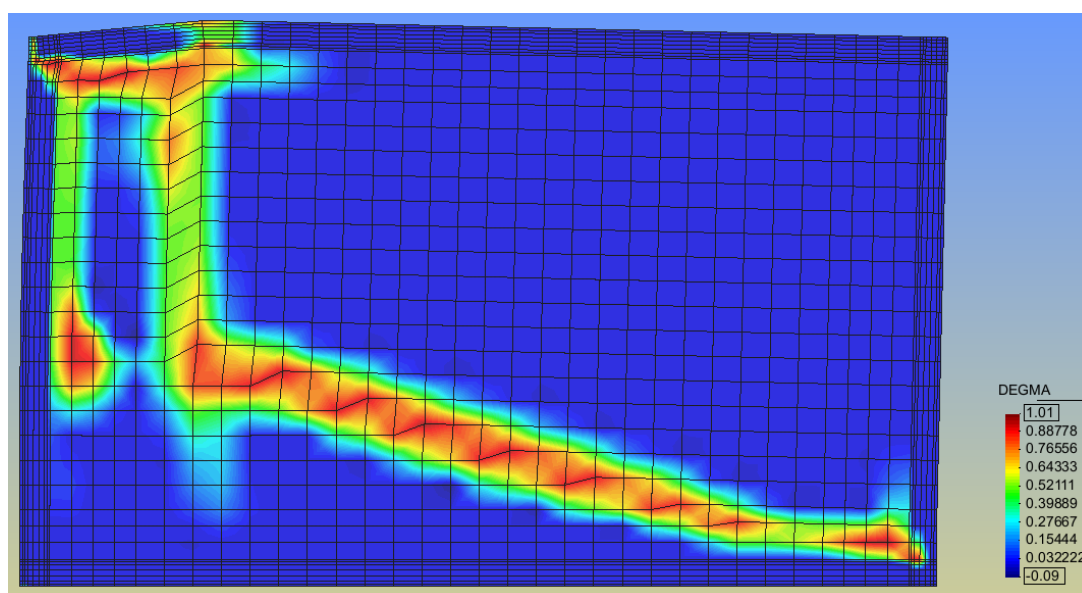


Figura 7.4.2.5 Daño local y deformada del encadenado

7.4.3 Índices de daño global de las estructuras

A partir del post proceso de las curvas de capacidad procedentes del análisis estático no lineal es posible calcular los índices de daño global. Estas curvas han sido obtenidas conforme las formulaciones citadas en el capítulo 5, usando los métodos por pérdida de rigidez (pendiente de la curva), equivalente al índice de daño basado en la pérdida de resistencia, y el índice de daño global en función de la ductilidad estructural [21].

Los gráficos 7.4.3.3 corresponden a los índices de daño global de las estructuras porticadas con el hormigón armado eficientemente y los gráficos 7.4.3.4 representan los mismos índices para las estructuras con el pórtico de hormigón simple o subarmado. En los gráficos 7.4.3.1 y 7.4.3.2 se muestran conjuntamente las curvas correspondientes a los índices de daño global de todos los modelos de hormigón armado y simple o subarmado, respectivamente.

Cuando el hormigón está debidamente armado ambos índices de daño global ofrecen resultados similares y ambos pueden considerarse válidos. Sin embargo cuando el hormigón del pórtico simple o subarmado se producen diferencias entre los dos índices de daño global. Estas son más evidentes en los estadios previos a alcanzar el daño total (daño = 1). Se deben a la simplificación de la curva de capacidad del mediante una función bilineal [21]. Las curvas de capacidad correspondientes a estos casos presentan caídas de resistencia, muy elevadas y se producen de manera muy brusca, después de alcanzar la resistencia máxima. Esto causa que la aproximación de la curva mediante una forma bilineal no ofrezca una buena aproximación del daño global, Si el hormigón está debidamente armado el comportamiento estructural es más dúctil, produciéndose una caída de resistencia de manera más suave, este hecho permite que este índice de daño global aproximado sí sea capaz de ofrecer unos resultados satisfactorios.

La presencia de mampostería en el interior del pórtico hace que las curvas crezcan más rápidamente, lo que significa que el daño estructural principal se produce de manera muy brusca (comportamiento frágil). En ausencia de mampostería y con el pórtico de hormigón armado (gráfico 7.4.3.1), el daño empieza a producirse a

desplazamientos mayores y este se propaga paulatinamente; si el hormigón del pórtico es simple y no hay presencia de ningún tipo de cerramiento en su interior, si bien el daño empieza a aparecer a mayores desplazamientos, la curva crece con pendientes parecidas a los casos en los que sí hay cerramientos, dejando claro la fragilidad del hormigón (gráfico 7.4.3.3).

La armadura aumenta la ductilidad estructural. Este efecto queda evidenciado en las curvas de daño global: una vez producido el daño principal sobre la estructura, la curva de daño tiende lentamente hasta alcanzar el valor daño=1 (7.4.3.3), mientras que para el hormigón subarmado se alcanza este valor en desplazamientos muy pequeños (gráfico 7.4.3.4).

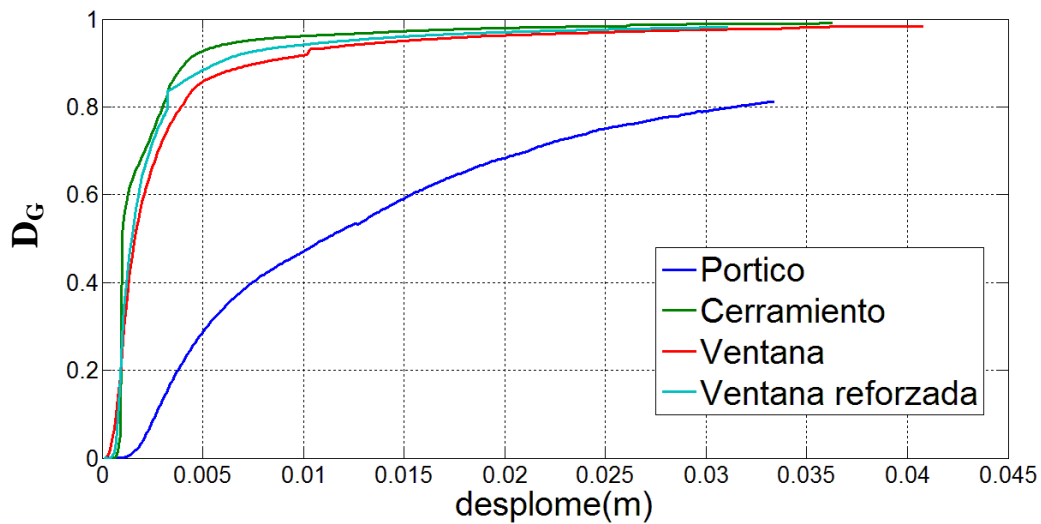


Gráfico 7.4.3.1 Curvas de daño global con pórtico de hormigón armado mediante pérdida de rigidez estructural

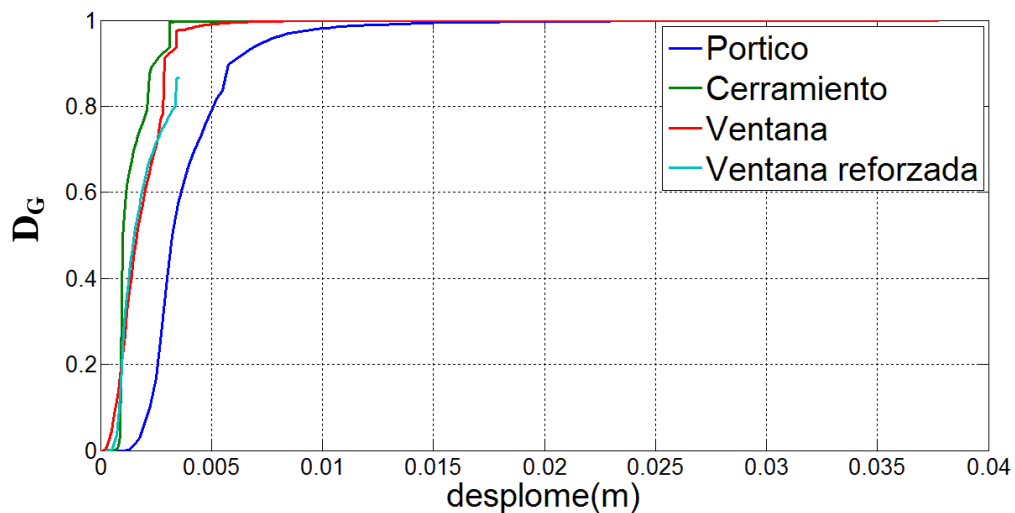


Gráfico 7.4.3.1 Curvas de daño global con pórtico de hormigón subarmado mediante pérdida de rigidez estructural

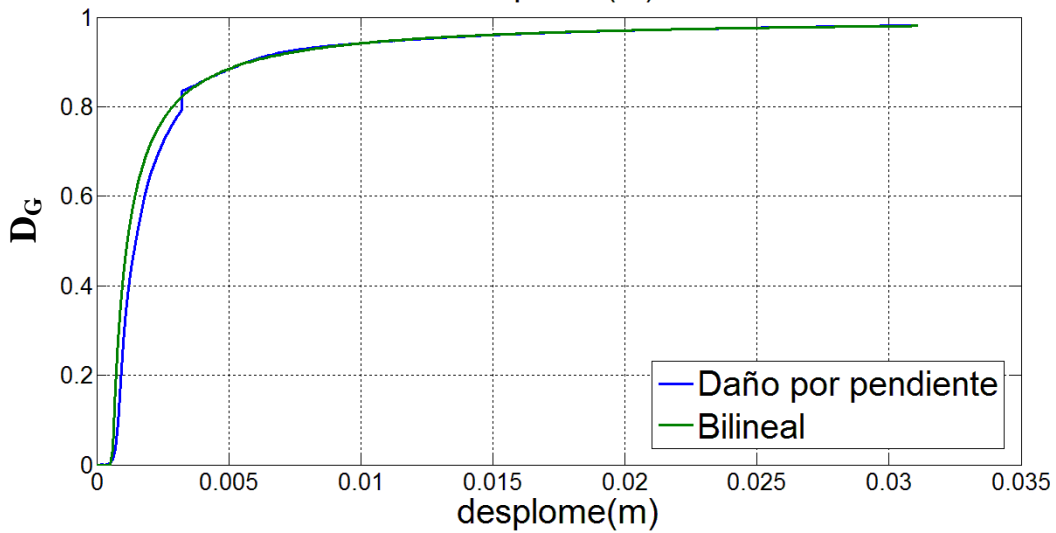
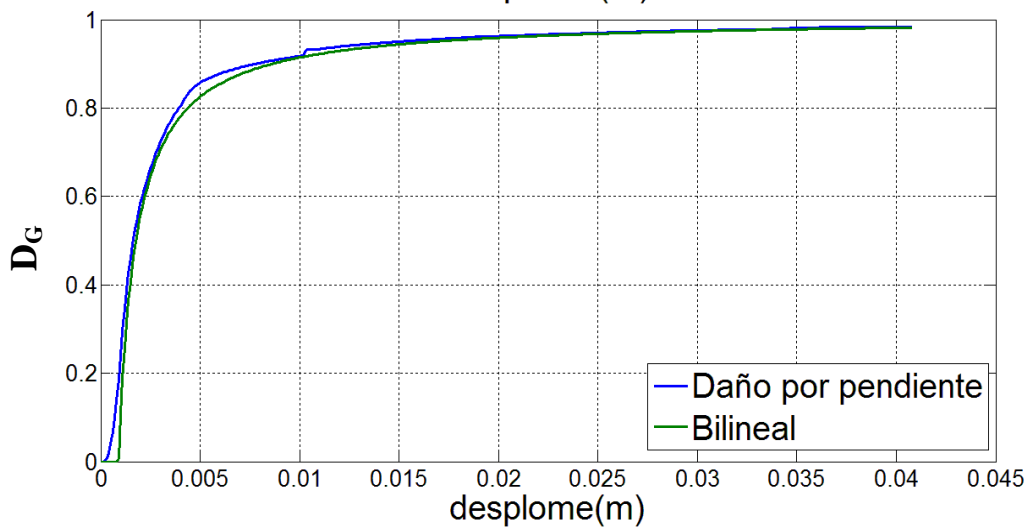
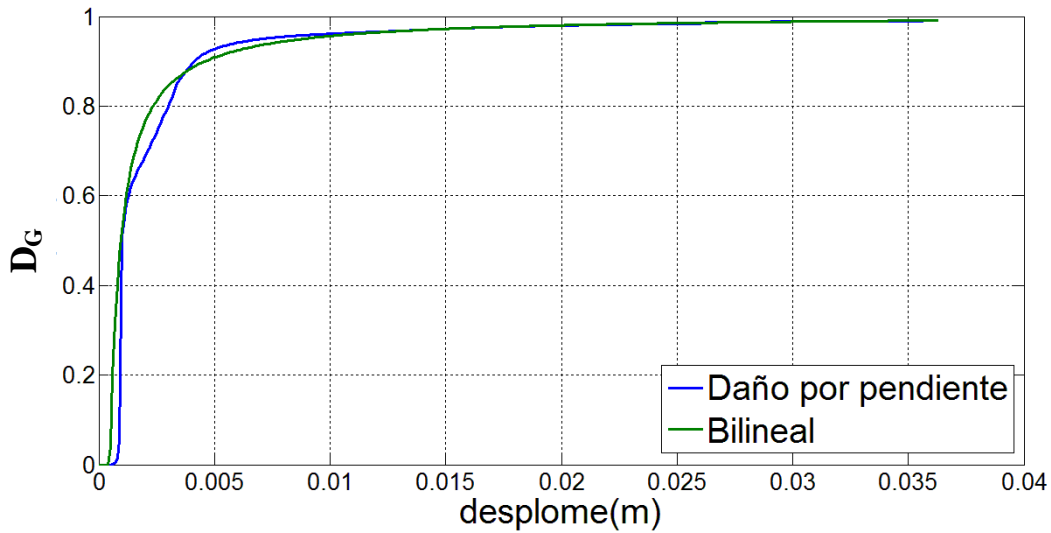
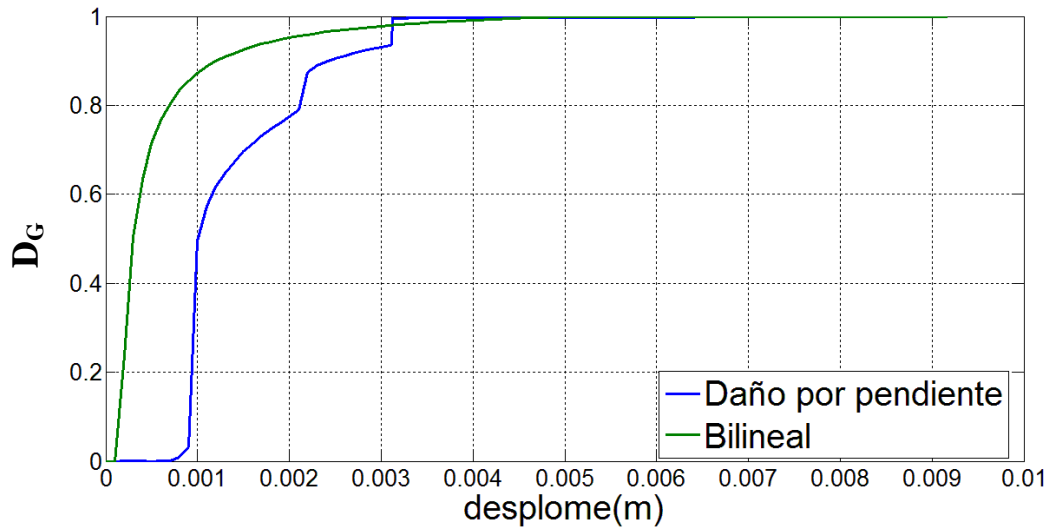
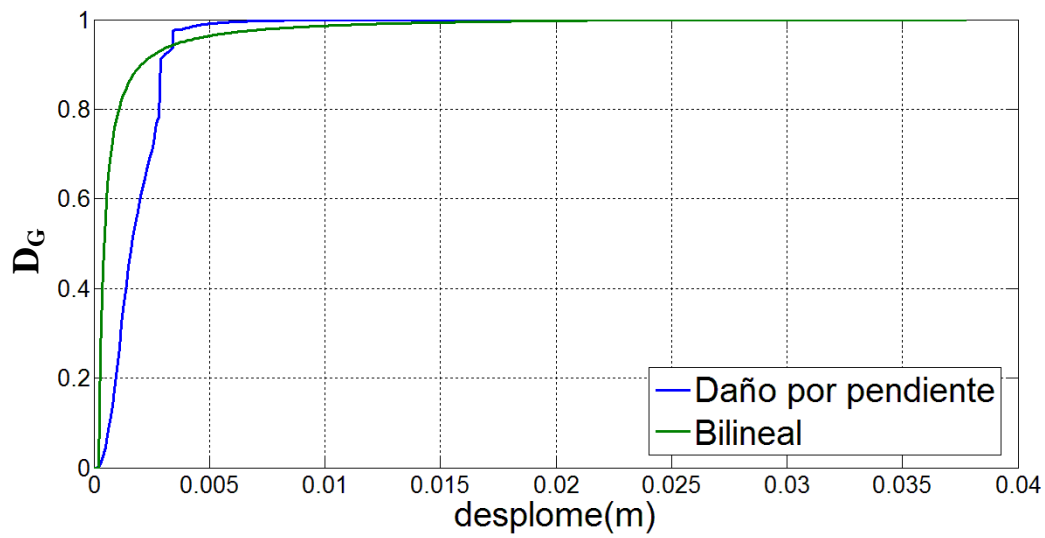


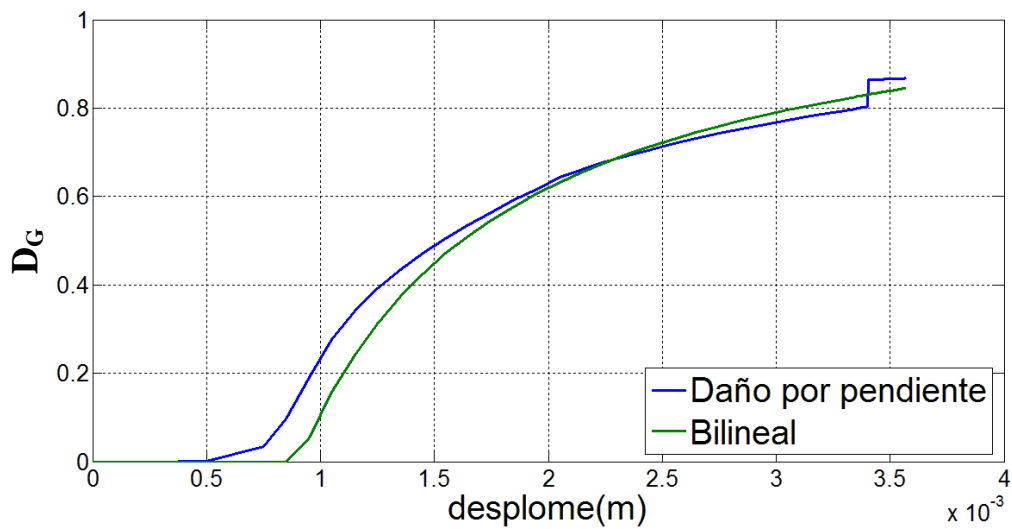
Gráfico 7.4.3.3 Curvas de daño global con pórtico de hormigón armado (a) cerramiento completo de mampostería, (b) ventana sin refuerzo y (c) ventana con refuerzo



(a)



(b)



(c)

Gráfico 7.4.3.4 Curvas de daño global con pórtico de hormigón subarmado (a) cerramiento completo de mampostería, (b) ventana sin refuerzo y (c) ventana con refuerzo

Los índices basados en la pérdida de rigidez (o en la pérdida de resistencia) son capaces de representar satisfactoriamente el daño global de la estructura al ser sometida a esfuerzos horizontales, y son capaces de reflejar propiedades de la estructura, como su ductilidad o fragilidad. El inconveniente de estos índices es que requieren de la curva de capacidad de la estructura procedente del análisis estático no-lineal para poder calcularse. Por el contrario, el método basado la ductilidad estructural solo requiere de la ductilidad de diseño para poder obtener el índice de daño global (aunque en este trabajo se ha calculado sabiendo la ductilidad real proveniente de las curvas de capacidad). Pero el hecho de usar una aproximación bilineal para la curva de capacidad hace no en todos los casos se obtengan índices globales que se asemejen a los reales.

Muro de mampostería reforzado con encadenado

Comparando el índice de daño global del encadenado con el de la mampostería confinada por un pórtico se deducen las mismas conclusiones anteriormente descritas: el daño estructural se propaga tan rápidamente como cuando se tiene un pórtico de hormigón simple o subarmado, con la diferencia del aumento de la ductilidad estructural.

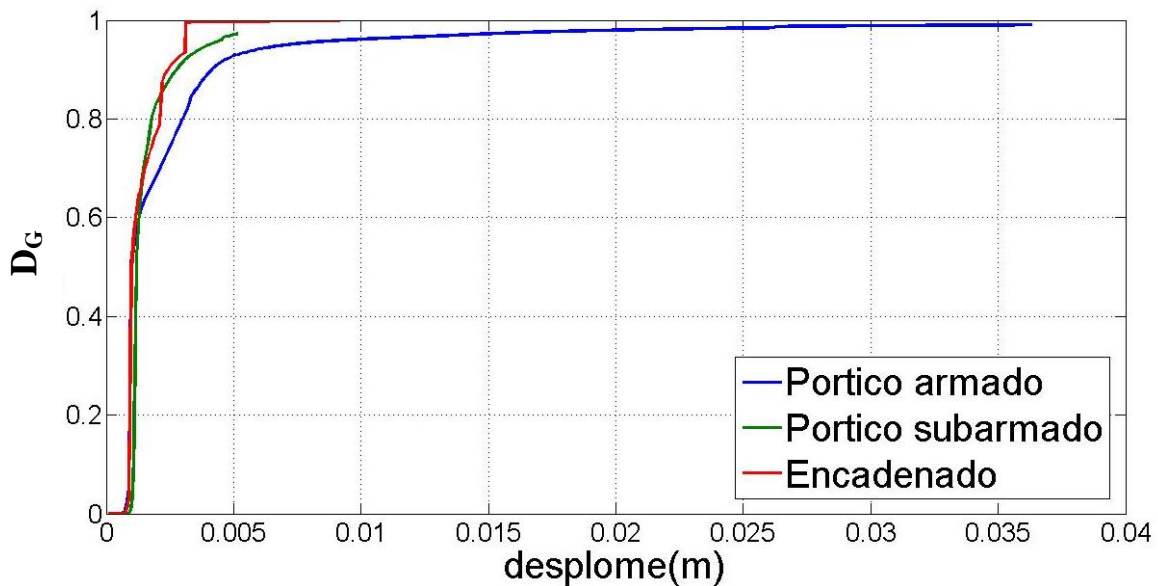


Gráfico 7.4.3.5 Índice de daño global en presencia de cerramiento de mampostería y encadenado

8. CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN

8.1 Conclusiones

Del trabajo realizado y de los casos estudiados se pueden extraer varias conclusiones, las más importantes sobre la influencia de la mampostería en la respuesta frente a esfuerzos laterales:

- La presencia de cualquier tipo de cerramiento de mampostería produce un aumento considerable en la rigidez estructural. Esto provoca que la estructura se comporte de manera frágil, produciéndose la rotura a desplazamientos mucho menores y de manera más brusca, debido al daño de la mampostería de relleno.
- La armadura del hormigón es la encargada de dotar a la estructura de ductilidad estructural, con lo que, después de la rotura de la mampostería, la estructura tiende a comportarse como un pórtico sin ningún tipo de cerramiento en su interior.
- La mampostería consigue aumentar, hasta dos veces, el valor de la resistencia a fuerzas laterales. En los pórticos con mampostería el aumento de la resistencia es debido a la armadura es prácticamente nulo comparado con la resistencia que ofrece la mampostería.
- Los mecanismos de rotura obtenidos mediante el análisis numérico es consistente con los mecanismos de rotura observados en los casos reales: fisuras diagonales en la mampostería, efecto clavija y efectos de viga-corta y pilar-corto, etc

- De los índices de daño global se puede deducir el comportamiento frágil para los primeros desplazamientos de la estructura, y el posterior comportamiento dúctil gracias al hormigón armado.
- La ausencia de armadura en el hormigón, o un hormigón subarmado, hace que el comportamiento de la estructura sea frágil, produciéndose la rotura del hormigón casi simultáneamente con la mampostería. La estructura queda inservible una vez sobrepasado la resistencia a cortante máxima.

Adicionalmente se pueden extraer otras conclusiones derivadas del trabajo del presente estudio:

- Existe una fuerte malla-dependencia de los resultados, especialmente la variable de daño. Para minimizar el problema lo más adecuado y sencillo es el uso de mallas estructuradas.
- Los índices de daño global que mejor representan esta variable son los calculados a partir de la pérdida de rigidez estructural o pérdida de resistencia. El índice simplificado mediante el uso de una curva bilineal solo sirve para casos con una ductilidad estructural elevada.
- El confinamiento de los muros de mampostería mediante la normativa NCSR-02 consigue dotar de cierta ductilidad al muro, aunque es insuficiente como para aguantar los efectos posteriores a la primera rotura brusca de la mampostería esfuerzos laterales.

8.2 Futuras líneas de investigación

Aplicación del análisis estático no lineal a edificios porticados con mampostería con un número de niveles y vanos mayor, para poder caracterizar la respuesta de edificios similares a los reales.

Estudio mediante el análisis estático no lineal de estructuras porticadas con mampostería reforzada mediante distintos tipos de refuerzo estructural.

Implementación en el PLCd de modelos ortótropos y superficies de fluencia más adecuados para la mampostería.

Comparativa de los resultados del estudio de los mismos casos mediante un análisis dinámico.

BIBLIOGRAFÍA

Trabajos citados

- [1] CIMNE. (1991-2010) *PLCDYN Manual: Código termomecánico no lineal de elementos finitos dirigido a estudiantes de Ph.D.* Univeristat Politècnica de Catalunya. Barcelona. España
- [2] CIMNE (2000-2011) *GID*. <http://gid.cimne.upc.es/>
- [3] Magenes G., Della fontana A. (1998). *Simplified Non-linear Seismic Analysis of Masonry Buildings*. Proc. of the British Masonry Society, Vol. 8.
- [4] Roca P., Molins C., Marí A.R. (2005). *Strength capacity of masonry wall structures by the equivalent frame method*. Journal of Structural Engineering; 131(10): 1601-1610.
- [5] Brencich A., Lagomarsino S. (1998). *A macro-element dynamic model for masonry shear walls*. En: Pande G.N. and Middleton J., editors, Computer methods in structural masonry – 4, Proc. of the Int. Symp., E&FN Spon, Londres.
- [6] Lofti H.R., Shing P.B. (1994). *Interface model applied to fracture of masonry structures*. Journal of Structural Engineering; 120 (1): 63–80.
- [7] Tzamtzis, A.D. (1994). *Dynamic finite element analysis of complex discontinuous and jointed structural systems using interface elements*. Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, QMWC, University of London.

- [8] Lourenço P.B. Rots J.G. (1997). *A multi-surface interface model for the analysis of masonry structures*. Journal of Engineering Mechanics; 123 (7): 660–668.
- [9] Gambarotta L., Lagomarsino S. (1997a). *Damage models for the seismic response of brick masonry shear walls. Part I: the mortar joint model and its applications*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics; 26: 423-439
- [10] Sutcliffe D.J., Yu H.S., Page A.W. (2001). *Lower bound limit analysis of unreinforced masonry shear walls*. Computers and Structures; 79: 1295–1312.
- [11] Luciano R., Sacco E. (1997). *Homogenization technique and damage model for old masonry material*. International Journal of Solids and Structures; 34 (24): 3191-3208
- [12] Zucchini A., Lourenço P.B. (2002). *A micro-mechanical model for the homogenisation of masonry*. International Journal of Solids and Structures; 39: 3233–3255.
- [13] Massart T.J., Peerlings R.H.J., Geers M.G.D. (2004). *Mesosopic modeling of failure and damage-induced anisotropy in brick masonry*. European Journal of Mechanics A/Solids; 23: 719–735.
- [14] Milani G., Lourenço P.B., Tralli A. (2006a). *Homogenised limit analysis of masonry walls. Part I: Failure Surfaces*. Computers and Structures; 84 (3-4): 166–180.
- [15] López J., Oller S., Oñate E., Lubliner J. (1999) *A homogeneous constitutive model for masonry*. International journal of Numerical Methods in Engineering. Vol. 46, N° 10, pp. 1651-1671.
- [16] Oller S, Miquel J., Zalonea F. (2005). *Composite material behavior using a homogenization double scale method*. Journal of Engineering Mechanics. ASCE, Vol. 131, N°1, pp. 65-79

- [17] Bakhteri J., Makhtar A., Sambasivam S. (2004). *Finite Element modeling of structural clay brick masonry subjected to axial compression*. Jurnal Teknologi, 41 (B): 57-68. University of Malaysia
- [18] Owen D.R.J., Fawkes A.J. (1983). *Engineering Fracture Mechanics*. Pineridge Press, Swansea.
- [19] Bazant Z.P., Oh B.H. (1983). *Crack band theory for fracture of concrete*. Materials and Structures; 16: 155–177.
- [20] Pelà, L. (2009) *Continuum Damage Model for Nonlinear Analysis of Masonry Structures*, Ph.D. Thesis, Universidad Politècnica de Catalunya , University of Ferrara
- [21] Vielma, J.C., (2008) *Caracterización del comportamiento sísmico de edificios de hormigón armado mediante la respuesta no lineal*, Ph.D. Thesis, Universidad Politècnica de Barcelona. Barcelona. España
- [22] Chopra A., Goel R. (2001) *A modal analysis procedure to estimate seismic demands for buildings: Theory and preliminary evaluation*. Pacific Earthquake Engineering Research Center. College of Engineering. University of California Berkeley.
- [23] Barbat A., Vielma J., Oller S. (2007) *Confinamiento y ductilidad de los edificios de hormigón armad*. ARCER. Monografía 5.
- [24] Tena A., Miranda E. (1999) *Comportamiento mecánico de la mampostería*. Edificaciones para la mampostería: capítulo 4. Fundación ICA, A.C. México.
- [25] Meli R. (1979), *Comportamiento sísmico de muros de mampostería*, 2ª edición, Informe No. 352, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, mayo, 141.
- [26] Oller, S. (2001) *Dinámica no-lineal*, Centro Internacional de Métodos Numéricos (CIMNE). Barcelona. España.

- [27] Oller, S. [1988] *Un modelo de “Daño Continuo” para materiales friccionales*, Ph.D. Thesis, Universidad Politécnica de Barcelona. Barcelona. España.
- [28] Kachanov LM. (1958). *Time of rupture process under creep conditions*. *Izvestia Akademii Nauk, Otd Tech Nauk*; 8: 26-31.
- [29] Kachanov LM. (1986). *Introduction to Continuum Damage Mechanics*. Martinus Nijhoff Dordrecht, The Netherlands.
- [30] Lemaitre J. and Chaboche J.L. (1978). *Aspects phénoménologiques de la rupture par endommagement*. *J. Méc. Appl.*; 2: 317–365.
- [31] Oliver J., Cervera M., Oller S., Lubliner J. (1990). *Isotropic Damage Models and Smeared Crack Analysis of Concrete*. Second International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures.
- [32] Molina, M., Oller, S., Martínez, X., Barbat, A. [2010] *Análisis numérico de estructuras de hormigón reforzadas con FRP por medio de la teoría de mezclas serie/paralelo*, *Rev. Int. Mét. Num. Cál. Dis. Ing.*, Vol. 26, pp 135-155
- [33] Sobotka Z. (1969). *Theorie des plastischen Fliessens von anisotropen Körpern*. *Zeit. Angew. Math. Mech.*; 49: 25–32.
- [34] Boehler J.P., Sawczuk A. (1970). *Equilibre limite des sols anisotropes*. *J. Mécanique*; 9: 5–33.
- [35] Barlat F., Lian J. (1989). *Plastic Behaviour and Stretchability of Sheet Metals. Part I: a Yield Function for Orthotropic Sheets Under Plane Stress Conditions*. *International Journal of Plasticity*; 5: 51–66.
- [36] Barlat F., Lege D.J., Brem J.C. (1991). *A Six-Component Yield Function for anisotropic materials*. *International Journal of Plasticity*; 7: 693–712.

- [37] Betten J. (1981). *Creep Theory of Anisotropic Solids*. Journal of Rheology; 25 (6): 565–581.
- [38] Betten J. (1988). *Applications of tensor functions to the formulation of yield criteria for anisotropic materials*. International Journal of Plasticity; 4: 29–46.
- [39] Oller S., Botello S., Miquel J., Oñate E. (1995). *An anisotropic elastoplastic model based on an isotropic formulation*. Engineering Computations; 12 (3): 245–262.
- [40] Oller S., Oñate E., Miquel J. (1996). *Mixing anisotropic formulation for analysis of composites*. Communications in Numerical Methods in Engineering; 12: 471-482.
- [41] Faria R., Oliver J., Cervera M. (2000). *On Isotropic Scalar Damage Models For The Numerical Analysis Of Concrete Structures*. CIMNE Monograph PI198, Barcelona, Spain.

Otros trabajos consultados pero no citados

Abrams D.P., Calvi G.M. (1994). *Proceedings of the U.S.-Italy Workshop on guidelines for seismic evaluation and rehabilitation of unreinforced masonry buildings*. Technical Report NCEER-94-0021. National Center for Earthquake Engineering Research. University of Pavia, Italy and University of Buffalo, U.S.A.

Oller S., Luccioni B., Barbat A. (1996) *Un método de evaluación del daño sísmico en estructuras de hormigón armado*, Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol. 12, No 2, pp 215-238

Mayugo J. (2003) *Estudio constitutivo de materiales compuestos sometidos a cargas cíclicas*, Ph.D. Thesis, Universidad Politécnica de Barcelona. Barcelona. España

Oller S. (2003) *Simulación numérica del comportamiento mecánico de los materiales compuestos*, Centro Internacional de Métodos Numéricos (CIMNE). Barcelona. España

Barbat A., Vielma J.C., Oller S. (2007) *Confinamientos y ductilidad de los edificios de hormigón armado*. Monografía. ARCER.

Oller S., Martínez X., Barbat A., Rastellini F. (2008) *Advanced composite material simulation*, Ciência e Tecnologia dos Materiais, Vol. 20, No ½

NCSR-02 (2002) *Normativa de construcción sismorresistente*. BOE N° 244. Madrid.