



Escola d'Enginyeria de Telecomunicació i
Aeroespacial de Castelldefels

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

TRABAJO FINAL DE CARRERA

TÍTULO DEL TFC: Caracterización de diodos láser tipo distributed feedback.

**TITULACIÓN: Ingeniería Técnica de Telecomunicación especialidad en
Sistemas de Telecomunicación**

AUTOR: Carlos Guzmán Torres

DIRECTOR: Concepción Santos Blanco

FECHA: 23 de junio de 2011

Título: Caracterización de diodos láser tipo distributed feedback.

Autor: Carlos Guzmán Torres

Director: Concepción Santos Blanco

Fecha: 23 de junio de 2011

Resumen

El método más económico y sencillo de transmitir información mediante diodos láser es utilizando DML (Directly Modulated Laser). Sin embargo los sistemas DML son generalmente menos eficientes espectralmente que los que utilizan modulador externo, y por tanto la distancia de transmisión debe ser mucho menor para evitar que la señal enviada sea irrecuperable debido a los efectos de la dispersión cromática de la fibra óptica.

Éste ensanchamiento del espectro se debe a un efecto llamado chirp, una fase aleatoria producida en la emisión espontánea cuando cambia la potencia óptica emitida, que se traduce en una señal FM acoplada a la señal que enviamos. Por tanto debemos saber cuánto chirp produce el diodo láser para poder saber a cuanta distancia podemos transmitir datos mediante la fibra óptica.

Por todo ello, el objetivo de este trabajo es estudiar las características del chirp y cómo afecta el parámetro α que lo cuantifica al espectro a la salida del láser. Para ello escribimos un programa en MATLAB que calcula el nivel de los armónicos en función del índice de modulación y del parámetro α , y lo compararemos con los resultados obtenidos en el simulador de sistemas ópticos VPI. Una vez calculados con éxito los armónicos, hemos hallado un método para obtener el valor del parámetro α con los datos que obtendríamos en un receptor óptico.

Title: Distributed feedback Laser diode characterization.

Author: Carlos Guzmán Torres

Director: Concepción Santos Blanco

Date: June, 23th 2011

Overview

The most economical and simple method of transmitting information via laser diodes is using DML (Directly Modulated Laser). However DML systems are generally less spectrally efficient than those using external modulator, and therefore the transmission distance must be much lower so that the signal sent isn't irrecoverable due to the effects of chromatic dispersion of fiber optics.

This broadening of the spectrum is due to an effect called chirp, a random phase produced in the spontaneous emission when changing the emitted optical power, which translates into an FM signal coupled to the signal we send. Therefore, we must know how much chirp produces the laser diode to know how far away we can transmit data through the optical fiber.

Therefore, the aim of this work is to study the characteristics of the chirp and how the α -parameter that quantifies it affects the output spectrum of the laser. That's why we type a MATLAB program that calculates the level of harmonics as a function of modulation index and the α -parameter, and compare them with results obtained in the optical systems simulator VPI. Once successfully calculated the harmonics, we have found a method to obtain the value of the parameter α with the data we would get in an optical receiver.

ÍNDICE

	Página
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. PRINCIPIOS BÁSICOS DE LOS DIODOS LÁSER.....	3
1.1 Interacción de la luz con la materia	3
1.2 Principio de funcionamiento de un láser semiconductor	5
1.3 Láser tipo DFB (Distributed Feedback)	6
1.4 Láser modulado directamente (DML)	8
CAPÍTULO 2. CONCEPTOS BÁSICOS DE COMUNICACIONES ÓPTICAS .	12
2.1 Índice de modulación.....	12
2.2 Optical Modulation Index (OMI)	14
2.3 Conversiones de ancho de banda	15
2.4 Heterodinaje o Detección heterodina coherente	16
2.5 Fibra óptica.....	17
CAPÍTULO 3. CHIRP	18
3.1 Relación entre modulación de intensidad y modulación de frecuencia	21
3.2 Efectos del chirp transitorio en diodos láser directamente modulados	24
3.2.1 Ensanchamiento espectral debido al chirp	24
3.2.2 Producto tiempo-ancho de banda de pulsos con chirp	26
3.3 Medición del chirp.....	27
3.3.1 Medición espectral de la modulación	28
CAPÍTULO 4. PROGRAMACIÓN EN MATLAB.....	31
4.1 Desarrollo del programa de cálculo de coeficientes	31
4.2 Características de los coeficientes obtenidos	35
4.3 Gráficas de MATLAB	36
CAPÍTULO 5. SIMULACIÓN EN VPI	43
5.1 Aspectos básicos de trabajo con VPI.....	43
5.2 Elección del módulo láser a utilizar en las simulaciones	44
5.3 Configuración del láser.....	46
5.4 Análisis de las simulaciones	46
CONCLUSIONES Y LÍNEAS DE FUTURO	50
REFERENCIAS.....	52
ANEXOS	54
I. Glosario de términos	55
II. Producto tiempo-ancho de banda de un pulso con forma Gaussiana	56
III. Matemáticas.....	58
IV. Código del programa para calcular los coeficientes	60
V. Parámetros utilizados en la simulación VPI.....	64

AGRADECIMIENTOS

Primeramente quiero agradecer a la directora de este trabajo, M^a Concepción Santos, proponer la realización de este TFC y por toda la ayuda y comprensión que me ha otorgado durante toda realización de este TFC.

Personalmente me atrae el tema de las comunicaciones ópticas, y pienso que no se estudia lo suficiente durante la carrera, sobre todo teniendo en cuenta que es el futuro de las conexiones de datos a los hogares.

Quiero dedicar este TFC a mi familia y amigos, por todo el apoyo que me han dado, acordándome especialmente de Irene.

INTRODUCCIÓN

En la década de los 60 nacieron los primeros láser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation). Gracias a las propiedades particulares del haz de radiación luminosa de potencia concentrada, el láser se ha convertido en una herramienta ideal en muchas aplicaciones donde se precise de una fuente controlada y localizada de energía. Su luz directiva, coherente y monocromática y la facilidad para su control automático han permitido un gran abanico de aplicaciones que se han multiplicado gracias a la aparición del diodo láser semiconductor.

Por todo ello, su uso se ha extendido en campos tan dispares como la electrónica de consumo, las tecnologías de la información, el análisis en ciencia, los métodos de diagnóstico y tratamiento en medicina, así como el mecanizado, soldadura o sistemas de corte en sectores industriales y militares, entre otros. Concretamente, en el ámbito de las comunicaciones, los diodos láser semiconductores han obtenido importantes mejoras que han permitido que se convierta en el sistema de transmisión de datos más rápido en la actualidad, con un reducido tamaño, coste y consumo, al mismo tiempo que una mayor eficiencia, fiabilidad y durabilidad.

Tradicionalmente los láseres semiconductores se han modulado directamente (Directly Modulated Lasers, o DML). Esto consiste en aplicar al diodo láser una corriente eléctrica ya modulada para que se convirtiese en una potencia óptica proporcional a la corriente aplicada al láser. Sin embargo, el ancho de banda de la señal generada por los diodos láser es mayor que el que idealmente cabría esperar, limitando el espectro aprovechable y por tanto limitando la velocidad de transmisión de datos. Éste efecto recibe el nombre de *Chirp* o *Chirping*, y es debido a fotones generados en la emisión estimulada que tienen una fase aleatoria cuando cambia la potencia óptica que emiten los láseres. Ésta fase aleatoria se traduce en una señal FM indeseada acoplada a la señal generada por el láser, produciendo un ensanchamiento del espectro de la señal que enviamos.

El chirp, unido a la distorsión cromática de la fibra óptica, determina la distancia máxima a la que se puede enviar la señal para poder recibir correctamente el mensaje que se envía. Por tanto debemos saber cuánto chirp produce el diodo láser para poder saber a cuánta distancia podemos transmitir datos mediante la fibra óptica.

Frente a la modulación directa del láser, la aparición de los moduladores externos Mach-Zehnder significó un avance importante porque:

- 1) permiten que la fuente óptica funcione con un nivel constante de alimentación con lo que se prolonga su vida media

- 2) se consigue una mayor velocidad de modulación puesto que no se basa en el movimiento de electrones en el diodo semiconductor
- 3) se reduce el chirp porque el hecho de modular no modifica la potencia óptica emitida por el diodo láser (el modulador está después del láser). Los moduladores externos también producen chirp al modular, aunque mucho más pequeño y pudiendo ser eliminado completamente [1]

Actualmente los sistemas con moduladores externos son caros, pero permiten distancias y/o velocidades de transmisión de datos elevados con respecto sistemas de modulación directa. Para aplicaciones más sencillas y para distancias y/o velocidades moderadas, se opta por usar sistemas DML al ser más baratos y considerarse aceptables los efectos del chirp en dichos casos. La transmisión de datos a través de fibra óptica está obteniendo cada vez un mayor interés, ya que la demanda de tráfico de datos aumenta constantemente y se plantea llevar la conexión a internet a los hogares mediante fibra óptica (FTTH).

Por todo ello, los objetivos de este trabajo son estudiar cómo funciona un diodo láser tipo DFB, porqué se produce chirp, qué efectos tiene el chirp en el espectro que produce un láser DFB cuando se modula directamente, ver los efectos del chirp sobre el espectro óptico en un software comercial (VPI), buscar expresiones analíticas para las componentes espectrales usando MATLAB, y cómo aplicar a métodos de caracterización del chirp.

En el capítulo 1 se explican los principios físicos que permiten la obtención de luz láser en diodos semiconductores, cómo disponer de diodos láser monomodo y en qué consiste modular directamente un diodo láser.

En el capítulo 2 se explican una serie de conceptos básicos en las comunicaciones ópticas que necesitamos tener en mente para la realización de nuestro trabajo.

En el capítulo 3 se analiza con detalle cómo se produce el chirp, qué efectos tiene en las transmisiones ópticas, y cómo se puede medir en sistemas DML reales.

En el capítulo 4 describimos cómo hemos implementado un programa de cálculo de coeficientes espectrales en MATLAB que nos permitirá obtener la amplitud normalizada de los armónicos con distintos valores de índice de modulación y del parámetro α que como se verá es el parámetro mediante el cual se cuantifica el nivel de chirp de tipo transitorio que añade un láser.

Finalmente en el capítulo 5 empleamos el programa de simulación de sistemas ópticos VPI que nos permitirá comprobar si el programa de MATLAB calcula correctamente el nivel normalizado de los armónicos para distintos valores del índice de modulación y del parámetro α .

CAPÍTULO 1. PRINCIPIOS BÁSICOS DE LOS DIODOS LÁSER

1.1 Interacción de la luz con la materia

La mecánica cuántica justifica que los electrones asociados a un determinado átomo adquieren niveles discretos de energía dentro de unos valores determinados que son característicos del átomo. Estos niveles discretos de energía corresponden a las órbitas permitidas de un átomo aislado según el modelo de Rutherford. Ahora bien, los materiales están formados por muchos átomos que o bien se mueven y colisionan (gas) o vibran alrededor de una posición fija estable (sólido) o están en un estado intermedio de los dos anteriores. En el caso de un gas a baja presión, los átomos están muy separados y por tanto podemos asumir que el comportamiento de cada átomo individual explica el comportamiento del gas en su conjunto. Sin embargo, en un material sólido con gran cantidad de átomos (del orden de 10^{23} átomos) como por ejemplo un cristal semiconductor, los niveles de energía se asocian en dos bandas que se denominan: *banda de valencia*, cuyos electrones están ligados a los átomos del material; y *banda de conducción*, cuyos electrones pueden moverse por el material [2].

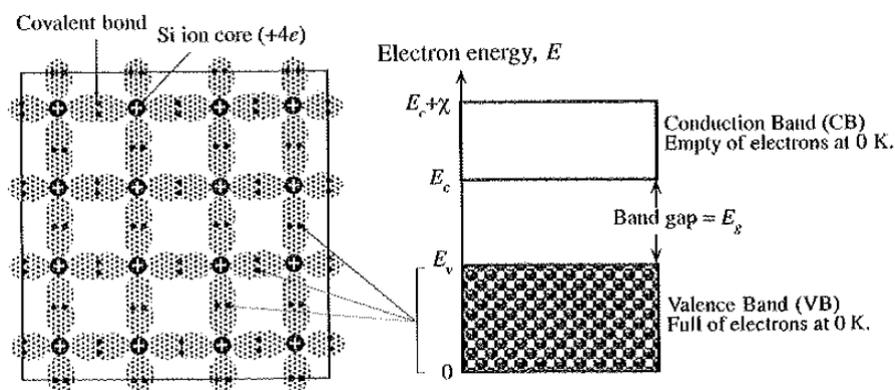


Figura 1.1. Esquema simplificado de una región de un cristal de silicio. Cuando los electrones están ligados a los átomos del material, decimos que están en la banda de valencia.

Como se observa en la figura anterior, existe una separación entre la banda de valencia y la banda de conducción denominada *brecha de energía* (*band gap* en inglés), no existiendo ningún nivel de energía posible dentro de esta zona. El valor de este gap es típico del material semiconductor y determina la longitud de onda a la que puede emitir o absorber fotones.

Por naturaleza, en ausencia de perturbaciones externas, los electrones tienden a estar en un *estado de equilibrio* o también llamado *estado fundamental* donde la energía del electrón es mínima. En los materiales semiconductores, este estado de equilibrio se

corresponde a la banda de valencia. Sin embargo, existe la posibilidad de que un electrón gane energía por interacción con un fotón, lo que produce que el electrón pase a estar en la banda de conducción. Éste fenómeno recibe el nombre de *absorción*, y se produce cuando la energía del fotón equivale a la diferencia de energía entre las bandas de valencia y de conducción. Es decir, que tiene que cumplirse que $E_c - E_v = E_g = h \cdot \nu$ donde h es la constante de Planck y ν es la frecuencia óptica del fotón, la cual está relacionada con la longitud de onda del fotón por la relación $\nu = c/\lambda$, donde c es la velocidad de la luz.

Al cabo de un tiempo determinado, los electrones tienden a volver al estado de equilibrio, es decir a la banda de valencia. Cuando esto sucede, la diferencia de energía es emitida en forma de fotón, cuya frecuencia óptica depende de la energía perdida en el proceso. Este fenómeno se denomina *emisión espontánea*, y es el proceso inverso de la absorción.

Existe un tercer tipo de interacción llamada *emisión estimulada* que se produce cuando un material con electrones en la banda de conducción es perturbado por un fotón que tiene la misma cantidad de energía que la diferencia entre la banda de valencia y la banda de conducción de los átomos con los que está formado el material. En este caso, existe la posibilidad de que un átomo libere un fotón con la misma energía, fase y dirección del fotón incidente original, es decir que los dos fotones son *coherentes*. La emisión estimulada es la raíz de muchas de las características de la luz láser. No sólo produce luz coherente y monocroma, sino que también "amplifica" la emisión de luz ya que por cada fotón que incide sobre un electrón excitado se genera otro fotón que a su vez es susceptible de generar otro.

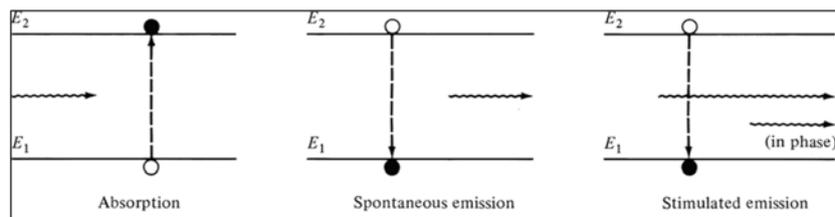


Figura 1.2. Tipos de interacciones fotón-electrón.

Para que la emisión estimulada sea superior a la absorción se requiere inversión de población, esto significa que la gran mayoría de electrones libres se sitúan en la banda de conducción, mientras que la banda de valencia tiene una ocupación inferior. Se le llama inversión de población porque los átomos tienden al nivel de menos energía por naturaleza.

1.2 Principio de funcionamiento de un láser semiconductor

La figura 1.3 muestra la estructura básica de un diodo láser. Se trata de una unión P-N polarizada en directa y colocada en una cavidad óptica (también llamada región activa o active layer en inglés) que favorece una alta concentración de fotones y que maximiza la probabilidad de las colisiones fotón-electrón, de forma que se produzca retroalimentación y aumentando la probabilidad de que se generen fotones por emisión estimulada en una especie de proceso en cascada. Por encima de un umbral de corriente determinado (*threshold* en inglés) conseguimos enviar a la banda de conducción suficientes electrones como para obtener la inversión de población necesaria para que la probabilidad de producirse emisión estimulada supere a la de absorción, liberando energía en forma de radiación láser [3].

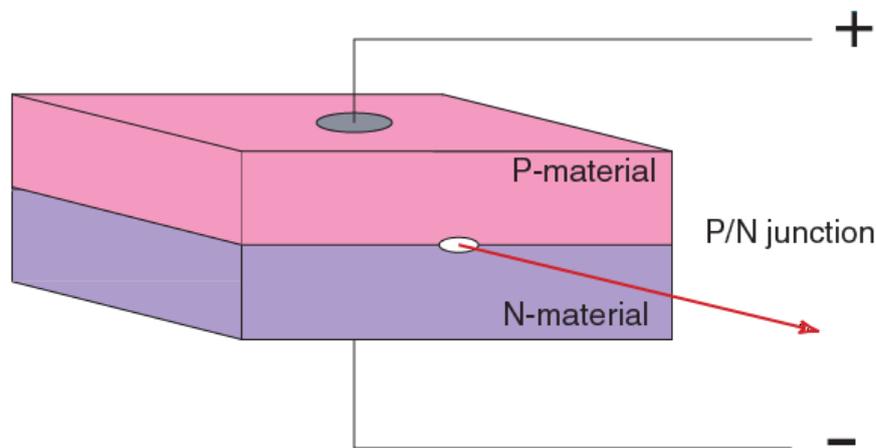


Figura 1.3. Estructura básica de un diodo láser.

En muchos láseres, la cavidad óptica está formada por dos espejos semireflectantes paralelos a cada extremo de la cavidad, cuya función es reflejar únicamente los múltiplos de una frecuencia determinada, generando una onda estacionaria dentro de la cavidad. Este tipo de cavidad se denomina *resonador Fabry-Perot* y los láseres fabricados con esta cavidad suelen llamarse *láseres Fabry-Perot*. Normalmente éste tipo de láseres son multimodo, es decir que generan múltiples longitudes de onda y la reflectividad de los espejos no es selectiva con la longitud de onda, resultando en radiación láser a un número de longitudes de onda discretas a la salida del láser [1], tal y como puede verse en la figura 1.4.

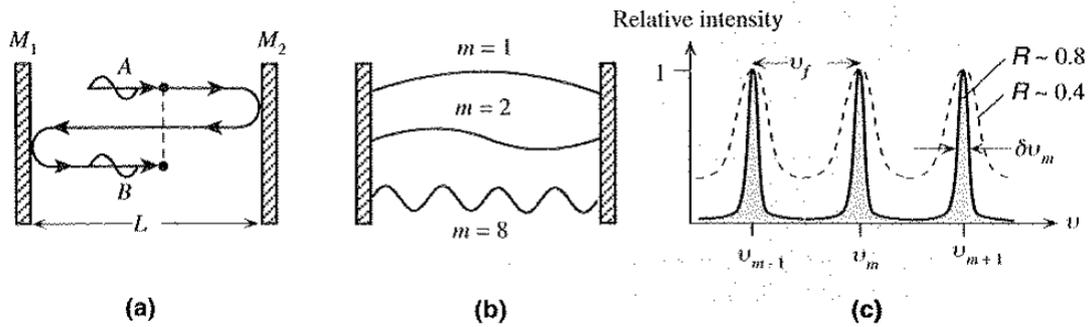


Figura 1.4. Esquemático de la cavidad óptica Fabry-Perot y sus propiedades. (a) Ondas reflejadas interfieren. (b) Sólo los modos de ciertas longitudes de onda están permitidos en la cavidad. (c) Intensidad vs frecuencia para varios modos. R es la reflectancia del espejo y valores menores de R significan mayores pérdidas de la cavidad.

En comunicaciones nos interesa disponer de láseres monomodo, es decir que tienen una única longitud de onda posible en la cavidad, obteniendo un espectro muy estrecho a la salida del láser, lo cual otorga ventajas sobre los láseres multimodo. Una manera de conseguir que un diodo láser sea monomodo es mediante estructuras de realimentación distribuida (Distributed Feedback, o DFB).

1.3 Láser tipo DFB (Distributed Feedback)

En un láser Fabry-Perot, las caras del cristal proveen la retroalimentación óptica necesaria dentro de la cavidad para aumentar la concentración de fotones y con ello mantener la inversión de población necesaria para que se produzca la emisión estimulada.

En cambio, en los láseres DFB (Distributed feedback) hay una capa corrugada periódicamente llamada “guiding layer” a lo largo de la región activa del dispositivo. Estas corrugaciones periódicas con periodo Λ actúan como una red de difracción a lo largo de la cavidad óptica del láser. De manera similar a lo que ocurre en un láser Fabry-Perot, la onda de luz que resuena en la cavidad óptica está compuesta de dos ondas propagándose en sentido opuesto. Sin embargo, en la estructura DFB se crea un acoplamiento mutuo entre las dos ondas, y por tanto dejan de ser necesarios los espejos en la superficie del láser para obtener retroalimentación óptica [1]. Por tanto la retroalimentación es *distribuida* a lo largo de la cavidad.

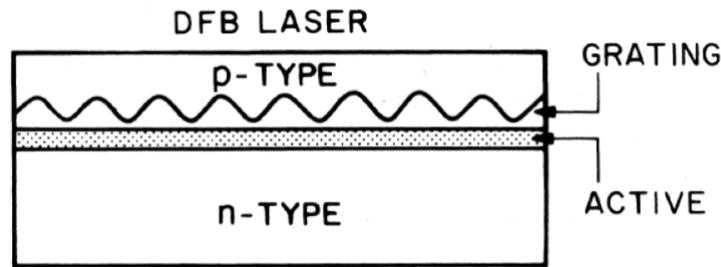


Figura 1.5. Esquema de un láser DFB

Debido a que la región activa actúa como una red de difracción periódica, sólo se produce interferencia constructiva entre las dos ondas en ciertas longitudes de onda, lo cual es un mecanismo que permite la selección de longitudes de onda para la cavidad láser. Para resonar, la longitud de onda tiene que encajar el periodo de la red de difracción, siendo la condición de resonancia de un láser DFB:

$$\lambda_g = 2 \cdot n \cdot \Lambda$$

Donde λ_g es la *longitud de onda de Bragg*, Λ es el periodo de la red de difracción conocido como *grating pitch* y n es el índice de refracción efectivo de la guía de ondas óptica. Para longitudes de onda alejados de la longitud de onda de Bragg, las dos ondas que se propagan en sentidos opuestos se interfieren destructivamente, y por tanto no se mantiene la oscilación para dichas longitudes de onda [1].

En resumen: la red de difracción actúa como el elemento selectivo de longitudes de onda y provee la retroalimentación, reflejando la luz de nuevo a la cavidad óptica para formar el resonador, a diferencia de un láser Fabry-Perot donde la retroalimentación la proporcionan los dos espejos. La red está construida de forma que refleje únicamente una banda de longitudes de onda, y así poder producir un modo único a la salida del láser.

Si la red de difracción es uniforme, a la salida del diodo láser habrá dos picos de resonancia principales separados por una gran banda de parada (stop-band), tal y como se muestra en la figura 1.6 (a). Como resultado, un láser DFB convencional generalmente tiene dos modos. Una manera de conseguir que sólo haya un modo a la salida, es añadir un desplazamiento de un cuarto de onda en medio de la red de difracción. Este desplazamiento de fase de $\lambda/4$ introduce una discontinuidad de fase en la red de difracción y resulta en un pico fuerte de reflexión en el medio de la banda de parada (stop-band), asegurando un único modo en el diodo láser en la longitud de onda de Bragg [1].

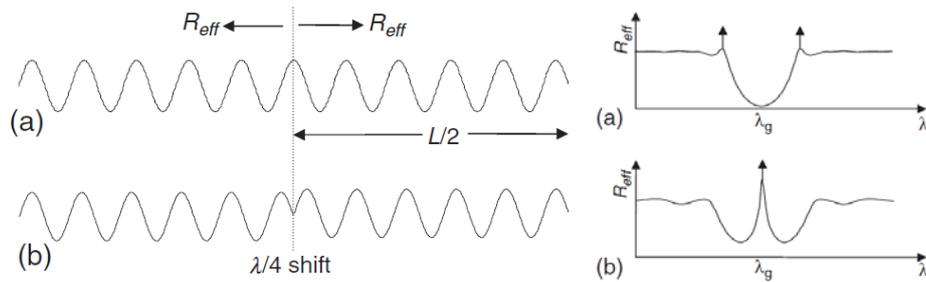


Figura 1.6. Estructura y espectro de un láser DFB con corrugación uniforme (a) y con desfase de $\lambda/4$ en el medio (b).

Los modos permitidos en DFB no son exactamente en longitudes de onda de Bragg, sino que idealmente están situados simétricamente alrededor de λ_g . Sin embargo, siempre hay una asimetría debido a la fabricación de los láseres DFB, la cual produce que solo haya 1 modo muy cercano a λ_g .

1.4 Láser modulado directamente (DML)

Consiste en un diodo láser al que se le aplica una señal eléctrica de información. Este es el sistema más directo para enviar información mediante dispositivos láser. Para que en el diodo láser se consiga la inversión de población necesaria para que se produzca la emisión estimulada, además de que la intensidad a la salida del diodo sea proporcional a la señal de entrada, hay que superar un nivel mínimo de corriente llamado *corriente umbral* [4].

Una vez superado dicho umbral de corriente, las variaciones de corriente eléctrica a la entrada del diodo láser se traducen en variaciones proporcionales de la potencia óptica su salida. Esto se cumple en un caso ideal en el que la curva característica del diodo láser es completamente recta una vez superada la corriente umbral, pero en la realidad no es completamente recta, habiendo un límite superior en la potencia óptica que puede emitir el láser (figura 1.7).

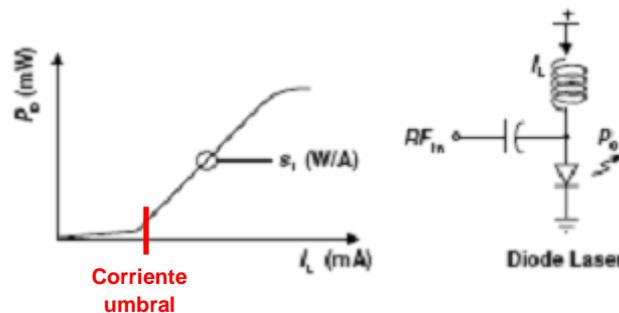


Figura 1.7. Curva característica y esquemático de un diodo láser.

En los diodos láser modulados directamente, existe un fenómeno llamado *chirp* que aumenta el ancho de línea espectral de la señal óptica de salida y que se produce cuando varía la potencia óptica que emite el láser, debido a que junto a la modulación de intensidad se produce una modulación de fase óptica de la señal. Por este motivo se propone que el láser sea modulado en *pequeña señal* (small signal), con tal de disminuir la variación de la amplitud de la señal, y por tanto disminuyendo la cantidad de chirp producido.

Además, si queremos enviar una señal eléctrica analógica cuya corriente varía, es conveniente aplicar una corriente de bias, para que en ningún momento la corriente aplicada al diodo láser sea menor que la corriente umbral. En la figura 1.8 se muestra cómo se aplica esta corriente de bias. En el caso de que la corriente aplicada sea menor al umbral, se distorsionará la señal en el dominio del tiempo, produciendo componentes espectrales indeseados en el espectro óptico generado por el diodo láser. Éste efecto se conoce como *clipping*, y es un efecto indeseado.

Finalmente estas variaciones proporcionales de la potencia óptica a la salida del diodo láser son captadas por un fotodiodo receptor, realizando el proceso inverso y recuperando la información eléctrica original.

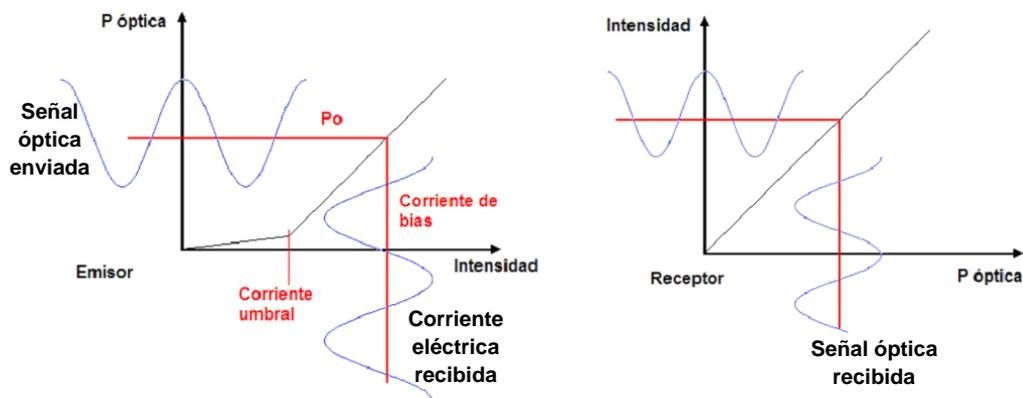


Figura 1.8. Variaciones de corriente y potencia sobre una curva característica de un diodo láser.

En la figura 1.9 se muestra un esquemático del sistema de transmisión convencional en fibra óptica conocido como IM-DD, siglas en inglés de *modulación de intensidad con detección directa*, formado por un emisor y un receptor ópticos en el que se quiere enviar una señal de información eléctrica $i(t)$, convirtiendo la corriente eléctrica en potencia óptica en el emisor, y a la inversa en el receptor.

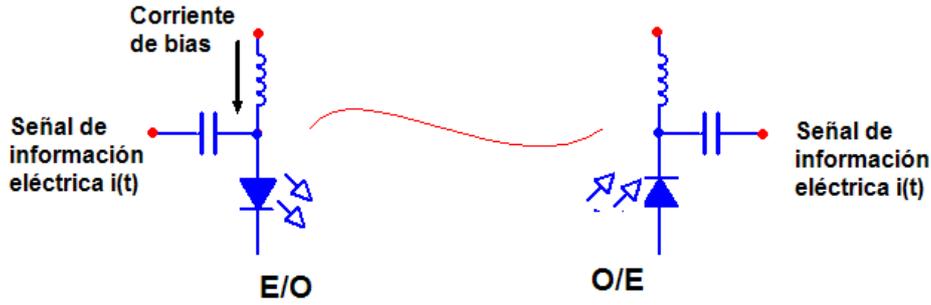


Figura 1.9. Esquema de un sistema con modulación directa y detección directa.

Al tratarse de una modulación de la intensidad o potencia óptica, y no directamente de la amplitud del campo eléctrico de la onda óptica que viaja por la fibra, su espectro está compuesto por varias bandas laterales, réplicas de la señal que se modula.

Para justificarlo matemáticamente, partimos de la expresión de la potencia óptica a la salida del láser, que es la que se muestra en la ecuación (1.1)

$$P_{out} = P_{BIAS} + P_{RF} \cdot \cos(\omega t) \quad (1.1)$$

Donde P_{RF} es la potencia del tono de RF que inyectamos en el diodo láser y P_{BIAS} es la potencia a la que trabaja el láser y que se define mediante la ecuación (1.2) que se desarrolla hasta llegar a la ecuación (1.3)

$$P_{BIAS} = S_l \cdot (I_{BIAS} - I_{Thr}) \quad (1.2)$$

$$P_{out} = P_{BIAS} + G \cdot V_{RF} = S_l \cdot (I_{BIAS} - I_{Thr}) + S_l \cdot G \cdot V_{RF} \cdot \cos(\omega t) \quad (1.3)$$

Donde se introducen los siguientes parámetros:

- G : es la transconductancia del láser, en [A/V].
- S_l es la pendiente de la función de transferencia del láser, en [W/A]: Este parámetro sólo afecta a la potencia total, no interfiere en la modulación.
- I_{BIAS} está directamente relacionado con P_{BIAS} , en [A].
- I_{Thr} es la corriente umbral (Threshold current). Es la mínima corriente a la cual el diodo láser empieza a trabajar en la zona lineal, en [A].

- V_{RF} es la amplitud máxima de la señal moduladora de RF, en [V]

Teniendo en cuenta las expresiones (1.4) y (1.5)

$$V_{RF} \cdot \cos(\omega t) = v(t) \quad (1.4)$$

$$m = \frac{G}{I_{BIAS} - I_{Thr}} \quad (1.5)$$

Se llega a (1.6)

$$P_{out} = P_{BIAS} \cdot (1 + m \cdot v(t)) \quad (1.6)$$

Donde m es el índice de modulación que se corresponde con la amplitud RF de la señal moduladora del láser. Por tanto el campo eléctrico a la salida de un láser $E_{out}(t)$ para una modulación de intensidad, suponiendo un caso ideal, es la raíz cuadrada de la potencia óptica a la salida del láser.

$$E_{out}(t) = \sqrt{P_o} \cdot \sqrt{1 + m \cdot v(t)} \quad (1.7)$$

Para determinar el contenido espectral de la señal, consideremos el Desarrollo en Serie de Taylor de (1.7) obteniendo así la expresión (1.8) que nos permite determinar cuantitativamente el número de bandas laterales.

$$E_{out}(t) = 1 + \frac{m}{2}x(t) - \frac{m^2}{8}x^2(t) + \frac{m^3}{16}x^3(t) + \dots \quad (1.8)$$

Para un tono puro de RF, es decir, $v(t) = \cos(\omega \cdot t)$, cada término del desarrollo de Taylor dará lugar a armónicos a múltiplos de la frecuencia ω , con amplitudes que van decreciendo cuanto mayor es el orden del armónico ya que $m < 1$. Esto dará lugar a bandas laterales separadas una distancia $n \cdot \omega$ de la portadora donde n es el orden del armónico.

En la figura 1.10 se representa de forma cualitativa el espectro para una señal óptica modulada en intensidad.



Figura 1.10. Espectro de una modulación de intensidad.

CAPÍTULO 2. CONCEPTOS BÁSICOS DE COMUNICACIONES ÓPTICAS

En este capítulo presentaremos conceptos importantes en los sistemas de comunicaciones ópticas, no solo en cuanto a transmitir datos se refiere, sino también para trabajar con las frecuencias ópticas.

2.1 Índice de modulación

El índice o profundidad de modulación m describe cuánto varía la amplitud de la señal portadora modulada con respecto a la portadora sin modular. Estas variaciones de amplitud reciben el nombre de *envolvente*, y son las que contienen la información que se desea enviar. En la figura 3.1 se ilustran las variaciones producidas en la portadora y su envolvente.

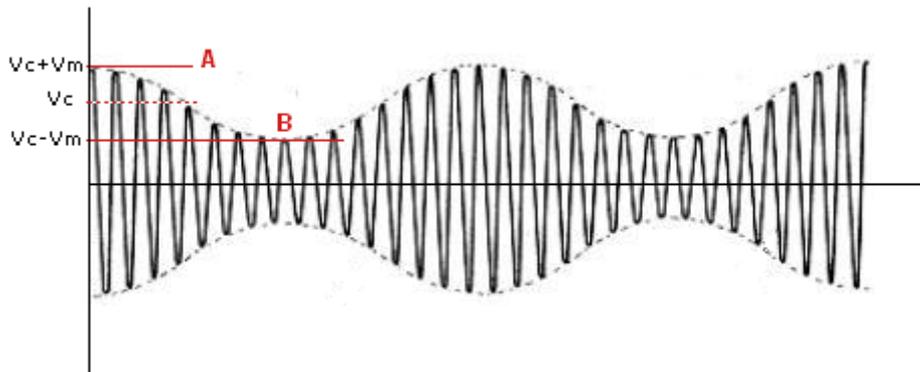


Figura 2.1. Portadora modulada, y representación de la envolvente.

Donde V_c es la amplitud máxima de la portadora antes de ser modulada, y V_m es la amplitud máxima de la señal moduladora. Vemos que tras ser modulada hay dos amplitudes máximas diferentes A y B que definen la variación de la envolvente y que dependen de la amplitud de la señal moduladora $V_m = m \cdot V_c$, y donde m es el índice de modulación. Para entenderlo mejor, supongamos varios casos ilustrados en la figura 2.2:

- $V_c = 1$ y $m = 0 \rightarrow$ La señal no está modulada, tendrá una envolvente con $A = 1$ y $B = 1$. En este caso concreto, la señal no contiene información.
- $V_c = 1$ y $m = 0.5 \rightarrow$ La señal modulada tendrá una envolvente con $A = 1.5$ y $B = 0.5$.
- $V_c = 1$ y $m = 1 \rightarrow$ La señal modulada tendrá una envolvente con $A = 2$ y $B = 0$.

- $V_c=1$ y $m=1.5 \rightarrow$ La señal modulada tendrá una envolvente con $A=2.5$ y $B=0.5$.

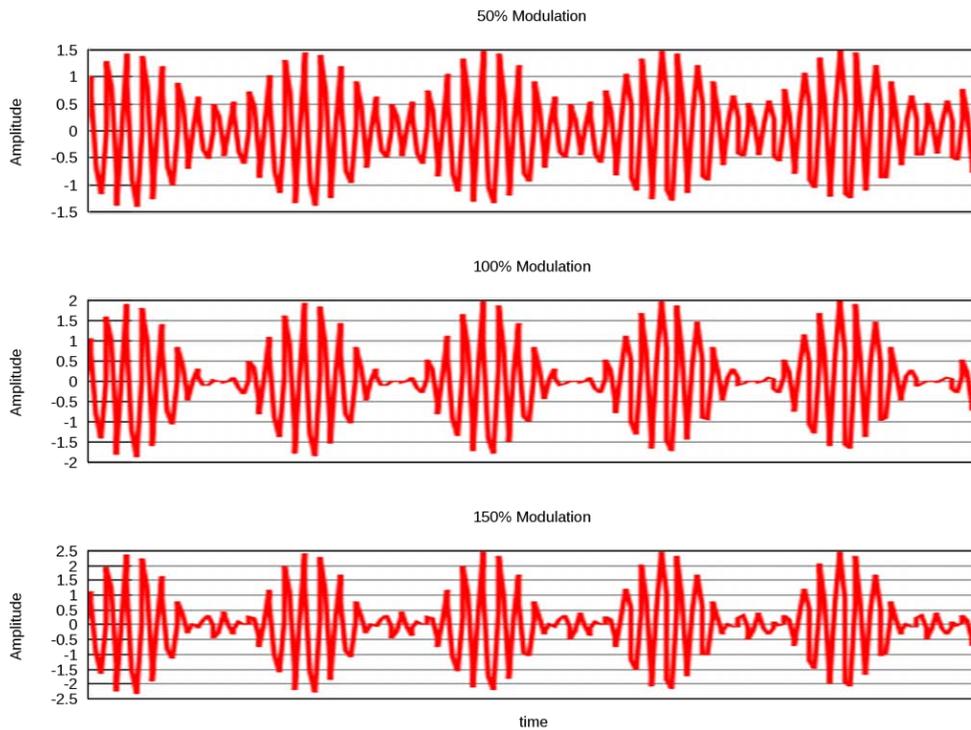


Figura 2.2. Señales moduladas con distintos valores del índice de modulación.

En éste último caso, se observa que la envolvente positiva y la envolvente negativa se solapan. Cuando sucede esto, se dice que hay *sobremodulación* o que la señal está *sobremodulada*. Generalmente la sobremodulación debe evitarse, ya que distorsiona la amplitud de la envolvente y por tanto se generan componentes espectrales indeseadas, no solo porque aumentan el ancho de banda utilizado por la señal transmitida sino también porque puede dar lugar a confusión cuando queremos medir otros efectos que también alteren el espectro de la señal.

Por lo tanto generalmente interesa que la señal sea modulada con el mayor índice de modulación posible sin producirse sobremodulación ni clipping, pero no es así en sistemas que utilizan DML debido al chirp, un fenómeno que aumenta el ancho de línea espectral de la señal óptica a la salida de un diodo láser y que se produce cuando varía la potencia óptica que emite el láser, debido a que junto a la modulación de intensidad se produce una modulación de fase óptica de la señal. A mayor índice de modulación, mayor es la variación de la amplitud de la señal, y por tanto de la potencia óptica a producir, lo que conlleva un mayor chirp.

2.2 Optical Modulation Index (OMI)

Es un parámetro que mide la diferencia en dB entre la portadora y la primera banda lateral de una señal. Si trabajamos en pequeña señal y en ausencia de chirp, puede relacionarse con el índice de modulación según la expresión 2.1 [4].

$$OMI_{IM} (dB) = 20 \cdot \log\left(\frac{m}{2}\right) \quad (2.1)$$

Consideramos el *OMI* para analizar la cantidad de potencia repartida en las bandas principales, mientras que el índice *m* lo utilizamos para definir la amplitud de RF con la que enviamos el mensaje de información.

La figura 2.4 explica gráficamente la definición de OMI de una señal modulada mediante un tono de RF.

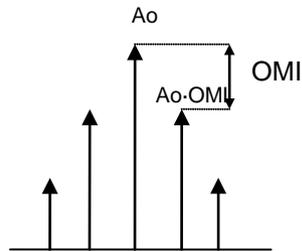


Figura 2.4. Medición de la OMI a partir del espectro óptico.

Según el espectro óptico anterior, la señal detectada a la salida del detector de ley cuadrática de un receptor es proporcional al producto de $A_o^2 \cdot OMI$. De forma teórica en la señal útil también habría una aportación que proviene de los batidos entre bandas superiores, añadiendo una distorsión a la señal, pero estos batidos se cancelan entre sí en el receptor cuando el canal no distorsiona.

Un valor bajo de OMI indica un primer armónico elevado, lo que en modulación directa IM implica tener muchas bandas laterales con información que, más tarde, se desecharán en recepción.

En nuestro trabajo utilizamos la OMI como el valor normalizado del primer armónico, para comprobar si los cálculos realizados por el programa de MATLAB concuerdan con la simulación en VPI. Por lo tanto, obtendremos una expresión de la OMI en presencia de chirp, a diferencia de la expresión anterior.

2.3 Conversiones de ancho de banda

En este apartado estableceremos una equivalencia entre el ancho de banda en longitud de onda, típico de la óptica, y el ancho de banda en frecuencia, típico del dominio eléctrico. Para relacionarlos podemos hacer una aproximación de conversión para pasar un ancho de banda óptico a un ancho de banda eléctrico y viceversa [3].

Sabemos que:

$$\Delta f = \frac{c}{\lambda_2} - \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_2 \lambda_1} \quad (2.2)$$

Si consideramos que:

$$\Delta \lambda = \lambda_1 - \lambda_2$$

$$\lambda_2 = \lambda_0 - \frac{\Delta \lambda}{2}$$

$$\lambda_1 = \lambda_0 + \frac{\Delta \lambda}{2}$$

(2.3)(2.4)(2.5)

Obtenemos:

$$\Delta f = \frac{c \cdot \Delta \lambda}{\left(\lambda_0 - \frac{\Delta \lambda}{2}\right) \left(\lambda_0 + \frac{\Delta \lambda}{2}\right)} = \frac{c \cdot \Delta \lambda}{\left(\lambda_0^2 - \frac{\Delta \lambda^2}{4}\right)} \quad (2.6)$$

Si consideramos que $\Delta \lambda \ll \lambda_0$ obtenemos:

$$\Delta f \approx \frac{c}{\lambda_0^2} \Delta \lambda \leftrightarrow \Delta \lambda \approx \frac{\lambda_0^2}{c} \Delta f \quad (2.7)$$

Si queremos saber la aproximación de por ejemplo 1 pm en la longitud de onda del láser de 1550 nm:

$$\Delta f \approx \frac{c}{\lambda_0^2} \Delta \lambda \rightarrow \Delta f \approx \frac{3 \cdot 10^8}{(1550 \cdot 10^{-9})^2} \cdot 1 \cdot 10^{-12} \approx 125 \cdot 10^6 \quad (2.8)$$

Obtenemos que 1pm es equivalente a 125 MHz cuando el láser es de 1550 nm.

2.4 Heterodinaje o Detección heterodina coherente

Es un sistema muy utilizado en telecomunicaciones ya que permite mover una frecuencia o un grupo de frecuencias a otra zona del espectro. En concreto, para la medida del chirp, nos puede interesar discriminar las bandas laterales en el espectro de la señal óptica modulada. Si consideramos una modulación de 1 GHz, las bandas se situarían a 8 pm de la portadora. Un OSA típico tiene una resolución de 0.1nm, con lo que no sería posible visualizar correctamente el nivel de cada una de las bandas.

Si mezclamos una frecuencia con otra podemos aprovechar la diferencia entre ellas para obtener una frecuencia inferior o la suma para obtener una superior. Esto resulta interesante ya que podemos manipular la frecuencia de una portadora sin modificar las características de la señal moduladora.

En nuestro caso nos será muy útil para bajar frecuencias ópticas a frecuencias eléctricas, en las que analizar y seguir el comportamiento de una señal modulada en el analizador de espectros eléctrico (ESA-Electric Spectrum Analyzer), cosa que no se puede hacer en el analizador óptico (OSA-Optical Spectrum Analyzer) porque la resolución en frecuencia es mucho más pobre.

En el esquema de la figura 2.5 podemos observar el sistema. Con la ayuda de un acoplador, combinamos una frecuencia con otra modulada y su diferencia es visible en el ESA.

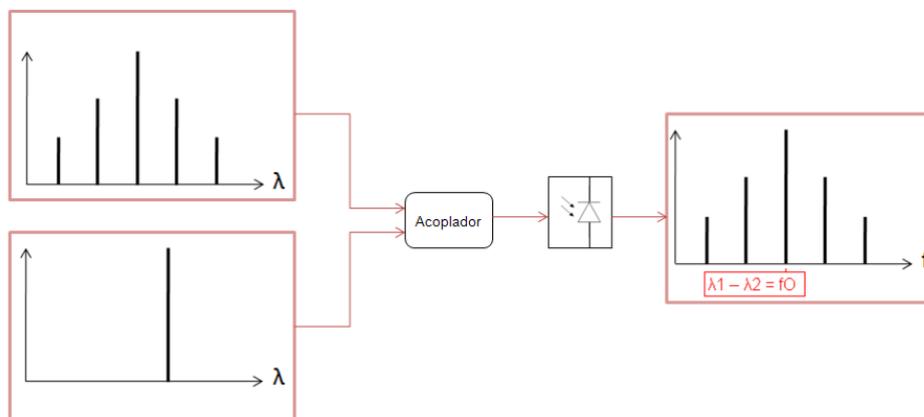


Figura 2.5. Esquema del heterodinaje.

A continuación explicaremos el heterodinaje matemáticamente para entender lo que sucede. Si consideramos como referencia:

$$E = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad (2.9)$$

Puesto que por cada fotón incidente se genera un electrón, en el fotodiodo receptor la corriente viene definida por la siguiente fórmula:

$$I_D = R \cdot |E^2| \quad (2.10)$$

Buscamos el campo al cuadrado:

$$E^2 = \cos^2(\omega_1 t) + \cos^2(\omega_2 t + \phi_2) + 2 \cos(\omega_1 t) \cdot (\omega_2 t + \phi_2) \quad (2.11)$$

$$E^2 = \frac{1}{2} + \frac{\cos 2\omega_1 t}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\cos 2(\omega_2 t + \phi_2)}{2} + 2 \frac{\cos(\omega_1 t + \omega_2 t + \phi_2) + \cos(\omega_1 t - \omega_2 t - \phi_2)}{2} \quad (2.12)$$

$$E^2 = 1 + \cos(\omega_1 t + \omega_2 t + \phi_2) + \cos(\omega_1 t - \omega_2 t - \phi_2) \quad (2.13)$$

La expresión anterior nos muestra cómo la corriente detectada contiene un término a la frecuencia diferencia. Si este término cae dentro de la banda de respuesta eléctrica del fotodiodo, obtendremos a su salida un término a esta frecuencia que podremos ver en un analizador de espectros eléctrico. El término suma de frecuencias estará por supuesto fuera de esta banda y no nos dará ninguna señal a la salida del fotodiodo.

2.5 Fibra óptica

En el ámbito de la transmisión de datos, generalmente la fibra óptica es el medio por el que se transmiten las señales ópticas producidas por los diodos láser. Esto es debido a que la fibra óptica es un medio inmune a las interferencias electromagnéticas, además de tener una atenuación muy baja, entre muchas otras ventajas.

Sin embargo, la fibra óptica también produce variaciones sobre la señal óptica que viaja a través de ella, produciendo distorsiones en la señal recibida al otro extremo de la fibra. En este proyecto se considera la propagación a través de fibra monomodo, por tanto la distorsión más importante a tener en cuenta será la dispersión cromática.

A causa de la dispersión cromática, cada componente espectral de la señal que viaja por la fibra sufre un retardo (o cambio de fase) diferente en su viaje a través de la fibra óptica [5] lo cual produce una alteración indeseada del espectro óptico recibido en el receptor y que dificulta la recuperación de la señal original.

CAPÍTULO 3. CHIRP

En comunicaciones ópticas, se define como *Chirp* o *Chirping* a la modulación de frecuencia (FM) asociada a la modulación en intensidad óptica, tanto en sistemas que utilizan modulación directa (DML) como en sistemas con modulación externa. En el caso de los diodos láser modulados directamente el chirp produce un ensanchamiento, generalmente indeseado, del espectro. En cambio, en los moduladores externos Mach-Zehnder, el chirp puede ser tanto positivo como negativo, posibilitando el control de su valor e incluso su eliminación completa. En algunos casos no interesa eliminar completamente el chirp, porque puede usarse para compensar los efectos de la dispersión cromática de la fibra óptica a través de la que se transmite la información [1]. Por estos motivos los sistemas que emplean modulación externa son indicados para transmitir información a grandes distancias y a elevadas velocidades de transmisión de datos. Sin embargo dichos sistemas son caros y complejos actualmente.

En cambio, los sistemas DML son indicados para aplicaciones más sencillas y económicas. Estos sistemas se basan en aprovechar una característica única de los láseres semiconductores: las variaciones en la corriente inyectada al diodo láser producen una variación de la potencia óptica generada, lo cual permite modular una señal de información en formato eléctrico sobre una portadora óptica. Aunque no se pueda evitar la presencia de chirp en las señales enviadas por dichos sistemas, se considera que la cantidad de chirp típica de los DML es aceptable para distancias y/o velocidades de transmisión moderadas. Por todo ello elegimos estudiar el chirp en sistemas DML.

En los láseres semiconductores, al cambiar la potencia óptica que genera el láser, los eventos de emisión espontánea producen una variación de la intensidad óptica de salida (RIN) y también una variación de fase [1] la cual es el origen del chirp en los sistemas DML. En este trabajo nos centraremos únicamente en las variaciones espúreas de fase y sus efectos en la señal óptica transmitida.

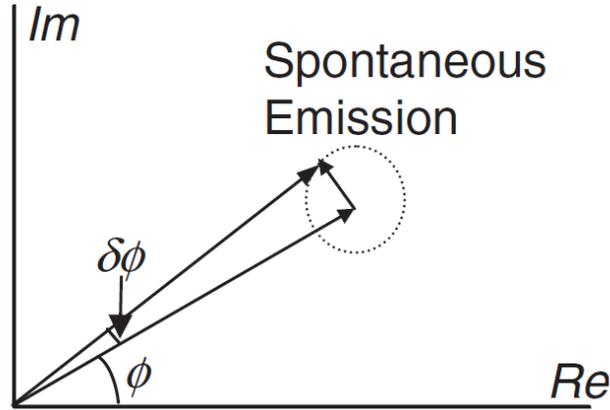


Figura 3.1. Diagrama del vector del campo óptico. Ilustración del ruido de fase óptico generado debido a los eventos de emisión espontánea.

Éste ruido de fase causa un ensanchamiento del espectro óptico, también llamado *ancho de línea espectral (spectral linewidth)*, a la salida del diodo láser. Como consecuencia, habrá un límite superior de la tasa de bits con la que pueda trabajar el sistema, por lo tanto es un efecto indeseado que debemos minimizar. Este ancho de línea es proporcional al ritmo de la emisión espontánea R_{sp} e inversamente proporcional a la densidad de fotones S [6]

$$\Delta\omega \propto R_{sp} / (2 \cdot S)$$

La variación de la densidad de fotones introducida por cada evento de emisión espontánea causará un cambio en la fase óptica debido a un cambio en la *densidad de portadora (carrier density)*. Existe una relación [6] entre densidad de portadora y frecuencia óptica emitida. Ésta relación se denomina *carrier effect* y se da por las ecuaciones (3.1) y (3.2).

$$(v - v_{th}) = -\frac{v_{th}}{\bar{\mu}_e} \cdot \frac{\partial \mu_e}{\partial n} \cdot (n - n_{th}) \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dt} &= -\frac{\omega_{th}}{\bar{\mu}_e} \cdot \frac{\partial \mu_e}{\partial n} \cdot (n - n_{th}) = -\frac{\omega_{th}}{\bar{\mu}_e} \cdot \frac{\partial \mu_e'}{\partial \mu_e''} \cdot \frac{\partial \mu_e''}{\partial n} \cdot (n - n_{th}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot v_g \cdot \frac{\partial g}{\partial n} \cdot (n - n_{th}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Donde los parámetros utilizados son los siguientes:

- $\omega_{th} = 2\pi\nu_{th}$ es la frecuencia angular de oscilación en el umbral del láser.
- n es la densidad de portadora.
- n_{th} es la densidad de portadora en el umbral del láser.
- ν es la frecuencia óptica.
- ν_{th} es la frecuencia óptica de resonancia.
- μ_e es el índice de refracción efectivo.
- $\bar{\mu}_e$ es el índice de refracción efectivo de grupo.
- μ_e' es la parte real del índice de refracción.
- μ_e'' es la parte imaginaria del índice de refracción.
- g es la ganancia modal.
- ν_g es la velocidad de grupo de la onda óptica.
- Y finalmente α corresponde al parámetro de Henry [7], el cual define la cantidad de modulación de fase generada por el láser, y es descrito por la ecuación (3.3).

$$\alpha = \partial\mu_e' / \partial\mu_e'' \quad (3.3)$$

Cuando se produce emisión estimulada, el valor de μ_e' es afectado mucho más que μ_e'' , siendo éste el origen de un tipo de chirp: el de tipo *transitorio* o *dinámico* [8, 9]. Hay otro tipo de chirp llamado *adiabático* y es generado por la compresión de ganancia en el láser DFB.

En la práctica, el tipo de chirp más importante a tener en cuenta en los sistemas DML es el de tipo transitorio. Por este motivo, aunque en este capítulo hallaremos las expresiones completas que definen el aumento del ancho de línea producido por el chirp, en este trabajo nos centraremos en el chirp transitorio y supondremos que no se produce chirp adiabático, tanto en el sistema que simularemos en VPI como en el programa de MATLAB que veremos en capítulos posteriores.

3.1 Relación entre modulación de intensidad y modulación de frecuencia

Dada una modulación de intensidad, puede predecirse la modulación de frecuencia relacionada y por tanto el chirp asociado [6]. Puesto que la densidad de portadora dentro del láser controla tanto la intensidad óptica como la frecuencia óptica de emisión, el parámetro de Henry α es útil para relacionar modulación de intensidad y modulación de frecuencia directamente.

Partimos sabiendo que la intensidad óptica es proporcional al número de fotones, lo cual está relacionado con la densidad de portadora mediante la ecuación (3.4) de la tasa de fotones S .

$$\frac{dS}{dt} = S \cdot \left(R_{st} - \frac{1}{\tau_{ph}} \right) + R_{sp} \quad (3.4)$$

Donde $S \cdot R_{st}$ es la cantidad de fotones por unidad de tiempo que son generados debido a emisión estimulada, S/τ_{ph} son los fotones perdidos por unidad de tiempo, y R_{sp} es el número de fotones generados espontáneamente por unidad de tiempo dentro del modo láser oscilatorio considerado.

Al introducir la ganancia normalizada $G = R_{st} \cdot \tau_{ph}$ y el factor K_{tot} de la emisión espontánea, se obtiene

$$\frac{dS}{dt} = \frac{S}{\tau_{ph}} \cdot (G - 1) + K_{tot} \cdot R_{sp} \quad (3.5)$$

Donde la ganancia normalizada G contiene una parte lineal y otra no lineal de acuerdo con la ecuación (3.6)

$$G = G_L \cdot (1 - \kappa \cdot P) = G_L \cdot (1 - \kappa_s \cdot S) \quad (3.6)$$

Los parámetros κ y κ_s describen el efecto de ganancia no lineal y de distribución de portadora no homogénea, donde κ_s (debido a no homogeneidades) puede ser tanto positivo como negativo. Interesa que los coeficientes de compresión de ganancia κ y κ_s sean lo más cercanos a 0.

Siendo G muy próxima a la unidad por encima del umbral, incluso para señales con gran modulación, podría ser expandido en términos de $n = n_{th}$ donde n_{th} corresponde a la densidad de portadora para el cual la ganancia lineal G_L es la unidad, produciendo

$$G = 1 + \frac{\partial G}{\partial n} \cdot (n - n_{th}) - \kappa_s \cdot S \quad (3.7)$$

La ecuación de tasa de fotones (3.5) con $R_{sp} \approx n_{sp} / \tau_{ph}$ se escribe entonces como

$$\frac{dS}{dt} = \frac{S}{\tau_{ph}} \cdot \left(\frac{\partial G}{\partial n} \cdot (n - n_{th}) - \kappa_s \cdot S \right) + K_{tot} \cdot n_{sp} / \tau_{ph} \quad (3.8)$$

Puesto que $G = g \cdot v_g \cdot \tau_{ph}$ tenemos

$$\frac{\partial G}{\partial n} = \frac{\partial g}{\partial n} \cdot v_g \cdot \tau_{ph}$$

Y la ecuación (3.2) queda

$$2 \cdot \pi \cdot (v - v_{th}) = \frac{\alpha}{2 \cdot \tau_{ph}} \cdot \frac{\partial G}{\partial n} \cdot (n - n_{th}) \quad (3.9)$$

La ganancia no lineal se ha introducido en la ecuación (3.8). Sin embargo, se supone que el índice de refracción es lineal, dependiendo únicamente de la densidad de portadora, de manera que el número de fotones S no aparece explícitamente en la ecuación (3.9). Esta suposición está apoyada por las referencias [10, 11] indicando que la ganancia no lineal es mucho más importante que el índice de refracción no lineal.

Con las ecuaciones (3.8) y (3.9) se obtiene una relación directa entre el número de fotones S y la frecuencia óptica v de acuerdo con

$$v - v_{th} = \Delta v = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{\alpha}{4\pi} \cdot \left(\frac{d(\ln S)}{dt} + \frac{1}{\tau_{ph}} \cdot [\kappa_s \cdot S - K_{tot} \cdot n_{sp} / S] \right) \quad (3.10)$$

Esta relación es muy útil en muchos aspectos. Dada una modulación de intensidad, predice la modulación de frecuencia relacionada y por tanto el chirp asociado. Por otra parte, esta relación da una estimación para el coeficiente α y el coeficiente de compresión de ganancia κ_s .

Estrictamente hablando, la ecuación (3.10) no es válida cuando la densidad de portadora no es homogénea ni axialmente ni lateralmente. Afortunadamente, incluso cuando se tienen en cuenta las no homogeneidades, la relación entre modulación de intensidad y modulación de frecuencia todavía puede describirse mediante la ecuación (3.10), al

menos aproximadamente, si se ajusta apropiadamente el parámetro κ_s . En nuestro caso, esto no nos afecta porque suponemos que $\kappa_s = 0$.

Suponiendo que usamos una modulación sinusoidal en pequeña señal del número de fotones S de acuerdo con

$$S = \langle S \rangle + \text{Re}(\Delta S \exp(j\omega_m t)) \quad (3.11)$$

Con $|\Delta S| \ll \langle S \rangle$ y ω_m expresando la frecuencia de la modulación (angular), la modulación de frecuencia puede ser escrita como

$$v = \langle v \rangle + \text{Re}(\Delta v \exp(j\omega_m t)) \quad (3.12)$$

Y la ecuación (3.10) pasa a ser

$$\frac{\Delta v}{\Delta S} = \frac{\alpha}{4 \cdot \pi \cdot \langle S \rangle} \cdot (j\omega_m + \omega_g) \quad (3.13)$$

Con

$$\omega_g = \left(\frac{\kappa_s}{\tau_{ph}} \right) \langle S \rangle + \frac{K_{tot} \cdot n_{sp}}{\langle S \rangle \cdot \tau_{ph}} \quad (3.14)$$

Para frecuencias de modulación bajas, la modulación de frecuencia (FM) simplemente es proporcional a la modulación de intensidad (IM) y esta proporcionalidad se controla con las características de la frecuencia ω_g .

Suele ser más conveniente relacionar el índice de modulación de la FM

$$M = |2 \cdot \pi \cdot \Delta v / \omega_g| \quad (3.15)$$

Con el índice de modulación de la IM

$$m = |\Delta S / \langle S \rangle| \quad (3.16)$$

Por tanto

$$\frac{M}{m} = \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_g}{\omega_m}\right)^2} \quad (3.17)$$

La medida del índice de modulación de la FM es muy simple, ya que en una señal modulada con FM se puede constatar fácilmente si la frecuencia portadora se desvanece, lo cual ocurre cuando $M=2'4$. [6]

Hemos demostrado que hay una relación entre la modulación de intensidad y la modulación de frecuencia asociada, lo cual nos permite hallar cuánto aumentará el ancho de banda óptico en un sistema DML. Ahora podemos pasar al siguiente apartado donde utilizaremos la relación anterior para cuantificar el aumento del ancho de banda.

3.2 Efectos del chirp transitorio en diodos láser directamente modulados

Incluso cuando un diodo láser es monomodo como un láser DFB, su espectro de salida se ensancha considerablemente bajo modulación directa, puesto que la modulación de intensidad siempre está acompañada de una modulación de frecuencia. Este ensanchamiento espectral, que procede del chirp, es el causante de que la tasa de bits que se transmite a través de fibras ópticas monomodo esté limitada en gran medida. Diferentes componentes espectrales sufrirán diferentes retrasos a través de la fibra óptica porque la velocidad de propagación de la luz depende de la frecuencia óptica de la señal que atraviesa la fibra óptica. Éste efecto se denomina dispersión cromática, la cual en definitiva produce un ensanchamiento de los pulsos en el otro extremo de la fibra [5].

3.2.1 Ensanchamiento espectral debido al chirp

Con tal de tener una idea aproximada de la magnitud del ensanchamiento del espectro debido a chirp del láser, es conveniente considerar el ancho de banda de una modulación de frecuencia sinusoidal. Para una portadora RF modulada en frecuencia, el ancho espectral $\Delta\nu_o$ del láser modulado viene dado por la expresión [6]

$$\Delta\nu_o = 2 \cdot (M + 1) \cdot f_m \quad (3.18)$$

Con la frecuencia de modulación f_m y el índice de modulación de una FM es M , de acuerdo con la ecuación (3.15). La relación entre M y m según la ecuación (3.17) se mantiene estrictamente para valores de m pequeños, sin embargo aplicamos la ecuación (3.17) para hacer una estimación aproximada para valores mayores de m , obteniendo por ejemplo $M \approx 4.2$ para $m = 1$, $\alpha = 6$ y $\omega_m = \omega_g$. Si consideramos este índice de modulación de FM y la frecuencia de modulación $f_m = 2 \text{ GHz}$, obtenemos un ancho espectral $\Delta\nu_o = 21 \text{ GHz}$, lo cual corresponde a un ancho de línea con respecto λ de $\Delta\lambda_o = 0.17 \text{ nm}$ para $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$.

Esta estimación aproximada del aumento de ancho de línea inducido por el chirp da un resultado inferior en comparación con medidas reales [12, 13], en los cuales se producía un ensanchamiento de hasta 0.5 nm . Esta discrepancia puede deberse a armónicos de alto orden en la intensidad modulada. Éstos armónicos de alto orden producen un aumento en la derivada dP/dt o dS/dt en la ecuación (3.10).

Hasta ahora hemos asumido que la densidad de fotones es una constante y que por tanto no hay acoplamiento entre la ecuación de la densidad de portadora y la ecuación de la densidad de fotones. Una consecuencia directa de acoplar la densidad de portadora y la densidad de fotones es que para un aumento repentino de la corriente inyectada, la densidad de portadora primero aumentará, lo cual aumentará la densidad de fotones. Pero el aumento de la densidad de fotones tiende a reducir la densidad de portadora. Por tanto, habrá una oscilación tanto de la densidad de portadora como de la densidad de fotones inmediatamente después de que empiece la inyección de corriente [1]. Comúnmente se llama *oscilaciones de relajación* a este fenómeno que ilustramos en la siguiente figura.

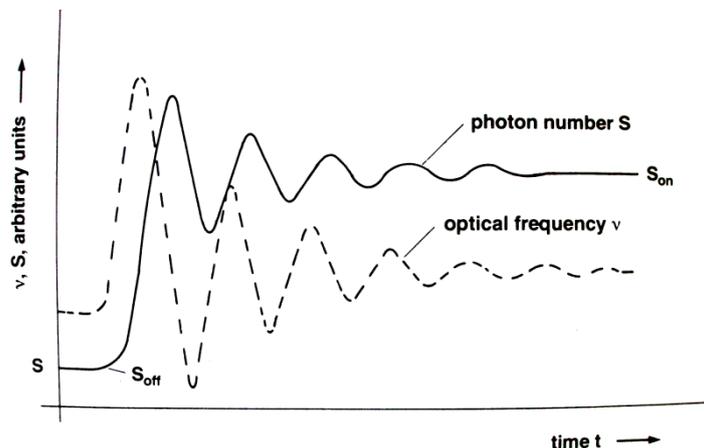


Figura 3.2. Esquemático del número de fotones S mostrando oscilaciones de relajación, y la frecuencia de emisión óptica relacionada ν cuando la corriente inyectada aumenta repentinamente.

Puesto que las distorsiones están relacionadas con la relación entre la frecuencia de modulación y la frecuencia de resonancia de las oscilaciones de relajación, para

modulaciones sinusoidales se obtiene un chirp relativamente bajo, si la frecuencia de modulación es considerablemente más pequeña que la frecuencia de resonancia de relajación [13]. Con lo cual se concluye que no conviene modular un diodo láser con pulsos escalón, ya que las oscilaciones de relajación alteran la potencia óptica y por tanto producen más chirp.

3.2.2 Producto tiempo-ancho de banda de pulsos con chirp

Para estimar el ancho espectral para un pulso dado $S(t)$, uno tiene que considerar el campo eléctrico con respecto a la amplitud y la fase considerando la amplitud del campo complejo

$$E(t) = \sqrt{S(t)} \exp(j\varphi(t))$$

Si consideramos

$$\varphi(t) = 2\pi \cdot \int_0^t \Delta\nu(t) dt \rightarrow \frac{d\varphi}{dt} = 2 \cdot \pi \cdot (\nu - \nu_{th}) \quad (3.19)$$

Podemos relacionar $\varphi(t)$ con $S(t)$ mediante la ecuación (3.10)

$$\Delta\nu = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\alpha}{4\pi} \cdot \left(\frac{d(\ln S)}{dt} + \frac{1}{\tau_{ph}} \cdot [\kappa_s \cdot S - K_{tot} \cdot n_{sp}/S] \right) \quad (3.20)$$

Para realizar una estimación de primer orden, en la ecuación (3.20) despreciamos la influencia de la ganancia no lineal, las no homogeneidades de la portadora y la emisión espontánea, obteniendo

$$\Delta\omega = \frac{d\varphi}{dt} \approx \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{d(\ln S(t))}{dt} \quad (3.21)$$

Usando la ecuación anterior, la relación entre la amplitud del campo complejo $E(t)$ y el número de fotones $S(t)$ se obtiene como [14]

$$E(t) = S(t)^{(0.5 \cdot [1+j\alpha])} \quad (3.22)$$

El espectro del pulso se obtiene con al transformada de Fourier de la expresión anterior

$$E(j\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) \exp(-j\Omega t) dt \quad (3.23)$$

Siendo la densidad espectral

$$I_E(\Omega) = |E(j\Omega)|^2 \quad (3.24)$$

Las dos ecuaciones anteriores corresponden al espectro de la amplitud $E(t)$ que varía lentamente, de manera que la ecuación (3.24) pertenece al espectro del campo del láser a una frecuencia (angular)

$$\omega = \Omega + \omega_{th} \quad (3.25)$$

La forma del pulso de la potencia óptica, $P(t)$ o $S(t)$, determina completamente el espectro de un diodo láser dinámico monomodo y el producto tiempo-ancho de banda relacionado, respectivamente.

En el anexo II se considera un pulso con forma Gaussiana, obteniendo el factor de aumento del ancho de línea que describía Henry en su trabajo [7].

3.3 Medición del chirp

En los apartados anteriores se ha explicado el origen del chirp y cómo afecta al ancho de banda de la señal óptica modulada cuando un diodo láser es modulado directamente. En éste apartado se explica cómo medir el chirp a partir de una medida del espectro óptico.

Partiendo de la ecuación (3.21) que define el desplazamiento de la frecuencia óptica inducido por una modulación de intensidad llegamos a la siguiente ecuación

$$\Delta\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{d(\ln S(t))}{dt} = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{1}{I} \cdot \frac{dI}{dt} \quad (3.31)$$

Si derivamos la expresión (1.6) de la potencia óptica a la salida de un láser modulado directamente con una señal de RF de amplitud 1 y frecuencia angular Ω , obtendremos

$$dP/dt = P_0 \cdot m \cdot \Omega \cdot \cos \Omega t$$

Entonces, de acuerdo con la ecuación (3.31), la modulación de frecuencia inducido es

$$\Delta\omega = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{m \cdot \Omega \cdot \cos \Omega t}{1 + m \cdot \sin \Omega t} \quad (3.32)$$

Si el índice de modulación es suficientemente pequeño ($m \ll 1$), el desplazamiento de frecuencia máximo es aproximadamente

$$\Delta\omega = \frac{\alpha}{2} \cdot m \cdot \Omega \quad (3.33)$$

Esto indica que el ensanchamiento de la potencia óptica es proporcional al factor de ensanchamiento de línea α y al índice de modulación m . Por tanto, se puede averiguar el valor del factor de ensanchamiento de línea α si se conoce el índice de modulación m del emisor y se mide la cantidad de ensanchamiento espectral de la señal que se produce. Esto es válido tanto para láseres directamente modulados como para láseres modulados externamente.

Existen algunas técnicas para caracterizar el chirp en transmisores ópticos, tanto en el dominio de la frecuencia como en el dominio temporal. A continuación explicaremos el método de la medición espectral de la modulación.

3.3.1 Medición espectral de la modulación

Cuando un transmisor óptico es modulado por una senoide a una frecuencia Ω con un índice de modulación m , su potencia óptica de salida es

$$P(t) = P_0(1 + m \cdot \sin \Omega t)$$

Mientras tanto, debido al chirp, también se modula su fase óptica. Si el índice de modulación es suficientemente pequeño ($m \ll 1$), de acuerdo con la ecuación (3.21) podemos definir el factor de ensanchamiento de línea como

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{d(\ln S(t))}{dt} \rightarrow \alpha = 2 \cdot \frac{\frac{d\varphi(t)}{dt}}{\frac{d(\ln S(t))}{dt}} = 2 \cdot S \cdot \frac{d\varphi(t)/dt}{dS(t) dt} \quad (3.34)$$

De donde sacamos que la modulación de fase es

$$\varphi(t) = \frac{\alpha}{2} \cdot m \cdot \sin \Omega t \quad (3.35)$$

Entonces el campo óptico complejo puede expresarse como

$$E(t) = \sqrt{P_0} \cdot \sqrt{1 + m \cdot \sin \Omega t} \cdot \exp \left[j \left(\omega t + \frac{m \cdot \alpha}{2} \cdot \sin \Omega t \right) \right] \quad (3.36)$$

Siendo pequeño el índice de modulación, la ecuación anterior puede linealizarse realizando el desarrollo en serie de Taylor de la raíz cuadrada para simplificar el análisis.

$$E(t) \approx \sqrt{P_0} \cdot \left(1 + \frac{m}{2} \cdot \sin \Omega t \right) \cdot \exp \left[j \left(\omega t + \frac{m \cdot \alpha}{2} \cdot \sin \Omega t \right) \right] \quad (3.37)$$

El lado derecho de la ecuación anterior puede expandirse en una serie de Bessel.

$$E(t) = \sqrt{P_0} \cdot \sum_k J_k \left(\frac{m \cdot \alpha}{2} \right) \cdot \exp [j(\omega \pm k\Omega)t] \\ -j \frac{m}{4} \cdot \sqrt{P_0} \cdot \left[\begin{array}{l} \sum_k J_k \left(\frac{m \cdot \alpha}{2} \right) \cdot \exp [j(\omega \pm (k+1)\Omega)t] \\ - \sum_k J_k \left(\frac{m \cdot \alpha}{2} \right) \cdot \exp [j(\omega \pm (k-1)\Omega)t] \end{array} \right] \quad (3.38)$$

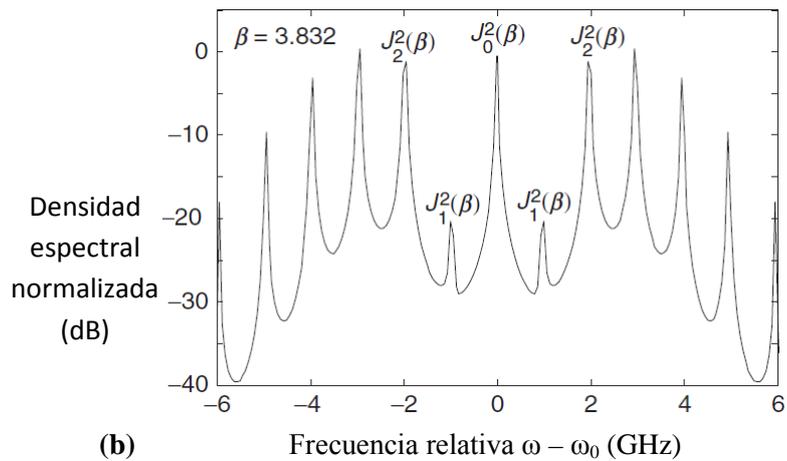
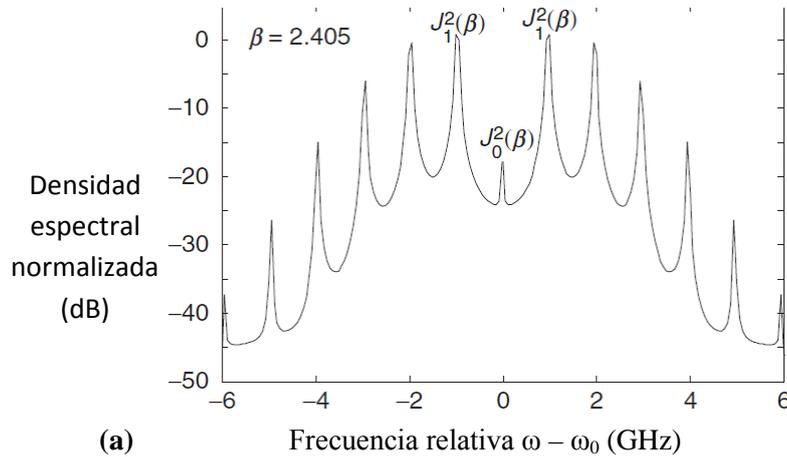
Donde $J_k(m \cdot \alpha / 2)$ es el orden k de la función de Bessel. La ecuación (3.38) indica que si el transmisor no produce chirp ($\alpha = 0$) debería haber solo 2 bandas laterales, uno a cada lado de la portadora. En la realidad, una modulación de intensidad típica produce infinitas bandas laterales, de las cuales únicamente las 2 bandas laterales más cercanas a la portadora tienen una amplitud apreciable. El motivo por el que el resultado de la ecuación (3.38) sólo produce 2 bandas laterales es porque sustituimos la raíz cuadrada en (3.36) por únicamente el primer término del desarrollo en serie de Taylor de dicha raíz cuadrada.

Cuando $\alpha \neq 0$ generalmente hay bandas laterales de la modulación adicionales en el espectro óptico, como se indica en la ecuación (3.38). La amplitud de cada banda lateral, determinado por $J_k(m \cdot \alpha / 2)$, es una función del índice de modulación m así como del factor de ensanchamiento de línea α . Por tanto, midiendo la amplitud de cada banda lateral, se puede determinar el valor de α del diodo láser transmisor. Por tanto, medir el chirp significa medir el espectro producido por el transmisor.

Sin embargo, puesto que la separación entre las bandas laterales de la modulación normalmente está en el rango de los megahercios, lo cual está determinado por la frecuencia de modulación de la RF, la mayoría de analizadores de espectro óptico (Optical Spectrum Analyzer, u OSA) no serán capaces de representar correctamente las bandas laterales creadas por la modulación. La mejor manera para realizar esta medida es utilizando un método llamado “Detección heterodina coherente” o simplemente “Heterodinaje”, el cual vimos en el capítulo 2. Consiste en trasladar el espectro óptico modulado al dominio de RF, en el cuál puede ser medido con mayor precisión mediante un analizador de espectros de RF (Electric Spectrum Analyzer, o ESA).

Las figuras 3.3 (a) y (b) muestran un ejemplo de espectro óptico producido por un diodo láser DFB modulado directamente. En este caso particular, la frecuencia de modulación es 1 GHz y el índice de modulación es $m = 0.1$. Cuando la fase del índice de modulación $\beta = m \cdot \alpha / 2$ es igual a

2'405, se suprime la componente de la portadora porque $J_1(2'405) = 0$, como se ve en la figura 3.3 (a). Al aumentar el índice de modulación de fase hasta $\beta = 3'832$, las bandas laterales más cercanas a ambos lados de la portadora son $J_{\pm 2}^2(\beta)$, donde las componentes $J_{\pm 1}^2(\beta)$ se anulan, lo cuál es la solución de $J_1(\beta) = 0$. Esta medida permite la determinación precisa del factor de ensanchamiento de línea del transmisor con un índice de modulación m conocido, el cuál puede obtenerse mediante una medida en el dominio del tiempo de la forma de onda de la intensidad modulada.



Figuras 3.3. Espectro óptico heterodinado de un láser DFB modulado directamente con $m = 0'1$, y $\beta = m \cdot \alpha / 2$ es el índice de modulación de fase.

CAPÍTULO 4. PROGRAMACIÓN EN MATLAB

En este capítulo se explica el desarrollo de un programa para calcular la amplitud de las bandas laterales que se obtienen al modular un láser de forma directa, mediante el software MATLAB. Estas amplitudes estarán expresadas en función del índice de modulación y del parámetro de Henry α que define la cantidad de chirp transitorio producido por el láser. Dada la complejidad de las expresiones con las que trabajaremos, decidimos utilizar la herramienta simbólica (symbolic toolbox) de MATLAB, que permite trabajar con expresiones en función de incógnitas y presentar resultados con dichas incógnitas. Como objetivos de este capítulo nos proponemos, entender el efecto del chirp transitorio sobre el espectro de modulación y ver posibilidades de medir el valor del chirp a través de medidas sobre el espectro óptico a la salida del diodo láser mediante unas gráficas.

4.1 Desarrollo del programa de cálculo de coeficientes

Partimos de la expresión (1.7) del campo eléctrico a la salida de un láser $E_{out}(t)$ para una modulación de intensidad (IM), y le añadimos una fase residual producida por el chirp transitorio.

$$E_{out}(t) = \sqrt{P_o} \cdot \sqrt{1 + m \cdot v(t)} \cdot e^{j\varphi} \quad (4.1)$$

Donde:

- $v(t)$ es la señal de información que queremos enviar.
- m es el índice de modulación.
- φ es la fase que añade el chirp a la señal modulada.

Definimos:

$$y(t) = \sqrt{1 + m \cdot v(t)} \cdot e^{j\varphi} \quad (4.2)$$

En la ecuación (3.31) del apartado Chirp obtuvimos que la expresión de la fase introducida por el chirp es

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\alpha}{2 \cdot I} \cdot \frac{dI}{dt} \quad (3.31)$$

Despejando ϕ obtenemos:

$$\phi = \frac{\alpha}{2} \cdot \int \frac{1}{I} \frac{dI}{dt} dt = \frac{\alpha}{2} \cdot \ln(I) = \frac{\alpha}{2} \cdot \ln(1 + m \cdot v(t)) \quad (4.3)$$

Por tanto la expresión completa de $y(t)$ es:

$$y(t) = \sqrt{1 + m \cdot v(t)} \cdot e^{j \frac{\alpha}{2} \ln(1 + m \cdot v(t))} \quad (4.4)$$

Se trata de buscar el espectro de bandas de esta señal, es decir la amplitud (módulo) de las bandas laterales en el espectro. Para ello calcularemos en MATLAB el contenido en armónicos tanto de la parte real como de la parte imaginaria de esta señal compleja cuando se le aplica un tono como señal moduladora, es decir $v(t) = \cos(\omega t)$, y buscaremos su módulo.

Puesto que $y(t)$ es una señal compleja, los cálculos los realizaremos separando dicha función en parte real y parte imaginaria.

$$\begin{aligned} re &= \text{sqrt}(1+x) * \cos(a * \log(1+x)); \\ im &= \text{sqrt}(1+x) * \sin(a * \log(1+x)); \end{aligned}$$

Donde

- En nuestro programa hemos definido: $x(t) = m \cdot v(t) = m \cdot \cos(\omega t)$
- En MATLAB, $\log(x)$ calcula el logaritmo natural, con confundir con el logaritmo en base 10 que en MATLAB se expresa como $\log_{10}(x)$

Por tanto, todos los cálculos que realicemos en MATLAB donde esté presente $y(t)$ los realizaremos 2 veces, una para la parte real de $y(t)$ y otra para la parte imaginaria.

A partir del desarrollo en Serie de Fourier:

$$y(t) = C_0 + \sum_{n=1}^N C_n \cos(n\omega t) \quad (4.5)$$

Donde C_0 es el armónico fundamental:

$$C_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-T/2}^{T/2} y(t) dt \quad (4.6)$$

Y donde C_n son el resto de armónicos:

$$C_n = \frac{1}{\pi} \int_{-T/2}^{T/2} y(t) \cdot \cos(n\omega t) dt \quad (4.7)$$

MATLAB no es capaz de trabajar simbólicamente con dicha integral, debido a la complejidad que supone calcular la integral de $y(t)$. Para que MATLAB pueda obtener soluciones analíticas de C_n , se opta por descomponer la fórmula (4.7) en integrales más sencillas utilizando el Desarrollo en serie de Taylor de $y(t)$.

$$C_n = \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n\omega t) dt + m_{IM}^i a_i \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n\omega t) \cdot \cos^i(\omega t) dt \quad (4.8)$$

Donde a_i son los coeficientes de Taylor de $y(t)$

Por tanto, debemos averiguar los coeficientes de Taylor para la parte real y para la parte imaginaria.

$$\begin{aligned} \text{coefs_re}(k) &= (\text{taylor}(\text{re}, k) - \text{taylor}(\text{re}, (k-1))) / (x^{(k-1)}); \\ \text{coefs_im}(k) &= (\text{taylor}(\text{im}, k) - \text{taylor}(\text{im}, (k-1))) / (x^{(k-1)}); \end{aligned}$$

Ahora ya podemos calcular el valor de los coeficientes reales y los coeficientes imaginarios:

$$C_{n_real} = C_n + \text{CoefTaylor}_{real}(k) \cdot m^{k-1} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} \cos((n-1) \cdot t) \cdot \cos(t)^{k-1} dt \quad (4.9)$$

$$C_{n_imaginario} = C_n + \text{CoefTaylor}_{imaginario}(k) \cdot m^{k-1} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} \cos((n-1) \cdot t) \cdot \cos(t)^{k-1} dt \quad (4.10)$$

El valor final de los coeficientes será la suma de la parte real y la parte imaginaria:

$$\begin{aligned} \text{coef_c0} &= \text{arm_re}(1) + j * \text{arm_im}(1); \\ \text{coef_c1} &= \text{arm_re}(2) + j * \text{arm_im}(2); \end{aligned}$$

Así pues, obtenemos las expresiones que definen los primeros coeficientes en función de m y de α . Para simplificar su representación, se ha aplicado el desarrollo en serie de Taylor.

$$C_0 = 1 - m^2 \cdot \left(\frac{a^2}{16} + \frac{1}{16} \right) + m^4 \cdot \left(\frac{a^4}{1024} - \frac{7 \cdot a^2}{512} - \frac{15}{1024} + j \cdot \frac{a \cdot a^3}{128} \right)$$

$$C_1 = m \cdot \left(\frac{1}{2} + j \cdot \frac{a}{2} \right) + m^3 \cdot \left(\frac{3 \cdot a^2}{64} + \frac{3}{64} - j \cdot \left(\frac{a^3}{64} + \frac{a}{64} \right) \right) + \\ + m^5 \cdot \left(\frac{15 \cdot a^2}{1024} + \frac{35 - 5 \cdot a^4}{2048} - j \cdot \left(\frac{5 \cdot a \cdot \left(\frac{11 \cdot a^2}{288} - \frac{a^4}{1920} \right)}{16} + \frac{5 \cdot a^3}{9216} - \frac{71 \cdot a}{6144} \right) \right)$$

$$C_2 = -m^2 \cdot \left(\frac{a^2}{16} + \frac{1}{16} \right) + m^4 \cdot \left(\frac{a^4}{768} - \frac{7 \cdot a^2}{384} - \frac{5}{256} + j \cdot \frac{a^3 \cdot a}{96} \right)$$

$$C_3 = m^3 \cdot \left(\frac{a^2}{64} + \frac{1}{64} - j \cdot \left(\frac{a^3}{192} + \frac{a}{192} \right) \right) \\ + m^5 \cdot \left(\frac{15 \cdot a^2}{2048} + \frac{35 - 5 \cdot a^4}{4096} - j \cdot \left(\frac{5 \cdot a \cdot \left(\frac{11 \cdot a^2}{288} - \frac{a^4}{1920} \right)}{32} - \frac{5 \cdot a^3}{18432} + \frac{71 \cdot a}{12288} \right) \right)$$

Por último, normalizamos los coeficientes C_n , con lo cual $C_{Inormalizado}$ nos dará el valor de la OMI.

$$C_{1normalizado} = OMI = \frac{C_{1real}^2 + C_{1imaginario}^2}{C_{0real}^2 + C_{0imaginario}^2} \\ = m^2 \cdot \left(\frac{a^2}{4} + \frac{1}{4} \right) + m^4 \cdot \left(\left(\frac{a^2}{4} + \frac{1}{4} \right) \cdot \left(\frac{a^2}{8} + \frac{1}{8} \right) - \frac{3 \cdot a \cdot \left(\frac{a^3}{48} + \frac{a}{48} \right)}{4} + \frac{3 \cdot a^2}{64} + \frac{3}{64} \right) \quad (4.11)$$

4.2 Características de los coeficientes obtenidos

Aunque en la realidad se espera que cada armónico aparezca a ambos lados del armónico fundamental, en nuestro programa de MATLAB únicamente hallamos un único valor. Este valor corresponde a la suma de ambos lados del armónico, con lo cual para conocer la amplitud auténtica del armónico primero debemos preguntarnos si en realidad los armónicos son iguales a ambos lados del armónico fundamental, es decir si hay simetría o no.

Para averiguarlo, aplicaremos la transformada de Fourier a la expresión (4.1) del campo eléctrico. Siendo la definición de la transformada de Fourier

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{j\omega t} dt$$

Entonces la transformada de Fourier de la expresión (4.1) es

$$a_n = \sqrt{P_o} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{1 + m \cdot v(t)} \cdot e^{j\frac{\omega}{2} \ln(1+m \cdot v(t))} \cdot e^{-j\omega t} d\omega t$$

Pasamos las expresiones exponenciales complejas a cosenos y senos, la fórmula anterior puede representarse de forma simplificada como

$$a_n = \sqrt{P_o} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \text{Re} \cdot \cos(n\omega t) + \text{Im} \cdot \sin(n\omega t) d\omega t + \\ + j \cdot \int_{-\pi}^{\pi} \text{Re} \cdot \sin(n\omega t) + \text{Im} \cdot \cos(n\omega t) d\omega t$$

Donde los elementos tachados se consideran que valen 0 porque se trata de la integración de señales impares en un intervalo simétrico respecto cero. Esto significa que ambos lados de los armónicos son iguales, así que la amplitud real de los armónicos será la mitad del valor obtenido en MATLAB. Como estamos trabajando con la expresión del campo eléctrico, reducir la amplitud a la mitad significa restar 6 dB al resultado. Así pues, aplicamos esta corrección al resultado obtenido en el programa con tal de que los valores obtenidos coincidan con los obtenidos en un programa de simulación de sistemas ópticos comercial llamado VPIphotonics que utilizaremos en el capítulo siguiente.

A lo largo del desarrollo de este capítulo, no hemos considerado la existencia de chirp adiabático ni de RIN producidos por el diodo láser. En caso de haber RIN, aunque el

espectro de la señal eléctrica que modula el diodo láser fuese completamente simétrico, el espectro óptico a su salida no sería completamente simétrico, debido a las variaciones de la intensidad óptica de salida.

4.3 Gráficas de MATLAB

A continuación hemos realizado una serie de gráficas en MATLAB con el objetivo de observar el comportamiento de la OMI en diferentes casos, y con vistas a comprobar que el valor de los armónicos es calculado correctamente por nuestro programa de MATLAB. Para realizar dicha comprobación, en el capítulo siguiente utilizaremos el software VPIphotonics. A continuación presentamos las gráficas del valor de la OMI con respecto al parámetro α para diferentes valores del índice de modulación m .

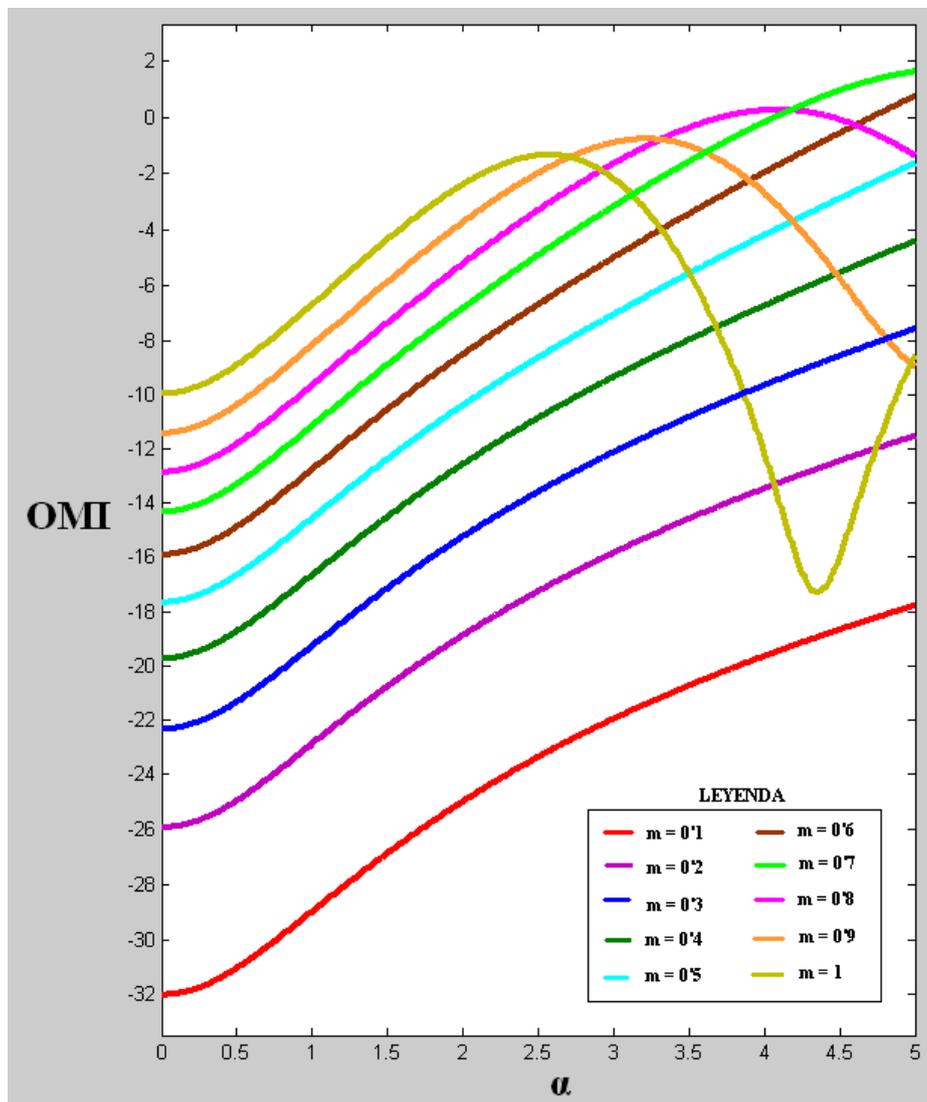


Figura 4.1. OMI vs α para valores de m comprendidos entre 0 y 1, empleando 10 coeficientes de Taylor.

Se observa que, en las curvas correspondientes a un valor del índice de modulación alto, la OMI tiene a tener valores impredecibles a partir de cierto valor de α . Deducimos que esto se debe a que la serie de Taylor utilizada en nuestro programa no tiene suficientes coeficientes para aproximarse lo suficiente al valor verdadero. Para demostrar que este efecto es debido a una falta de coeficientes de Taylor, hemos hecho las gráficas de OMI vs α para $m=1$ con diferente cantidad de coeficientes de Taylor.

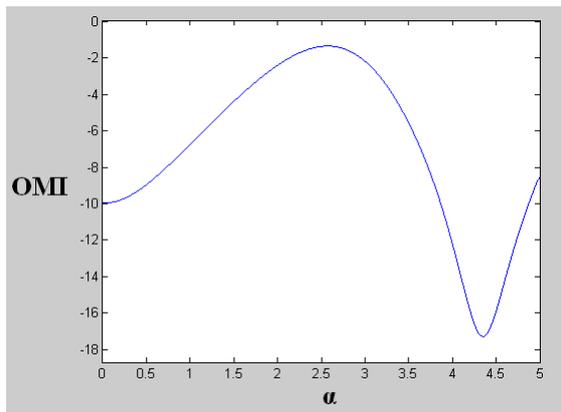


Figura 4.2. OMI vs α cuando $m=1$ (Taylor 10)

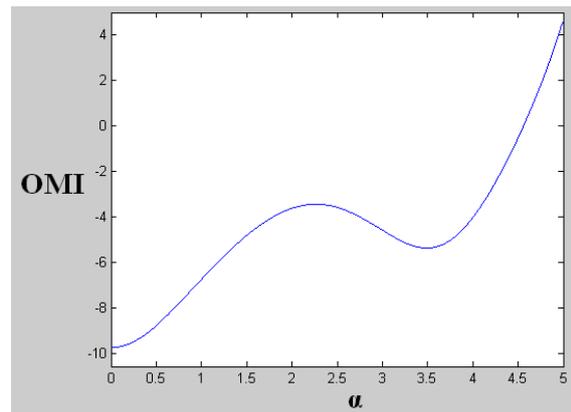


Figura 4.3. OMI vs α cuando $m=1$ (Taylor 20)

Observamos diferencias importantes a cuando $\alpha > 3$

Sin embargo, emplear tantos coeficientes de Taylor consume una gran cantidad de recursos computacionales, así que optamos por continuar calculando la amplitud de los coeficientes con 10 coeficientes. A continuación, presentamos las graficas que describen la amplitud del segundo y del tercer armónico.

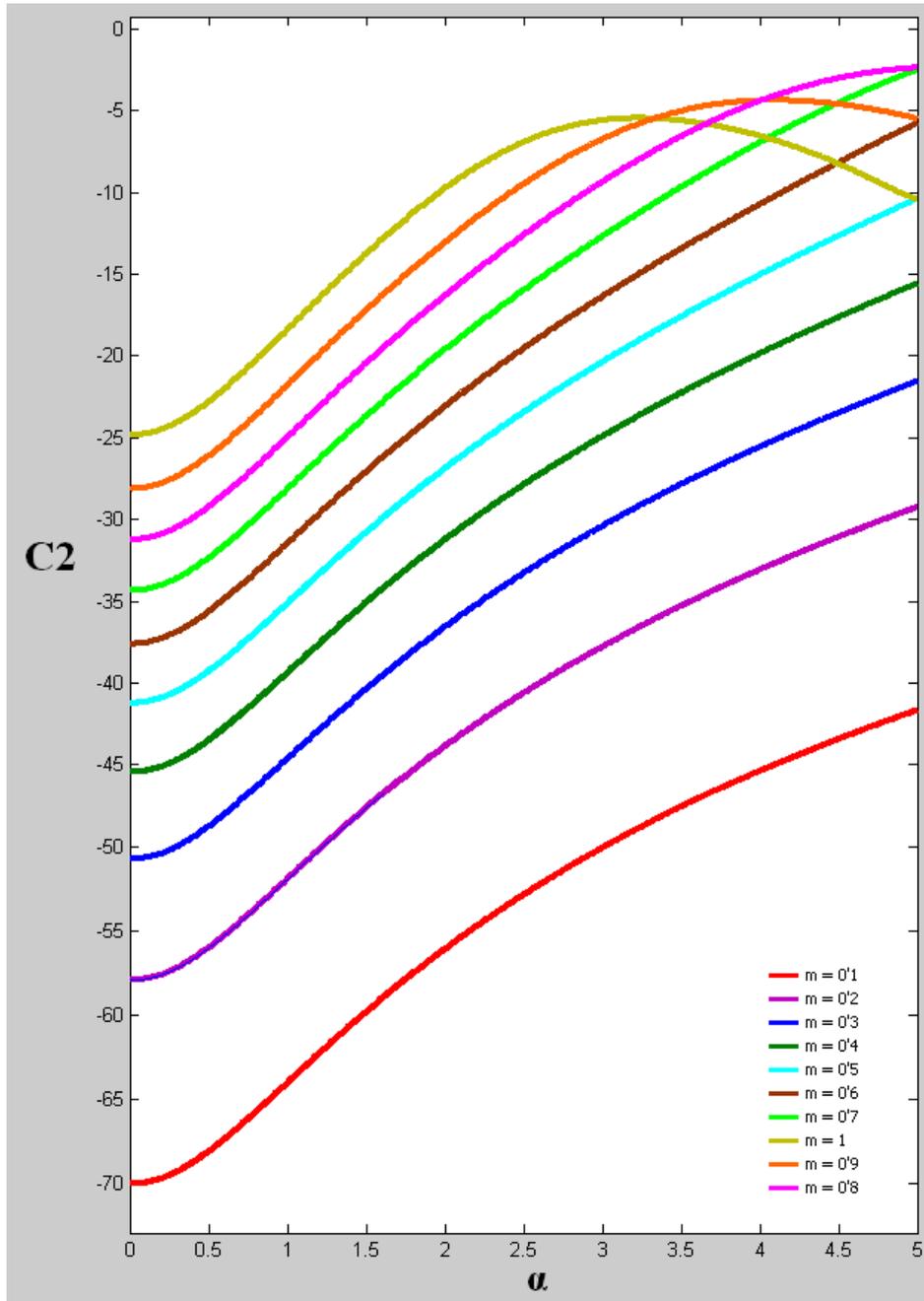


Figura 4.4. Amplitud segundo armónico vs α para valores de m comprendidos entre 0 y 1,

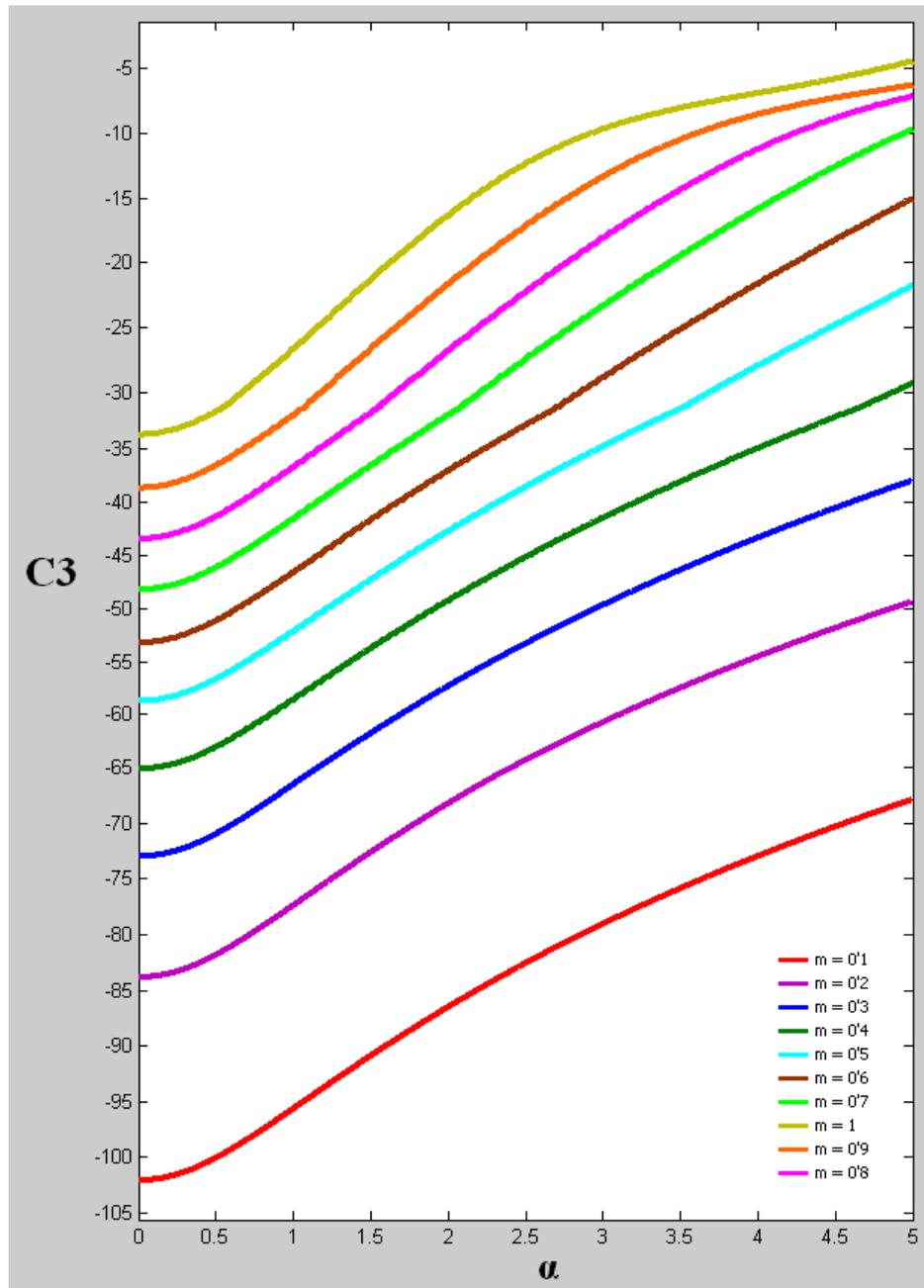


Figura 4.5. Amplitud tercer armónico vs α para valores de m comprendidos entre 0 y 1,

En el siguiente capítulo, cuando simulemos mediante VPIphotonics, comprobaremos que nuestro programa calcula correctamente el valor de los armónicos.

Para finalizar, realizaremos unas gráficas de la OMI con respecto el índice de modulación m para varios valores del parámetro de Henry α .

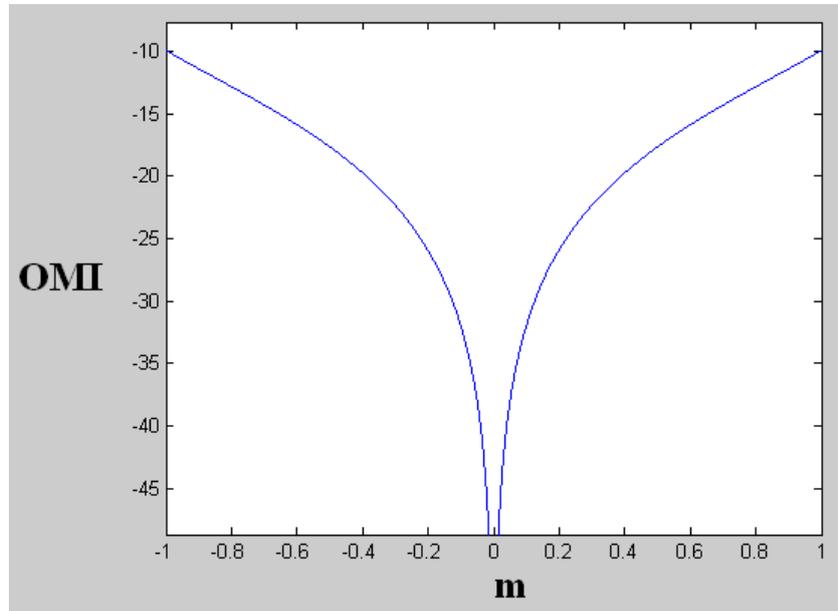


Figura 4.6. OMI vs m cuando $\alpha=0$

Se observa que la OMI tiende a infinito cuando $m=0$, esto es porque no estamos modulando, es decir que sólo transmitimos la señal RF de frecuencia única, y por tanto, idealmente, sólo existe el armónico fundamental.

Otra observación es la confirmación de lo que predecíamos en el apartado “índice de modulación”. Utilizar un índice de modulación negativo es lo mismo que utilizar uno positivo, con la única diferencia de que habrá un desfase de 180° . Este desfase no afecta a la amplitud de los armónicos. Así pues, a partir de ahora las gráficas representarán los valores de m comprendidos entre 0 y 1.

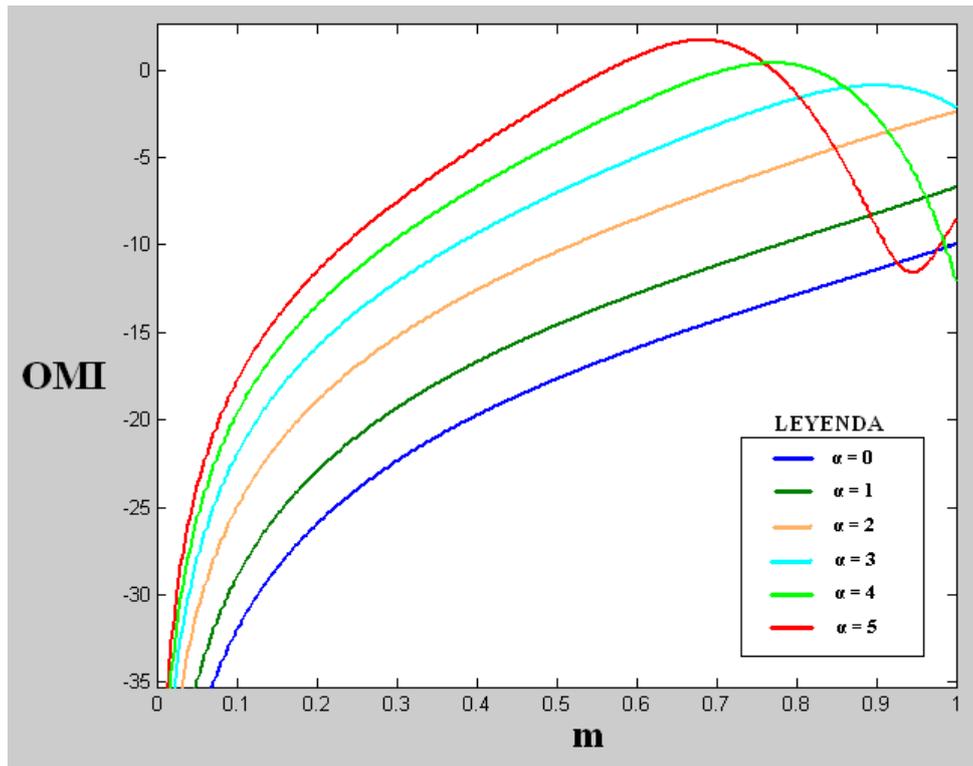


Figura 4.7. OMI vs m para valores de α comprendidos entre 0 y 5,

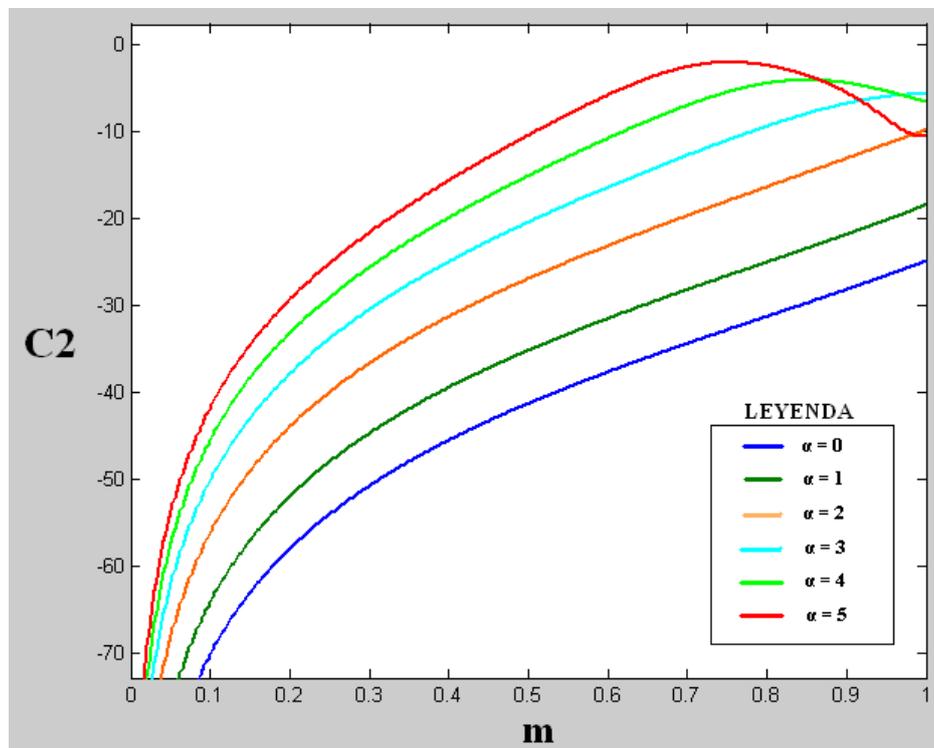


Figura 4.8. Amplitud segundo armónico vs m para valores de α comprendidos entre 0 y 5,

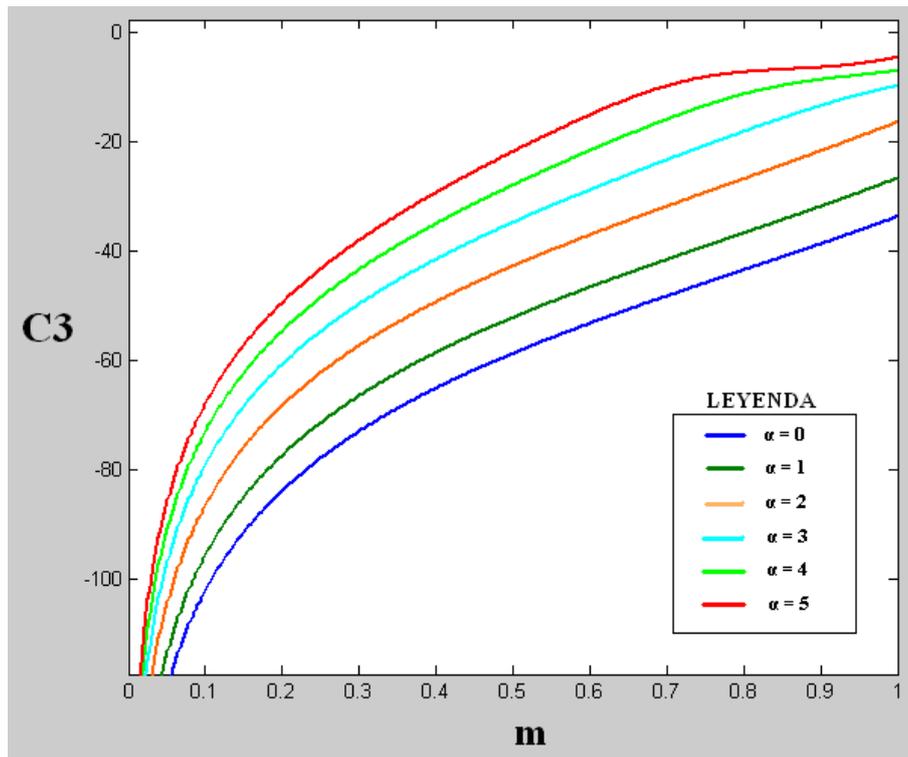


Figura 4.9. Amplitud tercer armónico vs m para valores de α comprendidos entre 0 y 5,

CAPÍTULO 5. SIMULACIÓN EN VPI

Para verificar los resultados obtenidos con el programa de cálculo de coeficientes en MATLAB, compararemos el valor de dichos coeficientes con la potencia de los armónicos obtenidos en un programa de simulación. Para la realización de este trabajo hemos utilizado un simulador de sistemas, redes y dispositivos de fibra óptica llamado *Virtual Photonics Incorporated* (VPI). En concreto nosotros usamos el *VPItransmissionMaker* y *VPIphotonicsAnalyzer* versión 8.6.

5.1 Aspectos básicos de trabajo con VPI

En este apartado se explican algunos de los parámetros básicos del VPI utilizados para las simulaciones de este trabajo. Estos parámetros pueden configurarse en la opción *Edit parameters* del esquemático y se muestran los valores utilizados en nuestras simulaciones en el anexo V.

- **Time Window (TW):** Este valor especifica el periodo de tiempo que simula, al mismo tiempo que la resolución espectral de la simulación, ya que $df=1/TW$
- **Sample Rate Default (SR):** Define el número de muestras por segundo, es decir la frecuencia de muestreo. También determina la resolución temporal de la simulación según $dt=1/SR$

Además, la resolución en el tiempo determina la frecuencia máxima en la simulación, según las siguientes dos expresiones.

$$dt = \frac{1}{\text{Sample Rate Default}}$$

$$f_{max} < \frac{1}{2dt} = \frac{\text{Sample Rate Default}}{2}$$

Para calcular el espectro de las simulaciones, el programa VPI emplea un algoritmo de cálculo eficiente llamado FFT (Fast Fourier Transform), el cual permite calcular la transformada discreta de Fourier mucho más rápidamente cuando las multiplicaciones a realizar sean potencia de dos. Así pues, para poder ejecutar una simulación, el software VPI requiere que el producto $TW \cdot SR$ sea potencia de dos, en caso contrario aparecerá un mensaje de error y abortará la simulación.

5.2 Elección del módulo láser a utilizar en las simulaciones

VPI dispone de diferentes módulos de dispositivos láser. Generalmente tienen limitados los valores que pueden tomar algunos de sus parámetros internos. Uno de estos parámetros limitados es el índice de modulación, que debe tener un valor entre 0 y 1. Para evadir esta limitación, buscaremos un módulo láser que permita que el índice de modulación venga dado por la amplitud de una señal RF generada por otro módulo. Esto será posible si el módulo láser permite configurar las variables de la ecuación 1.5.

Por lo tanto, los requisitos que debe cumplir el módulo láser son:

- Disponer de una entrada de señal RF
- Poder configurar I_{BIAS} , I_{Thr} y G .
- Poder configurar el chirp transitorio y adiabático.
- Utilizar una fórmula familiar para simular el efecto del chirp.
- No tener en cuenta los efectos de la temperatura, porque se consideran despreciables para frecuencias de modulación mayores de 10 MHz [6].

Con estos criterios de elección, hemos escogido el modulo láser Analog_DSM

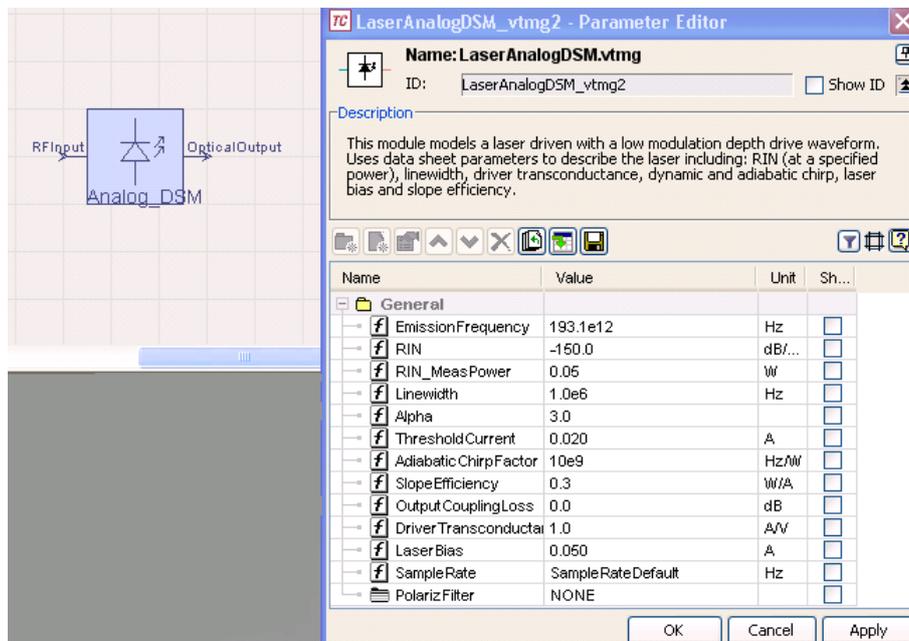


Figura 6.1. Esquemático y parámetros configurables del módulo escogido.

Comprobamos qué fórmula utiliza este módulo para simular el efecto del parámetro α en el espectro simulado.

$$\Delta f(t) = \frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{1}{P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt} + \kappa P(t) \right)$$

Figura 5.2. Captura del archivo de ayuda del VPI donde indica cómo trabaja con el valor α

Si lo comparamos con la fórmula 3.10 utilizada en nuestro programa

$$v - v_{th} = \Delta v = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{\alpha}{4\pi} \cdot \left(\frac{d(\ln S)}{dt} + \frac{1}{\tau_{ph}} \cdot [\kappa_s \cdot S - K_{tot} \cdot n_{sp}/S] \right) \quad (3.10)$$

Vemos que es básicamente la misma en lo que respecta al chirp transitorio, que es el que aquí hemos tratado, mientras que en la parte del chirp adiabático se observan discrepancias en la manera de definir las constantes. Tal y como está definido el efecto del ensanchamiento en este módulo, con éste módulo no se podría simular el segundo tipo de chirp adiabático tal y como está definido en la expresión 3.10, pero como en nuestro programa de MATLAB no lo tenemos en cuenta en las simulaciones tampoco, así que pondremos las variables del chirp adiabático $K = 0$.

Finalmente, para poder visualizar la señal óptica simulada tanto el espectro como en el dominio del tiempo, añadimos el bloque *SignalAnalyzer* y le conectamos el nodo de salida de datos del bloque láser utilizado. El esquema sería entonces el siguiente.

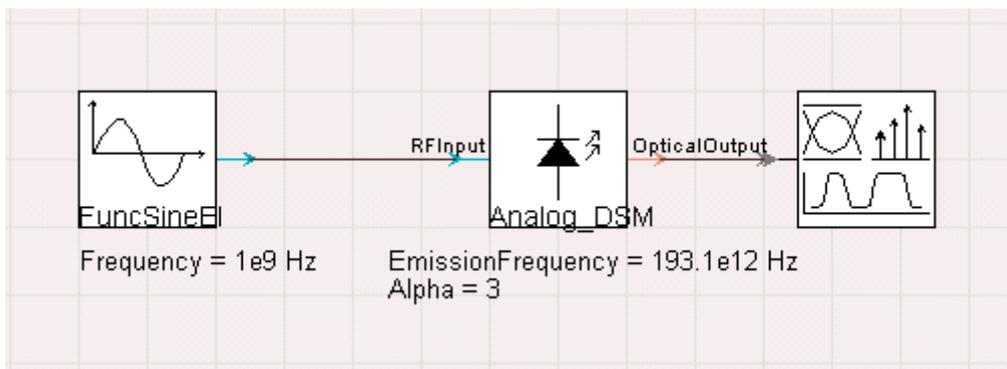


Figura 5.3. Configuración elegida para simular en VPI.

5.3 Configuración del láser

A continuación escogeremos los parámetros del sistema DML que nos permitan simular un sistema láser con cualquier valor de índice de modulación. Por conveniencia, decidimos que el valor de la amplitud de la señal RF en voltios sea la que indique el valor de m en una proporción de 1.

Recordando la ecuación (1.5) escogemos unos parámetros (G , I_{BIAS} , I_{Thr}) realistas, de acuerdo con las especificaciones comunes en los *datasheets*:

- $G = 0'04$ [A/V] para una impedancia del láser $Z = 25 \Omega$
- $I_{BIAS} = 60$ [mA]
- $I_{Thr} = 20$ [mA]

Con estos datos se llega a

$$m_v = \frac{G}{I_{BIAS} - I_{Thr}} = \frac{0'04 \left[\frac{A}{V} \right]}{0'06[A] - 0'02[A]} = 1 \left[\frac{1}{V} \right] \quad (5.1)$$

Por tanto, el valor del índice de modulación viene fijado directamente por la amplitud en voltios que seleccionemos en el generador de RF conectado al láser.

5.4 Análisis de las simulaciones

En los parámetros del bloque láser escogido hemos introducidos los valores calculados en el apartado anterior, y que se muestran en la figura 5.4.

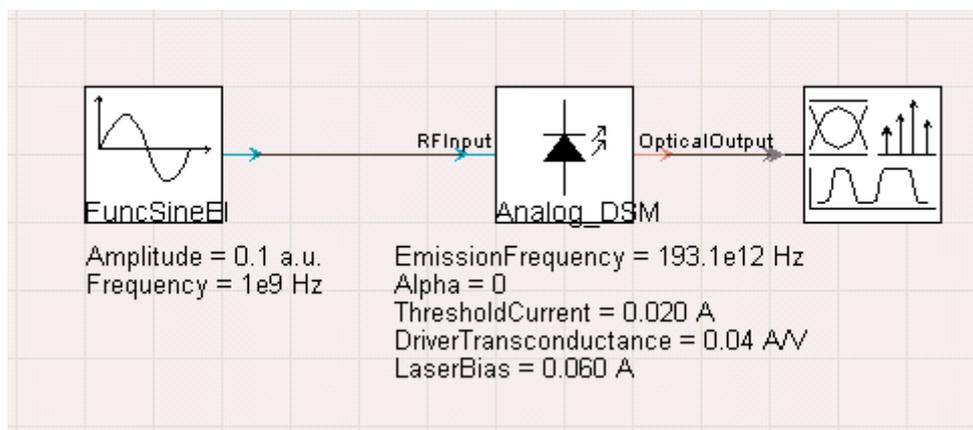


Figura 5.4. Esquema del circuito simulado en VPI

Cuando procedemos a simular, aparece una ventana (VPIphotonicsAnalyzer) donde se nos presenta el espectro simulado y donde podemos escoger ver la señal en el dominio del tiempo (figura 5.5).

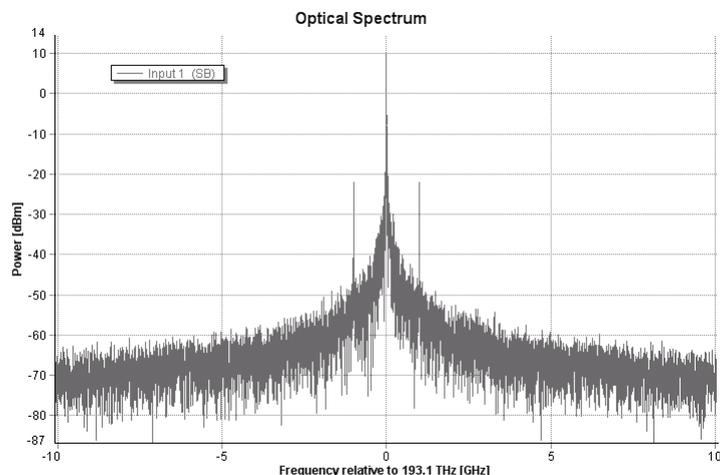


Figura 5.5. Espectro simulado en VPI con $\alpha=0$ y $m=0.1$

Para medir con precisión la OMI, ampliamos la zona del espectro que sea de interés y utilizamos los marcadores horizontales para comprobar la diferencia en dB entre el armónico fundamental y la primera banda lateral. En este caso, en que hemos considerado que el chirp es nulo, observamos que la $OMI = 32.2$ dB, lo cual es el resultado aproximado que nos da el programa de cálculo de coeficientes en MATLAB.

Para asegurarnos que el programa funciona correctamente, realizamos una nueva simulación con un índice de modulación diferente e igualmente con $\alpha = 0$

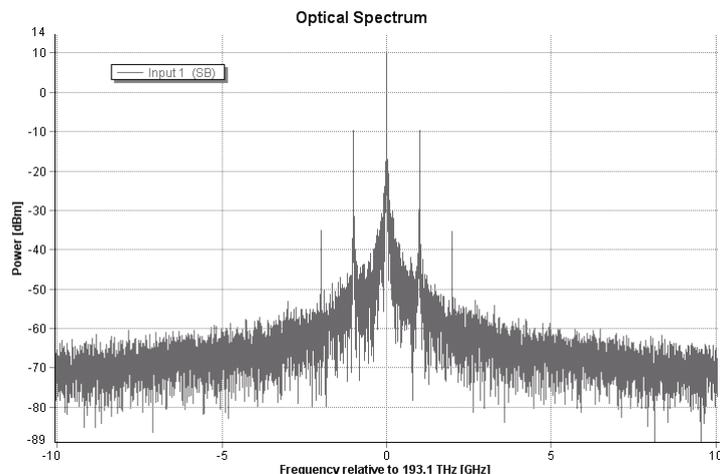


Figura 5.6. Espectro simulado en VPI con $\alpha=0$ y $m=0.4$

Nuevamente el resultado es muy cercano al que da el programa en MATLAB. Deducimos que esta diferencia se debe a que el programa de MATLAB no tiene suficiente precisión a causa de que no calculamos la serie de Taylor con suficientes coeficientes. Tras aumentar el número de coeficientes utilizados en la serie de Taylor, comprobamos que el valor calculado en MATLAB se aproxima más al valor simulado en VPI. Por lo tanto, si el programa de MATLAB calcula la serie de Taylor con suficientes coeficientes (estimamos que 10 son suficientes) entonces la OMI obtenida se aproximará mucho a la simulada en VPI.

Ahora que sabemos que el programa calcula correctamente el valor de los coeficientes cuando $\alpha=0$, procedemos a comprobar que también los calcula bien con un valor típico de $\alpha=5$. Introducimos los valores $\alpha=5$ y $m=0.1$ en circuito del VPI para simular el efecto del chirp en el espectro resultante y observar el valor de la OMI.

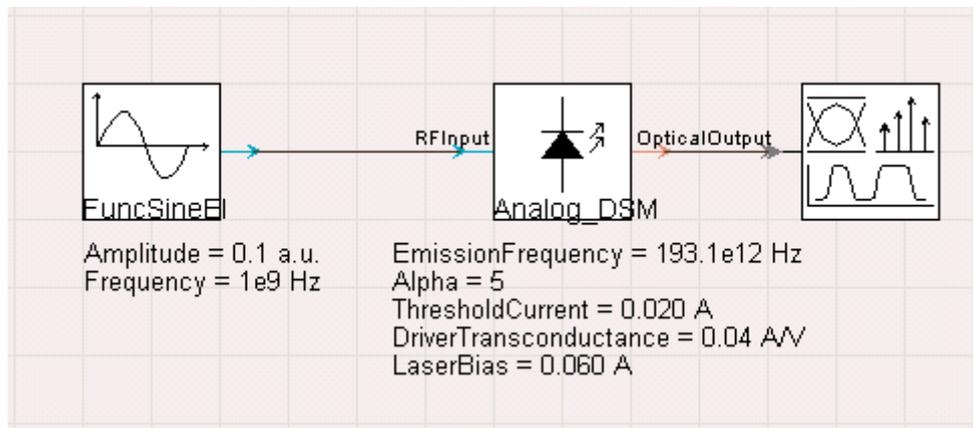


Figura 5.7. Esquema del circuito simulado en VPI

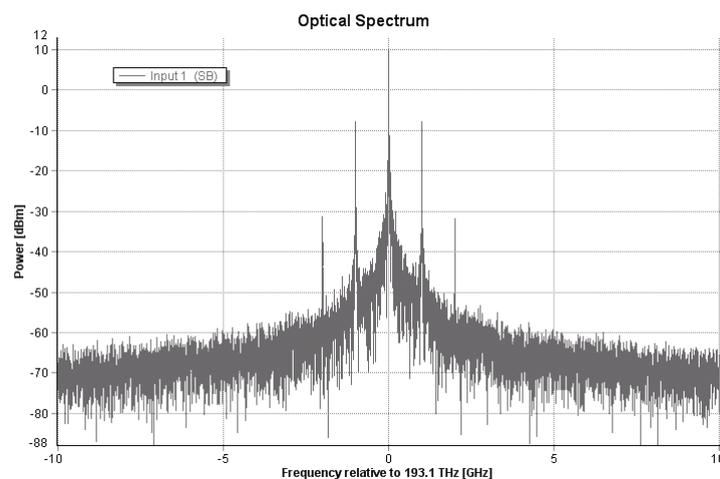


Figura 5.8. Espectro simulado en VPI con $\alpha=5$ y $m=0.1$

Tanto la simulación en VPI como nuestro programa de MATLAB dan una OMI=18dB.

La última prueba la realizaremos con los valores $\alpha=3$ y $m=0.2$.

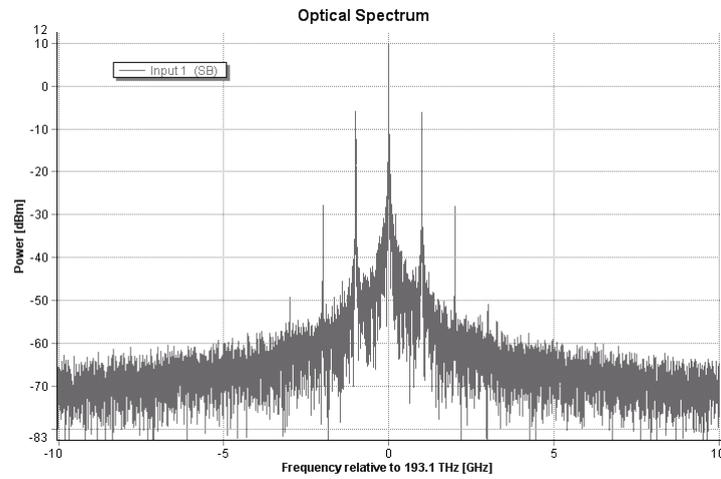


Figura 5.9. Espectro simulado en VPI con $\alpha=3$ y $m=0.2$

Nuevamente, tanto en la simulación en VPI como en el programa de MATLAB, se obtiene 16dB de OMI. Por tanto el programa calcula correctamente el valor de la OMI.

CONCLUSIONES Y LÍNEAS DE FUTURO

En este TFC se ha presentado una revisión de los conocimientos básicos que son necesarios para entender de donde proceden las características de los diodos láser tipo DFB que se utilizan en la mayoría de los sistemas DML.

Esta revisión ha comenzado explicando cómo interacciona un material semiconductor formado por muchos átomos con los fotones, permitiendo comprender de dónde proceden las características que diferencian la luz láser (emisión estimulada) de la luz no coherente (emisión espontánea). Seguidamente se ha explicado la estructura de un láser de manera que pueda haber un único modo de salida mediante el sistema de retroalimentación distribuida (DFB). Después se ha explicado cómo modular un láser directamente sin que se produzca clipping, un efecto que puede dar lugar a confusión a la hora de medir el aumento del ancho de línea producido por el chirp. Por último se han explicado conceptos importantes en los sistemas de comunicaciones ópticas.

Se ha realizado un estudio detallado del chirp, particularmente en los sistemas DML, definiendo el chirp como variaciones de fase que se producen en eventos de emisión espontánea. Esta fase residual puede traducirse en una modulación de frecuencia FM que se adhiere a la señal óptica transmitida por el diodo láser, lo cual produce un aumento del ancho de línea del láser a su salida. Como consecuencia, habrá una limitación de la tasa de datos que podrán enviar los diodos láser cuando se modulan directamente, caso que se agrava cuando transmitimos a través de una fibra óptica, debido a la distorsión cromática que produce ésta. Por lo tanto el chirp es un efecto indeseado en los sistemas DML. A partir del principio de funcionamiento de diodo láser hemos hallado las expresiones que relacionan los parámetros físicos del laser con el chirp. Hemos hallado una fórmula que nos permitirá averiguar cuánto se ensancha el espectro en función del chirp, e identificando los parámetros que distinguen los dos tipos de chirp, adiabático y transitorio, siendo el parámetro de Henry α el que define la cantidad de chirp de tipo transitorio que genera el diodo láser. Hemos demostrado que del índice de modulación m de la señal modulada en intensidad está relacionado con el índice de modulación M de la modulación de frecuencia generada por el chirp. Por último se ha descrito una manera de medir el valor de α de un diodo láser sabiendo el valor del índice de modulación m y el espectro a la salida del láser.

Con tal de estudiar el comportamiento que presenta el espectro de una señal con chirp, y con ayuda de la herramienta simbólica de MATLAB, hemos diseñado un programa en MATLAB que calcula las expresiones matemáticas que describen de forma genérica el efecto de la modulación directa de láseres de tonos puros de radiofrecuencia en el espectro óptico de la señal modulada. Las expresiones permiten obtener el valor normalizado del nivel óptico en cada una de las bandas ópticas que se generan al modular directamente un diodo láser, a partir de los valores del índice de modulación m y del coeficiente de Henry α que describe el chirp. Este programa también ha

posibilitado la obtención de una expresión de la OMI en función de α y m , además de una serie de gráficas de los valores normalizados de los armónicos, obtenidas variando los valores de α y m . Con estas gráficas, hemos sido capaces de comprobar la exactitud de las expresiones de las bandas laterales obtenidas mediante MATLAB en el software comercial de simulación de sistemas ópticos VPIphotonics. Estas expresiones son útiles para comprender el efecto del chirp sobre el espectro de la señal óptica modulada, para encontrar nuevos métodos de medida del chirp que se basen en la medida del espectro óptico, al modo de los descritos en el apartado 3.3, y también para el desarrollo de sistemas de transmisión basados en DML que puedan compensar o minimizar el efecto nocivo del chirp sobre la señal que llega al receptor. Además de verificar que las expresiones obtenidas en el capítulo dedicado al chirp se utilizan en VPIphotonics.

Para poder simular un sistema DML en VPIphotonics, hemos tenido que escoger un módulo láser entre los disponibles para poder simular con los parámetros con los que hemos estado trabajando durante el TFC. Posteriormente escogimos unos valores que permitiesen que el índice de modulación de la señal generada por el diodo láser dependiese únicamente de la amplitud de una señal RF, permitiendo ajustar el índice de modulación de la señal con mayor libertad. Finalmente realizamos las simulaciones para comprobar los resultados obtenidos con el programa de MATLAB, concluyendo que los resultados obtenidos en MATLAB son correctos.

Como líneas de futuro se propone modificar el programa de cálculo de armónicos para tener en cuenta los efectos del chirp adiabático en el espectro de la señal. Ello implica utilizar un módulo láser diferente en la simulación en VPI, puesto que el utilizado en nuestro trabajo sólo tiene en cuenta uno de los parámetros del chirp adiabático.

Otra línea de futuro a considerar sería la aplicación a la caracterización experimental de diodos láser de los métodos y estudios aquí presentados.

REFERENCIAS

- [1] Hui, Rongqing; O'Sullivan, Maurice: *Fiber optic measurement techniques*. Burlington, MA: Elsevier Academic Press, cop. 2009. ISBN 978-0-12-373865-3.
- [2] Kasap, S.O.: *Optoelectronics and photonics: principles and practices*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, cop. 2001. ISBN 0-201-61087-6.
- [3] Tous Requillard, E.: *Diseño y puesta en marcha de un banco de medidas de caracterización de diodos láser semiconductores*. TFC UPC, 2010.
- [4] Cardona Fernandez, J.; Fernández Campos, L.: *Estudio de técnicas de modulación para enlaces ópticos*. TFC UPC, 2010.
- [5] Govind P. Agrawal, G. P.: *Nonlinear fiber optics*. San Diego, California: Academic Press, cop 2001, 1995. ISBN 0-12-045143-3
- [6] Petermann, K.: *Laser diode modulation and noise*. Kluwer Academic; Tokyo: KTK Scientific, 1991. ISBN 90-277-2672-8 (HB).
- [7] Henry, Charles H.: *Theory of the linewidth of semiconductor lasers*. IEEE Journal of Quantum Electronics, vol QE-18, pp 259-264, February 1982.
- [8] van der Ziel, J. P.: *Spectral roadening of pulsating $Al_xGa_{1-x}As$ double heterostructure lasers*. IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. QE-15, pp. 1277-1281, Dec. 1979.
- [9] Hakki, B.: *Optical and microwave instabilities in injection lasers*. Journal of Applied Physics, vol. 51, p.68, 1980.
- [10] Su, C. B.; Lanzisera, V.; Olshansky, R.: *Measurement of nonlinear gain from FM-modulation index of InGaAsP lasers*. Electronics Letters, vol. 21, pp. 893-895, 26 de septiembre de 1985.
- [11] Koch, T. L.; Linke, R. A.: *Effect of nonlinear gain reduction on semiconductor laser wavelength chirping*. Applied Physics Letters, vol. 48, pp. 613-615, 10 de marzo de 1986.
- [12] Koyama, F.; Suematsu, Y.; Arai, S.; Tawee, T.-E.: *1.5-1.6 μm GaInAsP/InP dynamic-single-mode (DSM) lasers with distributed Bragg reflector*. IEEE Journal of Quantum Electronics, vol QE-19, pp. 1042-1051, junio de 1983.

[13] Motosugi, G.; Yoshikuni, Y.; Itaya, Y.: *Spectral characteristics of a DFB laser under high-speed direct modulation*. Electronics Letters, vol. 20, pp. 849-850, 11 de octubre de 1984.

[14] Koch, T. L.; Bowers, J. E.: *Nature of wavelength chirping in directly modulated semiconductor lasers*. Electronics Letters, vol 20, pp. 1038-1040, 6 de diciembre de 1984.

[15] Andersson, P.; Andersson, T.: *Chirp in picosecond pulses from diode lasers: dependence on the modulation conditions and the linewidth enhancement factor*. Journal of Lightwave Technology, vol LT-3, pp. 795-798, julio de 1986.

**eetac****Escola d'Enginyeria de Telecomunicació i
Aeroespacial de Castelldefels**

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

ANEXOS

TÍTULO DEL TFC: Caracterización de diodos láser tipo distributed feedback.

TITULACIÓN: Ingeniería Técnica de Telecomunicación especialidad en Sistemas de Telecomunicación

AUTOR: Carlos Guzmán Torres

DIRECTOR: Concepción Santos Blanco

FECHA: 23 de junio de 2011

I. Glosario de términos

IM-DD: Intensity Modulation with Direct Detection.

DML: Direct Modulation Laser.

DBR: Distributed Bragg Reflector.

DFB: Distributed Feedback.

OMI: Optical Modulation Index.

FWHM: Full Width at Half Maximum.

RIN: Relative Intensity Noise.

TÉRMINOS UTILIZADOS EN LAS FORMULAS DEL APARTADO “CHIRP”

$N = n$ = carrier density (densidad de portadora).

n_{th} = threshold carrier density (densidad de portadora para el cual la ganancia lineal G_L es la unidad).

S = photon density (densidad de fotones).

R_{sp} = ritmo de la emisión espontánea / número de fotones generados espontáneamente por unidad de tiempo.

R_{st} = ritmo de la emisión estimulada / número de fotones generados por emission estimulada por unidad de tiempo.

α = linewidth enhancement factor (factor de ensanchamiento de línea).

$\nu = c / \lambda$ = frecuencia óptica

$\nu_g = c/\mu_e$ = velocidad de grupo de la onda óptica

μ_e = índice de refracción efectivo

$\tau_{ph} = \tau_p$ = tiempo de vida del fotón

$\nu - \nu_{th} = \Delta\nu$ = incremento de la frecuencia óptica

$K \cdot K_z = K_{tot}$ = total enhancement factor of sponetaneous emission

$\kappa_s = k_n$ = chirp adiabático debido a compresión de ganancia / ganancia no lineal

κ y κ_s describen el efecto de distribución de portadora no homogénea y de ganancia no lineal

M = índice de modulación de la FM generada por el chirp

m = índice de modulación de la señal IM

G = Ganancia normalizada

G_L = Ganancia lineal

g = ganancia óptica

II. Producto tiempo-ancho de banda de un pulso con forma Gaussiana

Si consideramos un pulso con forma Gaussiana

$$S(t) = S \exp(-(t/t_1)^2) \quad (A)$$

Con un ancho de pulso (ancho total a mitad del máximo, o FWHM) de

$$\Delta t = 1.67 t_1$$

La ecuación (4.21) implica un chirp lineal para un pulso Gaussiano:

$$d\phi/dt = -\alpha t/t_1^2 \quad (B)$$

Correspondiente a un desplazamiento al rojo (aumento de la longitud de onda) al incrementar el tiempo. Después de realizar la transformada de Fourier, la forma del pulso Gaussiano de la expresión (A) también produce una forma Gaussiana en el espectro [K. Petermann pag 130]

$$I_E(\Omega) \approx \exp(-(\Omega/\Omega_g)^2) \quad (C)$$

Con

$$\Omega_g = (1/t_1) \cdot \sqrt{1 + \alpha^2} \quad (D)$$

Con respecto a la frecuencia óptica, el ancho espectral (FWHM) $\Delta\nu_o$ está relacionado con Ω_g como:

$$\Delta\nu_o = 1.67 \Omega_g / 2\pi$$

Finalmente para el producto tiempo-ancho de banda de pulsos Gaussianos [15]

$$\Delta t \Delta\nu_o = 0.44 \Omega_g t_1 = 0.44 \cdot \sqrt{1 + \alpha^2} \quad (E)$$

Debido al chirp láser, el espectro se ensancha en un factor de $\sqrt{1 + \alpha^2}$. Este factor de ensanchamiento y también el coeficiente 0.44 son estrictamente válidos únicamente para pulsos Gaussianos. Sin embargo, ya que los pulsos ópticos cortos se parecen a los

Gaussianos, la ecuación (E) todavía proporciona una buena estimación para el producto tiempo-ancho de banda de pulsos cortos si el láser está directamente modulado, siempre y cuando sean despreciables los efectos de la ganancia no lineal, las no homogeneidades de la portadora y de la emisión espontánea.

De esta forma hemos obtenido el factor de aumento del ancho de línea que describía Henry en su trabajo [7].

III. Matemáticas

Definición 1 Una función f definida en \mathbf{R} es **periódica con periodo T** si se verifica $f(t+T) = f(t)$ cualquiera que sea $t \in \mathbf{R}$.

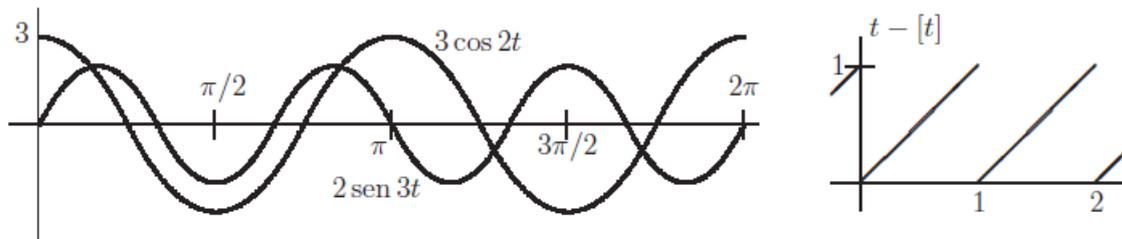
Si f es periódica con periodo T , también lo es con periodos $2T$, $3T$ y en general nT cualquiera que sea el entero n . Al menor de todos los periodos (positivos) se le denomina *periodo fundamental*, pero es habitual referirse a él simplemente como el periodo de la función. Una función periódica con periodo fundamental T queda definida por sus valores en cualquier intervalo de longitud T , y también se denomina periodo a tal intervalo.

Ejemplo 1.1. Las siguientes funciones son periódicas con el periodo fundamental indicado:

$$(A) \quad \text{sen } t, \quad T = 2\pi \qquad (B) \quad 3 \cos 2t, \quad T = \pi \qquad (C) \quad 2 \text{sen } 3t, \quad T = 2\pi/3$$

$$(D) \quad \cos \pi t, \quad T = 2 \qquad (E) \quad \text{tg } t, \quad T = \pi \qquad (F) \quad t - [t], \quad T = 1$$

En la última, $[t]$ es la parte entera de t , es decir el mayor entero menor o igual que t . Por ejemplo, $[\pi] = 3$ y $\pi - [\pi] = 0,141592\dots$. Como $[t+1] = [t] + 1$, se tiene $(t+1) - [t+1] = t - [t]$ y la función $f(t) = t - [t]$ es periódica con periodo 1.



Funciones periódicas

La suma de funciones periódicas con el mismo periodo también es una función periódica con ese periodo, pues

$$(f+g)(t+T) = f(t+T) + g(t+T) = f(t) + g(t) = (f+g)(t).$$

La suma de funciones periódicas con distinto periodo no es necesariamente una función periódica. Sólo lo es cuando el cociente entre los periodos es un número racional. Así, $\text{sen } 3t + \cos(t/2)$ es una función periódica (con periodo fundamental 4π), mientras que $\text{sen } t + \cos \pi t$ no es una función periódica.

Particularicemos para el caso $T = 2\pi$. Como las funciones $\cos t$, y $\text{sen } t$, tienen periodo (fundamental) 2π , las funciones $\cos nt$, y $\text{sen } nt$, tienen periodo fundamental $2\pi/n$ y entonces también tienen periodo 2π , cualquiera que sea el entero n . Por lo tanto, $\{\cos nt, \text{sen } nt : n \in \mathbf{N}\}$ es un conjunto de funciones periódicas con periodo 2π . Añadiendo la función constante $f(t) \equiv 1$, que admite cualquier periodo, obtenemos un conjunto básico de funciones periódicas con periodo 2π . Podemos crear otras sumando varias de ellas o, con mayor generalidad, formando combinaciones lineales:

$$\frac{a_0}{2} \cdot 1 + \sum_{n=1}^N a_n \cos nt + \sum_{n=1}^N b_n \text{sen } nt$$

con coeficientes arbitrarios (la justificación de designar por $a_0/2$ al primer coeficiente se verá posteriormente).

Se obtiene así un conjunto considerable de funciones, pero no es posible obtener *cualquier* función periódica con periodo 2π . Baste observar que, al tratarse de combinaciones lineales de funciones continuas, sólo podemos obtener de esa forma funciones continuas. Sin embargo, no estamos lejos de la afirmación fundamental de Fourier que, formulada de manera todavía imprecisa, fue: “*Sí es posible cuando $N \rightarrow \infty$* ”. Es decir, “cualquier” función periódica de periodo 2π admite un *desarrollo* de la forma

$$f(t) \simeq \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \operatorname{sen} nt) \quad (1)$$

con coeficientes a_n , b_n adecuados.

Nos ocuparemos de ello en la sección 3 y siguientes, tras revisar previamente los conceptos de convergencia de sucesiones y de suma de series numéricas.

IV. Código del programa para calcular los coeficientes

```

% Este programa se utiliza para obtener los valores de los armónicos.
% Niveles de potencia Po o Pin igualados a 1.
% Todos los cálculos son únicamente para la modulación IM
% La señal 'v' corresponde a un tono de RF.
%  $x(t) = m*v(t) = m*\cos(2*\pi*index*10^12)$ ;

clear all
syms coefs_re coefs_im arm_re arm_im x t m a; % conjunto de variables
simbólicas
%step=0.001; % numero de puntos en la simulación
%ind=[0:step:1]; % indice de modulación 'm'
index=14; % número de coeficientes calculados en el desarrollo de
Taylor (bastaría con 10)
ind=0.1;
Narm=4; % Número de armónicos
Nfrec=10; % número de frecuencias, idealmente infinito.
sumatorio=0;
Omega=1; % Frecuencia angular.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% CÁLULO DE LOS COEFICIENTES ai
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
re=sqrt(1+x)*cos((a/2)*log(1+x)); % modulación IM
im=sqrt(1+x)*sin((a/2)*log(1+x)); % modulación IM

for k=1:index % MATLAB comienza los índices en 1. Por tanto, i=1
corresponde al coeficiente cero

    if(k==1) % condición para tener en cuenta el coeficiente cero del
desarrollo de Taylor ya que MATLAB NO lo calcula
        auxRe=0;
        auxIm=0;
    else
        auxRe=taylor(re,(k-1));
        auxIm=taylor(im,(k-1));
    end

    coefs_re(k)=(taylor(re,k)-auxRe)/(x^(k-1)); %variable donde se
guarda el valor de los coeficientes
    coefs_im(k)=(taylor(im,k)-auxIm)/(x^(k-1)); %variable donde se
guarda el valor de los coeficientes

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% CÁLULO DEL VALOR DE LOS ARMÓNICOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

for n=1:Narm % Hemos considerado los 6 primeros armónicos

    %%%% Modulación IM %%%%
    arm_re(n)=0; % Iniciación de la variable donde se guarda el valor
de los armónicos (cos)
    arm_im(n)=0; % Iniciación de la variable donde se guarda el valor
de los armónicos (cos)

```

```

    for k=1:index % Cálculo de los armónicos. El índice ha de
    concordar con el bucle para el cálculo de coeficientes.
        arm_re(n)=arm_re(n)+coefs_re(k)*m^(k-1)*int(cos((n-
1)*t)*(cos(t))^(k-1),t,-pi,pi); % Variable donde se guarda el valor de
los armónicos
        arm_im(n)=arm_im(n)+coefs_im(k)*m^(k-1)*int(cos((n-
1)*t)*(cos(t))^(k-1),t,-pi,pi); % comando "int(x)" realiza la integral
de x
    end

    if(n==1) % Esta condición se emplea para añadir las constantes del
Desarrollo en Serie de Fourier
        arm_re(n)=arm_re(n)/(2*pi);
        arm_im(n)=arm_im(n)/(2*pi);
    else
        arm_re(n)=arm_re(n)/pi;
        arm_im(n)=arm_im(n)/pi;
    end

end

% Separamos el vector de armónicos en 5 variables diferentes, para
tener
% los 5 armónicos diferenciados
% coef_c0=arm_re(1)+li*arm_im(1);    % li = j
% coef_c1=arm_re(2)+li*arm_im(2);
% coef_c2=arm_re(3)+li*arm_im(3);
% coef_c3=arm_re(4)+li*arm_im(4);
% coef_c4=arm_re(5)+li*arm_im(5);
% coef_c5=arm_re(6)+li*arm_im(6);

c1n=(arm_re(2)^2+arm_im(2)^2)/(arm_re(1)^2+arm_im(1)^2);    % Necesita
que Narm=2
c2n=(arm_re(3)^2+arm_im(3)^2)/(arm_re(1)^2+arm_im(1)^2);    % Necesita
que Narm=3
c3n=(arm_re(4)^2+arm_im(4)^2)/(arm_re(1)^2+arm_im(1)^2);    % Necesita
que Narm=4
% c4n=(arm_re(5)^2+arm_im(5)^2)/(arm_re(1)^2+arm_im(1)^2);    %
Necesita que Narm=5
% c5n=(arm_re(6)^2+arm_im(6)^2)/(arm_re(1)^2+arm_im(1)^2);    %
Necesita que Narm=6

a_=0:0.1:5;
m_=0:0.01:1;

% CALCULOS PARA GRAFICA DE C1, OMI vs ALPHA, CON DIFERNTES VALORES DE
m
c1_m01=10*log10(subs(c1n,m,0.1))-6;
c1_m02=10*log10(subs(c1n,m,0.2))-6;
c1_m03=10*log10(subs(c1n,m,0.3))-6;
c1_m04=10*log10(subs(c1n,m,0.4))-6;
c1_m05=10*log10(subs(c1n,m,0.5))-6;
c1_m06=10*log10(subs(c1n,m,0.6))-6;
c1_m07=10*log10(subs(c1n,m,0.7))-6;
c1_m08=10*log10(subs(c1n,m,0.8))-6;
c1_m09=10*log10(subs(c1n,m,0.9))-6;
c1_m1=10*log10(subs(c1n,m,1))-6;

```

```
% CALCULOS PARA GRAFICA DE C2, OMI vs ALPHA, CON DIFERNTES VALORES DE
m
c2_m01=10*log10(subs(c2n,m,0.1))-6;
c2_m02=10*log10(subs(c2n,m,0.2))-6;
c2_m03=10*log10(subs(c2n,m,0.3))-6;
c2_m04=10*log10(subs(c2n,m,0.4))-6;
c2_m05=10*log10(subs(c2n,m,0.5))-6;
c2_m06=10*log10(subs(c2n,m,0.6))-6;
c2_m07=10*log10(subs(c2n,m,0.7))-6;
c2_m08=10*log10(subs(c2n,m,0.8))-6;
c2_m09=10*log10(subs(c2n,m,0.9))-6;
c2_m1=10*log10(subs(c2n,m,1))-6;
```

```
% CALCULOS PARA GRAFICA DE C3, OMI vs ALPHA, CON DIFERNTES VALORES DE
m
c3_m01=10*log10(subs(c3n,m,0.1))-6;
c3_m02=10*log10(subs(c3n,m,0.2))-6;
c3_m03=10*log10(subs(c3n,m,0.3))-6;
c3_m04=10*log10(subs(c3n,m,0.4))-6;
c3_m05=10*log10(subs(c3n,m,0.5))-6;
c3_m06=10*log10(subs(c3n,m,0.6))-6;
c3_m07=10*log10(subs(c3n,m,0.7))-6;
c3_m08=10*log10(subs(c3n,m,0.8))-6;
c3_m09=10*log10(subs(c3n,m,0.9))-6;
c3_m1=10*log10(subs(c3n,m,1))-6;
```

```
% CALCULOS PARA GRAFICA DE C1, OMI vs m, CON DIFERNTES VALORES DE
Alpha
c1_a0=10*log10(subs(c1n,a,0))-6;
c1_a1=10*log10(subs(c1n,a,1))-6;
c1_a2=10*log10(subs(c1n,a,2))-6;
c1_a3=10*log10(subs(c1n,a,3))-6;
c1_a4=10*log10(subs(c1n,a,4))-6;
c1_a5=10*log10(subs(c1n,a,5))-6;
```

```
% CALCULOS PARA GRAFICA DE C2, OMI vs m, CON DIFERNTES VALORES DE
Alpha
c2_a0=10*log10(subs(c2n,a,0))-6;
c2_a1=10*log10(subs(c2n,a,1))-6;
c2_a2=10*log10(subs(c2n,a,2))-6;
c2_a3=10*log10(subs(c2n,a,3))-6;
c2_a4=10*log10(subs(c2n,a,4))-6;
c2_a5=10*log10(subs(c2n,a,5))-6;
```

```
% CALCULOS PARA GRAFICA DE C3, OMI vs m, CON DIFERNTES VALORES DE
Alpha
c3_a0=10*log10(subs(c3n,a,0))-6;
c3_a1=10*log10(subs(c3n,a,1))-6;
c3_a2=10*log10(subs(c3n,a,2))-6;
c3_a3=10*log10(subs(c3n,a,3))-6;
c3_a4=10*log10(subs(c3n,a,4))-6;
c3_a5=10*log10(subs(c3n,a,5))-6;
```

```
c1=10*log10(subs(subs(c1n,m,0.5),a,5))-6 % Restamos 6 dB porque el
programa no calcula la parte negativa del espectro.
```

```

% c2=10*log10(subs(subs(c2n,m,0.4),a,5))-6    % Restamos 6 dB porque
el programa no calcula la parte negativa del espectro.
% c3=10*log10(subs(subs(c3n,m,0.4),a,5))-6    % Restamos 6 dB porque
el programa no calcula la parte negativa del espectro.
% c4=10*log10(subs(subs(c4n,m,0.4),a,5))-6    % Restamos 6 dB porque
el programa no calcula la parte negativa del espectro.
% c5=10*log10(subs(subs(c5n,m,0.4),a,5))-6    % Restamos 6 dB porque
el programa no calcula la parte negativa del espectro.

% for n=0:Nfrec
%     sumatorio=sumatorio+(besselj(n,(m*a/2)))*(cos(n*Omega*t)-
li*sin(n*Omega*t))-li*(m/4)*(besselj(n,(m*a/2)))*(cos((n+1)*Omega*t)-
li*sin((n+1)*Omega*t))+li*(m/4)*(besselj(n,(m*a/2)))*(cos((n-
1)*Omega*t)-li*sin((n-1)*Omega*t));
% end
%
% E=sqrt(Po)*sumatorio;
% Transformada de Fourier de E ?
% subs(sumatorio,m,0.1)
% taylor(sumatorio,k)

% Sustituimos la variable simbólica 'm' por un vector de valores entre
% [0,1.º
%c0_sub=(subs(coef_c0,m,ind));
%c1_sub=(subs(coef_c1,m,ind));
%c2_sub=(subs(coef_c2,m,ind));
%c3_sub=(subs(coef_c3,m,ind));
%c4_sub=(subs(coef_c4,m,ind));
%c5_sub=(subs(coef_c5,m,ind));
%c6_sub=(subs(coef_c6,m,ind));

```

V. Parámetros utilizados en la simulación VPI

