

Projecte de Fi de Carrera
Enginyer Industrial

**Desenvolupament d'una aplicació
informàtica per a l'estudi de conceptes
d'electrotècnia**

ANNEX B: EXEMPLES

Autor: Josep M^a ORIOL CASANOVAS

Director: Luis SAINZ SAPERA

Convocatòria: Desembre 2005 (pla 94)



Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



SUMARI

B.1. INTRODUCCIÓ	3
B.2. POTÈNCIA INSTANTÀNIA MONOFÀSICA	5
B.2.1. Introducció de dades	5
B.2.2. Resultats numèrics	5
B.2.3. Resultats gràfics	6
B.3. VALORS MIG I EFICAÇ DE FUNCIONS	7
B.3.1. Introducció de dades	7
B.3.2. Resultats numèrics	7
B.3.3. Resultats gràfics	7
B.4. DESCOMPOSICIÓ HARMÒNICA	9
B.4.1. Introducció de dades	9
B.4.2. Resultats numèrics	9
B.4.3. Resultats gràfics	10
B.5. POTÈNCIA EN PRESENCIA D'HARMÒNICS	11
B.5.1. Introducció de dades	11
B.5.2. Resultats numèrics	11
B.5.3. Resultats gràfics	12
B.6. SISTEMES DE SEQÜÈNCIA	13
B.6.1. Introducció de dades	13
B.6.2. Resultats numèrics	13
B.6.3. Resultats gràfics	14
B.7. CARACTERITZACIÓ DELS SOTS DE TENSIÓ	17
B.7.1. Introducció de dades	17
B.7.2. Resultats numèrics	17
B.7.3. Resultats gràfics	18





B.1. INTRODUCCIÓ

Després d'haver desenvolupat el programa informàtic per a l'estudi de conceptes d'electrotècnia s'ha cregut oportú fer un recull d'alguns exemples que permetin validar, amb els càlculs corresponents, els resultats que ofereix el programa. A cada un dels exemples es té en compte la part d'introducció de dades i la part de presentació dels resultats, que poden ser numèrics o gràfics.

Pel que fa als conceptes bàsics d'electrotècnia s'ha mostrat un exemple referent a la potència instantània monofàsica i un altre exemple corresponent als valors mig i eficaç de funcions. En quant als harmònics s'ha considerat interessant ensenyar un exemple corresponent a la descomposició harmònica i un altre exemple referent a la potència instantània en presència d'harmònics. Del tema dels desequilibris s'ha presentat en exemple corresponent als sistemes de seqüència o components simètrics. Finalment, s'ha desenvolupat un exemple referent a la caracterització dels sots de tensió.





B.2. POTÈNCIA INSTANTÀNIA MONOFÀSICA

B.2.1. Introducció de dades

Per a aquest exemple s'han considerat les següents dades d'entrada:

$$U = 312 \text{ V} \quad I = 3.3 \text{ A} \quad a_j = -107 \text{ graus} \quad \text{freqüència} = 50 \text{ Hz} \quad (\text{B.2.1})$$

$$\text{Escala de temps} = 0.06 \text{ s} \quad t = 0.0441 \text{ s} \quad (\text{B.2.2})$$

B.2.2. Resultats numèrics

Els resultats numèrics que ofereix el programa són els següents:

$$U_{max} = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2} \cdot 312 = 441.23 \text{ V} \quad (\text{B.2.3})$$

$$I_{max} = \sqrt{2} \cdot I = \sqrt{2} \cdot 3.3 = 4.67 \text{ A} \quad (\text{B.2.4})$$

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \text{Sin}(2 \cdot p \cdot f \cdot t) = \sqrt{2} \cdot 312 \cdot \text{Sin}(2 \cdot p \cdot 50 \cdot 0.0441) = 423.71 \text{ V} \quad (\text{B.2.5})$$

Per trobar les magnituds en funció del temps s'ha d'expressar a_j en radians, per això en les següents expressions es multiplica per $p / 180$:

$$\begin{aligned} i(t) &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \text{Sin}(2 \cdot p \cdot f \cdot t + (p / 180) \cdot a_j) = \\ &= \sqrt{2} \cdot 3.3 \cdot \text{Sin}(2 \cdot p \cdot 50 \cdot 0.0441 - (p / 180) \cdot 107) = -2.56 \text{ A} \end{aligned} \quad (\text{B.2.6})$$

Tenint en compte que a_u és zero es pot utilitzar la següent equació per trobar la potència instantània:

$$\begin{aligned} p(t) &= U \cdot I \cdot (\text{Cos}(-a_j \cdot (p / 180)) - \text{Cos}(2 \cdot 2 \cdot p \cdot f \cdot t + a_j \cdot (p / 180))) = \\ &= 312 \cdot 3.3 \cdot (\text{Cos}(107 \cdot (p / 180)) - \text{Cos}(2 \cdot 2 \cdot p \cdot 50 \cdot 0.0441 - 107 \cdot (p / 180))) = \\ &= -1082.77 \text{ W} \end{aligned} \quad (\text{B.2.7})$$

Les potències activa, reactiva i aparent són les següents:

$$P = U \cdot I \cdot \text{Cos}(a_u - a_j) = 312 \cdot 3.3 \cdot \text{Cos}(0 + 107 \cdot (p / 180)) = -301.03 \text{ W} \quad (\text{B.2.8})$$



$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\alpha_U - \alpha_I) = 312 \cdot 3.3 \cdot \sin(0 + 107 \cdot (\pi / 180)) = 984.61 \text{ VAr} \quad (\text{B.2.9})$$

$$S = U \cdot I = 312 \cdot 3.3 = 1029.6 \text{ VA} \quad (\text{B.2.10})$$

El factor de potència és:

$$\cos(\varphi) = \cos(\alpha_U - \alpha_I) = \cos(0 + 107 \cdot (\pi / 180)) = -0.2924 \quad (\text{B.2.11})$$

B.2.3. Resultats gràfics

Els gràfics que ofereix aquesta pantalla són les funcions temporals corresponents a la tensió instantània, al corrent instantani i a la potència instantània. Tenint en compte que la freqüència és de 50 Hz (període de 0.02 segons) i que l'escala de temps és de 0.06 segons, s'haurien de veure representats tres períodes. A la següent figura, que mostra aquests gràfics, es pot comprovar que es representen tres períodes. També es pot observar que els resultats numèrics coincideixen amb els obtinguts amb els càlculs anteriors:

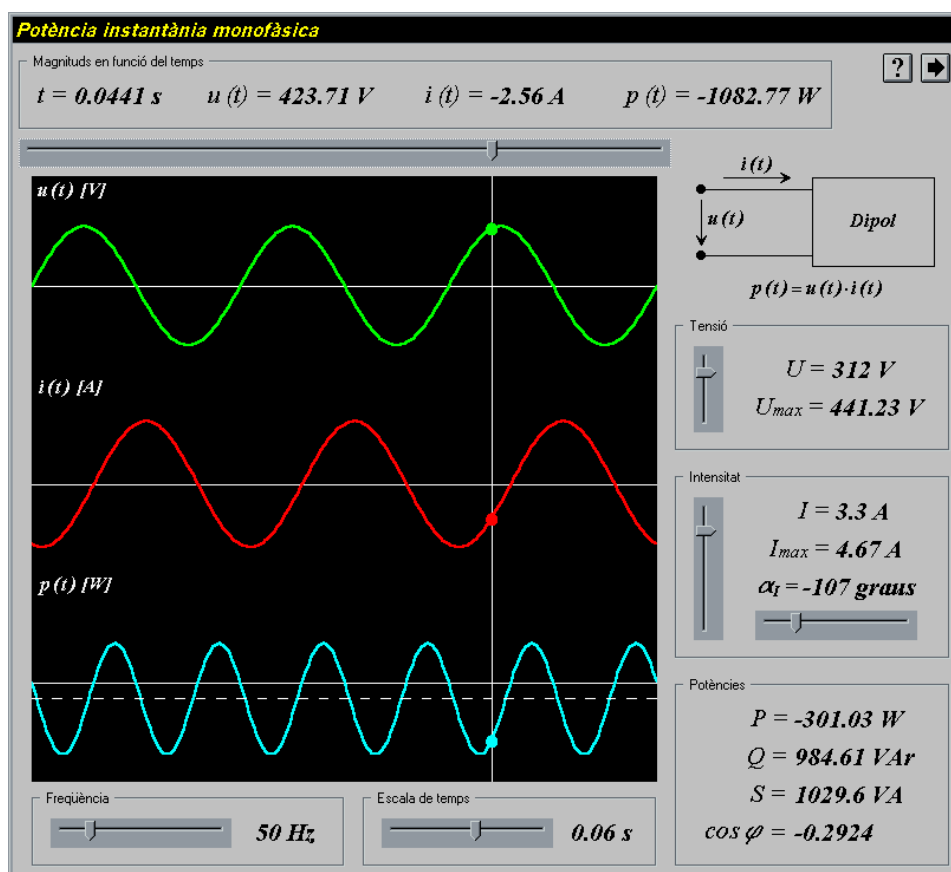


Figura B.2.1. Exemple corresponent a la potència instantània monofàsica



B.3. VALORS MIG I EFICAÇ DE FUNCIONS

B.3.1. Introducció de dades

Per a aquest exemple s'ha escollit l'opció de la funció triangular amb rectificació de mitja ona, amb les següents característiques:

$$\text{Valor màxim} = 1.68 \text{ pu} \quad \text{Escala de temps} = 0.1 \text{ s} \quad (\text{B.3.1})$$

B.3.2. Resultats numèrics

Els resultats numèrics que ofereix el programa són el valor mig, el valor eficaç, el factor d'amplitud i el factor de forma:

$$F_{mig} = \frac{F_{max}}{4} = \frac{1.68}{4} = 0.42 \text{ pu} \quad (\text{B.3.2})$$

$$F_{ef} = \frac{F_{max}}{\sqrt{6}} = \frac{1.68}{\sqrt{6}} = 0.69 \text{ pu} \quad (\text{B.3.3})$$

$$f_a = \frac{|F_{max}|}{F_{ef}} = \frac{F_{max}}{F_{max} / \sqrt{6}} = \frac{1.68}{1.68 / \sqrt{6}} = \sqrt{6} = 2.45 \text{ pu} \quad (\text{B.3.4})$$

$$f_f = \frac{F_{ef}}{F_{mig}} = \frac{F_{max} / \sqrt{6}}{F_{max} / 4} = \frac{1.68 / \sqrt{6}}{1.68 / 4} = \frac{4}{\sqrt{6}} = 1.63 \text{ pu} \quad (\text{B.3.5})$$

B.3.3. Resultats gràfics

Aquesta pantalla ofereix la representació temporal de la funció escollida. Tenint en compte que la freqüència és de 50 Hz (període de 0.02 segons) i que l'escala de temps s'ha escollit de 0.1 segons, el gràfic de la figura B.3.1 representa un total de cinc períodes. A la figura també es pot observar que els resultats numèrics coincideixen amb els obtinguts amb els càlculs anteriors:



Valor mig i eficac de funcions

Funcions teòriques

Sinusoidals

- Sense rectificar
- Rectificació d'ona completa
- Rectificació de mitja ona

Triangulars

- Sense rectificar
- Rectificació d'ona completa
- Rectificació de mitja ona

Rectangulars

- Sense rectificar
- Rectificació de mitja ona

Funcions de dispositius reals

- Rectificador monofàsic AC/DC amb condensador
- Rectificador trifàsic AC/DC amb condensador
- Rectificador trifàsic AC/DC de 6 pulsos
- Làmpara de descàrrega

Representació gràfica de la funció

Valor màxim

1.68 pu

Resultats

Valor mig = 0.42 pu
 Valor eficac = 0.69 pu
 Factor d'amplitud = 2.45
 Factor de forma = 1.63

Escala de temps

0.1 s

Figura B.3.1. Exemple corresponent als valors mig i eficac de funcions



B.4. DESCOMPOSICIÓ HARMÒNICA

B.4.1. Introducció de dades

Per a aquest exemple s'han considerat els harmònics senars amb les següents característiques:

$$U_1 = 100 \text{ V} \quad f_1 = 0 \text{ graus} \quad U_3 = 68.4 \text{ V} \quad f_3 = 0 \text{ graus} \quad (\text{B.4.1})$$

$$U_5 = 76.5 \text{ V} \quad f_5 = 0 \text{ graus} \quad U_7 = 18.4 \text{ V} \quad f_7 = 0 \text{ graus} \quad (\text{B.4.2})$$

$$U_9 = 24.5 \text{ V} \quad f_9 = 0 \text{ graus} \quad U_{11} = 14.3 \text{ V} \quad f_{11} = 0 \text{ graus} \quad (\text{B.4.3})$$

$$U_{13} = 18.4 \text{ V} \quad f_{13} = 0 \text{ graus} \quad t = 0.0115 \text{ s} \quad U_0 = 0 \text{ V} \quad (\text{B.4.4})$$

B.4.2. Resultats numèrics

Els resultats numèrics que ofereix el programa són el valor instantani de cada harmònic i la suma de tots ells. Per trobar-los s'han d'expressar els angles f_n en radians, per fer-ho, en les següents expressions s'haurien de multiplicar per $p / 180$, però com que s'han considerat tots iguals a zero no es tenen en compte:

$$u_1(t) = \sqrt{2} \cdot U_1 \cdot \sin(2 \cdot p \cdot f \cdot t) = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \sin(2 \cdot p \cdot 50 \cdot 0.0115) = -64.20 \text{ V} \quad (\text{B.4.5})$$

$$u_3(t) = \sqrt{2} \cdot U_3 \cdot \sin(3 \cdot 2 \cdot p \cdot f \cdot t) = \sqrt{2} \cdot 68.4 \cdot \sin(3 \cdot 2 \cdot p \cdot 50 \cdot 0.0115) = -95.54 \text{ V} \quad (\text{B.4.6})$$

$$u_5(t) = \sqrt{2} \cdot U_5 \cdot \sin(5 \cdot 2 \cdot p \cdot f \cdot t) = \sqrt{2} \cdot 76.5 \cdot \sin(5 \cdot 2 \cdot p \cdot 50 \cdot 0.0115) = -76.50 \text{ V} \quad (\text{B.4.7})$$

$$u_7(t) = \sqrt{2} \cdot U_7 \cdot \sin(7 \cdot 2 \cdot p \cdot f \cdot t) = \sqrt{2} \cdot 18.4 \cdot \sin(7 \cdot 2 \cdot p \cdot 50 \cdot 0.0115) = 4.07 \text{ V} \quad (\text{B.4.8})$$

$$u_9(t) = \sqrt{2} \cdot U_9 \cdot \sin(9 \cdot 2 \cdot p \cdot f \cdot t) = \sqrt{2} \cdot 24.5 \cdot \sin(9 \cdot 2 \cdot p \cdot 50 \cdot 0.0115) = 30.87 \text{ V} \quad (\text{B.4.9})$$

$$u_{11}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{11} \cdot \sin(11 \cdot 2 \cdot p \cdot f \cdot t) = \sqrt{2} \cdot 14.3 \cdot \sin(11 \cdot 2 \cdot p \cdot 50 \cdot 0.0115) = 18.02 \text{ V} \quad (\text{B.4.10})$$

$$u_{13}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{13} \cdot \sin(13 \cdot 2 \cdot p \cdot f \cdot t) = \sqrt{2} \cdot 18.4 \cdot \sin(13 \cdot 2 \cdot p \cdot 50 \cdot 0.0115) = 4.07 \text{ V} \quad (\text{B.4.11})$$



$$\sum u_n(t) = \sum \sqrt{2} \cdot U_n \cdot \sin(n \cdot 2 \cdot p \cdot f \cdot t) = -179.21 \text{ V} \tag{B.4.12}$$

B.4.3. Resultats gràfics

Els gràfics que ofereix aquesta pantalla són les funcions temporals corresponents a cada harmònic i la funció temporal corresponent a la suma. Aquestes funcions es poden veure a la figura B.4.1, en la qual es pot observar que els resultats numèrics coincideixen amb els obtinguts amb els càlculs anteriors:

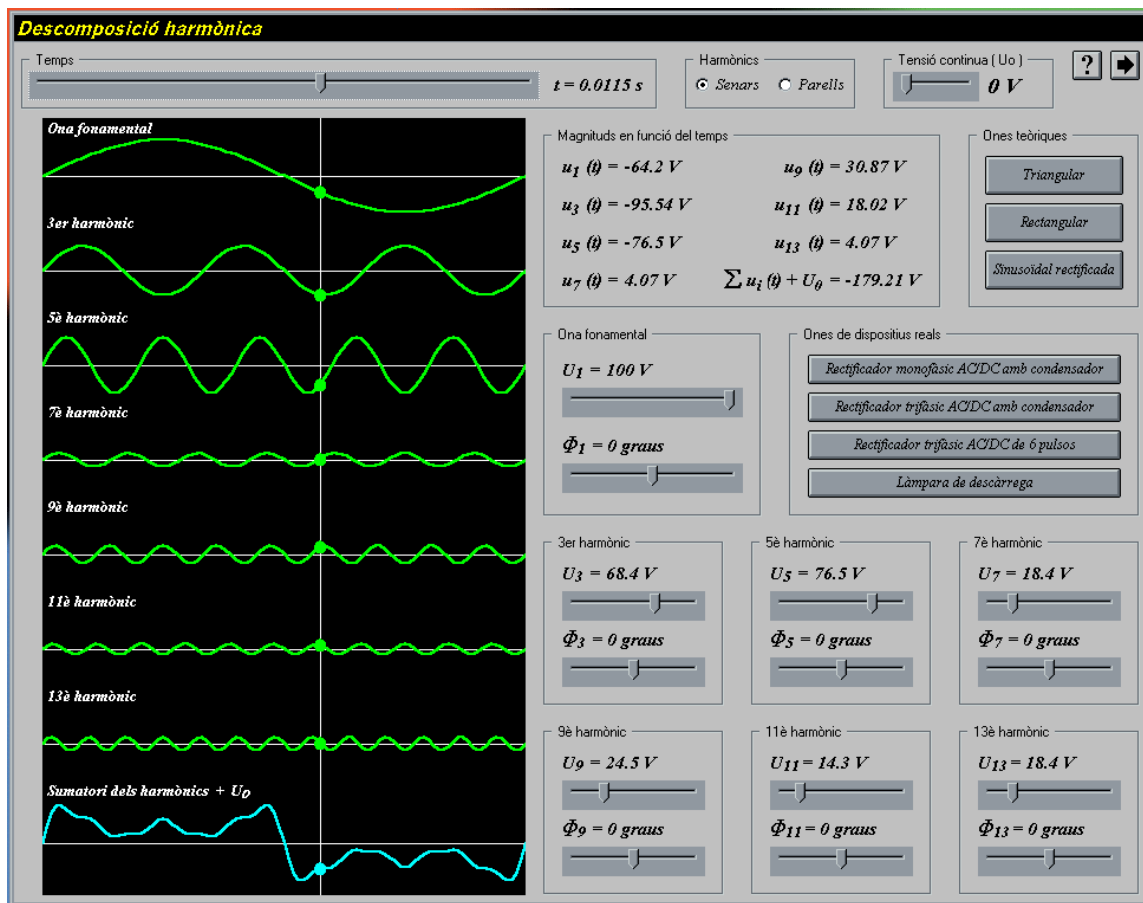


Figura B.4.1. Exemple corresponent a la descomposició harmònica



B.5. POTÈNCIA EN PRESENCIA D'HARMÒNICS

B.5.1. Introducció de dades

Per a aquest exemple s'han considerat les següents dades d'entrada:

$$U = 314 \text{ V} \quad I = 3.68 \text{ A} \quad a_j = 0 \text{ graus} \quad (\text{B.5.1})$$

$$\text{Harmònic del corrent} = 13 \quad t = 0.0144 \text{ s} \quad (\text{B.5.2})$$

B.5.2. Resultats numèrics

Els resultats numèrics que ofereix el programa són els següents:

$$U_{max} = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2} \cdot 314 = 444.06 \text{ V} \quad (\text{B.5.3})$$

$$I_{max} = \sqrt{2} \cdot I = \sqrt{2} \cdot 3.68 = 5.20 \text{ A} \quad (\text{B.5.4})$$

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(2 \cdot p \cdot f \cdot t) = \sqrt{2} \cdot 314 \cdot \sin(2 \cdot p \cdot 50 \cdot 0.0144) = -436.20 \text{ V} \quad (\text{B.5.5})$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(13 \cdot 2 \cdot p \cdot f \cdot t) = \sqrt{2} \cdot 3.68 \cdot \sin(13 \cdot 2 \cdot p \cdot 50 \cdot 0.0144) = 4.01 \text{ A} \quad (\text{B.5.6})$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = -1749.15 \text{ W} \quad (\text{B.5.7})$$

Les potències activa (P) i la reactiva (Q) són zero ja que l'harmònic del corrent és diferent que el de tensió. La potència aparent és la següent:

$$S = U \cdot I = 314 \cdot 3.68 = 1155.52 \text{ VA} \quad (\text{B.5.8})$$

El factor de potència és:

$$FP = \left(\frac{P}{S} \right) = \left(\frac{0}{1155.52} \right) = 0 \quad (\text{B.5.9})$$



B.5.3. Resultats gràfics

Els gràfics que ofereix aquesta pantalla són les funcions temporals corresponents a la tensió instantània, a l'harmònic del corrent instantani i a la potència instantània. Aquestes funcions es poden observar a la figura B.5.1. També es pot observar que els resultats numèrics coincideixen amb els obtinguts amb els càlculs anteriors:

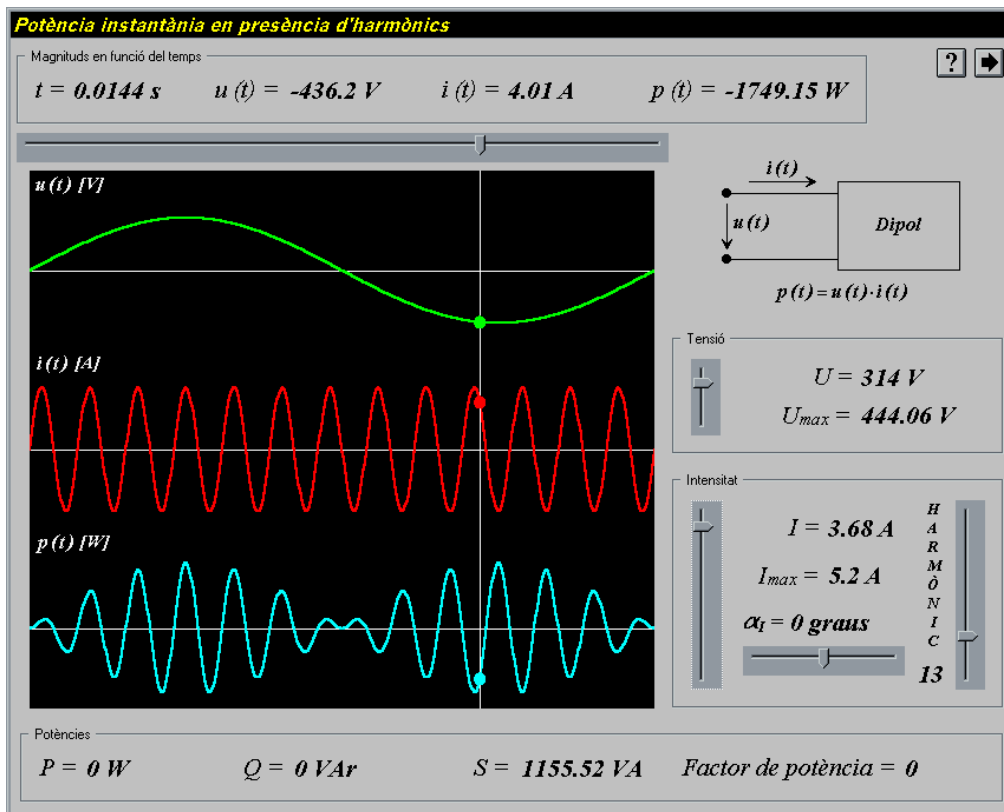


Figura B.5.1. Exemple corresponent a la potència instantània en presència d'harmònics



B.6. SISTEMES DE SEQÜÈNCIA

B.6.1. Introducció de dades

En aquest exemple s'ha considerat el procés directe (obtenir els components de fase a partir dels components seqüencials) amb les següents dades d'entrada ($a_1 = 0$ graus):

$$U_1 = 25 \text{ V} \quad U_2 = 15 \text{ V} \quad a_2 = -70 \text{ graus} \quad U_0 = 15 \text{ V} \quad a_0 = -80 \text{ graus} \quad (\text{B.6.1})$$

Escrits com a número complex queden de la següent forma:

$$\underline{U}_1 = U_1 \angle a_1 \quad \underline{U}_2 = U_2 \angle a_2 \quad \underline{U}_0 = U_0 \angle a_0 \quad (\text{B.6.2})$$

B.6.2. Resultats numèrics

Els resultats numèrics que ofereix el programa (considerant el procés directe) són les dades corresponents als components de fase (mòdul i fase) que s'obtenen resolent la següent expressió:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} \quad a = 1 \angle \frac{2}{3} \cdot p \quad a^2 = 1 \angle \frac{4}{3} \cdot p \quad (\text{B.6.3})$$

S'obté el següent:

$$\underline{U}_A = 43.65 \angle -41.41 \quad \underline{U}_B = 24.93 \angle -90.58 \quad \underline{U}_C = 26.43 \angle 158.97 \quad (\text{B.6.4})$$

Per tant,

$$U_A = 43.65 \text{ V} \quad a_A = -41.41 \text{ graus} \quad U_B = 24.93 \text{ V} \quad a_B = -90.58 \text{ graus}$$

$$U_C = 26.43 \text{ V} \quad a_C = 158.97 \text{ graus} \quad (\text{B.6.5})$$

El programa també calcula els factors de desequilibri, que són els següents:

$$m_2 = \left(\frac{U_2}{U_1} \right) = \left(\frac{15}{25} \right) \angle -70 = 0.6 \angle -70 \text{ graus} \quad (\text{B.6.6})$$



$$\underline{m}_0 = \left(\frac{U_0}{U_1} \right) = \left(\frac{15}{25} \right) \angle -80 = 0.6 \angle -80 \text{ graus} \tag{B.6.7}$$

B.6.3. Resultats gràfics

Els gràfics que ofereix aquesta pantalla són els fasors corresponents als components seqüencials i als de fase (figura B.6.1) i les funcions temporals corresponents a aquests fasors (figura B.6.2). En aquestes figures es pot observar que els resultats numèrics coincideixen amb els obtinguts amb els càlculs anteriors:

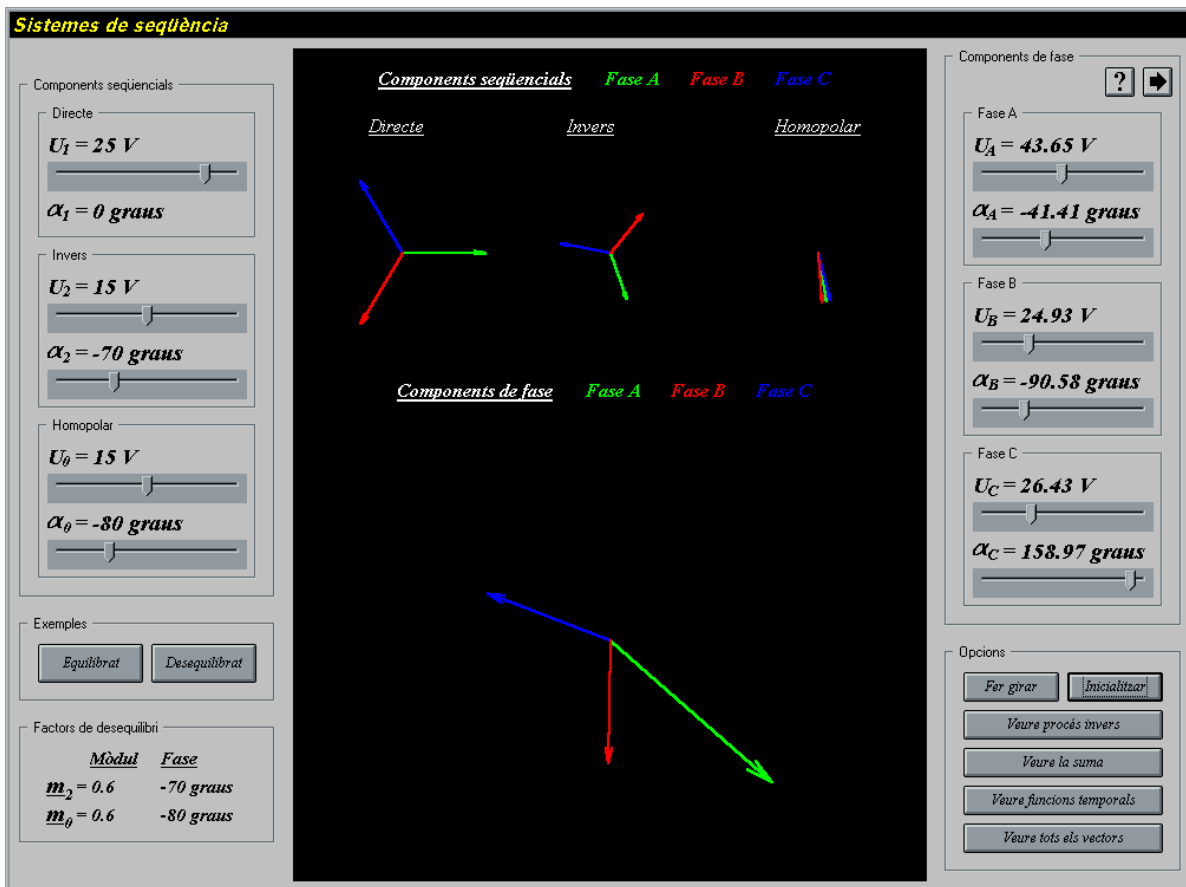


Figura B.6.1. Exemple corresponent als sistemes de seqüència (fasors)



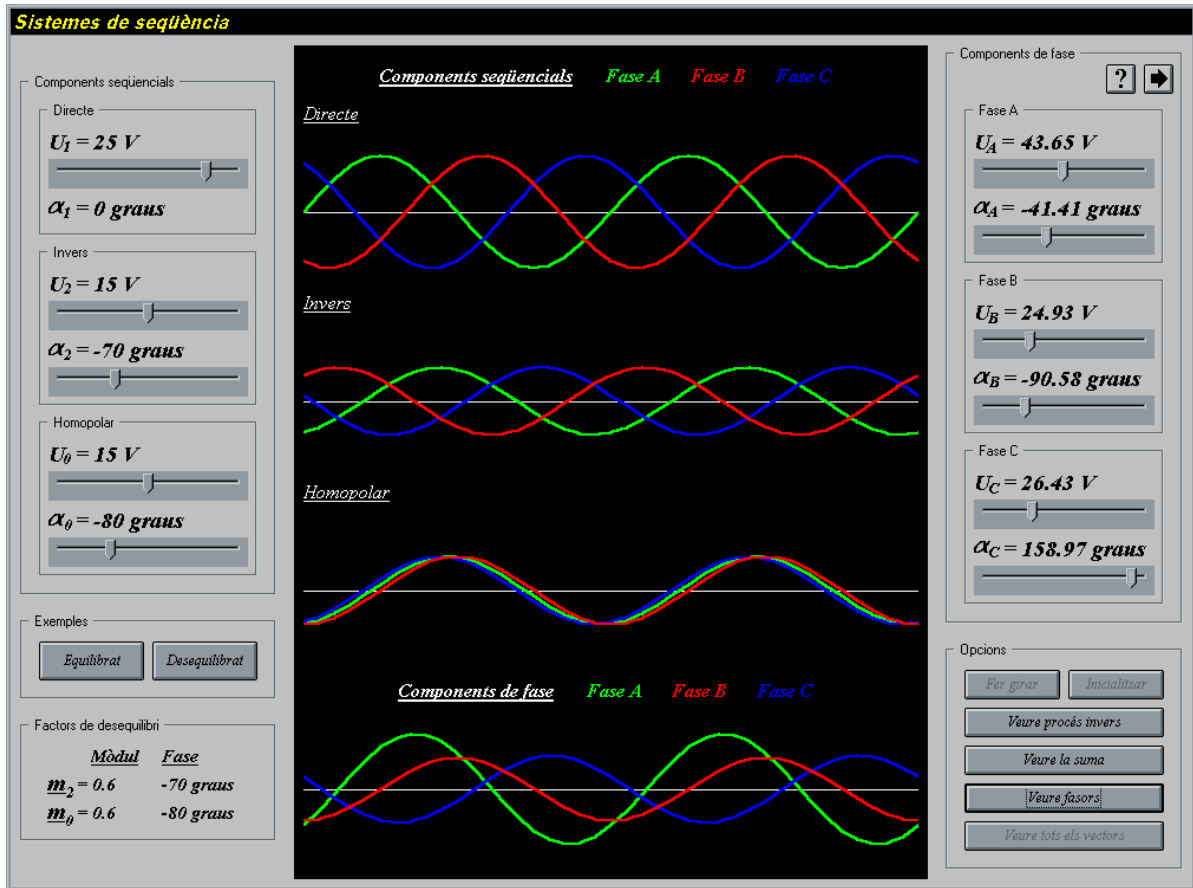


Figura B.6.2. Exemple corresponent als sistemes de seqüència (funcions temporals)





B.7. CARACTERITZACIÓ DELS SOTS DE TENSIÓ

B.7.1. Introducció de dades

Per a aquest exemple s'ha considerat un sot de tensió del tipus C, amb les següents característiques:

$$h \text{ (profunditat)} = 0.45 \quad \text{Salt de fase } (a_h) = 0 \text{ graus} \quad (\text{B.7.1})$$

$$\text{Temps d'inici } (T_i) = 2 \text{ períodes} \quad \text{Duració} = 4 \text{ períodes} \quad (\text{B.7.2})$$

B.7.2. Resultats numèrics

Els resultats numèrics que ofereix el programa són les tensions abans i després del sot i les tensions durant el sot. Les tensions abans i després del sot són sempre les mateixes i són les següents:

$$\underline{U}_A = 100 \text{ V } \angle 0 \text{ graus} \quad \underline{U}_B = 100 \text{ V } \angle -120 \text{ graus} \quad \underline{U}_C = 100 \text{ V } \angle 120 \text{ graus} \quad (\text{B.7.3})$$

Les tensions durant el sot són les següents:

$$\underline{U}_A = U \quad (\text{B.7.4})$$

$$\underline{U}_B = U \cdot (-0.5 + (\sqrt{3}/2) \cdot h \cdot \sin(a_h)) - j \cdot (U \cdot (\sqrt{3}/2) \cdot h \cdot \cos(a_h)) \quad (\text{B.7.5})$$

$$\underline{U}_C = U \cdot (-0.5 - (\sqrt{3}/2) \cdot h \cdot \sin(a_h)) + j \cdot (U \cdot (\sqrt{3}/2) \cdot h \cdot \cos(a_h)) \quad (\text{B.7.6})$$

Tenint en compte les dades d'entrada i que $U = 100 \text{ V}$ s'obté el següent:

$$\underline{U}_A = 100 \text{ V } \angle 0 \text{ graus} \quad (\text{B.7.7})$$

$$\underline{U}_B = 100(-0.5 - j \cdot 0.3897) = 63.39 \text{ V } \angle -142.07 \text{ graus} \quad (\text{B.7.8})$$

$$\underline{U}_C = 100(-0.5 + j \cdot 0.3897) = 63.39 \text{ V } \angle 142.07 \text{ graus} \quad (\text{B.7.9})$$



B.7.3. Resultats gràfics

Els resultats gràfics són les representacions temporals i fasorials de les tensions abans, durant i després del sot, les quals es poden observar a la figura B.7.1. També es pot comprovar que els resultats numèrics coincideixen amb els obtinguts amb els càlculs anteriors:

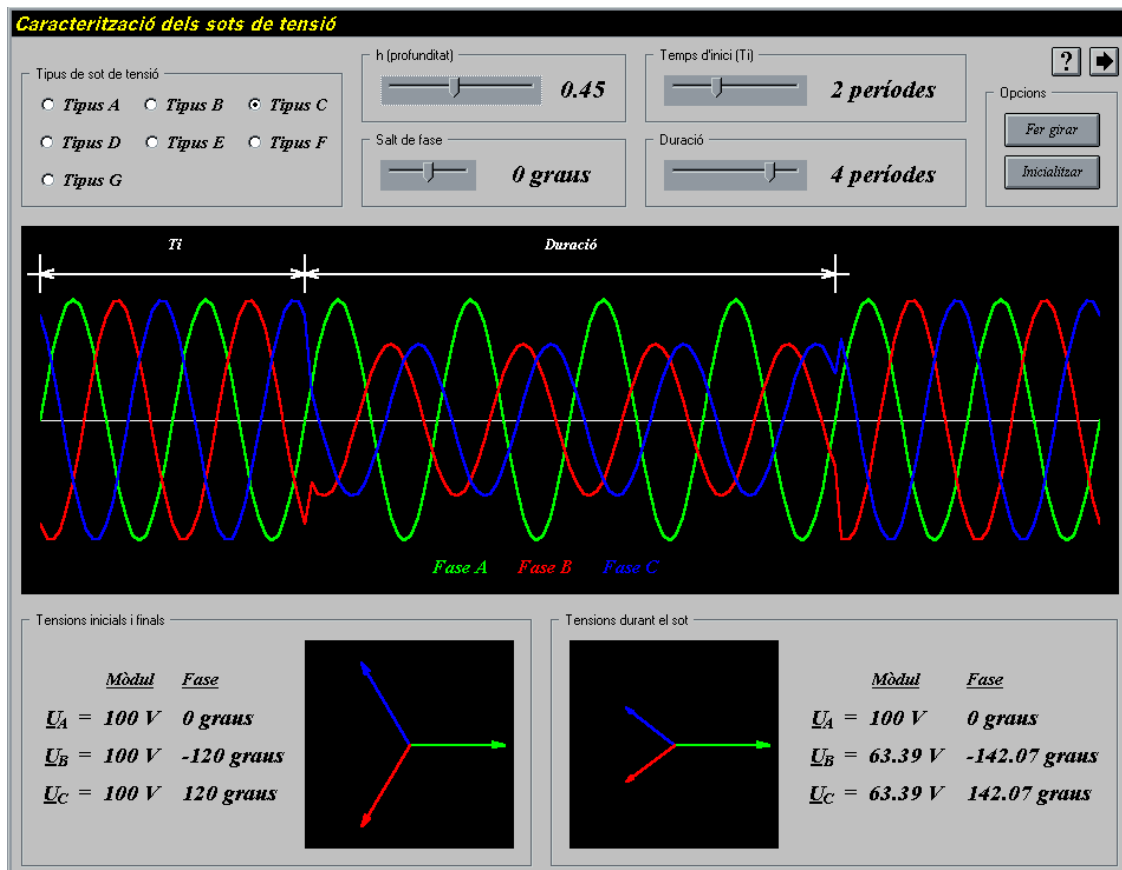


Figura B.7.1. Exemple corresponent a la caracterització dels sots de tensió

