

Resumen

El presente trabajo está basado en la utilización de un código comercial de CFD (FLUENT) para la simulación del flujo generado por turbinas radiales dentro de recipientes de agitación. Como el propio título indica, el trabajo se centra especialmente en un tipo concreto de impulsor radial, la denominada turbina Rushton.

El lector encontrará dentro de este trabajo una breve explicación de las ecuaciones matemáticas que gobiernan el comportamiento de los fluidos, así como la mención de algunos modelos, métodos y estrategias que FLUENT tiene implementados para predecir los efectos que produce la turbulencia.

Una gran parte del tiempo dedicado a la realización de este proyecto se destinó a aprender los diferentes métodos que utiliza FLUENT para simular la agitación. Existen tres metodologías, las dos que más se parecen entre ellas se usan cuando se quiere simular en estacionario y la última, la que se diferencia más de las otras dos, en transitorio. Así pues, también se comentan dos de estos métodos, en concreto el "Multiple Reference Frame" (MRF) y el "Sliding Mesh" (SM). También se ha intentado validar el primero de éstos mediante la comparación de resultados de ciertas simulaciones con valores experimentales y se ha conseguido con bastante éxito.

Una vez aprendido el modelo MRF, se hicieron muchas simulaciones para determinar como se ven afectados algunos de los parámetros básicos de agitación (N_p , N_Q , etc.) cuando se varían parámetros geométricos tanto de la misma turbina como del recipiente en el que se encuentra ésta. Además se incluye en pequeño estudio de transferencia de calor para ver cuál es la relación que hay entre la conducción de calor, que se produce cuando hay un gradiente de temperatura entre la pared del tanque y el fluido, y la velocidad de agitación en régimen altamente turbulento.

En resumen, CFD FLUENT resulta muy interesante para el diseño en ingeniería. Es una herramienta fácil de usar, con la que se puede abordar un amplio número de problemas y que garantiza, en general, buenos resultados.





Sumario

Resumen	1
Sumario	3
Listado de figuras	7
Listado de tablas	11
1. Glosario.....	13
2. Prefacio	17
2.1 Origen del proyecto.....	17
2.2 Motivación	17
3. Introducción	19
3.1 Equipos de mezcla.....	19
3.2 Tipos de agitadores	20
3.2.1 <i>Agitadores de flujo radial</i>	22
3.3 Parámetros adimensionales de mezcla	23
3.3.1 <i>Número de Reynolds (Re)</i>	23
3.3.2 <i>Número de caudal (N_Q)</i>	23
3.3.3 <i>Número de potencia (N_P)</i>	24
3.3.4 <i>Eficiencia hidráulica (η_H)</i>	25
3.3.5 <i>Efectividad (η)</i>	26
3.4 Descripción del problema	27
3.5 Objetivos del proyecto	28
4. Preludio matemático	29
4.1 Discretización.....	29
4.2 La ecuación de continuidad	30
4.2.1 <i>Ecuación general</i>	30
4.2.2 <i>Ecuación en coordenadas rectangulares</i>	30
4.3 La ecuación de cantidad de movimiento.....	31
4.3.1 <i>Ecuación general</i>	31
4.3.2 <i>Ecuación en coordenadas rectangulares</i>	31
4.4 La ecuación de energía	32
4.4.1 <i>Ecuación general</i>	32
4.5 Modelos de turbulencia.....	33
4.5.1 <i>Introducción</i>	33
4.5.2 <i>La descomposición de Reynolds</i>	33
4.5.3 <i>El modelo Spalart-Allmaras</i>	35



4.5.4	<i>El modelo estándar $k-\varepsilon$</i>	35
4.5.5	<i>El modelo RNG $k-\varepsilon$</i>	36
4.5.6	<i>El modelo "Realizable" $k-\varepsilon$</i>	36
4.6	El efecto de la pared en flujos turbulentos	36
4.6.1	<i>Funciones de pared vs. Modelo de dos capas (TLM)</i>	37
4.7	Consideraciones de la malla para flujos turbulentos.....	38
5.	Modelización del flujo rotativo en Fluent	39
5.1	Flujo en marcos de referencia rotativos	39
5.2	El modelo MRF.....	40
5.2.1	<i>Introducción</i>	40
5.2.2	<i>La formulación del modelo MRF</i>	41
5.2.3	<i>Implicaciones del modelo MRF</i>	43
5.2.4	<i>Limitaciones del modelo MRF</i>	43
5.3	El modelo SM.....	43
5.3.1	<i>Introducción</i>	43
5.3.2	<i>La formulación del modelo SM</i>	45
5.3.3	<i>Ventajas e inconvenientes del modelo SM</i>	46
5.3.4	<i>Elegir un paso de tiempo adecuado para el modelo SM</i>	46
6.	Resolución numérica del problema	47
6.1	Diseño de la geometría	47
6.1.1	<i>Diseño de la geometría para el método MRF</i>	47
6.1.2	<i>Diseño de la geometría para el método SM</i>	50
6.2	Generación de la malla	52
6.3	Iniciación del problema físico	56
6.4	Post-procesado de los datos.....	58
7.	Validación de la metodología utilizada	61
8.	Estudio fluidodinámico de la turbina Rushton	67
8.1	La turbina Rushton	67
8.1.1	<i>Efecto de la variación del diámetro de la turbina</i>	67
8.1.2	<i>Efecto de la variación de la altura de la pala (o pasamanos)</i>	69
8.1.3	<i>Efecto de la variación de la altura de la turbina respecto la base</i>	71
8.1.4	<i>Efecto de la variación del número de palas</i>	73
8.2	Turbinas de palas rectas sin disco	75
8.3	Turbina de palas cóncavas	77
8.4	Estudio de transferencia de calor.....	78
9.	Estudio económico.....	81
9.1	Cálculo de la inversión inicial	81



9.2	Cálculo de los costes e ingresos anuales.....	82
9.2.1	<i>Cálculo de los costes anuales.....</i>	82
9.2.2	<i>Evolución de los costes.....</i>	83
9.2.3	<i>Cálculo y evolución de los ingresos.....</i>	83
9.2.4	<i>Balance económico. Cuenta de resultados.....</i>	84
10.	Impacto Ambiental.....	87
11.	Conclusiones.....	89
11.1	Conclusiones generales.....	89
11.2	Conclusiones sobre la turbina Rushton.....	89
11.3	Valoración personal.....	90
	Agradecimientos.....	91
	Bibliografía.....	93
A.	Turbulencia.....	97
A.1	Introducción.....	97
A.2	Experimento de Reynolds.....	97
A.3	Descripción de la turbulencia.....	98
A.4	Origen de la turbulencia.....	99
A.4.1	<i>Desarrollo de la turbulencia.....</i>	99
A.4.2	<i>Turbulencia desarrollada.....</i>	100
A.4.3	<i>Descomposición de Reynolds.....</i>	100
A.5	Ecuaciones de conservación para un flujo turbulento.....	101
A.5.1	<i>Conservación de masa.....</i>	101
A.5.2	<i>Conservación de cantidad de movimiento.....</i>	102
A.6	Teoría de la capa límite turbulenta.....	103
A.6.1	<i>La subcapa laminar (o "linear sub-layer").....</i>	104
A.6.2	<i>La subcapa turbulenta (o "log-law layer").....</i>	105
A.6.3	<i>La región externa.....</i>	106
B.	El modelo estándar κ-ϵ.....	107
B.1	Introducción.....	107
B.2	Ecuaciones de transporte para el modelo estándar κ - ϵ	107
C.	Funciones de pared estándar.....	109
C.1	Cantidad de movimiento.....	109
C.2	Energía.....	109
C.3	Turbulencia.....	110
D.	Análisis de sensibilidad.....	113
D.1	Densidad de la malla.....	113



D.2	Tamaño del volumen de control rotativo	115
E.	Resultados de las simulaciones.....	117
E.1	Caso de validación	117
E.2	Variación del diámetro de la turbina.....	119
E.3	Variación de la altura de la pala (o pasamanos).....	120
E.4	Variación de la altura de la turbina respecto la base del tanque.....	121
E.5	Variación del número de palas.....	121
E.6	Turbinas de palas rectas sin disco	123
E.7	Turbina de palas cóncavas	124
F.	DVD con las simulaciones	125



Listado de figuras

Figura 3.1 Esquema típico de un equipo de mezcla	20
Figura 3.2 Algunos tipos de agitadores.....	21
Figura 3.3 Izquierda: patrón de flujo generado por una turbina axial, derecha: patrón de flujo generado por una turbina radial	21
Figura 3.4 Turbina Rushton de seis palas, ejemplo de turbina radial	22
Figura 3.5 El flujo que atraviesa esta superficie es necesario para obtener el número de caudal en una turbina radial. Imagen obtenida de [6].....	24
Figura 3.6 Esquema estándar del equipo	27
Figura 4.1 Superficie discretizada. Imagen obtenida de [5]	30
Figura 4.2 De izquierda a derecha se representa la aproximación de función de pared y el modelo de dos capas. Imagen obtenida de [5]	37
Figura 5.1 Problemas que pueden ser modelados con un único marco de referencia rotativo (a) o con múltiples (dos en este caso) marcos de referencia (b). Imagen obtenida de [5]	40
Figura 5.2 Tanque donde se puede ver implementado el MRF. El subdominio cilíndrico que envuelve el agitador se resuelve en un marco de referencia rotativo mientras que el resto del dominio en uno estacionario	41
Figura 5.3 Interacciones transitorias en una turbomáquina. Imagen obtenida de [6].....	44
Figura 5.4 Ejemplo de la implementación del modelo SM en 2D	44
Figura 5.5 Ilustración del movimiento de un dominio. Imagen obtenida de [6].....	45
Figura 5.6 Elección del paso de tiempo adecuado para el método SM. Imagen obtenida de [6].....	46
Figura 6.1 Diseño de la geometría para el método MRF. Imágenes obtenidas de GAMBIT.....	48
Figura 6.2 Geometría para MRF que representa la mitad del volumen de control formado por el espacio que hay entre las paredes del tanque y la turbina. Detalle del paso 4 de la Figura 6.1. Imagen obtenida de GAMBIT	49
Figura 6.3 Diseño de la geometría para SM a partir del paso 3 de la Figura 6.1. Imágenes obtenidas de GAMBIT	51
Figura 6.4 Geometría para SM. Imagen obtenida de GAMBIT	52
Figura 6.5 Malla cuadrada de las superficies definidas con el tipo “periodic” para la geometría MRF. Imagen obtenida de GAMBIT	54
Figura 6.6 Detalle de la malla de las superficies que forman la turbina. Imagen obtenida de GAMBIT	54
Figura 6.7 Corte horizontal de la malla de una geometría para MRF. Imagen obtenida de GAMBIT ..	55
Figura 6.8 Corte horizontal de la malla de una geometría para SM. Imagen obtenida de GAMBIT ...	55
Figura 6.9 Ejemplo de cómo es un gráfico de contornos. Imagen obtenida de FLUENT	59
Figura 6.10 Ejemplo de cómo es un gráfico de vectores de velocidad. Imagen obtenida de FLUENT	59
Figura 6.11 Recorte del menú Display del menú principal de FLUENT. Imagen obtenida de FLUENT	60



Figura 6.12 Menú Plot del menú principal de FLUENT. Imagen obtenida de FLUENT	60
Figura 6.13 Menú Report del menú principal de FLUENT. Imagen obtenida de FLUENT	60
Figura 7.1 Gráfica N_p vs Re donde se comparan los resultados aceptables de la Tabla 7.1 con los datos experimentales [3].....	62
Figura 7.2 Gráfica de perfil de velocidad axial a $z = 118.4$ mm. Datos experimentales \rightarrow [1].....	63
Figura 7.3 Gráfica de perfil de velocidad axial a $z = 148$ mm. Datos experimentales \rightarrow [1].....	63
Figura 7.4 Gráfica de perfil de velocidad axial a $z = 177$ mm. Datos experimentales \rightarrow [1].....	63
Figura 7.5 Gráfica de perfil de velocidad radial a $z = 118.4$ mm. Datos experimentales \rightarrow [1]	64
Figura 7.6 Gráfica de perfil de velocidad radial a $z = 148$ mm. Datos experimentales \rightarrow [1]	64
Figura 7.7 Gráfica de perfil de velocidad radial a $z = 177$ mm. Datos experimentales \rightarrow [1]	64
Figura 8.1 Turbina Rushton de 6 palas. Imagen obtenida de [4]	67
Figura 8.2 Curvas N_Q vs Re para turbinas Rushton de diferente diámetro	68
Figura 8.3 Curvas N_P vs Re para turbinas Rushton de diferente diámetro	69
Figura 8.4 η_H vs Re para turbinas Rushton de diferente diámetro	69
Figura 8.5 N_Q vs Tamaño de pasamanos.....	70
Figura 8.6 N_P vs Tamaño de pasamanos	70
Figura 8.7 Curvas N_Q vs Re de turbinas Rushton situadas a diferente altura respecto la base	71
Figura 8.8 Curvas N_P vs Re de turbinas Rushton situadas a diferente altura respecto la base	72
Figura 8.9 Curvas η_H vs Re de turbinas Rushton situadas a diferente altura respecto la base	72
Figura 8.10 Turbinas Rushton de 4, 6 y 8 palas, de izquierda a derecha respectivamente. Imagen obtenida de [4]	73
Figura 8.11 Curvas N_Q vs Re de turbinas Rushton con diferente número de palas	74
Figura 8.12 Curvas N_P vs Re de turbinas Rushton con diferente número de palas.....	74
Figura 8.13 Curvas η_H vs Re de turbinas Rushton con diferente número de palas.....	75
Figura 8.14 Turbinas de palas rectas sin disco de 2,4 y 6 palas. Imagen obtenida de [4]	75
Figura 8.15 Turbina de 6 palas cóncavas. Imagen obtenida de [4]	77
Figura 8.16 Geometría necesaria para realizar la simulación en transitorio con transferencia de calor.	78
Figura 8.17 Perfiles de temperatura en función de la velocidad de giro	80
Figura 9.1 Evolución del FNE acumulado del proyecto en el horizonte de estudio	85
Figura A.1 Experimento de Reynolds.....	98
Figura A.2 Flujo sobre una placa plana. Desarrollo de la turbulencia.....	99
Figura A.3 Velocidad estacionaria y fluctuante	101
Figura A.4 Distribución de velocidad cerca de una pared sólida	105
Figura D.5 N_P vs Número de elementos de la malla	114
Figura D.6 Error relativo vs Número de elementos	114
Figura D.7 N_P vs Volumen de VCR	116
Figura E.8 Contornos de velocidad. Capítulo 7 de la memoria. Fluido de trabajo: glicerina.	117
Figura E.9 Contornos de velocidad. Capítulo 7 de la memoria. Fluido de trabajo: glicerina.	117



Figura E.10 Contornos de velocidad. Capítulo 7 de la memoria. Fluido de trabajo: agua.....	118
Figura E.11 Contornos de velocidad de un plano vertical que divide el recipiente en dos. Se comparan las soluciones de las simulaciones que se detallan en el subapartado 8.1.1 de la memoria. Fluido de trabajo: agua; N = 60 rpm.....	119
Figura E.12 Contornos de velocidad de un plano vertical que divide el recipiente en dos. Se comparan las soluciones de las simulaciones que se detallan en el subapartado 8.1.2 de la memoria. Fluido de trabajo: agua; N = 60 rpm.....	120
Figura E.13 Contornos de velocidad de un plano vertical que divide el recipiente en dos. Se comparan las soluciones de las simulaciones que se detallan en el subapartado 8.1.3 de la memoria. Fluido de trabajo: agua; N = 60 rpm.....	121
Figura E.14 Contornos de velocidad de un plano horizontal a $z = 98.67\text{mm}$. Subapartado 8.1.4 de la memoria.....	122
Figura E.15 Contornos de velocidad de un plano horizontal a $z = 98.67\text{mm}$ (arriba) y contornos de velocidad (no rellenos) de un plano vertical que divide el recipiente en dos. Apartado 8.2 de la memoria. Fluido de trabajo: Agua; N = 60 rpm	123
Figura E.16 Los gráficos de la izquierda corresponden a contornos de velocidad obtenidos de un plano horizontal a $z = 98.67\text{mm}$, los de la derecha corresponden a contornos de energía cinética turbulenta (κ) obtenidos de un plano similar. Apartado 8.3 de la memoria. Agua; N = 60 rpm..	124





Listado de tablas

Tabla 3.1 Parámetros geométricos del tanque.....	27
Tabla 6.1 Detalles de la malla de la Figura 6.7	56
Tabla 6.2 Detalles de la malla de la Figura 6.8	56
Tabla 6.3 Pasos a seguir para iniciar el problema físico en FLUENT	58
Tabla 7.1 Resultados del estudio de validación de la metodología MRF.....	62
Tabla 8.1 Se muestran los N_P , N_Q y η_H en función de Re para tres tamaños de diámetro de turbina Rushton	67
Tabla 8.2 N_Q y N_P en función del tamaño de los pasamanos para $Re \approx 10000$	69
Tabla 8.3 Se muestran los N_P , N_Q y η_H en función de Re para tres turbinas Rushton situadas a diferente altura respecto la base del tanque	71
Tabla 8.4 Se muestran los N_P , N_Q y η_H en función de Re para tres turbinas Rushton con diferente número de palas.....	73
Tabla 8.5 Se muestran los N_Q y N_P frente a Re para turbinas sin disco con diferente número de palas rectas.....	76
Tabla 8.6 Comparativa de N_Q , N_P y η entre turbinas Rushton y de palas rectas sin disco.....	76
Tabla 8.7 Se muestran los N_Q y N_P frente a Re para la turbina de palas cóncavas	77
Tabla 8.8 Comparativa de N_Q , N_P y η entre la turbina Rushton y de palas cóncavas de 6 palas.....	77
Tabla 8.9 Pasos de tiempo en función de la velocidad de giro para la simulación en transitorio con transferencia de calor	79
Tabla 8.10 Resultados de la simulación en transitorio con transferencia de calor	79
Tabla 9.1 Cálculo de la inversión inicial.....	81
Tabla 9.2 Cálculo de cuota anual A.....	82
Tabla 9.3 Financiación de la empresa.....	82
Tabla 9.4 Cálculo de los costes anuales	83
Tabla 9.5 Evolución de los costes en un periodo de 5 años	83
Tabla 9.6 Evolución de los ingresos en un periodo de 5 años	83
Tabla 9.7 Cuenta de resultados. Todos los valores están en €	84
Tabla 9.8 VAN, TIR y PR	85
Tabla D.1 Se muestran los valores de N_P en función de la densidad de la malla.....	113
Tabla D.2 Se muestran los valores de N_P en función del tamaño del VCR	115





1. Glosario

Símbolos		
Símbolo	Descripción	Unidades
a	Velocidad del sonido	m/s
a	Aceleración	m/s^2
a_i	Aceleración en el marco de referencia inercial	m/s^2
a_r	Aceleración en el marco de referencia rotacional	m/s^2
$C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_{3\varepsilon}, C_\mu$	Constantes del modelo de turbulencia estándar $\kappa-\varepsilon$	
D	Diámetro del agitador	m
E	Constante de Van Driest; ecuaciones de energía de las funciones de pared estándar	
E	Energía total	J
E	Constante de la función estándar de pared	
E_{imp}	Potencia que necesita el agitador para moverse	W
E_D	Potencia disipada por rozamiento viscoso	W
F	Fuerza	N
\bar{F}	Promedio temporal de un variable f cualquiera	
\bar{g}	Vector gravedad	m/s^2
G_κ	Producción de energía cinética turbulenta	$Kg/m \cdot s^3$
G_b	Producción de energía cinética debido a las fuerza de flotación	$Kg/m \cdot s^3$
h_j	Entalpía de la especie j	J/Kg
\bar{J}_j	Flujo másico de la especie j	$Kg/m^2 \cdot s$
k_{eff}	Conductividad térmica efectiva	W/m·k
m	Masa	Kg
M	Momento flector del agitador	N·m
N	Velocidad angular	rev/s
p	Presión	Pa
P	Parámetro de la ecuación de energía de las funciones estándar de pared	
P	Potencia	W
\bar{P}	Promedio temporal de la presión	Pa
\dot{q}	Flujo de calor que atraviesa la pared	W/m ²
q		
Q	Caudal movido por el agitador; caudal de bombeo	Kg/s
\bar{r}	Vector posición	m
S_h	Incluye el calor de reacción y cualquier otra fuente definida; ecuación de energía	W/m ³
S_m	Masa añadida debido a un cambio de fase; ecuación de continuidad	$Kg/m^3 \cdot s$
S_κ, S_ε	Términos que pueden ser definidos por el usuario; modelo de turbulencia $\kappa-\varepsilon$	$Kg/m \cdot s^3$
t	Tiempo	s
T	Temperatura	K
u_x	Velocidad en la dirección x	m/s
u'	Componentes fluctuante de la velocidad	m/s
u_τ	Velocidad de fricción	m/s
\bar{u}	Velocidad promedio temporal	m/s
\dot{U}	Variación temporal de la posición	m/s
U	Velocidad media	m/s
U_{max}	Velocidad media máxima del flujo	m/s
v	Velocidad en la dirección y	m/s
\bar{V}_i	Vector de velocidad expresado en el sistema de ref. inercial	m/s



\vec{v}_r	Vector de velocidad expresado en el sistema de ref. rotacional	m/s
\vec{v}, \vec{V}	Vector velocidad	
V	Volumen	m ³
w	Velocidad en la dirección z	m/s
$\vec{\omega}$	Vector velocidad angular	rad/s
y	Distancia a la pared	m
Y	Fracción másica	
Y _M	Efecto que tiene la compresibilidad sobre la turbulencia; modelo de turbulencia κ-ε	Kg/m·s ³
x,y,z	Coordenadas rectangulares del espacio	m

Símbolos griegos

ρ	Densidad del fluido	Kg/m ³
μ	Viscosidad molecular	Kg/m·s
τ	Tensor tensiones	Pa
μ _t	Viscosidad turbulenta	Kg/m·s
δ	Grosor de la capa límite	m
κ	Energía cinética turbulenta	m ² /s ²
ε	Velocidad de disipación turbulenta	m ² /s ³
ω	Velocidad específica de disipación turbulenta	s ⁻¹
μ·φ	Tasa de conversión de energía térmica por unidad de volumen debido al roce viscoso	W/m ³
τ _w	Tensión de cizalla en la pared	Pa
τ	Tensión de cizalla	Pa
κ _{KAR}	C. de Von Karman	
β	Coefficiente de expansión térmica	K ⁻¹
σ _κ , σ _ε	Constantes del modelo estándar κ-ε	
ω	Velocidad angular	Rad/s

Números adimensionales

Re	Número de Reynolds
N _Q	Número de caudal
N _P	Número de potencia
η _H	Eficiencia hidráulica
η	Efectividad
u ⁺	Velocidad cercana a la pared
y ⁺	Distancia cercana a la pared
U [*]	Variación de u ⁺ que utiliza FLUENT
y [*]	Variación de y ⁺ que utiliza FLUENT
Pr	Número de Prandtl
Pr _t	Número de Prandtl turbulento
M _t	Número de Mach turbulento

Siglas/Abreviaturas

2D	Dos dimensiones
ADSL	Asymmetric Digital Subscriber Line
BN	Blanco y negro
CAD	Computer Aided Design
CFD	Computacional Fluid Dynamics
MP	Mixing Plane
MRF	Multiple Reference Frame
N-S	Navier-Stokes
PR	Periodo de retorno
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
RF	Rotating Frame
RNG	Renormalization group
S-A	Spalart-Allmaras
S.L.	Sociedad limitada
SM	Sliding Mesh



TIR	Tasa interna de retorno
TLM	Two Layer Model
VAN	Valor actual neto
VCR	Volumen de control rotativo





2. Prefacio

2.1 Origen del proyecto

En Julio de 2005 el director de este proyecto me ofreció la oportunidad de trabajar en el campo de la simulación por ordenador mediante CFD (“Computational Fluid Dynamics”). El proyecto consistía en la simulación de un reactor de recirculación interna, flujo radial y lecho empacado mediante un código comercial de CFD llamado FLUENT. Este reactor se utiliza en la actualidad para la hidrogenación en continuo de aceite de girasol usando como solvente propano en condiciones supercríticas.

Debido a la falta de referentes dentro del departamento sobre simulación en equipo rotativo, se decidió por empezar el estudio en otro equipo mucho más simple con el objetivo de aprender los diferentes métodos disponibles en FLUENT para simular la agitación. De esta manera se tendría el conocimiento suficiente sobre este tema para empezar a resolver la fluidodinámica del reactor.

Después de un pequeño periodo de aprendizaje para familiarizarse con los programas y acostumbrarse a trabajar en el entorno Lynux, se decidió empezar a simular el flujo dentro de un depósito agitado por una turbina. El objetivo era simular el campo de velocidades del fluido (agua en este caso) dentro de un depósito agitado por una determinada turbina conocida con el nombre de turbina Rushton y comparar los resultados obtenidos con los resultados experimentales disponibles en la bibliografía. Resultó no ser tan trivial conseguir resultados adecuados, así que después de muchas simulaciones y mucho tiempo invertido en ello se decidió que había suficiente material como para realizar un proyecto de final de carrera basado en el estudio de la turbina Rushton.

2.2 Motivación

La fluidodinámica computacional es una herramienta muy potente para el análisis, cálculo y diseño de sistemas en donde hay transporte de masa, energía y cantidad de movimiento, teniendo, por tanto, múltiples campos de aplicación, como por ejemplo: cálculo estructural, cinemática y dinámica de mecanismos, cálculos térmicos, cálculos electrostáticos, cálculos reológicos o análisis de fluidos, análisis de vibraciones, análisis de impacto, etc. El uso de los métodos numéricos para resolver problemas complejos de ingeniería presenta una serie de ventajas muy interesantes:



- Se pueden simular geometrías muy complejas.
- Se pueden resolver una amplia gama de problemas donde a veces las restricciones son bastante severas.
- Es posible optimizar unidades de proceso sin necesidad de construir prototipos.
- Ahorro de tiempo y dinero.

No todo son ventajas en la utilización de la fluidodinámica computacional. Los principales inconvenientes asociados al uso de CFD son:

- Errores por el propio método de cálculo.
- Se necesita experiencia y buen criterio para construir un buen modelo.
- Es indispensable tener un ordenador potente y software fiable.
- Algunas simulaciones (sobretudo si se simula en transitorio) pueden durar semanas e incluso meses.
- Puede ser largo y laborioso preparar e interpretar los resultados.

En cuanto a los depósitos agitados cabe decir que son comúnmente utilizados en las industrias, sobretudo en el sector químico, donde se pueden llevar a cabo múltiples operaciones, las cuales incluyen la mezcla de líquidos, cristalización, transferencia de masa líquido-líquido y gas-líquido y reacciones químicas. Estos procesos están muy influenciados por las características hidrodinámicas y de mezcla, que están, a su vez, íntimamente ligadas a la configuración del agitador.

La constante preocupación por la calidad final de los productos, especialmente en el sector químico, genera la necesidad de querer entender mejor la hidrodinámica y la mezcla de los procesos que tienen lugar dentro de los depósitos agitados. Es en este punto donde la fluidodinámica computacional se muestra más útil porque nos permite obtener una predicción bastante fiable (en la mayoría de los casos) de lo que sucede dentro de estos equipos. De esta manera aquellos procesos que dependan básicamente de las características de la agitación podrán ser optimizados jugando con diferentes configuraciones del agitador, diferentes regímenes de giro, etc., todo ello sin la necesidad de construir diferentes prototipos cada vez.



3. Introducción

El proceso de agitación es uno de los más importantes dentro de la industria química porque el éxito de muchas operaciones industriales depende de una agitación y mezcla eficaz. Sin embargo, debido a la complejidad de los fenómenos de transporte involucrados, es uno de los procesos más difíciles de analizar y caracterizar. Así, hasta el momento, no existen correlaciones generales para configuraciones arbitrarias de agitación que describan cantidades útiles como la velocidad de mezcla o el grado de homogeneidad alcanzada.

Otra de las dificultades que aparece a la hora de caracterizar la mezcla y agitación es la gran cantidad de sustancias (líquidos y sólidos) que se pueden encontrar en la industria química. Por tanto, el diseño y la optimización de agitadores están confiados en gran medida, a la experimentación.

Se debe distinguir entre agitación y mezcla. *Agitación* se puede definir como el movimiento circulatorio inducido a un fluido dentro de un contenedor, fundamentalmente de forma circular y provocando vértices. El objeto de la agitación puede ser incrementar la transferencia de calor en el fluido o incrementar el transporte de materia, es decir, mezclar. En contraste con la agitación, *mezclar* es obtener una distribución espacialmente homogénea de dos o más fases inicialmente separadas. Aquí, una de las fases ha de ser un fluido, mientras que la otra puede ser algo tan variado como otro fluido, partículas sólidas o burbujas.

En agitación existen los procesos “tensio-controlados” y los “flujo-controlados”. Los primeros se dan cuando existen zonas con elevada turbulencia donde los procesos de dispersión, como puede ser la transferencia de masa, están favorecidos. Los segundos requieren buena circulación a lo largo del recipiente. Algunos ejemplos pueden ser, la mezcla o la transferencia de calor [8].

3.1 Equipos de mezcla

En la Figura 3.1 se puede ver el esquema de un equipo de mezcla típico. Generalmente, el tanque de agitación es un recipiente cilíndrico, que puede estar cerrado o abierto en su parte superior. Para evitar zonas muertas (zonas que presentan bajas velocidades), se suele eliminar las esquinas empleando fondos que pueden ser elípticos, cónicos o toriesféricos



decimales (Koppler), aunque en algunas ocasiones también pueden ser planos.

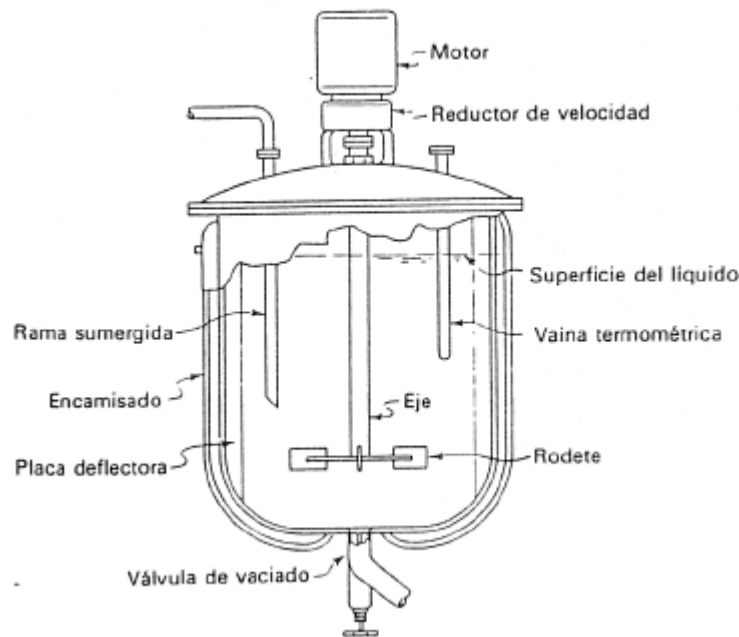


Figura 3.1 Esquema típico de un equipo de mezcla

Los recipientes suelen estar provistos de deflectores (o baffles) en las paredes. Suelen ser de metal, y al menos, se utilizan tres por recipiente, aunque lo más común es encontrarse con tanques de cuatro baffles. Más de cuatro baffles no suele provocar un aumento perceptible en el consumo de potencia por parte del agitador [8]. Los baffles tienen la función de romper las corrientes provocadas por el movimiento rotativo del eje, generando flujos en las direcciones radial y axial, produciendo una mejora de la turbulencia y por tanto de la agitación [12]. La ausencia de baffles en un recipiente agitado puede dar lugar, si las condiciones de operación son las adecuadas, a la formación de un vórtice. Cuando se da este fenómeno, se produce un incremento muy acusado de la velocidad tangencial en zonas cercanas a la pared provocando que el aire que hay en la superficie libre de líquido forme una cavidad incidente en éste. Este fenómeno puede provocar la disolución de oxígeno en el fluido y generar reacciones no deseadas (p. ej. oxidación) o efectos físicos no deseados (p. ej. la formación de espuma) [8].

3.2 Tipos de agitadores

El rodete o agitador suele estar unido a un eje cilíndrico formando un conjunto que, en general, está situado concéntricamente con el recipiente. La excentricidad e inclinación del eje se pueden variar para lograr rendimientos mayores. En la Figura 3.2 se pueden ver



algunos tipos de agitadores que se utilizan en la industria.

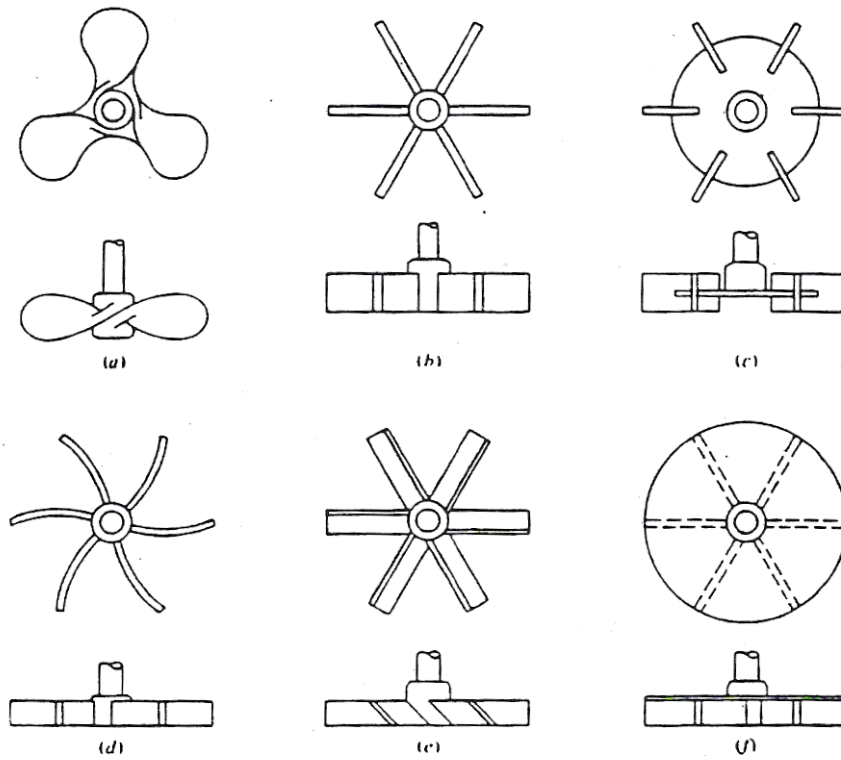


Figure 6.3 Impellers, with typical proportions: (a) marine-type propellers; (b) flat-blade turbine, $w = d_i/5$. (c) disk flat-blade turbine, $w = d_i/5$, $d_d = 2d_i/3$, $B = d_i/4$; (d) curved-blade turbine, $w = d_i/8$; (e) pitched-blade turbine, $w = d_i/8$; and (f) shrouded turbine, $w = d_i/8$.

0

Figura 3.2 Algunos tipos de agitadores

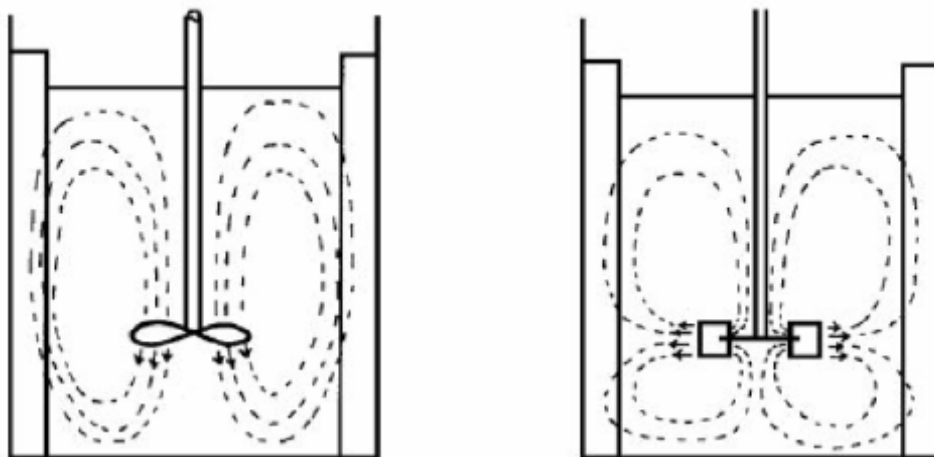


Figura 3.3 Izquierda: patrón de flujo generado por una turbina axial, derecha: patrón de flujo generado por una turbina radial

Los impulsores se clasifican básicamente en dos grandes grupos que están relacionados directamente con los patrones de flujo (representaciones en 2D de la distribución del flujo



dentro del tanque, ver Figura 3.3): los agitadores radiales y los axiales. Este trabajo abarca únicamente el primer tipo de agitadores por lo que, de aquí en adelante, no se comentará nada más sobre agitadores axiales.

3.2.1 Agitadores de flujo radial

Este tipo de agitadores descargan el flujo perpendicularmente a la dirección del eje de rotación. Crean un patrón de flujo característico (ver Figura 3.3, derecha), formando dos zonas de recirculación diferenciadas, una encima del agitador y la otra por debajo de éste. En este tipo de agitadores se suelen crear zonas de elevada turbulencia alrededor del rodete. Por este motivo, estos agitadores son adecuados para procesos “tensio-controlados”, como homogeneización, transferencia de calor, trituración, etc.

Los agitadores de flujo radial más representativos son los agitadores de palas planas. Éste tipo de agitadores incluyen palas (o aspas) paralelas al eje del motor. Los más pequeños y de aspas múltiples reciben el nombre de “turbinas” (ver Figura 3.4); los mayores, de velocidades más bajas, con dos o cuatro aspas, se denominan agitadores de palas o de paletas. Generan un flujo radial para cualquier número de Reynolds y proporcionan alta velocidad tangencial aunque baja capacidad de impulsión.

En la mayoría de los procesos industriales de mezclado, sin embargo, se busca una capacidad de impulsión lo mayor posible, mientras que la velocidad tangencial no constituye un factor de importancia. Por ello, este último agitador no es de uso extendido en la industria, siendo los más utilizados los denominados “de alta eficacia” (*hydrofoil*), que maximizan el flujo y minimizan la velocidad tangencial [13].

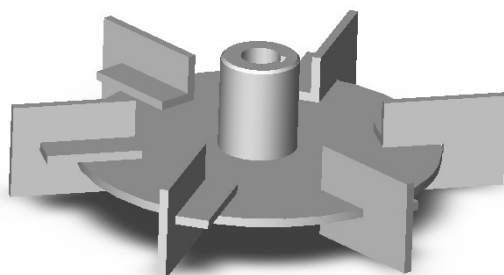


Figura 3.4 Turbina Rushton de seis palas, ejemplo de turbina radial

El patrón de flujo que genera un agitador radial se puede modificar variando la geometría del impulsor, por ejemplo, o disminuyendo la distancia de éste respecto a la base del recipiente.



El valor característico de la altura del agitador respecto la base del depósito suele ser de $C = T/3$, donde T representa el diámetro del tanque.

3.3 Parámetros adimensionales de mezcla

3.3.1 Número de Reynolds (Re)

El número de Reynolds representa una medida de la magnitud relativa de los esfuerzos inerciales con respecto a los esfuerzos viscosos. Si los esfuerzos inerciales dominan respecto los esfuerzos viscosos se dice que el flujo no puede ser laminar. La pérdida de laminaridad se la denomina simplemente turbulencia (ver Anexo A). La bibliografía no suele coincidir exactamente en el valor de los límites que separan cada uno de estos regímenes, así que a groso modo se expone una clasificación aproximada que es válida para flujos creados por el funcionamiento de turbinas dentro de depósitos:

- Régimen laminar: $Re \leq 10^2$
- Régimen transitorio: $10^2 < Re \leq 10^3$
- Régimen turbulento: $Re > 10^3$

La fórmula de este número es la siguiente:

$$Re = \frac{ND^2\rho}{\mu} \quad (3-1)$$

3.3.2 Número de caudal (N_Q)

$$N_Q = \frac{Q}{ND^3} \quad (3-2)$$

El número de caudal o capacidad de bombeo es un número adimensional que da una idea del caudal (Q) que atraviesa el plano del agitador. El cálculo de este parámetro dependerá tanto de las características del agitador (si es axial o radial) como de los límites de integración que quieran ser impuestos. La turbina usada en este trabajo es una turbina radial, esto significa que el caudal movido por el agitador lo descarga radialmente hacia las paredes del tanque. Por este motivo el caudal descargado se puede obtener calculando el flujo másico que atraviesa una superficie de revolución respecto al eje de giro del agitador



que es tangente a las palas de éste, ver Figura 3.5. En términos matemáticos el caudal Q se expresa de la siguiente manera:

$$Q = \pi D \int_{z^-}^{z^+} U(z) dz \quad (3-3)$$

Donde U(z) es la componente radial de la velocidad.

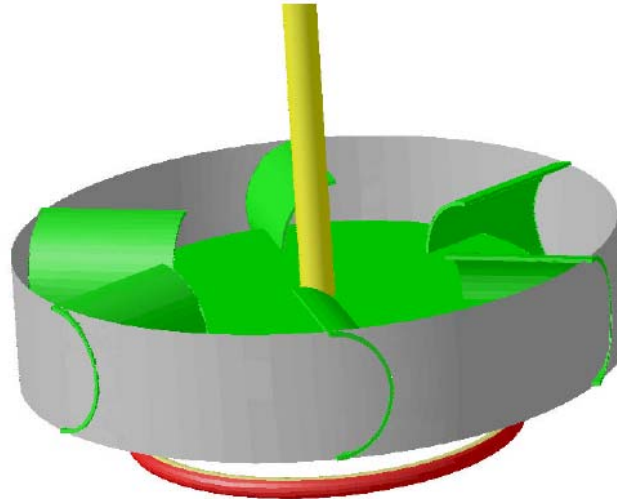


Figura 3.5 El flujo que atraviesa esta superficie es necesario para obtener el número de caudal en una turbina radial. Imagen obtenida de [6]

Uniendo las ecuaciones las ecuaciones (3-2) y (3-3) se obtiene:

$$N_Q = \frac{\pi D \int_{z^-}^{z^+} U(z) dz}{ND^3} \quad (3-4)$$

3.3.3 Número de potencia (N_P)

El número de potencia es un número adimensional que da una idea de la cantidad total de potencia necesaria para el funcionamiento del agitador. La fórmula es la siguiente:

$$N_P = \frac{P}{\rho N^3 D^5} \quad (3-5)$$

Existe discrepancia entre diferentes autores a la hora de calcular este parámetro, ya que algunos utilizan la potencia aportada al recipiente mediante el eje y el impulsor [14], y otros utilizan la energía que se disipa con el movimiento de fluido [7]. En este trabajo, sin embargo, la potencia P, expresada en Watts, se calcula de diferente manera en función del régimen. Si el flujo es laminar, P se calcula como el producto del momento flector (M) que



experimenta el agitador en su funcionamiento por la velocidad angular (ω) a la que gira éste (es decir, P representa la energía que aporta el eje y el impulsor al recipiente).

$$P = M\omega; \quad M = [\text{N}\cdot\text{m}], \quad \omega = [\text{rad}/\text{s}] \quad (3-6)$$

En cambio, en régimen turbulento, el término P se calcula según la ecuación (3-8):

$$P = \int_V (\rho\varepsilon + \mu\phi) dV \quad (3-7)$$

En la ecuación (3-7), el primer término ($\int_V \rho\varepsilon dV$) representa la energía disipada por la turbulencia, mientras que el segundo ($\int_V \mu\phi dV$) representa la pérdida de energía por rozamiento viscoso. En régimen turbulento $\rho\varepsilon \gg \mu\phi$, por lo que la ecuación (3-7) queda:

$$P = \int_V \rho\varepsilon dV \quad (3-8)$$

3.3.4 Eficiencia hidráulica (η_H)

La eficiencia hidráulica es un parámetro que da una idea de la cantidad de energía aportada al fluido mediante el agitador que no se convierte en calor debido al rozamiento viscoso. Se calcula de la siguiente manera:

$$\eta_H = \frac{E_{\text{imp}} - E_D}{E_{\text{imp}}} \times 100 \quad (3-9)$$

Donde E_{imp} es la potencia total que necesita el agitador para moverse, la obtención de la cual se ha explicado en el apartado 6.3 y E_D es la potencia disipada por el fluido en forma de calor debido al rozamiento viscoso. La expresión que permite el cálculo de E_D se puede obtener de la ecuación de conservación de la energía deducida en el apartado 4.6.

La ecuación de energía (4-12) da cuenta de un término que representa la energía disipada por rozamiento viscoso. Mediante unos arreglos matemáticos, que se han decidido omitir, se puede definir la *tasa de conversión de energía térmica por unidad de volumen* [7]:

$$\mu\phi = 2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (3-10)$$

Integrando esta ecuación en todo el dominio se puede obtener la potencia disipada en forma



de calor, que es justamente la definición de E_D . Así pues, la expresión final de la ecuación de la eficiencia hidráulica es:

$$\eta_H = \frac{P - \int \mu \phi dV}{P} \times 100 \begin{cases} \text{En régimen laminar : } P = M \cdot \omega \\ \text{En régimen turbulento : } P = \int \rho \varepsilon dV \end{cases} \quad (3-11)$$

3.3.5 Efectividad (η)

La efectividad (η) es el cociente entre el número de caudal (N_Q) y el número de potencia (N_P). Su interpretación física es el caudal entregado por unidad de potencia consumida. Como es el resultado del cociente de dos números adimensionales, y por tanto adimensional, se puede utilizar para comparar diferente tipo de agitadores. Su fórmula es la siguiente:

$$\eta = \frac{N_Q}{N_P} \quad (3-12)$$

Cuanto mayor sea este parámetro mucho mejor porque significa que el agitador está expulsando hacia las paredes (en el caso de agitadores radiales) gran cantidad de fluido sin consumir demasiada potencia.



3.4 Descripción del problema

El caso de estudio fue la simulación del flujo dentro de un tanque agitado con una turbina Rushton. La configuración estándar del equipo [1] era la siguiente: un tanque cilíndrico provisto de cuatro baffles colocados simétricamente contra la pared del tanque a intervalos de 90° y agitado con una turbina radial de seis palas rectas. Para simular regímenes turbulentos se utilizó agua como fluido de trabajo y glicerina para casos laminares. Las dimensiones del tanque se muestran en la Tabla 3.1 y en la Figura 3.6 se puede ver el esquema estándar del equipo.

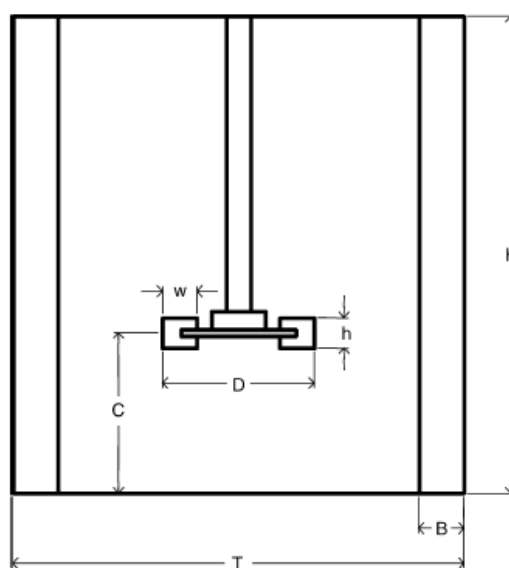


Figura 3.6 Esquema estándar del equipo

Parámetros geométricos	Abreviatura	Tamaño (mm)
Diámetro del tanque	T	296
Profundidad del líquido	H	296
Diámetro del agitador	D	98.7
Anchura de la pala	w	24.7
Altura de la pala	h	19.7
Anchura del baffle	B	29.6
Altura del agitador	C	98.7

Tabla 3.1 Parámetros geométricos del tanque



3.5 Objetivos del proyecto

1. Encontrar una metodología adecuada para simular el flujo que produce el giro de una turbina radial de seis palas rectas dentro de un tanque cilíndrico de igual diámetro que altura, provisto de cuatro baffles dispuestos a intervalos de 90° sobre la pared de éste y completamente lleno de fluido (ver apartado 3.4).
2. Validar esa metodología comparando los resultados de la simulación de la geometría estándar (ver apartado 3.4) con los valores experimentales que hay en la bibliografía.
3. Aplicar la metodología aprendida para determinar como afecta la variación de los siguientes parámetros geométricos a los siguiente parámetro adimensionales sobre agitación : N_Q , N_P , η , η_H
 - El diámetro de la turbina (D).
 - La altura de la pala (h).
 - La altura de la turbina respecto el fondo del tanque (C).
 - El número de palas
4. Simular turbinas de palas rectas sin disco y de palas cóncavas. Comparar los resultados con la turbina Rushton.
5. En régimen altamente turbulento ($RE > 10^4$), se quiere determinar cómo afecta la velocidad de agitación a la conducción de calor que se produce cuando existe una diferencia de temperatura de 50°C entre las paredes del depósito y el fluido que hay dentro de éste.



4. Preludio matemático

Los principios físicos fundamentales sobre los cuales se basa toda la dinámica de fluidos son:

- La masa se conserva.
- Se cumple la segunda ley de Newton: $F = m \cdot a$
- La energía se conserva.

Teniendo en cuenta estos principios se hace necesaria la existencia de modelos de flujo mediante los cuales se puedan obtener las correspondientes ecuaciones de conservación que gobiernan el movimiento de los fluidos. Es necesario remarcar que los modelos de flujo solo sirven para transformar los conceptos que dictan los principios fundamentales en ecuaciones matemáticas que puedan ser escritas en papel. No hay que confundirlos con los métodos numéricos (el método de los elementos finitos, el método de volúmenes finitos, etc.) que utilizan programas de CFD como estrategia para discretizar el espacio.

Existen muchos modelos de flujo mediante los cuales se pueden obtener diferentes formas de las ecuaciones de conservación. En esencia, son las mismas pese a tener formas distintas. Se puede demostrar que con algunos “arreglos” matemáticos se puede cambiar de una forma a otra con relativa facilidad. Sin embargo, en este trabajo se presentarán las ecuaciones de conservación únicamente en la forma *diferencial conservativa*. No se profundizará más sobre el tema de los modelos de flujo y las formas de las ecuaciones de conservación porque no entra dentro de los objetivos de este trabajo.

4.1 Discretización

FLUENT utiliza la técnica de los volúmenes finitos para convertir las ecuaciones de conservación en ecuaciones algebraicas que puedan ser resueltas numéricamente. Esta técnica del volumen de control consiste en integrar las ecuaciones de conservación sobre cada volumen de control obteniendo, de esta manera, ecuaciones discretas que conservan cada cantidad de la propiedad en un volumen de control base.

FLUENT guarda, por defecto, los valores discretos de las propiedades escalares en los centroides de los volúmenes de control (en este caso las superficies de control), c_0 y c_1 , como se puede ver en la Figura 4.1.



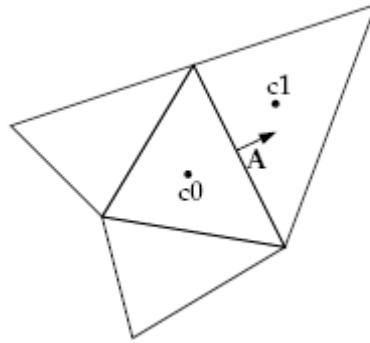


Figura 4.1 Superficie discretizada. Imagen obtenida de [5]

Si el *solver* necesita saber cuál es el valor de una propiedad cualquiera ϕ , por ejemplo, sobre el lado A de la Figura 4.1 para calcular el flujo de propiedad ϕ del triángulo con centroide c_0 al triángulo con centroide c_1 , se hace necesaria la interpolación. Para ello, FLUENT dispone de varios esquemas que se encargan de dicha tarea entre los que se encuentra el que se ha usado para todas las simulaciones de este trabajo, el esquema QUICK.

4.2 La ecuación de continuidad

En este caso se cumple el primer principio fundamental: la masa se conserva.

4.2.1 Ecuación general

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = S_m \tag{4-1}$$

En la ecuación (4-1) el término S_m es la masa añadida de la fase dispersa a la fase continua debida, por ejemplo, a un cambio de fase. En este trabajo, sin embargo, este término es nulo porque no existe cambio de fase. Por lo tanto la ecuación (4-1) queda:

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0} \tag{4-2}$$

4.2.2 Ecuación en coordenadas rectangulares

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho \cdot v_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \cdot v_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho \cdot v_z) = 0 \tag{4-3}$$



4.3 La ecuación de cantidad de movimiento

Ahora se aplica el segundo principio fundamental: $F = m \cdot a$

4.3.1 Ecuación general

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{v}) + \nabla \cdot (\rho \bar{v} \bar{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \bar{g} + \bar{F} \quad (4-4)$$

Donde p es la presión estática, $\bar{\tau}$ es el tensor tensiones, y $\rho \bar{g}$ y \bar{F} son las fuerzas volumétricas de gravedad y externa respectivamente.

El tensor tensiones $\bar{\tau}$ viene dado por la siguiente expresión:

$$\bar{\tau} = \mu \left[(\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{v} \mathbf{I} \right] \quad (4-5)$$

\mathbf{I} es la matriz unitaria y el segundo término de la derecha de la ecuación (4-5) recoge el efecto de la dilatación volumétrica.

4.3.2 Ecuación en coordenadas rectangulares

En función de τ

Componente x:

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} - \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + \rho g_x + F_x \quad (4-6)$$

Componente y:

$$\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} - \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + \rho g_y + F_y \quad (4-7)$$

Componente z:

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + \rho g_z + F_z \quad (4-8)$$



En función de los gradientes de velocidad para un fluido newtoniano de ρ y μ constantes

Componente x:

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + \rho g_x + F_x \quad (4-9)$$

Componente y:

$$\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) + \rho g_y + F_y \quad (4-10)$$

Componente z:

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + \rho g_z + F_z \quad (4-11)$$

4.4 La ecuación de energía

Las ecuaciones de este apartado cumplen el tercer principio fundamental: la energía se conserva.

4.4.1 Ecuación general

FLUENT resuelve la ecuación de energía de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot (\vec{v}(\rho E + p)) = \nabla \cdot \left(k_{\text{eff}} \nabla T - \sum_j h_j \vec{J}_j + (\vec{\tau}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}) \right) + S_h \quad (4-12)$$

Donde k_{eff} es la conductividad efectiva ($k + k_t$, donde k_t es la conductividad térmica turbulenta, definida de acuerdo al modelo de turbulencia usado (ver apartado 4.5) y \vec{J}_j es el flujo de la especie j . El primero de los tres términos de los de la derecha de la igualdad representa la energía transferida mediante conducción, el segundo es la difusión de especies y el último la disipación viscosa. S_h incluye el calor de reacción y cualquier otra fuente de calor que el usuario defina.

En la ecuación (4-12),

$$E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \quad (4-13)$$



Donde la entalpía h se define para gases ideales como:

$$h = \sum_j Y_j h_j \quad (4-14)$$

Y para flujos incompresibles:

$$h = \sum_j Y_j h_j + \frac{p}{\rho} \quad (4-15)$$

En las ecuaciones (4-14) y (4-15), Y_j es la fracción másica de la especie j y

$$h_j = \int_{T_{ref}}^T C_{p,j} dT \quad (4-16)$$

Siendo $T_{ref} = 298 \text{ K}$

4.5 Modelos de turbulencia

4.5.1 Introducción

Los flujos turbulentos se caracterizan por tener campos de velocidades fluctuantes. Estas fluctuaciones provocan a su vez cambios constantes en cantidades transportadas tales como cantidad de movimiento, energía, concentración de especies, etc. Este fenómeno de pequeña escala y alta frecuencia es muy costoso de simular computacionalmente hablando por lo que es necesario hacer algunas simplificaciones para reducir el tiempo de cálculo. Las ecuaciones manipuladas contienen variables desconocidas que necesitan de modelos de turbulencia para determinar éstas en términos de cantidades conocidas. Para más información sobre turbulencia véase el Anexo A.

No existe un modelo de turbulencia que sea universalmente aceptado como el mejor para toda clase de problemas. La elección del modelo de turbulencia dependerá de consideraciones tales como los recursos computacionales de que se disponga, la cantidad de tiempo disponible para simular, el nivel de detalle que se desea alcanzar, etc.

Los modelos de turbulencia que se han utilizado en este trabajo se engloban dentro del conjunto de los *modelos de turbulencia de medias de Reynolds*. En esta sección se explicará este concepto así como algunas características generales de los modelos de turbulencia.

4.5.2 La descomposición de Reynolds

Las fluctuaciones de pequeña escala y alta frecuencia que se producen en flujos turbulentos



no pueden ser simuladas de manera directa y eficiente, a día de hoy, por los ordenadores personales más modernos que existen en el mercado, ni siquiera por potentes “work stations” que tienen más velocidad de cálculo que éstos. Por este motivo se hace necesaria la creación de modelos matemáticos que permitan calcular estas fluctuaciones pero no de manera directa. El método de las *medias de Reynolds* introduce términos adicionales en las ecuaciones de conservación que necesitan ser modelados para conseguir conocer sus valores.

Las ecuaciones de Navier-Stokes con medias de Reynolds, en inglés: “The Reynolds-averaged Navier-Stokes equations (RANS), gobiernan el transporte de las cantidades promediadas (velocidad, presión, etc.). Este modelo permite reducir considerablemente el coste computacional y se usa ampliamente en aplicaciones ingenieriles.

En las *medias de Reynolds*, las variables que son solución de las ecuaciones instantáneas de Navier-Stokes (N-S) se descomponen en dos componentes: una variable promedio y otra fluctuante. Para la velocidad:

$$u_i = \bar{u}_i + u_i' \quad (4-17)$$

Donde \bar{u}_i y u_i' son la componente promediada y fluctuante respectivamente.

Además, la presión y otras cantidades escalares:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (4-18)$$

Substituyendo expresiones de esta forma como variables de flujo dentro de las ecuaciones de conservación y aplicando la media temporal se consiguen las siguientes expresiones en coordenadas cartesianas:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (4-19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\overline{\rho u_i' u_j'} \right) \quad (4-20)$$

Las ecuaciones (4-19) y (4-20) son las ecuaciones RANS (nótese que se ha omitido la colocación de la barra superior sobre la velocidad media). Tienen la misma forma que las ecuaciones de Navier-Stokes instantáneas pero ahora las variables solución representan



variables promedio. Además, aparece un término adicional que representa los efectos de la turbulencia, las tensiones de Reynolds $(-\overline{\rho u_i u_j})$. Este término debe ser modelado para cerrar la ecuación (4-20). Un método común emplea la hipótesis de Boussinesq (Hinze, 1975) que relaciona las tensiones de Reynolds con los gradientes medios de velocidad:

$$-\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho \kappa + \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij} \quad (4-21)$$

La hipótesis de Boussinesq se usa en el modelo Spalart-Allmaras (S-A), los modelos κ - ε y los modelos κ - ω . La ventaja de esta aproximación es el bajo coste computacional asociado al cálculo de la viscosidad turbulenta, μ_t . En el caso del modelo S-A, solamente se resuelve una ecuación de transporte que representa la viscosidad turbulenta. En cambio, en los modelos κ - ε y κ - ω , se resuelven dos ecuaciones de transporte adicionales (para la energía cinética turbulenta, κ , y otra para la velocidad de disipación turbulenta, ε , o la velocidad de disipación específica, ω) y la μ_t se calcula como función de κ y ε . La desventaja de la hipótesis de Boussinesq es que asume que la viscosidad turbulenta es un escalar isotrópico, lo cual no es estrictamente cierto.

4.5.3 El modelo Spalart-Allmaras

Es un modelo de una ecuación que utiliza la teoría de Boussinesq para modelar la ecuación de transporte de la energía cinética turbulenta. Este modelo fue diseñado específicamente para aplicaciones aeroespaciales y está ganando popularidad en las aplicaciones con turbomáquinas.

En FLUENT, este modelo se ha implementado para usar *funciones de pared* (ver Anexo C) cuando la malla no tiene la resolución suficiente para resolver adecuadamente el flujo cercano a la pared.

4.5.4 El modelo estándar k- ε

Es el modelo más simple de los modelos de turbulencia de dos ecuaciones. Su robustez, economía y razonable precisión en un amplio rango de flujos hacen que se haya convertido en el caballo de batalla de la mayoría de los flujos turbulentos industriales y transferencia de calor. Con el objetivo de potenciar algunas deficiencias de este modelo, se han derivado dos modelos de turbulencia del modelo estándar k- ε . El modelo RNG k- ε y el modelo "realizable"



k- ϵ . Más información sobre este modelo se puede encontrar en el Anexo B.

4.5.5 El modelo RNG k- ϵ

Es similar al modelo estándar k- ϵ pero incluye algunas modificaciones:

- El modelo RNG tiene un término adicional en la ecuación de ϵ .
- El efecto de los remolinos en la turbulencia está incluido en este modelo.
- La teoría RNG mejora la fórmula analítica de los números de Prandtl mientras que el modelo estándar usa constantes especificadas por el usuario.
- Mientras que el modelo estándar funciona en la región del flujo con turbulencia plenamente desarrollada, la teoría RNG consta de una fórmula diferencial derivada analíticamente que tiene en cuenta los efectos en la región donde predominan bajos números de Reynolds turbulento. El uso efectivo de esto, sin embargo, depende del tratamiento que se le da a la malla cercana a la pared.

4.5.6 El modelo “Realizable” k- ϵ

Este modelo es relativamente nuevo y difiere del modelo estándar en dos puntos importantes:

- El modelo “Realizable” contiene una nueva formulación de la viscosidad turbulenta.
- Se ha derivado una nueva ecuación para ϵ .

4.6 El efecto de la pared en flujos turbulentos

Los flujos turbulentos son afectados significativamente por la presencia de paredes. La turbulencia puede cambiar por la presencia de paredes de manera no-trivial. El modelado del flujo cercano a las paredes puede afectar de manera notable la fidelidad de las soluciones numéricas sabiendo que las paredes son el principal origen de vorticidad y turbulencia. La representación precisa del flujo en regiones cercanas a la pared determina el éxito de las predicciones en flujos turbulentos limitados por paredes.

Numerosos experimentos demuestran que la región cercana a la pared se puede dividir en tres capas. En la capa interior más cercana a la pared, llamada *subcapa viscosa*, el flujo es casi laminar y la viscosidad molecular juega el papel más importante en la transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa. En la capa más externa, llamada la *subcapa*



turbulenta, la turbulencia es la dominante. Finalmente, en la subcapa que está en medio de estas dos, los efectos de la viscosidad molecular y la turbulencia son igualmente importantes.

4.6.1 Funciones de pared vs. Modelo de dos capas (TLM)

Tradicionalmente existen dos aproximaciones para modelar el flujo cercano a la pared en FLUENT. En una primera aproximación, la región afectada por la viscosidad no se resuelve. En vez de esto, fórmulas semi-empíricas llamadas *funciones de pared* se usan como puente entre la región afectada por la viscosidad y la región donde la turbulencia está plenamente desarrollada. El uso de estas funciones evita la necesidad de modificar los modelos de turbulencia para que tengan en cuenta la presencia de la pared.

En otra aproximación, los modelos de turbulencia son modificados para que se resuelva la región afectada por la viscosidad en la malla cercana a la pared. A esta aproximación se la conoce con el nombre de *modelo de dos capas*.

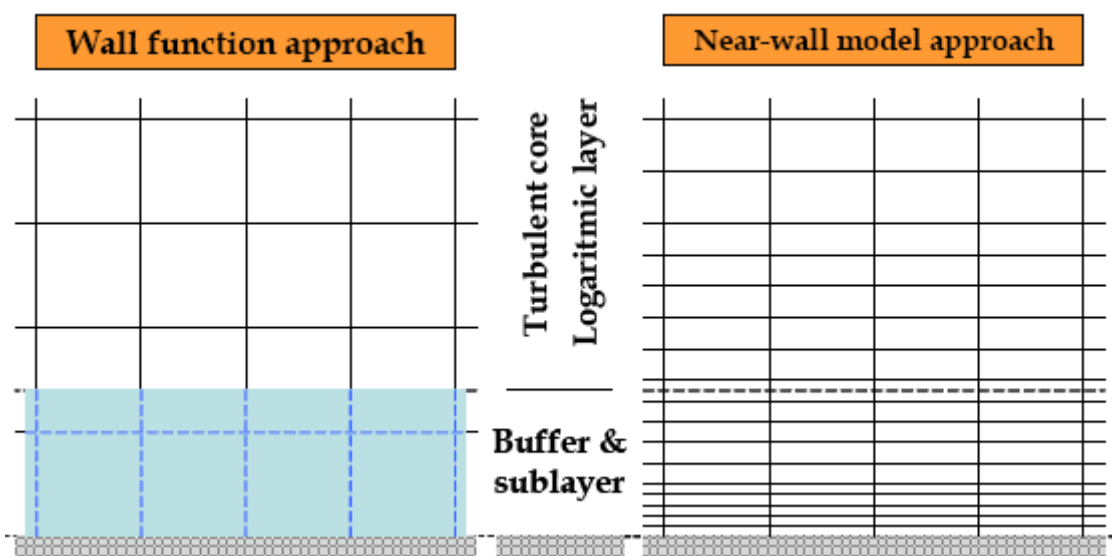


Figura 4.2 De izquierda a derecha se representa la aproximación de función de pared y el modelo de dos capas. Imagen obtenida de [5]

En la mayoría de los flujos turbulentos de elevado número de Reynolds, las *funciones de pared* ahorran recursos de manera sustancial, porque la región afectada por la viscosidad, en la cual las variables varían rápidamente, no necesita ser resuelta. La *función de pared* es la aproximación más popular debido a su economía, robustez y precisión. Es una opción práctica para tratar zonas cercanas a la pared en simulaciones de flujos industriales.



En el presente trabajo no se ha utilizado el *modelo de dos capas* porque se necesita una malla más fina en la región cercana a la pared lo que encarece considerablemente los tiempos de cálculo y además la bibliografía ha demostrado que las *funciones de pared* dan buenos resultados.

Para ampliar la información sobre las *funciones estándar de pared* véase el Anexo C

4.7 Consideraciones de la malla para flujos turbulentos

Para simular flujos turbulentos satisfactoriamente, algunas consideraciones se deben tomar a la hora de generar la malla. Los resultados numéricos en flujo turbulentos tienden a ser más dependientes de la malla que en los flujos laminares.

Es muy recomendable resolver con malla suficientemente fina las regiones del flujo donde el flujo cambia rápidamente y hay gradientes adversos de algunos parámetros, por ejemplo presión.

Cuando se utiliza los modelos de turbulencia $k-\epsilon$, es necesario usar *funciones de pared* u otras estrategias (*modelo de dos capas*) para resolver el flujo cercano a la pared. La idoneidad de usar una aproximación u otra depende del análisis del parámetro y^+ (ver apartado A.6 de los Anexos) cerca de las paredes. Para *funciones de pared estándar o de no equilibrio*, el centroide de las celdas cercanas a la pared se debería encontrar dentro de la ley logarítmica, $30 < y^+ < 300$. Un valor de y^+ más cercano al límite inferior ($y^+ \approx 30$) es más deseable. Se deben evitar los mallados excesivamente finos cerca de las paredes cuando se utilizada las *funciones de pared* porque éstas dejan de ser válidas en la subcapa viscosa ($y^+ < 11.225$).



5. Modelización del flujo rotativo en Fluent

Fluent está provisto de tres modelos diferentes para simular el flujo rotativo:

1. “The multiple reference frame (MRF) model”
2. “The mixing plane model”
3. “The sliding mesh model” (SM)

Los dos primeros modelos asumen que el campo de velocidades es estacionario, esto significa que los efectos producidos por la interacción agitador-bafile son aproximados mediante medias. Esto es válido siempre y cuando la interacción rotor (agitador)-estator (bafile) sea débil o simplemente se quiera una solución aproximada del sistema. El tercer modelo, en cambio, asume que el campo de velocidades es transitorio y por lo tanto puede simular dicha interacción con más fidelidad. El modelo SM se usa cuando la interacción rotor-estator es fuerte o cuando se quieren resultados más ajustados del sistema. Hay que tener en cuenta que este modelo requiere simulaciones en transitorio, lo que supone un coste mucho mayor computacionalmente hablando en comparación con los otros dos.

A continuación se explicará como se modela el flujo en marcos de referencia rotativos y con más detalle los modelos MRF y SM que son los que se han usado para llevar a cabo las simulaciones.

5.1 Flujo en marcos de referencia rotativos

FLUENT tiene la capacidad de simular flujos en marcos de referencia acelerados. En este caso, la aceleración del sistema de coordenadas está incluida en las ecuaciones que describen el comportamiento del fluido. Un ejemplo sobre marcos de referencia acelerados es el caso de las máquinas rotativas. En estos casos, el flujo puede ser modelado en un sistema de coordenadas que se mueve con el equipo rotativo y de esta manera experimenta una aceleración radial constante. Esta clase de flujos rotativos se pueden tratar con FLUENT mediante un marco de referencia rotativo o varios marcos que se muevan a velocidades diferentes dependiendo de cada caso. Por ejemplo, el flujo dentro de un tanque desprovisto de baffles, Figura 5.1 (a), agitado por una sola turbina puede ser modelado con un solo marco de referencia rotativo, en cambio, si el tanque lleva contrapalpas, Figura 5.1 (b), es necesario definir una región que envuelva al agitador que tenga un marco de



referencia rotativo y un marco de referencia estático para el resto del fluido. De esta manera se consigue simular mejor la interacción entre el rotor y el estator.

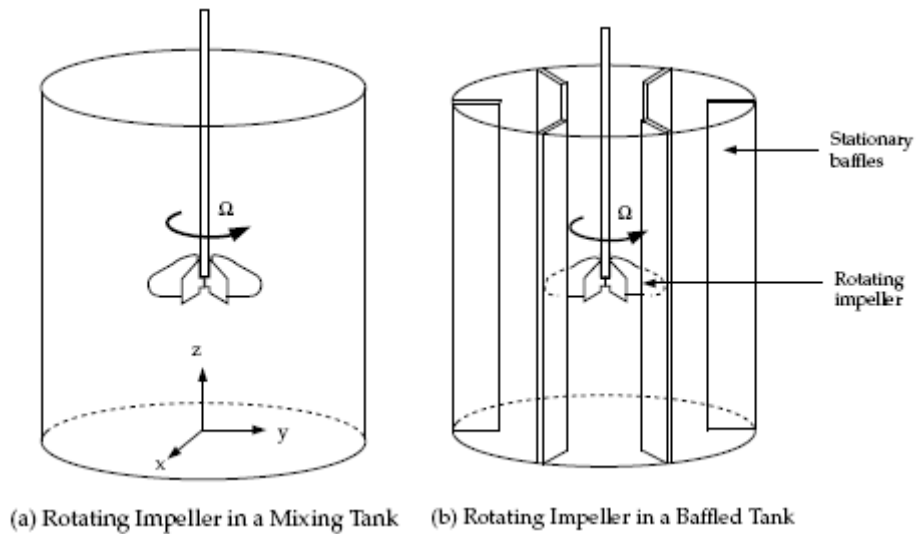


Figura 5.1 Problemas que pueden ser modelados con un único marco de referencia rotativo (a) o con múltiples (dos en este caso) marcos de referencia (b). Imagen obtenida de [5]

5.2 El modelo MRF

5.2.1 Introducción

El MRF es una modificación del modelo “Rotating Frame” (RF). La modificación consiste en que más de un marco de referencia rotativo (o no-rotativo) puede ser usado en una misma simulación. El modelo MRF ofrece una aproximación estacionaria del flujo que permite simular tanques con bafles o con geometrías internas complejas.

Para implementar el modelo MRF en FLUENT es necesario dividir el dominio de cálculo en diferentes subdominios (ver Figura 5.2). Se deberán usar marcos de referencia rotativos en aquellos subdominios que contengan elementos rotativos mientras que se usarán marcos de referencia estacionarios en aquellos que sean estacionarios.

Mientras la solución del campo de flujo dentro del marco de referencia rotativo imparte la rotación del agitador fuera de este marco, el agitador no se mueve durante la simulación. Su posición es estática. Si el agitador está colocado en la parte central del tanque, la posición relativa de las palas del agitador respecto los bafles no cambia durante la simulación. Si la interacción rotor (agitado) – estator (bafle) es débil, la posición relativa de las palas del agitador respecto los bafles no importa. Por este motivo, el modelo MRF, se usa en aquellos



casos en que las interacciones rotor-estator son débiles.

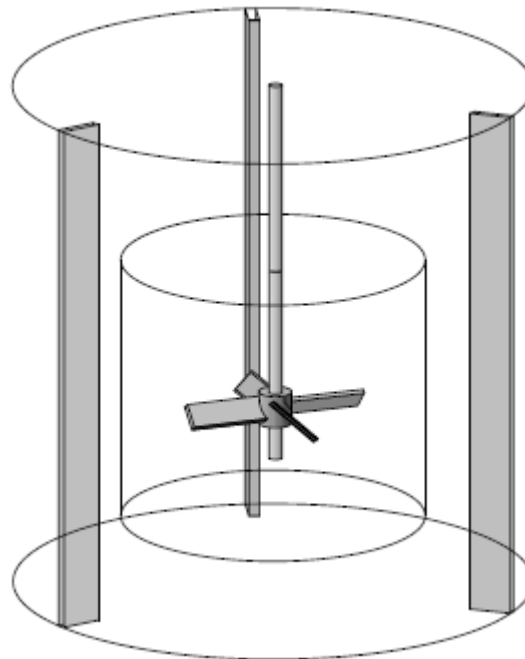


Figura 5.2 Tanque donde se puede ver implementado el MRF. El subdominio cilíndrico que envuelve el agitador se resuelve en un marco de referencia rotativo mientras que el resto del dominio en uno estacionario

5.2.2 La formulación del modelo MRF

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento del fluido se escriben en función del marco de referencia de cada subdominio. Así, las ecuaciones de un flujo que está en un subdominio estacionario o que se mueve con movimiento de translación son diferentes que las ecuaciones del flujo que está dentro de un subdominio con movimiento rotacional. Para este primer caso las ecuaciones son las mismas que se han descrito en el capítulo anterior. Para el caso de un marco de referencia rotacional las ecuaciones cambian, en especial la ecuación de cantidad de movimiento porque es la que tiene en cuenta la aceleración del sistema.

Ecuación de cantidad de movimiento para un sistema de referencia inercial:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \left(\vec{\tau} \right) + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (5-1)$$

En este punto es preciso encontrar una ecuación que relacione la velocidad y la derivada local en el marco de referencia inercial con la velocidad y la derivada local en el marco de referencia rotativo. Las ecuaciones son las siguientes:



$$\vec{v}_i = \vec{v}_r + \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (5-2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_i = \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_r + \vec{\omega} \times () \quad (5-3)$$

Utilizando las ecuaciones (5-2) y (5-3) se puede deducir una expresión para la aceleración en el marco de referencia inercial en función de la aceleración en el marco de referencia rotacional:

$$\begin{aligned} a_i &= \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} = \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_i (\vec{v}_r + \vec{\omega} \times \vec{r}) = \left[\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_r + \vec{\omega} \times \right] [\vec{v}_r + \vec{\omega} \times \vec{r}] = \\ &= \left(\frac{\partial \vec{v}_r}{\partial t}\right)_r + \left(\frac{\partial (\vec{\omega} \times \vec{r})}{\partial t}\right)_r + \vec{\omega} \times \vec{v}_r + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r} = \\ &= a_r + \vec{\omega} \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial t}\right)_r + \vec{r} \left(\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t}\right)_r + \vec{\omega} \times \vec{v}_r + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r} = \\ &= a_r + 2(\vec{\omega} \times \vec{v}_r) + \vec{r} \left(\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t}\right)_r + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \end{aligned} \quad (5-4)$$

Aplicando la segunda ley de Newton ($F = ma$) y haciendo alguna manipulación se obtiene finalmente la ecuación de cantidad de movimiento en la forma *no-conservativa* para un sistema de referencia rotacional en función de la velocidad relativa o rotacional (v_r):

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \vec{v}_r}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\vec{v}_r \vec{v}_r) + \underbrace{\rho (2\vec{\omega} \times \vec{v}_r)}_{\text{Fuerza de Coriolis}} + \\ + \underbrace{\rho [\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})]}_{\text{Fuerza Centrífuga}} + \underbrace{\rho \vec{r} \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t}}_{\text{Fuerza de Euler}} = -\nabla p + \nabla \cdot (\vec{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F} \end{aligned} \quad (5-5)$$

En el nuevo marco de referencia rotativo aparecen tres nuevas fuerzas, la *fuerza de Coriolis*, la *fuerza Centrífuga* y la *fuerza de Euler*. Estas tres fuerzas son denominadas fuerzas *ficticias* porque no existe interacción física entre la fuerza y el elemento que recibe su acción. La fuerza de Euler aparece cuando el marco de referencia rotativo varía su velocidad angular con el tiempo. En este trabajo no se contemplan este tipo de marcos con lo que el término $\rho \vec{r} \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} = 0$. De esta manera, la ecuación (5-5) queda finalmente:

$$\boxed{\rho \frac{\partial \vec{v}_r}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\vec{v}_r \vec{v}_r) + \rho (2\vec{\omega} \times \vec{v}_r) + \rho [\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] = -\nabla p + \nabla \cdot (\vec{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F}} \quad (5-6)$$



No se incluirá la ecuación de energía en un sistema de referencia rotativo porque no se ha hecho ninguna simulación con el MRF donde la ecuación de la energía estuviese activada.

5.2.3 Implicaciones del modelo MRF

- Se pueden crear múltiples subdominios.
- Se asume que la velocidad angular de aquellos subdominios a los que se les ha asignado movimiento rotativo es constante.
- Se asume que las superficies que están definidas como paredes y que estén dentro de los subdominios con marcos de referencia rotativos se mueven con el fluido y pueden tener cualquier forma.
- La interfase entre un subdominio rotativo y uno adyacente estacionario debe ser una superficie de revolución respecto al eje de rotación del subdominio rotativo.
- Se pueden utilizar límites periódicos siempre y cuando todos los subdominios presenten ángulos periódicos iguales.

5.2.4 Limitaciones del modelo MRF

- El modelo MRF ignora el movimiento relativo entre los diferentes subdominios, y de esta manera no se tiene en cuenta la interacción fluidodinámica existente entre los componentes estacionarios y los rotativos.
- Idealmente, el flujo en la interfase debería ser relativamente uniforme.
- MRF puede dar resultados erróneos en casos donde el flujo atraviesa el subdominio rotativo (el flujo entra y sale del subdominio rotativo).

5.3 El modelo SM

5.3.1 Introducción

Las interacciones transitorias entre componentes estacionarios y rotativos en una turbomáquina (ver Figura 5.3) y la turbulencia dan lugar a pulsaciones periódicas en el flujo. Este es un fenómeno inevitable y pasa en todo tipo de máquinas rotativas. El método MRF no tiene en cuenta este efecto y de esta manera está limitado a sistemas donde estas interacciones sean débiles. En aquellos casos en los que no se pueda omitir estas interacciones se deberá usar el modelo SM.



Illustration of Unsteady Interactions

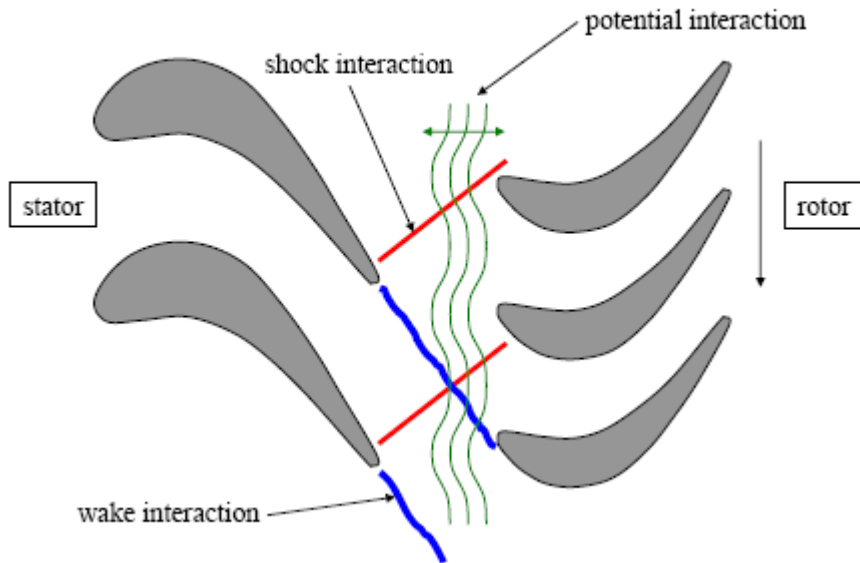


Figura 5.3 Interacciones transitorias en una turbomáquina. Imagen obtenida de [6]

El modelo SM ofrece una solución transitoria en la cual la malla que está alrededor de los componentes rotativos se mueve físicamente durante la simulación (Figura 5.4).

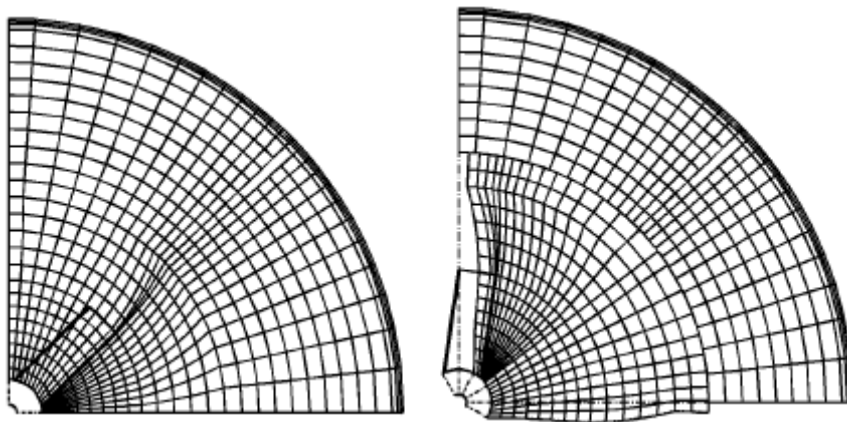


Figura 5.4 Ejemplo de la implementación del modelo SM en 2D

El movimiento del agitador se modela de manera real porque la malla que está alrededor de éste se mueve con él, dando cuenta de las interacciones entre el agitador y los baffles. El movimiento de la malla no es continuo sino que se mueve en pasos de tiempo discretos que puede elegir el usuario. Después de cada movimiento de la malla, las ecuaciones de conservación se resuelven en un proceso iterativo hasta que se alcanza la convergencia. Durante cada uno de estos cálculos pseudo-estacionarios, la información pasa a través de la interfase, de las regiones rotativas hacia las estacionarias.



Con el objetivo de hacer rotar una malla respecto otra, el límite entre éstas necesita ser una superficie de revolución. En el tiempo $t = 0s$, las dos interfases deben estar superpuestas. Durante la simulación, una interfase se moverá con la malla rotativa mientras que la otra se mantendrá en la región estacionaria. En cualquier instante, las celdas que forman la malla de una interfase no tienen porque coincidir con las de la otra. Cuando la información pasa de la región rotativa hacia la estacionaria, es necesaria la interpolación para unir cada celda con su vecina a través de la interfase.

5.3.2 La formulación del modelo SM

En este caso cada elemento del dominio rotatorio se mueve a cada paso de tiempo, tal como se ilustra en la Figura 5.5.

Moving Mesh Illustration

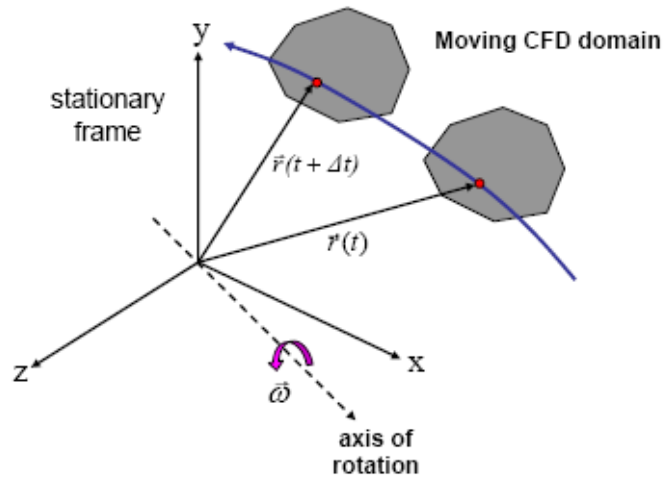


Figura 5.5 Ilustración del movimiento de un dominio. Imagen obtenida de [6]

La variación temporal de la posición viene dada por el vector $\dot{\vec{r}} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \vec{U}$. A continuación se presentan las ecuaciones en la forma integral modificadas por esta velocidad:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \oint_S \rho(\vec{V} - \vec{U}) = 0 \tag{5-7}$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho v_x dV + \oint_S \left[\rho(\vec{V} - \vec{U})v_x + p \hat{i} \right] \cdot d\vec{S} = \oint_S \vec{\tau}_{vx} \cdot d\vec{S} \tag{5-8}$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho v_y dV + \oint_S \left[\rho(\vec{V} - \vec{U})v_y + p \hat{j} \right] \cdot d\vec{S} = \oint_S \vec{\tau}_{vy} \cdot d\vec{S} \tag{5-9}$$



$$\frac{d}{dt} \int_V \rho v_z dV + \oint_S \left[\rho (\vec{V} - \vec{U}) v_z + p \hat{k} \right] \cdot d\vec{S} = \oint_S \bar{\tau}_{vz} \cdot d\vec{S} \quad (5-10)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho E dV + \oint_S \rho (\vec{V} - \vec{U}) \left(E + \frac{p}{\rho} \right) \cdot d\vec{S} = \oint_S (\bar{\tau}_{vx} v_x + \bar{\tau}_{vy} v_y + \bar{\tau}_{vz} v_z - \bar{q}) \cdot d\vec{S} \quad (5-11)$$

5.3.3 Ventajas e inconvenientes del modelo SM

Ventajas:

- Es capaz de resolver de la manera más fina las situaciones del campo de velocidades donde las interacciones transitorias están presentes.
- Se pueden manejar muchos dominios rotativos, cada uno de los cuales con sus únicos ejes de rotación y velocidades.

Inconvenientes:

- La solución es siempre transitoria.
- Las soluciones transitorias requieren más CPU y espacio en el disco duro que las soluciones estacionarias.
- Interpretar las soluciones transitorias puede ser incómodo si únicamente se quiere el campo de flujo promediado en el tiempo.

5.3.4 Elegir un paso de tiempo adecuado para el modelo SM

El paso de tiempo recomendado está basado en el principio que éste no debería mayor que el tiempo que se toma una celda en movimiento en avanzar un punto estacionario. La Figura 5.6 ilustra perfectamente lo que se acaba de explicar:

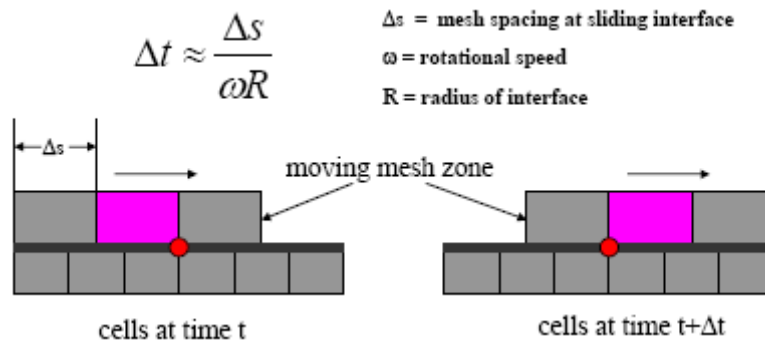


Figura 5.6 Elección del paso de tiempo adecuado para el método SM. Imagen obtenida de [6]



6. Resolución numérica del problema

En la resolución de un problema con CFD se distinguen tres partes:

1. Diseño de la geometría (GAMBIT)
2. Generación de la malla (GAMBIT)
3. Iniciación del problema físico (FLUENT)

6.1 Diseño de la geometría

Todo problema de CFD empieza por el diseño de la geometría. Para ello es necesario disponer de un programa de CAD como SolidWorks®, Autocad®, etc. En este trabajo, sin embargo, se ha optado por la utilización del software de Fluent®, GAMBIT, para tal empresa, que además de ser un programa de CAD como los ya citados, permite crear y exportar mallas.

Dependiendo del método que se vaya a utilizar para simular la agitación (MRF o SM) es necesario crear un tipo diferente de geometría. A continuación se explicarán los dos tipos.

6.1.1 Diseño de la geometría para el método MRF

La geometría que se necesita cuando se utiliza el MRF se muestra en la Figura 6.2. Su diseño es muy sencillo. El primer paso consiste en la creación de un cilindro de igual diámetro que altura cuyas dimensiones se muestran en la Tabla 3.1 (Figura 6.1, paso 1). Seguidamente se corta verticalmente el volumen creado en dos partes y se desecha una de ellas (Figura 6.1, paso 2). Con esto se quiere aprovechar la axisimetría que presenta la geometría para simular solamente una mitad, suponiendo que existe una periodicidad de 180° en el flujo. Se crean, a continuación, dos hexaedros que representan dos de los cuatro baffles del tanque y se restan de la mitad del cilindro (Figura 6.1, paso 3). El diseño de la geometría sigue con la creación de cuatro volúmenes más: un cilindro de menor diámetro y altura que el anterior que representa el disco de la turbina, tres de las seis palas que tiene la turbina, un cilindro de menor diámetro que el disco de la turbina y mayor altura que éste (que une el eje de la turbina con el disco de ésta) y el eje del agitador. Se unen adecuadamente y se resta el volumen resultante del que queda según la sucesión de pasos (Figura 6.1, paso 4). La técnica que está descrita implícitamente en la explicación anterior es muy práctica y permite ahorrar tiempo en la fase de diseño. Primero se crea un volumen grande y sucesivamente se le van restando volúmenes más pequeños de manera que la



geometría se va definiendo en cada paso.

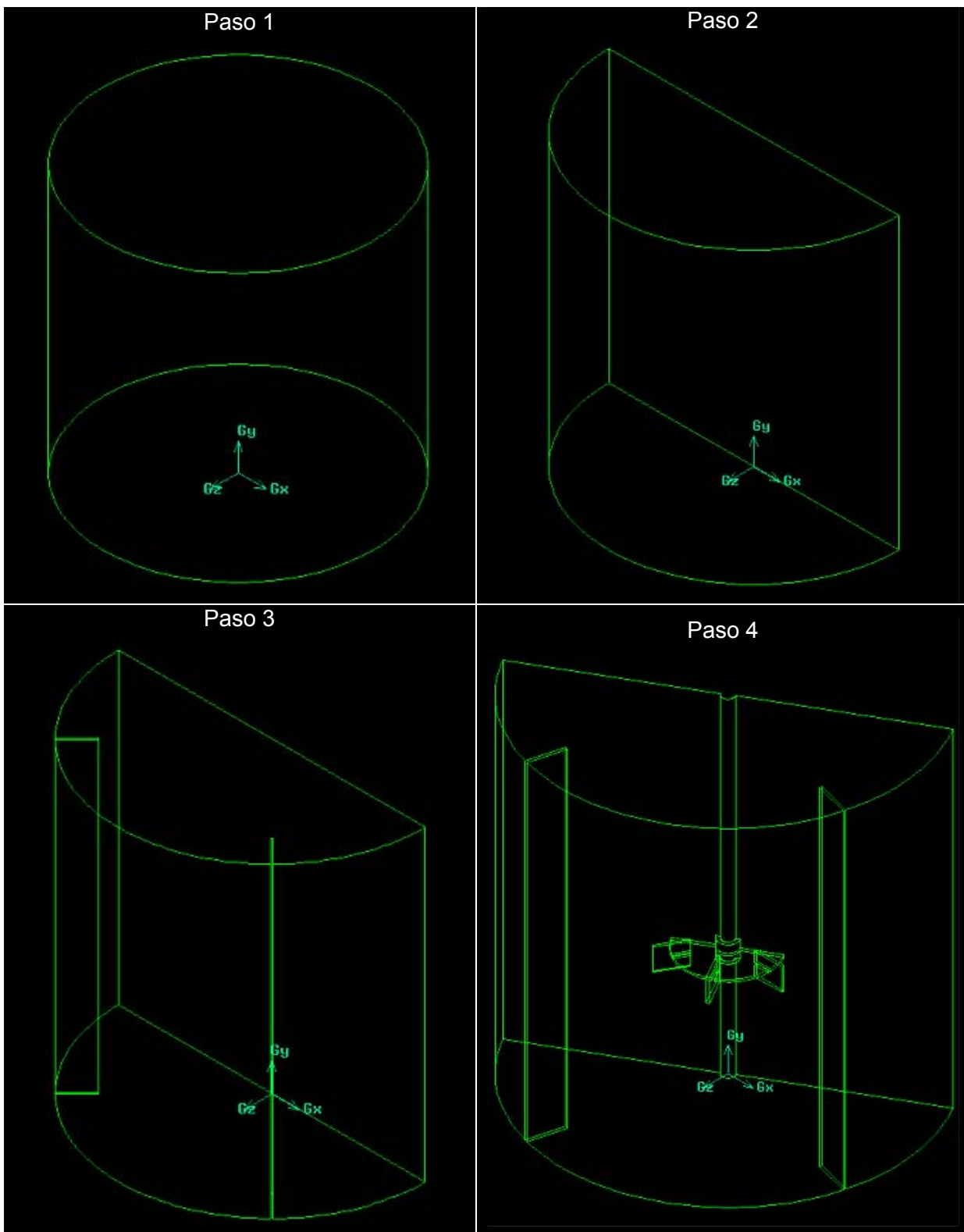


Figura 6.1 Diseño de la geometría para el método MRF. Imágenes obtenidas de GAMBIT



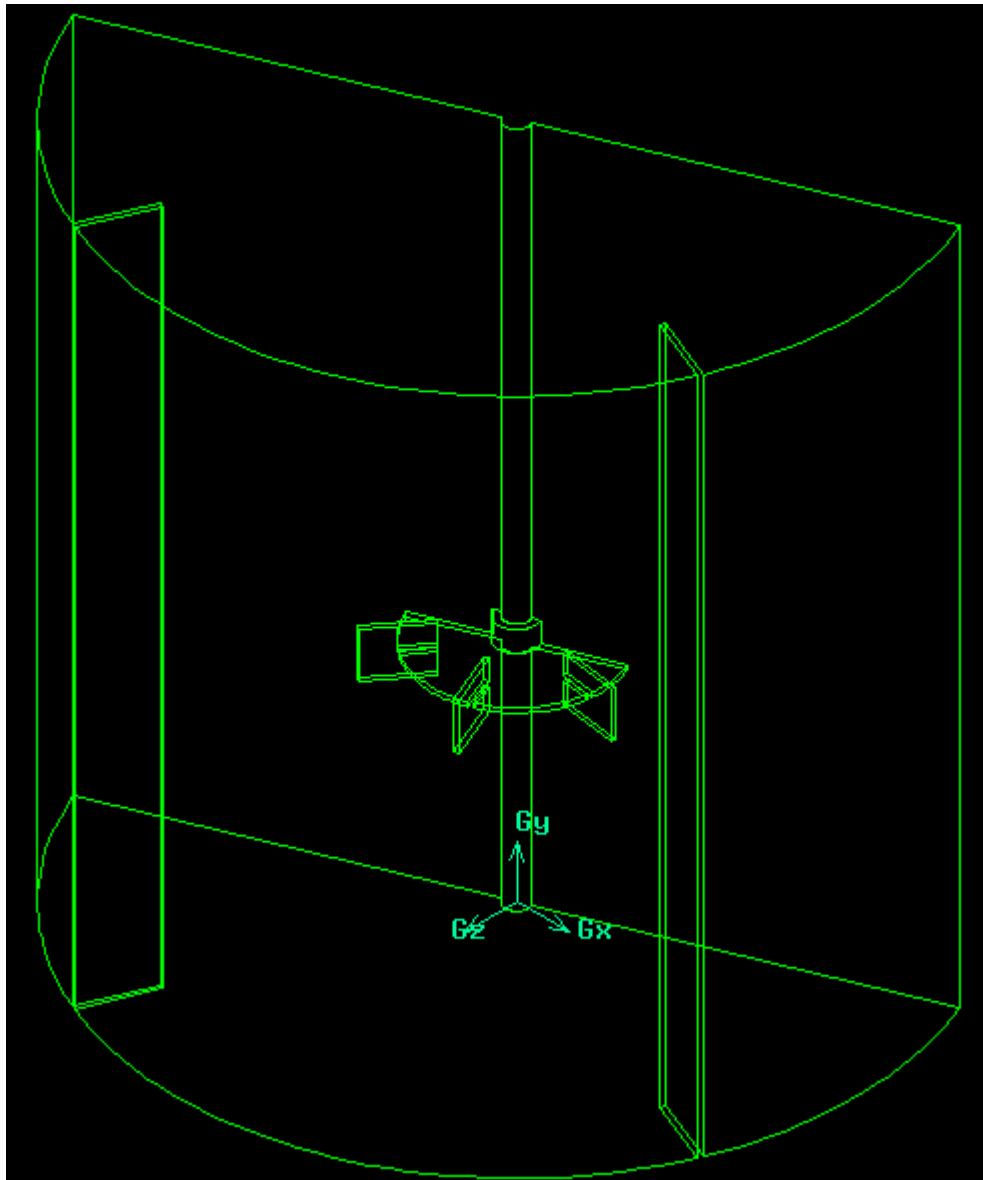


Figura 6.2 Geometría para MRF que representa la mitad del volumen de control formado por el espacio que hay entre las paredes del tanque y la turbina. Detalle del paso 4 de la Figura 6.1. Imagen obtenida de GAMBIT

Una vez que se tiene la geometría es necesario definir los *tipos de límites*. Por ejemplo, para que FLUENT interprete que las paredes del tanque son *paredes*, se debe indicar desde GAMBIT que las superficies que representan la base inferior del tanque, la superior, los baffles y las paredes cilíndricas son *paredes*. Esto se hace etiquetando todas estas superficies con el tipo “wall” en el comando “Specify Boundary Types Button” de GAMBIT. Se debe proceder igual con todas las superficies que definen el agitador. En cambio, las dos superficies rectangulares que se han generado al dividir el volumen de control en dos se deben tratar de manera diferente. Primero se tienen que “linkear” con el botón “Link/Unlink



Faces” de GAMBIT y luego con el mismo comando que el utilizado con las paredes y el agitador se deben definir como tipo “periodic” para que FLUENT interprete que el flujo es periódico, es decir, lo que “sale” por una de las superficies periódicas es lo que “entra” por la otra.

Por último, se debe utilizar el comando “Specify Continuum Types Button” para definir que tipo de continuidad, fluido o sólido, presentará el volumen creado. En este trabajo siempre se ha definido como fluido.

6.1.2 Diseño de la geometría para el método SM

Cuando se simula con el método “Sliding Mesh” (SM) se deben distinguir “físicamente” los volúmenes estáticos de aquellos que tendrán un movimiento relativo respecto a éstos. Por este motivo, el diseño de la geometría necesaria para el método SM tiene unas peculiaridades que se explican a continuación.

El diseño de la geometría para el método SM difiere del diseño de la geometría para el método MRF a partir del paso 3 de la Figura 6.1. En este punto, es necesario crear un cilindro de unas determinadas dimensiones (ver Anexo D) y restárselo al volumen del paso 3 de la Figura 6.1, el resultado se puede ver en el paso 4 de la Figura 6.3. Después se crea un cilindro que representa el eje de la turbina y se resta del volumen que queda (Figura 6.3, paso 5). En el paso 6 de la Figura 6.3 se puede ver el volumen de control rotativo, ampliado para ver mejor los detalles. Es un cilindro al que se le ha restado el volumen de la turbina, el cilindro que sirve de unión entre eje y disco y parte del eje de la turbina. Este volumen se colocará a una altura adecuada para que coincida perfectamente con la cavidad cilíndrica creada de tal manera que pueda girar, a cada paso de tiempo (ver *subapartado 5.3.4*), deslizándose por la interfase que separa ambos volúmenes.

Por lo que respecta a la definición de los *tipos de límites*, se procede igual con todas las superficies del volumen estático (el más grande) que en el método MRF, excepto con aquellas que son el resultado de la creación de la cavidad cilíndrica. En este caso se definirán como “interface” utilizando el mismo comando que antes. Respecto al volumen de control rotativo, todas las superficies exceptuando las que limitan el propio volumen se definirán como “wall”, las otras, igual que antes, se definirán con el tipo “interface”. Como en esta geometría aparecen necesariamente dos volúmenes, se tiene que especificar en cada uno de ellos el tipo de continuidad que tendrán. Se indicará, pues, que ambos volúmenes son fluido.



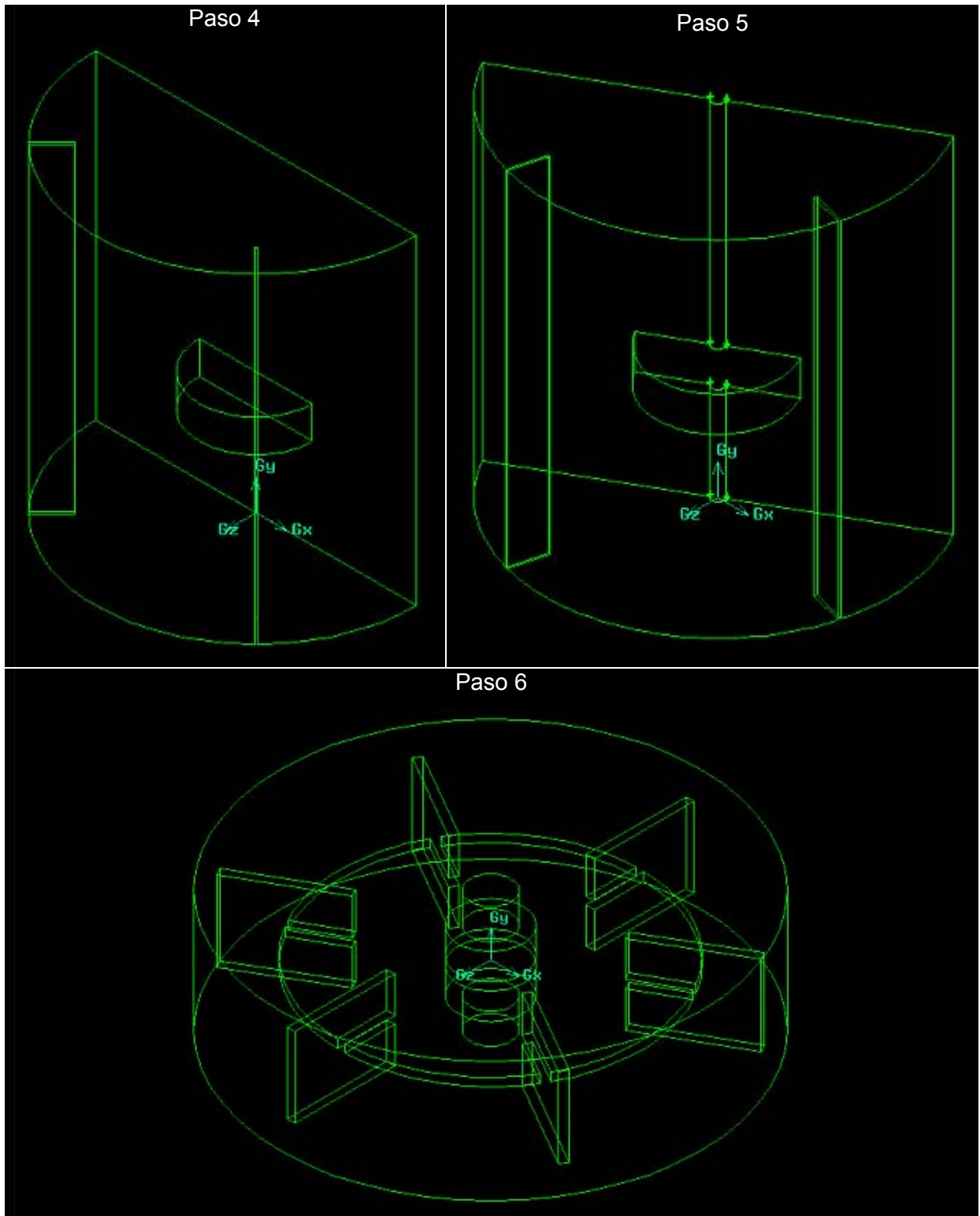


Figura 6.3 Diseño de la geometría para SM a partir del paso 3 de la Figura 6.1. Imágenes obtenidas de GAMBIT



El diseño final de la geometría se presenta en la Figura 6.4:

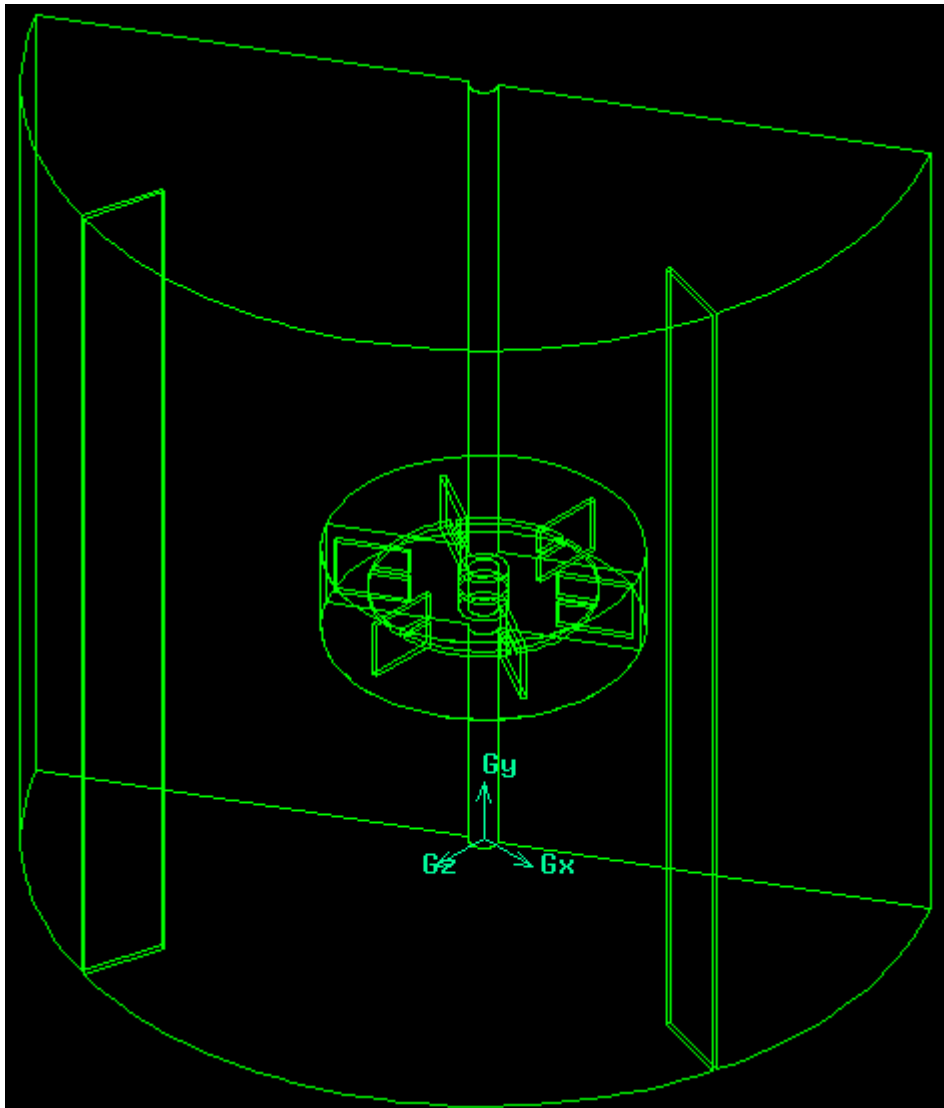


Figura 6.4 Geometría para SM. Imagen obtenida de GAMBIT

6.2 Generación de la malla

La generación de la malla es la fase más importante en CFD. La densidad de la malla, el tamaño de los volúmenes de control, determina la exactitud de la solución. La malla consiste en cuatro conceptos principales: volúmenes, superficies, segmentos y nodos. Estos conceptos están jerarquizados, un volumen está limitado por un conjunto de superficies cerradas, una superficie está limitada por un conjunto de segmentos cerrados y un segmento está limitado por nodos.

Cuando se está generando la malla de una geometría es muy recomendable conocer de



antemano algunas características del flujo que se va a simular. De esta manera, si se conoce en que partes de la geometría el flujo presenta, por ejemplo, gradientes de presión más acusados, se puede definir una malla más densa solamente en esas zonas. Así FLUENT podrá simular mejor el comportamiento del flujo en esas regiones y conseguir resultados más ajustados.

En esta etapa existe alguna distinción poco significativa en función de la metodología utilizada para simular (MRF o SM) aunque existen unos pasos específicos que se deben seguir en ambos casos para conseguir generar una malla de calidad, que no suponga un coste computacional innecesario.

La generación de la malla empieza con el mallado de las superficies definidas con el tipo "periodic". Si se quiere utilizar el método MRF estas superficies se deben mallar con malla cuadrada (ver Figura 6.5), la explicación del porqué se dará más adelante, en cambio, con el método SM se puede mallar como se desee. Se debe prestar atención a la malla de las superficies que forman el agitador, especialmente la de las palas porque es una región del fluido donde existen grandes gradientes de velocidad y, por lo tanto, de presión. Por este motivo la malla de las superficies que forman la turbina siempre será más densa o igual que la del resto de superficies y volúmenes. En la Figura 6.6 se puede ver este detalle. Una vez que las superficies "periodic" y las del agitador están malladas, se puede optar por mallar la superficie de los baffles con una malla igual de densa que la de la turbina. Aunque es una región del tanque donde el flujo presenta una fuerte tridimensionalidad, es decir, fuertes cambios de las propiedades en todas las direcciones, vórtices, etc., en este trabajo no se ha prestado demasiada atención a este hecho y no se han mallado las superficies de los baffles con una malla especialmente densa. Cuando todas las superficies que necesitan un tratamiento de malla especial están malladas se puede empezar con el mallado del volumen.

Debido a que la geometría para MRF es muy compleja resulta muy difícil generar una malla del volumen con volúmenes de control hexaédricos. Se recurrirá en este caso a una malla formada por volúmenes de control tetraédricos (ver Figura 6.7). En cambio, la geometría para SM sí que permite generar mallas más regulares compuesta por volúmenes de control hexaédricos (ver Figura 6.8).



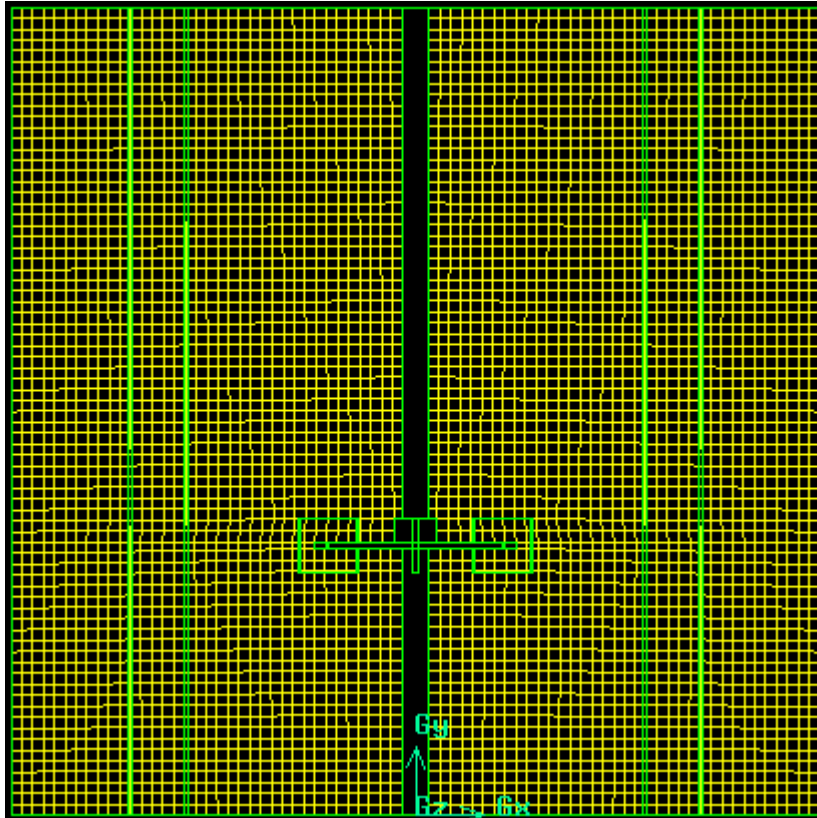


Figura 6.5 Malla cuadrada de las superficies definidas con el tipo "periodic" para la geometría MRF.
Imagen obtenida de GAMBIT

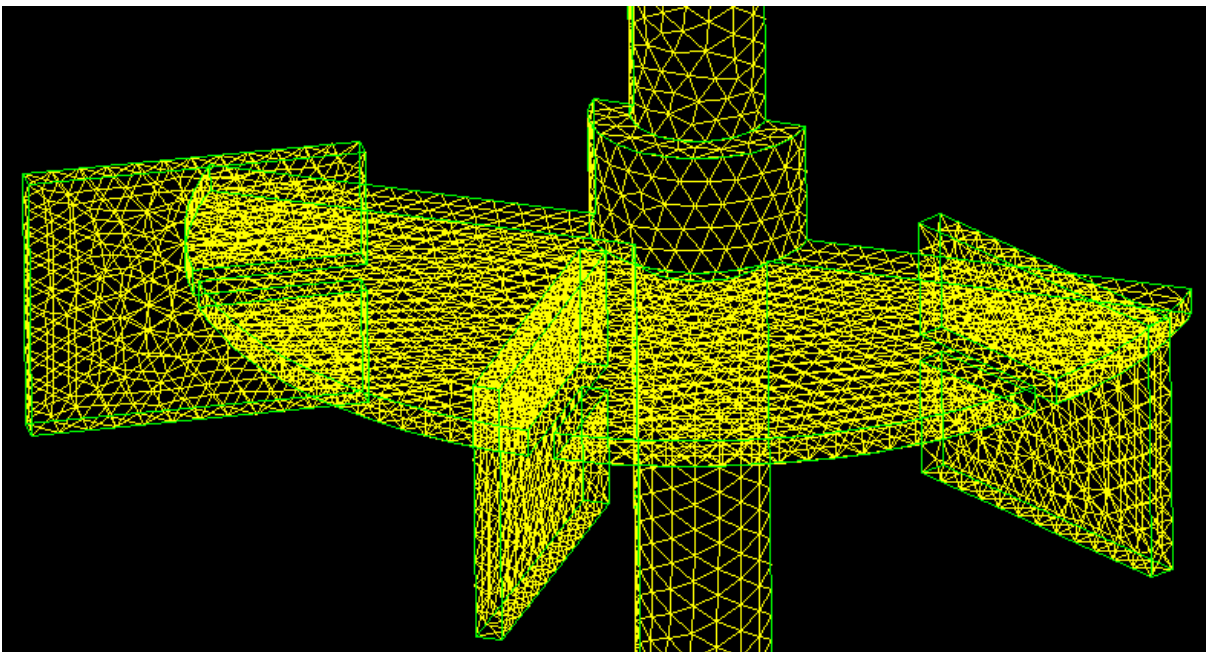


Figura 6.6 Detalle de la malla de las superficies que forman la turbina. Imagen obtenida de GAMBIT



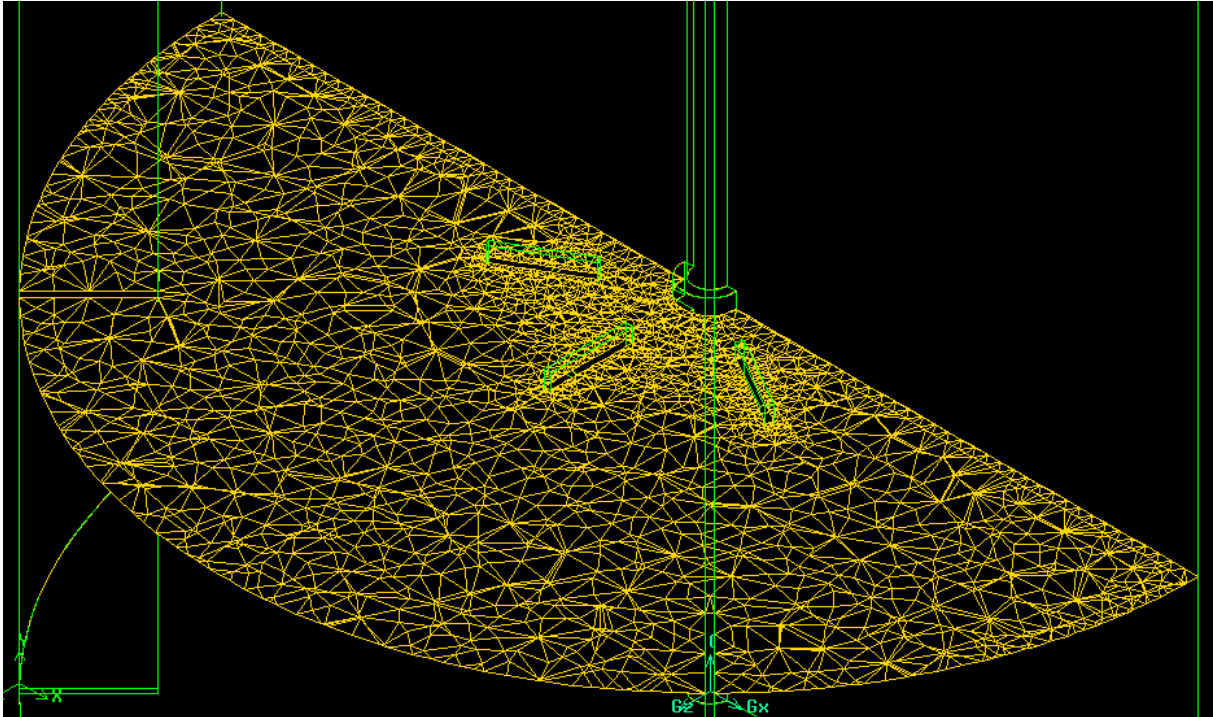


Figura 6.7 Corte horizontal de la malla de una geometría para MRF. Imagen obtenida de GAMBIT

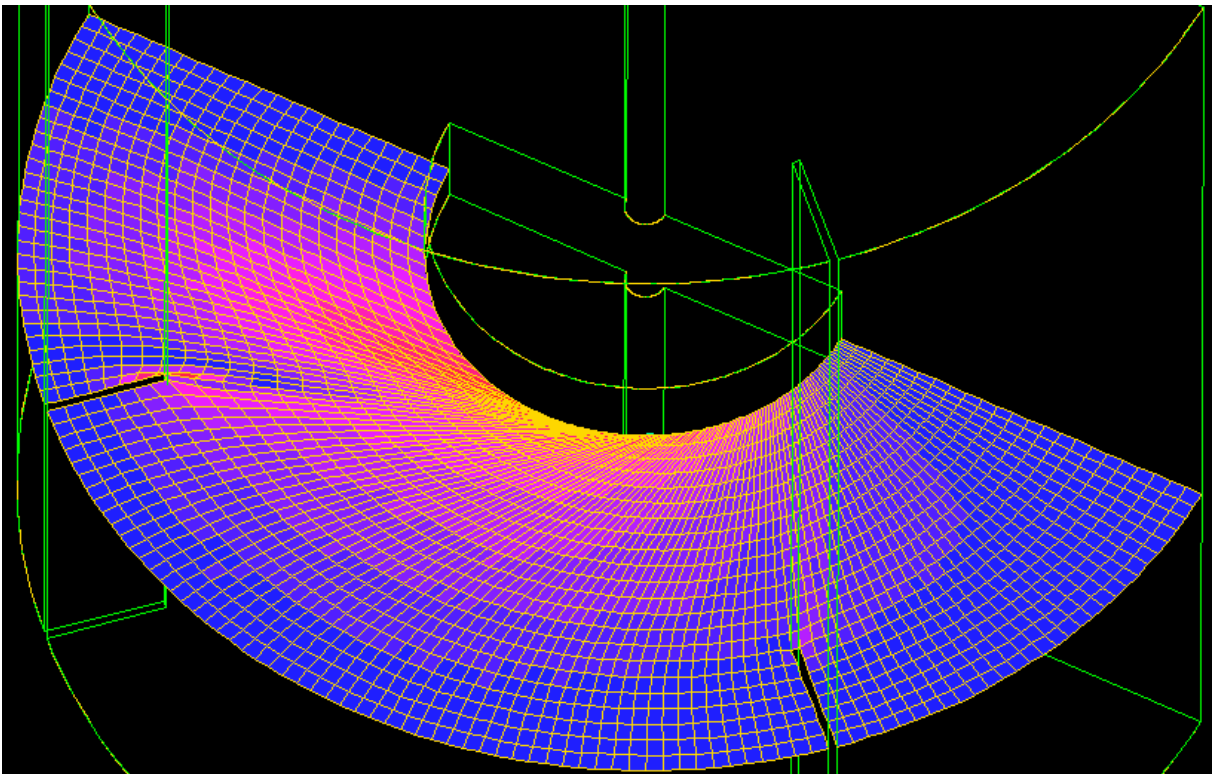


Figura 6.8 Corte horizontal de la malla de una geometría para SM. Imagen obtenida de GAMBIT



Los detalles de la malla de la Figura 6.7 se muestran en la Tabla 6.1:

Densidad malla superficies tipo "periodic"	4; malla cuadrada
Densidad malla turbina	2; malla triangular
Densidad malla volumen	8; malla tetraédrica
Número de elementos	≈ 200000

Tabla 6.1 Detalles de la malla de la Figura 6.7

Los detalles de la malla de la Figura 6.8 se muestran en la Tabla 6.2:

Densidad malla volumen	4; malla hexaédrica
Número de elementos	≈ 300000

Tabla 6.2 Detalles de la malla de la Figura 6.8

Las mallas que se muestran en la Figura 6.7 y la Figura 6.8 son solo un ejemplo de cómo se genera la malla en cada tipo de geometría. Debe quedar claro que no se han utilizado concretamente estas mallas para realizar las simulaciones aunque se ha seguido la misma metodología para crear las mallas que sí se han utilizado.

6.3 Iniciación del problema físico

La tercera fase de la resolución de un problema con CFD es la iniciación del problema físico. Cuando la malla está acabada y se han impuesto correctamente los *tipos de límites* en las superficies y el *tipo de continuidad* en los volúmenes, es momento de exportar la malla de GAMBIT para importarla a FLUENT, donde tendrá lugar la iniciación de la simulación.

Antes de indicarle a FLUENT que empiece con la simulación es necesario hacer una serie de modificaciones para adaptar el problema físico a nuestras necesidades. A continuación se exponen ordenadamente todos los pasos que hay que seguir para la iniciación de un problema de agitación en FLUENT.

Paso	Acción	Descripción/Explicación
1	Abrir FLUENT	
2	File/Read/Case	Se importa la malla
3	Grid/Check	Comprobar que la malla está en buen estado



4	Grid/Scale	Se escogen las unidades de la escala geométrica: m, cm, mm, etc.
5	Grid/Smooth-Swap	Se suaviza y homogeneiza la malla. Con esto se eliminan aquellos elementos deformados que podrían afectar a la convergencia del modelo.
6	Define/Units	Se cambia las unidades de la velocidad angular a rpm.
7	Define/Models/Solver	Se deja todo por defecto excepto la opción Time, si el problema es estacionario se escoge la opción Steady y Unsteady para problemas transitorios.
8	Define/Models/Viscous	Si el régimen es laminar se deja la opción Laminar, si no se escoge el modelo de turbulencia deseado.
9	Define/Materials	Se escoge el fluido de trabajo, agua para simular en régimen turbulento y glicerina para régimen laminar.
10	Define/Operating Conditions	Se define el vector gravedad: (X = 0 ; Y = -9.8 ; Z = 0) m/s ²
11MRF	Adapt/Region/Cylinder	Este paso solo es válido para el método MRF. Con este comando se marca sobre la malla el cilindro que limitará el volumen de control que será el "moving reference frame".
12MRF	Grid/Separate/Cells***	Se separa el cilindro marcado de la malla creándose el volumen que tendrá un marco de referencia rotacional.
11SM	Define/Grid Interfaces	Se define una interfase mediante las superficies que habían sido etiquetadas con el tipo "interface" a través de la cual tendrá lugar el intercambio de variables solución del volumen de control rotativo al volumen de control estacionario.
13MRF 12SM	Define/Boundary Conditions	<ul style="list-style-type: none"> - Agitador: se tiene que indicar la velocidad de giro. - Paredes: se deja todo por defecto. - Superficies periódicas: se tienen que definir como superficies periódicas rotacionales. - Volúmenes: se tiene que indicar el fluido de trabajo y si es estacionario o rotacional. Para el MRF el volumen de control rotativo se definirá como "moving reference frame", en cambio, para el SM se hará como "moving mesh" y en ambos se indicará la dirección de rotación, el origen del eje de rotación y la velocidad de giro.



14MRF 13SM	Solver/Controls/Solution	<ul style="list-style-type: none"> - Pressure-Velocity Coupling: SIMPLE - Under-Relaxation Factors: se dejan por defecto y si la solución no converge se puede intentar reducirlos y probar otra vez. - Discretization: <ul style="list-style-type: none"> o Pressure: PRESTO o Momentum: QUICK o Turbulence Kinetic Energy: QUICK o Turbulence Dissipation Rate: QUICK
15MRF 14SM	Solver/Initialize/Initialize	<ul style="list-style-type: none"> - Reference Frame: absolute - Compute from: all zones - Los valores iniciales se dejan por defecto
16MRF 15SM	Solver/Monitors/Residual	Se grafican los residuales para decidir si la solución ha convergido o no. Los residuales son la diferencia de los valores de las variables solución respecto los valores que ya había. Idealmente una solución ha convergido cuando esta diferencia se hace 0. Computacionalmente, esto se traduce en un valor límite suficientemente pequeño.
17MRF 16SM	Solver/Iterate	<ul style="list-style-type: none"> - MRF: se elige el número de iteraciones que se quiere. - SM: se elige un paso de tiempo, el número de pasos de tiempo y el número de iteraciones en cada paso.

Tabla 6.3 Pasos a seguir para iniciar el problema físico en FLUENT

***Cuando se separa el volumen cilíndrico de la malla, que hará de volumen de control rotativo, se generan dos superficies periódicas más. Las cuatro superficies periódicas deben ser perfectamente iguales dos a dos (mismos números de elementos). Si la malla de estas superficies no es regular, de manera que al separar el volumen cilíndrico, las mallas de estas superficies no son simétricas dos a dos, FLUENT no llevará a cabo la división y no se podrá implementar correctamente el método MRF. Por este motivo y para evitar este problema, es necesario que las superficies periódicas se mallen con elementos cuadrados, más regulares que los triángulos.

6.4 Post-procesado de los datos

Cuando la solución ha convergido, los últimos valores de las variables solución se graban como la solución final. Para ser capaz de interpretar estos datos, es necesario ordenarlos y reducirlos a un tamaño comprensible. La visualización de los datos se llama *post-procesado* y posibilita comparar diferentes simulaciones entre ellas y con datos externos. La manera



más usual de visualizar los resultados de la simulación es mediante los gráficos de contornos (ver Figura 6.9) y los gráficos de vectores de velocidad (Figura 6.10).

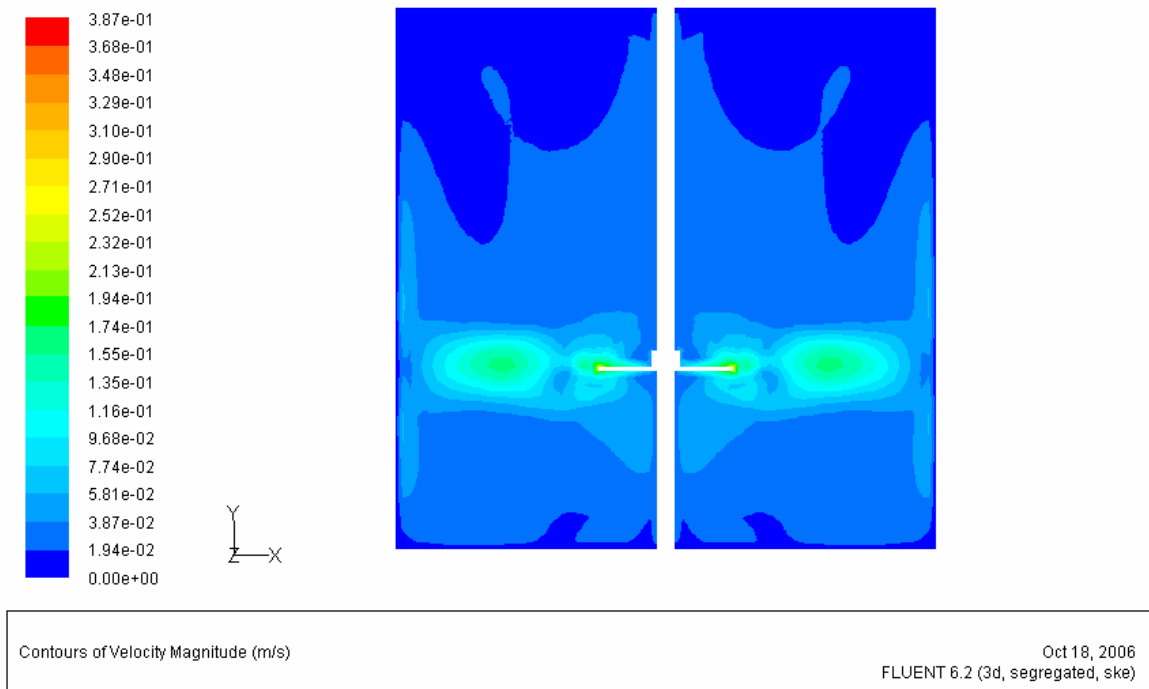


Figura 6.9 Ejemplo de cómo es un gráfico de contornos. Imagen obtenida de FLUENT

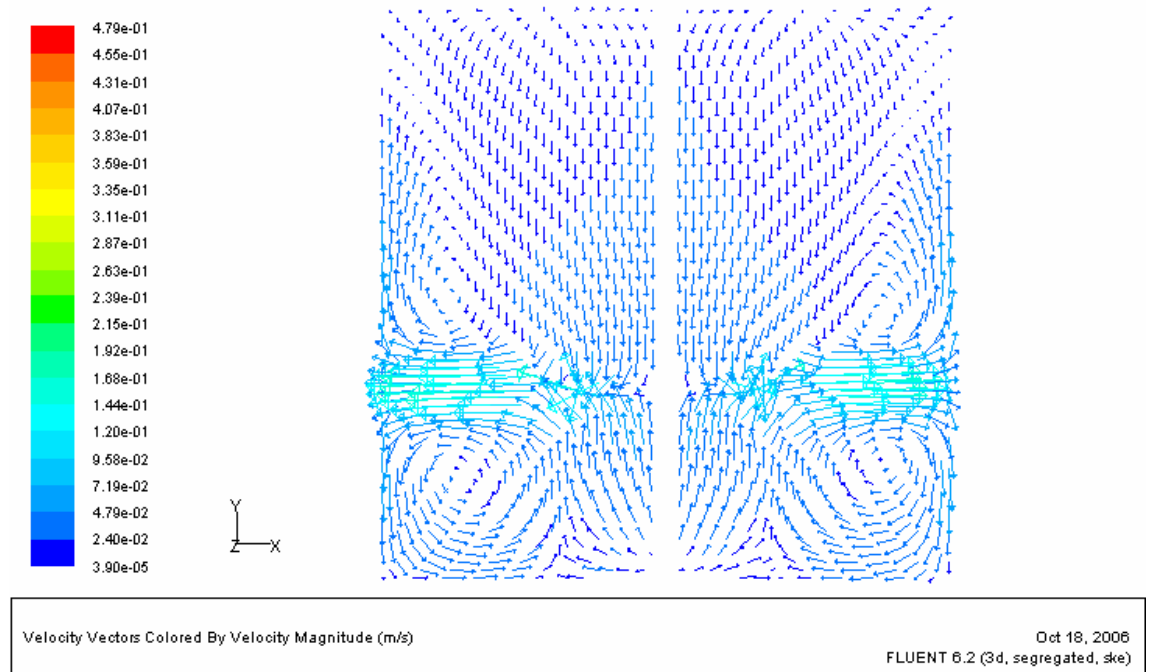


Figura 6.10 Ejemplo de cómo es un gráfico de vectores de velocidad. Imagen obtenida de FLUENT



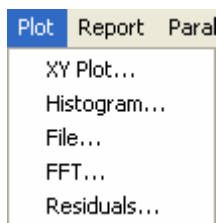
Otra manera de post-procesar el resultado de la simulación es mediante la exportación de datos en forma de matrices. Si, por ejemplo, se quiere calcular la energía disipada por rozamiento viscoso (Ecuación (3-10)), como FLUENT no tiene implementada esta ecuación, no queda más remedio que exportar una matriz de datos con las variables que intervienen en dicha ecuación a una hoja de cálculo.

Existen muchas maneras de visualizar los datos y acceder a los resultados numéricos. En el menú principal de FLUENT, las opciones *Display*, *Plot* y *Report* contienen todas las posibilidades de post-procesado de los datos.



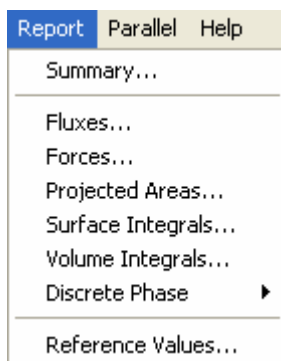
En el menú *Display* del menú principal de FLUENT se encuentran las opciones *Contours* y *Vectors* que permiten desplegar gráficos de contornos y de vectores respectivamente. Hay más opciones como la opción *Scene Animation* que permite crear animaciones, muy útiles sobretodo cuando se simula en transitorio y se quiere ver como evoluciona una variable a cada paso de tiempo.

Figura 6.11 Recorte del menú *Display* del menú principal de FLUENT. Imagen obtenida de FLUENT



El menú *Plot* permite crear gráficos XY, es decir, graficar una variable cualquiera en función de otra, permite, además, crear histogramas e incluso ver una gráfica con los residuales.

Figura 6.12 Menú *Plot* del menú principal de FLUENT. Imagen obtenida de FLUENT



En el menú *Report* hay una serie de opciones que nos permiten acceder a los valores numéricos de las simulaciones. Por ejemplo, en la opción *Forces* se puede calcular el momento flector que actúa sobre el agitador en la dirección que se desee. Además, opciones como *Surface Integrals* permiten calcular flujos a través de superficies, muy útil cuando se quiere saber el caudal que mueve el agitador en su funcionamiento.

Figura 6.13 Menú *Report* del menú principal de FLUENT. Imagen obtenida de FLUENT



7. Validación de la metodología utilizada

En el capítulo 5 se explicaron dos posibles métodos que tiene implementados FLUENT (aunque hay más) para hacer una estimación de lo que ocurre dentro de un depósito agitado por una turbina. El “Multiple Reference Frame” y el “Sliding Mesh”. El primero (MRF) se diferencia del segundo (SM) en que necesita menos tiempo de cálculo, ofrece una solución aproximada promediada en el tiempo y no tiene en cuenta las interacciones rotor-estator producidas por la no-estacionalidad de algunos flujos. En cambio, el segundo ofrece soluciones más precisas porque se simula en transitorio dando cuenta de estas interacciones. En este trabajo no hay casos donde existan fuertes interacciones rotor (agitador) – estator (bafle). Si se añade esto al hecho de que hay limitaciones tanto en los recursos informáticos como en el tiempo de cálculo disponible, el método más adecuado para llevar a cabo las simulaciones no puede ser otro que el MRF.

Por otra parte, FLUENT dispone de diferentes modelos para simular el flujo turbulento (ver apartado 4.5). Cada modelo tiene unas características particulares que lo hacen adecuado para unas aplicaciones determinadas, pero no existe uno que sea universalmente utilizado como el mejor para toda clase de flujos. Además, existen modelos que necesitan un tratamiento de malla específico para su correcta validez. Por todo esto, se hace necesario hacer un estudio previo para demostrar la idoneidad del modelo escogido.

Las pruebas fueron las siguientes:

1. Se simuló la geometría estándar (ver capítulo 3) con una malla suficientemente buena (ver Anexo D) en régimen laminar a cuatro velocidades de giro diferentes (50, 150, 400 y 1250 rpm.) y se compararon los N_p obtenidos con los disponibles en la bibliografía [3]. Se utilizó glicerina como fluido de trabajo.
2. Se simuló la geometría estándar con una malla suficientemente buena en régimen turbulento a una velocidad de giro de 60 rpm. y con agua como fluido de trabajo. Se utilizaron 4 modelos de turbulencia: Spallart-Allmaras, modelo estándar $k-\varepsilon$, modelo RNG $k-\varepsilon$ y modelo Realizable $k-\varepsilon$ y *funciones de pared estándar* (ver Anexo C) para tratar el flujo cercano a las paredes. Se compararon los N_p obtenidos con los disponibles en la bibliografía [3].
3. Se obtuvieron las gráficas de los perfiles de velocidad media axial y radial adimensional frente a la coordenada radial adimensional a tres alturas diferentes respecto de la base (118.4, 148 y 177 mm) simulando en las mismas condiciones



que en el punto 2 pero a una velocidad de giro de 300 rpm.

Los resultados se detallan a continuación en la Tabla 7.1:

Modelo turb.	Fluido	Veloc. (rpm)	Re	MRF	Exp	Error (%)
laminar	Glicerina	50	13	6.96	6.50	7.11
laminar	Glicerina	150	38	4.41	4.46	1.13
laminar	Glicerina	400	102	3.65	3.80	3.97
laminar	Glicerina	1250	320	3.68	3.72	1.16
estándar k-ε	Agua	60	9735	5.74	5.91	2.86
Spalart-Allmaras	Agua	60	9735	3.57	5.91	39.61
RNG k-ε	Agua	60	9735	1.34	5.91	77.32
Realizable k-ε	Agua	60	9735	7.65	5.91	29.50
estándar k-ε	Agua	150	24338	5.80	5.96	2.71
estándar k-ε	Agua	300	48676	5.81	5.99	3.07

Tabla 7.1 Resultados del estudio de validación de la metodología MRF

En la Figura 7.1 se puede ver como se ajustan los valores de N_p obtenidos en régimen laminar y con el modelo estándar k-ε para regímenes turbulentos.

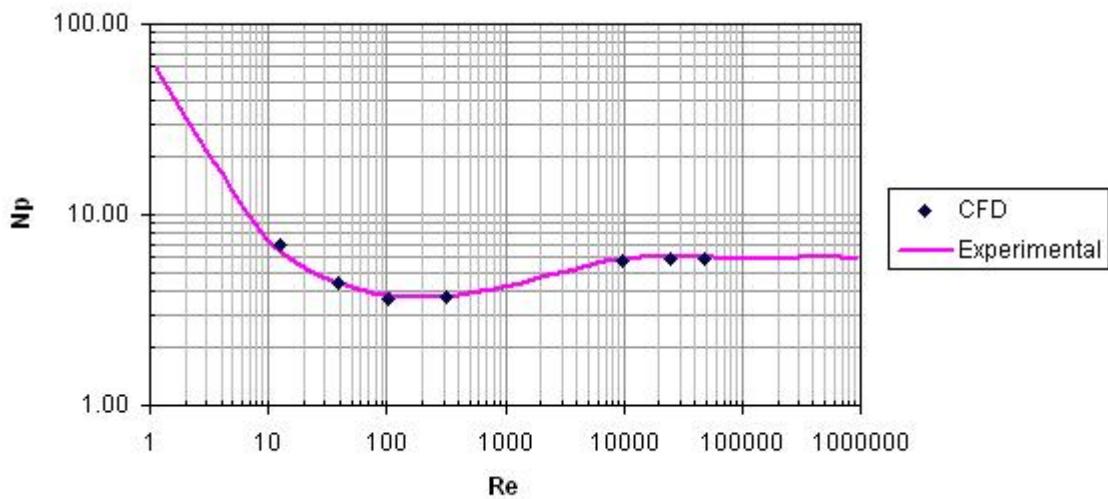


Figura 7.1 Gráfica N_p vs Re donde se comparan los resultados aceptables de la Tabla 7.1 con los datos experimentales [3]



Gráficas de velocidad axial

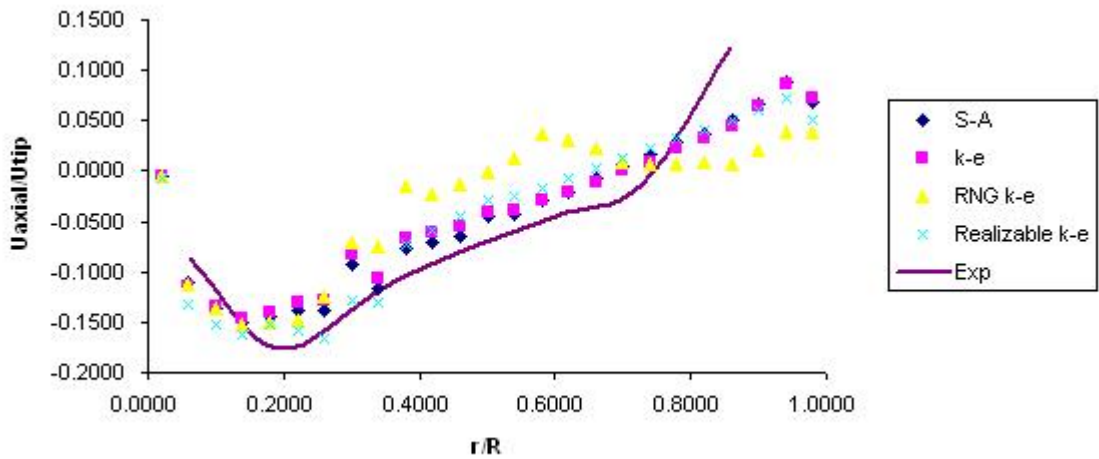


Figura 7.2 Gráfica de perfil de velocidad axial a $z = 118.4$ mm. Datos experimentales → [1]

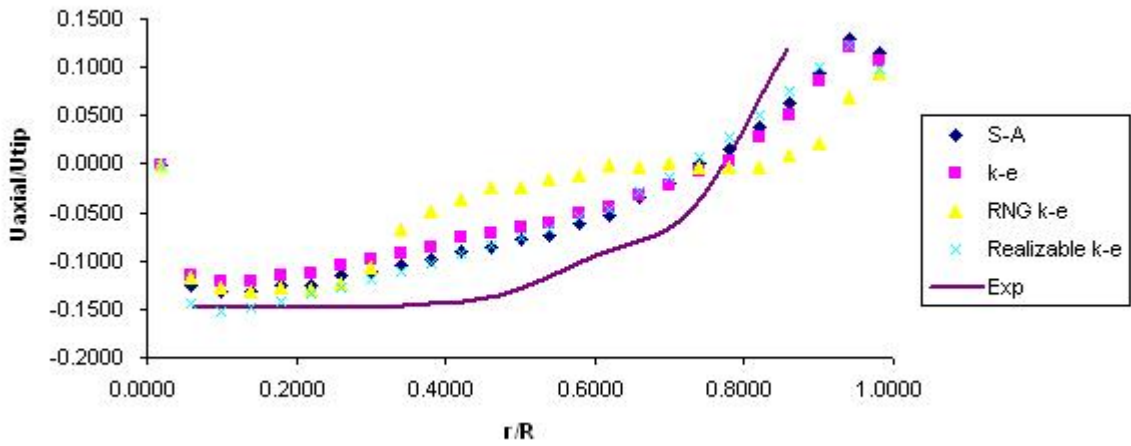


Figura 7.3 Gráfica de perfil de velocidad axial a $z = 148$ mm. Datos experimentales → [1]

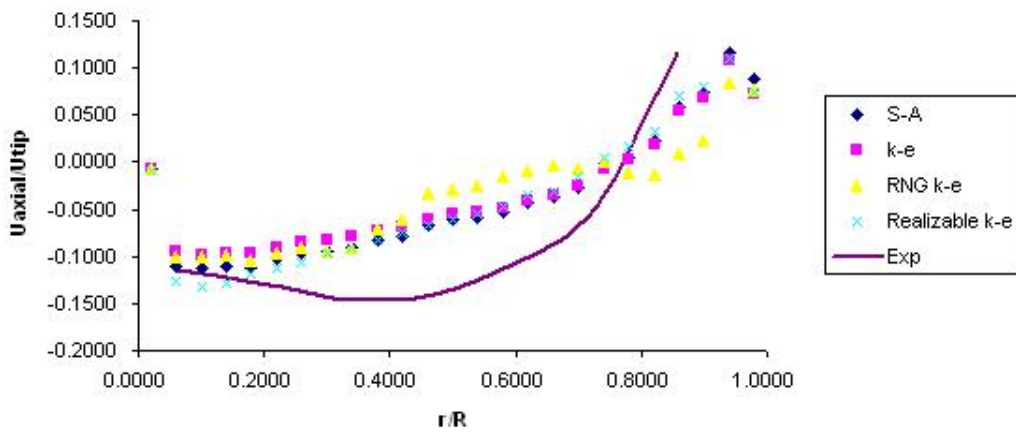


Figura 7.4 Gráfica de perfil de velocidad axial a $z = 177$ mm. Datos experimentales → [1]



Gráficas de velocidad radial

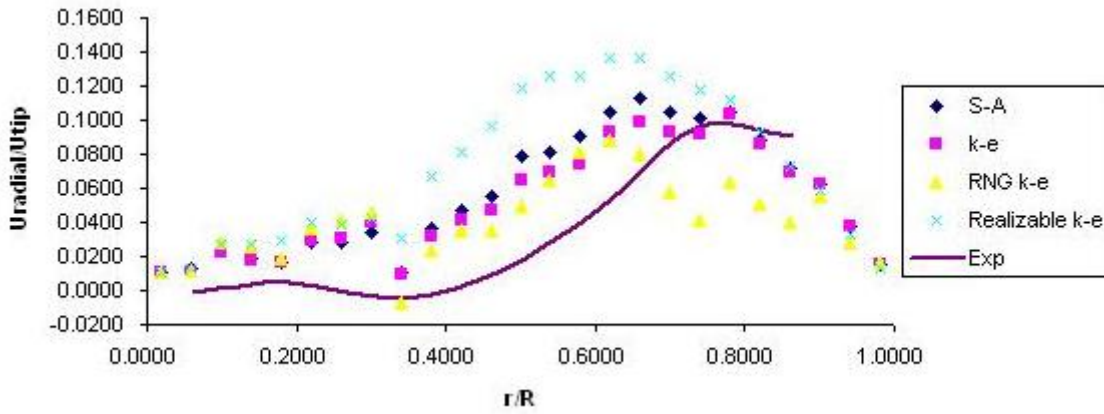


Figura 7.5 Gráfica de perfil de velocidad radial a $z = 118.4$ mm. Datos experimentales \rightarrow [1]

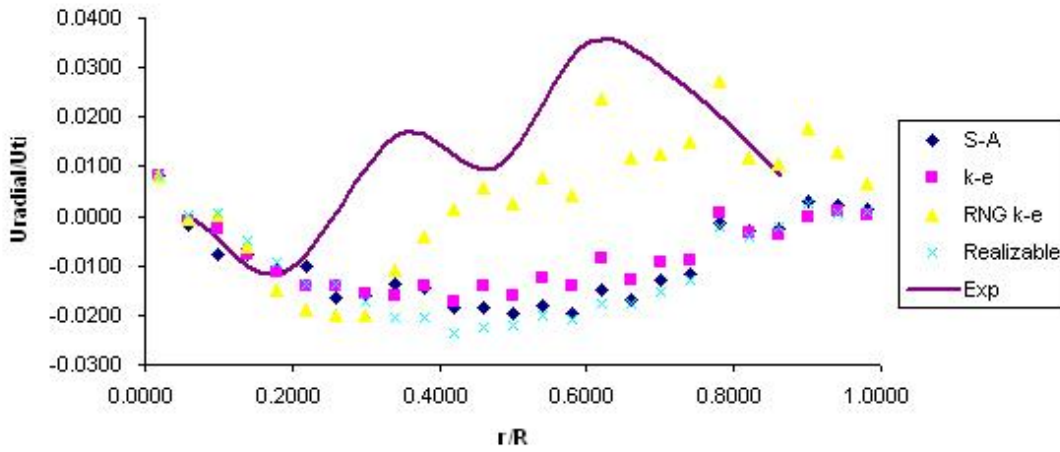


Figura 7.6 Gráfica de perfil de velocidad radial a $z = 148$ mm. Datos experimentales \rightarrow [1]

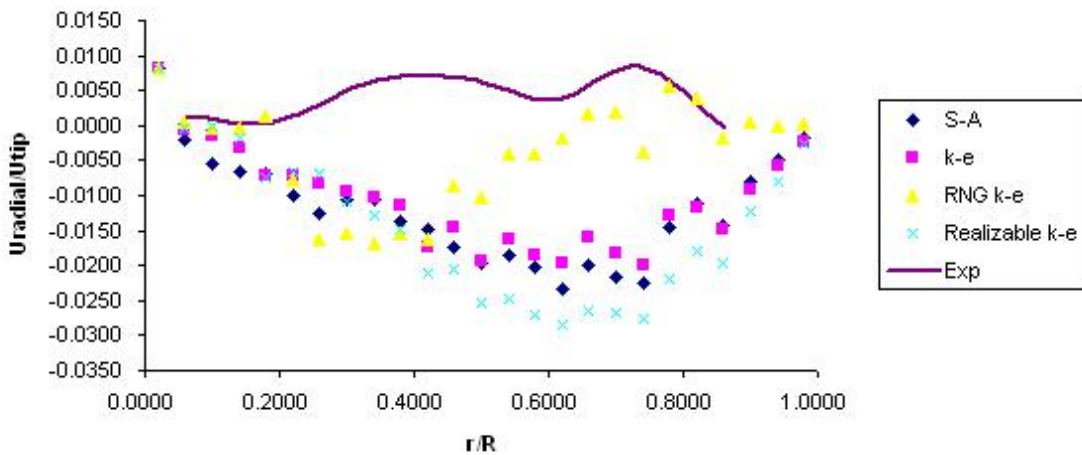


Figura 7.7 Gráfica de perfil de velocidad radial a $z = 177$ mm. Datos experimentales \rightarrow [1]



Como se puede ver en la Tabla 7.1, los valores de número de potencia obtenidos con modelos de turbulencia diferentes al modelo estándar $k-\varepsilon$ dan errores relativos muy elevados. En cambio, los valores obtenidos con el modelo estándar $k-\varepsilon$ son bastante buenos. Basándose en estas simulaciones se observa que, al menos en este caso particular, el modelo estándar $k-\varepsilon$ es el más adecuado mientras que los otros no lo son.

Desviando la atención ahora hacia la Figura 7.1, se puede apreciar como el modelo MRF da buenos resultados tanto en régimen laminar como en régimen turbulento. En cuanto a la Figura 7.2, Figura 7.3, Figura 7.4, Figura 7.5, Figura 7.6 y Figura 7.7, se puede observar como a medida que se aumenta la altura respecto la base (o respecto al agitador que está a $z = 98.7$ mm respecto la base) los valores adimensionales de velocidad, tanto axial como radial, distan más de los experimentales. Esto se podría deber a que la malla utilizada no es lo suficientemente fina como para predecir todas las peculiaridades de un flujo 3D tan complejo, o al hecho de que el MRF es el modelo que ofrece la solución más aproximada de los tres que tiene FLUENT implementados. Se puede observar también como las predicciones de los modelos de turbulencia descartados como no válidos en la prueba del N_p se ajustan bastante bien a las predicciones del modelo estándar $k-\varepsilon$. Esto no asegura, de ninguna manera, que el modelo de turbulencia sea el adecuado, como ya se ha demostrado.

Considerando lo dicho anteriormente, los resultados en régimen turbulento que se obtengan con el método MRF y el *modelo estándar* $k-\varepsilon$, aunque se utilicen para simular geometrías diferentes, se darán como buenos sin demostrar su validez.

Para más detalles sobre los resultados del proceso de validación véase el Capítulo E de los Anexos.





8. Estudio fluidodinámico de la turbina Rushton

8.1 La turbina Rushton

La turbina Rushton es una turbina con disco y palas rectas tal y como se puede ver en la Figura 8.1.

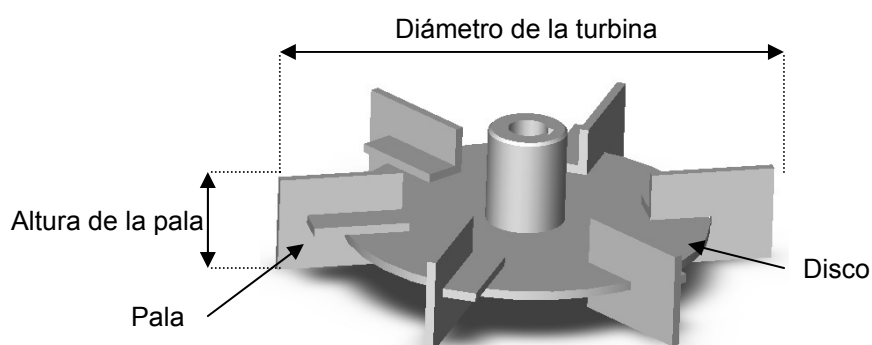


Figura 8.1 Turbina Rushton de 6 palas. Imagen obtenida de [4]

8.1.1 Efecto de la variación del diámetro de la turbina

Tomando como referencia la geometría indicada en el capítulo 3, se probaron tres diámetros de turbina diferentes: $T/2$ (148mm), $T/3$ (98.67) y $T/4$ (74mm) manteniendo las demás variables fijas y se obtuvieron las curvas de N_Q , N_P y Efectividad hidráulica vs Re . Los resultados se muestran en la Tabla 8.1:

D = T/2	Re	13	38	102	9735	24338	48676	
	N_Q	0.56	0.80	0.85	1.07	1.07	1.07	
	N_P	24.81	15.99	12.94	25.30	25.30	25.30	
	η_H (%)	79.40	82.43	84.46	100	100	100	
D = T/3	Re	13	38	102	320	9735	24338	48676
	N_Q	0.22	0.39	0.44	0.48	0.54	0.54	0.54
	N_P	6.96	4.41	3.65	3.68	5.74	5.74	5.74
	η_H (%)	77.16	80.70	83.68	87.08	100.00	100.00	100.00
D = T/4	Re	13	38	102	320	9735	24338	48676
	N_Q	0.09	0.18	0.23	0.26	0.35	0.35	0.35
	N_P	3.10	1.63	1.23	1.14	2.17	2.17	2.17
	η_H (%)	75.23	77.98	81.51	85.54	100	100	100

Tabla 8.1 Se muestran los N_P , N_Q y η_H en función de Re para tres tamaños de diámetro de turbina Rushton



Los resultados expuestos en la Tabla 8.1 se graficarán a continuación para facilitar su comprensión. En los apartados siguientes también se procederá de la misma manera, primero se mostrará una tabla con los resultados numéricos y seguidamente las gráficas y los comentarios de dichos resultados.

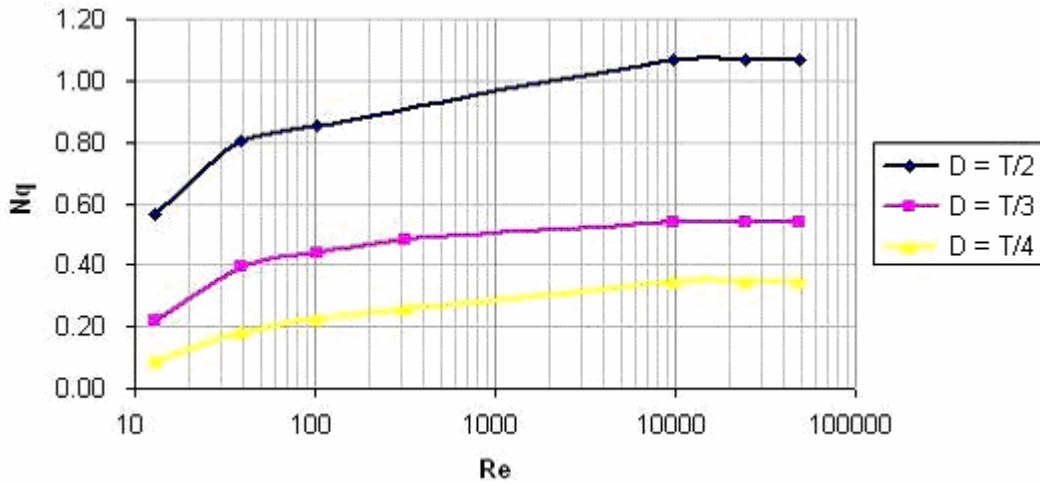


Figura 8.2 Curvas N_Q vs Re para turbinas Rushton de diferente diámetro

En la Figura 8.2 se puede observar como a medida que aumenta el diámetro de la turbina el N_Q aumenta. Esto es coherente con el hecho de que al aumentar el radio de la turbina, si se mantiene la velocidad angular constante, la velocidad en la punta de la pala (U_{TIP}) será mayor, con lo que el agitador será capaz de impulsar el fluido hacia las paredes más rápido y, por lo tanto, el agitador moverá mayor caudal.

En la Figura 8.3 se grafican las curvas N_P vs Re y se aprecia como las turbinas que más potencia consumen son las que tienen mayor diámetro. Esto concuerda con el hecho de que cuánto mayor sea el diámetro de la turbina mayor caudal es capaz de mover y, por tanto, más potencia necesita para moverse.

En la Figura 8.4 se grafica la eficiencia hidráulica frente a números de Reynolds laminares para las tres turbinas. Se observa, aunque la diferencia no sea significativamente grande, como las turbinas de mayor diámetro tienen más eficiencia hidráulica. Esto indica que la potencia consumida por el agitador aumenta en mayor medida que la potencia disipada por roce viscoso cuando aumenta el diámetro de la turbina.



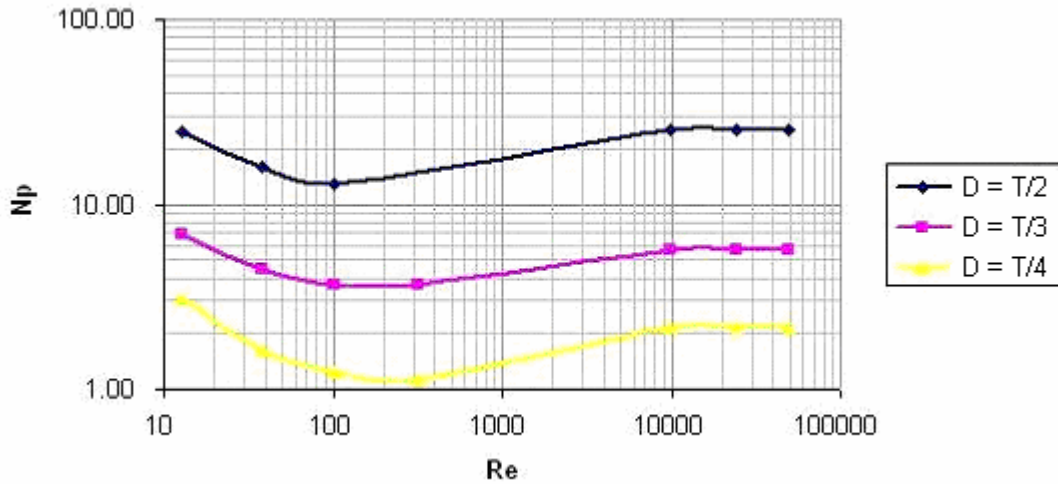


Figura 8.3 Curvas N_p vs Re para turbinas Rushton de diferente diámetro

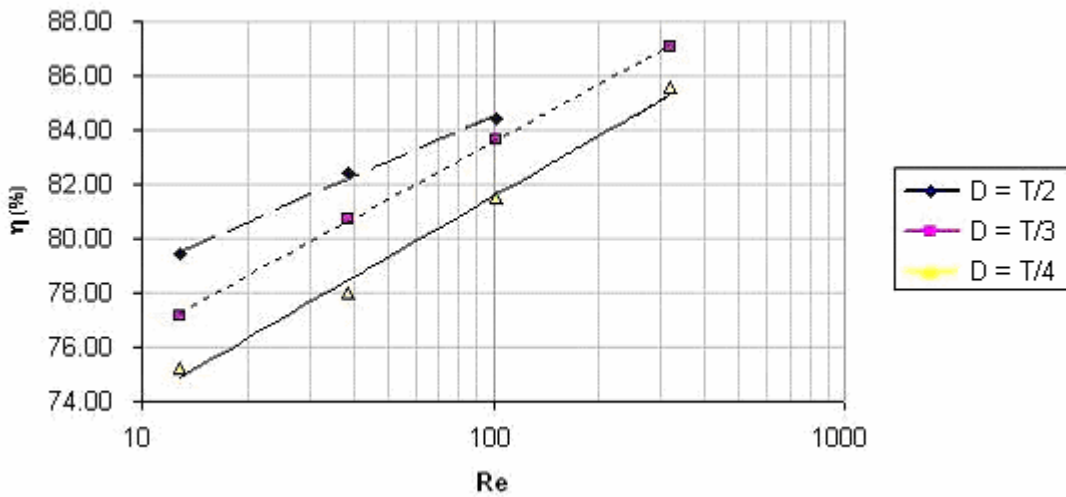


Figura 8.4 η_H vs Re para turbinas Rushton de diferente diámetro

8.1.2 Efecto de la variación de la altura de la pala (o pasamanos)

Tomando como referencia la geometría indicada en el capítulo 3, se probaron tres alturas de pala diferentes: 19.73 (D/5), 24.67 (D/4) y 32.89mm (D/3), manteniendo las demás variables fijas. En este caso solamente se simuló con agua a 60 rpm ($Re \approx 10000$). Los resultados se muestran en la Tabla 8.2:

Pasamanos	D/5	D/4	D/3
N_Q	0.54	0.70	0.99
N_p	5.74	7.11	9.27

Tabla 8.2 N_Q y N_p en función del tamaño de los pasamanos para $Re \approx 10000$



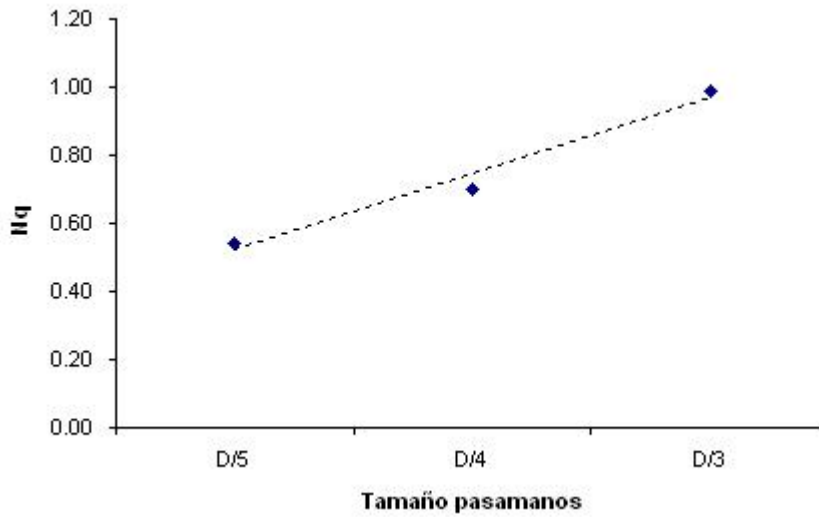


Figura 8.5 N_q vs *Tamaño de pasamanos*

Viendo la Figura 8.5 se puede apreciar que la relación entre N_q y el tamaño del pasamanos sigue una tendencia creciente. Es obvio que al aumentar la superficie con la que se impulsa el fluido hacia las paredes del tanque se consigue mover más caudal.

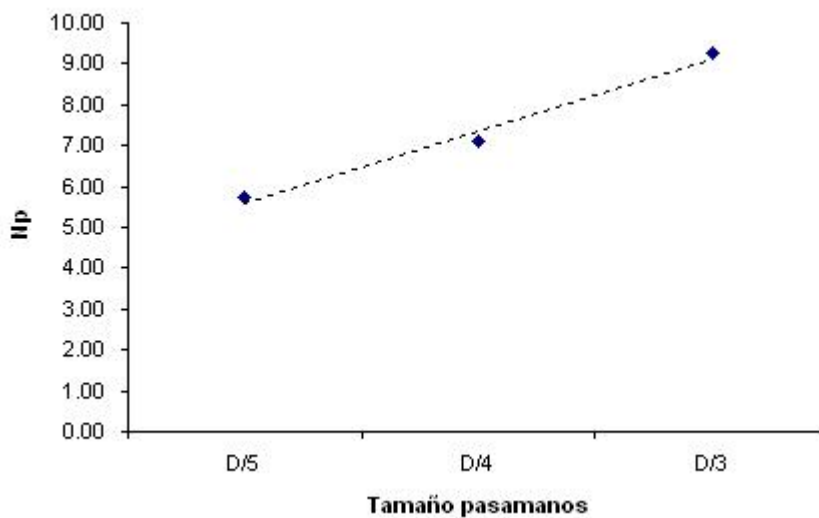


Figura 8.6 N_p vs *Tamaño de pasamanos*

La explicación de la Figura 8.6 es análoga a la de la Figura 8.5.



8.1.3 Efecto de la variación de la altura de la turbina respecto la base

Tomando como referencia la geometría indicada en el capítulo 3, se probaron tres alturas diferentes respecto la base (C): T/4 (74mm), T/3 (98.67mm) y T/2 (148mm), manteniendo las demás variables fijas. Los resultados se muestran a continuación en la Tabla 8.3:

C = T/2	Re	13	38	102	320	9735	24338	48676
	N_Q	0.31	0.53	0.59	0.65	0.57	0.57	0.57
	N_P	7.87	4.75	3.79	3.61	5.95	5.95	5.95
	η_H (%)	80.53	82.73	85.06	87.85	100	100	100
C = T/3	Re	13	38	102	320	9735	24338	48676
	N_Q	0.22	0.39	0.44	0.48	0.54	0.54	0.54
	N_P	6.96	4.41	3.65	3.68	5.74	5.74	5.74
	η_H (%)	77.16	80.70	83.68	87.08	100	100	100
C = T/4	Re	13	38	102	320	9735	24338	48676
	N_Q	0.21	0.37	0.41	0.46	0.58	0.58	0.58
	N_P	6.90	4.15	3.29	3.26	6.56	6.56	6.56
	η_H (%)	77.91	80.67	83.52	86.75	100	100	100

Tabla 8.3 Se muestran los N_P , N_Q y η_H en función de Re para tres turbinas Rushton situadas a diferente altura respecto la base del tanque

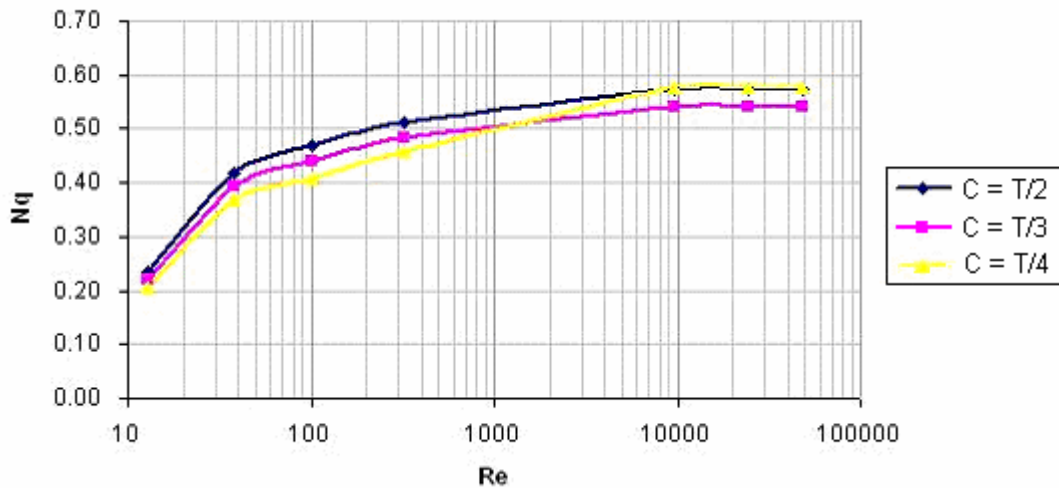


Figura 8.7 Curvas N_Q vs Re de turbinas Rushton situadas a diferente altura respecto la base

La Figura 8.7 muestra tres curvas N_Q vs Re en función de la altura a la que se encuentra la turbina respecto la base del tanque. Se puede ver que son prácticamente idénticas, lo cual indica que la situación espacial de la turbina (siempre concéntrica con el tanque y para $74 \leq C \leq 148$) no afecta a la cantidad de caudal desplazado.



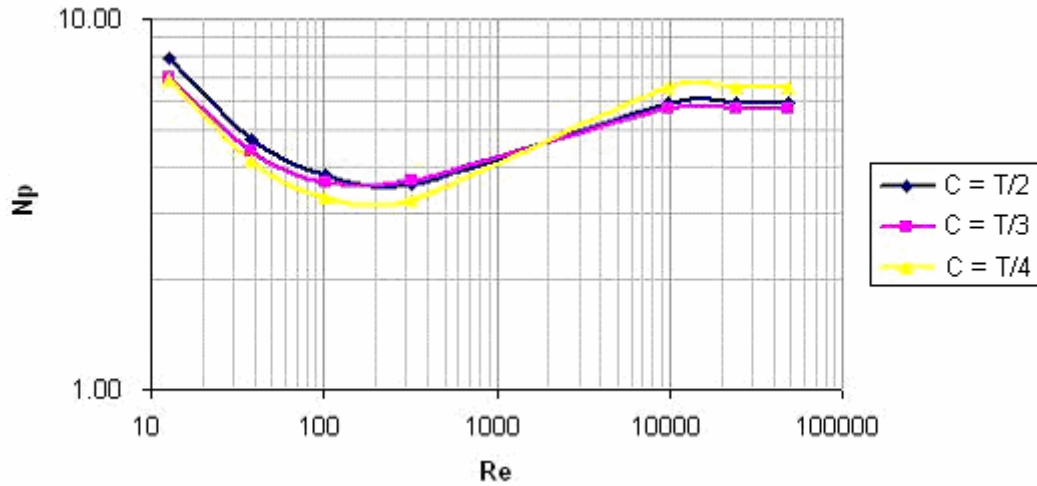


Figura 8.8 Curvas N_p vs Re de turbinas Rushton situadas a diferente altura respecto la base

Sucede lo mismo en el caso del N_p (Figura 8.8), las curvas son prácticamente idénticas. Si la posición espacial de las turbinas no afecta al caudal que son capaces de mover, es de esperar que consuman, prácticamente, la misma potencia.

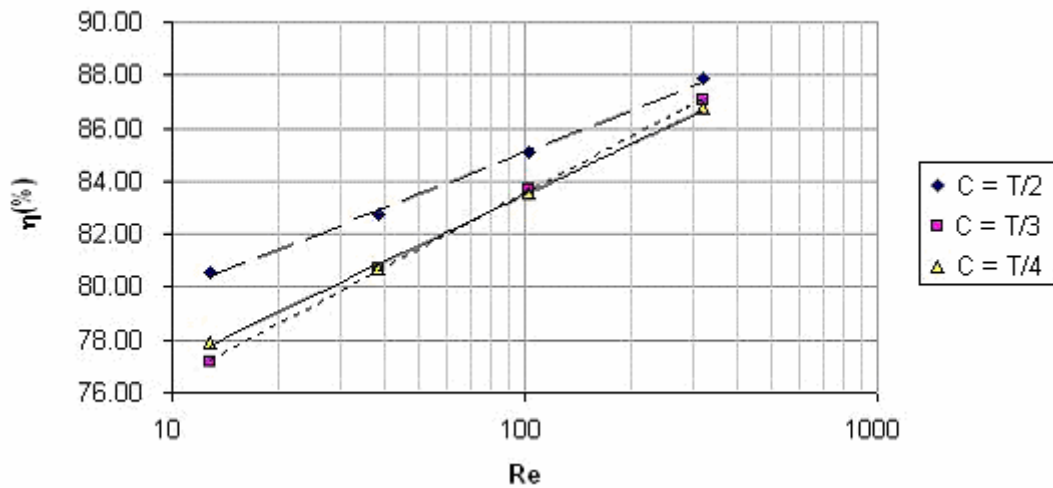


Figura 8.9 Curvas η_H vs Re de turbinas Rushton situadas a diferente altura respecto la base

Como se puede observar en la Figura 8.9, la turbina situada a $C = 148$ mm presenta mayor eficiencia hidráulica que las otras dos, teniendo éstas valores de η_H muy similares. No existe una explicación clara de porque la turbina situada a $C = 148$ mm tiene menores pérdidas por rozamiento viscoso. Este hecho induce a pensar que quizás se haya cometido un error en la simulación y/o en el post-procesado de los resultados.



8.1.4 Efecto de la variación del número de palas

Tomando como referencia la geometría indicada en el capítulo 3, se probaron tres turbinas con diferente número de palas: 4, 6 y 8 palas, manteniendo las demás variables fijas. Los resultados se muestran en la Tabla 8.4. En la Figura 8.10 se pueden ver turbinas Rushton con diferente número de palas.

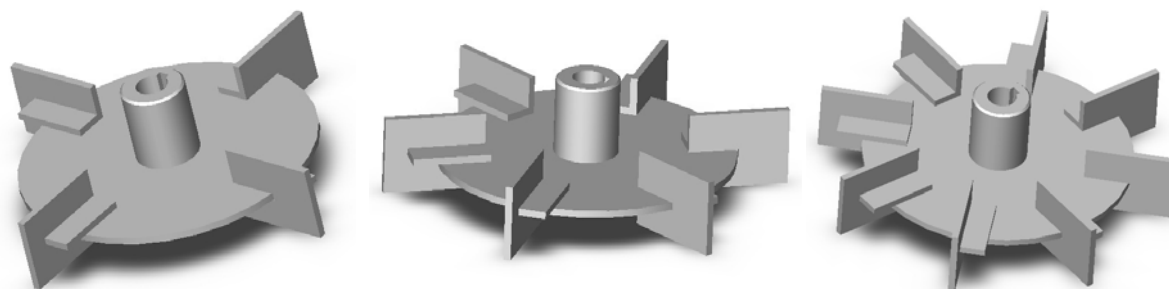


Figura 8.10 Turbinas Rushton de 4, 6 y 8 palas, de izquierda a derecha respectivamente. Imagen obtenida de [4]

4 palas	Re	13	38	102	320	9735	24338	48676
	N_Q	0.19	0.31	0.36	0.37	0.40	0.40	0.40
	N_P	5.60	3.10	2.47	2.33	4.54	4.54	4.54
	η_H (%)	73.08	78.50	80.68	86.08	100.00	100.00	100.00
6 palas	Re	13	38	102	320	9735	24338	48676
	N_Q	0.22	0.39	0.44	0.48	0.54	0.54	0.54
	N_P	6.96	4.41	3.65	3.68	5.74	5.74	5.74
	η_H (%)	77.16	80.70	83.68	87.08	100.00	100.00	100.00
8 palas	Re	13	38	102	320	9735	24338	48676
	N_Q	0.22	0.41	0.45	0.49	0.73	0.73	0.73
	N_P	7.10	4.64	3.69	3.60	7.79	7.79	7.79
	η_H (%)	71.63	77.20	80.49	84.54	100.00	100.00	100.00

Tabla 8.4 Se muestran los N_P , N_Q y η_H en función de Re para tres turbinas Rushton con diferente número de palas



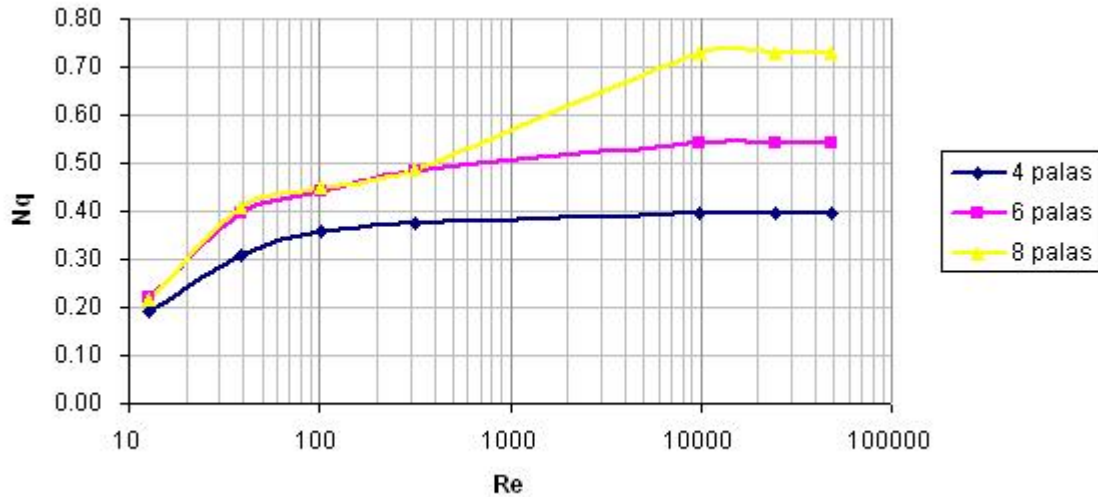


Figura 8.11 Curvas N_Q vs Re de turbinas Rushton con diferente número de palas

La Figura 8.11 muestra las curvas N_Q frente a Re en función del número de palas de la turbina. Se pueden distinguir dos comportamientos en función del régimen en el que se esté. En régimen laminar, los N_Q de las turbinas de 6 y 8 palas son prácticamente idénticos y mayores que los de la turbina de 4 palas. En cambio, en régimen turbulento, los N_Q aumentan al aumentar el número de palas.

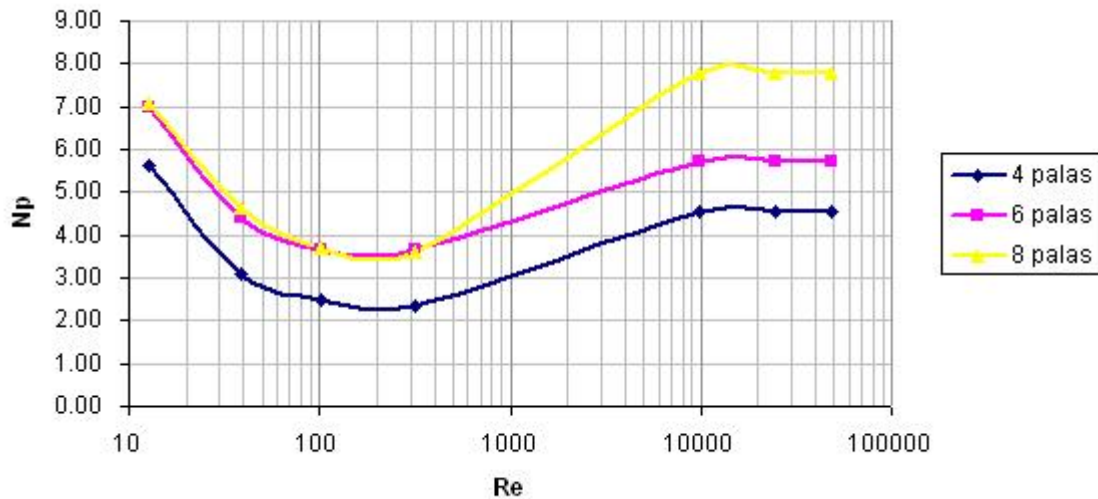


Figura 8.12 Curvas N_p vs Re de turbinas Rushton con diferente número de palas

Las curvas de la Figura 8.12 muestran un comportamiento similar que las de la Figura 8.11. En régimen laminar, las turbinas de 6 y 8 palas consumen la misma potencia mientras que en régimen turbulento el consumo de la turbina de 8 palas se dispara, distanciándose claramente del consumo de las turbinas de 6 y 4 palas.



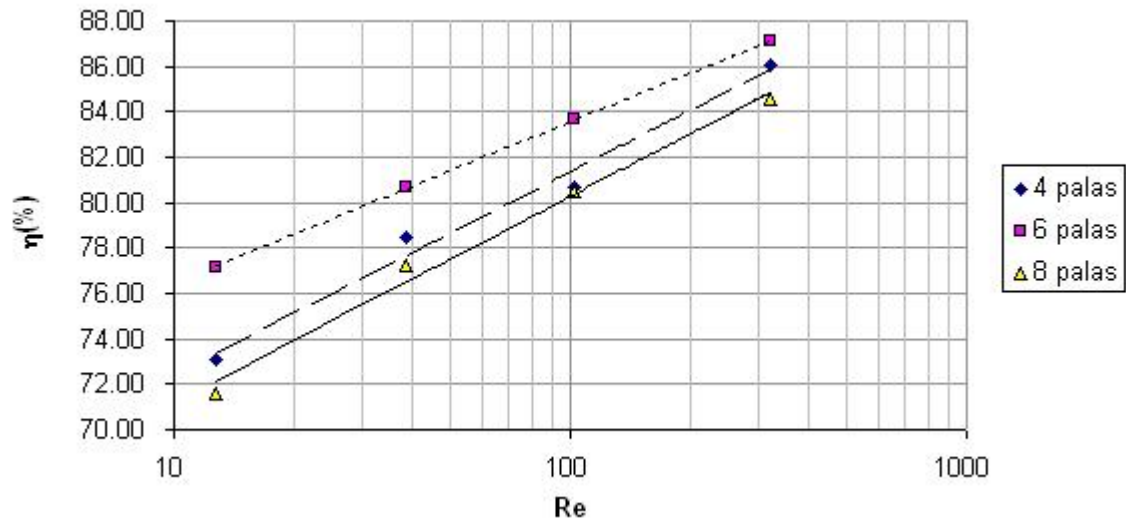


Figura 8.13 Curvas η_H vs Re de turbinas Rushton con diferente número de palas

En este caso, tal y como se puede ver en la Figura 8.13, la turbina de 6 palas es la de mayor eficiencia hidráulica.

8.2 Turbinas de palas rectas sin disco

Se simuló tres turbinas sin disco con diferente número de palas rectas (2, 4 y 6) con el objetivo de comprobar que efecto tiene el disco sobre la turbina Rushton. La geometría y las dimensiones del tanque no varían respecto a las indicadas en el capítulo 3, únicamente la geometría de la turbina. Las tres turbinas son las que más abajo se muestran en la Figura 8.14:

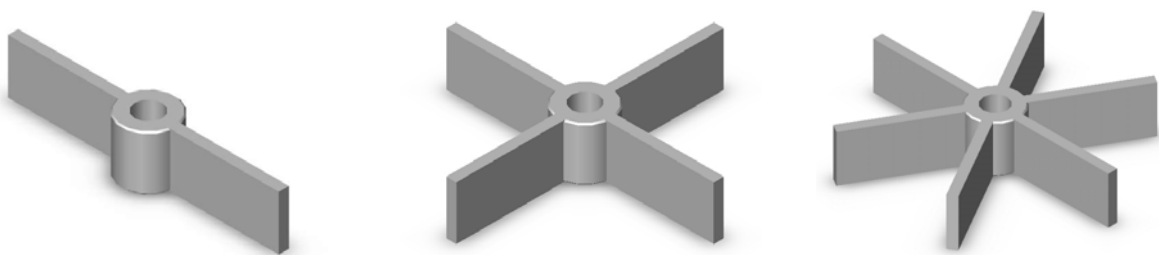


Figura 8.14 Turbinas de palas rectas sin disco de 2, 4 y 6 palas. Imagen obtenida de [4]

Los resultados de las simulaciones fueron los que se muestran en la Tabla 8.5:



2 palas	Re	38	102	9735
	N_Q	0.21	0.26	0.27
	N_P	1.66	1.21	4.33
4 palas	Re	38	102	9735
	N_Q	0.37	0.40	0.43
	N_P	3.00	2.22	4.96
6 palas	Re	38	102	9735
	N_Q	0.46	0.48	0.56
	N_P	4.22	3.07	6.47

Tabla 8.5 Se muestran los N_Q y N_P frente a Re para turbinas sin disco con diferente número de palas rectas

Viendo la Tabla 8.5 se observa como a medida que se aumenta el número de palas, aumentan los valores de N_Q y N_P . La Tabla 8.6 compara los valores de los parámetros N_Q , N_P y η (efectividad, no se confunda con la eficiencia hidráulica, η_H) entre turbinas Rushton y turbinas de palas rectas sin disco de 4 y 6 palas. Viendo la Tabla 8.6 se puede apreciar que las turbinas Rushton presentan peor efectividad en régimen laminar que las turbinas de palas rectas sin disco, es decir, que éstas últimas consumen menos potencia para mover el mismo caudal que las turbinas Rushton. En régimen turbulento la situación es la inversa (al menos para turbinas de 4 y 6 palas), la efectividad de las turbinas Rushton es mayor o igual que las otras.

Comparativa		Re	38	102	9735
4 palas	Con disco (Rushton)	N_Q	0.31	0.36	0.40
		N_P	3.10	2.47	4.54
		η	0.099	0.144	0.087
	Sin disco	N_Q	0.37	0.40	0.43
		N_P	3.00	2.22	4.96
		η	0.122	0.178	0.087
6 palas	Con disco (Rushton)	N_Q	0.39	0.44	0.54
		N_P	4.41	3.65	5.74
		η	0.089	0.121	0.094
	Sin disco	N_Q	0.46	0.48	0.56
		N_P	4.22	3.07	6.47
		η	0.109	0.157	0.087

Tabla 8.6 Comparativa de N_Q , N_P y η entre turbinas Rushton y de palas rectas sin disco



8.3 Turbina de palas cóncavas

Se simuló en las mismas condiciones que en el apartado 8.2. Se utilizó en este caso una turbina de palas cóncavas con disco para ver que efecto tiene la variación de la forma de la pala sobre los parámetros N_P y N_Q . La turbina de palas cóncavas se puede ver en la Figura 8.15:

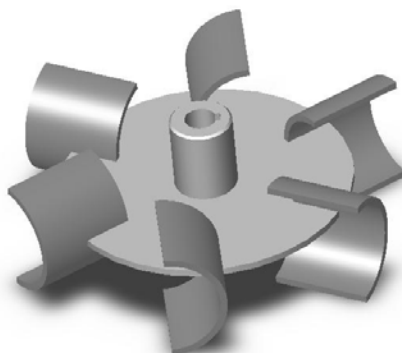


Figura 8.15 Turbina de 6 palas cóncavas. Imagen obtenida de [4]

Los resultados obtenidos en las simulaciones se presentan en la Tabla 8.7:

Re	38	102	9735
N_Q	0.40	0.42	0.48
N_P	3.97	2.64	3.69

Tabla 8.7 Se muestran los N_Q y N_P frente a Re para la turbina de palas cóncavas

A continuación se comparan los valores de la Tabla 8.7 con los valores de la turbina Rushton de 6 palas en la Tabla 8.8:

Comparativa	Re	38	102	9735
Palas rectas (Rushton)	N_Q	0.39	0.44	0.54
	N_P	4.41	3.65	5.74
	η	0.089	0.121	0.094
Palas cóncavas	N_Q	0.40	0.42	0.48
	N_P	3.97	2.64	3.69
	η	0.100	0.158	0.129

Tabla 8.8 Comparativa de N_Q , N_P y η entre la turbina Rushton y de palas cóncavas de 6 palas

Según la Tabla 8.8, la turbina de palas cóncavas de 6 palas presenta mayor efectividad en cualquier régimen que la turbina Rushton del mismo número de palas.



8.4 Estudio de transferencia de calor

Se quiere determinar cómo afecta la velocidad de agitación a la conducción de calor que se produce cuando existe una diferencia de temperatura de 50°C entre las paredes del depósito y el fluido que hay dentro de éste. Para ello fue necesario utilizar el método SM y simular en transitorio para obtener los perfiles de temperatura T vs t en función de la velocidad de agitación. En este caso se utilizó un tanque con las mismas características que la geometría indicada en el capítulo 3 pero utilizando una turbina Rushton de 4 palas situada a una altura respecto la base $C = 148$ mm. Aprovechando la axisimetría y el hecho de que la turbina está a la mitad de la altura respecto de base, se podía simular únicamente $1/8$ del volumen de control y ahorrarse un buen número de celdas, hecho muy útil si se simula en transitorio con el método SM. En la Figura 8.16 se muestra el volumen de control:

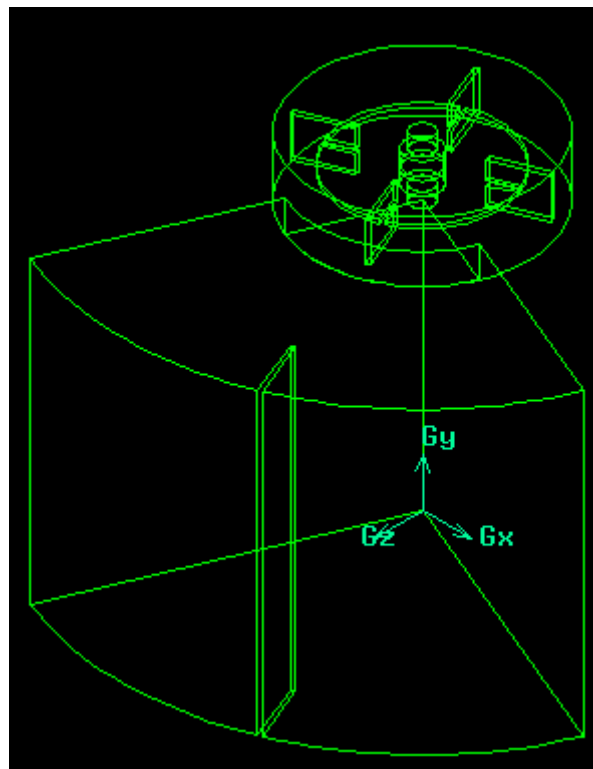


Figura 8.16 Geometría necesaria para realizar la simulación en transitorio con transferencia de calor.

Se probaron tres velocidades de giro: 50, 150 y 300 rpm, utilizando agua como fluido de trabajo. Se utilizó el modelo de turbulencia estándar $k-\epsilon$ y las *funciones de pared estándar* como tratamiento de pared y por primera vez se activó la ecuación de la energía. Las condiciones de contorno para todas las zonas del flujo fueron las mismas que las impuestas en el resto de las simulaciones excepto la temperatura de la pared, que en este caso se indicó que fuese de 350 K:



- Presión parcial (Pa) = 0
- Velocidad en la dirección X (m/s) = 0
- Velocidad en la dirección Y (m/s) = 0
- Velocidad en la dirección Z (m/s) = 0
- Energía cinética turbulenta (m^2/s^2) = 1
- Tasa de disipación turbulenta (m^2/s^3) = 1
- Temperatura del fluido (K) = 300
- Temperatura de la pared (K) = 350

Los pasos de tiempo que se utilizaron, calculados según el subapartado 5.3.4, se encuentran en Tabla 8.9:

Velocidad (rpm)	50	150	300
Paso de tiempo (s)	0.015	0.005	0.0025

Tabla 8.9 Pasos de tiempo en función de la velocidad de giro para la simulación en transitorio con transferencia de calor

En un punto de coordenadas ($x = 0$, $y = 81.5$, $z = 48$) se fue registrando la temperatura del fluido a cada paso de tiempo. Los resultados se recogen en la Tabla 8.10:

t(s)	50 rpm	150 rpm	300 rpm
0	300.00	300.00	300.00
5	306.00	303.60	304.11
10	307.83	305.28	307.21
15	308.32	306.89	310.11
20	308.82	308.43	312.80
25	309.31	309.90	315.29
30	309.80	311.29	317.57
35	310.30	312.62	319.64
40	310.79	313.88	321.52
45	311.29	315.07	323.18
50	311.78	316.19	324.65
55	312.27	317.24	325.90
60	312.77	318.22	326.95

Tabla 8.10 Resultados de la simulación en transitorio con transferencia de calor

Si se grafican los datos de la Tabla 8.10 se obtiene la Figura 8.17:



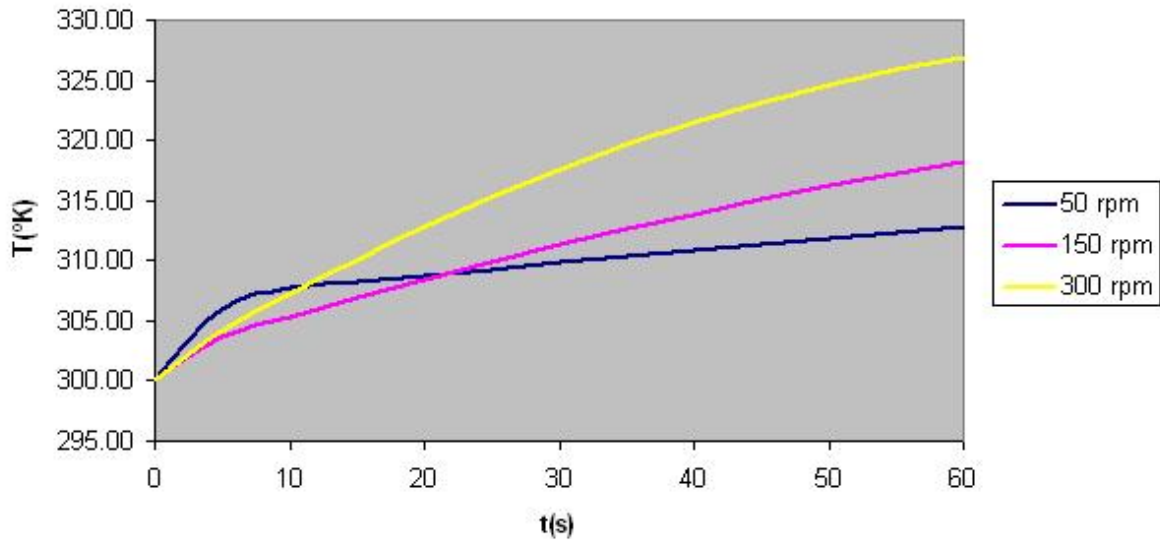


Figura 8.17 Perfiles de temperatura en función de la velocidad de giro

Los resultados de la simulación en transitorio con transferencia de calor se muestran en forma de curvas T vs t en la Figura 8.17. Se observa como a mayor velocidad de giro más rápidamente se mezcla el fluido dentro del tanque y, por tanto, más favorecidos están los fenómenos de conducción y convección dentro de éste. Por este motivo, la temperatura aumenta más rápido cuando se agita a más velocidad.

Para más detalles sobre los resultados del Capítulo 8 véase el Capítulo E de los Anexos.



9. Estudio económico

En este capítulo, se realizará un estudio económico [2] parecido al que haría una entidad real que quisiera empezar con un proyecto empresarial de servicios relacionados con el campo que trata este trabajo.

Este estudio estará desglosado en:

- Cálculo de la inversión inicial
- Cálculo de los costes e ingresos anuales
- Un balance económico

9.1 Cálculo de la inversión inicial

Dispositivos físicos			
Material informático/comunicación	Cantidad	Precio €/unidad	Total
<i>WorkStations</i>	10	7,000 €	70,000 €
<i>Ordenadores</i>	5	1,200 €	6,000 €
<i>Impresora Láser Color</i>	1	600 €	600 €
<i>Impresoras BN</i>	4	210 €	840 €
<i>Routers</i>	1	600 €	600 €
<i>Teléfonos/Fax</i>	4	50 €	200 €
Total material informático/comunicación			78,240 €
Mobiliario de oficina	Cantidad	Precio €/unidad	Total
<i>Mesas</i>	10	250 €	2,500 €
<i>Sillas</i>	20	100 €	2,000 €
<i>Armarios</i>	4	350 €	1,400 €
<i>Material de oficina</i>			1,000 €
Total mobiliario de oficina			6,900 €
Total dispositivos físicos			85,140 €
Dispositivos no físicos			
<i>Software/Internet</i>			Total
<i>Licencia de FLUENT</i>			2,000 €
<i>Alta ADSL 20 Mb</i>			150 €
<i>Norton Antivirus</i>			100 €
Total dispositivos no físicos			2,250 €
Coste de constitución de la empresa			
<i>Constitución de la Sociedad (S.L)</i>			3,400 €
Total constitución de la empresa			3,400 €
Total Inversión			90,790 €

Tabla 9.1 Cálculo de la inversión inicial



Se considera que al inicio del negocio no se disponen de recursos para hacer frente a la inversión por lo que se recurrirá a financiación exterior. El préstamo se devolverá al banco en cuotas constantes. El cálculo de la cuota anual se hará con la siguiente ecuación:

$$A = C_0 \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \quad (9-1)$$

Donde C_0 es la inversión inicial, i la tasa de interés y n el horizonte temporal en años. Así, aplicando la ecuación (9-1) se obtienen los resultados que se muestran en la Tabla 9.2:

Inversión inicial (C_0)	90,790 €
Anualidades (n)	5
Interés (i)	8%
Cuota anual	22,739 €

Tabla 9.2 Cálculo de cuota anual A

Año	Intereses	Retorno capital	Cuota anual	Deuda cancelada	Deuda pendiente
0					90,790 €
1	7,263 €	15,476 €	22,739 €	15,476 €	75,314 €
2	6,025 €	16,714 €	22,739 €	32,190 €	58,600 €
3	4,688 €	18,051 €	22,739 €	50,240 €	40,550 €
4	3,244 €	19,495 €	22,739 €	69,735 €	21,055 €
5	1,684 €	21,055 €	22,739 €	90,790 €	0 €

Tabla 9.3 Financiación de la empresa

9.2 Cálculo de los costes e ingresos anuales

9.2.1 Cálculo de los costes anuales

Coste de Servicios			
Tipo	Coste anual (€/año)		
Agua	240		
Energía eléctrica	700		
Teléfonos y móviles	960		
ADSL	500		
Total servicios	2400		
Coste de personal			
Tipo	Cantidad	Coste anual (€/año)	Total
Ingenieros	6	30000	180000
Comercial	1	25000	25000
Informáticos	2	20000	40000
Becarios	2	7500	15000
Secretario/a	2	15000	30000



<i>Limpieza</i>	2	14000	28000
Total coste de personal			318000
Coste de constitución			
Tipo	Coste anual (€/año)		
<i>Alquiler oficina</i>	9000		
<i>Gastos gestoría</i>	720		
Total coste de constitución			9720

Tabla 9.4 Cálculo de los costes anuales

9.2.2 Evolución de los costes

A continuación se muestra la evolución de los costes que tiene la empresa desde su constitución hasta el final del horizonte de estudio de 5 años:

- Todos los costes se incrementan cada año con el IRPF. Se asume que el IRPF de cada año es constante e igual al 3 %.
- El mobiliario de oficina y el material informático tienen una vida útil de 5 años. La amortización se supone lineal.
- No está previsto hacer incorporaciones de personal durante el periodo de estudio.
- Se asume que todo el material de oficina se ha adquirido en el año de la inversión (año 0) y que por tanto no existen costes de material de oficina los años siguientes.

	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
Inversión	90,790 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
C. de servicios	0 €	2,400 €	2,472 €	2,546 €	2,623 €	2,701 €
C. de personal	0 €	318,000 €	327,540 €	337,366 €	347,487 €	357,912 €
C. Constitución	0 €	9,720 €	10,012 €	10,312 €	10,621 €	10,940 €
Total	90,790 €	330,120 €	340,024 €	350,224 €	360,731 €	371,553 €

Tabla 9.5 Evolución de los costes en un periodo de 5 años

9.2.3 Cálculo y evolución de los ingresos

Se asume que el precio por simulación será de 6000 € en el año 1 y que aumentará un 5 % cada año. El número de simulaciones realizadas en el año 1 es de 60, experimentándose un incremento de la demanda de 5 simulaciones más cada año.

	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
Simulaciones/año	0	60	65	70	75	80
Precio por simulación	0 €	6,000 €	6,300 €	6,615 €	6,946 €	7,293 €
INGRESOS	0 €	360,000 €	409,500 €	463,050 €	520,931 €	583,443 €

Tabla 9.6 Evolución de los ingresos en un periodo de 5 años



9.2.4 Balance económico. Cuenta de resultados

Año	0	1	2	3	4	5
<i>Inversión</i>	90790	0	0	0	0	0
<i>Ingresos</i>	0	360000	409500	463050	520931	583443
<i>Coste de producción</i>	0	330120	340024	350224	360731	371553
Utilidad marginal	-90790	29880	69476	112826	160200	211890
<i>Coste financiero</i>	0	7263	6025	4688	3244	1684
Utilidad bruta	-90790	22617	63451	108138	156956	210206
<i>Impuesto sociedades (35 %)</i>	0	7916	22208	37848	54935	73572
Utilidad neta	-90790	14701	41243	70289	102022	136634
<i>Amortizaciones</i>						
<i>Mobiliario oficina</i>	0	1380	1380	1380	1380	1380
<i>Material informático</i>	0	15648	15648	15648	15648	15648
Flujo neto efectivo	-90790	-2327	24215	53261	84994	119606
FNE actualizado	-90790	-2238	22388	47349	72653	98307
FNE acumulado	-90790	-93028	-70639	-23290	49363	147670

Tabla 9.7 Cuenta de resultados. Todos los valores están en €

A partir de la Tabla 9.7 se pueden calcular el VAN, la TIR y el periodo de retorno. El VAN es el valor actual neto y si es positivo indica que la inversión en el proyecto es interesante de realizar mientras que si es negativo hay que descartarlo. Se calcula de la siguiente manera:

$$VAN = \sum_{t=0}^n \frac{Q_t}{(1+k)^t} \quad (9-2)$$

Donde Q_t es el flujo neto efectivo, n es el horizonte del proyecto y k la tasa de descuento o coste de capital (en este trabajo se asume que $k = 4\%$).

La TIR es el coste de capital que hace 0 el VAN, es una herramienta de toma de decisiones de inversión utilizada para comparar la factibilidad de diferentes opciones de inversión. Generalmente, la opción de inversión con la TIR más alta es la preferida.

Finalmente se puede considerar un tercer indicador, el denominado Periodo de retorno (PR). Este parámetro permite saber a partir de que momento la empresa ha liquidado la deuda y empieza a tener ganancias.

Los valores de estos tres parámetros para este proyecto se indican en la Tabla 9.8 :



TIR	33%
VAN	147670
PR(años)	3,3

Tabla 9.8 VAN, TIR y PR

En la Figura 9.1 se puede ver como evoluciona el Flujo Neto Acumulado a cada año:

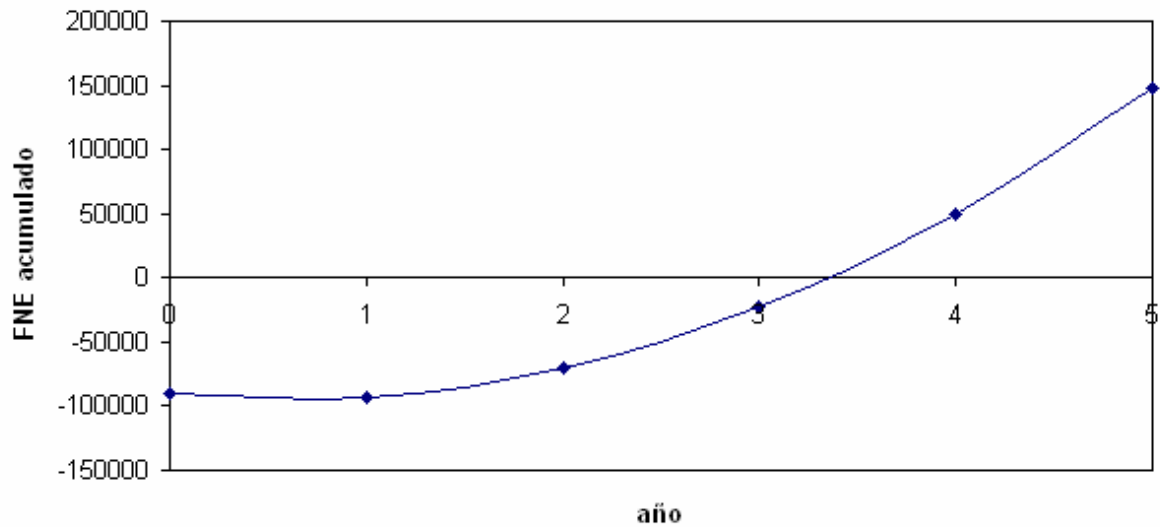


Figura 9.1 Evolución del FNE acumulado del proyecto en el horizonte de estudio

Viendo la Tabla 9.8 (VAN positivo y elevado, TIR elevado y PR relativamente pequeño) y bajo todos los supuestos que se han hecho, se llega a la conclusión que el proyecto es interesante.





10. Impacto Ambiental

Todos los impulsores industriales necesitan una fuente de energía para su funcionamiento. Independientemente del tamaño que tengan estos, de su forma, sus características, todos los impulsores están acoplados a un eje movido por un motor. Cada motor consumirá una determinada energía por unidad de tiempo en función de las condiciones de operación y tipo de agitador. Si bien es cierto que agitadores más grandes y pesados consumirán más energía que otros más pequeños, dentro de una misma tipología de agitador se puede conseguir minimizar el consumo de energía optimizando su funcionamiento. Es en este punto donde la utilización de la fluido dinámica computacional cobra su mayor importancia. En vez de construir pesados y complicados prototipos, con el gasto energético, de tiempo y de recursos en general que ello supone, se puede recurrir a la tecnología informática y con un simple ordenador (o estación de trabajo) y el software adecuado (FLUENT en este caso) simular múltiples prototipos sin la necesidad de crearlos físicamente. Claro está que el funcionamiento de uno o varios ordenadores consume recursos energéticos, pero no se equipara, ni de lejos, al consumo que supondría la construcción y prueba de prototipos. Por todo lo dicho anteriormente, cabe decir que el uso de CFD tiene una incidencia positiva sobre el medioambiente porque permite ahorrar, sobretodo, recursos energéticos.





11. Conclusiones

11.1 Conclusiones generales

Mirando todas las gráficas de eficiencia hidráulica del capítulo 8, se llega a la conclusión de que, en régimen laminar, la eficiencia hidráulica aumenta con el número de Reynolds. Además, en promedio y en régimen laminar, todas las eficiencias hidráulicas están alrededor del 80 %. Esto nos permite decir que de media, el 20 % de la energía aportada al agitador se pierde por rozamiento viscoso en forma de calor. En cambio, en régimen turbulento, la potencia perdida por rozamiento viscoso es despreciable frente a la potencia necesaria para que gire el agitador, por esto podemos decir que la eficiencia hidráulica en estas condiciones es prácticamente del 100 %.

Por lo que respecta al y^+ (ver apartado A.6 de los Anexos), conseguir mantener este parámetro dentro de los límites recomendados por el manual de usuario de FLUENT no ha sido posible. Los cuatro modelos de turbulencia probados, Spallart-Allmaras, modelo estándar $k-\varepsilon$, modelo RNG $k-\varepsilon$ y el modelo Realizable $k-\varepsilon$ junto con las *funciones de pared estándar* dieron valores de y^+ comprendidos entre 5 y 20 a pesar de todos los intentos por utilizar mallas más gruesas o más finas para intentar cambiarlos, que no han sido pocos. Esto podría explicar, por ejemplo, porque los perfiles de velocidad no se ajustan del todo bien a los valores experimentales o que algunos valores de N_P , N_Q , η_H o η presenten un error mayor de lo deseable. A pesar de todo, los valores obtenidos con CFD se ajustan bastante bien a los valores reales.

11.2 Conclusiones sobre la turbina Rushton

Las simulaciones realizadas con la turbina Rushton permiten llegar a las siguientes conclusiones:

- La variación del diámetro de la turbina provoca cambios en el N_Q , N_P y η_H . Cuanto mayor es el diámetro de la turbina, mayor es el caudal que es capaz de mover y más potencia consume en su funcionamiento. Además, en régimen laminar, las turbinas de mayor diámetro presentan mayor η_H . Esto significa que la potencia disipada en forma de calor por rozamiento viscoso no aumenta en la misma medida que la potencia consumida por el agitador en su funcionamiento cuando se aumenta el diámetro de la turbina.



- La variación del tamaño de la pala afecta al N_Q y N_P . Concretamente, cuando se aumenta éste, aumenta el N_Q y el N_P . El aumento de la superficie con la que se impulsa el fluido hacia las paredes permite mover más caudal pero, a su vez, necesita consumir más potencia en su funcionamiento.
- Se ha comprobado que variando la posición axial de la turbina (siempre concéntrica con el tanque) dentro del rango $74 \leq C \leq 148$, no se producen cambios significativos en parámetros como N_Q y N_P .
- En general, al aumentar el número de palas de la turbina se tiene más superficie con la que impulsar fluido hacia las paredes, como ocurría con el tamaño de la pala. Por este motivo, cuantas más palas tenga un turbina, más cantidad de caudal moverá y, por tanto, mayor potencia necesitará consumir. Curiosamente, de las tres turbinas probadas (de 4, 6 y 8 palas) la que presenta mejor eficiencia hidráulica es la de 6 palas.
- Se ha encontrado que en régimen laminar las turbinas de palas rectas sin disco (de 4 y 6 palas) tienen mejor efectividad (η) que las turbinas Rushton del mismo número de palas, es decir, consumen menos potencia para mover el mismo caudal. En cambio, en régimen turbulento sucede lo contrario, las turbinas Rushton presentan mejores valores de efectividad que las otras.
- La turbina de 6 palas cóncavas presenta mejor efectividad en cualquier régimen que la turbina Rushton del mismo número de palas.

11.3 Valoración personal

Se ha demostrado que CFD FLUENT es una herramienta útil para predecir las principales características del flujo generado por agitadores radiales. A medida que se disponga de máquinas más potentes y modelos de turbulencia más depurados se conseguirá aproximar mejor aquellas características de los flujos que hasta ahora eran imposibles de predecir.



Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer especialmente a mi familia y amigos todo el apoyo recibido durante la realización de este proyecto y durante mis años de estudiante.

Agradezco también a todas las personas que he conocido durante la carrera, que me hayan acompañado durante todos estos años, ellos también han tenido que ver en la realización de este proyecto.

Un agradecimiento para Alfredo Guardo quien ha sido mi tutor de proyecto y sin su paciencia, conocimiento y ayuda desinteresada este proyecto no habría sido posible.

Quiero agradecer también a mi director de proyecto Francesc Recasens por haber confiado en mí y haberme ofrecido la oportunidad de trabajar en un proyecto sobre CFD.

Finalmente, quiero agradecer al Laboratorio de Reactores Químicos/Grupo de Ingeniería de Fluidos de la Escola Tècnica Superior d'Enginyers Industrials de Barcelona (ETSEIB) por el soporte técnico prestado y las facilidades proporcionadas para la elaboración de este proyecto.





Bibliografía

Referencias bibliográficas

- [1] K. H. Javed, T. Mahmud, J.M. Zhu (2006) *Numerical simulation of turbulent batch mixing in a vessel agitated by a Rushton turbine*. Chem. Eng. and Proc. Vol. 45, 99-112
- [2] C. Martínez, P. Munuera, A. Pérez, A. Salamero, J. Vilajosana (2005) *Administració d'Empreses: Transparències*. Editorial CPDA-ETSEIB (Publicacions d'Abast S.L.L.)
- [3] M. Mechaki, M. Mochizuki, K. Ogawa (2000) *Engineering Data on Mixing*. Editorial Elsevier
- [4] www.postmixing.com
- [5] Fluent Inc., (2005). *Fluent 6.2 user's guide*. Fluent Inc.
- [6] www.fluent.com
- [7] Ranade, V. V. and Dommeti, J. B. (1990) *Computational Snapshot of flow generated by axial impellers in baffled stirred vessels*. I Chem. 74, 476-484.
- [8] Edward L. Paul (2004) *Handbook of industrial mixing*. Editorial. Wiley-Interscience
- [9] Gary Tattersson *Scale up and design of industrial mixing processes*. Editorial Mc Graw Hill
- [10] Gary Tattersson *Fluid Mixing and gas dispersion in agitated tanks*. Editorial Mc Graw Hill
- [11] Oldshue, J. Y. and Herbst, N. R. (1990) *A guide to fluid mixing*. N. Y. Mixing Equipment Company
- [12] A. Brucato, M. Ciofalo (1998) *Numerical prediction of flow field in a baffled stirred vessels: alternative modeling approaches*. Chem. Eng. Sci. 53, 3653-3684
- [13] www.unizar.es
- [14] M. Campolo, A. Paglianti (2002) *Fluid Dynamic Efficiency and Scale-up of a Retreated Blade Impeller CSTR*. Chem. Eng. Res. 41, 164-172



Bibliografía complementaria

- [15] Ranade (1997) *An efficient computational model for simulating flow in stirred vessels: a case of Rushton turbine*. Chem. Eng. Sci. Vol. 52, 4473-4484
- [16] Ranade, Tayalia, Krishnan (2002) *CFD Predictions of flow near impeller blades in baffled stirred vessels: Assessment of Computational Snapshot approach*. Chem. Eng. Comm., 189 (7) : 895-922
- [17] F. Kerdouss, L. Kiss, P. Proulx, J. Bilodeau, C. Dupuis (2005) *Mixing Characteristics of an Axial-Flow Rotor: Experimental and Numerical Study*. Internal Journal of Chemical Reactor Engineering. Vol.3, Article A₃₅
- [18] Ranade and Joshi (1990) *Flow generated by a Disc Turbine: Part I, Experimental*. Chem. Eng. Research and Design. Vol.68, 19-33
- [19] Ranade and Joshi (1990) *Flow generated by a Disc Turbine: Part II, Mathematical Modeling and Comparison with Experimental Data*. Chem. Eng. Research and Design. Vol.68, 34-50
- [20] Fluent Inc.,(2005). *Gambit 2.3 Documentation*. Fluent Inc.
- [21] A. Guardo, M. Coussirat, M.A. Larrayoz, F. Recasens, E. Egusquiza (2004) *Influence of the turbulence model in CFD modeling of wall-to-fluid heat transfer in packed beds*. Chem. Eng. Sci. Vol. 60, 1733-1742
- [22] Ranade and Joshi, et al. (1989) *Flow Generated by Pitched Blade Turbines II: Simulation using κ - ε Model*. Chem. Eng. Comm. Vol. 81, 225-248
- [23] A. Bakker, R. D. LaRoche, M-H Wang, R. V. Calabrese (1998) *Sliding Mesh Simulation of Laminar Flow in Stirred Reactors*. Published in " The Online CFM Book" at <http://www.bakker.org/cfm>.
- [24] V.V. Ranade and J.B. Joshi (1989) *Flow Generated by Pitched Blade Turbines I: Measurements using Laser Doppler Anemometer*. Chem. Eng. Comm. Vol. 81, 197-224
- [25] www.scopus.com
- [26] www.bakker.org
- [27] www.cfd-online.com/
- [28] D. Martínez *Apuntes de la asignatura Fenómenos de Transporte*
- [29] D. Martínez *Apuntes de la asignatura Reactores Químicos*



- [30] Batchelor, G.K., (1967) *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge
- [31] Hinze, J.O., (1975) *Turbulence*. Editorial McGraw-Hill Publishing Co., New York
- [32] E. Egusquiza (2003) *Comportament dinàmic de màquines hidràuliques*. Edicions UPC
- [33] G. Zhou, L. Shi, P. Yu (2003) *CFD Study of Mixing Process in Rushton Turbine Stirred Tanks*. Third International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries
- [34] A. Persson *The Coriolis Effect-a conflict between common sense and mathematics*. The Swedish Meteorological and Hydrological Institute, Norrköping, Sweden
- [35] T. Kumaresan, K. Nere, J. B. Joshi *Effects of Internals on the Flow Pattern and Mixing in Stirred Tanks*. Ins. Of Chem. Tech., University of Mumbai, Matunga
- [36] A. Bakker *Modeling of Turbulence in Stirred Vessels using Large Eddy Simulation*. Fluent, Inc.
- [37] L. Mununga, K. Hourigan and M. Thompson (2003) *Numerical Study of the Effect of Blade Size on Pumping Effectiveness of a Paddle Impeller in an unbaffled mixing vessel*. 3th International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries
- [38] R. L. Bates, P. L. Fondy, and R. Corpstein *An examination of some geometric parameters of impeller power*. Chemineer, Inc., Dayton, Ohio
- [39] H. K. Versteeg & W. Malalasekera (1996) *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Addison-Wesley





A. Turbulencia

A.1 Introducción

Se llama turbulencia al estado de un flujo que se caracteriza por su naturaleza fluctuante y aparentemente aleatoria. Es el resultado de la pérdida de estabilidad de un flujo laminar.

Los flujos laminares están caracterizados por el hecho de que las partículas del fluido se mueven en capas o láminas. Las partículas que están en cierta lámina, permanecen en ella. No pueden cambiar de capa.

Para el caso de un número de Reynolds más alto que un cierto número de Reynolds crítico, el movimiento de las partículas se vuelve más tridimensional y agitado. Las capas de fluido se intersecan y se mezclan; además, cambian como función del tiempo en forma aparentemente aleatoria. Es difícil, por esto, describir matemáticamente a un flujo turbulento.

A.2 Experimento de Reynolds

Una de las primeras personas en identificar la transición de un flujo laminar a un flujo turbulento fue Oswald Reynolds en (1883). Su experimento, ilustrado en la Figura A.1, consistió en inyectar tinta en un flujo de un líquido en una tubería. De esta manera fue capaz de observar que a medida que la velocidad del flujo aumentaba, el movimiento del fluido en el seno del líquido se volvía cada vez más agitado e irregular. Reynolds observó que cuando el número de Reynolds permanecía por debajo de cierto valor crítico, el flujo era laminar.

Para un flujo laminar y en un punto fijo del canal, se esperaba medir una velocidad constante en dicho punto.

En cambio, para un flujo con un número de Reynolds muy superior al valor crítico, la medición de la velocidad en el mismo punto cambia considerablemente. Puede observarse que la magnitud del vector velocidad fluctúa alrededor de un valor medio.

Para flujos con números de Reynolds ligeramente superiores al valor crítico, la medición se caracteriza por períodos breves de flujo laminar alterados con períodos turbulentos. Esto indica que la transición de un flujo laminar a uno turbulento no es abrupta; la transición es progresiva. A este régimen intermedio se le denomina como de transición.



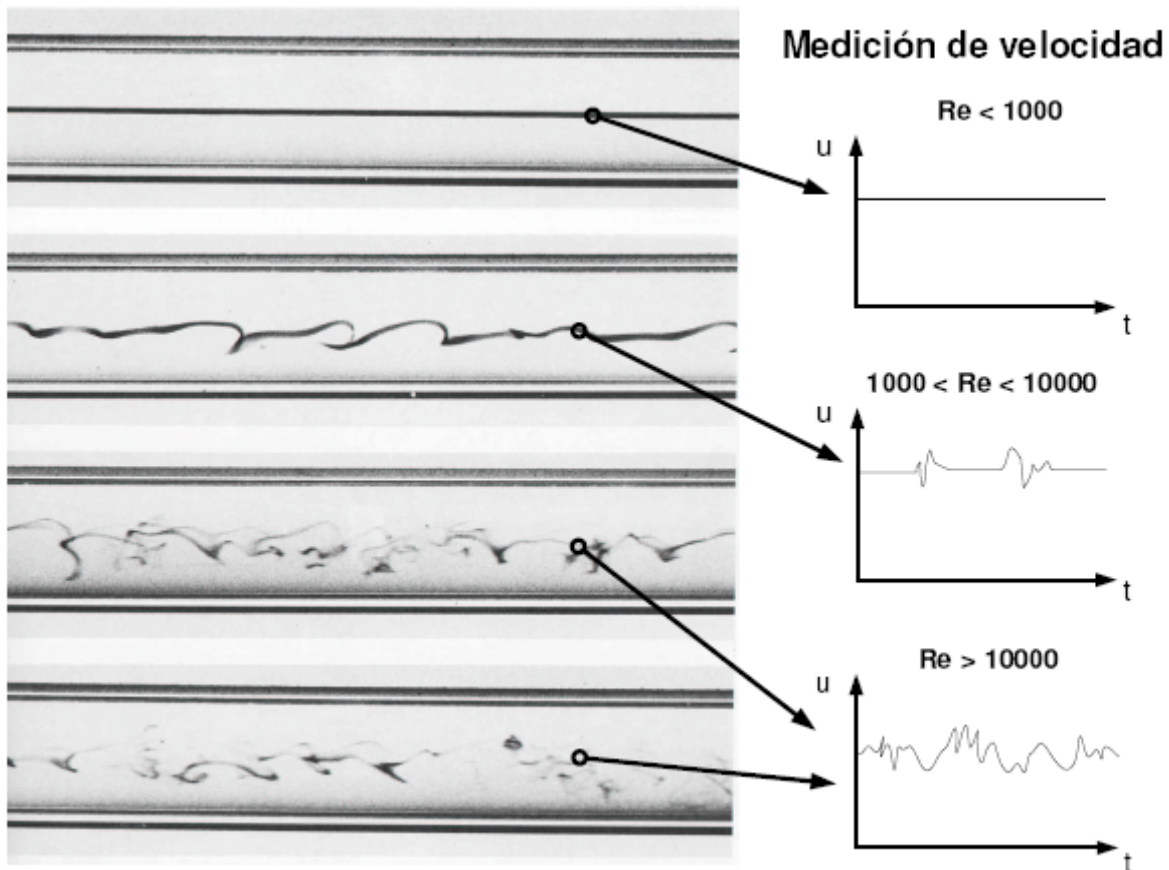


Figura A.1 Experimento de Reynolds

A.3 Descripción de la turbulencia

La turbulencia desarrollada puede describirse físicamente por las siguientes características.

- Naturaleza fluctuante. Tanto la presión como la velocidad fluctúan alrededor de un valor medio. Las fluctuaciones son además de naturaleza tridimensional.
- Aparición de remolinos. Las capas de fluido están acomodadas en estructuras coherentes llamadas remolinos o vórtices. Los vórtices tienen una amplia distribución de tamaños, que van desde la dimensión del flujo (tamaño del contenedor) hasta el tamaño en el cual se disipa el movimiento bajo la acción de la viscosidad (escala de Kolmogorov).
- Fluctuaciones pseudo-aleatorias. Aunque a simple vista, la naturaleza de las fluctuaciones de velocidad y presión parezcan aleatorias, en realidad estas se distribuyen de una forma característica no enteramente al azar.



- Mantenimiento autónomo. Un flujo turbulento puede mantenerse turbulento a si mismo. Los remolinos grandes generan remolinos pequeños.
- Disipación. Puesto que el flujo es autónomo, la ruptura sucesiva de vórtices a escalas pequeñas, llevará eventualmente a la generación de vórtices del tamaño de la escala de Kolmogorov. Una vez alcanzado este tamaño, el movimiento se disipa por el efecto de la viscosidad. En otras palabras, un flujo turbulento decaerá progresivamente a menos que exista un mecanismo de entrada de energía.
- Mezclado. El hecho de que el flujo turbulento sea fluctuante hace que la difusión de calor, masa y cantidad de movimiento sean mucho más efectivos que la difusión molecular.

A.4 Origen de la turbulencia

A.4.1 Desarrollo de la turbulencia

La turbulencia no aparece de manera súbita en un flujo. Para que ésta se manifieste en su forma completamente desarrollada deben pasar varias etapas. Consideremos la capa límite sobre una placa plana (Figura A.2).

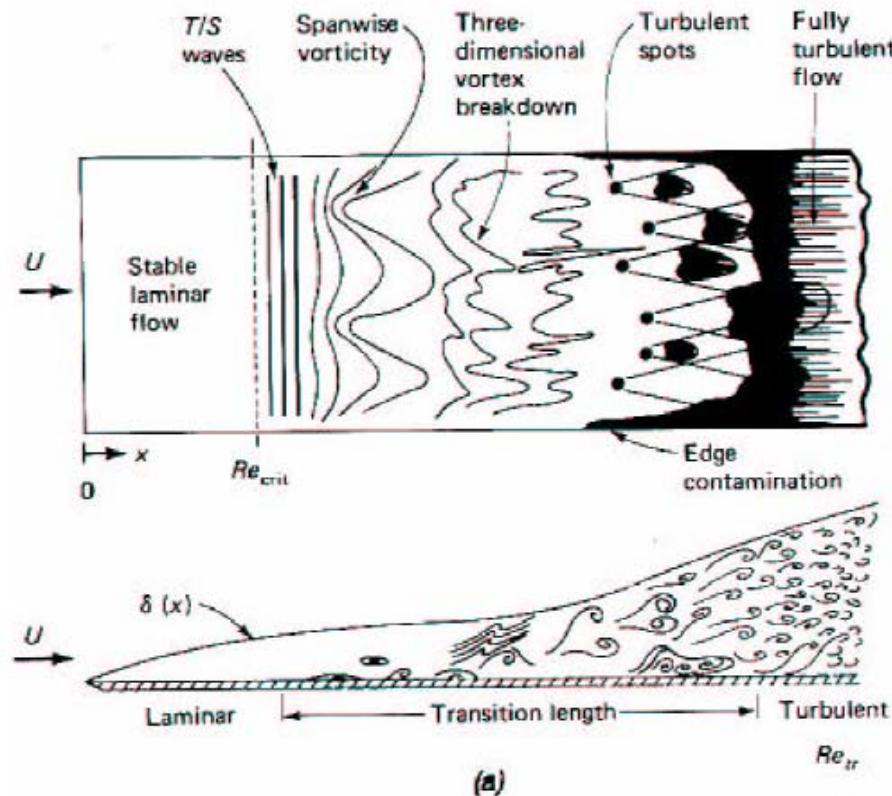


Figura A.2 Flujo sobre una placa plana. Desarrollo de la turbulencia.



Conforme se avanza en la dirección longitudinal de la placa, va creciendo el valor de Re_x , por lo que podemos ver como se desarrolla la turbulencia desde el flujo laminar.

Cerca del punto donde se encuentra la placa se desarrolla una capa límite laminar ordinaria, puesto que en este primer plano el número de Reynolds no es muy grande. Cuando el valor de Re_x alcanza un cierto valor crítico, los primeros indicios de la pérdida de estabilidad se manifiestan: aparecen las ondas T-S (Tollminen-Schlichting), que son perturbaciones en la dirección perpendicular al flujo. Estas son ondas pero aún son laminares. Un poco más adelante, aumentando Re_x levemente, estas ondas transversales comienzan a perder estabilidad y pierden su forma transversal. En esta etapa comienza a aparecer un componente de la vorticidad en la dirección del flujo. Aumentando un poco más el Re_x , el siguiente fenómeno que se observa es la desaparición de la estructura unidireccional del flujo. Se dice que tanto la velocidad y la vorticidad son tridimensionales. Aguas abajo sobre la placa comienza a aparecer paquetes de turbulencia completamente desarrollada. Estos paquetes crecen en tamaño y frecuencia de aparición. Finalmente, los paquetes se unen y se crea la zona de turbulencia completamente desarrollada.

A.4.2 Turbulencia desarrollada

Puesto que el flujo turbulento es muy complejo, resulta difícil describirlo con el tipo de funciones matemáticas utilizadas en el flujo laminar. Por este motivo, en el estudio y descripción de la turbulencia se utilizan herramientas estadísticas para describirlo. En particular, se usa el concepto de promedio temporal. Cualquier variable, fluctuante o no, puede describirse a través de un promedio en el tiempo.

A.4.3 Descomposición de Reynolds

La descomposición de Reynolds consiste en separar a cualquier variable en dos componentes, una estacionaria y otra fluctuante. Por ejemplo si se considera la medición de la velocidad en el centro de un canal cuyo flujo es turbulento, se puede esperar encontrar una medición como la mostrada. La velocidad instantánea de la velocidad en este punto se puede escribir como:

$$u(t) = \bar{u} + u'(t) \quad (A-1)$$

Donde \bar{u} es el promedio temporal y u' es la componente fluctuante de la velocidad.



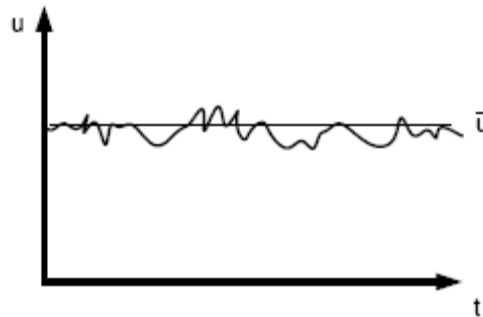


Figura A.3 Velocidad estacionaria y fluctuante

Si consideramos una variable cualquiera f , su promedio temporal está definido como:

$$\bar{F} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt$$

Entonces se puede decir que

$$f = \bar{f} + f'$$

Se puede demostrar además que

$$\overline{f'} = 0$$

y que

$$\overline{\overline{f}} = \bar{f}$$

A continuación se expondrán algunas reglas de la operación promedio temporal que serán útiles para los apartados siguientes:

1. $\overline{f'g} = 0$
 2. $\overline{f \pm g} = \bar{f} \pm \bar{g}$
 3. $\overline{f \cdot g} = \bar{f} \cdot \bar{g} + \overline{f'g'}$
 4. $\overline{f \cdot \bar{g}} = \bar{f} \cdot \bar{g}$
 5. $\frac{\partial \bar{f}}{\partial s} = \overline{\frac{\partial f}{\partial s}}$
 6. $\overline{\int f ds} = \int \bar{f} ds$
- (A-2)

A.5 Ecuaciones de conservación para un flujo turbulento

A.5.1 Conservación de masa

Se considera la ecuación de conservación de masa para un flujo incompresible, para el caso adimensional en coordenadas rectangulares:



$$\nabla \bar{v} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (\text{A-3})$$

Se considera ahora las variables de flujo turbulentas:

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + u' \\ v &= \bar{v} + v' \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

Sustituyendo las expresiones (A-4) en (A-3) se tiene:

$$\frac{\partial (\bar{u} + u')}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{v} + v')}{\partial y} = 0 \quad (\text{A-5})$$

Aplicando la operación promedio temporal a toda la ecuación (A-5) se obtiene:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}'}{\partial y} = 0 \quad (\text{A-6})$$

Aplicando las reglas de la operación promedio temporal se obtiene finalmente:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (\text{A-7})$$

Se puede decir que la ecuación de conservación de masa se cumple aún en régimen turbulento. Si restamos a la ecuación (A-7) la (A-5) se obtiene:

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \quad (\text{A-8})$$

Atendiendo a la ecuación (A-8) se puede afirmar, también, que de forma instantánea se cumple la ecuación de conservación de masa.

A.5.2 Conservación de cantidad de movimiento

De la misma manera que para las ecuaciones de conservación de masa, se puede sustituir la presión y las velocidades, descompuestas en parte media y fluctuante, en las ecuaciones N-S. Se considerará únicamente la componente x de las ecuaciones incompresibles bidimensionales. Se tiene entonces,

$$\frac{\partial (\bar{u} + u')}{\partial t} + (\bar{u} + u') \frac{\partial (\bar{u} + u')}{\partial x} + (\bar{v} + v') \frac{\partial (\bar{u} + u')}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\bar{P} + P')}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 (\bar{u} + u')}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\bar{u} + u')}{\partial y^2} \right) \quad (\text{A-9})$$



Desarrollando todos los productos, la operación promedio temporal a toda la ecuación y utilizando las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\overline{u' \frac{\partial u'}{\partial x}} &= \frac{\partial \overline{(u')^2}}{\partial x} - \overline{u' \frac{\partial u'}{\partial x}} \\ \overline{v' \frac{\partial u'}{\partial y}} &= \frac{\partial \overline{(u'v')}}{\partial y} - \overline{u' \frac{\partial v'}{\partial y}}\end{aligned}\quad (\text{A-10})$$

Se obtiene:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{(u')^2}}{\partial x} - \overline{u' \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right)} + \frac{\partial \overline{(u'v')}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) \quad (\text{A-11})$$

Utilizando la ecuación de conservación de masa, se puede demostrar que el quinto término del lado izquierdo es igual a cero. Entonces, se puede escribir:

$$\rho \frac{D\bar{u}}{Dt} = -\nabla \bar{P} + \mu \nabla^2 \bar{u} - \rho \left(\frac{\partial}{\partial x} \overline{(u')^2} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{(u'v')} \right) \quad (\text{A-12})$$

La ecuación anterior es muy similar a la ecuación de N-S con variables promediadas en el tiempo, excepto por la inclusión de dos términos extra en el lado derecho de la ecuación. Estos componentes adicionales son los *esfuerzos turbulentos*.

Los movimientos fluctuantes provocan un flujo adicional de cantidad de movimiento. Se pueden interpretar como esfuerzos, pero a diferencia de los esfuerzos viscosos, los turbulentos dependen de la naturaleza del flujo y no de la naturaleza del fluido. En muchos flujos turbulentos, el tamaño de los esfuerzos turbulentos puede ser más grande que los esfuerzos viscosos.

Debido a que aparecen nuevos términos en las ecuaciones de conservación se necesita más ecuaciones para cerrar el sistema. Por este motivo se hace necesaria una relación constitutiva turbulenta.

A.6 Teoría de la capa límite turbulenta

Cerca de la pared el flujo está influenciado por los efectos viscosos y no depende de los parámetros libres de la corriente. La velocidad media del flujo depende de la distancia y de la pared, la densidad del fluido ρ , la viscosidad μ y la tensión de cizalla de la pared τ_w . Por tanto $U = f(y, \rho, \mu, \tau_w)$. El análisis dimensional muestra que:



$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} = f\left(\frac{\rho u_\tau y}{\mu}\right) = f(y^+) \quad (\text{A-13})$$

Donde U es la velocidad media y $u_\tau = (\tau_w/\rho)^{1/2}$ se conoce con el nombre de velocidad de fricción. La ecuación (A-13) se la conoce con el nombre de la *ley de la pared* y contiene la definición de dos grupos adimensionales importantes, u^+ e y^+ .

Más lejos de la pared se espera que la velocidad sea afectada por el efecto de la pared a través del valor de la tensión de cizalla, pero no por la misma viscosidad. La escala de longitud apropiada a esta región es el grosor de la capa límite δ . En esta región se tiene que $U = g(y, \delta, \rho, \tau_w)$. En análisis dimensional muestra que en esta región:

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} = g\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (\text{A-14})$$

La forma más útil emerge si se considera que la tensión de cizalla de la pared como el causante del déficit de velocidad $U_{\text{MAX}} - U$. De esta manera:

$$\frac{U_{\text{max}} - U}{u_\tau} = g\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (\text{A-15})$$

A la ecuación (A-15) se la conoce con el nombre de “*velocity-defect law*”

La capa límite turbulenta adyacente a una superficie sólida se compone de dos regiones:

- La región interna: la tensión de cizalla es (casi) constante e igual a la tensión de cizalla de la pared (τ_w). Dentro de esta región se distinguen tres zonas:
 - *La subcapa laminar (“linear sub-layer”)*: las fuerzas viscosas dominan el flujo adyacente a la superficie.
 - *La subcapa intermedia (“buffer layer”)*: la viscosidad y la turbulencia tienen la misma importancia.
 - *La subcapa turbulenta (“log-law layer”)*: las tensiones turbulentas (tensiones de Reynolds) son dominantes.
- La región externa o “law-of-the-wake layer”: el flujo alejado de la pared está dominado por la inercia; libre de los efectos viscosos directos.

A.6.1 La subcapa laminar (o “*linear sub-layer*”)

En ausencia de los efectos de las tensiones turbulentas de Reynolds, las fuerzas viscosas dominan el comportamiento del fluido. Es una capa muy fina ($y^+ < 5$) y se puede asumir que la



tensión de cizalla es constante e igual a τ_w . De esta manera:

$$\tau(y) = \mu \frac{\partial U}{\partial y} \cong \tau_w \tag{A-16}$$

Después de integrar la ecuación (A-16) e imponer que $U = 0$ cuando $y = 0$, se obtiene:

$$U = \frac{\tau_w y}{\mu} \tag{A-17}$$

Aplicando la definición de u^+ e y^+ a la ecuación (A-17) se obtiene:

$$u^+ = y^+ \tag{A-18}$$

Debido a la relación lineal que hay entre la velocidad y la distancia de la pared, esta capa se la conoce con el nombre de *subcapa lineal o laminar*.

A.6.2 La subcapa turbulenta (o “log-law layer”)

En esta capa la tensión de cizalla varía poco respecto a la distancia de la pared y dentro de esta región interna se asume como constante e igual a τ_w .

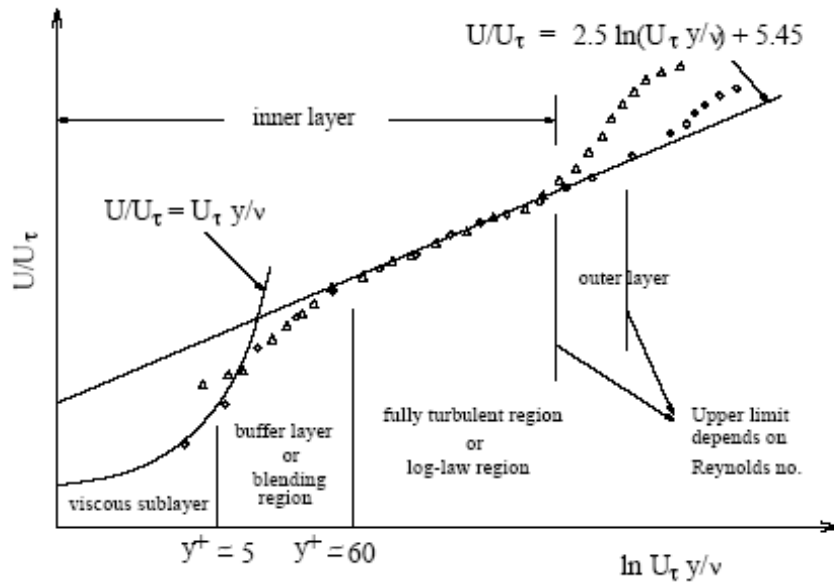


Figura A.4 Distribución de velocidad cerca de una pared sólida

La ecuación que relaciona u^+ con y^+ en esta capa es la siguiente:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa_{KAR}} \ln y^+ + B = \frac{1}{\kappa_{KAR}} \ln(Ey^+) \tag{A-19}$$



Las constantes B o E y κ_{KAR} (constante de Von Karman) son universales y valen para todos los flujos turbulentos a elevado Re limitados por paredes lisas. Sus valores son B = 5.5 (o E = 9.8) y 0.4. Debido a que la relación entre u^+ e y^+ es logarítmica (ver Figura A.4), la ecuación (A-19) es conocida con el nombre de “*log-law*”. La capa donde los valores de y^+ toman valores comprendidos entre 30 y 500 recibe el nombre de “*log-law layer*”.

A.6.3 La región externa

Medidas experimentales han demostrado que la ley logarítmica es válida en la región $0.02 < y/\delta < 0.2$. Para valores de y mayores, la “*velocity-defect law*” asegura la forma correcta. En esta región se cumple la siguiente ecuación:

$$\frac{U_{\max} - U}{u_{\tau}} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{\delta}\right) + A \quad (\text{A-20})$$

Donde A es una constante. La “*velocity-defect law*” también se la conoce con el nombre de “*law of the wake*”.



B. El modelo estándar $\kappa-\varepsilon$

B.1 Introducción

Es el más simple de los 'modelos completos' de turbulencia. Es un modelo semi-empírico de dos ecuaciones la solución separada de las cuales permite obtener independientemente la velocidad turbulenta y las escalas de longitud. Es un modelo robusto, económico y razonablemente adecuado para un gran número de flujos turbulentos. Como es un modelo muy utilizado y por lo tanto se conocen sus virtudes y sus defectos, se han creado nuevos modelos que mejoran los puntos débiles de éste. En concreto son dos: el *modelo RNG k-ε* y el *modelo Realizable k-ε*.

B.2 Ecuaciones de transporte para el modelo estándar k-ε

La energía cinética turbulenta, k , y su velocidad de disipación, ε , se obtienen de las siguientes ecuaciones de transporte:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\kappa) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\kappa)u_i = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + G_\kappa + G_b - \rho\varepsilon - Y_M + S_\kappa \quad (\text{B-21})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon)u_i = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{\kappa} (G_\kappa + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa} + S_\varepsilon \quad (\text{B-22})$$

La viscosidad turbulenta (o eddy), μ_t , se calcula combinando k y ε de esta manera:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \quad (\text{B-23})$$

Donde $C_\mu = 0.09$. Las constantes $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, $C_{3\varepsilon}$, σ_κ y σ_ε tienen los siguientes valores por defecto:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, C_{2\varepsilon} = 1.92, C_\mu = 0.09, \sigma_\kappa = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$$

Estos valores que se han determinado mediante experimentos con aire y agua han demostrado que sirven para gran número de flujos turbulentos diferentes. El término G_κ representa la producción de energía cinética turbulenta. Se modela idénticamente en los tres modelos k-ε:

$$G_\kappa = -\rho \overline{u_i u_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (\text{B-24})$$



El término G_b es la generación de energía cinética turbulenta debida a las fuerzas de flotación cuando en el sistema se encuentran simultáneamente un campo gravitacional no nulo y gradientes de temperatura. La ecuación que expresa esta idea es la siguiente:

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (B-25)$$

Respecto a la ecuación (B-25), el término Pr_t es el número de Prandtl para la energía, cuyo valor por defecto para este modelo es 0.85 y g_i es la componente i del vector gravitacional.

El coeficiente de expansión térmica, β , se define como:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (B-26)$$

Fijándose de nuevo en la ecuación (B-21), el término Y_M representa el efecto que tiene la compresibilidad del fluido sobre la turbulencia. El modelo que define este parámetro se escribe a continuación:

$$Y_M = 2\rho\varepsilon M_t^2 \quad (B-27)$$

Donde M_t es número de Mach turbulento definido como:

$$M_t = \sqrt{\frac{\kappa}{a^2}} \quad (B-28)$$

Siendo a la velocidad del sonido $a = \sqrt{\gamma RT}$

Por último, los términos S_k y S_ε de las ecuaciones (B-21) y (B-22) pueden ser definidos por el usuario mediante “*user-defined functions*” (algoritmos escritos en lenguaje C que pueden contener instrucciones para definir modelos físicos, propiedades de fluidos que no estén en la lista que proporciona FLUENT, etc., necesarios para la correcta simulación del sistema).



C. Funciones de pared estándar

C.1 Cantidad de movimiento

La ley de pared (“log-law”) es:

$$U^* = \frac{1}{\kappa_{KAR}} \ln(Ey^*) \quad (C-29)$$

Donde

$$U^* \equiv \frac{U_P C_\mu^{1/4} \kappa_P^{1/2}}{\tau_w / \rho} \quad (C-30)$$

$$y^* \equiv \frac{\rho C_\mu^{1/4} \kappa_P^{1/2} y_P}{\mu} \quad (C-31)$$

κ_{KAR} = constante de Von Karman = 0.4187

E = constante empírica = 9.793

U_P = velocidad media del fluido en el punto P

κ_P = energía cinética turbulenta en el punto P

y_P = distancia del punto P a la pared

μ = viscosidad dinámica del fluido

En FLUENT esta ley logarítmica se emplea cuando $y^* > 11.225$. Cuando la malla es tal que $y^* < 11.225$, FLUENT aplica a siguiente relación: $U^* = y^*$.

C.2 Energía

La analogía de Reynolds entre la cantidad de movimiento y la energía da una ley logarítmica similar para la temperatura media. Como en la ley de pared de la velocidad media, la ley de pared de la temperatura media utilizada en FLUENT comprende las dos leyes siguientes:

- Una ley lineal para la conducción térmica en la región donde la viscosidad molecular es dominante.
- Una ley logarítmica para la región turbulenta donde los efectos de la turbulencia dominan la conducción.

El grosor de la capa de conducción térmica es, en general, diferente del grosor de la subcapa viscosa, y cambia de un fluido a otro. Por ejemplo, el grosor de la subcapa térmica



para fluidos con elevado número de Prandtl (Ej., el aceite) es mucho menor que el grosor de la subcapa viscosa. Por el contrario, fluidos con número de Prandtl bajo, la subcapa térmica es mucho mayor que la subcapa de cantidad de movimiento (o viscosa).

La ley de la pared implementada en FLUENT tiene la siguiente composición:

$$T \equiv \frac{(T_w - T_p)\rho c_p C_\mu^{1/4} \kappa_p^{1/2}}{q} = \begin{cases} Pr y^* + \frac{1}{2} \rho Pr \frac{C_\mu^{1/4} \kappa_p^{1/2}}{q} U_p^2 & (y^* < y_T^*) \\ Pr_t \left[\frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) + P \right] & \\ + \frac{1}{2} \rho \frac{C_\mu^{1/4} \kappa_p^{1/2}}{q} \{ Pr_t U_p^2 + (Pr - Pr_t) U_c^2 \} & (y^* > y_T^*) \end{cases} \quad (C-32)$$

Donde P se calcula con la fórmula siguiente:

$$P = 9.24 \left[\left(\frac{Pr}{Pr_t} \right)^{3/4} - 1 \right] \left[1 + 0.28 e^{-0.007 Pr / Pr_t} \right] \quad (C-33)$$

k_p = energía cinética turbulenta en el punto P

ρ = densidad del fluido

C_p = el calor específico del fluido

q = flujo de calor que atraviesa la pared

T_p = temperatura de la celda adyacente a la pared

T_w = temperatura de la pared

Pr = número de Prandtl molecular ($\mu C_p / k_f$)

Pr_t = número de Prandtl turbulento (0.85 en la pared)

E = constante de Van Driest = 26

U_c = la magnitud de la velocidad media en $y^* = y_T^*$

C.3 Turbulencia

En los modelos κ - ϵ y el RSM, la ecuación de κ se resuelve en el dominio entero incluyendo las celdas adyacentes a la pared. La condición de contorno impuesta en la pared para κ es:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial n} = 0 \quad (C-34)$$



Donde n es la coordenada local normal a la pared.

La producción de energía cinética, G_k , y su velocidad de disipación, ε , en las celdas adyacentes a la pared se calculan partiendo de la hipótesis del equilibrio local. Bajo esta consideración, la producción de κ y su disipación se asumen iguales en los volúmenes de control adyacentes a la pared.

De esta manera, la producción de κ se calcula como:

$$G_k \approx \tau_w \frac{\partial U}{\partial y} = \tau_w \frac{\tau_w}{\kappa \rho C_\mu^{1/4} \kappa_p^{1/2} y_p} \quad (\text{C-35})$$

y ε se calcula como:

$$\varepsilon_p = \frac{C_\mu^{3/4} \kappa_p^{3/2}}{\kappa y_p} \quad (\text{C-36})$$

La ecuación de ε no se resuelve en las celdas adyacentes a la pared, sin embargo, ε se calcula con la ecuación (C-36).

Hay que destacar que las condiciones de contorno en la pared para las variables, incluyendo la velocidad media, temperatura, concentración de especies, κ y ε , se toman de las *funciones de pared*. Por lo tanto, el usuario no necesita preocuparse sobre las condiciones de contorno en las paredes.

Las *funciones estándar de pared* trabajan razonablemente bien para un amplio rango de aplicaciones que envuelven flujos turbulentos limitados por paredes. Sin embargo, cuando las condiciones del flujo se vuelven severas, es decir, hay gradientes de presión importantes y el flujo presenta un fuerte desequilibrio, la calidad de las predicciones se ve comprometida.





D. Análisis de sensibilidad

D.1 Densidad de la malla

La solución de los flujos turbulentos suelen depender más de la calidad de la malla que la de los flujos laminares. Por este motivo se hizo necesario hacer un estudio para comprobar cuando un problema en régimen turbulento es independiente de la malla, es decir, que por más fina que sea ésta la solución se mantiene invariable.

Es muy necesario hacer un estudio de este tipo porque de esta manera se conoce la “malla límite”, es decir, el mínimo tamaño de malla a partir del cual mallas más densas (con más elementos) dan idénticos resultados que la malla límite. Así se consigue ahorrar tiempo de cálculo sin que se resienta por ello la precisión de los resultados.

Para este estudio se modeló una turbina Rushton con medidas idénticas al esquema mostrado en el capítulo 3. Se utilizó el modelo de turbulencia *estándar k-ε* y *funciones de pared estándar* como tratamiento de pared. El fluido de trabajo era agua y la velocidad de agitación de 60 rpm. Se simuló la mitad del volumen de control aprovechando que la geometría era axisimétrica. En la Tabla D.1 se muestran los resultados de las simulaciones:

Malla	1	2	3	4
Elementos	40000	60000	100000	170000
Tipo de malla	Tetraédrica	Tetraédrica	Tetraédrica	Tetraédrica
Fluido	Agua	Agua	Agua	Agua
N(rpm)	60	60	60	60
N(vuelta/s)	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
D(m)	0.0987	0.0987	0.0987	0.0987
ρ (Kg/m ³)	1000	1000	1000	1000
$\int \varepsilon \cdot dV$	2.01E-05	2.30E-05	2.63E-05	2.68E-05
$P(W) = 2\rho \int \varepsilon \cdot dV$	0.04	0.05	0.05	0.05
N_p	4.31	4.92	5.63	5.74
N_p exp.	6.00	6.00	6.00	6.00
Error (%)	28.18	17.98	6.19	4.32

Tabla D.1 Se muestran los valores de N_p en función de la densidad de la malla



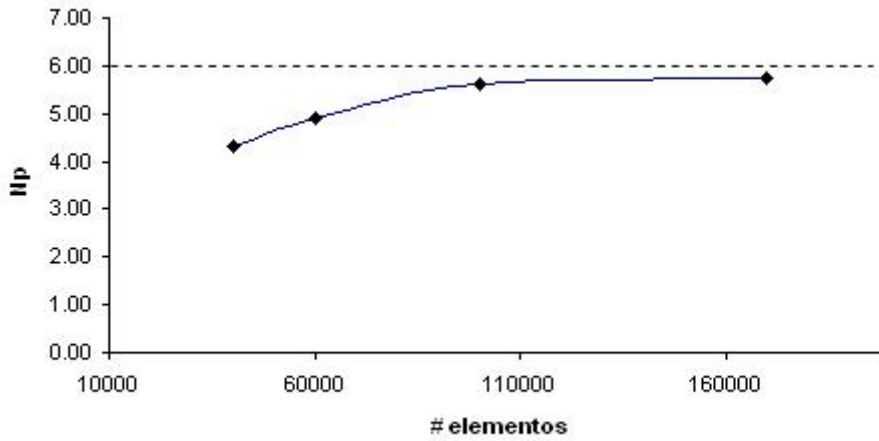


Figura D.5 N_p vs Número de elementos de la malla

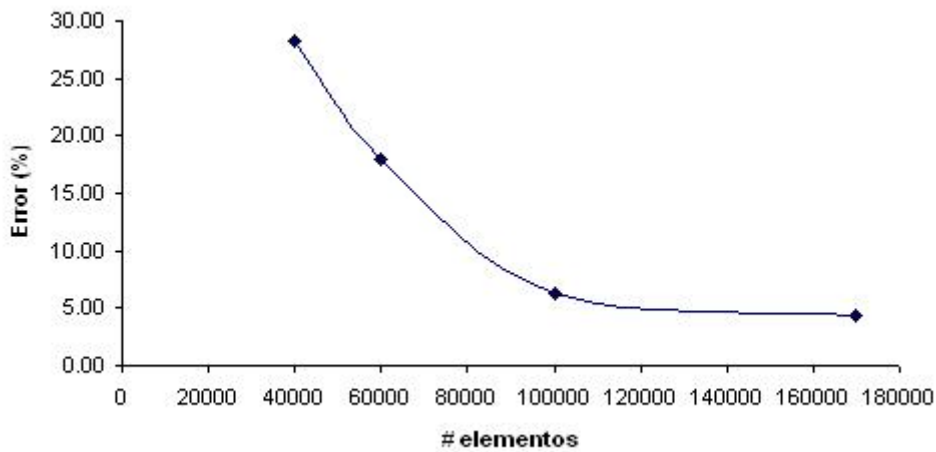


Figura D.6 Error relativo vs Número de elementos

La Figura D.5 muestra como a medida que se aumenta la densidad de la malla, la solución, el N_p en este caso, se acerca cada vez más a la línea punteada que marca el valor de N_p experimental. A partir de cierto número de elementos la solución parece no mejorar ($\approx 160,000$ elementos). Se puede decir que se ha encontrado el tamaño de “malla límite”. Todas las geometrías que permitían resolver solamente la mitad del volumen de control debido a su axisimetría han sido calculadas con mallas de este tamaño. Así, geometrías que podían resolverse dividiendo más aún el volumen de control (por ejemplo a una cuarta parte) se han calculado con mallas proporcionales al tamaño de malla límite ($\approx 80,000$ elementos si el volumen de control era un cuarta parte del volumen total).

La Figura D.6 ratifica el hecho de cuanto más densa es la malla menor error relativo se



comete. Siempre hasta un cierto límite en el cual no se consigue nada aumentando más la densidad de la malla.

D.2 Tamaño del volumen de control rotativo

Otro aspecto que afecta también a la solución es el tamaño del volumen de control rotativo. En el modelo MRF (ver apartado 5.2 de la memoria) es necesario definir un volumen de control que envuelve a una parte del agitador (sobretudo el disco y las palas) con la propiedad de que las ecuaciones de N-S se resuelven en un sistema de referencia rotativo. El tamaño de este volumen, que elige el usuario, puede afectar significativamente la solución del sistema. Por este motivo se ha hecho un estudio de sensibilidad para encontrar cual es el tamaño del volumen de control rotativo óptimo.

Las simulaciones se han llevado a cabo teniendo en cuenta lo dicho en el apartado D.1 y el caso de estudio es idéntico al del apartado anterior. Los resultados de las simulaciones se muestran en la Tabla D.2:

VCR*	1	2	3	4
Elementos	166000	166000	166000	166000
Fluido	Agua	Agua	Agua	Agua
N(rpm)	60	60	60	60
N(vuelta/s)	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
D(m)	0.0987	0.0987	0.0987	0.0987
ρ (kg/m ³)	1000	1000	1000	1001
$\int \varepsilon \cdot dV$	2.48E-05	3.35E-05	4.12E-05	6.78E-05
P(W)	0.05	0.07	0.08	0.14
N _p	5.31	7.16	8.81	14.49
R(mm)	50	56	56	64
h(mm)	24	24	36	62
Volumen(cm ³)	188	236	355	798

Tabla D.2 Se muestran los valores de N_p en función del tamaño del VCR



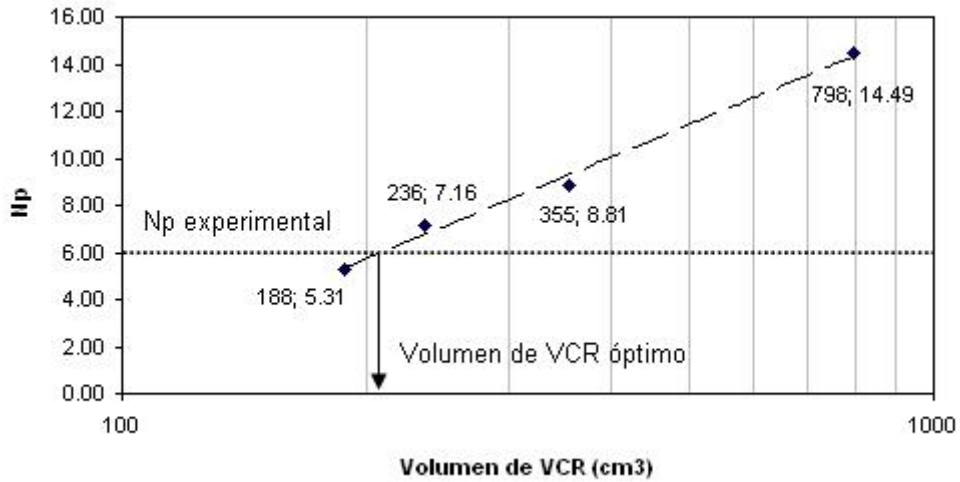


Figura D.7 N_p vs Volumen de VCR

La Figura D.7 es el resultado de representar los valores de la Tabla D.2 y el claro ejemplo de que no se puede elegir un VCR aleatorio, debe tener unas dimensiones determinadas para que la solución sea aceptada como buena. Para las simulaciones cuyo diámetro del agitador era $D = T/3$ y pasamanos (altura de la pala) $h = D/5$ se ha utilizado un volumen de VCR $\approx 200 \text{ cm}^3$ ($R = 52 \text{ mm}$ y $h = 24 \text{ mm}$). En los casos con diferente valor de D y de h se ha mantenido dicha proporción.



E. Resultados de las simulaciones

E.1 Caso de validación

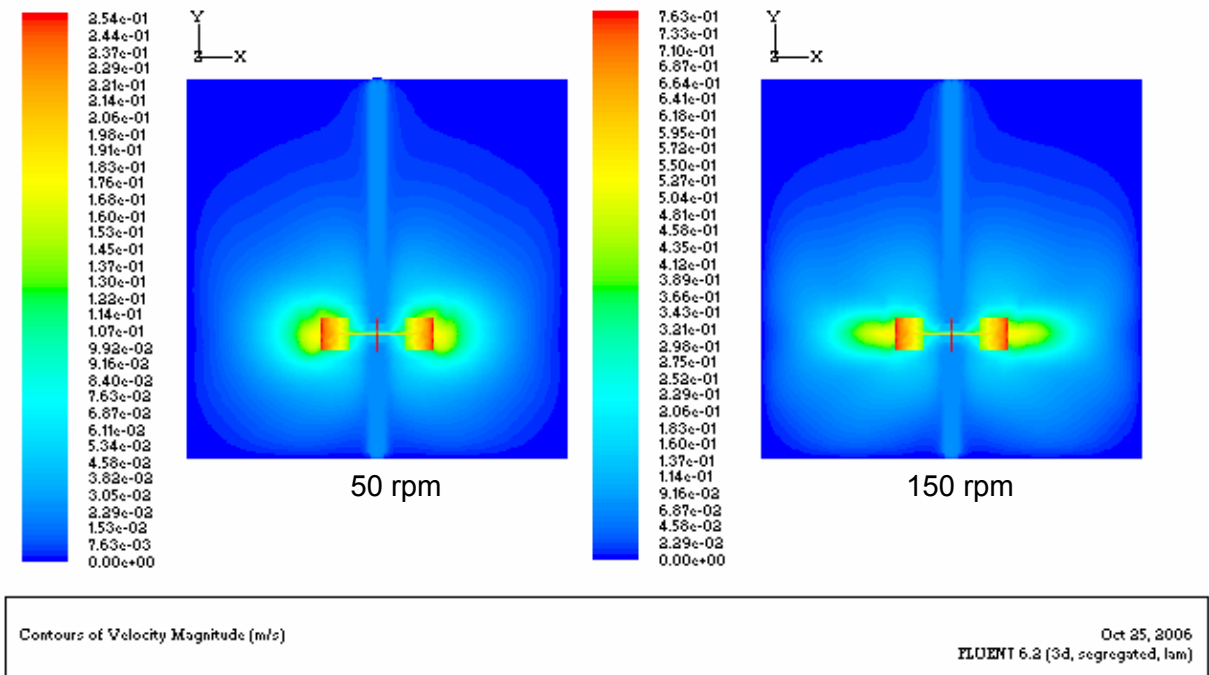


Figura E.8 Contornos de velocidad. Capítulo 7 de la memoria. Fluido de trabajo: glicerina.

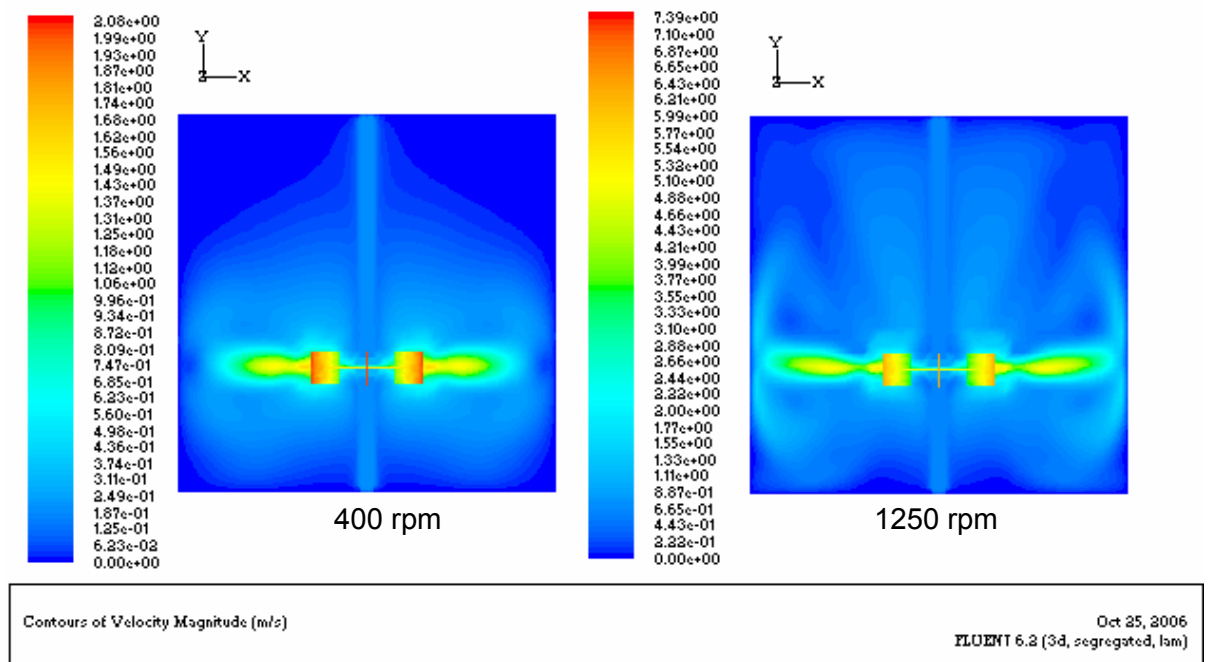


Figura E.9 Contornos de velocidad. Capítulo 7 de la memoria. Fluido de trabajo: glicerina.



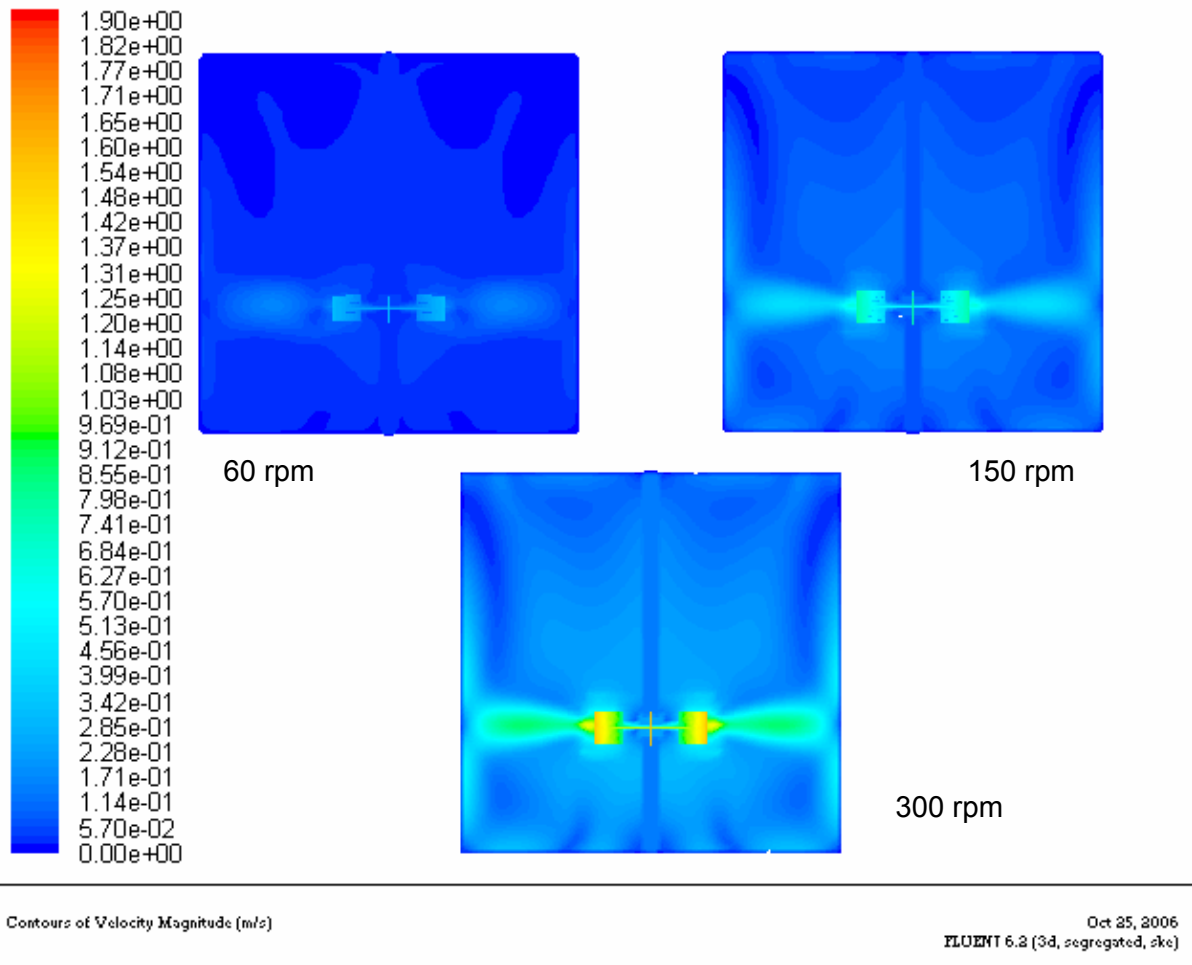


Figura E.10 Contornos de velocidad. Capítulo 7 de la memoria. Fluido de trabajo: agua



E.2 Variación del diámetro de la turbina

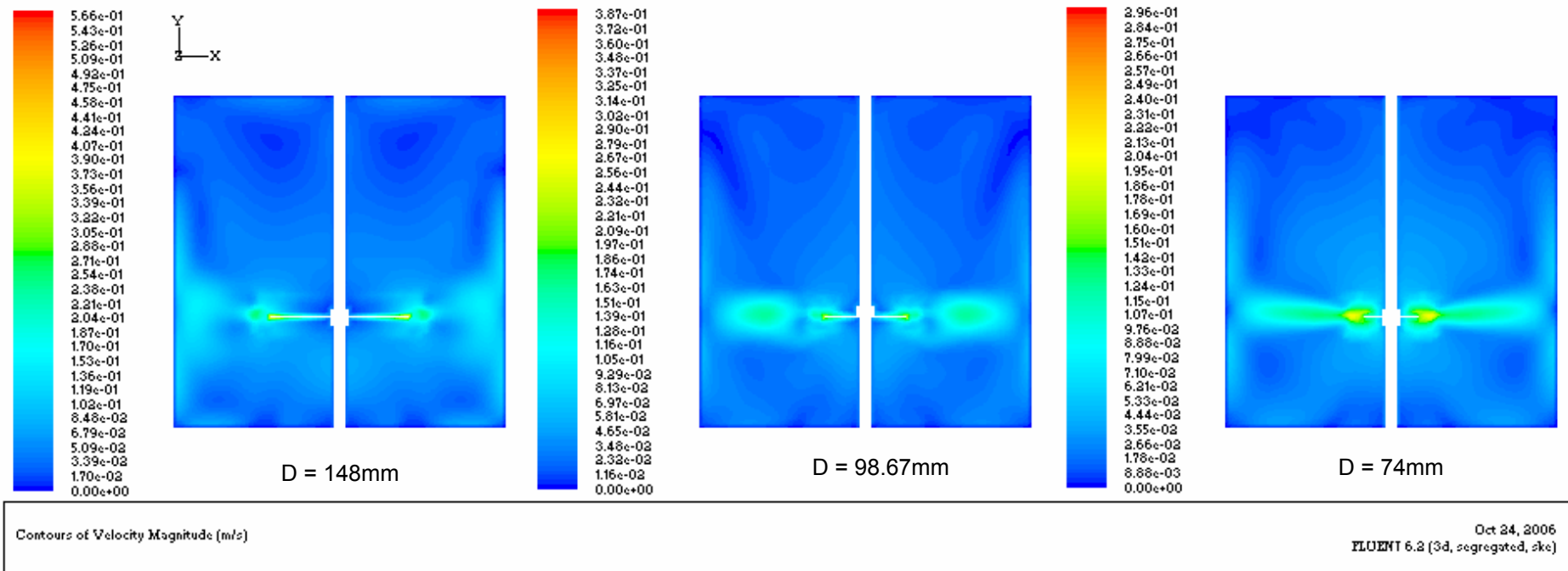


Figura E.11 Contornos de velocidad de un plano vertical que divide el recipiente en dos. Se comparan las soluciones de las simulaciones que se detallan en el subapartado 8.1.1 de la memoria. Fluido de trabajo: agua; $N = 60$ rpm.

E.3 Variación de la altura de la pala (o pasamanos)

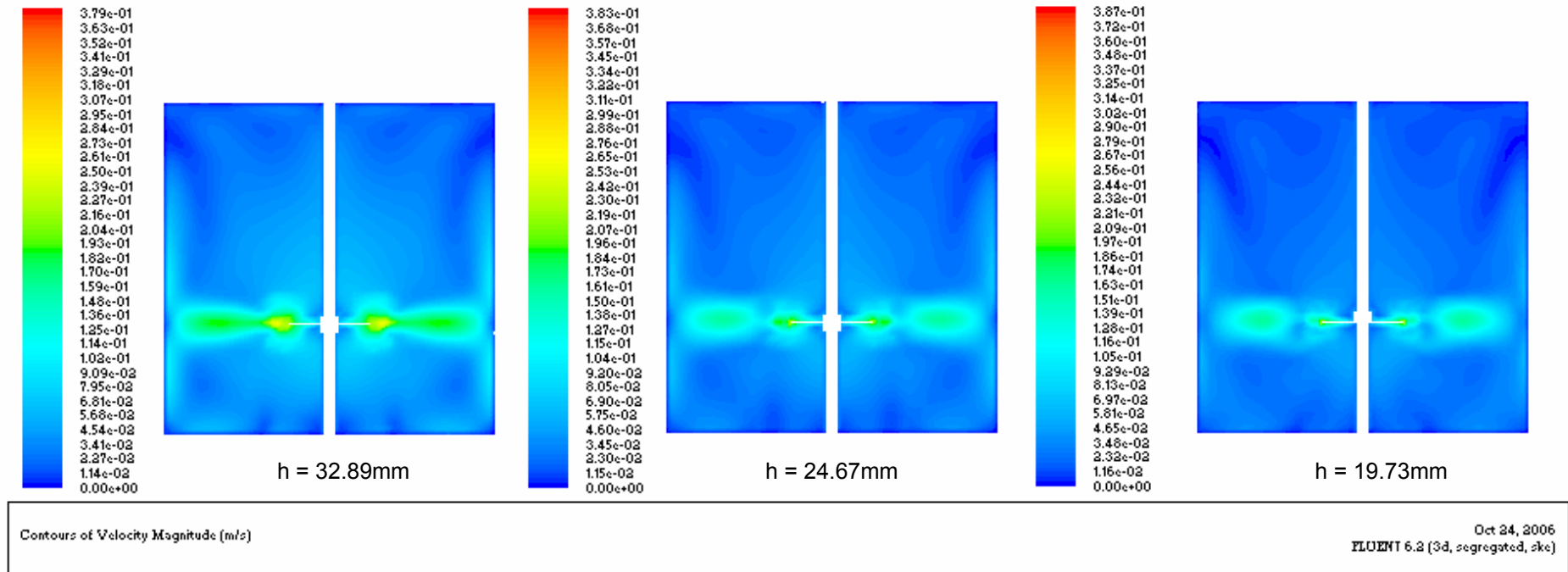


Figura E.12 Contornos de velocidad de un plano vertical que divide el recipiente en dos. Se comparan las soluciones de las simulaciones que se detallan en el subapartado 8.1.2 de la memoria. Fluido de trabajo: agua; $N = 60$ rpm.

E.4 Variación de la altura de la turbina respecto la base del tanque

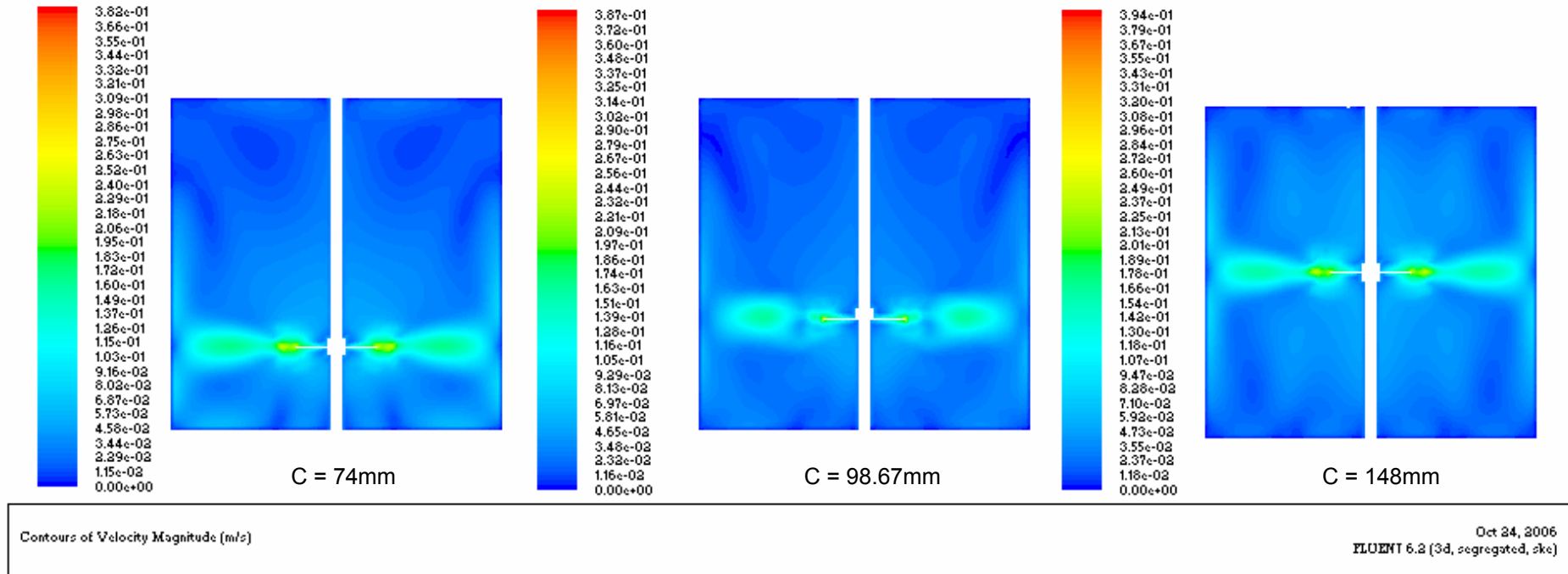


Figura E.13 Contornos de velocidad de un plano vertical que divide el recipiente en dos. Se comparan las soluciones de las simulaciones que se detallan en el subapartado 8.1.3 de la memoria. Fluido de trabajo: agua; $N = 60$ rpm.

E.5 Variación del número de palas

En la Figura E.14 se muestran los contornos de velocidad (en m/s) de algunas simulaciones del subapartado 8.1.4 de la memoria. Las dos figuras de arriba corresponden a simulaciones con agua a 60 rpm de turbinas de 8 y 6 palas. Las de abajo, son simulaciones a 400 rpm utilizando como fluido de trabajo glicerina para turbinas de 4, 6 y 8 palas.

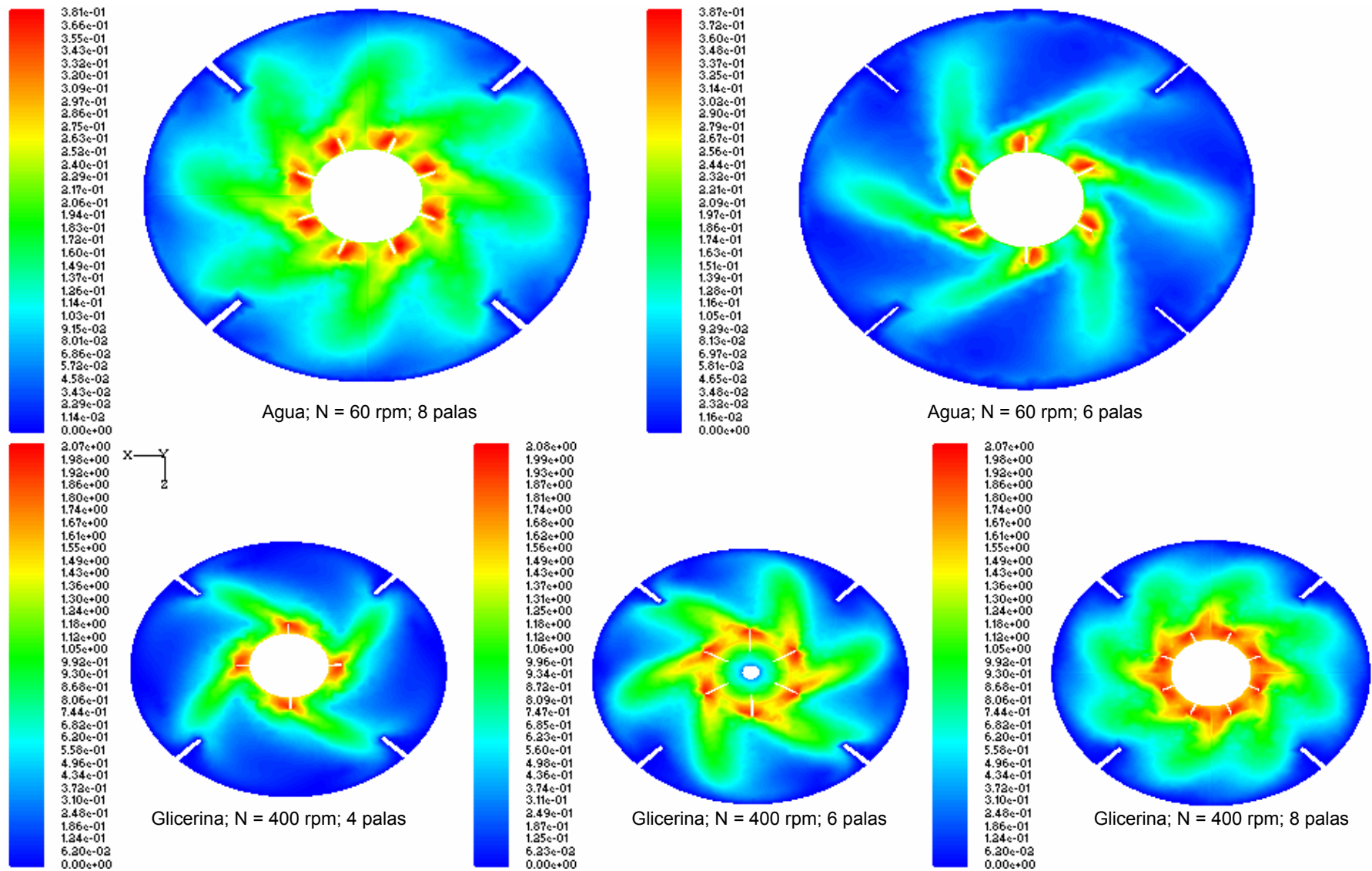


Figura E.14 Contornos de velocidad de un plano horizontal a $z = 98.67\text{mm}$. Subapartado 8.1.4 de la memoria.

E.6 Turbinas de palas rectas sin disco

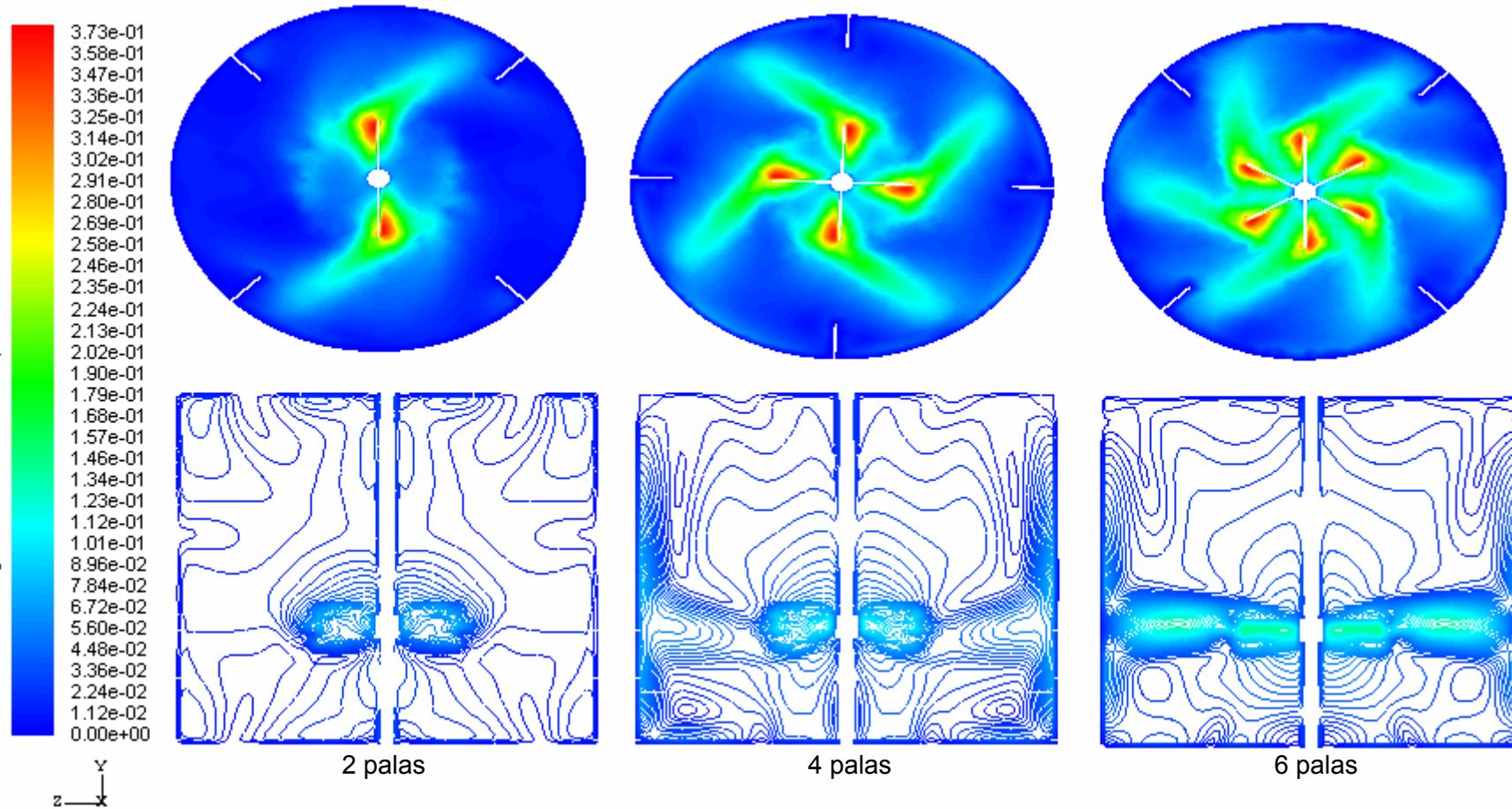


Figura E.15 Contornos de velocidad de un plano horizontal a $z = 98.67\text{mm}$ (arriba) y contornos de velocidad (no rellenos) de un plano vertical que divide el recipiente en dos. Apartado 8.2 de la memoria. Fluido de trabajo: Agua; $N = 60\text{ rpm}$

E.7 Turbina de palas cóncavas

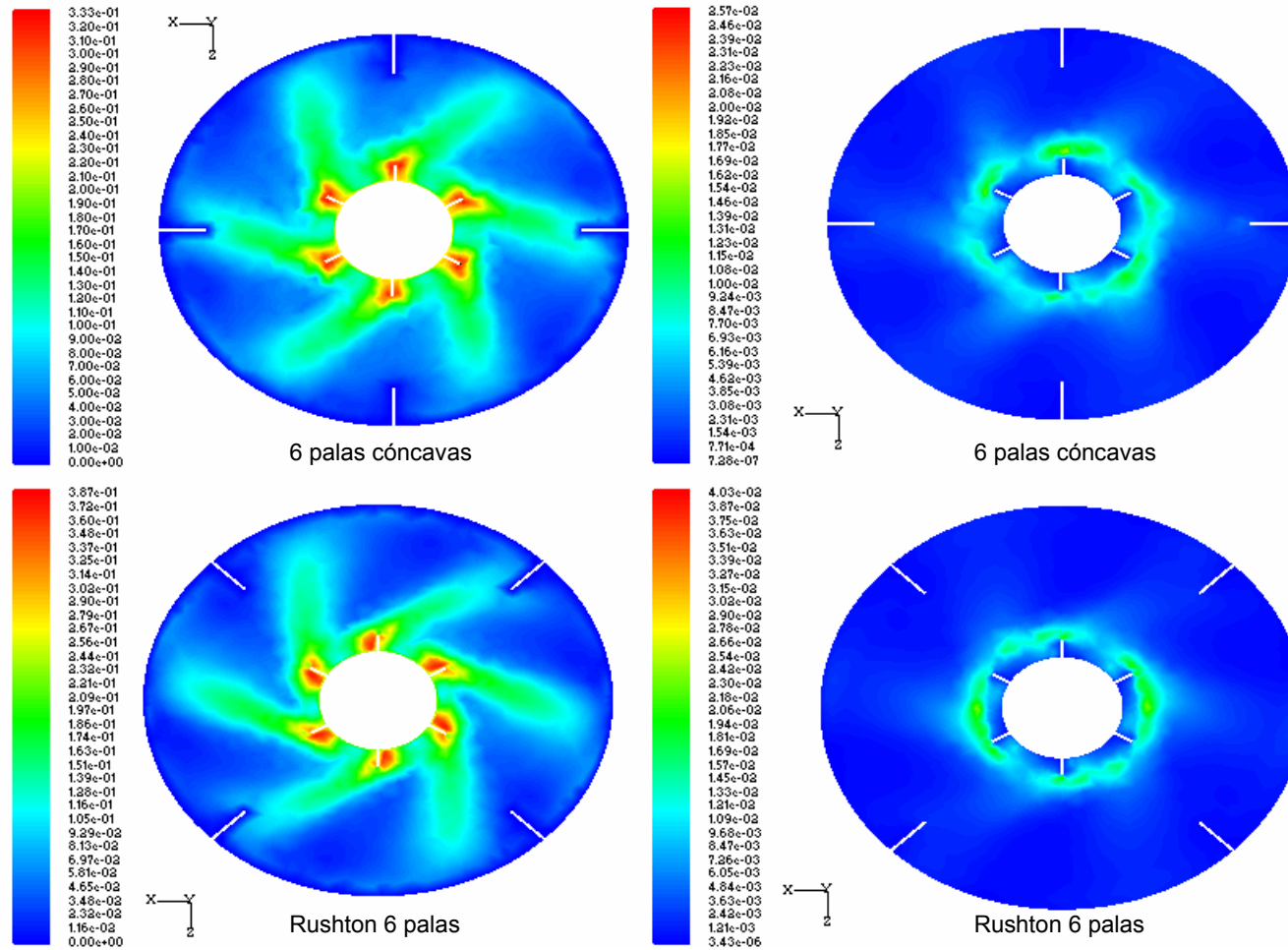


Figura E.16 Los gráficos de la izquierda corresponden a contornos de velocidad obtenidos de un plano horizontal a $z = 98.67\text{mm}$, los de la derecha corresponden a contornos de energía cinética turbulenta (κ) obtenidos de un plano similar. Apartado 8.3 de la memoria. Agua; $N = 60\text{ rpm}$

F. DVD con las simulaciones

Junto con la memoria se incluye un DVD con todas las simulaciones “buenas” cuyas soluciones se han utilizado en este trabajo. En el DVD se pueden encontrar algunas geometrías y mallas creadas con GAMBIT. Cada geometría se compone de tres archivos cuyos formatos son: *.jou*, *.trn* y *.dbs*, mientras que la malla se compone únicamente de un archivo con formato *.msh*. Cada simulación hecha con FLUENT genera dos archivos, uno con formato *.cas* donde se guardan las características de la malla (posición, escala, etc.) y la implementación del problema físico (modelos de turbulencia, condiciones de contorno, etc.) y un segundo archivo con formato *.dat* donde se guardan todas las variables solución.

