



epsc

**Escola Politècnica Superior
de Castelldefels**

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

TREBALL DE FI DE CARRERA

TÍTOL DEL TFC: Subgrafs d'energia mínima en xarxes ad-hoc

TITULACIÓ: Enginyeria Tècnica de Telecomunicació, especialitat Telemàtica

**AUTORS: Eva Aymamí Gili
Albert Rodríguez Viaplana**

DIRECTOR: Javier Ozón Górriz

DATA: 23 de gener de 2008

Títol: Subgrafs d'energia mínima en xarxes ad-hoc

Autors: Eva Aymamí Gili
Albert Rodríguez Viaplana

Director: Javier Ozón Górriz

Data: 23 de gener de 2008

Resum

En una xarxa de comunicacions ad-hoc els diferents nodes són normalment dispositius sense fils que poden situar-se sobre qualsevol punt de l'espai. En aquest tipus de xarxes s'ha de definir els enllaços entre els diferents dispositius sobre la marxa, de manera que existeixi una connectivitat entre tots els nodes que conformen la xarxa.

El present projecte té com a objectiu el disseny de la topologia d'una xarxa ad-hoc amb un doble requeriment. D'una banda, s'ha d'aconseguir connectivitat completa, és a dir, s'ha de garantir que un node pugui enviar informació a tota la resta de nodes de la xarxa encara que aquesta operació es faci a través de nodes intermedis i, en segon lloc, s'ha d'aconseguir que el consum total d'energia de la xarxa sigui mínim.

Per a resoldre aquest problema, anomenat subgraf de difusió d'energia mínima (MECBS), es presenten dos algoritmes probabilistes –simulated annealing i formigues– a més d'un algoritme determinista basat en l'obtenció d'arbres generadors mínims mitjançant Kruskal. Tots tres algoritmes són analitzats i comparats detalladament per tal d'extreure les conclusions que proporcionin una millor solució al problema del MECBS.

Title: Minimum energy subgraphs in ad-hoc networking

Authors: Eva Aymamí Gili
Albert Rodríguez Viaplana

Director: Javier Ozón Górriz

Date: January, 23th 2008

Overview

In ad-hoc communication networks, the nodes are usually wireless devices which can be located everywhere on the network. In this kind of networks we must define the links between the different devices on real time, in such a way that there exists connectivity among all the devices which form the network.

The aim of this project is the description of the topology of ad-hoc communication networks with a double requirement. On the first hand, we must achieve connectivity of the network, that is, we must guarantee that the root node is able to send its information to the rest of the nodes, even in the case that we perform this operation through passing nodes. On the second hand, we must assure that the energy consumption is minimum.

To solve this problem, called Minimum Energy Consumption Broadcasting Subgraph (MECBS), we define two probabilistic algorithms –simulated annealing and ants algorithm– and moreover a deterministic algorithm which first obtains minimum spanning trees. The three algorithms are analyzed and compared with the aim of obtaining the best solution for the MECBS problem.

ÍNDEX

| | |
|--|-----------|
| INTRODUCCIÓ | 1 |
| CAPÍTOL 1. XARXES AD-HOC..... | 3 |
| 1.1. Breu història..... | 3 |
| 1.2. Característiques..... | 4 |
| 1.3. Protocols en xarxes ad-hoc..... | 6 |
| 1.4. Encaminament en xarxes ad-hoc..... | 6 |
| 1.5. Aplicacions..... | 8 |
| CAPÍTOL 2. TEORIA DE GRAFS..... | 11 |
| 2.1. Definicions | 11 |
| 2.2. Arbres | 15 |
| 2.3. Arbre generador mínim: algoritme de Kruskal..... | 16 |
| CAPÍTOL 3. OPTIMITZACIÓ COMBINATÒRIA..... | 21 |
| 3.1. Problemes NP-complets | 21 |
| 3.2. Optimització combinatòria | 23 |
| 3.3. Simulated annealing..... | 25 |
| 3.4. Algoritme formigues | 28 |
| CAPÍTOL 4. SUBGRAF DE DIFUSIÓ D'ENERGIA MÍNIMA..... | 31 |
| 4.1. Definició..... | 31 |
| 4.2. Algoritme de Kruskal | 32 |
| 4.3. Ordenació dels nodes | 35 |
| 4.4. Simulated annealing..... | 35 |
| 4.5. Algoritme formigues | 37 |
| CAPÍTOL 5. RESULTATS | 39 |
| 5.1 Proves..... | 39 |
| 5.2 Resultats per Kruskal..... | 44 |

| | | |
|------------|--|-----------|
| 5.3 | Resultats per simulated annealing | 46 |
| 5.4 | Resultats per formigues | 52 |
| 5.5 | Comparació | 62 |
| 5.6 | Conclusions | 67 |
| 5.7 | Línies futures | 68 |
| | BIBLIOGRAFÍA | 71 |

INTRODUCCIÓ

En una xarxa de comunicacions ad-hoc els diferents nodes són normalment dispositius sense fils que poden situar-se sobre qualsevol punt de l'espai. En aquest tipus de xarxes s'han de definir els enllaços entre els diferents dispositius sobre la marxa, de manera que existeixi una connectivitat entre tots els nodes de la xarxa. Una primera solució consistiria en cobrir des de cada un dels nodes tota la resta de nodes de la xarxa, o el que és el mateix, en crear una xarxa completa en la que tots els nodes es comunicuessin directament entre si a través d'enllaços sense fils. En aquest escenari, però, un node hauria d'arribar directament als nodes més llunyans de la xarxa, cosa que suposaria un consum considerable d'energia. Això és, a més, un punt de vital importància en les xarxes ad-hoc ja que els diferents dispositius que les conformen solen ser elements portàtils que funcionen amb bateries. És per aquest motiu que en les xarxes ad-hoc s'intenta reduir el radi de cobertura dels diferents nodes amb l'objectiu de minimitzar el consum d'energia. D'aquesta manera, s'intenta que un node es comuniqui directament només amb els dispositius veïns més propers, de forma que per enviar informació als nodes més llunyans ho faci a través d'una sèrie de dispositius intermedis.

El present projecte té com a objectiu el disseny de la topologia d'una xarxa ad-hoc amb un doble requeriment. D'una banda, s'ha d'aconseguir connectivitat completa, és a dir, s'ha de garantir que un node pugui enviar informació a tota la resta de nodes de la xarxa encara que aquesta operació es faci a través de nodes intermedis. I, en segon lloc, s'ha d'aconseguir que el consum total d'energia de la xarxa sigui mínim. El fet de treballar amb xarxes sense fils fa que considerem un consum d'energia proporcional al quadrat dels radis de cobertura de forma que, finalment, l'objectiu serà minimitzar la suma dels quadrats del radi de cobertura dels diferents nodes de la xarxa.

El problema que acabem de descriure –que en termes teòrics s'anomena: subgraf de difusió d'energia mínima– és un problema NP-complet, és a dir, un problema que no es pot resoldre en temps breus de computació. És per aquest motiu que en el present projecte s'han utilitzat dos algorismes probabilistes – simulated annealing i formigues– capaços d'obtenir solucions properes a la solució òptima en temps raonables de càlcul. Ambdós algorismes han estat comparats, a més, amb un algorisme determinista basat en l'algorisme de Kruskal.

La memòria es divideix de la següent forma. En el primer capítol es descriuen les principals característiques i aplicacions de les xarxes ad-hoc. A més, es recorda la importància del consum de les bateries en el disseny de la topologia de la xarxa. En el segon capítol es presenten les eines teòriques necessàries per a la definició formal del problema de l'assignació dels radis de cobertura en una xarxa ad-hoc. De forma anàloga a la majoria de problemes que plantegen les xarxes de comunicació, aquest marc teòric el proporciona la teoria de grafs. A continuació, en el tercer capítol, es presenten les eines que es proposen per a la resolució aproximada del problema i, en el quart, s'especifica amb més detall els procediments aplicats al context particular d'aquest projecte. Finalment, en el cinquè i últim capítol, s'exposa el conjunt de proves efectuat sobre els diferents algoritmes, es mostren els resultats obtinguts per aquestes, es presenten les conclusions i es descriuen les principals línies futures d'investigació.

CAPÍTOL 1. XARXES AD-HOC

L'èxit de les comunicacions sense fils i la progressiva reducció en la mida dels dispositius amb capacitat per a comunicacions de dades ha multiplicat en els últims anys l'estudi de les xarxes mòbils ad-hoc. En aquest capítol es presenten les característiques generals d'aquests tipus de xarxes, que constitueixen el marc de treball del present projecte.

1.1. Breu història

El terme ad-hoc prové del llatí i significa literalment “per a això”, és a dir, “amb un propòsit determinat”. Segons aquesta definició, una xarxa ad-hoc es constitueix amb un cert propòsit gràcies a un conjunt de dispositius independents que poden establir enllaços sense fils entre si i que són capaços de formar una xarxa sense la necessitat de disposar d'una infraestructura prèvia. La Figura 1.1 mostra un exemple de xarxa ad-hoc.

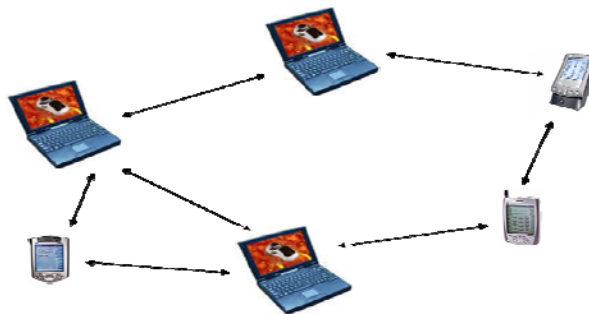


Fig. 1.1 Xarxa ad-hoc

Les xarxes ad-hoc tenen el seu origen en el sector militar. De forma gairebé contemporània al naixement d'Internet –a principis dels anys 70-, el ministeri de defensa americà es va interessar per un projecte anomenat “Packet Radio Networks” (PRNETs). L'objectiu d'aquest projecte era comunicar les diverses unitats d'un camp de batalla mitjançant dispositius ràdio, amb llibertat de moviments i de forma que cada node pogués comportar-se no solament com un element emissor o receptor, sinó que també pogués actuar com un node intermig de la xarxa; és a dir, que pogués servir com a pont de comunicació entre altres nodes de la xarxa.

Durant els anys posteriors a l'aparició de les xarxes ad-hoc, la investigació en aquestes, es va centrar únicament en el terreny militar. No obstant, en els últims cinc anys, tant l'àmplia difusió de les comunicacions sense fils com la progressiva reducció de la mida dels dispositius de comunicació han despertat l'interès per les xarxes ad-hoc i per les nombroses aplicacions civils que poden derivar-se'n del seu ús.

1.2. Característiques

Tal i com ja hem comentat, els nodes d'una xarxa ad-hoc són, normalment, dispositius mòbils. Aquesta afirmació, però, no exclou la presència de nodes fixes com, per exemple, un ordinador personal de sobretaula. De totes maneres, els dispositius que formen una xarxa ad-hoc, per definició, poden canviar de posició lliurement i comunicar-se entre si a través d'enllaços sense fils.

Així doncs, la topologia d'una xarxa ad-hoc és variable, de forma que un node que disposa d'un enllaç amb un node veí pot desplaçar-se, desaparèixer del seu radi de cobertura i formar un nou enllaç amb un tercer node visible en la nova zona de cobertura. La desaparició d'enllaços com a conseqüència de la mobilitat dels nodes es tradueix en una variació de les rutes d'encaminament molt més gran que en el cas de les xarxes clàssiques de comunicacions, inclosa Internet. Es pot observar aquesta situació a la Figura 1.2.

Com hem dit, en una xarxa ad-hoc els nodes es comuniquen a través d'enllaços sense fils. Això fa que les comunicacions en aquest tipus de xarxes disposin d'un menor ample de banda que en el cas d'enllaços fixes i, a més, siguin més propenses als errors de transmissió. D'altra banda, degut a la duració limitada de les bateries dels nodes o dispositius portàtils, aquests es veuen obligats a transmetre a baixa potència –per estalviar bateries–, la qual cosa es tradueix en un baix radi d'abast, que pot oscil·lar entre alguns metres i una longitud màxima d'alguns centenars de metres. Aquesta limitació de la cobertura dels nodes s'intenta compensar mitjançant la col·laboració entre ells, de forma que els nodes en una xarxa ad-hoc, a més d'emetre i rebre informació pròpia, han d'actuar com a repetidors entre dos nodes que no disposin d'una visibilitat directa.

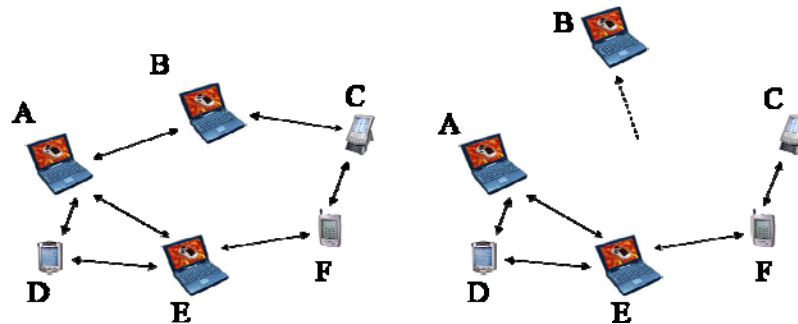


Fig. 1.2 El node B es desplaça i desapareix de l'àrea de cobertura dels nodes A i C. El tràfic de la ruta ABC haurà d'utilitzar una nova ruta, com la AEFC.

En les xarxes ad-hoc no es distingeix entre dispositius terminals i nodes intermitjos. Així doncs, cada node, en qualsevol moment, pot desenvolupar les dues funcions. Això fa que la xarxa no tingui una estructura jeràrquica o centralitzada. En aquest context, l'arquitectura clàssica de client-servidor en la que un node client demana servei a un altre node servidor, deixa de tenir sentit ja que tots els nodes poden fer alhora de clients i de servidors.

D'altra banda, cal considerar que els dispositius d'una xarxa ad-hoc poden tenir una autonomia limitada degut a la reduïda capacitat de les bateries. Per això, s'ha de tenir en compte el consum d'energia de forma que els programes de control permetin passar al mode de baix consum davant d'un període d'inactivitat. Igualment, s'han d'evitar les retransmissions innecessàries, així com les col·lisions en el canal d'accés –fenomen que es produeix quan dos nodes ocupen un mateix canal simultàniament i interfereixen entre ells. En aquest cas es produeix un error doble de transmissió, amb la conseqüent pèrdua d'eficiència energètica, ja que serà necessari retransmetre els missatges i tornar a invertir energia en la nova transmissió d'aquests.

En aquests casos, també es recomana disminuir la freqüència dels missatges de control i, inclús, tenir en compte el nivell d'energia disponible en un dispositiu a l'hora de fer el disseny de la topologia de xarxa. En aquest context, es podria excloure els nodes amb problemes d'energia de fer de ponts entre altres nodes o, com a mínim, reduir el seu radi de cobertura; tot amb el propòsit d'augmentar el seu cicle de vida.

1.3. Protocols en xarxes ad-hoc

En els darrers vint anys, l'arquitectura de protocols TCP/IP ha mostrat una enorme flexibilitat per adaptar-se a una gran varietat de contextos tecnològics, facultat que s'ha traduït en la universalitat de la xarxa basada en ambdós protocols: Internet. En rigor, Internet podria definir-se com un conjunt de xarxes o com una xarxa de xarxes que pot tenir diferents plataformes tecnològiques, però que són capaces d'intercanviar informació mitjançant la família de protocols compartits TCP/IP. És per això que les xarxes ad-hoc poden definir-se també sobre la base dels protocols TCP/IP, fet que a més permetria la seva senzilla integració a Internet. Malgrat això, alguns escenaris ad-hoc poden requerir protocols adaptats a la seva naturalesa particular (cal pensar que la topologia pot anar canviant al llarg del temps).

A més, en les xarxes ad-hoc, el protocol TCP (utilitzat per proporcionar fiabilitat extrem a extrem, és a dir, per assegurar que la informació arriba correctament d'una banda a l'altra de la comunicació) no sempre funciona per culpa de l'escassa fiabilitat de les connexions sense fils. El protocol TCP va ésser dissenyat per a les comunicacions per cable, que normalment són més fiables –provoquen menys errors de transmissió–, solen proporcionar més ample de banda i els dispositius romanen immòbils al llarg del temps. És per això que s'ha plantejat diverses propostes de modificacions per a l'ús de TCP en xarxes ad-hoc.

Atès que en les xarxes ad-hoc tots els nodes poden desenvolupar tant funcions de client com de servidor, i atès que aquests nodes poden aparèixer i desaparèixer de la xarxa com a conseqüència de la seva naturalesa portàtil, ha d'existir algun mecanisme simple per a determinar els nodes capaços d'oferir un determinat servei als altres. D'altra banda, també s'han d'utilitzar mecanismes de seguretat com l'autenticació i la privacitat, per a prevenir l'atac d'usuaris aliens a la xarxa que poden accedir a ella envaint l'espai compartit a través dels enllaços sense fils.

1.4. Encaminament en xarxes ad-hoc

Dels problemes que plantegen les xarxes ad-hoc, el més complex de tots és el problema de l'encaminament, és a dir, el de la cerca de camins al llarg de la xarxa per poder enviar informació d'un node a l'altre. Es tracta d'un problema

especialment delicat ja que qualsevol node, com s'ha dit, no solament pot fer de pont entre altres nodes, sinó que, a més, pot desplaçar-se d'un punt a un altre de l'espai, desfent rutes existents, però permetent la formació de nous camins. Els protocols d'encaminament de les xarxes ad-hoc han de tenir, per tant, una enorme capacitat d'adaptació. Així, s'haurà de poder desfer i tornar a fer rutes sobre la marxa, sense una gran necessitat de càlcul, mentre els diversos nodes es desplacen d'un punt a un altre de la xarxa.

Els protocols d'encaminament en les xarxes ad-hoc poden dividir-se en encaminaments unicast, multicast i broadcast, segons si el destinatari de la informació és un únic node, un conjunt de nodes o tota la xarxa, respectivament. En el present projecte ens centrem en el primer dels casos. Dels protocols d'encaminament unicast se'n poden destacar dues classes: els proactius i els reactius, a més dels mecanismes híbrids.

En els encaminament proactius, les taules d'encaminament dels nodes estan permanentment actualitzades, de forma que quan un node vol enviar dades a un altre, disposa sempre de la informació necessària per trobar el seu destí. En termes pràctics, això suposa un intercanvi periòdic d'informació entre els nodes i, per tant, l'existència d'un tràfic de control constant a la xarxa. Això pot arribar a traduir-se en una major probabilitat de congestió, d'una banda, i en un menor temps de vida de les bateries, de l'altra. Malgrat això, la continua disponibilitat de les rutes permet que els retards siguin mínims ja que un node tindrà disponible la ruta al mateix instant en que iniciï la comunicació. Els protocols proactius més utilitzats en les xarxes ad-hoc són: *l'Optimized Link State Routing Protocol* (OLSR) i el *Topology dissemination Based on Reverse-Path Forwarding* (TBRPF).

En oposició al funcionament de l'encaminament proactiu trobem els protocols reactius, que tan sols busquen les rutes sota demanda. D'aquesta manera, quan un node necessita enviar un paquet a un altre node, es posa en funcionament un mecanisme per tal de determinar la ruta que el paquet haurà de seguir. Amb aquests tipus de protocols, aconseguim reduir el tràfic de control de la xarxa, però augmentem el retard de la transferència ja que cada node, abans de començar la transmissió, haurà d'esperar mentre es calcula la ruta de transmissió. Els protocols d'encaminament reactius més utilitzats són *l'Ad-hoc On-demand Distance Vector routing* (AODV) i el *Dynamic Source Routing* (DSR).

Les estratègies proactives i reactives representen dues estratègies extremes d'encaminament en xarxes ad-hoc. Existeixen, no obstant, mètodes que combinen ambdues tècniques, el més popular del quals és el *Zone Routing Protocol* (ZRP). Aquest protocol divideix les xarxes ad-hoc en diverses regions en les que realitza encaminament proactiu, però entre zones utilitza l'encaminament reactiu. Una altra proposta més sofisticada és la que ofereix el *Sharp Hybrid Adaptive Routing Protocol* (SHARP). Aquest, permet que el radi de les zones proactives augmenti o disminueixi tenint en compte la mobilitat dels nodes i el patró de trànsit de la xarxa. Aquesta mesura pot tenir un impacte significatiu tant en el retard de la transmissió com en la taxa de pèrdues dels paquets de dades.

1.5. Aplicacions

En funció de la naturalesa dels seus nodes, poden definir-se dos classes de xarxes ad-hoc: les xarxes ad-hoc pures, les quals no disposen d'una infraestructura, i les xarxes híbrides, que són les més comuns i es caracteritzen per combinar una xarxa ad-hoc amb nodes que ofereixen accés a altres xarxes com Internet.

Com hem vist, la connectivitat ad-hoc permet als terminals de qualsevol conjunt d'usuaris construir una xarxa instantàneament quan aquests es concentren en un espai compartit. En són exemples els casos de conferències o reunions, escenaris en els que els diversos nodes poden intercanviar informació i, inclús, treballar simultàniament sense necessitat d'una infraestructura de comunicació fixa. Les xarxes ad-hoc també són útils per a calcular la posició dels diferents nodes de la xarxa mitjançant mesures de triangulació, propietat que pot resultar de gran utilitat en situacions d'emergència, com per exemple quan es pretén localitzar un membre extraviat d'un equip de salvament durant l'extinció d'un incendi.

Una altra futura aplicació de les arquitectures ad-hoc la constitueixen les xarxes en ruta, és a dir, xarxes en les que els vehicles funcionen com a nodes d'intercanvi d'informació sobre l'estat de les carreteres. D'aquesta manera, es podria reduir la probabilitat de congestió desviant als vehicles per les rutes menys transitades en una determinada franja horària. En un futur no gaire llunyà, fins i tot, un vehicle podrà advertir als vehicles posteriors de l'existència d'un obstacle al camí o d'una taca lliscant al sòl, només amb l'objectiu de

disminuir el risc de patir un accident. Inclús es podrien evitar les col·lisions frontals ja que un vehicle podria determinar la presència d'un altre vehicle en el carril contrari abans de disposar de visibilitat. L'arquitectura ad-hoc també és important en el camp de les xarxes de sensors; xarxes en les que els diversos nodes poden transmetre's instantàniament les seves mesures. En aquest escenari, la informació podria mostrar-se finalment de forma centralitzada i en temps real si totes les mesures es dirigeixen a una base de dades comú.

D'altra banda, tal i com ja s'ha dit, existeixen les xarxes híbrides, les quals disposen de nodes d'infraestructura juntament amb nodes purament ad-hoc. Les xarxes corporatives i les xarxes domèstiques són dos exemples d'ús d'aquest tipus de xarxes.

Les xarxes corporatives solen cobrir un o varis edificis –propers els uns als altres– que normalment formen part d'una mateixa empresa o campus universitari. En aquest escenari conviuen els nodes de la infraestructura juntament amb dos tipus de nodes ad-hoc: nodes fixes alimentats per la xarxa elèctrica i amb les característiques d'un PC de sobretaula i nodes mòbils, de mida reduïda, que s'alimenten mitjançant una bateria. Qualsevol d'aquests dispositius ad-hoc pot actuar com a pont entre dos nodes, però, malgrat aquesta possibilitat, els primers són els qui haurien de ser usats amb major prioritat ja que no presenten el problema del consum d'energia (estan alimentats per la xarxa elèctrica).

Per últim, les xarxes domèstiques tenen un clar interès en el camp de la domòtica. En aquest cas, els dispositius de la xarxa poden connectar-se a Internet, de tal forma que poden ser configurats remotament. Aquests nodes poden ser tant ordinadors com electrodomèstics o elements amb algun tipus de control remot. En un cas així, per exemple, podríem activar remotament la calefacció poc abans d'arribar a casa o ser informats en cas d'existència d'alguna alarma. Fins i tot es podrien prendre mesures estadístiques per tal d'optimitzar el consum d'energia, tant a l'estiu com a l'hivern, connectant o desconnectant l'aire condicionat o la calefacció, segons unes pautes òptimes d'estalvi energètic.

CAPÍTOL 2. TEORIA DE GRAFS

En el següent capítol es defineixen les eines teòriques necessàries per a resoldre el problema de l'assignació dels radis de cobertura en una xarxa ad-hoc. Les xarxes han estat representades mitjançant grafs i a continuació es descriuen els conceptes fonamentals d'aquesta matèria. A més, també es presenta el problema de l'arbre generador mínim, el qual es pot utilitzar com a mètode de resolució aproximada per al disseny de la topologia d'una xarxa ad-hoc.

2.1. Definicions

Un graf simple G és una parella $(V(G), E(G))$ tal que $V(G)$ és un conjunt finit d'elements anomenats nodes o vèrtexs i $E(G)$ un conjunt finit de parells no ordenats de nodes. Cada un dels elements de $E(G)$ s'anomena aresta. Tant els nodes com les arestes d'un graf poden incloure etiquetes definides a partir d'aplicacions $\Phi : V(G) \rightarrow R$ i $\Phi' : E(G) \rightarrow R$ de tal forma que cada node o aresta tingui associat un número. L'ordre n d'un graf $G = (V, E)$ és el nombre de nodes o cardinal de $V(G)$. Igualment, es defineix la mida E d'un graf $G = (V, E)$ com el cardinal d' $E(G)$ o el nombre d'arestes de G . Un graf sol representar-se gràficament dibuixant els nodes com a punts i les arestes com a línies que uneixen els nodes, tal i com podem observar a la Figura 2.1 i següents.

Per definició, un graf simple no pot tenir arestes repetides, és a dir, parells de nodes units per més d'una aresta, ni tampoc llaços (arestes que enllacen un mateix node). A partir d'ara, i a no ser que s'especifiqui el contrari, cada cop que ens referim a un graf G entendrem que és un graf simple.

Es diu que dos nodes u i v són adjacents quan els uneix una aresta uv . En aquest cas es diu que els nodes u i v incideixen sobre l'aresta uv o bé que l'aresta uv incideix sobre els nodes u i v . Dues arestes són adjacents quan tenen un node en comú. El grau $\delta(v)$ d'un node v és el nombre d'arestes incidents al node v .

Per a un graf simple d'ordre n , el nombre màxim d'arestes que aquest pot contenir és igual a $n(n-1)/2$, que són totes les possibles combinacions que es poden arribar a formar prenent els n nodes de dos en dos. Així, es defineix la densitat $\rho(G)$ d'un graf G d'ordre n com el quocient entre el nombre d'arestes

del graf G i el màxim nombre d'arestes que pot contenir un graf d'ordre n . D'aquesta manera:

$$\rho(G) = \frac{E}{n(n-1)/2} = \frac{2E}{n(n-1)}$$

Un "clique" $C \subset V(G)$ d'un graf G és un conjunt de nodes de $V(G)$ tal que tota parella de nodes de C són adjacents entre si. D'altra banda, s'anomena conjunt independent a un conjunt $S \subset V(G)$ de nodes tals que no són adjacents dos a dos.

Una seqüència d'arestes és una successió d'arestes consecutives $v_0v_1, v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_{m-1}v_m$. La seqüència descriu o dibuixa un camí continu sobre el graf. Aquella seqüència en la que no es repeteixen arestes es defineix com a cua i si tampoc es repeteix cap node, trajecte o camí. Un trajecte tancat tal que el primer i l'últim node coincideixen s'anomena circuit o cicle.

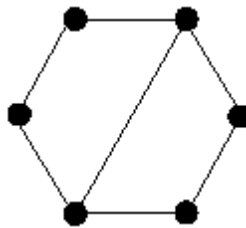


Fig. 2.1 Graf connex

Es diu que un graf és connex quan és possible traçar almenys un trajecte entre dos nodes qualsevol de $V(G)$. Cada un dels conjunts connexes de nodes en que es pot descomprimir un graf no connex s'anomena component connexa del graf. La distància $d(u,v)$ entre dos nodes u i v es defineix com el cardinal mínim de tots els trajectes entre u i v , és a dir, el nombre mínim d'arestes que s'ha de recórrer per arribar d'un node a l'altre. Quan un graf no és connex i dos nodes pertanyen a components diferents del graf es diu que la distància entre ambdós nodes és infinita. S'anomena diàmetre d'un graf G a la màxima distància possible entre dos nodes qualsevol de G .

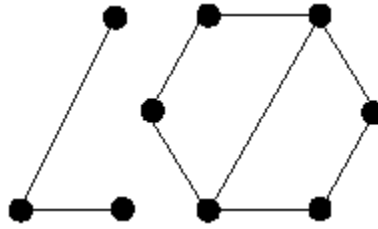


Fig. 2.2 Graf no connex

Un graf complet K_n és un graf simple tal que tots els seus parells de nodes estan units per una aresta. D'aquesta manera, el nombre d'arestes de K_n és igual a $n(n-1)/2$. D'altra banda, un graf en el qual tots els nodes tenen el mateix grau s'anomena graf regular. Concretament, es diu que G és un graf regular de grau r si tots els seus nodes tenen grau r .

Donats dos grafs qualsevol $G_1=(V_1, E_1)$ i $G_2=(V_2, E_2)$, G_2 és subgraf de G_1 si i només si $V_2 \subseteq V_1$ i $E_2 \subseteq E_1$. Si $V_2 = V_1$ llavors G_2 és subgraf generador de G_1 . En cas que G_2 conservi les arestes de G_1 , és a dir, en el cas que tota parella de nodes del graf G_2 siguin adjacents si són adjacents en G_1 , direm que G_2 és un subgraf induït de G_1 .

Dos grafs $G = (V, E)$ i $G' = (V', E')$ són isomorfs si existeix una bijecció $\Phi : V \rightarrow V'$ tal que per a tota parella de nodes $u, v \in V(G)$ l'aresta uv pertany a $E(G)$ si i només si l'aresta $\Phi(u) \Phi(v)$ pertany a $E'(G')$. En aquest cas es diu que Φ és un isomorfisme de G a G' . Dos grafs isomorfs G i G' poden representar-se gràficament de la mateixa manera. Un automorfisme d'un graf G és un isomorfisme de G a G . Un graf $G = (V, E)$ és vèrtex-transitiu o vèrtex-simètric si donada una parella arbitrària de nodes $u, v \in V(G)$ existeix un automorfisme Φ de G tal que $\Phi(u) = v$. Donat un graf vèrtex-transitiu tots els nodes són intercanviables i tenen les mateixes propietats.

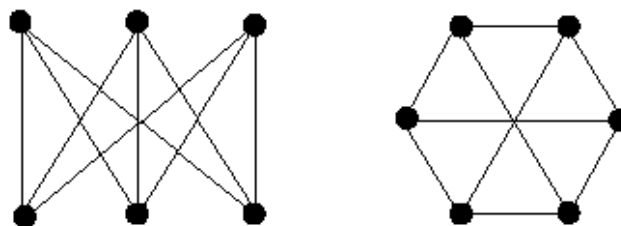


Fig. 2.3 Grafs isomorfs vèrtex-transitius

Un graf $G = (V, E)$ és pla si pot dibuixar-se sobre el pla sense que cap de les seves arestes es talli. D'altra banda un graf $G = (V, E)$ és planar si existeix algun graf pla isomorf a G .

Un graf G és k -partit o k -acolorible si existeix una aplicació $\Phi : V(G) \rightarrow \{1, \dots, k\}$ tal que $\Phi(u) \neq \Phi(v)$ per a tota parella de nodes u i v adjacents; és a dir, tal que dos nodes adjacents tinguin sempre imatges diferents. L'aplicació Φ s'anomena acoloriment dels nodes del graf G i cada un dels enters assignats a cada node rep el nom de color. El nombre cromàtic $X(G)$ d'un graf G és el mínim enter k tal que G és k -acolorible. D'aquesta manera, l'acoloriment d'un graf consisteix en assignar un color (o etiqueta o número) a cada un dels nodes del graf de tal forma que dos nodes adjacents tinguin colors diferents. Igualment, el nombre cromàtic d'un graf és el mínim nombre de colors necessaris per a acolorir-lo correctament.

Un dígraf G es defineix com una parella $(V(G), A(G))$ on $V(G)$ és un conjunt finit no buit d'elements anomenats nodes i $A(G)$ és una família finita de parells ordenats d'elements de $V(G)$ anomenats arcs o arestes dirigides o també, per simplicitat, arestes. $V(G)$ i $A(G)$ s'anomenen conjunts de nodes i família d'arcs, respectivament. En les ocasions en que no existeixi ambigüitat, es pot utilitzar el terme graf per a designar a dígraf.

D'un arc, el primer element del qual és v i el segon element es w , es diu que és un arc de v a w i es designa (v, w) o simplement vw . Cal tenir en compte que els arcs vw i wv són diferents. Si G no posseeix cap llaç (arcs de la forma vv) i tots els arcs de G són diferents, G és un dígraf simple. Els arcs d'un dígraf G poden incloure també etiquetes definides per aplicacions $\Phi : V(G) \rightarrow R$ i $\Phi' : E(G) \rightarrow R$. Si G és un dígraf, el graf que s'obté de G mitjançant "l'eliminació de les fletxes" s'anomena graf base de G .

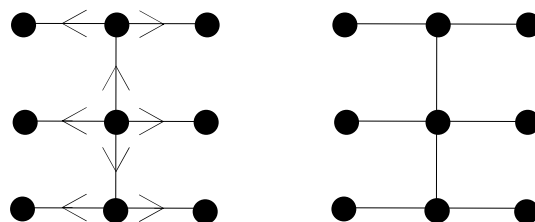


Fig. 2.4 Dígraf i graf base del mateix

Les definicions donades pels grafs poden estendre's de forma natural als dígrafs. Així, es diu que dos nodes v i w d'un dígraf G són adjacents si existeix un arc de la forma vw o wv a $A(G)$. Es diu llavors que els nodes v i w són incidents en aquell arc. D'altra banda, dos dígrafs són isomorfs si existeix un isomorfisme entre els seus grafs base que mantingui l'ordre del nodes de cada arc. Tanmateix, una seqüència d'arcs a un dígraf D és una seqüència finita d'arcs de la forma $v_0v_1, v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_{m-1}v_m$ en la que no es repeteixen ni arcs ni nodes.

Un dígraf G és connex (o dèbilment connex) si el graf base de G és un graf connex. Si, a més, per cada parella de nodes v i w de G existeix un trajecte de v a w , llavors es diu que G és fortament connex. Tots els dígrafs fortament connexes són connexes, però no tots els dígrafs connexes són fortament connexes. El dígraf de la Figura 2.4 és connex, però no fortament connex.

La diferència entre dígrafs connexes i fortament connexes resulta clara quan es considera el plànol d'una ciutat els carrers de la qual tenen tots direcció única. Dir que el plànol és connex equival a dir que podem circular des d'un punt de la ciutat a qualsevol altre, ignorant el sentit de circulació obligatori dels carrers. En canvi, si diem que el plànol és fortament connex, podrem seguir circulant des de qualsevol punt de la ciutat a qualsevol altre, però sempre respectant la direcció permesa.

2.2. Arbres

S'anomena bosc a aquell graf que no posseeix cap circuit o cicle i, arbre, a qualsevol bosc connex. D'aquesta manera, un arbre és un graf connex sense cap cicle, tal i com es pot observar a la Figura 2.5.

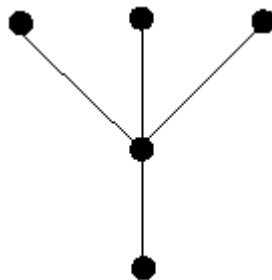


Fig. 2.5 Arbre

Un arbre té diverses propietats, la més significativa de les quals és que donada una parella de nodes només existeix un únic camí que els uneixi. Es pot demostrar ([11] i [22]) que les següents proposicions, referides a la definició d'arbre i les seves propietats, són equivalents:

- i. T és un arbre format per n nodes.
- ii. T no conté cap cicle i disposa de $n-1$ arestes.
- iii. T és connex i té $n-1$ arestes.
- iv. T és connex i cada aresta és un istme, és a dir, l'eliminació d'una aresta divideix el graf en dos parts connexes. A més, aquestes parts no contenen cicles.
- v. Cada parella de nodes de T està connectada per un únic camí.
- vi. T no conté cap cicle, però el fet d'afegir una nova aresta crearia exactament un cicle.

Un arbre generador d'un graf $G(V,E)$ es defineix com un subgraf que conté tots els nodes de G i que a més és un arbre. D'aquesta manera, si el graf G té n nodes, un arbre generador de G és sempre un subgraf connex de n nodes, $n-1$ arestes i que a més no conté cicles, és a dir, que conté un únic camí per a cada parella de nodes de G .

2.3. Arbre generador mínim: algoritme de Kruskal

Tal i com s'ha comentat anteriorment, un graf ponderat o etiquetat és un graf $G(V,E)$ en el que cada aresta té assignat un número anomenat etiqueta o pes segons una aplicació $\Phi : E(G) \rightarrow \mathbb{R}$. El pes d'un graf etiquetat es calcula com el sumatori dels pesos de totes les seves arestes.

L'arbre generador mínim d'un graf connex G amb pesos és un arbre generador de G que té el pes mínim. L'arbre generador mínim d'un graf s'anomena MST, que és l'acrònim de l'expressió anglesa Minimum Spanning Tree. Per definició, qualsevol graf connex té un arbre generador mínim, encara que en general no és únic, com es el cas de la Figura 2.6.

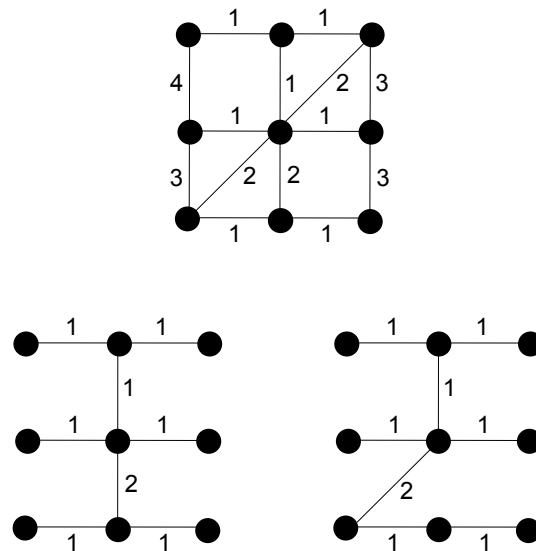


Fig. 2.6 Graf i arbres generadors mínims

De tots aquells algorismes capaços de trobar l'arbre generador mínim d'un graf connex, el més utilitzat és l'algoritme de Kruskal, el procediment del qual és molt simple. Inicialment, l'algoritme ordena les arestes segons el seu pes. A continuació es van escollint les arestes per ordre de pes –de menor a major– de tal forma que l'aresta escollida a cada iteració no pot formar un cicle amb les arestes anteriors (d'aquesta forma ens assegurem que el conjunt d'arestes final no formarà cicles i que, per tant, obtindrem un arbre). Per assegurar-nos que no es formen cicles, cada vegada que s'escull una aresta, l'algoritme ha d'anar actualitzant en una taula els conjunts de nodes comunicats entre si. Així, l'algoritme no podrà seleccionar les arestes que uneixin nodes d'un mateix subconjunt ja que, en aquest cas, s'estaria formant un cicle. El procés acaba en el moment en que s'han escollit $n-1$ arestes, on n és el nombre de nodes del graf.

Per construcció, el graf resultant que obtenim després de l'aplicació de l'algoritme de Kruskal ha de ser un arbre generador mínim: diem que serà un arbre perquè les seves arestes no formaran cicles; que serà generador perquè aquestes $n-1$ arestes han d'unir per força els n nodes del graf (si unissin menys nodes, no obtindríem un graf connex i es formarien cicles); i que serà mínim perquè, per construcció, no es poden crear arbres de pes menor. Intuïtivament, es pot observar que per obtenir una millor solució hauríem de substituir una aresta uv de Kruskal per una altra $u'v'$ de menor pes, però en aquest cas l'aresta $u'v'$ formaria cicle amb altres arestes seleccionades anteriorment ja que si no hagués estat així, aquesta aresta no hauria estat rebutjada per l'algoritme de Kruskal.

```

T = ∅
mentre |T| < n-1 fer
  escollir e ∈ E de pes mínim
  E = E - {e}
  si e no forma cicle a T, llavors
    T = T ∪ {e}

```

Fig. 2.6 Algoritme Kruskal

Suposem, per a ser més precisos, que T és l'arbre generador de G calculat per Kruskal, i que T_1 és un arbre generador mínim de G . Suposem, a més, que de tots els arbres generadors mínims, T_1 té el nombre més gran d'arestes comunes amb T . Considerem ara que T i T_1 són diferents. En aquest cas, Kruskal no hauria obtingut la solució òptima. Sigui e la primera aresta considerada per Kruskal que pertany a T i no pertany a T_1 . Siguin C_1 i C_2 les components connexes de T connectades per l'aresta e . Atès que T_1 és un arbre, $T_1 + e$ té un únic cicle i existeix una aresta f en aquest cicle que també connecta un node de C_1 amb un node de C_2 . Aquesta aresta f no pot pertànyer a T , ja que en aquest cas T contindria un cicle.

En aquest cas $T_2 = T_1 + e - f$ (i.e. l'arbre resultant de treure f de T_1 i d'afegir-li e) és també un arbre generador. D'altra banda, atès que e va ser considerada per Kruskal abans que f , el pes d' e ha de ser menor o igual al pes de f . I atès que T_1 és un arbre generador mínim, els pesos d'aquestes dues arestes han de ser finalment els mateixos (en un altre cas, si el pes d' e fos més petit que el de f , aleshores podríem substituir e per f a T_1 i obtenir un arbre generador de pes més petit, contradient la hipòtesis de que T_1 és mínim). Per tant, T_2 és un arbre generador mínim amb més arestes comunes amb T que las que conté T_1 , contradient la hipòtesis inicial per T_1 . Això prova que T ha de ser un arbre generador de pes mínim. Igualment, repetint l'argument, podria obtenir-se un nou arbre generador mínim T_3 a partir de T_2 , que tingués amb T una aresta més en comú que T_2 , i així successivament fins a construir T com a arbre generador mínim. A [11] pot trobar-se una demostració més formal del caràcter òptim de l'algoritme.

La complexitat de l'algoritme de Kruskal, tal i com es defineix al següent capítol és de $O(m \cdot \log m)$, on m és el número d'arestes. Com que el nombre d'arestes és com a molt $n(n-1)/2$, si entenem n com el número de nodes, es pot afirmar que la complexitat de Kruskal és de $O(n^2 \cdot \log n^2) = O(n^2 \cdot 2 \cdot \log n) = O(n^2 \cdot \log n)$

que, a més, és menor a $O(n^3)$. És a dir, la complexitat de l'algoritme és polinòmica.

Una forma simple de demostrar aquest fet és comptar, en primer lloc, el nombre màxim d'iteracions, que és igual al nombre m d'arestes. A cada iteració, és a dir, cada vegada que s'esculli o no una aresta, només s'ha de comprovar si l'aresta té com a nodes incidents un parell de nodes que ja hagin estat connectats per les arestes seleccionades anteriorment i, a continuació, ajuntar en un mateix grup connex els dos grups connexes als que estaven connectats els dos nodes que formen l'aresta escollida. Es pot demostrar [11] que aquesta operació necessita un nombre de càlculs d'ordre $O(\log m)$ i d'aquí resulta la complexitat $O(m \cdot \log m) = O(n^2 \cdot \log n) < O(n^3)$.

CAPÍTOL 3. OPTIMITZACIÓ COMBINATÒRIA

En el present capítol es presenten els fonaments de l'optimització combinatòria. En primer lloc s'estudia i es defineix la família de problemes NP-complets, conjunt al qual pertany el problema plantejat en aquest projecte. A continuació s'analitzaran alguns mecanismes utilitzats en aquest tipus de problemes per tal d'obtenir solucions aproximades en temps de computació acotats.

3.1. Problemes NP-complets

Es diu que una funció $G(n)$ és d'ordre superior a una altra funció $F(n)$ si existeix algun nombre enter n_0 tal que $\forall n > n_0$ s'acompleixi que $G(n) > k \cdot F(n)$ per a un número k positiu. A la taula 3.1 es comparen els valors de diverses expressions en funció del valor de n . Observant la taula es pot veure que les expressions polinòmiques creixen a un ritme molt inferior al de les funcions exponencial o factorial. Es diu també que una funció $f(n)$ és $O(g(n))$, és a dir, del mateix ordre que la funció $g(n)$, si el quocient d'ambdues funcions $f(n)/g(n)$ pot acotar-se per a tota n arbitràriament gran.

| Funció | $n = 2$ | $n = 8$ | $n = 128$ | $n = 1024$ |
|--------------|---------|--------------------|---------------------|-------------------|
| n | 2 | 2^3 | 2^7 | 2^{10} |
| $n \log_2 n$ | 2 | $3 \cdot 2^3$ | $7 \cdot 2^7$ | $10 \cdot 2^{10}$ |
| n^2 | 2^2 | 2^6 | 2^{14} | 2^{20} |
| n^3 | 2^3 | 2^9 | 2^{21} | 2^{30} |
| 2^n | 2^2 | 2^8 | 2^{128} | 2^{1024} |
| $n!$ | 2 | $4.9 \cdot 2^{13}$ | $4.5 \cdot 2^{714}$ | 2^{8769} |

Taula 3.1 Complexitat de diverses funcions

A la pràctica es considera que un algoritme és eficient quan és capaç de trobar una solució òptima per al problema plantejat mitjançant una funció de temps polinòmica. Aquesta funció polinòmica ha de tenir relació amb la mida del problema i, en una xarxa, aquesta "mida" sol mesurar-se segons el nombre de nodes. Hi ha ocasions en les que és impossible trobar una solució en un temps polinòmic. Llavors, es considera que un algoritme de resolució és acceptable si és capaç de donar una aproximació de la solució òptima en un interval de

temps polinòmic o bé si en la majoria de casos és capaç de trobar la solució òptima en un temps polinòmic d'execució.

Un problema combinatori la resolució del qual necessita d'un algoritme de complexitat $O(p)$ (és a dir, un algoritme que realitzi un nombre d'operacions proporcional a una funció polinòmica de la mida del problema) es defineix com un problema de tipus P. D'altra banda, es diu que un problema és de tipus NP quan pot ésser resolt polinòmicament per una màquina de Turing no determinista, que pot definir-se com un conjunt indefinit de màquines de Turing processant la informació en paral·lel. En aquest cas la complexitat temporal en funció de la mida n del problema està determinada pel nombre màxim d'operacions que, considerant totes les possibles entrades de longitud n , ha de realitzar en el pitjor dels casos alguna de les màquines de Turing. Una solució d'un problema NP pot ser comprovada en un interval de temps polinòmic.

Un problema de tipus P pertany per definició a la classe NP. D'altra banda s'ha conjeurat que $P \neq NP$, és a dir, que existeixen problemes de tipus NP que no poden ser resolts en un temps de caràcter polinòmic.

Es diu que un problema combinatori es pot transformar polinòmicament en un altre problema si donada una solució d'un dels problemes es pot construir, en un temps polinòmic, una solució del segon problema. Es defineix d'aquesta manera la classe de problemes NP-complets com un subconjunt de problemes de tipus NP tals que poden ser traduïts els uns en termes dels altres en un temps polinòmic. Si fos possible resoldre eficientment (és a dir, mitjançant un algoritme de complexitat polinòmica) un dels problemes de tipus NP-complets es demostraria que tota la família pot ser resolta en intervals de temps polinòmics ja que el producte de dos polinomis obté com a resultat un altre polinomi.

Alguns dels clàssics problemes NP-complets pertanyen a la teoria de grafs. En són exemples els següents casos: el problema del conjunt independent màxim, l'aplanament de grafs, l'acoloriment de grafs o el problema del viatjant de comerç. Aquests casos anunciats no poden ésser resolts genèricament amb algorismes d'ordre polinòmic o, per ser més precisos, no s'han trobat fins al moment tècniques polinòmiques per a la seva resolució. En aquests casos s'han de definir algorismes capaços de trobar solucions gairebé òptimes en intervals d'execució polinòmics. Aquests mètodes, que solen anomenar-se *mètodes heurístics o d'optimització combinatoria*, aprofiten en cada cas l'espai de solucions per apropar-se eficientment a les zones on existeixen solucions

òptimes del problema. Alguns d'aquests algoritmes, com per exemple els algoritmes genètics, simulated annealing o l'algoritme formigues, responen a més a esquemes generals i probabilistes (amb l'objectiu d'evitar extrems locals de la funció de cost) que poden ser aplicats sobre una àmplia gama de problemes combinatoris.

3.2. Optimització combinatòria

Com ja hem dit, una cerca exhaustiva entre l'espai de solucions d'un problema NP-complet és un mètode, computacionalment parlant, inviable. Una possible solució per tal d'estalviar càlculs i temps seria explorar només una part de l'espai de solucions, però aquest mètode no seria eficient i, a més, contindria un alt caràcter aleatori. El que se sol fer en aquests casos és escollir eficientment la part de l'espai d'exploració per tal de cercar en aquells punts on sigui més probable trobar bones solucions. Això és el que fan els mètodes heurístics, també coneguts com algoritmes d'optimització combinatòria.

Els mètodes heurístics es poden dividir en grups en funció de les estratègies que utilitzin per tal d'arribar a obtenir un resultat òptim. Entre aquestes estratègies destaquen les tècniques constructives, els mètodes de partició i els mètodes de millora iterativa.

Les tècniques constructives estudien les característiques de l'espai de solucions i, aprofitant el coneixement d'aquest, tracten de trobar la solució òptima.

Per la seva part, els mètodes de partició, tal i com indica el seu nom, divideixen el problema en un conjunt de subproblemes més petits, per als quals és relativament senzill trobar la solució. Un cop s'ha trobat la solució de cada un dels problemes es genera la solució global. Aquests mètodes només són efectius si els subproblemes generats són disjunts.

Finalment trobem els mètodes de millora iterativa. Són els més interessants de tots els que s'ha esmentat ja que es poden aplicar a una gran varietat de problemes. El més conegut d'aquests mètodes és el de la cerca local. Aquesta tècnica, inicialment, tria una solució qualsevol escollida a l'atzar. A aquesta solució inicial se li imposa una successió de canvis, cada un dels quals genera

una nova solució. En cas que una solució generada sigui millor que l'anterior es desa i, en cas contrari, es rebutja.

A més, existeixen els algoritmes d'optimització combinatòria probabilistes. Entre aquests destaquen els següents: les xarxes neuronals, els algoritmes genètics, el simulated annealing i l'algoritme formigues. Aquests algoritmes es basen en propietats de sistemes reals i es pot dir que són probabilistes pel fet que algunes de les seves operacions s'executen sota una determinada probabilitat; és a dir, no són del tot algoritmes deterministes.

La naturalesa probabilista d'aquests algoritmes no implica un desordre o caos tal i com es pot arribar a pensar. El fet és que, malgrat que els processos realitzats per aquests algoritmes són estocàstics, la cerca que s'efectua entre l'espai de solucions està dirigida i, per tant, no s'ha de confondre un algoritme d'optimització combinatòria probabilista amb un de cerca aleatòria pura. A més, cal especificar l'objectiu de l'ús de factors estocàstics: evitar els extrems locals en l'espai de solucions.

Així, una de les principals característiques d'aquests mètodes és la possibilitat d'evitar els màxims i mínims locals. Si imaginem que l'espai de solucions d'un cert problema té una característica com el de la Figura 3.1, seria molt senzill que un algoritme de millora successiva es veiés estancat en un dels pics locals. En canvi, amb un algoritme d'optimització combinatòria probabilista, la probabilitat d'arribar al màxim global augmenta considerablement ja que permetem a l'algoritme efectuar salts d'una zona a una altra de l'espai de solucions.

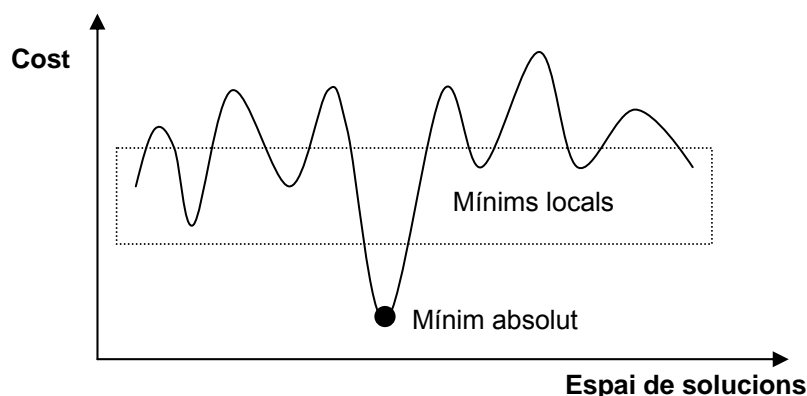


Fig. 3.1 Mínims locals i absoluts d'una funció de cost

D'aquesta manera, un dels punts clau per al bon funcionament d'aquests algoritmes és la representació de l'espai de solucions. La Figura 3.1 en mostra un exemple senzill, però cal dir que, normalment, l'espai de solucions no pot ser ni tan sols dibuixat. De totes formes, és interessant obtenir un espai de solucions, sigui quina sigui la seva dimensió, sense extrems locals o, com a mínim, amb extrems locals molt pitjors que la solució òptima. Per a això, a vegades resulta convenient introduir un cert escalat ja que així els algoritmes utilitzats convergiran més ràpidament cap a la millor solució i no perdran temps explorant els mínims locals.

3.3. Simulated annealing

Si es redueix bruscament la temperatura d'un líquid per sota del punt de fusió d'aquest, el resultat és un estat desordenat d'energia major que la que correspon al compost en estat cristal·lí. En aquest cas, les molècules haurien arribat a un mínim local d'energia. Si, pel contrari, la temperatura del líquid es veu disminuïda lentament i seguint una pauta adequada de refredament, el líquid evolucionarà cap a l'equilibri i d'aquesta forma la seva configuració, d'energia mínima, es correspondrà amb la d'un compost ordenat i cristal·lí.

Inspirant-se en aquest procediment, l'algoritme de simulated annealing treballa amb una única solució del problema que varia a cada iteració de forma aleatòria (normalment de forma restringida en el sentit que l'algoritme modifica només una de les posicions del vector de solucions). Un cop obtinguda la nova solució, simulated annealing compara les energies (és a dir, les funcions de cost) d'ambdues solucions. Si l'energia de la nova solució és millor (més petita) que l'energia de l'antiga, la nova solució és acceptada i substitueix a l'anterior. Si, en canvi, l'energia ha augmentat, la solució s'accepta amb una probabilitat determinada pel factor de Boltzman $e^{-\Delta f/T}$, on T es la temperatura actual del sistema i Δf és la diferència d'energies entre el nou estat j i l'anterior estat i . D'aquesta manera:

$$P_{\text{acceptar}}(j) = \begin{cases} 1 & \text{si } f(j) \leq f(i) \\ e^{-\Delta f/T} & \text{si } f(j) > f(i) \end{cases}$$

La probabilitat d'acceptar una nova solució pitjor que la solució actual és menor quan més gran és la diferència d'energies i quan més petita és la temperatura del sistema.

Aquest procés de generació i acceptació o refutació es repeteix un cert nombre de vegades per a cada temperatura. Un cop s'ha completat el nombre d'iteracions per una determinada temperatura el sistema es refreda (és a dir, es disminueix la temperatura del sistema) i es va aplicant aquesta operació fins que l'algoritme arriba a la temperatura final. D'altra banda, pot determinar-se un nombre mínim d'acceptacions per a cada temperatura de tal forma que, si en arribar a l'última iteració no s'ha dut a terme un nombre mínim de canvis, el procés continua fins a trobar una quantitat mínima de canvis o bé fins a superar un nombre màxim d'iteracions. En aquest punt l'algoritme pot canviar a una nova temperatura.

Conforme l'algoritme s'aproxima a la temperatura mínima, la probabilitat d'acceptar un augment de l'energia s'aproxima a zero. Aquesta dependència amb la temperatura permet escapar dels mínims locals i assegurar la convergència de l'algoritme. De fet, es pot demostrar [1] que simulated annealing condueix al màxim global quan el nombre d'iteracions creix indefinidament.

Per a obtenir un bon rendiment de l'algoritme és important ajustar-ne els seus paràmetres de funcionament; en especial la temperatura inicial i el factor de refredament. Una temperatura inicial elevada obliga a l'algoritme a acceptar empitjoraments de la funció de cost amb una freqüència elevada. Així, l'energia oscil·larà mentre la temperatura no superi un cert llindar i, encara que la solució obtinguda finalment pugui ser aproximadament la mateixa que aplicant temperatures inicials més baixes, el nombre d'iteracions haurà augmentat amb tot el que això suposa: un empitjorament de l'eficiència de l'algoritme. En canvi, el fet de fixar una temperatura inicial massa baixa comporta el rebuig gairebé constatat –o acceptació amb probabilitat gairebé nul·la– d'empitjoraments de la funció de cost, fet que augmenta la probabilitat d'estancament en els mínims locals. La temperatura final ha de ser aquella en que un determinat empitjorament en la funció de cost sigui acceptat amb una probabilitat comparable a zero i, a més, ha d'assegurar que un nombre mínim d'estats siguin explorats.

Inici

- Inicialització de temperatura $\rightarrow T=T_0$
- Cerca d'una solució inicial aleatòria
- Càlcul de la funció de cost

Per a cada temperatura

I per cada una de les iteracions

- Generació d'una nova solució
- Càlcul de la funció de cost
- **Si** (nova solució millor que antiga solució)
 \Rightarrow guardem nova solució
- **Si no**
 \Rightarrow guardem nova solució amb probabilitat $e^{-\Delta f/T}$
- **Si** (nova solució menor que millor solució)
 \Rightarrow guardem nova solució com a millor solució
- **Si** (nombre d'iteracions = canvi de temperatura)
 \Rightarrow canvi de temperatura $\rightarrow T_k = r \cdot T_{k-1}$

Final de cada iteració

Fins temperatura final ($T=T_f$) o solució trobada

Fig. 3.2 Simulated annealing

Entre la primera i l'última temperatura ha d'establir-se una pauta de refredament. Si la probabilitat d'acceptació d'estats disminueix de forma exponencial en funció de la temperatura i es desitja que el canvi de probabilitat d'acceptació a l'hora de refredar-se el sistema sigui significatiu, la temperatura ha de ser reduïda segons pautes exponencials. D'aquesta manera, l'esquema de refredament sol seguir l'equació $T_k = T_0 \cdot r^k$, on T_k és el valor de la temperatura un cop el sistema s'ha refredat k vegades, T_0 és la temperatura inicial i r és la raó de refredament, que acostuma a tenir valors propers a la unitat.

Per acabar, cal dir que el nombre d'iteracions que l'algoritme ha de realitzar per a cada una de les temperatures ha de ser un nombre que garanteixi una exploració adequada de l'espai de solucions amb l'únic objectiu d'evitar que l'algoritme es vegi estancat en un dels mínims locals.

3.4. Algoritme formigues

Encara que va ser definit segons altres criteris, l'algoritme formigues pot ser entès com un algoritme de millora successiva –molt semblant al simulated annealing– en el que cada vegada que s'escull una nova solució no es fa de forma aleatòria, sinó seguint un criteri d'optimització local. Aquest criteri de decisió local ha de ser simple –per no haver de fer massa càlculs– si prenem en compte l'eficiència de l'algoritme. D'altra banda, com simulated annealing, l'algoritme pot permetre empitjoraments eventuais de la funció de cost amb el propòsit de no caure en extrems locals.

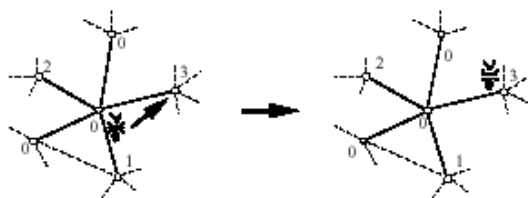


Fig. 3.3 Moviment d'una formiga

A continuació es descriu el funcionament de l'algoritme en un problema d'acoloriment de grafs per al qual va ser originalment dissenyat i descrit. Més endavant, concretament en el següent capítol, es descriu amb major detall l'adaptació de l'algoritme en el context del present projecte: el problema del subgraf de difusió d'energia mínima.

En el problema de l'acoloriment de grafs l'algoritme formigues assigna inicialment un color a cada un dels nodes del graf i, al mateix temps, distribueix un sèrie d'agents –anomenats formigues– al llarg del graf. Aquesta operació es duu a terme de forma aleatòria. A continuació, cada una de les formigues modifica l'acoloriment del graf segons un criteri d'optimització local. D'aquesta manera, cada formiga es desplaça –a cada iteració– fins al node adjacent amb una major funció de cost (en aquest cas, al node el color del qual és utilitzat per un major nombre de veïns) i substitueix el seu color per un nou color amb l'objectiu de minimitzar la funció de cost del node, és a dir, el nombre d'infraccions comeses –que no sempre pot ser zero– en l'assignació del nou color.

A continuació es detalla de forma esquemàtica l'estructura que segueix l'algoritme:

Inici

- Acoloriment aleatori del graf
- Distribució aleatòria de les formigues
- Càlcul de la funció de cost

Per a cada formiga

- **Si** (probabilitat p_n)
⇒ mou cap al pitjor node adjacent
- **Si no**
⇒ mou cap a un altre node adjacent
- **Si** (probabilitat p_c)
⇒ assignem millor color al node
⇒ guardem nova solució com a millor solució
- **Si no**
⇒ assignem qualsevol color al node
- Actualitza funció de cost
- **Si** (nova solució menor que millor solució)
⇒ guarda nova solució com a millor solució

Final per a cada formiga

Fins màxim nombre d'iteracions o solució trobada

Fig. 3.4 Algoritme formigues per a l'acoloriment de grafos

Aquest procés es repeteix en cada una de les iteracions de forma aleatòria: cada agent o formiga es desplaça al pitjor node adjacent amb una determinada probabilitat p_n –altrament es desplaça a qualsevol altre node adjacent de forma equiprobable– i li assigna el millor color amb probabilitat p_c –altrament pot assignar-li qualsevol color escollit de forma equiprobable. Ambdues probabilitats són paràmetres ajustables. El procés de moviment i acoloriment de cada un dels agents o formigues es duu a terme de forma simultània al moviment d'altres formigues.

El nombre de formigues que es desplaça al llarg del graf és un paràmetre ajustable que es fixa en funció del diàmetre del graf. Aquesta quantitat ha de ser suficientment gran per a que es produeixi cooperació, però al mateix temps, no ha de ser excessiva per tal d'assegurar que les formigues no s'interfereixin contínuament. En aquest algoritme, per tant, és fonamental la idea de cooperació –extreta de la teoria de la complexitat– en el sentit que les

operacions de les diferents formigues s'afecten (tal i com succeeix en un niu de formigues real) recíprocament amb l'objectiu de millorar l'eficiència final de l'algoritme.

CAPÍTOL 4. SUBGRAF DE DIFUSIÓ D'ENERGIA MÍNIMA

Tal i com s'ha comentat en anteriors capítols, el present projecte té com a finalitat l'assignació dels radis de cobertura dels nodes d'una xarxa ad-hoc amb l'objectiu de garantir la connectivitat de la xarxa, d'una part, i de minimitzar el consum d'energia, de l'altra.

Atès que tenim enllaços sense fils s'ha utilitzat com a funció de cost el sumatori dels radis de cobertura al quadrat dels nodes segons l'expressió $\sum R_i^2$. En aquest capítol s'exposa el problema teòric corresponent a aquesta assignació i es descriu la utilització de les tècniques presentades en el capítol anterior per a la seva resolució.

4.1. Definició

Donat un quadrat C de costat l , un conjunt S de n punts o nodes distribuïts sobre C i un node arrel $s \in S$, el problema del subgraf de difusió d'energia mínima –MECBS segons les sigles en anglès: Minimum Energy Consumption Broadcasting Subgraph– consisteix en assignar a cada node i de S un radi de cobertura R_i de tal forma que pugui enviar-se qualsevol informació des del node arrel s a qualsevol altre node de S i que el sumatori $\sum R_i^2$ sigui mínim. Aquest sumatori reflexa el consum total d'energia, un aspecte de vital importància en les xarxes ad-hoc.

Amb la finalitat de resoldre el problema, s'ha definit en cada cas un graf dirigit en el que un node u és adjacent a un node v si, i només si, el radi de cobertura R_u de u és igual o major a la distància que separa els dos nodes. Se'n pot veure una descripció gràfica a la Figura 4.1. D'aquesta manera, una vegada que cada node té assignat un radi de cobertura, pot comprovar-se si és possible enviar la informació del node arrel a la resta de nodes estudiant la connectivitat del digraf resultant.

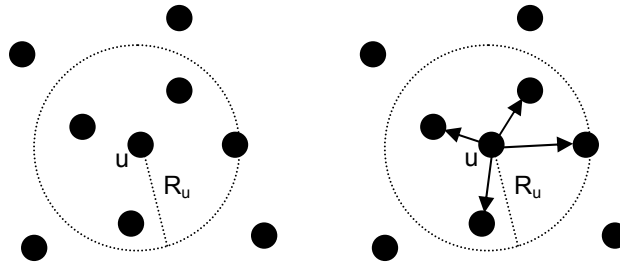


Fig. 4.1 Construcció del graf a partir del radi de cobertura dels nodes

S'ha demostrat [5] que el problema del subgraf de difusió d'energia mínima pertany a la classe de problemes NP-complets, la qual cosa significa que no pot ésser resolt de forma òptima amb algorismes de complexitat polinòmica. És per això que en els següents apartats es presenten algunes possibilitats per a la seva resolució aproximada. Aquestes, s'avaluen i es comparen al capítol final d'aquesta memòria.

4.2. Algoritme de Kruskal

El problema del subgraf de difusió d'energia mínima pot resoldre's de forma aproximada calculant l'arbre generador mínim del graf (amb l'algoritme de Kruskal, tal i com hem comentat anteriorment) i difonent la diversa informació del node arrel a la resta de la xarxa a través de l'esmentat arbre mínim. En aquest cas, s'ha considerat en primer lloc el graf complet en que tots els nodes poden comunicar-se amb tots els nodes a través dels seus enllaços o, el que és el mateix, en un primer instant s'ha considerat que el radi de cobertura de tots els nodes és suficientment gran com per cobrir la resta de nodes de la xarxa.

Un cop definit el graf complet, s'ha calculat l'arbre generador mínim mitjançant l'algoritme de Kruskal, tal i com s'ha descrit en el segon capítol. Fet això, s'ha especificat la ruta de transmissió de dades seguint el camí del node arrel a la resta de nodes a través de l'arbre generador mínim. Aquesta operació permet senyalar, per a cada node de la xarxa, una sèrie de nodes als que haurà de retransmetre la informació procedent del node arrel. A continuació s'ha assignat a cada node un radi de cobertura igual a la distància del node més llunyà al que ha de transmetre informació. Així, d'una banda ens assegurem la connectivitat

ja que per definició qualsevol arbre és un graf connex i, per tant, podrem enviar informació des del node arrel a la resta de la xarxa. D'altra banda, tindrem un consum baix d'energia ja que utilitzarem com a referència l'arbre de pes mínim de tota la xarxa, és a dir, l'arbre amb una funció de cost menor si es sumen totes les arestes de l'arbre final.

Cal dir, però, que aquest mecanisme no permet obtenir la solució òptima del problema del subgraf de difusió d'energia mínima, que és el problema que en realitat es pretén resoldre. De fet, es tracta de problemes diferents ja que mentre que el problema del subgraf de difusió d'energia mínima MECBS és, com s'ha dit, un problema NP-complet, el problema de l'arbre generador mínim MST pot resoldre's amb un algoritme com Kruskal de complexitat polinòmica. O dit d'una altra forma: encara que Kruskal obté la solució òptima del MST, no pot garantir la solució òptima per al problema del MECBS ja que es tracta de problemes diferents, per molt que la seva descripció sigui molt semblant.

A la Figura 4.2 s'exposa un graf senzill per demostrar la diferència entre els dos problemes. Es tracta d'una xarxa quadrada de costat igual a dos i formada per nou nodes. Es pot observar que en aquest cas la solució obtinguda amb l'arbre generador mínim (MST) mitjançant l'algoritme de Kruskal –a baix i a l'esquerra– difereix notablement de la solució del problema del subgraf de difusió d'energia mínima (MECBS), que en aquest cas es pot calcular a ma gràcies a la reduïda mida de la xarxa.

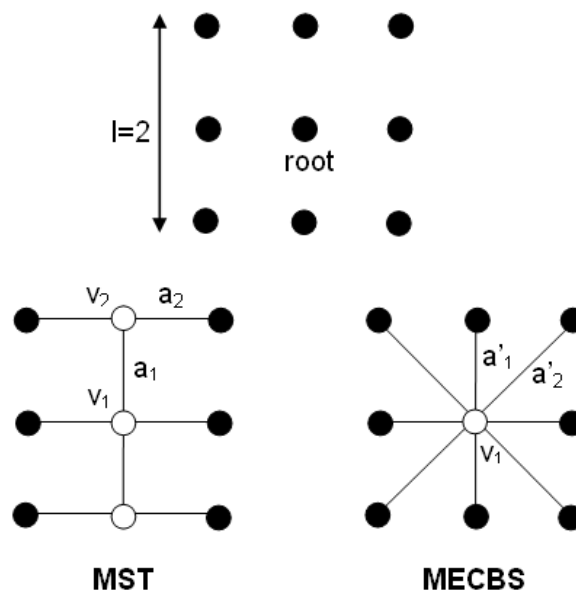


Fig. 4.2 MST i MECBS: només els nodes blancs han d'enviar informació

Tal i com es pot observar en l'anterior figura, totes les arestes del MST tenen un pes igual a u ja que totes tenen longitud igual a la unitat. En canvi, si ens fixem en el problema del MECBS, veiem que tenim quatre arestes de pes igual a la unitat (les dues horitzontals i les dues verticals) i unes altres quatre arestes de pes igual a dos (les arestes diagonals, ja que la seva longitud és l'arrel quadrada de 2). Cal recordar que el pes d'una arista és igual al quadrat de la distància dels dos nodes incidents a l'aresta, és a dir, la longitud de l'aresta elevada al quadrat. D'aquesta manera, és evident que la suma dels pesos de totes les arestes és inferior en el MST, on totes sumen 8, que en MECBS, on el total és igual a 12. I això és així, entre d'altres motius, perquè per definició el MST és l'arbre de menor pes possible entre tots els possibles arbres generadors del graf. Ara bé, si per una altra banda es calcula en ambdós casos el sumatori dels radis al quadrat es veu que el MST no és la millor solució al problema. En el cas del MST obtindrem $\sum R_i^2 = 3$, ja que per tal que el node arrel v_1 pugui transmetre a la resta de nodes de la xarxa, els tres nodes dibuixats en blanc hauran d'enviar la informació a la resta de nodes a través d'enllaços de longitud u (cada un dels tres nodes pintats de blanc necessitarà d'un radi de cobertura igual a la unitat per fer possible una xarxa *broadcast*). En canvi, en el cas del MECBS el resultat serà $\sum R_i^2 = 2$, ja que únicament el node arrel v_1 haurà de cobrir altres nodes mitjançant un enllaç de longitud igual a l'arrel de dos, que és la distància màxima possible entre el node arrel i el més llunyà dels nodes de la xarxa.

Dit d'una altra manera, amb MECBS podem tenir dues arestes a_1' i a_2' de major pes en conjunt (1 i 2 respectivament) que unes altres arestes a_1 i a_2 (ambdues de pes 1) a MST, però, malgrat això, amb MECBS podem cobrir les dues arestes amb el radi d'un sol node v_1 , mentre que amb MST podríem estar obligats a comptar les dues arestes com radis de dos nodes diferents v_1 i v_2 . La clau s'amaga en el fet que amb MECBS un sol radi pot cobrir, en ocasions, més d'una arista. I el que desitgem en aquest cas és minimitzar la suma dels radis, no la suma d'arestes. D'aquesta manera, en el problema del MECBS podem tenir finalment arestes amb majors pesos, però una suma de radis menor –ja que un sol radi podrà cobrir en algun cas més d'una arista– i, per tant, un menor consum d'energia. És per això que Kruskal serveix per obtenir solucions òptimes només en el cas de l'arbre generador mínim, però no en el del MECBS.

D'aquesta forma, en el present projecte s'ha aplicat l'algoritme de Kruskal únicament com a mètode de resolució aproximat del MECBS amb l'objectiu de

prendre'l com a referència comparativa amb els models heurístics del simulated annealing i algoritme formigues.

4.3. Ordenació dels nodes

Tal i com s'ha definit al principi d'aquest capítol, el problema del subgraf de difusió d'energia mínima té com a objectiu assignar radis de cobertura als diferents nodes d'una xarxa ad-hoc amb el propòsit de cobrir tota la xarxa, d'una banda, i de minimitzar el consum d'energia, de l'altra. La resolució del problema en un cas així pot, no obstant, simplificar-se si es té en compte el següent.

Suposem que s'ha assignat al node i un radi R_i de tal forma que aquest node cobreix els nodes i_0, i_1, \dots, i_r , ordenats de forma creixent segons la distància de cada un dels nodes al node i , és a dir, de forma que $d(i, i_0) \leq d(i, i_1) \leq \dots \leq d(i, i_r) \leq R_i$. Assumim ara que R_i és major que $d(i, i_r)$. En aquest cas podríem cobrir exactament els mateixos nodes assignant a i un radi de cobertura igual a la seva distància $d(i, i_r)$ a i_r , radi que és menor a R_i i que permetria cobrir igualment tota la xarxa reduint, a més, el consum d'energia, que és l'objectiu del projecte. D'aquesta forma, finalment s'assignarà a cada node i no un radi de cobertura, sinó un rang que indica el node i_r més allunyat al que arriba la senyal de i . En aquest cas, el radi corresponent al node i serà la distància $d(i, i_r)$ entre i i i_r . El node i cobrirà els nodes i_0, i_1, \dots, i_r , és a dir, el conjunt de nodes de la xarxa, la distància dels quals a i és menor o igual a la distància $d(i, i_r)$ que separa i de i_r .

Amb la finalitat de simplificar els càlculs, s'ha descrit al principi de formigues i de simulated annealing, per a tot node i , una llista amb la resta de nodes ordenats de forma creixent segons la seva distància a i . D'aquesta manera, en cada moment no s'ha assignat a cada node i un radi R_i , sinó un rang o node i_r que ens ha permès obtenir, sense necessitat de fer càlculs, tant el radi de cobertura de i , igual a $d(i, i_r)$, com el conjunt de nodes que cobreix i , conjunt format per la unió de i_r més els nodes que a la llista de i apareixen abans que i_r .

4.4. Simulated annealing

Com hem anunciat en el capítol anterior, l'algoritme de simulated annealing s'inspira en l'analogia entre l'estat d'un sistema físic de partícules –una

substància líquida, per exemple— i l'espai de solucions d'un problema d'optimització combinatòria. Si la temperatura de les molècules d'una substància líquida es redueix de sobte per sota del seu punt de fusió, el resultat és un estat semicristal·lí l'energia del qual és superior a la de l'estat cristal·lí pur. De fet, es pot dir que en un cas així, les molècules s'han organitzat al voltant d'un punt local d'energia mínima.

Contràriament, si la temperatura del líquid es redueix lentament —procés anomenat “annealing” en anglès— arribant a l'equilibri abans de cada refredament posterior, el líquid canviarà a l'estat sòlid cristal·lí pur, corresponent a un punt global d'energia mínima. Si féssim una analogia amb un problema d'optimització combinatòria, la distribució de les molècules del líquid es correspondria amb l'espai de solucions del problema, mentre que l'energia del líquid equivaldria a la funció de cost del problema. La temperatura es definiria, llavors, com un paràmetre de control relacionat amb la probabilitat d'acceptar eventuais empitjoraments de la funció de cost, segons s'ha especificat en el capítol anterior.

D'aquesta manera, donat el problema del subgraf de difusió d'energia mínima i un conjunt S de punts dins un quadrat C , l'algoritme de simulated annealing assigna en primer lloc un radi a cada node de tal manera que es pugui enviar informació des del node arrel s a la resta de la xarxa S , és a dir, de tal manera que el graf resultant sigui connex. A continuació, l'algoritme escull, a cada iteració, un node de forma aleatòria i canvia el seu radi de cobertura, també aleatòriament. Si el nou radi no permet la difusió de la informació a tota la xarxa, llavors el nou radi és rebutjat i es conserva el radi anterior. Si, en canvi, el nou radi permet la difusió i a més millora la funció de cost, és a dir, és menor que el radi anterior (i, per tant, necessita un consum menor d'energia), llavors és acceptat i substitueix a l'anterior. Si, per últim, el nou radi permet la difusió de la informació, però empitjora el consum d'energia perquè és major que l'anterior, llavors és acceptat sota una probabilitat $e^{-\Delta f/T}$, on Δf és la diferència entre la nova i l'antiga funció de cost i T el paràmetre de control que anomenem *temperatura*. D'aquesta manera, quant més gran sigui l'empitjorament de la funció de cost i menor la temperatura del sistema, menor serà la probabilitat d'acceptar una nova solució pitjor a l'anterior.

L'algoritme repeteix la mateixa operació un nombre determinat de vegades per a cada temperatura: cada vegada s'escull aleatòriament un nou node i se li assigna un nou radi de cobertura, que és acceptat o no segons les condicions descrites anteriorment. Un cop acabada l'última iteració per una certa

temperatura, aquesta es redueix multiplicant-la per un factor menor però pròxim a la unitat. Així, la temperatura es va reduint amb el temps i disminueix, per tant, la probabilitat d'acceptar pitjors solucions. El procés es repeteix de forma que el sistema es refreda progressivament fins que convergeix.

En el nostre cas, però, i atesa la naturalesa del problema, hem afegit algunes modificacions sobre aquest algoritme bàsic. D'aquesta manera, per a cada iteració –i en un percentatge p_e de casos– l'algoritme ha tractat d'empitjorar en “una unitat” (segons s'ha descrit a l'anterior apartat) el rang del node escollit (i un cop fet s'ha acceptat aquest empitjorament amb una probabilitat donada per la funció de Boltzman $e^{-\Delta f/T}$). Altrament, en un percentatge $1 - p_e$ de casos, l'algoritme ha disminuït en una unitat el rang del node, sempre i quan aquesta operació hagi conservat la connectivitat del graf resultant. Tot això s'ha fet amb l'objectiu d'augmentar l'eficiència de l'algoritme, ja que si el rang del node s'hagués canviat aleatòriament (en comptes de millorar-lo o empitjorar-lo en una unitat com ara proposem) en la majoria de casos aquest canvi s'hagués rebutjat, bé per no tenir connectivitat (disminució del rang massa alta), bé per no complir la funció de Boltzman (augment del rang massa alt).

4.5. Algoritme formigues

L'algoritme formigues és un sistema multiagent en el que diverses unitats anomenades *formigues* treballen en paral·lel amb l'objectiu de resoldre un determinat problema d'optimització combinatoria. En el problema del subgraf de difusió d'energia mínima, l'algoritme formigues –de la mateixa manera que simulated annealing– assigna inicialment un radi de cobertura a cada node de forma que pugui enviar-se la informació del node arrel s a la resta de la xarxa. A continuació, l'algoritme distribueix de forma aleatòria una sèrie d'agents o formigues sobre la xarxa.

A cada iteració, una formiga –escollida a l'atzar– es desplaça amb probabilitat p_n des de la seva posició actual fins al pitjor node adjacent, és a dir, fins al node adjacent amb un major radi de cobertura. Aquest node es descriu com a “pitjor node” ja que és el que consumeix una major quantitat d'energia. En un altre cas, la formiga se situa sobre qualsevol altre node escollit aleatòriament. Un cop s'ha desplaçat, la formiga assigna amb una probabilitat p_c al nou node el menor radi de cobertura possible de forma que el graf resultant sigui connex, és a dir, de forma que es pugui enviar informació del node arrel a la resta de

nodes de la xarxa. En altre cas, l'algoritme augmenta en "una unitat" el radi de cobertura, segons s'especifica en el següent apartat. Aquestes dues operacions es realitzen sota unes determinades probabilitats p_n i p_c amb l'objectiu d'evitar els mínims locals. Un cop la formiga ha finalitzat ambdues operacions, es canvia d'iteració i es repeteix el procés altra vegada fins que l'algoritme convergeix.

L'algoritme formigues es pot entendre com una evolució de l'algoritme de simulated annealing en el sentit que, en cada iteració, els dos algoritmes repeteixen les mateixes operacions: escollir un node i assignar-li un nou radi de cobertura. La diferència entre els dos algoritmes recau en el fet que simulated annealing realitza les dues operacions de forma totalment aleatòria, mentre que l'algoritme formigues tracta d'aplicar a les esmentades decisions alguns coneixements de la naturalesa del problema. Aquest coneixement, beneficiós per a resoldre el problema, no pot ser excessivament voluminós ja que, si fos així, afectaria molt negativament a la velocitat de convergència de l'algoritme.

Resumint, en el nostre cas, l'algoritme formigues s'informa en cada pas de quin és el pitjor node adjacent i del menor radi de cobertura que pot assignar-li sense perdre la connectivitat del graf. D'aquesta manera, les millores successives es prenen sota un criteri simple d'optimització, i no completament a cegues tal i com passa amb el simulated annealing.

CAPÍTOL 5. RESULTATS

El algoritmes formigues i simulated annealing tenen la capacitat d'adaptar-se a un gran ventall problemes; és per aquest motiu que, en el present projecte, s'han escollit per intentar trobar una solució el més òptima possible al problema del subgraf de difusió d'energia mínima. En aquest apartat s'expliquen, en primer lloc, les proves a les que han estat sotmesos ambdós algoritmes. A continuació, es detallen els resultats obtinguts i, finalment, s'exposen les conclusions a les que s'ha arribat després de fer una anàlisi d'aquests resultats. Als anàlisis i comparacions entre els algoritmes simulated annealing i formigues també s'hi afegeix un tercer mètode: l'algoritme determinista plantejat per Kruskal.

5.1 Proves

Els algoritmes Kruskal, simulated annealing i formigues han estat programats mitjançant el llenguatge C estàndard sobre una plataforma Linux. Tots tres han estat estudiats i utilitzats per a realitzar proves sobre un quadrat de costat igual a la unitat, per a xarxes que han variat des dels 10 fins als 300 nodes. Els diversos nodes han estat distribuïts aleatòriament i de forma uniforme sobre el quadrat de costat u ; per tant, els resultats que s'obtidrien en quadrats majors haurien estat els mateixos, fora del canvi d'escala. Per a cada valor n del número de nodes s'han creat cinc xarxes aleatòries, distribuint els n punts de forma equiprobable dins el quadrat de costat la unitat. Sobre aquestes xarxes s'han aplicat els algoritmes estudiats al llarg d'aquest projecte. Cal remarcar que per a poder realitzar les comparatives entre algoritmes s'han generat els mateixos grafs en cada un dels tres casos, és a dir, cada un dels algoritmes ha estat aplicat, per a cada valor de n , a un conjunt de 5 xarxes diferents, sent aquest conjunt idèntic per a cada algoritme.

Com a model de referència per comparar els resultats obtinguts per simulated annealing i formigues s'ha escollit l'algoritme determinista conegut com a Kruskal, algoritme que presenta un model simple que calcula l'arbre generador mínim del graf. En aquest punt convé recordar que, tot i que l'algoritme de Kruskal resol el problema de l'arbre generador mínim (MST) de forma òptima, no es pot dir el mateix del problema del subgraf de difusió d'energia mínima, el MECBS. Tal i com ja hem dit en capítols anteriors, això és degut a que malgrat la descripció de MST i MECBS és molt similar, els problemes són lleugerament

diferents i, per tant, també les seves solucions. En resum, Kruskal obté, de forma simple, la solució òptima al MST, però aquest fet no garanteix una solució òptima al problema del subgraf de difusió d'energia mínima.

En el cas de simulated annealing s'ofereixen els resultats obtinguts conseqüència d'aplicar dos escenaris diferents. La diferència entre ambdós escenaris recau en el nombre d'iteracions emprades en cada cas per a cada temperatura. D'una banda trobem l'escenari en què s'han executat $9 \cdot 10^4$ iteracions per a cada una de les temperatures, mentre que de l'altra s'ha incrementat aquest valor fins a les $15 \cdot 10^4$ iteracions per temperatura. En el segon dels casos, l'algoritme ha obtingut resultats lleugerament millors encara que ha tardat més en executar-se.

En els dos casos s'han realitzat proves utilitzant els mateixos paràmetres. Aquests han estat combinats de totes les maneres possibles. Així doncs, s'ha obtingut un total de $3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 54$ resultats diferents per a cada nombre de nodes i per a cada un dels valors d'iteracions per temperatura ($9 \cdot 10^4$ i $15 \cdot 10^4$). A la Taula 5.1 es poden observar els paràmetres utilitzats, així com els valors assignats.

| Paràmetres SA | | | |
|---------------|--------|------|-------|
| T_0 | T_f | R | P_e |
| 0,2 | 0,001 | 0,75 | 0,85 |
| 0,1 | 0,0001 | 0,95 | 0,5 |
| 0,01 | - | 0,99 | 0,15 |

Taula 5.1 Paràmetres de l'algoritme SA

On:

- T_0 és la temperatura inicial amb la que comença a treballar l'algoritme.
- T_f és la temperatura final en que acaba d'executar-se l'algoritme.
- R és el factor de refredament, segons el qual disminueix la temperatura.
- P_e és la probabilitat de permetre empitjoraments amb la finalitat d'evitar els mínims locals.

Funcionalment, aquesta probabilitat P_e és un valor fix que a cada iteració es compara amb una funció del sistema "random()", la qual genera aleatòriament números entre 0 i 1. En cas que es superi el llindar de P_e , l'algoritme intenta

reduir en una unitat el rang del node (nombre de nodes als que arriba); així disminueix també el radi de cobertura, reduint al mateix temps el cost de la xarxa. Aquesta operació s'accepta sempre i quan segueixi existint connectivitat. Si no supera P_e , l'algoritme empitjora el rang del node en una unitat i, per tant, el cost de la xarxa amb la finalitat de permetre empitjoraments que ajudin a no caure en els mínims locals. Aquest empitjorament és acceptat amb la funció de Boltzman $e^{-\Delta/T}$ descrita en apartats anteriors.

La selecció de les dades presentades en la taula anterior no ha estat aleatòria, sinó que s'ha fet seguint criteris estadístics. En el cas de les temperatures, tant la inicial com la final, s'ha tingut en compte que la probabilitat d'escollir una solució pitjor que l'anterior es calcula com $e^{-\Delta/T}$. Si, per exemple, ens fixem en el cas en el qual la temperatura inicial és de 0.1, la probabilitat que el radi al quadrat d'un node empitjori en un valor de 0.01 es calcula com $e^{-0.01/0.1} = 0.90$, resultat que té sentit ja que, com s'ha dit, al començament de l'algoritme es permeten certs empitjoraments amb l'objectiu d'evitar els mínims locals de la funció de cost que s'està construint. Per a aquesta mateixa temperatura inicial, la probabilitat d'empitjorar la funció de cost en un 0.02 seria de $e^{-0.02/0.1} = 0.82$ i en un 0.04 de $e^{-0.04/0.1} = 0.67$. D'altra banda, al final de l'algoritme –quan aquest és a punt de finalitzar– la probabilitat d'acceptar solucions pitjors ha de ser gairebé nul·la. Per aquesta raó, a mesura que ens apropem a la temperatura final la probabilitat d'acceptar un empitjorament ha d'anar disminuint. Així doncs, prenent el mateix exemple anterior, si la temperatura final s'acosta al valor de 10^{-4} , la probabilitat d'acceptar un empitjorament de valor 0.01 seria de $e^{-0.01/0.0001} = 3.72 \cdot 10^{-44}$, una quantitat menyspreable si es compara amb el nombre total d'iteracions per a aquesta temperatura que, com hem dit, és de $9 \cdot 10^4$ o bé $15 \cdot 10^4$.

El factor de refredament o decreixement R ha de ser proper a la unitat. Com més ho sigui, més lentament disminuirà la temperatura i, per tant, més valors de temperatures tindrem per a fer proves i intentar obtenir millors resultats. Si prenem com a temperatures inicial i final les exposades en l'exemple anterior, $1 \cdot 10^{-1}$ i 10^{-4} respectivament, i com a factor de refredament 0.99 –valor pel qual es multiplica cada temperatura després de completar les iteracions corresponents– l'algoritme realitzarà un total de 688 refredaments ja que tenim que $10^{-4} \approx 1 \cdot 10^{-1} \cdot 0.99^{688}$. D'aquesta manera obtenim que el número total d'iteracions serà de $688 \cdot 9 \cdot 10^4 = 61.92 \cdot 10^6$ en les primeres proves realitzades i de $688 \cdot 15 \cdot 10^4 = 103.20 \cdot 10^6$ en les segones. En aquest moment, l'algoritme s'atura ja que ha assolit la temperatura final.

Finalment cal comentar que per a la probabilitat de permetre empitjoraments P_e , s'ha escollit un valor conservador de 0.5 i valors més extrems -0.85 i 0.15 amb la finalitat de veure com reacciona l'algoritme davant de probabilitats tant diferents.

En el cas de l'algoritme formigues, així com s'ha fet amb el simulated annealing, s'han realitzat diverses proves utilitzant diferents valors per a cada un dels paràmetres que intervenen en l'algoritme. Els valors i paràmetres poden ser observats a la Taula 5.2 i han estat combinats entre si amb l'objectiu de trobar el conjunt de paràmetres que proporcionin els millors resultats. Així doncs, i segons les Taula 5.2, obtindrem un total de $5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 = 180$ resultats possibles per a cada número de nodes.

| Paràmetres FORMIGUES | | | |
|----------------------|------------|-------------|-----------|
| P_{best} | P_{node} | P_{earth} | Formigues |
| 0,99 | 0,85 | 0,001 | 1 |
| 0,95 | 0,5 | 0,01 | 3 |
| 0,85 | 0,15 | 0,1 | 5 |
| 0,75 | - | - | 10 |
| 0,5 | - | - | - |

Taula 5.2 Paràmetres de l'algoritme formigues

On:

- P_{best} . Probabilitat d'assignar a un node el menor radi de cobertura possible. En cas contrari es permet l'empitjorament per evitar els mínims locals.
- P_{node} . Probabilitat de que la formiga vagi al pitjor node adjacent. En cas contrari ho fa sobre un node escollit a l'atzar.
- P_{earth} . Probabilitat de moure totes les formigues aleatòriament.
- Formigues. Nombre d'agents o formigues amb els que es treballa.

L'algoritme s'atura després d'haver realitzat un total de $12 \cdot 10^6$ iteracions. Encara que sembla una xifra que dista molt de les $103.20 \cdot 10^6$ iteracions de simulated annealing en el cas descrit anteriorment, en realitat no és així ja que hem de tenir en compte que el mètode formigues realitza més operacions que SA en cada iteració.

Tal i com s'ha explicat en el capítol anterior, l'algoritme ha estat dissenyat i programat de tal manera que, en cada iteració, una de les formigues –escollida aleatòriament– es desplaça des de la seva posició actual fins al pitjor dels seus nodes adjacents, és a dir, fins al node adjacent que consumeix una major quantitat d'energia. Aquesta operació la realitza o no en funció de P_{node} . Llavors, si la formiga supera la probabilitat P_{best} , prova de millorar el radi de cobertura del node –el disminueix tot el possible mentre es conservi la connectivitat– per intentar disminuir el consum d'energia global de la xarxa. A més, a vegades també entra en joc la probabilitat P_{earth} segons la qual es mouen totes les formigues aleatòriament amb la finalitat d'evitar els mínims locals.

Tal i com s'ha comentat al principi d'aquest apartat, per a cada valor n del nombre de nodes s'han creat cinc xarxes aleatòries, distribuint els n punts de forma equiprobable dins un quadrat de costat igual a la unitat. Sobre cada una de les diverses xarxes s'han aplicat els algoritmes estudiats un total de cinc vegades; obtenint, d'aquesta manera, un total de vint-i-cinc resultats diferents per a cada valor de n . El fet d'aplicar cada un dels algoritmes diverses vegades sobre la mateixa xarxa té sentit en el cas dels algoritmes simulated annealing i formigues, però no en el cas de Kruskal. Això es deu a que els dos primers són mètodes probabilístics en els que intervenen variables aleatòries que faran variar el resultat final en cada cas, mentre que el segon és un mètode determinista. Per tant, Kruskal, només s'aplicarà una vegada sobre cada una de les xarxes.

Al llarg d'aquest capítol es presenten els diversos resultats obtinguts pels algoritmes. En el cas de Kruskal el valor que s'especifica és, directament, l'obtingut per l'algoritme ja que només s'aplica una vegada sobre cada xarxa. En canvi, per a simulated annealing i formigues, el valor que es presenta és la mitjana aritmètica entre el millor resultat de cada una de les xarxes; és a dir, de les cinc proves que es fa sobre cada xarxa ens quedem amb la millor i, aquesta, farà mitja amb els altres quatre millors resultats corresponents a les quatre xarxes restants. Abans d'entrar en detall en l'anàlisi de resultats, cal recordar que entenem i calculem el cost de la xarxa com la suma del quadrat dels radis de cobertura de tots els nodes de la xarxa, $\sum R_i^2$. A més, apareix un nou paràmetre anomenat “temps d'execució”, que és el temps que triga l'algoritme a executar-se.

L'ordre en el que es presenten els diferents resultats es descriu a continuació. En primer lloc s'analitzen els algoritmes originals per separat, a continuació

s'exposa i es fa l'anàlisi de les millores proposades i, finalment, es fa una comparativa dels algoritmes aplicats i es treuen conclusions.

5.2 Resultats per Kruskal

A la taula següent s'hi pot observar els resultats obtinguts segons el model determinista plantejat per Kruskal.

| Nodes | <i>ALGORITME KRUSKAL</i> | |
|-------|--------------------------|----------------------|
| | Cost Xarxa | Temps d'execució (s) |
| 10 | 0,481141 | 0,004 |
| 25 | 0,5639 | 0,024 |
| 50 | 0,479416 | 0,356 |
| 75 | 0,507725 | 2,000 |
| 100 | 0,49214 | 7,196 |
| 150 | 0,507184 | 33,610 |
| 200 | 0,476857 | 117,375 |
| 300 | 0,469652 | 547,562 |

Taula 5.3 Resultats de l'algoritme definit per Kruskal

Segons la Taula 5.3, el mínim cost que obté Kruskal es dona per a la xarxa més gran sobre la que s'ha fet proves, la xarxa de 300 nodes. Aquest és un fet que cal comentar ja que, en principi, podria pensar-se que el cost de la xarxa ha d'augmentar a mesura que augmenten els dispositius que la formen. Però el nostre problema no es basa en aquesta lògica ja que hem de tenir en compte que la distribució dels nodes sobre l'espai és aleatòria. D'aquesta manera, si tenim més nodes haurem d'arribar a més punts, però igualment la distància entre nodes serà més petita (sempre hem distribuït els nodes sobre un quadrat de costat la unitat) i per això finalment podrem cobrir la xarxa amb un menor consum d'energia. Els resultats de la Taula 5.3 poden ser observats més intuïtivament a la Figura 5.1, que presentem a continuació.

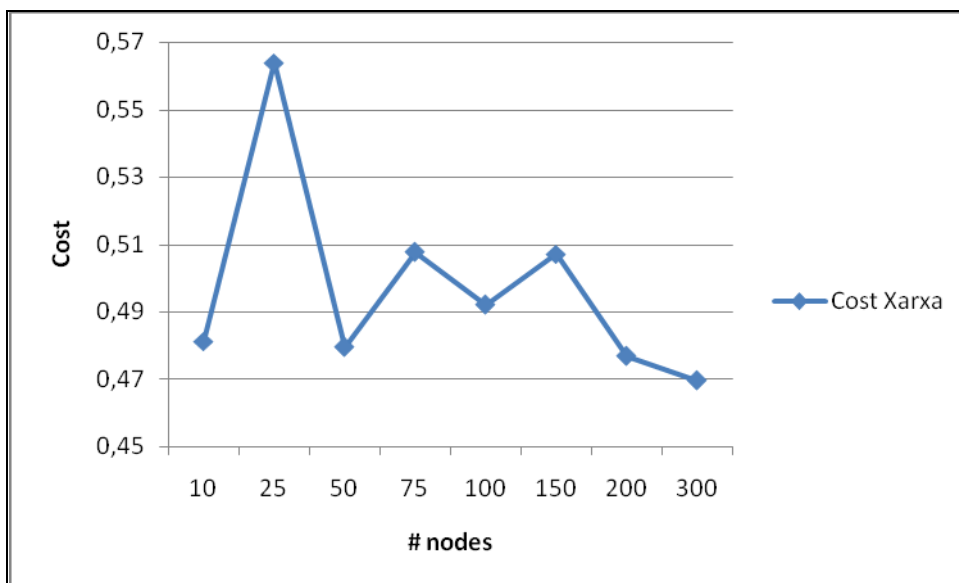


Fig. 5.1 Resultats de l'algoritme Kruskal

D'altra banda, en l'anàlisi dels temps d'execució observem que el temps augmenta amb el nombre de nodes, tal i com era d'esperar. Crida l'atenció, però, el fet que es pugui establir una relació entre l'increment de nodes i l'augment del temps d'execució. Si doblem el nombre de nodes, aproximadament necessitarem 16 vegades més temps d'execució.

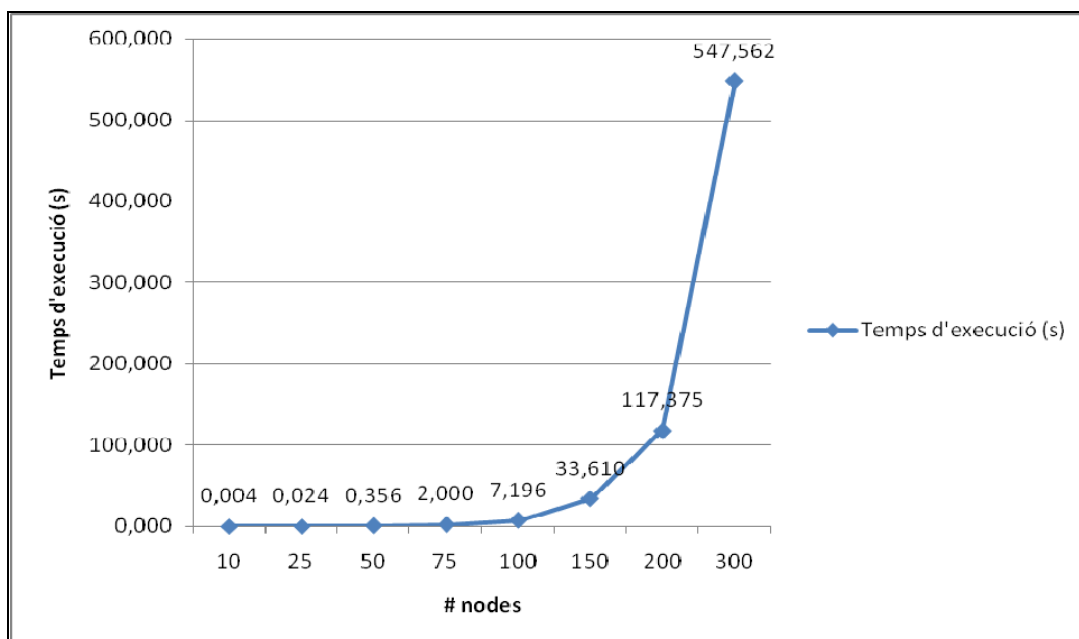


Fig. 5.2 Temps d'execució de l'algoritme Kruskal

Si prenem com a exemple els valors de 100 i 150 nodes, la relació que aquests tenen –parlant en termes de temps d'execució– amb els valors de 200 i 300 nodes, que són els seus valors dobles respectivament, és de:

$$R(\text{entre } 200\text{-}100 \text{ nodes}) = 117.375/7.196 = 16.31$$

$$R(\text{entre } 300\text{-}150 \text{ nodes}) = 547.562/33.610 = 16.29$$

Això és degut a que l'algorisme programat –que inclou Kruskal més el càlcul dels radis a partir de l'arbre generador mínim– és polinòmic de grau aproximat quatre, és a dir, té una complexitat $O(n^4)$ respecte al nombre n de nodes –al segon capítol s'ha vist que la complexitat de Kruskal és $O(n^2 \cdot \log n) < O(n^3)$. Per això, en multiplicar per dos el nombre de nodes, el temps d'execució es multiplica per $2^4=16$.

5.3 Resultats per simulated annealing

Abans d'entrar més en detall en l'algorisme simulated annealing cal recordar que s'han contemplat dues versions de l'algorisme en funció del nombre d'iteracions per temperatura que realitza l'algorisme. La primera versió és la de $9 \cdot 10^4$ iteracions per temperatura, mentre que la segona és de $15 \cdot 10^4$. Tal i com s'ha fet amb Kruskal, a continuació es presenten en forma de taula els resultats d'ambdues proves (Taules 5.4 i 5.5). Tot seguit s'analitzen aquests resultats i finalment, també es presenten en forma de gràfica (Figures 5.5 i 5.6).

| Nodes | ALGORITME SA (90.000 iteracions per temperatura) | | | | | |
|-------|---|-------------------------|------------|--------|------|-------|
| | Cost Xarxa | Temps d'execució (s) | Paràmetres | | | |
| | | | T_0 | T_f | R | P_e |
| 10 | 0,405521 | 291,39 | 0,2 | 0,001 | 0,99 | 0,5 |
| 25 | 0,398907 | 782,86 | 0,2 | 0,0001 | 0,99 | 0,5 |
| 50 | 0,372589 | 1.153,02 | 0,1 | 0,001 | 0,99 | 0,5 |
| 75 | 0,371592 | 1.028,02 | 0,01 | 0,0001 | 0,99 | 0,5 |
| 100 | 0,376477 | 1.431,17 | 0,01 | 0,0001 | 0,99 | 0,5 |
| 150 | 0,388545 | 287,97 | 0,2 | 0,0001 | 0,75 | 0,5 |
| 200 | 0,362209 | 12.368,21 | 0,2 | 0,0001 | 0,99 | 0,5 |
| 300 | 0,369597 | 18.794,93 | 0,1 | 0,0001 | 0,99 | 0,5 |

Taula 5.4 Resultats de l'algorisme SA (90.000 iteracions per temperatura)

Tal i com s'ha comentat en l'anterior apartat, a l'hora de fer les diverses proves sobre l'algoritme simulated annealing s'han combinat de totes les formes possibles els diversos paràmetres de l'algoritme, obtenint d'aquesta manera un total de 54 resultats possibles per a cada nombre de nodes. Recordem que aquests paràmetres són: les temperatures inicial T_0 i final T_f , el factor de refredament R i la probabilitat P_e de permetre empitjoraments. Així, per a cada nombre de nodes hem escrit en cada cas els millors resultats obtinguts i el temps d'execució, a més del conjunt de paràmetres que han permès obtenir aquests millors resultats.

Els paràmetres i l'evolució d'aquests per a cada número de nodes també es pot visualitzar a la gràfica Fig.5.3, que presentem tot seguit. L'eix y ha estat representat en escala logarítmica per tal de facilitar els problemes d'escala.

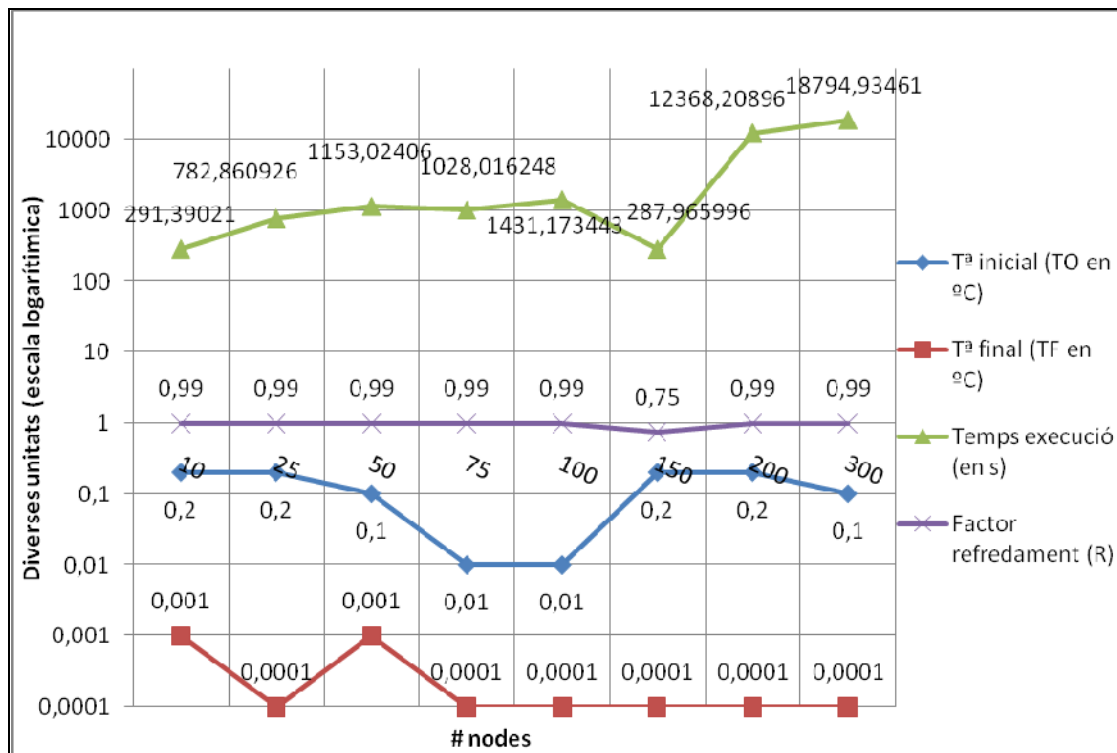


Fig. 5.3 Evolució dels paràmetres de SA ($9 \cdot 10^4$)

La probabilitat de permetre empitjoraments P_e no s'ha representat a la gràfica ja que per als millors resultats manté un valor constant de 0,5; sigui quin sigui el nombre de nodes que s'analitza. Cal dir que el valor de $P_e = 0,5$ pot resultar sorprenent a primer cop d'ull ja que, en principi, s'haurien de permetre pocs empitjoraments i, per tant, semblaria que podria ser més adequat un valor de

$P_e = 0,15$. Però observant les taules completes de tots els resultats obtinguts (veure annexos) es conclou que això no és així. L'explicació que trobem a aquest fet és la següent: per a pocs nodes, qualsevol de les tres probabilitats és bona ja que no hi ha un gran nombre de connexions i, fent tantes iteracions, és normal arribar a bons resultats tot i que permetem pocs o bastants empitjoraments. Tot i això, 0,5 segueix sent la probabilitat que proporciona millors resultats. La justificació de l'elecció d'aquesta probabilitat a mesura que augmenten els nodes és més clara. Quan tenim un gran nombre de nodes, una probabilitat que permeti molts empitjoraments ens dispararà el cost de la xarxa ja que tenim moltes connexions i si, constantment, empitjorem el cost és ben normal que arribem a valors de l'ordre de 2 i escaig. En canvi, si permetem pocs empitjoraments és molt fàcil caure en els esmentats límits locals, cosa que no ens permetrà millorar el cost de la xarxa. Per tant, l'elecció d'una probabilitat intermèdia acaba resultant la millor opció.

El factor de refredament R és el paràmetre que permet establir la pauta de refredament entre la primera i la última temperatura. Tal i com ja hem esmentat, la temperatura ha de ser reduïda seguint pautes exponencials tenint en compte que la probabilitat d'acceptació d'estats disminueix de forma exponencial en funció de la temperatura i desitgem que el canvi de probabilitat d'acceptació a l'hora de refredar-se el sistema sigui significatiu. Com també hem justificat, R ha de ser un nombre proper a la unitat, per tant, no és d'estranyar que els millors resultats s'obtinguin amb el valor de $R = 0,99$. Crida l'atenció que per a 150 nodes, el millor resultat el proporciona $R = 0,75$.

I, finalment, manca per comentar els valors proporcionats a les temperatures inicial T_0 i final T_f . L'elecció d'aquests dos factors també és fonamental ja que, juntament amb el factor de refredament, decideixen la quantitat de càlculs que fa finalment l'algoritme. Els valors de temperatura utilitzats pels millors resultats es poden veure a la gràfica anterior. Observant-los, s'arriba a la conclusió que no hi ha un patró que estableixi un cert valor de temperatures, però sí que es veu que per a la temperatura inicial predomina el valor més alt proposat, que és 0,2, mentre que per a la temperatura final, en canvi, predomina el més baix, 0'0001. L'explicació d'aquest fet es deu a que l'elecció del millor resultat per a cada número de nodes es fa en funció del cost i, com acabem d'explicar, per lògica el millor cost s'obtindrà quan entri en joc la màxima diferència entre temperatures, és a dir, quan el número total d'operacions sigui màxim.

Com a curiositat, cal comentar el valor del temps d'execució per a $n = 150$ nodes a la Figura 5.3. De la gràfica s'extreu que aquest valor temporal és el

més baix per a qualsevol n . Tot i això, un nombre de nodes igual a 150 no és, ni de bon tros, un valor petit. A més, veiem que la diferència entre temperatures és màxima. Aquest petit valor del temps d'execució es deu, doncs, al valor del factor de refredament R , que en ser més llunyà a la unitat que l'utilitzat pels altres conjunts de nodes fa que la temperatura disminueixi més bruscament i, així, l'algoritme acabi abans d'executar-se.

Tot seguit es mostra la taula de resultats per a la segona versió de l'algoritme simulated annealing; variació que realitza un total de $15 \cdot 10^4$ iteracions per cada una de les temperatures.

| ALGORITME SA (150.000 iteracions per temperatura) | | | | | | |
|--|------------|-------------------------|------------|--------|------|-------|
| Nodes | Cost Xarxa | Temps d'execució (s) | Paràmetres | | | |
| | | | T_0 | T_f | R | P_e |
| 10 | 0,40407 | 438,94 | 0,2 | 0,0001 | 0,99 | 0,85 |
| 25 | 0,398755 | 1.056,25 | 0,2 | 0,0001 | 0,95 | 0,5 |
| 50 | 0,370791 | 2.408,77 | 0,1 | 0,0001 | 0,99 | 0,5 |
| 75 | 0,370861 | 1.139,08 | 0,01 | 0,001 | 0,99 | 0,5 |
| 100 | 0,376824 | 5.945,95 | 0,1 | 0,0001 | 0,99 | 0,5 |
| 150 | 0,391258 | 4.068,74 | 0,01 | 0,0001 | 0,99 | 0,5 |
| 200 | 0,363022 | 5.985,65 | 0,01 | 0,0001 | 0,99 | 0,5 |
| 300 | 0,370003 | 10.914,35 | 0,01 | 0,0001 | 0,99 | 0,5 |

Taula 5.5 Resultats de l'algoritme SA (150.000 iteracions per temperatura)

Els paràmetres i l'evolució d'aquests per a cada número de nodes, igual que a la versió de SA de $9 \cdot 10^4$ iteracions per temperatura, s'han recollit a la Figura 5.4. L'escala de l'eix y també ha estat representada en escala logarítmica.

Construint analogies amb els resultats de SA amb 90.000 iteracions per temperatura trobem que, per a $15 \cdot 10^4$ iteracions, el factor de refredament R segueix sent 0,99; és a dir, el més proper possible a la unitat. Només en un cas, per a $n = 25$ nodes, aquest factor varia i val 0,95. L'aparició d'aquest valor i no 0,99 es deu a la naturalesa probabilística de l'algoritme que, en aquest cas, ha fet més bo un valor que en principi no contemplàvem. Tot i això, la diferència entre ambdós resultats és mínima, tal i com es pot comprovar a les taules adjuntes als annexos. Per continuar, també cal comentar que la probabilitat de permetre empitjoraments és manté, com en l'anterior versió, en un 50%. També existeix una excepció: el cas de $n = 10$, on tenim un valor de 0,85. Finalment, cal comentar que hi ha menys uniformitat en l'elecció de les temperatures

inicials i finals que en el cas anterior. Mentre que per regla general, l'elecció de T_f segueix un patró (0,0001), l'elecció de T_0 presenta més diferències. Així doncs, mentre que per a pocs nodes s'utilitza la temperatura inicial més alta, tot el contrari succeeix quan la n és gran. Això fa que per a conjunts de molts nodes ($n = 200$ i 300) el temps d'execució disminueixi respecte les proves anteriors, on la diferència entre temperatures era màxima.

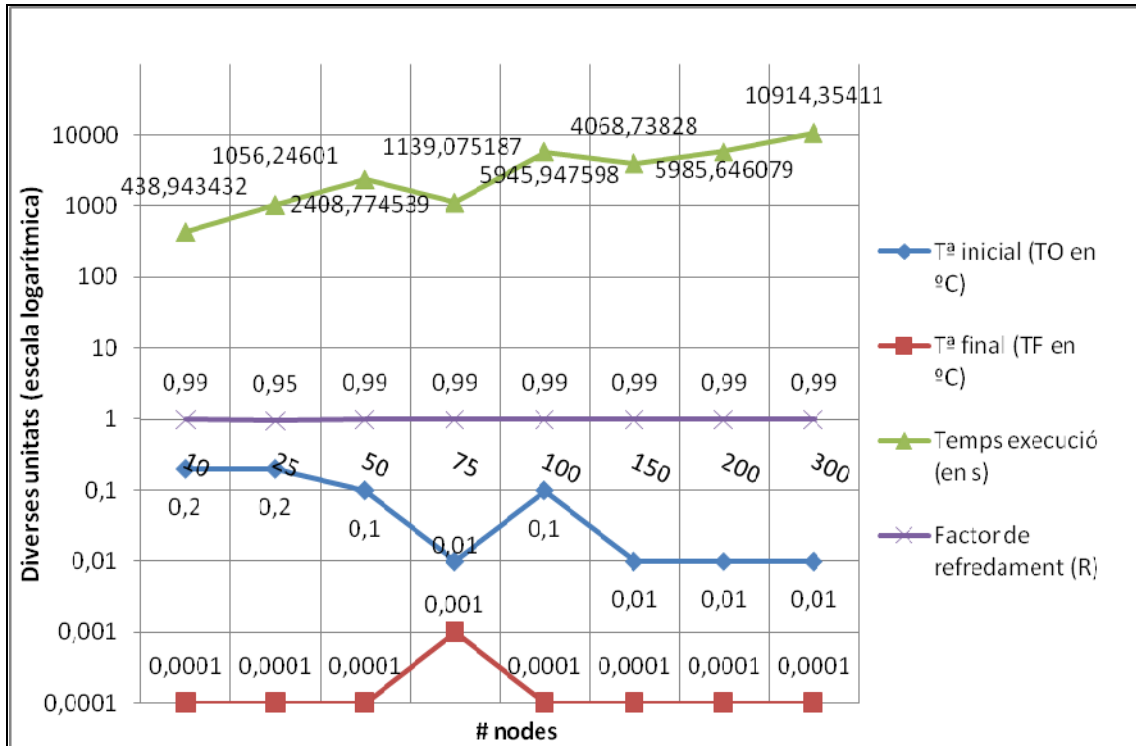


Fig. 5.4 Evolució dels paràmetres de SA ($15 \cdot 10^4$)

Per tal de finalitzar l'anàlisi de l'algoritme simulated annealing en les seves dues versions, a continuació es presenten de forma gràfica els resultats de cost i temps d'execució obtinguts per una i altra variació (Figures 5.5 i 5.6, respectivament).

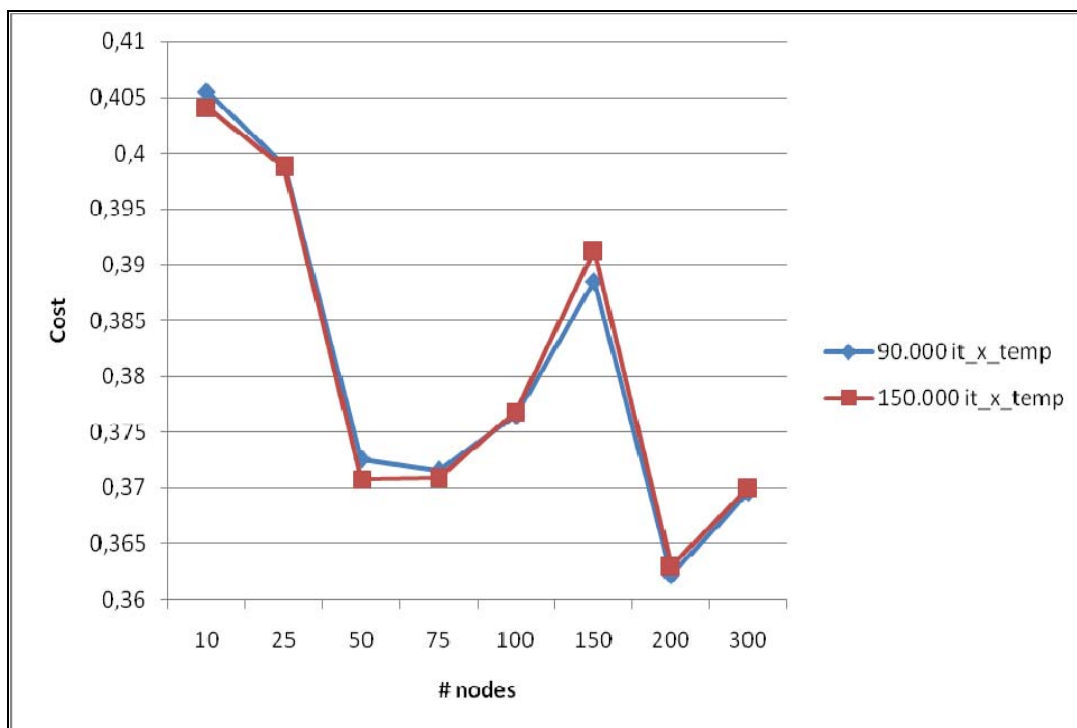


Fig. 5.5 Algoritme Simulated Annealing – Cost xarxa per a les dues variacions de l'algoritme ($9 \cdot 10^4$ i $15 \cdot 10^4$ iteracions per temperatura)

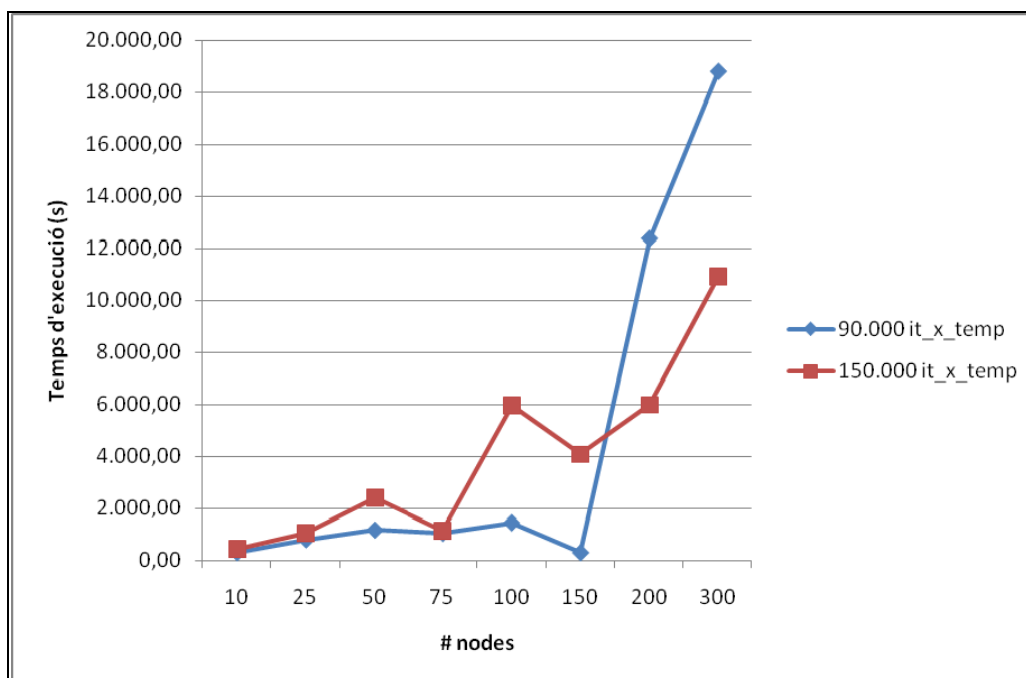


Fig. 5.6 Algoritme Simulated Annealing – Temps d'execució per a les dues variacions de l'algoritme ($9 \cdot 10^4$ i $15 \cdot 10^4$ iteracions per temperatura)

Tal i com era d'esperar, per regla general, els resultats obtinguts per la segona variació ($15 \cdot 10^4$ iteracions per temperatura) són millors que els de la primera. Aquesta millora és deguda a que en augmentar el nombre d'iteracions es fa una cerca més exhaustiva de l'espai de solucions, de forma que és molt més probable obtenir millors resultats. Ara bé, tot això es tradueix en un augment del temps d'execució. Tot i això, si observem la gràfica de la Figura 5.6, veurem que l'increment del temps es produeix en tots els casos tret de $n = 200$ i 300 nodes. Això es deu a una temperatura inicial més baixa que la de la primera versió de l'algoritme; la segona versió haurà d'aplicar menys vegades les $15 \cdot 10^4$ iteracions per temperatura.

5.4 Resultats per formigues

El tercer i últim algoritme que s'ha proposat per a intentar resoldre el problema del subgraf de difusió d'energia mínima és l'algoritme formigues. Aquest, igual que simulated annealing, és un mètode probabilístic. La diferència, però, recau en el fet que formigues introdueix intel·ligència intentant fer una cerca dirigida a l'espai de solucions. Aquesta cerca dirigida es tradueix en que formigues, a diferència de SA, no escull aleatòriament un node per tal de disminuir-li el radi de cobertura i així millorar la funció de cost, sinó que aquesta elecció segueix un criteri: escollir el pitjor node adjacent al node on es troba la formiga per tal de disminuir-li el radi de cobertura, entenent com a pitjor node aquell que necessita una energia més elevada per a transmetre (radi de cobertura més gran). Aquest criteri de cerca que acabem de descriure s'ha heretat, tal i com hem comentat en l'anterior capítol, del problema original d'acoloriment de grafs pel qual va ser dissenyat l'algoritme. A aquest desplaçament de la formiga fins al pitjor node adjacent l'hem anomenat *move_1* i ens ha servit per a realitzar el primer bloc de proves, els resultats de les quals es presenten a la Taula 5.6.

Com era d'esperar, el temps d'execució de l'algoritme augmenta quan ho fa el número de nodes. Igual que a SA, a la Taula 5.6 es presenten, per a cada número de nodes, els millors resultats aconseguits entre els 180 possibles que s'obtenen combinant tots els paràmetres d'entrada de l'algoritme (P_{best} , P_{node} , P_{earth} i nombre de formigues). Observant els valors del nombre de formigues a la Taula 5.6, es conclou que no hi ha una lògica establerta que relacioni aquest paràmetre amb el nombre de nodes. Abans de fer les proves, esperàvem que el valor d'aquest paràmetre hagués d'augmentar conforme ho feia el nombre de nodes de la xarxa ja que més agents treballant haurien d'arribar a millors

resultats, però els resultats finals no depenen del nombre de formigues. Malauradament no hi ha hagut cooperació entre les formigues, és a dir, una formiga no necessita del recolzament de les altres per trobar bones solucions.

| Nodes | ALGORITME FORMIGUES (move 1) | | | | | |
|-------|-------------------------------------|----------------|------------|------------|-------------|-----------|
| | Cost | Temps | Paràmetres | | | |
| | Xarxa | d'execució (s) | P_{best} | P_{node} | P_{earth} | Formigues |
| 10 | 0,399312 | 131,028 | 0,5 | 0,15 | 0,1 | 10 |
| 25 | 0,403591 | 176,451 | 0,75 | 0,5 | 0,1 | 1 |
| 50 | 0,4048 | 291,622 | 0,85 | 0,15 | 0,1 | 5 |
| 75 | 0,405639 | 494,623 | 0,85 | 0,5 | 0,001 | 3 |
| 100 | 0,430732 | 556,983 | 0,95 | 0,15 | 0,001 | 10 |
| 150 | 0,474682 | 867,162 | 0,99 | 0,15 | 0,001 | 3 |
| 200 | 0,458882 | 1.286,420 | 0,95 | 0,15 | 0,01 | 3 |
| 300 | 0,472413 | 1.948,982 | 0,95 | 0,5 | 0,01 | 10 |

Taula 5.6 Resultats de l'algoritme formigues utilitzant el moviment *move_1*

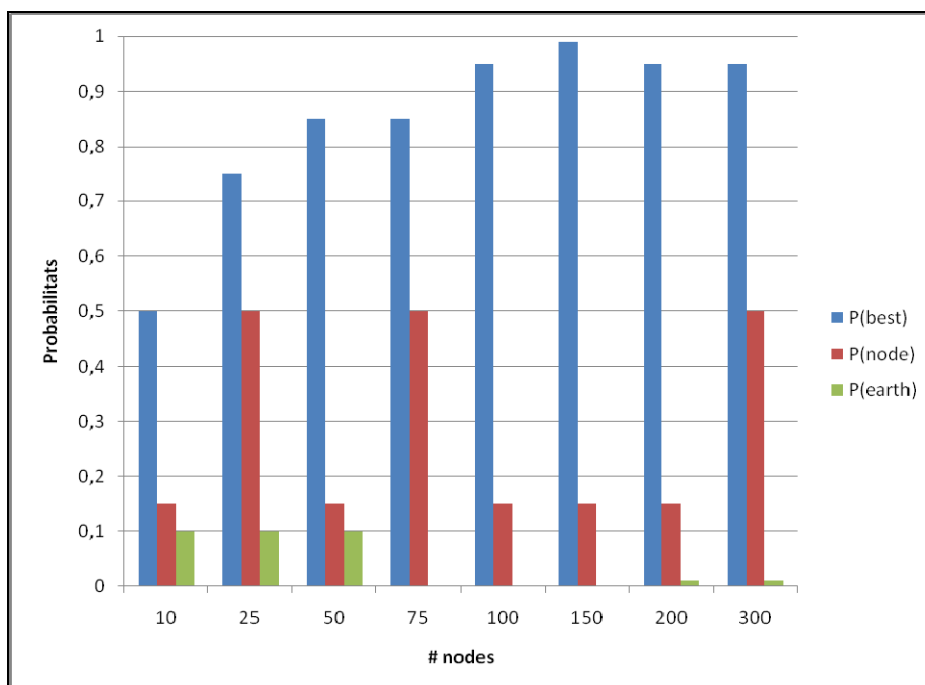


Fig. 5.7 Evolució dels paràmetres dels millors resultats de formigues (*move_1*)

La variable P_{best} regula la disminució del radi de cobertura d'un node, sempre i quan es mantingui la connectivitat entre tots els nodes que formen la xarxa. En aquells casos en que no es compleixi aquesta probabilitat, tal i com hem comentat anteriorment, s'augmenta en una unitat el rang del node –nombre de nodes als quals arriba el dispositiu– i, per tant, també el seu radi de cobertura amb la finalitat d'evitar els mínims locals. La tendència a l'alça del valor d'aquesta probabilitat a mesura que augmenta el nombre de nodes (veure Figura 5.7), era un valor esperat ja que en xarxes grans no és bo permetre continus empitjoraments. En canvi, és ben diferent en xarxes petites ja que aquestes no tenen un espai de solucions gaire gran i, per tant, és més fàcil assolir la solució òptima.

Pel que fa a la probabilitat P_{node} , hem de comentar que no es pot treure cap pauta de la lectura de la gràfica. Això es deu a que el canvi de rang d'un node no afecta radicalment els seus veïns i per tant no cal canviar a continuació el pitjor dels seus nodes adjacents. Dit d'una altra forma, el canvi del rang d'un node no està estretament correlat amb la necessitat de canviar el rang del seu node adjacent amb major radi de cobertura. Dels resultats de la taula, fins i tot, es podria extreure la conclusió que un cop canviat el rang d'un node és millor anar cap a qualsevol altre node que canviar el seu pitjor veí.

Finalment analitzem els valors obtinguts de la probabilitat P_{earth} de moure totes les formigues de node aleatòriament. Aquests valors són totalment coherents ja que per a xarxes petites poden ser elevats –valors de 0.1– perquè l'espai de solucions és petit i és senzill obtenir la solució òptima, però per a xarxes grans, en canvi, si les formigues estableixen línies de treball sobre un sector de nodes i contínuament les anem canviant de sector, mai s'arribarà a la millor de les solucions possibles.

Després d'analitzar detingudament els resultats obtinguts pel moviment *move_1*, es va decidir modificar el moviment de les formigues amb la finalitat d'obtenir millors resultats. Per a això es va crear un nou moviment anomenat *move_0* en el que les formigues, en lloc de desplaçar-se fins al pitjor dels nodes adjacents, és mouen al pitjor dels nodes de la xarxa. Després de desplaçar-se fins al pitjor node de la xarxa, l'algoritme treballa de manera idèntica a l'anterior. L'objectiu d'aquesta primera modificació no era cap altre que assolir millors resultats que en el cas anterior i, tal i com es pot veure més endavant, encara que aquesta millora no ha estat notable, s'ha aconseguit.

A la Taula 5.7 es poden observar els resultats corresponents a cost i temps d'execució obtinguts per l'algoritme, així com els valors de les variables empleades per obtenir aquests resultats. Abans de passar a analitzar-los, cal comentar que en aquesta variació de l'algoritme deixa de tenir sentit el paràmetre *Formigues*. Això es deu a que en aquest context totes les formigues tindran visibilitat sobre tota la xarxa (no estaran confinades en zones restringides) i en conseqüència tant serà tenir una única formiga com un conjunt nombrós, ja que totes faran la mateixa feina.

De forma anàloga a l'anterior conjunt de proves, tant el cost final com el temps d'execució de l'algoritme augmenten amb el nombre de nodes de la xarxa, si obviem les petites excepcions. D'altra banda, la probabilitat P_{best} que permet disminuir el radi de cobertura del node sobre el qual es treballa, igual que en l'anterior algoritme, segueix una tendència a l'alça a mesura que augmentem el nombre de nodes de la xarxa. En aquest cas, la probabilitat P_{node} regula el moviment de la formiga al pitjor node de la xarxa i en cas contrari el situa sobre un node escollit a l'atzar. A diferència de les anteriors proves observem com, per a xarxes grans, aquest valor és gran, fet que provoca que l'algoritme acabi sent més intel·ligent que aleatori.

| Nodes | ALGORITME FORMIGUES (<i>move 0</i>) | | | | | |
|-------|---------------------------------------|----------------|------------|------------|-------------|-----------|
| | Cost | Temps | Paràmetres | | | |
| | Xarxa | d'execució (s) | P_{best} | P_{node} | P_{earth} | Formigues |
| 10 | 0,399076 | 134,88 | 0,5 | 0,15 | 0,1 | 10 |
| 25 | 0,399834 | 201,71 | 0,75 | 0,15 | 0,1 | 1 |
| 50 | 0,403011 | 377,58 | 0,85 | 0,15 | 0,01 | 1 |
| 75 | 0,398658 | 546,86 | 0,85 | 0,15 | 0,01 | 5 |
| 100 | 0,431096 | 655,71 | 0,95 | 0,15 | 0,01 | 10 |
| 150 | 0,469567 | 2.159,79 | 0,95 | 0,85 | 0,1 | 3 |
| 200 | 0,450133 | 2.353,56 | 0,95 | 0,5 | 0,01 | 1 |
| 300 | 0,458837 | 4.217,04 | 0,95 | 0,85 | 0,1 | 3 |

Taula 5.7 Resultats de l'algoritme formigues utilitzant el moviment *move_0*

Finalment cal comentar que el valor de P_{earth} tampoc segueix cap pauta. Veiem que, en xarxes grans, aquest valor ha augmentat respecte l'anterior algoritme. Això podria explicar-se com una possible compensació a l'augment de P_{node} que no ha permès tants moviments aleatoris de formigues.

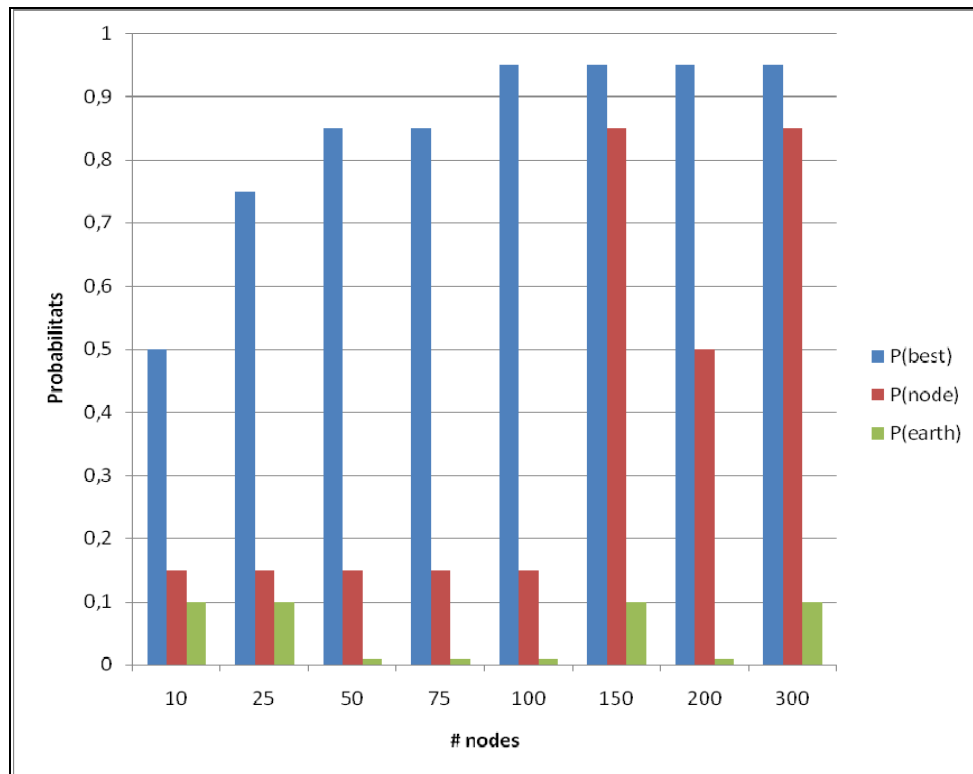


Fig. 5.8 Evolució dels paràmetres dels millors resultats de formigues (*move_0*)

Finalment, es presenta a continuació en dues gràfiques comparatives els costos i temps d'execució obtinguts amb els dos algoritmes (Figures 5.9 i 5.10).

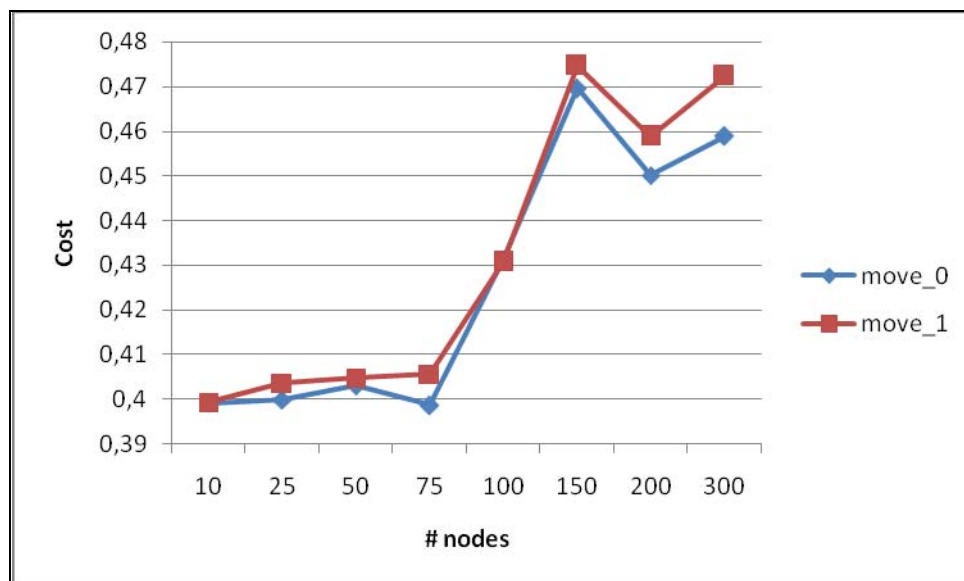


Fig. 5.9 Algoritme formigues – Cost xarxa per a les dues variacions de l'algoritme (*move_0* i *move_1*)

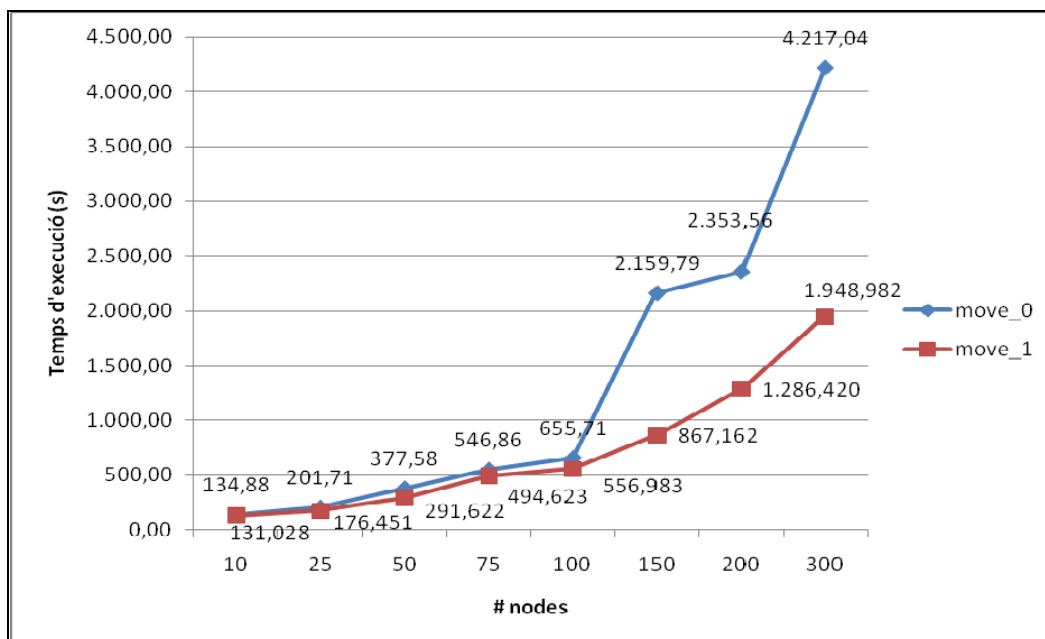


Fig. 5.10 Algoritme formigues – Temps d'execució per a les dues variacions de l'algoritme (*move_0* i *move_1*)

Tal i com hem comentat anteriorment, els resultats obtinguts movent la formiga al pitjor dels nodes de la xarxa han estat millors, però aquesta operació ha fet que en gairebé tots els casos el temps d'execució s'hagi vist multiplicat per dos. Aquest augment del temps es deu a que es triga més en buscar el pitjor dels nodes de tota la xarxa que en trobar el pitjor dels nodes veïns (per la senzilla raó de que cal explorar un conjunt de nodes més gran). D'altra banda, com ja s'ha explicat abans, es pot deduir dels resultats que un cop s'ha canviat el rang d'un node, és millor anar cap al node pitjor de la xarxa que cap el seu pitjor veí. Això es pot explicar de la següent manera: suposant que en una majoria de casos hem reduït el rang del node, ja que P_{best} és més gran que 0.5, el veïnatge del node quedarà en una situació més delicada, ja que un node proper tindrà un radi de cobertura més petit. Això segurament ens donarà poca flexibilitat per millorar els nodes propers. Dit d'una altra manera, si a continuació mirem de millorar el pitjor node veí, segurament no podrem fer-ho en la majoria de casos, ja que tindrem la connectivitat bastant amenaçada (per haver retallat el radi d'un node veí). Això farà que en la majoria de casos no puguem fer res i per tant acabarem perdent eficiència –perdrem càlculs sense fer res– de tal forma que al final serà millor mirar de canviar un node qualsevol de la xarxa i no un node del veïnatge, com proven els resultats.

Un cop obtinguts els primers resultats de cada una de les versions de l'algoritme formigues, es va pensar en fer una barreja d'ambdues per tal de trobar una millor solució. Així doncs, s'ha optat per dirigir la cerca utilitzant el moviment *move_0* (tota la xarxa) o el *move_1* (nodes veïns). Per tal d'establir els criteris més adequats per a implementar aquesta modificació s'han realitzat varies proves. En els anterior algoritmes, cada vegada que es superava la probabilitat P_{node} es desplaçava la formiga al pitjor node adjacent o al pitjor de la xarxa segons si s'utilitzava un moviment *move_1* o *move_0*, respectivament. Llavors, en cas d'acomplir-se la probabilitat P_{best} , es disminuïa tot el possible el radi de cobertura del node avaluat mantenint sempre una connectivitat entre tots els dispositius de la xarxa.

La nova modificació que proposem s'ha dissenyat fent una analogia amb el problema de l'acoloriment. En l'acoloriment de grafs, no sempre resulta útil assignar el proper color disponible al màxim nombre possible de nodes lliures, de forma seqüencial. Igualment, en el nostre problema, no millorarem cada vegada el rang d'un node el màxim marge possible, sinó que ho farem d'una unitat en una unitat (tal com ja fèiem a simulated annealing) per uniformitzar per tota la xarxa la tensió de les diferents millores, és a dir, per flexibilitzar la cerca a l'espai de solucions. Així doncs, l'algoritme definit actua segons el següent esquema: abans de moure la formiga de node, s'analitza el cost de la xarxa. Si aquest valor és inferior a 0,40 es decideix desplaçar la formiga al pitjor node adjacent (*move_1*) i a aquest node se li disminueix en una unitat el rang amb probabilitat P_{best} (arribarem a un node menys) sempre i quan segueixi existint connectivitat. En canvi, si el valor del cost és més gran o igual a 0,40 es desplaçarà la formiga al pitjor node de la xarxa (*move_0*) i llavors s'intentarà disminuir tot el possible (no només en una unitat) el radi de cobertura d'aquest node, un altre cop amb probabilitat P_{best} . En altre cas el rang s'augmentarà en una unitat.

El que s'intenta amb aquesta modificació de l'algoritme és, en aquells casos on el cost comença a ser bo (aproximadament 0,40), disminuir lentament –d'unitat en unitat– el rang i, per tant, també el radi de cobertura del node avaluat per tal d'aconseguir diverses millores locals que possibilitin una millora global del cost. I en aquells casos on el cost no és tan bo s'intenta disminuir tot el possible el radi de cobertura per tal d'arribar al valor límit de 0,40 i començar a establir millores de forma local. A la Figura 5.11 es pot observar un esquema de l'algoritme que proposem.

Inici

- Distribució aleatòria de les formigues
- Càlcul de la funció de cost

Per a cada iteració

⇒ Elecció aleatòria d'una de les formigues

- **Si** (probabilitat P_{node})
 - **Si** (funció cost $< 0,40$)
 - ⇒ es mou formiga al pitjor node adjacent
 - **Si** (probabilitat P_{best})
 - ⇒ disminuïm en 1 unitat el rang del node
 - ⇒ guardem nova solució com a millor solució
 - **Si no**
 - ⇒ augmentem en 1 unitat el rang del node (evitar mínims locals)
 - **Si no**
 - ⇒ es mou formiga al pitjor node de la xarxa
 - **Si** (probabilitat P_{best})
 - ⇒ disminuïm tot el possible el rang del node
 - ⇒ guardem nova solució com a millor solució
 - **Si no**
 - ⇒ augmentem en 1 unitat el rang del node
 - **Si no**
 - ⇒ es mou formiga a un altre node de la xarxa de forma aleatòria
 - **Si** (funció cost $< 0,40$)
 - **Si** (probabilitat P_{best})
 - ⇒ disminuïm en 1 unitat el rang del node
 - ⇒ guardem nova solució com a millor solució
 - **Si no**
 - ⇒ augmentem en 1 unitat el rang del node
 - **Si no**
 - **Si** (probabilitat P_{best})
 - ⇒ disminuïm tot el possible el rang del node
 - ⇒ guardem nova solució com a millor solució
 - **Si no**
 - ⇒ augmentem en 1 unitat el rang del node
 - Actualitza funció de cost
 - **Si** (nova solució menor que millor solució)
 - ⇒ guarda nova solució com a millor solució

Final de cada iteració

Fins màxim nombre d'iteracions o solució trobada

Fig. 5.11 Esquema de la modificació de l'algoritme formigues

A continuació, de manera anàloga al que s'ha fet fins ara, es presenten els valors que resulten d'aplicar la modificació proposada per a l'algoritme formigues a les 5 xarxes amb les que hem treballat durant tot l'estudi.

| Nodes | FORMIGUES (12.000.000 d'iteracions) | | | | | |
|-------|--|----------------|-------------------|-------------------|--------------------|-----------|
| | Cost | Temps | Paràmetres | | | |
| | Xarxa | d'execució (s) | P _{best} | P _{node} | P _{earth} | Formigues |
| 10 | 0,399077 | 138,653 | 0,5 | 0,15 | 0,1 | 10 |
| 25 | 0,399834 | 193,092 | 0,75 | 0,15 | 0,1 | 1 |
| 50 | 0,403011 | 355,530 | 0,85 | 0,15 | 0,01 | 1 |
| 75 | 0,398462 | 586,693 | 0,85 | 0,15 | 0,01 | 5 |
| 100 | 0,431096 | 664,066 | 0,95 | 0,15 | 0,01 | 10 |
| 150 | 0,469567 | 1.951,134 | 0,95 | 0,85 | 0,1 | 3 |
| 200 | 0,450133 | 2.165,871 | 0,95 | 0,5 | 0,01 | 1 |
| 300 | 0,458837 | 4.186,990 | 0,95 | 0,85 | 0,1 | 3 |

Taula 5.8 Resultats de la modificació de l'algoritme formigues, $12 \cdot 10^6$ iteracions

També presentem, de forma gràfica, l'evolució dels diversos paràmetres que intervenen a l'algoritme. Observant la Taula 5.8 i comparant aquests resultats amb els obtinguts fins ara, veiem que hem millorat el cost global de la xarxa. Per a alguns nombres de nodes, aquesta millora, tot i que existeix, no ha estat gaire significativa; però en d'altres casos és bastant bona ja que arriba gairebé a les dues dècimes. A més, els temps d'execució es mantenen semblants, cosa positiva ja que una millora del cost de la xarxa no ha suposat fer més feixuc el desenvolupament de l'algoritme. Pel que respecta a les probabilitats amb les que s'obtenen els millors resultats en aquesta modificació de l'algoritme, observem que són idèntiques a les de la primera modificació que hem utilitzat (cerca dirigida segons moviment *move_0*).

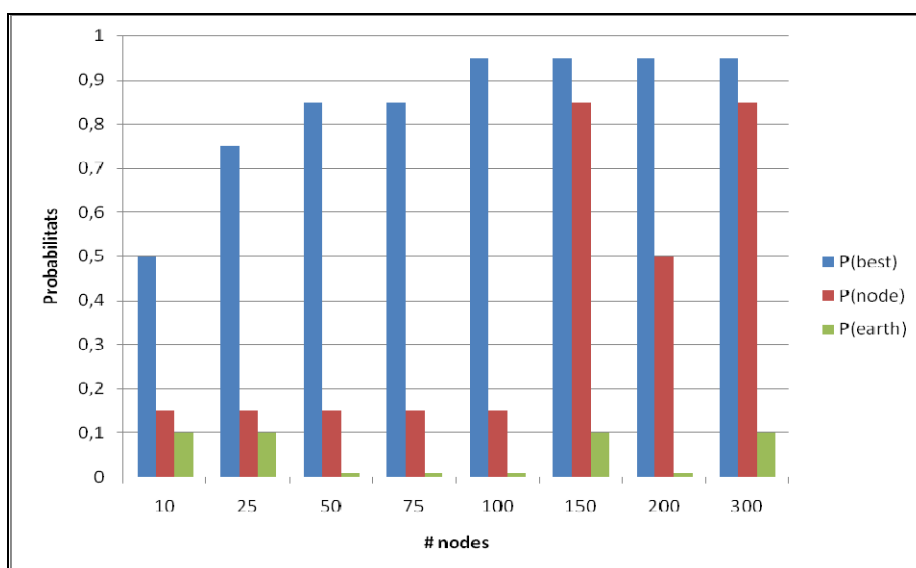


Fig. 5.12 Evolució dels paràmetres dels millors resultats de formigues modificat

Després d'analitzar els resultats que acabem de comentar vam decidir donar més temps de computació a l'algoritme formigues modificat, amb l'esperança d'obtenir encara millors resultat. Així doncs, s'han fixat els valors de les variables d'entrada per tal d'evitar tantes proves i s'ha deixat que l'algoritme realitzi $24 \cdot 10^6$ d'iteracions pel total de les formigues abans de ser aturat, en lloc de les $12 \cdot 10^6$ iteracions que feia fins ara. No obstant, els resultats no han variat gaire i per contra el temps d'execució gairebé s'ha duplicat, increment que no es correspon, ni de bon tros, amb la minsa millora del cost.

| Nodes | FORMIGUES (24.000.000 d'iteracions) | | | | | |
|-------|--|----------------------|------------|------------|-------------|-----------|
| | Cost Xarxa | Temps d'execució (s) | P_{best} | P_{node} | P_{earth} | Formigues |
| 10 | 0,392327 | 274,993 | 0,5 | 0,15 | 0,1 | 10 |
| 25 | 0,398595 | 388,476 | 0,75 | 0,15 | 0,1 | 1 |
| 50 | 0,402792 | 662,441 | 0,85 | 0,15 | 0,01 | 3 |
| 75 | 0,402947 | 1.109,657 | 0,85 | 0,15 | 0,01 | 1 |
| 100 | 0,426227 | 1.328,947 | 0,95 | 0,15 | 0,01 | 1 |
| 150 | 0,466651 | 3.568,495 | 0,95 | 0,85 | 0,1 | 3 |
| 200 | 0,451038 | 4.015,251 | 0,95 | 0,5 | 0,01 | 10 |
| 300 | 0,454439 | 7.776,142 | 0,95 | 0,85 | 0,1 | 3 |

Taula 5.8 Resultats de la modificació de l'algoritme formigues, $25 \cdot 10^6$ iteracions

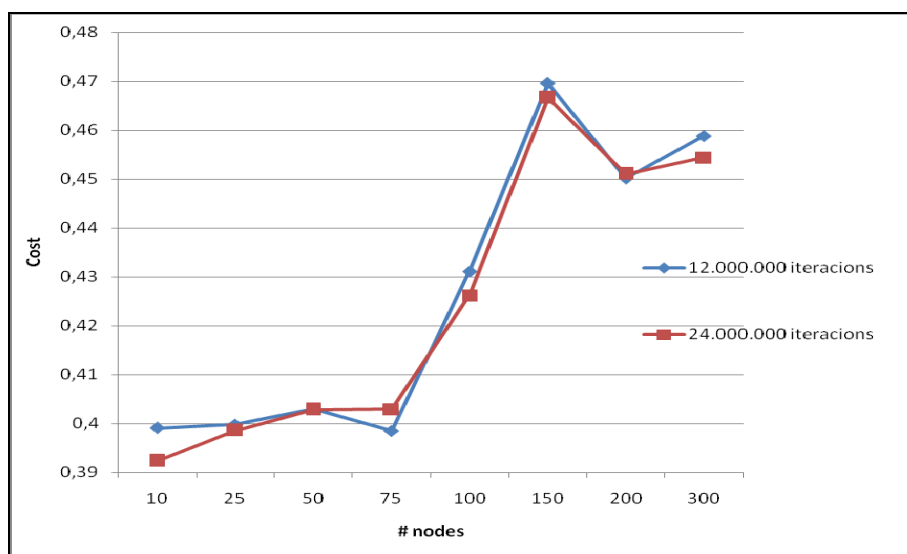


Fig. 5.13 Modificació algoritme formigues – Comparació costos

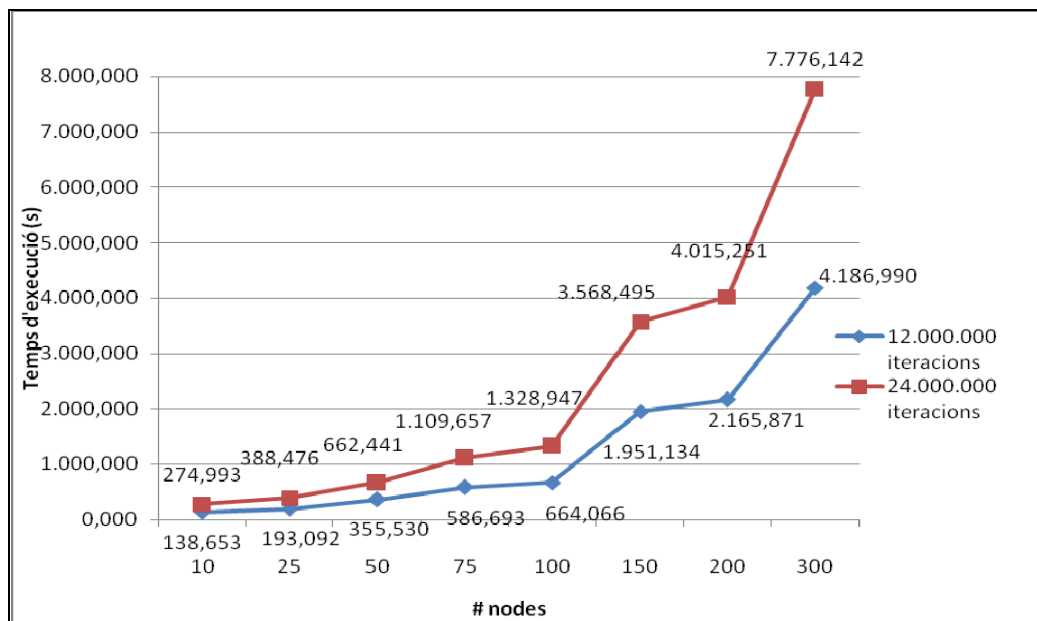


Fig. 5.14 Modificació algoritme formigues – Comparació temps d'execució

En les gràfiques de cost i temps d'execució de les Figures 5.13 i 5.14, respectivament, s'han sobreposat els resultats obtinguts realitzant $12 \cdot 10^6$ i $24 \cdot 10^6$ iteracions. Pot observar-se clarament aquesta discordança entre els augments de cost i de temps d'execució. La raó per la qual l'algoritme no millora és que, en el procés de construcció de la funció de cost, el programa queda atrapat en un mínim local. Llavors, per més temps que es doni a l'algoritme, mai aconseguirem millorar la funció de cost.

5.5 Comparació

Per finalitzar l'estudi del comportament dels algoritmes aplicats amb la finalitat de trobar una solució òptima al problema del subgraf d'energia mínima, tot seguit es realitza una comparativa dels mètodes utilitzats. Formaran part d'aquesta comparativa els tres algoritmes inicials –el mètode determinista proporcionat per Kruskal, així com els algoritmes probabilístics formigues i simulated annealing, en la seva versió de 150.000 iteracions per temperatura– i també l'última de les modificacions introduïdes a l'algoritme formigues, que és la que millors resultats ha obtingut. A la Taula 5.15, es mostren els resultats obtinguts pels algoritmes que acabem d'enumerar. A continuació, també es presenten les gràfiques d'aquests valors a les Figures 5.15 i 5.16.

| Nodes | KRUSKAL | | SA | | FORMIGUES | | FORMIGUES (modificat) | |
|-------|---------|-------|--------|--------|-----------|-------|-----------------------|-------|
| | Cost | Temps | Cost | Temps | Cost | Temps | Cost | Temps |
| 10 | 0,4811 | 0,004 | 0,4040 | 438 | 0,3993 | 131 | 0,3923 | 274 |
| 25 | 0,5639 | 0,024 | 0,3987 | 1.056 | 0,4035 | 176 | 0,3985 | 388 |
| 50 | 0,4794 | 0,356 | 0,3707 | 2.408 | 0,4048 | 291 | 0,4027 | 662 |
| 75 | 0,5077 | 2,00 | 0,3708 | 1.139 | 0,4056 | 494 | 0,4029 | 1.109 |
| 100 | 0,4921 | 7,2 | 0,3768 | 5.945 | 0,4307 | 556 | 0,4262 | 1.328 |
| 150 | 0,5071 | 33,6 | 0,3912 | 4.068 | 0,4746 | 867 | 0,4666 | 3.568 |
| 200 | 0,4768 | 117 | 0,3630 | 5.985 | 0,4588 | 1.286 | 0,4510 | 4.015 |
| 300 | 0,4696 | 547 | 0,3700 | 10.914 | 0,4724 | 1.948 | 0,4544 | 7.776 |

Taula 5.15 Comparativa dels costos i temps d'execució (segons)

En primer lloc, es veu que els algorismes probabilístics –simulated annealing i formigues– obtenen millors resultats que el mètode determinista plantejat per Kruskal. Aquestes diferències, que poden arribar a ser de fins al 20% en alguns casos, demostren el que ja havíem dit anteriorment: el problema del subgraf d'energia mínima o MECBS és un problema NP-complet que no pot ésser resolt de forma òptima amb un algorisme determinista com és Kruskal. Per això les millors solucions s'obtenen amb mètodes de cerca més dirigits.

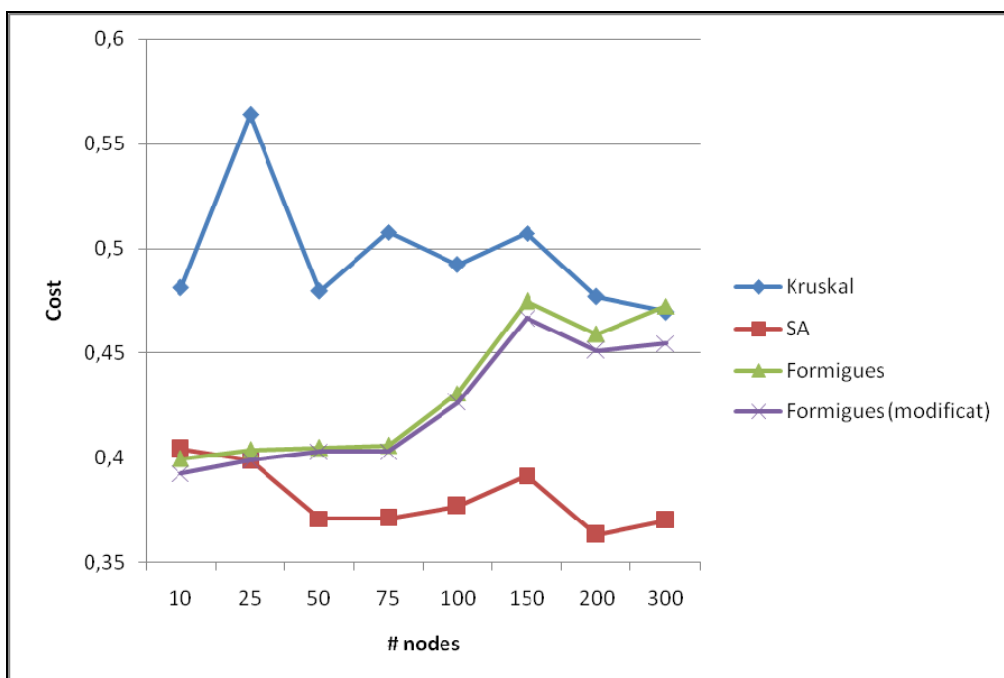


Fig. 5.15 Algorismes utilitzats – Comparació del cost

A partir d'aquest punt, deixarem de banda l'algoritme determinista plantejat per Kruskal perquè, tal i com hem comentat, no obté bones solucions i ens centrarem en l'anàlisi dels algoritmes probabilístics. D'entrada, es pot comprovar com simulated annealing obté sempre millors resultats que qualsevol de les versions de l'algoritme formigues, excepte en aquells casos on la xarxa està formada per pocs dispositius, 10 i 25 nodes. És més, a mesura que augmenta el nombre de nodes de la xarxa, la diferència entre ambdós algoritmes creix.

Cal recordar que el cost computacional de l'algoritme SA no depèn del nombre de nodes que formen la xarxa ja que la cerca de noves solucions es fa a cegues (aleatòriament) en contraposició a l'algoritme formigues que aplica una cerca dirigida (aplica intel·ligència) per la qual cosa sempre haurà de realitzar un major nombre d'operacions a mesura que augmenti la mida de la xarxa. Cal no oblidar que l'algoritme formigues realitza els canvis puntuals basant-se en una avaluació de l'entorn sobre el que treballa i, aquest entorn, augmentarà juntament amb el nombre de nodes.

En definitiva, es veu com en xarxes petites és millor introduir una certa intel·ligència a l'hora de fer una cerca a l'espai de solucions ja que, com que aquest és petit, és més senzill obtenir la solució òptima al problema. En canvi, a mesura que augmenta el nombre de nodes de la xarxa, l'espai de solucions també ho fa i llavors resulta millor aplicar un mètode més aleatori com simulated annealing. D'altra banda, per a l'algoritme simulated annealing cal assenyalar que la solució final de cost es manté gairebé constant a mesura que augmenta el nombre de nodes de la xarxa. De fet, es pot apreciar fins i tot una certa disminució que es deu, com s'ha dit abans, a que encara que s'ha d'enviar informació a més nodes, aquests estaran més a prop els uns dels altres ja que el quadrat sobre el que s'han distribuït els nodes ha tingut sempre una superfície igual a la unitat.

A continuació es presenta a la Figura 5.16 el temps d'execució per a cadascun dels algoritmes. Com ja sabíem Kruskal es molt més ràpid que els altres, encara que ofereix solucions molt pitjors. D'altra banda, cal dir que el temps d'execució de simulated annealing i formigues l'hem marcat nosaltres i que ha estat comparable per simulated annealing i l'algoritme formigues modificat. És a dir, per a les xarxes més grans, simulated annealing ha ofert millors resultats amb una inversió de temps comparable a la de l'algoritme formigues.

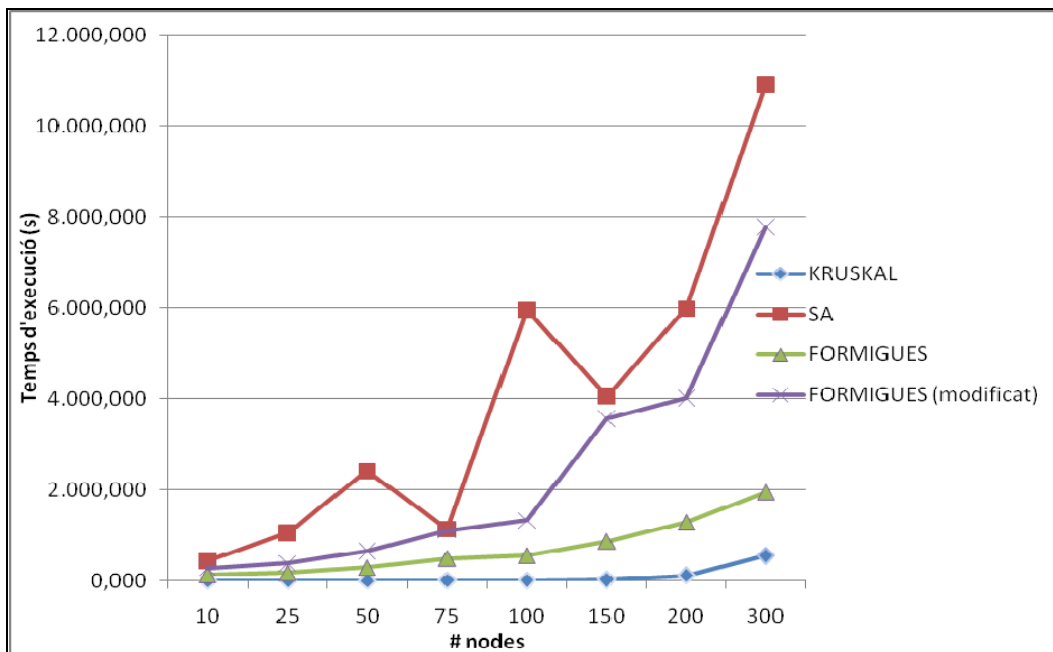


Fig. 5.16 Algoritmes utilitzats – Comparació dels temps d'execució

Finalment, per tal de comparar més a fons el comportament de cada un dels algoritmes es presenten tres gràfiques, a la Figura 5.17, que representen les estadístiques del rang final dels nodes per a les xarxes de 50, 150 i 300 nodes. Recordem que el rang d'un node es defineix com el nombre de nodes que abasta el seu radi de cobertura, és a dir, el nombre de nodes amb els quals un node determinat pot comunicar-se directament. Els resultats que mostren les gràfiques següents s'han obtingut fent la mitjana aritmètica entre vint-i-cinc casos: cinc solucions diferents per a cada una de les cinc xarxes de 50, 150 i 300 nodes sobre les que realitzem les proves.

Com es pot observar, el comportament és pràcticament el mateix pels algoritmes simulated annealing i formigues, incloent la modificació d'aquest últim. La majoria de nodes, aproximadament uns 30 pel cas d'una xarxa de 50 nodes, 80 pel cas d'una xarxa de 150 nodes i uns 150 per una xarxa de 300 nodes, tenen rang 0, és a dir, no han d'enviar informació a cap altre node (són nodes terminals). D'altra banda, uns 9 nodes pel cas d'una xarxa de 50 dispositius, uns 20 pel cas d'una xarxa de 150 nodes i uns 50 pel cas d'una xarxa de 300 nodes tenen un rang igual a 1. Uns 5 nodes pel cas d'una xarxa de 50, uns 10 pel cas una xarxa de 150 nodes i uns 25 nodes pel cas d'una xarxa de 300 nodes tenen rang 2. A partir d'aquest punt el número de nodes

comença a decreïxer exponencialment a mesura que augmenta el rang. De fet, a partir d'un rang igual a 10 en una xarxa de 50 nodes i igual a 9 per a xarxes de 150 i 300 nodes, no apareixen nodes. Això significa que ambdós algoritmes, simulated annealing i formigues, tenen un comportament qualitatiu molt semblant (com ja s'ha dit anteriorment, formigues pot entendre's com una reformulació de simulated annealing), i a més el dos ofereixen una connectivitat entre els diferents dispositius de la xarxa en la qual la gran majoria de nodes tenen rang petit i pocs nodes tenen rang gran.

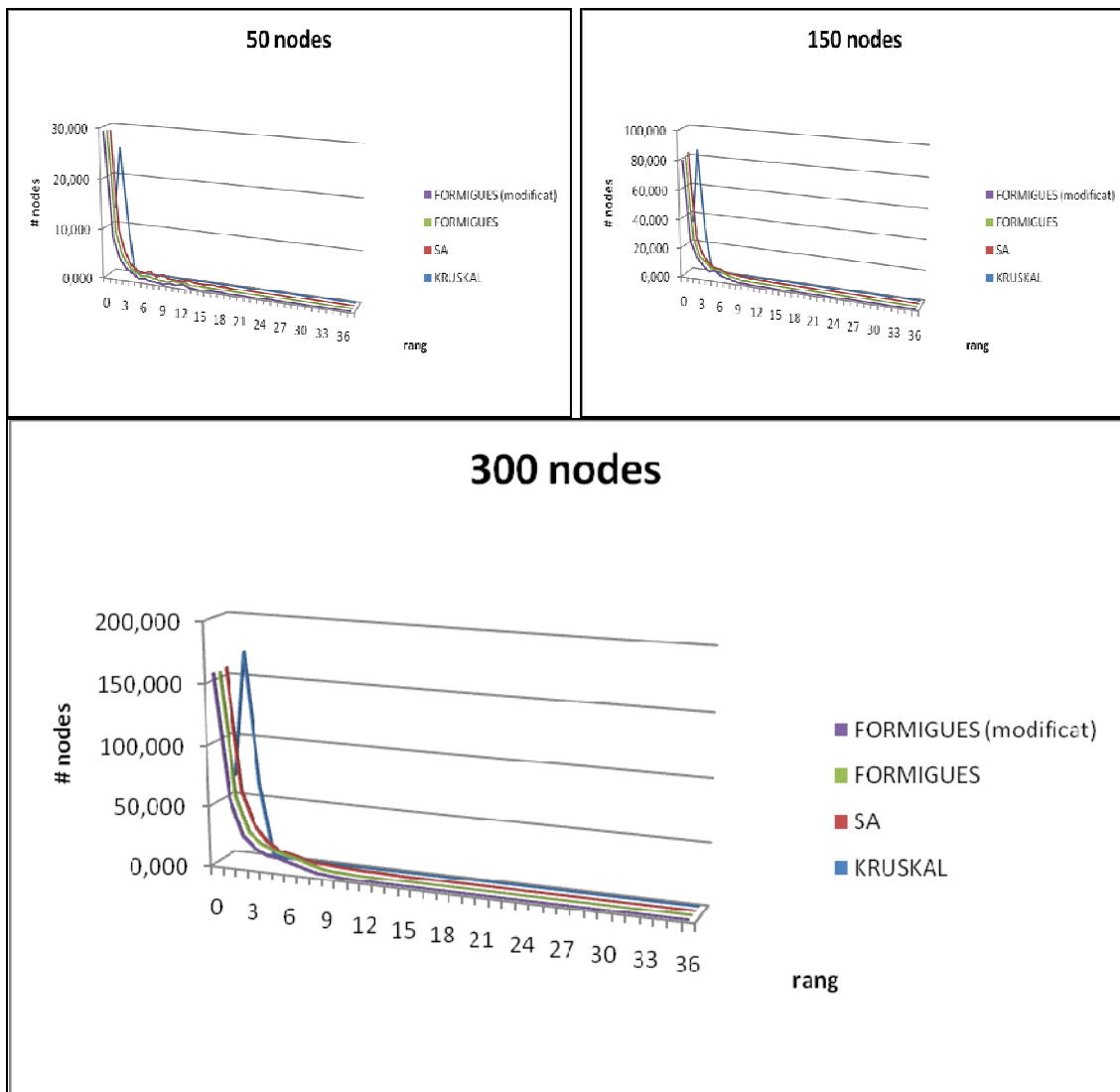


Fig. 5.17 Estadístiques del rang per xarxes de 50, 150 i 300 nodes

En canvi, l'algoritme determinista Kruskal ofereix un comportament bastant diferent. A diferència de formigues i simulated annealing, no trobem un volum

tant gran de nodes amb rang igual a 0 (15, 40 i 50 per a xarxes de 50, 150 i 300 nodes respectivament). El pic de la funció que representa les estadístiques dels rangs aplicant Kruskal es troba per a un valor de rang igual a 1. Pel cas d'una xarxa de 50 nodes en trobem 25, per una xarxa de 150 nodes en trobem 80 i per una xarxa de 300 nodes en trobem 170. Tot això es deu a la diferent naturalesa de l'algoritme de Kruskal, que primer de tot troba un arbre generador mínim en el qual, segons es dedueix de la figura anterior, la majoria de nodes estaran connectats com a mínim amb algun altre node i per això no tindrem gairebé nodes de rang 0 (o com a mínim en tindrem menys que pels casos de formigues i simulated annealing). De fet, a la Figura 4.2 ja havíem vist un exemple d'això que ara diem. Allà es veia –i s'explicava el perquè– que per la solució trobada per Kruskal havien d'emetre més nodes (3 en aquell cas) que per la solució trobada pel problema del MECBS, en la qual només un node havia d'enviar informació. Igualment, en aquell cas, teníem més nodes de rang 0 resolent directament el problema del MECBS (8 nodes de rang 0) que aplicant primer Kruskal (6 nodes de rang 0). Examinant la Figura 4.2 també es pot entendre el que hem dit: en calcular l'arbre generador mínim amb Kruskal interessa tenir arestes curtes i per això al final un nombre gran de nodes es connectarà amb els nodes més propers, de forma que finalment tindrem pocs nodes de rang 0.

5.6 Conclusions

Com s'ha vist al llarg de la present memòria, el problema del subgraf de difusió d'energia mínima en xarxes ad-hoc és un problema NP-complet. Això vol dir que en general haurem d'aplicar tècniques d'optimització combinatoria per a la seva resolució i que els algoritmes deterministes no oferiran solucions prou bones. Això s'ha vist en els apartats anteriors, on els resultats obtinguts amb Kruskal eren molts més fluïxos que els que oferien els algoritmes probabilístics de simulated annealing i formigues.

D'altra banda, com s'ha vist, formigues és millor que simulated annealing només per a xarxes petites de fins a 25 nodes. Més enllà formigues obté pitjors resultats degut a que és més sensible a l'increment del nombre de nodes, és a dir, degut a que el nombre d'operacions creix amb el nombre de nodes de forma molt més accentuada per formigues que per simulated annealing. En la pràctica es podria aplicar, d'aquesta forma, un model combinat de tal forma que per sota d'un determinat nombre de nodes s'apliqués formigues i per sobre d'aquell punt féssim servir simulated annealing (tenint en compte, a més, que

els temps d'execució d'ambdós algoritmes són comparables). En tot cas, en un futur es podrien mirar d'afegir modificacions a l'algoritme formigues per fer més eficient la seva cerca dirigida a l'espai de solucions i obtenir d'aquesta forma millors resultats per a xarxes més grans. Aquesta i d'altres possibilitats es comenten a continuació en l'apartat de línies futures.

Finalment, cal afegir, que el desenvolupament d'aquest projecte pot tenir un impacte ambiental considerable, atès que en un futur s'ha d'intensificar la difusió de les xarxes ad-hoc, formades en gran part per dispositius portàtils. En aquest escenari, un primer estudi que com el nostre permeti minimitzar el consum total d'energia podria traduir-se, en un futur, no només en un estalvi importantíssim d'energia (milions d'usuaris podrien estalviar seguint un patró com el que descriuen els nostres algoritmes) sinó també en una important disminució de les tones de residus –molts d'ells tòxics– que comporta l'exhauriment de les bateries dels dispositius electrònics actuals (i cal recordar, a més, que aquest exhauriment es tradueix moltes vegades en la substitució no només de les bateries sinó de tot el dispositiu portàtil, com passa sovint amb els telèfons mòbils, que llencem a la paperera un cop la bateria deixa de funcionar per comprar-ne un de nou).

5.7 Línies futures

El fet que aquest projecte hagi constituït només una segona aproximació a l'ús d'algoritmes heurístics per al disseny de la topologia d'una xarxa ad-hoc (hi ha un estudi preliminar a [18]), fa que existeixin nombroses línies obertes d'investigació.

En primer lloc es podria optar per intentar millorar, encara més, els actuals algoritmes sense modificar la definició del problema MECBS. En especial, s'hauria de treballar per a introduir noves modificacions a l'algoritme formigues tenint en compte que aquest mètode és més sensible a la mida de la xarxa que simulated annealing. Així doncs, caldria enfocar l'estudi sobre solucions per a xarxes grans, ja que per a petites ja s'obtenen bons resultats, o fins i tot definir algun model híbrid que combinés les característiques de formigues i simulated annealing.

Una altra opció seria aplicar nous algoritmes heurístics de comparació, començant pels algoritmes genètics. En el cas de les xarxes petites es podria

comparar les solucions plantejades amb les solucions òptimes reals, que es podrien obtenir mitjançant una exploració exhaustiva de l'espai de solucions. En aquest cas s'hauria de comprovar el màxim nombre de nodes per al que un algoritme de cerca exhaustiva pot determinar la solució en un temps de càlcul raonable.

En tercer lloc, es podria modificar algunes de les característiques del problema amb l'objectiu de representar amb major exactitud la veritable naturalesa de les xarxes ad-hoc. Així doncs, en lloc de minimitzar el sumatori $\sum R_i^2$ s'hauria de fer mínim un altre sumatori $\sum R_i^D$ on l'exponent $D \geq 2$ reflectís amb major fidelitat el consum real de l'energia dels nodes, que és proporcional a R_i^2 en el buit, però major en els medis físics reals. En aquest cas, fins i tot es podria arribar a considerar la possibilitat de mesurar el veritable exponent D de consum sobre el terreny i utilitzar-lo en els càlculs de la funció de cost $\sum R_i^D$ dels algoritmes.

En el present projecte hem considerat el cas en que un node ha d'enviar informació a la resta de la xarxa. No obstant, en un cas general es podria estudiar la possibilitat que tots els nodes intercanviessin informació entre si, cosa que desembocaria en una topologia lleugerament diferent i amb un major cost energètic. A més, es podria plantejar la possibilitat que els diversos nodes no ocupessin una posició fixa, sinó que s'anessin movent al llarg de l'espai. En aquest cas no solament s'hauria de comptabilitzar el consum d'energia de les diferents solucions, sinó que també s'hauria de tenir en compte la velocitat de convergència dels diferents algoritmes. Això es deu a que en un escenari variable s'hauria de canviar la topologia de la xarxa sobre la marxa, a mida que els nodes s'anessin desplaçant sobre l'espai, i per tant necessitaríem algoritmes que plantegessin solucions òptimes o gairebé òptimes en intervals de temps molt reduïts.

D'altra banda, ja que el consum d'energia d'un node s'incrementa de forma considerable amb el radi de cobertura, l'algoritme podria tenir en compte la capacitat i l'estat de les bateries de cada un dels nodes durant l'assignació dels radis de cobertura. Així, als nodes amb menor capacitat o amb un temps de vida molt limitat per culpa de les bateries se'ls hi assignarien radis de cobertura menors o directament nuls i, per tant, veurien augmentat el seu temps de vida. El resultat final seria que la xarxa, en el seu conjunt, incrementaria el seu temps de vida sense necessitat de recarregar les bateries contínuament.

BIBLIOGRAFIA

- [1] E. Aarts, J. Korst, *Simulated Annealing and Boltzman Machines*, John Wiley & Sons, Chicester, 1989.
- [2] M. Abellanas, D. Lodaes, *Análisis de Algoritmos y Teoría de Grafos*, RA-MA Editorial, Madrid, 1990.
- [3] J. Abril, F. Comellas, A. Cortés, J. Ozón, M.Vaquer, *A multi-agent system for frequency assignment in cellular radio networks*, IEEE Trans. Vehic. Tech., vol. 49 (No. 5), pp.1558-1565, 2000.
- [4] J.E. Baker, *Adaptative Selection Methods for Genetic Algorithms*, Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and their Applications, pp. 101-111, Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 1985.
- [5] A. Clementi, P. Crescenzi, P. Penna, G. Rossi, P. Vocca, *On the Complexity of Computing Minimum Energy Consumption Broadcast Subgraphs*, Proceedings of STACS'01, 18th Ann. Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science, LNCS, 2001.
- [6] A. Coloni, M. Dorigo, V. Maniezzo, *Distributed optimization by ant colonies*, Proceedings of the First European Conference on Artificial Life Paris, pp. 134-142, ed. By F. J. Varela and P. Bourguine, MIT-Press-Bradford Books, Massachusetts, 1991.
- [7] S. Coloni, M. Dorigo, V. Maniezzo, *An investigation of some properties of an ant algorithm*, Proceedings of the Second Conference on Parallel Problem Solving from Nature, pp. 509-520, Brussels, ed. By R. Maenner and B. Manderick, Amsterdam, 1992.
- [8] D. Costa, A. Hertz, *Ants can colour graphs*, Journal of the Operational Research Society, vol. 48, pp. 295-305, 1997.
- [9] M.R. Garey, D.S. Johnson, *Computers and Intractability, A Guide to the Theory of NP-Completeness*, W. H Freeman and Company, New York, 1979.
- [10] A.M. Gibbons, *Algorithmic Graph Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1985.

- [11] J. Gimbert, R. Moreno, J.M. Ribó, M. Valls, *Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes*, Edicions de la Universitat de Lleida, Lleida, 1998.
- [12] D.E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishers, Reading, 1989.
- [13] C. Gómez, J. Paradells, *Redes ad-hoc: el próximo reto*, Revista Burán, vol. 21, pp. 30-37, mayo 2004.
- [14] D.S. Hochbaum (ed.), *Approximation Algorithms for NP-Hard Problems*, PWS Publishing Company, Boston, 1997.
- [15] D.S. Johnson, C.R. Aragon, L.A. McGeoch, C. Schevon, *Optimization by Simulated Annealing: an Experimental Evaluation*; Part II, Graph colouring and Number Partitioning, *Operations Research*, vol. 39, pp. 378-406, 1991.
- [16] K.A. De Jong, W.M. Spears, *Using Genetic Algorithms to Solve NP-Complete Problems*, Proceedings of the Third International Conference on GA, pp. 124-132, Morgan Kauffman Publishers Inc., 1989.
- [17] S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt, M.P. Vecchi, *Optimization by Simulated Annealing*, *Science*, vol. 220, pp. 671-680, 1983.
- [18] E. Ozón, *Subgrafs de Broadcasting de Energía Mínima*, Projecte de Fi de Carrera de la Facultat d'Informàtica de Barcelona (UPC), Barcelona, 2007.
- [19] J. Ozón, *Contribución al coloreado de grafos y las redes pequeño mundo*, Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, 2001.
- [20] C. Perkins, *Ad Hoc Networking*, Addison-Wesley, Boston, 2001.
- [21] C.-K. Toh, *Ad Hoc Mobile Wireless Networks: protocols and systems*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 2002
- [22] R.J. Wilson, *Introducción a la Teoría de Grafos*, Alianza Universidad, Alianza Editorial, Madrid, 1972.



epsc

**Escola Politècnica Superior
de Castelldefels**

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

TREBALL DE FI DE CARRERA

ANNEXOS

TÍTOL DEL TFC: Subgrafs d'energia mínima en xarxes ad-hoc

TITULACIÓ: Enginyeria Tècnica de Telecomunicació, especialitat Telemàtica

AUTORS: Eva Aymamí Gili

Albert Rodríguez Viaplana

DIRECTOR: Javier Ozón Górriz

DATA: 23 de gener de 2008

**ANNEX 1 – Resultats algoritme
SIMULATED ANNEALING**

ANNEX 1.A – Cost Xarxa (en funció del número de nodes)

| | | 90.000.000 IT x Temp | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|----|----------------------|----|-------|--------------------------|--------------------------------------|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | COST XARXA (mitja) | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | | |
| Temperatures ... | TO | 0,2 | TF | 0,001 | R (factor de disminució) | Pe (probabilitat empíjorament range) | 0,99 | 0,15 | 0,409292 | 0,405481 | 0,395253 | 0,382732 | 0,415729 | 0,436165 | 0,412070 | 0,437640 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,405521 | 0,398965 | 0,375962 | 0,372349 | 0,380940 | 0,408447 | 0,411621 | 0,480783 | |
| | | | | | | | 0,85 | 0,408089 | 0,411362 | 0,419995 | 0,488906 | 0,960752 | 2,185181 | 2,129221 | 2,127707 | |
| | | | | | | | 0,75 | 0,409380 | 0,410751 | 0,399747 | 0,388868 | 0,422966 | 0,446968 | 0,424812 | 0,448500 | |
| | | | | | | | 0,95 | 0,5 | 0,405951 | 0,399232 | 0,380583 | 0,376863 | 0,386856 | 0,418557 | 0,422544 | 0,493184 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,409070 | 0,407276 | 0,427453 | 0,556174 | 1,782488 | 2,186458 | 2,127205 | 2,127464 | |
| | | | | | | | 0,15 | 0,409360 | 0,430667 | 0,416111 | 0,408876 | 0,413900 | 0,458287 | 0,447764 | 0,466447 | |
| | | | | | | | 0,5 | 0,406027 | 0,399284 | 0,381376 | 0,385785 | 0,396795 | 0,427668 | 0,443457 | 0,522183 | |
| | | | | | | | 0,85 | 0,409279 | 0,420455 | 0,557983 | 1,064048 | 2,375696 | 2,183486 | 2,128433 | 2,124004 | |
| | | | | | | | 0,15 | 0,409353 | 0,404215 | 0,399284 | 0,391668 | 0,413713 | 0,425756 | 0,401623 | 0,424331 | |
| | | | | | | | 0,99 | 0,5 | 0,405523 | 0,398907 | 0,373188 | 0,371838 | 0,379667 | 0,392874 | 0,362209 | 0,371149 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,408112 | 0,410915 | 0,415751 | 0,436945 | 0,520959 | 0,563599 | 0,567207 | 0,674005 | |
| | | | | | | | 0,15 | 0,409400 | 0,415644 | 0,407022 | 0,392585 | 0,417538 | 0,444828 | 0,414565 | 0,438133 | |
| | | | | | | | 0,95 | 0,5 | 0,405949 | 0,399201 | 0,373686 | 0,376417 | 0,380332 | 0,400976 | 0,373432 | 0,380987 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,409104 | 0,416761 | 0,437743 | 0,466866 | 0,573080 | 0,684485 | 0,666938 | 0,915008 | |
| | | | | | | | 0,75 | 0,15 | 0,412124 | 0,408191 | 0,405273 | 0,409318 | 0,421167 | 0,473975 | 0,441668 | 0,448763 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,406029 | 0,399593 | 0,381759 | 0,379228 | 0,385932 | 0,388545 | 0,401139 | 0,391637 | |
| | | | | | | | 0,85 | 0,409849 | 0,409072 | 0,490039 | 0,506561 | 0,635604 | 0,741443 | 0,934712 | 2,128764 | |

| | | 90.000.000 IT x Temp | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|--------|----------------------|------|---------------------------------------|--------------------------|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | COST XARXA (mitja) | | | | | | | | | | | | | |
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | |
| Temperatures ... | TO | 0,1 | TF | 0,0001 | R (factor de disminució) | 0,99 | 0,15 | 0,409346 | 0,405825 | 0,393514 | 0,387000 | 0,424808 | 0,435843 | 0,416640 | 0,434109 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,405890 | 0,399127 | 0,372589 | 0,376770 | 0,380313 | 0,407344 | 0,408260 | 0,477753 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,409189 | 0,409041 | 0,419656 | 0,503950 | 0,950563 | 2,183582 | 2,128909 | 2,129214 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,409343 | 0,414677 | 0,400894 | 0,397084 | 0,422966 | 0,445348 | 0,421718 | 0,453892 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,406010 | 0,399276 | 0,377393 | 0,376344 | 0,383779 | 0,418311 | 0,421959 | 0,490582 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,409306 | 0,418162 | 0,447171 | 0,611460 | 1,754352 | 2,180314 | 2,129509 | 2,128721 |
| | 0,0001 | 0,95 | 0,75 | Pe (probabilitat empríforament range) | 0,15 | 0,15 | 0,414266 | 0,402544 | 0,407339 | 0,419787 | 0,431858 | 0,468001 | 0,446651 | 0,463760 | |
| | | | | | | 0,5 | 0,406036 | 0,399308 | 0,377939 | 0,387093 | 0,398866 | 0,426257 | 0,427861 | 0,498364 | |
| | | | | | | 0,85 | 0,409900 | 0,418217 | 0,478011 | 0,842811 | 2,383850 | 2,186727 | 2,129232 | 2,126423 | |
| | | | | | | 0,15 | 0,409353 | 0,403264 | 0,392239 | 0,384932 | 0,412704 | 0,434668 | 0,413836 | 0,423663 | |
| | | | | | | 0,5 | 0,405888 | 0,399132 | 0,373076 | 0,372646 | 0,377646 | 0,389402 | 0,364927 | 0,369597 | |
| | | | | | | 0,85 | 0,405871 | 0,415261 | 0,409599 | 0,442406 | 0,546267 | 0,613331 | 0,551357 | 0,721780 | |
| | 0,0001 | 0,95 | 0,75 | Pe (probabilitat empríforament range) | 0,15 | 0,15 | 0,409331 | 0,413282 | 0,403115 | 0,388926 | 0,415498 | 0,445035 | 0,416147 | 0,434018 | |
| | | | | | | 0,5 | 0,406012 | 0,399253 | 0,375442 | 0,374282 | 0,382612 | 0,397098 | 0,372781 | 0,379916 | |
| | | | | | | 0,85 | 0,409294 | 0,412744 | 0,441204 | 0,501826 | 0,602154 | 0,622931 | 0,623080 | 0,926981 | |
| | | | | | | 0,15 | 0,409354 | 0,427908 | 0,419335 | 0,414884 | 0,425617 | 0,472909 | 0,445922 | 0,449117 | |
| | | | | | | 0,5 | 0,406038 | 0,399303 | 0,378499 | 0,386262 | 0,390888 | 0,410987 | 0,382693 | 0,394023 | |
| | | | | | | 0,85 | 0,408165 | 0,420500 | 0,482203 | 0,515801 | 0,640827 | 0,775095 | 0,774467 | 2,129091 | |

| | | 90.000.000 IT x Temp | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|----|----------------------|----|--------|--------------------------|------|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | COST XARXA (mitja) | | | | | | | | | | | | | |
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | |
| Temperatures ... | TO | 0,01 | TF | 0,0001 | R (factor de disminució) | 0,99 | 0,15 | 0,433505 | 0,441853 | 0,387523 | 0,389773 | 0,402105 | 0,426403 | 0,415233 | 0,429871 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,413660 | 0,399318 | 0,374179 | 0,372978 | 0,381793 | 0,408916 | 0,409483 | 0,479408 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,413661 | 0,410188 | 0,410351 | 0,480711 | 0,926395 | 2,182333 | 2,128543 | 2,127526 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,413662 | 0,443496 | 0,415580 | 0,394699 | 0,429051 | 0,450073 | 0,430676 | 0,446728 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,413662 | 0,402957 | 0,379807 | 0,380089 | 0,386798 | 0,417181 | 0,426676 | 0,493759 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,409358 | 0,417256 | 0,461781 | 0,605250 | 1,759078 | 2,181704 | 2,128382 | 2,128392 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,420016 | 0,463444 | 0,438858 | 0,425621 | 0,442909 | 0,458801 | 0,447477 | 0,459061 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,413662 | 0,417329 | 0,378539 | 0,384733 | 0,398447 | 0,427812 | 0,431794 | 0,498938 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,409359 | 0,436100 | 0,490247 | 0,857918 | 2,370215 | 2,183255 | 2,127142 | 2,127010 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,416095 | 0,449170 | 0,391269 | 0,384783 | 0,400220 | 0,435702 | 0,404971 | 0,418804 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,416096 | 0,414894 | 0,372890 | 0,371592 | 0,376477 | 0,389020 | 0,366776 | 0,372920 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,413661 | 0,410178 | 0,405617 | 0,435394 | 0,535560 | 0,598693 | 0,562792 | 0,744964 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,413661 | 0,464724 | 0,429505 | 0,390366 | 0,423509 | 0,443840 | 0,423522 | 0,426858 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,413662 | 0,417635 | 0,380775 | 0,378156 | 0,382236 | 0,392818 | 0,373760 | 0,380910 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,413661 | 0,409415 | 0,420020 | 0,490877 | 0,608965 | 0,689491 | 0,614089 | 0,909455 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,431436 | 0,447245 | 0,436638 | 0,426545 | 0,420078 | 0,453150 | 0,437520 | 0,451871 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,413662 | 0,409023 | 0,383241 | 0,381570 | 0,388380 | 0,411233 | 0,387269 | 0,394186 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,413662 | 0,427250 | 0,460319 | 0,529496 | 0,614187 | 0,719688 | 0,744012 | 2,128190 |

| | | 150.000.000 IT x Temp | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|----|-----------------------|----|-------|--------------------------|------|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | COST XARXA (mitja) | | | | | | | | | | | | | |
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | |
| Temperatures ... | TO | 0,2 | TF | 0,001 | R (factor de disminució) | 0,99 | 0,15 | 0,409167 | 0,402848 | 0,393006 | 0,390736 | 0,414481 | 0,418699 | 0,401580 | 0,434922 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,405157 | 0,398755 | 0,371712 | 0,374414 | 0,379715 | 0,407306 | 0,407761 | 0,476183 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,407216 | 0,412389 | 0,408357 | 0,487016 | 0,860560 | 2,181687 | 2,125764 | 2,127185 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,409167 | 0,402848 | 0,393006 | 0,390736 | 0,414481 | 0,418699 | 0,401580 | 0,434922 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,405157 | 0,398755 | 0,371712 | 0,374414 | 0,379715 | 0,407306 | 0,407761 | 0,476183 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,408871 | 0,410399 | 0,426659 | 0,523366 | 1,441460 | 2,184527 | 2,128016 | 2,126292 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,409167 | 0,402848 | 0,393006 | 0,390736 | 0,414481 | 0,418699 | 0,401580 | 0,434922 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,405157 | 0,398755 | 0,371712 | 0,374414 | 0,379715 | 0,407306 | 0,407761 | 0,476183 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,409258 | 0,427638 | 0,458153 | 0,797829 | 2,381822 | 2,182426 | 2,129445 | 2,128073 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,409167 | 0,402848 | 0,393006 | 0,390736 | 0,414481 | 0,418699 | 0,401580 | 0,434922 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,405157 | 0,398755 | 0,371712 | 0,374414 | 0,379715 | 0,407306 | 0,407761 | 0,476183 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,404070 | 0,411245 | 0,407525 | 0,416196 | 0,516741 | 0,573513 | 0,547271 | 0,678320 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,409167 | 0,402848 | 0,393006 | 0,390736 | 0,414481 | 0,418699 | 0,401580 | 0,434922 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,405157 | 0,398755 | 0,371712 | 0,374414 | 0,379715 | 0,407306 | 0,407761 | 0,476183 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,405572 | 0,403312 | 0,412469 | 0,477148 | 0,569688 | 0,725990 | 0,636029 | X |
| | | | | | | | 0,15 | 0,409167 | 0,402848 | 0,393006 | 0,390736 | 0,414481 | 0,418699 | 0,401580 | 0,434922 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,405157 | 0,398755 | 0,371712 | 0,374414 | 0,379715 | 0,407306 | 0,407761 | 0,476183 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,405937 | 0,418264 | 0,461023 | 0,518657 | 0,631880 | 0,670680 | 0,725019 | 2,126706 |

| | | 150.000.000 IT x Temp | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|----|-----------------------|----|--------|--------------------------|---------------------------------------|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | COST XARXA (mitja) | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | | |
| Temperatures ... | TO | 0,1 | TF | 0,0001 | R (factor de disminució) | Pe (probabilitat empitjorament range) | 0,99 | 0,15 | 0,409323 | 0,400342 | 0,385216 | 0,381136 | 0,414822 | 0,437596 | 0,408191 | 0,431681 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,405778 | 0,398973 | 0,373646 | 0,373510 | 0,378999 | 0,407628 | 0,404721 | 0,475934 | |
| | | | | | | | 0,85 | 0,405762 | 0,415846 | 0,403931 | 0,462360 | 0,808597 | 2,185236 | 2,127914 | 2,128232 | |
| | | | | | | | 0,95 | 0,15 | 0,409354 | 0,407673 | 0,393578 | 0,394382 | 0,415259 | 0,445025 | 0,424720 | 0,449394 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,405990 | 0,399258 | 0,373939 | 0,374082 | 0,382327 | 0,416037 | 0,414771 | 0,489245 | |
| | | | | | | | 0,85 | 0,405984 | 0,414330 | 0,424767 | 0,549939 | 1,454083 | 2,184946 | 2,126757 | 2,128610 | |
| | | | | | | | 0,75 | 0,15 | 0,413409 | 0,409991 | 0,413269 | 0,403192 | 0,427167 | 0,458466 | 0,439092 | 0,454887 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,406031 | 0,399296 | 0,381310 | 0,380950 | 0,392618 | 0,424078 | 0,424167 | 0,489340 | |
| | | | | | | | 0,85 | 0,409309 | 0,422531 | 0,454545 | 0,705640 | 2,238177 | 2,185440 | 2,127861 | 2,128654 | |
| | | | | | | | 0,99 | 0,15 | 0,409259 | 0,406218 | 0,393611 | 0,383085 | 0,412458 | 0,422586 | 0,401604 | 0,421393 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,405775 | 0,399288 | 0,370791 | 0,371053 | 0,376824 | 0,391700 | 0,371514 | 0,375608 | |
| | | | | | | | 0,85 | 0,409049 | 0,412347 | 0,409014 | 0,424379 | 0,549384 | 0,619922 | 0,558073 | 0,678064 | |
| | | | | | | | 0,95 | 0,15 | 0,409333 | 0,413394 | 0,392422 | 0,383392 | 0,419902 | 0,442381 | 0,422478 | 0,424908 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,405991 | 0,399245 | 0,376936 | 0,376568 | 0,382214 | 0,398326 | 0,373722 | 0,378186 | |
| | | | | | | | 0,85 | 0,405982 | 0,410782 | 0,424273 | 0,465582 | 0,580097 | 0,649338 | 0,609813 | 0,803547 | |
| | | | | | | | 0,75 | 0,15 | 0,409349 | 0,422510 | 0,416165 | 0,412930 | 0,428043 | 0,457468 | 0,426723 | 0,436093 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,406031 | 0,399292 | 0,377887 | 0,382037 | 0,391344 | 0,404944 | 0,380190 | 0,391887 | |
| | | | | | | | 0,85 | 0,406013 | 0,430869 | 0,444974 | 0,516612 | 0,646680 | 0,701288 | 0,685197 | 2,129283 | |

| | | 150.000.000 IT x Temp | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|----|-----------------------|----|-------|--------------------------|------|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | COST XARXA (mitja) | | | | | | | | | | | | | |
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | |
| Temperatures ... | TO | 0,01 | TF | 0,001 | R (factor de disminució) | 0,99 | 0,15 | 0,420015 | 0,432092 | 0,386578 | 0,383731 | 0,399938 | 0,429326 | 0,403272 | 0,425895 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,413661 | 0,400510 | 0,373403 | 0,370861 | 0,380296 | 0,409960 | 0,405371 | 0,475796 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,413660 | 0,410028 | 0,422199 | 0,484790 | 0,837627 | 2,184643 | 2,127650 | 2,127810 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,413661 | 0,447154 | 0,390509 | 0,397271 | 0,411714 | 0,443631 | 0,413813 | 0,436215 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,413661 | 0,401766 | 0,375795 | 0,375102 | 0,382759 | 0,414394 | 0,420501 | 0,489756 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,413662 | 0,417231 | 0,419523 | 0,575927 | 1,549963 | 2,184196 | 2,127300 | 2,127360 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,437789 | 0,479500 | 0,436925 | 0,414652 | 0,426139 | 0,451873 | 0,445074 | 0,449961 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,413662 | 0,424934 | 0,374619 | 0,385410 | 0,391845 | 0,421360 | 0,422520 | 0,484985 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,413662 | 0,424296 | 0,473429 | 0,666189 | 2,186200 | 2,186299 | 2,124957 | 2,126976 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,413659 | 0,430776 | 0,403253 | 0,387549 | 0,403217 | 0,432067 | 0,403163 | 0,414658 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,413662 | 0,422031 | 0,373058 | 0,371503 | 0,378678 | 0,391258 | 0,363022 | 0,370003 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,413660 | 0,410155 | 0,405562 | 0,426756 | 0,495699 | 0,609669 | 0,528577 | 0,699985 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,413661 | 0,430021 | 0,410836 | 0,391329 | 0,414997 | 0,438332 | 0,401815 | 0,427764 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,413662 | 0,414881 | 0,374266 | 0,375193 | 0,377384 | 0,392757 | 0,370672 | 0,380134 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,413662 | 0,411380 | 0,436858 | 0,479625 | 0,582282 | 0,649894 | 0,619569 | 0,778781 |
| | | | | | | | 0,15 | 0,420016 | 0,466954 | 0,433490 | 0,414084 | 0,426569 | 0,452515 | 0,433443 | 0,442888 |
| | | | | | | | 0,5 | 0,413662 | 0,422545 | 0,376015 | 0,385093 | 0,385353 | 0,407554 | 0,380987 | 0,388787 |
| | | | | | | | 0,85 | 0,409359 | 0,424061 | 0,449660 | 0,509986 | 0,607776 | 0,726563 | 0,704620 | 2,127928 |

**ANNEX 1.B – Temps d'execució
(en funció del número de
nodes)**

| | | 90.000.000 IT x Temp | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|------|---------------------------------|-----------|------------|--------------------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|
| | | TEMPS EXECUCIÓ (en mil·lsegons) | | | | | | | | | | | | | |
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | |
| | | 0,15 | 0,5 | 0,85 | 0,15 | 0,5 | 0,85 | 0,15 | 0,5 | 0,85 | | | | | |
| Temperatures ... | TO | 0,2 | TF | 0,001 | R (factor de disminució) | 0,99 | 0,15 | 238734,919 | 414641,914 | 899644,224 | 1274095,626 | 1754489,649 | 2927802,976 | 4050025,111 | 6656367,996 |
| | | | | | | | 0,5 | 291390,210 | 645732,356 | 1502749,916 | 2638180,876 | 3939046,175 | 7352491,502 | 11349389,292 | 22596980,223 |
| | | | | | | | 0,85 | 191483,966 | 322956,184 | 605061,814 | 978597,158 | 1579950,741 | 3928893,540 | 4996640,271 | 11934721,874 |
| | | | | | | | 0,15 | 49343,083 | 96250,015 | 176787,049 | 282869,678 | 380375,772 | 589696,854 | 815862,988 | 1355788,731 |
| | | | | | | 0,95 | 0,5 | 54539,408 | 125839,864 | 289690,104 | 519204,449 | 776672,539 | 1456231,009 | 2239179,940 | 4378837,660 |
| | | | | | | | 0,85 | 39978,498 | 65836,114 | 120815,551 | 196672,291 | 322496,155 | 804026,249 | 1002962,681 | 2311716,473 |
| | | | | | | | 0,15 | 8856,553 | 17057,066 | 35478,217 | 54599,412 | 72076,505 | 115771,235 | 157317,832 | 263624,475 |
| | | | | | | | 0,5 | 10092,630 | 22997,437 | 54719,420 | 96534,033 | 144909,056 | 265620,600 | 406305,393 | 722781,171 |
| | | | | | | 0,75 | 0,85 | 7012,438 | 11624,726 | 22469,404 | 37666,354 | 62055,879 | 153873,616 | 186683,667 | 422758,421 |
| | | | | | | | 0,15 | 323012,186 | 632683,541 | 1077599,345 | 1750713,413 | 2440216,504 | 3882458,639 | 5413914,348 | 9057946,086 |
| | | | | | | | 0,5 | 367358,958 | 782860,926 | 1750993,430 | 3015008,426 | 4447973,981 | 8190955,903 | 12368208,964 | 24883323,111 |
| | | | | | | | 0,85 | 287757,983 | 435347,208 | 735497,965 | 1134982,932 | 1788547,777 | 4357852,349 | 6136963,537 | 16359002,373 |
| 0,0001 | 0,95 | 0,15 | 76068,753 | 128028,002 | 251903,743 | 392732,544 | 491958,745 | 801078,065 | 1116361,768 | 1877393,329 | | | | | |
| | | 0,5 | 74064,628 | 156265,766 | 342209,387 | 597941,369 | 871558,469 | 1612744,790 | 2466002,116 | 4781738,840 | | | | | |
| | | 0,85 | 53087,317 | 82121,132 | 144317,020 | 225938,120 | 361642,601 | 911060,938 | 1300437,272 | 3637983,360 | | | | | |
| | | 0,15 | 12368,772 | 24677,542 | 48347,022 | 74648,665 | 99134,196 | 158045,877 | 215513,468 | 351137,946 | | | | | |
| 0,75 | 0,5 | 13468,841 | 27637,727 | 63643,978 | 110686,917 | 161322,082 | 287965,996 | 443975,746 | 800270,014 | | | | | | |
| | 0,85 | 9972,623 | 15096,943 | 26609,663 | 42890,680 | 71116,445 | 191267,953 | 287581,973 | 831719,979 | | | | | | |

| | | 90.000.000 IT x Temp | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|------|---------------------------------|-----------|------------|--------------------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|
| | | TEMPS EXECUCIÓ (en mil·lsegons) | | | | | | | | | | | | | |
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | |
| | | 0,15 | 0,5 | 0,85 | 0,15 | 0,5 | 0,85 | 0,15 | 0,5 | 0,85 | | | | | |
| Temperatures ... | TO | 0,1 | TF | 0,001 | R (factor de disminució) | 0,99 | 0,15 | 216685,542 | 410137,631 | 779148,694 | 1118913,928 | 1581622,845 | 2516085,246 | 3457660,089 | 5746147,113 |
| | | | | | | | 0,5 | 228086,254 | 502571,408 | 1153024,060 | 2028026,744 | 3020260,754 | 5487526,949 | 8579760,202 | 16811318,642 |
| | | | | | | | 0,85 | 167334,457 | 288206,012 | 560255,014 | 914649,162 | 1506458,148 | 3815270,438 | 4872032,484 | 11707839,694 |
| | | | | | | | 0,15 | 46614,912 | 86845,428 | 162722,169 | 248587,537 | 323940,244 | 519824,487 | 707904,242 | 1178821,671 |
| | | | | | | 0,95 | 0,5 | 45754,859 | 97722,107 | 229374,335 | 400777,047 | 596337,269 | 1077875,363 | 1688677,536 | 3234514,144 |
| | | | | | | | 0,85 | 33690,105 | 57899,619 | 112127,007 | 186543,658 | 306827,175 | 780064,752 | 963912,240 | 2257081,059 |
| | | | | | | | 0,15 | 7796,487 | 16525,033 | 31317,957 | 49463,091 | 65844,115 | 103002,437 | 142272,892 | 232882,554 |
| | | | | | | | 0,5 | 8596,537 | 18873,179 | 42758,672 | 75956,747 | 112579,036 | 202392,648 | 312979,561 | 556878,802 |
| | | | | | | 0,75 | 0,85 | 6332,395 | 10692,668 | 21289,331 | 36094,255 | 60511,782 | 155669,729 | 190159,884 | 438391,398 |
| | | | | | | | 0,15 | 313611,599 | 619482,715 | 1065586,595 | 1572658,285 | 2301527,836 | 3617086,054 | 4886317,376 | 8217653,571 |
| | | | | | | | 0,5 | 315395,710 | 641580,096 | 1428293,263 | 2410090,622 | 3530416,636 | 6315078,668 | 9736076,467 | 18794934,611 |
| | | | | | | | 0,85 | 233358,583 | 369671,103 | 660977,308 | 1055877,989 | 1684385,267 | 4234264,625 | 5976569,513 | 16146469,091 |
| 0,0001 | 0,95 | 0,15 | 63131,945 | 120235,514 | 223729,982 | 359838,489 | 458184,634 | 730477,652 | 1010171,132 | 1643338,703 | | | | | |
| | | 0,5 | 66552,158 | 129896,118 | 284421,775 | 479857,990 | 703639,975 | 1254234,385 | 1935568,965 | 3644111,742 | | | | | |
| | | 0,85 | 46926,932 | 73104,569 | 132592,287 | 213401,336 | 344641,539 | 888095,502 | 1266487,151 | 3568943,045 | | | | | |
| | | 0,15 | 11872,742 | 22997,437 | 43934,745 | 68480,280 | 91089,693 | 142952,934 | 194492,154 | 326232,389 | | | | | |
| 0,75 | 0,5 | 12464,778 | 24101,507 | 52167,260 | 89669,603 | 130968,186 | 232586,536 | 352358,020 | 631243,450 | | | | | | |
| | 0,85 | 8828,551 | 13316,832 | 24545,534 | 40322,520 | 66896,181 | 186275,642 | 280545,533 | 854145,380 | | | | | | |

| | | 90.000.000 IT x Temp | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|--------|---------------------------------|------|-----------|--------------------------|--------------------------------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|-------------|
| | | TEMPS EXECUCIÓ (en mil·lsegons) | | | | | | | | | | | | | |
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | |
| Temperatures ... | TO | 0,01 | TF | 0,0001 | R (factor de disminució) | Pe (probabilitat empíjorament range) | 0,15 | 120275,516 | 251147,695 | 418390,148 | 618858,676 | 822143,381 | 1251642,223 | 1705198,569 | 2898269,130 |
| | | | | | | | 0,5 | 99942,246 | 193532,095 | 379583,722 | 626135,130 | 926197,885 | 1584979,054 | 2398197,878 | 4442409,634 |
| | | | | | | | 0,85 | 73816,612 | 120295,518 | 285645,852 | 580488,279 | 1043397,208 | 2644069,243 | 3831299,442 | 9558257,354 |
| | | | | | | | 0,15 | 24385,523 | 51407,213 | 86949,434 | 126735,920 | 167182,449 | 261884,367 | 357430,337 | 592249,014 |
| | | | | | | | 0,5 | 19449,215 | 38270,392 | 75920,744 | 125455,841 | 183427,463 | 314819,675 | 477525,844 | 876474,776 |
| | | | | | | | 0,85 | 14888,930 | 23497,468 | 56783,549 | 117799,362 | 213529,344 | 547062,190 | 765239,825 | 1824842,045 |
| | 0,0001 | 0,95 | 0,75 | 0,15 | 4836,302 | 10188,637 | 18481,154 | 26697,669 | 36070,254 | 55175,448 | 76232,765 | 128508,031 | | | |
| | | | | 0,5 | 4272,267 | 8264,516 | 15832,989 | 25369,585 | 37122,320 | 63695,982 | 96134,008 | 177195,074 | | | |
| | | | | 0,85 | 2996,186 | 4840,303 | 11568,723 | 24605,538 | 45346,833 | 114419,151 | 158633,914 | 397644,851 | | | |
| | | | | 0,15 | 226342,145 | 491862,739 | 821531,343 | 1153692,101 | 1519722,977 | 2346474,645 | 3304330,508 | 5351170,427 | | | |
| | | | | 0,5 | 185535,594 | 369087,067 | 625375,083 | 1028016,248 | 1431173,443 | 2416759,038 | 3563054,676 | 6551221,426 | | | |
| | | | | 0,85 | 142352,896 | 203148,696 | 393292,579 | 718220,886 | 1216604,033 | 3052066,742 | 4906418,632 | 13938667,113 | | | |
| | 0,95 | 0,75 | 0,15 | 45462,841 | 95801,987 | 168706,543 | 234654,666 | 310255,389 | 486942,432 | 666469,651 | 1098608,660 | | | | |
| | | | 0,5 | 38798,424 | 70740,421 | 125695,855 | 206524,907 | 284469,778 | 473433,588 | 708320,268 | 1297289,076 | | | | |
| | | | 0,85 | 28473,779 | 41166,573 | 78764,922 | 147025,188 | 252763,797 | 659777,233 | 1075031,186 | 3145768,598 | | | | |
| | | | 0,15 | 8828,551 | 18821,176 | 33210,076 | 49515,094 | 63467,966 | 98966,185 | 133688,355 | 226506,156 | | | | |
| | | | 0,5 | 7568,473 | 14296,893 | 25309,582 | 38566,410 | 54459,403 | 92141,758 | 136356,523 | 248307,518 | | | | |
| | | | 0,85 | 5492,342 | 7668,479 | 15144,947 | 29389,837 | 52827,301 | 146009,125 | 249075,566 | 800442,026 | | | | |

| | | 150.000.000 IT x Temp | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|------|---------------------------------|------|--------|--------------------------|-------------------------------------|------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | | TEMPS EXECUCIÓ (en mil·lsegons) | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | | | |
| | | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | | | | | | | |
| Temperatures ... | TO | 0,2 | TF | 0,0001 | R (factor de disminució) | Pe (probabilitat empiorament range) | 0,99 | 389408,336 | 693559,345 | 1433341,577 | 2229779,353 | 2988714,784 | 4830625,894 | 6678417,376 | 10842305,601 | | |
| | | | | | | | 0,95 | 459364,708 | 1060018,247 | 2469650,343 | 4354876,163 | 6525883,842 | 12169028,517 | 18672762,975 | 37703485,039 | | |
| | | | | | | | 0,75 | 320156,008 | 523100,691 | 1004122,754 | 1612092,749 | 2604358,763 | 6494729,895 | 8271932,964 | 19929073,489 | | |
| | | | | | | | 0,99 | 392028,500 | 693899,365 | 1423476,962 | 2215594,466 | 2980598,276 | 4820925,289 | 6662604,387 | 10828128,716 | | |
| | | | | | | | 0,95 | 459820,737 | 1056246,010 | 2466562,151 | 4378833,660 | 6542368,872 | 12193670,058 | 18717409,764 | 37737690,459 | | |
| | | | | | | | 0,75 | 63503,968 | 103174,448 | 199164,447 | 321976,122 | 527564,971 | 1319698,476 | 1657715,601 | 3884258,751 | | |
| | | | | | | | 0,99 | 389320,330 | 705608,098 | 1452922,802 | 2229847,357 | 2997427,327 | 4842362,629 | 6711095,417 | 10874039,586 | | |
| | | | | | | | 0,95 | 456336,519 | 1061674,350 | 2431159,938 | 4361760,593 | 6544581,011 | 12183101,396 | 18705189,001 | 37759803,840 | | |
| | | | | | | | 0,75 | 12880,805 | 20089,254 | 37526,346 | 61679,855 | 102006,375 | 252807,800 | 306495,154 | 695951,494 | | |
| | | | | | | | 0,99 | 391672,477 | 695411,461 | 1435045,685 | 2230155,376 | 2988934,797 | 4831897,974 | 6680469,503 | 10865931,078 | | |
| | | | | | | | 0,95 | 458864,677 | 1059378,206 | 2436996,303 | 4349019,797 | 6526203,862 | 12171344,661 | 18697024,492 | 37805626,703 | | |
| | | | | | | | 0,75 | 438943,432 | 681446,587 | 1193166,568 | 1869180,817 | 2928090,995 | 7154467,126 | 9962178,597 | 26603094,589 | | |
| 0,0001 | 0,99 | 0,95 | 0,85 | 0,15 | 0,5 | 0,15 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 388444,275 | 707604,223 | 1452150,754 | 2233963,614 | 3004831,790 | 4854691,400 | 6727356,432 | 10874123,591 |
| | | | | | | | | | | 463692,978 | 1062846,424 | 2434312,135 | 4368965,043 | 6539912,719 | 12194774,126 | 18712389,451 | 37754935,537 |
| | | | | | | | | | | 86025,376 | 132912,306 | 235518,719 | 373959,371 | 588880,803 | 1478952,429 | 2089054,558 | 5739630,704 |
| | | | | | | | | | | 386272,140 | 699867,738 | 1423416,959 | 2188536,775 | 2945220,064 | 4781790,844 | 6644607,262 | 10800070,962 |
| | | | | | | | | | | 457832,612 | 1058278,138 | 2470622,405 | 4383845,973 | 6563474,191 | 12224375,976 | 18759472,393 | 37778509,010 |
| | | | | | | | | | | 16281,017 | 24577,536 | 43202,700 | 69988,373 | 113355,085 | 297258,578 | 434039,125 | 1282188,132 |

| | | 150.000.000 IT x Temp | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|------|---------------------------------|------|--------|--------------------------|-------------------------------------|------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|--------------|
| | | TEMPS EXECUCIÓ (en mil·lsegons) | | | | | | | | | | | | | |
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | |
| | | 0,15 | 0,5 | 0,85 | 0,15 | 0,5 | 0,85 | 0,15 | 0,5 | 0,85 | | | | | |
| Temperatures ... | TO | 0,1 | TF | 0,0001 | R (factor de disminució) | Pe (probabilitat empiorament range) | 0,99 | 405205,323 | 758827,424 | 1307533,715 | 2177412,080 | 2841753,599 | 4472439,509 | 6205339,810 | 10115828,200 |
| | | | | | | | 0,95 | 406493,404 | 904288,514 | 2096975,053 | 3683730,219 | 5469837,843 | 9964710,756 | 15512601,476 | 30372462,161 |
| | | | | | | | 0,75 | 276225,262 | 477221,824 | 932198,259 | 1532155,755 | 2493467,831 | 6309810,339 | 8084357,241 | 19590716,343 |
| | | | | | | | 0,99 | 80017,000 | 143364,960 | 283121,694 | 445679,853 | 586252,638 | 938894,678 | 1273975,618 | 2106623,656 |
| | | | | | | | 0,95 | 75976,747 | 168234,514 | 395824,738 | 686010,873 | 1012611,284 | 1824938,052 | 2849230,065 | 5463901,473 |
| | | | | | | | 0,75 | 55815,488 | 93457,840 | 183595,474 | 305263,078 | 501735,356 | 1278307,890 | 1597419,832 | 3793801,098 |
| | | | | | | | 0,99 | 15268,953 | 28985,812 | 56311,519 | 89189,574 | 118175,386 | 182907,431 | 253591,848 | 419930,244 |
| | | | | | | | 0,95 | 14300,893 | 31561,973 | 73632,601 | 129288,080 | 190731,920 | 341977,373 | 527656,976 | 960940,055 |
| | | | | | | | 0,75 | 10588,661 | 18237,140 | 34478,155 | 58143,633 | 98166,135 | 251395,711 | 310579,411 | 719516,967 |
| | | | | | | | 0,99 | 548970,308 | 995206,196 | 1993148,565 | 3042190,125 | 4006442,386 | 6355409,188 | 9121342,049 | 14534784,367 |
| | | | | | | | 0,95 | 521588,597 | 1094848,423 | 2408774,539 | 4071722,467 | 5945947,598 | 10572936,767 | 16514416,085 | 31775345,836 |
| | | | | | | | 0,75 | 389732,356 | 618346,644 | 1102408,896 | 1748809,295 | 2793758,599 | 6958050,850 | 9758525,870 | 26286550,807 |
| 0,0001 | 0,99 | 0,95 | 0,75 | 0,99 | 0,95 | 0,85 | 0,15 | 119847,489 | 208669,041 | 379899,742 | 622230,887 | 830887,928 | 1334447,398 | 1799548,464 | 2967349,448 |
| | | | | | | | 0,5 | 105550,595 | 214105,381 | 477065,816 | 805478,339 | 1172505,276 | 2091834,732 | 3224537,521 | 6156664,768 |
| | | | | | | | 0,85 | 76288,767 | 120807,550 | 215273,454 | 344617,537 | 563159,195 | 1436425,771 | 2033779,103 | 5648300,997 |
| | | | | | | | 0,99 | 21893,367 | 41402,588 | 77748,859 | 122367,647 | 163442,215 | 256100,006 | 349725,856 | 579752,232 |
| | | | | | | | 0,95 | 20021,250 | 41974,623 | 90497,656 | 154149,634 | 223061,941 | 390636,413 | 597561,345 | 1085979,870 |
| | | | | | | | 0,75 | 14628,913 | 22553,410 | 40298,519 | 65596,099 | 109674,855 | 290982,185 | 427810,736 | 1283936,241 |

| | | 150.000.000 IT x Temp | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|--------|---------------------------------|------|-------|--------------------------|---------------------------------------|------|------|------|------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|
| | | TEMPS EXECUCIÓ (en mil·lsegons) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Temperatures ... | TO | 0,01 | TF | 0,001 | R (factor de disminució) | Pe (probabilitat empitjorament range) | 0,99 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 212381,272 | 462980,935 | 730441,649 | 1069166,819 | 1455034,934 | 2227911,236 | 3065723,596 | 5139717,212 | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 190399,899 | 354518,156 | 703179,946 | 1139075,187 | 1686285,387 | 2885384,325 | 4346843,660 | 8020873,272 | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | 0,75 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 123743,733 | 197404,336 | 475565,722 | 980401,271 | 1722475,648 | 4347511,702 | 6400548,009 | 15849118,508 | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 38810,425 | 82045,127 | 142628,914 | 204488,780 | 276445,277 | 433987,122 | 588196,760 | 978885,177 | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 33750,109 | 64084,004 | 125195,825 | 211461,216 | 312843,551 | 522504,654 | 799821,986 | 1468551,778 | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 24321,520 | 39986,498 | 94005,875 | 193592,099 | 349289,829 | 890619,660 | 1266687,163 | 3036229,753 | | | | | | | | | | | | | |
| | 0,0001 | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 0,99 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 0,75 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 7808,487 | 16989,062 | 29849,865 | 44318,770 | 58399,650 | 91541,721 | 124611,787 | 207496,969 | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 7064,441 | 13700,856 | 25941,622 | 43342,708 | 62543,908 | 106006,626 | 160302,018 | 294710,418 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 4980,311 | 8060,503 | 19229,202 | 39578,474 | 72848,552 | 187379,711 | 258024,125 | 622558,907 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 380815,799 | 821715,354 | 1330143,128 | 1835778,729 | 2623131,936 | 3991589,459 | 5380628,268 | 8877682,821 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 319499,967 | 602781,671 | 1086431,898 | 1714979,180 | 2443304,697 | 4068738,280 | 5985646,079 | 10914354,105 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 236866,803 | 335536,969 | 660073,252 | 1201427,085 | 2023258,446 | 5017865,597 | 8111782,954 | 22630150,296 |
| 0,0001 | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 0,99 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 0,75 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 74744,671 | 166486,404 | 276397,274 | 386188,135 | 516784,297 | 814922,929 | 1113281,576 | 1818037,620 | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 64648,039 | 123787,737 | 216605,536 | 335940,996 | 490066,627 | 799237,949 | 1186238,135 | 2169963,615 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 47246,952 | 67628,227 | 129432,089 | 240643,038 | 413661,853 | 1055585,970 | 1727123,938 | 4936504,513 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 14976,935 | 31653,979 | 54751,421 | 80161,010 | 105646,603 | 162590,161 | 219537,720 | 365814,862 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 12356,771 | 23473,468 | 42126,632 | 67496,218 | 93685,856 | 155973,747 | 228786,298 | 415813,987 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0,95 | 0,85 | 0,5 | 0,15 | 9060,566 | 12628,789 | 25041,565 | 47110,944 | 83845,240 | 225730,107 | 379383,710 | 1183625,972 | |

**ANNEX 2 – Resultats algoritme
FORMIGUES (*move 1*)**

ANNEX 2.A – Cost Xarxa (en funció del número de nodes)

| COST XARXA (move 1 - 12.000.000 it.) | | | | | 1 FORMIGA | | | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-------|-------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,99 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 0,43115 | 0,461981 | 0,482555 | 0,451148 | 0,473398 | 0,500071 | 0,513199 | 0,498481 | 0,424447 | 0,449834 | 0,484924 | 0,456524 | 0,466463 | 0,484876 | 0,502985 | 0,504565 |
| | | | | | | 0,01 | 0,448091 | 0,473192 | 0,460335 | 0,452665 | 0,481057 | 0,481467 | 0,48975 | 0,492293 | 0,415234 | 0,471711 | 0,467056 | 0,450495 | 0,470092 | 0,477033 | 0,494465 | 0,48487 |
| | | | | | | 0,001 | 0,421585 | 0,461102 | 0,468955 | 0,459147 | 0,470276 | 0,476878 | 0,507881 | 0,489264 | 0,445506 | 0,467854 | 0,485921 | 0,452012 | 0,465212 | 0,474682 | 0,501197 | 0,500534 |
| | | | | 0,1 | | 0,440764 | 0,458804 | 0,505895 | 0,453743 | 0,487847 | 0,477292 | 0,50452 | 0,503289 | 0,424502 | 0,466879 | 0,475999 | 0,45496 | 0,72807 | 0,475747 | 0,512791 | 0,492718 | |
| | | | | 0,01 | | 0,437789 | 0,495041 | 0,486683 | 0,446532 | 0,462327 | 0,505294 | 0,493359 | 0,489434 | 0,424309 | 0,457886 | 0,471459 | 0,469828 | 0,477329 | 0,490144 | 0,499948 | 0,494231 | |
| | | | | 0,001 | | 0,415459 | 0,469325 | 0,493342 | 0,439444 | 0,467696 | 0,51717 | 0,482831 | 0,482303 | 0,43325 | 0,458952 | 0,488677 | 0,451771 | 0,482704 | 0,512856 | 0,487634 | 0,493019 | |
| | 0,85 | 0,1 | 0,426558 | 0,46408 | 0,498499 | 0,451512 | 0,481279 | 0,48669 | 0,516867 | 0,50179 | 0,432748 | 0,480659 | 0,483115 | 0,458534 | 0,473522 | 0,484227 | 0,497967 | 0,494862 | | | | |
| | | 0,01 | 0,456164 | 0,481756 | 0,495489 | 0,459709 | 0,478229 | 0,529652 | 0,490281 | 0,494439 | 0,444586 | 0,457359 | 0,527731 | 0,46618 | 0,482364 | 0,512098 | 0,495192 | 0,497343 | | | | |
| | | 0,001 | 0,428947 | 0,472293 | 0,494996 | 0,464787 | 0,490848 | 0,512983 | 0,485281 | 0,489287 | 0,434484 | 0,465902 | 0,517495 | 0,462054 | 0,479155 | 0,497903 | 0,492943 | 0,496284 | | | | |
| | | 0,1 | 0,439302 | 0,425036 | 0,428375 | 0,417972 | 0,451271 | 0,48174 | 0,472556 | 0,474612 | 0,427658 | 0,42334 | 0,421594 | 0,417803 | 0,434937 | 0,47475 | 0,470144 | 0,484713 | | | | |
| | | 0,01 | 0,439942 | 0,421118 | 0,429995 | 0,419191 | 0,44636 | 0,486529 | 0,464438 | 0,481651 | 0,417949 | 0,441237 | 0,431925 | 0,432758 | 0,438793 | 0,49052 | 0,458882 | 0,478831 | | | | |
| | | 0,001 | 0,417933 | 0,432409 | 0,428485 | 0,420799 | 0,437817 | 0,483472 | 0,465768 | 0,480802 | 0,423696 | 0,45817 | 0,428525 | 0,424378 | 0,450793 | 0,494591 | 0,465324 | 0,481877 | | | | |
| 0,95 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 0,434412 | 0,446119 | 0,438213 | 0,427361 | 0,455384 | 0,478276 | 0,473592 | 0,473228 | 0,415245 | 0,437905 | 0,434045 | 0,422626 | 0,447566 | 0,490661 | 0,465488 | 0,476244 | | |
| | | | | 0,01 | 0,435556 | 0,430135 | 0,424537 | 0,423138 | 0,431507 | 0,475542 | 0,476625 | 0,477189 | 0,419476 | 0,449475 | 0,421855 | 0,424119 | 0,444549 | 0,494704 | 0,473095 | 0,475297 | | |
| | | | | 0,001 | 0,418481 | 0,462171 | 0,440814 | 0,430885 | 0,435967 | 0,497429 | 0,470291 | 0,474821 | 0,443117 | 0,442707 | 0,425666 | 0,435423 | 0,449486 | 0,48781 | 0,471804 | 0,480477 | | |
| | | | | 0,1 | 0,436291 | 0,433809 | 0,429422 | 0,442515 | 0,443676 | 0,488957 | 0,468985 | 0,480958 | 0,426567 | 0,456974 | 0,449741 | 0,424708 | 0,45181 | 0,479758 | 0,475367 | 0,475077 | | |
| | | | | 0,01 | 0,444284 | 0,453471 | 0,44458 | 0,435989 | 0,447988 | 0,50632 | 0,472166 | 0,479946 | 0,431693 | 0,421025 | 0,449798 | 0,430864 | 0,443048 | 0,496972 | 0,472558 | 0,475519 | | |
| | | | | 0,001 | 0,430421 | 0,442091 | 0,460317 | 0,444823 | 0,458485 | 0,494954 | 0,475501 | 0,48435 | 0,428131 | 0,427538 | 0,43462 | 0,41874 | 0,454067 | 0,489278 | 0,47004 | 0,478299 | | |

| COST XARXA (move 1 - 12.000.000 it.) | | | | | 1 FORMIGA | | | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-------|------|-------|-------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,85 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 0,41361 | 0,409407 | 0,422358 | 0,416581 | 0,45338 | 0,490752 | 0,470346 | 0,496298 | 0,416324 | 0,407176 | 0,41698 | 0,416554 | 0,443296 | 0,492755 | 0,469695 | 0,490331 |
| | | | | | | 0,01 | 0,415221 | 0,423757 | 0,415343 | 0,407692 | 0,446829 | 0,490665 | 0,472799 | 0,493519 | 0,409134 | 0,405 | 0,411064 | 0,414142 | 0,442511 | 0,481903 | 0,466443 | 0,483811 |
| | | | | 0,001 | 0,411977 | 0,438747 | 0,412743 | 0,408669 | 0,447319 | 0,487158 | 0,46804 | 0,496077 | 0,412234 | 0,419182 | 0,413973 | 0,412076 | 0,448018 | 0,485571 | 0,474702 | 0,491732 | | |
| | | | | 0,1 | 0,41616 | 0,41502 | 0,409764 | 0,417895 | 0,448689 | 0,486237 | 0,474566 | 0,495353 | 0,413322 | 0,419388 | 0,416528 | 0,414342 | 0,445329 | 0,480147 | 0,472539 | 0,485016 | | |
| | | | | 0,01 | 0,41773 | 0,408692 | 0,414915 | 0,407855 | 0,437409 | 0,484027 | 0,468179 | 0,488348 | 0,416327 | 0,427871 | 0,424585 | 0,414203 | 0,445065 | 0,49533 | 0,466465 | 0,483 | | |
| | | | 0,85 | 0,001 | 0,41198 | 0,43769 | 0,419696 | 0,418478 | 0,443156 | 0,487243 | 0,475726 | 0,484504 | 0,40573 | 0,414019 | 0,408674 | 0,405639 | 0,455113 | 0,483843 | 0,467403 | 0,489731 | | |
| | | | | 0,1 | 0,410631 | 0,43402 | 0,422243 | 0,406937 | 0,45125 | 0,489428 | 0,477155 | 0,487803 | 0,415712 | 0,434569 | 0,415664 | 0,414973 | 0,446072 | 0,49281 | 0,469957 | 0,489762 | | |
| | | | | 0,01 | 0,422469 | 0,439228 | 0,415582 | 0,415152 | 0,442086 | 0,501273 | 0,473779 | 0,493352 | 0,422639 | 0,429827 | 0,421394 | 0,414648 | 0,445765 | 0,491377 | 0,467693 | 0,484465 | | |
| | | | | 0,001 | 0,419456 | 0,426824 | 0,421985 | 0,42199 | 0,451358 | 0,489197 | 0,46584 | 0,489302 | 0,424069 | 0,416436 | 0,418364 | 0,422872 | 0,446311 | 0,491789 | 0,466493 | 0,487272 | | |
| | | | | 0,1 | 0,40551 | 0,410246 | 0,424535 | 0,436462 | 0,472465 | 0,519007 | 0,503126 | 0,52299 | 0,405496 | 0,408075 | 0,418577 | 0,434785 | 0,475736 | 0,515411 | 0,49992 | 0,526369 | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,75 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 0,40551 | 0,410246 | 0,424535 | 0,436462 | 0,472465 | 0,519007 | 0,503126 | 0,52299 | 0,405496 | 0,408075 | 0,418577 | 0,434785 | 0,475736 | 0,515411 | 0,49992 | 0,526369 |
| | | | | | | 0,01 | 0,405645 | 0,408208 | 0,429208 | 0,435663 | 0,477448 | 0,513899 | 0,498048 | 0,522238 | 0,405591 | 0,409843 | 0,420316 | 0,416669 | 0,471315 | 0,517538 | 0,495817 | 0,528797 |
| | | | | 0,001 | 0,405757 | 0,429647 | 0,419068 | 0,429901 | 0,480659 | 0,51051 | 0,500221 | 0,525548 | 0,405552 | 0,407338 | 0,419419 | 0,436106 | 0,467926 | 0,514945 | 0,499888 | 0,52502 | | |
| | | | | 0,1 | 0,405755 | 0,403591 | 0,422938 | 0,427058 | 0,470018 | 0,507211 | 0,494166 | 0,518741 | 0,405524 | 0,408022 | 0,41891 | 0,431833 | 0,46692 | 0,517083 | 0,493993 | 0,515935 | | |
| | | | | 0,01 | 0,405671 | 0,418254 | 0,434456 | 0,432228 | 0,466746 | 0,500775 | 0,486878 | 0,52084 | 0,405523 | 0,415484 | 0,425123 | 0,426352 | 0,472214 | 0,50296 | 0,489472 | 0,516448 | | |
| | | | 0,85 | 0,001 | 0,405596 | 0,416656 | 0,419732 | 0,423889 | 0,46661 | 0,50688 | 0,489146 | 0,52053 | 0,405615 | 0,423738 | 0,426808 | 0,434212 | 0,469929 | 0,509186 | 0,500203 | 0,514669 | | |
| | | | | 0,1 | 0,407258 | 0,432829 | 0,428377 | 0,432029 | 0,462528 | 0,502794 | 0,48914 | 0,517633 | 0,406114 | 0,409182 | 0,422967 | 0,420196 | 0,469671 | 0,499082 | 0,489689 | 0,516996 | | |
| | | | | 0,01 | 0,406265 | 0,435221 | 0,422174 | 0,437533 | 0,458349 | 0,50322 | 0,487018 | 0,512254 | 0,411916 | 0,422342 | 0,431774 | 0,423305 | 0,460537 | 0,502202 | 0,49031 | 0,503673 | | |
| | | | | 0,001 | 0,408757 | 0,426405 | 0,430389 | 0,430194 | 0,462623 | 0,50135 | 0,494044 | 0,517787 | 0,407509 | 0,413835 | 0,431009 | 0,426117 | 0,473596 | 0,495287 | 0,485916 | 0,516267 | | |

| COST XARXA (move 1 - 12.000.000 it.) | | | | 1 FORMIGA | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | | | |
|---|--------|------|-------|-----------|----------|----------|----------|----------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | |
| Probabilitats | Pbest | 0,5 | 0,15 | 0,1 | 0,400309 | 0,429198 | 0,48827 | 0,537946 | 0,581519 | 0,644857 | 0,639727 | 0,663403 | 0,400012 | 0,438116 | 0,505529 | 0,553704 | 0,58909 | 0,651808 | 0,636174 | 0,667359 |
| | | | | 0,01 | 0,400745 | 0,435092 | 0,497845 | 0,543179 | 0,584167 | 0,63617 | 0,638819 | 0,661034 | 0,400658 | 0,437345 | 0,487745 | 0,538626 | 0,583995 | 0,636575 | 0,633391 | 0,661291 |
| | | | | 0,001 | 0,400843 | 0,437057 | 0,48705 | 0,542181 | 0,581542 | 0,645833 | 0,632008 | 0,662087 | 0,400672 | 0,431519 | 0,478055 | 0,535932 | 0,57909 | 0,641481 | 0,626486 | 0,661323 |
| | | 0,85 | 0,1 | 0,403001 | 0,430257 | 0,487247 | 0,512464 | 0,558874 | 0,619533 | 0,610261 | 0,637084 | 0,402502 | 0,425539 | 0,467058 | 0,517557 | 0,568192 | 0,620481 | 0,622978 | 0,647303 | |
| | | | 0,01 | 0,403118 | 0,426699 | 0,489834 | 0,494357 | 0,554934 | 0,603392 | 0,609452 | 0,635429 | 0,402979 | 0,430461 | 0,475246 | 0,507694 | 0,555665 | 0,613304 | 0,608517 | 0,634013 | |
| | | | 0,001 | 0,403147 | 0,429274 | 0,474947 | 0,507714 | 0,555091 | 0,610082 | 0,607823 | 0,63304 | 0,402948 | 0,427866 | 0,484823 | 0,515101 | 0,551796 | 0,601929 | 0,609777 | 0,631253 | |
| | Pearth | 0,5 | 0,1 | 0,403998 | 0,425883 | 0,482106 | 0,484541 | 0,534836 | 0,578732 | 0,589925 | 0,60245 | 0,403313 | 0,429861 | 0,482178 | 0,497603 | 0,54562 | 0,586308 | 0,592242 | 0,617677 | |
| | | | 0,01 | 0,404353 | 0,425267 | 0,463638 | 0,500602 | 0,549261 | 0,577367 | 0,581602 | 0,601162 | 0,403998 | 0,438725 | 0,462879 | 0,488551 | 0,54434 | 0,578664 | 0,583845 | 0,604137 | |
| | | | 0,001 | 0,404406 | 0,439247 | 0,492525 | 0,492141 | 0,540388 | 0,573834 | 0,573035 | 0,60322 | 0,404176 | 0,431657 | 0,465703 | 0,506204 | 0,545795 | 0,574272 | 0,578539 | 0,602568 | |

| COST XARXA (move 1 - 12.000.000 it.) | | | | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-------|--------|--------|-------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | |
| Probabilitats | Pbest | 0,99 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 0,430857 | 0,459186 | 0,464572 | 0,465045 | 0,462862 | 0,505385 | 0,488826 | 0,492694 | 0,440958 | 0,452289 | 0,485037 | 0,45755 | 0,469735 | 0,512137 | 0,482254 | 0,497278 |
| | | | | | 0,01 | 0,434606 | 0,454524 | 0,482694 | 0,438289 | 0,479987 | 0,504666 | 0,491855 | 0,491078 | 0,447011 | 0,466021 | 0,479897 | 0,471609 | 0,49157 | 0,504465 | 0,475654 | 0,488566 |
| | | | | | 0,001 | 0,427524 | 0,47277 | 0,486157 | 0,44788 | 0,467197 | 0,505559 | 0,47463 | 0,484582 | 0,421333 | 0,460561 | 0,49796 | 0,44568 | 0,472076 | 0,511858 | 0,47977 | 0,490128 |
| | | | Pearth | 0,5 | 0,1 | 0,418001 | 0,455712 | 0,471822 | 0,443406 | 0,481481 | 0,520743 | 0,472594 | 0,492948 | 0,436591 | 0,465532 | 0,472196 | 0,455059 | 0,468777 | 0,523079 | 0,48721 | 0,497547 |
| | | | | | 0,01 | 0,451909 | 0,457882 | 0,489399 | 0,454605 | 0,466317 | 0,507279 | 0,49058 | 0,494079 | 0,434084 | 0,45813 | 0,476722 | 0,468094 | 0,479404 | 0,510591 | 0,486559 | 0,499671 |
| | | | | | 0,001 | 0,448123 | 0,456223 | 0,47066 | 0,443957 | 0,46793 | 0,525329 | 0,492256 | 0,49333 | 0,429916 | 0,464129 | 0,46221 | 0,445252 | 0,485356 | 0,518516 | 0,470577 | 0,489874 |
| | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,85 | 0,1 | 0,434483 | 0,447669 | 0,487491 | 0,458803 | 0,484254 | 0,516295 | 0,476698 | 0,494467 | 0,426047 | 0,464293 | 0,494116 | 0,442917 | 0,468583 | 0,499656 | 0,479564 | 0,483682 |
| | | | | | 0,01 | 0,444601 | 0,471891 | 0,500778 | 0,465918 | 0,457161 | 0,524703 | 0,49007 | 0,500476 | 0,416777 | 0,482491 | 0,468075 | 0,464263 | 0,47402 | 0,504121 | 0,49665 | 0,499723 |
| | | | | | 0,001 | 0,444585 | 0,465388 | 0,487221 | 0,474972 | 0,476045 | 0,511496 | 0,49726 | 0,496708 | 0,423225 | 0,462759 | 0,50833 | 0,474569 | 0,491304 | 0,518081 | 0,485623 | 0,50324 |
| | | | Pearth | 0,5 | 0,1 | 0,424253 | 0,433058 | 0,429777 | 0,417023 | 0,444093 | 0,491701 | 0,466754 | 0,481619 | 0,426546 | 0,456591 | 0,411182 | 0,426107 | 0,439974 | 0,491563 | 0,465181 | 0,483991 |
| | | | | | 0,01 | 0,41938 | 0,428215 | 0,433032 | 0,415697 | 0,450766 | 0,491775 | 0,46589 | 0,474619 | 0,415418 | 0,442056 | 0,429713 | 0,438545 | 0,438787 | 0,492658 | 0,465956 | 0,479026 |
| | | | | | 0,001 | 0,424846 | 0,456804 | 0,435869 | 0,42628 | 0,443903 | 0,488982 | 0,463642 | 0,480195 | 0,421286 | 0,426436 | 0,430086 | 0,417073 | 0,430732 | 0,490707 | 0,466987 | 0,478279 |
| Pbest | 0,95 | Pnode | 0,5 | 0,1 | 0,426558 | 0,419508 | 0,416608 | 0,418795 | 0,450315 | 0,497953 | 0,461115 | 0,475674 | 0,431542 | 0,43998 | 0,442264 | 0,420342 | 0,43689 | 0,486949 | 0,475459 | 0,486179 | |
| | | | | 0,01 | 0,434411 | 0,431093 | 0,423902 | 0,41425 | 0,45185 | 0,486773 | 0,468894 | 0,473804 | 0,422737 | 0,43077 | 0,435731 | 0,433117 | 0,442846 | 0,485538 | 0,466975 | 0,472413 | |
| | | | | 0,001 | 0,43962 | 0,431498 | 0,434284 | 0,413923 | 0,451682 | 0,488559 | 0,460285 | 0,478525 | 0,425616 | 0,428945 | 0,451892 | 0,419264 | 0,440082 | 0,487895 | 0,46003 | 0,47598 | |
| | | Pearth | 0,85 | 0,1 | 0,42656 | 0,456286 | 0,445075 | 0,426135 | 0,444768 | 0,486167 | 0,461294 | 0,477985 | 0,41547 | 0,43868 | 0,423365 | 0,418031 | 0,440579 | 0,487912 | 0,469131 | 0,481974 | |
| | | | | 0,01 | 0,439606 | 0,420392 | 0,441643 | 0,44227 | 0,442639 | 0,49696 | 0,477452 | 0,475484 | 0,429579 | 0,438745 | 0,427031 | 0,438359 | 0,453227 | 0,478016 | 0,462779 | 0,473675 | |
| | | | | 0,001 | 0,427101 | 0,43663 | 0,425884 | 0,435569 | 0,448302 | 0,482722 | 0,473996 | 0,476457 | 0,423226 | 0,428752 | 0,441343 | 0,433525 | 0,449023 | 0,480499 | 0,4848 | 0,476679 | |

| COST XARXA (move 1 - 12.000.000 it.) | | | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|---------------|----------|----------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|
| | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,85 | Pnode | Pearth | 0,15 | 0,1 | 0,413098 | 0,417064 | 0,4048 | 0,409787 | 0,442783 | 0,491798 | 0,474451 | 0,494799 | 0,412016 | 0,412982 | 0,416781 | 0,40999 | 0,448824 | 0,490582 | 0,480312 | 0,497404 | |
| | | | | | 0,01 | 0,41335 | 0,413734 | 0,409342 | 0,416838 | 0,448123 | 0,491207 | 0,474385 | 0,487697 | 0,41335 | 0,413734 | 0,409342 | 0,416838 | 0,448123 | 0,491207 | 0,474385 | 0,487697 | | |
| | | | | | 0,001 | 0,416245 | 0,413867 | 0,417048 | 0,411384 | 0,445044 | 0,495075 | 0,469699 | 0,487715 | 0,416245 | 0,413867 | 0,417048 | 0,411384 | 0,445044 | 0,495075 | 0,469699 | 0,487715 | | |
| | | 0,1 | 0,418725 | 0,404571 | 0,415548 | 0,414338 | 0,452415 | 0,487716 | 0,468852 | 0,494229 | 0,418725 | 0,404571 | 0,415548 | 0,414338 | 0,452415 | 0,487716 | 0,468852 | 0,494229 | | | | | |
| | | 0,01 | 0,413978 | 0,422656 | 0,412254 | 0,40989 | 0,446176 | 0,490642 | 0,476457 | 0,496295 | 0,413978 | 0,422656 | 0,412254 | 0,40989 | 0,446176 | 0,490642 | 0,476457 | 0,496295 | | | | | |
| | | 0,001 | 0,429833 | 0,415273 | 0,419342 | 0,406394 | 0,456218 | 0,486785 | 0,469023 | 0,487143 | 0,429833 | 0,415273 | 0,419342 | 0,406394 | 0,456218 | 0,486785 | 0,469023 | 0,487143 | | | | | |
| | 0,85 | 0,1 | 0,412348 | 0,423545 | 0,420341 | 0,415725 | 0,445937 | 0,492448 | 0,467998 | 0,48771 | 0,412348 | 0,423545 | 0,420341 | 0,415725 | 0,445937 | 0,492448 | 0,467998 | 0,48771 | | | | | |
| | 0,01 | 0,417178 | 0,435155 | 0,418574 | 0,406886 | 0,445807 | 0,487677 | 0,474793 | 0,488837 | 0,417178 | 0,435155 | 0,418574 | 0,406886 | 0,445807 | 0,487677 | 0,474793 | 0,488837 | | | | | | |
| | 0,001 | 0,419233 | 0,432554 | 0,427118 | 0,421163 | 0,451816 | 0,494649 | 0,476067 | 0,485371 | 0,419233 | 0,432554 | 0,427118 | 0,421163 | 0,451816 | 0,494649 | 0,476067 | 0,485371 | | | | | | |
| | Probabilitats | Pbest | 0,75 | Pnode | Pearth | 0,15 | 0,1 | 0,405507 | 0,410757 | 0,420104 | 0,436068 | 0,466077 | 0,522267 | 0,50207 | 0,525767 | 0,405291 | 0,409043 | 0,422359 | 0,431547 | 0,468355 | 0,517342 | 0,497827 | 0,52867 |
| | | | | | | 0,01 | 0,405493 | 0,406157 | 0,420498 | 0,430765 | 0,472485 | 0,512443 | 0,502074 | 0,529966 | 0,405594 | 0,411414 | 0,424719 | 0,423249 | 0,475325 | 0,513291 | 0,499467 | 0,524162 | |
| | | | | | | 0,001 | 0,405484 | 0,411789 | 0,421455 | 0,432756 | 0,472816 | 0,518955 | 0,500123 | 0,530339 | 0,405434 | 0,406473 | 0,42575 | 0,438887 | 0,47204 | 0,519422 | 0,496402 | 0,52612 | |
| 0,1 | | | 0,405765 | 0,410697 | 0,426185 | 0,430148 | 0,464919 | 0,510276 | 0,494465 | 0,520848 | 0,405633 | 0,419807 | 0,421732 | 0,429201 | 0,472396 | 0,510126 | 0,501079 | 0,52231 | | | | | |
| 0,01 | | | 0,405655 | 0,409871 | 0,43145 | 0,428992 | 0,4685 | 0,509843 | 0,495394 | 0,518444 | 0,405822 | 0,41001 | 0,426489 | 0,420434 | 0,47847 | 0,506185 | 0,50166 | 0,513863 | | | | | |
| 0,001 | | | 0,405528 | 0,421082 | 0,427343 | 0,427092 | 0,477198 | 0,514755 | 0,491001 | 0,512311 | 0,406384 | 0,416939 | 0,428673 | 0,429161 | 0,467722 | 0,512514 | 0,491229 | 0,521097 | | | | | |
| 0,85 | | 0,1 | 0,405561 | 0,412965 | 0,421793 | 0,414558 | 0,468951 | 0,501035 | 0,487888 | 0,514918 | 0,405517 | 0,412157 | 0,425885 | 0,424981 | 0,463883 | 0,506422 | 0,496411 | 0,518649 | | | | | |
| 0,01 | | 0,409015 | 0,423429 | 0,422255 | 0,431133 | 0,455692 | 0,496669 | 0,49042 | 0,515911 | 0,406936 | 0,426909 | 0,431265 | 0,429864 | 0,462422 | 0,498042 | 0,492349 | 0,515044 | | | | | | |
| 0,001 | | 0,40598 | 0,426153 | 0,434341 | 0,427663 | 0,466276 | 0,509306 | 0,494413 | 0,516136 | 0,415348 | 0,418068 | 0,425846 | 0,421103 | 0,455844 | 0,496026 | 0,488782 | 0,507175 | | | | | | |

| COST XARXA (move 1 - 12.000.000 it.) | | | | 5 FORMIGUES | | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-------|--------|--------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,5 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 0,3998 | 0,432985 | 0,489013 | 0,540335 | 0,583712 | 0,64985 | 0,63598 | 0,665419 | 0,399312 | 0,434679 | 0,491983 | 0,537371 | 0,587932 | 0,644212 | 0,638743 | 0,66605 |
| | | | | | 0,01 | 0,400623 | 0,435292 | 0,495137 | 0,540755 | 0,583543 | 0,638872 | 0,633758 | 0,661535 | 0,400398 | 0,431012 | 0,485976 | 0,546445 | 0,581318 | 0,639986 | 0,629723 | 0,663585 |
| | | | | | 0,001 | 0,400727 | 0,439116 | 0,489836 | 0,544393 | 0,574488 | 0,650043 | 0,629629 | 0,665006 | 0,400753 | 0,434216 | 0,502879 | 0,53768 | 0,585004 | 0,644097 | 0,630089 | 0,663992 |
| | | 0,85 | Pearth | 0,1 | 0,402013 | 0,432605 | 0,488633 | 0,523516 | 0,566314 | 0,62867 | 0,621714 | 0,643866 | 0,401391 | 0,430572 | 0,469976 | 0,534786 | 0,573551 | 0,640058 | 0,623438 | 0,651581 | |
| | | | | 0,01 | 0,4028 | 0,422062 | 0,482939 | 0,519084 | 0,554999 | 0,615155 | 0,605105 | 0,638423 | 0,402624 | 0,43566 | 0,46797 | 0,520267 | 0,56365 | 0,618097 | 0,605373 | 0,640798 | |
| | | | | 0,001 | 0,402846 | 0,426604 | 0,483978 | 0,518543 | 0,557621 | 0,611369 | 0,602739 | 0,632091 | 0,402762 | 0,437173 | 0,484246 | 0,503748 | 0,557876 | 0,610562 | 0,610096 | 0,638238 | |
| | 0,85 | Pearth | 0,1 | 0,403052 | 0,430976 | 0,476492 | 0,506283 | 0,554737 | 0,599662 | 0,604842 | 0,623647 | 0,402538 | 0,432722 | 0,477979 | 0,510709 | 0,564048 | 0,618786 | 0,615517 | 0,643897 | | |
| | | | 0,01 | 0,403777 | 0,429373 | 0,478943 | 0,48909 | 0,539367 | 0,580917 | 0,579997 | 0,598014 | 0,403412 | 0,436532 | 0,488648 | 0,499284 | 0,534908 | 0,584818 | 0,584845 | 0,607687 | | |
| | | | 0,001 | 0,404029 | 0,442836 | 0,478752 | 0,495763 | 0,540151 | 0,560382 | 0,579595 | 0,603995 | 0,403689 | 0,429668 | 0,481938 | 0,478786 | 0,537431 | 0,575073 | 0,571089 | 0,604165 | | |

**ANNEX 2.B – Temps d'execució
(en funció del número de
nodes)**

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; move 1 - 12.000.000 it.) | | | | 1 FORMIGA | | | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | |
|--|-------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,99 | Pnode | Pearth | 0,1 | 75392,711 | 162626,164 | 330396,648 | 478589,910 | 571611,724 | 946423,147 | 1201711,102 | 1983575,965 | 76328,770 | 162714,169 | 302002,874 | 444827,799 | 543601,973 | 890263,638 | 1126514,403 | 1908951,302 |
| | | | | | 0,01 | 73280,579 | 164322,270 | 333548,845 | 486694,416 | 582648,413 | 960532,029 | 1193450,586 | 1987896,235 | 69612,349 | 155337,708 | 291802,238 | 454596,410 | 532505,280 | 865934,117 | 1097868,613 | 1878761,416 |
| | | | | | 0,001 | 74692,667 | 174558,909 | 336393,023 | 490330,645 | 561067,064 | 941006,809 | 1178529,653 | 2032559,027 | 68780,298 | 160034,001 | 305399,087 | 461464,839 | 535261,452 | 867162,194 | 1068722,790 | 1999576,966 |
| | | 0,15 | 0,1 | 80041,001 | 173890,868 | 387956,246 | 486390,397 | 568379,522 | 864534,030 | 1134882,925 | 2261489,334 | 75336,708 | 167490,467 | 354726,169 | 443563,721 | 513696,104 | 849841,112 | 1123414,208 | 1782467,396 | | |
| | | | 0,01 | 79548,971 | 183047,439 | 392148,508 | 481610,099 | 520964,558 | 883259,200 | 1519978,993 | 2031526,962 | 74140,633 | 172934,807 | 353746,108 | 452956,308 | 442443,651 | 771636,224 | 993878,113 | 1772614,781 | | |
| | | | 0,001 | 81025,063 | 202612,662 | 422566,409 | 472529,532 | 559854,988 | 919761,482 | 1470967,929 | 2137613,593 | 72580,535 | 174482,905 | 348437,775 | 423370,460 | 472913,555 | 849421,085 | 1558497,401 | 1985824,105 | | |
| | 0,85 | 0,1 | 84161,259 | 222585,910 | 448164,010 | 413965,871 | 488290,516 | 843228,699 | 1006594,908 | 2263425,456 | 77172,822 | 200296,518 | 403441,214 | 412181,759 | 425062,565 | 716260,763 | 1043977,245 | 1760045,996 | | | |
| | | 0,01 | 75028,689 | 225818,112 | 436507,280 | 515176,196 | 445843,864 | 765947,868 | 1404555,780 | 2004317,262 | 75364,710 | 183999,499 | 412677,791 | 395904,742 | 359578,472 | 790041,375 | 1060658,287 | 1478032,371 | | | |
| | | 0,001 | 77220,825 | 207012,938 | 437063,314 | 321732,107 | 430754,921 | 770324,142 | 1179025,685 | 1670892,424 | 73868,615 | 189139,822 | 370615,161 | 291090,192 | 437579,347 | 717696,854 | 1497973,617 | 1645294,824 | | | |
| | | 0,15 | 0,1 | 79452,965 | 146573,160 | 311611,474 | 454020,375 | 598321,393 | 925585,845 | 1407779,981 | 2247212,442 | 74516,656 | 133932,371 | 270092,879 | 419134,195 | 547842,237 | 856401,522 | 1297325,078 | 2036131,250 | | |
| | | | 0,01 | 78236,889 | 151821,488 | 298194,636 | 452276,266 | 598361,395 | 920405,522 | 1408392,019 | 2208822,042 | 72940,558 | 129308,081 | 266520,656 | 409233,576 | 557438,837 | 836032,249 | 1286420,397 | 2022310,386 | | |
| | | | 0,001 | 80197,012 | 146469,153 | 306791,173 | 446667,915 | 592405,023 | 953095,565 | 1391702,976 | 2200297,510 | 85637,352 | 149517,343 | 291174,198 | 436855,301 | 548642,289 | 859717,728 | 1254418,397 | 2037107,311 | | |
| 0,5 | 0,1 | 93781,861 | 157777,860 | 381083,816 | 506759,671 | 678118,379 | 930694,165 | 1521607,094 | 2484375,264 | 83497,218 | 154081,629 | 334268,891 | 453304,329 | 525380,834 | 852589,284 | 1345908,114 | 2169183,566 | | | | |
| | 0,01 | 84257,265 | 153957,622 | 381983,873 | 493842,863 | 639311,954 | 957351,831 | 1575014,432 | 2862910,920 | 76908,805 | 148969,310 | 368555,034 | 475485,716 | 597861,364 | 777640,599 | 1341191,820 | 2235887,734 | | | | |
| | 0,001 | 84637,289 | 160714,044 | 409353,583 | 501923,368 | 683006,686 | 965988,370 | 1616028,995 | 2783493,958 | 73756,609 | 160422,026 | 363982,747 | 454720,418 | 578588,160 | 893139,817 | 1634482,149 | 2489459,582 | | | | |
| | 0,85 | 0,1 | 82025,126 | 184407,524 | 489302,580 | 491714,730 | 710340,393 | 1004986,808 | 1899342,702 | 2738039,117 | 77380,835 | 151909,494 | 366266,890 | 467725,231 | 619878,741 | 925489,839 | 1582130,876 | 2107131,688 | | | |
| | | 0,01 | 82549,158 | 176215,013 | 480590,035 | 559062,939 | 646732,418 | 968420,523 | 1852971,804 | 2183248,444 | 76324,769 | 188251,766 | 404749,295 | 414189,885 | 531261,202 | 839216,448 | 1735004,430 | 2392381,514 | | | |
| | | 0,001 | 92821,801 | 190683,916 | 413169,822 | 489834,613 | 649612,598 | 751902,991 | 1795628,219 | 2789186,314 | 75948,746 | 170674,667 | 423714,480 | 417378,084 | 549754,358 | 905796,608 | 1656463,523 | 2364967,801 | | | |

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; move 1 - 12.000.000 lt.) | | | | | | 1 FORMIGA | | | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | | |
|---|-------|---------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,85 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 91637,727 | 145045,064 | 319251,952 | 485006,311 | 664453,526 | 1072835,048 | 1524127,251 | 2450793,166 | 85281,329 | 146673,166 | 277741,358 | 459776,734 | 592873,053 | 992846,048 | 1386118,628 | 2266981,677 | | |
| | | | | | | 0,01 | 87557,471 | 136076,505 | 307627,225 | 466985,185 | 657777,108 | 1045513,341 | 1499117,689 | 2469462,331 | 82409,149 | 134588,411 | 266832,677 | 447607,973 | 604165,759 | 978401,145 | 1402427,647 | 2291627,217 | | |
| | | | | | | 0,001 | 88089,504 | 137212,576 | 311703,480 | 472593,536 | 624447,025 | 1060570,281 | 1504170,005 | 2461785,852 | 81521,094 | 131764,235 | 286381,898 | 436395,273 | 560479,027 | 957015,810 | 1408932,052 | 2275850,232 | | |
| | | | | | 0,85 | 0,1 | 91201,699 | 158925,933 | 368939,056 | 532117,255 | 677830,362 | 1040693,040 | 1818633,657 | 2869211,315 | 87589,474 | 137156,571 | 315019,687 | 444219,763 | 596457,276 | 997558,344 | 1566073,873 | 2412670,783 | | |
| | | | | | | 0,01 | 91873,741 | 143676,979 | 353906,118 | 530153,133 | 731001,685 | 1144219,509 | 1750661,409 | 2930527,147 | 88485,529 | 150681,418 | 338481,153 | 492618,787 | 669257,826 | 1009355,080 | 1641946,616 | 2709249,317 | | |
| | | | | | | 0,001 | 89717,606 | 158929,933 | 392920,555 | 515460,215 | 746994,684 | 1179573,719 | 1838954,928 | 3039781,974 | 81773,110 | 134968,434 | 329232,577 | 494622,912 | 646908,428 | 1034196,634 | 1603356,203 | 2627784,226 | | |
| | 0,85 | 0,1 | 92541,783 | 162338,145 | 436067,253 | 588068,752 | 808702,541 | 1212871,799 | 2331325,699 | 3115978,737 | 85777,360 | 136440,527 | 325936,370 | 540257,764 | 740606,285 | 1054509,903 | 1717263,322 | 2733666,843 | | | | | | |
| | | 0,01 | 88965,560 | 154069,628 | 421410,336 | 635355,707 | 883927,243 | 1132930,803 | 2215178,441 | 3179742,721 | 84657,290 | 149257,328 | 384556,034 | 556894,803 | 713216,573 | 974540,906 | 1897410,580 | 3101797,850 | | | | | | |
| | | 0,001 | 90917,681 | 139768,735 | 404477,279 | 585144,568 | 848045,000 | 1319426,459 | 2199081,434 | 3423165,934 | 82757,171 | 163562,222 | 397620,850 | 606429,900 | 679214,448 | 1040429,023 | 2029174,815 | 2913586,088 | | | | | | |
| | | Probabilitats | Pbest | 0,75 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 104694,543 | 185495,592 | 357206,324 | 603109,692 | 726205,385 | 1244397,770 | 1750157,378 | 2822432,391 | 95249,952 | 160894,056 | 335816,987 | 551190,447 | 692239,262 | 1150239,885 | 1609248,573 | 2636564,774 |
| | | | | | | | | 0,01 | 102994,436 | 185111,569 | 356918,306 | 579780,234 | 725277,326 | 1224312,515 | 1757701,850 | 2837937,360 | 92205,762 | 159925,995 | 324696,291 | 531829,238 | 669021,811 | 1142831,423 | 1617689,099 | 2630496,396 |
| | | | | | | | | 0,001 | 98870,179 | 172018,750 | 354646,163 | 568787,547 | 725573,346 | 1233229,072 | 1757057,809 | 2812159,749 | 91713,731 | 159901,994 | 340849,301 | 532317,268 | 680210,510 | 1152120,003 | 1619397,206 | 2643005,178 |
| 0,85 | 0,1 | | | | | | 102350,396 | 176451,028 | 347397,711 | 600981,558 | 741366,333 | 1282272,136 | 2007125,438 | 3126595,400 | 96010,000 | 169602,599 | 311019,438 | 539425,712 | 704856,050 | 1171797,233 | 1781915,363 | 2849878,106 | | |
| | 0,01 | | | | | | 100666,291 | 170318,643 | 343673,479 | 596165,258 | 785789,108 | 1358864,925 | 2051764,227 | 3160601,525 | 93213,825 | 153621,601 | 326664,415 | 554022,624 | 718840,925 | 1154584,156 | 1842203,131 | 2988546,772 | | |
| | 0,001 | | | | | | 102142,383 | 182731,420 | 340773,296 | 614974,435 | 776936,554 | 1327858,987 | 2038383,391 | 3177078,555 | 93769,859 | 163322,208 | 303694,979 | 566055,377 | 721149,068 | 1169493,089 | 1869276,823 | 2947080,181 | | |
| 0,85 | 0,1 | | 105070,565 | 174914,932 | 397608,849 | 750494,904 | 824491,527 | 1390946,928 | 2340850,294 | 3601049,052 | 96530,032 | 164106,256 | 332156,759 | 604133,755 | 736690,041 | 1259318,702 | 1965714,849 | 3092237,254 | | | | | | |
| | 0,01 | | 104634,538 | 178839,177 | 357330,332 | 802378,145 | 944203,010 | 1605464,335 | 2468738,286 | 3694626,900 | 93037,814 | 147153,196 | 366942,933 | 677266,326 | 834680,164 | 1387594,720 | 2177100,060 | 3234182,124 | | | | | | |
| | 0,001 | | 101730,357 | 161798,112 | 426842,676 | 775632,474 | 857025,560 | 1600996,056 | 2382944,925 | 3771747,719 | 92169,760 | 153201,574 | 383903,993 | 687282,952 | 761531,593 | 1447418,458 | 2294507,398 | 3181694,843 | | | | | | |

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; move 1 - 12.000.000 it.) | | | | 1 FORMIGA | | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | |
|---|--------|------|-------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | |
| Probabilitats | Pbest | 0,5 | 0,15 | 0,1 | 136312,518 | 297394,587 | 617626,599 | 958611,909 | 1248678,038 | 1931336,700 | 2672515,023 | 4257114,052 | 126263,890 | 277781,360 | 574591,910 | 889003,559 | 1148675,788 | 1786339,639 | 2472710,535 | 3937582,083 |
| | | | | 0,01 | 133152,320 | 295270,454 | 613654,351 | 953915,616 | 1232401,020 | 1923036,182 | 2660050,244 | 4244829,284 | 129824,113 | 277141,320 | 569907,617 | 884303,265 | 1146675,664 | 1779175,191 | 2457409,578 | 3921381,071 |
| | | | | 0,001 | 132904,305 | 290370,147 | 610794,172 | 950327,392 | 1226692,664 | 1920960,052 | 2667566,713 | 4242417,134 | 122483,654 | 266248,640 | 550642,412 | 867662,226 | 1130578,656 | 1768630,533 | 2457297,572 | 3928221,498 |
| | | 0,85 | 0,1 | 137632,601 | 274029,126 | 584792,547 | 954371,644 | 1202615,159 | 1969803,105 | 2797138,810 | 4387774,219 | 128660,040 | 260732,294 | 560955,059 | 883559,218 | 1137955,118 | 1799372,454 | 2547983,239 | 4023739,468 | |
| | | | 0,01 | 135424,463 | 274049,127 | 586868,677 | 949395,333 | 1228996,808 | 2005633,344 | 2842053,617 | 4473539,579 | 125799,861 | 255443,965 | 550270,389 | 883291,203 | 1125710,352 | 1827130,188 | 2624212,004 | 4084167,244 | |
| | | | 0,001 | 139792,735 | 274525,157 | 583440,463 | 958931,930 | 1229320,828 | 2006669,408 | 2862210,877 | 4465923,103 | 125571,847 | 254127,882 | 542865,927 | 885107,316 | 1110893,426 | 1838270,885 | 2610979,176 | 4077338,818 | |
| | Pearth | 0,85 | 0,1 | 131820,237 | 253515,844 | 500147,257 | 870634,412 | 1140827,297 | 2069789,354 | 2967385,449 | 4636977,794 | 129644,102 | 245143,320 | 483098,192 | 803942,243 | 1097388,583 | 1840447,020 | 2705297,071 | 4186501,640 | |
| | | | 0,01 | 130092,129 | 242095,131 | 455768,483 | 852121,255 | 1080779,544 | 2141377,828 | 3004419,764 | 4768918,039 | 120391,524 | 225158,071 | 436495,279 | 760179,508 | 997110,316 | 1915891,735 | 2723422,204 | 4370133,116 | |
| | | | 0,001 | 129692,104 | 238086,880 | 455568,471 | 820351,269 | 1087983,995 | 2117404,329 | 2968369,511 | 4794271,624 | 120155,508 | 223589,974 | 402169,134 | 775168,445 | 985045,561 | 1884389,767 | 2694352,387 | 4267526,704 | |

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; move 1 - 12.000.000 it.) | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | | | |
|--|-----------|---------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|--------------|-------------|------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | |
| | | Probabilitats | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,99 | Prode | 0,5 | Peath | 0,1 | 71712,481 | 146409,150 | 289774,110 | 431466,965 | 542949,932 | 867962,244 | 1260818,797 | 1990560,402 | 74432,651 | 153329,582 | 285589,849 | 440259,514 | 554174,634 | 869738,356 | 1277895,863 | 1981227,819 |
| | | | | | | 0,01 | 67204,200 | 162110,131 | 310567,409 | 448532,031 | 552506,529 | 873626,599 | 1344604,032 | 1928340,514 | 70172,385 | 156553,784 | 306635,164 | 440419,524 | 531109,192 | 874414,648 | 1282828,171 | 1943673,473 |
| | | | | | | 0,001 | 70080,379 | 159077,942 | 305923,119 | 447159,946 | 537829,612 | 872362,519 | 1312318,015 | 1960038,495 | 69796,361 | 152153,510 | 306699,166 | 430158,884 | 539073,690 | 890063,625 | 1342455,899 | 1942245,382 |
| | | | | | | 0,1 | 74812,675 | 178691,168 | 342745,420 | 426266,640 | 528093,003 | 815546,968 | 1356900,801 | 1997176,817 | 79796,987 | 165346,333 | 328076,503 | 457652,601 | 549294,330 | 867686,226 | 1342559,905 | 2048852,045 |
| | | | | | | 0,01 | 73804,612 | 171082,692 | 370199,135 | 457996,624 | 487470,464 | 871182,446 | 1442774,168 | 1826374,142 | 87877,492 | 184587,535 | 382663,915 | 502051,376 | 493778,859 | 762531,656 | 1362373,143 | 1863028,432 |
| | | | | | | 0,001 | 70108,381 | 170686,667 | 373187,323 | 432883,053 | 495314,955 | 738690,166 | 1429149,316 | 2064537,026 | 70396,399 | 170382,648 | 382859,927 | 418910,181 | 454640,413 | 782028,873 | 1384758,542 | 2063532,963 |
| | 0,85 | 0,1 | 73984,623 | 176735,045 | 383419,962 | 429926,869 | 464617,037 | 697115,567 | 1390294,888 | 1940901,299 | 82441,152 | 176287,016 | 359698,481 | 440455,527 | 494574,909 | 793009,559 | 1452142,753 | 1872225,008 | | | | |
| | | 0,01 | 67068,190 | 205556,848 | 414181,884 | 392584,535 | 444639,788 | 610310,142 | 1422252,885 | 1900206,756 | 82433,151 | 176123,007 | 425842,614 | 396396,773 | 365866,865 | 716992,809 | 1303297,452 | 1605924,364 | | | | |
| | | 0,001 | 73092,567 | 178743,171 | 382667,915 | 379543,720 | 431074,941 | 665365,582 | 1466191,632 | 1609316,575 | 75232,701 | 194300,143 | 405801,361 | 339805,236 | 377655,602 | 686978,934 | 1719503,462 | 1388842,797 | | | | |
| | | 0,15 | 0,1 | 75948,746 | 135876,491 | 285261,829 | 414377,896 | 539077,691 | 873546,593 | 1270455,398 | 1993372,578 | 79024,938 | 129980,123 | 280893,555 | 435007,187 | 542337,893 | 889631,599 | 1224628,534 | 1973971,366 | | | |
| | | | 0,01 | 73088,567 | 133672,354 | 264904,556 | 410049,626 | 531485,216 | 872002,496 | 1289928,616 | 2058588,654 | 74620,662 | 128928,058 | 286353,896 | 425186,572 | 532785,297 | 859853,739 | 1278995,932 | 1989208,318 | | | |
| | | | 0,001 | 75460,715 | 129560,098 | 278793,423 | 410893,679 | 551010,436 | 865706,103 | 1327690,976 | 2021630,344 | 74556,659 | 136328,519 | 274757,172 | 417946,120 | 556982,809 | 853225,323 | 1310553,905 | 2050892,172 | | | |
| 0,1 | 79936,995 | | 148097,256 | 341665,352 | 441803,611 | 578572,159 | 870698,415 | 1428773,293 | 2156774,789 | 82801,174 | 136984,561 | 308135,257 | 426098,630 | 568595,535 | 859237,698 | 1315630,222 | 2164491,273 | | | | | |
| 0,01 | 74892,680 | | 146121,132 | 357530,344 | 446843,926 | 567391,460 | 829951,869 | 1472900,050 | 2167331,450 | 80449,027 | 134592,412 | 350089,879 | 452260,265 | 611550,219 | 824935,555 | 1388494,775 | 1948981,805 | | | | | |
| 0,001 | 73896,618 | | 164478,279 | 342077,378 | 457168,571 | 583936,494 | 872030,498 | 1416244,511 | 2317284,821 | 86237,389 | 150717,419 | 353174,072 | 443503,718 | 565247,325 | 828615,785 | 1455078,937 | 2021934,363 | | | | | |
| 0,85 | 0,1 | 78428,901 | 131540,220 | 383343,958 | 456060,502 | 547270,203 | 773556,343 | 1475236,197 | 2167315,449 | 83649,227 | 151393,462 | 343881,491 | 448428,025 | 570739,669 | 832648,037 | 1400303,514 | 2138397,641 | | | | | |
| | 0,01 | 75324,707 | 170106,631 | 415829,988 | 414185,885 | 625407,085 | 826359,645 | 1486192,880 | 2261861,358 | 86837,426 | 178627,164 | 365370,834 | 438271,390 | 506435,650 | 859509,717 | 1496261,510 | 2465570,088 | | | | | |
| | 0,001 | 89989,623 | 188143,759 | 411621,724 | 513392,085 | 607189,947 | 768820,049 | 1683877,235 | 2612459,269 | 79316,957 | 159245,952 | 412785,797 | 469673,353 | 575415,961 | 915629,223 | 1664996,056 | 2488415,516 | | | | | |

| | | TEMPS EXECUCIÓ (en seg; move 1 - 12.000.000 it.) | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | |
|---------------|-------|--|-----------|-------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,85 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 84829,301 | 129592,099 | 291622,225 | 451636,226 | 603673,726 | 984361,520 | 1396335,265 | 2247832,481 | 86665,416 | 138504,655 | 284909,806 | 445327,831 | 593905,117 | 988657,787 | 1380214,259 | 2216326,511 |
| | | | | | | 0,01 | 86677,416 | 132328,270 | 285633,851 | 431994,999 | 600241,512 | 973324,829 | 1392787,044 | 2233779,602 | 80861,053 | 126035,876 | 280449,527 | 426366,647 | 597585,347 | 973916,866 | 1386986,680 | 2233743,601 |
| | | | | | | 0,001 | 82769,172 | 125875,867 | 292142,258 | 429882,865 | 560955,058 | 944191,008 | 1420728,790 | 2243300,198 | 82649,165 | 129356,083 | 296670,542 | 431990,997 | 565207,323 | 944907,053 | 1425481,088 | 2247932,487 |
| | | | | 0,1 | 88673,541 | 142968,935 | 318719,919 | 465741,107 | 610962,183 | 1007474,963 | 1517222,820 | 2448132,999 | 88313,518 | 142548,909 | 318815,925 | 466653,164 | 611954,245 | 1010511,153 | 1522583,155 | 2448333,011 | | |
| | | | | 0,01 | 84761,297 | 125523,844 | 324240,264 | 462148,883 | 654396,897 | 1058378,145 | 1607684,474 | 2646685,407 | 83737,232 | 129840,115 | 330656,664 | 462912,931 | 655444,963 | 1053285,826 | 1613252,822 | 2639840,980 | | |
| | | | | 0,001 | 82789,173 | 129952,121 | 332200,762 | 476437,776 | 670333,893 | 1023667,975 | 1563905,738 | 2625000,052 | 81909,118 | 133560,347 | 336681,041 | 477301,830 | 677474,339 | 1030764,419 | 1568834,046 | 2622275,882 | | |
| | | 0,85 | Pearth | 0,1 | 87017,438 | 132436,277 | 344413,524 | 491510,717 | 677722,355 | 1010407,146 | 1710838,921 | 2655337,949 | 86629,414 | 136904,555 | 351009,937 | 496002,999 | 683030,686 | 1012667,288 | 1710294,886 | 2654305,884 | | |
| | | | | 0,01 | 87305,456 | 130696,168 | 372519,281 | 503503,466 | 734033,874 | 998114,379 | 1916019,744 | 3040282,006 | 84585,286 | 123239,701 | 362210,637 | 498043,126 | 726309,391 | 998530,405 | 1911367,452 | 3030453,392 | | |
| | | | | 0,001 | 87329,457 | 146789,173 | 392880,554 | 490362,646 | 679094,441 | 1108997,308 | 1986812,168 | 2787286,194 | 87581,472 | 141660,854 | 382651,914 | 487462,464 | 672302,017 | 1103620,972 | 1985228,069 | 2785222,065 | | |
| | | | | 0,1 | 97890,117 | 166134,383 | 336997,061 | 551310,454 | 715152,695 | 1135278,950 | 1609332,577 | 2609475,082 | 100690,292 | 168754,547 | 335344,957 | 556758,795 | 700115,755 | 1135894,989 | 1596895,800 | 2591805,978 | | |
| | | | | 0,01 | 92841,802 | 155649,727 | 299130,694 | 530105,130 | 676626,287 | 1124678,288 | 1609620,595 | 2625128,059 | 92049,752 | 163234,202 | 310463,402 | 539053,689 | 665729,605 | 1139243,199 | 1625045,559 | 2628336,261 | | |
| | | | | 0,001 | 91017,687 | 161178,073 | 316531,783 | 537317,580 | 676226,261 | 1154492,152 | 1617129,064 | 2601522,585 | 91737,733 | 154469,653 | 321132,070 | 543973,996 | 663773,483 | 1142935,429 | 1628761,791 | 2632336,511 | | |
| 0,75 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 96626,038 | 167902,493 | 336129,007 | 527320,955 | 699423,711 | 1155008,184 | 1767062,434 | 2776733,536 | 100522,282 | 168554,534 | 325320,331 | 553786,610 | 676598,284 | 1157216,321 | 1686249,385 | 2663150,436 | | |
| | | | | 0,01 | 93565,847 | 159413,962 | 310955,434 | 569255,576 | 691995,247 | 1233245,073 | 1809705,100 | 2875807,726 | 93445,839 | 162866,178 | 330052,628 | 529297,079 | 688647,037 | 1209347,580 | 1745777,104 | 2825740,598 | | |
| | | | | 0,001 | 93037,814 | 154197,637 | 331064,690 | 536197,510 | 644516,280 | 1194710,664 | 1776855,047 | 2988726,784 | 92325,769 | 151721,482 | 309015,312 | 506135,632 | 685642,850 | 1156420,272 | 1775218,944 | 2889848,604 | | |
| | | 0,1 | 97174,072 | 163858,241 | 318699,917 | 558090,879 | 691559,220 | 1254074,374 | 1854495,899 | 3106386,137 | 99550,221 | 171218,701 | 325484,340 | 533745,357 | 707896,242 | 1184886,051 | 1741936,863 | 2864879,044 | | | | |
| | | 0,01 | 93489,842 | 154069,629 | 375935,494 | 651336,707 | 760215,510 | 1178765,668 | 2100551,277 | 3262443,889 | 93781,860 | 166998,437 | 341665,353 | 627819,236 | 759863,489 | 1197706,851 | 2057692,598 | 3111418,451 | | | | |
| | | 0,001 | 96434,026 | 160602,037 | 363290,704 | 693371,333 | 801130,068 | 1304513,527 | 2137961,614 | 3403088,680 | 92005,749 | 156221,764 | 372235,263 | 591480,965 | 695727,480 | 1236301,264 | 2050732,163 | 3036689,781 | | | | |

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; move 1 - 12.000.000 it.) | | | | 5 FORMIGUES | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | | | |
|---|-------|------|--------|-------------|------------|------------|------------|------------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,5 | 0,15 | 0,1 | 129628,100 | 277909,368 | 572419,775 | 887743,480 | 1143899,489 | 1780663,285 | 2447684,970 | 3914464,640 | 131028,188 | 282149,634 | 578824,174 | 893567,844 | 1152296,014 | 1787423,707 | 2448389,015 | 3911152,431 | |
| | | | | 0,01 | 127979,998 | 279557,471 | 571899,741 | 887651,475 | 1145603,595 | 1783763,479 | 2467810,228 | 3916188,747 | 122787,673 | 273193,074 | 565127,318 | 879462,963 | 1140787,295 | 1772162,753 | 2449325,073 | 3913896,603 | |
| | | | | 0,001 | 124443,777 | 273653,101 | 569443,589 | 882295,140 | 1138371,144 | 1778815,168 | 2460001,741 | 3920393,009 | 122171,635 | 270212,887 | 563803,236 | 878346,893 | 1134034,872 | 1775582,968 | 2452713,285 | 3919268,938 | |
| | | 0,85 | 0,5 | Pearth | 0,1 | 130636,164 | 269636,850 | 570795,673 | 888827,548 | 1140119,253 | 1799028,433 | 2531494,208 | 4006346,382 | 131200,199 | 275433,213 | 572739,795 | 884387,270 | 1144559,531 | 1788443,770 | 2490891,671 | 3963559,707 |
| | | | | | 0,01 | 125947,871 | 252143,757 | 549210,324 | 886339,392 | 1132638,787 | 1819189,691 | 2589601,841 | 4061285,814 | 125907,868 | 255999,999 | 554406,649 | 878886,927 | 1127270,450 | 1811933,238 | 2573984,864 | 4045096,803 |
| | | | | | 0,001 | 126431,901 | 256652,040 | 547950,245 | 877950,868 | 1128238,510 | 1841187,067 | 2614419,392 | 4065902,103 | 126803,924 | 253491,843 | 550658,413 | 879802,984 | 1121534,092 | 1811521,213 | 2598346,387 | 4049945,106 |
| | 0,85 | 0,5 | Pearth | 0,1 | 131192,198 | 255887,992 | 539337,707 | 874386,646 | 1120350,017 | 1864164,503 | 2647821,478 | 4126529,892 | 135620,475 | 268972,810 | 576112,004 | 896372,020 | 1143035,435 | 1822165,878 | 2581013,304 | 4045992,858 | |
| | | | | 0,01 | 122043,627 | 228786,298 | 449924,118 | 778828,674 | 999650,475 | 1895246,445 | 2699356,699 | 4194974,170 | 124263,765 | 233506,594 | 468333,269 | 785577,095 | 1039868,987 | 1852263,760 | 2693292,320 | 4083763,220 | |
| | | | | 0,001 | 120399,524 | 222381,897 | 409489,592 | 762011,623 | 953683,601 | 1876533,276 | 2697416,579 | 4342135,366 | 122195,636 | 223277,954 | 442511,655 | 737478,090 | 973264,825 | 1851843,733 | 2609967,113 | 4114257,125 | |

**ANNEX 3 – Resultats algoritme
FORMIGUES (*move 0*)**

ANNEX 3.A – Cost Xarxa (en funció del número de nodes)

| COST XARXA (move 0 - 12.000.000 it.) | | | | 1 FORMIGA | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-------|----------|---------------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,99 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 0,424351 | 0,450185 | 0,472245 | 0,436203 | 0,451446 | 0,490719 | 0,46982 | 0,479003 | 0,424442 | 0,453737 | 0,478227 | 0,442973 | 0,460532 | 0,482952 | 0,470243 | 0,48414 | | | |
| | | | | | | 0,01 | 0,431428 | 0,452384 | 0,458118 | 0,4308 | 0,457043 | 0,502027 | 0,474718 | 0,47736 | 0,417992 | 0,473562 | 0,476555 | 0,446943 | 0,460769 | 0,489552 | 0,481084 | 0,481164 | | | |
| | | | | | | 0,001 | 0,417992 | 0,443206 | 0,462022 | 0,438052 | 0,459251 | 0,492304 | 0,45859 | 0,476743 | 0,424305 | 0,451792 | 0,471585 | 0,442466 | 0,463696 | 0,480497 | 0,475612 | 0,480393 | | | |
| | | | | 0,85 | 0,1 | 0,421163 | 0,463053 | 0,455304 | 0,452291 | 0,453045 | 0,489625 | 0,475285 | 0,480018 | 0,436176 | 0,463145 | 0,468945 | 0,439127 | 0,457605 | 0,490257 | 0,4652 | 0,475531 | | | | |
| | | | | | | 0,01 | 0,416827 | 0,445419 | 0,462505 | 0,437867 | 0,452929 | 0,486598 | 0,473247 | 0,476894 | 0,423181 | 0,464724 | 0,462994 | 0,440734 | 0,455528 | 0,50292 | 0,475103 | 0,473124 | | | |
| | | | | | | 0,001 | 0,415452 | 0,440369 | 0,481212 | 0,452944 | 0,452877 | 0,490788 | 0,480235 | 0,47229 | 0,422922 | 0,469549 | 0,475805 | 0,449696 | 0,452728 | 0,483055 | 0,477799 | 0,481339 | | | |
| | | | 0,85 | 0,01 | 0,431222 | 0,451299 | 0,485932 | 0,453425 | 0,45641 | 0,494005 | 0,473744 | 0,482125 | 0,422924 | 0,464119 | 0,461572 | 0,450856 | 0,462198 | 0,488041 | 0,480619 | 0,47837 | | | | | |
| | | | | | 0,42632 | 0,46396 | 0,488479 | 0,454416 | 0,456665 | 0,495154 | 0,484774 | 0,488473 | 0,43019 | 0,475496 | 0,488683 | 0,451614 | 0,465505 | 0,491719 | 0,483251 | 0,484431 | | | | | |
| | | | | | 0,431751 | 0,482125 | 0,482354 | 0,456675 | 0,461776 | 0,496918 | 0,482673 | 0,491032 | 0,427017 | 0,460218 | 0,502812 | 0,447988 | 0,45282 | 0,494388 | 0,480704 | 0,483906 | | | | | |
| | | | Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 0,422721 | 0,426913 | 0,422032 | 0,427523 | 0,433405 | 0,478466 | 0,46699 | 0,467679 | 0,427648 | 0,421173 | 0,417783 | 0,419142 | 0,432677 | 0,47452 | 0,455837 | 0,471244 |
| | | | | | | | | | 0,01 | 0,416378 | 0,426356 | 0,41169 | 0,418316 | 0,438961 | 0,481376 | 0,461043 | 0,464803 | 0,428034 | 0,438239 | 0,431817 | 0,41196 | 0,443758 | 0,474107 | 0,454427 | 0,469931 |
| | | | | | | | | | 0,001 | 0,41795 | 0,423922 | 0,424278 | 0,42887 | 0,437596 | 0,484636 | 0,454636 | 0,462464 | 0,420265 | 0,429908 | 0,428284 | 0,429593 | 0,438884 | 0,482708 | 0,455369 | 0,464035 |
| 0,85 | 0,1 | 0,419621 | | | | | 0,448075 | 0,426041 | 0,426052 | 0,431725 | 0,480367 | 0,464626 | 0,463113 | 0,417916 | 0,426776 | 0,421407 | 0,423339 | 0,432282 | 0,482582 | 0,456907 | 0,464732 | | | | |
| | | 0,01 | | | | | 0,419949 | 0,439019 | 0,438598 | 0,407595 | 0,432654 | 0,474087 | 0,450133 | 0,467712 | 0,424246 | 0,417037 | 0,422671 | 0,427189 | 0,439176 | 0,490512 | 0,458069 | 0,45886 | | | |
| | | 0,001 | | | | | 0,41537 | 0,419634 | 0,420141 | 0,427934 | 0,437065 | 0,475686 | 0,465159 | 0,465136 | 0,415474 | 0,428753 | 0,427079 | 0,424862 | 0,436752 | 0,475031 | 0,469373 | 0,466369 | | | |
| 0,85 | 0,01 | 0,413606 | | | | 0,414562 | 0,415785 | 0,421095 | 0,440641 | 0,473981 | 0,463778 | 0,468401 | 0,416371 | 0,421505 | 0,423019 | 0,427973 | 0,440046 | 0,469567 | 0,468749 | 0,458837 | | | | | |
| | | 0,419735 | | | | 0,426722 | 0,422675 | 0,429068 | 0,435428 | 0,487475 | 0,464699 | 0,47448 | 0,419775 | 0,44221 | 0,448514 | 0,428747 | 0,440845 | 0,481914 | 0,466163 | 0,470502 | | | | | |
| | | 0,416043 | | | | 0,427307 | 0,432351 | 0,430479 | 0,44656 | 0,479465 | 0,46962 | 0,472874 | 0,416433 | 0,423645 | 0,420412 | 0,427971 | 0,435283 | 0,484368 | 0,469887 | 0,476236 | | | | | |

| COST XARXA (move 0 - 12.000.000 it.) | | | | | 1 FORMIGA | | | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-------|------|-------|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,85 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 0,409148 | 0,405124 | 0,411161 | 0,411644 | 0,443129 | 0,489834 | 0,468837 | 0,484833 | 0,416082 | 0,406359 | 0,41292 | 0,411499 | 0,441629 | 0,493533 | 0,468716 | 0,486302 |
| | | | | | | 0,01 | 0,409294 | 0,409784 | 0,403011 | 0,409598 | 0,44543 | 0,489433 | 0,47378 | 0,483121 | 0,409402 | 0,407165 | 0,415793 | 0,405581 | 0,445202 | 0,483807 | 0,469132 | 0,484967 |
| | | | | | | 0,001 | 0,409154 | 0,406785 | 0,408957 | 0,407817 | 0,445511 | 0,488971 | 0,469288 | 0,486737 | 0,413481 | 0,400666 | 0,416506 | 0,419959 | 0,446037 | 0,489113 | 0,470914 | 0,481073 |
| | | | 0,1 | 0,412668 | 0,404082 | 0,412545 | 0,413747 | 0,439705 | 0,487164 | 0,478582 | 0,482644 | 0,410403 | 0,400832 | 0,411694 | 0,414914 | 0,433242 | 0,489936 | 0,475879 | 0,486768 | | | |
| | | | 0,01 | 0,410298 | 0,406717 | 0,411837 | 0,415934 | 0,442919 | 0,486706 | 0,4729 | 0,480649 | 0,413438 | 0,40587 | 0,408805 | 0,419612 | 0,448827 | 0,496288 | 0,475287 | 0,4849 | | | |
| | | | 0,001 | 0,412032 | 0,403466 | 0,420414 | 0,413237 | 0,444848 | 0,489586 | 0,473419 | 0,479407 | 0,409395 | 0,412773 | 0,415603 | 0,411734 | 0,435222 | 0,48542 | 0,477285 | 0,479981 | | | |
| | | | 0,1 | 0,409352 | 0,403306 | 0,418326 | 0,421587 | 0,443753 | 0,484263 | 0,475154 | 0,475675 | 0,411965 | 0,411358 | 0,412986 | 0,419527 | 0,441904 | 0,491128 | 0,475049 | 0,480202 | | | |
| | | | 0,01 | 0,413641 | 0,402109 | 0,415921 | 0,419404 | 0,447695 | 0,486286 | 0,480305 | 0,491142 | 0,413673 | 0,404558 | 0,41389 | 0,430971 | 0,451227 | 0,494108 | 0,481077 | 0,492399 | | | |
| | | | 0,001 | 0,40934 | 0,408515 | 0,421982 | 0,421893 | 0,451368 | 0,496271 | 0,47843 | 0,484411 | 0,409327 | 0,404122 | 0,425927 | 0,429797 | 0,443966 | 0,491461 | 0,483851 | 0,496801 | | | |
| | Pbest | 0,75 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 0,405096 | 0,399834 | 0,420157 | 0,426857 | 0,468824 | 0,514572 | 0,498985 | 0,51487 | 0,405207 | 0,404759 | 0,422708 | 0,426802 | 0,472576 | 0,51771 | 0,50181 | 0,516978 |
| | | | | | | 0,01 | 0,405378 | 0,402974 | 0,419911 | 0,428627 | 0,470796 | 0,508374 | 0,494106 | 0,513835 | 0,405179 | 0,40632 | 0,418988 | 0,431347 | 0,465545 | 0,510139 | 0,501944 | 0,519935 |
| | | | | | | 0,001 | 0,405413 | 0,403562 | 0,416491 | 0,430364 | 0,472513 | 0,509888 | 0,498221 | 0,513232 | 0,40521 | 0,406549 | 0,417011 | 0,423144 | 0,454654 | 0,510229 | 0,496876 | 0,517326 |
| | | | 0,1 | 0,405598 | 0,401181 | 0,422896 | 0,434869 | 0,470221 | 0,510429 | 0,501137 | 0,508348 | 0,405621 | 0,40342 | 0,422703 | 0,436269 | 0,472795 | 0,511296 | 0,502241 | 0,5118 | | | |
| | | | 0,01 | 0,405708 | 0,402946 | 0,422651 | 0,43413 | 0,467786 | 0,512311 | 0,498258 | 0,518514 | 0,405775 | 0,405515 | 0,421934 | 0,430146 | 0,470525 | 0,521352 | 0,504782 | 0,515724 | | | |
| | | | 0,001 | 0,405631 | 0,401799 | 0,423443 | 0,425666 | 0,469988 | 0,51394 | 0,505334 | 0,512701 | 0,405596 | 0,409075 | 0,424693 | 0,428048 | 0,470551 | 0,520617 | 0,500384 | 0,514748 | | | |
| | | | 0,1 | 0,40582 | 0,404646 | 0,427933 | 0,444943 | 0,468881 | 0,51251 | 0,503986 | 0,519456 | 0,40569 | 0,406334 | 0,424281 | 0,43282 | 0,470867 | 0,513465 | 0,505447 | 0,517315 | | | |
| | | | 0,01 | 0,405934 | 0,404697 | 0,426151 | 0,434459 | 0,469524 | 0,514696 | 0,512645 | 0,5099 | 0,409203 | 0,405508 | 0,428022 | 0,443346 | 0,469895 | 0,52091 | 0,507323 | 0,515797 | | | |
| | | | 0,001 | 0,405963 | 0,403833 | 0,425493 | 0,438675 | 0,477759 | 0,521234 | 0,50299 | 0,519504 | 0,405991 | 0,403777 | 0,421178 | 0,442267 | 0,478056 | 0,514217 | 0,507245 | 0,522389 | | | |

| COST XARXA (move 0 - 12.000.000 it.) | | | | | | 1 FORMIGA | | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-------|-------|-------|--------|--------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | |
| Probabilitats | Pbest | 0,5 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 0,400051 | 0,425387 | 0,492602 | 0,523768 | 0,565243 | 0,620338 | 0,613142 | 0,627578 | 0,39956 | 0,429133 | 0,488995 | 0,520842 | 0,566759 | 0,635597 | 0,617255 | 0,631388 |
| | | | | | | 0,01 | 0,400327 | 0,426742 | 0,478092 | 0,520736 | 0,566368 | 0,61882 | 0,610787 | 0,628704 | 0,400051 | 0,424322 | 0,48415 | 0,51476 | 0,570306 | 0,621412 | 0,61154 | 0,633298 |
| | | | | | | 0,001 | 0,400418 | 0,421975 | 0,488196 | 0,521894 | 0,559119 | 0,618407 | 0,608978 | 0,631283 | 0,400092 | 0,430838 | 0,485335 | 0,527083 | 0,564176 | 0,621694 | 0,604676 | 0,632125 |
| | | 0,85 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 0,403408 | 0,428056 | 0,477662 | 0,517082 | 0,550299 | 0,609662 | 0,597147 | 0,618504 | 0,402178 | 0,418896 | 0,48829 | 0,52467 | 0,553644 | 0,619976 | 0,611029 | 0,625788 |
| | | | | | | 0,01 | 0,403824 | 0,4268 | 0,4856 | 0,516478 | 0,552218 | 0,609451 | 0,609517 | 0,619748 | 0,402965 | 0,42501 | 0,484151 | 0,515716 | 0,560854 | 0,615641 | 0,608236 | 0,622442 |
| | | | | | | 0,001 | 0,403924 | 0,424837 | 0,487404 | 0,515588 | 0,554128 | 0,605538 | 0,599236 | 0,623556 | 0,403148 | 0,421363 | 0,48879 | 0,523403 | 0,559403 | 0,616319 | 0,610019 | 0,62886 |
| | 0,85 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 0,405058 | 0,428071 | 0,477769 | 0,530972 | 0,549941 | 0,611013 | 0,601143 | 0,626259 | 0,404404 | 0,429722 | 0,487323 | 0,523895 | 0,561664 | 0,6172 | 0,605933 | 0,62818 | |
| | | | | | 0,01 | 0,50529 | 0,432237 | 0,487852 | 0,52433 | 0,557799 | 0,617759 | 0,613481 | 0,621226 | 0,403148 | 0,421363 | 0,48879 | 0,523403 | 0,559403 | 0,616319 | 0,610019 | 0,62886 | |
| | | | | | 0,001 | 0,405233 | 0,427845 | 0,486758 | 0,523593 | 0,564952 | 0,615754 | 0,609884 | 0,629717 | 0,405262 | 0,429588 | 0,493046 | 0,535974 | 0,565809 | 0,622604 | 0,613243 | 0,640183 | |

| COST XARXA (move 0 - 12.000.000 it.) | | | | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|--------|--------|----------|----------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,99 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 0,431758 | 0,453205 | 0,462909 | 0,443816 | 0,451422 | 0,487822 | 0,476273 | 0,484674 | 0,425949 | 0,456741 | 0,455326 | 0,444367 | 0,471527 | 0,501609 | 0,481105 | 0,480237 |
| | | | | | | 0,01 | 0,4346 | 0,451748 | 0,46997 | 0,431359 | 0,463594 | 0,498423 | 0,47298 | 0,46993 | 0,442908 | 0,460743 | 0,474925 | 0,443158 | 0,458987 | 0,495705 | 0,473462 | 0,473609 |
| | | | | | | 0,001 | 0,424503 | 0,46441 | 0,482562 | 0,43795 | 0,458733 | 0,497729 | 0,472665 | 0,476995 | 0,424503 | 0,455736 | 0,470252 | 0,446214 | 0,469605 | 0,496708 | 0,473333 | 0,476571 |
| | | | | 0,85 | Pearth | 0,1 | 0,422921 | 0,451973 | 0,487094 | 0,439043 | 0,458 | 0,487371 | 0,469572 | 0,48126 | 0,425949 | 0,450892 | 0,4697 | 0,445646 | 0,452762 | 0,497057 | 0,476902 | 0,484399 |
| | | | | | | 0,01 | 0,424496 | 0,451707 | 0,460543 | 0,442783 | 0,459109 | 0,488858 | 0,472573 | 0,476004 | 0,424027 | 0,438298 | 0,471413 | 0,452248 | 0,462267 | 0,492006 | 0,480115 | 0,479643 |
| | | | | | | 0,001 | 0,419595 | 0,464491 | 0,473108 | 0,445426 | 0,455172 | 0,495667 | 0,475738 | 0,477524 | 0,422775 | 0,44925 | 0,481872 | 0,438136 | 0,464884 | 0,4931 | 0,463111 | 0,476911 |
| | 0,15 | Pearth | 0,1 | 0,424494 | 0,450173 | 0,438798 | 0,44581 | 0,458966 | 0,488579 | 0,474619 | 0,473132 | 0,422931 | 0,457972 | 0,47759 | 0,443869 | 0,457348 | 0,483755 | 0,462698 | 0,476238 | | | |
| | | | 0,01 | 0,415707 | 0,472331 | 0,489649 | 0,449463 | 0,452985 | 0,501476 | 0,483342 | 0,486605 | 0,422239 | 0,472241 | 0,489818 | 0,451313 | 0,458231 | 0,500755 | 0,480105 | 0,483898 | | | |
| | | | 0,001 | 0,434481 | 0,461767 | 0,458052 | 0,444781 | 0,449852 | 0,498978 | 0,477987 | 0,482773 | 0,419598 | 0,473045 | 0,490581 | 0,464052 | 0,466271 | 0,497267 | 0,486049 | 0,489412 | | | |
| | | | 0,85 | Pearth | 0,1 | 0,421283 | 0,425485 | 0,419421 | 0,415588 | 0,440599 | 0,478239 | 0,459268 | 0,473216 | 0,422748 | 0,44367 | 0,420242 | 0,42344 | 0,432577 | 0,486955 | 0,462899 | 0,472144 | |
| | | | | | 0,01 | 0,419687 | 0,429512 | 0,419554 | 0,408315 | 0,437275 | 0,483043 | 0,460435 | 0,467188 | 0,4154 | 0,419394 | 0,422322 | 0,415629 | 0,431096 | 0,486598 | 0,463481 | 0,464692 | |
| | | | | | 0,001 | 0,424255 | 0,42534 | 0,424236 | 0,424709 | 0,440379 | 0,481455 | 0,460395 | 0,470872 | 0,421266 | 0,419394 | 0,419822 | 0,42611 | 0,439472 | 0,479632 | 0,469905 | 0,464332 | |
| 0,15 | Pearth | 0,1 | 0,423121 | 0,42082 | 0,427597 | 0,424734 | 0,433364 | 0,480711 | 0,459062 | 0,466435 | 0,419945 | 0,420947 | 0,415094 | 0,414884 | 0,436482 | 0,482244 | 0,464684 | 0,466314 | | | | |
| | | 0,01 | 0,421277 | 0,419109 | 0,416329 | 0,420007 | 0,442432 | 0,479684 | 0,458658 | 0,46383 | 0,422652 | 0,422686 | 0,423111 | 0,430502 | 0,43776 | 0,482264 | 0,459161 | 0,471827 | | | | |
| | | 0,001 | 0,417929 | 0,440039 | 0,431976 | 0,425575 | 0,436367 | 0,484246 | 0,467162 | 0,468406 | 0,419246 | 0,415224 | 0,435402 | 0,423073 | 0,437508 | 0,479398 | 0,455829 | 0,466576 | | | | |
| | | 0,85 | Pearth | 0,1 | 0,423048 | 0,444598 | 0,428485 | 0,426077 | 0,43737 | 0,47799 | 0,462683 | 0,460477 | 0,415432 | 0,436953 | 0,424146 | 0,416685 | 0,437189 | 0,478274 | 0,457896 | 0,478254 | | |
| | | | | 0,01 | 0,421352 | 0,435997 | 0,425144 | 0,419785 | 0,435707 | 0,487666 | 0,460034 | 0,469778 | 0,415195 | 0,435846 | 0,443991 | 0,428672 | 0,435001 | 0,486367 | 0,463756 | 0,477092 | | |
| | | | | 0,001 | 0,421329 | 0,455761 | 0,444813 | 0,433538 | 0,446884 | 0,477842 | 0,469868 | 0,466762 | 0,419553 | 0,449811 | 0,435749 | 0,434663 | 0,452334 | 0,4819 | 0,473837 | 0,474846 | | |

| COST XARXA (move 0 - 12.000.000 it.) | | | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|---------------|-------|-------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,85 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 0,411984 | 0,40625 | 0,411908 | 0,415568 | 0,442291 | 0,487847 | 0,468221 | 0,488928 | 0,408677 | 0,4073 | 0,405769 | 0,408459 | 0,450764 | 0,486478 | 0,466252 | 0,491688 | |
| | | | | | | 0,01 | 0,409395 | 0,404768 | 0,415893 | 0,398658 | 0,439527 | 0,485731 | 0,470496 | 0,485509 | 0,415802 | 0,416661 | 0,411836 | 0,403144 | 0,451304 | 0,486566 | 0,478333 | 0,488129 | |
| | | | | | | 0,001 | 0,412013 | 0,407708 | 0,411269 | 0,412337 | 0,442164 | 0,484129 | 0,467777 | 0,483424 | 0,405938 | 0,408356 | 0,406254 | 0,408932 | 0,447214 | 0,484002 | 0,478303 | 0,484143 | |
| | | 0,5 | 0,1 | 0,41336 | 0,401446 | 0,41211 | 0,41502 | 0,437236 | 0,489843 | 0,473741 | 0,484039 | 0,409246 | 0,412054 | 0,408797 | 0,40859 | 0,441862 | 0,486122 | 0,478509 | 0,485245 | | | | |
| | | | 0,01 | 0,413462 | 0,413437 | 0,412141 | 0,412921 | 0,446849 | 0,485815 | 0,473507 | 0,48336 | 0,412027 | 0,412783 | 0,411534 | 0,412763 | 0,450151 | 0,493737 | 0,470776 | 0,483534 | | | | |
| | | | 0,001 | 0,413411 | 0,40852 | 0,410914 | 0,411169 | 0,441479 | 0,493537 | 0,471579 | 0,483206 | 0,411508 | 0,414453 | 0,415891 | 0,408657 | 0,445478 | 0,492941 | 0,471574 | 0,485067 | | | | |
| | | 0,85 | 0,1 | 0,409141 | 0,416537 | 0,413879 | 0,410357 | 0,440806 | 0,487916 | 0,471062 | 0,480638 | 0,409251 | 0,40102 | 0,410267 | 0,415496 | 0,444755 | 0,49378 | 0,475366 | 0,484531 | | | | |
| | | | 0,01 | 0,413811 | 0,423262 | 0,418412 | 0,427845 | 0,446568 | 0,496154 | 0,477333 | 0,488182 | 0,414269 | 0,410832 | 0,414168 | 0,429601 | 0,445237 | 0,48605 | 0,475338 | 0,489049 | | | | |
| | | | 0,001 | 0,409592 | 0,413299 | 0,413431 | 0,425499 | 0,447545 | 0,493678 | 0,485263 | 0,48356 | 0,409516 | 0,413866 | 0,416057 | 0,427122 | 0,449351 | 0,491833 | 0,476667 | 0,488498 | | | | |
| | Probabilitats | Pbest | 0,75 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 0,405486 | 0,406549 | 0,421288 | 0,438409 | 0,471007 | 0,516168 | 0,501853 | 0,518921 | 0,405328 | 0,406903 | 0,419128 | 0,433416 | 0,47705 | 0,506882 | 0,499733 | 0,52033 |
| | | | | | | | 0,01 | 0,405117 | 0,404174 | 0,418609 | 0,435505 | 0,467401 | 0,511972 | 0,499046 | 0,519102 | 0,405141 | 0,410295 | 0,419705 | 0,425138 | 0,466706 | 0,511158 | 0,499661 | 0,518446 |
| | | | | | | | 0,001 | 0,405303 | 0,401814 | 0,421189 | 0,436074 | 0,469742 | 0,512689 | 0,491532 | 0,515855 | 0,4052 | 0,404274 | 0,415592 | 0,42993 | 0,473485 | 0,514132 | 0,493938 | 0,519403 |
| | | | 0,5 | 0,1 | 0,405376 | 0,403218 | 0,420414 | 0,433734 | 0,468553 | 0,514176 | 0,502192 | 0,513804 | 0,405209 | 0,404131 | 0,429122 | 0,43129 | 0,472682 | 0,507869 | 0,4953 | 0,517481 | | | |
| | | | | 0,01 | 0,405515 | 0,405133 | 0,419984 | 0,428092 | 0,469824 | 0,518233 | 0,504285 | 0,516115 | 0,405492 | 0,407722 | 0,421859 | 0,426896 | 0,468318 | 0,514032 | 0,502488 | 0,516595 | | | |
| | | | | 0,001 | 0,40559 | 0,402727 | 0,424677 | 0,437061 | 0,471209 | 0,517234 | 0,500498 | 0,51604 | 0,405704 | 0,404493 | 0,418326 | 0,433523 | 0,474313 | 0,515709 | 0,50626 | 0,518132 | | | |
| | | | 0,85 | 0,1 | 0,405702 | 0,402167 | 0,420974 | 0,431006 | 0,465218 | 0,520493 | 0,503802 | 0,515714 | 0,405583 | 0,413005 | 0,419867 | 0,426992 | 0,470738 | 0,509297 | 0,494159 | 0,516926 | | | |
| | | | | 0,01 | 0,405987 | 0,405123 | 0,427029 | 0,441218 | 0,469382 | 0,510395 | 0,497596 | 0,514615 | 0,405887 | 0,404071 | 0,422525 | 0,434036 | 0,476934 | 0,521894 | 0,49869 | 0,521275 | | | |
| | | | | 0,001 | 0,407533 | 0,407307 | 0,419311 | 0,441528 | 0,469207 | 0,515021 | 0,505451 | 0,515201 | 0,405984 | 0,406605 | 0,426436 | 0,43941 | 0,469041 | 0,519294 | 0,510029 | 0,516163 | | | |

| COST XARXA (move 0 - 12.000.000 it.) | | | | | 5 FORMIGUES | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-------|--------|--------|----------|-------------|----------|----------|----------|----------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | |
| Probabilitats | Pbest | 0,5 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 0,399529 | 0,424677 | 0,495783 | 0,526756 | 0,561909 | 0,623329 | 0,612389 | 0,645871 | 0,399076 | 0,429408 | 0,488946 | 0,530502 | 0,569517 | 0,631285 | 0,616413 | 0,641765 |
| | | | | | 0,01 | 0,399837 | 0,423278 | 0,479608 | 0,521937 | 0,560327 | 0,619139 | 0,612628 | 0,633003 | 0,399605 | 0,430155 | 0,491555 | 0,527349 | 0,561285 | 0,623192 | 0,606171 | 0,633694 |
| | | | | | 0,001 | 0,399944 | 0,427859 | 0,492309 | 0,529153 | 0,558432 | 0,623229 | 0,61255 | 0,637903 | 0,399677 | 0,422843 | 0,488303 | 0,525961 | 0,568591 | 0,621334 | 0,617769 | 0,626542 |
| | | 0,85 | Pearth | 0,1 | 0,401475 | 0,424188 | 0,490179 | 0,516321 | 0,561496 | 0,611089 | 0,606923 | 0,625133 | 0,400592 | 0,428317 | 0,48187 | 0,520741 | 0,565829 | 0,624333 | 0,605048 | 0,63037 | |
| | | | | 0,01 | 0,402503 | 0,426449 | 0,486506 | 0,523463 | 0,560765 | 0,613647 | 0,607625 | 0,627203 | 0,401839 | 0,429089 | 0,496528 | 0,52385 | 0,56396 | 0,617485 | 0,605515 | 0,62906 | |
| | | | | 0,001 | 0,402574 | 0,426065 | 0,487042 | 0,525617 | 0,564233 | 0,617145 | 0,607028 | 0,63079 | 0,40206 | 0,432685 | 0,486954 | 0,527337 | 0,566592 | 0,62347 | 0,612172 | 0,634166 | |
| | 0,85 | Pearth | 0,1 | 0,403437 | 0,433396 | 0,483571 | 0,525959 | 0,563761 | 0,621861 | 0,610333 | 0,626559 | 0,402019 | 0,431786 | 0,480134 | 0,522861 | 0,555791 | 0,62035 | 0,607073 | 0,632057 | | |
| | | | 0,01 | 0,404964 | 0,423476 | 0,495135 | 0,534249 | 0,562557 | 0,627456 | 0,614286 | 0,628606 | 0,404408 | 0,426689 | 0,495872 | 0,530195 | 0,571039 | 0,626214 | 0,618903 | 0,635182 | | |
| | | | 0,001 | 0,405143 | 0,432846 | 0,497252 | 0,520332 | 0,563249 | 0,617958 | 0,615912 | 0,632648 | 0,404882 | 0,431614 | 0,492555 | 0,529832 | 0,572616 | 0,625404 | 0,617425 | 0,636543 | | |

**ANNEX 3.B – Temps d'execució
(en funció del número de
nodes)**

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; move 0 - 12.000.000 lt.) | | | | 1 FORMIGA | | | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | | | |
|--|--------|--------|--------|-----------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,99 | Prhode | Pearth | 0,15 | 0,1 | 91501,718 | 197588,348 | 378975,685 | 564147,257 | 737566,095 | 1182409,896 | 1652459,272 | 2691832,229 | 91501,718 | 197588,348 | 378975,685 | 564147,257 | 737566,095 | 1182409,896 | 1652459,272 | 2691832,229 | |
| | | | | | 0,01 | 0,001 | 90325,645 | 201728,880 | 373795,087 | 567727,481 | 737274,077 | 1192726,540 | 1682261,135 | 2601018,554 | 90325,645 | 201728,607 | 373795,360 | 567727,481 | 737274,077 | 1192726,540 | 1682261,135 | 2601018,554 | |
| | | | | | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 125631,851 | 285093,817 | 509427,837 | 755991,247 | 1026776,169 | 1698210,131 | 2343334,450 | 3626798,661 | 125631,851 | 285093,817 | 509427,837 | 755991,247 | 1026776,169 | 1698210,131 | 2343334,450 | 3626798,661 |
| | | 0,85 | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 126135,883 | 296610,536 | 540045,751 | 737682,102 | 1102476,901 | 1739248,696 | 2399037,930 | 3805525,831 | 126135,883 | 296610,536 | 540045,751 | 737682,102 | 1102476,901 | 1739248,696 | 2399037,930 | 3805525,831 | | |
| | | | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 126443,902 | 297366,584 | 536809,548 | 738142,131 | 1077775,357 | 1741000,805 | 2493399,829 | 3615753,970 | 126443,902 | 297366,584 | 536809,548 | 738142,131 | 1077775,357 | 1741000,805 | 2493399,829 | 3615753,970 | | |
| | | | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 157481,842 | 348341,769 | 656641,038 | 898680,164 | 1348376,268 | 2158862,921 | 3109858,354 | 4280959,543 | 157481,842 | 348341,769 | 656641,038 | 898680,164 | 1348376,268 | 2158862,921 | 3109858,354 | 4280959,543 | | |
| | 0,99 | Prhode | Pearth | 0,15 | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 159685,979 | 376787,548 | 711036,437 | 895823,985 | 1421952,867 | 2222010,866 | 3205580,337 | 4398966,919 | 159685,979 | 376787,548 | 711036,437 | 895823,985 | 1421952,867 | 2222010,866 | 3205580,337 | 4398966,919 |
| | | | | | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 157925,869 | 378219,638 | 708072,251 | 917097,315 | 1446162,379 | 2265813,605 | 3259359,698 | 4546568,142 | 157925,869 | 378219,638 | 708072,251 | 917097,315 | 1446162,379 | 2265813,605 | 3259359,698 | 4546568,142 |
| | | | | | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 94641,914 | 184155,509 | 338709,168 | 551134,444 | 723325,205 | 1176873,549 | 1613592,844 | 2641565,088 | 94641,914 | 184155,509 | 338709,168 | 551134,444 | 723325,205 | 1176873,549 | 1613592,844 | 2641565,088 |
| | | 0,85 | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 97410,087 | 183531,470 | 364566,784 | 579428,212 | 753107,066 | 1192006,496 | 1656835,545 | 2652725,786 | 97410,087 | 183531,470 | 364566,784 | 579428,212 | 753107,066 | 1192006,496 | 1656835,545 | 2652725,786 | | |
| | | | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 94949,934 | 189795,860 | 349025,813 | 569099,567 | 741382,334 | 1185854,111 | 1648002,994 | 2668434,767 | 94949,934 | 189795,860 | 349025,813 | 569099,567 | 741382,334 | 1185854,111 | 1648002,994 | 2668434,767 | | |
| | | | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 130308,143 | 268384,773 | 494658,915 | 740482,277 | 998550,405 | 1303241,447 | 2567296,447 | 3627650,714 | 130308,143 | 268384,773 | 494658,915 | 740482,277 | 998550,405 | 1620429,271 | 2250108,623 | 3627650,714 | | |
| 0,99 | Prhode | Pearth | 0,15 | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 130400,149 | 279669,478 | 512900,054 | 772396,272 | 1015183,445 | 1703230,445 | 2353555,088 | 3717264,315 | 130400,149 | 279669,478 | 512900,054 | 772396,272 | 1015183,445 | 1703230,445 | 2353555,088 | 3717264,315 | |
| | | | | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 131260,203 | 275985,247 | 500031,251 | 770064,125 | 1057290,077 | 1668572,279 | 2336630,031 | 3729757,095 | 131260,203 | 275985,247 | 500031,251 | 770064,125 | 1057290,077 | 1668572,279 | 2336630,031 | 3729757,095 | |
| | | | | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 161730,107 | 356562,284 | 671405,960 | 925085,814 | 1304381,519 | 2159786,978 | 2969009,551 | 4217039,549 | 161730,107 | 356562,284 | 671405,960 | 925085,814 | 1304381,519 | 2159786,978 | 2969009,551 | 4217039,549 | |
| | 0,85 | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 160518,031 | 371579,223 | 682302,641 | 977561,093 | 1344356,017 | 2224599,029 | 3022384,888 | 4208038,985 | 160518,031 | 371579,223 | 682302,641 | 977561,093 | 1344356,017 | 2224599,029 | 3022384,888 | 4208038,985 | | | |
| | | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 161914,118 | 357202,324 | 654464,901 | 935818,485 | 1352192,507 | 2215106,436 | 3160089,493 | 4505837,597 | 161914,118 | 357202,324 | 654464,901 | 935818,485 | 1352192,507 | 2215106,436 | 3160089,493 | 4505837,597 | | | |

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; move 0 - 12.000.000 it.) | | | 1 FORMIGA | | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|-------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|------------|
| | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,85 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 105770,610 | 182819,425 | 368811,049 | 578712,168 | 772864,300 | 1285392,332 | 1766694,412 | 2846041,866 | 105770,610 | 182819,425 | 368811,049 | 578712,168 | 772864,300 | 1285392,332 | 1766694,412 | 2846041,866 | | | |
| | | | | | | 0,01 | 104370,522 | 181131,320 | 377579,597 | 606625,912 | 782852,925 | 1304401,520 | 1759081,936 | 2877731,847 | 104370,522 | 181131,320 | 377579,597 | 606625,912 | 782852,925 | 1304401,520 | 1759081,936 | 2877731,847 | 104370,522 | 181131,320 | 377579,597 |
| | | | | | | 0,001 | 103906,493 | 180459,278 | 376143,507 | 611258,202 | 773152,318 | 1278155,880 | 1784791,543 | 2885348,323 | 103906,493 | 180459,278 | 376143,507 | 611258,202 | 773152,318 | 1278155,880 | 1784791,543 | 2885348,323 | 103906,493 | 180459,278 | 376143,507 |
| | | | | 0,85 | 0,1 | 134212,387 | 262308,394 | 500247,263 | 787521,216 | 1018867,676 | 1729340,077 | 2319568,964 | 3830031,362 | 134212,387 | 262308,394 | 500247,263 | 787521,216 | 1018867,676 | 1729340,077 | 2319568,964 | 3830031,362 | 134212,387 | 262308,394 | 500247,263 | |
| | | | | | 0,01 | 136656,539 | 264428,526 | 519776,484 | 808130,506 | 1059210,196 | 1772366,766 | 2407778,477 | 3892319,255 | 136656,539 | 264428,526 | 519776,484 | 808130,506 | 1059210,196 | 1772366,766 | 2407778,477 | 3892319,255 | 136656,539 | 264428,526 | 519776,484 | |
| | | | | | 0,001 | 137300,580 | 272485,030 | 508279,765 | 809694,602 | 1053369,832 | 1778111,125 | 2438552,400 | 3927257,438 | 137300,580 | 272485,030 | 508279,765 | 809694,602 | 1053369,832 | 1778111,125 | 2438552,400 | 3927257,438 | 137300,580 | 272485,030 | 508279,765 | |
| | | 0,85 | 0,1 | 160882,053 | 353674,104 | 649524,593 | 993398,083 | 1291696,726 | 2170075,621 | 2944688,032 | 4650210,620 | 160882,053 | 353674,104 | 649524,593 | 993398,083 | 1291696,726 | 2170075,621 | 2944688,032 | 4650210,620 | 160882,053 | 353674,104 | 649524,593 | | | |
| | | | 0,01 | 165114,318 | 364630,788 | 666369,646 | 984625,535 | 1286772,419 | 2158018,867 | 2984310,508 | 4701725,839 | 165114,318 | 364630,788 | 666369,646 | 984625,535 | 1286772,419 | 2158018,867 | 2984310,508 | 4701725,839 | 165114,318 | 364630,788 | 666369,646 | | | |
| | | | 0,001 | 165906,368 | 363142,695 | 666057,625 | 981121,317 | 1313358,080 | 2222506,898 | 3025713,095 | 4901366,317 | 165906,368 | 363142,695 | 666057,625 | 981121,317 | 1313358,080 | 2222506,898 | 3025713,095 | 4901366,317 | 165906,368 | 363142,695 | 666057,625 | | | |
| | | | 0,85 | 0,1 | 113555,096 | 201708,606 | 409069,566 | 683230,699 | 866074,125 | 1454090,876 | 2024842,544 | 3309562,835 | 113555,096 | 201708,606 | 409069,566 | 683230,699 | 866074,125 | 1454090,876 | 2024842,544 | 3309562,835 | 113555,096 | 201708,606 | 409069,566 | | |
| | | | | 0,01 | 118039,377 | 208233,013 | 444595,785 | 715144,694 | 885535,343 | 1489317,076 | 2035583,216 | 3280253,004 | 118039,377 | 208233,013 | 444595,785 | 715144,694 | 885535,343 | 1489317,076 | 2035583,216 | 3280253,004 | 118039,377 | 208233,013 | 444595,785 | | |
| | | | | 0,001 | 119707,481 | 86959,034 | 731855,337 | 712784,546 | 878646,912 | 1496805,545 | 2020070,246 | 3315203,187 | 119707,481 | 207776,985 | 437119,318 | 712784,546 | 878646,912 | 1496805,545 | 2020070,246 | 3315203,187 | 119707,481 | 86959,034 | 731855,337 | | |
| 0,85 | 0,1 | 146517,156 | 288630,039 | 558242,887 | 893983,870 | 1093204,322 | 1859752,227 | 2532994,302 | 4155959,732 | 146517,156 | 288630,039 | 558242,887 | 893983,870 | 1093204,322 | 1859752,227 | 2532994,302 | 4155959,732 | 146517,156 | 288630,039 | 558242,887 | | | | | |
| | 0,01 | 144669,041 | 287737,982 | 549214,324 | 917257,325 | 1135626,972 | 1892906,299 | 2597062,307 | 4224520,015 | 144669,041 | 287737,982 | 549214,324 | 917257,325 | 1135626,972 | 1892906,299 | 2597062,307 | 4224520,015 | 144669,041 | 287737,982 | 549214,324 | | | | | |
| | 0,001 | 17000,000 | 420527,343 | 578508,155 | 906336,642 | 1118669,913 | 1921768,103 | 2601578,588 | 4233612,584 | 144293,017 | 293234,326 | 578508,155 | 906336,642 | 1118669,913 | 1921768,103 | 2601578,588 | 4233612,584 | 144293,017 | 293234,326 | 578508,155 | | | | | |
| | 0,1 | 166466,403 | 352346,020 | 695987,496 | 1063234,449 | 1329407,082 | 2268033,744 | 3123503,206 | 5027530,201 | 166466,403 | 352346,020 | 695987,496 | 1063234,449 | 1329407,082 | 2268033,744 | 3123503,206 | 5027530,201 | 166466,403 | 352346,020 | 695987,496 | | | | | |
| | 0,01 | 166498,405 | 366170,884 | 707488,216 | 1071854,986 | 1402135,628 | 2303547,963 | 3178290,631 | 5247619,955 | 166498,405 | 366170,884 | 707488,216 | 1071854,986 | 1402135,628 | 2303547,963 | 3178290,631 | 5247619,955 | 166498,405 | 366170,884 | 707488,216 | | | | | |
| | 0,001 | 166786,423 | 358022,375 | 715828,736 | 1072367,019 | 1395451,210 | 2357827,355 | 3205216,314 | 5281370,065 | 166786,423 | 358022,375 | 715828,736 | 1072367,019 | 1395451,210 | 2357827,355 | 3205216,314 | 5281370,065 | 166786,423 | 358022,375 | 715828,736 | | | | | |

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; move 0 - 12.000.000 it.) | | 1 FORMIGA | | | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | | |
|---|-------|-----------|-------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,5 | 0,15 | 0,1 | 147185,198 | 339141,194 | 677278,328 | 1046777,419 | 1363089,188 | 2125636,845 | 2931435,203 | 4688148,990 | 147185,198 | 339141,194 | 677278,328 | 1046777,419 | 1363089,188 | 2125636,845 | 2931435,203 | 4688148,990 |
| | | | | 0,01 | 146029,126 | 339069,190 | 675618,223 | 1044509,278 | 1360785,044 | 2132589,279 | 2923094,682 | 4701513,825 | 146029,126 | 339069,190 | 675618,223 | 1044509,278 | 1360785,044 | 2132589,279 | 2923094,682 | 4701513,825 |
| | | | | 0,001 | 144241,014 | 338837,176 | 674626,161 | 1043601,221 | 1363173,193 | 2128445,020 | 2932127,246 | 4707750,217 | 144241,014 | 338837,176 | 674626,161 | 1043601,221 | 1363173,193 | 2128445,020 | 2932127,246 | 4707750,217 |
| | | 0,85 | 0,15 | 0,1 | 164070,253 | 390960,433 | 777620,599 | 1190978,431 | 1546160,629 | 2455769,477 | 3370186,623 | 5426319,123 | 164070,253 | 390960,433 | 777620,599 | 1190978,431 | 1546160,629 | 2455769,477 | 3370186,623 | 5426319,123 |
| | | | | 0,01 | 164818,300 | 396016,750 | 792641,536 | 1209111,565 | 1573350,328 | 2508808,791 | 3422237,877 | 5507840,218 | 164818,300 | 396016,750 | 792641,536 | 1209111,565 | 1573350,328 | 2508808,791 | 3422237,877 | 5507840,218 |
| | | | | 0,001 | 165750,358 | 399060,940 | 795745,731 | 1207687,475 | 1573906,363 | 2500424,268 | 3419173,684 | 5520937,037 | 165750,358 | 399060,940 | 795745,731 | 1207687,475 | 1573906,363 | 2500424,268 | 3419173,684 | 5520937,037 |
| | 0,85 | 0,15 | 0,1 | 188051,751 | 450424,150 | 893375,833 | 1356576,781 | 1769526,588 | 2849026,053 | 3895571,459 | 6285760,835 | 188051,751 | 450424,150 | 893375,833 | 1356576,781 | 1769526,588 | 2849026,053 | 3895571,459 | 6285760,835 | |
| | | | 0,01 | 179687,229 | 440735,544 | 892223,760 | 1366153,380 | 1777067,060 | 2870659,405 | 3939934,230 | 6341800,338 | 179687,229 | 440735,544 | 892223,760 | 1366153,380 | 1777067,060 | 2870659,405 | 3939934,230 | 6341800,338 | |
| | | | 0,001 | 175862,990 | 442551,658 | 900744,293 | 1365169,318 | 1776094,999 | 2878215,877 | 3953615,085 | 6375670,455 | 175862,990 | 442551,658 | 900744,293 | 1365169,318 | 1776094,999 | 2878215,877 | 3953615,085 | 6375670,455 | |

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg, move 0 - 12.000.000 it.) | | 5 FORMIGUES | | | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | | | | |
|--|-------|-------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,99 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 93993,874 | 195968,247 | 341469,340 | 524520,781 | 675610,222 | 1068366,769 | 1461987,369 | 2380660,782 | 82557,159 | 164234,264 | 316347,770 | 501199,323 | 638451,901 | 1019227,698 | 1415220,445 | 2287818,981 |
| | | | | | | 0,01 | 84081,254 | 193044,065 | 349937,869 | 532273,265 | 691867,239 | 1121326,078 | 1553161,068 | 2470366,388 | 86397,399 | 181331,332 | 341733,357 | 532661,290 | 672770,045 | 1099084,688 | 1533075,812 | 2431395,953 |
| | | | | | | 0,001 | 83125,194 | 184379,523 | 346937,683 | 530697,166 | 684634,787 | 1111677,475 | 1532987,807 | 2458593,651 | 82541,157 | 180915,307 | 334032,876 | 514044,126 | 676066,251 | 1127542,467 | 1544916,552 | 2452553,274 |
| | | | | 0,1 | 105406,587 | 234242,639 | 436535,282 | 623726,980 | 887215,448 | 1429661,348 | 1995912,737 | 3160633,527 | 100566,284 | 222893,930 | 420822,300 | 616014,499 | 829375,832 | 1294844,923 | 1717855,362 | 2906341,630 | | |
| | | | | 0,01 | 114951,183 | 259632,227 | 481998,122 | 688179,009 | 979905,240 | 1578710,663 | 2212642,281 | 3433554,584 | 113191,073 | 261948,371 | 482494,154 | 697131,568 | 971228,698 | 1500313,764 | 2183924,487 | 3353353,571 | | |
| | | | | 0,001 | 115755,233 | 272993,062 | 483534,218 | 696711,542 | 1034728,667 | 1645338,827 | 2256861,045 | 3552762,033 | 117063,315 | 261720,357 | 487634,475 | 711144,444 | 965956,369 | 1610864,672 | 2283542,712 | 3476797,286 | | |
| | | | 0,85 | 0,1 | 130300,143 | 292550,283 | 522064,627 | 754623,160 | 1100580,782 | 1739380,706 | 2517397,327 | 3799589,460 | 120387,523 | 272317,019 | 487918,493 | 706852,176 | 1001346,580 | 1573934,365 | 2248996,553 | 3539529,206 | | |
| | | | | 0,01 | 146913,181 | 337329,081 | 615506,467 | 834332,143 | 1222148,379 | 2037819,356 | 2939323,697 | 4322946,166 | 144549,033 | 328512,531 | 618838,675 | 805234,324 | 1306177,631 | 2035111,186 | 2842837,667 | 4404911,289 | | |
| | | | | 0,001 | 146381,148 | 337381,084 | 640672,040 | 830283,890 | 1326658,910 | 2062392,892 | 2974893,919 | 4304285,001 | 147169,196 | 337369,085 | 636155,757 | 878554,907 | 1279515,964 | 2053884,360 | 2887492,457 | 4121421,572 | | |
| | | | | 0,1 | 86337,395 | 149145,321 | 314823,675 | 487342,458 | 646336,393 | 1038844,924 | 1448170,504 | 2322653,157 | 86577,410 | 146657,166 | 303130,944 | 493650,852 | 638119,880 | 1009451,086 | 1391790,982 | 2244768,289 | | |
| | | | | 0,01 | 88757,547 | 169798,611 | 324908,305 | 513984,123 | 673370,083 | 1103824,984 | 1488405,020 | 2476774,788 | 88517,531 | 157401,837 | 304415,025 | 506883,679 | 655708,978 | 1098884,676 | 1494761,418 | 2422775,413 | | |
| | | | | 0,001 | 87033,439 | 168954,559 | 323284,204 | 523640,725 | 666869,677 | 1119753,980 | 1501165,817 | 2395557,713 | 89625,601 | 172050,752 | 327608,475 | 513984,121 | 674610,160 | 1096136,505 | 1514238,634 | 2416627,029 | | |
| 0,85 | 0,1 | 110654,915 | 221753,859 | 424630,537 | 638203,885 | 861329,831 | 1399683,474 | 1931372,704 | 3152565,022 | 104910,556 | 205992,873 | 382655,915 | 599321,455 | 801270,076 | 1281904,115 | 1777399,080 | 2903521,459 | | | | | |
| | 0,01 | 119279,454 | 254011,874 | 481618,100 | 715428,711 | 928330,017 | 1535871,986 | 2145854,107 | 3428502,269 | 119235,451 | 244527,282 | 448936,057 | 675710,229 | 928338,017 | 1476788,294 | 2125748,851 | 3288357,509 | | | | | |
| | 0,001 | 120211,512 | 255599,974 | 474901,680 | 707324,205 | 979397,208 | 1606280,386 | 2222810,917 | 3440235,001 | 119375,460 | 252399,774 | 483058,189 | 700619,786 | 965884,364 | 1618749,166 | 2206269,882 | 3469616,838 | | | | | |
| | 0,1 | 133340,332 | 282441,652 | 529065,065 | 781588,846 | 1054929,929 | 1704194,505 | 2299759,727 | 3728513,017 | 124255,765 | 252915,806 | 468585,285 | 716840,800 | 949355,330 | 1535959,992 | 2072769,539 | 3581411,824 | | | | | |
| | 0,01 | 147737,232 | 331060,690 | 607165,946 | 874522,654 | 1221032,310 | 1993740,601 | 2753260,068 | 4212851,286 | 145733,107 | 320872,053 | 604325,768 | 859917,742 | 1243349,705 | 1897894,610 | 2709701,346 | 4094435,886 | | | | | |
| | 0,001 | 148405,274 | 327648,476 | 624315,018 | 900412,272 | 1260002,746 | 2011113,686 | 2894336,885 | 4431420,947 | 150413,400 | 334732,919 | 619630,725 | 924429,772 | 1289928,616 | 2027626,719 | 2804555,274 | 4255845,973 | | | | | |

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; move 0 - 12.000.000 lt.) | | | | 5 FORMIGUES | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | | | | |
|--|-------|------|-------|-------------|--------|-------|------------|------------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,85 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 95401,962 | 160778,048 | 296666,540 | 533369,334 | 677006,310 | 1158356,392 | 1566217,883 | 2529082,057 | 95317,957 | 160534,032 | 326156,383 | 514356,145 | 650732,669 | 1110025,372 | 1514510,651 | 2472294,509 |
| | | | | | | 0,01 | 106490,655 | 186095,629 | 348701,793 | 546862,177 | 715652,726 | 1193638,597 | 1630537,902 | 2628716,285 | 94941,933 | 162690,167 | 335620,975 | 539477,715 | 672610,036 | 1181305,827 | 1615460,960 | 2613291,320 |
| | | | | | | 0,001 | 95425,963 | 161970,122 | 345401,587 | 551270,452 | 694319,392 | 1193518,590 | 1620349,266 | 2624256,006 | 95201,949 | 173610,850 | 334396,898 | 564483,278 | 711232,449 | 1204211,259 | 1630537,902 | 2666394,640 |
| | | | | 0,85 | Pearth | 0,1 | 118487,404 | 226674,166 | 435287,204 | 683654,726 | 875518,717 | 1477052,309 | 2007781,479 | 3205924,357 | 113715,106 | 203996,749 | 384908,055 | 633631,600 | 829343,831 | 1384070,499 | 1871172,940 | 3089549,086 |
| | | | | | | 0,01 | 124659,790 | 254455,902 | 479797,986 | 741802,360 | 982797,421 | 1632426,020 | 2219970,740 | 3553254,064 | 127003,937 | 255459,965 | 470773,421 | 735413,960 | 991537,968 | 1588163,254 | 2183848,482 | 3508931,294 |
| | | | | | | 0,001 | 122995,686 | 227778,235 | 458000,624 | 723737,230 | 963236,198 | 1640546,528 | 2217110,561 | 3669989,360 | 125731,857 | 245531,345 | 485358,333 | 748082,752 | 985193,571 | 1645234,821 | 2226891,172 | 3546061,615 |
| | | | | 0,85 | Pearth | 0,1 | 137824,613 | 277005,312 | 521548,594 | 811050,688 | 1077707,352 | 1746429,145 | 2403046,181 | 3946878,665 | 132752,296 | 265528,594 | 498467,152 | 772044,250 | 989245,824 | 1625661,598 | 2216702,535 | 3646555,896 |
| | | | | | | 0,01 | 145653,102 | 337161,071 | 618166,634 | 928606,033 | 1216912,053 | 2031566,965 | 2783577,962 | 4508105,739 | 146293,142 | 324724,294 | 603433,712 | 905640,599 | 1212907,802 | 1999992,992 | 2729298,570 | 4474783,657 |
| | | | | | | 0,001 | 154169,634 | 345157,572 | 630007,372 | 930478,152 | 1220868,299 | 2085606,343 | 2813447,829 | 4539807,720 | 149261,328 | 343701,480 | 637351,832 | 934582,407 | 1241077,562 | 2062868,922 | 2796194,751 | 4431504,952 |
| Probabilitats | Pbest | 0,75 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 106586,660 | 186219,639 | 391780,484 | 634031,625 | 757071,314 | 1317566,343 | 1810233,132 | 2944372,012 | 106314,644 | 185067,566 | 368039,001 | 632591,534 | 761011,560 | 1289448,585 | 1762454,147 | 2906213,627 |
| | | | | | | 0,01 | 104706,543 | 185287,580 | 379067,690 | 649260,576 | 798273,889 | 1361473,087 | 1871740,976 | 3040230,003 | 105062,566 | 184107,505 | 395564,722 | 640176,008 | 805270,326 | 1351956,492 | 1861340,327 | 3017024,552 |
| | | | | | | 0,001 | 108942,808 | 193256,078 | 391400,461 | 638339,893 | 815974,995 | 1366089,376 | 1877001,305 | 3056555,023 | 105686,605 | 193732,107 | 389556,346 | 648672,539 | 810786,671 | 1365489,338 | 1884601,780 | 3036705,782 |
| | | | | 0,85 | Pearth | 0,1 | 127467,965 | 241647,103 | 472037,500 | 761583,596 | 950019,373 | 1615220,945 | 2198205,379 | 3630974,922 | 122743,670 | 229738,358 | 426838,676 | 732441,774 | 901808,360 | 1531827,733 | 2100103,248 | 3479537,458 |
| | | | | | | 0,01 | 131836,239 | 266588,660 | 529809,112 | 820859,300 | 1045125,316 | 1753325,576 | 2372268,258 | 3892819,285 | 130368,147 | 256928,057 | 512896,054 | 825279,577 | 1027368,206 | 1716663,285 | 2345470,582 | 3860733,281 |
| | | | | | | 0,001 | 132640,289 | 266908,680 | 533117,319 | 825055,562 | 1053917,866 | 1746005,119 | 2452085,245 | 3951750,969 | 132912,306 | 269872,866 | 540797,798 | 842964,681 | 1058230,136 | 1758841,920 | 2429951,863 | 3930173,620 |
| | | | | 0,85 | Pearth | 0,1 | 143076,941 | 290478,154 | 566255,389 | 903472,463 | 1133202,821 | 1899118,687 | 2590709,910 | 4234000,608 | 138064,628 | 271912,994 | 540177,759 | 833988,120 | 1055717,978 | 1790931,926 | 2444268,758 | 4014986,921 |
| | | | | | | 0,01 | 150065,378 | 328124,506 | 644648,289 | 992270,013 | 1272991,556 | 2136297,511 | 2933247,316 | 4663395,444 | 149161,321 | 319123,944 | 627963,246 | 968560,531 | 1256082,500 | 2069245,320 | 2870435,391 | 4695781,468 |
| | | | | | | 0,001 | 154725,669 | 339037,189 | 666565,657 | 1006570,907 | 1311001,933 | 2182616,404 | 2937899,608 | 4783818,969 | 151157,446 | 335268,953 | 660721,293 | 1002018,622 | 1281752,104 | 2141009,805 | 2944236,003 | 4777946,603 |

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; move 0 - 12.000.000 it.) | | | | 5 FORMIGUES | | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | |
|---|--------|------|-------|-------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | |
| Probabilitats | Pbest | 0,5 | 0,15 | 0,1 | 134584,410 | 306591,161 | 612254,264 | 948543,280 | 1228616,783 | 1919855,984 | 2640877,045 | 4259330,191 | 134876,428 | 303826,988 | 604873,802 | 942246,888 | 1215099,938 | 1900774,791 | 2618219,629 | 4183077,426 |
| | | | | 0,01 | 145749,108 | 326972,434 | 635555,721 | 976577,032 | 1268539,278 | 1971851,233 | 2703236,942 | 4335050,924 | 133524,344 | 307539,220 | 617806,610 | 955995,746 | 1244461,775 | 1944441,520 | 2670990,926 | 4296616,522 |
| | | | | 0,001 | 132760,296 | 306539,158 | 619602,723 | 959415,960 | 1248246,010 | 1956874,296 | 2686855,919 | 4326214,371 | 136504,531 | 320812,049 | 634831,674 | 976004,997 | 1264419,021 | 1969887,110 | 2699552,711 | 4325066,301 |
| | | 0,85 | 0,1 | 150477,404 | 351493,967 | 696155,506 | 1066786,670 | 1390810,921 | 2183272,446 | 2994503,145 | 4833070,047 | 147821,238 | 341161,321 | 681290,577 | 1041965,119 | 1349580,344 | 2112388,016 | 2910577,900 | 4703137,928 | |
| | | | 0,01 | 151141,445 | 371823,237 | 744990,559 | 1125702,352 | 1464347,517 | 2297299,572 | 3146196,625 | 5065660,584 | 146353,146 | 358930,432 | 724761,294 | 1104969,056 | 1437769,855 | 2277558,339 | 3109074,305 | 5010777,154 | |
| | | | 0,001 | 148249,265 | 362482,653 | 732257,763 | 1115561,719 | 1454862,923 | 2306528,149 | 3160321,508 | 5080589,516 | 148641,289 | 364082,753 | 732949,807 | 1116177,757 | 1455366,955 | 2295443,456 | 3146296,631 | 5080449,508 | |
| | Pearth | 0,5 | 0,15 | 0,1 | 160186,010 | 388948,308 | 780772,795 | 1189566,344 | 1548528,776 | 2445616,842 | 3356929,795 | 5443744,213 | 157325,832 | 372799,298 | 743166,445 | 1139855,236 | 1483876,737 | 2333977,865 | 3213508,831 | 5212565,765 |
| | | | | 0,01 | 155765,734 | 399512,968 | 816067,001 | 1246637,910 | 1630073,873 | 2611835,230 | 3600293,004 | 5823955,974 | 156181,760 | 399792,986 | 814282,889 | 1248278,013 | 1620893,299 | 2597178,314 | 3564134,744 | 5769844,593 |
| | | | | 0,001 | 154077,628 | 401565,097 | 818627,161 | 1263910,989 | 1639094,438 | 2652609,777 | 3634375,135 | 5855069,918 | 155109,693 | 403065,190 | 826259,638 | 1259738,729 | 1652003,243 | 2640965,050 | 3610413,638 | 5901812,839 |

**ANNEX 4 – Resultats algoritme
FORMIGUES (*modificació 1; 12.000.000
iteracions pel total de formigues*)**

ANNEX 4.A – Cost Xarxa (en funció del número de nodes)

| COST XARXA (12.000.000 it.) | | | | | | 1 FORMIGA | | | | | | | 1 FORMIGA | | | | | | | | | |
|-----------------------------|-------|------|-------|------|--------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---|
| | | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 0,432900 | 0,422964 | 0,414307 | 0,423679 | 0,446549 | X | X | X | 0,422721 | 0,426994 | 0,421638 | 0,429147 | 0,435802 | X | X | X |
| | | | | | | 0,01 | 0,443548 | 0,435406 | 0,435680 | 0,423898 | 0,439442 | X | X | X | 0,416378 | 0,426631 | 0,409216 | 0,419344 | 0,439442 | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,484776 | X | X | X | X | X | X | X | 0,464626 | X | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,461377 | X | X | X | X | X | X | X | 0,450162 | X | |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,456221 | X | 0,466505 | X | X | X | X | X | 0,473885 | X | 0,468401 | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,478848 | X | 0,467130 | X | X | X | X | X | 0,487475 | X | 0,474480 | |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 0]; si no [disminució una unitat range, moviment move 1]

si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|-------|------|-------|------|--------|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---|
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 0,421277 | 0,417059 | 0,417817 | 0,417078 | 0,431925 | X | X | X | 0,439295 | 0,424757 | 0,428270 | 0,417237 | 0,452786 | X | X | X |
| | | | | | | 0,01 | 0,430559 | 0,426330 | 0,422469 | 0,422183 | 0,439639 | X | X | X | 0,439943 | 0,421092 | 0,429880 | 0,418599 | 0,446824 | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,460151 | X | X | X | X | X | X | X | 0,473592 | X | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,459245 | X | X | X | X | X | X | X | 0,476625 | X | |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,469432 | X | 0,463133 | X | X | X | X | X | 0,488957 | X | 0,480958 | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,478675 | X | 0,469993 | X | X | X | X | X | 0,506320 | X | 0,479946 | |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 1]; si no [disminució una unitat range, moviment move 0]

si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 0]; si no [disminució màxima del range, moviment move 1]

| COST XARXA (12.000.000 it.) | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | |
|--|-------|------|-------|--------|------|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---|
| | | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | Pearth | 0,15 | 0,1 | 0,427617 | 0,434438 | 0,420398 | 0,431871 | 0,444931 | X | X | X | 0,427658 | 0,421221 | 0,41898 | 0,4247 | 0,432081 | X | X | X | |
| | | | | | 0,01 | 0,01 | 0,421464 | 0,444319 | 0,42731 | 0,421606 | 0,446862 | X | X | X | 0,431014 | 0,438239 | 0,431773 | 0,412946 | 0,443760 | X | X | X | |
| | | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,462422 | X | X | X | X | X | X | X | X | 0,457025 | X |
| | | | | | 0,01 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,458353 | X | X | X | X | X | X | X | X | 0,457934 | X |
| | | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,476042 | X | 0,469578 | X | X | X | X | X | 0,469567 | X | 0,458515 | |
| | | | | | 0,01 | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,492991 | X | 0,468218 | X | X | X | X | X | 0,481914 | X | 0,470502 | |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 0]; si no [disminució una unitat range, moviment move 1] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0] | | | | | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | Pearth | 0,15 | 0,1 | 0,423603 | 0,421657 | 0,427407 | 0,420817 | 0,437282 | X | X | X | 0,427655 | 0,423769 | 0,421611 | 0,420083 | 0,436546 | X | X | X | |
| | | | | | 0,01 | 0,01 | 0,413549 | 0,435583 | 0,420043 | 0,430005 | 0,440693 | X | X | X | 0,417939 | 0,441265 | 0,433622 | 0,434480 | 0,443228 | X | X | X | |
| | | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,457125 | X | X | X | X | X | X | X | 0,465609 | X | |
| | | | | | 0,01 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,451485 | X | X | X | X | X | X | X | 0,473095 | X | |
| | | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,479945 | X | 0,452845 | X | X | X | X | X | 0,479758 | X | 0,474842 | |
| | | | | | 0,01 | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,472212 | X | 0,460525 | X | X | X | X | X | 0,496972 | X | 0,475519 | |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 1]; si no [disminució una unitat range, moviment move 0] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 0]; si no [disminució màxima del range, moviment move 1] | | | | | | | | | |

| COST XARXA (12.000.000 it.) | | | | | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | | | |
|--|-------|------|-------|--------|------|--|----------|----------|----------|----------|----------|-----|----------|--|----------|----------|----------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|---|
| | | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | Pearth | 0,15 | 0,1 | 0,454519 | 0,423893 | 0,421958 | 0,432763 | 0,434975 | X | X | X | 0,421282 | 0,425461 | 0,421321 | 0,412542 | 0,440583 | X | X | X | | |
| | | | | | 0,01 | 0,01 | 0,419647 | 0,415705 | 0,436076 | 0,419289 | 0,453012 | X | X | X | 0,419687 | 0,429558 | 0,419772 | 0,407620 | 0,437489 | X | X | X | | |
| | | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,452924 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 0,460605 | X |
| | | | | | 0,01 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,456268 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 0,457165 | X |
| | | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,487135 | X | 0,468785 | X | X | X | X | X | 0,477990 | X | 0,460624 | |
| | | | | | 0,01 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,479136 | X | 0,474466 | X | X | X | X | X | 0,487666 | X | 0,469778 | |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 0]; si no [disminució una unitat range, moviment move 1] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0] | | | | | | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | Pearth | 0,15 | 0,1 | 0,424259 | 0,437890 | 0,423669 | 0,437787 | 0,440017 | X | X | X | 0,424253 | 0,433266 | 0,415433 | 0,445073 | 0,436546 | X | X | X | | |
| | | | | | 0,01 | 0,01 | 0,425996 | 0,427446 | 0,429421 | 0,417586 | 0,436364 | X | X | X | 0,419378 | 0,427773 | 0,416334 | 0,451048 | 0,443228 | X | X | X | | |
| | | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,452987 | X | X | X | X | X | X | X | X | 0,461115 | X | |
| | | | | | 0,01 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,458204 | X | X | X | X | X | X | X | X | 0,468894 | X | |
| | | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,478000 | X | 0,461993 | X | X | X | X | X | 0,486167 | X | 0,477985 | |
| | | | | | 0,01 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,480073 | X | 0,462238 | X | X | X | X | X | 0,496960 | X | 0,475784 | |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 1]; si no [disminució una unitat range, moviment move 0] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 0]; si no [disminució màxima del range, moviment move 1] | | | | | | | | | | |

| COST XARXA (12.000.000 it.) | | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | |
|--|-------|------|-------|------|--------|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---|
| | | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 0,419926 | 0,438032 | 0,4156 | 0,420303 | 0,451654 | X | X | X | 0,422749 | 0,443637 | 0,420335 | 0,423771 | 0,432752 | X | X | X |
| | | | | | | 0,01 | 0,419322 | 0,440651 | 0,424654 | 0,409663 | 0,441262 | X | X | X | 0,415403 | 0,419523 | 0,423967 | 0,419419 | 0,433831 | X | X | X |
| | | | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,461989 | X | X | X | X | X | X | X | 0,464669 | X |
| | | | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,463142 | X | X | X | X | X | X | X | 0,458562 | X | |
| | | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,484832 | X | 0,475452 | X | X | X | X | X | 0,478274 | X | 0,468245 | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,475004 | X | 0,472498 | X | X | X | X | X | 0,486462 | X | 0,477092 | |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 0]; si no [disminució una unitat range, moviment move 1] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0] | | | | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 0,422697 | 0,444859 | 0,409447 | 0,425559 | 0,438820 | X | X | X | 0,426546 | 0,456674 | 0,410339 | 0,426495 | 0,441210 | X | X | X |
| | | | | | | 0,01 | 0,415365 | 0,437795 | 0,415297 | 0,425158 | 0,438813 | X | X | X | 0,415416 | 0,441972 | 0,430045 | 0,435324 | 0,439083 | X | X | X |
| | | | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,456285 | X | X | X | X | X | X | X | 0,475605 | X |
| | | | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,452716 | X | X | X | X | X | X | X | 0,466744 | X | |
| | | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,475995 | X | 0,461481 | X | X | X | X | X | 0,487912 | X | 0,481974 | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,479597 | X | 0,462456 | X | X | X | X | X | 0,478016 | X | 0,473675 | |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 1]; si no [disminució una unitat range, moviment move 0] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 0]; si no [disminució màxima del range, moviment move 1] | | | | | | | | |

| COST XARXA (12.000.000 it.) | | | 1 FORMIGA | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|-------|-------|-----------|------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | 0,433405 | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,01 | X | X | X | X | 0,438961 | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,464626 | X |
| | | | Pnode | 0,15 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,450133 | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,473981 | X | 0,468401 |
| | | | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,487475 | X | 0,474480 |
| | | 0,85 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | 0,411161 | 0,409352 | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,01 | X | X | 0,403011 | 0,410376 | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | Pnode | 0,15 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 0,75 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | 0,399834 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,01 | X | 0,405008 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | Pnode | 0,15 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | 0,5 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 0,400051 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,01 | 0,400328 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | Pnode | 0,15 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

| COST XARXA (12.000.000 it.) | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | |
|-----------------------------|-------|------|-------|------|------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | 0,432677 | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | 0,443758 | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,456907 | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,458069 | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,469567 | X | 0,458837 |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,481914 | X | 0,470502 |
| | | 0,85 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | 0,412920 | 0,412340 | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | 0,415793 | 0,406866 | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | 0,75 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | 0,404759 | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | 0,406320 | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | 0,5 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 0,399559 | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | 0,400051 | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

| COST XARXA (12.000.000 it.) | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | | | | |
|---|-------|--|-------|------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | 0,440599 | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | 0,437275 | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,459062 | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,458658 | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,477990 | X | 0,460477 |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,487666 | X | 0,469778 |
| | | 0,85 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | 0,411908 | 0,415859 | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | 0,414978 | 0,398462 | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 0,75 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | 0,406583 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | 0,404880 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | 0,5 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 0,399529 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | 0,399836 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| Modificació feta sobre algoritme original | | si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0] | | | | | | | | | | | |

| COST XARXA (12.000.000 it.) | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|-------|--------------|-------|------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | 0,432577 | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | 0,431096 | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,464684 | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,459161 | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,478274 | X | 0,468245 |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,486367 | X | 0,477092 |
| | | 0,85 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | 0,405769 | 0,409739 | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | 0,411836 | 0,403356 | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 0,75 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | 0,406903 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | 0,410295 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | 0,5 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 0,399077 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | 0,399606 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

ANNEX 4.B – Temps d'execució (en funció del número de nodes)

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; 12.000.000 it.) | | | | | | 1 FORMIGA | | | | | | | | 1 FORMIGA | | | | | | | | | | |
|---|-------|------|-------|------|--------|--|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|--|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|---|
| | | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 139328,707 | 328340,519 | 596281,266 | 890815,673 | 1207671,474 | X | X | X | 102870,428 | 178623,164 | 321272,078 | 535933,494 | 667513,717 | X | X | X | | |
| | | | | | | 0,01 | 134496,405 | 328472,528 | 606809,923 | 894703,915 | 1220256,262 | X | X | X | 102198,386 | 169478,592 | 340485,279 | 555302,704 | 687790,985 | X | X | X | | |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 2572468,770 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 2058832,670 | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 2600454,519 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 2149866,358 | X |
| | | | | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | X | 1836650,783 | X | 4149007,297 | X | X | X | X | X | X | 1958062,370 | X | 3871469,951 | | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 1821125,813 | X | 4239844,973 | X | X | X | X | X | 2021786,353 | X | 3851840,725 | | | |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 0]; si no [disminució una unitat range, moviment move 1] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0] | | | | | | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 135888,492 | 328220,512 | 599341,457 | 881055,063 | 1228488,775 | X | X | X | 90733,670 | 144033,001 | 305419,088 | 440079,503 | 550242,388 | X | X | X | | |
| | | | | | | 0,01 | 134248,389 | 322600,162 | 604897,803 | 880263,013 | 1233457,086 | X | X | X | 92009,749 | 142000,875 | 286501,905 | 440555,533 | 551606,474 | X | X | X | | |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 2809487,582 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 2809487,582 | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 2791402,451 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 2791402,451 | X |
| | | | | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | X | 2119900,486 | X | 4783934,977 | X | X | X | X | X | X | 2119900,486 | X | 4783934,977 | | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 2176460,021 | X | 4770166,118 | X | X | X | X | X | 2176460,021 | X | 4770166,118 | | | |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 1]; si no [disminució una unitat range, moviment move 0] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 0]; si no [disminució màxima del range, moviment move 1] | | | | | | | | | | |

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; 12.000.000 it.) | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | |
|---|-------|------|-------|------|------|--|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--|------------|------------|------------|------------|-----|-------------|-------------|-------------|
| | | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 136960,559 | 322112,130 | 602861,677 | 896100,003 | 1219348,204 | X | X | X | 100886,304 | 172238,764 | 315491,717 | 519228,451 | 666269,639 | X | X | X | |
| | | | | | 0,01 | 136996,561 | 323764,234 | 602613,661 | 906456,650 | 1215219,946 | X | X | X | 101982,373 | 168234,514 | 324320,268 | 532689,291 | 680866,552 | X | X | X | |
| | | | | | 0,5 | X | X | X | X | X | X | 2596802,291 | X | X | X | X | X | X | X | X | 1976055,497 | X |
| | | | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 2598118,373 | X | X | X | X | X | X | X | X | 2135765,477 | X |
| | | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | 1904367,015 | X | 4214959,418 | X | X | X | X | X | X | 1802660,658 | X | 3839931,980 |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 1815713,475 | X | 4250649,648 | X | X | X | X | X | X | 1956910,299 | X | 4001922,105 |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 0]; si no [disminució una unitat range, moviment move 1] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0] | | | | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 136424,525 | 327952,496 | 614442,400 | 905724,605 | 1236173,256 | X | X | X | 96106,006 | 147893,242 | 286693,917 | 463624,975 | 559986,998 | X | X | X | |
| | | | | | 0,01 | 136212,512 | 333852,865 | 612758,295 | 900676,288 | 1239421,460 | X | X | X | 93417,838 | 139148,696 | 281785,610 | 422350,395 | 564263,264 | X | X | X | |
| | | | | | 0,5 | X | X | X | X | X | X | 2802267,131 | X | X | X | X | X | X | X | X | 1329395,082 | X |
| | | | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 2766372,887 | X | X | X | X | X | X | X | X | 1318450,398 | X |
| | | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | 2117472,333 | X | 4763333,690 | X | X | X | X | X | X | 920325,516 | X | 2080306,011 |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 2110027,868 | X | 4810172,617 | X | X | X | X | X | X | 838180,384 | X | 2372252,256 |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 1]; si no [disminució una unitat range, moviment move 0] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 0]; si no [disminució màxima del range, moviment move 1] | | | | | | | | |

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; 12.000.000 it.) | | | | | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | |
|--|-------|------|-------|------|--------|--|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|--|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|---|
| | | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 138264,641 | 328424,525 | 609714,104 | 902212,385 | 1219396,208 | X | X | X | 101946,370 | 162298,144 | 320596,036 | 534053,376 | 650068,627 | X | X | X |
| | | | | | | 0,01 | 133588,348 | 313375,585 | 606553,907 | 870150,381 | 1220948,304 | X | X | X | 101870,366 | 167046,439 | 318483,905 | 539365,708 | 662677,415 | X | X | X |
| | | | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 2568340,510 | X | X | X | X | X | X | X | 1909139,315 | X |
| | | | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 2571488,708 | X | X | X | X | X | X | X | 2104855,545 | X | |
| | | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | 1847567,466 | X | 4228772,282 | X | X | X | X | X | 1697006,055 | X | 3703895,479 | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 1883885,736 | X | 4234900,664 | X | X | X | X | X | 1968951,052 | X | 4179377,194 | |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 0]; si no [disminució una unitat range, moviment move 1] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0] | | | | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,5 | Pearth | 0,1 | 137952,621 | 321540,095 | 611018,186 | 912561,031 | 1229704,853 | X | X | X | 92997,811 | 139512,720 | 291162,196 | 459164,696 | 538913,680 | X | X | X |
| | | | | | | 0,01 | 135740,483 | 323992,248 | 614890,428 | 866810,172 | 1243525,716 | X | X | X | 90573,660 | 142628,913 | 280945,558 | 444915,806 | 536541,531 | X | X | X |
| | | | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 2778629,653 | X | X | X | X | X | X | X | 1398567,405 | X |
| | | | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 2809423,578 | X | X | X | X | X | X | X | 1444542,279 | X | |
| | | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | 2095086,934 | X | 4713130,553 | X | X | X | X | X | 769828,111 | X | 2152566,527 | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 2119896,485 | X | 4530819,159 | X | X | X | X | X | 815226,949 | X | 2236275,758 | |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 1]; si no [disminució una unitat range, moviment move 0] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 0]; si no [disminució màxima del range, moviment move 1] | | | | | | | | |

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; 12.000.000 it.) | | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | |
|---|-------|------|-------|------|------|--|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--|------------|------------|------------|------------|-------------|-----|-------------|-------------|---|
| | | | | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,5 | 0,15 | 0,1 | 139280,704 | 330428,650 | 615770,483 | 890263,639 | 1229016,808 | X | X | X | 102590,411 | 152569,535 | 314295,642 | 529289,078 | 641812,111 | X | X | X | |
| | | | | | 0,01 | 146429,150 | 340901,305 | 648356,520 | 952195,508 | 1309689,851 | X | X | X | 109710,856 | 177983,123 | 341305,331 | 574831,924 | 716516,780 | X | X | X | | |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 2597990,364 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 1762134,127 | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 2808663,531 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 2275802,229 | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 1904203,005 | X | 4211171,182 | X | X | X | X | X | 1534539,903 | X | 3467296,692 | | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 1998748,914 | X | 4655410,945 | X | X | X | X | X | 2030118,874 | X | 4422032,359 | | |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 0]; si no [disminució una unitat range, moviment move 1] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0] | | | | | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,5 | 0,15 | 0,1 | 140352,771 | 331868,740 | 615406,460 | 874390,647 | 1240889,550 | X | X | X | 97862,115 | 130200,137 | 286557,909 | 465873,115 | 538165,634 | X | X | X | |
| | | | | | 0,01 | 144277,016 | 347949,745 | 657405,086 | 958923,929 | 1343683,975 | X | X | X | 100246,264 | 154529,658 | 324372,272 | 483426,212 | 587080,690 | X | X | X | | |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 2790442,392 | X | X | X | X | X | X | X | X | 1301761,355 | X | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 2998655,404 | X | X | X | X | X | X | X | X | 1487996,994 | X | |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 2122520,650 | X | 4758581,392 | X | X | X | X | X | 825979,620 | X | 2120816,543 | | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 2278610,404 | X | 4839822,470 | X | X | X | X | X | 925989,871 | X | 2637104,808 | | |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució màxima del range, moviment move 1]; si no [disminució una unitat range, moviment move 0] | | | | | | | | si [(cost < 0,45): disminució una unitat range, moviment move 0]; si no [disminució màxima del range, moviment move 1] | | | | | | | | | |

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; 12.000.000 it.) | | 1 FORMIGA | | | | | | | | | | | | |
|---|-------|-----------|-------|------|------|---------------|-----|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|---|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | 666849,675000 | X | X | X | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | 688479,027000 | X | X | X | |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 2081146,064000 | X | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 2165871,359000 | X | |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 1963374,703000 | X | 3910872,415000 | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 2026750,664000 | X | 3896079,490000 | |
| | | 0,85 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | 346437,651000 | 542077,878000 | X | X | X | X | |
| | | | | | 0,01 | X | X | 355530,219000 | 568995,560000 | X | X | X | X | |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 0,75 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | 193092,068000 | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | 0,01 | X | 195416,213000 | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | 0,5 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 138716,668000 | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | | 0,01 | 136312,518000 | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | | |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; 12.000.000 it.) | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | | | | |
|---|-------|-------------|-------|------|------|---------------|-----|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|---|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0.95 | Pnode | 0.15 | 0,1 | X | X | X | X | 737966,120000 | X | X | X | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | 757395,334000 | X | X | X | |
| | | | | 0.5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 2172027,742000 | X | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 2365427,830000 | X | |
| | | | | 0.85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 1951133,939000 | X | 4186989,671000 | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 2163115,186000 | X | 4427172,681000 | |
| | | 0.85 | Pnode | 0.15 | 0,1 | X | X | 358566,409000 | 598157,382000 | X | X | X | X | |
| | | | | | 0,01 | X | X | 382535,907000 | 604577,784000 | X | X | X | X | |
| | | | | 0.5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0.85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 0.75 | Pnode | 0.15 | 0,1 | X | 219909,744000 | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | 0,01 | X | 223901,993000 | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | 0.5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | 0.85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | 0.5 | Pnode | 0.15 | 0,1 | 156473,778000 | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | | 0,01 | 155349,708000 | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | 0.5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | 0.85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | | |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; 12.000.000 it.) | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | | | | |
|---|-------|-------------|-------|------|------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | 702031,874000 | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | 724061,250000 | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 2086718,413000 | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 2285066,808000 | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 1822861,921000 | X | 4069834,348000 |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 2158954,927000 | X | 4570989,668000 |
| | | 0,85 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | 325684,354000 | 584544,532000 | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | 367286,954000 | 586692,666000 | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | 0,75 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | 203588,724000 | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | 209829,114000 | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | 0,5 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 151097,442000 | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | 148729,294000 | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; 12.000.000 it.) | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | | |
|---|-------|--------------|-------|------|---------------|---------------|-----|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Phode | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | 641100,066000 | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | 664065,501000 | X | X | X |
| | | | | 0,5 | X | X | X | X | X | X | 1772546,778000 | X | |
| | | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 2137529,588000 | X | |
| | | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | 1531427,708000 | X | 3517743,845000 |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 1891138,189000 | X | 4138434,635000 | |
| | | 0,85 | Phode | 0,15 | 0,1 | X | X | 336121,006000 | 525568,846000 | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | 345069,566000 | 550274,390000 | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 0,75 | Phode | 0,15 | 0,1 | X | 188187,762000 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | 193880,117000 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | 0,5 | Phode | 0,15 | 0,1 | 138652,664000 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | 137312,580000 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | 0,85 | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

**ANNEX 5 – Resultats algoritme
FORMIGUES (*modificació 2; 24.000.000
iteracions pel total de formigues*)**

ANNEX 5.A – Cost Xarxa (en funció del número de nodes)

| COST XARXA (24.000.000 it.) | | 1 FORMIGA | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|-------|-----------|-------|------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | 0,426227 | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | 0,435056 | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,461494 | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,455189 | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,472631 | X | 0,462429 |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,479506 | X | 0,466784 |
| | | 0,85 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | 0,408931 | 0,406765 | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | 0,403992 | 0,402947 | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 0,75 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | 0,398595 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | 0,400829 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | 0,5 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 0,394166 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | 0,394892 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

| COST XARXA (24.000.000 it.) | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|-------|-------------|-------|------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | 0,436230 | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | 0,436666 | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,454168 | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,460430 | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,466651 | X | 0,454439 |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,477791 | X | 0,467057 |
| | | 0,85 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | 0,412306 | 0,411867 | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | 0,402792 | 0,409904 | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 0,75 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | 0,404051 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | 0,400956 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | 0,5 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 0,393423 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | 0,394139 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

| COST XARXA (24.000.000 it.) | | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | | | |
|---|-------|------|-------------|------|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | 0,432111 | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | 0,441656 | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,453775 | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,454821 | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,474622 | X | 0,462094 |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,483438 | X | 0,464745 |
| | | 0,85 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | 0,407648 | 0,409922 | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | 0,414376 | 0,407693 | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | 0,75 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | 0,404004 | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | 0,403999 | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | 0,5 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 0,393093 | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | 0,393742 | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| Modificació feta sobre algoritme original | | | | | si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0] | | | | | | | | |

| COST XARXA (24.000.000 it.) | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|-------|--------------|-------|------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | 0,433389 | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | 0,433981 | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 0,461364 | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 0,451038 | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 0,477914 | X | 0,466208 |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 0,478656 | X | 0,467131 |
| | | 0,85 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | 0,409957 | 0,404767 | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | 0,403259 | 0,408305 | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 0,75 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | 0,406991 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | 0,409257 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | 0,5 | Pnode | 0,15 | 0,1 | 0,392327 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | 0,393178 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

ANNEX 5.B – Temps d'execució (en funció del número de nodes)

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; 24.000.000 it.) | | 1 FORMIGA | | | | | | | | | | |
|---|-------|-----------|--------|---------------|---------------|-----|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | X | X | X | X | 1328947,054 | X | X | X |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | 1371981,743000 | X | X | X |
| | | | | 0,5 | X | X | X | X | X | X | 4139318,691000 | X |
| | | | Pearth | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 4285611,834000 | X |
| | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | 3756510,767000 | X | 7947716,702000 |
| | | | | 0,85 | X | X | X | X | X | 4054421,386000 | X | 8181551,315000 |
| | | 0,85 | Pnode | 0,15 | X | X | 663345,456000 | 1067866,738000 | X | X | X | X |
| | | | | 0,01 | X | X | 686970,933000 | 1109657,350000 | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | Pearth | 0,85 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 0,75 | Pnode | 0,15 | X | 388476,278000 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,01 | X | 391544,470000 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | Pearth | 0,85 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | 0,5 | Pnode | 0,15 | 277769,359000 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,01 | 271092,941000 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,5 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | Pearth | 0,85 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; 24.000.000 it.) | | 3 FORMIGUES | | | | | | | | | | | | | |
|---|-------|-------------|-------|------|--------|--------|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---|---|---|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,5 | 0,15 | Pearth | 0,1 | X | X | X | X | 1292256,761000 | X | X | X |
| | | | | | | | 0,01 | X | X | X | X | 1346476,149000 | X | X | X |
| | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 3902055,863000 | X | | | |
| | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 4210931,166000 | X | | | | |
| | | | 0,1 | X | X | X | X | X | 3568495,017000 | X | 7776141,979000 | | | | |
| | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 3948302,754000 | X | 8651664,695000 | | | | |
| | | 0,85 | Pnode | 0,5 | 0,15 | Pearth | 0,1 | X | X | 594313,142000 | 1042077,126000 | X | X | X | X |
| | | | | | | | 0,01 | X | X | 662441,401000 | 1076867,300000 | X | X | X | X |
| | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | |
| | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | | |
| | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | | |
| | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | | |
| | 0,75 | Pnode | 0,5 | 0,15 | Pearth | 0,1 | X | 375863,491000 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | | | 0,01 | X | 379639,726000 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | | |
| | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | | | |
| | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | | | |
| | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | | | |
| | 0,5 | Pnode | 0,5 | 0,15 | Pearth | 0,1 | 276617,286000 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | | | 0,01 | 271488,966000 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | | |
| | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | | | |
| | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | | | |
| | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | | | |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; 24.000.000 it.) | | 5 FORMIGUES | | | | | | | | | | |
|---|-------|-------------|--------|---------------|---------------|-----|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | X | X | X | X | 1276603,783000 | X | X | X |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | 1330255,136000 | X | X | X |
| | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 3743065,928000 | X |
| | | | Pearth | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 4150891,414000 | X |
| | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | 3400156,496000 | X | 7380213,234000 |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 3810782,159000 | X | 8476997,780000 |
| | | 0,85 | Pnode | 0,15 | X | X | 572899,804000 | 1038380,894000 | X | X | X | X |
| | | | | 0,01 | X | X | 626683,165000 | 1099768,731000 | X | X | X | X |
| | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | Pearth | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 0,75 | Pnode | 0,15 | X | 378639,664000 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,01 | X | 383383,960000 | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | Pearth | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | 0,5 | Pnode | 0,15 | 277213,324000 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,01 | 269420,837000 | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | Pearth | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

| TEMPS EXECUCIÓ (en seg; 24.000.000 it.) | | 10 FORMIGUES | | | | | | | | | | | | |
|---|-------|--------------|-------|------|--------|------|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---|
| | | 10 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | | | | | |
| Probabilitats | Pbest | 0,95 | Pnode | 0,15 | 0,1 | X | X | X | X | 1248154,005000 | X | X | X | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | 1313578,093000 | X | X | X | |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | 3483029,676 | X | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | 4015250,937000 | X | |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | 3054698,907000 | X | 6949710,329000 | |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | 3704755,534000 | X | 8326440,370000 | |
| | | 0,85 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | X | X | 631587,472000 | 1011827,235000 | X | X | X | X |
| | | | | | | 0,01 | X | X | 664281,514000 | 1063678,476000 | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | 0,75 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | X | 372103,255000 | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | | 0,01 | X | 377967,622000 | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | 0,5 | Pnode | 0,15 | Pearth | 0,1 | 274993,185000 | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | | 0,01 | 270492,904000 | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,5 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | 0,85 | 0,1 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | | | | | 0,01 | X | X | X | X | X | X | X | X | X |

Modificació feta sobre algoritme original

si [(cost < 0,40): disminució una unitat range, moviment move 1]; si no [disminució màxima del range, moviment move 0]

