

PROJECTE FI DE CARRERA

---

---

# ESTUDI DEL FUNCIONAMENT DELS CODIS LDPC COM A CODIS FINGERPRINTING

---

---

**Autor:** Sergi Vendrell Escobar

**Tutor:** Joan Tomàs i Buliart

Departament d'Enginyeria Telemàtica.  
Universitat Politècnica de Catalunya.  
C/ Jordi Girona 1 i 3.  
Campus Nord, Mod C3, UPC.  
08034 Barcelona. Spain.

Barcelona, 27 d'abril de 2010



# Índex

Índex	i
<b>1 Introducció</b>	<b>3</b>
<b>2 Estat de l'art</b>	<b>5</b>
2.1 Watermarking . . . . .	5
2.1.1 Objectius . . . . .	5
2.1.2 Característiques i tècniques de watermarking . . . . .	6
2.1.3 Tècniques d'incrustació de watermarks . . . . .	8
2.1.3.1 Modificació dels LSB . . . . .	9
2.1.3.2 Tècniques basades en correlació . . . . .	10
2.1.3.3 Domini Transformat . . . . .	10
2.2 Fingerprinting . . . . .	13
2.2.1 Objectius . . . . .	13
2.2.2 Característiques del codis fingerprinting . . . . .	14
2.2.3 Tipus de codis fingerprinting . . . . .	15
2.2.4 Marking Assumption . . . . .	15
2.2.5 Aplicacions del fingerprinting digital . . . . .	17
<b>3 Codis LDPC</b>	<b>19</b>
3.1 Introducció . . . . .	19
3.2 Matriu de paritat . . . . .	20
3.3 Grafs de Tanner . . . . .	22
3.4 Construcció geomètrica dels codis LDPC . . . . .	23
3.4.1 Construcció de codis per divisió de files i columnes . . . . .	24
3.4.1.1 Eliminació dels cicles de Tanner . . . . .	25
3.5 Algoritmes de descodificació . . . . .	25
3.5.1 Bit-flipping . . . . .	27
3.5.2 Sum-product algorithm . . . . .	28
3.6 Codis LDPC aleatoris . . . . .	32
3.7 Codis LDPC irregulars . . . . .	33
3.8 Aplicació a la part experimental . . . . .	35
3.8.1 Generació de matriu de paritat . . . . .	35
3.8.2 Codificació del missatge . . . . .	36
3.8.3 Descodificació de la paraula rebuda . . . . .	37
3.8.3.1 Descodificadors implementats . . . . .	39

<b>4 Part experimental</b>	<b>41</b>
4.1 Primer supòsit . . . . .	45
4.1.1 Variables . . . . .	45
4.1.2 Primer cas d'estudi . . . . .	49
4.1.2.1 Primera simulació . . . . .	49
4.1.2.2 Segona simulació . . . . .	51
4.1.3 Segon cas d'estudi . . . . .	54
4.1.3.1 Tercera simulació . . . . .	56
4.1.3.2 Quarta simulació . . . . .	57
4.1.4 Tercer cas d'estudi . . . . .	58
4.1.4.1 Cinquena simulació . . . . .	64
4.1.4.2 Sisena simulació . . . . .	65
4.1.5 Quart cas d'estudi . . . . .	66
4.1.5.1 Setena simulació . . . . .	68
4.1.5.2 Vuitena simulació . . . . .	71
4.2 Segon supòsit . . . . .	74
4.2.1 Característiques principals . . . . .	74
4.2.1.1 Nombre d'usuaris i confabuladors . . . . .	75
4.2.1.2 Mètode de confabulació . . . . .	75
4.2.1.3 Probabilitats . . . . .	76
4.2.1.4 Criteri de decisió . . . . .	78
4.2.1.5 Sortida del descodificador . . . . .	80
4.2.1.6 Presentació de resultats . . . . .	82
4.2.2 Simulacions . . . . .	83
4.2.3 Novena simulació . . . . .	85
4.2.4 Desena simulació . . . . .	91
4.2.5 Onzena simulació . . . . .	95
4.2.6 Dotzena simulació . . . . .	101
4.2.7 Tretzena simulació . . . . .	107
4.3 Tercer supòsit . . . . .	112
4.3.1 Catorzena simulació . . . . .	113
4.3.1.1 Histogrames . . . . .	116
<b>5 Conclusions</b>	<b>127</b>
<b>Apèndixs</b>	<b>137</b>
<b>A Codis Matlab</b>	<b>137</b>
<b>B Taules completes de resultats</b>	<b>163</b>
<b>C Histogrames</b>	<b>221</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>270</b>

# Índex de figures

2.1	Esquema del procés d'incrustació de marques mitjançant DCT . . . . .	11
2.2	Esquema del procés d'extracció i detecció de marques mitjançant DCT . . . . .	11
3.1	Graf de Tanner de cicle 6 . . . . .	22
4.1	Esquema general de funcionament de la part experimental . . . . .	43
4.2	Distribució normal $N(0,1)$ . . . . .	61
4.3	$LC_i$ en funció de $Z$ i $\sigma_L$ . . . . .	63
4.4	Simulació 9 - Esborrats i Tir de moneda . . . . .	89
4.5	Simulació 9 - Majoria i Promig . . . . .	89
4.6	Simulació 10 - Esborrats i Tir de moneda . . . . .	93
4.7	Simulació 10 - Majoria i Promig . . . . .	94
4.8	Simulació 11 - Esborrats i Tir de moneda . . . . .	99
4.9	Simulació 11 - Majoria i Promig . . . . .	99
4.10	Simulació 12 - Esborrats i Tir de moneda . . . . .	105
4.11	Simulació 12 - Majoria i Promig . . . . .	105
4.12	Simulació 13 - Descodificació per funció de probabilitat i per versemblança en domini logarítmic . . . . .	110
4.13	Simulació 14 - HARD - Longitud del codi $M=128$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: esborrat . . . . .	117
4.14	Simulació 14 - HARD - Longitud del codi $M=128$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: majoria . . . . .	117
4.15	Simulació 14 - HARD - Longitud del codi $M=128$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: promig . . . . .	118
4.16	Simulació 14 - HARD - Longitud del codi $M=128$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: tir de moneda . . . . .	118
4.17	Simulació 14 - HARD - Longitud del codi $M=2048$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: esborrat . . . . .	119
4.18	Simulació 14 - HARD - Longitud del codi $M=2048$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: majoria . . . . .	119
4.19	Simulació 14 - HARD - Longitud del codi $M=2048$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: promig . . . . .	120
4.20	Simulació 14 - HARD - Longitud del codi $M=2048$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: tir de moneda . . . . .	120
4.21	Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi $M=128$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: esborrat . . . . .	121
4.22	Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi $M=128$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: majoria . . . . .	121

4.23	Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi $M=128$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: promig . . . . .	122
4.24	Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi $M=128$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: tir de moneda . . . . .	122
4.25	Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi $M=2048$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: esborrat . . . . .	123
4.26	Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi $M=2048$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: majoria . . . . .	123
4.27	Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi $M=2048$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: promig . . . . .	124
4.28	Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi $M=2048$ bits. Nombre de confabuladors $n=5$ . Mètode de confabulació: tir de moneda . . . . .	124

# Índex de taules

4.1	Simulació 1	50
4.2	Simulació 2	53
4.3	Capacitat correctora codis BCH	54
4.4	Simulació 3	56
4.5	Simulació 4	57
4.6	Valors de $N_0(k)$ i $ LC_i(k) $ en funció de $\sigma_H$	62
4.7	$N_0(k)$ i $ LC_i(k) $ en funció de $\sigma_H$ i $Z$	62
4.8	Simulació 5	64
4.9	Simulació 5A	65
4.10	Simulació 6	66
4.11	Simulació 7	69
4.12	Temps de còmput per nombre d'iteracions	70
4.13	Simulació 8	72
4.14	Exemple mètodes de confabulació	76
4.15	Simulació 9 - Esborrats	86
4.16	Simulació 9 - Tir de moneda	86
4.17	Simulació 9 - Majoria	87
4.18	Simulació 9 - Promig	88
4.19	Simulació 10 - Esborrats	92
4.20	Simulació 10 - Tir de moneda	92
4.21	Simulació 10 - Majoria	93
4.22	Simulació 10 - Promig	94
4.23	Simulació 11 - Esborrats	96
4.24	Simulació 11 - Tir de moneda	96
4.25	Simulació 11 - Majoria	97
4.26	Simulació 11 - Promig	98
4.27	Simulació 12 - Esborrats	102
4.28	Simulació 12 - Tir de moneda	102
4.29	Simulació 12 - Majoria	103
4.30	Simulació 12 - Promig	104
4.31	Simulació 13 - Promig	108
4.32	Simulació 13 - Promig	109
4.33	Simulació 14 - 128 bits	115
4.34	Simulació 14 - 2048 bits	116





# Capítol 1

## Introducció

*Resum:* El capítol fa una breu pinzellada al context existent abans d'iniciar aquest projecte. La distribució il·lícita de continguts digitals juntament amb les tècniques que s'utilitzen per intentar fer-hi front, tals com el digital watermarking i el digital fingerprinting, en seran els principals punts.

Ja fa més d'una dècada que el món va entrar per complet en l'era digital. Els petits i grans aparells electrònics s'han integrat en la nostra societat amb una facilitat i velocitat vertiginoses. És més, per a molts seria impensable poder dur una vida normal sense la presència de tots aquests elements, ja que son el pa de cada dia.

Dins aquest “boom” electrònic, el camp audiovisual ha estat el que ha sofert un major impacte. Tot començava quan a principis dels anys vuitanta, la discogràfica Polygram feia sortir a la llum el primer disc compacte, més conegut com a CD. També aquell mateix any la companyia Sony posava a la venda el primer reproductor de CD, iniciant d'aquesta manera la imminent desaparició dels altres suports audiovisuals tal com el vinil o el casset.

Amb el CD acaparant la totalitat del mercat, gràcies a la seva extraordinària qualitat de so en front als seus competidors, els presidents de les companyies discogràfiques es començaven a refregar les mans. Fins que un bon dia, al mateix temps que creixia la seva popularitat també augmentava la facilitat per a realitzar-ne còpies il·legals. La redistribució il·lícita de continguts en suport electrònic es convertia en una tasca cada cop més simple. No únicament en els discs compactes, sinó també en els seus successors tals com el DVD, MP3, Blu-ray disc, . . .

Aquesta redistribució és avui dia un procés extremadament simple, a l'abast de tothom que disposi d'un ordinador qualsevol. Internet és un factor que ha potenciat de forma desmesurada els actes de pirateria. Com a dada significativa només cal dir que l'any 2008, a Espanya, es descarregaven un total de 2.000 millions de cançons de forma il·legítima, en front als 2'2 millions que es van comprar de forma legal. Tan sols aquestes xifres suposaven per a la indústria de l'entreteniment unes pèrdues de més de 630 millions d'euros.

Degut a aquesta enorme proliferació, la protecció dels drets d'autor centra avui dia part dels esforços de la comunitat científica. Es cerquen sistemes que evitin la redistribució il·lícita d'informació en suport electrònic. No obstant, l'experiència ha demostrat que tots aquests esforços han servit de ben poc. De fet, la majoria de sistemes de protecció contra còpies *a priori* han trencats ràpidament, oferint pocs mesos de protecció. L'últim i més flagrant exemple n'és el BD+, un sistema de protecció contra còpia que segons els seus desenvolupadors, estava pensat per resistir durant aproximadament una dècada els atacs de la pirateria. No obstant, el presumptuós sistema BD+ queia en menys d'un any, apareixent al poc temps una gran varietat de software que permet la duplicació de Blu-ray discs sense cap tipus de problema.

Davant aquests fets, la comunitat científica ha optat per un canvi d'enfocament i buscar una protecció a posteriori. Aquesta mentalitat no té com a objectiu principal prevenir la redistribució il·lícita sinó poder esbrinar qui ha estat l'usuari fraudulent que ha iniciat la cadena. És a dir, no s'impedeix la pirateria per mitjà de xarxes P2P ni còpies il·legals però permet assenyalar al culpable del "rip" o de la còpia i intentar dissuadir a d'usuaris malintencionats.

I és aquí on entren en joc les tècniques de *watermarking* i de *fingerprinting*. El watermarking digital permet incrustar informació en qualsevol tipus de document, ja siguin imatges, documents d'àudio i vídeo, arribant fins i tot al software informàtic. Les tècniques de fingerprinting segueixen el mateix esquema. No obstant, mentre en el watermarking la informació incrustada és sempre la mateixa, en el fingerprinting, és diferent per a cada còpia del document que es faci i a més a més, identifica el seu propietari. De manera que, si aquest document és redistribuït de forma il·lícita, es pot recuperar l'identificador i culpar al responsable.

Un cas real d'aplicació de tècniques *fingerprinting* figura en la distribució de les pel·lícules que s'ofereixen als membres del jurat dels premis Oscar. L'any 2004, es van identificar còpies de diverses d'elles circulant per les xarxes P2P. Al descarregar aquest contingut i extreure la marca corresponent, es va poder veure que aquelles còpies redistribuïdes de forma il·legal havien estat adjudicades a un d'aquests membres del jurat.

El projecte consta de diversos capítols degudament estructurats. En el capítol 2 es presenta l'estat actual de les tècniques de *digital watermarking* i *fingerprinting*, juntament amb les alternatives actualment més utilitzades. En el següent capítol 3, es dona una visió general dels codis *Low Density Parity Check* amb els diferents tipus de descodificació existents.

El capítol 4 està dedicat exclusivament a la part experimental del projecte, on s'hi troben els diferents supòsits amb les corresponents simulacions realitzades amb les seves taules de resultats i gràfics corresponents. Per últim, en el capítol 5 s'hi enumeren les diferents conclusions a les que s'ha arribat un cop finalitzat el projecte.

## Capítol 2

# Estat de l'art

*Resum:* En aquest capítol una visió més detallada de les dues tècniques que son la base sobre la qual s'aposen a aquest projecte final de carrera: el watermarking digital, que consisteix en incrustar informació de copyright dins d'un document, i el fingerprinting, que permet que la informació incrustada identifiqui a un sol usuari.

Amb la proliferació de la WWW (World Wide Web), els creadors de contingut digital poden publicar els seus treballs de manera senzilla per a que puguin ser consultats arreu del món. Aquests documents siguin del qualsevol caire poden ser copiats sense cap tipus de problema, entenent com a còpia un duplicat de l'original. Això comporta un problema important, com pot l'autor reclamar els drets de propietat de tal contingut si qualsevol persona pot disposar d'una còpia exacta? La solució més estandarditzada a aquest dilema consisteix en incrustar un cert tipus de informació en el document abans de distribuir-lo per tota la xarxa.

### 2.1 Watermarking

Aquesta informació és més coneguda com a marca d'aigua o watermark, i consisteix en una pauta de bits que és introduïda en el document que es vol protegir ja sigui aquest d'àudio, vídeo, o una imatge, i que identifica el copyright del propi document (autoria, drets, llicències, ...). El seu nom ve heretat de les marques lleugerament visibles en els articles de papereria organitzativa. A diferència de les marques d'aigua impreses, les watermarks digitals son dissenyades per a ser completament invisibles, o en el cas de documents d'àudio, inaudibles.

#### 2.1.1 Objectius

L'objectiu principal del watermarking és la protecció dels drets d'autor, evitant la distribució il·lícita de continguts i també la protecció anti-còpia de material digital. No té com a objectiu privar a un usuari de la visualització o utilització d'un cert document. Pretén impedir un ús fraudulent dels drets d'autor, intentant evitar que qualsevol altre persona se n'adjudiqui l'autoria.

*Quina diferència existeix entre la distribució il·lícita i la protecció anti-còpia?*

La protecció dels drets d'autor introdueix informació de copyright dins del missatge a protegir sense generar pèrdua de qualitat. Quan el copyright del missatge és posat en dubte, només cal extreure aquesta informació per comprovar-ne l'autoria. No només això, si es codifica la identitat del comprador juntament amb la de l'autor o posseïdor dels drets, permetrà la persecució de la distribució de còpies no autoritzades. D'altra banda es troba la protecció anti-còpia, que intenta trobar una solució per a limitar l'accés a material amb copyright o prohibir el procés de còpia del mateix. Es poden trobar exemples en la televisió digital terrestre o en el control d'accés a software mitjançant servidors de llicències. No obstant, mentre que aquest objectiu sembla realment complicat d'assolir, la protecció del copyright mitjançant el watermarking i la criptografia mantenen unes prestacions molt més fiables.

*No obstant, com pot un usuari demostrar que ell és el posseïdor dels drets d'un document?*

Imaginem la següent situació: el posseïdor dels drets d'un document, Alice, decideix incrustar una watermark per a poder vendre tal document, no sense haver realitzat abans una còpia del original, havent-la guardat en un lloc segur. Un segon usuari, Bob, aconsegueix un còpia del document marcat i hi incrusta també la seva pròpia watermark. Si existís una disputa, ambdós usuaris serien capaços de demostrar que el document conté la seva pròpia marca d'aigua. La solució a tal situació consistiria en analitzar els documents un cop extretes sengles marques. Mentre que el document d'en Bob mantindria la watermark de l'Alice, el d'ella es quedaria sense cap marca, demostrant que n'és la corresponent autora.

Per desgràcia, existeixen tècniques anomenades atacs d'inversió que funcionen en determinats esquemes de watermarking, amb els quals en Bob seria capaç de generar una marca d'aigua i incrustar-la en el document marcat de l'Alice de tal manera que semblés també estar present en la còpia lliure de watermarks que manté guardada l'Alice, tot i que en Bob no hi tingués accés en cap moment. En aquesta situació el cas no podria ser resolt, fet que demostra que utilitzar únicament la tècnica de watermarking no és una opció recomanada.

### 2.1.2 Característiques i tècniques de watermarking

El watermarking barreja característiques de la criptografia i de l'estenografia tot i que se'l considera un món totalment a part. Existeix en la societat la tendència a confondre aquests tres termes, i tot i que tots ells es mantenen dins l'àmbit de la protecció de la informació, bé es pot afirmar que son tres camps clarament diferenciats.

Mentre que la criptografia es basa en la codificació de informació mitjançant el xifratge, perquè a aquesta sigui inintelligible per a qualsevol intrús a pesar del coneixement de la seva existència, l'estenografia oculta la informació de manera que la seva existència passa totalment inadvertida, sense aixecar cap sospita en un possible intrús. La base d'un atac exitós en la criptografia resideix en el coneixement de la clau privada que permet desxifrar el missatge, mentre que en

l'estenografia acostuma a residir en el coneixement de l'existència de informació oculta. Si bé doncs, el watermarking conserva moltes característiques comunes amb l'estenografia com ara la imperceptibilitat de la informació dins el missatge, també comparteix la necessitat de ser robust davant possibles atacs com la criptografia.

Es poden distingir fins a un total de quatre variants de tècniques de watermarking en funció dels requeriments en el moment de l'extracció de la marca:

1. **Public watermarking:** En aquesta tècnica no es necessari disposar del senyal original per al procés de detecció de la marca. Únicament es requereix de la clau que genera les seqüències aleatòries en el procés d'incrustació.
2. **Semi-blind watermarking:** Cap la possibilitat de que el senyal arribi distorsionat i que es requereix informació addicional per ajudar al detector a desenvolupar la seva tasca. En el semi-blind watermarking es necessari disposar també del senyal original just després d'haver incrustat la marca.
3. **Private watermarking:** A diferència del public watermarking, per a aquesta tècnica si que es necessita el senyal original per al procés de detecció.
4. **Public-key watermarking:** Sovint confosa amb el public watermarking, aquesta tècnica manté propietats semblants a les existents en els sistemes criptogràfics de clau pública. A diferència del public watermarking, l'algoritme de detecció i la clau de detecció son coneguts. S'utilitza una clau privada per a incrustar la marca i es requereix d'una clau pública per a extreure-la. El coneixement de la clau pública no permet descobrir la clau privada ni tampoc permet a un possible atacant eliminar la marca.

Els watermarks digital han de complir un seguit de característiques per tal d'assegurar unes bones prestacions i a l'hora, ser resistent als més que probables atacs d'usuaris fraudulents. No obstant, existeix un gran compromís en el moment de generar un watermark ja que és impossible disposar de totes aquestes característiques al mateix temps. Les més rellevants son:

1. **Fidelitat:** La degradació o distorsió originada pel watermark al contingut digital al que serveix ha de ser imperceptible.
2. **Robustesa:** La resistència als atacs que intenten eliminar el propi watermark. Ha de ser particularment resistent a les distorsions provocades pels processats de senyals més habituals i a les distorsions geomètriques.
3. **Capacitat:** La quantitat d'informació incrustada ha de ser el més elevada possible per donar al sistema més flexibilitat i un nombre major d'usos al sistema.
4. **Indetectable:** La impossibilitat de detecció de la presència d'un missatge ocult o d'una marca. Aquest concepte està fortament lligat amb el model estadístic del document original. Cal remarcar que la capacitat de detectar la presència d'una marca no implica directament l'habilitat d'eliminar-la, però en molts casos l'aplicabilitat d'un esquema en un determinat entorn

pot dependre d'aquest requeriment. No s'ha de confondre aquesta propietat amb la fidelitat. En aquest cas es contempla l'anàlisi estadístic d'un sistema.

5. **Complexitat:** El procés de generació d'una marca no pot ser trivial ja que això podria comportar la falsificació de marques, sense poder-ne diferenciar de les originals.
6. **Clau d'accés:** La informació incrustada no pot ser extreta per un atacant ni tant sols coneixent l'algoritme d'incrustació i d'extracció (excepte una clau secreta) i el coneixement de, com a mínim, un document marcat i la seva marca.
7. **Baixa probabilitat d'error:** és necessari minimitzar la probabilitat de que una marca es pugui detectar de forma incorrecta. Aquest fet no és el mateix que no detectar la marca, és a dir, l'algoritme de recuperació és incapaç de trobar una marca vàlida. Com a contraposició, detectar una marca de forma incorrecta significa recuperar una marca vàlida però diferent a l'original, provocant la inculpció d'un usuari honest.
8. **Cost computacional:** Minimitzar el temps de còmput tant en l'inserció com en l'extracció de la marca.

Tot i així alguns d'aquests requeriments entren en conflicte entre ells. Per exemple, un sistema de watermarking dissenyat per tal de presentar una robustesa molt elevada provocarà de forma inevitable una distorsió elevada del document marcat. En canvi, un watermark invisible i robust difícilment podrà oferir una capacitat elevada. Com a resultat, el disseny d'un esquema de watermarking és un compromís entre aquests requeriments i, a la vegada, aquests requeriments seran més o menys flexibles en funció de l'aplicació a la que es destini el watermark. Un exemple és l'anomenat watermarking fràgil dissenyat per tal de detectar qualsevol manipulació produïda en un document. En aquest cas la robustesa estar clar que és una propietat no desitjada ja que el que es pretén és precisament que el watermarking sigui fàcilment eliminable o, en aquest cas, alterable.

### 2.1.3 Tècniques d'incrustació de watermarks

En tots els esquemes de watermarking es requereixen dos processos bàsics per al seu funcionament: el procés d'incrustat de la marca i el de detecció o extracció. S'han vist amb anterioritat diferents tècniques de watermarking en funció de les necessitats en el procés de detecció. No obstant, existeixen també diverses formes d'incrustar un watermark en un document digital.

Adherir una marca a un document digital és avui en dia una tasca relativament senzilla. De fet, existeix una gran quantitat de software informàtic capaç de dur a terme tal objectiu. No obstant, depenent de les necessitats de cadascú, no és tan important la senzillesa del procés com la seguretat del mateix.

### 2.1.3.1 Modificació dels LSB

La majoria dels programes informàtics actuals que realitzen funcions de watermarking es limiten a anar introduint els bits del watermark en les posicions menys significatives del document que es vol protegir. Tant si es tracta d'imatges com d'àudio, la informació incrustada es manté invisible o inaudible [1] respectivament. Amb una elevada capacitat, una marca de mida reduïda es pot incrustar diverses vegades. No obstant, la tècnica seria possiblement capaç de sobreviure a transformacions típiques com el cropping, però no a addicions de soroll ni a compressions com el JPEG, per exemple. Per això, encara que la majoria d'elles es perdessin degut a atacs o transformacions, només que una d'elles arribés al destí ja es podria considerar un èxit. Atacs tan simples com donar un valor qualsevol a tots els bits de menor pes, acabarien amb la watermark i totes les possibles rèpliques i permetria poder introduir-ne una de nova.

Així doncs, per tal de millorar les prestacions sembla inevitable estudiar amb més detall un altre patró per a l'incrustació dels bits del watermark [2]. Una millora consistirà en utilitzar un generador de nombres aleatoris per escollir els bits on col·locar el watermark. Òbviament aquest generador ha de basar-se en una clau que tan autor com comprador han de conèixer [3]. Tot i que aquest algorisme dificultaria la detecció de la marca als atacants, tampoc sobreviuria l'atac esmentat anteriorment de substituir els LSB per un valor constant.

Existeixen també algorismes que analitzen amb anterioritat si un píxel o una mostra d'àudio són adequats per a incrustar-hi informació. En el cas de les imatges, existeixen algorismes que ho determinen mitjançant el càlcul de la variància de la lluminositat dels píxels veïns. En posicions on el resultat del càlcul sigui molt extremat (tant sigui per dalt com per baix) no serà convenient incloure-hi informació ja que produirà efectes visualment perceptibles. Bender *et al.* en [4] i Pitas en [5] aprofundeixen en aquest aspecte i presenten diferents contramesures a possibles atacs.

La gran proliferació de les WWW han convertit extensions com GIF o PNG en sigles usuals en la nostra vida quotidiana. Arxius d'aquest tipus estan basats en paletes de colors, i d'aquí en va partir una nova filosofia a l'hora de protegir imatges mitjançant watermarks. Ocultar els bits d'informació en la paleta proporciona un sistema segur en unes determinades condicions davant àmbits sorollosos. No obstant per contra, la capacitat està fortament lligada al tamany de la paleta. Machado en va proposar un dels mètodes més populars per ocultar informació en imatges GIF en [6].

Els algorismes de modificació de LSB o bits de menys pes constitueixen en l'actualitat una eina i força potent per al món de l'estenografia. No obstant, la falta de robustesa que el watermarking requereix els descarta i ha provocat que actualment s'opti per a altres tècniques.

### 2.1.3.2 Tècniques basades en correlació

L'explotació de les propietats de la correlació del soroll aleatori ha donat lloc a una altra tècnica per a l'incrustació de marques en una imatge. El soroll  $W(x, y)$  és afegit a la imatge original  $I(x, y)$  seguint l'equació mostrada en la següent fórmula:

$$I_w(x, y) = I(x, y) + k \cdot W(x, y)$$

$IW$  es correspon amb l'imatge ja marcada mentre que  $k$  denota el factor de guany. Incrementar el valor de  $k$  comporta una major robustesa però per contra, també hi ha major pèrdua de qualitat en l'imatge final.

En el procés d'extracció de la marca s'utilitza el mateix algorisme generador de soroll aleatori amb la mateixa clau, calculant la correlació entre el soroll i l'imatge marcada. Si la correlació excedeix en un llindar preestablert, la marca es detectada. Es poden millorar les prestacions filtrant l'imatge original abans d'aplicar-li el watermark. L'objectiu és reduir la correlació entre l'imatge original i el soroll generat, per a fer el sistema més immune al soroll. En [7] es detalla com es pot millorar sensiblement la robustesa sense perdre gairebé gens de capacitat ni qualitat d'imatge si s'aplica un filtre FIR com el mostrat a la següent figura:

$$F_{FIR} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 10 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

### 2.1.3.3 Domini Transformat

Les tècniques basades en el domini espacial discutides anteriorment tenen l'avantatge de poder ser fàcilment aplicades sense tenir en compte l'algorisme utilitzat. En canvi, la supervivència de les seves watermarks esdevé un tema totalment apart. Considerant aquests aspectes, no sembla mala idea treballar en el domini freqüencial.

Per a dur a terme el watermarking d'un document en un altre domini cal seguir les següents quatre passes per a afegir una marca:

1. Transformar el document original al domini desitjat. Com ja hem esmentat anteriorment, el domini transformat és una bona opció per la seva gran popularitat.
2. Codificar el missatge original amb la marca. En aquest projecte es tractaran únicament els codis de baixa densitat LDPC.
3. Incrustar la marca en el document, substituint el vector original transformat per un de proper que es pugui associar al missatge codificat resultant del pas anterior.
4. Realitzar la transformació inversa per a obtenir el nou vector en el domini del document original.



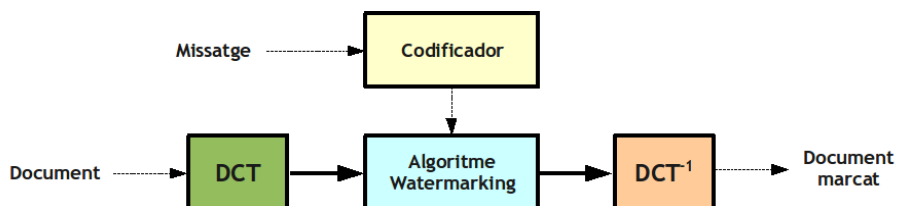


Figura 2.1: Esquema del procés d'incrustació de marques mitjançant DCT

I per a la seva detecció i posterior extracció fan falta un total de tres passes més:

1. Extreure la marca, transformant-la al domini corresponent utilitzat en l'incrustació.
2. Determinar si la marca conté un watermark.
3. Descodificar el missatge incrustat per obtenir-ne l'original.

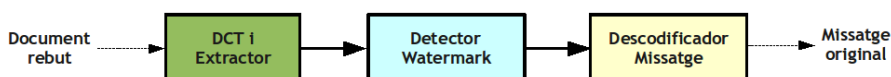


Figura 2.2: Esquema del procés d'extracció i detecció de marques mitjançant DCT

És habitual utilitzar transformacions freqüencials com la Fast Fourier Transform, la Discrete Wavelet Transform o la Discrete Cosine Transform. La DCT és la transformació més estandarditzada, ja que la majoria de sistemes compressors d'imatge l'utilitzen. Permet separar l'imatge en diferents bandes freqüencials, facilitant l'inserció de la marca en les freqüències mitges. S'escull normalment aquesta banda perquè així s'evita modificar les parts visualment importants de l'imatge, situades en les freqüències baixes, i es minimitzen els efectes de les compressions o dels atacs basats en soroll, que afecten més a les freqüències altes.

En el watermarking d'imatges utilitzant la DCT, aquesta es divideix en grups de 8x8 píxels i s'aplica la transformació sobre cadascun d'ells. La matriu resultant disposa de 64 coeficients i no existeix un patró que indiqui quins d'ells s'han d'utilitzar. És evident pensar que els coeficients utilitzables seran aquells en que la seva modificació comporti un mínim efecte sobre la fidelitat i el suficientment importants per a que amb la seva eliminació, la imatge esdevingui molt perjudicada.

Cox *et al.* a [8] presentava la modulació Spread Spectrum, una de les primeres en portar la marca al domini transformat mitjançant la DCT i també una de les més conegudes avui en dia. Cox assenyalava que per construir el watermark es podien utilitzar mostres independents i idènticament distribuïdes d'una distribució gaussiana  $N(0, 1)$ . L'eliminació d'un watermark amb aquestes característiques suposaria una important degradació de l'imatge atacada.

Un altre esquema de watermarking que cal destacar és el QIM o Quantization Index Modulation presentat per Chan i Wornell a [9]. La facilitat d'implementació i el baix cost de còmput li han atorgat una gran popularitat. En aquest esquema en funció de la informació a incrustar, un conjunt de valors extrems del document original son quantificats dins d'un conjunt de quantificadors predefinitos prèviament.

La modificació del LSB o bit menys significant no és un digne candidat per al watermarking digital degut a la seva falta de robustesa. Les watermarks incrustades mitjançant LSB poden ser eliminades amb facilitat i provocant una degradació en l'imatge gairebé imperceptible. Depenent de l'algoritme utilitzat, el missatge original pot arribar a ser desxifrat, modificat i reenviat per una tercera persona o entitat. No obstant, l'enorme capacitat converteixen a la modificació del LSB com una tècnica idònia per a l'estenografia.

Els experts en el tema senyalen els dominis transformats com la millor opció per al watermarking, per davant dels dominis espacials, ja que ofereixen més robustesa i menor degradació en l'imatge. En concret, el domini de la DCT o Discrete Cosine Transform es comporta molt bé davant compressions JPEG i ambients amb un soroll notable. Anticipant els coeficients més susceptibles a les transformacions més comuns, es poden aconseguir unes bones prestacions pel que fa a robustesa, capacitat i degradació de l'imatge.

## 2.2 Fingerprinting

Tot i que acostumen a anar emparellats, els propòsits i objectius del fingerprinting digital resulten bastant diferents dels del watermarking. Tal i com s'ha explicat anteriorment, el watermarking es concentra en incrustar informació en un document digital, majoritàriament d'àudio o vídeo, i després utilitza aquesta informació per a identificar el document en sí. En canvi, el fingerprinting no es centra en incrustar informació, sinó en analitzar el document per a determinar-ne les característiques úniques del mateix. El patró identificat és emmagatzemat en una base de dades que s'utilitzarà per a reconèixer aquell contingut en concret en un futur.

Per tant, un sistema de fingerprinting necessita una base de dades que permeti associar un cert identificador a un usuari de forma totalment bijectiva, és a dir, un mateix identificador només pot estar relacionat amb un usuari i viceversa. Evidentment en la base de dades no s'hi emmagatzema el document sencer que es vol protegir, sinó que únicament s'hi guarda una mostra estadística que es correspon amb el missatge o identificador de l'usuari.

### 2.2.1 Objectius

L'objectiu principal del fingerprinting digital consisteix en protegir un cert contingut amb copyright contra distribucions il·lícites. A diferència de les proteccions anti-còpia, no s'intenta evitar la distribució il·legal del document però si dissuadir als possibles malfactors ja que el propi contingut permet extreure proves irrefutables sobre qui ha iniciat la infracció. La seva definició del fingerprinting digital és anàloga a la que trobem en el món de les empremtes dactilar i està sempre basada en una màxima comuna per ambdós mons: tota persona o usuari disposa d'una empremta única i teòricament immodificable, que el permet identificar de forma definitiva i que el diferencia de la resta d'usuaris.

Quan una persona o organització disposa d'un cert document digital i dels corresponents drets de copyright, i té intenció de distribuir tal contingut a una sèrie de clients, el que fa és incrustar en cadascuna de les còpies, una marca o *fingerprint* que identifiqui el client al qual se li subministra dita còpia. La marca identificadora està formada per un conjunt de dígitos redundants incrustats mitjançant alguna tècnica de watermarking. El valor de cada marca i la seva localització és coneguda únicament per la persona o organització distribuïdora, de manera que si aquesta detecta un ús incorrecte del document distribuït, només li cal extreure la marca per a poder identificar al client fraudulent.

No obstant, la localització dels bits de la marca és sempre la mateixa en totes les còpies. Això comporta l'aparició de coalicions entre malfactors, és a dir, quan varis usuaris intenten generar a partir de les seves còpies úniques, una de nova que els eximeixi de tota culpa o que sigui difícilment rastrejable. Per tant, un dels requeriments principals dels codis fingerprinting recau en poder resistir coalicions d'un cert nombre d'usuaris.

### 2.2.2 Característiques del codis fingerprinting

Tot bon codi fingerprinting actual [10, 11, 12, 13] ha d'intentar mantenir un bon equilibri entre una sèrie de propietats bàsiques per a obtenir un correcte funcionament:

1. **Baixa probabilitat d'error i de falsos positius:** L'algoritme de rastreig del codi ha de mantenir una probabilitat de fallida molt baixa. La generació de falsos positius és també un punt delicat. És important que quan l'algoritme de rastreig falli es degui a un error i no per la generació d'aquests, ja que es podria arribar a culpar un usuari innocent.
2. **Elevada cardinalitat del *codebook*:** El codi ha de permetre poder ser utilitzat per una gran quantitat d'usuaris. Tot i que poden existir certes aplicacions on un *codebook* petit sol ser suficient, com és el cas de l'aplicació fictícia per a la qual està pensada aquest projecte, en general, es desitja que el nombre d'usuaris poden utilitzar el mateix codi, sigui el més gran possible.
3. **Mínima longitud de paraules codi:** L'adaptabilitat d'un codi fingerprinting a un certa aplicació depèn en gran part de la capacitat d'aquesta, és a dir, de la quantitat de informació que se li permet incrustar al document a protegir. Els sistemes d'incrustació imposen una limitació en aquesta capacitat, de manera que codi de longitud curta oferiran una major adaptabilitat que altres amb major longitud.
4. **Facilitat de rastreig:** L'algoritme de rastreig ha d'estar dissenyat per requerir el mínim cost computacional possible. Avui en dia, resulta indispensable per a una aplicació que el temps invertit en el rastreig no s'excedeixi en escriure.

Al implementar un codi fingerprinting s'han de tenir en compte totes aquestes propietats, no obstant, resulta impossible satisfer-les totes a l'hora ja que es contradiuen entre elles. L'exemple més evident el trobem comparant la segona i la tercera propietat. La cardinalitat d'un codi és directament proporcional a la longitud del codi, i si es desitja un codi relativament curt per a poder-lo adaptar amb facilitat no permetrà potser poder ser utilitzat per una gran quantitat d'usuaris. El mateix succeeix amb la baixa probabilitat d'error. Si es vol assegurar una taxa d'error petita, segurament serà necessari introduir una major redundància i per tant, una major quantitat de bits, fet que no eleva la cardinalitat del *codebook* i que entra amb conflicte amb l'adaptabilitat del mateix.

Per això resulta indispensable conèixer perfectament les necessitats de l'aplicació a la qual anirà enfocada el codi fingerprinting i poder així dimensionar les diferents propietats de forma òptima.

Totes aquestes propietats permeten poder definir uns criteris de mesura que serveixen per a poder comparar les prestacions de diversos codis fingerprinting. Aquestes propietats ens permetran obtenir un bon codi, no obstant, l'altre pilar bàsic per a una satisfactòria implementació de tècniques de fingerprinting resideix en la correcte incrustació del mateix en el document. Aquesta tasca es duu a terme mitjançant les tècniques de watermarking, introduïdes en l'apartat

2.1.

### 2.2.3 Tipus de codis fingerprinting

En el context de digital fingerprinting, els codis poden ser dividits en dues categories:

- Fingerprinting no codificat o *non-coded fingerprinting*: Cada usuari disposa d'un fingerprint únic que evidentment i tal com el seu nom indica, no és codificada. Totes elles segueixen una mateixa estructura comuna i tenen la mateixa longitud. L'ús més habitual consisteix en assignar una senyal ortogonal a cada fingerprint i utilitzar la correlació lineal en detecció. No obstant, aquesta tècnica de detecció comporta un increment lineal del cost computacional en relació al nombre d'usuaris. És per això que aquests tipus de codis estan enfocats per a aplicacions amb pocs usuaris. Es pot trobar més informació sobre aquesta tipologia de codis en [14, 15, 16].
- Fingerprinting codificat o *coded fingerprinting*: D'altra banda, en aquest tipus de codis l'identificador d'usuari no requereix d'una estructura comuna ni tampoc d'una longitud fixa. En canvi, aquests identificadors són més endavant codificats per a general el fingerprint, que si segueix una estructura i longitud concreta. Aquesta és la tipologia de codi fingerprint més habitual i la que s'empraria en una suposada aplicació per a aquest projecte. Dan Boneh i James Shaw a [10] presentaven al món aquest tipus de codis juntament amb la definició de *Marking Assumption* i d'un primer algoritme segur contra confabulacions sobre codi binari.

### 2.2.4 Marking Assumption

La *Marking Assumption* és el principi essencial per al disseny d'un codi fingerprinting. Per a entendre-la caldrà presentar primer els diferents elements que prenen rellevància en aquest entorn, començant pels conceptes de *codebook* i de posició indetectable. Per a comprendre les diferents definicions presentades a continuació, també serà necessari especificar la notació utilitzada.

Sigui  $w$  una paraula de longitud  $n$  tal que  $w \in \Sigma$  i un conjunt  $I = (i_1, i_2, \dots, i_r)$  on  $1 \leq r \leq n$ , indiquem amb  $w|_I$  la paraula  $(w_{i_1}, w_{i_2}, \dots, w_{i_r})$  on  $w_i$  és la  $i$ -èsima lletra de  $w$ .  $w|_I$  representarà la *restricció* de  $w$  a les posicions indicades per  $I$ .

**Definició 2.1.** (**Codebook** a [10]) Un conjunt  $\Gamma = \{w^{(1)}, w^{(2)}, \dots, w^{(n)}\} \subseteq \Sigma^l$ , on  $\Sigma$  indica un alfabet de mida  $s$ , serà anomenat com a  $(l, n, s)$ -**code**. La paraula codi  $w^{(i)}$  serà assignada al usuari  $u_i$ , on  $1 \leq i \leq n$ . El conjunt de paraules que formen  $\Gamma$  s'anomenaran **codebook**.

**Definició 2.2.** (**Undetectable Position** a [10]) Sigui  $\Gamma = \{w^{(1)}, w^{(2)}, \dots, w^{(n)}\}$  un  $(l, n, s)$ -code i  $C = \{u_1, u_2, \dots, u_c\}$  una coalició de  $c$ -traïdors. Per a  $1 \leq i \leq l$ , es dirà que la posició  $i$  és *undetectable* per  $C$  si les paraules assignades als usuaris que formen  $C$  coincideixen en la seva  $i$ -èsima posició. For-

malment, suposant  $C = \{u_1, \dots, u_c\}$ , llavors la posició  $i$  és indetectable si  $w_i^{(u_1)} = w_i^{(u_2)} = \dots = w_i^{(u_c)}$ .

Aquestes posicions indetectable seran aquelles posicions marcades dins d'un document on tots el membres de la coalició d'atacants hi tenen el mateix valor  $i$ , per tant, no poden ser discriminades respecte les posicions no marcades dins del document.

En la literatura del digital fingerprinting existeixen diverses definicions de *Marking assumption*, d'on se'n podria consensuar la següent:

**Definició 2.3. (Marking Assumption)** Siguin  $\Gamma = \{w^{(1)}, w^{(2)}, \dots, w^{(n)}\}$  un  $(l, n, s)$ -code,  $C = \{u_1, u_2, \dots, u_c\}$  una coalició de  $c$ -traïdors i  $\Gamma(C)$  al *feasible set* (o conjunt factible) de  $C$ . La coalició  $C$  només és capaç de crear objectes que tinguin un fingerprinting contingut dins  $\Gamma(C)$ .

La qüestió més significativa radica en com definir el *feasible set* (o conjunt factible). En l'actualitat existeixen diverses definicions diferents per aquest terme. No obstant, a continuació se'n presentaran dues, la que varen exposar Bonew i Shaw en el seu article i una generalització de la mateixa per a un cas no binari.

**Definició 2.4. (Feasible Set en [10])** Siguin  $\Gamma = \{w^{(1)}, w^{(2)}, \dots, w^{(n)}\}$  un  $(l, n, s)$ -code i  $C = \{u_1, u_2, \dots, u_c\}$  una coalició de  $c$ -traïdors. Es defineix el **feasible set**  $FS(C; \Gamma)$  de  $C$  i  $\Gamma$  com

$$FS(C; \Gamma) = \{x = (x_1, \dots, x_l) \in (\Sigma \cup \{?\})^l \mid x_j \in w_j, 1 \leq j \leq l\}$$

on

$$w_j = \begin{cases} \{w_j^{(u_1)}\} & w_j^{(u_1)} = \dots = w_j^{(u_c)} \\ \{\Sigma\} \cup \{?\} & \text{otherwise} \end{cases}$$

i ? denota un posició esborrada.

**Definició 2.5. (Feasible Set en [17])** Siguin  $\Gamma = \{w^{(1)}, w^{(2)}, \dots, w^{(n)}\}$  un  $(l, n, s)$ -code i  $C = \{u_1, u_2, \dots, u_c\}$  una coalició de  $c$ -traïdors. Es defineix el **feasible set**  $FS(C; \Gamma)$  de  $C$  i  $\Gamma$  com

$$FS(C; \Gamma) = \{x = (x_1, \dots, x_l) \in (\Sigma \cup \{?\})^l \mid x_j \in w_j, 1 \leq j \leq l\}$$

on

$$w_j = \begin{cases} \{w_j^{(u_1)}\} & w_j^{(u_1)} = \dots = w_j^{(u_c)} \\ \{w_j^{(u_i)} \mid 1 \leq i \leq c\} \cup \{?\} & \text{otherwise} \end{cases}$$

i ? denota un posició esborrada.

En el cas d'aquestes definicions es considera que una coalició atacant només és capaç de detectar aquelles posicions en les que les marques per als diversos membres de la coalició difereix. Per tant, els atacants poden escollir entre seleccionar el valor de qualsevol d'ells o malmetre la posició per tal de causar un esborrat. En un cas real, aquesta suposició es considera la més raonable ja que, si bé l'alfabet pot ser conegut, els atacants no tenen perquè conèixer com es codifica aquest a nivell de watermarking.

### 2.2.5 Aplicacions del fingerprinting digital

Avui en dia el fingerprinting digital és utilitzat en un munt d'aplicacions diverses tot i que totes elles es centren en evitar la redistribució il·lícita de continguts amb copyright. A continuació se'n llisten algunes de les més importants:

- **Control de copyright:** L'emmagatzemament de drets i permisos dels diferents documents digitals amb copyright en una base de dades facilita en gran mesura la monitorització d'usos autoritzats i no autoritzats de continguts. Els productors i distribuïdors d'aquests continguts utilitzen aquests fingerprints per detectar-ne usos fraudulents.
- **Monitorització de mitjans:** Els fingerprints poden ser utilitzats per rastrear quan i on un vídeo ha estat mostrat. Aquesta característica resulta útil per a agències de publicitat i clients que volen monitoritzar les activitats dels seus continguts "media". Grans empreses com ara Reuters monitoritzen els seus continguts broadcast i les operacions referides a notícies on-line.
- **Protecció anti-còpia:** Fingerprints de vídeo s'utilitzen com a eina per a la protecció anti-còpia. Tant el fingerprint de vídeo com una signatura digital poden ser demanats com a requisit abans de realitzar una rèplica d'un determinat contingut.

Un exemple força comú en la vida quotidiana el trobem en el portal de vídeo Youtube. Google disposa d'un sofisticat mecanisme per a ajudar a controlar la pirateria en els vídeos penjats en aquesta web. En el moment d'afegir un vídeo a Youtube, se'ns permet incrustar un fingerprint en el vídeo en qüestió i per a afegir després tal marca en la base de dades central. A partir d'aquí, cada cop que es fa un "upload" d'un vídeo, es compara amb la base de dades central de fingerprints, abans de poder ser visualitzat.

Si algú penja un contingut copiat o distribuït illegalment i, el propietari original del mateix ja havia explicitat amb anterioritat bloquejar-ne qualsevol còpia, aleshores Youtube no permet la visualització de tal contingut si es comprova que el fingerprint coincideix. És una manera bastant efectiva de combatre el problema, ja que si la petició de retirada del contingut s'hagués de fer un cop el vídeo hagués estat penjat es podria entrar en un bucle infinit de peticions, fet totalment inviable.





## Capítol 3

# Codis LDPC

*Resum:* Els codis de baixa densitat més coneguts com *Low-Density Parity-Check* o *LDPC* son els escollits per a dur a terme la codificació dels watermarks d'aquest projecte. Un dels objectius principals d'aquest és comprovar les prestacions ofertes pels LDPC davant possibles atacs de confabulació sobre documents en els quals s'utilitzen tècniques de watermarking i fingerprinting. Per això resulta indispensable conèixer realment a fons les seves propietats així com les tècniques de codificació i descodificació.

### 3.1 Introducció

Els codis LDPC foren descoberts per Robert G. Gallager [18, 19] a principis dels anys seixanta. Tot i que avui dia se'ls reconeix com un descobriment realment important, el cert és que van restar ignorats pels investigadors durant més de trenta anys degut a la falta de mitjans per a poder-los implementar. En la dècada dels vuitanta, Tanner publicava en un dels seus articles una nova interpretació dels codis des d'un punt de vista gràfic, mitjançant uns grafs, coneguts avui dia com grafs de Tanner. No obstant, aquesta publicació també va romandre en l'ombra durant més d'una dècada fins que a mitjans dels anys noranta, MacKay i Neal [20] començaren a investigar codis de descodificació iterativa basats en grafs. És a partir d'aquest moment, on van renéixer els codis proposats per Robert G. Gallager.

El cert és que els codis de baixa densitat van demostrar en molt poc temps resultats molt satisfactoris, aproximant-se a molt poca distància, en dB, del límit de Shannon. Aquest descobriment ha situat els codis LDPC com a principals competidors dels turbo codis en la majoria de sistemes de comunicació i emmagatzematge on es requereix d'una gran fiabilitat. De fet, existeixen diverses avantatges dels LDPC respecte els turbo codis:

1. No requereixen un entrellaçador per a obtenir una baixa probabilitat d'error.
2. Disposen d'una millor probabilitat d'error de bloc.
3. L'asíptota d'error s'assoleix amb una BER molt menor.

4. La descodificació no està basada en diagrames de Trellis.

John R. Barry assenyalava en el seu article [21], publicat l'any 2001, que un codi LDPC irregular de longitud de bloc igual a  $10^7$ , era en aquell moment el millor codi amb ràtio  $\frac{1}{2}$  descobert fins llavors, capaç de caure solament a 0.04 dB del límit de Shannon.

Gallager va proposar, en la seva tesis doctoral, els codis LDPC per al control d'errors. No obstant, no va facilitar un mètode específic per a la construcció de codis LDPC eficaços d'una forma sistemàtica tal i com succeeix amb els codis BCH o els Reed-Solomon.

Els bons LDPC trobats fins ara, han estat la majoria d'ells generats per ordinador i de longituds força elevades. La seva codificació és força complexa degut bàsicament, a la falta d'una estructura concreta. Els primers en introduir un algorisme algebraic i sistemàtic per a la construcció de codis LDPC basats en geometries finites foren Kou, Lin i Fossonier [22, 23, 24, 25, 26, 27]. Es tractava de codis cíclics o gairebé cíclics, fet que comportava una codificació senzilla i implementable a base de registres de desplaçament. Pel que fa a la descodificació, podien ser descodificats de diverses maneres en funció de la complexitat, obtenint desde prestacions acceptables a molt bones prestacions.

## 3.2 Matriu de paritat

Un codi LDPC de longitud  $n$  es defineix com un codi bloc binari i lineal en que les seves paraules codi satisfan un seguit de  $M$  restriccions de paritat. Tal i com el seu nom indica, poden venen definits per una matriu de paritat  $H$  o una matriu generadora  $G$ , ambdues de baixa densitat, és a dir, que contenen un baix nombre de 1 en relació al nombre de 0. Així doncs, cada bit de paritat depèn de molt pocs bits d'informació. La matriu de paritat  $H$  té unes dimensions de  $M \times N$ , on cadascuna de les  $M$  files es correspon amb una de les  $M$  restriccions. Per exemple, si la primera restricció assenyalava que els bits 2 i 8 d'una paraula codi han de ser iguals, llavors la primera fila de la matriu  $H$  contindrà un 1 en les posicions 2 i 8, havent-hi 0 en la resta.

Es defineix el codi de paritat  $C$  a aquell conjunt de vectors binaris que satisfan totes les restriccions d'una matriu de paritat  $H$ , és a dir, que qualsevol element  $v$  d'un conjunt satisfà la següent equació:

$$v \cdot H^T = 0$$

Cadascuna de les restriccions imposades per  $H$  divideix en dos el nombre possibles paraules codi, per tant, si es defineix  $r = \text{rang}(H) \leq M$ , el nombre de files linealment independents en  $H$ , aleshores el codi de paritat  $C$  disposarà d'un total de  $2^{N-r}$  paraules codi, i la seva dimensió serà  $K = N - r$ . Com cada paraula codi té una longitud de  $N$  bits, el ràtio del codi serà de  $K/N$ .

**Definició 3.1.** *Regular LDPC matrix* a [21]

Una *regular*  $(j,k)$  *LDPC matrix* es una matriu binària de dimensions  $M \times N$  que

conté exactament  $j$  uns en cada columna i  $k$  un cada fila, on  $j, k$  i ambdós son petits comparats amb el valor de  $N$ .

$$H_{3,3} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Per altra banda, existeixen les matrius irregulars que defineixen a codis LDPC irregulars. Tot i continuar sent una matriu de baixa densitat d'uns, les matrius irregulars no contenen el mateix nombre d'uns en totes les files i columnes. En aquest projecte s'ha focalitzat únicament en matrius de paritat regulars, essent les úniques que es discutiran en aquest capítol. Es pot trobar més informació sobre matrius irregulars en [28].

Segons aquesta definició, cadascuna de les equacions de paritat en un codi LDPC regular, involucra un total de  $k$  bits diferents, mentre que cadascun dels bits d'una paraula codi està lligat a  $j$  equacions de paritat. La restricció  $j, k$  és necessària per diverses raons:

- Assegurar que existeix almenys una paraula codi que satisfà totes les equacions de paritat.
- Evitar que el ràtio del codi sigui 0.

Es pot demostrar fàcilment el segon dels punts mitjançant la següent explicació. Sabem del cert que el nombre total d'uns en una matriu de paritat  $H$  és  $Mk = Nj$ , ja que disposa de  $M$  files amb  $k$  uns cadascuna d'elles. Anàlogament per a les  $N$  columnes i  $j$  uns per columna. El ràtio del codi es defineix com  $R=K/N$ , per tant:

$$R = \frac{K}{N} = \frac{N - M}{N} = 1 - \frac{M}{N} = 1 - \frac{j}{k} > 0$$

Com volem un ràtio de codi no nul i positiu, cal forçar que  $j < k$ . De fet, aquesta no és la única restricció imposada sobre la matriu de paritat  $H$ . Una de les dimensions de  $H$  vindrà imposada per la resta de variables mitjançant la següent equació:

$$M = \frac{Nj}{k}$$

De manera que si es vol generar una matriu regular(3,4) que ofereixi paraules codi de  $N=512$  bits,  $M$  ha de tenir un valor constant a 384 bits. El valor de  $N$  tampoc pot ésser qualsevol ja que  $M$  ha de ser un nombre enter positiu i per exemple, valors com  $N=510$  bits o  $N=516$  bits no satisfan aquesta condició.

### 3.3 Grafs de Tanner

Un camí en un graf es defineix com una seqüència finita de vèrtexs i línies, tal que de cada vèrtex intermediari està connectat amb únicament dues línies i no n'apareix cap de repetit. El nombre de línies defineix la longitud del camí. Quan un camí acaba i comença en el mateix vèrtex, s'anomena cicle. Evidentment, en un cicle cap vèrtex tampoc apareix més d'una vegada.

Qualsevol codi de paritat, incloent els codis LDPC, poden ser representats mitjançant un graf de Tanner [29, 30], els quals no són més que una representació gràfica de la matriu de paritat  $H$ . Aquests tipus de grafs faciliten la representació de bucles i cicles i gràcies a ells, els codis LDPC proposats per Gallager van arribar a fructificar a mitjans del anys noranta.

Un graf de Tanner està compost per  $N$  *bit-nodes*, un per cada equació de paritat, i per  $M$  *check-nodes*, un per cada bit. Els *bit-nodes* es corresponen amb el nombre de bits de paritat que depenen d'un determinat bit d'informació i en el gràfic són representats per un punt, mentre que els *check-nodes* van lligats al nombre de bits d'informació que intervenen en la generació de la paritat d'un determinat bit de paritat i acostumen a ser representats mitjançant un quadrat.

De fet, una línia connecta el check-node  $m$  amb el bit-node  $n$  si i només si la  $m$ -èssima equació de paritat involucra al  $n$ -èssim bit, o dit d'una altra manera, si  $H_{m,n}=1$ . Així doncs, per a un  $(j, k)$  codi LDPC regular, sempre emergeixen  $j$  branques d'un *bit-node* i  $k$  per a un *check-node*. El número de branques incidents en un node s'anomena grau, per tant, en un  $(j, k)$  els *bit-nodes* tenen grau  $j$  i els *check-nodes* grau  $k$ .

Es diu que els grafs de Tanner són bipartits, ja que existeixen únicament dos tipus diferents de nodes i mai pot haver-hi dos nodes del mateix tipus connectats entre ells.

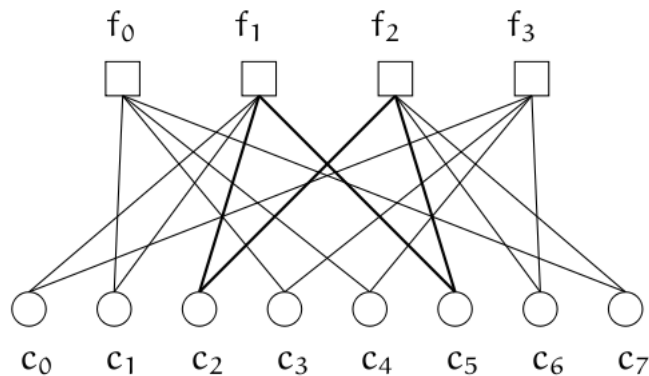


Figura 3.1: Graf de Tanner de cicle 6

Per al cas particular dels grafs de Tanner, els cicles sempre tenen longitud parell, ja que s'ha de començar i acabar en el mateix vèrtex i mai pot haver-hi

dos vèrtex del mateix tipus connectats entre ells. Es pot comprovar que el graf de la figura adjunta conté cicles de longitud 6.

### 3.4 Construcció geomètrica dels codis LDPC

Els codis LDPC es poden construir de forma algebraica basant-nos ens els vèrtexs i línies de geometries finites, com per exemple, les geometries euclidianes sobre camps finits.

Sigui  $Q$  una geometria finita amb  $n$  vèrtexs i  $J$  línies amb les següents propietats:

1. Cada línia consta de  $\rho$  vèrtex.
2. Cada vèrtex és creuat per  $\gamma$  línies.
3. Dos vèrtexs estan connectats tan sols per una sola línia.
4. Dos línies poden creuar-se en únicament un sol vèrtex.

Denotant els vèrtex i línies en  $Q$  com  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  i  $\{l_1, l_2, \dots, l_J\}$ , es defineix

$$v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$$

com una  $n$ -túpla sobre  $GF(2)$  on els components es corresponen amb els  $n$  vèrtex de la geometria  $Q$ , és a dir, l' $i$ -èssim component  $v_i$  es correspon amb l' $i$ -èssim punt  $p_i$  de  $Q$ . Aleshores es defineix un vector basat sobre una línia  $L$  tal que:

$$v_L = (v_1, v_2, \dots, v_n)$$

on

$$v_i = \begin{cases} 1 & \text{si } p_i \text{ és un vèrtex de } L \\ 0 & \text{altrament} \end{cases}$$

Aleshores existeix una matriu  $H_{Q,1}$  de dimensions  $J \times n$ , on les files es corresponen amb els vectors incidents de les  $J$  línies de la geometria  $Q$  i on les columnes representen els  $n$  punts de  $Q$ . Les propietats implícites de  $Q$  i la definició de vector incident d'una línia sobre una geometria forcen a la matriu  $H_{Q,1}$  a complir les següents propietats:

- Totes les files tenen  $\rho$  uns.
- Cada columna té un total de  $\gamma$  uns.
- Dos files no poden tenir més d'un 1 en comú.
- Dos columnes tampoc tenen més d'un 1 en comú.

El nucli de la matriu  $H_{Q,1}$  proporciona el codi LDPC de longitud  $n$ . El codi, denotat per  $C_{Q,1}$ , té una distància mínima entre paraules de  $\gamma+1$ . Conseqüentment, el seu graf de Tanner estarà compost per  $n$  *bit-nodes* i  $J$  *check-nodes*, de grau  $\gamma$  i grau  $\rho$  respectivament.

El mateix plantejament es pot fer des d'una vessant diferent, formant vectors relatius als punts de la geometria  $Q$ , enlloc de ser relatiu a les línies. Queda definit:

$$v = (v_1, v_2, \dots, v_J)$$

com una  $J$ -túpla sobre  $GF(2)$  on els components es corresponen amb les  $J$  línies de la geometria  $Q$ , és a dir, l' $i$ -èssim component  $v_i$  es correspon amb l' $i$ -èssima línia  $L_i$  de  $Q$ . La  $J$ -túpla basada en les línies de  $Q$  que creuen en un punt  $p$  es defineix llavors com:

$$v_p = (v_1, v_2, \dots, v_J)$$

on

$$v_i = \begin{cases} 1 & \text{si } L_i \text{ es una línia que creua amb } p \\ 0 & \text{altrament} \end{cases}$$

Es genera una matriu  $H_{Q,2}$  de dimensions  $n \times J$ , on les files es corresponen amb els vectors incidents dels  $n$  punts de  $Q$  i on les columnes representen les corresponents  $J$  línies. El seu nucli proporciona el codi LDPC  $C_{Q,2}$ , de longitud  $J$  i distància mínima entre paraules de  $\rho+1$ .

La matriu  $H_{Q,2}$  gaudeix de propietat anàlogues a les de  $H_{Q,1}$  i de fet:

$$H_{Q,2} = H_{Q,1}^T$$

La densitat i el rang son iguals en ambdues matrius, i això comporta que  $C_{Q,1}$  i  $C_{Q,2}$  tinguin el mateix nombre de bits de paritat. Els grafs de Tanner de  $C_{Q,1}$  i  $C_{Q,2}$  son duals, és a dir, els *bit-nodes* del primer graf esdevenen els *check-nodes* del segon i a l'inrevés.

### 3.4.1 Construcció de codis per divisió de files i columnes

Un codi de baixa densitat  $C$  de geometria finita i de longitud  $n$  es pot ampliar mitjançant la divisió de cadascuna de les columnes de la matriu de paritat  $H$  en diverses de menor densitat. Això provoca la generació d'una nova matriu de paritat amb una menor quantitat d'uns i per tant, un nou codi LDPC. Un mateix  $C$  pot ésser ampliat a codis de longituds diferents, i que lògicament també diferiran en la ràtio i les prestacions.

Si la divisió de columnes es duu a terme de forma adequada es poden obtenir codis amb molt bones propietats. Alguns d'ells, juntament amb una descodificació SPA, aconsegueixen arribar a unes taxes d'error situades a poques dècimes de decibel del límit de Shannon.

Tenint en compte una divisió en un mateix nombre de columnes, totes aquestes mantindran la mateixa longitud que la columna original. No obstant, el pes o nombre d'uns de l'original quedarà redistribuït entre totes les noves columnes, sigui  $q$  un enter major que 0 tal que  $2 \leq q \leq \gamma$ , si dividim  $\gamma$  entre  $q$  obtenim:

$$\gamma = q \times \gamma_{ext} + b$$

amb  $0 \leq b < q$ . Denotant  $g_0, g_1, \dots, g_{n-1}$  com les diferents columnes d'una matriu de paritat  $H$ , es divideix cada  $g_i$  de  $H$  en  $q$  columnes  $g_{i,1}, g_{i,2}, \dots, g_{i,q}$  tal que les primers  $b$  columnes tenen pes  $\gamma_{ext} + 1$  i les  $q - b$  restants tenen pes  $\gamma_{ext}$ . La distribució dels uns es fa de manera cíclica començant per  $g_{i,1}, g_{i,2}, \dots$ . En cas d'haver suficients uns per tal d'arribar a la columna  $g_{i,q}$ , es torna a començar el cicle fins que queden distribuïts tots els uns de la columna original.

El resultat esdevé una nova matriu de paritat  $H_{ext}$  que disposa de  $qn$  columnes i que té les següents propietats que deriven de les de  $H$  i del procés de divisió:

1. Cadascuna de les files té  $\rho$  uns.
2. Cada columna té  $\gamma_{ext}$  o  $\gamma_{ext} + 1$  uns.
3. Dos columnes qualsevol comparteixen com a molt un 1 en la mateixa posició.
4. La nova densitat de la matriu de paritat  $H_{ext}$  és  $r/q$ .

El kernel o nucli de  $H_{ext}$  genera un nou codi LDPC de geometria finita  $C_{ext}$ , una  $q$ -èssima extensió de  $C$ . En cas que  $q$  no sigui divisor de  $\gamma$  o el que és el mateix,  $b > 0$ , existeixen dos tipus diferents de columnes si les classifiquem pel seu pes. Unes tindran pes  $\gamma_{ext}$  i les altres  $\gamma_{ext} + 1$ . Per tant, un bit qualsevol de  $C_{ext}$  pot ser comprovat tant per  $\gamma_{ext}$  com per  $\gamma_{ext} + 1$  *check-nodes*. Als codis que compleixen aquesta propietat se'ls anomena *codis irregulars*.

#### 3.4.1.1 Eliminació dels cicles de Tanner

És sabut que una extensió adequada d'un codi de baixa densitat  $C$  a partir de la divisió de les columnes de la seva matriu de paritat  $H$  ofereix unes magnífiques prestacions quan s'utilitza l'algoritme de descodificació SPA. Una de les raons per les quals aquest nou codi  $C_{ext}$  ofereix tan bon comportament és degut a que la divisió de columnes redueix el grau dels *bit-nodes* i per tant, es redueix dràsticament el nombre de cicles existents en el corresponent graf de Tanner.

Dividir una columna de  $H$  en  $q$  de noves, implica multiplicar també per  $q$  el nombre de *bit-nodes* existents en el nou graf de Tanner. Cadascun d'ells estarà connectat amb un menor nombre de *check-nodes* que en la versió original i per tant, es trenquen els cicles existents, reduint-se en nombre i convertint-se en cicles més curts. Aquesta reducció dràstica de cicles en el graf és la que provoca la millora de rendiment en la descodificació.

### 3.5 Algoritmes de descodificació

Els codis LDPC o de baixa densitat disposen de diversos algoritmes per a la seva descodificació. Tots ells vénen caracteritzats per dos trets fonamentals: el cost computacional i les prestacions de correcció d'errors. Evidentment, com més elevat sigui el cost computacional, millors resultats s'obtiniran. Però no sempre

l'opció més costosa és la més adequada, depèn de les necessitats de l'usuari final.

Avui dia, els principals algoritmes de descodificació de codis LDPC son:

- **MLG:** *Majority Logic*
- **BF:** *Bit-flipping*
- **APP:** *A posteriori probability*
- **SPA:** *Sum-product algorithm*

Segons la tipologia de la paraula d'entrada al descodificador, els quatre algoritmes es poden classificar en:

- *Soft decision:* Els descodificadors amb decisió *soft* s'utilitza majoritàriament per a codis correctors d'errors. El seu vector d'entrada indica la fiabilitat de cadascun dels bits, fet que permet fer una millor estimació de les dades originals. Ofereixen millors prestacions que els descodificadors *hard*, tot i que son computacionalment més costosos.
- *Hard decision:* Els descodificadors *hard* reben únicament vectors on el seu conjunt de valors possibles és fix, normalment paraules binàries.

Els dos primers algoritmes segueixen una tipologia *hard*, i els dos restants *soft*. L'algoritme MLG és el més senzill d'implementar. El *bit-flipping* requereix un grau més de complexitat que queda reflexat en una millor correcció d'errors. APP i SPA son els que ofereixen avui dia, un millor comportament. No obstant, la seva complexitat és molt més elevada que els descodificadors *hard*. Degut a la seva elevada dificultat d'implementació, no es discutirà l'algoritme APP en aquest capítol. Així doncs, l'algoritme SPA es converteix en el candidat més adequat per a la part experimental d'aquest projecte.

En un canal amb soroll blanc gaussià (AWGN) i mitja nulla, s'utilitza un codi de baixa densitat  $C$  amb modulació BPSK tal que un paraula codi  $v = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1})$  es mapeja en una seqüència bipolar  $x = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$  tal que:

$$x_l = \begin{cases} +1 & \text{si } v_l = 1 \\ -1 & \text{si } v_l = 0 \end{cases}$$

Es defineix  $y = (y_0, y_1, \dots, y_{n-1})$  la seqüència *soft* rebuda on  $y_l = \pm 1 + n_l$ , essent  $n_l$  una variable aleatòria gaussiana amb mitja nulla i variància  $\frac{N_0}{2}$ . La seqüència *hard* s'anomena  $z = (z_0, z_1, \dots, z_{n-1})$  i és obtinguda a partir de  $y$  mitjançant:

$$z_l = \begin{cases} 1 & \text{si } y_l > 0 \\ 0 & \text{si } y_l \leq 0 \end{cases}$$

La matriu de paritat  $H$  del codi LDPC  $C$  conté  $J$  files i  $n$  columnes. Siguin  $h_1, h_2, \dots, h_J$  les diferents files de  $H$ , on

$$h_i = (h_{i,0}, h_{i,1}, \dots, h_{i,n-1})$$

per a  $1 \leq i \leq J$ , llavors es defineix

$$s = (s_1, s_2, \dots, s_J) = z \cdot H^T \quad (3.1)$$



com el síndrome de la seqüència rebuda  $z$ , on el component  $i$ -èsim de  $s$ ,  $s_i$ , ve donat per la següent equació

$$s_i = z \cdot h_i = \sum_{l=0}^{n-1} z_l h_{i,l} \quad (3.2)$$

La seqüència hard rebuda  $z$  es correspon amb una paraula codi si i només si  $s=0$ . Si  $s \neq 0$ , vol dir que existeixen i es detecten errors en  $z$ , ja que alguna de les equacions de paritat no es compleix. El nombre d'elements no nuls en un síndrome es correspon amb el nombre d'equacions de paritat que no es compleixen per a la seqüència  $z$  donada. Si

$$e = (e_0, e_1, \dots, e_{n-1}) = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1}) + (z_0, z_1, \dots, z_{n-1}) \quad (3.3)$$

aleshores,  $e$  és el patró d'errors de  $z$ . El patró d'errors  $e$  i el síndrome  $s$  es relacionen entre ells mitjançant la matriu de paritat:

$$s = (s_1, s_2, \dots, s_J) = e \cdot H^T \quad (3.4)$$

on per a  $1 \leq i \leq J$ ,

$$s_i = e \cdot h_i = \sum_{l=0}^{n-1} e_l \cdot h_{i,l} \quad (3.5)$$

### 3.5.1 Bit-flipping

L'algoritme de descodificació *bit-flipping* va ser introduït per Gallager juntament amb el descobriment dels codis LDPC en la seva tesi doctoral i es tracta d'un algoritme de descodificació iterativa per a codis correctors d'errors.

La detecció d'errors es manifesta amb l'existència d'elements no nuls en el síndrome  $s = (s_1, s_2, \dots, s_J)$ , és a dir, que si  $s_i = 1$  significa que l' $i$ -èsima equació de paritat no es compleix.

Aquest algoritme té com a objectiu modificar el nombre d'equacions de paritat incomplertes en  $z \cdot h_i$  per a  $1 \leq i \leq J$ , quan es canvia el valor d'un bit de la seqüència  $z$ .

El descodificador primer de tot, calcula els  $J$  components del síndrome mitjançant 3.1 i 3.2 i tot seguit modifica un bit qualsevol contingut en un mínim de  $\delta$  equacions de paritat fallides.

De la seqüència resultat,  $z'$ , se'n tornen a calcular els components del síndrome i el procés es va repetint fins que el nombre d'equacions de paritat fallides és zero, o el que és el mateix, el síndrome  $s=0$ . Existeix un nombre màxim d'iteracions establertes prèviament per l'usuari. En cas que s'assoleixi un vector síndrome nul abans d'assolir el màxim d'iteracions, es finalitza la descodificació. No obstant, si no s'arriben a complir mai al mateix temps les  $J$  equacions de paritat, s'informa de que hi ha hagut error en el intent de descodificació.

La variable  $\delta$  és un llindar definit prèviament i acostuma a ser motiu d'error en la descodificació si pren un valor excessivament elevat. De fet, el descodificador modifica un bit de  $z$  si aquest està involucrat en almenys  $\delta$  equacions de paritat fallides. És important recordar que la matriu  $H$  disposa de  $J$  equacions de paritat, però cada bit d'una seqüència determinada només n'està involucrat en  $\rho$ , amb  $\rho \ll J$ .

Existeixen modificacions de l'algoritme de *bit-flipping* que utilitzen un llindar  $\delta$  adaptatiu. No obstant, aquesta millora un cost més elevat de càlculs.

### 3.5.2 Sum-product algorithm

El SPA o *sum-product algorithm* és un algoritme de descodificació iterativa basat en la propagació de confiança o *belief propagation*, i que ofereix un rendiment immillorable per als codis LDPC.

En la propagació de confiança la informació d'un símbol es propaga per tota l'estructura del codi i va essent actualitzada en funció de l'estimació dels símbols pròxims.

L'algoritme processa els símbols rebuts de forma iterativa per millorar la fiabilitat de cada símbol descodificat, basant-se en les síndromes calculats a partir de la seqüència hard rebuda i les equacions de paritat donades per la matriu  $H$ .

La fiabilitat d'un símbol ve donada per el seu LLR o *log-likelihood ratio* o pel valor del corresponent símbol. Aquesta fiabilitat de cada símbol calculada al final de cada iteració s'utilitza com a variable d'entrada per a la següent iteració fins que es satisfà una condició d'aturada o s'arriba al màxim d'iteracions establertes. No és fins que s'arriba a un d'aquests dos punts fins que es genera la seqüència hard mitjançant un llindar.

La implementació del SPA depèn en gran part del càlcul de les probabilitats a posteriori,

$$P(v_l|y)$$

per  $0 \leq l < n$  i on  $y$  és la seqüència soft rebuda. És aleshores quan es determina el LLR de cadascun dels bits mitjançant l'equació:

$$L(v_l) = \log \frac{P(v_l = 1|y)}{P(v_l = 0|y)} \quad (3.6)$$

En un codi LDPC  $C$  de longitud  $n$  donat per la matriu de paritat  $H$  que disposa de  $J$  files,  $h_1, h_2, \dots, h_J$ , es defineix el suport  $B(h_j)$  de cadascuna de les files  $h_j$  com el conjunt de posicions en que aquella fila pren valor no nul, és a dir:

$$B(h_j) = \{l : h_{j,l} = 1, 0 \leq l \leq n\} \quad (3.7)$$

Per a  $0 \leq l \leq n$  i  $1 \leq i \leq J$  i cadascuna de les files de  $H$ , anomenem  $q_{j,l}^{x,(i)}$  com la probabilitat condicionada de que el bit transmès  $v_l$  tingui valor  $x$ , un cop calculades les restriccions de paritat existents en  $h_j$  en la  $i$ -èssima iteració.

Anàlogament definim  $\sigma_{j,l}^{x,(i)}$  com la probabilitat condicionada de que el  $j$ -èssim component del síndrom,  $s_j$ , es satisfaci i per tant sigui zero, donat un valor  $x$  de  $v_l$ . Així doncs aquests dos paràmetres es relacionen mitjançant la següent equació:

$$\sigma_{j,l}^{x,(i)} = \sum_{\{v_t : t \in B(h_j)|l\}} P(s_j = 0 | v_l = x, \{v_t : t \in B(h_j)|l\}) \cdot \prod_{t \in B(h_j)|l} q_{j,l}^{x,(i)} \quad (3.8)$$

Un cop calculats els valors de  $\sigma_{j,l}^{x,(i)}$ , s'utilitzen per actualitzar els valors de  $q_{j,l}^{x,(i+1)}$  que intervindran en la següent iteració tal i com s'indica:

$$q_{j,l}^{x,(i+1)} = \alpha_{j,l}^{(i+1)} p_l^x \prod_{h_t} \sigma_{j,l}^{x,(i)} \quad (3.9)$$

on  $\alpha_{j,l}^{(i+1)}$  pren tal valor que fa complir

$$q_{j,l}^{0,(i+1)} + q_{j,l}^{1,(i+1)} = 1$$

De la mateixa forma, els nous valors calculats de  $q_{j,l}^{x,(i+1)}$  actualitzen el valor de  $\sigma_{j,l}^{x,(i+1)}$  tal com es veia en l'equació 3.8. Aquest procés es duu a terme de forma iterativa fins que es completa la descodificació.

En cada descodificació es proposa un vector candidat a ser la paraula descodificada com:

$$z^{(i)} = (z_0^{(i)}, z_1^{(i)}, \dots, z_{n-1}^{(i)})$$

on

$$z^{(i)} = \begin{cases} 1 & \text{si } P^{(i)}(v_l = 1|y) > 0.5 \\ 0 & \text{altrament} \end{cases} \quad (3.10)$$

Es pot observar que el llindar que s'estableix per al valor de  $z^{(i)}$  depèn de la pseudoprobabilitat a posteriori  $P^{(i)}(v_l = x|y)$ , la qual es pot desenvolupar com:

$$P^{(i)}(v_l = x|y) = \alpha_l^{(i)} p_l^x \prod_{h_j \in A_l} \sigma_{j,l}^{x,(i-1)} \quad (3.11)$$

amb  $\alpha_l^{(i)}$  tal que es compleixi  $P^{(i)}(v_l = 0|y) + P^{(i)}(v_l = 1|y) = 1$ .

Un cop finalitzada dita iteració es calcula  $z^i \cdot H^T$ . Si el síndrom resultant és un vector nul, s'atura el procés de descodificació amb  $z^i$  com a paraula descodificada resultant. En cas de no ser així es segueix endavant amb el procés de descodificació fins que es satisfà aquesta condició o fins que s'assoleix el màxim d'iteracions.

Es pot trobar en [27] una descripció més en detall de la descodificació SPA dels codis LDPC. A continuació es presenten les diferents passes esquematitzats del procés de descodificació:

1. Per a  $0 \leq l < n$ ,  $1 \leq j \leq J$ , i cadascun dels  $h_j$ , es calculen les probabilitats  $\sigma_{j,l}^{0,(i)}$  i  $\sigma_{j,l}^{1,(i)}$

2. Tot seguit es troben els valors de  $q_{j,l}^{0,(i+1)}$  i  $q_{j,l}^{1,(i+1)}$ , i els valors de  $P^{(i)}(v_l = 0|y)$  i  $P^{(i)}(v_l = 1|y)$
3. Es genera el vector candidat  $z^{i+1}$  i es comprova si  $z^{i+1} \cdot H^T$  proporciona un síndrom nul. De ser així, es proporciona a la sortida de la descodificació el vector  $z^{i+1}$  i s'atura el procés. En cas contrari, s'incrementa en valor de  $i$  i es torna al pas 1.

Un cop presentada la descodificació SPA, hom podria ràpidament donar-se compte de l'elevada quantitat d'operacions necessàries en cada iteració. Sense tenir en compte el nombre de sumes, el nombre de multiplicacions que es requereixen en cada iteració ascendeix fins a una xifra d'ordre  $O(2J\rho + 4n\phi)$ , mentre que l'ordre de la quantitat de operacions logarítmiques és de  $O(n)$ . La complexitat de descodificació és directament proporcional al nombre d'uns presents en la matriu de paritat  $H$ .

La versió del SPA descrita es correspon amb l'algoritme de descodificació de Gallager que s'utilitza en la part experimental del projecte. En dit capítol també s'utilitza una altra variant del SPA, basada en els algorismes de Radford M. Neal i Bagawan [31, 32].

Aquesta variant del SPA es basa en l'actualització d'informació extrínseca en cadascuna de les iteracions del procés de descodificació. L'actualització d'aquesta informació ajuda a millorar la fiabilitat dels valors que poden prendre els símbols de les següents iteracions.

Considerem una posició de bit  $l$  dins d'una paraula codi. Sigui  $h$  la fila dins el conjunt  $A_l$  ortogonal a la dita posició  $l$ , es defineix la informació extrínseca total proporcionada al bit  $v_l$  com:

$$\epsilon_l = \sum_{h \in A_l} \epsilon_l(h) = \sum_{h \in A_l} \log \frac{1 + \prod_{t \in B(h)|t} \tanh\left(\frac{2}{N_0} y_t\right)}{1 - \prod_{t \in B(h)|t} \tanh\left(\frac{2}{N_0} y_t\right)} \quad (3.12)$$

D'aquí neixen dues noves matrius de dimensions  $J \times n$ : la matriu extrínseca  $E$  i la matriu d'informació de canal  $Y$ . Per a  $0 \leq l < n$ ,  $1 \leq j \leq J$ , definim l'element  $E_{j,l}$  de la matriu  $E$  com:

$$E_{j,l} = \begin{cases} \epsilon_l - \epsilon_l(h_j) & \text{per a } l \in B(H_j) \\ 0 & \text{altrament} \end{cases} \quad (3.13)$$

i definim l'element  $Y_{j,l}$  de la matriu  $Y$  com:

$$Y_{j,l} = \begin{cases} \frac{4}{N_0} y_l & \text{per a } l \in B(H_j) \\ 0 & \text{altrament} \end{cases} \quad (3.14)$$

on  $y_l$  es correspon amb l'element  $l$ -èssim de la paraula rebuda. Així doncs es genera la matriu de valor de canal  $Z$ , on cadascun dels seus elements en la  $i$ -èssima iteració prenen el valor de:

$$Z_{j,l}^{(i)} = Y_{j,l} + E_{j,l}^{(i-1)} \quad (3.15)$$

En la primera iteració ( $i=0$ ), al no estar la matriu d'informació extrínseca inicialitzada, la matriu  $Z$  es correspon amb la d'informació de canal,  $Y$ . A partir d'aquest punt, els valors de  $Z^{(i)}$  s'utilitzen per a calcular la extrínseca d'iteracions posteriors. Sigui

$$r^{(0)} = (r_0^{(0)}, r_1^{(0)}, \dots, r_{n-1}^{(0)}) = \left( \frac{4}{N_0} y_0, \frac{4}{N_0} y_1, \dots, \frac{4}{N_0} y_{n-1} \right)$$

la paraula rebuda modificada en l'inici de la descodificació, definim

$$r^{(i)} = (r_0^{(i)}, r_1^{(i)}, \dots, r_{n-1}^{(i)})$$

com la paraula rebuda modificada en la  $i$ -èssima iteració, i que es relaciona amb la de la següent iteració mitjançant:

$$r_l^{(i+1)} = r_l^{(i)} + \epsilon_l^{(i)}$$

per a  $0 \leq l < n$  i  $r_l^{(0)} = \frac{4}{N_0} y_l$ .

En aquesta variant el vector hard que servirà per a calcular el síndrome mitjançant  $H$ , és obtingut a partir de  $r^{(i)}$  amb

$$z_l^{(i)} = \begin{cases} 1 & \text{per a } r_l^{(i)} > 0 \\ 0 & \text{per a } r_l^{(i)} \leq 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

Tal i com succeïa en l'anterior versió, un cop obtingut el vector  $z$ , es comprova si proporciona un síndrome nul ( $z^{(i)} \cdot H^T = 0$ ). En cas afirmatiu, s'atura la descodificació essent  $z$  la paraula descodificada. En cas contrari, s'incrementa el valor de  $i$  i es segueix amb el procés de descodificació fins a complir-se la condició anterior o fins a arribar al nombre màxim d'iteracions.

A continuació es presenten les diferents passes esquematitzats del procés de descodificació:

1. Per a  $0 \leq l < n$ ,  $1 \leq j \leq J$ ,  $r^{(0)} = \frac{4}{N_0} y$ ,  $Z^{(0)} = Y$  i cadascun dels  $h_j$ , es calcula:

$$\epsilon_l^{(i)}(h_j) = \log \frac{1 + \prod_{t \in B(h_j)|t} \tanh \left( \frac{Z_{j,l}^{(i)}}{2} y_t \right)}{1 - \prod_{t \in B(h_j)|t} \tanh \left( \frac{Z_{j,l}^{(i)}}{2} y_t \right)}$$

$$E_{j,l}^{(i)} = \sum_{h \in A_t|h_j} \epsilon_l^{(i)}(h_t)$$

$$\epsilon_l^{(i)} = E_{j,l}^{(i)} + \epsilon_l^{(i)}(h_j)$$

2. Formem els vectors  $Z^{(i+1)} = Y + E^{(i)}$  i  $r^{(i+1)} = r^{(0)} + \epsilon^{(i)}$ .
3. Es genera el vector candidat  $z^{i+1}$  i es comprova si  $z^{i+1} \cdot H^T$  proporciona un síndrome nul. De ser així, es proporciona a la sortida de la descodificació el vector  $z^{i+1}$  i s'atura el procés. En cas contrari, s'incrementa en valor de  $i$  i es torna al pas 1.

Aquesta versió del descodificador SPA és l'algoritme principalment utilitzat en la part experimental del projecte. El motiu que fa decidir-nos per aquesta variant resideix en l'existència del vector  $r^{(i)}$ . Tot i que no se'l té en consideració fins al tercer supòsit del primer cas d'estudi, la seva convenient modificació resulta clau per a millorar les prestacions dels codis de baixa densitat davant d'atacs de confabulació.

### 3.6 Codis LDPC aleatoris

A part de la possible generació mitjançant una construcció geomètrica, presentada en l'apartat 3.4, els codis LDPC es poden generar també a partir de patrons pseudo-aleatoris, sempre complint les propietats esmentades en l'apartat 3.4. La generació esdevé en un conjunt de codis aleatoris i que en [33] es demostra que poden arribar a contenir bons codis LDPC.

Suposant que es vol construir un codi de longitud  $n$  i ràtio  $k/n$ , per a construir la matriu de paritat es necessita escollir uns valors apropiats per al pes de columna  $\gamma$  i per el nombre total de files  $J$ , que naturalment ha de ser major o igual que  $n - k$ . Si es vol tenir un pes de fila  $\rho$  constant s'ha de complir la condició:

$$\gamma \times n = \rho \times (n - k) \quad (3.17)$$

Si es satisfà la condició i  $n - k$  és divisor de  $n$ , aleshores  $\rho$  esdevé un múltiple de  $\gamma$ , és a dir,  $\rho = \gamma n / (n - k)$ . Donat aquest cas es pot construir una matriu de paritat regular amb pesos  $\gamma$  i  $\rho$ , per a columnes i files respectivament.

En cas que  $n - k$  no sigui divisor de  $n$  s'obté un residu  $b$  tal que:

$$\gamma \times n = \rho(n - k) + b \quad (3.18)$$

amb  $0 < b < n - k$ . Modificant l'expressió anterior de la següent manera:

$$\gamma \times n = (n - k - b)\rho + b(\rho + 1) \quad (3.19)$$

suggerint una construcció de  $H$  amb dos possibles pesos de fila,  $\rho$  i  $\rho + 1$ . La matriu de paritat  $H$  es construeix de tal manera que les primeres  $b$  files tenen pes  $\rho + 1$  mentre que les  $n - k - b$  últimes tenen pes  $\rho$ .

La generació de  $H$  es duu a terme per passes. Es van afegint les diferents columnes una a una sempre que aquesta compleixi un seguit de requisits. Per a  $1 \leq i \leq n$ , s'escull una  $(n - k)$ -túpla binària com a candidata per a la  $i$ -èssima columna i s'afegeix a la matriu de paritat  $H_{i-1}$  incompleta obtinguda en el  $(i - 1)$ -èssim pas, per a intentar formar  $H_i$ . Per a cada columna que s'afegeix a la matriu s'han de complir els següents passos i requisits:

1. S'escull la columna  $h_i$  de forma aleatòria d'entre les  $(n - k)$ -tuples restants que no han estat utilitzades en la matriu  $H_{i-1}$  i que tampoc han estat descartades anteriorment.
2. Es comprova si  $h_i$  té més d'un 1 en comú amb alguna de les columnes de  $H_{i-1}$ . En cas afirmatiu, es descarta  $h_i$  i es torna al pas 1. En cas contrari, es continua amb el procés.

3. S'afegeix de forma provisional  $h_i$  a  $H_{i-1}$  per a formar la matriu  $H_i$ . Es comprova si les primeres  $b$  files tenen un pes menor o igual a  $\rho+1$  i que les  $n-k-b$  últimes tenen pes menor o igual a  $\rho$ . En cas afirmatiu, s'integra de forma definitiva  $h_i$  a  $H_{i-1}$  per a formar  $H_i$  i es torna al pas 1 si no s'ha acabat la generació de la matriu. En cas contrari, es descarta  $h_i$  i es torna al pas 1 per continuar amb el procés.

El procés de generació acaba quan s'ha format una matriu  $H$  amb  $n$  columnes. Com s'ha comentat anteriorment, la condició  $b=0$  dóna lloc a una matriu regular amb pesos  $\rho$  i  $\gamma$  respectivament. Si  $b>0$ , aleshores  $H$  disposa de dos pesos de fila diferents,  $\rho$  i  $\rho+1$ .

Es pot donar el cas que per a uns certs valors de  $n, k$  i  $\gamma$ , s'esgotin les  $(n-k)$ -tuples per a la generació de la matriu i per tant, aquesta no podrà ser completada. Per a reduir aquesta possibilitat és convenient escollir uns valors tals que el nombre de  $(n-k)$ -tuples binàries,  $\binom{n-k}{\gamma}$ , sigui molt més gran que la longitud del codi,  $n$ .

La condició imposada en el pas 2 assegura que el graf de Tanner no tindrà cap cicle de longitud 4. Per tant, el contorn o *girth* del graf de Tanner serà de mínim 6. La generació d'aquestes matrius és sovint eficient per a valors petits de  $\gamma$ , normalment 3 o 4. Si s'agafa un valor de  $\gamma$  més elevat, la comprovació de les passes 2 i 3 resulta excessivament costosa. No obstant, per a  $\gamma$  petites, el límit inferior de la distància mínima,  $\gamma+1$ , pot resultar escàs.

En el cas d'aquest projecte es treballarà amb freqüència amb codis LDPC (512,256) o (256,128). Sempre amb una ràtio de 1/2. En el cas del primer codi i escollint un valor de  $\gamma=3$ , aleshores  $n-k=256$ ,  $n/(n-k)=2$ , per tant el pes de les files serà  $\rho=2 \times 3=6$ . El nombre de 256-tuples disponibles amb pes 3 és:

$$\binom{256}{3} = 2763520$$

un valor molt més elevat que  $n$ . S'obté doncs una  $256 \times 512$  matriu de paritat  $H$  amb una densitat igual a  $6/512 = 0.0117$  i una distància mínima igual o major que 4.

Els codis LDPC aleatoris generats per ordinador no disposen de propietats estructurals com els introduïts en 3.4. Això comporta una codificació molt més complexa amb un cost computacional força elevat. A més a més, la seva descodificació tampoc convergeix de forma tan ràpida com en els codis de geometria finita. Tot i així, poden arribar a operar molt a prop del límit de Shannon. A [34] es poden trobar exemples de codis de longitud extremadament llarga,  $10^7$  bits, que son capaços d'oferir una taxa d'error a tan sols unes poques mil·lèsimes del límit de Shannon.

### 3.7 Codis LDPC irregulars

Es defineix un codi LDPC irregular com aquell que disposa d'una matriu de paritat  $H$  amb diversos pesos de columna i fila. Gràficament, en el graf de Tan-

ner es pot distingir un codi irregular quan tant els *bit-nodes* com els *check-nodes* tenen diversos graus. És a dir, el nombre de *check-nodes* als quals està connectat un *bit-node* i a l'inrevés, no és el mateix per a tot el graf. La majoria d'aquests codis son dissenyats i construïts a partir del seu graf de Tanner i poden arribar a operar realment a prop del límit de Shannon quan la longitud del codi és elevada [35, 36, 37].

En un graf de Tanner  $G$  corresponent a un codi LDPC irregular definit per una matriu de paritat  $H$ , els *bit-nodes* es corresponen amb les columnes de  $H$  i els *check-nodes* de  $G$  amb les files de  $H$ . El grau de cadascun dels nodes d'un cert tipus es defineix com el nombre de nodes de l'altre tipus als quals està connectat. El grau de l' $i$ -èssim *bit-node* es correspon amb el pes de la  $i$ -èssima columna  $H$ . La relació és anàloga per als *check-nodes* i les files de  $H$ . Es defineix:

$$\gamma(X) = \sum_{i=1}^{d_b} \gamma_i X^{i-1} \quad (3.20)$$

com la distribució de graus dels *bit-nodes* de  $G$ , on  $\gamma_i$  denota la quantitat de *bit-nodes* en  $G$  de grau  $i$ , i  $d_b$  denota el grau màxim d'un *bit-node*. Anàlogament es defineix:

$$\rho(X) = \sum_{i=1}^{d_c} \rho_i X^{i-1} \quad (3.21)$$

com la distribució de graus dels *check-nodes* de  $G$ , on  $\rho_i$  denota la quantitat de *check-nodes* en  $G$  de grau  $i$ , i  $d_c$  denota el grau màxim d'un *check-node*.

Optimitzar ambdues distribucions permet dissenyar codis LDPC irregulars amb prestacions properes al límit de Shannon. En [36, 37] es demostra que aquestes prestacions depenen directament de les dues distribucions i del graf de Tanner. L'optimització es duu a terme mitjançant algorismes centrats en l'evolució de les densitats de probabilitat del missatges enviats entre els dos tipus de nodes.

No obstant, l'algoritme presentat en [36] ofereix el seu òptim quan la longitud del codi i el nombre d'iteracions s'aproximen a l'infinit i el graf no disposa de cicles. I com els grafs de Tanner de codis de longitud finita no poden estar lliures de cicles, aquest algoritme no seria pas òptim per aquest tipus de codis. Si es provés, el resultat seria unes pobres prestacions degut a la gran quantitat de *bit-nodes* amb grau 2, que ocasiona a l'hora una escassa distància mínima.

Per tal d'intentar solucionar aquests problemes, es proposa a [36] el següent:

1. Alliberar dels cicles als *bit-nodes* de grau 2.
2. Aquests *bit-nodes* de grau 2 se'ls fa correspondre amb els bits de paritat d'una paraula codi.
3. Eliminar els cicles de longitud 4.

Un altre proposta de millora de les prestacions proposada en [38, 39] suggereix que el nombre de *bit-nodes* de grau 2 ha de ser de menor que el nombre de bits de paritat del codi, o el que és el mateix, que el nombre de columnes de  $H$  amb un pes igual a 2 sigui menor que el nombre de files de  $H$ .



## 3.8 Aplicació a la part experimental

El principal objectiu d'aquest projecte suposa analitzar el comportament dels codis de baixa densitat o LDPC davant atacs de confabulació. El terme comportament fa referència a tot un sistema global on tots els components estan dissenyats per a treballar únicament amb codis LDPC. Primerament, existeix la creació de la matriu de paritat, tot seguit la generació de les paraules codi a confabular per a més endavant aplicar-hi el descodificador escollit.

Tot aquest paquet software necessita ser prèviament implementat abans de poder realitzar un anàlisi exhaustiu. Existeixen infinites formes de fer-ho, desde potents llenguatges de programació com ara C o Fortran fins a eines tan versàtils i còmodes com el MATLAB. En el cas d'aquest projecte s'ha optat per les facilitats que ofereix el MATLAB a l'hora d'implementar codi i la mostra de resultats.

MATLAB ha esdevingut una de les eines més importants en el món de les comunicacions digitals. L'enorme complexitat d'aquest context fa impensable el disseny de sistemes sense simulacions prèvies. En aquest aspecte, MATLAB ofereix moltes més facilitats que les altres alternatives davant les tasques de simulació. La infinitat d'útils funcions ja prèviament definides i sobretot, la gran comoditat en el tractament de matrius i vectors, han resultat dos aspectes decisius a l'hora de decantar-se per aquest software.

No obstant, no tot son avantatges. El temps de còmput d'una determinada simulació esdevé força més elevat si es duu a terme en MATLAB que en un llenguatge de programació com ara C. Igualment, com s'ha esmentat amb anterioritat l'objectiu bàsic consisteix en analitzar el comportament dels LDPC en un determinat context, no optimitzar el temps de descodificació. És evident que si els codis LDPC es comporten de forma correcta en una simulació en MATLAB, també ho faran en un altre llenguatge de programació.

L'implementació de les simulacions està basada en la collecció de programes de Radford M. Neal i la de Bagawan S. Nugroho [31, 32]. Els LDPC resultants son codis pseudo-aleatoris irregulars degut a que ofereixen una major facilitat d'implementació que la resta. Només es treballa amb vectors i matrius binàries de forma que, en tota l'aritmètica està realitzada sobre mòdul 2.

### 3.8.1 Generació de matriu de paritat

La matriu de paritat  $H$  disposa de  $M$  files i  $N$  columnes, i defineix per complet un codi de baixa densitat. D'ella se'n pot extreure per exemple, el graf de Tanner i el més important, l'alfabet complet de paraules codi. Les paraules codi vàlides son vectors de longitud  $N$  que sempre satisfan la següent equació:

$$v \cdot H^T = 0$$

La matriu pot ser generada de diverses maneres, tot i que generalment s'opta per una selecció aleatòria sobre on col·locar els 1 en una matriu de paritat. No obstant, sempre s'han de seguir unes determinades normes com ara bé, que el nombre d'uns en cada columna ha de ser igual. En el nostre cas, al tractar-se

de matrius irregulars amb el que la seva definició comporta, aquest número pot diferir d'una columna a una altra però sempre amb mínimes diferències.

L'esquema bàsic de generació de la matriu de paritat es pot resumir en quatre senzilles passes:

1. Es construeix una matriu preliminar aplicant un dels dos possibles mètodes, *evencol* o *evenboth*.
2. S'afegeixen uns en les files que no en tenen cap i per tant, son redundants. Es fa el mateix per a les files que només disposen d'un sol 1, ja que aquest cas comporta que l'única paraula codi que satisfà la restricció és el vector nul.
3. Si la matriu preliminar disposa d'un nombre senar d'uns en cada columna, cal afegir més uns per evitar que files sumades originin el vector nul. El nombre d'uns a afegir en aquest pas es veu reduït pels que ja s'havien col·locat en el segon pas.
4. Si s'ha requerit prèviament eliminar els cicles de Tanner de longitud 4 cal evitar doncs, els casos on dues columnes tenen més d'un 1 en comú. Quan es detecta tal situació, s'elimina aleatòriament un dels uns involucrats.

Pel que fa als dos mètodes nombrats en el primer pas, *evencol* és el més senzill dels dos. Per a cada columna de la matriu, s'hi col·loca de forma aleatòria el nombre d'uns especificat amb anterioritat, evidentment, en files diferents. Tot i que el mètode s'anomeni *evencol*, això no significa que totes les columnes hagin de tenir el mateix nombre d'uns. És per això, que normalment s'acostuma a generar una matriu de paritat irregular. Això no suposa un problema, ja que està demostrat que els codis irregulars poden arribar a funcionar inclús millor que els regulars.

D'altra banda, el mètode *evenboth* a part d'intentar col·locar el mateix nombre d'uns en cada columna, fa el mateix per al nombre d'uns en les files. L'assignació d'uns per a les files és fa de la forma més equilibrada possible, afavorint a les primeres files en cas que una divisió no sigui possible.

### 3.8.2 Codificació del missatge

Un cop s'ha creat la matriu de paritat, el següent pas és la generació dels bits de paritat. Aquesta tasca es duu a terme mitjançant una descomposició LU o *lower-upper*, utilitzant les propietats de baixa densitat de la matriu  $H$ .

Sigui  $H$  una matriu amb forma  $[A-B]$ , per a la descomposició LU cal que la submatriu mantingui un patró LU, on  $L$  és una matriu triangular per sota la diagonal i  $U$  una triangular per sobre la diagonal. S'imposa també la condició que la matriu  $A$  sigui no singular i per tant, ha de ser reordenada per tal de tenir uns en la diagonal. Les passes a seguir per a la reordenació de  $A$  son:

1. S'inicialitzen les matrius  $L$  i  $U$  a zero i es crea una còpia de  $H$  que anomenarem  $F$ .

2. Per a  $1 \leq i \leq M$ , es busca l'element no nul de  $F$  que es troba en la fila  $i$  i columna  $i$ -èsima o en la fila  $i$ -èsima i última columna. Es copia la  $i$ -èsima columna de  $F$  fins a la fila  $i$ , en la  $i$ -èsima columna de  $U$ . El que resta de columna es copia a la  $i$ -èsima columna de  $L$ . S'afegeix la  $i$ -èsima fila de  $F$  a les últimes files que tenen un 1 en la  $i$ -èsima columna.
3. S'assignen a  $B$  les  $N - M$  columnes no reordenades de  $H$ .

Existeixen fins a tres possibles estratègies per a escollir el següent element no nul de la diagonal:

- *First*: S'escull el següent element no nul a partir de la  $i$ -èsima columna cap endavant.
- *Mincol*: S'escull el següent element no nul a partir de la  $i$ -èsima columna cap endavant i que conté el mínim nombre d'uns en la seva columna.
- *Minprod*: S'escull el següent element no nul a partir de la  $i$ -èsima columna cap endavant i que minimitza el producte entre el nombre de 1 menys ú d'aquella fila i el nombre de de 1 menys ú d'aquella columna.

Un cop reordenada la matriu de paritat, aquesta nova matriu  $newH$  serà la que s'utilitzarà per a la codificació i descodificació.

Per a la codificació, sigui  $s$  el missatge a codificar tal que  $z = B \cdot s$ , es troba el vector de paritat  $c$  tal que resol l'equació  $L \cdot (U \cdot c) = z$ . Un cop trobat  $c$ , es defineix el missatge codificat com:

$$u = [c|s]$$

Si el vector  $c$  s'ha calculat correctament aleshores es complirà sempre:

$$u \cdot newH^T = 0$$

### 3.8.3 Descodificació de la paraula rebuda

Una dels grans compromisos amb els quals hom s'enfronta a l'hora de treballar amb aplicacions que utilitzen codis de baixa densitat, és l'elecció del descodificador que més s'adeqüi a les necessitats de cadascú. En l'apartat 3.5 d'aquest capítol s'han enumerat i detallat alguns dels algorismes més coneguts dels codis LDPC, cadascun d'ells amb les seves propietats i prestacions corresponents. Per tant, una de les primeres passes a realitzar abans de començar a implementar la part experimental ha estat escollir el millor descodificador a priori per a cobrir les necessitats del projecte.

Tot i que algorismes de descodificació hard, com el *bit-flipping*, ofereixen un baix cost computacional i unes raonables prestacions, no es poden arribar a igualar els resultats oferts pels algorismes de descodificador soft com el *sum-product algorithm* o SPA. Ara bé, cal veure cap a quina banda s'inclinen més les nostres necessitats més primordials.

És cert que tot sistema basat en tècniques de watermarking han de ser el més "lleuger" possible, però també ens trobem un context on els LDPC no han estat

dissenyats per a treballar-hi, que és el de la confabulació. El gran rendiment dels codis de baixa densitat en ambients sorollosos és una realitat coneguda de sobres pels entesos d'aquest món, però els resultats que poden oferir davant de coalicions d'usuaris son encara indeterminats.

Un atac de confabulació comporta en mitja un gran nombre de bits canviats respecte les paraules codi originals, clar que depèn en gran part també de com està implementat el codi fingerprinting. No obstant, si ignorem aquesta dependència de moment un es troba que la quantitat de bits a corregir pel descodificador és realment elevada i per tant, es requereix d'un algoritme eficaç per a fer-hi front. Si a més a més, podem utilitzar en favor nostre propietats com les *undetectable positions* del codi fingerprinting, definides a 2.2, ens permet donar un pes més importants a bits comuns i així utilitzar de forma més eficaç el càlcul de les versemblances, que només apareixen en algorismes de descodificació soft. Dos motius de pes més que suficients per a fer decantar la balança cap a l'implementació algoritme SPA.

La descodificació de la paraula rebuda en l'SPA es basa en la versemblança de possibles paraules codi, és a dir, la probabilitat de que s'hagi rebut la paraula en qüestió si l'emissor havia transmès una d'aquestes paraules codi possibles.

Pel que fa al soroll en aquest projecte, no suposem en un inici l'existència de soroll de canal. Sentén que la pròpia distorsió originada per l'atac confabulació ja suposa un elevat handicap per al descodificador. No obstant, en el segon supòsit i vistos els resultats obtinguts es decideix comprovar el funcionament en entorns sorollosos. En aquests casos, s'aplica un soroll gaussià sobre un canal sense memòria i per tant, el soroll afecta de forma independent a cadascun dels bits enviats. En aquest cas i en l'anterior, la versemblança d'una paraula es divideix en el producte de les versemblances de cada bit. que es calcula mitjançant:

$$L(c_i) = \frac{P(c_i = 1|y)}{P(c_i = 0|y)}$$

on  $c_i$  és el  $i$ -èssim bit de la possible paraula codi.

El més habitual és tractar en un principi a totes les paraules codi amb la mateixa probabilitat a priori, ja que se suposa que en l'emissió també qualsevol paraula codi pot ser enviada amb igual probabilitat. Tot i que depenent de les *undetectable positions* del codi fingerprinting, es podria forçar que certes paraules codi fossin d'entrada més probables que la resta, facilitant la feina al descodificador.

Per tant, si totes les paraules tenen la mateixa probabilitat a priori sembla evident que la millor opció és escollir la que ofereix una major versemblança un cop feta la descodificació. Suposant un canal sense memòria, això faria pensar que la paraula codi amb major versemblança serà la que tingui els bits més probables un a un. Si es busca per a cada bit el seu valor més probable això ens assegura la mínima probabilitat d'error de bit o BER, però no sempre deriva en que la paraula conformada sigui la paraula codi més probable. De fet, seguint aquest mètode la paraula descodificada pot resultar no ser ni una paraula codi.

### 3.8.3.1 Descodificadors implementats

L'algoritme SPA es pot implementar de diverses maneres. En aquest projecte però, s'ha treballat únicament amb dues versions: la descodificació per propagació de probabilitats i la seva anàloga per al domini logarítmic.

La descodificació per propagació de probabilitat va ser presentada per Robert Gallager en la seva tesi doctoral. Dit algoritme utilitza únicament la matriu de paritat  $H$  per a comprovar les paraules codi i les ràtios de versemblança per als bits de la paraula rebuda. L'objectiu principal de l'algoritme consisteix en arribar a trobar una paraula codi la qual generi una probabilitat de cada bit transmès igual a 1, o el més a prop possible,

Primer de tot es calcula la probabilitat a priori de cada bit mitjançant la fórmula enunciada anteriorment. Aquest valor es correspon amb el de la versemblança ja que els bits son a priori equiprobables. A mida que es van realitzant iteracions, aquestes ràtios de probabilitat van sent modificades en funció de la informació proveïda per la resta de bits i les equacions de paritat imposades per la matriu  $H$ . Per tal d'evitar càlculs innecessaris, l'algoritme disposa per a cada bit d'una ràtio de probabilitat per cada restricció de paritat en que hi pren part.

De forma anàloga, per a cada equació de paritat es mantenen ràtios de versemblança per a cadascun dels bits als que afecta. Aquesta ràtio és la divisió de les probabilitats de que es satisfaci l'equació en concret per als dos possibles valors d'un bit en qüestió, tenint en compte que les probabilitats de la resta de bits participants en l'equació sigui 1.

L'algoritme doncs, alterna els càlculs de les ràtios de les versemblances de les restriccions de paritat i les ràtios de probabilitat de la cadascun dels bits. Tot i que hom podria pensar que el càlcul d'aquestes versemblances podria semblar una feina força costosa, ja que requereix totes les possibles combinacions de valors per tota la resta de bits que participen en dita restricció, el cert és que Radford M. Neal facilita una fórmula per a simplificar el càlcul:

$$t_k = \prod_i \left( \frac{1}{1 + p_i} - \frac{p_i}{1 + p_i} \right) = \prod_i \left( \frac{1}{1 + p_i} \right)$$

on  $p_i$  és la ràtio de probabilitat del  $i$ -èssim bit que participa en dita equació de paritat.

Els sumands que trobem en cadascun dels productes es corresponen a les possibles combinacions de valors per la resta de bits, que fan que  $t_k$  sigui la probabilitat que la restricció es satisfaci quan el bit  $i$ -èssim és 0 menys la probabilitat quan aquest bit és 1. D'aquesta manera, la ràtio de versemblança per a aquesta restricció de paritat es pot calcular com:

$$L_k = \frac{1 - t_k}{1 + t_k}$$

Per al recàlcul de la ràtio de probabilitat d'un bit respecte la corresponent restricció, tot el que fa falta és multiplicar la ràtio de versemblança del bit en

concret amb la resta de ràtios de versemblança en que aquest bit hi participa, sempre en funció del mateix bit.

A l'hora de fer la decisió final sobre bit s'ha de decantar un, es calcula la ràtio de probabilitat pel bit amb valor 1 respecte el valor 0, incloent tota la informació que s'ha propagat i incloent també les ràtios de versemblança. Un cop decidits tots els bits, s'ofereix a la sortida la paraula codi descodificada.

No obstant, aquesta versió del SPA no es correspon amb el descodificador utilitzat per defecte en aquest projecte, tot i que sí pren part en el segon supòsit de la part experimental. S'ha utilitzat principalment la versió anàloga a aquesta en el domini logarítmic, ja que utilitza *log-likelihood functions* o funcions de versemblança logarítmica enlloc de funcions de probabilitat. L'avantatge d'utilitzar aquest esquema és que les principals operacions es duen a terme mitjançant sumes enlloc de multiplicacions i per tant, suposa teòricament, un menor cost computacional.

## Capítol 4

# Part experimental

***Resum:** El present capítol està dedicat exclusivament a l'estudi del rendiment dels codis LDPC, tant sols com concatenats amb codis BCH, davant atacs de confabulació i així comprovar si la seva utilització en models de fingerprinting és eficient per a la protecció de copyright. Es diferencien fins a 3 casos d'estudi, cadascun d'ells amb un context concret i on es detalla l'implementació de codi i les simulacions amb les corresponents taules i gràfiques.*

L'objectiu principal d'aquest projecte de fi de carrera és veure el comportament dels codis de baixa densitat (LDPC) quan son utilitzats en esquemes de fingerprinting per a protegir documents digitals amb copyright. Obtenir les condicions i el marc òptims per tal de maximitzar l'eficiència dels codis de baixa densitat (LDPC) davant atacs de confabulació és un dels objectius principals del projecte, per finalment decidir si aquests podrien ser utilitzats en aplicacions reals.

En la part experimental del projecte s'ha recorregut un camí gradual, variant les especificacions i diferents simulacions en funció dels resultats obtinguts. Ha estat dividida en varis supòsits, cadascuna d'elles amb uns objectius diferenciats. Com en tot camí, sempre tenim un punt d'origen del qual es parteix. La situació inicial que es planteja és la següent:

Es disposa d'una aplicació utilitzada per un cert nombre d'usuaris. En dita aplicació es fan servir tècniques de watermarking i fingerprinting, basades en el model presentat per Boneh-Shaw en [10] per a l'identificació irrefutable de cadascuna de les persones que l'utilitzen. Dins aquest context, es produeix el següent:

1. Un cert nombre d'usuaris obtenen els seus identificadors codificats mitjançant codis LDPC.
2. Confabulen aquestes marques per a obtenir una marca pirata que els exhimeixi de tota culpa.
3. La marca confabulada substitueix a les originals i és transmesa per un canal.
4. Es detecta l'ús fraudulent de l'aplicació.

5. La marca confabulada i incrustada és extreta, descodificada i comparada amb cadascun dels identificadors dels usuaris per a intentar identificar els usuaris que han pres part en l'atac.



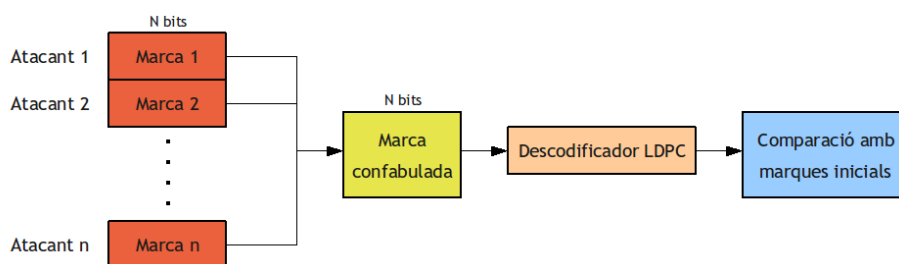


Figura 4.1: Esquema general de funcionament de la part experimental

El capítol consta de tres supòsits. En cadascuna d'elles la situació inicial plantejada pren diferents matisos, que es descriuen a continuació:

- **Primer supòsit:**

- La coalició està formada únicament per dos usuaris.
- Els identificadors a disposició de l'aplicació inclouen tots els possibles vectors binaris de longitud  $M$ .
- Només és senyala a un dels traïdors quan el descodificador retorna un dels seus dos identificadors.
- La confabulació duta a terme per la coalició utilitza el mètode d'esborrats.
- S'utilitza la descodificació per versemblança en domini logarítmic.

- **Segon supòsit:**

- El nombre d'usuaris fraudulents que formen part en la coalició és variable.
- Els identificadors a disposició de l'aplicació inclouen un conjunt fix de 1024 vectors binaris de longitud  $M$ .
- Es considera culpable a l'usuari si la seva marca única és la que té la màxima correlació creuada entre la sortida soft del descodificador i cadascun dels identificadors.
- La confabulació duta a terme per la coalició utilitza fins a quatre mètodes: esborrats, majoria, promig i tir de moneda.
- S'utilitzen la descodificació per versemblança en domini logarítmic i la descodificació per funció de probabilitat.

- **Tercer supòsit:**

- El nombre d'usuaris fraudulents que formen part en la coalició és variable.
- Els identificadors a disposició de l'aplicació inclouen un conjunt fix de 1024 vectors binaris de longitud  $M$  variable.
- Es considera culpable a l'usuari si la seva marca única és la que té la màxima correlació creuada entre la sortida soft del descodificador i cadascun dels identificadors.

- La confabulació duta a terme per la coalició utilitza fins a quatre mètodes: esborrats, majoria, promig i tir de moneda.
- S'utilitza la descodificació per versemblança en domini logarítmic.

Cadascun dels supòsits presentats a continuació utilitza diferents mètodes de confabulació en les seves simulacions. Tot i que no serà fins més endavant fins que s'entri en detall en com es duen a terme.

## 4.1 Primer supòsit

L'objectiu principal d'aquest supòsit és obtenir les condicions òptimes per tal d'aconseguir un marc idoni per a l'obtenció de bons resultats de cara a la resta del projecte. Es donaran diversos valors a les múltiples variables disponibles per arribar a trobar, dins les possibilitats, el màxim en quant a prestacions del sistema.

En el l'últim punt de l'esquema inicial de treball hem vist com un cop descodificada la nova marca, aquesta és comparada amb les cadascuna dels identificadors dels usuaris fraudulents. Tractant-se del inici del projecte, considerarem culpable a un traïdor si i només si, el seu identificador únic coincideix amb la sortida del descodificador. Lògicament això ens comporta suposar que s'obindrà una probabilitat d'identificació molt baixa ja que no dóna lloc a cap error, però també ens assegura que quan s'identifiqui un traïdor, serà amb una certesa absoluta.

Tot i que l'esquema presentat anteriorment presenta només un total de cinc passes, el cert és que quan aquests son traduïts en codi se n'han d'afegir alguns més, degut a les característiques del mateix. Així doncs en la crida principal, anomenada "ldpcber.m", hi diferenciem les següents passes:

1. Creació de la matriu de paritat  $H$ .
2. Reordenació de la matriu de paritat  $H$ , creant la nova matriu  $newH$ .
3. Creació de dos identificadors únics que representen els dos formants de la coalició.
4. Codificació dels mateixos mitjançant codis de baixa densitat.
5. Confabulació de les paraules resultants per a obtenir una nova paraula pirata que serà transmesa pel canal.
6. Descodificació de la paraula rebuda mitjançant l'algoritme SPA descrit en [40].
7. Comparació amb cadascuna dels identificadors incials, indicant probabilitat d'identificació de traïdors i probabilitat d'error de bit (BER).

### 4.1.1 Variables

Ja des d'un inici el número de variables és força elevat, les quals serà determinant saber escollir correctament per tal de d'aconseguir unes prestacions òptimes. A continuació es llista el conjunt de variables que podem diferenciar en aquest primer supòsit, enumerades segons el pas on pertany:

1. Variables generals.
  - $M$ : Longitud dels identificadors en bits.
  - $N$ : Longitud de la marca codificada en bits.
  - *repeat*: Repeticions de l'algoritme de l'experiment.

2. Creació de la matriu de paritat  $H$ .
  - *onesPerCol*: Número de uns per columna de la matriu  $H$ .
  - *method*: Mètode utilitzat per a generar la matriu  $H$  (0: Evencol 1: Evenboth).
  - *noCycle*: Eliminació o no dels cicles de longitud 4.
  - *strategy*: Estratègia a seguir per a la reordenació de la  $H$ . (0: First, 1: Mincol, 2: Minprod).
3. Reordenació de la matriu de paritat  $H$ , creant la nova matriu  $newH$ .
  - $H$ : Matriu de paritat sense reordenar.
  - *strategy*: Estratègia a seguir per a la reordenació de la matriu  $H$  (0: First, 1: Mincol, 2: Minprod).
4. Creació dels dos identificadors únics.
  - $M$ : Longitud dels identificadors sense codificar.
5. Codificació dels identificadors.
  - *attacker*: Matriu que conté els identificadors dels usuaris fraudulents.
  - *newH*: Matriu de paritat reordenada.
6. Confabulació de les marques per a obtenir la paraula que serà “enviada” pel canal.
  - *encoded*: Matriu que conté les marques codificades dels usuaris fraudulents.
  - $\sigma_H$ : Factor de potenciació (dB) dels bits “segurs”.
  - $\sigma_L$ : Factor de potenciació (dB) dels bits “no segurs”.
7. Recepció i descodificació de la marca nova.
  - *confab*: Paraula resultant de la confabulació.
  - *newH*: Matriu de paritat reordenada.
  - *iteration*: Iteracions que duu a terme el descodificador.
  - $N_0$ : Vector que potencia la probabilitat a priori del descodificador.
8. Comparació amb cadascuna dels identificadors inicials, indicant probabilitat d’identificació de traïdors i BER.
  - *attacker*: Matriu que conté els identificadors dels usuaris fraudulents.
  - *decoded*: Paraula resultant de la descodificació.

Tal i com s’observa, el llistat de variables a controlar és força important. Per evitar fer molt costós aquest primer cas d’estudi d’optimització, és necessari fixar algunes d’aquestes variables per convertir-les en constants, durant aquest primer supòsit i segurament també al llarg del que resta de projecte. Per a les variables d’aquest primer cas d’estudi que l’usuari pot controlar s’han fet les següents consideracions:

- $M = \text{VARIABLE} / \text{CONSTANT}$ 
  - Tot i que la intenció final del projecte és acabar treballant amb una longitud de  $M$  més o menys fixa, en aquest primer supòsit, els seus valors es mouran entre 16 i 512 bits.
- $N = \text{VARIABLE} / \text{CONSTANT}$ 
  - La seva condició va lligada a la de  $M$ . La relació  $N/M = 2$  és constant al llarg de tot el projecte.
- $\text{onesPerCol} = \text{CONSTANT} = 3$ 
  - El nombre d'uns per columna en una matriu de baixa densitat ha de ser un valor mínim, ja que tampoc interessa carregar en excés el corresponent graf Tanner i el que això comporta. Per tant, el seu valor quedarà fixat en 3, independentment de  $M$ .
- $\text{method} = \text{CONSTANT} = 1$ 
  - La utilització del mètode *evenboth* és una teòrica millor opció que *evencol*, tot i que comporta un càlcul més complex. No obstant, la matriu de paritat es genera tan sols un cop per simulació i per tant, no comporta una significativa pèrdua de temps.
- $\text{noCycle} = \text{CONSTANT} = 1$ 
  - És sabut que un codi LDPC amb una longitud de cicle elevada ofereix millors prestacions per tant, resulta necessari per a l'optimització del sistema l'eliminació dels cicles de longitud 4.
- $\text{strategy} = \text{CONSTANT} = 2$ 
  - Dins de les possibles estratègies de reordenació de la matriu  $H$ , Radford M. Neal assegura en [31] que l'opció *minprod* resultar ser la més efectiva.
- $\text{iteration} = \text{VARIABLE} / \text{CONSTANT} = 50$ 
  - El nombre d'iteracions que realitza el descodificador es mantindrà sempre constant durant aquest primer supòsit excepte en una simulació exclusiva en la que s'avaluarà el seu valor òptim per a un cert  $M$ .
- $\text{repeat} = \text{CONSTANT} = 10.000$ 
  - Per a poder obtenir una resolució de fins a quatre xifres decimals en la probabilitat d'identificació d'usuaris fraudulents, necessitem realitzar com a mínim aquest quantitat de repeticions.
- $\sigma_H = \text{VARIABLE}$ 
  - Tot i no aparèixer des d'un principi, trobar el seu valor òptim en cada experiment serà un dels punts més importants a resoldre.
- $\sigma_L = \text{VARIABLE}$

- Tot i no aparèixer des d'un principi, trobar el seu valor òptim en cada experiment serà un dels punts més importants a resoldre.

Més endavant en el projecte ens anirem trobant amb noves variables, sobre les quals s'exposaran també els motius pels quals ens hem decantat per una opció o una altra.

Del llistat anterior de variables, la més significativa és  $M$ , la longitud en bits dels identificadors originals sense codificar. Aquesta longitud és multiplicada per un factor de 2 al ser codificada utilitzant els codis LDPC, degut a la ràtio de codificació que hem establert des d'un inici en  $1/2$ . Lògicament, el factor de multiplicació és inversament proporcional a la ràtio de codificació, i al ser aquest últim una constant durant tot el projecte, el factor de multiplicació sempre ho serà també. Per tant, les marques codificades que seran confabulades, sempre tindran una longitud de  $2M$ .

En aquest primer supòsit diferenciem fins un total de vuit simulacions diferents. En tots ells es busca la probabilitat d'identificació d'algun dels usuaris fraudulents, és a dir, que la paraula descodificada coincideixi amb la d'algun dels confabuladors. A aquesta probabilitat l'anomenarem a partir d'ara i per aquest primer supòsit,  $p_{confab}$ . El tipus de codificació i el nombre de variables no es mantenen constants. La llista de les característiques de cadascuna de les simulacions és:

- **Simulació 1:** Codificació LDPC. Diferents valors de  $M$ .
- **Simulació 2:** Codificació LDPC i BCH. Diferents valors de  $M$  i  $K$ .
- **Simulació 3:** Codificació LDPC. Diferents valors de  $M$ . Inclusió de la variable  $Y$ .
- **Simulació 4:** Codificació LDPC i BCH. Diferents valors de  $M$  i  $K$ . Inclusió de la variable  $Y$ .
- **Simulació 5:** Codificació LDPC. Diferents valors de  $M$ . Inclusió de les variables  $Y$  i  $N_0$ .
- **Simulació 6:** Codificació LDPC i BCH. Diferents valors de  $M$  i  $K$ . Inclusió de les variables  $Y$  i  $N_0$ .
- **Simulació 7:** Codificació LDPC. Diferents valors de  $M$  i del nombre d'iteracions del descodificador.
- **Simulació 8:** Codificació LDPC. Diferents valors de  $M$  i  $N_0$ .

Per a obtenir un valor fiable d'aquesta probabilitat és necessari establir un número de repeticions suficientment elevat, però que tampoc ens suposi un gran cost de temps. És per això per a cada simulació o experiment del projecte es realitzen un total de 10.000 repeticions, que ens permetran treballar amb valors de probabilitat de fins a quatre xifres decimals.

### 4.1.2 Primer cas d'estudi

En un enfrontament inicial, es decideix realitzar una primera simulació bàsica per tal de poder observar quins resultats obtenim i actuar en conseqüència. Només es té a  $M$  com a única variable.

La variable  $M$  marca la longitud del identificador dels usuaris. Com l'aplicació per la qual està enfocada aquest projecte utilitza tècniques de fingerprinting, per a cada usuari de l'aplicació necessitarem un ID únic i exclusiu. El nombre màxim d'usuaris per l'aplicació serà de  $2^M$ . Es podria pensar que dita aplicació serà utilitzada per uns 50.000 usuaris. Això ens col·loca amb un mínim de  $M$  de 16 bits, ja que  $2^{16}=65536$ .

No obstant, una qüestió que seria interessant tenir resolta és el fet de no crear en cap cas falsos positius, és a dir, culpar a un usuari innocent. A aquestes alçades del projecte no podem assegurar encara que en el cas de reconèixer l'ID d'un usuari, aquest serà el d'un traïdor. Imaginem la següent situació: es vol denunciar a certes persones que fan ús fraudulent dels seus fingerprints i som capaços d'obtenir una marca codificada i confabulada. Amb la premissa inicial de només culpar-ne a un quan la seva marca coincideixi amb la descodificada, sabem que les probabilitats de capturar als culpables reals és molt escassa. En canvi, la probabilitat d'assenyalar a un innocent és inversament proporcional al valor de  $M$ . Per exemple, si la nostra aplicació és utilitzada per 50.000 persones tal i com hem estimat anteriorment, i utilitzem marques de 16 bits, això en suposa un total de  $2^{16} = 65536$  marques diferents. D'aquestes més de 60.000 marques, 50.000 seran assignades a un usuari. Si suposem que només existeixen dos traïdors, les probabilitats de que la paraula descodificada coincideixi amb la d'un usuari innocent son altíssimes, encara que les prestacions dels codis LDPC fossin les millors imaginables.

Això no ens interessa i és un dels motius que ens porta a elevar el valor de  $M$ . En la mateixa situació anterior, si s'eleva el valor de  $M=128$  bits, la cardinalitat del codi fingerprinting ascendeix a més de  $3.402 \cdot 10^{38}$ , comportant una reducció dràstica de la probabilitat de falsos positius. És per això que durant el primer supòsit, els valors de  $M$  sempre variaran entre 16 i 512 bits, sempre en potències de 2. Cal recordar que aquest valor serà duplicat al fer la codificació.

#### 4.1.2.1 Primera simulació

Un cop decidits els valors de les variables que prendran part en la simulació, només queda llençar-la i treure conclusions dels resultats obtinguts. Executant la primera simulació, volem conèixer la probabilitat d'encert d'identificació d'algun dels traïdors mitjançant únicament la codificació de codis de baixa densitat amb diferents valors de  $M$ . Els resultats son els següents:

***SIMULACIÓ 1***  
***RESULTATS***

$M$	$p_{confab}$	BER
16	0.0001	0.5002
32	0	0.4995
64	0	0.5002
128	0	0.5000
256	0	0.5000
512	0	0.5000

Taula 4.1: Resultats de la primera simulació. Codificació LDPC. Diferents valors de  $M$ .

Observant els resultats veiem que tal i com havíem pronosticat, el valor de  $p_{confab}$  és pràcticament nul. Podem intuir que aquesta decreix a mida que el valor de  $M$  augmenta, tot i que els resultats no ens ho clarifiquen, almenys en aquesta simulació. Bàsicament son quatre els motius als quals atribuïm els resultats obtinguts en aquesta primera simulació:

- Mètode de confabulació utilitzat.
- Longitud de la variable  $M$ .
- Llindar establert en la consideració de culpables.
- Nombre d'iteracions.

El mètode de confabulació utilitzat al llarg de tot aquest primer supòsit és el d'esborrats. La marca de sortida proporciona el valor del bit d'entrada si tots les seves entrades son iguals. D'altra banda, si alguna de les entrades difereix de la resta, a la sortida s'hi situa un 0.5. Això suposa un verdader maldecap per al descodificador ja que al tenir el valor situat just enmig de la distribució entre 0 i 1, li és complicat decidir cap a quin costat s'ha de decantar. Si a això li sumem el fet que la probabilitat de tenir un esborrat quan confabulem les marques de únicament dos traïdors, és de 1/2 per bit confabulat, fa realment difícil la tasca del descodificador.

La longitud de la marca també juga un paper en contra. En els resultats de la simulació podem intuir com la probabilitat d'identificació de culpables decreix a mida que augmenta  $M$ . Per tant, és lògic pensar que la longitud de la marca també guarda una estreta relació amb els resultats a obtenir. Com hem comentat abans,  $p(\text{esborrat}) = 1/2$ , suposant que podem trobar un 0 o un 1 a cadascuna de les entrades del mòdul de confabulació amb igual probabilitat. Això ens assegura que en mitja, la meitat dels bits de la marca confabulada seran esborrats i que per tant, com més llarga sigui aquesta, amb més esborrats s'haurà d'enfrontar el descodificador en el pas següent.

No obstant, el factor més determinant és sens dubte el llindar que hem establert per tal de considerar que la marca descodificada es correspon amb la d'una dels dos culpables. El fet de només identificar a un usuari fraudulent



quan la seva marca coincideix en la seva totalitat amb la marca descodificada evita que puguem culpar a un usuari innocent. Clar que això després comporta una mínima opció d'enxampar els traïdors, és a dir, els podem inculpar poques vegades però quan ho fem, n'estem realment segurs.

Tot i que no quedi reflexat en els resultats, creiem que el nombre d'iteracions que realitza en cada repetició el descodificador és un factor important en la consecució de bons resultats. Com s'ha comentat amb anterioritat, aquest està fixat en 50 iteracions per descodificació. Una suma excessiva per a paraules de 32 bits, però realment escassa per a les de 1024 bits. Al tenir la intenció de treballar amb paraules de longitud fixa en el segon supòsit del projecte, més endavant es dedicarà una simulació exclusivament per a trobar el nombre d'iteracions òptim per a aquesta longitud. De moment però, mantindrem constant el valor de 50 iteracions per descodificació.

Igualment aquests resultats poc esperançadors no preocupen en excés, perquè l'objectiu principal d'aquest primer supòsit és trobar el marc òptim de treball per tal d'obtenir els resultats satisfactoris en el segon cas d'estudi del projecte. Així doncs, tant el mètode de confabulació com el nombre d'iteracions i el llinar seguiran invariables durant el primer supòsit. De cara a més endavant s'esperen diverses millores que seran comentades en el seu apartat corresponent.

Cal fer menció especial de la BER, invariable al llarg de tot l'experiment. La taxa d'error de bit no depèn de  $M$  i és manté al voltant de  $1/2$ . Això suposa que en mitja, del total de la paraula descodificada la meitat dels bits no es corresponen amb els dels culpables. Per tant, sembla evident pensar que rebaixar aquest valor és clau per tal de millorar les prestacions de la probabilitat d'identificació d'usuaris fraudulents. Al no dependre de  $M$ , les millores a introduir hauran d'anar enfocades cap al descodificador o el mòdul de confabulació.

#### 4.1.2.2 Segona simulació

Aquest projecte està enfocat des d'un inici a treballar amb els codis de baixa densitat per treure'n el màxim rendiment. No obstant, és interessant saber com es comporten els LDPC tant quan treballen en solitari com quan son concatenats amb altres codis correctors d'errors com son els coneguts BCH.

El plantejament de concatenació de codis BCH i LDPC suposa alguns canvis importants. El primer d'ells i el més significatiu el trobem en l'esquema bàsic de treball. A diferència d'abans, cal afegir noves passes degut a l'entrada dels codis BCH, quedant la crida al codi de la següent forma:

1. Creació de la matriu de paritat  $H$ .
2. Reordenació de la matriu de paritat  $H$ , creant la nova matriu  $newH$ .
3. Creació de dues marques aleatòries no iguals que identifiquen els dos traïdors.
4. Codificació de les dues marques utilitzant codis BCH.

5. Codificació LDPC de les marques codificades.
6. Confabulació de les paraules resultants per a obtenir la marca nova que serà 'enviada' pel canal.
7. Recepció i descodificació LDPC de la paraula rebuda.
8. Descodificació BCH, i així obtenir la marca final.
9. Comparació amb cadascuna de les marques inicials, indicant probabilitat d'encert i BER.

El número de variables a tractar en aquesta segona simulació també canvia respecte la primera. Amb la inclusió dels codis BCH, cal afegir a la llista la variable  $K$ . Tal i com succeeix amb els codis LDPC, els codis BCH també disposen d'una ràtio de codificació. En el cas dels LDPC, la fèiem constant amb valor  $M/N = 1/2$ . No obstant, en els BCH aquesta relació  $K/M$  anirà variant segons els nostres interessos.

L'ordre de codificació escollit, on que els codis BCH intervenen en primer lloc, comporta que la longitud de les marques passa a ser de  $K$  bits. Al ser codificades se li afegeixen  $M-K$  bits de redundància, sumant un total de  $M$  bits a l'entrada del codificador LDPC tal i com havíem presentat en la simulació anterior.

Així doncs, en aquesta segona simulació tant el valor de  $K$  com la ràtio  $K/M$ , en seran les variables principals. És lògic pensar que com més petit sigui el valor de  $K/M$ , més redundància obtindrà la codificació BCH i per tant, més errors deguts a la confabulació serà capaç de corregir en la descodificació. Fet que comporta una important millora en les prestacions.

Hom podria pensar que si les prestacions milloren a mida que  $K/M$  disminueix, fer constant a  $K/M$  adjudicant-li el seu valor mínim seria la millor opció. El que també cal saber és que a mida que decreix  $K/M$ ,  $M$  augmenta i òbviamment  $N$  també. No ens interessa tenir valors de  $M$  i  $N$  elevats perquè suposa un cost computacional molt gran. Això suposa un interessant compromís a l'hora d'escollir els valors de  $K$  i  $M$ .

Per seguir fidel a l'esquema bàsic de l'aplicació es vol mantenir el rang de valors de les marques, compreses entre 16 i 512 bits, i que ara es corresponen amb el valor de  $K$ . Una altra qüestió que cal tenir en compte son les restriccions del codificador BCH, que no ens permet escollir qualsevol parella de valors per a  $K$  i  $M$ . Tenint en ment aquestes consideracions, s'ha dut a terme l'experiment amb diferents valors de  $K$  i  $M$  que han donat els següents resultats:

***SIMULACIÓ 2***  
***RESULTATS***

$K$	$M$	$p_{confab}$	BER
16	31	0	0.4997
16	63	0	0.5003
15	127	0.0003	0.5004
36	63	0	0.5012
36	127	0	0.5001
37	255	0	0.4988
64	127	0	0.5003
63	255	0	0.4987
67	511	0	0.4995
131	255	0	0.5005
130	511	0	0.4999
259	511	0	0.5003

Taula 4.2: Resultats de la segona simulació. Codificació LDPC i BCH. Diferents valors de  $M$  i  $K$ .

Els resultats d'aquesta segona simulació ofereixen una probabilitat d'identificació d'algun dels culpables també escassa. És poc més elevada que en la primera simulació, però que no compensa ni de bon tros el cost computacional addicional que s'ha invertit. Tot i que no esperàvem aquests pobres des d'un inici, atribuïm les poques millores a dues raons:

- La concatenació de dos codis correctors d'errors, obtenint millors resultats pagant un preu en forma de temps de còmput.
- El nombre de bits de redundància és més elevat, de  $M$  bits hem augmentat a  $2M - K$ .

Tal i com està organitzat l'esquema, el primer descodificador que utilitzem és el de codis LDPC. És el que fa front en primera instància a la paraula confabulada. De la seva capacitat correctora en depèn l'èxit o no de la repetició corresponent ja que, la paraula que descodifica és enviada directament a l'entrada del descodificador BCH, del qual coneixem perfectament les prestacions que pot arribar a oferir.

Donat una parella de valors  $K$  i  $M$  concreta, sabem quants errors es capaç de corregir aquell codi BCH. Si el nombre d'errors existents supera aquest llindar, el descodificador BCH no serà capaç de desxifrar la paraula original amb total garantia d'encert. Per tant, com només tenim èxit en trobar el culpable si descodifiquem la marca i aquesta coincideix amb una de la dels dos traïdors, la clau de l'èxit resideix en el nombre d'errors que sigui capaç de resoldre el descodificador LDPC de la paraula confabulada.

Per a cada parella de valors  $K$  i  $M$  que s'han utilitzat en aquesta simulació adjuntem una taula indicant la capacitat correctora  $C$  del descodificador BCH i la relació  $C/M$  mostrada en percentatge:

***SIMULACIÓ 2***  
***Capacitat correctora***

<i>K</i>	<i>M</i>	<i>C</i>	<i>C/M</i>
16	31	3	9.68
16	63	11	17.46
15	127	27	21.26
36	63	5	7.94
36	127	15	11.81
37	255	45	17.65
64	127	10	7.87
63	255	30	11.76
67	511	87	17.02
131	255	18	7.06
130	511	55	10.76
259	511	30	5.87

Taula 4.3: Capacitat correctora dels codis BCH.

Dels  $M$  bits que rep el descodificador BCH, ell és capaç de corregir-ne amb total seguretat un total de  $C$ . És a dir, si la paraula que rep conté més de  $C$  errors, no es pot assegurar que la paraula descodificada sigui exactament igual que l'enviada. Però si la paraula que rep conté menys de  $C + 1$  errors, segur que serem capaços d'identificar un dels dos culpables.

Com es pot observar, en la taula anterior es mostra la relació  $C/M$  de cada experiment realitzat. Com més petita és la relació  $K/M$ , més gran és la redundància i la capacitat correctora  $C$ . La ràtio  $C/M$  no deixa de ser un indicador de quin serà el millor descodificador sinó es té en compte la longitud  $M$ . Amb els valors que s'han escollit de  $K$  i  $M$ , un s'inclinaria cap al tercer descodificador si volgués el millor. Ara bé, aquest descodificador treballa només amb marques de 16 bits a les quals se li afegeix després una redundància set vegades major.

No és d'extranyar que hagi estat el que millors resultats hagi donat en la segona simulació, de fet ha estat l'únic capaç d'identificar a culpables. Un total de 3 entre les 10.000 repeticions realitzades. No obstant, el seu valor de  $K$  és massa baix per als nostres interessos i s'han de seguir buscant solucions per a l'obtenció de millors resultats.

### 4.1.3 Segon cas d'estudi

Un dels principals problemes que ens havíem trobat en el primer cas d'estudi era la dificultat amb la que es trobava el nostre descodificador LDPC a l'hora d'afrontar els esborrats que creava el mòdul de confabulació. Un valor situat just enmig de la distribució uniforme  $U(0,1)$ , que no permet al descodificador decidir-se amb comoditat cap a quin costat ha de decantar-se.

Doncs bé, la proposta de millora per aquest segon cas d'estudi suposa oferir una petita ajuda al descodificador en aquest tipus de situacions. La intenció és fer decantar una mica la balança per a que el descodificador comenci a treballar més còmodament.

A continuació es mostra el pseudocodi que s'utilitzava en el mòdul de confabulació de la primera simulació:

- Mentre encara no he acabat de confabular la paraula
  - si  $\text{BitEntrada1} = \text{BitEntrada2}$ 
    - \*  $\text{Sortida} = \text{BitEntrada1}$
  - altrament
    - \*  $\text{Sortida} = 0.5$
- Fi

La millora que proposem s'estableix quan les entrades difereixen, de la següent manera:

- Mentre encara no he acabat de confabular la paraula
  - si  $\text{BitEntrada1} = \text{BitEntrada2}$ 
    - \*  $\text{Sortida} = \text{BitEntrada1}$
  - altrament
    - \*  $\text{Sortida} = 0.5 + \text{RandomNum}$
- Fi

El que estem provocant amb aquest canvi és evitar que a la sortida del mòdul confabulador hi apareguin valors de 0.5. Si a la variable *Sortida* hi afegim un número aleatori, que a partir d'ara anomenarem *Y*, estarem decantant aquell bit cap a un dels dos costats de la distribució uniforme  $U(0,1)$ . Lògicament s'ha d'anar amb cura amb el rang de valors que pot prendre *Y*. En cap cas, *Y* pot ésser igual o més gran que 0.5 ja que estariem introduint un 0 o 1 a la sortida del mòdul de confabulació en un bit al qual li correspon un esborrat. El valor de *Y* ha de ser el suficientment petit com per no desviar-se massa del centre de la distribució i el suficientment gran per ser capaç de fer decantar cap a un costat o un altre al descodificador. El rang de valors que prendrà *Y* per a aquest segon cas d'estudi, estarà situat entre +0.001 i -0.001.

Aquesta modificació també té la seva contrapartida. Al cap i a la fi no es deixa de sumar un número aleatori, decantant la balança cap un dels costats. Però com podem saber que el costat per el qual s'està forçant el desviament és el correcte? De fet, ens és impossible saber-ne el costat adequat però, la idea principal d'aquesta modificació resideix en que els esborrats els quals es decanten cap al costat correcte, ajudin mitjançant les diferents restriccions de paritat de la matriu *H* i el descodificador LDPC, a desxifrar correctament els que no s'hi havia encertat el seu costat de la distribució.

#### 4.1.3.1 Tercera simulació

Com volem comparar les millores obtingudes amb aquesta modificació respecte la primera simulació, en aquesta tercera utilitzarem els mateixos valors de  $M$ , seguint amb la tècnica de llençar en cada experiment fins a un total de 10.000 repeticions. A continuació s'adjunta la taula de resultats:

#### ***SIMULACIÓ 3*** ***RESULTATS***

$M$	$p_{confab}$	BER
16	0.3054	0.2503
32	0.0695	0.2498
64	0.0036	0.2494
128	0	0.2504
256	0	0.2496
512	0	0.2505

Taula 4.4: Resultats de la tercera simulació. Codificació LDPC. Diferents valors de  $M$ . Inclusió de la variable  $Y$ .

Sorprèn la gran diferència de prestacions obtingudes entre sengles simulacions, només separades per la inclusió d'una variable  $Y$  en el mòdul de confabulació. El fet de decantar una mica l'entrada del descodificador, ha provocat un efecte més que positiu en els resultats que porta a treure les següents conclusions:

- La probabilitat d'identificar algun dels usuaris fraudulents és inversament proporcional a la longitud de la marca  $M$ .
- Aconseguir rebaixar la BER és un factor clau per l'obtenció de bons resultats en aquest tipus de simulació.
- El mètode de confabulació d'esborrats no respon a bon nivell, tot i ser l'únic implementable en un context de dos únics traïdors.

Aquesta tercera simulació permet corroborar la hipòtesi realitzada des d'un inici en la que es creia que  $M$  era inversament proporcional a la possibilitat d'enxampar algun dels culpables. La primera simulació donava una probabilitat nul·la per a gairebé tots els valors de  $M$ , i no permetia confirmar aquesta tendència. No obstant, els resultats obtinguts en aquesta darrera simulació confirmen que com amb més esborrats s'hagi de barallar el descodificador, pitjors prestacions oferirà per als nostres interessos.

La BER en aquesta ocasió ha estat rebaixada fins a meitat, és a dir que en mitja, la paraula codificada difereix de cadascuna de les marques dels traïdors en el quart cas d'estudi de la seva longitud. Òbviament un 75% de bits correctes resta molt lluny encara del 100% que demanem, però suposa una millora més que considerable.

Per últim, passades aquestes tres primeres simulacions ens plantegem la possibilitat d'utilitzar nous mètodes de confabulació de cara al segon supòsit

del projecte. No obstant, aquest primer cas d'estudi on el número de traïdors és igual a 2 i on les seves marques son totalment aleatòries i independents una de l'altra, no dona lloc a implementar altres mètodes de confabulació.

#### 4.1.3.2 Quarta simulació

Els bons resultats obtinguts en la simulació anterior inviten a comprovar si també continua aquesta tendència de millora quan es concatenen els codis LDPC amb els BCH. De no ser així, es podria descartar gairebé de forma definitiva l'opció de la concatenació amb BCH, degut al major cost de còmput que comporta. Ara bé, en el cas d'obtenir bons registres caldria comparar-los amb els de la tercera simulació, i decidir quin camí ens comporta millors resultats: els codis de baixa densitat sols o concatenats amb els BCH. A continuació s'adjunta la taula de resultats:

### SIMULACIÓ 4 RESULTATS

$K$	$M$	$C$	$C/M(\%)$	$p_{confab}$	BER
16	31	3	9.68	0.2811	0.2554
16	63	11	17.46	0.4009	0.2509
15	127	27	21.26	0.5225	0.2505
36	63	5	7.94	0.0520	0.2503
36	127	15	11.81	0.0199	0.2492
37	255	45	17.65	0.0528	0.2505
64	127	10	7.87	0.0038	0.2498
63	255	30	11.76	0.0002	0.2495
67	511	87	17.02	0.0008	0.2499
131	255	18	7.06	0	0.2502
130	511	55	10.76	0	0.2498
259	511	30	5.87	0	0.2503

Taula 4.5: Resultats de la quarta simulació. Codificació LDPC i BCH. Diferents valors de  $M$  i  $K$ . Inclusió de la variable  $Y$ .

Si observem detalladament els resultats, podem realitzar les següents afirmacions:

- Es confirma que la inclusió de la variable  $Y$  en el mòdul de confabulació suposa també una més que notable millora, quan concatenem els codis LDPC i els BCH.
- Només obtenim millors resultats comparant amb els de la tercera simulació, quan la longitud de la marca és de 16 bits, sense tenir en compte la redundància.
- A diferència del que podria sembla evident, s'obtenen mals resultats quan la redundància val aproximadament  $7 \cdot K$ , amb el cas de  $K=16$  bits com a única excepció.

- La BER es veu també rebaixada fins a la meitat en aquest cas, degut a l'efecte de la variable  $Y$ .

Tot i obtenir millor probabilitat d'identificació de culpables en certs casos, el cert és que aquesta taula de resultats ens mou cap a la conclusió de que la concatenació de codis LDPC i BCH no suposa un pas endavant. El preu que s'ha de pagar en forma de temps de còmput i memòria, no fan rentables l'escassa millora de prestacions. Així doncs, tot i que els tindrem en compte en el pròxim cas d'estudi, aquesta serà l'última on apareixerà la concatenació de codis LDPC i BCH.

#### 4.1.4 Tercer cas d'estudi

En el capítol 2, dedicat exclusivament als codis LDPC, s'explicava el concepte de probabilitat apriori. Per al tercer cas d'estudi ens marquem l'objectiu d'introduir tal concepte per a intentar millorar les prestacions del descodificador.

Igual que en molts altres descodificadors, el de LDPC és capaç d'oferir sortides hard i soft. En la soft, el descodificador ofereix un vector de longitud igual que el de l'entrada, que ens indica la certesa de descodificació o de cada bit en el conjunt de la paraula. Com més segur estigui el descodificador del valor que ha de prendre un bit, més gran serà el mòdul del seu valor a la sortida. És a dir, si el descodificador està molt segur de que el bit  $i$ -èssim descodificat és un 1, el valor  $i$ -èssim del vector de sortida seria de mòdul molt elevat però de signe contrari. En canvi, si el descodificador està molt segur que el bit  $i$ -èssim és un 0, el mòdul podries ser el mateix però amb signe positiu. Per contra, com més dubitatiu estigui el descodificador sobre el valor d'un bit, més pròxim a 0 serà el valor d'aquell element en la sortida. Lògicament amb aquest tipus de descodificació, no és el mateix obtenir a la sortida un element amb un pes de 2 que amb un pes de 150, ja que en el segon cas la certesa del valor del bit serà major.

En la sortida hard, s'incorpora al final de la descodificació un mòdul decisor amb un llindar, que estableix un 1 al bit  $i$ -èssim de la sortida si el l'element  $i$ -èssim del vector soft és menor que 0, o un bit a 0 en cas contrari. En aquest tipus de descodificació no s'és capaç de diferenciar de quins bits s'està realment segurs del seu valor.

El descodificador abans de començar a iterar crea el vector de probabilitat apriori basant-se en la paraula que ha de descodificar. Aquest vector pren la mateixa forma que el de la sortida d'un descodificador soft, però adjudicant d'inici un valor fix tant per als 0 com per als 1. De fet, per a ser més concrets, el valor que prenen en les simulacions anteriors els elements d'aquest vector que a partir d'ara anomenarem  $LC_i$ , eren:

$$f(n) = \begin{cases} -4, & \text{si } confabulacio(k) = 1 \\ +4, & \text{si } confabulacio(k) = 0 \end{cases}$$

que venien assignats per la fórmula:

$$LC_i(k) = -4 \cdot (2 \cdot confabulacio(k) - 1)$$



$LC_i$  es correspon amb el vector de probabilitats apriori que el descodificador inicialitza abans de començar amb la primera iteració.

És interessant remarcar el que s'havia comentat a l'inici de la tercera simulació. Imaginem que el mòdul de confabulació avalua les dues marques en un bit concret i aquestes difereixen. La sortida seria lògicament un esborrat. En les dues primeres simulacions, el valor d'aquest bit confabulat hagués estat de 0.5, comportant:

$$LC_i(k) = -4 \cdot (2 \cdot 0.5 - 1) = 0$$

En les dues següents, el valor hagués estat de  $0.5 + Y$ , i llavors:

$$LC_i(k) = -4 \cdot (2 \cdot (0.5 + Y) - 1) = -4 \cdot (1 + (2 \cdot Y) - 1) = -4 \cdot (2 \cdot Y) = -8 \cdot Y$$

Aquest  $-8 \cdot Y$ , amb  $Y \in [+0.001, -0.001]$ , que pren inicialment com a valor  $LC_i(k)$  quan l'entrada es correspon amb un esborrat, és el que fa decantar el descodificador cap a un costat de la balança i que tants bons resultats ens ha ofert en les dues últimes simulacions comparat amb les dues primeres. Si s'observa els valors que pot prendre  $LC_i$  quan tenim un esborrat a l'entrada estan compresos entre  $+0.008$  i  $-0.008$ , diverses magnituds per sota del valor que pren quan confabulació val 0 o 1.

L'objectiu d'aquest primer cas d'estudi és poder descodificar correctament la marca confabulada i que aquesta coincideixi amb un dels identificadors del forants de la coalició. Es vol seguir augmentant encara més, aquesta probabilitat d'identificació. La proposta de millora per aquestes dues següents simulacions es basa en la modificació del vector de probabilitats apriori.

A l'entrada del mòdul de confabulació s'hi troben els dos identificadors generats aleatòriament que es comparen per a generar-ne un de nou de la mateixa longitud. El mòdul de confabulació actual compara dues paraules bit a bit, i en genera una de nova de la mateixa longitud que depèn únicament de l'entrada. Si els dos bits entrants son diferents, col·loca a la sortida un esborrat més un valor aleatori  $Y$ . Ara bé, si els dos bits tenen el mateix valor, aquest és el que se li adjudica al bit de sortida corresponent.

Interessa que la paraula descodificada coincideixi amb algun dels identificadors inicials, per tant, és vital poder donar una elevada importància als bits on aquests dos coincideixen. Així se li fa saber al descodificador que aquells son bits segurs, i que la seva feina principal és desemmascarar els esborrats, mitjançant les restriccions de paritat.

El vector de probabilitats apriori  $LC_i$ , li indica al descodificador només començar com de segur està del valor d'un bit en concret. Per tant, sembla evident que quan el mòdul de confabulació comprovi que  $bit_1 = bit_2$ , interessa que el mòdul de  $LC_i(k)$  sigui molt elevat. No obstant, no es vol potenciar en cap cas els esborrats, i d'aquesta manera se'ls manté propers al centre de la

distribució uniforme  $U(0,1)$ .

a partir d'ara cap endavant es generarà una nova variable  $N_0$  de la mateixa longitud que les marques i  $LC_i$ .  $N_0(k)$  indicarà el factor per el qual haurem de multiplicar  $LC_i(k)$  per obtenir una nova i millor probabilitat a priori. Es defineix el nou valor de  $LC_i$  com:

$$LC_i(k) = -4 \cdot \frac{2 \cdot \text{confabulacio}(k) - 1}{N_0(k)}$$

Per tant, segons la definició anterior,  $N_0(k)$  prendrà valors força inferiors a 1 quan les marques dels traïdors coincideixin i d'altra banda canvi prendrà valors molt pròxims a 1 per no afectar al esborrat.

La variable  $N_0$  és exclusiva del descodificador i ha de ser creada i inicialitzada just abans de generar les probabilitats a priori. Sembla lògic pensar que el descodificador no pot saber pas la variable  $N_0$  abans de rebre la paraula confabulada. No obstant, per una qüestió d'optimització del codi aquest vector és generat en el mòdul de confabulació. En aquest cas, no afecta als resultats del experiments pels següents motius:

- S'utilitza el mètode de confabulació d'esborrats per tant, només podem tenir tres valors possibles (0, 1 o aproximadament 0.5) en la paraula confabulada i tots ells, clarament diferenciables per el descodificador.
- El canal utilitzat no afegeix cap tipus de soroll. A efectes pràctics, la sortida del mòdul de confabulació està directament connectada a l'entrada del descodificador.

Resta per decidir quin rang de valors ha de poder prendre  $N_0$ . Definim cada element de  $N_0$  com:

$$N_0(k) = \begin{cases} \frac{1}{e^{\frac{\sigma_H \cdot \log 10}{10}}} & \text{si } bit1 = bit2 \\ \frac{1}{e^{\frac{\sigma_H \cdot \log 10}{10}} + Z} & \text{si } bit1 \neq bit2 \end{cases}$$

Diferenciem dos casos segons si els bits dels watermarks dels usuaris fraudulents prenen el mateix valor o no:

- En el primer cas, com ja hem comentat abans, el valor de  $\sigma_H$  ha de ser major que 0 per tal de potenciar el valor de  $LC_i(k)$ .
- En el segon cas, seguint amb la filosofia de les dues últimes simulacions, afegim una nova variable  $Z$  per aleatoritzar el valor de  $N_0(k)$ .  $Z$  és un escalar aleatori extret d'una distribució normal  $N(0,1)$  amb mitja  $\mu=0$  i desviació típica  $\sigma=1$ . De totes formes, tot i la inclusió de  $Z$ , el rang de valors de  $LC_i$  en el cas que tinguem un esborrat seguirà essent mínim, lluny dels valors 0 i 1.

Les variables  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$  s'expressen en dB i son inversament proporcionals al valor de  $N_0(k)$ . A continuació s'adjunten les taules que mostren els valors que

prenen  $N_0(k)$  i el mòdul de  $LC_i(k)$  en funció de  $\sigma_H$ ,  $\sigma_L$  i  $Z$ . Al ser  $Z$  un escalar aleatori, cal tenir present el valor màxim i mínim que pot prendre. Tractant-se d'una distribució normal, com la figura que s'adjunta a continuació:

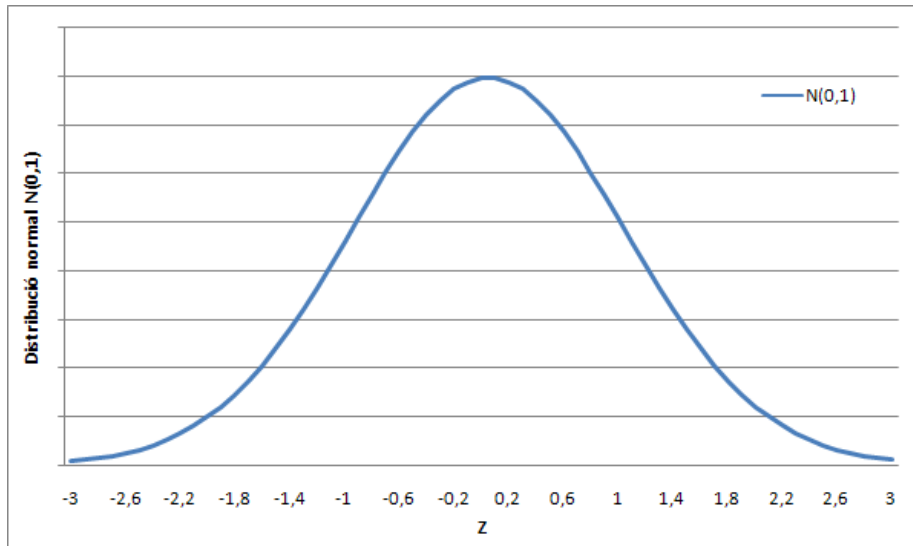


Figura 4.2: Distribució normal  $N(0,1)$

sabem que en l'interval  $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$  es troba compresa aproximadament, el 99.74% de la distribució. Com  $\mu=0$  i  $\sigma=1$ , considerarem  $Z_{min}=-3$  i  $Z_{max}=3$  a l'hora de calcular els valors de  $N_{0,Z=+3}(k)$  i  $N_{0,Z=-3}(k)$  quan es genera la segona de les taules.

**Valors de  $N_0(k)$  i  $|LC_i(k)|$** 

$\sigma_H$	$N_0(k)$	$ LC_i(k) $
0	1	4
1	0.7943	5.0357
5	0.3162	12.6491
10	0.1	40
15	0.0316	126.5823
20	0.01	400
25	0.0032	1250

Taula 4.6: Valors de  $N_0(k)$  i  $|LC_i(k)|$  en funció de  $\sigma_H$ **Valors de  $N_0(k)$  i  $|LC_i(k)|$** 

$\sigma_H$	$N_{0,Z=-3}(k)$	$N_{0,Z=+3}(k)$	$ LC_{iZ=-3}(k) $	$ LC_{iZ=+3}(k) $
0	-0,5	0,2499	0,016	0,032
1	-0,5743	0,2348	0,0139	0,0341
5	6,1622	0,1622	0,0013	0,0492
10	0,1428	0,0769	0,0560	0,104
15	0,0349	0,0288	0,2289	0,2769
20	0,0103	0,0097	0,776	0,824
25	0,0032	0,0032	2,5058	2,5538

Taula 4.7: Valors de  $N_0(k)$  i  $|LC_i(k)|$  en funció de  $\sigma_H$  i  $Z$

El següent gràfic mostra l'evolució de  $LC_i$  en funció de  $Z$  i per a diferents  $\sigma_L$ :

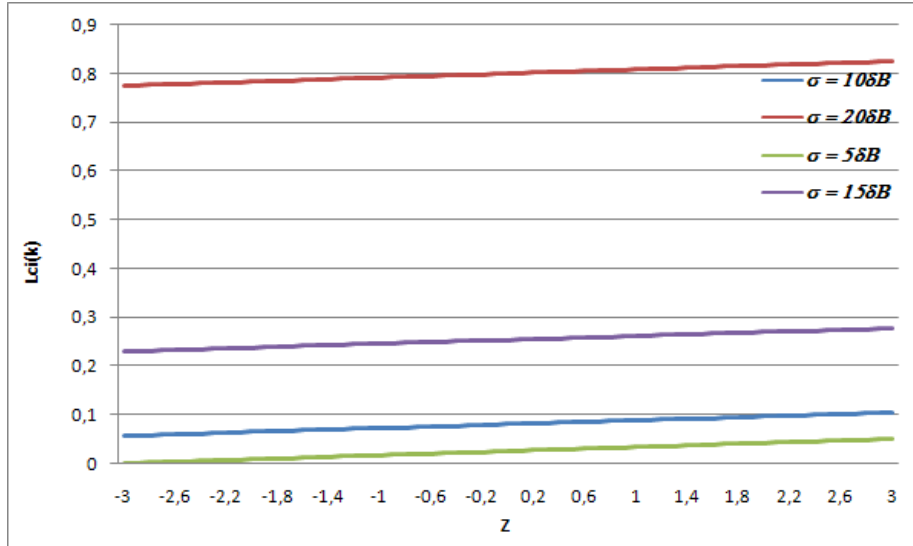


Figura 4.3:  $LC_i$  en funció de  $Z$  i  $\sigma_L$

La figura mostra com  $LC_i$  i  $\sigma_L$  son directament proporcionals. Hi ha un valor de  $\sigma_L$  que ocasiona problemes i no resulta convenient utilitzar-lo. Es tracta de  $\sigma_L=0$  dB, el qual en la fórmula del càlcul de  $N_0(k)$  fa desaparèixer l'exponencial, fent que  $N_0(k)$  acabi depenent únicament de  $Z$ . Aquest és un fet perillós ja que  $Z$  és un escalar aleatori escollit segons una distribució  $N(0,1)$  i per tant,  $Z = 0$  és una opció probable. Si  $Z$  pren aquest valor, es produeix una divisió per zero que afectarà considerablement el funcionament de l'experiment.

En referència a les taules anteriors, les diferències entre els valors de  $LC_i$  quan es tracta de bits coneguts o d'esborrats és considerable. Això ja és el que interessa, no es vol confondre al descodificador amb esborrats molt decantats cap a un dels dos costats.

La potenciació del vector  $LC_i$  en els bits coneguts enfront els esborrats és l'únic tret que diferenciarà la cinquena i sisena simulació de les anteriors. D'aquesta manera serà fàcil poder treure conclusions sobre les prestacions que ofereix aquesta modificació.

Com no existeix un valor únic de  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$  s'opta per triar un valor mitjà ( $\sigma_H=10$  dB,  $\sigma_L=10$  dB) per realitzar aquestes dues simulacions. Si els resultats son positius es durà a terme una simulació dedicada exclusivament a trobar els valors òptims de  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$ .

#### 4.1.4.1 Cinquena simulació

En aquesta cinquena simulació s'afegeix una nova columna que mostra el percentatge de millora que s'obté amb l'utilització del vector  $N_0$ , facilitant la comparació respecte la simulació anterior. S'ha esperat fins a aquest punt degut als mals resultats obtinguts en el primer cas d'estudi, que feien totalment inútil la inclusió de dita informació fins aquest punt. A continuació s'adjunta la taula de resultats corresponent:

### ***SIMULACIÓ 5*** ***RESULTATS***

$M$	$p_{confab}$	Millora(%)	BER
16	0.3621	+18.56	0.2503
32	0.1124	+61.73	0.2498
64	0.0181	+402.78	0.2494
128	0.0015	-	0.2504
256	0.0001	-	0.2496
512	0	-	0.2505

Taula 4.8: Resultats de la cinquena simulació. Codificació LDPC. Diferents valors de  $M$ . Inclusió de les variables  $Y$  i  $N_0$ .

El primer que sorprèn al avaluar els resultats és el fet d'haver augmentat en dos, els nivells en els que s'arriben a detectar usuaris fraudulents. Si en la primera simulació es parlava gairebé de fracàs amb tan sols identificant traïdors per a valors de  $M=16$  bits, la situació canviava radicalment amb la inclusió de la variable  $Y$  que ho augmentava fins a  $M=64$  bits. No només s'ha arribat fins a aquest punt, sinó que el vector  $N_0$  que potencia els valors de  $LC_i$  fa pujar dos graons més les prestacions del sistema arribant a poder tractar amb marques de 256 bits, que un cop confabulades sumen una longitud de 512.

Tot i només poder fer comparacions en els tres primers casos, és fàcilment constatable que l'efecte positiu que exerceix el vector  $N_0$  sobre l'experiment és major com més elevat és el valor de  $M$ , arribant a quintuplicar el seu valor anterior per al cas de 64 bits. Ara que es disposa de resultats favorables per a  $M=128$  bits, s'obre l'opció de realitzar el segon supòsit del projecte amb aquesta longitud de marca. Tal i com s'havia comentat en el primer cas d'estudi, si volem disminuir la probabilitat de falsos positius és interessant mantenir una notable longitud de marca i que la relació  $\frac{\#usuaris}{2^M}$  sigui el més baixa possible, intentant perjudicar el mínim les prestacions del sistema.

Cal destacar que tot i augmentar la probabilitat de que la paraula descodificada no guardi cap error respecte alguna de les marques inicials, la BER o probabilitat d'error de bit respecte aquestes dues marques segueix invariable al voltant de  $BER=\frac{1}{4}$ .

Fins ara, hem estat utilitzant el mètode de confabulació d'esborrats, assignant un valor de  $0.5 + Y$  amb  $Y \in [-0.001, +0.001]$ . Quin seria el resultat si

$Y$  enloc de decantar mínimament la “balança”, forci per complet el valor d’un bit? Sabem que el descodificador aprofita aquestes petites variacions per a corregir els bits incorrectes, però succeirà el mateix si redefinim  $Y$  com  $Y = \pm 0.5$ , escollint el signe amb equiprobabilitat? En tal cas, hi hauran bits que seran encertats per complets tot i que hagi estat a l’atzar. Els altres però, hauran de ser reconduïts amb una distància molt major.

Si simulem aquesta variant del mètode de confabulació d’esborrats on  $Y = \pm 0.5$ , el descodificador ens ofereix els següents resultats:

***SIMULACIÓ 5A***  
***RESULTATS***

$M$	$p_{confab}$	BER
16	0.0513	0.2912
32	0.002	0.2917
64	0	0.2909
128	0	0.2916
256	0	0.2907
512	0	0.2921

Taula 4.9: Resultats de la cinquena simulació. Codificació LDPC. Diferents valors de  $M$ . Inclusió de les variables  $Y$  i  $N_0$ . Redefinició de la variable  $Y$ .

Els resultats obtinguts son realment dolents si es té en compte l’utilització de  $Y$  i sobretot de  $N_0$ . El mètode d’esborrats amb  $Y = \pm 0.5$ , no ha permès ni identificar ni un sol confabulador amb una trama identificadora de 64 bits en un total de 10.000 intents. La BER també s’ha vist augmentada per aquesta modificació, al voltant d’un 20%.

Per una banda, aquests mals resultats confirmen que el camí pres fins al moment ha estat el correcte però per contra, posa de manifest la fragilitat del sistema. És a dir, que si les condicions que es donen no son les correctes, les prestacions es veuen durament ressentides.

#### 4.1.4.2 Sisena simulació

Tot i haver descartat la concatenació amb codis BCH en el segon cas d’estudi de forma gairebé definitiva, sembla lògic realitzar la següent simulació per a reafirmar les bones expectatives que ha generat la inclusió de la variable  $N_0$ . Al igual que en la taula de resultats anterior, es mostra una columna indicativa de la millora que suposa la inclusió o no de la potenciació del vector  $LC_i$  mitjançant l’ús de  $N_0$ . A continuació s’adjunta la taula de resultats:

***SIMULACIÓ 6***  
***RESULTATS***

$K$	$M$	$C/M(\%)$	$p_{confab}$	Millora(%)	BER
16	31	9.68	0.3134	+11.49	0.2554
16	63	17.46	0.4377	+9.18	0.2509
15	127	21.26	0.5488	+4.79	0.2505
36	63	7.94	0.0738	+41.92	0.2503
36	127	11.81	0.0303	+52.26	0.2492
37	255	17.65	0.0682	+29.17	0.2505
64	127	7.87	0.0072	+89.47	0.2498
63	255	11.76	0.0006	+200	0.2495
67	511	17.02	0.0027	+237.5	0.2499
131	255	7.06	0	-	0.2502
130	511	10.76	0	-	0.2498
259	511	5.87	0	-	0.2503

Taula 4.10: Resultats de la sisena simulació. Codificació LDPC i BCH. Diferents valors de  $M$  i  $K$ . Inclusió de les variables  $Y$  i  $N_0$ .

Tal i com es conclouïa en la cinquena simulació, l'efectivitat de la variable  $N_0$  augmenta a mida que la longitud de les marques úniques creixen. Notar que en aquest cas, dita longitud es defineix en la variable  $K$ . No obstant augmentar  $M$ , la redundància del codi BCH, mantenint constant el valor de  $K$  no és una aposta segura per a la millora de prestacions del sistema. El comportament irregular d'aquest quan  $\frac{K}{M} = \frac{1}{4}$ , trenca amb l'hipòtesi que assenyala que com més redundància s'introdueix, més errors és capaç de corregir el sistema, i en el nostre cas particular, més usuaris fraudulents es podrien identificar.

A diferència del cas anterior, amb els BCH no s'ha estat capaç d'assenyalar cap usuari fraudulent per  $K \leq 128$  bits. Els resultats no son en cap cas, millors que els obtinguts quan s'utilitzen únicament els codis LDPC. Es confirma doncs, que no és rentable concatenar codis LDPC amb codis BCH tot i la proposta inicial que així ho creia. Es per això, que a partir d'ara i ja fins al final del projecte es treballarà únicament amb codificació LDPC, sense tenir en compte la concatenació amb altres codis.

#### 4.1.5 Quart cas d'estudi

Els tres primers casos d'estudis s'han focalitzat a realitzar canvis en l'algoritme per tal d'aconseguir millors resultats en les diferents variables que s'analitzen, com ara la probabilitat d'identificació de traïdors o la de falsos positius. No únicament s'han inclòs variables noves com ara  $Y, Z, \sigma_H, \sigma_L, \dots$  sinó que també s'han realitzat canvis en el mòdul de confabulació. Tot això intentant no sortir-se del guió establert en l'inici del projecte quan es marcava l'esquema bàsic.

Tot i que l'esquelet es manté, en la següent llista es mostren els petits canvis



introduïts en cadascun dels casos d'estudi del primer supòsit:

1. Creació de la matriu de paritat  $H$ .
2. Reordenació de la matriu de paritat  $H$ , creant la nova matriu  $newH$ .
3. Generació de dos identificadors únics corresponents als dos formants de la coalició.
4. Codificació dels identificadors
5. Confabulació de les paraules resultants per a obtenir una nova paraula que serà transmesa pel canal.
  - *Segon cas d'estudi (Simulacions 3 i 4)*: Modificació en el valor de sortida de esborrats.

$$sortida(k) = 0.5 + Y \text{ amb } Y \in [-0.001, +0.001]$$

- *Tercer cas d'estudi (Simulacions 5 i 6)*: Creació del vector  $N_0$ , a partir de  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$ . En una implementació real, aquest pas aniria situat en el sisè punt, el de descodificació. Si  $N_0$  ha estat creada aquí, és únicament per qüestions d'optimització del codi.

$$N_0(k) = \begin{cases} \frac{1}{e^{\frac{\sigma_H \cdot \log 10}{10}}} & \text{si } bit1 = bit2 \\ \frac{1}{e^{\frac{\sigma_H \cdot \log 10}{10} + Z}} & \text{si } bit1 \neq bit2 \end{cases}$$

6. Descodificació de la paraula rebuda.
  - (a) *Tercer cas d'estudi (Simulacions 5 i 6)*: Potenciació del vector  $LC_i$  a partir de  $N_0$ .

$$LC_i(k) = -4 \cdot \frac{2 \cdot confabulacio(k) - 1}{N_0(k)}$$

7. Comparació amb cadascuna dels identificadors inicials, indicant probabilitat d'identificació de traïdors i BER.

Fins a aquest punt la tasca d'optimització s'ha centrat en l'algoritme i la creació de noves variables. a partir d'ara canvia l'enfocament, i es focalitza l'atenció en trobar el valor òptim de les variables que fan intuir una major influència en les prestacions del sistema. Es tracta de:

- *iteration*: Nombre màxim d'iteracions en la simulació que realitza el descodificador per a cada repetició.
- $N_0$ : Vector que potencia els elements de  $LC_i$  particularitzat segons cada element de la paraula confabulada.  $N_0$  depèn de tres variables més:  $\sigma_H$ ,  $\sigma_L$  i  $Z$ . Com  $Z$  es tracta d'un número aleatori, només es pot controlar el valor de:

- $\sigma_H$ : Determina en dB's el grau d'augment que rebran els elements corresponents a bits 'segurs' en el vector  $LC_i$ .
- $\sigma_L$ : Determina en dB's el grau d'augment que rebran els elements corresponents a esborrats en el vector  $LC_i$ .

Un total de tres variables que centren tota l'atenció d'aquest quart cas d'estudi. Per a intentar trobar el seu valor òptim es realitzaran un total de dues simulacions. En la primera d'elles, la setena del que va de projecte, es buscarà el nombre òptim d'iteracions mentre que en la segona, les dues  $\sigma$  prendran el protagonisme. Recordar que en aquest cas d'estudi la concatenació amb codis BCH ja no es considera una opció pràctica i queda descartada. Per tant, les simulacions es realitzaran únicament amb la presència de codis LDPC.

#### 4.1.5.1 Setena simulació

Fins aquest punt no havia concernit el valor concret que prenen les variables tant com la manera i ordre d'utilitzar-les. Un cop millorats els resultats que oferia l'esquema bàsic inicial, és moment d'anar un pas més enllà i fer la recerca dels valors òptims per a aquelles variables que no s'havien definit com a constants a l'inici del projecte.

Es definia *iteration* com el nombre d'iteracions que duu a terme el descodificador abans d'oferir una paraula de sortida, tant si treballa en mode hard com en soft. Com s'explicava en el capítol anterior dedicat exclusivament als LDPC, un descodificador LDPC comprova en cada iteració les diferents restriccions a les que ha d'estar sotmesa la paraula codi, totes elles definides en la matriu de paritat  $H$ . Quan una d'aquestes restriccions no es compleix, es mira quin és el camí més 'curt' per a arribar a una paraula codi que satisfaci totes les restriccions i es realitzen els canvis corresponents. Això succeeix per a cadascuna de les iteracions del descodificador. En les primeres, la missió del descodificador és eliminar el possible soroll de cadascun dels elements d'entrada. Tan bon punt la qüestió del soroll està ja resolta, el compliment de les restriccions pren el protagonisme.

En diferents mòduls de descodificació de LDPC com per exemple, el que es pot trobar en el "toolbox" de comunicacions del MATLAB vR2008b, s'observa que el valor que pren normalment per defecte aquesta variable és 50. I és que aquesta variable suposa un important compromís entre temps de còmput i prestacions de descodificació. Interessa realitzar el mínim d'iteracions possibles assegurant una certa probabilitat d'error. En el cas d'aquest projecte, hom pot pensar que les prestacions prenen una major importància davant el cost computacional. Però no es pot deixar de banda la idea d'utilitzar-ho en una aplicació real, on el temps sempre és un factor clau.

Així doncs, de cara a aquesta setena simulació es tindran en compte les següents consideracions:

- S'utilitzarà un rang de valors més curt per a  $M$  i  $N$ . Com es pretén encarar el segon supòsit del projecte amb un o dos valors de  $M$ , fóra bo aprofitar aquesta simulació per a esbrinar ja els valors òptims de *iteration* per a

aquests casos. Els valors de la longitud de marca escollits son  $M=128$  bits i  $M=256$  bits.

- $\sigma_H$  i  $\sigma_L$  també seran constants, amb els mateixos valors que en les dues simulacions anteriors ( $\sigma_H = 10$  dB,  $\sigma_L = 10$  dB).
- Es realitzarà la mateixa simulació amb diferents nombre d'iteracions compresos dins un rang situat entre 10 i 200, per a trobar els diferents màxims relatius i així avaluar més endavant quin és el valor més apropiat per a cada cas.

És important destacar que no busquem únicament el màxim absolut dins el rang proposat. Interessen també els màxims relatius. En una gràfica representada amb els següents eixos:

- Eix X: Nombre d'iteracions del descodificador
- Eix Y: Probabilitat d'identificació d'usuaris fraudulents

Existeixen dos màxims relatius propers segons l'eix Y però molt distanciat respecte l'eix X, això significa que el descodificador en un cert punt ofereix unes prestacions semblants a les que sobtindrien amb un nombre d'iteracions molt major. D'aquí se'n podria treure la conclusió que no surt a compte augmentar el temps de còmput per la poca millora que suposa.

A continuació s'adjunta la taula de resultats amb la seva corresponent gràfica:

***SIMULACIÓ 7***  
***RESULTATS***

<i>iteration</i>	<i>M=64</i>	<i>M=128</i>	<i>M=256</i>
10	0.0018	0	0
20	0.0092	0.0001	0
30	0.0180	0.0006	0
40	0.0167	0.0010	0.0001
50	0.0179	0.0012	0
60	0.0242	0.0017	0
75	0.0209	0.0018	0.0001
100	0.0207	0.0016	0
125	0.0228	0.0022	0.0001
150	0.0231	0.0022	0.0001

Taula 4.11: Resultats de la setena simulació. Codificació LDPC. Diferents valors de  $M$  i del nombre d'iteracions del descodificador.

El gràfic adjunt representa el contingut de la taula de resultats. Es pot observar que tant en la corba de  $M=64$  com en la de  $M=128$ , existeixen dos màxims relatius. El primer d'ells dos es troba situat al voltant de les 70 iteracions mentre que el segon ja es desplaça fins a les 150.

Per al cas de  $M=64$  bits és trivial concloure que el cas de 60 iteracions és el que ens ofereix millors resultats, superant la resta de simulacions fins i tot,

les que duien a terme un major nombre d'iteracions. Això demostra que en els codis LDPC, augmentar el nombre d'iteracions no és sempre sinònim de millors resultats i que cal analitzar per cada cas concret el seu punt òptim.

Més renyit es presenta el cas de  $M=128$  bits. Un ràpid primer cop d'ull podria portar hom a inclinar-se cap a valors de *iteration* situats en 125 i 150. No obstant, com bé es comentava amb anterioritat, no únicament es necessari observar el màxim absolut de la gràfica sinó també la resta de màxim relatiu. Per al cas de *iteration*=75, s'hi troba un primer pic tot i que de menor alçada que el màxim absolut. I és aquí on un cop més, neix defineix un nou compromís entre temps de còmput i prestacions. A continuació s'adjunta un taula amb els temps requerit per a cadascun dels experiments anterior per al cas de  $M=128$  bits.

**TEMPS DE CÒMPUT**  
*segons nombre d'iteracions*

<i>iteration</i>	temps(min)
10	7
20	16
30	23
40	29
50	36
60	44
75	55
100	73
125	91
150	109

Taula 4.12: Temps invertit en la realització de les simulacions per a un cert nombre d'iteracions i 10000 repeticions.

Cadascun d'aquests experiments repeteix fins a un total de 10.000 vegades l'esquema bàsic proposat a l'inici d'aquest primer supòsit. Només hi intervenen dos traïdors i en aquest cas, la longitud de la marca inicial és de 128 bits. No obstant, la descodificació de la paraula confabulada se'n duu gairebé tot el pes de computació, podent arribar a considerar instantànies la creació i confabulació de les marques dels dos usuaris fraudulents.

Observant més detingudament la taula, s'intueix una recta amb un pendent aproximat de poc més de  $\frac{0.7min}{iteracio}$ . Així doncs per al primer pic trobat anteriorment, amb *iteration*=75, es necessiten 55 minuts per a dur a terme un total de 10.000 repeticions. Mentre que per al cas de *iteration*=125, fa falta invertir un 66.6% més de temps, arribant a poc més d'hora i mitja.

Per a aquest cas concret de  $M=128$  bits, l'augment de  $\frac{2}{3}$  del cost computacional també es troba en la probabilitat d'identificació d'un usuari fraudulent però amb un factor de  $\frac{2}{9}$ . Tractant-se d'un increment de prestacions de més del 22%, no es pot eliminar aquesta opció tot i el seu elevat preu en forma de

temps. De cara a decidir el marc òptim per al segon supòsit del projecte, sembla convenient no decantar-se per només un dels dos costats. D'aquesta manera, tot i tenir una preferència per a l'experiment amb 75 iteracions per evitar excessius costos computacionals, es manté oberta l'opció de *iteration*=125 per a comprovar més endavant, si aquesta tendència de bons resultats perdura.

Per últim, l'experiment referent a  $M=256$  bits no permet extreure conclusions amb cara i ulls degut als resultats obtinguts. Tot i que s'esperava una millora a mida que augmentés el valor de *iteration*, el fet que no hagi succeït de tal manera comporta encarar els experiments amb  $M=256$  bits del segon supòsit amb el mateix nombre d'iteracions que per al cas de  $M=128$  bits.

#### 4.1.5.2 Vuitena simulació

Un cop decidit el nombre d'iteracions del descodificador a utilitzar de cara al segon supòsit, és igualment important descobrir el parell de valors  $(\sigma_H, \sigma_L)$  més idoni. Tant  $\sigma_H$  com  $\sigma_L$  indiquen, en dB, el factor pel qual es potenciaran els diferents elements del vector de probabilitats apriori del descodificador,  $LC_i$ .

En una descodificació hard, on el vector de sortida està format únicament per bits, la importància de potenciar aquells bits coincidents entre els dos confabuladors és escassa. En canvi, en una descodificació soft, a la sortida s'hi troba el pes específic de cada element dins el vector, assenyalant també si es correspon amb el bit "0" o amb el bit "1". En aquest cas si que resulta vital, potenciar els bits de la paraula confabulada on ambdós traïdors coincideixen. Suposa un augment exponencial de la probabilitat d'identificar a algun dels confabuladors en una aplicació amb un cert nombre d'usuaris.

En aquest primer supòsit només es duu a terme descodificació hard, de manera que el pes de  $\sigma_H$  sobre els resultats hauria de ser pràcticament nul. No obstant, és interessant saber també com es comporta el sistema en funció del valor de  $\sigma_L$  i així poder-ne treure les apropiades conclusions.

La simulació s'ha dut a terme amb el següent nombre d'iteracions per a cada cas:

- $M=64$  bits. Nombre d'iteracions = 50.
- $M=128$  bits. Nombre d'iteracions = 75.
- $M=256$  bits. Nombre d'iteracions = 75.

A continuació s'adjunta la taula de resultats amb la seva corresponent gràfica:

***SIMULACIÓ 8***  
***RESULTATS***

$\sigma_H$	$\sigma_L$	$M=64$	$M=128$	$M=256$
0	0	0.0050	0.0002	0
0	5	0.0113	0.0007	0.0001
0	10	0.0113	0.0007	0.0001
0	15	0.0113	0.0007	0.0001
0	20	0.0113	0.0007	0.0001
10	0	0.0082	0.0002	0
10	5	0.0179	0.0013	0
10	10	0.0179	0.0014	0
10	15	0.0179	0.0014	0
10	20	0.0179	0.0014	0
20	0	0.0154	0.0005	0
20	5	0.0369	0.0023	0
20	10	0.0403	0.0029	0
20	15	0.0402	0.0030	0
20	20	0.0402	0.0030	0

Taula 4.13: Resultats de la vuitena simulació. Codificació LDPC. Diferents valors de  $M$  i  $N_0$ .

Tant la taula de resultats com les gràfiques mostren a  $\sigma_L$  com a variable més condicionant. Aquesta variable intervé quan els bits dels dos confabuladors difereixen, i per tant, s'escriu un esborrat en aquella posició de la paraula confabulada. Tal i com s'aprofundia en el tercer cas d'estudi, els valors que pot prendre el vector  $LC_i$  quan es tracta d'un esborrat son pràcticament nuls, molt allunyats dels valors que prenen els bits coneguts. No obstant es reafirma el que ja veiem en el segon i tercer cas d'estudi, com més allunyat del 0 estiguin els valors de  $LC_i$ , millors prestacions ofereix el sistema amb descodificació hard.

L'explicació és la mateixa que es donava en el segon cas d'estudi. Si es fa decantar el descodificador cap a una de les dues bandes de les distribució entre 0 i 1, s'està encertant en mitja, el valor de la meitat dels bits. I no només això, els bits redirigim correctament ajuden a corregir l'error comès en l'altra meitat mitjançant les restriccions de paritat imposades per la matriu  $newH$ .

Per la seva banda,  $\sigma_H$  pren poc protagonisme quan no tenim en compte el pes real dels elements de cada paraula. En un descodificador hard, l'últim pas sempre és un comparador que comprova si el pes de l'element és major o menor que un cert llindar, que en aquest cas és 0, i treu a la sortida el bit 0 o el bit 1. No queda reflexat a la sortida com de segur està el mateix descodificador de que un cert element és 0 o 1.

No obstant, l'experiment permet concloure que el valor mínim de  $\sigma_H$  son 10dB. Si no es potencia aquests bits coneguts en un factor mínim de 10, no s'obtenen els resultats òptims. Així doncs, de cara al segon supòsit del projecte, es sap que  $\sigma_{Hmin}=10$  i cal veure com es comporta un descodificador soft amb

diferents valors de  $\sigma_L$ .

## 4.2 Segon supòsit

El segon supòsit del projecte ofereix una visió molt més generalitzada que el seu predecessor. Fins a aquest punt, s'havia definit un context molt concret: tant el número de confabuladors com el seu mètode de confabulació s'havien mantingut invariables. L'explicació d'aquesta metodologia és simple. Considerant que les variables d'entorn com ara les prestacions del descodificador, segueixen una mateixa tendència per un cert algoritme, resulta molt més senzill analitzar un context petit per a després extrapolar-ho a un de major, que atacar el context major des d'un inici. És a dir, si les prestacions del sistema milloren al afegir la variable  $Y$ , tal com s'ha vist en el primer supòsit, i es considera que serà així sense tenir en compte el nombre de traïdors o el mètode de confabulació, l'opció més interessant consisteix en trobar el marc òptim utilitzant un únic mètode i un nombre fix de confabuladors de manera que un cop trobat, poder veure com es comporta en diferents contextos.

### 4.2.1 Característiques principals

Així doncs, tot i no saber amb certesa si el marc obtingut és l'òptim, bé és cert que la probabilitat d'identificar un confabulador ha estat augmentada. El marc experimental al que s'ha arribat al final del primer supòsit i que es mantindrà invariable es descriu en els següents punts:

1. La ràtio de codificació de la matriu de paritat  $H$  segueix sent  $\frac{1}{2}$ .
2. Incorporació en el mòdul de confabulació de la variable aleatòria  $Y \in [-0.001, +0.001]$ .
3. Incorporació en el mòdul de confabulació de la variable  $N_0$ , que depèn de:
  - El factor que potencia els bits “segurs”:  $\sigma_H$ , una de les variables destacades en aquest segon supòsit.
  - El factor que potencia els bits “no segurs” o esborrats:  $\sigma_L$ , una altra de les variables més importants.
  - La variable aleatòria  $Z \in [-3, +3]$
4. Descodificació per versemblança i per funció de probabilitat.
5. No utilització de la concatenació de codis LDPC amb codis BCH.

No obstant, el segon supòsit del projecte difereix de l'anterior en diversos punts, tots ells realment importants:

1. Nombre d'usuaris totals
2. Nombre de confabuladors
3. Mètodes de confabulació utilitzats
4. Criteri de decisió
5. Sortida de la descodificació



6.  $\sigma_H$

7.  $\sigma_L$

#### 4.2.1.1 Nombre d'usuaris i confabuladors

Fins ara, no s'havia definit un nombre fix d'usuaris que suposadament utilitzen l'aplicació en la qual s'utilitzen tècniques de watermarking i fingerprinting. A partir d'aquest moment es treballarà amb un entorn que comprèn un total de 1024 identificadors diferents on cadascuna d'elles identificarà única i exclusivament a un sol usuari. Permetrà comparar en igualtat de condicions, els resultats obtinguts per a diferents valors de  $M$ . Anteriorment, quan  $M=128$  bits es suposava l'existència de  $2^{128}$  identificadors diferents, una xifra totalment descabellada per a una aplicació real. El mateix succeïa per a la resta de valors de  $M$  superiors a 16 bits. Al tenir  $2^M$  usuaris, no permetia comparar prestacions entre diferents longituds de marca, essent aquest un dels principals objectius d'aquest segon supòsit.

Un altre canvi important a destacar és el nombre de traïdors que formen part en la coalició que genera l'atac. Fins ara, el nombre d'usuaris que duïen a terme l'atac de confabulació era constant i igual a 2, mentre que a partir d'aquest moment aquesta es converteix en la variable més determinant en el resultat final. Tot i no tenir un límit superior preestablert, el nombre màxim de confabuladors utilitzats en cada experiment quedarà definit per els llinars que s'estableixin i els resultats obtinguts. El llinat establert es situa en el 95% per a la probabilitat d'identificació de traïdors. Es considera que les prestacions son insuficients quan per un cert  $n$  no s'assoleix dita xifra i per tant, no és necessari seguir simulant amb valors superior de  $n$ , sempre suposant que la probabilitat varia de forma inversament proporcional a  $n$ , com és el aquest cas i que es veurà amb més detall en el seu moment.

#### 4.2.1.2 Mètode de confabulació

Disposar únicament de dos usuaris fraudulents implica molt poc joc en diversos aspectes i un d'ells n'és el mètode de confabulació a utilitzar. De fet, quan el mòdul de confabulació rep únicament dues entrades, la seva sortida permet molt poques opcions. En cas que els dos bits siguin iguals, s'ofereix el mateix bit a la sortida. En cas que difereixin, apareixen dos possibles sortides: la primera consistiria en establir un valor mitjà tal i com s'ha fet fins ara i la segona, escollir un dels dos bits de forma equiprobable. Al incrementar el nombre de confabuladors, el ventall d'opcions també augmenta, presentant en aquest supòsit fins a un total de quatre mètodes de confabulació diferents:

- **Esborrats:** És el mètode vist fins ara. Es força un esborrat a la sortida quan algun dels bits d'entrada difereix de la resta. En cas contrari, s'hi assigna el bit d'entrada. De la mateixa manera que en el primer supòsit, l'esborrat quedarà definit com a  $0.5 + Y$ , essent  $Y \in [-0.001, +0.001]$ .
- **Majoria:** Aquest mètode consisteix en assignar a la sortida el bit més comú a l'entrada. En cas que el nombre de confabuladors sigui parell, pot

donar-se el cas que existeixi un empat i en tal cas, s'estableix el mateix criteri que en el mètode d'esborrats, essent la sortida  $0.5 + Y$ , amb  $Y \in [-0.001, +0.001]$ .

- **Promig:** La sortida és el promig de totes les entrades del mòdul. La sortida no és binària ja que existeixen fins a  $(n + 1)$  possibles valors, essent  $n$  el nombre total de confabuladors. Com en els dos mètodes anteriors, si  $n$  és parell es pot donar el cas d'obtenir un promig de 0.5 i en aquesta situació també s'estableix el mateix criteri de sumar a la sortida un número aleatori  $Y \in [-0.001, +0.001]$ .
- **Tir de moneda:** Una variant del mètode d'esborrats. Utilitza la mateixa mecànica però enlloc d'utilitzar esborrats, s'escriu un bit 0 o 1 de forma equiprobable.

El motiu de la conservació de la variable  $Y$  queda explicat en els primeres simulacions del primer supòsit on es comprovava un pèssim rendiment del descodificador davant la seva absència.

La taula següent mostra un exemple clar dels quatre mètodes de confabulació aplicats sobre cinc paraules de 16 bits cadascuna. Els esborrats queden marcats com una X, tot i tenir un valor real de  $0.5 + Y$ , essent  $Y \in [-0.001, +0.001]$ . Com el nombre de confabuladors en l'exemple és senar, no ens trobarem aquest cas en els mètodes de majoria i promig.

***EXEMPLE MÈTODES DE CONFABULACIÓ  
ESBORRATS, MAJORIA, PROMIG I TIR DE MONEDA***

<i>usuari</i>	<i>bit<sub>7</sub></i>							<i>bit<sub>0</sub></i>
1	1	0	1	0	0	0	1	1
2	1	0	0	1	1	0	0	0
3	0	0	1	1	0	1	1	0
4	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	1	0	1	0	0	1

<i>metode</i>	<i>bit<sub>7</sub></i>							<i>bit<sub>0</sub></i>
Esborrats	X	0	X	X	X	X	X	X
Majoria	0	0	1	1	0	0	0	0
Promig	0.4	0	0.8	0.6	0.4	0.2	0.4	0.4
Tir de moneda	1	0	0	1	0	1	1	0

Taula 4.14: Exemple mètodes de confabulació: esborrats, majoria i promig.

#### 4.2.1.3 Probabilitats

Un aspecte en el qual també és necessari fer-hi èmfasi són les probabilitats d'obtenir certs vectors a la sortida del mòdul de confabulació, com per exemple la probabilitat de que a la sortida del mòdul aparegui una paraula formada íntegrament per esborrats. En quant a la notació en aquest apartat, definim

$p(b_{j,i} = 1)$  i  $p(b_{j,i} = 0)$  com les probabilitats de que el bit  $i$ -èssim de la paraula corresponent a l'usuari  $j$ -èssim sigui 1 o 0 respectivament. Per al cas de la paraula confabulada, al ser aquesta única, la notació és diferent i les dues expressions es tradueixen com  $p(b_i = 1)$  i  $p(b_i = 0)$ , sense cap fer referència a un usuari.

Per a la generació de fingerprints s'ha suposat que cadascun dels bits és independent dels demés, així doncs la probabilitat del valor d'un cert bit no depèn del valor d'altres:

$$p(b_{j,i}, b_{j,i+1}) = p(b_{j,i}) \cdot p(b_{j,i+1})$$

Aquesta no és l'única condició que s'ha imposat. De fet, els bits corresponents al fingerprints dels usuaris son equiprobables. No passa el mateix per als bits que formen part de la redundància de la paraula codificada mitjançant LDPC. Evidentment, la matriu de paritat  $H$  generarà un vector de redundància depenent de l'entrada i aquesta no tindrà pas un valor aleatori, sino que anirà en consonància amb les restriccions de paritat de la pròpia matriu.

Començant pel mètode d'esborrats, és necessari primer el càlcul de la probabilitat d'obtenir un esborrat per a una posició concreta de la paraula confabulada quan hi han  $N$  usuaris:

$$p(b_i = X) = 1 - \left( \prod_{j=1}^N p(b_{j,i} = 1) + \prod_{j=1}^N p(b_{j,i} = 0) \right)$$

Aquesta expressió ens porta directament al càlcul de la probabilitat de que una paraula de  $n$  bits a la sortida del mòdul del confabulació estigui formada íntegrament per esborrats, que seria:

$$p(\text{tot}X) = \prod_{i=1}^n p(b_i = X) = \prod_{i=1}^n \left( 1 - \left( \prod_{j=1}^N p(b_{j,i} = 1) + \prod_{j=1}^N p(b_{j,i} = 0) \right) \right)$$

De cara a la seva comprensió, aquestes expressions resulten excessivament carregoses i això complica la seva lectura. Per a facilitar aquesta comprensió de les fórmules es declara  $p(0)$  i  $p(1)$  com la probabilitat de que un bit tingui algun d'aquests dos valors, independentment de que formi part de la redundància o del fingerprint original. Per al cas dels fingerprints aquest valor serà constant igual a  $1/2$ , degut a la equiprobabilitat. Però pel cas de la redundància, és a priori desconegut i difícil de calcular. Per això s'opta per aquesta generalització dels valors de probabilitat. D'aquesta manera, l'expressió anterior queda reduïda a:

$$p(\text{tot}X) = (p(b_i = X))^n = (1 - (p(1)^N + p(0)^N))^n$$

Pel que fa als mètodes de majoria i promig, també s'hi poden trobar esborrats. Aquests son menys comuns i apareixen quan per a una mateixa posició, el nombre de 1 i 0 en aquella posició i en tots els confabuladors, és igual. La probabilitat de que això succeeixi és:

$$p(b_i = X) = \binom{N}{N/2} (p(1)^{\frac{N}{2}} \cdot p(0)^{\frac{N}{2}})$$

Tanmateix, si aquesta expressió s'extrapola als  $n$  bits de una paraula confabulada, tenim que la probabilitat de que una paraula estigui formada íntegrament per esborrats mitjançant els mètodes de majoria o promig sigui:

$$p(\text{tot}X) = (p(b_i = X))^n = \left( \binom{N}{N/2} (p(1)^{\frac{N}{2}} \cdot p(0)^{\frac{N}{2}}) \right)^n$$

Per a finalitzar, també resultant interessant la probabilitat que a la sortida del mòdul de confabulació aparegui una paraula on tots els bits siguin 0 o 1. Per als mètodes d'esborrat i promig, és un cas que mai és podria arribar a donar en la nostra aplicació tal i com ha estat concebuda. Un fingerprint compost únicament per 1 no genera una redundància formada únicament per 1. Si que succeeix això per al cas de 0, però per evitar això es tant fàcil com no assignar a cap usuari aquest vector, a part de que no tindria cap sentit essent el vector nul. Igualment i com a simple curiositat, la probabilitat de poder trobar dits vectors a la sortida del mòdul de confabulació, en el cas que fos possible seria:

$$p(\text{tot}1) = (p(b_i = 1))^n = (p(1)^N)^n = (p(1))^{Nn}$$

$$p(\text{tot}0) = (p(b_i = 0))^n = (p(0)^N)^n = (p(0))^{Nn}$$

No succeeix el mateix per al mètode de majoria. Utilitzar aquest mètode de confabulació pot donar peu a trobar un d'aquests dos vectors indesitjats a la sortida del mòdul de confabulació. La possibilitat és remota però existeix. Per a calcular-la, primer expressarem la probabilitat de que un bit concret sigui 1 o 0:

$$p(b_i = 1) = \sum_{k=\frac{N}{2}+1}^N \binom{N}{k} (p(1))^k \cdot p(0)^{N-k}$$

$$p(b_i = 0) = \sum_{k=\frac{N}{2}+1}^N \binom{N}{k} (p(1))^{N-k} \cdot p(0)^k$$

Si extrapolem aquesta expressió  $n$  bits de una paraula confabulada, obtenim que les probabilitats reals d'obtenir els vectors indesitjats son:

$$p(\text{tot}1) = p(b_i = 1)^n = \left( \sum_{k=\frac{N}{2}+1}^N \binom{N}{k} (p(1))^k \cdot p(0)^{N-k} \right)^n$$

$$p(\text{tot}0) = p(b_i = 0)^n = \left( \sum_{k=\frac{N}{2}+1}^N \binom{N}{k} (p(1))^{N-k} \cdot p(0)^k \right)^n$$

#### 4.2.1.4 Criteri de decisió

L'obtenció i presentació de resultats significa també un punt i apart. Anteriorment es definien uns criteris força estrictes a l'hora de donar per satisfactori el desenllaç de l'experiment. Com a recordatori dalguns d'aquests criteris del

primer supòsit, només considerava que s'havia identificat a un dels confabuladors quan la sortida hard del descodificador coincidia exactament amb el propi identificador del traïdor.

En aquest segon tram, el camp de visió s'amplia de forma notòria, fet que provoca que sigui en aquest punt on s'obtinguin els resultats veritablement importants. Aquesta ampliació es sosté sobre tres potes:

1. Criteri de decisió
2. Sortida del descodificador
3. Presentació de resultats

A partir d'ara el projecte està enfocat a treballar per a una aplicació real. Per tant, les seves especificacions s'han d'ajustar al màxim a la realitat i evitant xifres desorbitades. Per exemple, és totalment illògic intentar dissenyar una aplicació per a  $2^{128}$  usuaris, tal i com s'havia fet en un primer lloc. Primera raó i més òbvia, perquè no existeix tal quantitat de persones. Tampoc cap màquina existent permet emmagatzemar tal quantitat de dades ni és capaç de tractar-les. Qualsevol d'aquests motius ja requereix la reducció dràstica del nombre d'usuaris. Un primer abordament situaria el context en un valor més realista. S'opta llavors per un nombre total de 1024 usuaris a l'espera de resultats. És possible que la xifra pugui semblar escassa però també ofereix una major velocitat de còmput, una característica força més important en el desenvolupament de l'aplicació.

Disposar d'un nombre finit i raonable d'usuaris implica canvis en altres aspectes, com per exemple el criteri de decisió. L'explicació és senzilla. Fins ara, al tenir gairebé un nombre infinit d'usuaris, només es considerava culpable a aquell que complís tots els requisits per ser-ho (en aquest cas, consistia en tenir la mateixa marca que s'havia descodificat). No obstant, això oferia una baixa probabilitat d'identificar un dels confabuladors. Molts experiments es saldaven sense culpables tot i que era sabut de la seva existència. Però en molts casos, no hi havien proves suficients per a desemmascarar-los.

Aquest concepte queda enfocat des d'una altra perspectiva. Ja no és necessari que la sortida del descodificador sigui igual a algun dels identificadors de la coalició. Si el nombre d'usuaris i els seus identificadors son coneguts i es descobreix que hi hagut un atac, el més obvi és considerar culpable a aquell usuari que desperta més sospites. Per a conèixer aquesta dada, és necessari calcular sempre la correlació entre la paraula descodificada i cadascun dels identificadors dels usuaris. El que més mantingui una major correlació, serà el que comparteixi més versemblança amb la paraula codificada i per tant, oferirà més sospites sobre la seva innocència. No obstant, amb aquest nou criteri no es garanteix la no existència de falsos positius. Tanmateix, l'objectiu és comprovar el comportament del sistema davant aquest nou plantejament per a fixar més endavant, els llindars per a poder considerar l'experiment com a satisfactori.

#### 4.2.1.5 Sortida del descodificador

Tal i com shavia vist en l'anterior capítol, el descodificador disposa de dues sortides: hard i soft. Tot i que en el primer supòsit no resultava útil, la descodificació soft pren ara una gran importància ja que ens permetrà junt amb la bona inicialització de les variables  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$ , obtenir molt millors resultats que la descodificació hard.

Segons el nou criteri de decisió, interessa que la distància sigui mínima per als confabuladors. El terme de distància mínima es redefineix com la diferència entre la correlació creuada entre la sortida, tant hard com soft, de la paraula descodificada i l'identificador de l'usuari:

$$distancia_k = \left( \sum_{k=1}^M S_{hard,k} \cdot S_{soft,k} \right) - \left( \sum_{k=1}^M v_k \cdot S_{soft,k} \right) = R_{HS,k} - \sum_{k=1}^M v_k \cdot S_{soft,k}$$

essent  $S_{hard,k}$  i  $S_{soft,k}$  els vectors hard i soft de sortida del descodificador i  $v_k$  l'identificador de l'usuari k-èssim.

Així doncs, com major sigui la correlació entre  $v_k$  i  $S_{soft,k}$ , menor serà la distància. La correlació entre les sortides hard i soft,  $R_{HS,k}$ , marcarà el valor màxim valor ja que sengles sortides coincideixen i la distància és 0. A partir d'aquí aniran venint la resta d'ID, quedant aquests a una major distància. Per tant, es pot deduir que si es vol aconseguir una correlació elevada, serà necessari donar molt pes a les posicions on els bits dels confabuladors coincideixin. De manera que el valor absolut de la sortida soft del descodificador en aquestes posicions, sigui el més elevat possible, provocant que les marques dels confabuladors mantinguin una correlació molt més gran que la resta d'usuaris, permetent identificar-los amb una probabilitat d'error molt més baixa.

Com a petit exemple explicatiu, es mostra la següent taula:

<i>usuari</i>	<i>bit<sub>4</sub></i>				<i>bit<sub>0</sub></i>
1 (traïdor)	1	0	1	1	1
2	0	0	1	0	1
3 (traïdor)	1	1	1	0	1
4	0	1	1	0	0
5	1	1	0	0	1

Suposant que els traïdors fossin els usuaris 1 i 3, amb sengles marques 10111 i 11101, la paraula confabulada resultant segons el mètode d'esborrats seria 1X1X1. Com els dos atacants coincideixen en algunes posicions, seria òptim que el valor del vector  $LC_i$  en aquestes posicions fos extremadament major que en les altres dues. Imaginem que així es duu a terme i que el descodificador ofereix la següent sortida amb els valors que se li han assignat:

- Sortida Soft: [+500 +10 +400 -40 +350]
- Sortida Hard: [1 1 1 0 1]

- $R_{H-S,k}$ : 1300

El resultat de fer la comparació amb les cinc marques inicials seria el següent:

***EXEMPLE DISTANCIA HARD I SOFT***

<i>usuari</i>	<i>watermark</i>	<i>distancia<sub>hard</sub></i>	<i>distancia<sub>soft</sub></i>
1 (traïdor)	10111	2	100
2	00101	2	1020
3 (traïdor)	11101	0	0
4	01100	2	1700
5	11001	1	800

Com es pot observar clarament en la taula, tot i que la distància hard identificaria als usuaris 3 i 5, la distància soft certifica que els traïdors son els usuaris 1 i 3. En aquest cas concret l'anàlisi hard en hagués identificat almenys un dels dos traïdors, però l'anàlisi soft va un pèl més enllà i ha estat capaç en aquest cas d'identificar-los als dos amb gran claredat.

#### 4.2.1.6 Presentació de resultats

És evident que hom voldria conèixer la identitat de tots els atacants però ja s'intueix des d'un principi que la probabilitat de trobar falsos positius serà major que 0. Per tant, seria interessant afegir en la taula de resultats, la probabilitat de que l'usuari amb major versemblança respecte la paraula descodificada sigui un dels culpables. S'intenta amb aquesta filosofia, poder identificar a un dels atacants i poder-lo pressionar per a què reveli l'identitat de la resta i evitar més problemes als usuaris que sí fan bon ús de l'aplicació. En el cas d'exemple proposat anteriorment, ambdós sortides (hard i soft) haurien identificat correctament com a culpable al usuari més sospitós (menor distància), en aquest cas, el número 3.

L'experiment revelarà si l'usuari amb major versemblança és un dels traïdors, però és evident que no serà cert en tots els casos. Es pot donar el cas en que un innocent sigui el que disposi d'un identificador que mantingui la major de les versemblances dins el grup de 1024 usuaris. De fet, a mida que es va augmentant el nombre de traïdors,  $n$ , les prestacions del sistema disminuiran i les opcions de desemascarar a un culpable també. Per a aquest segon supòsit, s'aniran incrementant el valor de  $n$  fins que la probabilitat de captar a almenys culpable sigui menor del 95%. Així sassegura que almenys en el 95% dels casos, l'usuari assenyalat havia format part de coalició. No obstant, aquest llinar es pot fer més restrictiu segons els requeriments de l'aplicació.

No obstant, la probabilitat de que el màxim sospitós sigui un confabulador no és sempre inversament proporcional amb  $n$ . Quan  $n$  és força elevat i proper al nombre total d'usuaris, dita probabilitat torna a créixer fins a arribar al punt que és igual a 1 quan  $n=1024$ . El motiu és trivial, si  $n$  és molt elevat serà gairebé impossible fer una bona descodificació de la paraula confabulada, però les possibilitats d'encertar el màxim sospitós creixen perquè hi han molts més implicats en l'atac, fins arribar a l'extrem on tothom és atacant i per tant,



qualsevol del que es sospiti és culpable. Lògicament, no s'entrarà en l'anàlisi d'aquest tipus de situacions ja que son totalment irrealistes i no ens aportarien cap resultat d'interès.

### 4.2.2 Simulacions

L'objectiu principal d'aquest supòsit és comprovar les prestacions dels codis de baixa densitat LDPC davant un context amb múltiples confabuladors, i comparar les prestacions de fins a dos descodificadors diferents. En el primer supòsit s'havia treballat amb el descodificador per versemblança, facilitat per Bagawan i amb unes bones prestacions tot i requerir d'un cost computacional important. No obstant, sembla interessant comprovar com a últim pas com es comporta el descodificador probabilístic presentat per Gallager en la seva tesi doctoral [18] en les mateixes condicions de treball.

Quan es parla de prestacions dels codis LDPC en aquest context, s'entén com la capacitat d'identificar almenys un usuari fraudulent amb gran fiabilitat.

En aquest segon cas d'estudi es realitzaran un total de cinc simulacions diferents. Totes elles estaran compostes per experiments de 10000 repeticions cadascun per a diferents valors de  $M$ ,  $n$ ,  $\sigma_H$ ,  $\sigma_L$  i els quatre mètodes de confabulació (esborrats, majoria, promig o tir de moneda). Les simulacions seran les següents:

**1. Simulació 9:**

- $M=128$  bits
- Sense soroll gaussià.  $\text{SNR} = \infty$  dB.
- Descodificador per versemblança (Radford M. Neal i Bagawan).

**2. Simulació 10:**

- $M=128$  bits
- Soroll gaussià existent.  $\text{SNR} = 10$ dB.
- Descodificador per versemblança (Radford M. Neal i Bagawan).

**3. Simulació 11:**

- $M=256$  bits
- Sense soroll gaussià.  $\text{SNR} = \infty$  dB.
- Descodificador per versemblança (Radford M. Neal i Bagawan).

**4. Simulació 12:**

- $M=256$  bits
- Soroll gaussià existent.  $\text{SNR} = 10$ dB.
- Descodificador per versemblança (Radford M. Neal i Bagawan).

**5. Simulació 13:**

- $M=256$  bits
- Sense soroll gaussià.  $\text{SNR} = \infty$  dB.
- Descodificador per funció de probabilitat (Gallager).

En cada simulació s'hi diferencien fins a 4 variables d'entrada:

- $n$ , el número de confabuladors
- $\sigma_H$ , el factor de potència dels bits coincidents dels confabuladors
- $\sigma_L$ , el factor de potència dels bits no coincidents dels confabuladors
- Mètode de confabulació utilitzat (esborrats, majoria, promig o tir de moneda)

És important explicar que el valor de  $\sigma_H$  és constant per als mètodes d'esborrats, majoria i tir de moneda, però no ho és per al de promig. En els tres primers casos, els elements de la paraula confabulada son sempre bits o esborrats. En canvi, aquests elements de la paraula si s'utilitza el promig de l'entrada, poden prendre diferents valors compresos entre 0 i 1 dependent del nombre de confabuladors. És per això que per al cas del promig, es duu a terme un protocol diferent en el moment d'assignar el factor de potència  $\sigma_H$  de cada element del vector. La fórmula que s'aplica per a calcular el factor de potència de cada element és:

$$\sigma_i = \text{element}_i \cdot (\sigma_H - \sigma_L) + \sigma_L$$

De manera que s'obté  $\sigma_i = \sigma_H$  quan l'element és el bit 1,  $\sigma_i = \sigma_L$  quan és 0 i un valor entremig en la resta de casos dependent de l'element  $i$ -èssim.

També cal destacar que el nombre d'iteracions del descodificador serà constant a 75 per a valors de  $M=128$  i  $M=256$  bits, tal i com es va consensuar durant el primer supòsit.

Per últim, tot i que en les simulacions es recull una gran quantitat de informació sobre la quals s'hi realitzen diversos càlculs, acumulant un major nombre de dades, només es reflexaran en les taules de resultats d'aquest capítol els següents camps:

- **Variables d'entrada:**

- $n$ , el número de confabuladors
- $\sigma_H$ , el factor de potència dels bits coincidents dels confabuladors
- $\sigma_L$ , el factor de potència dels bits no coincidents dels confabuladors
- Mètode de confabulació utilitzat (esborrats, majoria o promig)

- **Variables de sortida:**

- $p_{hard}$ : Probabilitat de que l'usuari amb major versemblança amb la paraula descodificada *hard* sigui un dels confabuladors.
- $N_{hard}$ : Nombre mig de confabuladors existents entre els  $n$  usuaris amb menor distància *hard*.

- $p_{soft}$ : Probabilitat de que l'usuari amb major versemblança amb la paraula descodificada *soft* sigui un dels confabuladors.
- $N_{soft}$ : Nombre mig de confabuladors existents entre els  $n$  usuaris amb menor distància *soft*.

### 4.2.3 Novena simulació

La novena simulació serà la primera en posar a prova el descodificador LDPC davant l'atac de múltiples confabuladors. En un entorn on existeixen un total de 1024 usuaris, cadascun d'ells amb el seu propi identificador, un grup de  $n$  atacants s'encarregaran de confabular les seves marques codificades per tal de sortir indemnes.

S'implementaran quatre mètodes de confabulació i per a cadascun d'ells s'avaluaran les prestacions del descodificador, el qual rep un vector binari sobre el que aplicarà la potenciació indicada per  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$  per a obtenir el vector  $LC_i$ , que permet iniciar la descodificació iterativa.

Un cop el descodificador finalitza i aporta un vector a la seva sortida, es calcularà la correlació d'aquest amb els 1024 identificadors de que disposa l'aplicació, tant en format hard com en soft. L'usuari amb major correlació hard o soft, serà considerat sospitós i tant si realment es correspon amb un dels confabuladors com si no, quedarà reflexat en  $p_{hard}$  i  $p_{soft}$ .

Com s'havia explicitat anteriorment, es considera satisfactori l'experiment quan  $p_{hard}, p_{soft} \geq 0.95$ , de manera que no té sentit seguir simulant amb majors valors de  $n$  si no s'assoleix aquest llindar. Pel que fa als valors de  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$ , es mostraran per a aquesta simulació els experiments on  $\sigma_H=20\text{dB}$ , i  $\sigma_L=10\text{dB}$ . La resta de valors, no inclosos en la següent taula, es poden trobar en les taules de simulació completes en l'annex B.

A continuació s'adjunta la taula de resultats corresponent. Les variables d'entrada que son constants durant la simulació i que s'han omès en la taula son les següents:

- $M=128$  bits
- $iteration=75$
- $\sigma_w=0$ . No s'afegeix soroll en aquesta simulació.

***SIMULACIÓ 9****Mètode de confabulació: Esborrats*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	$metode$	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	20	10	0	1	1,9374	1	2
3	20	10	0	0,7161	1,361	1	3
4	20	10	0	0,1506	0,3887	0,97	3,8747
5	20	10	0	0,0384	0,1415	0,5437	2,6972

Taula 4.15: Resultats de la novena simulació.  $M=128$  bits. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació d'esborrats.

***SIMULACIÓ 9****Mètode de confabulació: Tir de moneda*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	$metode$	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	20	10	4	1	1,9795	1	2
3	20	10	4	0,7122	1,3539	1	2,9993
4	20	10	4	0,1486	0,39	0,9542	3,5543
5	20	10	4	0,0397	0,1472	0,5012	2,0251

Taula 4.16: Resultats de la novena simulació.  $M=128$  bits. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació de tir de moneda.

***SIMULACIÓ 9***  
*Mètode de confabulació: Majoria*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	$metode$	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	20	10	1	1	1,9374	1	2
3	20	10	1	1	2,9827	1	2,9784
4	20	10	1	0,9991	3,4467	1	3,9545
5	20	10	1	0,9997	4,3677	0,9995	4,3502
6	20	10	1	0,9956	4,406	0,9999	5,3305
7	20	10	1	0,9961	5,2272	0,9958	5,201
8	20	10	1	0,9823	5,1168	0,9981	6,24
9	20	10	1	0,9851	5,8487	0,9844	5,824
10	20	10	1	0,966	5,6852	0,9923	6,9187
11	20	10	1	0,972	6,3818	0,9716	6,3549
12	20	10	1	0,9451	6,1937	0,9845	7,4607
13	20	10	1	0,9494	6,8017	0,948	6,757
14	20	10	1	0,9263	6,6541	0,9714	7,945
15	20	10	1	0,9258	7,2427	0,9271	7,2121
16	20	10	1	0,9044	7,0905	0,957	8,3781

Taula 4.17: Resultats de la novena simulació.  $M=128$  bits. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació de majoria.

***SIMULACIÓ 9****Mètode de confabulació: Promig*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	<i>metode</i>	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	20	10	2	1	1,9374	1	2
3	20	10	2	1	2,9827	1	2,9999
4	20	10	2	0,9991	3,4467	1	3,9914
5	20	10	2	0,9994	4,2449	1	4,8767
6	20	10	2	0,9956	4,406	0,9999	5,6711
7	20	10	2	0,9936	4,9828	0,9996	6,2464
8	20	10	2	0,9841	5,1082	0,9992	6,8298
9	20	10	2	0,9739	5,4602	0,9974	7,2671
10	20	10	2	0,9642	5,6519	0,9974	7,6815
11	20	10	2	0,9519	5,8557	0,9958	8,0552
12	20	10	2	0,93609	6,0433	0,9943	8,4186
13	20	10	2	0,9169	6,2173	0,9886	8,7072
14	20	10	2	0,9069	6,4192	0,9871	9,0252
15	20	10	2	0,8911	6,543	0,9811	9,2588
16	20	10	2	0,8779	6,7506	0,9773	9,5659
17	20	10	2	0,8616	6,8787	0,9698	9,7661
18	20	10	2	0,8565	7,0814	0,9698	10,084
19	20	10	2	0,8464	7,2358	0,9611	10,309
20	20	10	2	0,8169	7,433	0,9566	10,54

Taula 4.18: Resultats de la novena simulació.  $M=128$  bits. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació de promig.

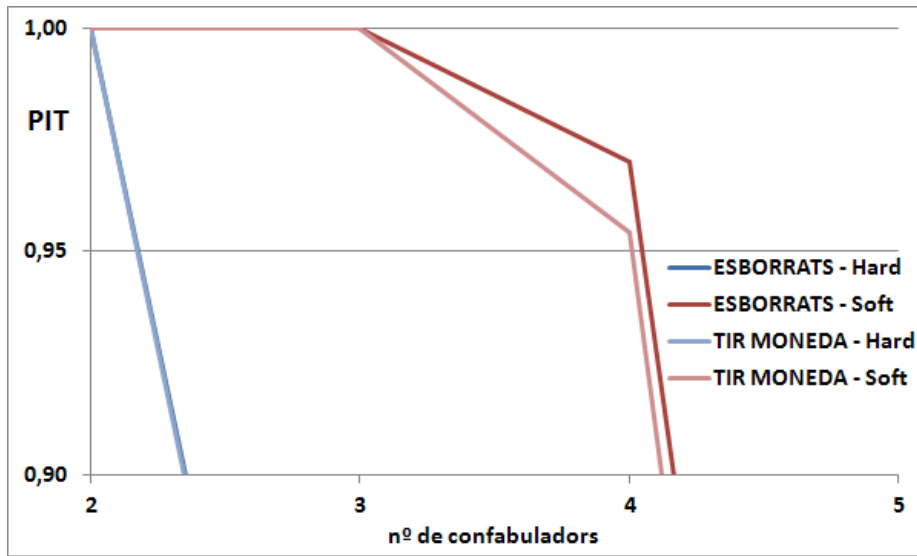


Figura 4.4: Simulació 9 - Esborrats i Tir de moneda

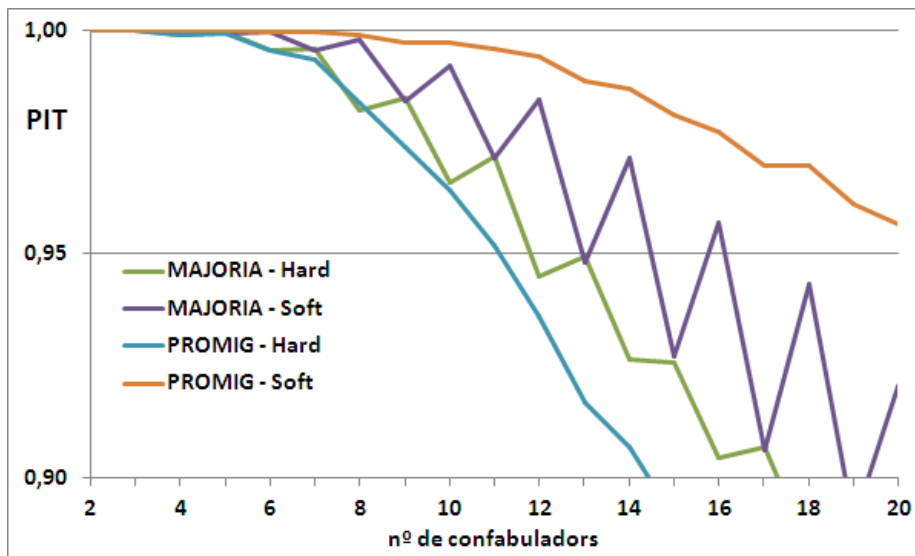


Figura 4.5: Simulació 9 - Majoria i Promig

Un primer cop d'ull a les taules ens permet extreure un seguit de conclusions força interessants i que condicionaran la resta de simulacions d'aquest supòsit.

La sortida soft del descodificador ofereix força millors prestacions que la hard, ja que aprofita la informació de canal inicialitzada a l'inici de la descodificació, en funció de les variables introduïdes en el primer supòsit, com son  $\sigma_H$ ,  $\sigma_{H'}$  i  $N_0$ .

Els mètodes de confabulació d'esborrats i tir de moneda, ofereix unes prestacions poc interessants per un nombre ja elevat de confabuladors, més si son comparats amb els mètodes de majoria i promig. El problema principal esdevé del descens dràstic de prestacions amb una petita variació de  $n$ , una variable totalment desconeguda per al descodificador. En canvi, el rendiment de mètodes com majoria o promig és millor i més equilibrat, permetent l'identificació de traïdors dins el llindar de qualitat podent estar-la coalició formada entre 10 i 20 usuaris.

El mètode de promig esdevé el més efectiu sobretot en sortida soft. No obstant, els resultats difereixen força en funció de la sortida del descodificador utilitzat. En canvi, majoria tot i assegurar bons resultats per a un menor nombre de confabuladors, manté prestacions molt similars tant treballant en hard com en soft.

Les prestacions del descodificador en el mètode de majoria segueixen una forma de dent de serra, essent en sortida soft els màxims locals quan  $n$  és parell i els mínims quan és senar. Això es deu principalment a que quan  $n$  és parell, es generen esborrats en la trama confabulada que sempre aportaran un menor efecte negatiu que un bit en concret, tot i ser considerat bit no segur. En sortida hard succeeix a l'inrevés, ja que l'efecte negatiu provocat d'un bit segur erroni manté el mateix pes que la resta.

Les relacions  $\frac{N_{hard}}{n}$  i  $\frac{N_{soft}}{n}$  segueixen un descens continu amb valors petits de  $n$  però, ambdós adquireixen una caire asimptòtic a mida que  $n$  va creixent. Els seus límits es poden situar aproximadament en:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_{hard}}{n} \approx \frac{2}{5}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_{soft}}{n} \approx \frac{1}{2}$$

Per tal d'aconseguir aquests resultats es presuposa que el descodificador sap amb antelació quin és el mètode de confabulació utilitzat pels confabuladors, per tal de poder inicialitzar correctament el vector de versemblances a l'entrada del descodificador a partir de la paraula rebuda. Per a conèixer aquesta informació prèviament a la descodificació, és necessari que l'esquema de fingerprinting utilitzat com ara el model Bonew-Shaw proposat en [10] sigui l'encarregat de facilitar-la.



#### 4.2.4 Desena simulació

La desena simulació és la primera en introduir soroll de canal en l'experiment. Fins ara, la paraula confabulada resultant era enviada directament al descodificador per tal de que aquest intentés identificar algun dels atacants. I tot i que aquesta ja havia sofert una extraordinària transformació respecte les paraules originals, és lògic pensar que qualsevol canal introduiria una certa distorsió extra en la paraula confabulada.

Així doncs, en la desena simulació el descodificador té amb un rival més a tenir en compte: el soroll gaussià introduït pel canal. A cada bit de la paraula confabulada se li afegirà un soroll que segueix una distribució normal, amb una potència de soroll de  $\sigma_w = \frac{\sigma_{bit}}{10}$ , comportant una SNR:

$$SNR(dB) = 10 \cdot \log \frac{\sigma_{bit}}{\sigma_w} = 10 \cdot \log \frac{\sigma_{bit}}{0.1 \cdot \sigma_{bit}} = 10 \log 10 = 10dB$$

A continuació s'adjunta la taula de resultats corresponent. Les variables que son constants durant tota la simulació i que s'han omès son les següents:

- $M=128$  bits
- $iteration=75$
- $\sigma_w = \frac{\sigma_{bit}}{10}$ .
- $SNR=10$  dB

***SIMULACIÓ 10****Mètode de confabulació: Esborrats*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	$metode$	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	20	10	0	1	1,9709	1	2
3	20	10	0	0,7248	1,3794	1	3
4	20	10	0	0,1481	0,3858	0,9693	3,8738
5	20	10	0	0,0379	0,1431	0,5406	2,6726

Taula 4.19: Resultats de la desena simulació.  $M=128$  bits. Soroll gaussià. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació d'esborrats.

***SIMULACIÓ 10****Mètode de confabulació: Tir de moneda*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	$metode$	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	20	10	4	1	1,9779	1	2
3	20	10	4	0,7066	1,3575	1	2,9988
4	20	10	4	0,1562	0,4017	0,9507	3,5479
5	20	10	4	0,0373	0,1482	0,4859	1,9772

Taula 4.20: Resultats de la desena simulació.  $M=128$  bits. Soroll gaussià. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació de tir de moneda.

***SIMULACIÓ 10***  
*Mètode de confabulació: Majoria*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	$metode$	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	50	10	1	1	1,972	1	2
3	50	10	1	1	2,9842	1	2,9816
4	50	10	1	0,9992	3,4466	1	3,9541
5	50	10	1	0,9999	4,3729	0,9998	4,3568
6	50	10	1	0,9944	4,3963	0,9998	5,3287
7	50	10	1	0,9958	5,2417	0,9951	5,2118
8	50	10	1	0,9841	5,0994	0,9985	6,2254
9	50	10	1	0,9876	5,8588	0,9868	5,8202
10	50	10	1	0,9662	5,7024	0,9927	6,9074
11	50	10	1	0,97	6,3728	0,9686	6,3232
12	50	10	1	0,9487	6,1744	0,9863	7,4303
13	50	10	1	0,9493	6,8248	0,9477	6,763
14	50	10	1	0,9231	6,6613	0,9716	7,926
15	50	10	1	0,9368	7,2577	0,9326	7,1949
16	50	10	1	0,8988	7,0812	0,9583	8,3488

Taula 4.21: Resultats de la desena simulació.  $M=128$  bits. Soroll gaussià. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació de majoria.

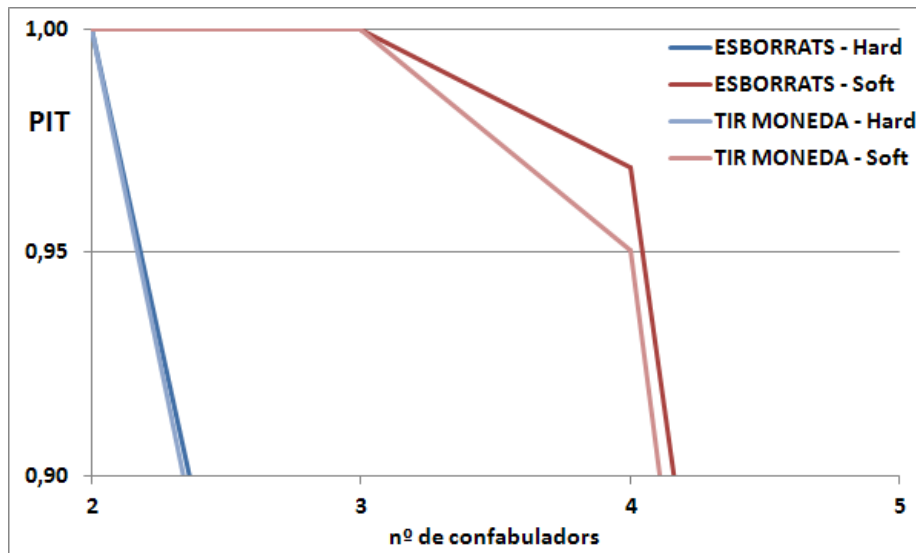


Figura 4.6: Simulació 10 - Esborrats i Tir de moneda

La comparació de taules entre aquesta simulació i l'anterior permet fer certes observacions força interessants. Es pot observar com la presència de soroll no afecta de la mateixa manera als diferents mètodes de confabulació.

**SIMULACIÓ 10***Mètode de confabulació: Promig*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	metode	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	50	10	2	1	1,9882	1	2
3	50	10	2	1	2,9794	1	2,9999
4	50	10	2	0,9994	3,4847	1	3,9873
5	50	10	2	0,9997	4,3733	1	4,876
6	50	10	2	0,9934	4,4273	1	5,603
7	50	10	2	0,9873	4,7622	0,9998	6,1731
8	50	10	2	0,9819	5,1183	0,9991	6,6888
9	50	10	2	0,9572	5,1327	0,9976	7,1041
10	50	10	2	0,9615	5,6923	0,996	7,4773
11	50	10	2	0,925	5,4849	0,9934	7,7873
12	50	10	2	0,9166	5,7327	0,9901	8,0967
13	50	10	2	0,8948	5,8945	0,9862	8,331
14	50	10	2	0,8707	5,8799	0,9787	8,562
15	50	10	2	0,8695	6,2876	0,9724	8,7416
16	50	10	2	0,8273	6,1319	0,9654	8,9405
17	50	10	2	0,8153	6,351	0,9547	9,1661

Taula 4.22: Resultats de la desena simulació.  $M=128$  bits. Soroll gaussià. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació de promig.

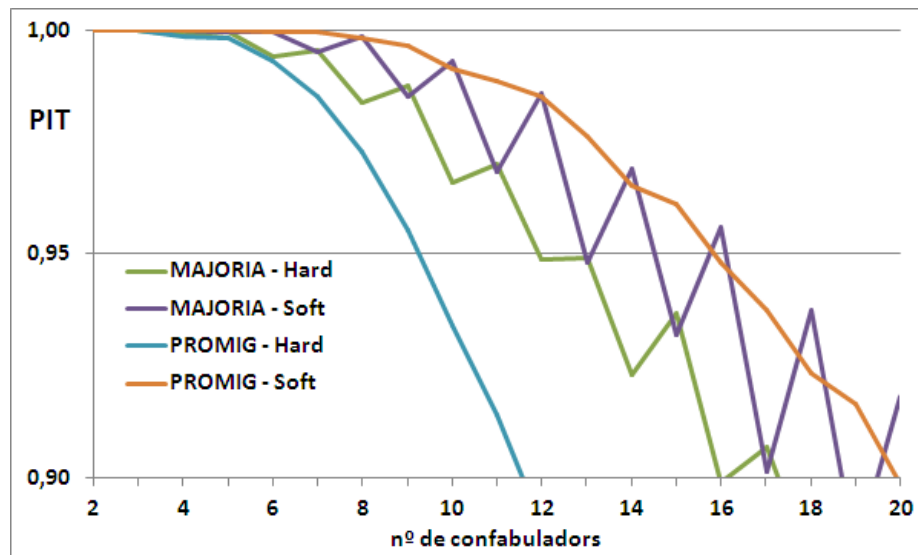


Figura 4.7: Simulació 10 - Majoria i Promig

Els mètodes d'esborrats, tir de moneda i majoria són els que es veuen poc influenciats pel soroll afegit en el canal. Degut a que treballen únicament amb bits i esborrats, quan són modificats per soroll dits elements continuen sent

clarament diferenciables, i l'efecte sobre el descodificador és gairebé nul.

No obstant, el mètode de promig treballa amb valors situats entre els bits 0 i 1 en funció de  $n$ . A mida que  $n$  creix, el rang de valors possibles també ho fa amb un conseqüent major efecte del soroll.

Es conclueix doncs que per a entorns sorollosos, els mètodes basats en bits i esborrats com son esborrats, tir de moneda i majoria ofereixen més una major resistència, a l'espera de poder millorar les seves prestacions modificant la longitud dels identificadors  $M$ .

#### 4.2.5 Onzena simulació

Les dues pròximes simulacions segueixen el mateix esquema i objectius que les seves predecessores però per a una longitud d'identificador de  $M=256$  bits, que comporta una marca codificada de 512 bits.

Les taules mostrades en aquest apartat segueixen sent un retall de les taules completes, que es poden consultar en l'annex B. A continuació s'adjunta la taula de resultats corresponent. Les variables d'entrada que son constants durant la simulació i que s'han omès en la taula son les següents:

- $M=256$  bits
- $iteration=75$
- $\sigma_w=0$ . No s'afegeix soroll en aquesta simulació.

***SIMULACIÓ 11****Mètode de confabulació: Esborrats*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	<i>metode</i>	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	20	10	0	1	1,9999	1	2
3	20	10	0	0,9808	2,3883	1	3
4	20	10	0	0,3792	0,9033	1	4
5	20	10	0	0,0764	0,2672	0,969	4,8433

Taula 4.23: Resultats de l'onzena simulació.  $M=128$  bits. Soroll gaussià. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació d'esborrats.

***SIMULACIÓ 11****Mètode de confabulació: Tir de moneda*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	<i>metode</i>	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	20	10	4	1	2	1	2
3	20	10	4	0,9812	2,4153	1	3
4	20	10	4	0,3862	0,9011	1	3,9931
5	20	10	4	0,0779	0,2625	0,9301	4,0776

Taula 4.24: Resultats de l'onzena simulació.  $M=256$  bits. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació de tir de moneda.

***SIMULACIÓ 11***  
*Mètode de confabulació: Majoria*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	$metode$	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	50	10	1	1	1,9998	1	2
3	50	10	1	1	3	1	3
4	50	10	1	1	3,9817	1	4
5	50	10	1	1	4,9834	1	4,9835
6	50	10	1	1	5,7652	1	5,9836
7	50	10	1	1	6,7409	1	6,7405
8	50	10	1	1	7,2002	1	7,7903
9	50	10	1	0,9999	8,1415	1	8,1406
10	50	10	1	0,9996	8,4464	1	9,2818
15	50	10	1	0,9981	11,312	0,9984	11,31
20	50	10	1	0,9922	12,948	0,998	14,447
25	50	10	1	0,9872	15,056	0,9879	15,063
30	50	10	1	0,9771	16,361	0,9881	18,009
35	50	10	1	0,9662	18,284	0,9665	18,271
40	50	10	1	0,95	19,577	0,9699	21,256
45	50	10	1	0,9483	21,448	0,9468	21,455
50	50	10	1	0,9294	22,797	0,9514	24,503

Taula 4.25: Resultats de l'onzena simulació.  $M=256$  bits. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació de majoria.

**SIMULACIÓ 11***Mètode de confabulació: Promig*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	metode	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	50	10	2	1	1,9998	1	2
3	50	10	2	1	3	1	3
4	50	10	2	1	3,9817	1	4
5	50	10	2	1	4,9834	1	4,9999
6	50	10	2	1	5,7652	1	5,999
7	50	10	2	1	6,7409	1	6,9882
8	50	10	2	1	7,2002	1	7,9565
9	50	10	2	0,9999	8,1415	1	8,8819
10	50	10	2	0,9996	8,4464	1	9,7649
15	50	10	2	0,9981	11,312	1	13,498
20	50	10	2	0,9922	12,948	1	16,573
25	50	10	2	0,9872	15,056	0,999	19,172
30	50	10	2	0,977	17,077	0,9973	21,961
35	50	10	2	0,9662	18,284	0,996	23,701
40	50	10	2	0,9547	19,556	0,9943	25,785
45	50	10	2	0,9483	21,448	0,9896	27,82
50	50	10	2	0,9294	22,797	0,9877	29,811
55	50	10	2	0,9274	24,671	0,983	31,785
60	50	10	2	0,9073	26,117	0,9765	33,795
65	50	10	2	0,9011	28,025	0,976	35,788
70	50	10	2	0,89659	29,495	0,9732	37,792
75	50	10	2	0,886	31,518	0,9689	39,831
80	50	10	2	0,8758	33,039	0,9663	41,842
85	50	10	2	0,8776	35,035	0,9591	43,865
90	50	10	2	0,8662	36,73	0,9572	45,98
95	50	10	2	0,8628	38,879	0,9564	48,075
100	50	10	2	0,8585	40,538	0,9539	50,2

Taula 4.26: Resultats de l'onzena simulació.  $M=256$  bits. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació de promig.



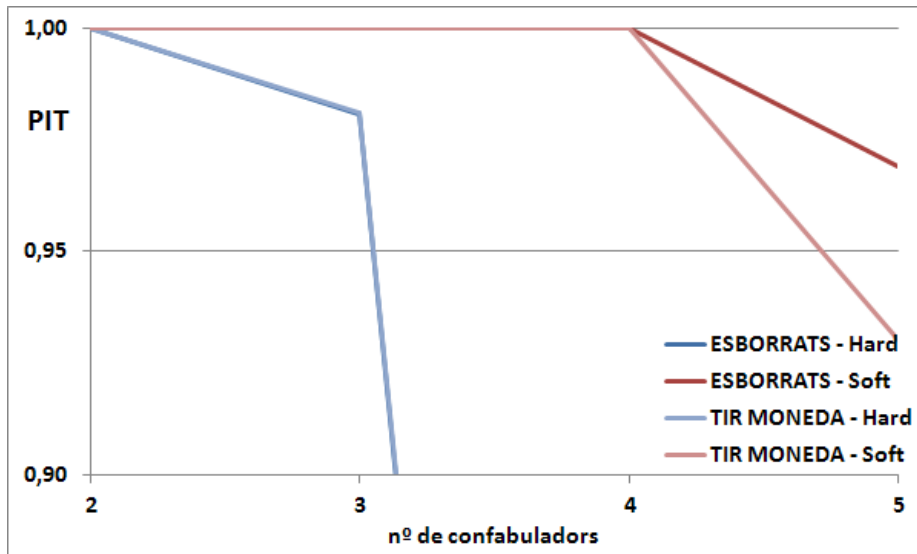


Figura 4.8: Simulació 11 - Esborrats i Tir de moneda

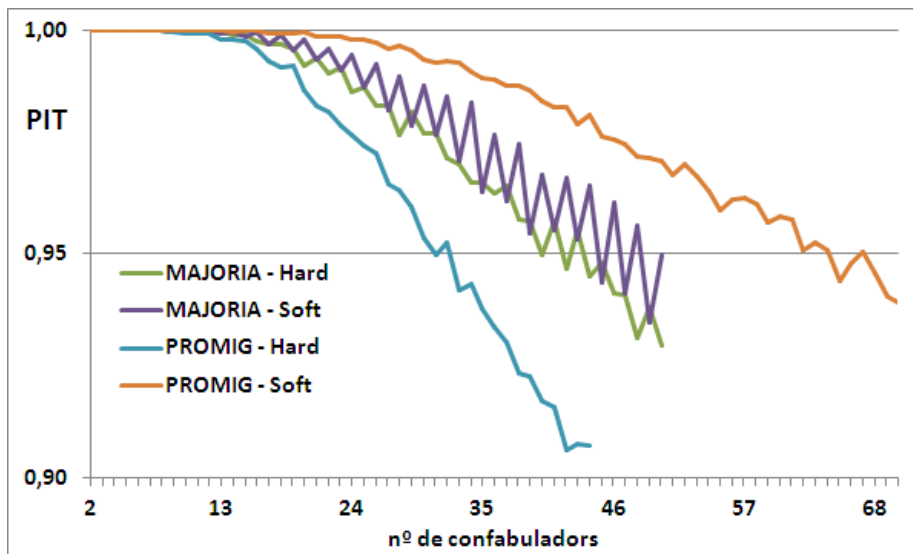


Figura 4.9: Simulació 11 - Majoria i Promig

L'augment de  $M$ , duplicant dels 128 bits a 256, suposa una més que notable millora per a les prestacions del sistema. A diferència del primer supòsit, un increment de  $M$  permet que desemmascarar satisfactòriament un atac dut a terme per un major nombre de confabuladors,  $n$ , o el que és el mateix, a igual nombre d'atacants permet desemmascarar l'atac amb una probabilitat d'encert superior.

Si anteriorment la cota soft del mètode de majoria es situava entre 12 i 14 atacants, amb  $M=256$  bits gairebé es triplica, vorejant el la quarantena d'ata-

cants. No és l'únic resultat satisfactori, amb el doble de bits en l'identificador, mètodes com el d'esborrats i tir de moneda assoleixen grans resultats en coalicions de fins a 5 usuaris, una xifra ja significativa en situacions més realistes. Al igual que la resta, el mètode de promig segueix també la progressió permetent coalicions de fins a més de 50 usuaris.

Si enlloc de comparar la millora pel que fa a  $n$ , s'observen les diferències entre  $p_{hard}$  i  $p_{soft}$  per a un cert  $n$ , es reafirma les expectatives generades sobre el descodificador logarítmic LDPC per a aquest context concret. En  $M=128$  bits i  $n=20$  atacants, majoria oferia un  $p_{soft}=0.957$  mentre que amb  $M=256$  bits i també  $n=20$  la probabilitat augmenta fins a  $p_{soft}=0.998$ , gairebé un 99,9%. El mateix succeeix per al cas del promig, si amb  $M=128$  bits i  $n=20$  confabuladors, la probabilitat era  $p_{soft}=0.9565$ , ara amb  $M=256$  bits s'incrementa fins a  $p_{soft}=0.9996$ .

L'únic factor causant de la millora es la longitud de l'identificador,  $M$ . L'explicació resulta també senzilla: si es manté contant el nombre d'usuaris dins l'aplicació però es duplica la longitud de les seves marques, s'incrementarà la distància mitja entre dues marques qualsevol. Si augmenta la distància, definida com a *distanciahard* en l'inici de la secció, més diferència existirà en el càlcul de les correlacions entre els identificadors d'usuari i la paraula descodificada, per tant, més fàcil serà identificar algun dels atacants. Això es compleix en ambdues sortides del descodificador, tot i que l'efecte és molt més pronunciat per a sortides soft.

Tanmateix, la millora substancial només afecta a  $p_{hard}$  i  $p_{soft}$ . Les relacions  $\frac{p_{hard}}{n}$  i  $\frac{p_{soft}}{n}$  no es veuen alterades per l'increment de  $M$ . El motiu és semblant a l'anterior. El fet que augmenti la distància entre paraules, permet diferenciar-les millor unes de altres però això no vol dir que permeti diferenciar el grup sencer de confabuladors de la resta. De fet, la paraula confabulada compleix un seguit de característiques comunes entre la majoria (no tots) dels atacants i la seva descodificació ens acosta molt cap a un grup reduït d'ells. No obstant, és possible que a l'hora altres confabuladors quedin realment allunyats de la paraula descodificada, l'objectiu desitjat pels atacants, i per tant no quedar inclosos entre la llista de  $n$  sospitosos.

Les variables  $\frac{p_{hard}}{n}$  i  $\frac{p_{soft}}{n}$  segueixen la mateixa tendència que en la simulació anterior, i també adquireixen un caire asimptòtic a mida que va augmentant  $n$ . Igual que en la novena simulació, els límits es poden situar aproximadament en:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_{hard}}{n} \approx \frac{2}{5}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_{soft}}{n} \approx \frac{1}{2}$$

L'únic punt negatiu atorgable a l'onzena simulació davant la novena és l'elevat cost computacional que suposa treballar amb identificadors de 256 bits, que un cop codificades mitjançant els LDPC prenen una longitud de 512 bits. La descodificació necessita el doble de temps per a endur-se a terme ja que ha de comprovar el doble de restriccions de paritat. No obstant, vista la millora obtinguda i que un baix temps de còmput no és un requeriment per aquest tipus d'aplicacions, sembla més convenient utilitzar identificadors d'elevada longitud.

#### 4.2.6 Dotzena simulació

L'onzena simulació ha obert el camí dels 256 bits, deixant-lo gairebé com a millor solució momentània per a fer front a possibles atacs de confabulació. No obstant, per a poder consolidar aquesta opció cal comprovar si segueix la mateixa tendència davant ambients sorollosos.

Seguint el mateix patró que en totes les simulacions, establirem la mateixa relació senyal-soroll que per al cas de  $M=128$  bits, fet que permetrà la comparació sense més problemes.

A continuació s'adjunta la taula de resultats corresponent. Les variables que son constants durant tota la simulació i que s'han omès son les següents:

- $M=256$  bits
- $iteration=75$
- $\sigma_w = \frac{\sigma_{bit}}{10}$ .
- $SNR=10$  dB

***SIMULACIÓ 12****Mètode de confabulació: Esborrats*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	<i>metode</i>	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	20	10	0	1	1,9999	1	2
3	20	10	0	0,9826	2,4101	1	3
4	20	10	0	0,3875	0,9086	1	4
5	20	10	0	0,0771	0,2675	0,97	4,8502

Taula 4.27: Resultats de la dotzena simulació.  $M=256$  bits. Soroll gaussià. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació d'esborrats.

***SIMULACIÓ 12****Mètode de confabulació: Tir de moneda*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	<i>metode</i>	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	20	10	4	1	2	1	2
3	20	10	4	0,984	2,4148	1	3
4	20	10	4	0,3908	0,9162	0,9996	3,9944
5	20	10	4	0,0765	0,2652	0,9283	4,0421

Taula 4.28: Resultats de la dotzena simulació.  $M=256$  bits. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació de tir de moneda.

***SIMULACIÓ 12***  
*Mètode de confabulació: Majoria*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	<i>metode</i>	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	50	10	1	1	1,9999	1	2
3	50	10	1	1	3	1	2,9999
4	50	10	1	1	3,9797	1	4
5	50	10	1	1	4,9844	1	4,9818
6	50	10	1	1	5,7662	1	5,9803
7	50	10	1	1	6,7401	1	6,7255
8	50	10	1	0,9999	7,2109	1	7,7662
9	50	10	1	1	8,163	1	8,1298
10	50	10	1	0,9999	8,4535	1	9,2551
15	50	10	1	0,9988	11,332	0,9987	11,254
20	50	10	1	0,9927	12,936	0,9978	14,36
25	50	10	1	0,9868	15,057	0,987	14,932
30	50	10	1	0,9745	16,341	0,9886	17,881
35	50	10	1	0,9679	18,316	0,9665	18,166
40	50	10	1	0,9541	19,55	0,9695	21,089
45	50	10	1	0,9454	21,495	0,9436	21,349
50	50	10	1	0,9348	22,777	0,9512	24,303

Taula 4.29: Resultats de la dotzena simulació.  $M=256$  bits. Soroll gaussià. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació de majoria.

***SIMULACIÓ 12****Mètode de confabulació: Promig*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	<i>metode</i>	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	50	10	2	1	2	1	2
3	50	10	2	1	3	1	3
4	50	10	2	1	3,9863	1	4
5	50	10	2	1	4,983	1	4,9995
6	50	10	2	1	5,7756	1	5,9952
7	50	10	2	1	6,5276	1	6,9798
8	50	10	2	0,9999	7,2257	1	7,9081
9	50	10	2	0,9997	7,6527	1	8,7726
10	50	10	2	0,9997	8,4487	1	9,5503
15	50	10	2	0,9949	10,314	1	12,702
20	50	10	2	0,9794	11,438	0,9984	14,88
25	50	10	2	0,9483	12,351	0,994	16,549
30	50	10	2	0,9098	13,107	0,9837	17,828
35	50	10	2	0,8625	13,844	0,9717	18,952
40	50	10	2	0,8291	14,634	0,9562	20,069
41	50	10	2	0,8149	14,618	0,9513	20,304

Taula 4.30: Resultats de la dotzena simulació.  $M=256$  bits. Soroll gaussià. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació de promig.

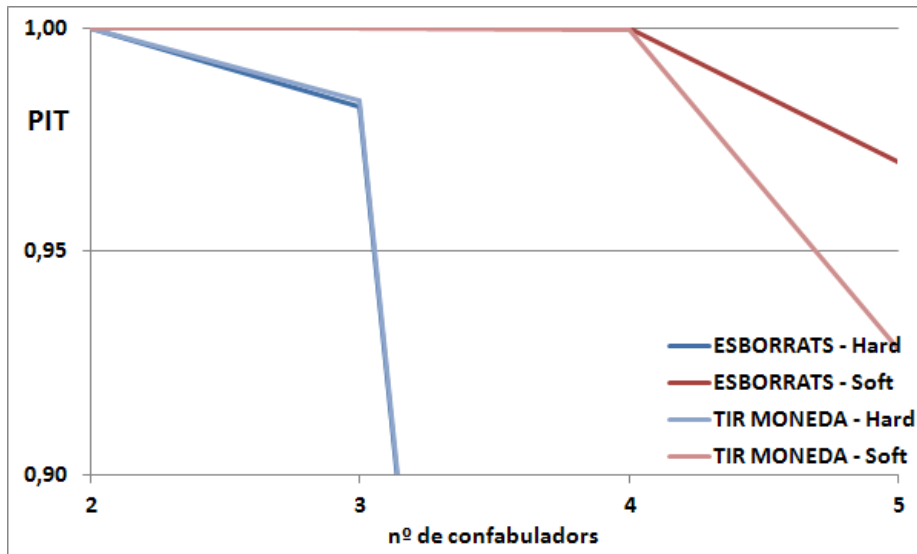


Figura 4.10: Simulació 12 - Esborrats i Tir de moneda

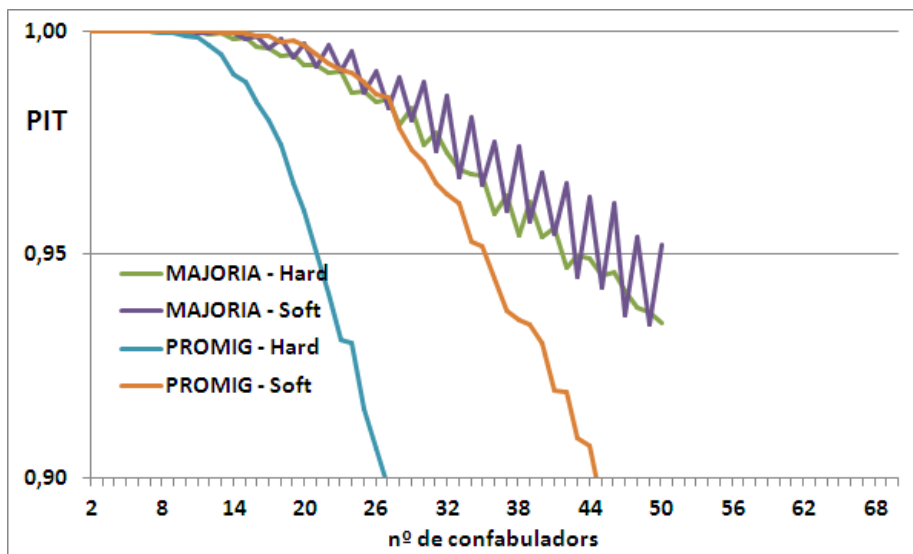


Figura 4.11: Simulació 12 - Majoria i Promig

Els mateixos mètodes que resistien l'efect del soroll en la desena simulació, segueixen la mateixa tendència en aquesta dotzena. Esborrats es consolida com un mètode a tenir en molt en compte a l'hora de definir esquemes de fingerprinting amb una presència de pocs atacants.

El mètode de majoria no únicament es mostra invariable en l'introducció de soroll tant en descodificació hard com soft, sinó que supera les prestacions del promig en sortida hard. Lògicament no resulta profitós utilitzar sortides hard

si es té a l'abast l'opció soft. No obstant, algorismes com la descodificació per llistes o *list decoding* mitjançant el càlcul de CRC, només permet treballar amb paraules hard i en aquest cas, la majoria seria també l'opció més recomanada.

Per a entendre aquests resultats cal repassar la definició d'ambdós mètodes de confabulació i com es construeix el vector  $N_0$  en sengles casos.

Per al cas de la majoria, el bit  $i$ -èssim de la paraula confabulada serà el valor més repetit a l'entrada, tant pot ser 0 com 1. Si  $n$  és parell és pot donar el cas d'empat i aleshores el bit  $i$ -èssim es converteix en esborrat, fet que afavoreix les prestacions, tal i com queda constància en la forma de dent de serra dels gràfics, establint-se els mínims quan  $n$  és senar.

El vector  $N_0$  no pren un caire gaire important en el mètode de confabulació ja que tots els bits solen tenir el mateix pes soft. De fet, el descodificador aplica la potència mitjançant  $\sigma_H$  quan el bit  $i$ -èssim és 0 o 1. Mentre que s'aplica la potència mitjançant  $\sigma_L$  quan hi ha un esborrat. Per tant, per a valors senars de  $n$  mai s'utilitzarà la variable  $\sigma_L$ . Per aquest motiu, les diferències entre  $p_{hard}$  i  $p_{soft}$  es suavitzen força respecte la resta de mètodes.

En el cas del promig, l'element  $i$ -èssim de la paraula confabulada serà el promig de tots els bits d'entrada. Tal i com succeeix en la majoria, l'aparició d'esborrats ve condicionat per la paritat de  $n$ . Si  $n$  és parell, poden aparèixer esborrats amb la consegüent alteració de prestacions.

Una correcta inicialització del vector  $N_0$  resulta vital per al bon funcionament del sistema. Al principi de la secció s'explicava l'assignació de valors de  $N_0$  per a tots els mètodes i concretament en el de promig, destacava el fet que el seu element  $i$ -èssim podia prendre gran quantitat de valors compresos entre  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$ , sempre depenent de l'element  $i$ -èssim de la paraula confabulada.

Tot i que en el codi implementat en aquest projecte, l'inicialització de  $N_0$  es duu a terme en el mòdul de confabulació per motius únicament de reducció de cost computacional, el cert és que aquesta assignació s'ha de fer com a pas previ a la descodificació. Cal recalcar però, que per a una bona correcta inicialització de  $N_0$ , el mètode de confabulació utilitzat no pot romandre com a incògnita. Si s'utilitzen els codis de baixa densitat dins esquemes de fingerprinting, com ara el model Bonew-Shaw, és el codi fingerprinting el que ens hauria de permetre saber de forma prèvia a la descodificació quin mètode de confabulació és el que els atacants s'han vist obligats a utilitzar.

Així doncs, depenent de l'element  $i$ -èssim de la paraula rebuda, el descodificador assignarà un cert valor a  $N_0(i)$ . No obstant, quan el soroll fa acte de presència provoca que l'inicialització no sigui en cap cas òptima en el cas del mètode de promig. Es potencien elements més del que s'hauria i a l'inrevés. Tot i que això no suposa un enorme desajust, si que comporta una important pèrdua de prestacions, tal i com es pot observar en els resultats.



### 4.2.7 Tretzena simulació

En el capítol 3 s'enumeren quatre dels diferents descodificadors existents avui dia per als codis de baixa densitat:

1. **MLG**: Majority Logic
2. **BF**: Bit-flipping
3. **APP**: A Posteriori Probability
4. **SPA**: Sum-Product Algorithm

Els dos primers algoritmes es basen en descodificació hard, mentre que els dos últims treballen en descodificació soft. La llista anterior està ordenada de menys a més complexitat. A més complexitat, major cost computacional però també millors prestacions.

En la part teòrica relativa als codis LDPC, s'hi troba explicat en més profunditat el funcionament del BF i del SPA, i els motius pels quals s'ha optat per a treballar en aquest projecte únicament sobre el segon d'aquest dos. Dins del món dels SPA,

S'ha fet referència a dos exemples d'algoritmes SPA en el capítol 3:

- Descodificació de Gallager o de funció de probabilitat: un SPA basat en les funcions de probabilitat presentat en la tesi doctoral de Gallager [18].
- Descodificació per versemblança en domini logarítmic: un SPA basat en l'anterior però utilitzant la versemblança logarítmica enlloc de la funció de probabilitat introduït per Radford M. Neal i Bagawan [31, 32].

Fins ara s'ha treballat utilitzant únicament el descodificador basat en la versemblança en domini logarítmic. L'objectiu però d'aquesta simulació, és comparar ambdós algoritmes davant un mateix context i decidir quin satisfà millor les nostres necessitats, i que resumeix les següents característiques:

- $M=256$  bits
- $iteration=75$
- $\sigma_w=0$ . No s'afegeix soroll en aquesta simulació.
- $\sigma_H=10$  dB
- $\sigma_L=10$  dB
- Mètode de confabulació utilitzat: Promig.

El motiu pel qual s'ha optat per un valor tan baix de  $\sigma_H$  en comparació a la resta de simulacions del segon supòsit resideix en el fet que el descodificador de Gallager es veu clarament afectat per valors elevats d'aquesta variable. De fet, si s'assigna a  $\sigma_H$  un valor tan elevat com en simulacions anteriors, es produeixen divisions per zero que inutilitzen l'experiment en sí. Això no succeeix en l'altre descodificador ja que el domini logarítmic suavitza aquest efecte i a més a més, disposa d'un llindar que corregeix valors excessivament elevats per tal d'evitar

aquest problema en concret.

És per això, que per aquesta simulació 13 s'ha decidit optar per una  $\sigma_H = 10$  dB per als dos descodificadors. Al treballar ambdós en exactes condicions permetrà realitzar una comparació entre les prestacions d'un i de l'altre. A continuació s'adjunten les taules de resultats corresponents als dos descodificadors:

### ***SIMULACIÓ 13***

*Mètode de confabulació: Promig*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	<i>metode</i>	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	10	10	2	1	1,9999	1	2
3	10	10	2	1	2,9982	1	2,9993
4	10	10	2	1	3,9697	1	3,9898
5	10	10	2	1	4,8321	1	4,8868
6	10	10	2	1	5,5783	1	5,7073
7	10	10	2	1	6,2037	1	6,3843
8	10	10	2	0,9999	6,7742	1	7,0285
9	10	10	2	0,9989	7,3343	0,9997	7,6424
10	10	10	2	0,9989	7,8077	0,9994	8,1895
15	10	10	2	0,9925	9,8181	0,9969	10,574
20	10	10	2	0,9785	11,43	0,9884	12,542
25	10	10	2	0,9626	13,022	0,9831	14,481
30	10	10	2	0,9476	14,529	0,9739	16,288
35	10	10	2	0,932	16,053	0,9643	18,082
40	10	10	2	0,9163	17,594	0,9546	19,9

Taula 4.31: Resultats de la tretzena simulació.  $M=256$  bits. Descodificació per funció de probabilitat. Mètode de confabulació de promig.

***SIMULACIÓ 13***  
*Mètode de confabulació: Promig*

$n$	$\sigma_H$	$\sigma_L$	<i>metode</i>	$p_{hard}$	$N_{hard}$	$p_{soft}$	$N_{soft}$
2	10	10	2	1	1,9999	1	2
3	10	10	2	1	2,998	1	3
4	10	10	2	1	3,9672	1	3,9998
5	10	10	2	1	4,8314	1	4,996
6	10	10	2	1	5,5766	1	5,9721
7	10	10	2	1	6,207	1	6,8973
8	10	10	2	0,9998	6,7716	1	7,7493
9	10	10	2	0,999	7,3335	1	8,5423
10	10	10	2	0,9989	7,8071	1	9,2704
15	10	10	2	0,9925	9,8182	0,9998	12,428
20	10	10	2	0,9785	11,43	0,9987	14,909
25	10	10	2	0,9626	13,022	0,9962	17,166
30	10	10	2	0,9476	14,529	0,9911	19,206
35	10	10	2	0,932	16,053	0,9892	21,174
40	10	10	2	0,9163	17,594	0,9818	23,153
45	10	10	2	0,9016	19,058	0,9749	24,988
50	10	10	2	0,8886	20,649	0,9719	26,864
55	10	10	2	0,8789	22,244	0,9641	28,77
60	10	10	2	0,8743	23,902	0,9587	30,737
65	10	10	2	0,8581	25,568	0,956	32,712
70	10	10	2	0,8556	27,185	0,9518	34,623

Taula 4.32: Resultats de la tretzena simulació.  $M=256$  bits. Descodificació per versemblança en domini logarítmic. Mètode de confabulació de promig.

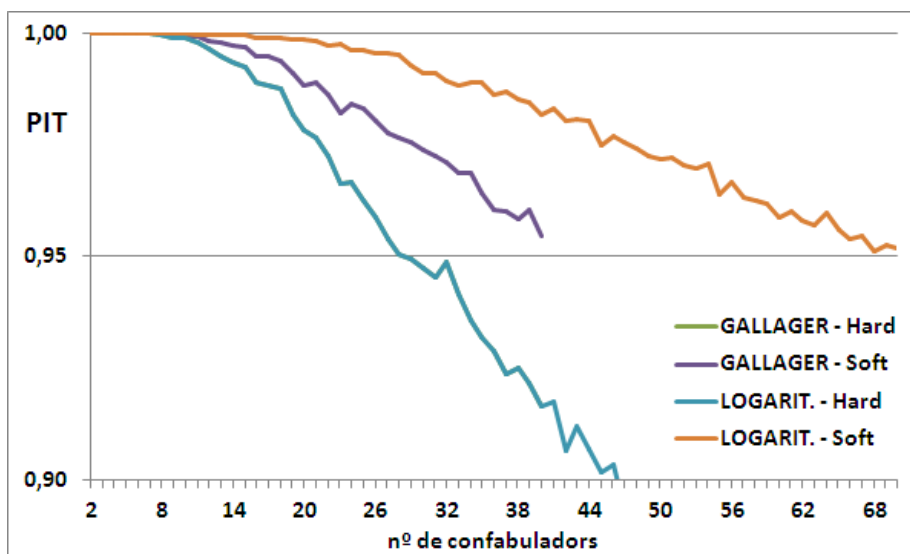


Figura 4.12: Simulació 13 - Descodificació per funció de probabilitat i per versemblança en domini logarítmic

Comparant els resultats, veiem com la descodificació per funció de probabilitat no aporta una millora respecte l'altra opció. El descodificador de Gallager arriba a la cota soft quan el nombre de confabuladors és aproximadament  $n=40$ , i  $p_{soft}=0.9546$ . Per a aquest mateix  $n$ , l'altre descodificador utilitzat en les simulacions anteriors situa el valor de  $p_{soft}$  en 0.9818, lluny encara del llindar preestablert.

Si bé doncs, resulta interessant saber en què difereixen aquests dos algorismes. L'esquelet d'ambdós és molt similar no obstant, la principal diferència la trobem en el domini de treball. La descodificació per versemblança treballa sobre un domini logarítmic. El canvi tradueix en sumes les multiplicacions existents en la descodificació per funció de probabilitat. La principal característica afectada per aquest canvi és el temps de còmput de la descodificació.

A continuació s'adjunta una petita taula on es pot observar el temps requerit per cadascun dels descodificadors per a realitzar una tanda sencera de 10.000 repeticions amb sengles longituds de  $M=128$  bits i  $M=256$  bits.

#### ***TEMPS DE CÒMPUT***

*en minuts aprox. (per a 10.000 repeticions)*

$M$	Decod. per versemblança	Decod. per funció de probabilitat
128	41	18
256	91	38

Els resultats obtingut son si més no, sorprenents. A priori hom podria pensar que el descodificador de Gallager o de funció de probabilitat requereix de major

temps per als càlculs que el seu anàlog en el domini logarítmic. No obstant amb el descodificador de Gallager, tot i la significativa pèrdua de prestacions, redueix el cost computacional aproximadament a la meitat. Els motius poden ser diversos, però se'n podrien destacar dos d'entre els possibles:

- Optimització de l'algoritme utilitzat.
- Llenguatge de programació sobre la qual es realitzen les simulacions.

En tota simulació, l'algoritme d'implementació és el pilar principal de la plataforma sobre el qual s'aposa l'èxit o el fracàs de la mateixa. No és l'únic però sí que marca en gran part l'avenir dels resultats. En simulacions on l'implementació de codi hi és present, bàsicament la immensa majoria, l'escriptura del codi suposa també un pilar igual d'important que l'algoritme. No s'han de confondre aquests dos termes ja que tot i que van íntimament lligats, no significa que si un dels dos és òptim, l'altre també ho sigui. El codi no és més que la traducció a un llenguatge de programació de l'algoritme proposat. Per tant, si l'algoritme no és bo, ja pot ser el codi òptim que no s'aconseguiran bons resultats. D'altra banda, un codi mal escrit però fidel a un bon algoritme dona bons resultats però amb un excessiu cost computacional. De fet, el codi en sí únicament afecta al temps i memòria requerits per a dur a terme l'experiment, però això no treu que no siguin dos característiques a tenir en compte. En el cas del watermarking i fingerprinting, un baix cost és una interessant propietat a complir sempre que es pugui. Així doncs, una de les possibles causes d'aquesta diferència de temps podria recaure en un codi no optimitzat per al cas del descodificador per versemblança juntament amb un codi òptim per al descodificador de Gallager.

Però aquest no és l'únic possible factor a tenir en compte. El llenguatge de programació o plataforma sobre el qual s'implementen les simulacions també tenen sempre certes particularitats. En el cas d'aquest projecte s'ha treballat utilitzant la plataforma MATLAB, un paquet software que disposa com tots, d'avantatges i inconvenients. MATLAB és un entorn que en els últims anys s'ha estès molt ràpidament en la investigació, degut a la seva gran comoditat i facilitat per a la visualització de dades. El seu llenguatge de programació propi més entenedor que altres més coneguts com el C, juntament amb un atractiu entorn visual, el converteixen en una de les millors opcions per al món de la simulació. A més a més, MATLAB ofereix una gran facilitat per a treballar amb matrius i vectors, un dels principals motius de la seva elecció. Per contra, un dels seus punts fluixos és la implementació de bucles. Així com el C realitza bucles sense perdre gairebé res de temps en indexació, en el cas del MATLAB, aquest temps es dispara i alenteix en gran mesura el codi si aquest disposa de diversos bucles, com és en el nostre cas. Així doncs, es pot concloure que molt possiblement es podria dissenyar un descodificador per versemblança molt més ràpid si s'implementa en un altre llenguatge.

### 4.3 Tercer supòsit

El desenvolupament constant de les tecnologies així com l'increment sense fre d'usuaris de les mateixes, infereix també una constant renovació dels sistemes de seguretat. En el nostre cas, són les tècniques de watermarking i fingerprinting les encarregades d'intentar frenar la redistribució il·lícita de continguts digitals.

En el capítol 2, dedicat exclusivament al watermarking i fingerprinting és fa una menció especial a quines propietats ha de complir un codi fingerprinting per a que les prestacions que ofereixi siguin les desitjades. No existeix tal codi que posseeixi totes les propietats, ja que algunes d'elles entren en conflicte entre sí. Per tant és el dissenyador del codi el que decideix en funció dels requisits, quines seran les adequades i quines no.

Aquest tercer supòsit es dedica a analitzar el comportament dels codis de baixa densitat davant atacs de confabulació en funció de la longitud del codi utilitzat. És trivial pensar que a més longitud de codi, la capacitat del mateix augmentarà notòriament i que també ho farà el cost computacional de la posterior descodificació. Si es decideix augmentar la longitud del codi però mantenint el nombre d'usuaris, provoca que la distància entre cadascuna de les paraules codi també sigui major. Si es dona aquest cas, l'identificació d'usuaris hauria de resultar molt més fiable.

En el supòsit anterior, s'analitzava quin era el nombre màxim de confabuladors els quals els codis LDPC eren capaços de fer-hi front, sense excedir un llindar de certesa prèviament establert. Concretament per a valors de  $M=128$  bits i  $M=256$  bits, s'analitzava els casos en els quals el descodificador era capaç d'identificar un confabulador amb una probabilitat superior al 95%. La longitud del codi  $M$  era la primera d'un grup de variables, que completaven el mètode de confabulació, el nombre de confabuladors actuant sobre la paraula rebuda i els valors de  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$ .

Amb els resultats en mà es podia comprovar el bon comportament dels codis LDPC davant aquest tipus de situacions. Amb una longitud de  $M=256$  bits, utilitzant el mètode de promig, i amb poc més de 100 confabuladors d'entre un grup de 1024 usuaris, el descodificador era capaç d'identificar a un dels confabuladors amb una probabilitat superior al 95%.

Ara bé, no és realista pensar que una quantitat tan elevada de confabuladors es pugui aliar per a realitzar un atac de confabulació, i més quan dita aplicació està pensada per a tan sols 1024 usuaris. Una situació més ajustada a la realitat limitaria fins un a 5 el nombre de traïdors que prenguessin part en l'atac. I és aquí on entra en joc aquest tercer i últim supòsit. Analitzar el comportament, i no el límit, dels codis de baixa densitat davant atacs de confabulació duts a terme per un nombre reduït d'usuaris en funció de la longitud del codi i del mètode de confabulació utilitzat, aplicant un llindar molt més restrictiu.

Els possibles valors de  $M$ , la longitud del codi en bits, esdevenen una variable d'entrada més en les simulacions. Fins ara s'havia treballat amb valors que es movien entre els 128 i els 256 bits. No es pot dir que siguin longituds de codi

escasses ja que un cop codificades, al tenir una ràtio de codificació  $M/N=2$ , s'obtenen paraules confabulades i codificades de 256 i 512 bits, respectivament. Però si és ben cert, que avui en dia el món del fingerprinting treballa amb longituds de codi força majors. Al fer una recerca de situacions més ajustades a la realitat, el ventall de valors de  $M$  s'eixamplarà fins a cobrir longituds des dels 128 fins als 2048 bits. Així doncs, el sistema arribarà a treballar amb marques codificades de fins a 4 kbytes.

Si bé és cert que dites longituds de codi augmenten dràsticament el temps de còmput de la descodificació, també s'ha de tenir en compte que no és el punt més crític d'una aplicació d'aquest estil, essent la certesa del resultat un factor molt més important. El dissenyador del sistema és conscient que amb aquestes longituds el sistema esdevindrà més feixuc, però si això comporta una notable millora en la probabilitat d'identificar possibles confabuladors, aquest increment de  $M$  resulta necessari.

Les variables  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$  esdevindran constants en aquest últim tram. S'utilitzaran els valors òptims aconseguits en les primeres simulacions i que afirmaven que  $\sigma_{H_{optim}}=20$  dB i  $\sigma_{L_{optim}}=10$  dB. Si hom consulta les taules de resultats del segon supòsit, veurà que amb un valor de  $\sigma_H=50$  dB els resultats aconseguits eren mínimament millors, però amb aquesta  $\sigma_H$  també s'invalidaven diverses repeticions degut al exagerat pes que prenen el bits segurs. Així doncs, es decideix seguir utilitzant únicament  $\sigma_{H_{optim}}$  i  $\sigma_{L_{optim}}$  establint-se com a constants.

El llindar per a considerar satisfactori el rendiment dels codis LDPC davant un cert nombre de confabuladors, esdevé en aquest tercer supòsit més restrictiu, elevant-se fins al 99%. Al simular sempre fins a un total de 5 confabuladors per als diferents valors de  $M$ , no es converteix en una condició d'aturada de la simulació, però les representacions gràfiques si que es veuran òbviament afectades per aquest canvi.

### 4.3.1 Catorzena simulació

Degut al nou enfocament que pren aquest tercer supòsit, es decideix augmentar el número de variables de sortida a analitzar durant les simulacions. Fins ara, a les que se'ls hi donava més importància eren tant la probabilitat de que l'usuari amb major correlació es tractés d'un atacant i el nombre mitjà d'atacants situats entre les  $n$  màximes correlacions, essent  $n$  el nombre total de confabuladors.

No obstant, existeixen altres dades igualment importants i que no han pres part encara. Les noves variables que es mostren en les següents taules de resultats son:

- $p_{maxC}$ : Probabilitat de que l'usuari amb major correlació sigui un atacant.
- $p_{max_noC}$ : Probabilitat de que l'usuari amb major correlació sigui un usuari innocent. Aquest valor no es mostra ja que és complementari amb l'anterior. La suma de les dues probabilitats és sempre 1.

- $p_{noC}$ : Probabilitat de que dins les  $n$  majors correlacions, existeixi almenys una corresponent a un usuari innocent.
- $p_{\gamma \geq 0,1}$ : Probabilitat de que la diferència entre la màxima de les correlacions dels atacants i la màxima correlació dels innocents sigui major a 0,1.
- $p_{\gamma \geq 0,4}$ : Probabilitat de que la diferència entre la màxima de les correlacions dels atacants i la màxima correlació dels innocents sigui major a 0,4.

Els resultats de les taules mostrades a continuació estan classificades segons el nombre de confabuladors  $n$  i el mètode de confabulació utilitzat. Les altres variables d'entrada que son constants durant la simulació i que no es mostren son les següents:

- $iteration=50$
- $\sigma_w=0$ . No s'afegeix soroll en aquesta simulació.
- $\sigma_L=10$  dB
- $\sigma_H=20$  dB

A l'annex B es poden consultar les taules completes ja que les mostrades a continuació son un retall d'una mostra de les mateixes, ordenades per longitud de codi per als casos de  $M=128$  bits i  $M=2048$  bits:



**SIMULACIÓ 14**  
*Longitud del codi: 128 bits*

<i>n</i>	<i>metode</i>	<b>HARD</b>				<b>SOFT</b>			
		$p_{maxC}$	$p_{noC}$	$p_{\gamma \geq 0,1}$	$p_{\gamma \geq 0,4}$	$p_{maxC}$	$p_{noC}$	$p_{\gamma \geq 0,1}$	$p_{\gamma \geq 0,4}$
2	esb.	1	0.0602	0.602	0.0047	1	0	1	0
3	esb.	0.7085	0.9232	0.0002	0	1	0	0	0
4	esb.	0.1485	0.9996	0	0	0.9719	0.0753	0	0
5	esb.	0.0359	1	0	0	0.5538	0.7492	0	0
2	maj.	1	0.0572	0.5147	0.0034	1	0	1	0
3	maj.	1	0.0202	0.4948	0	1	0.0241	0.5021	0
4	maj.	0.9989	0.523	0.101	0	1	0.0472	0.6207	0
5	maj.	0.9996	0.5673	0.011	0	0.9997	0.5789	0.0079	0
2	pro.	1	0.0603	0.5894	0.0044	1	0	1	0
3	pro.	1	0.0182	0.6389	0	1	0.0001	0.9925	0
4	pro.	0.9997	0.5133	0.0426	0	1	0.0093	0.9176	0
5	pro.	0.999	0.6493	0.0469	0	1	0.1199	0.3871	0
2	tir.	1	0.0198	0.3093	0	1	0	1	0.0027
3	tir.	0.7149	0.9169	0.0003	0	1	0.0007	0.6296	0
4	tir.	0.1472	0.9996	0	0	0.9516	0.3143	0.0001	0
5	tir.	0.0397	1	0	0	0.5047	0.9403	0	0

Taula 4.33: Resultats de la catorzena simulació.  $M=128$  bits. Descodificació per versemblança en domini logarítmic.

***SIMULACIÓ 14***  
*Longitud del codi: 2048 bits*

<i>n</i>	<i>metode</i>	HARD				SOFT			
		<i>P<sub>maxC</sub></i>	<i>P<sub>noC</sub></i>	<i>P<sub>γ≥0,1</sub></i>	<i>P<sub>γ≥0,4</sub></i>	<i>P<sub>maxC</sub></i>	<i>P<sub>noC</sub></i>	<i>P<sub>γ≥0,1</sub></i>	<i>P<sub>γ≥0,4</sub></i>
2	esb.	1	0	1	0.5107	1	0	1	1
3	esb.	1	0	0.9998	0	1	0	1	1
4	esb.	1	0.0436	0.0001	0	1	0	1	1
5	esb.	0.8461	0.9870	0	0	1	0	1	1
2	maj.	1	0	1	0.5107	1	0	1	1
3	maj.	1	0	1	0.6403	1	0	1	0.5526
4	maj.	1	0	1	0	1	0	1	1
5	maj.	1	0	1	0	1	0	1	0
2	pro.	1	0	1	0.5107	1	0	1	1
3	pro.	1	0	1	0.6403	1	0	1	1
4	pro.	1	0	1	0	1	0	1	1
5	pro.	1	0	1	0	1	0	1	0.9602
2	tir.	1	0	1	0.3750	1	0	1	1
3	tir.	1	0	0.9999	0	1	0	1	1
4	tir.	1	0.0427	0.0002	0	1	0	1	0.1463
5	tir.	0.8455	0.9853	0	0	1	0	1	0

Taula 4.34: Resultats de la catorzena simulació.  $M=2048$  bits. Descodificació per versemblança en domini logarítmic.

Per a clarificar els resultats obtinguts i fer-los més entenedors, s'ha decidit representar-los mitjançant histogrames en funció del nombre de membres de la coalició i del mètode de confabulació utilitzat. Un cop més, i degut a la gran quantitat de gràfiques disponibles, apareixen únicament en aquest apartat una petita mostra que permet diferenciar els canvis més significatius. La resta de gràfics, al igual que la resta de taules, es troben incloses en l'annex C.

#### 4.3.1.1 Histogrames

Per tal de poder analitzar amb més detall el comportament dels codis LDPC davant els atacs de confabulació, sense haver-nos de limitar a una única probabilitat per a cada experiment realitzat mitjançant 10.000 repeticions, s'ha decidit representar sengles histogrames de cadascun dels casos donats en aquesta simulació. Resulta interessant conèixer les campanes que dibuixen els valors de les correlacions dels atacants i la resta d'usuaris.

En concret, s'ha realitzat una recopilació dels diversos valors que prenen la màxima correlació dins de la coalició, la mínima del mateix grup i la màxima correlació de la resta d'usuaris que es considerarien innocents. Es representen tot seguit els histogrames que dibuixen sengles campanes mostrant la distància que separa les correlacions, només per als casos més significatius. La resta de

gràfics, tal i com succeeix amb la resta es poden consultar en l'annex B.

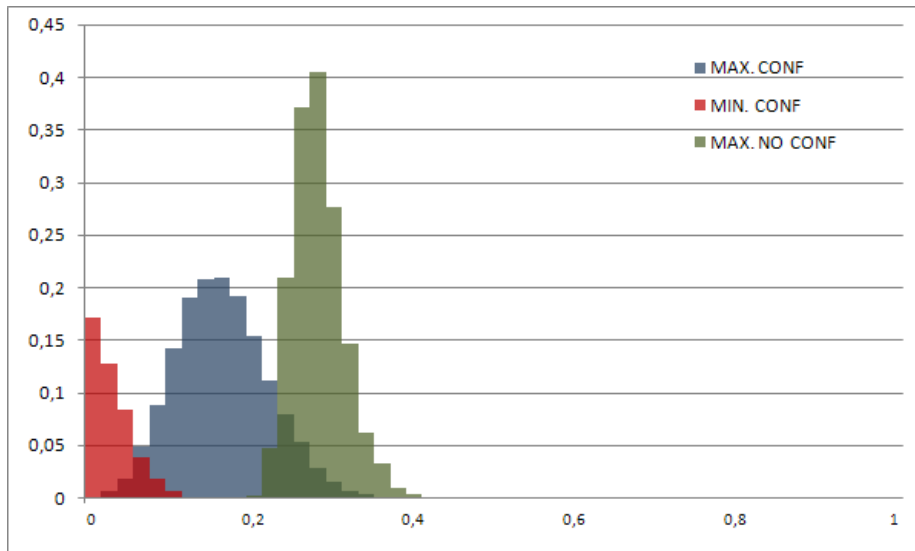


Figura 4.13: Simulació 14 - HARD - Longitud del codi  $M=128$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: esborrat

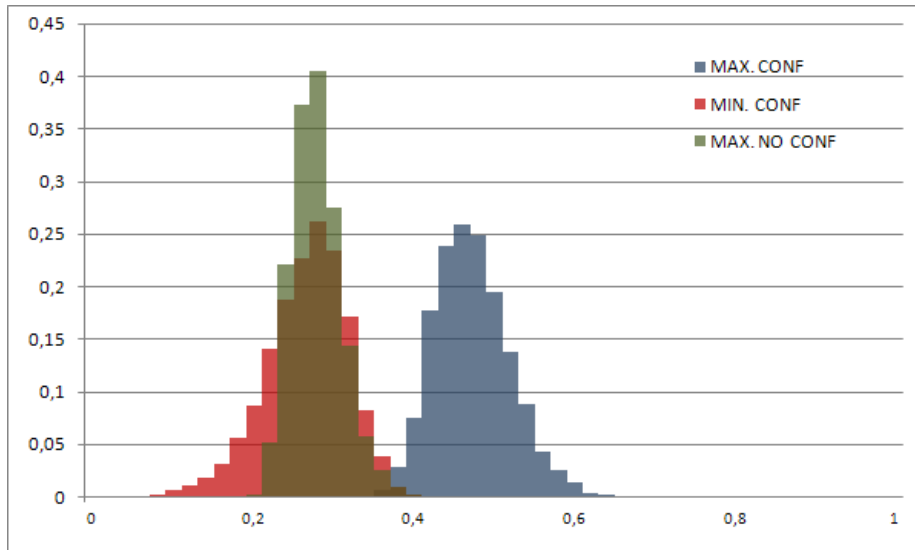


Figura 4.14: Simulació 14 - HARD - Longitud del codi  $M=128$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: majoria

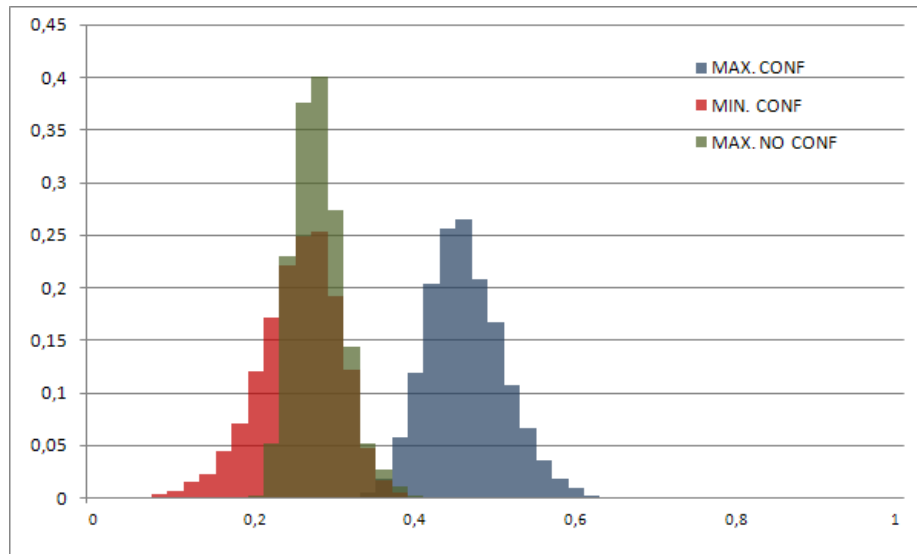


Figura 4.15: Simulació 14 - HARD - Longitud del codi  $M=128$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: promig

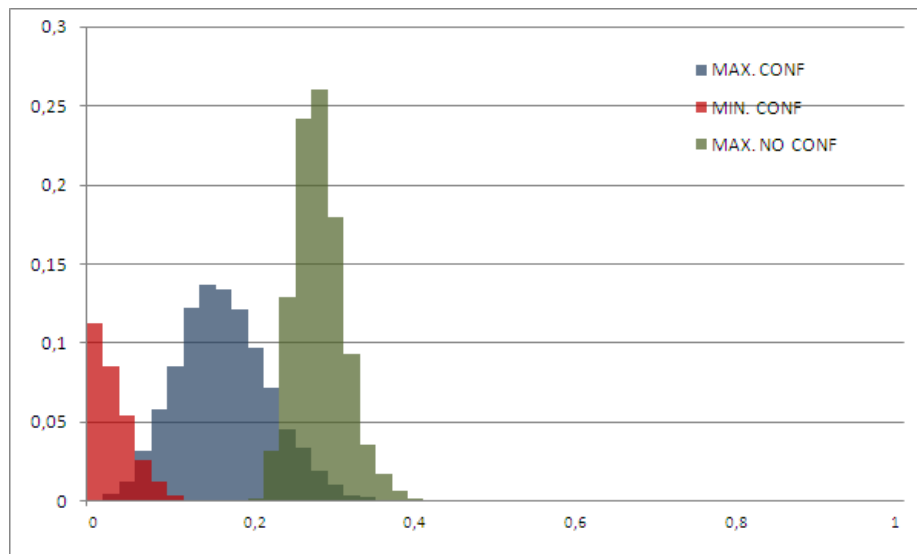


Figura 4.16: Simulació 14 - HARD - Longitud del codi  $M=128$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: tir de moneda

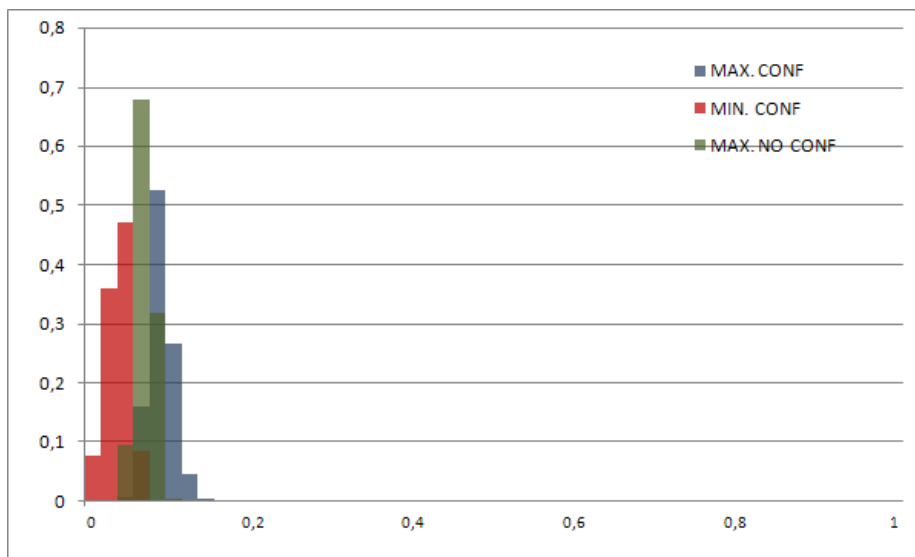


Figura 4.17: Simulació 14 - HARD - Longitud del codi  $M=2048$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: esborrat

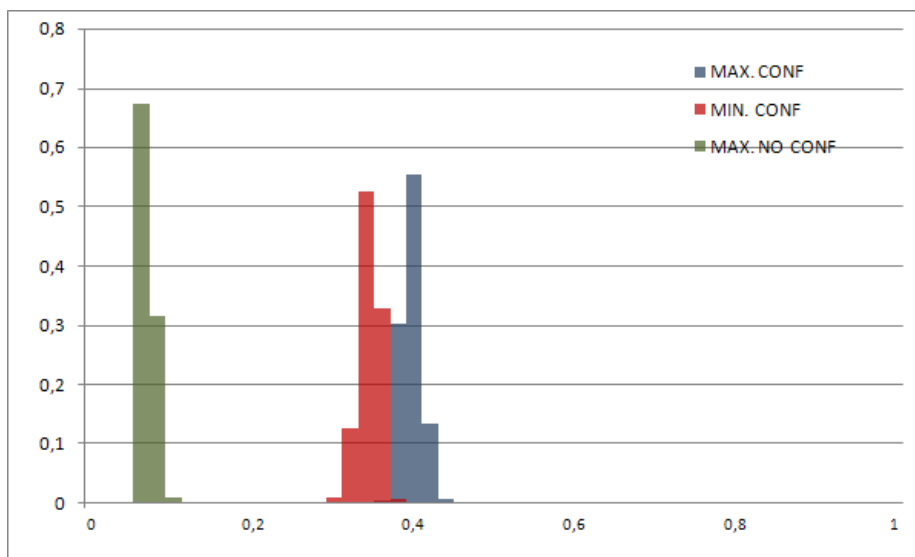


Figura 4.18: Simulació 14 - HARD - Longitud del codi  $M=2048$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: majoria

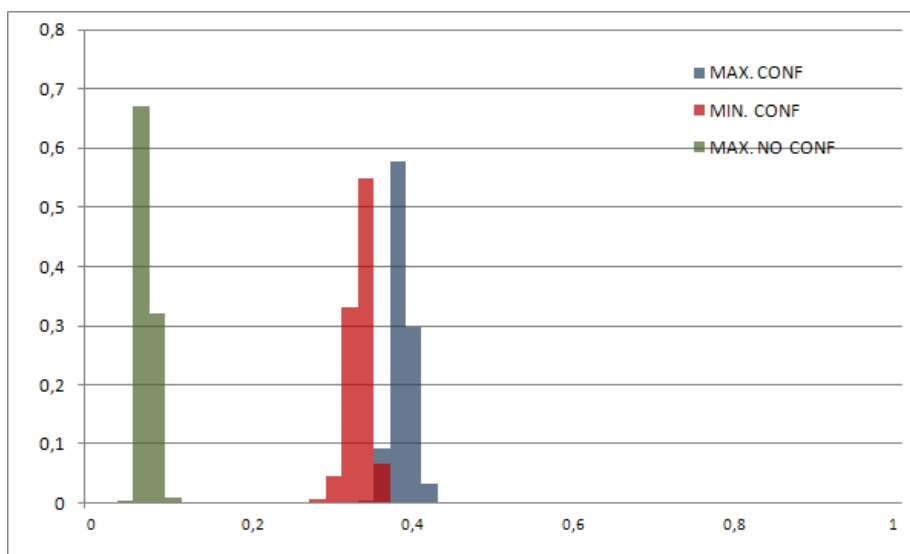


Figura 4.19: Simulació 14 - HARD - Longitud del codi  $M=2048$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: promig

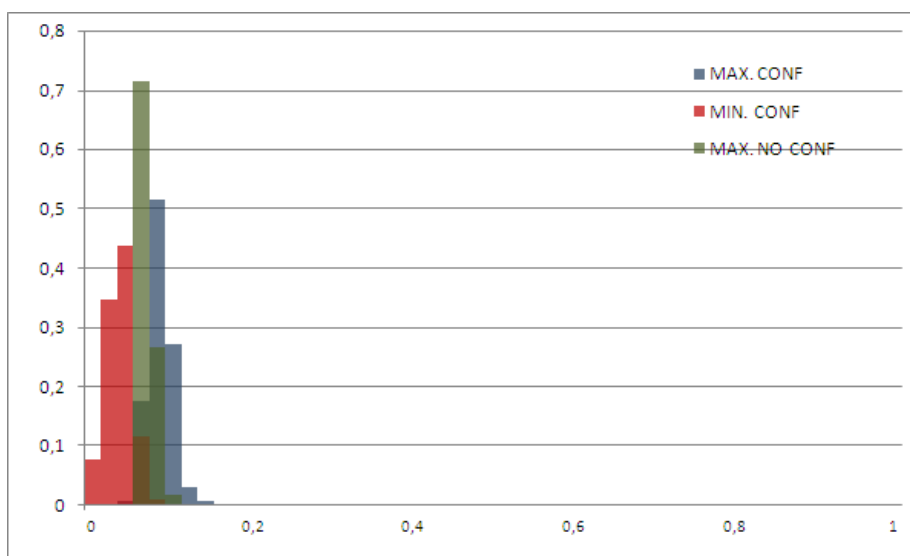


Figura 4.20: Simulació 14 - HARD - Longitud del codi  $M=2048$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: tir de moneda

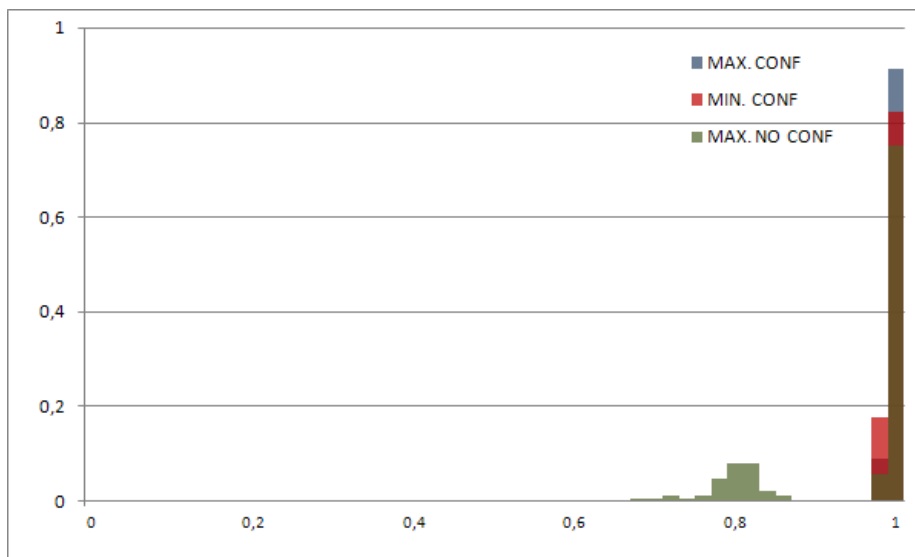


Figura 4.21: Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi  $M=128$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: esborrat

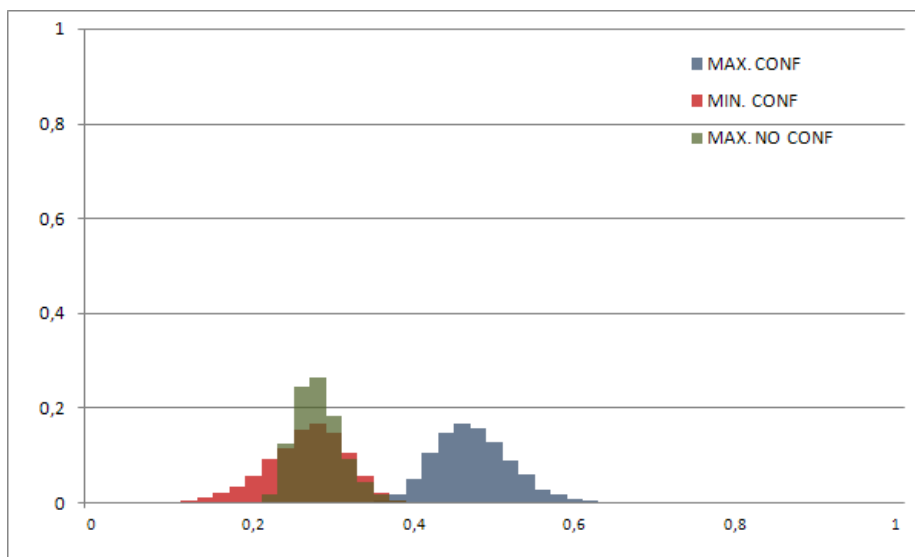


Figura 4.22: Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi  $M=128$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: majoria

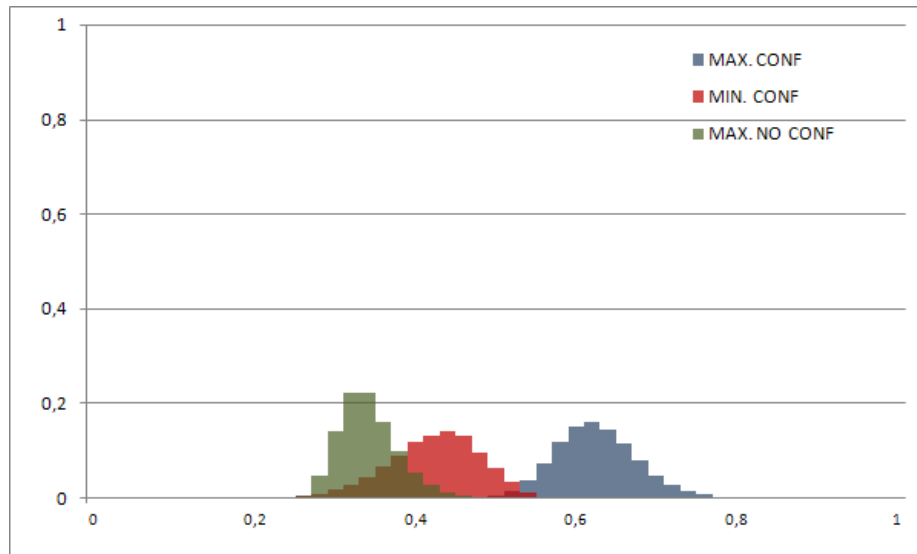


Figura 4.23: Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi  $M=128$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: promig

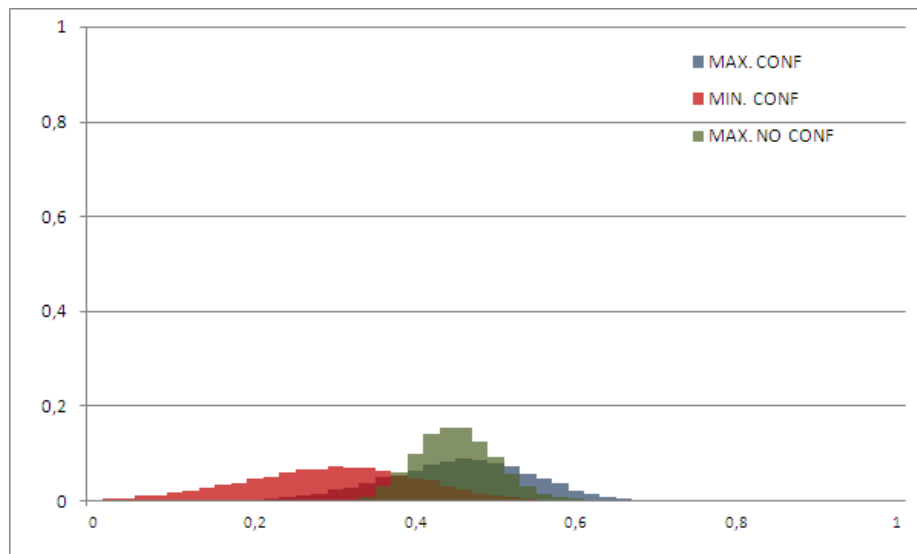


Figura 4.24: Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi  $M=128$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: tir de moneda



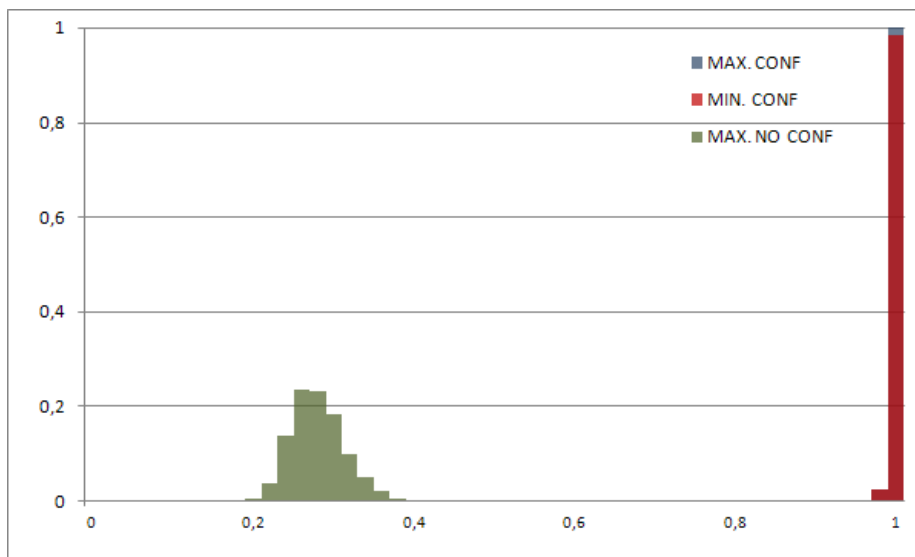


Figura 4.25: Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi  $M=2048$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: esborrat

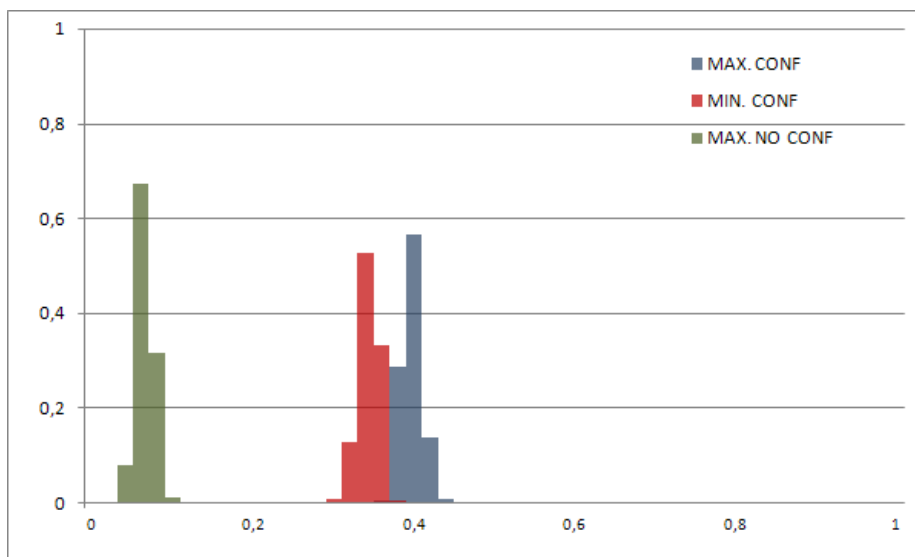


Figura 4.26: Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi  $M=2048$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: majoria

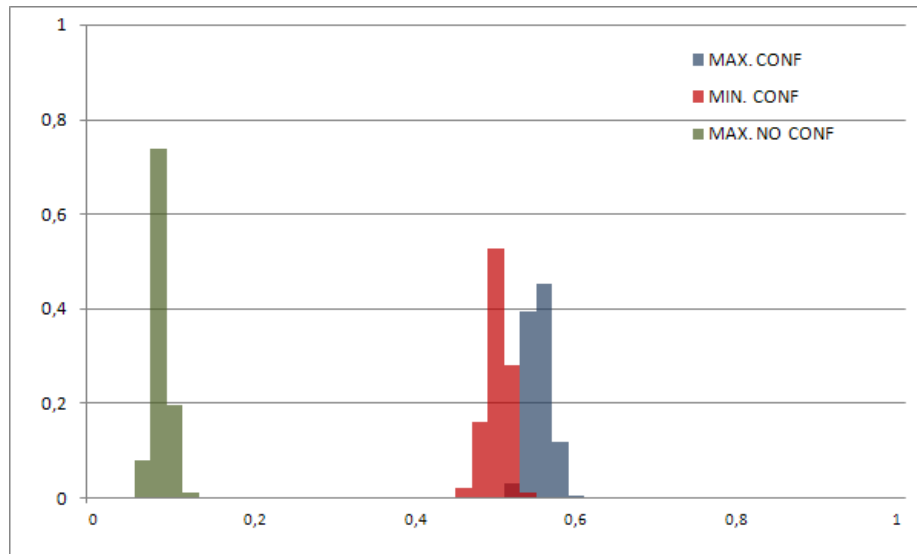


Figura 4.27: Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi  $M=2048$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: promig

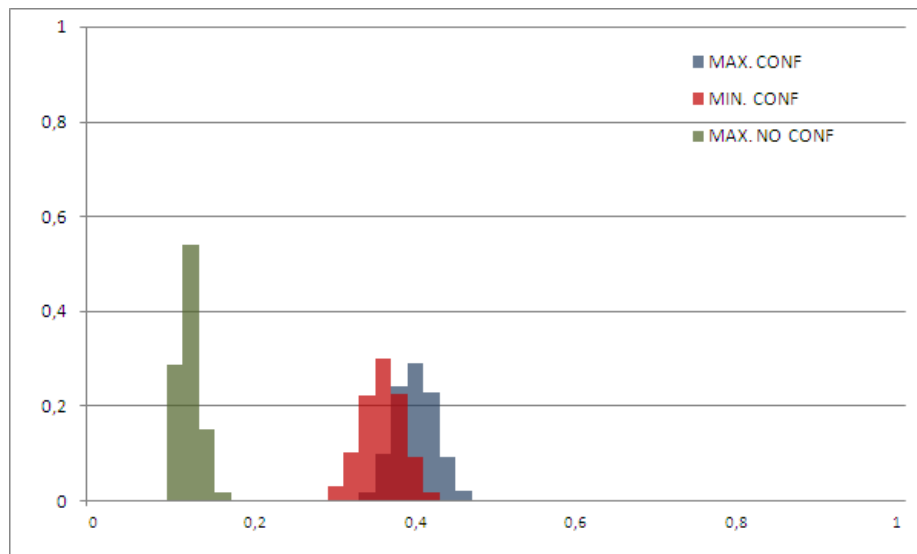


Figura 4.28: Simulació 14 - SOFT - Longitud del codi  $M=2048$  bits. Nombre de confabuladors  $n=5$ . Mètode de confabulació: tir de moneda

Fent un primer cop d'ull als histogrames, es reafirma una de les hipòtesis inicials. Si es manté constant el nombre total d'usuaris, augmentant la longitud del codi estem permetent una identificació dels culpables molt més efectiva, ja que la distància mitjana entre paraules codi també augmenta considerablement. Al diferir aquestes en nombre major de bits, comporta que la diferència entre correlacions sigui més significativa i per tant, més senzilla la tasca de diferenciació entre confabuladors i la resta d'usuaris.

Les prestacions obtingudes amb longituds de  $M$  majors a 1 kbyte permeten identificar amb total encert a un dels confabuladors, independentment del mètode de confabulació utilitzat, el nombre d'usuaris que formen la coalició i el tipus de sortida del descodificador utilitzada. L'única excepció la conformen els mètodes d'esborrats i tir de moneda, amb sortida hard i un total de 5 atacants diferents.

Entrant més en detall en cadascun dels mètodes, es poden treure conclusions sobre cadascun d'ells que els resultats del segon supòsit no reflectien. Els histogrames mostren la gran fiabilitat del mètode d'esborrats amb gran longitud de  $M$ , baix nombre de  $n$  i sortida soft. Una fiabilitat que es situa per sobre de majoria i promig, considerats com els més eficaços fins a aquest punt. La corba dibuixada en la figura 4.25, mostra com per aquest context els 5 formants de la coalició mantenen una correlació igual o gairebé igual a 1, és a dir, en termes soft la paraula descodificada i els identificadors dels usuaris fraudulents son gairebé iguals. Mentretant, el pic de la campana de la resta d'usuaris es situa al voltant del 0,3, comportant una diferència entre correlacions de més de 0,6.

El motiu s'explica mitjançant l'elevada longitud de  $M$  i els pocs formants de la coalició. Si s'ajunten aquests dos factors hi ha moltes més opcions que existeixi almenys una posició en la paraula confabulada que no sigui un esborrat. Com el pes soft dels esborrats és gairebé nul, no aporten cap efecte al càlcul de la correlació. Si ho fan en canvi, els bits segurs. I pels resultats obtinguts en aquestes condicions, els traïdors son els únics que comparteixen sengles valors en les posicions segures, d'altra banda la probabilitat de generació de falsos positius augmentaria.

L'evident diferència de rendiment entre el mètode d'esborrats i el de tir de moneda reafirma aquesta teoria. En el mètode de tir de moneda, els bits no segurs ja no son esborrats i per tant, encara que disposin de poc pes soft, el seu efecte pot arribar a ser considerable. La coalició en aquestes condicions continua essent clarament diferenciable, no obstant, les distàncies respecte el gruix d'usuaris es veuen clarament retallades. Els pics de les campanes es situen per aquest mètode al voltant del 0,4. Això es deu a que ara els esborrats ja no tenen un pes soft nul, i per tant, si no prenen el valor adequat provoquen un efecte negatiu en la correlació. Com els bits no segurs esdevenen gairebé la totalitat de la paraula confabulada, el rendiment se'n veu afectat de forma important.

Tal i com succeïa en el segon supòsit, els mètodes de majoria i promig ofereixen un gran i semblant rendiment en multitud de situacions. El cert és que si s'és capaç d'obligar als traïdors a haver d'utilitzar algun d'aquests dos mètodes,

els resultats seran sempre molt interessants. Ja amb longituds de  $M=256$  bits obteníem una probabilitat d'identificació de traïdor (PIT) del 100%. Amb major longitud de  $M$ , l'únic que s'aconsegueix és assegurar aquest líndar en cas que el nombre d'usuaris formants de la coalició es disparés sense previ avís. De fet, la distància entre els correlacions de la coalició i la resta d'usuaris son menors que per al mètode d'esborrats però ja s'ha vist en l'anterior supòsit com el descens del mètode d'esborrats és dràstic a partir d'un cert  $n$ , mentre que per als mètodes de majoria i promig, aquesta baixada de prestacions és molt més suau.

Així doncs, d'aquests resultats es pot concluir que utilitzant identificadors de  $M=2048$  bits i la sortida soft del descodificador, el mètode d'esborrats sembla ser l'opció idònia a implementar sempre i quan es pugui assegurar que la coalició estigui formada per un nombre petit d'usuaris. No és realista pensar que un atac de confabulació sigui el resultat d'una coalició de més de 10 usuaris. No obstant, en cas de no poder-ne estar del tot segur, el mètode de majoria sembla la solució òptima ja que ofereix gairebé tant bones prestacions com el de promig i a més a més, tal i com s'ah vist en el segon supòsit, és resistent en ambients sorollosos.

## Capítol 5

# Conclusions

Ja fa uns anys que els països desenvolupats han entrat totalment en l'era digital, un camí que sembla no tenir una volta enrere. Les persones ja tenim una dependència total i irreversible del món digital. Això dona peu cada cop més a aquesta evolució gairebé a la pròpia velocitat de la llum, i que fa que si hom vol conèixer les últimes novetats, no pot adormir-se ni un sol instant.

En el cas concret de la redistribució de contingut digital, els continus fracassos dels sistemes anticòpia els han fet anar perdent força últimament en favor de sistemes que integren tècniques de watermarking i fingerprinting, i tot i que circulen per camins diferents, l'objectiu final acaba sent el d'evitar la redistribució il·legal de contingut digital.

A mode d'exemple tenim l'arxiconegut cas de les pel·lícules descarregades mitjançant de forma il·legal mitjançant algun client P2P o similar. Un sistema anti-còpia no hauria de permetre realitzar un duplicat de la pel·lícula, mentre que un sistema de watermarking i fingerprinting provocaria que dita pel·lícula contingués un identificador del propietari, en cas que aquest en fos un propietari legal, per intentar dissuadir la seva redistribució il·legal. La diferència més important entre ambdós sistemes resideix en com s'afronta el problema, mentre els sistemes anti-còpia prohibeixen l'acte delictiu i els altres intenten dissuadir a possibles infractors.

Mitjançant les tècniques de watermarking i fingerprinting, el que es fa és incrustar en el document digital que es vol protegir una marca única que identifica inequívocament a un usuari que disposa dels drets de possessió de tal document. En el cas que aquest usuari decideixi distribuir-lo a altres persones que no disposen d'aquests drets, i que es pugui detectar alguna d'aquestes còpies, les mateixes tècniques de watermarking i fingerprinting ens permetrien tenir proves suficients i irrefutables per a poder inculpar l'usuari inicial.

Però com bé diu l'expressió: feta la llei, feta la trampa. Si a un usuari li interessa distribuir sigui quin sigui el motiu un document digital sense permís i coneix de l'existència de watermarks en el mateix, mourà cel i muntanya per poder eliminar el vincle que l'associa a ell. Per a poder fer això és necessari entendre la diferència entre watermarking i fingerprinting. Mentre el primer

s'encarrega d'incrustar una certa tira de bits de forma robusta i invisible en un cert document, el segon és el que genera aquesta tira de bits fent que identifiqui al propi usuari.

La marca incrustada no es pot volatilitzar o fer desaparèixer del document, si no que s'ha de transformar per a que resulti incomprendible. Partint d'aquesta base, el que es fa és codificar el propi identificador amb un codi corrector d'errors com els LDPC o *Low-Density Parity-Check codes*. Això permet que si l'usuari atacant aconsegueix localitzar el watermark i el transforma, que almenys existeixi la possibilitat de poder corregir tots o alguns dels errors i es pugui condemnar el delictes.

Aquest projecte final de carrera es concentra en avaluar les prestacions dels codis LDPC davant possibles coalicions d'usuaris fraudulents. Les coalicions no son més que agrupacions d'usuaris amb intencions il·lícites, que posen en comú els seus identificadors per a poder-ne generar un de nou que els exculpi de tot delictes i si és possible, que identifiqui a un usuari innocent. Òbviament si es dona aquest segon cas, els codis correctors d'errors poc tenen a fer ja que semblaria com si fos el propi l'usuari innocent el que hagués distribuït de forma fraudulenta el contingut. És el en primer dels dos casos en el que es comprova l'eficiència dels LDPC davant aquest tipus de contextos.

L'excel·lent funcionament dels codis LDPC de baixa densitat en transmissions sobre canals sorollosos és conegut per tots els entesos d'aquest tipus de codis. Ara bé, treballar en un context marcat per la confabulació de  $N$  vectors diferents és un món a part del qual s'ha de comprovar la seva efectivitat. Aquest projecte ha estat concebut per a comprovar les prestacions dels LDPC davant situacions de confabulació.

Per a realitzar tal anàlisi s'ha decidit dividir el treball en tres supòsits: el primer es centra en optimitzar el context i el codi generalitzat per a que en el segon i tercer es puguin dur a terme les simulacions que implementen situacions ja més realistes sota atacs de confabulació. Cadascun dels tres supòsits es troben situats en marcs de treball diferents i permeten extreure interessants conclusions de cara a investigacions futures.

En el primer supòsit es treballa en un marc que es defineix per les següents característiques:

- La coalició està formada únicament per dos traïdors.
- El codi fingerprinting inclou a tots els possibles vectors binaris de longitud  $M$ .
- Només s'és capaç d'identificar a un dels traïdors quan el descodificador retorna un dels seus dos identificadors.
- La confabulació duta a terme per la coalició utilitza el mètode d'esborrats.

Les sis primeres simulacions del supòsit han permès millorar l'algoritme del mòdul de confabulació i fer augmentar les prestacions del descodificador SPA implementat per a casos concrets de coalicions. Les dos simulacions restants han

servit per a trobar els valors òptims del nombre d'iteracions del descodificador per a una certa longitud  $M$ , i de  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$ .

Un primer enfrontament ens portava a pensar que una confabulació per esborrats seria aquella que introduiria un esborrat en aquelles posicions on hi hagués diversitat de valors a l'entrada, considerant l'esborrat com el valor mig d'entre els possibles. En el cas d'un vector binari, un esborrat s'entendria com algun valor que no és ni 0 ni 1, per tant podria ser 0.5.

La posada en pràctica contradiu totalment aquesta primera teoria del valor de l'esborrat. Observant més detingudament, veiem com aquests esborrats mitjançant la modulació BSPK per a la transmissió en el canal, son transformats en un zero. Aquest valor comporta diverses divisions per zero que posen en seriosos problemes al descodificador, i això s'acaba veient en unes més que pobres prestacions del mateix.

Per tant, la solució no és altra que evitar els 0.5. Existeixen dos possibles camins a partir d'aquí, sempre que es vulgui seguir mantenint el marc de treball. La primera residiria en definir l'esborrat com un valor molt pròxim a 0,5 i de caire aleatori. La segona, comportaria la redefinició del mètode de confabulació per evitar els esborrats, de manera que en cas d'haver-hi diversitat de valors a l'entrada del mòdul de confabulació, a la sortida s'hi escriu un 0 o un 1 de forma equiprobable.

Ambdues solucions han estat implementades i provades, i sense dubte la que millor resultats ofereix és l'opció de redefinir l'esborrat com a  $0.5 + Y$ , essent  $Y$  un nombre aleatori comprès entre  $Y \in [-0.001, +0.001]$ . De fet, la segona opció segueix el mateix patró que aquesta però amb  $Y = \pm 0.5$ . L'explicació és la següent: per definició, un esborrat es considera un error en la trama i per tant, no ha d'identificar ni tant el bit 1 com el bit 0. A priori doncs, el valor l'òptim semblaria 0.5, però ja s'ha vist que això indueix una divisió per zero indesitjada. per tant, el que es vol es donar un valor el més pròxim possible a 0.5 sense que provoqui aquest problema. Hom però, no pot deixar de banda la qüestió del signe. En les dues opcions proposades,  $Y$  pot prendre valors tant positius com negatius o el que és el mateix, acosta el valor de l'esborrat cap al bit 1 o cap al 0, sense saber si es la "banda" correcta o no.

Així doncs, incloent  $Y$  s'està en mitjana, induint un major error en la meitat dels esborrats de la trama. Per contra, en l'altre meitat aquest error es veu reduït. La nostra hipòtesi afirma que els esborrats on s'hi ha encertat el signe de  $Y$  i s'ha vist reduït l'error, han d'ajudar al descodificador a reconduir la resta on no ha estat així. Aquesta mateixa hipòtesi és la que ens força a que el valor absolut de  $Y$  sigui el més petit possible, ja que si no fos així l'error a corregir seria excessivament gran.

Per tal d'optimitzar al màxim les prestacions, és necessari utilitzar en favor nostre tota aquella informació que coneixem degut a la nostra posició de creadors del sistema i que els usuaris del mateix desconeixen. Estaríem parlant bàsicament del codi fingerprinting o *codebook*, i les corresponents posicions indetectables. De cara a aquest primer supòsit el codebook no ens aporta massa

ajuda, ja que aquest està format per les  $2^M$  possibles paraules de longitud  $M$ . Però en canvi, la filosofia que segueixen les posicions indetectables si que serà força útil.

El vector de fiabilitat associat a la trama rebuda pel descodificador,  $N_0$ , és un element que si juga a favor nostre permet obtenir bastant millors resultats. Aquest vector és generat pel descodificador abans de començar amb la descodificació iterativa i indica quins bits de la trama tenen un valor fiable i quins no. En el cas d'aquest primer supòsit entenem com a bits fiables o segurs, aquells on els dos confabuladors coincideixen, mentre que els no fiables es corresponen amb els esborrats.

L'introducció de  $N_0$  és possible gràcies a l'utilització d'un descodificador soft, com és el SPA o *Sum-Product Algorithm*. Els descodificadors soft es basen en el càlcul de la versemblança per a trobar la paraula codi que més s'assembla a la trama rebuda. Si la versemblança dels bits segurs és molt elevada, estem obligant al descodificador a modificar únicament els bits on aquesta és baixa, és a dir, únicament en els esborrats.

En aquest projecte no s'ha tingut en compte la generació d'un *fingerprinting codebook* amb posicions indetectables. De fet, tal i com ha estat generat dit codebook en el segon supòsit podríem dir el nombre de posicions indetectables en cada paraula codi és nul. En el cas que si haguessin existit, és evident que haurien d'ésser considerades també bits fiables, ja que son bits comuns a tots els usuaris i per tant passen totalment desapercebuts per als traïdors dins la trama de bits del document digital.

Tornant al vector  $N_0$ , els seus elements poden prendre fins a 2 valors diferents en funció de si son bits segurs o no. Aquests valors venen definits per  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$ , mesurades en dB, i que determinen el factor de potència a aplicar al vector de fiabilitat. Trobar un equilibri en el valors de  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$  provocarà que  $N_0$  generi un òptim vector de versemblança a priori, i per tant, facilitarà la detecció de possibles coalicions.

El tercer cas d'estudi demostra que la inclusió del vector de fiabilitat  $N_0$  és un requeriment per a poder fer front amb certes garanties a possibles atacs de confabulació. Els resultats també assenyalen que a mida que augmenta  $M$ , la importància que pren  $N_0$  en la simulació és fa més notable. Això suposa una bona notícia de cara al segon supòsit on  $M$ , la longitud de les marques sense codificar, es mourà entre 128 i 256 bits.

No obstant, no és tan senzill com generar  $N_0$  abans de la descodificació així com així. Una bona inicialització de  $N_0$  amb els correctes valors de  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$  no és igual en tot context. No existeix una configuració única i òptima per a totes les situacions. Depenent sobretot del mètode de confabulació a defensar,  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$  prendran uns valors o uns altres.

El quart cas d'estudi s'encarrega d'analitzar diferents  $\sigma_H$  i  $\sigma_L$  per a conèixer quin parell de valors satisfà millor les nostres necessitats. En una primera hipòtesi, s'assenyalava a  $\sigma_L$  com la més important de les  $\sigma$ , aquella que acaba



determinant la versemblança a priori dels esborrats. Al ser aquests els elements més conflictius, hom podia pensar que el fet de tractar-los degudament, seria un pas molt important, i més quan no s'havia implementat encara la convolució soft amb les marques inicials.

No obstant, els resultats han acabat contradient aquesta primera hipòtesi i declarant a  $\sigma_H$  com la variable a tenir més en compte. Com més elevada és  $\sigma_H$ , més s'augmenta la fiabilitat dels bits segurs, i millors resultats s'obtenen. Era d'esperar arribar a aquesta conclusió en el segon supòsit on la convolució soft de la paraula descodificada amb les marques inicials, acaba determinant els usuaris més sospitosos. Però en aquesta situació, tot i utilitzar un algoritme soft com el SPA, la sortida del descodificador acaba essent una paraula hard, i és per això que un es podia recolzar en la idea de que semblava prioritari corregir els bits no segurs, abans que destacar encara més els que ja ho eren.

Això no vol dir que la solució és fer créixer  $\sigma_H$  fins l'infinit. Acaba havent-hi un sostre, on les prestacions del sistema no milloren encara que augmentem  $\sigma_H$ . De fet, a partir d'un cert llindar, les prestacions tornen a empitjorar.

Un cop s'ha conclòs que convé que  $\sigma_H$  sigui gran i que és la variable més destacada, cal analitzar també les conseqüències que poden ocasionar diferents valors de  $\sigma_L$ . Una conclusió important se'n pot extreure de les simulacions i és que no sorgeix bon efecte una  $\sigma_L = 0$  dB. Això comportaria que la fiabilitat dels esborrats passés a dependre única i exclusivament de  $Z$  de forma inversament proporcional. Com a recordatori,  $Z$  és una variable aleatòria que segueix una distribució normal  $N(0,1)$  i per tant, el zero és un possible valor. Si això succeís, es donaria una divisió per zero en el vector  $N_0$  i els resultats obtinguts en aquestes condicions ja s'ha comprovat que son nefastos.

Així doncs, tot i que  $\sigma_L$  no és del tot determinant ja que els resultats no varien massa en funció seva, fóra bo que estigui compresa entre 10 i 20 dB. Tot i ser valors elevats, potencien la versemblança dels esborrats, molt baixa comparada amb la dels bits segurs.

Una altra variable destacada és *iteration*, que defineix el nombre d'iteracions màximes que realitzarà el descodificador. Un context sota atacs de confabulació implica que la paraula rebuda disposa d'un gran nombre d'errors comparada amb algun dels identificadors inicials codificats. És sabut de la gran eficàcia dels codis LDPC per a la correcció d'errors en canals sorollosos. No obstant, la quantitat d'errors que es poden donar en una transmissió amb soroll però sense modificacions, no és comparable a la generada després d'un atac de confabulació. El descodificador serà capaç d'esmenar-ne una important quantitat però molts altres restaran sense poder ser corregits. A mida que passen les iteracions, el descodificador és capaç d'anar corregint errors fins que troba una paraula codi que satisfaci les restriccions de paritat. No obstant, arriba un punt on per més que iteri no és capaç de corregir més errors, i menys encara quan estem davant de tal quantitat dels mateixos.

En la última simulació del primer supòsit s'ha conclòs que el nombre d'iteracions òptim es situa entre 50 i 75. A partir d'aquest punt no val la pena

seguir iterant, ja que l'únic que s'aconsegueix es malgastar temps de còmput al no millorar resultats. És per això que aquests valors han estat els escollits per a realitzar els dos supòsits següents.

El segon i tercer supòsit aborden el mateix problema desde dos punts de vista diferents. Mentre en el segon es quantifica el nombre màxim de confabuladors als quals el descodificador LDPC es capaç de fer-hi front sense rebaixar el llinder del PIT del 95%, en el tercer s'analitza el comportament del mateix davant situacions reals, és a dir, més longitud de  $M$  i un reduït nombre d'atacants.

És a partir d'aquest punt on ja intervenen fins a quatre mètodes de confabulació diferents: esborrats, majoria, promig i tir de moenda. Cadascun d'ells ofereix una paraula confabulada diferent de la resta i per tant, és molt important disposar d'una correcta inicialització de  $N_0$ , el vector d'informació de canal, que assenyala quins bits son fiables i quins no. Òbviament, el descodificador únicament rep una tira de bits sense una informació de canal adjunta. Així doncs, per a poder dur a terme la correcta inicialització de  $N_0$ , és necessari conèixer prèviament quin ha estat el mètode de confabulació utilitzat per la coalició. En aquest projecte es suposa que és l'esquema de fingerprinting, així com el model Boneh-Shaw, el que és capaç de forçar a la coalició a fer servir un mètode determinat i per tant, que aquest sigui ja conegut pel descodificador de forma prèvia.

Si l'esquema fingerprinting és capaç d'assegurar-ho, les simulacions dutes a terme permeten extreure conclusions força interessants respecte a les prestacions de cadascun del mètodes de confabulació. Es diferencien clarament dos grups en funció del rendiment ofert. El primer estaria format pels mètodes d'esborrats i tir de moneda, mentre que majoria i promig formarien el segon.

El primer dels grups es caracteritza pel fet que tots els bits de la coalició en una posició concreta han de coincidir per a que s'estableixi un bit segur a la sortida. Aquest plantejament ofereix bons resultats per a un nombre de confabuladors baix, ja que a mida que aquest s'incrementa, la probabilitat d'obtenir un bit segur en la paraula confabulada disminueix dràsticament, amb la conseqüent pèrdua de fiabilitat. Aquest descens dràstic de la probabilitat d'identificació de traïdor (PIT) en funció de  $n$  esdevé un tret característic d'aques dos mètodes. Una altra de les característiques a destacar és la notable diferència de resultats obtinguts en funció de la sortida del descodificador utilitzada, hard o soft. L'aparició de soroll blanc i gaussià en el canal suposa un efecte mínim sobre les prestacions d'aquests dos mètodes, independentment de la longitud  $M$ .

D'altra banda es situen els mètodes de majoria i promig, amb un rendiment superior i més equilibrats, és a dir, el descens de la PIT en funció de  $n$  és bastant més suau i esglaonat. Majoria i promig es caracteritzen per considerar tots els bits com a fiables, excepte en les posicions on s'hi introdueix un esborrat. Per a donar-se tal cas,  $n$  ha de ser parell. En el cas de majoria i  $n$  parell, la PIT és sensiblement major que els seus valors veïns senars quan la sortida utilitzada és soft. Per a la sortida hard, aquests resultats s'inverteixen obtenint-se els màxim quan  $n$  és senar. Tal efecte no és present per al cas de promig, que si es veu afectat de forma important per l'aparició de soroll guassià en el canal de transmissió.

Ambdós mètodes son capaços d'obtenir una PIT satisfactoria per a identificadors de baixa longitud  $M$ , i coalicions amb un elevat nombre d'usuaris. I tot i que el mètode de promig pot arribar a obtenir millors resultats, la seva fragilitat davant ambients sorollosos fan proposar el mètode de majoria com a primera opció a investigar més en detall de cara a futures recerques.

Un cop localitzat el màxim de  $n$  per a cadascun dels mètodes de confabulació en el segon supòsit, s'ha decidit implementar situacions més realistes de cara al tercer i últim d'ells. Majors longituds de  $M$  i coalicions formades per pocs usuaris son la base en la que resideix l'última de les simulacions. Per a entendre millor com es comporta el descodificador es generen els histogrames corresponents a les correlacions calculades tant dels traïdors com de la majoria d'usuaris, que permeten extreure conclusions des d'un punt de vista més ampli.

El resultat del tercer i últim supòsit reafirmen que augmentar la longitud de  $M$  suposa una excel·lent millora de cara a identificar possibles usuaris fraudulents en esquemes de fingerprinting. El cost computacional se'n veu resentit, però al ser aquesta una qüestió menor, dona peu a explotar aquesta característica.

Per al millor cas, és a dir,  $M=2048$  bits i  $n=5$  confabuladors utilitzant la sortida soft del descodificador, el descodificador és capaç d'identificar amb una certesa absoluta a algú dels formants de la coalició, independentment del mètode de confabulació utilitzat. Això suposa una flexibilitat enorme al sistema, sempre que es mantinguin les condicions inicials.

Observant els histogrames i la distància entre campanes, es conclou que el mètode d'esborrats combinat amb la sortida soft del descodificador resulta idoni sempre que es pugui assegurar d'alguna forma que el nombre d'atacants es mantingui en valors petits. En cas que no poder assegurar-ho, el mètode de majoria resultaria el més convenient ja que també disposa d'immunitat davant ambients sorollosos.



# Apèndixs



# Apèndix A

## Codis Matlab

En aquest projecte s'utilitza l'eina MATLAB per a l'implementació de codi i la realització de simulacions. MATLAB és un entorn que en els últims anys s'ha extès molt ràpidament en la investigació, degut a la seva gran comoditat i facilitat per a la visualització de dades. El seu llenguatge de programació propi és més entenedor que altres més coneguts com el C, i juntament amb un atractiu entorn visual, el converteixen en una de les millors opcions per al món de la simulació. A més a més, MATLAB ofereix una gran facilitat per a treballar amb matrius i vectors, un dels principals motius de la seva elecció.

En la part experimental s'hi diferencien diversos paquets de codis, depenent del supòsit on han estat utilitzats. La llista es presenta a continuació:

1. Codis comuns per a tot el projecte:
  - Generació de la matriu  $H$ : **“generate\_H.m”**
  - Reordenació de la matriu  $H$ : **“reorder\_H.m”**
  - Generació de les  $N$  marques dels confabuladors: **“generate\_finger.m”**
  - Codificació de les  $N$  marques dels confabuladors: **“encode.m”**
  - Descodificació per versemblança en domini logarítmic: **“decode\_likelihood.m”**
  - Descodificació per funció de probabilitat: **“decode\_gallager.m”**
2. Codis específics del primer supòsit utilitzant codis LDPC:
  - Crida general a la simulació: **“suposit\_1.m”**
  - Confabulació de les marques dels confabuladors: **“confabulacio\_1.m”**
  - Càlcul de probabilitats i errors: **“calcul\_1.m”**
3. Codis específics del primer supòsit concatenant codis LDPC amb codis BCH:
  - Crida general a la simulació: **“suposit\_1\_BCH.m”**
4. Codis específics del segon supòsit:
  - Crida general a la simulació: **“suposit\_2.m”**

- Confabulació de les marques dels confabuladors: “**confabulacio\_2.m**”
  - Convolució de la paraula descodificada amb les del codebook: “**convolucio.m**”
  - Càlcul de probabilitats i errors: “**calcul\_2.m**”
5. Codis específics del tercer supòsit:
- Crida general a la simulació: “**suposit\_3.m**”
  - Càlcul de probabilitats i errors: “**calcul\_3.m**”

A continuació es detallen els arxius “**\*.m**” nombrats i ordenats segons la llista anterior:



```

function H = generate_H(M, N, method, noCycle, onePerCol)

if N/M  $\neq$  2
    fprintf('El ràtio del codi ha de ser 1/2\n');
end

onePerRow = (N/M)*onePerCol;

switch method

    % EVENCOL
    case {0}
        for i = 1:N
            onesInCol(:, i) = randperm(M)';
        end

        % GENERACIO DELS INDEX NO NULS
        r = reshape(onesInCol(1:onePerCol, :), N*onePerCol, 1);
        tmp = repmat([1:N], onePerCol, 1);
        c = reshape(tmp, N*onePerCol, 1);

        % GENERACIO DE LA MATRIU DE PARITAT H
        H = full(sparse(r, c, 1, M, N));

    % EVENBOTH
    case {1}
        for i = 1:N
            onesInCol(:, i) = randperm(M)';
        end

        % GENERACIO DELS INDEX NO NULS
        r = reshape(onesInCol(1:onePerCol, :), N*onePerCol, 1);
        tmp = repmat([1:N], onePerCol, 1);
        c = reshape(tmp, N*onePerCol, 1);

        % ORDENEM INDEX DE FILA
        [r, ix] = sort(r);

        % A PARTIR DE L'ORDENACIO ANTERIOR, ORDENEM INDEX DE COLUMNA
        for i = 1:N*onePerCol
            cSort(i, :) = c(ix(i));
        end

        % CREEM NOUS INDEX AMB PES UNIFORME
        tmp = repmat([1:M], onePerRow, 1);
        r = reshape(tmp, N*onePerCol, 1);

        % CREEM H i ELIMINEM DUPLICATS NO NULS
        S = and(sparse(r, cSort, 1, M, N), ones(M, N));
        H = full(S);

    end

    % CCOMPROVEM FILES QUE TENEN MENYS DE 2 UNS
    for i = 1:M

        n = randperm(N);
        % AFEGIM 2 UNS SI LA FILA NO TE UNS
        if length(find(r == i)) == 0
            H(i, n(1)) = 1;
            H(i, n(2)) = 1;
        % AFEGIM 1 U SI LA FILA NOMES EN TE UN

```



```

function [newH, L, U] = reorder_H(H, strategy)

[M, N] = size(H);

% CREEM MATRIU AUXILIAR F PER A LA DESCOMPOSICIO
F = H;

% MATRIUS LU
L = zeros(M, N - M);
U = zeros(M, N - M);

% REORDENEM LA SUBMATRIU [M x (N-M)]
for i = 1:M

    % ESTRATEGIA {0 = First; 1 = Mincol; 2 = Minprod}
    switch strategy

        % CREEM MATRIU DIAGONALITZADA AMB ESTRATEGIA 'First'
        case {0}

            % BUSQUEM ELS ELEMENTS NO NULS
            [r, c] = find(F(:, i:end));

            % BUSQUEM CANDIDATS NO NULS PER A LA DIAGONAL
            rowIndex = find(r == i);

            % BUSQUEM LA PRIMERA COLUMNA NO NULA
            chosenCol = c(rowIndex(1)) + (i - 1);

        % CREEM MATRIU DIAGONALITZADA AMB ESTRATEGIA 'Mincol'
        case {1}

            % BUSQUEM ELS ELEMENTS NO NULS
            [r, c] = find(F(:, i:end));
            colWeight = sum(F(:, i:end), 1);

            % BUSQUEM CANDIDATS NO NULS PER A LA DIAGONAL
            rowIndex = find(r == i);

            % BUSQUEM EL MINIM PES DE COLUMNA I AFEGIM OFFSET PER A QUADRAR AMB MATRIU F
            [x, ix] = min(colWeight(c(rowIndex)));
            chosenCol = c(rowIndex(ix)) + (i - 1);

        % CREEM MATRIU DIAGONALITZADA AMB ESTRATEGIA 'Minprod'
        case {2}

            % BUSQUEM ELS ELEMENTS NO NULS
            [r, c] = find(F(:, i:end));
            colWeight = sum(F(:, i:end), 1) - 1;
            rowWeight = sum(F(i, :), 2) - 1;

            % BUSQUEM CANDIDATS NO NULS PER A LA DIAGONAL
            rowIndex = find(r == i);

            % BUSQUEM EL MINIM PPRODUCTE I AFEGIM OFFSET PER A QUADRAR AMB MATRIU F
            [x, ix] = min(colWeight(c(rowIndex))*rowWeight);
            chosenCol = c(rowIndex(ix)) + (i - 1);

    end

    % REORDENEM LES COLUMNES DE H I F
    tmp1 = F(:, i);

```

```
tmp2 = H(:, i);
F(:, i) = F(:, chosenCol);
H(:, i) = H(:, chosenCol);
F(:, chosenCol) = tmp1;
H(:, chosenCol) = tmp2;

% OPLIM LES COLUMNS DE LU
L(i:end, i) = F(i:end, i);
U(1:i, i) = F(1:i, i);

if i < M
    [r2, c2] = find(F((i + 1):end, i));
    F((i + r2), :) = mod(F((i + r2), :) + repmat(F(i, :), length(r2), 1), 2);
end

end

newH = H;
```

```

function attacker = generacio_finger(n)

% CARREGUEM EL CODEBOOK
load msg_1024x256; %load msg_1024x128;
global indexs;

attacker = zeros(n,256);
indexs = randint(1,1,1024)+1;

% COMPROVEM QUE NO HI HA CAP ATACANT REPETIT
for i = 2:n
    indexs(i,:) = randint(1,1,1024)+1;
    j = 1;
    while(j<i)
        if(indexs(j,:) == indexs(i,:))
            indexs(i,:) = randint(1,1,1024)+1;
            j = 1;
        else
            j = j+1;
        end
    end
end

% GENEREM MATRIU D'ATACANTS
for k = 1:n
    attacker(k,:) = MSG(indexs(k),:);
end

```

```
function [C] = encode(attacker, newH, L, U)

[M, N] = size(newH);
[x,y] = size(attacker);
C = zeros(x,M);

for i = 1:x
    % BUSQUEM EL ATTACKER i
    z = mod(newH(:, (N - M) + 1:end)*attacker(i,:)', 2);

    % VECTOR DE PARITAT i TROBAT RESSOLENT LU
    C(i,:) = mod(U\ (L\z), 2)';
end
```

```

function [decoded,LLR] = decode_likelihood(rx, H, N0, iteration)

[M N] = size(H);

Lci = zeros(1,length(rx));

% VERSEMBLANÇA A PRIORI
for k = 1:length(rx)
    Lci(k) = (-4*rx(k)/N0(k));
end

% INICIALITZACIO
Lrji = zeros(M, N);
Pibetaij = zeros(M, N);

% ASSOCIEM LA MATRIU Lci AMB ELS ELEMENTS NO NULS DE H
Lqij = H.*repmat(Lci, M, 1);
[r, c] = find(H);

for n = 1:iteration

    % VALOR ABSOLUT I SIGNE DE L(qij)
    alphasij = sign(Lqij);
    betasij = abs(Lqij);

    for l = 1:length(r)
        Pibetaij(r(l), c(l)) = log(1+2/(exp(betasij(r(l), c(l))) - 1));
    end

    % PAS HORITZONTAL
    for i = 1:M

        % BUSQUEM ELEMENTS NO NULS EN LA COLUMNA
        c1 = find(H(i, :));

        for k = 1:length(c1)

            sumOfPibetaij = 0;
            prodOfalphasij = 1;

            sumOfPibetaij = sum(Pibetaij(i, c1)) - Pibetaij(i, c1(k));

            % EVITEM LA DIVISIO PER ZERO
            if sumOfPibetaij < 1e-20
                sumOfPibetaij = 1e-10;
            end

            PiSumOfPibetaij = log(1+2/(exp(sumOfPibetaij) - 1));
            prodOfalphasij = prod(alphasij(i, c1))*alphasij(i, c1(k));
            Lrji(i, c1(k)) = prodOfalphasij*PiSumOfPibetaij;

        end

    end

    % PAS VERTICAL
    for j = 1:N

        % BUSQUEM ELEMENTS NO NULS EN LA COLUMNA
        r1 = find(H(:, j));

        for k = 1:length(r1)

```

```
    Lqij(r1(k), j) = Lci(j) + sum(Lrji(r1, j)) - Lrji(r1(k), j);  
end  
  
LQi = Lci(j) + sum(Lrji(r1, j));  
  
LLR(j) = LQi;  
  
if LQi < 0  
    decoded(j) = 1;  
else  
    decoded(j) = 0;  
end  
  
end  
  
end
```



```

function [decoded,LLR] = decode_gallager(rx, H, N0, iteration)

[M N] = size(H);

Lci = zeros(1,length(rx));

% VERSEMBLANÇA A PRIORI
for k = 1:length(rx)
    Lci(k) = (-4*rx(k)/N0(k));
end

% PROBABILITATS A PRIORI
P1 = ones(size(rx'))./(1 + exp(Lci'));
P0 = 1 - P1;

% INICIALITZACIO
K0 = zeros(M, N);
K1 = zeros(M, N);
rji0 = zeros(M, N);
rji1 = zeros(M, N);
qij0 = H.*repmat(P0', M, 1);
qij1 = H.*repmat(P1', M, 1);

for n = 1:iteration

    % PAS HORITZONTAL
    for i = 1:M

        % BUSQUEM ELEMENTS NO NULS EN LA COLUMNA
        c1 = find(H(i, :));

        for k = 1:length(c1)

            drji = 1;
            for l = 1:length(c1)
                if l ≠ k
                    drji = drji*(qij0(i, c1(l)) - qij1(i, c1(l)));
                end
            end

            rji0(i, c1(k)) = (1 + drji)/2;
            rji1(i, c1(k)) = (1 - drji)/2;

        end

    end

    % PAS VERTICAL
    for j = 1:N

        % BUSQUEM ELEMENTS NO NULS EN LA COLUMNA
        r1 = find(H(:, j));

        for k = 1:length(r1)

            prodOfrij0 = 1;
            prodOfrij1 = 1;
            for l = 1:length(r1)
                if l ≠ k
                    prodOfrij0 = prodOfrij0*rji0(r1(l), j);
                    prodOfrij1 = prodOfrij1*rji1(r1(l), j);
                end
            end
        end
    end

```

```
end

K0(r1(k), j) = P0(j)*prodOfrij0;
K1(r1(k), j) = P1(j)*prodOfrij1;

qij0(r1(k), j) = K0(r1(k), j)/(K0(r1(k), j) + K1(r1(k), j));
qij1(r1(k), j) = K1(r1(k), j)/(K0(r1(k), j) + K1(r1(k), j));

end

Ki0 = P0(j)*prod(rji0(r1, j));
Ki1 = P1(j)*prod(rji1(r1, j));

Qi0 = Ki0/(Ki0 + Ki1);
Qi1 = Ki1/(Ki0 + Ki1);

if Qi1 > Qi0
    decoded(j) = 1;
else
    decoded(j) = 0;
end

LLR(j) = Qi1 - Qi0;

end

end
```

```

function suposit_1(input1,input2,input3,input4,input5)

% LONGITUD DEL CODI
M = input1;
N = 2*M;

% INICIALITZACIÓ
method = 1; % EVENBOTH
noCycle = 1; % ELIMINAR CICLES de longitud 4
onePerCol = 3;
strategy = 2; % MINPROD

iteration = input2;
repeticions = input3;
sigmaL = input4;
sigmaH = input5;

% GENERACIÓ I ORDENACIÓ DE LA MATRIU DE PARITAT
H = generate_H(M, N, 1, 1, onePerCol);
[newH, L, U] = reorder_H(H, strategy);

ber1 = 0;
ber2 = 0;
match1 = 0;
match2 = 0;
fals_positiu = 0;

for x = 1:repeticions

% GENERACIÓ ALEATORIA DE MARQUES DELS ATACANTS
attacker1 = randint(M, 1);
attacker2 = randint(M, 1);

% CODIFICACIÓ DELS MISSATGES
c1 = encode(attacker1, newH, L, U);
c2 = encode(attacker2, newH, L, U);
u1 = [c1; attacker1];
u2 = [c2; attacker2];

%CONFABULACIÓ DE LES PARAULES
[u, N0] = confabulacio_1(u1,u2,sigmaH,sigmaL);

% DESCODIFICACIÓ
[decoded,LLR] = decode_likelihood(2*u-1, newH, N0, iteration);

% CALCUL PROBABILITATS I ERRORS
[match1,match2,ber1,ber2,fals_positiu] = calcul_1(decoded(N-M+1:N),
attacker1',attacker2',match1,match2,ber1,ber2,fals_positiu);

end

% GUARDAR RESULTATS
save_results(input3,iteration,M,N,sigmaH,sigmaL,match1,match2,ber1,ber2,fals_positiu);

```

```
function [confabulacio, N0] = confabulacio-1(cod1,cod2,sigmaH,sigmaL)

confabulacio = zeros(1,length(cod1));
N0 = zeros(1,length(cod1));

for k = 1:length(cod1)

    if(cod1(k) == cod2(k))
        confabulacio(k) = cod1(k);
        N0(k) = 1/(exp(sigmaH*log(10)/10));
    elseif (cod1(k) ≠ cod2(k))
        Y = 0
        while(Y==0)
            Y = (rand*0.002)-0.001;
        end
        confabulacio(i) = 0.5 + Y;
        N0(k) = 1/((exp(sigmaL*log(10)/10))+randn);
    end
end
```

```
function [match1,match2,ber1,ber2,fals_positiu] = calcul1(decoded,
msg1,msg2,match1,match2,ber1,ber2,fals_positiu)

% MIREM SI COINCIDEIX AMB LA DEL 1° CONFABULADOR I LA BER
[num1, rat1] = biterr(decoded,msg1);
if(num1==0)
    match1 = match1+1;
end
ber1 = ber1 + rat1;

% MIREM SI COINCIDEIX AMB LA DEL 2° CONFABULADOR I LA BER
[num2, rat2] = biterr(decoded,msg2);
if(num2==0)
    match2 = match2+1;
end
ber2 = ber2 + rat2;

if(num1>0 && num2>0)
    fals_positiu = fals_positiu +1;
end
```

```

function suposit_1.BCH(input1,input2,input3,input4,input5,input6)

% LONGITUD DEL CODI
K = a1;
M = a2;
N = 2*M;

% INICIALITZACIÓ
method = 1; % EVENBOTH
noCycle = 1; % ELIMINAR CICLES de longitud 4
onePerCol = 3;
strategy = 2; % MINPROD

iteration = input3;
repeticions = input4;
sigmaL = input5;
sigmaH = input6;

% GENERACIÓ I ORDENACIÓ DE LA MATRIU DE PARITAT
H = generate_H(M, N, 1, 1, onePerCol);
[newH, L, U] = reorder_H(H, strategy);

ber1 = 0;
ber2 = 0;
match1 = 0;
match2 = 0;
fals_positiu = 0;

for x = 1:repeticions

    % GENERACIÓ ALEATORIA DE MARQUES DELS ATACANTS
    attacker1 = randint(M, 1);
    attacker2 = randint(M, 1);

    % CODIFICACIÓ BCH
    bch1 = bchenc(gf(attacker1(:,x)'),M,K);
    bch2 = bchenc(gf(attacker2(:,x)'),M,K);

    % CODIFICACIÓ LDPC
    c1 = encode(double(bch1.x)', newH, L, U);
    c2 = encode(double(bch2.x)', newH, L, U);
    u1 = [c1; attacker1];
    u2 = [c2; attacker2];

    %CONFABULACIÓ DE LES PARAULES
    [u, N0] = confabulacio_1(u1,u2,sigmaH,sigmaL);

    % DESCODIFICACIÓ
    [decoded,LLR] = decode_likelihood(2*u-1, newH, N0, iteration);

    decoded_bch = bchdec(gf(decoded(N-M+1:N)),M,K);

    % CALCUL PROBABILITATS I ERRORS
    [match1,match2,ber1,ber2,fals_positiu] = calcul_1(decoded_bch(N-M+1:N),
attacker1',attacker2',match1,match2,ber1,ber2,fals_positiu);

end

% GUARDAR RESULTATS
save_results(input4, iteration,M,N, sigmaH, sigmaL, match1, match2, ber1, ber2, fals_positiu);

```

```

function suposit_2(input2,input3,input4,input5,n,metode)

% LONGITUD DEL CODI
M = 256; %128;
N = 2*M;

% INICIALITZACIÓ
method = 1; % EVENBOTH
noCycle = 1; % ELIMINAR CICLES de longitud 4
onePerCol = 3;
strategy = 2; % MINPROD

iteration = input2;
repeticions = input3;
sigmaL = input4;
sigmaH = input5;

% GENERACIÓ I ORDENACIÓ DE LA MATRIU DE PARITAT
H = generate_H(M, N, 1, 1, onePerCol);
[newH, L, U] = reorder_H(H, strategy);

for j = 1:repeticions

% GENERACIÓ ALEATORIA DE MARQUES DELS ATACANTS
attackers = generacio.finger(n);

% CODIFICACIÓ DELS MISSATGES
C = encode(attackers, newH, L, U);
u1 = [C attackers];

% CONFABULACIÓ DE LES PARAULES
[v, N0] = confabula_n(u1, sigmaH, sigmaL, metode);

% DESCODIFICACIÓ
[decoded,LLR] = decode_likelihood(2*v-1, newH, N0, iteration);
%[decoded,LLR] = decode_gallager(2*v-1, newH, N0, iteration);

% CONVOLUCIÓ
convol = convolucio(decoded(N-M+1:N), LLR(N-M+1:N), n);
RES(j,:) = convol;

end

% CALCUL PROBABILITATS I ERRORS
calcul_2(n,iteration,sigmaL,sigmaH,metode,RES);

```

```

function [confabulacio, N0] = confabula_n(A, sigmaH, sigmaL, metode)

mult = 1;
suma = 0;
[row,col] = size(A);

confabulacio = zeros(1,col);
N0 = zeros(1,col);

if (metode == 1 || metode == 2) %MAJORIA O SUMA
    for i = 1:col
        suma = sum(A(:,i));

        if(metode == 1) %MAJORIA
            if(suma > row/2)
                confabulacio(i) = 1; %+ (2*randint-1)*rand/10 ;
                N0(i) = 1/(exp(sigmaH*log(10)/10));
            elseif(suma < row/2)
                confabulacio(i) = 0; %+ (2*randint-1)*rand/10 ;
                N0(i) = 1/(exp(sigmaH*log(10)/10));
            else
                Y = 0
                while(Y==0)
                    Y = (rand*0.002)-0.001;
                end
                confabulacio(i) = 0.5 + Y;
                N0(i) = 1/((exp(sigmaL*log(10)/10))+randn);
            end
        elseif(metode == 2) %SUMA
            confabulacio(i) = suma/row; %+ (2*randint-1)*rand/10 ;
            N0(i) = 1/(exp(sigmaH*log(10)/10));
            if (confabulacio(i) == 0.5)
                Y = 0
                while(Y==0)
                    Y = (rand*0.002)-0.001;
                end
                confabulacio(i) = 0.5 + Y;
                N0(i) = 1/((exp(sigmaL*log(10)/10))+randn);
            end
        end
    end

else % NORMAL/ESBORRALL
    for i = 1:col

        for j = 1:row
            mult = mult&A(j+(i-1)*row);
            suma = suma+A(j+(i-1)*row);
        end

        if (mult == 1 || suma == 0)
            confabulacio(i) = mult; %+ (2*randint-1)*rand/10;
            N0(i) = 1/(exp(sigmaH*log(10)/10));
        else
            Y = 0
            while(Y==0)
                Y = (rand*0.002)-0.001;
            end
            confabulacio(i) = 0.5 + Y;
            N0(i) = 1/((exp(sigmaL*log(10)/10))+randn);
        end
    end

```



```
    mult = 1;  
    suma = 0;  
end  
end
```

```

function [RES] = convolucio(decoded,LLR,num_confab)

load msg_1024x256; %load msg_1024x128;

global indexs;

max_hard = length(decoded);
max_soft = sum(abs(LLR));

decodedu = 2*decoded-1;
LLRu = -LLR;

n = 1024;

%CREEM MATRIU DE NOMES CONFABULADORS
for i = 1:num_confab
    ConfabU = MSGu(indexs(i),:);
    hard = ConfabU+decodedu';
    soft = ConfabU*LLRu';
    RES_CONFAB(1,(2*i-1):2*i) = [hard/max_hard soft/max_soft];
end

for i = 1:n
    hard = MSGu(i, :)*decodedu';
    soft = MSGu(i, :)*LLRu';
    RES_HARD(i, :) = [hard/max_hard i];
    RES_SOFT(i, :) = [soft/max_soft i];
end

RES_HARD = sortrows(RES_HARD);
RES_SOFT = sortrows(RES_SOFT);

MAXH_ISCONFAB = 0;
MAXS_ISCONFAB = 0;

%MIREM SI EL MAX ES CONFABULADOR

%BUSQUEM MAX I MIN HARD
HARD_correct = 0;
SOFT_correct = 0;
for k = num_confab+1:-1:1

    %MAX HARD
    isConf = isConfab(RES_HARD(1024-k+1,2));
    if(isConf == false) %NO ES CONFABULADOR
        RES_NOCONFAB(1) = RES_HARD(1024-k+1,1);
    else % ES CONFABULADOR
        if(k ≠ num_confab+1)
            HARD_correct = HARD_correct + 1;
            if(k == 1)
                MAXH_ISCONFAB = 1;
            end
        end
    end

    %MIN HARD
    isConf = isConfab(RES_HARD(k,2));
    if(isConf == false) % SI NO ES confabulacio ES EL MINIM
        RES_NOCONFAB(3) = RES_HARD(k,1);
    end

    %MAX SOFT

```

```

isConf = isConfab(RES_SOFT(1024-k+1,2));
if(isConf == false)      %NO ES CONFABULADOR
    RES_NOCONFAB(2) = RES_SOFT(1024-k+1,1);
else      % ES CONFABULADOR
    if(k ≠ num_confab+1)
        SOFT_correct = SOFT_correct + 1;
        if(k == 1)
            MAXS_ISCONFAB = 1;
        end
    end
end

%MIN HARD
isConf = isConfab(RES_SOFT(k,2));
if(isConf == false)      % SI NO ES confabulacio ES EL MINIM
    RES_NOCONFAB(4) = RES_SOFT(k,1);
end

end

RES = horzcat(RES_CONFAB,RES_NOCONFAB,HARD_correct,SOFT_correct,
MAXH_ISCONFAB,MAXS_ISCONFAB);

```

```

function calcul_2(n,iteration,low,high,metode,RES)

% CALCUL DE LES MITJANES
max_H_noC = mean(RES(:,(2*n)+1));
max_S_noC = mean(RES(:,(2*n)+2));

min_H_noC = mean(RES(:,(2*n)+3));
min_S_noC = mean(RES(:,(2*n)+4));

C_ok_H = mean(RES(:,(2*n)+5));
C_ok_S = mean(RES(:,(2*n)+6));

maxok_H = mean(RES(:,(2*n)+7));
maxok_S = mean(RES(:,(2*n)+8));

[fil,columna] = size(RES);

for i = 1:fila

    max_H_CV(i,1) = max(RES(i,1:2:(2*n)-1));
    max_S_CV(i,1) = max(RES(i,2:2:2*n));

    min_H_CV(i,1) = min(RES(i,1:2:(2*n)-1));
    min_S_CV(i,1) = min(RES(i,2:2:2*n));

    mean_H_CV(i,1) = mean(RES(i,1:2:(2*n)-1));
    mean_S_CV(i,1) = mean(RES(i,2:2:2*n));

end

max_H_C = mean(max_H_CV);
max_S_C = mean(max_S_CV);

min_H_C = mean(min_H_CV);
min_S_C = mean(min_S_CV);

mean_H_C = mean(mean_H_CV);
mean_S_C = mean(mean_S_CV);

marge_H = min_H_C - max_H_noC;
marge_S = min_S_C - max_S_noC;

INICI = [n iteration low high metode];
HARD = [max_H_C mean_H_C min_H_C max_H_noC min_H_noC marge_H maxok_H C_ok_H];
SOFT = [max_S_C mean_S_C min_S_C max_S_noC min_S_noC marge_S maxok_S C_ok_S];

% GUARDEM EN ARXIU *.MAT
load('resultsMAT/simulacio_X.mat');
[row,col] = size(simulacio_X);
simulacio_X(row+1,:) = [INICI HARD SOFT];
save('simulacio_X.mat','simulacio_X');

```

```

function suposit_3(input1,input2,input3,input4,input5,n,metode)

% LONGITUD DEL CODI
M = input1; %128;
N = 2*M;

% INICIALITZACIÓ
method = 1; % EVENBOTH
noCycle = 1; % ELIMINAR CICLES de longitud 4
onePerCol = 3;
strategy = 2; % MINPROD

iteration = input2;
repeticions = input3;
sigmaL = input4;
sigmaH = input5;

switch (M)
    case 128
        load H_128_256;
    case 256
        load H_256_512;
    case 512
        load H_512_1024;
    case 1024
        load H_1024_2048;
    case 2048
        load H_2048_4096;
end

% GENERACIÓ I ORDENACIÓ DE LA MATRIU DE PARITAT
H = generate_H(M, N, 1, 1, onePerCol);
[newH, L, U] = reorder_H(H, strategy);

for j = 1:repeticions

    % GENERACIÓ ALEATORIA DE MARQUES DELS ATACANTS
    attackers = generacio_finger(n);

    % CODIFICACIÓ DELS MISSATGES
    C = encode(attackers, newH, L, U);
    u1 = [C attackers];

    % CONFABULACIÓ DE LES PARAULES
    [v, N0] = confabula_n(u1, sigmaH, sigmaL, metode);

    % DESCODIFICACIÓ
    [decoded, LLR] = decode_likelihood(2*v-1, newH, N0, iteration);

    % CONVOLUCIÓ
    convol = convolucio(decoded(N-M+1:N), LLR(N-M+1:N), n);
    RES(j,:) = convol;
end

% CALCUL PROBABILITATS I ERRORS
calcul_3(M, n, iteration, sigmaL, sigmaH, metode, RES);

```

```

function calcula_v5(M,n,iter,low,high,tipus,RES,file)

max_H_noC = mean(RES(:,(2*n)+1));
max_S_noC = mean(RES(:,(2*n)+2));

min_H_noC = mean(RES(:,(2*n)+3));
min_S_noC = mean(RES(:,(2*n)+4));

C_ok_H = mean(RES(:,(2*n)+5));
C_ok_S = mean(RES(:,(2*n)+6));

maxok_H = mean(RES(:,(2*n)+7));
maxok_S = mean(RES(:,(2*n)+8));

[fila,columna] = size(RES);

cops_maxH_noC = 0;
cops_maxH_hihanoC = 0;
cops_maxS_noC = 0;
cops_maxS_hihanoC = 0;
diffH_noC = 0;
diffH_hihanoC = 0;
diffS_noC = 0;
diffS_hihanoC = 0;

supera_llindarH_01 = 0;
supera_llindarH_02 = 0;
supera_llindarH_04 = 0;

supera_llindarS_01 = 0;
supera_llindarS_02 = 0;
supera_llindarS_04 = 0;

for i = 1:fila

    max_H_CV(i,1) = max(RES(i,1:2:(2*n)-1));
    max_S_CV(i,1) = max(RES(i,2:2:2*n));

    min_H_CV(i,1) = min(RES(i,1:2:(2*n)-1));
    min_S_CV(i,1) = min(RES(i,2:2:2*n));

    mean_H_CV(i,1) = mean(RES(i,1:2:(2*n)-1));
    mean_S_CV(i,1) = mean(RES(i,2:2:2*n));

    %MIREM SI LA DIFERENCIA ENTRE MAXH_C I MAXH_noC SUPERA ELS LLINDARS
    comparacio_llindarH = max_H_CV(i,1) - RES(:,(2*n)+1);
    if comparacio_llindarH > 0.1
        supera_llindarH_01 = supera_llindarH_01 + 1;
        if comparacio_llindarH > 0.2
            supera_llindarH_02 = supera_llindarH_02 + 1;
            if comparacio_llindarH > 0.4
                supera_llindarH_04 = supera_llindarH_04 + 1;
            end
        end
    end

    %MIREM SI LA DIFERENCIA ENTRE MAXH_C I MAXH_noC SUPERA ELS LLINDARS
    comparacio_llindarS = max_S_CV(i,1) - RES(:,(2*n)+2);
    if comparacio_llindarS > 0.1
        supera_llindarS_01 = supera_llindarS_01 + 1;
        if comparacio_llindarS > 0.2
            supera_llindarS_02 = supera_llindarS_02 + 1;
        end
    end

```

```

        if comparacio_llindarS > 0.4
            supera_llindarS_04 = supera_llindarS_04 + 1;
        end
    end
end

    %MAXH NO CONFAB
    if(RES(i, (2*n)+9) == 1)
        cops_maxH_noC = cops_maxH_noC + 1;
        diffH_noCV(cops_maxH_noC,1) = max_H_CV(i,1) - RES(i, (2*n)+1);
    end

    %MAXH hi ha NO CONFAB
    if(RES(i, (2*n)+10) == 1)
        cops_maxH_hihanoC = cops_maxH_hihanoC + 1;
        diffH_hihanoCV(cops_maxH_hihanoC,1) = max_H_CV(i,1) - RES(i, (2*n)+1);
    end

    %MAXS NO CONFAB
    if(RES(i, (2*n)+11) == 1)
        cops_maxS_noC = cops_maxS_noC + 1;
        diffS_noCV(cops_maxS_noC,1) = max_S_CV(i,1) - RES(i, (2*n)+2);
    end

    %MAXS hi ha NO CONFAB
    if(RES(i, (2*n)+12) == 1)
        cops_maxS_hihanoC = cops_maxS_hihanoC + 1;
        diffS_hihanoCV(cops_maxS_hihanoC,1) = max_S_CV(i,1) - RES(i, (2*n)+2);
    end
end

if cops_maxH_noC > 0
    diffH_noC = mean(diffH_noCV);
end

if cops_maxH_hihanoC > 0
    diffH_hihanoC = mean(diffH_hihanoCV);
end

if cops_maxS_noC > 0
    diffS_noC = mean(diffS_noCV);
end

if cops_maxS_hihanoC > 0
    diffS_hihanoC = mean(diffS_hihanoCV);
end

cops_maxH_noC = cops_maxH_noC / fila;
cops_maxH_hihanoC = cops_maxH_hihanoC / fila;
cops_maxS_noC = cops_maxS_noC / fila;
cops_maxS_hihanoC = cops_maxS_hihanoC / fila;

supera_llindarH_01 = supera_llindarH_01 / fila;
supera_llindarH_02 = supera_llindarH_02 / fila;
supera_llindarH_04 = supera_llindarH_04 / fila;

supera_llindarS_01 = supera_llindarS_01 / fila;
supera_llindarS_02 = supera_llindarS_02 / fila;
supera_llindarS_04 = supera_llindarS_04 / fila;

max_H_C = mean(max_H_CV);

```

```

max_S_C = mean(max_S_CV);

min_H_C = mean(min_H_CV);
min_S_C = mean(min_S_CV);

mean_H_C = mean(mean_H_CV);
mean_S_C = mean(mean_S_CV);

marge_H = min_H_C - max_H_noC;
marge_S = min_S_C - max_S_noC;

INICI = [M n iter low high tipus];
HARD = [max_H_C mean_H_C min_H_C max_H_noC min_H_noC marge_H maxok_H C_ok_H cops_maxH_noC dif];
SOFT = [max_S_C mean_S_C min_S_C max_S_noC min_S_noC marge_S maxok_S C_ok_S cops_maxS_noC dif];

% GUARDEM DADES PER A HISTOGRAMA
HIST = [max_H_CV min_H_CV RES(:, (2*n)+1) RES(:, (2*n)+3) max_S_CV min_S_CV RES(:, (2*n)+2) RES(:, (2*n)+4)];
save(file, 'HIST');

% GUARDEM EN ARXIU *.MAT
load('resultsMAT/suposit3.mat');
[row,col] = size(suposit3);
suposit3(row+1,:) = [INICI HARD SOFT];
save('resultsMAT/suposit3', 'suposit3');

```



## Apèndix B

# Taules completes de resultats

En el capítol dedicat exclusivament a la part experimental, hi figuren diverses taules de resultats a partir de les simulacions generades.

En el cas de les taules publicades referents al segon supòsit, aquestes no només s'han vist reduïdes en tamany si no que també s'han omès algunes columnes, que mostren dades necessàries per al càlcul de les probabilitats. Com no es considerava imprescindible incloure totes aquestes dades en el corresponent capítol degut a l'immensitat de les taules, només s'han presentat les més significatives de cara al desenvolupament del projecte, com son  $P_{hard}$ ,  $N_{hard}$ ,  $P_{soft}$  i  $N_{soft}$ .

No obstant, a continuació s'adjunten les taules de resultats completes corresponents al segon supòsit, llistades per ordre d'aparició. En elles i a diferència de les versions reduïdes presents en el capítol 4, s'hi troben fins a 21 columnes, referents a la simulació i als resultats tant hard com soft. És necessari recordar que quan es fa ús del terme sospitós, fa referència a aquells usuaris que disposen d'una major correlació entre el seu identificador i la paraula descodificada, que la resta d'usuaris. És a dir, com més sospitós sigui un usuari, més alta serà la correlació entre el seu identificador i la paraula descodificada. Anàlogament per als menys sospitosos.

La descripció de les diferents columnes que es poden trobar en les taules d'aquest apèndix es mostra a continuació:

1. Relatives a les condicions de la simulació:
  - $n$ : Nombre de confabuladors.
  - *iteration*: Nombre d'iteracions màximes del descodificador.
  - $\sigma_L$ : Factor de potenciació dels bits no fiables.
  - $\sigma_H$ : Factor de potenciació dels bits fiables.
  - $m$ : Mètode de confabulació utilitzat: (0-Esborrats, 1-Majoria, 2-Promig, 4-Tir de moneda).

## 2. Resultats referents a la descodificació hard:

- $MAX_{hard}$ : Coeficient de correlació entre el traïdor més sospitós i la paraula descodificada.
- $MEAN_{hard}$ : Mitjana del coeficient de correlació entre els traïdors i la paraula descodificada.
- $MIN_{hard}$ : Coeficient de correlació entre el traïdor menys sospitós i la paraula descodificada.
- $MAXN_{hard}$ : Coeficient de correlació entre l'innocent més sospitós i la paraula descodificada.
- $MINN_{hard}$ : Coeficient de correlació entre l'innocent menys sospitós i la paraula descodificada.
- $DIF_{hard}$ : Diferència dels coeficients de correlació entre el traïdor menys sospitós i l'innocent més sospitós.
- $P_{hard}$ : Probabilitat de que l'usuari més sospitós sigui un traïdor.
- $N_{hard}$ : Nombre de traïdors compresos entre els  $n$  usuaris més sospitosos.

## 3. Resultats referents a la descodificació soft:

- $MAX_{soft}$ : Coeficient de correlació entre el traïdor més sospitós i la paraula descodificada.
- $MEAN_{soft}$ : Mitjana del coeficient de correlació entre els traïdors i la paraula descodificada.
- $MIN_{soft}$ : Coeficient de correlació entre el traïdor menys sospitós i la paraula descodificada.
- $MAXN_{soft}$ : Coeficient de correlació entre el no traïdor més sospitós i la paraula descodificada.
- $MINN_{soft}$ : Coeficient de correlació entre el no traïdor menys sospitós i la paraula descodificada.
- $DIF_{soft}$ : Diferència dels coeficients de correlació entre el traïdor menys sospitós i el no traïdor més sospitós.
- $P_{soft}$ : Probabilitat de que l'usuari més sospitós sigui un traïdor.
- $N_{soft}$ : Nombre de traïdors compresos entre els  $n$  usuaris més sospitosos.

Cadascuna de les files de les taules indiquen un experiment realitzat amb les condicions indicades i repetit fins a 10.000 vegades, així que els valors mostrats en les columnes son la mitjana dels obtinguts en cadascuna de les 10.000 repeticions dutes a terme.

Simulació 9

N	iter	$\sigma_L$	$\sigma_H$	m.	MAX <sub>hard</sub>	MEAN <sub>hard</sub>	MIN <sub>hard</sub>	MAX <sub>N<sub>hard</sub></sub>	MIN <sub>N<sub>hard</sub></sub>	DIF <sub>hard</sub>	P <sub>hard</sub>	N <sub>hard</sub>	MAX <sub>soft</sub>	MEAN <sub>soft</sub>	MIN <sub>soft</sub>	MAX <sub>N<sub>soft</sub></sub>	MIN <sub>N<sub>soft</sub></sub>	DIF <sub>soft</sub>	P <sub>soft</sub>	N <sub>soft</sub>
2	75	10	10	0	0,5824	0,5006	0,4188	0,2850	-0,2850	0,1338	1,0000	1,9374	0,9979	0,9956	0,9933	0,4094	-0,4093	0,5838	1,0000	1,9997
2	75	10	10	1	0,5824	0,5006	0,4188	0,2850	-0,2850	0,1338	1,0000	1,9374	0,9979	0,9956	0,9933	0,4094	-0,4093	0,5838	1,0000	1,9997
2	75	10	10	2	0,5824	0,5006	0,4188	0,2850	-0,2850	0,1338	1,0000	1,9374	0,9979	0,9956	0,9933	0,4094	-0,4093	0,5838	1,0000	1,9997
2	75	10	15	0	0,5824	0,5006	0,4188	0,2850	-0,2850	0,1338	1,0000	1,9374	0,9993	0,9983	0,9973	0,4027	-0,4027	0,5946	1,0000	2,0000
2	75	10	15	1	0,5824	0,5006	0,4188	0,2850	-0,2850	0,1338	1,0000	1,9374	0,9993	0,9983	0,9973	0,4027	-0,4027	0,5946	1,0000	2,0000
2	75	10	15	2	0,5824	0,5006	0,4188	0,2850	-0,2850	0,1338	1,0000	1,9374	0,9993	0,9983	0,9973	0,4027	-0,4027	0,5946	1,0000	2,0000
2	75	10	20	0	0,5824	0,5006	0,4188	0,2850	-0,2850	0,1338	1,0000	1,9374	0,9998	0,9994	0,9990	0,4016	-0,4016	0,5974	1,0000	2,0000
2	75	10	20	1	0,5824	0,5006	0,4188	0,2850	-0,2850	0,1338	1,0000	1,9374	0,9998	0,9994	0,9990	0,4016	-0,4016	0,5974	1,0000	2,0000
2	75	10	20	2	0,5824	0,5006	0,4188	0,2850	-0,2850	0,1338	1,0000	1,9374	0,9998	0,9994	0,9990	0,4016	-0,4016	0,5974	1,0000	2,0000
2	75	10	20	4	0,5581	0,5006	0,4430	0,2852	-0,2849	0,1578	1,0000	1,9795	0,9133	0,8986	0,8839	0,3658	-0,3653	0,5181	1,0000	2,0000
2	75	10	30	0	0,5824	0,5006	0,4188	0,2850	-0,2850	0,1338	1,0000	1,9374	1,0000	0,9999	0,9999	0,4012	-0,4012	0,5987	1,0000	2,0000
2	75	10	30	0	0,5824	0,5006	0,4188	0,2850	-0,2850	0,1338	1,0000	1,9374	1,0000	0,9999	0,9999	0,4012	-0,4012	0,5987	1,0000	2,0000
2	75	10	30	1	0,5824	0,5006	0,4188	0,2850	-0,2850	0,1338	1,0000	1,9374	1,0000	0,9999	0,9999	0,4012	-0,4012	0,5987	1,0000	2,0000
2	75	10	30	2	0,5824	0,5006	0,4188	0,2850	-0,2850	0,1338	1,0000	1,9374	1,0000	0,9999	0,9999	0,4012	-0,4012	0,5987	1,0000	2,0000
2	75	10	40	0	0,5821	0,5000	0,4180	0,2852	-0,2850	0,1328	1,0000	1,9369	1,0000	1,0000	1,0000	0,4009	-0,4014	0,5991	1,0000	2,0000
2	75	10	40	1	0,5819	0,4997	0,4174	0,2851	-0,2849	0,1323	1,0000	1,9360	1,0000	1,0000	1,0000	0,4016	-0,4010	0,5984	1,0000	2,0000
2	75	10	40	2	0,5819	0,4997	0,4174	0,2851	-0,2849	0,1323	1,0000	1,9360	1,0000	1,0000	1,0000	0,4016	-0,4010	0,5984	1,0000	2,0000
2	75	10	50	0	0,5823	0,4998	0,4172	0,2849	-0,2859	0,1323	1,0000	1,9415	1,0000	1,0000	1,0000	0,4021	-0,4015	0,5979	1,0000	2,0000
2	75	10	50	1	0,5835	0,5000	0,4164	0,2854	-0,2852	0,1310	1,0000	1,9375	1,0000	1,0000	1,0000	0,4013	-0,4010	0,5987	1,0000	2,0000
2	75	10	50	2	0,5835	0,5000	0,4164	0,2854	-0,2852	0,1310	1,0000	1,9375	1,0000	1,0000	1,0000	0,4013	-0,4010	0,5987	1,0000	2,0000
2	50	10	50	4	0,5581	0,5006	0,4430	0,2852	-0,2849	0,1578	1,0000	1,9795	0,9999	0,9999	0,9999	0,4011	-0,4008	0,5987	1,0000	2,0000
2	75	20	20	0	0,5811	0,5006	0,4201	0,2848	-0,2849	0,1353	1,0000	1,9402	0,9971	0,9952	0,9934	0,4001	-0,4000	0,5934	1,0000	2,0000
2	75	20	20	1	0,5811	0,5006	0,4201	0,2848	-0,2849	0,1353	1,0000	1,9402	0,9971	0,9952	0,9934	0,4001	-0,4000	0,5934	1,0000	2,0000
2	75	20	20	2	0,5811	0,5006	0,4201	0,2848	-0,2849	0,1353	1,0000	1,9402	0,9971	0,9952	0,9934	0,4001	-0,4000	0,5934	1,0000	2,0000
3	75	10	10	0	0,3268	0,2498	0,1732	0,2852	-0,2854	-0,1121	0,7161	1,3610	0,9945	0,9938	0,9932	0,5601	-0,5608	0,4331	1,0000	3,0000
3	75	10	10	1	0,4938	0,4139	0,3331	0,2847	-0,2844	0,0484	0,9990	2,7669	0,5749	0,4780	0,3788	0,3301	-0,3308	0,0487	0,9999	2,7526
3	75	10	10	2	0,4995	0,4169	0,3336	0,2851	-0,2850	0,0485	0,9998	2,7765	0,6864	0,6103	0,5325	0,3477	-0,3484	0,1848	1,0000	2,9895
3	75	10	15	0	0,3268	0,2498	0,1732	0,2852	-0,2854	-0,1121	0,7161	1,3610	0,9983	0,9980	0,9978	0,5615	-0,5620	0,4364	1,0000	3,0000
3	75	10	15	1	0,5742	0,4999	0,4240	0,2844	-0,2847	0,1396	1,0000	2,9827	0,5871	0,5027	0,4162	0,2983	-0,2979	0,1180	1,0000	2,9538
3	75	10	15	2	0,5324	0,4502	0,3676	0,2848	-0,2840	0,0827	1,0000	2,8897	0,7124	0,6421	0,5703	0,3444	-0,3438	0,2259	1,0000	2,9975
3	75	10	20	0	0,3268	0,2498	0,1732	0,2852	-0,2854	-0,1121	0,7161	1,3610	0,9994	0,9994	0,9993	0,5619	-0,5624	0,4374	1,0000	3,0000
3	75	10	20	1	0,5742	0,4999	0,4240	0,2844	-0,2847	0,1396	1,0000	2,9827	0,5777	0,5008	0,4221	0,2863	-0,2863	0,1357	1,0000	2,9784
3	75	10	20	2	0,5742	0,4999	0,4240	0,2844	-0,2847	0,1396	1,0000	2,9827	0,7197	0,6630	0,6049	0,3308	-0,3305	0,2742	1,0000	2,9999
3	75	10	20	4	0,3250	0,2493	0,1737	0,2852	-0,2853	-0,1115	0,7122	1,3539	0,7796	0,7496	0,7198	0,4360	-0,4359	0,2838	1,0000	2,9993
3	75	10	30	0	0,3268	0,2498	0,1732	0,2852	-0,2854	-0,1121	0,7161	1,3610	0,9999	0,9999	0,9999	0,5621	-0,5626	0,4378	1,0000	3,0000
3	75	10	30	0	0,3268	0,2498	0,1732	0,2852	-0,2854	-0,1121	0,7161	1,3610	0,9999	0,9999	0,9999	0,5621	-0,5626	0,4378	1,0000	3,0000

Simulació 9

3	75	10	30	1	0,5742	0,4999	0,4240	0,2844	-0,2847	0,1396	1,0000	2,9827	0,5745	0,5000	0,4238	0,2845	-0,2848	0,1392	1,0000	2,9819
3	75	10	30	2	0,5742	0,4999	0,4240	0,2844	-0,2847	0,1396	1,0000	2,9827	0,7149	0,6646	0,6131	0,3267	-0,3264	0,2865	1,0000	3,0000
3	75	10	40	0	0,3271	0,2499	0,1728	0,2853	-0,2855	-0,1126	0,7242	1,3681	1,0000	1,0000	1,0000	0,5627	-0,5620	0,4373	1,0000	3,0000
3	75	10	40	1	0,5743	0,5000	0,4244	0,2848	-0,2851	0,1396	1,0000	2,9811	0,5743	0,5000	0,4244	0,2848	-0,2851	0,1396	1,0000	2,9806
3	75	10	40	2	0,5743	0,5000	0,4244	0,2848	-0,2851	0,1396	1,0000	2,9811	0,7147	0,6649	0,6143	0,3258	-0,3267	0,2885	1,0000	3,0000
3	75	10	50	0	0,3274	0,2498	0,1726	0,2857	-0,2854	-0,1131	0,7183	1,3603	1,0000	1,0000	1,0000	0,5627	-0,5617	0,4373	1,0000	3,0000
3	75	10	50	1	0,5739	0,5000	0,4248	0,2851	-0,2850	0,1397	1,0000	2,9786	0,5739	0,5000	0,4248	0,2851	-0,2850	0,1397	1,0000	2,9782
3	75	10	50	2	0,5739	0,5000	0,4248	0,2851	-0,2850	0,1397	1,0000	2,9786	0,7144	0,6650	0,6146	0,3265	-0,3267	0,2881	1,0000	3,0000
3	75	10	50	4	0,3250	0,2493	0,1737	0,2852	-0,2853	-0,1115	0,7122	1,3539	0,9997	0,9997	0,9996	0,5630	-0,5626	0,4366	1,0000	3,0000
3	75	20	20	0	0,3264	0,2498	0,1735	0,2853	-0,2854	-0,1118	0,7112	1,3612	0,9945	0,9938	0,9931	0,5589	-0,5594	0,4342	1,0000	3,0000
3	75	20	20	1	0,5742	0,4999	0,4240	0,2844	-0,2847	0,1396	1,0000	2,9827	0,5777	0,5008	0,4221	0,2863	-0,2863	0,1357	1,0000	2,9784
3	75	20	20	2	0,5742	0,4999	0,4240	0,2844	-0,2847	0,1396	1,0000	2,9827	0,7197	0,6630	0,6049	0,3308	-0,3305	0,2742	1,0000	2,9999
4	75	10	10	0	0,2164	0,1255	0,0340	0,2852	-0,2846	-0,2512	0,1506	0,3887	0,9868	0,9853	0,9837	0,7655	-0,7659	0,2182	0,9700	3,8747
4	75	10	10	1	0,4539	0,3584	0,2630	0,2845	-0,2846	-0,0215	0,9975	3,3052	0,5969	0,4901	0,3797	0,3415	-0,3417	0,0381	1,0000	3,7194
4	75	10	10	2	0,4560	0,3602	0,2639	0,2845	-0,2850	-0,0206	0,9986	3,3210	0,6563	0,5595	0,4594	0,3597	-0,3600	0,0997	1,0000	3,9025
4	75	10	15	0	0,2164	0,1255	0,0340	0,2852	-0,2846	-0,2512	0,1506	0,3887	0,9958	0,9953	0,9948	0,7729	-0,7733	0,2219	0,9700	3,8747
4	75	10	15	1	0,4702	0,3750	0,2797	0,2848	-0,2848	-0,0051	0,9991	3,4467	0,6491	0,5500	0,4469	0,3394	-0,3393	0,1075	1,0000	3,9311
4	75	10	15	2	0,4671	0,3717	0,2758	0,2848	-0,2853	-0,0090	0,9987	3,4171	0,6659	0,5769	0,4844	0,3511	-0,3513	0,1332	1,0000	3,9622
4	75	10	20	0	0,2164	0,1255	0,0340	0,2852	-0,2846	-0,2512	0,1506	0,3887	0,9987	0,9985	0,9984	0,7752	-0,7756	0,2231	0,9700	3,8747
4	75	10	20	1	0,4702	0,3750	0,2797	0,2848	-0,2848	-0,0051	0,9991	3,4467	0,6818	0,5828	0,4793	0,3506	-0,3509	0,1287	1,0000	3,9545
4	75	10	20	2	0,4702	0,3750	0,2797	0,2848	-0,2848	-0,0051	0,9991	3,4467	0,7174	0,6342	0,5474	0,3623	-0,3625	0,1850	1,0000	3,9914
4	75	10	20	4	0,2156	0,1251	0,0345	0,2850	-0,2847	-0,2505	0,1486	0,3900	0,6164	0,5630	0,5093	0,4695	-0,4694	0,0398	0,9542	3,5543
4	75	10	30	0	0,2164	0,1255	0,0340	0,2852	-0,2846	-0,2512	0,1506	0,3887	0,9999	0,9999	0,9998	0,7762	-0,7766	0,2236	0,9700	3,8747
4	75	10	30	0	0,2164	0,1255	0,0340	0,2852	-0,2846	-0,2512	0,1506	0,3887	0,9999	0,9999	0,9998	0,7762	-0,7766	0,2236	0,9700	3,8747
4	75	10	30	1	0,4699	0,3750	0,2791	0,2844	-0,2847	-0,0052	0,9984	3,4513	0,6980	0,5981	0,4935	0,3583	-0,3587	0,1352	1,0000	3,9557
4	75	10	30	2	0,4699	0,3750	0,2791	0,2844	-0,2847	-0,0052	0,9984	3,4513	0,7455	0,6620	0,5747	0,3750	-0,3754	0,1996	1,0000	3,9924
4	75	10	40	0	0,2166	0,1255	0,0341	0,2844	-0,2855	-0,2504	0,1527	0,3986	1,0000	1,0000	1,0000	0,7747	-0,7751	0,2253	0,9721	3,8751
4	75	10	40	1	0,4688	0,3747	0,2792	0,2847	-0,2846	-0,0055	0,9994	3,4461	0,6994	0,5995	0,4949	0,3600	-0,3597	0,1349	1,0000	3,9572
4	75	10	40	2	0,4688	0,3747	0,2792	0,2847	-0,2846	-0,0055	0,9994	3,4461	0,7482	0,6647	0,5773	0,3777	-0,3775	0,1996	1,0000	3,9933
4	75	10	50	0	0,2165	0,1248	0,0329	0,2853	-0,2855	-0,2525	0,1448	0,3870	1,0000	1,0000	1,0000	0,7749	-0,7762	0,2251	0,9722	3,8829
4	75	10	50	1	0,4705	0,3749	0,2785	0,2847	-0,2852	-0,0062	0,9989	3,4378	0,7011	0,5999	0,4938	0,3591	-0,3598	0,1347	1,0000	3,9555
4	75	10	50	2	0,4705	0,3749	0,2785	0,2847	-0,2852	-0,0062	0,9989	3,4378	0,7500	0,6654	0,5768	0,3767	-0,3773	0,2001	1,0000	3,9935
4	75	10	50	4	0,2156	0,1251	0,0345	0,2850	-0,2847	-0,2505	0,1486	0,3900	0,9993	0,9992	0,9991	0,7748	-0,7752	0,2243	0,9714	3,8743
4	75	20	20	0	0,2164	0,1255	0,0341	0,2853	-0,2846	-0,2513	0,1503	0,3866	0,9868	0,9853	0,9837	0,7654	-0,7658	0,2183	0,9704	3,8753
4	75	20	20	1	0,4693	0,3750	0,2793	0,2847	-0,2849	-0,0054	0,9992	3,4486	0,6808	0,5820	0,4785	0,3502	-0,3505	0,1283	1,0000	3,9543
4	75	20	20	2	0,4693	0,3750	0,2793	0,2847	-0,2849	-0,0054	0,9992	3,4486	0,7157	0,6326	0,5457	0,3615	-0,3617	0,1842	1,0000	3,9906
5	75	10	10	0	0,1649	0,0627	-0,0400	0,2849	-0,2846	-0,3250	0,0384	0,1415	0,9697	0,9660	0,9623	0,9348	-0,9349	0,0275	0,5437	2,6972

Simulació 9

5	75	10	10	1	0,4100	0,3060	0,2010	0,2845	-0,2850	-0,0835	0,9824	3,5088	0,4775	0,3541	0,2287	0,3321	-0,3320	-0,1033	0,9865	3,4874
5	75	10	10	2	0,4243	0,3184	0,2120	0,2851	-0,2849	-0,0731	0,9914	3,6703	0,5923	0,4823	0,3680	0,3507	-0,3510	0,0173	0,9997	4,5953
5	75	10	15	0	0,1649	0,0627	-0,0400	0,2849	-0,2846	-0,3250	0,0384	0,1415	0,9900	0,9888	0,9876	0,9539	-0,9540	0,0336	0,5437	2,6972
5	75	10	15	1	0,4766	0,3749	0,2712	0,2850	-0,2846	-0,0138	0,9997	4,3677	0,4854	0,3756	0,2638	0,2990	-0,2990	-0,0352	0,9991	4,1896
5	75	10	15	2	0,4336	0,3278	0,2217	0,2858	-0,2850	-0,0640	0,9944	3,8073	0,6046	0,4976	0,3864	0,3499	-0,3504	0,0365	0,9998	4,7036
5	75	10	20	0	0,1649	0,0627	-0,0400	0,2849	-0,2846	-0,3250	0,0384	0,1415	0,9967	0,9963	0,9959	0,9602	-0,9603	0,0356	0,5437	2,6972
5	75	10	20	1	0,4766	0,3749	0,2712	0,2850	-0,2846	-0,0138	0,9997	4,3677	0,4784	0,3751	0,2698	0,2867	-0,2866	-0,0169	0,9995	4,3502
5	75	10	20	2	0,4665	0,3631	0,2585	0,2851	-0,2849	-0,0266	0,9994	4,2449	0,6299	0,5301	0,4254	0,3459	-0,3464	0,0795	1,0000	4,8767
5	75	10	20	4	0,1660	0,0626	-0,0403	0,2850	-0,2858	-0,3254	0,0397	0,1472	0,4561	0,3753	0,2951	0,4558	-0,4565	-0,1607	0,5012	2,0251
5	75	10	30	0	0,1649	0,0627	-0,0400	0,2849	-0,2846	-0,3250	0,0384	0,1415	0,9995	0,9994	0,9994	0,9629	-0,9630	0,0365	0,5437	2,6972
5	75	10	30	0	0,1649	0,0627	-0,0400	0,2849	-0,2846	-0,3250	0,0384	0,1415	0,9995	0,9994	0,9994	0,9629	-0,9630	0,0365	0,5437	2,6972
5	75	10	30	1	0,4766	0,3749	0,2712	0,2850	-0,2846	-0,0138	0,9997	4,3677	0,4767	0,3749	0,2711	0,2851	-0,2848	-0,0140	0,9997	4,3660
5	75	10	30	2	0,4766	0,3749	0,2712	0,2850	-0,2846	-0,0138	0,9997	4,3677	0,6244	0,5315	0,4336	0,3366	-0,3371	0,0970	1,0000	4,9272
5	75	10	40	0	0,1656	0,0625	-0,0402	0,2846	-0,2850	-0,3248	0,0405	0,1519	0,9997	0,9997	0,9996	0,9636	-0,9622	0,0360	0,5522	2,7088
5	75	10	40	1	0,4764	0,3748	0,2711	0,2850	-0,2849	-0,0139	0,9995	4,3794	0,4764	0,3748	0,2711	0,2850	-0,2849	-0,0140	0,9996	4,3782
5	75	10	40	2	0,4764	0,3748	0,2711	0,2850	-0,2849	-0,0139	0,9995	4,3794	0,6238	0,5315	0,4337	0,3371	-0,3368	0,0966	1,0000	4,9173
5	75	10	50	0	0,1656	0,0625	-0,0405	0,2850	-0,2850	-0,3254	0,0400	0,1456	0,9997	0,9997	0,9997	0,9629	-0,9620	0,0368	0,5493	2,7020
5	75	10	50	1	0,4760	0,3751	0,2712	0,2850	-0,2849	-0,0139	0,9994	4,3769	0,4760	0,3751	0,2712	0,2850	-0,2849	-0,0139	0,9991	4,3721
5	75	10	50	2	0,4760	0,3751	0,2712	0,2850	-0,2849	-0,0139	0,9994	4,3769	0,6242	0,5320	0,4340	0,3370	-0,3375	0,0970	1,0000	4,9196
5	75	10	50	4	0,1660	0,0626	-0,0403	0,2850	-0,2858	-0,3254	0,0397	0,1472	0,9981	0,9978	0,9975	0,9607	-0,9610	0,0368	0,5549	2,7267
5	75	20	20	0	0,1649	0,0627	-0,0400	0,2850	-0,2846	-0,3250	0,0386	0,1417	0,9697	0,9660	0,9623	0,9348	-0,9348	0,0275	0,5432	2,6983
5	75	20	20	1	0,4766	0,3749	0,2712	0,2850	-0,2846	-0,0138	0,9997	4,3677	0,4784	0,3751	0,2698	0,2867	-0,2866	-0,0169	0,9995	4,3502
5	75	20	20	2	0,4665	0,3631	0,2585	0,2851	-0,2849	-0,0266	0,9994	4,2449	0,6299	0,5301	0,4254	0,3459	-0,3464	0,0795	1,0000	4,8767
6	75	10	10	0	0,1431	0,0309	-0,0816	0,2848	-0,2852	-0,3663	0,0177	0,0880	0,9205	0,9101	0,8997	0,9301	-0,9301	-0,0304	0,1502	0,8967
6	75	10	10	1	0,4012	0,2878	0,1722	0,2844	-0,2848	-0,1122	0,9802	3,9588	0,5033	0,3723	0,2363	0,3369	-0,3380	-0,1006	0,9956	4,4665
6	75	10	10	2	0,4046	0,2907	0,1754	0,2848	-0,2848	-0,1094	0,9824	4,0067	0,5689	0,4472	0,3195	0,3528	-0,3533	-0,0334	0,9996	5,2096
6	75	10	15	0	0,1431	0,0309	-0,0816	0,2848	-0,2852	-0,3663	0,0177	0,0880	0,9627	0,9578	0,9529	0,9670	-0,9670	-0,0141	0,1502	0,8967
6	75	10	15	1	0,4256	0,3127	0,1978	0,2849	-0,2851	-0,0871	0,9956	4,4060	0,5405	0,4175	0,2893	0,3269	-0,3274	-0,0376	0,9997	5,1815
6	75	10	15	2	0,4104	0,2973	0,1825	0,2850	-0,2848	-0,1025	0,9878	4,1383	0,5739	0,4548	0,3301	0,3503	-0,3501	-0,0202	0,9996	5,3260
6	75	10	20	0	0,1431	0,0309	-0,0816	0,2848	-0,2852	-0,3663	0,0177	0,0880	0,9773	0,9744	0,9714	0,9799	-0,9799	-0,0084	0,1502	0,8967
6	75	10	20	1	0,4256	0,3127	0,1978	0,2849	-0,2851	-0,0871	0,9956	4,4060	0,5658	0,4421	0,3128	0,3349	-0,3353	-0,0221	0,9999	5,3305
6	75	10	20	2	0,4256	0,3127	0,1978	0,2849	-0,2851	-0,0871	0,9956	4,4060	0,6140	0,5007	0,3804	0,3526	-0,3530	0,0278	0,9999	5,6711
6	75	10	30	0	0,1431	0,0309	-0,0816	0,2848	-0,2852	-0,3663	0,0177	0,0880	0,9837	0,9816	0,9794	0,9854	-0,9854	-0,0060	0,1502	0,8967
6	75	10	30	1	0,4247	0,3127	0,1985	0,2849	-0,2845	-0,0864	0,9946	4,4164	0,5789	0,4535	0,3222	0,3418	-0,3422	-0,0196	0,9999	5,3402
6	75	10	30	2	0,4247	0,3127	0,1985	0,2849	-0,2845	-0,0864	0,9946	4,4164	0,6441	0,5291	0,4064	0,3664	-0,3669	0,0400	0,9999	5,7226
6	75	10	40	0	0,1421	0,0309	-0,0812	0,2849	-0,2847	-0,3662	0,0163	0,0870	0,9826	0,9804	0,9781	0,9848	-0,9851	-0,0066	0,1450	0,8751
6	75	10	40	1	0,4242	0,3119	0,1980	0,2850	-0,2847	-0,0870	0,9935	4,4014	0,5796	0,4538	0,3228	0,3434	-0,3434	-0,0206	0,9999	5,3254

Simulació 9

6	75	10	40	2	0,4242	0,3119	0,1980	0,2850	-0,2847	-0,0870	0,9935	4,4014	0,6465	0,5309	0,4075	0,3690	-0,3691	0,0385	0,9999	5,7060
6	75	10	50	0	0,1438	0,0319	-0,0799	0,2852	-0,2846	-0,3650	0,0166	0,0920	0,9841	0,9820	0,9800	0,9862	-0,9859	-0,0063	0,1547	0,8901
6	75	10	50	1	0,4259	0,3122	0,1978	0,2848	-0,2846	-0,0870	0,9933	4,3977	0,5815	0,4545	0,3233	0,3433	-0,3432	-0,0201	0,9998	5,3220
6	75	10	50	2	0,4259	0,3122	0,1978	0,2848	-0,2846	-0,0870	0,9933	4,3977	0,6490	0,5319	0,4087	0,3689	-0,3695	0,0398	1,0000	5,7118
6	75	20	20	0	0,1431	0,0309	-0,0815	0,2848	-0,2852	-0,3663	0,0177	0,0880	0,9204	0,9101	0,8997	0,9301	-0,9301	-0,0304	0,1512	0,8968
6	75	20	20	1	0,4254	0,3127	0,1982	0,2844	-0,2848	-0,0862	0,9946	4,4076	0,5656	0,4420	0,3128	0,3348	-0,3352	-0,0221	0,9999	5,3315
6	75	20	20	2	0,4254	0,3127	0,1982	0,2844	-0,2848	-0,0862	0,9946	4,4076	0,6137	0,5006	0,3803	0,3526	-0,3532	0,0277	0,9999	5,6695
7	75	10	10	0	0,1347	0,0158	-0,1032	0,2853	-0,2855	-0,3885	0,0118	0,0793	0,7915	0,7628	0,7341	0,8274	-0,8276	-0,0933	0,0440	0,3069
7	75	10	10	1	0,3748	0,2547	0,1339	0,2847	-0,2854	-0,1508	0,9406	3,9252	0,4366	0,2953	0,1517	0,3314	-0,3328	-0,1797	0,9508	3,9052
7	75	10	10	2	0,3888	0,2684	0,1465	0,2850	-0,2850	-0,1384	0,9685	4,2673	0,5432	0,4113	0,2729	0,3511	-0,3524	-0,0782	0,9981	5,6835
7	75	10	15	0	0,1347	0,0158	-0,1032	0,2853	-0,2855	-0,3885	0,0118	0,0793	0,8519	0,8315	0,8112	0,8786	-0,8788	-0,0674	0,0440	0,3069
7	75	10	15	1	0,4307	0,3127	0,1927	0,2849	-0,2853	-0,0922	0,9961	5,2272	0,4395	0,3133	0,1853	0,2989	-0,2995	-0,1136	0,9933	4,9458
7	75	10	15	2	0,3933	0,2727	0,1503	0,2847	-0,2852	-0,1344	0,9762	4,3612	0,5489	0,4183	0,2810	0,3506	-0,3512	-0,0696	0,9991	5,7911
7	75	10	20	0	0,1347	0,0158	-0,1032	0,2853	-0,2855	-0,3885	0,0118	0,0793	0,8740	0,8567	0,8394	0,8973	-0,8976	-0,0579	0,0440	0,3069
7	75	10	20	1	0,4307	0,3127	0,1927	0,2849	-0,2853	-0,0922	0,9961	5,2272	0,4324	0,3129	0,1915	0,2866	-0,2871	-0,0951	0,9958	5,2010
7	75	10	20	2	0,4206	0,3008	0,1798	0,2851	-0,2851	-0,1053	0,9936	4,9828	0,5767	0,4526	0,3210	0,3486	-0,3488	-0,0276	0,9996	6,2464
7	75	10	30	0	0,1347	0,0158	-0,1032	0,2853	-0,2855	-0,3885	0,0118	0,0793	0,8837	0,8678	0,8518	0,9055	-0,9058	-0,0537	0,0440	0,3069
7	75	10	30	1	0,4307	0,3127	0,1927	0,2849	-0,2853	-0,0922	0,9961	5,2272	0,4309	0,3127	0,1926	0,2850	-0,2854	-0,0925	0,9960	5,2255
7	75	10	30	2	0,4307	0,3127	0,1927	0,2849	-0,2853	-0,0922	0,9961	5,2272	0,5746	0,4560	0,3299	0,3413	-0,3419	-0,0115	1,0000	6,3867
7	75	10	40	0	0,1346	0,0151	-0,1040	0,2856	-0,2852	-0,3895	0,0121	0,0798	0,8825	0,8662	0,8502	0,9047	-0,9043	-0,0545	0,0437	0,3009
7	75	10	40	1	0,4309	0,3125	0,1926	0,2847	-0,2848	-0,0921	0,9956	5,2409	0,4309	0,3125	0,1926	0,2847	-0,2849	-0,0921	0,9950	5,2408
7	75	10	40	2	0,4309	0,3125	0,1926	0,2847	-0,2848	-0,0921	0,9956	5,2409	0,5743	0,4557	0,3294	0,3412	-0,3404	-0,0119	1,0000	6,3832
7	75	10	50	0	0,1347	0,0155	-0,1034	0,2849	-0,2853	-0,3884	0,0108	0,0705	0,8789	0,8621	0,8455	0,9016	-0,9016	-0,0561	0,0412	0,2914
7	75	10	50	1	0,4299	0,3124	0,1922	0,2848	-0,2852	-0,0926	0,9971	5,2278	0,4299	0,3124	0,1922	0,2848	-0,2852	-0,0926	0,9967	5,2271
7	75	10	50	2	0,4299	0,3124	0,1922	0,2848	-0,2852	-0,0926	0,9971	5,2278	0,5736	0,4556	0,3305	0,3410	-0,3415	-0,0106	1,0000	6,3942
7	75	20	20	0	0,1347	0,0158	-0,1032	0,2853	-0,2855	-0,3885	0,0118	0,0792	0,7914	0,7628	0,7342	0,8272	-0,8274	-0,0930	0,0447	0,3070
7	75	20	20	1	0,4307	0,3127	0,1927	0,2849	-0,2853	-0,0922	0,9961	5,2272	0,4324	0,3129	0,1915	0,2866	-0,2871	-0,0951	0,9958	5,2010
7	75	20	20	2	0,4206	0,3008	0,1798	0,2851	-0,2851	-0,1053	0,9936	4,9828	0,5767	0,4526	0,3210	0,3486	-0,3488	-0,0276	0,9996	6,2464
8	75	10	10	0	0,1329	0,0078	-0,1175	0,2848	-0,2848	-0,4023	0,0109	0,0818	0,5964	0,5382	0,4799	0,6682	-0,6683	-0,1883	0,0212	0,1569
8	75	10	10	1	0,3735	0,2472	0,1191	0,2846	-0,2852	-0,1655	0,9473	4,3874	0,4595	0,3126	0,1614	0,3365	-0,3367	-0,1751	0,9781	4,8959
8	75	10	10	2	0,3778	0,2515	0,1232	0,2846	-0,2850	-0,1614	0,9581	4,5061	0,5286	0,3882	0,2413	0,3523	-0,3530	-0,1110	0,9978	6,1624
8	75	10	15	0	0,1329	0,0078	-0,1175	0,2848	-0,2848	-0,4023	0,0109	0,0818	0,6540	0,6042	0,5543	0,7168	-0,7169	-0,1625	0,0212	0,1569
8	75	10	15	1	0,3994	0,2736	0,1458	0,2849	-0,2849	-0,1391	0,9823	5,1168	0,4872	0,3488	0,2061	0,3219	-0,3220	-0,1158	0,9964	5,9953
8	75	10	15	2	0,3799	0,2539	0,1262	0,2843	-0,2855	-0,1581	0,9607	4,5751	0,5304	0,3911	0,2451	0,3508	-0,3517	-0,1057	0,9970	6,2425
8	75	10	20	0	0,1329	0,0078	-0,1175	0,2848	-0,2848	-0,4023	0,0109	0,0818	0,6757	0,6291	0,5824	0,7351	-0,7352	-0,1527	0,0212	0,1569
8	75	10	20	1	0,3994	0,2736	0,1458	0,2849	-0,2849	-0,1391	0,9823	5,1168	0,5058	0,3670	0,2234	0,3269	-0,3269	-0,1035	0,9981	6,2400
8	75	10	20	2	0,3991	0,2736	0,1457	0,2848	-0,2847	-0,1391	0,9841	5,1082	0,5613	0,4272	0,2851	0,3498	-0,3504	-0,0647	0,9992	6,8298

Simulació 9

8	75	10	30	0	0,1329	0,0078	-0,1175	0,2848	-0,2848	-0,4023	0,0109	0,0818	0,6853	0,6401	0,5949	0,7433	-0,7433	-0,1484	0,0212	0,1569
8	75	10	30	1	0,3990	0,2736	0,1461	0,2851	-0,2846	-0,1390	0,9839	5,1053	0,5160	0,3754	0,2296	0,3327	-0,3325	-0,1031	0,9976	6,2553
8	75	10	30	2	0,3990	0,2736	0,1461	0,2851	-0,2846	-0,1390	0,9839	5,1053	0,5884	0,4527	0,3077	0,3618	-0,3624	-0,0541	0,9995	6,9853
8	75	10	40	0	0,1330	0,0078	-0,1182	0,2848	-0,2849	-0,4030	0,0104	0,0769	0,6784	0,6322	0,5854	0,7374	-0,7374	-0,1520	0,0207	0,1617
8	75	10	40	1	0,3988	0,2732	0,1454	0,2845	-0,2845	-0,1391	0,9819	5,1065	0,5169	0,3759	0,2301	0,3328	-0,3337	-0,1026	0,9987	6,2557
8	75	10	40	2	0,3988	0,2732	0,1454	0,2845	-0,2845	-0,1391	0,9819	5,1065	0,5916	0,4553	0,3093	0,3640	-0,3651	-0,0546	0,9995	6,9771
8	75	10	50	0	0,1336	0,0081	-0,1172	0,2853	-0,2853	-0,4024	0,0107	0,0796	0,6733	0,6259	0,5782	0,7329	-0,7329	-0,1547	0,0196	0,1635
8	75	10	50	1	0,3988	0,2734	0,1453	0,2847	-0,2850	-0,1395	0,9805	5,1125	0,5171	0,3762	0,2308	0,3331	-0,3335	-0,1023	0,9981	6,2590
8	75	10	50	2	0,3988	0,2734	0,1453	0,2847	-0,2850	-0,1395	0,9805	5,1125	0,5920	0,4557	0,3106	0,3643	-0,3649	-0,0538	0,9997	6,9733
8	75	20	20	0	0,1329	0,0078	-0,1175	0,2848	-0,2848	-0,4023	0,0109	0,0818	0,5962	0,5382	0,4800	0,6678	-0,6679	-0,1878	0,0210	0,1606
8	75	20	20	1	0,3990	0,2736	0,1459	0,2846	-0,2845	-0,1388	0,9833	5,1160	0,5057	0,3670	0,2234	0,3269	-0,3268	-0,1035	0,9976	6,2399
8	75	20	20	2	0,3993	0,2736	0,1463	0,2845	-0,2847	-0,1382	0,9824	5,1111	0,5611	0,4270	0,2851	0,3499	-0,3504	-0,0648	0,9991	6,8340
9	75	10	10	0	0,1351	0,0040	-0,1272	0,2849	-0,2854	-0,4121	0,0094	0,0910	0,4149	0,3257	0,2364	0,5177	-0,5181	-0,2814	0,0153	0,1328
9	75	10	10	1	0,3526	0,2221	0,0894	0,2850	-0,2853	-0,1956	0,8852	4,2345	0,4111	0,2575	0,1009	0,3321	-0,3327	-0,2311	0,9008	4,2077
9	75	10	10	2	0,3674	0,2355	0,1019	0,2851	-0,2858	-0,1832	0,9317	4,6896	0,5107	0,3636	0,2082	0,3529	-0,3527	-0,1447	0,9927	6,4973
9	75	10	15	0	0,1351	0,0040	-0,1272	0,2849	-0,2854	-0,4121	0,0094	0,0910	0,4545	0,3713	0,2880	0,5512	-0,5516	-0,2632	0,0153	0,1328
9	75	10	15	1	0,4027	0,2732	0,1408	0,2849	-0,2851	-0,1441	0,9851	5,8487	0,4111	0,2735	0,1333	0,2992	-0,2992	-0,1659	0,9769	5,4802
9	75	10	15	2	0,3686	0,2372	0,1040	0,2848	-0,2853	-0,1808	0,9370	4,7300	0,5122	0,3658	0,2119	0,3515	-0,3516	-0,1397	0,9944	6,5805
9	75	10	20	0	0,1351	0,0040	-0,1272	0,2849	-0,2854	-0,4121	0,0094	0,0910	0,4696	0,3887	0,3077	0,5639	-0,5643	-0,2563	0,0153	0,1328
9	75	10	20	1	0,4027	0,2732	0,1408	0,2849	-0,2851	-0,1441	0,9851	5,8487	0,4041	0,2733	0,1398	0,2867	-0,2869	-0,1469	0,9844	5,8240
9	75	10	20	2	0,3911	0,2605	0,1282	0,2845	-0,2850	-0,1563	0,9739	5,4602	0,5396	0,3984	0,2488	0,3502	-0,3503	-0,1014	0,9974	7,2671
9	75	10	30	0	0,1351	0,0040	-0,1272	0,2849	-0,2854	-0,4121	0,0094	0,0910	0,4763	0,3965	0,3165	0,5696	-0,5700	-0,2532	0,0153	0,1328
9	75	10	30	1	0,4027	0,2732	0,1408	0,2849	-0,2851	-0,1441	0,9851	5,8487	0,4028	0,2732	0,1407	0,2850	-0,2852	-0,1443	0,9850	5,8541
9	75	10	30	2	0,4027	0,2732	0,1408	0,2849	-0,2851	-0,1441	0,9851	5,8487	0,5411	0,4047	0,2594	0,3442	-0,3449	-0,0849	0,9987	7,5082
9	75	10	40	0	0,1345	0,0033	-0,1278	0,2853	-0,2849	-0,4131	0,0093	0,0849	0,4762	0,3961	0,3161	0,5695	-0,5696	-0,2534	0,0131	0,1257
9	75	10	40	1	0,4022	0,2732	0,1408	0,2848	-0,2845	-0,1439	0,9868	5,8592	0,4022	0,2732	0,1408	0,2848	-0,2845	-0,1440	0,9865	5,8589
9	75	10	40	2	0,4022	0,2732	0,1408	0,2848	-0,2845	-0,1439	0,9868	5,8592	0,5412	0,4046	0,2594	0,3438	-0,3441	-0,0844	0,9994	7,5066
9	75	10	50	0	0,1357	0,0038	-0,1268	0,2851	-0,2854	-0,4118	0,0099	0,0905	0,4795	0,3998	0,3208	0,5722	-0,5721	-0,2514	0,0159	0,1303
9	75	10	50	1	0,4031	0,2734	0,1410	0,2852	-0,2845	-0,1442	0,9866	5,8493	0,4031	0,2734	0,1410	0,2852	-0,2845	-0,1442	0,9861	5,8511
9	75	10	50	2	0,4031	0,2734	0,1410	0,2852	-0,2845	-0,1442	0,9866	5,8493	0,5414	0,4049	0,2592	0,3442	-0,3437	-0,0850	0,9993	7,5090
9	75	20	20	0	0,1351	0,0040	-0,1272	0,2849	-0,2854	-0,4121	0,0094	0,0910	0,4146	0,3257	0,2367	0,5171	-0,5174	-0,2804	0,0143	0,1330
9	75	20	20	1	0,4027	0,2732	0,1408	0,2849	-0,2851	-0,1441	0,9851	5,8487	0,4041	0,2733	0,1398	0,2867	-0,2869	-0,1469	0,9844	5,8240
9	75	20	20	2	0,3911	0,2605	0,1282	0,2845	-0,2850	-0,1563	0,9739	5,4602	0,5396	0,3984	0,2488	0,3502	-0,3503	-0,1014	0,9974	7,2671
10	75	10	10	0	0,1366	0,0018	-0,1340	0,2846	-0,2848	-0,4186	0,0108	0,1024	0,2862	0,1741	0,0612	0,4098	-0,4101	-0,3487	0,0131	0,1216
10	75	10	10	1	0,3542	0,2189	0,0812	0,2849	-0,2849	-0,2037	0,8923	4,7255	0,4329	0,2739	0,1111	0,3355	-0,3366	-0,2244	0,9407	5,1995
10	75	10	10	2	0,3608	0,2242	0,0864	0,2852	-0,2850	-0,1987	0,9156	4,9031	0,5022	0,3476	0,1854	0,3533	-0,3544	-0,1679	0,9900	6,8756
10	75	10	15	0	0,1366	0,0018	-0,1340	0,2846	-0,2848	-0,4186	0,0108	0,1024	0,3087	0,2002	0,0909	0,4290	-0,4292	-0,3381	0,0131	0,1216

Simulació 9

10	75	10	10	15	1	0,3816	0,2461	0,1086	0,2847	-0,2851	-0,1761	0,9660	5,6852	0,4540	0,3049	0,1519	0,3191	-0,3200	-0,1672	0,9896	6,5873
10	75	10	15	2	0,3606	0,2248	0,0868	0,2848	-0,2848	-0,1979	0,9206	4,9241	0,5014	0,3476	0,1865	0,3525	-0,3523	-0,1660	0,9905	6,9094	
10	75	10	20	0	0,1366	0,0018	-0,1340	0,2846	-0,2848	-0,4186	0,0108	0,1024	0,3174	0,2102	0,1023	0,4363	-0,4365	-0,3340	0,0131	0,1216	
10	75	10	20	1	0,3816	0,2461	0,1086	0,2847	-0,2851	-0,1761	0,9660	5,6852	0,4686	0,3192	0,1656	0,3220	-0,3230	-0,1564	0,9923	6,9187	
10	75	10	20	2	0,3803	0,2450	0,1074	0,2843	-0,2850	-0,1769	0,9642	5,6519	0,5269	0,3778	0,2201	0,3508	-0,3511	-0,1307	0,9974	7,6815	
10	75	10	30	0	0,1366	0,0018	-0,1340	0,2846	-0,2848	-0,4186	0,0108	0,1024	0,3213	0,2147	0,1074	0,4396	-0,4398	-0,3322	0,0131	0,1216	
10	75	10	30	1	0,3819	0,2461	0,1082	0,2844	-0,2850	-0,1762	0,9645	5,6864	0,4769	0,3257	0,1700	0,3268	-0,3278	-0,1568	0,9920	6,9358	
10	75	10	30	2	0,3819	0,2461	0,1082	0,2844	-0,2850	-0,1762	0,9645	5,6864	0,5532	0,4024	0,2419	0,3607	-0,3613	-0,1188	0,9987	7,9829	
10	75	10	40	0	0,1372	0,0019	-0,1333	0,2848	-0,2847	-0,4181	0,0118	0,1060	0,3306	0,2253	0,1201	0,4473	-0,4471	-0,3272	0,0132	0,1257	
10	75	10	40	1	0,3813	0,2460	0,1086	0,2846	-0,2851	-0,1760	0,9639	5,6756	0,4771	0,3263	0,1708	0,3278	-0,3280	-0,1570	0,9924	6,9426	
10	75	10	40	2	0,3813	0,2460	0,1086	0,2846	-0,2851	-0,1760	0,9639	5,6756	0,5554	0,4049	0,2438	0,3623	-0,3628	-0,1185	0,9990	7,9942	
10	75	10	50	0	0,1384	0,0019	-0,1341	0,2852	-0,2852	-0,4193	0,0105	0,1072	0,3292	0,2225	0,1160	0,4457	-0,4457	-0,3297	0,0135	0,1285	
10	75	10	50	1	0,3806	0,2457	0,1085	0,2847	-0,2852	-0,1762	0,9636	5,6691	0,4765	0,3260	0,1708	0,3272	-0,3283	-0,1565	0,9934	6,9365	
10	75	10	50	2	0,3806	0,2457	0,1085	0,2847	-0,2852	-0,1762	0,9636	5,6691	0,5557	0,4046	0,2434	0,3624	-0,3627	-0,1190	0,9984	7,9779	
10	75	20	20	0	0,1366	0,0018	-0,1340	0,2846	-0,2848	-0,4186	0,0108	0,1024	0,2858	0,1741	0,0615	0,4090	-0,4093	-0,3475	0,0133	0,1216	
10	75	20	20	1	0,3813	0,2461	0,1087	0,2847	-0,2852	-0,1760	0,9622	5,6907	0,4685	0,3191	0,1655	0,3219	-0,3229	-0,1564	0,9917	6,9114	
10	75	20	20	2	0,3801	0,2450	0,1077	0,2846	-0,2854	-0,1769	0,9630	5,6461	0,5270	0,3778	0,2202	0,3509	-0,3514	-0,1307	0,9975	7,6812	
11	75	10	10	1	0,3399	0,2002	0,0588	0,2844	-0,2850	-0,2256	0,8385	4,5581	0,3962	0,2320	0,0649	0,3317	-0,3315	-0,2668	0,8511	4,5150	
11	75	10	10	2	0,3537	0,2138	0,0720	0,2844	-0,2852	-0,2124	0,9008	5,1125	0,4903	0,3310	0,1632	0,3522	-0,3528	-0,1890	0,9870	7,2082	
11	75	10	15	1	0,3842	0,2462	0,1052	0,2840	-0,2848	-0,1787	0,9720	6,3818	0,3928	0,2464	0,0971	0,2984	-0,2987	-0,2013	0,9603	5,9547	
11	75	10	15	2	0,3531	0,2134	0,0721	0,2842	-0,2845	-0,2121	0,8992	5,0780	0,4891	0,3299	0,1634	0,3509	-0,3519	-0,1875	0,9861	7,1948	
11	75	10	20	1	0,3842	0,2462	0,1052	0,2840	-0,2848	-0,1787	0,9720	6,3818	0,3855	0,2463	0,1041	0,2858	-0,2865	-0,1817	0,9716	6,3549	
11	75	10	20	2	0,3724	0,2330	0,0909	0,2839	-0,2847	-0,1930	0,9519	5,8557	0,5127	0,3583	0,1940	0,3491	-0,3504	-0,1551	0,9959	8,0552	
11	75	10	30	1	0,3847	0,2462	0,1052	0,2845	-0,2850	-0,1793	0,9736	6,3821	0,3849	0,2462	0,1051	0,2847	-0,2851	-0,1796	0,9738	6,3755	
11	75	10	30	2	0,3847	0,2462	0,1052	0,2845	-0,2850	-0,1793	0,9736	6,3821	0,5189	0,3684	0,2086	0,3463	-0,3454	-0,1378	0,9973	8,4225	
11	75	10	40	1	0,3848	0,2459	0,1037	0,2850	-0,2848	-0,1813	0,9691	6,3741	0,3848	0,2459	0,1037	0,2850	-0,2848	-0,1813	0,9701	6,3736	
11	75	10	40	2	0,3848	0,2459	0,1037	0,2850	-0,2848	-0,1813	0,9691	6,3741	0,5179	0,3680	0,2071	0,3457	-0,3463	-0,1387	0,9980	8,4197	
11	75	10	50	1	0,3848	0,2459	0,1048	0,2843	-0,2851	-0,1795	0,9726	6,3549	0,3848	0,2459	0,1048	0,2843	-0,2851	-0,1795	0,9728	6,3568	
11	75	10	50	2	0,3848	0,2459	0,1048	0,2843	-0,2851	-0,1795	0,9726	6,3549	0,5185	0,3681	0,2083	0,3448	-0,3456	-0,1365	0,9969	8,4321	
11	75	20	20	1	0,3842	0,2462	0,1052	0,2840	-0,2848	-0,1787	0,9720	6,3818	0,3855	0,2463	0,1041	0,2858	-0,2865	-0,1817	0,9716	6,3549	
11	75	20	20	2	0,3724	0,2330	0,0909	0,2839	-0,2847	-0,1930	0,9519	5,8557	0,5127	0,3583	0,1940	0,3491	-0,3504	-0,1551	0,9959	8,0552	
11	75	20	20	2	0,3724	0,2330	0,0909	0,2839	-0,2847	-0,1930	0,9519	5,8557	0,5127	0,3583	0,1940	0,3491	-0,3504	-0,1551	0,9959	8,0552	
12	75	10	10	1	0,3418	0,1980	0,0527	0,2848	-0,2849	-0,2321	0,8505	4,9869	0,4143	0,2460	0,0731	0,3356	-0,3366	-0,2625	0,9077	5,4616	
12	75	10	10	2	0,3476	0,2040	0,0588	0,2849	-0,2850	-0,2261	0,8801	5,2368	0,4822	0,3169	0,1423	0,3522	-0,3531	-0,2099	0,9823	7,4796	
12	75	10	15	1	0,3686	0,2254	0,0803	0,2845	-0,2851	-0,2042	0,9452	6,1937	0,4312	0,2738	0,1122	0,3172	-0,3174	-0,2049	0,9769	7,0806	
12	75	10	15	2	0,3466	0,2032	0,0576	0,2849	-0,2850	-0,2273	0,8692	5,2167	0,4792	0,3149	0,1411	0,3514	-0,3518	-0,2104	0,9801	7,4615	
12	75	10	20	1	0,3686	0,2254	0,0803	0,2845	-0,2851	-0,2042	0,9452	6,1937	0,4425	0,2854	0,1239	0,3185	-0,3188	-0,1946	0,9845	7,4607	
12	75	10	20	2	0,3655	0,2220	0,0769	0,2849	-0,2852	-0,2080	0,9361	6,0433	0,5035	0,3430	0,1727	0,3496	-0,3508	-0,1769	0,9943	8,4186	



Simulació 9

12	75	10	30	1	0,3686	0,2257	0,0807	0,2841	-0,2847	-0,2034	0,9455	6,1779	0,4495	0,2908	0,1283	0,3225	-0,3224	-0,1942	0,9839	7,4892
12	75	10	30	2	0,3686	0,2257	0,0807	0,2841	-0,2847	-0,2034	0,9455	6,1779	0,5283	0,3659	0,1942	0,3584	-0,3586	-0,1642	0,9960	8,8384
12	75	10	40	1	0,3694	0,2255	0,0797	0,2848	-0,2847	-0,2051	0,9436	6,1834	0,4501	0,2911	0,1276	0,3232	-0,3229	-0,1956	0,9830	7,4790
12	75	10	40	2	0,3694	0,2255	0,0797	0,2848	-0,2847	-0,2051	0,9436	6,1834	0,5297	0,3680	0,1955	0,3602	-0,3606	-0,1647	0,9970	8,8340
12	75	10	50	1	0,3688	0,2254	0,0799	0,2850	-0,2848	-0,2051	0,9424	6,1889	0,4506	0,2911	0,1273	0,3237	-0,3232	-0,1965	0,9849	7,4680
12	75	10	50	2	0,3688	0,2254	0,0799	0,2850	-0,2848	-0,2051	0,9424	6,1889	0,5309	0,3680	0,1942	0,3609	-0,3608	-0,1666	0,9948	8,8237
12	75	20	20	1	0,3686	0,2254	0,0805	0,2845	-0,2850	-0,2040	0,9457	6,1863	0,4424	0,2853	0,1238	0,3184	-0,3188	-0,1946	0,9855	7,4650
12	75	20	20	2	0,3657	0,2220	0,0766	0,2851	-0,2849	-0,2085	0,9337	6,0369	0,5036	0,3430	0,1724	0,3497	-0,3509	-0,1773	0,9945	8,4213
13	75	10	10	1	0,3308	0,1837	0,0359	0,2846	-0,2845	-0,2487	0,7999	4,8441	0,3837	0,2124	0,0385	0,3317	-0,3316	-0,2932	0,7958	4,8111
13	75	10	10	2	0,3441	0,1970	0,0489	0,2845	-0,2850	-0,2355	0,8692	5,4638	0,4762	0,3060	0,1277	0,3533	-0,3532	-0,2257	0,9772	7,8066
13	75	10	15	1	0,3711	0,2254	0,0777	0,2845	-0,2848	-0,2068	0,9494	6,8017	0,3795	0,2255	0,0697	0,2987	-0,2988	-0,2291	0,9304	6,3272
13	75	10	15	2	0,3430	0,1956	0,0474	0,2849	-0,2850	-0,2375	0,8629	5,4084	0,4723	0,3031	0,1250	0,3516	-0,3521	-0,2266	0,9748	7,7442
13	75	10	20	1	0,3711	0,2254	0,0777	0,2845	-0,2848	-0,2068	0,9494	6,8017	0,3724	0,2254	0,0767	0,2863	-0,2865	-0,2096	0,9480	6,7570
13	75	10	20	2	0,3595	0,2128	0,0646	0,2851	-0,2856	-0,2205	0,9169	6,2173	0,4934	0,3283	0,1531	0,3498	-0,3505	-0,1967	0,9886	8,7072
13	75	10	30	1	0,3715	0,2254	0,0775	0,2845	-0,2847	-0,2070	0,9523	6,8040	0,3717	0,2254	0,0774	0,2847	-0,2849	-0,2072	0,9525	6,8109
13	75	10	30	2	0,3715	0,2254	0,0775	0,2845	-0,2847	-0,2070	0,9523	6,8040	0,5007	0,3396	0,1676	0,3463	-0,3468	-0,1787	0,9946	9,2011
13	75	10	40	1	0,3707	0,2256	0,0770	0,2843	-0,2846	-0,2072	0,9510	6,8320	0,3707	0,2256	0,0770	0,2843	-0,2846	-0,2073	0,9501	6,8312
13	75	10	40	2	0,3707	0,2256	0,0770	0,2843	-0,2846	-0,2072	0,9510	6,8320	0,5007	0,3400	0,1678	0,3461	-0,3471	-0,1784	0,9954	9,2181
13	75	10	50	1	0,3714	0,2254	0,0767	0,2846	-0,2845	-0,2079	0,9519	6,8178	0,3714	0,2254	0,0767	0,2846	-0,2845	-0,2079	0,9512	6,8139
13	75	10	50	2	0,3714	0,2254	0,0767	0,2846	-0,2845	-0,2079	0,9519	6,8178	0,5006	0,3397	0,1679	0,3462	-0,3461	-0,1783	0,9941	9,2274
13	75	20	20	1	0,3711	0,2254	0,0777	0,2845	-0,2848	-0,2068	0,9494	6,8017	0,3724	0,2254	0,0767	0,2863	-0,2865	-0,2096	0,9480	6,7570
13	75	20	20	2	0,3595	0,2128	0,0646	0,2851	-0,2856	-0,2205	0,9169	6,2173	0,4934	0,3283	0,1531	0,3498	-0,3505	-0,1967	0,9886	8,7072
14	75	10	10	1	0,3331	0,1831	0,0319	0,2845	-0,2848	-0,2526	0,8157	5,3124	0,4018	0,2258	0,0457	0,3350	-0,3359	-0,2893	0,8669	5,7731
14	75	10	10	2	0,3404	0,1899	0,0380	0,2848	-0,2847	-0,2468	0,8458	5,6561	0,4701	0,2958	0,1120	0,3534	-0,3540	-0,2414	0,9686	8,1150
14	75	10	15	1	0,3593	0,2095	0,0577	0,2841	-0,2850	-0,2264	0,9263	6,6541	0,4149	0,2503	0,0821	0,3150	-0,3162	-0,2329	0,9618	7,5090
14	75	10	15	2	0,3381	0,1881	0,0358	0,2843	-0,2848	-0,2485	0,8428	5,5823	0,4652	0,2920	0,1088	0,3518	-0,3519	-0,2429	0,9669	8,0163
14	75	10	20	1	0,3593	0,2095	0,0577	0,2841	-0,2850	-0,2264	0,9263	6,6541	0,4240	0,2601	0,0925	0,3153	-0,3165	-0,2228	0,9714	7,9450
14	75	10	20	2	0,3548	0,2045	0,0525	0,2845	-0,2849	-0,2321	0,9069	6,4192	0,4865	0,3162	0,1362	0,3507	-0,3512	-0,2145	0,9871	9,0252
14	75	10	30	1	0,3590	0,2095	0,0576	0,2848	-0,2847	-0,2272	0,9238	6,6504	0,4293	0,2644	0,0947	0,3192	-0,3191	-0,2245	0,9730	7,9736
14	75	10	30	2	0,3590	0,2095	0,0576	0,2848	-0,2847	-0,2272	0,9238	6,6504	0,5079	0,3374	0,1552	0,3569	-0,3578	-0,2017	0,9932	9,5824
14	75	10	40	1	0,3591	0,2094	0,0582	0,2846	-0,2847	-0,2265	0,9250	6,6383	0,4294	0,2648	0,0961	0,3193	-0,3202	-0,2231	0,9730	7,9500
14	75	10	40	2	0,3591	0,2094	0,0582	0,2846	-0,2847	-0,2265	0,9250	6,6383	0,5112	0,3395	0,1565	0,3593	-0,3600	-0,2028	0,9920	9,5913
14	75	10	50	1	0,3587	0,2094	0,0577	0,2848	-0,2847	-0,2271	0,9270	6,6467	0,4295	0,2649	0,0960	0,3200	-0,3197	-0,2240	0,9718	7,9632
14	75	10	50	2	0,3587	0,2094	0,0577	0,2848	-0,2847	-0,2271	0,9270	6,6467	0,5115	0,3397	0,1566	0,3595	-0,3596	-0,2030	0,9926	9,5703
14	75	20	20	1	0,3596	0,2095	0,0580	0,2842	-0,2847	-0,2262	0,9246	6,6598	0,4239	0,2600	0,0925	0,3152	-0,3164	-0,2227	0,9713	7,9455
14	75	20	20	2	0,3543	0,2045	0,0532	0,2843	-0,2848	-0,2311	0,9079	6,4068	0,4864	0,3162	0,1361	0,3508	-0,3513	-0,2147	0,9857	9,0245
15	75	10	10	1	0,3235	0,1700	0,0158	0,2846	-0,2848	-0,2688	0,7584	5,1157	0,3759	0,1972	0,0152	0,3323	-0,3317	-0,3172	0,7616	5,0919

Simulació 9

15	75	10	10	2	0,3358	0,1832	0,0295	0,2844	-0,2846	-0,2549	0,8376	5,8208	0,4631	0,2854	0,0992	0,3533	-0,3532	-0,2541	0,9644	8,3343
15	75	10	15	1	0,3607	0,2094	0,0554	0,2846	-0,2844	-0,2292	0,9258	7,2427	0,3696	0,2096	0,0472	0,2990	-0,2987	-0,2518	0,9014	6,7343
15	75	10	15	2	0,3334	0,1811	0,0270	0,2846	-0,2849	-0,2576	0,8234	5,7049	0,4583	0,2811	0,0957	0,3526	-0,3523	-0,2569	0,9560	8,2259
15	75	10	20	1	0,3607	0,2094	0,0554	0,2846	-0,2844	-0,2292	0,9258	7,2427	0,3620	0,2094	0,0543	0,2865	-0,2863	-0,2322	0,9271	7,2121
15	75	10	20	2	0,3485	0,1967	0,0429	0,2853	-0,2843	-0,2424	0,8911	6,5430	0,4791	0,3048	0,1212	0,3510	-0,3510	-0,2298	0,9811	9,2588
15	75	10	30	1	0,3613	0,2094	0,0543	0,2850	-0,2847	-0,2307	0,9326	7,2406	0,3614	0,2094	0,0542	0,2851	-0,2848	-0,2309	0,9339	7,2474
15	75	10	30	2	0,3613	0,2094	0,0543	0,2850	-0,2847	-0,2307	0,9326	7,2406	0,4878	0,3170	0,1345	0,3485	-0,3481	-0,2139	0,9885	9,8945
15	75	10	40	1	0,3604	0,2094	0,0552	0,2843	-0,2847	-0,2290	0,9309	7,2552	0,3604	0,2094	0,0552	0,2843	-0,2847	-0,2290	0,9315	7,2504
15	75	10	40	2	0,3604	0,2094	0,0552	0,2843	-0,2847	-0,2290	0,9309	7,2552	0,4867	0,3172	0,1365	0,3474	-0,3473	-0,2109	0,9886	9,9192
15	75	10	50	1	0,3610	0,2091	0,0550	0,2841	-0,2844	-0,2291	0,9308	7,2346	0,3610	0,2091	0,0550	0,2841	-0,2844	-0,2291	0,9297	7,2223
15	75	10	50	2	0,3610	0,2091	0,0550	0,2841	-0,2844	-0,2291	0,9308	7,2346	0,4869	0,3170	0,1363	0,3467	-0,3481	-0,2104	0,9896	9,8806
15	75	20	20	1	0,3607	0,2094	0,0554	0,2846	-0,2844	-0,2292	0,9258	7,2427	0,3620	0,2094	0,0543	0,2865	-0,2863	-0,2322	0,9271	7,2121
15	75	20	20	2	0,3485	0,1967	0,0429	0,2853	-0,2843	-0,2424	0,8911	6,5430	0,4791	0,3048	0,1212	0,3510	-0,3510	-0,2298	0,9811	9,2588
16	75	10	10	1	0,3252	0,1702	0,0127	0,2843	-0,2848	-0,2716	0,7769	5,6088	0,3915	0,2091	0,0228	0,3353	-0,3355	-0,3125	0,8272	6,0253
16	75	10	10	2	0,3324	0,1774	0,0192	0,2844	-0,2847	-0,2652	0,8247	6,0195	0,4591	0,2772	0,0854	0,3531	-0,3536	-0,2677	0,9602	8,6175
16	75	10	15	1	0,3509	0,1962	0,0389	0,2843	-0,2852	-0,2454	0,9044	7,0905	0,4014	0,2318	0,0583	0,3142	-0,3154	-0,2559	0,9428	7,9189
16	75	10	15	2	0,3304	0,1751	0,0178	0,2842	-0,2844	-0,2665	0,8093	5,8850	0,4532	0,2723	0,0819	0,3513	-0,3522	-0,2694	0,9543	8,4643
16	75	10	20	1	0,3509	0,1962	0,0389	0,2843	-0,2852	-0,2454	0,9044	7,0905	0,4089	0,2401	0,0677	0,3136	-0,3147	-0,2459	0,9570	8,3781
16	75	10	20	2	0,3451	0,1903	0,0328	0,2844	-0,2854	-0,2516	0,8779	6,7506	0,4727	0,2946	0,1065	0,3503	-0,3512	-0,2438	0,9773	9,5659
16	75	10	30	1	0,3512	0,1963	0,0393	0,2851	-0,2845	-0,2458	0,8990	7,0862	0,4143	0,2438	0,0703	0,3171	-0,3165	-0,2469	0,9586	8,3828
16	75	10	30	2	0,3512	0,1963	0,0393	0,2851	-0,2845	-0,2458	0,8990	7,0862	0,4935	0,3149	0,1260	0,3567	-0,3566	-0,2308	0,9872	10,2350
16	75	10	40	1	0,3509	0,1963	0,0399	0,2842	-0,2853	-0,2443	0,9020	7,0912	0,4140	0,2442	0,0709	0,3171	-0,3177	-0,2462	0,9586	8,4021
16	75	10	40	2	0,3509	0,1963	0,0399	0,2842	-0,2853	-0,2443	0,9020	7,0912	0,4959	0,3168	0,1268	0,3581	-0,3588	-0,2312	0,9881	10,2400
16	75	10	50	1	0,3516	0,1963	0,0388	0,2844	-0,2847	-0,2456	0,9016	7,1042	0,4147	0,2441	0,0697	0,3173	-0,3173	-0,2477	0,9564	8,4099
16	75	10	50	2	0,3516	0,1963	0,0388	0,2844	-0,2847	-0,2456	0,9016	7,1042	0,4971	0,3168	0,1258	0,3587	-0,3593	-0,2329	0,9857	10,2320
16	75	20	20	1	0,3508	0,1962	0,0389	0,2842	-0,2853	-0,2453	0,9059	7,0913	0,4088	0,2401	0,0677	0,3135	-0,3145	-0,2458	0,9563	8,3772
16	75	20	20	2	0,3453	0,1902	0,0329	0,2845	-0,2853	-0,2516	0,8779	6,7702	0,4726	0,2945	0,1065	0,3503	-0,3512	-0,2438	0,9793	9,5572
17	75	10	10	1	0,3164	0,1595	0,0012	0,2848	-0,2847	-0,2836	0,7234	5,4470	0,3681	0,1849	-0,0019	0,3317	-0,3317	-0,3336	0,7227	5,4117
17	75	10	10	2	0,3302	0,1728	0,0135	0,2845	-0,2848	-0,2710	0,8048	6,2402	0,4543	0,2700	0,0756	0,3541	-0,3550	-0,2785	0,9499	8,9168
17	75	10	15	1	0,3527	0,1963	0,0379	0,2847	-0,2850	-0,2468	0,9070	7,6729	0,3616	0,1964	0,0293	0,2987	-0,2989	-0,2694	0,8792	7,1207
17	75	10	15	2	0,3277	0,1701	0,0112	0,2848	-0,2847	-0,2736	0,7914	6,0592	0,4487	0,2646	0,0712	0,3525	-0,3529	-0,2813	0,9471	8,7286
17	75	10	20	1	0,3527	0,1963	0,0379	0,2847	-0,2850	-0,2468	0,9070	7,6729	0,3540	0,1963	0,0368	0,2863	-0,2867	-0,2495	0,9060	7,6355
17	75	10	20	2	0,3401	0,1832	0,0242	0,2841	-0,2852	-0,2599	0,8616	6,8787	0,4653	0,2849	0,0942	0,3517	-0,3519	-0,2575	0,9698	9,7661
17	75	10	30	1	0,3532	0,1964	0,0369	0,2844	-0,2848	-0,2475	0,9123	7,6593	0,3533	0,1964	0,0368	0,2846	-0,2849	-0,2478	0,9149	7,6662
17	75	10	30	2	0,3532	0,1964	0,0369	0,2844	-0,2848	-0,2475	0,9123	7,6593	0,4768	0,2986	0,1093	0,3484	-0,3481	-0,2391	0,9847	10,5490
17	75	10	40	1	0,3530	0,1962	0,0371	0,2840	-0,2850	-0,2470	0,9098	7,6532	0,3530	0,1962	0,0371	0,2841	-0,2850	-0,2470	0,9083	7,6594
17	75	10	40	2	0,3530	0,1962	0,0371	0,2840	-0,2850	-0,2470	0,9098	7,6532	0,4758	0,2983	0,1095	0,3472	-0,3481	-0,2378	0,9857	10,5620

Simulació 9

17	75	10	50	1	0,3534	0,1964	0,0376	0,2842	-0,2846	0,9097	7,6624	0,3534	0,1964	0,0376	0,2842	-0,2846	0,9109	7,6591
17	75	10	50	2	0,3534	0,1964	0,0376	0,2842	-0,2846	0,9097	7,6624	0,4769	0,2986	0,1107	0,3477	-0,3482	0,9837	10,5700
17	75	20	20	1	0,3527	0,1963	0,0379	0,2847	-0,2850	0,9070	7,6729	0,3540	0,1963	0,0368	0,2863	-0,2867	0,9060	7,6355
17	75	20	20	2	0,3401	0,1832	0,0242	0,2841	-0,2852	0,8616	6,8787	0,4653	0,2849	0,0942	0,3517	-0,3519	0,9698	9,7661
18	75	10	10	1	0,3190	0,1599	-0,0017	0,2843	-0,2845	0,7418	5,9144	0,3837	0,1958	0,0034	0,3346	-0,3353	0,7934	6,3285
18	75	10	10	2	0,3277	0,1674	0,0056	0,2843	-0,2850	0,7975	6,3879	0,4507	0,2619	0,0630	0,3542	-0,3548	0,9425	9,1291
18	75	10	15	1	0,3448	0,1854	0,0234	0,2844	-0,2846	0,8834	7,5261	0,3910	0,2166	0,0382	0,3124	-0,3132	0,9232	8,2992
18	75	10	15	2	0,3245	0,1647	0,0026	0,2845	-0,2847	0,7822	6,2228	0,4436	0,2561	0,0584	0,3528	-0,3526	0,9337	8,9238
18	75	10	20	1	0,3448	0,1854	0,0234	0,2844	-0,2846	0,8834	7,5261	0,3970	0,2240	0,0470	0,3111	-0,3120	0,9433	8,7939
18	75	10	20	2	0,3383	0,1785	0,0163	0,2845	-0,2851	0,8565	7,0814	0,4611	0,2767	0,0817	0,3501	-0,3513	0,9698	10,0840
18	75	10	30	1	0,3453	0,1855	0,0236	0,2843	-0,2844	0,8850	7,5396	0,4020	0,2274	0,0486	0,3146	-0,3149	0,9429	8,8483
18	75	10	30	2	0,3453	0,1855	0,0236	0,2843	-0,2844	0,8850	7,5396	0,4819	0,2965	0,1004	0,3563	-0,3559	0,9814	10,8700
18	75	10	40	1	0,3447	0,1855	0,0238	0,2848	-0,2849	0,8805	7,5314	0,4819	0,2965	0,1004	0,3563	-0,3559	0,9400	8,8554
18	75	10	40	2	0,3447	0,1855	0,0238	0,2848	-0,2849	0,8805	7,5314	0,4012	0,2277	0,0493	0,3144	-0,3157	0,9823	10,8740
18	75	10	50	1	0,3444	0,1855	0,0239	0,2845	-0,2850	0,8813	7,5264	0,4012	0,2277	0,0493	0,3144	-0,3157	0,9394	8,8428
18	75	10	50	2	0,3444	0,1855	0,0239	0,2845	-0,2850	0,8813	7,5264	0,4844	0,2987	0,1013	0,3582	-0,3589	0,9805	10,8940
18	75	20	20	1	0,3448	0,1854	0,0235	0,2844	-0,2846	0,8829	7,5323	0,3969	0,2239	0,0470	0,3110	-0,3119	0,9440	8,7967
18	75	20	20	2	0,3384	0,1785	0,0160	0,2841	-0,2851	0,8530	7,0964	0,4611	0,2767	0,0818	0,3502	-0,3513	0,9688	10,0720
19	75	10	10	1	0,3139	0,1514	-0,0127	0,2847	-0,2853	0,7067	5,8110	0,3644	0,1750	-0,0184	0,3310	-0,3318	0,7050	5,7467
19	75	10	10	2	0,3263	0,1642	-0,0006	0,2843	-0,2851	0,7903	6,6615	0,4483	0,2569	0,0554	0,3549	-0,3551	0,9406	9,4921
19	75	10	15	1	0,3474	0,1855	0,0214	0,2840	-0,2851	0,8933	8,0716	0,3559	0,1856	0,0123	0,2983	-0,2993	0,8656	7,5195
19	75	10	15	2	0,3240	0,1611	-0,0038	0,2842	-0,2851	0,7707	6,4475	0,4419	0,2509	0,0500	0,3525	-0,3528	0,9292	9,2413
19	75	10	20	1	0,3474	0,1855	0,0214	0,2840	-0,2851	0,8933	8,0716	0,3486	0,1855	0,0202	0,2857	-0,2869	0,8901	8,0253
19	75	10	20	2	0,3355	0,1732	0,0084	0,2841	-0,2849	0,8464	7,2358	0,4574	0,2694	0,0703	0,3521	-0,3518	0,9612	10,3090
19	75	10	30	1	0,3462	0,1853	0,0210	0,2846	-0,2854	0,8845	8,0733	0,3462	0,1853	0,0209	0,2847	-0,2856	0,8856	8,0828
19	75	10	30	2	0,3462	0,1853	0,0210	0,2846	-0,2854	0,8845	8,0733	0,4665	0,2826	0,0866	0,3487	-0,3496	0,9789	11,1640
19	75	10	40	1	0,3462	0,1855	0,0214	0,2847	-0,2848	0,8867	8,0926	0,3463	0,1855	0,0214	0,2847	-0,2849	0,8913	8,0812
19	75	10	40	2	0,3462	0,1855	0,0214	0,2847	-0,2848	0,8867	8,0926	0,4661	0,2826	0,0868	0,3481	-0,3478	0,9763	11,1960
19	75	10	50	1	0,3465	0,1854	0,0216	0,2848	-0,2851	0,8867	8,0780	0,3465	0,1854	0,0216	0,2848	-0,2851	0,8847	8,0696
19	75	10	50	2	0,3465	0,1854	0,0216	0,2848	-0,2851	0,8867	8,0780	0,4673	0,2827	0,0866	0,3479	-0,3483	0,9785	11,1570
19	75	20	20	1	0,3474	0,1855	0,0214	0,2840	-0,2851	0,8933	8,0716	0,3486	0,1855	0,0202	0,2857	-0,2869	0,8901	8,0253
19	75	20	20	2	0,3355	0,1732	0,0084	0,2841	-0,2849	0,8464	7,2358	0,4574	0,2694	0,0703	0,3521	-0,3518	0,9612	10,3090
20	75	10	10	1	0,3152	0,1516	-0,0150	0,2849	-0,2849	0,7152	6,2608	0,3774	0,1849	-0,0122	0,3346	-0,3345	0,7612	6,6441
20	75	10	10	2	0,3238	0,1595	-0,0068	0,2839	-0,2850	0,7767	6,8015	0,4445	0,2500	0,0459	0,3540	-0,3549	0,9294	9,6595
20	75	10	15	1	0,3402	0,1761	0,0103	0,2843	-0,2846	0,8630	7,9468	0,3822	0,2040	0,0213	0,3123	-0,3121	0,9019	8,6832
20	75	10	15	2	0,3207	0,1565	-0,0103	0,2849	-0,2849	0,7475	6,6008	0,4373	0,2435	0,0399	0,3519	-0,3524	0,9213	9,4031
20	75	10	20	1	0,3402	0,1761	0,0103	0,2843	-0,2846	0,8630	7,9468	0,3871	0,2105	0,0297	0,3104	-0,3103	0,9207	9,1945

Simulació 9

20	75	10	20	2	0,3323	0,1685	0,0018	0,2846	-0,2848	-0,2828	0,8170	7,4330	0,4520	0,2614	0,0596	0,3503	-0,3507	-0,2907	0,9566	10,5400
20	75	10	30	1	0,3401	0,1761	0,0098	0,2837	-0,2853	-0,2738	0,8671	7,9595	0,3916	0,2136	0,0310	0,3126	-0,3133	-0,2816	0,9261	9,2547
20	75	10	30	2	0,3401	0,1761	0,0098	0,2837	-0,2853	-0,2738	0,8671	7,9595	0,4718	0,2809	0,0782	0,3551	-0,3562	-0,2768	0,9741	11,4470
20	75	10	40	1	0,3391	0,1763	0,0105	0,2844	-0,2854	-0,2738	0,8601	7,9708	0,3916	0,2140	0,0313	0,3129	-0,3136	-0,2816	0,9270	9,2658
20	75	10	40	2	0,3391	0,1763	0,0105	0,2844	-0,2854	-0,2738	0,8601	7,9708	0,4744	0,2829	0,0789	0,3574	-0,3575	-0,2785	0,9723	11,4790
20	75	10	50	1	0,3395	0,1762	0,0106	0,2840	-0,2851	-0,2734	0,8629	7,9714	0,3916	0,2138	0,0320	0,3127	-0,3135	-0,2807	0,9237	9,2542
20	75	10	50	2	0,3395	0,1762	0,0106	0,2840	-0,2851	-0,2734	0,8629	7,9714	0,4745	0,2829	0,0793	0,3570	-0,3578	-0,2777	0,9727	11,4670
20	75	20	20	1	0,3399	0,1761	0,0101	0,2846	-0,2845	-0,2745	0,8592	7,9540	0,3870	0,2105	0,0296	0,3103	-0,3103	-0,2807	0,9203	9,1969
20	75	20	20	2	0,3329	0,1685	0,0022	0,2842	-0,2846	-0,2821	0,8245	7,4321	0,4521	0,2615	0,0598	0,3505	-0,3507	-0,2906	0,9569	10,5360
21	75	10	30	1	0,3409	0,1761	0,0080	0,2846	-0,2849	-0,2766	0,8701	8,5048	0,3410	0,1761	0,0079	0,2848	-0,2851	-0,2769	0,8689	8,5078
21	75	10	30	2	0,3409	0,1761	0,0080	0,2846	-0,2849	-0,2766	0,8701	8,5048	0,4590	0,2692	0,0671	0,3485	-0,3498	-0,2815	0,9710	11,7370
21	75	10	40	1	0,3404	0,1761	0,0086	0,2843	-0,2846	-0,2757	0,8692	8,4983	0,3404	0,1761	0,0086	0,2843	-0,2846	-0,2757	0,8666	8,4927
21	75	10	40	2	0,3404	0,1761	0,0086	0,2843	-0,2846	-0,2757	0,8692	8,4983	0,4589	0,2692	0,0674	0,3490	-0,3487	-0,2816	0,9716	11,7750
21	75	10	50	1	0,3413	0,1763	0,0081	0,2843	-0,2846	-0,2763	0,8716	8,5207	0,3413	0,1763	0,0080	0,2843	-0,2846	-0,2763	0,8698	8,5114
21	75	10	50	2	0,3413	0,1763	0,0081	0,2843	-0,2846	-0,2763	0,8716	8,5207	0,4592	0,2693	0,0677	0,3485	-0,3489	-0,2809	0,9683	11,7440
22	75	10	30	1	0,3355	0,1682	-0,0013	0,2845	-0,2845	-0,2857	0,8441	8,3952	0,3832	0,2018	0,0166	0,3111	-0,3113	-0,2945	0,9097	9,6589
22	75	10	30	2	0,3355	0,1682	-0,0013	0,2845	-0,2845	-0,2857	0,8441	8,3952	0,4635	0,2674	0,0591	0,3543	-0,3548	-0,2952	0,9631	12,0470
22	75	10	40	1	0,3354	0,1681	-0,0021	0,2840	-0,2847	-0,2861	0,8458	8,4165	0,3840	0,2020	0,0162	0,3114	-0,3122	-0,2952	0,9070	9,6737
22	75	10	40	2	0,3354	0,1681	-0,0021	0,2840	-0,2847	-0,2861	0,8458	8,4165	0,4664	0,2691	0,0603	0,3564	-0,3573	-0,2960	0,9686	12,0480
22	75	10	50	1	0,3357	0,1681	-0,0020	0,2839	-0,2841	-0,2858	0,8463	8,4044	0,3836	0,2022	0,0162	0,3116	-0,3114	-0,2954	0,9087	9,6754
22	75	10	50	2	0,3357	0,1681	-0,0020	0,2839	-0,2841	-0,2858	0,8463	8,4044	0,4668	0,2693	0,0594	0,3569	-0,3568	-0,2975	0,9667	12,0480
23	75	10	30	1	0,3367	0,1681	-0,0033	0,2846	-0,2852	-0,2878	0,8466	8,8924	0,3369	0,1681	-0,0034	0,2847	-0,2854	-0,2881	0,8490	8,8954
23	75	10	30	2	0,3367	0,1681	-0,0033	0,2846	-0,2852	-0,2878	0,8466	8,8924	0,4526	0,2574	0,0501	0,3494	-0,3501	-0,2993	0,9588	12,2960
23	75	10	40	1	0,3371	0,1681	-0,0033	0,2840	-0,2847	-0,2873	0,8552	8,8951	0,3371	0,1681	-0,0033	0,2840	-0,2847	-0,2873	0,8550	8,9018
23	75	10	40	2	0,3371	0,1681	-0,0033	0,2840	-0,2847	-0,2873	0,8552	8,8951	0,4526	0,2575	0,0512	0,3488	-0,3493	-0,2976	0,9646	12,3090
23	75	10	50	1	0,3376	0,1681	-0,0033	0,2847	-0,2847	-0,2880	0,8506	8,8826	0,3376	0,1681	-0,0033	0,2847	-0,2847	-0,2880	0,8506	8,8913
23	75	10	50	2	0,3376	0,1681	-0,0033	0,2847	-0,2847	-0,2880	0,8506	8,8826	0,4535	0,2574	0,0500	0,3486	-0,3494	-0,2985	0,9642	12,3260
24	75	10	30	1	0,3311	0,1609	-0,0118	0,2842	-0,2845	-0,2960	0,8251	8,8157	0,4535	0,2574	0,0500	0,3486	-0,3494	-0,2985	0,8868	10,0650
24	75	10	30	2	0,3311	0,1609	-0,0118	0,2842	-0,2845	-0,2960	0,8251	8,8157	0,3776	0,1921	0,0036	0,3102	-0,3107	-0,3066	0,9581	12,5630
24	75	10	40	1	0,3322	0,1611	-0,0122	0,2844	-0,2848	-0,2966	0,8242	8,8409	0,3776	0,1921	0,0036	0,3102	-0,3107	-0,3066	0,8892	10,0870
24	75	10	40	2	0,3322	0,1611	-0,0122	0,2844	-0,2848	-0,2966	0,8242	8,8409	0,4605	0,2574	0,0439	0,3563	-0,3573	-0,3124	0,9567	12,5820
24	75	10	50	1	0,3316	0,1611	-0,0120	0,2840	-0,2851	-0,2960	0,8281	8,8217	0,3770	0,1921	0,0032	0,3100	-0,3109	-0,3068	0,8947	10,0830
24	75	10	50	2	0,3316	0,1611	-0,0120	0,2840	-0,2851	-0,2960	0,8281	8,8217	0,4594	0,2577	0,0445	0,3562	-0,3573	-0,3116	0,9632	12,6130
25	75	10	30	1	0,3330	0,1611	-0,0138	0,2841	-0,2851	-0,2979	0,8397	9,3276	0,3331	0,1611	-0,0139	0,2843	-0,2852	-0,2981	0,8395	9,3191
25	75	10	30	2	0,3330	0,1611	-0,0138	0,2841	-0,2851	-0,2979	0,8397	9,3276	0,4477	0,2474	0,0342	0,3494	-0,3500	-0,3152	0,9546	12,8740
25	75	10	40	1	0,3333	0,1611	-0,0136	0,2844	-0,2846	-0,2979	0,8367	9,3053	0,3333	0,1611	-0,0136	0,2844	-0,2846	-0,2980	0,8380	9,3088
25	75	10	40	2	0,3333	0,1611	-0,0136	0,2844	-0,2846	-0,2979	0,8367	9,3053	0,4473	0,2473	0,0356	0,3492	-0,3495	-0,3136	0,9554	12,8540

Simulació 9

25	75	10	50	1	0,3329	0,1610	-0,0141	0,2841	-0,2852	-0,2982	0,8395	9,3157	0,3329	0,1610	-0,0141	0,2841	-0,2852	-0,2982	0,8413	9,3297
25	75	10	50	2	0,3329	0,1610	-0,0141	0,2841	-0,2852	-0,2982	0,8395	9,3157	0,4471	0,2472	0,0346	0,3489	-0,3498	-0,3144	0,9524	12,8880

Simulació 10

N	iter	$\sigma_L$	$\sigma_H$	m.	MAX <sub>hard</sub>	MEAN <sub>hard</sub>	MIN <sub>hard</sub>	MAX <sub>N<sub>hard</sub></sub>	MIN <sub>N<sub>hard</sub></sub>	DIF <sub>hard</sub>	P <sub>hard</sub>	N <sub>hard</sub>	MAX <sub>soft</sub>	MEAN <sub>soft</sub>	MIN <sub>soft</sub>	MAX <sub>N<sub>soft</sub></sub>	MIN <sub>N<sub>soft</sub></sub>	DIF <sub>soft</sub>	P <sub>soft</sub>	N <sub>soft</sub>
2	75	10	20	0	0,5637	0,4996	0,4355	0,2848	-0,2853	0,1507	1,0000	1,9709	0,9805	0,9753	0,9702	0,3947	-0,3960	0,5755	1,0000	2,0000
2	75	10	20	1	0,5643	0,5000	0,4357	0,2852	-0,2850	0,1504	1,0000	1,9720	0,9806	0,9754	0,9703	0,3951	-0,3955	0,5752	1,0000	2,0000
2	75	10	20	2	0,5575	0,4994	0,4413	0,2848	-0,2850	0,1565	1,0000	1,9789	0,9078	0,8922	0,8765	0,3659	-0,3655	0,5106	1,0000	2,0000
2	50	10	20	4	0,5574	0,4999	0,4424	0,2844	-0,2857	0,1581	1,0000	1,9779	0,9131	0,8983	0,8834	0,3650	-0,3659	0,5184	1,0000	2,0000
2	75	10	30	0	0,5637	0,4996	0,4355	0,2848	-0,2853	0,1507	1,0000	1,9709	0,9980	0,9974	0,9969	0,4033	-0,4046	0,5936	1,0000	2,0000
2	75	10	30	1	0,5643	0,5000	0,4357	0,2852	-0,2850	0,1504	1,0000	1,9720	0,9980	0,9975	0,9969	0,4037	-0,4041	0,5932	1,0000	2,0000
2	75	10	30	2	0,5497	0,4994	0,4491	0,2846	-0,2848	0,1645	1,0000	1,9884	0,9187	0,9079	0,8971	0,3700	-0,3694	0,5271	1,0000	2,0000
2	75	10	40	0	0,5637	0,4996	0,4355	0,2848	-0,2853	0,1507	1,0000	1,9709	0,9998	0,9997	0,9997	0,4042	-0,4056	0,5955	1,0000	2,0000
2	75	10	40	1	0,5643	0,5000	0,4357	0,2852	-0,2850	0,1504	1,0000	1,9720	0,9998	0,9997	0,9997	0,4046	-0,4050	0,5951	1,0000	2,0000
2	75	10	40	2	0,5491	0,4994	0,4498	0,2848	-0,2849	0,1650	1,0000	1,9880	0,9186	0,9080	0,8975	0,3700	-0,3695	0,5275	1,0000	2,0000
2	75	10	50	0	0,5637	0,4996	0,4355	0,2848	-0,2853	0,1507	1,0000	1,9709	1,0000	1,0000	1,0000	0,4043	-0,4057	0,5957	1,0000	2,0000
2	75	10	50	1	0,5643	0,5000	0,4357	0,2852	-0,2850	0,1504	1,0000	1,9720	1,0000	1,0000	1,0000	0,4047	-0,4051	0,5953	1,0000	2,0000
2	75	10	50	2	0,5489	0,4994	0,4499	0,2848	-0,2850	0,1651	1,0000	1,9882	0,9186	0,9080	0,8975	0,3700	-0,3695	0,5275	1,0000	2,0000
2	50	10	50	4	0,5574	0,4999	0,4424	0,2844	-0,2857	0,1581	1,0000	1,9779	0,9999	0,9999	0,9999	0,4005	-0,4011	0,5994	1,0000	2,0000
3	75	10	20	0	0,3267	0,2499	0,1734	0,2847	-0,2853	-0,1113	0,7248	1,3794	0,9681	0,9635	0,9589	0,5483	-0,5489	0,4106	1,0000	3,0000
3	75	10	20	1	0,5737	0,4995	0,4247	0,2846	-0,2851	0,1401	1,0000	2,9842	0,5778	0,5004	0,4223	0,2883	-0,2885	0,1340	1,0000	2,9783
3	75	10	20	2	0,5696	0,4939	0,4163	0,2847	-0,2851	0,1315	1,0000	2,9753	0,7219	0,6627	0,6019	0,3368	-0,3368	0,2651	1,0000	2,9999
3	50	10	20	4	0,3247	0,2495	0,1745	0,2850	-0,2854	-0,1105	0,7066	1,3575	0,7779	0,7479	0,7178	0,4355	-0,4354	0,2823	1,0000	2,9988
3	75	10	30	0	0,3267	0,2499	0,1734	0,2847	-0,2853	-0,1113	0,7248	1,3794	0,9967	0,9962	0,9957	0,5669	-0,5675	0,4289	1,0000	3,0000
3	75	10	30	1	0,5737	0,4995	0,4247	0,2846	-0,2851	0,1401	1,0000	2,9842	0,5746	0,4995	0,4238	0,2869	-0,2873	0,1370	1,0000	2,9813
3	75	10	30	2	0,5742	0,4996	0,4230	0,2847	-0,2849	0,1383	1,0000	2,9794	0,7177	0,6643	0,6095	0,3333	-0,3331	0,2763	1,0000	2,9999
3	75	10	40	0	0,3267	0,2499	0,1734	0,2847	-0,2853	-0,1113	0,7248	1,3794	0,9997	0,9996	0,9996	0,5688	-0,5695	0,4307	1,0000	3,0000
3	75	10	40	1	0,5737	0,4995	0,4247	0,2846	-0,2851	0,1401	1,0000	2,9842	0,5743	0,4995	0,4240	0,2868	-0,2873	0,1371	1,0000	2,9816
3	75	10	40	2	0,5742	0,4996	0,4230	0,2847	-0,2849	0,1383	1,0000	2,9794	0,7174	0,6645	0,6101	0,3333	-0,3332	0,2768	1,0000	2,9999
3	75	10	50	0	0,3267	0,2499	0,1734	0,2847	-0,2853	-0,1113	0,7248	1,3794	1,0000	1,0000	1,0000	0,5690	-0,5697	0,4309	1,0000	3,0000
3	75	10	50	1	0,5737	0,4995	0,4247	0,2846	-0,2851	0,1401	1,0000	2,9842	0,5743	0,4995	0,4240	0,2868	-0,2873	0,1371	1,0000	2,9816
3	75	10	50	2	0,5742	0,4996	0,4230	0,2847	-0,2849	0,1383	1,0000	2,9794	0,7174	0,6645	0,6102	0,3333	-0,3332	0,2769	1,0000	2,9999
3	50	10	50	4	0,3247	0,2495	0,1745	0,2850	-0,2854	-0,1105	0,7066	1,3575	0,9997	0,9997	0,9996	0,5634	-0,5628	0,4362	1,0000	3,0000
4	75	10	20	0	0,2157	0,1246	0,0337	0,2849	-0,2853	-0,2512	0,1481	0,3858	0,9324	0,9227	0,9130	0,7249	-0,7261	0,1881	0,9693	3,8738
4	75	10	20	1	0,4690	0,3746	0,2796	0,2851	-0,2852	-0,0056	0,9992	3,4466	0,6806	0,5809	0,4763	0,3515	-0,3522	0,1249	1,0000	3,9487
4	75	10	20	2	0,4669	0,3749	0,2813	0,2847	-0,2851	-0,0034	0,9986	3,4587	0,6763	0,5931	0,5066	0,3495	-0,3500	0,1571	1,0000	3,9825
4	50	10	20	4	0,2159	0,1248	0,0341	0,2845	-0,2845	-0,2504	0,1562	0,4017	0,6153	0,5619	0,5087	0,4694	-0,4697	0,0393	0,9507	3,5479
4	75	10	30	0	0,2157	0,1246	0,0337	0,2849	-0,2853	-0,2512	0,1481	0,3858	0,9926	0,9916	0,9905	0,7786	-0,7800	0,2119	0,9693	3,8739
4	75	10	30	1	0,4690	0,3746	0,2796	0,2851	-0,2852	-0,0056	0,9992	3,4466	0,6993	0,5980	0,4917	0,3608	-0,3615	0,1309	1,0000	3,9537
4	75	10	30	2	0,4643	0,3749	0,2838	0,2843	-0,2852	-0,0006	0,9991	3,4860	0,6849	0,6044	0,5204	0,3511	-0,3517	0,1693	1,0000	3,9872
4	75	10	40	0	0,2157	0,1246	0,0337	0,2849	-0,2853	-0,2512	0,1481	0,3858	0,9993	0,9992	0,9990	0,7846	-0,7860	0,2144	0,9693	3,8739

Simulació 10

4	75	10	40	1	0,4690	0,3746	0,2796	0,2851	-0,2852	-0,0056	0,9992	3,4466	0,7013	0,5998	0,4933	0,3619	-0,3626	0,1314	1,0000	3,9541
4	75	10	40	2	0,4641	0,3749	0,2839	0,2844	-0,2854	-0,0006	0,9994	3,4847	0,6848	0,6045	0,5207	0,3511	-0,3517	0,1696	1,0000	3,9873
4	75	10	50	0	0,2157	0,1246	0,0337	0,2849	-0,2853	-0,2512	0,1481	0,3858	0,9999	0,9999	0,9999	0,7852	-0,7866	0,2147	0,9693	3,8739
4	75	10	50	1	0,4690	0,3746	0,2796	0,2851	-0,2852	-0,0056	0,9992	3,4466	0,7015	0,6000	0,4934	0,3620	-0,3627	0,1314	1,0000	3,9541
4	75	10	50	2	0,4641	0,3749	0,2839	0,2844	-0,2854	-0,0005	0,9994	3,4847	0,6848	0,6045	0,5207	0,3511	-0,3517	0,1696	1,0000	3,9873
4	50	10	50	4	0,2159	0,1248	0,0341	0,2845	-0,2845	-0,2504	0,1562	0,4017	0,9993	0,9992	0,9991	0,7758	-0,7764	0,2233	0,9698	3,8733
5	75	10	20	0	0,1649	0,0622	-0,0409	0,2852	-0,2848	-0,3261	0,0379	0,1431	0,8617	0,8407	0,8197	0,8361	-0,8366	-0,0164	0,5406	2,6726
5	75	10	20	1	0,4759	0,3749	0,2711	0,2851	-0,2851	-0,0139	0,9999	4,3729	0,4786	0,3752	0,2692	0,2882	-0,2888	-0,0191	0,9996	4,3338
5	75	10	20	2	0,4537	0,3508	0,2457	0,2848	-0,2854	-0,0392	0,9985	4,1147	0,6225	0,5217	0,4153	0,3482	-0,3480	0,0670	1,0000	4,8362
5	50	10	20	4	0,1648	0,0619	-0,0407	0,2857	-0,2857	-0,3264	0,0373	0,1482	0,4531	0,3724	0,2919	0,4560	-0,4555	-0,1641	0,4859	1,9772
5	75	10	30	0	0,1649	0,0622	-0,0409	0,2852	-0,2848	-0,3261	0,0379	0,1431	0,9828	0,9803	0,9777	0,9518	-0,9521	0,0259	0,5406	2,6729
5	75	10	30	1	0,4759	0,3749	0,2711	0,2851	-0,2851	-0,0139	0,9999	4,3729	0,4769	0,3750	0,2703	0,2871	-0,2873	-0,0168	0,9998	4,3568
5	75	10	30	2	0,4738	0,3721	0,2678	0,2850	-0,2849	-0,0172	0,9997	4,3431	0,6292	0,5314	0,4279	0,3480	-0,3476	0,0799	1,0000	4,8746
5	75	10	40	0	0,1649	0,0622	-0,0409	0,2852	-0,2848	-0,3261	0,0379	0,1431	0,9979	0,9976	0,9973	0,9662	-0,9665	0,0311	0,5406	2,6729
5	75	10	40	1	0,4759	0,3749	0,2711	0,2851	-0,2851	-0,0139	0,9999	4,3729	0,4768	0,3749	0,2704	0,2871	-0,2873	-0,0167	0,9998	4,3570
5	75	10	40	2	0,4761	0,3745	0,2703	0,2849	-0,2848	-0,0145	0,9997	4,3722	0,6291	0,5316	0,4283	0,3481	-0,3476	0,0802	1,0000	4,8761
5	75	10	50	0	0,1649	0,0622	-0,0409	0,2852	-0,2848	-0,3261	0,0379	0,1431	0,9995	0,9994	0,9993	0,9677	-0,9679	0,0317	0,5406	2,6729
5	75	10	50	1	0,4759	0,3749	0,2711	0,2851	-0,2851	-0,0139	0,9999	4,3729	0,4768	0,3749	0,2704	0,2871	-0,2873	-0,0167	0,9998	4,3568
5	75	10	50	2	0,4763	0,3747	0,2706	0,2849	-0,2849	-0,0143	0,9997	4,3733	0,6291	0,5316	0,4284	0,3481	-0,3476	0,0803	1,0000	4,8760
5	50	10	50	4	0,1648	0,0619	-0,0407	0,2857	-0,2857	-0,3264	0,0373	0,1482	0,9981	0,9979	0,9976	0,9625	-0,9628	0,0352	0,5370	2,6680
6	75	10	20	0	0,1431	0,0310	-0,0805	0,2851	-0,2856	-0,3656	0,0176	0,0856	0,7425	0,7006	0,6591	0,7796	-0,7798	-0,1206	0,1485	0,8879
6	75	10	20	1	0,4253	0,3121	0,1980	0,2844	-0,2845	-0,0865	0,9944	4,3963	0,5663	0,4413	0,3115	0,3361	-0,3369	-0,0246	0,9998	5,3071
6	75	10	20	2	0,4219	0,3103	0,1969	0,2843	-0,2852	-0,0874	0,9932	4,3795	0,5890	0,4739	0,3529	0,3490	-0,3494	0,0039	0,9999	5,5096
6	75	10	30	0	0,1431	0,0310	-0,0805	0,2851	-0,2856	-0,3656	0,0176	0,0856	0,9479	0,9395	0,9310	0,9563	-0,9563	-0,0253	0,1485	0,8880
6	75	10	30	1	0,4253	0,3121	0,1980	0,2844	-0,2845	-0,0865	0,9944	4,3963	0,5801	0,4531	0,3209	0,3436	-0,3445	-0,0227	0,9998	5,3281
6	75	10	30	2	0,4234	0,3126	0,1992	0,2842	-0,2854	-0,0851	0,9936	4,4282	0,5961	0,4836	0,3650	0,3481	-0,3485	0,0169	1,0000	5,5989
6	75	10	40	0	0,1431	0,0310	-0,0805	0,2851	-0,2856	-0,3656	0,0176	0,0856	0,9801	0,9770	0,9736	0,9837	-0,9836	-0,0101	0,1485	0,8880
6	75	10	40	1	0,4253	0,3121	0,1980	0,2844	-0,2845	-0,0865	0,9944	4,3963	0,5816	0,4543	0,3219	0,3446	-0,3455	-0,0227	0,9998	5,3286
6	75	10	40	2	0,4236	0,3126	0,1994	0,2841	-0,2852	-0,0847	0,9934	4,4259	0,5960	0,4837	0,3652	0,3481	-0,3485	0,0172	1,0000	5,6033
6	75	10	50	0	0,1431	0,0310	-0,0805	0,2851	-0,2856	-0,3656	0,0176	0,0856	0,9836	0,9810	0,9781	0,9866	-0,9866	-0,0085	0,1485	0,8880
6	75	10	50	1	0,4253	0,3121	0,1980	0,2844	-0,2845	-0,0865	0,9944	4,3963	0,5818	0,4544	0,3220	0,3447	-0,3456	-0,0227	0,9998	5,3287
6	75	10	50	2	0,4235	0,3126	0,1994	0,2841	-0,2852	-0,0847	0,9934	4,4273	0,5960	0,4837	0,3653	0,3481	-0,3485	0,0172	1,0000	5,6030
7	75	10	20	0	0,1348	0,0154	-0,1041	0,2850	-0,2852	-0,3891	0,0109	0,0756	0,5776	0,5056	0,4336	0,6598	-0,6600	-0,2263	0,0428	0,2987
7	75	10	20	1	0,4304	0,3128	0,1917	0,2848	-0,2852	-0,0931	0,9958	5,2417	0,4330	0,3130	0,1900	0,2885	-0,2887	-0,0985	0,9953	5,1847
7	75	10	20	2	0,4035	0,2844	0,1630	0,2848	-0,2856	-0,1218	0,9854	4,6363	0,5617	0,4359	0,3021	0,3502	-0,3506	-0,0481	0,9996	6,0409
7	75	10	30	0	0,1348	0,0154	-0,1041	0,2850	-0,2852	-0,3891	0,0109	0,0756	0,8255	0,7960	0,7665	0,8634	-0,8634	-0,0969	0,0428	0,2987
7	75	10	30	1	0,4304	0,3128	0,1917	0,2848	-0,2852	-0,0931	0,9958	5,2417	0,4315	0,3128	0,1908	0,2870	-0,2873	-0,0962	0,9951	5,2130

Simulació 10

7	75	10	30	2	0,4089	0,2901	0,1691	0,2851	-0,2853	-0,1160	0,9892	4,7635	0,5729	0,4490	0,3164	0,3522	-0,3523	-0,0358	0,9999	6,1685
7	75	10	40	0	0,1348	0,0154	-0,1041	0,2850	-0,2852	-0,3891	0,0109	0,0756	0,8730	0,8517	0,8303	0,9022	-0,9022	-0,0718	0,0428	0,2987
7	75	10	40	1	0,4304	0,3128	0,1917	0,2848	-0,2852	-0,0931	0,9958	5,2417	0,4315	0,3128	0,1908	0,2870	-0,2873	-0,0962	0,9951	5,2115
7	75	10	40	2	0,4090	0,2901	0,1694	0,2849	-0,2851	-0,1155	0,9872	4,7610	0,5729	0,4492	0,3167	0,3523	-0,3523	-0,0355	0,9998	6,1722
7	75	10	50	0	0,1348	0,0154	-0,1041	0,2850	-0,2852	-0,3891	0,0109	0,0756	0,8783	0,8579	0,8374	0,9064	-0,9065	-0,0691	0,0428	0,2987
7	75	10	50	1	0,4304	0,3128	0,1917	0,2848	-0,2852	-0,0931	0,9958	5,2417	0,4314	0,3128	0,1908	0,2870	-0,2873	-0,0962	0,9951	5,2118
7	75	10	50	2	0,4088	0,2901	0,1694	0,2850	-0,2850	-0,1157	0,9873	4,7622	0,5729	0,4492	0,3167	0,3523	-0,3523	-0,0355	0,9998	6,1731
8	75	10	20	0	0,1325	0,0075	-0,1177	0,2850	-0,2857	-0,4027	0,0099	0,0737	0,4228	0,3190	0,2153	0,5426	-0,5427	-0,3273	0,0183	0,1591
8	75	10	20	1	0,3996	0,2733	0,1462	0,2849	-0,2847	-0,1386	0,9841	5,0994	0,5064	0,3666	0,2227	0,3287	-0,3292	-0,1060	0,9987	6,1920
8	75	10	20	2	0,3898	0,2643	0,1378	0,2849	-0,2852	-0,1471	0,9728	4,8615	0,5398	0,4043	0,2616	0,3502	-0,3504	-0,0886	0,9984	6,4957
8	75	10	30	0	0,1325	0,0075	-0,1177	0,2850	-0,2857	-0,4027	0,0099	0,0737	0,6359	0,5704	0,5049	0,7155	-0,7157	-0,2105	0,0183	0,1591
8	75	10	30	1	0,3996	0,2733	0,1462	0,2849	-0,2847	-0,1386	0,9841	5,0994	0,5172	0,3753	0,2290	0,3352	-0,3356	-0,1062	0,9985	6,2234
8	75	10	30	2	0,3980	0,2737	0,1471	0,2847	-0,2848	-0,1376	0,9806	5,1130	0,5470	0,4143	0,2740	0,3490	-0,3490	-0,0750	0,9992	6,6851
8	75	10	40	0	0,1325	0,0075	-0,1177	0,2850	-0,2857	-0,4027	0,0099	0,0737	0,6820	0,6247	0,5675	0,7527	-0,7530	-0,1853	0,0183	0,1591
8	75	10	40	1	0,3996	0,2733	0,1462	0,2849	-0,2847	-0,1386	0,9841	5,0994	0,5184	0,3762	0,2296	0,3360	-0,3364	-0,1065	0,9985	6,2253
8	75	10	40	2	0,3979	0,2737	0,1472	0,2849	-0,2849	-0,1376	0,9822	5,1186	0,5469	0,4144	0,2742	0,3489	-0,3490	-0,0747	0,9991	6,6891
8	75	10	50	0	0,1325	0,0075	-0,1177	0,2850	-0,2857	-0,4027	0,0099	0,0737	0,6872	0,6309	0,5746	0,7570	-0,7573	-0,1824	0,0183	0,1591
8	75	10	50	1	0,3996	0,2733	0,1462	0,2849	-0,2847	-0,1386	0,9841	5,0994	0,5185	0,3763	0,2297	0,3361	-0,3365	-0,1065	0,9985	6,2254
8	75	10	50	2	0,3979	0,2737	0,1472	0,2848	-0,2850	-0,1376	0,9819	5,1183	0,5469	0,4144	0,2742	0,3489	-0,3490	-0,0747	0,9991	6,6888
9	75	10	20	0	0,1339	0,0036	-0,1270	0,2850	-0,2856	-0,4119	0,0094	0,0872	0,3074	0,1778	0,0475	0,4531	-0,4532	-0,4056	0,0128	0,1230
9	75	10	20	1	0,4040	0,2734	0,1410	0,2844	-0,2852	-0,1434	0,9876	5,8588	0,4063	0,2735	0,1391	0,2881	-0,2887	-0,1490	0,9852	5,7846
9	75	10	20	2	0,3762	0,2454	0,1122	0,2844	-0,2846	-0,1722	0,9554	5,0115	0,5223	0,3780	0,2259	0,3497	-0,3507	-0,1238	0,9967	6,8680
9	75	10	30	0	0,1339	0,0036	-0,1270	0,2850	-0,2856	-0,4119	0,0094	0,0872	0,4453	0,3414	0,2369	0,5648	-0,5648	-0,3279	0,0128	0,1230
9	75	10	30	1	0,4040	0,2734	0,1410	0,2844	-0,2852	-0,1434	0,9876	5,8588	0,4052	0,2734	0,1399	0,2867	-0,2872	-0,1468	0,9870	5,8211
9	75	10	30	2	0,3784	0,2489	0,1167	0,2850	-0,2846	-0,1682	0,9573	5,1251	0,5330	0,3908	0,2398	0,3511	-0,3515	-0,1113	0,9976	7,1011
9	75	10	40	0	0,1339	0,0036	-0,1270	0,2850	-0,2856	-0,4119	0,0094	0,0872	0,4767	0,3787	0,2802	0,5904	-0,5903	-0,3102	0,0128	0,1230
9	75	10	40	1	0,4040	0,2734	0,1410	0,2844	-0,2852	-0,1434	0,9876	5,8588	0,4051	0,2734	0,1399	0,2867	-0,2872	-0,1467	0,9870	5,8200
9	75	10	40	2	0,3782	0,2489	0,1169	0,2847	-0,2847	-0,1678	0,9569	5,1313	0,5331	0,3910	0,2401	0,3511	-0,3516	-0,1111	0,9976	7,1031
9	75	10	50	0	0,1339	0,0036	-0,1270	0,2850	-0,2856	-0,4119	0,0094	0,0872	0,4804	0,3830	0,2851	0,5933	-0,5932	-0,3082	0,0128	0,1230
9	75	10	50	1	0,4040	0,2734	0,1410	0,2844	-0,2852	-0,1434	0,9876	5,8588	0,4051	0,2734	0,1399	0,2867	-0,2872	-0,1467	0,9868	5,8202
9	75	10	50	2	0,3782	0,2489	0,1168	0,2847	-0,2846	-0,1679	0,9572	5,1327	0,5331	0,3910	0,2401	0,3511	-0,3516	-0,1111	0,9976	7,1041
10	75	10	20	0	0,1378	0,0020	-0,1338	0,2853	-0,2853	-0,4191	0,0093	0,1065	0,2454	0,0976	-0,0490	0,4027	-0,4027	-0,4517	0,0121	0,1268
10	75	10	20	1	0,3808	0,2463	0,1088	0,2845	-0,2847	-0,1757	0,9662	5,7024	0,4689	0,3190	0,1641	0,3227	-0,3236	-0,1586	0,9933	6,8603
10	75	10	20	2	0,3662	0,2312	0,0942	0,2849	-0,2851	-0,1907	0,9340	5,1485	0,5069	0,3563	0,1965	0,3502	-0,3513	-0,1537	0,9916	7,1852
10	75	10	30	0	0,1378	0,0020	-0,1338	0,2853	-0,2853	-0,4191	0,0093	0,1065	0,3266	0,1947	0,0643	0,4691	-0,4688	-0,4048	0,0121	0,1268
10	75	10	30	1	0,3808	0,2463	0,1088	0,2845	-0,2847	-0,1757	0,9662	5,7024	0,4778	0,3258	0,1685	0,3283	-0,3291	-0,1597	0,9927	6,9054
10	75	10	30	2	0,3790	0,2445	0,1080	0,2850	-0,2852	-0,1771	0,9574	5,6286	0,5171	0,3684	0,2101	0,3510	-0,3515	-0,1409	0,9960	7,4773



Simulació 10

10	75	10	40	0	0,1378	0,0020	-0,1338	0,2853	-0,2853	-0,4191	0,0093	0,1065	0,3456	0,2175	0,0908	0,4846	-0,4843	-0,3938	0,0121	0,1268
10	75	10	40	1	0,3808	0,2463	0,1088	0,2845	-0,2847	-0,1757	0,9662	5,7024	0,4788	0,3265	0,1689	0,3290	-0,3298	-0,1600	0,9927	6,9080
10	75	10	40	2	0,3803	0,2461	0,1095	0,2851	-0,2851	-0,1757	0,9617	5,6852	0,5172	0,3685	0,2103	0,3510	-0,3514	-0,1407	0,9960	7,4788
10	75	10	50	0	0,1378	0,0020	-0,1338	0,2853	-0,2853	-0,4191	0,0093	0,1065	0,3478	0,2202	0,0939	0,4864	-0,4861	-0,3926	0,0121	0,1268
10	75	10	50	1	0,3808	0,2463	0,1088	0,2845	-0,2847	-0,1757	0,9662	5,7024	0,4789	0,3265	0,1690	0,3290	-0,3299	-0,1601	0,9927	6,9074
10	75	10	50	2	0,3804	0,2462	0,1096	0,2851	-0,2852	-0,1755	0,9615	5,6923	0,5172	0,3685	0,2103	0,3510	-0,3514	-0,1407	0,9960	7,4773
11	75	10	20	1	0,3839	0,2460	0,1043	0,2849	-0,2841	-0,1806	0,9700	6,3728	0,3862	0,2460	0,1024	0,2883	-0,2879	-0,1859	0,9684	6,2796
11	75	10	20	2	0,3576	0,2181	0,0769	0,2844	-0,2853	-0,2076	0,9140	5,2620	0,4935	0,3367	0,1711	0,3501	-0,3509	-0,1789	0,9886	7,4403
11	75	10	30	1	0,3839	0,2460	0,1043	0,2849	-0,2841	-0,1806	0,9700	6,3728	0,3851	0,2460	0,1032	0,2870	-0,2865	-0,1838	0,9689	6,3220
11	75	10	30	2	0,3621	0,2236	0,0829	0,2843	-0,2852	-0,2014	0,9262	5,4864	0,5039	0,3488	0,1845	0,3502	-0,3512	-0,1657	0,9937	7,7812
11	75	10	40	1	0,3839	0,2460	0,1043	0,2849	-0,2841	-0,1806	0,9700	6,3728	0,3851	0,2459	0,1032	0,2870	-0,2864	-0,1838	0,9687	6,3226
11	75	10	40	2	0,3619	0,2236	0,0829	0,2842	-0,2853	-0,2013	0,9241	5,4820	0,5039	0,3489	0,1848	0,3502	-0,3512	-0,1654	0,9934	7,7878
11	75	10	50	1	0,3839	0,2460	0,1043	0,2849	-0,2841	-0,1806	0,9700	6,3728	0,3850	0,2459	0,1032	0,2870	-0,2864	-0,1838	0,9686	6,3232
11	75	10	50	2	0,3620	0,2236	0,0829	0,2842	-0,2853	-0,2013	0,9250	5,4849	0,5039	0,3489	0,1848	0,3502	-0,3512	-0,1654	0,9934	7,7873
12	75	10	20	1	0,3695	0,2256	0,0797	0,2846	-0,2856	-0,2049	0,9487	6,1744	0,4438	0,2851	0,1217	0,3197	-0,3206	-0,1980	0,9860	7,3731
12	75	10	20	2	0,3498	0,2071	0,0614	0,2850	-0,2844	-0,2236	0,8896	5,3993	0,4824	0,3198	0,1481	0,3500	-0,3507	-0,2019	0,9853	7,6747
12	75	10	30	1	0,3695	0,2256	0,0797	0,2846	-0,2856	-0,2049	0,9487	6,1744	0,4513	0,2905	0,1250	0,3244	-0,3252	-0,1994	0,9863	7,4322
12	75	10	30	2	0,3574	0,2148	0,0698	0,2844	-0,2850	-0,2146	0,9147	5,7411	0,4943	0,3330	0,1620	0,3514	-0,3524	-0,1894	0,9902	8,0918
12	75	10	40	1	0,3695	0,2256	0,0797	0,2846	-0,2856	-0,2049	0,9487	6,1744	0,4521	0,2911	0,1252	0,3250	-0,3258	-0,1998	0,9863	7,4310
12	75	10	40	2	0,3573	0,2148	0,0699	0,2845	-0,2851	-0,2147	0,9156	5,7325	0,4944	0,3332	0,1623	0,3515	-0,3525	-0,1892	0,9899	8,0968
12	75	10	50	1	0,3695	0,2256	0,0797	0,2846	-0,2856	-0,2049	0,9487	6,1744	0,4522	0,2912	0,1253	0,3251	-0,3259	-0,1998	0,9863	7,4303
12	75	10	50	2	0,3573	0,2148	0,0700	0,2845	-0,2851	-0,2146	0,9166	5,7327	0,4944	0,3332	0,1623	0,3515	-0,3525	-0,1892	0,9901	8,0967
13	75	10	20	1	0,3713	0,2256	0,0777	0,2848	-0,2851	-0,2072	0,9493	6,8248	0,3736	0,2257	0,0757	0,2884	-0,2887	-0,2127	0,9481	6,7126
13	75	10	20	2	0,3439	0,1973	0,0488	0,2848	-0,2850	-0,2360	0,8661	5,4952	0,4726	0,3052	0,1292	0,3502	-0,3511	-0,2210	0,9765	7,8610
13	75	10	30	1	0,3713	0,2256	0,0777	0,2848	-0,2851	-0,2072	0,9493	6,8248	0,3725	0,2256	0,0765	0,2870	-0,2873	-0,2105	0,9474	6,7649
13	75	10	30	2	0,3523	0,2059	0,0582	0,2847	-0,2850	-0,2264	0,8972	5,8981	0,4829	0,3174	0,1425	0,3504	-0,3513	-0,2080	0,9861	8,3213
13	75	10	40	1	0,3713	0,2256	0,0777	0,2848	-0,2851	-0,2072	0,9493	6,8248	0,3725	0,2256	0,0765	0,2869	-0,2873	-0,2104	0,9477	6,7634
13	75	10	40	2	0,3520	0,2059	0,0583	0,2846	-0,2850	-0,2263	0,8961	5,8907	0,4829	0,3175	0,1427	0,3504	-0,3513	-0,2077	0,9863	8,3305
13	75	10	50	1	0,3713	0,2256	0,0777	0,2848	-0,2851	-0,2072	0,9493	6,8248	0,3725	0,2256	0,0765	0,2869	-0,2873	-0,2104	0,9477	6,7630
13	75	10	50	2	0,3520	0,2059	0,0583	0,2847	-0,2850	-0,2264	0,8948	5,8945	0,4829	0,3176	0,1427	0,3504	-0,3513	-0,2077	0,9862	8,3310
14	75	10	20	1	0,3585	0,2098	0,0582	0,2845	-0,2842	-0,2262	0,9231	6,6613	0,4236	0,2602	0,0924	0,3172	-0,3175	-0,2248	0,9691	7,8787
14	75	10	20	2	0,3376	0,1883	0,0367	0,2845	-0,2851	-0,2477	0,8396	5,5555	0,4634	0,2919	0,1103	0,3507	-0,3508	-0,2404	0,9654	8,0693
14	75	10	30	1	0,3585	0,2098	0,0582	0,2845	-0,2842	-0,2262	0,9231	6,6613	0,4300	0,2647	0,0952	0,3214	-0,3218	-0,2263	0,9718	7,9274
14	75	10	30	2	0,3430	0,1943	0,0427	0,2844	-0,2847	-0,2417	0,8662	5,8962	0,4754	0,3048	0,1238	0,3510	-0,3518	-0,2272	0,9780	8,5506
14	75	10	40	1	0,3585	0,2098	0,0582	0,2845	-0,2842	-0,2262	0,9231	6,6613	0,4307	0,2652	0,0954	0,3220	-0,3224	-0,2266	0,9716	7,9252
14	75	10	40	2	0,3430	0,1944	0,0427	0,2844	-0,2847	-0,2417	0,8708	5,8800	0,4755	0,3050	0,1240	0,3510	-0,3518	-0,2270	0,9787	8,5610
14	75	10	50	1	0,3585	0,2098	0,0582	0,2845	-0,2842	-0,2262	0,9231	6,6613	0,4308	0,2653	0,0954	0,3221	-0,3224	-0,2266	0,9716	7,9260

Simulació 10

14	75	10	50	2	0,3430	0,1944	0,0427	0,2844	-0,2847	-0,2417	0,8707	5,8799	0,4755	0,3050	0,1240	0,3510	-0,3518	-0,2270	0,9787	8,5620
15	75	10	20	1	0,3612	0,2095	0,0550	0,2843	-0,2851	-0,2293	0,9368	7,2577	0,3635	0,2095	0,0527	0,2877	-0,2888	-0,2350	0,9320	7,1372
15	75	10	20	2	0,3325	0,1802	0,0250	0,2842	-0,2845	-0,2592	0,8163	5,6721	0,4558	0,2795	0,0935	0,3507	-0,3512	-0,2572	0,9612	8,1971
15	75	10	30	1	0,3612	0,2095	0,0550	0,2843	-0,2851	-0,2293	0,9368	7,2577	0,3624	0,2095	0,0537	0,2863	-0,2874	-0,2327	0,9327	7,1935
15	75	10	30	2	0,3422	0,1903	0,0358	0,2846	-0,2849	-0,2488	0,8623	6,2041	0,4668	0,2922	0,1067	0,3511	-0,3518	-0,2444	0,9728	8,7365
15	75	10	40	1	0,3612	0,2095	0,0550	0,2843	-0,2851	-0,2293	0,9368	7,2577	0,3624	0,2095	0,0537	0,2863	-0,2873	-0,2326	0,9328	7,1961
15	75	10	40	2	0,3431	0,1914	0,0367	0,2843	-0,2848	-0,2476	0,8681	6,2783	0,4669	0,2924	0,1070	0,3511	-0,3518	-0,2441	0,9722	8,7407
15	75	10	50	1	0,3612	0,2095	0,0550	0,2843	-0,2851	-0,2293	0,9368	7,2577	0,3624	0,2095	0,0537	0,2863	-0,2873	-0,2326	0,9326	7,1949
15	75	10	50	2	0,3432	0,1916	0,0368	0,2843	-0,2847	-0,2475	0,8695	6,2876	0,4669	0,2924	0,1070	0,3511	-0,3518	-0,2441	0,9724	8,7416
16	75	10	20	1	0,3512	0,1962	0,0389	0,2850	-0,2848	-0,2462	0,8988	7,0812	0,4096	0,2398	0,0656	0,3150	-0,3158	-0,2495	0,9559	8,2896
16	75	10	20	2	0,3291	0,1729	0,0159	0,2853	-0,2853	-0,2694	0,7931	5,7500	0,4499	0,2686	0,0795	0,3507	-0,3513	-0,2712	0,9482	8,3294
16	75	10	30	1	0,3512	0,1962	0,0389	0,2850	-0,2848	-0,2462	0,8988	7,0812	0,4153	0,2437	0,0676	0,3188	-0,3196	-0,2512	0,9583	8,3471
16	75	10	30	2	0,3352	0,1797	0,0226	0,2850	-0,2855	-0,2624	0,8272	6,1449	0,4612	0,2815	0,0924	0,3514	-0,3520	-0,2591	0,9645	8,9261
16	75	10	40	1	0,3512	0,1962	0,0389	0,2850	-0,2848	-0,2462	0,8988	7,0812	0,4159	0,2441	0,0677	0,3193	-0,3202	-0,2515	0,9583	8,3481
16	75	10	40	2	0,3350	0,1797	0,0227	0,2849	-0,2856	-0,2622	0,8269	6,1288	0,4612	0,2817	0,0926	0,3514	-0,3520	-0,2588	0,9654	8,9405
16	75	10	50	1	0,3512	0,1962	0,0389	0,2850	-0,2848	-0,2462	0,8988	7,0812	0,4160	0,2442	0,0677	0,3193	-0,3202	-0,2516	0,9583	8,3488
16	75	10	50	2	0,3350	0,1797	0,0228	0,2849	-0,2856	-0,2622	0,8273	6,1319	0,4612	0,2817	0,0926	0,3514	-0,3520	-0,2588	0,9654	8,9405
17	75	10	20	1	0,3526	0,1962	0,0366	0,2845	-0,2843	-0,2479	0,9070	7,6564	0,3549	0,1962	0,0347	0,2880	-0,2878	-0,2533	0,9013	7,5470
17	75	10	20	2	0,3242	0,1668	0,0079	0,2850	-0,2849	-0,2772	0,7657	5,8804	0,4426	0,2594	0,0670	0,3511	-0,3512	-0,2841	0,9375	8,5174
17	75	10	30	1	0,3526	0,1962	0,0366	0,2845	-0,2843	-0,2479	0,9070	7,6564	0,3539	0,1962	0,0355	0,2866	-0,2864	-0,2511	0,9011	7,6010
17	75	10	30	2	0,3321	0,1749	0,0160	0,2851	-0,2853	-0,2691	0,8183	6,3553	0,4543	0,2723	0,0800	0,3518	-0,3525	-0,2718	0,9544	9,1569
17	75	10	40	1	0,3526	0,1962	0,0366	0,2845	-0,2843	-0,2479	0,9070	7,6564	0,3539	0,1962	0,0355	0,2866	-0,2864	-0,2511	0,9010	7,5975
17	75	10	40	2	0,3320	0,1748	0,0158	0,2848	-0,2855	-0,2691	0,8158	6,3497	0,4544	0,2725	0,0802	0,3518	-0,3525	-0,2716	0,9548	9,1683
17	75	10	50	1	0,3526	0,1962	0,0366	0,2845	-0,2843	-0,2479	0,9070	7,6564	0,3539	0,1962	0,0355	0,2866	-0,2864	-0,2511	0,9010	7,5975
17	75	10	50	2	0,3320	0,1748	0,0158	0,2848	-0,2855	-0,2690	0,8153	6,3510	0,4544	0,2725	0,0802	0,3518	-0,3525	-0,2716	0,9547	9,1661
18	75	10	20	1	0,3446	0,1856	0,0241	0,2847	-0,2854	-0,2606	0,8801	7,5237	0,3971	0,2239	0,0464	0,3136	-0,3136	-0,2672	0,9376	8,7075
18	75	10	20	2	0,3202	0,1608	-0,0011	0,2841	-0,2846	-0,2851	0,7494	5,9757	0,4365	0,2498	0,0525	0,3506	-0,3511	-0,2980	0,9235	8,6525
18	75	10	30	1	0,3446	0,1856	0,0241	0,2847	-0,2854	-0,2606	0,8801	7,5237	0,4021	0,2274	0,0480	0,3170	-0,3171	-0,2690	0,9396	8,7735
18	75	10	30	2	0,3280	0,1690	0,0071	0,2839	-0,2848	-0,2767	0,8012	6,4941	0,4474	0,2624	0,0649	0,3511	-0,3516	-0,2862	0,9474	9,3244
18	75	10	40	1	0,3446	0,1856	0,0241	0,2847	-0,2854	-0,2606	0,8801	7,5237	0,4027	0,2277	0,0481	0,3175	-0,3176	-0,2694	0,9395	8,7714
18	75	10	40	2	0,3281	0,1690	0,0073	0,2839	-0,2847	-0,2766	0,8035	6,4920	0,4475	0,2625	0,0651	0,3511	-0,3516	-0,2860	0,9479	9,3399
18	75	10	50	1	0,3446	0,1856	0,0241	0,2847	-0,2854	-0,2606	0,8801	7,5237	0,4028	0,2278	0,0481	0,3176	-0,3176	-0,2695	0,9396	8,7718
18	75	10	50	2	0,3280	0,1690	0,0073	0,2840	-0,2847	-0,2767	0,8025	6,4913	0,4475	0,2625	0,0651	0,3511	-0,3516	-0,2860	0,9477	9,3413
19	75	10	20	1	0,3467	0,1856	0,0221	0,2842	-0,2848	-0,2621	0,8901	8,0919	0,3490	0,1857	0,0200	0,2878	-0,2884	-0,2678	0,8832	7,9687
19	75	10	20	2	0,3174	0,1552	-0,0095	0,2849	-0,2851	-0,2943	0,7301	6,0346	0,4328	0,2420	0,0427	0,3508	-0,3511	-0,3082	0,9163	8,8231
19	75	10	30	1	0,3467	0,1856	0,0221	0,2842	-0,2848	-0,2621	0,8901	8,0919	0,3479	0,1857	0,0208	0,2864	-0,2869	-0,2655	0,8864	8,0427
19	75	10	30	2	0,3232	0,1621	-0,0020	0,2844	-0,2848	-0,2864	0,7673	6,5247	0,4443	0,2547	0,0555	0,3515	-0,3521	-0,2960	0,9391	9,4930

Simulació 10

19	75	10	40	1	0,3467	0,1856	0,0221	0,2842	-0,2848	-0,2621	0,8901	8,0919	0,3479	0,1857	0,0208	0,2863	-0,2869	-0,2655	0,8871	8,0424
19	75	10	40	2	0,3234	0,1622	-0,0021	0,2843	-0,2849	-0,2865	0,7625	6,5288	0,4445	0,2549	0,0556	0,3514	-0,3521	-0,2958	0,9394	9,5086
19	75	10	50	1	0,3467	0,1856	0,0221	0,2842	-0,2848	-0,2621	0,8901	8,0919	0,3479	0,1857	0,0208	0,2863	-0,2869	-0,2655	0,8870	8,0424
19	75	10	50	2	0,3235	0,1622	-0,0022	0,2844	-0,2849	-0,2866	0,7635	6,5263	0,4445	0,2549	0,0556	0,3514	-0,3521	-0,2958	0,9394	9,5117
20	75	10	20	1	0,3394	0,1761	0,0102	0,2845	-0,2851	-0,2743	0,8627	7,9719	0,3880	0,2103	0,0287	0,3120	-0,3129	-0,2833	0,9182	9,1071
20	75	10	20	2	0,3135	0,1503	-0,0158	0,2851	-0,2843	-0,3008	0,7076	6,1746	0,4259	0,2338	0,0323	0,3500	-0,3502	-0,3177	0,8986	8,9466
20	75	10	30	1	0,3394	0,1761	0,0102	0,2845	-0,2851	-0,2743	0,8627	7,9719	0,3926	0,2134	0,0302	0,3152	-0,3163	-0,2850	0,9196	9,1651
20	75	10	30	2	0,3225	0,1593	-0,0064	0,2850	-0,2849	-0,2914	0,7589	6,7843	0,4380	0,2467	0,0451	0,3511	-0,3517	-0,3059	0,9312	9,6572
20	75	10	40	1	0,3394	0,1761	0,0102	0,2845	-0,2851	-0,2743	0,8627	7,9719	0,3932	0,2137	0,0303	0,3156	-0,3168	-0,2853	0,9203	9,1675
20	75	10	40	2	0,3232	0,1602	-0,0054	0,2849	-0,2848	-0,2903	0,7669	6,8220	0,4381	0,2469	0,0454	0,3510	-0,3518	-0,3056	0,9318	9,6708
20	75	10	50	1	0,3394	0,1761	0,0102	0,2845	-0,2851	-0,2743	0,8627	7,9719	0,3932	0,2137	0,0303	0,3157	-0,3168	-0,2854	0,9200	9,1678
20	75	10	50	2	0,3233	0,1603	-0,0053	0,2850	-0,2848	-0,2903	0,7669	6,8265	0,4381	0,2469	0,0454	0,3510	-0,3518	-0,3056	0,9319	9,6730

Simulació 11

N	iter	$\sigma_L$	$\sigma_H$	m.	MAX <sub>hard</sub>	MEAN <sub>hard</sub>	MIN <sub>hard</sub>	MAXN <sub>hard</sub>	MINN <sub>hard</sub>	DIF <sub>hard</sub>	P <sub>hard</sub>	N <sub>hard</sub>	MAX <sub>soft</sub>	MEAN <sub>soft</sub>	MIN <sub>soft</sub>	MAXN <sub>soft</sub>	MINN <sub>soft</sub>	DIF <sub>soft</sub>	P <sub>soft</sub>	N <sub>soft</sub>
2	75	10	20	0	0,5559	0,5004	0,4449	0,2026	-0,2028	0,2423	1,0000	1,9999	0,9998	0,9997	0,9996	0,2859	-0,2872	0,7137	1,0000	2,0000
2	75	10	20	1	0,5559	0,5004	0,4449	0,2026	-0,2028	0,2423	1,0000	1,9999	0,9998	0,9997	0,9996	0,2859	-0,2872	0,7137	1,0000	2,0000
2	75	10	20	2	0,5559	0,5004	0,4449	0,2026	-0,2028	0,2423	1,0000	1,9999	0,9998	0,9997	0,9996	0,2859	-0,2872	0,7137	1,0000	2,0000
2	75	10	20	4	0,5406	0,4999	0,4592	0,2020	-0,2027	0,2573	1,0000	2,0000	0,9098	0,8994	0,8890	0,2601	-0,2610	0,6290	1,0000	2,0000
2	75	10	30	0	0,5553	0,5002	0,4451	0,2022	-0,2023	0,2429	1,0000	1,9999	1,0000	1,0000	1,0000	0,2854	-0,2866	0,7146	1,0000	2,0000
2	75	10	30	1	0,5565	0,5004	0,4444	0,2024	-0,2026	0,2420	1,0000	1,9999	1,0000	1,0000	1,0000	0,2856	-0,2864	0,7144	1,0000	2,0000
2	75	10	30	2	0,5565	0,5004	0,4444	0,2024	-0,2026	0,2420	1,0000	1,9999	1,0000	1,0000	1,0000	0,2856	-0,2864	0,7144	1,0000	2,0000
2	75	10	40	0	0,5553	0,4999	0,4444	0,2023	-0,2027	0,2421	1,0000	2,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,2856	-0,2871	0,7144	1,0000	2,0000
2	75	10	40	1	0,5560	0,5002	0,4443	0,2026	-0,2024	0,2418	1,0000	1,9998	1,0000	1,0000	1,0000	0,2854	-0,2871	0,7146	1,0000	2,0000
2	75	10	40	2	0,5560	0,5002	0,4443	0,2026	-0,2024	0,2418	1,0000	1,9998	1,0000	1,0000	1,0000	0,2854	-0,2871	0,7146	1,0000	2,0000
2	75	10	50	0	0,5558	0,4999	0,4440	0,2022	-0,2026	0,2418	1,0000	1,9996	1,0000	1,0000	1,0000	0,2849	-0,2867	0,7151	1,0000	2,0000
2	75	10	50	1	0,5544	0,4999	0,4454	0,2027	-0,2027	0,2427	1,0000	1,9998	1,0000	1,0000	1,0000	0,2853	-0,2866	0,7147	1,0000	2,0000
2	75	10	50	2	0,5544	0,4999	0,4454	0,2027	-0,2027	0,2427	1,0000	1,9998	1,0000	1,0000	1,0000	0,2853	-0,2866	0,7147	1,0000	2,0000
2	75	10	50	4	0,5406	0,4999	0,4592	0,2020	-0,2027	0,2573	1,0000	2,0000	0,9999	0,9999	0,9999	0,2852	-0,2865	0,7147	1,0000	2,0000
3	75	10	20	0	0,3033	0,2496	0,1957	0,2025	-0,2023	-0,0068	0,9808	2,3883	0,9994	0,9994	0,9993	0,4028	-0,4033	0,5966	1,0000	3,0000
3	75	10	20	1	0,5526	0,5000	0,4467	0,2020	-0,2028	0,2447	1,0000	3,0000	0,5548	0,5005	0,4454	0,2031	-0,2040	0,2422	1,0000	3,0000
3	75	10	20	2	0,5526	0,5000	0,4467	0,2020	-0,2028	0,2447	1,0000	3,0000	0,7030	0,6632	0,6227	0,2348	-0,2360	0,3879	1,0000	3,0000
3	75	10	20	4	0,3027	0,2501	0,1974	0,2024	-0,2024	-0,0051	0,9812	2,4153	0,7734	0,7529	0,7323	0,3115	-0,3119	0,4208	1,0000	3,0000
3	75	10	30	0	0,3041	0,2503	0,1962	0,2022	-0,2027	-0,0060	0,9830	2,4093	0,9999	0,9999	0,9999	0,4020	-0,4025	0,5979	1,0000	3,0000
3	75	10	30	1	0,5529	0,5001	0,4466	0,2023	-0,2028	0,2443	1,0000	3,0000	0,5531	0,5001	0,4465	0,2023	-0,2029	0,2441	1,0000	3,0000
3	75	10	30	2	0,5529	0,5001	0,4466	0,2023	-0,2028	0,2443	1,0000	3,0000	0,7013	0,6656	0,6295	0,2325	-0,2334	0,3970	1,0000	3,0000
3	75	10	40	0	0,3036	0,2497	0,1959	0,2026	-0,2021	-0,0067	0,9810	2,3984	1,0000	1,0000	1,0000	0,4026	-0,4029	0,5974	1,0000	3,0000
3	75	10	40	1	0,5527	0,4998	0,4464	0,2023	-0,2026	0,2441	1,0000	3,0000	0,5528	0,4998	0,4464	0,2023	-0,2026	0,2441	1,0000	3,0000
3	75	10	40	2	0,5527	0,4998	0,4464	0,2023	-0,2026	0,2441	1,0000	3,0000	0,7009	0,6656	0,6298	0,2328	-0,2334	0,3970	1,0000	3,0000
3	75	10	50	0	0,3037	0,2502	0,1968	0,2024	-0,2022	-0,0056	0,9819	2,4065	1,0000	1,0000	1,0000	0,4017	-0,4024	0,5983	1,0000	3,0000
3	75	10	50	1	0,5521	0,5000	0,4472	0,2024	-0,2025	0,2448	1,0000	3,0000	0,5521	0,5000	0,4472	0,2024	-0,2025	0,2448	1,0000	3,0000
3	75	10	50	2	0,5521	0,5000	0,4472	0,2024	-0,2025	0,2448	1,0000	3,0000	0,7006	0,6658	0,6305	0,2325	-0,2336	0,3980	1,0000	3,0000
3	75	10	50	4	0,3027	0,2501	0,1974	0,2024	-0,2024	-0,0051	0,9812	2,4153	0,9997	0,9997	0,9996	0,4017	-0,4025	0,5980	1,0000	3,0000
4	75	10	20	0	0,1894	0,1252	0,0603	0,2021	-0,2025	-0,1418	0,3792	0,9033	0,9987	0,9986	0,9985	0,5631	-0,5631	0,4353	1,0000	4,0000
4	75	10	20	1	0,4421	0,3751	0,3077	0,2023	-0,2024	0,1054	1,0000	3,9832	0,6533	0,5826	0,5100	0,2490	-0,2494	0,2609	1,0000	4,0000
4	75	10	20	2	0,4421	0,3751	0,3077	0,2023	-0,2024	0,1054	1,0000	3,9832	0,6935	0,6342	0,5734	0,2578	-0,2584	0,3156	1,0000	4,0000
4	75	10	20	4	0,1894	0,1249	0,0604	0,2024	-0,2020	-0,1420	0,3862	0,9011	0,6056	0,5677	0,5301	0,3403	-0,3404	0,1898	1,0000	3,9931
4	75	10	30	0	0,1900	0,1253	0,0613	0,2026	-0,2022	-0,1413	0,3815	0,9098	0,9999	0,9999	0,9998	0,5621	-0,5644	0,4378	1,0000	4,0000
4	75	10	30	1	0,4416	0,3749	0,3080	0,2024	-0,2024	0,1055	1,0000	3,9829	0,6695	0,5980	0,5237	0,2551	-0,2552	0,2686	1,0000	4,0000
4	75	10	30	2	0,4416	0,3749	0,3080	0,2024	-0,2024	0,1055	1,0000	3,9829	0,7221	0,6625	0,6005	0,2676	-0,2682	0,3329	1,0000	4,0000
4	75	10	40	0	0,1887	0,1248	0,0608	0,2021	-0,2023	-0,1412	0,3764	0,8916	1,0000	1,0000	1,0000	0,5647	-0,5645	0,4353	1,0000	3,9997

Simulació 11

4	75	10	40	1	0,4426	0,3750	0,3073	0,2023	-0,2025	0,1050	1,0000	3,9820	0,6718	0,5999	0,5256	0,2556	-0,2563	0,2700	1,0000	3,9999
4	75	10	40	2	0,4426	0,3750	0,3073	0,2023	-0,2025	0,1050	1,0000	3,9820	0,7258	0,6658	0,6039	0,2689	-0,2695	0,3350	1,0000	4,0000
4	75	10	50	0	0,1892	0,1249	0,0605	0,2020	-0,2022	-0,1416	0,3839	0,9022	1,0000	1,0000	1,0000	0,5636	-0,5652	0,4364	1,0000	4,0000
4	75	10	50	1	0,4417	0,3749	0,3077	0,2028	-0,2021	0,1049	1,0000	3,9817	0,6709	0,5999	0,5264	0,2560	-0,2560	0,2704	1,0000	4,0000
4	75	10	50	2	0,4417	0,3749	0,3077	0,2028	-0,2021	0,1049	1,0000	3,9817	0,7252	0,6659	0,6046	0,2691	-0,2696	0,3355	1,0000	4,0000
4	75	10	50	4	0,1894	0,1249	0,0604	0,2024	-0,2020	-0,1420	0,3862	0,9011	0,9993	0,9992	0,9992	0,5629	-0,5631	0,4362	1,0000	4,0000
5	75	10	20	0	0,1354	0,0623	-0,0102	0,2020	-0,2021	-0,2122	0,0764	0,2672	0,9970	0,9968	0,9965	0,7753	-0,7766	0,2213	0,9690	4,8433
5	75	10	20	1	0,4471	0,3749	0,3019	0,2028	-0,2027	0,0992	1,0000	4,9857	0,4485	0,3752	0,3012	0,2040	-0,2039	0,0972	1,0000	4,9829
5	75	10	20	2	0,4363	0,3635	0,2900	0,2027	-0,2025	0,0872	1,0000	4,9717	0,6019	0,5311	0,4579	0,2466	-0,2472	0,2113	1,0000	4,9999
5	75	10	20	4	0,1351	0,0625	-0,0098	0,2021	-0,2022	-0,2120	0,0779	0,2625	0,4361	0,3797	0,3234	0,3358	-0,3360	-0,0123	0,9301	4,0776
5	75	10	30	0	0,1358	0,0624	-0,0103	0,2023	-0,2024	-0,2125	0,0828	0,2787	0,9997	0,9997	0,9997	0,7786	-0,7791	0,2211	0,9719	4,8510
5	75	10	30	1	0,4472	0,3751	0,3018	0,2021	-0,2025	0,0997	1,0000	4,9844	0,4473	0,3751	0,3018	0,2022	-0,2026	0,0996	1,0000	4,9834
5	75	10	30	2	0,4472	0,3751	0,3018	0,2021	-0,2025	0,0997	1,0000	4,9844	0,5988	0,5328	0,4642	0,2402	-0,2409	0,2240	1,0000	5,0000
5	75	10	40	0	0,1349	0,0621	-0,0104	0,2021	-0,2019	-0,2125	0,0809	0,2659	1,0000	1,0000	1,0000	0,7770	-0,7783	0,2230	0,9699	4,8569
5	75	10	40	1	0,4474	0,3749	0,3012	0,2022	-0,2027	0,0991	1,0000	4,9831	0,4474	0,3749	0,3012	0,2022	-0,2027	0,0990	1,0000	4,9820
5	75	10	40	2	0,4474	0,3749	0,3012	0,2022	-0,2027	0,0991	1,0000	4,9831	0,5984	0,5323	0,4632	0,2403	-0,2406	0,2229	1,0000	5,0000
5	75	10	50	0	0,1347	0,0621	-0,0108	0,2022	-0,2022	-0,2130	0,0781	0,2622	1,0000	1,0000	1,0000	0,7769	-0,7787	0,2231	0,9724	4,8511
5	75	10	50	1	0,4472	0,3749	0,3018	0,2024	-0,2024	0,0994	1,0000	4,9834	0,4472	0,3749	0,3018	0,2024	-0,2024	0,0994	1,0000	4,9835
5	75	10	50	2	0,4472	0,3749	0,3018	0,2024	-0,2024	0,0994	1,0000	4,9834	0,5984	0,5324	0,4641	0,2401	-0,2405	0,2240	1,0000	4,9999
5	75	10	50	4	0,1351	0,0625	-0,0098	0,2021	-0,2022	-0,2120	0,0779	0,2625	0,9984	0,9983	0,9981	0,7757	-0,7762	0,2224	0,9735	4,8468
6	75	10	20	0	0,1099	0,0313	-0,0476	0,2022	-0,2022	-0,2498	0,0241	0,1215	0,9933	0,9927	0,9921	0,9547	-0,9553	0,0374	0,5656	3,3986
6	75	10	20	1	0,3927	0,3127	0,2320	0,2022	-0,2024	0,0298	1,0000	5,7610	0,5304	0,4421	0,3512	0,2378	-0,2381	0,1135	1,0000	5,9837
6	75	10	20	2	0,3927	0,3127	0,2320	0,2022	-0,2024	0,0298	1,0000	5,7610	0,5823	0,5013	0,4168	0,2516	-0,2524	0,1653	1,0000	5,9977
6	75	10	30	0	0,1105	0,0316	-0,0473	0,2024	-0,2020	-0,2497	0,0240	0,1257	0,9991	0,9990	0,9989	0,9614	-0,9619	0,0375	0,5751	3,4106
6	75	10	30	1	0,3929	0,3127	0,2324	0,2019	-0,2029	0,0305	1,0000	5,7733	0,5433	0,4534	0,3612	0,2430	-0,2438	0,1182	1,0000	5,9829
6	75	10	30	2	0,3929	0,3127	0,2324	0,2019	-0,2029	0,0305	1,0000	5,7733	0,6121	0,5295	0,4433	0,2615	-0,2623	0,1819	1,0000	5,9987
6	75	10	40	0	0,1113	0,0315	-0,0479	0,2020	-0,2022	-0,2499	0,0283	0,1297	0,9997	0,9996	0,9996	0,9610	-0,9625	0,0386	0,5753	3,4243
6	75	10	40	1	0,3925	0,3124	0,2315	0,2023	-0,2024	0,0292	1,0000	5,7604	0,5443	0,4544	0,3625	0,2434	-0,2442	0,1191	1,0000	5,9867
6	75	10	40	2	0,3925	0,3124	0,2315	0,2023	-0,2024	0,0292	1,0000	5,7604	0,6150	0,5325	0,4464	0,2624	-0,2634	0,1841	1,0000	5,9984
6	75	10	50	0	0,1107	0,0316	-0,0472	0,2020	-0,2024	-0,2492	0,0267	0,1301	0,9997	0,9997	0,9997	0,9605	-0,9621	0,0392	0,5726	3,4254
6	75	10	50	1	0,3919	0,3121	0,2313	0,2019	-0,2025	0,0294	1,0000	5,7652	0,5440	0,4543	0,3621	0,2434	-0,2447	0,1186	1,0000	5,9836
6	75	10	50	2	0,3919	0,3121	0,2313	0,2019	-0,2025	0,0294	1,0000	5,7652	0,6149	0,5325	0,4465	0,2632	-0,2641	0,1833	1,0000	5,9990
7	75	10	20	0	0,1002	0,0157	-0,0681	0,2023	-0,2021	-0,2704	0,0158	0,0979	0,9679	0,9648	0,9619	0,9701	-0,9698	-0,0082	0,1671	1,1220
7	75	10	20	1	0,3960	0,3123	0,2269	0,2022	-0,2026	0,0247	1,0000	6,7380	0,3972	0,3125	0,2262	0,2034	-0,2038	0,0228	1,0000	6,7235
7	75	10	20	2	0,3852	0,3006	0,2149	0,2022	-0,2024	0,0127	1,0000	6,6291	0,5414	0,4531	0,3609	0,2482	-0,2496	0,1126	1,0000	6,9838
7	75	10	30	0	0,1000	0,0154	-0,0691	0,2023	-0,2023	-0,2715	0,0143	0,0910	0,9814	0,9796	0,9778	0,9825	-0,9820	-0,0047	0,1561	1,1563
7	75	10	30	1	0,3963	0,3126	0,2268	0,2022	-0,2027	0,0246	1,0000	6,7350	0,3964	0,3126	0,2267	0,2023	-0,2027	0,0245	1,0000	6,7326

Simulació 11

7	75	10	30	2	0,3963	0,3126	0,2268	0,2022	-0,2027	0,0246	1,0000	6,7350	0,5411	0,4566	0,3678	0,2436	-0,2443	0,1242	1,0000	6,9894
7	75	10	40	0	0,1001	0,0159	-0,0684	0,2020	-0,2021	-0,2704	0,0149	0,0960	0,9842	0,9826	0,9812	0,9851	-0,9850	-0,0039	0,1641	1,1360
7	75	10	40	1	0,3959	0,3123	0,2273	0,2019	-0,2023	0,0253	1,0000	6,7391	0,3959	0,3123	0,2273	0,2019	-0,2023	0,0253	1,0000	6,7409
7	75	10	40	2	0,3959	0,3123	0,2273	0,2019	-0,2023	0,0253	1,0000	6,7391	0,5410	0,4564	0,3679	0,2429	-0,2434	0,1250	1,0000	6,9892
7	75	10	50	0	0,1009	0,0161	-0,0685	0,2024	-0,2021	-0,2709	0,0155	0,0936	0,9849	0,9835	0,9821	0,9855	-0,9858	-0,0034	0,1689	1,1435
7	75	10	50	1	0,3967	0,3126	0,2273	0,2022	-0,2027	0,0251	1,0000	6,7409	0,3967	0,3126	0,2273	0,2022	-0,2027	0,0251	1,0000	6,7405
7	75	10	50	2	0,3967	0,3126	0,2273	0,2022	-0,2027	0,0251	1,0000	6,7409	0,5408	0,4564	0,3678	0,2432	-0,2442	0,1246	1,0000	6,9882
8	75	10	20	0	0,0976	0,0079	-0,0810	0,2022	-0,2021	-0,2831	0,0115	0,0921	0,8569	0,8426	0,8285	0,8740	-0,8741	-0,0456	0,0476	0,3962
8	75	10	20	1	0,3625	0,2733	0,1828	0,2026	-0,2025	-0,0198	1,0000	7,2063	0,4652	0,3670	0,2659	0,2328	-0,2326	0,0331	1,0000	7,7733
8	75	10	20	2	0,3625	0,2733	0,1829	0,2025	-0,2021	-0,0196	1,0000	7,2037	0,5229	0,4275	0,3278	0,2504	-0,2506	0,0774	1,0000	7,9296
8	75	10	30	0	0,0963	0,0083	-0,0806	0,2024	-0,2021	-0,2830	0,0102	0,0852	0,8824	0,8709	0,8595	0,8971	-0,8970	-0,0376	0,0474	0,3844
8	75	10	30	1	0,3625	0,2735	0,1832	0,2024	-0,2024	-0,0192	1,0000	7,2051	0,4753	0,3755	0,2723	0,2365	-0,2369	0,0358	1,0000	7,7823
8	75	10	30	2	0,3625	0,2735	0,1832	0,2024	-0,2024	-0,0192	1,0000	7,2051	0,5508	0,4534	0,3514	0,2588	-0,2591	0,0926	1,0000	7,9550
8	75	10	40	0	0,0969	0,0078	-0,0813	0,2021	-0,2023	-0,2834	0,0112	0,0836	0,8797	0,8678	0,8559	0,8946	-0,8947	-0,0387	0,0438	0,3901
8	75	10	40	1	0,3623	0,2737	0,1834	0,2023	-0,2027	-0,0189	1,0000	7,2122	0,4768	0,3765	0,2735	0,2371	-0,2376	0,0364	1,0000	7,7814
8	75	10	40	2	0,3623	0,2737	0,1834	0,2023	-0,2027	-0,0189	1,0000	7,2122	0,5539	0,4566	0,3548	0,2601	-0,2608	0,0946	1,0000	7,9591
8	75	10	50	0	0,0960	0,0076	-0,0819	0,2019	-0,2029	-0,2838	0,0120	0,0814	0,8843	0,8730	0,8616	0,8988	-0,8990	-0,0372	0,0471	0,3871
8	75	10	50	1	0,3628	0,2733	0,1828	0,2021	-0,2025	-0,0192	1,0000	7,2002	0,4767	0,3761	0,2733	0,2363	-0,2382	0,0370	1,0000	7,7903
8	75	10	50	2	0,3628	0,2733	0,1828	0,2021	-0,2025	-0,0192	1,0000	7,2002	0,5544	0,4563	0,3540	0,2597	-0,2615	0,0943	1,0000	7,9565
9	75	10	20	0	0,0973	0,0042	-0,0889	0,2023	-0,2022	-0,2911	0,0126	0,0951	0,6386	0,6011	0,5638	0,6816	-0,6819	-0,1178	0,0251	0,2087
9	75	10	20	1	0,3652	0,2734	0,1801	0,2023	-0,2023	-0,0222	0,9999	8,1575	0,3661	0,2735	0,1793	0,2036	-0,2034	-0,0242	0,9999	8,1314
9	75	10	20	2	0,3537	0,2608	0,1674	0,2023	-0,2023	-0,0350	0,9998	7,9122	0,5004	0,3993	0,2941	0,2494	-0,2507	0,0447	1,0000	8,8225
9	75	10	30	0	0,0974	0,0039	-0,0893	0,2020	-0,2022	-0,2913	0,0117	0,0950	0,6667	0,6321	0,5977	0,7069	-0,7070	-0,1092	0,0268	0,2133
9	75	10	30	1	0,3653	0,2735	0,1800	0,2023	-0,2023	-0,0223	1,0000	8,1504	0,3654	0,2735	0,1800	0,2024	-0,2024	-0,0224	0,9999	8,1509
9	75	10	30	2	0,3653	0,2735	0,1800	0,2023	-0,2023	-0,0223	1,0000	8,1504	0,5032	0,4058	0,3039	0,2457	-0,2461	0,0582	1,0000	8,8832
9	75	10	40	0	0,0968	0,0040	-0,0890	0,2018	-0,2023	-0,2908	0,0108	0,0967	0,6690	0,6348	0,6007	0,7088	-0,7091	-0,1081	0,0257	0,2045
9	75	10	40	1	0,3659	0,2734	0,1797	0,2020	-0,2023	-0,0223	1,0000	8,1544	0,3659	0,2734	0,1797	0,2020	-0,2024	-0,0223	1,0000	8,1583
9	75	10	40	2	0,3659	0,2734	0,1797	0,2020	-0,2023	-0,0223	1,0000	8,1544	0,5034	0,4058	0,3036	0,2454	-0,2458	0,0582	1,0000	8,8815
9	75	10	50	0	0,0962	0,0038	-0,0887	0,2028	-0,2025	-0,2915	0,0102	0,0904	0,6609	0,6262	0,5910	0,7024	-0,7024	-0,1113	0,0215	0,1934
9	75	10	50	1	0,3654	0,2732	0,1793	0,2022	-0,2028	-0,0229	0,9999	8,1415	0,3654	0,2732	0,1793	0,2022	-0,2028	-0,0229	1,0000	8,1406
9	75	10	50	2	0,3654	0,2732	0,1793	0,2022	-0,2028	-0,0229	0,9999	8,1415	0,5026	0,4054	0,3031	0,2452	-0,2457	0,0579	1,0000	8,8819
10	75	10	20	0	0,0984	0,0018	-0,0941	0,2023	-0,2021	-0,2964	0,0103	0,1077	0,4342	0,3733	0,3128	0,5006	-0,5006	-0,1878	0,0163	0,1588
10	75	10	20	1	0,3424	0,2460	0,1488	0,2022	-0,2023	-0,0534	0,9997	8,4344	0,4257	0,3193	0,2111	0,2285	-0,2291	-0,0174	1,0000	9,2630
10	75	10	20	2	0,3416	0,2450	0,1478	0,2021	-0,2025	-0,0542	0,9995	8,4219	0,4850	0,3786	0,2678	0,2494	-0,2507	0,0184	1,0000	9,6536
10	75	10	30	0	0,0975	0,0017	-0,0944	0,2023	-0,2024	-0,2967	0,0107	0,0986	0,4465	0,3873	0,3281	0,5118	-0,5120	-0,1837	0,0150	0,1519
10	75	10	30	1	0,3421	0,2461	0,1490	0,2019	-0,2022	-0,0528	0,9998	8,4640	0,4328	0,3258	0,2164	0,2314	-0,2324	-0,0151	1,0000	9,2858
10	75	10	30	2	0,3421	0,2461	0,1490	0,2019	-0,2022	-0,0528	0,9998	8,4640	0,5107	0,4030	0,2910	0,2570	-0,2577	0,0340	1,0000	9,7585

Simulació 11

10	75	10	40	0	0,0981	0,0019	-0,0942	0,2023	-0,2022	-0,2965	0,0123	0,1061	0,4495	0,3904	0,3315	0,5145	-0,5145	-0,1830	0,0161	0,1582
10	75	10	40	1	0,3426	0,2458	0,1487	0,2022	-0,2022	-0,0536	0,9999	8,4370	0,4340	0,3262	0,2162	0,2325	-0,2328	-0,0163	1,0000	9,2744
10	75	10	40	2	0,3426	0,2458	0,1487	0,2022	-0,2022	-0,0536	0,9999	8,4370	0,5137	0,4054	0,2928	0,2582	-0,2590	0,0345	1,0000	9,7628
10	75	10	50	0	0,0979	0,0019	-0,0945	0,2023	-0,2020	-0,2968	0,0104	0,1127	0,4468	0,3874	0,3280	0,5120	-0,5121	-0,1840	0,0150	0,1592
10	75	10	50	1	0,3424	0,2461	0,1492	0,2020	-0,2025	-0,0528	0,9996	8,4464	0,4345	0,3265	0,2167	0,2325	-0,2333	-0,0157	1,0000	9,2818
10	75	10	50	2	0,3424	0,2461	0,1492	0,2020	-0,2025	-0,0528	0,9996	8,4464	0,5140	0,4057	0,2927	0,2577	-0,2595	0,0350	1,0000	9,7649
11	75	10	20	1	0,3447	0,2461	0,1464	0,2022	-0,2028	-0,0559	1,0000	9,3579	0,3455	0,2462	0,1457	0,2033	-0,2040	-0,0576	1,0000	9,3167
11	75	10	20	2	0,3315	0,2328	0,1323	0,2020	-0,2022	-0,0697	0,9994	8,9345	0,4696	0,3593	0,2439	0,2499	-0,2510	-0,0060	1,0000	10,4090
11	75	10	30	1	0,3447	0,2459	0,1458	0,2019	-0,2021	-0,0561	0,9996	9,3472	0,3447	0,2459	0,1458	0,2020	-0,2022	-0,0562	0,9995	9,3485
11	75	10	30	2	0,3447	0,2459	0,1458	0,2019	-0,2021	-0,0561	0,9996	9,3472	0,4760	0,3684	0,2554	0,2466	-0,2470	0,0088	1,0000	10,5720
11	75	10	40	1	0,3444	0,2460	0,1465	0,2019	-0,2020	-0,0555	0,9999	9,3625	0,3445	0,2460	0,1465	0,2019	-0,2020	-0,0555	0,9999	9,3611
11	75	10	40	2	0,3444	0,2460	0,1465	0,2019	-0,2020	-0,0555	0,9999	9,3625	0,4760	0,3688	0,2564	0,2459	-0,2467	0,0105	1,0000	10,5900
11	75	10	50	1	0,3443	0,2459	0,1464	0,2016	-0,2023	-0,0552	0,9999	9,3477	0,3443	0,2459	0,1464	0,2016	-0,2023	-0,0552	0,9999	9,3488
11	75	10	50	2	0,3443	0,2459	0,1464	0,2016	-0,2023	-0,0552	0,9999	9,3477	0,4757	0,3684	0,2565	0,2459	-0,2468	0,0106	1,0000	10,5860
12	75	10	20	1	0,3268	0,2256	0,1235	0,2021	-0,2021	-0,0787	0,9994	9,5360	0,3962	0,2854	0,1722	0,2258	-0,2261	-0,0536	1,0000	10,5360
12	75	10	20	2	0,3234	0,2223	0,1197	0,2022	-0,2021	-0,0825	0,9994	9,4006	0,4579	0,3441	0,2251	0,2502	-0,2505	-0,0251	1,0000	11,1480
12	75	10	30	1	0,3270	0,2254	0,1229	0,2021	-0,2023	-0,0792	0,9995	9,5323	0,4035	0,2906	0,1753	0,2292	-0,2297	-0,0539	0,9999	10,5740
12	75	10	30	2	0,3270	0,2254	0,1229	0,2021	-0,2023	-0,0792	0,9995	9,5323	0,4818	0,3660	0,2450	0,2553	-0,2559	-0,0104	1,0000	11,3640
12	75	10	40	1	0,3268	0,2255	0,1229	0,2025	-0,2022	-0,0795	0,9990	9,5174	0,4039	0,2911	0,1760	0,2296	-0,2298	-0,0536	1,0000	10,5580
12	75	10	40	2	0,3268	0,2255	0,1229	0,2025	-0,2022	-0,0795	0,9990	9,5174	0,4842	0,3685	0,2468	0,2576	-0,2573	-0,0108	1,0000	11,3550
12	75	10	50	1	0,3273	0,2255	0,1225	0,2024	-0,2019	-0,0799	0,9994	9,5244	0,4043	0,2911	0,1756	0,2296	-0,2299	-0,0540	1,0000	10,5610
12	75	10	50	2	0,3273	0,2255	0,1225	0,2024	-0,2019	-0,0799	0,9994	9,5244	0,4849	0,3685	0,2467	0,2576	-0,2580	-0,0109	1,0000	11,3620
13	75	10	20	1	0,3291	0,2257	0,1210	0,2019	-0,2022	-0,0809	0,9996	10,4160	0,3300	0,2258	0,1203	0,2030	-0,2033	-0,0826	0,9993	10,3730
13	75	10	20	2	0,3171	0,2131	0,1077	0,2024	-0,2017	-0,0947	0,9981	9,8556	0,4476	0,3295	0,2063	0,2503	-0,2510	-0,0440	1,0000	11,8200
13	75	10	30	1	0,3289	0,2257	0,1209	0,2025	-0,2020	-0,0816	0,9994	10,4040	0,3289	0,2257	0,1208	0,2026	-0,2020	-0,0817	0,9994	10,4050
13	75	10	30	2	0,3289	0,2257	0,1209	0,2025	-0,2020	-0,0816	0,9994	10,4040	0,4553	0,3403	0,2194	0,2473	-0,2481	-0,0278	1,0000	12,1010
13	75	10	40	1	0,3291	0,2255	0,1202	0,2019	-0,2025	-0,0817	0,9992	10,3860	0,3291	0,2255	0,1202	0,2019	-0,2025	-0,0817	0,9992	10,3940
13	75	10	40	2	0,3291	0,2255	0,1202	0,2019	-0,2025	-0,0817	0,9992	10,3860	0,4557	0,3403	0,2197	0,2470	-0,2480	-0,0273	1,0000	12,1110
13	75	10	50	1	0,3290	0,2255	0,1209	0,2022	-0,2026	-0,0813	0,9993	10,4030	0,3290	0,2255	0,1209	0,2022	-0,2026	-0,0813	0,9993	10,3980
13	75	10	50	2	0,3290	0,2255	0,1209	0,2022	-0,2026	-0,0813	0,9993	10,4030	0,4556	0,3404	0,2199	0,2473	-0,2480	-0,0274	1,0000	12,1030
14	75	10	20	1	0,3149	0,2093	0,1022	0,2023	-0,2024	-0,1001	0,9990	10,4770	0,3759	0,2600	0,1419	0,2243	-0,2248	-0,0823	0,9998	11,6460
14	75	10	20	2	0,3103	0,2044	0,0976	0,2022	-0,2022	-0,1047	0,9982	10,2360	0,4378	0,3168	0,1911	0,2504	-0,2511	-0,0593	0,9999	12,4680
14	75	10	30	1	0,3150	0,2093	0,1020	0,2017	-0,2021	-0,0997	0,9982	10,4980	0,3813	0,2644	0,1449	0,2268	-0,2271	-0,0819	0,9997	11,6870
14	75	10	30	2	0,3150	0,2093	0,1020	0,2017	-0,2021	-0,0997	0,9982	10,4980	0,4599	0,3378	0,2106	0,2547	-0,2554	-0,0441	0,9999	12,8190
14	75	10	40	1	0,3154	0,2097	0,1030	0,2022	-0,2024	-0,0992	0,9980	10,5000	0,3824	0,2650	0,1460	0,2275	-0,2276	-0,0815	0,9998	11,7130
14	75	10	40	2	0,3154	0,2097	0,1030	0,2022	-0,2024	-0,0992	0,9980	10,5000	0,4631	0,3405	0,2129	0,2566	-0,2573	-0,0438	1,0000	12,8340
14	75	10	50	1	0,3157	0,2094	0,1025	0,2019	-0,2026	-0,0995	0,9989	10,4890	0,3827	0,2649	0,1461	0,2272	-0,2279	-0,0811	0,9996	11,6780

Simulació 11

14	75	10	50	2	0,3157	0,2094	0,1025	0,2019	-0,2026	-0,0995	0,9989	10,4890	0,4636	0,3404	0,2121	0,2566	-0,2573	-0,0445	1,0000	12,8100
15	75	10	20	1	0,3169	0,2095	0,1004	0,2017	-0,2026	-0,1012	0,9990	11,3360	0,3177	0,2096	0,0996	0,2028	-0,2037	-0,1032	0,9986	11,2790
15	75	10	20	2	0,3051	0,1968	0,0878	0,2018	-0,2025	-0,1140	0,9975	10,6000	0,4302	0,3055	0,1758	0,2507	-0,2516	-0,0749	1,0000	13,0800
15	75	10	30	1	0,3169	0,2095	0,1004	0,2020	-0,2020	-0,1016	0,9988	11,3410	0,3170	0,2095	0,1003	0,2021	-0,2021	-0,1017	0,9989	11,3410
15	75	10	30	2	0,3169	0,2095	0,1004	0,2020	-0,2020	-0,1016	0,9988	11,3410	0,4390	0,3176	0,1903	0,2478	-0,2482	-0,0575	1,0000	13,5100
15	75	10	40	1	0,3168	0,2094	0,1000	0,2018	-0,2028	-0,1018	0,9983	11,3300	0,3168	0,2094	0,1000	0,2018	-0,2028	-0,1018	0,9985	11,3300
15	75	10	40	2	0,3168	0,2094	0,1000	0,2018	-0,2028	-0,1018	0,9983	11,3300	0,4392	0,3176	0,1904	0,2475	-0,2488	-0,0570	0,9999	13,5060
15	75	10	50	1	0,3174	0,2094	0,0998	0,2022	-0,2024	-0,1025	0,9981	11,3120	0,3174	0,2094	0,0998	0,2022	-0,2024	-0,1025	0,9984	11,3100
15	75	10	50	2	0,3174	0,2094	0,0998	0,2022	-0,2024	-0,1025	0,9981	11,3120	0,4388	0,3176	0,1903	0,2478	-0,2486	-0,0575	1,0000	13,4980
16	75	10	20	1	0,3065	0,1963	0,0852	0,2021	-0,2026	-0,1169	0,9977	11,3390	0,3597	0,2400	0,1182	0,2225	-0,2229	-0,1043	0,9998	12,6530
16	75	10	20	2	0,3002	0,1903	0,0793	0,2020	-0,2026	-0,1227	0,9959	10,9630	0,4228	0,2953	0,1630	0,2503	-0,2506	-0,0873	1,0000	13,6630
16	75	10	30	1	0,3066	0,1962	0,0848	0,2019	-0,2022	-0,1172	0,9974	11,3510	0,3647	0,2438	0,1210	0,2247	-0,2250	-0,1036	0,9995	12,6870
16	75	10	30	2	0,3066	0,1962	0,0848	0,2019	-0,2022	-0,1172	0,9974	11,3510	0,4431	0,3152	0,1813	0,2544	-0,2548	-0,0731	0,9999	14,1460
16	75	10	40	1	0,3063	0,1962	0,0850	0,2016	-0,2022	-0,1166	0,9965	11,3550	0,3653	0,2443	0,1209	0,2249	-0,2259	-0,1041	0,9995	12,6910
16	75	10	40	2	0,3063	0,1962	0,0850	0,2016	-0,2022	-0,1166	0,9965	11,3550	0,4462	0,3175	0,1833	0,2559	-0,2564	-0,0726	1,0000	14,1440
16	75	10	50	1	0,3060	0,1965	0,0853	0,2021	-0,2021	-0,1167	0,9963	11,3820	0,3648	0,2444	0,1211	0,2249	-0,2257	-0,1038	0,9997	12,7030
16	75	10	50	2	0,3060	0,1965	0,0853	0,2021	-0,2021	-0,1167	0,9963	11,3820	0,4457	0,3177	0,1832	0,2554	-0,2564	-0,0722	1,0000	14,1680
17	75	10	20	1	0,3074	0,1964	0,0836	0,2021	-0,2026	-0,1185	0,9970	12,1800	0,3081	0,1964	0,0829	0,2033	-0,2038	-0,1203	0,9969	12,1240
17	75	10	20	2	0,2948	0,1837	0,0707	0,2016	-0,2023	-0,1309	0,9932	11,3240	0,4158	0,2862	0,1504	0,2503	-0,2515	-0,0999	0,9993	14,2260
17	75	10	30	1	0,3077	0,1963	0,0837	0,2020	-0,2024	-0,1182	0,9980	12,1490	0,3078	0,1963	0,0837	0,2021	-0,2024	-0,1184	0,9982	12,1560
17	75	10	30	2	0,3077	0,1963	0,0837	0,2020	-0,2024	-0,1182	0,9980	12,1490	0,4262	0,2990	0,1663	0,2482	-0,2491	-0,0819	0,9998	14,7730
17	75	10	40	1	0,3074	0,1963	0,0841	0,2020	-0,2028	-0,1179	0,9980	12,1760	0,3074	0,1963	0,0841	0,2020	-0,2028	-0,1179	0,9975	12,1750
17	75	10	40	2	0,3074	0,1963	0,0841	0,2020	-0,2028	-0,1179	0,9980	12,1760	0,4256	0,2989	0,1666	0,2483	-0,2493	-0,0818	0,9999	14,7890
17	75	10	50	1	0,3073	0,1963	0,0838	0,2021	-0,2018	-0,1184	0,9967	12,1650	0,3073	0,1963	0,0838	0,2021	-0,2018	-0,1184	0,9970	12,1700
17	75	10	50	2	0,3073	0,1963	0,0838	0,2021	-0,2018	-0,1184	0,9967	12,1650	0,4258	0,2990	0,1664	0,2482	-0,2487	-0,0819	1,0000	14,8110
18	75	10	20	1	0,2987	0,1856	0,0708	0,2016	-0,2022	-0,1308	0,9969	12,1870	0,3469	0,2241	0,0990	0,2206	-0,2216	-0,1216	0,9991	13,5680
18	75	10	20	2	0,2919	0,1787	0,0643	0,2018	-0,2026	-0,1375	0,9920	11,6470	0,4099	0,2776	0,1393	0,2501	-0,2516	-0,1108	0,9993	14,7770
18	75	10	30	1	0,2989	0,1853	0,0711	0,2020	-0,2021	-0,1310	0,9961	12,1430	0,3509	0,2272	0,1013	0,2235	-0,2235	-0,1222	0,9989	13,5710
18	75	10	30	2	0,2989	0,1853	0,0711	0,2020	-0,2021	-0,1310	0,9961	12,1430	0,4289	0,2967	0,1587	0,2542	-0,2536	-0,0955	0,9998	15,3870
18	75	10	40	1	0,2986	0,1855	0,0715	0,2018	-0,2024	-0,1304	0,9957	12,1590	0,3516	0,2276	0,1018	0,2238	-0,2235	-0,1220	0,9991	13,6000
18	75	10	40	2	0,2986	0,1855	0,0715	0,2018	-0,2024	-0,1304	0,9957	12,1590	0,4320	0,2988	0,1601	0,2550	-0,2555	-0,0949	1,0000	15,4070
18	75	10	50	1	0,2985	0,1855	0,0707	0,2020	-0,2017	-0,1313	0,9969	12,1840	0,3515	0,2277	0,1014	0,2236	-0,2237	-0,1222	0,9992	13,6090
18	75	10	50	2	0,2985	0,1855	0,0707	0,2020	-0,2017	-0,1313	0,9969	12,1840	0,4322	0,2991	0,1602	0,2554	-0,2558	-0,0953	0,9998	15,4150
19	75	10	20	1	0,2997	0,1854	0,0696	0,2020	-0,2029	-0,1324	0,9959	12,9300	0,3005	0,1855	0,0688	0,2032	-0,2040	-0,1343	0,9956	12,8670
19	75	10	20	2	0,2878	0,1730	0,0566	0,2017	-0,2026	-0,1452	0,9922	11,9200	0,4039	0,2694	0,1294	0,2506	-0,2518	-0,1212	0,9994	15,2440
19	75	10	30	1	0,2998	0,1854	0,0699	0,2017	-0,2021	-0,1317	0,9966	12,9700	0,2999	0,1854	0,0699	0,2017	-0,2022	-0,1319	0,9962	12,9640
19	75	10	30	2	0,2998	0,1854	0,0699	0,2017	-0,2021	-0,1317	0,9966	12,9700	0,4149	0,2833	0,1456	0,2486	-0,2494	-0,1030	0,9999	15,9840



Simulació 11

19	75	10	40	1	0,2995	0,1855	0,0697	0,2022	-0,2023	-0,1325	0,9944	12,9520	0,2995	0,1855	0,0697	0,2023	-0,2023	-0,1325	0,9948	12,9550
19	75	10	40	2	0,2995	0,1855	0,0697	0,2022	-0,2023	-0,1325	0,9944	12,9520	0,4146	0,2833	0,1451	0,2484	-0,2494	-0,1034	0,9998	16,0060
19	75	10	50	1	0,3000	0,1854	0,0699	0,2020	-0,2021	-0,1321	0,9962	12,9380	0,3000	0,1854	0,0699	0,2020	-0,2021	-0,1321	0,9959	12,9370
19	75	10	50	2	0,3000	0,1854	0,0699	0,2020	-0,2021	-0,1321	0,9962	12,9380	0,4142	0,2832	0,1458	0,2481	-0,2488	-0,1023	0,9999	15,9980
20	75	10	20	1	0,2919	0,1760	0,0586	0,2019	-0,2023	-0,1433	0,9921	12,9260	0,3363	0,2106	0,0830	0,2203	-0,2203	-0,1373	0,9980	14,3460
20	75	10	20	2	0,2845	0,1685	0,0515	0,2022	-0,2021	-0,1507	0,9867	12,2450	0,3983	0,2621	0,1207	0,2505	-0,2508	-0,1299	0,9996	15,7310
20	75	10	30	1	0,2924	0,1762	0,0586	0,2017	-0,2026	-0,1431	0,9921	12,9320	0,3402	0,2136	0,0849	0,2220	-0,2224	-0,1372	0,9977	14,4340
20	75	10	30	2	0,2924	0,1762	0,0586	0,2017	-0,2026	-0,1431	0,9921	12,9320	0,4185	0,2814	0,1385	0,2534	-0,2539	-0,1149	0,9999	16,5350
20	75	10	40	1	0,2925	0,1762	0,0589	0,2017	-0,2023	-0,1428	0,9936	12,9320	0,3404	0,2139	0,0855	0,2217	-0,2227	-0,1362	0,9979	14,4400
20	75	10	40	2	0,2925	0,1762	0,0589	0,2017	-0,2023	-0,1428	0,9936	12,9320	0,4202	0,2833	0,1401	0,2543	-0,2553	-0,1141	0,9999	16,5910
20	75	10	50	1	0,2921	0,1762	0,0589	0,2020	-0,2025	-0,1431	0,9922	12,9480	0,3402	0,2138	0,0853	0,2226	-0,2227	-0,1373	0,9980	14,4470
20	75	10	50	2	0,2921	0,1762	0,0589	0,2020	-0,2025	-0,1431	0,9922	12,9480	0,4205	0,2833	0,1399	0,2552	-0,2555	-0,1153	1,0000	16,5730
21	75	10	20	1	0,2938	0,1762	0,0574	0,2020	-0,2025	-0,1446	0,9939	13,6960	0,2945	0,1762	0,0568	0,2032	-0,2036	-0,1464	0,9937	13,6210
21	75	10	20	2	0,2812	0,1638	0,0451	0,2020	-0,2021	-0,1568	0,9831	12,4700	0,3940	0,2556	0,1117	0,2512	-0,2518	-0,1395	0,9987	16,1700
21	75	10	50	1	0,2938	0,1762	0,0574	0,2020	-0,2025	-0,1446	0,9939	13,6960	0,2938	0,1762	0,0574	0,2020	-0,2025	-0,1446	0,9940	13,7040
21	75	10	50	2	0,2938	0,1762	0,0574	0,2020	-0,2025	-0,1446	0,9939	13,6960	0,4058	0,2699	0,1282	0,2489	-0,2494	-0,1206	0,9995	17,1100
22	75	10	20	1	0,2869	0,1683	0,0483	0,2017	-0,2020	-0,1534	0,9905	13,6650	0,3272	0,1994	0,0692	0,2192	-0,2193	-0,1500	0,9959	15,1700
22	75	10	20	2	0,2785	0,1601	0,0400	0,2017	-0,2021	-0,1618	0,9819	12,8480	0,3898	0,2493	0,1036	0,2513	-0,2514	-0,1477	0,9986	16,6590
22	75	10	50	1	0,2869	0,1683	0,0483	0,2017	-0,2020	-0,1534	0,9905	13,6650	0,3311	0,2023	0,0709	0,2212	-0,2212	-0,1503	0,9961	15,2330
22	75	10	50	2	0,2869	0,1683	0,0483	0,2017	-0,2020	-0,1534	0,9905	13,6650	0,4112	0,2700	0,1229	0,2550	-0,2552	-0,1322	0,9999	17,6630
23	75	10	20	1	0,2873	0,1683	0,0468	0,2018	-0,2020	-0,1550	0,9917	14,4200	0,2880	0,1683	0,0461	0,2030	-0,2031	-0,1569	0,9913	14,3490
23	75	10	20	2	0,2759	0,1563	0,0355	0,2017	-0,2020	-0,1662	0,9787	13,1350	0,3852	0,2435	0,0963	0,2511	-0,2512	-0,1548	0,9988	17,0910
23	75	10	50	1	0,2873	0,1683	0,0468	0,2018	-0,2020	-0,1550	0,9917	14,4200	0,2873	0,1683	0,0468	0,2018	-0,2020	-0,1550	0,9919	14,4280
23	75	10	50	2	0,2873	0,1683	0,0468	0,2018	-0,2020	-0,1550	0,9917	14,4200	0,3974	0,2582	0,1121	0,2487	-0,2492	-0,1366	0,9995	18,1790
24	75	10	20	1	0,2822	0,1611	0,0391	0,2019	-0,2024	-0,1628	0,9864	14,3270	0,3198	0,1894	0,0576	0,2187	-0,2188	-0,1610	0,9945	15,8610
24	75	10	20	2	0,2739	0,1526	0,0307	0,2018	-0,2025	-0,1711	0,9768	13,3740	0,3818	0,2377	0,0888	0,2508	-0,2516	-0,1621	0,9981	17,4880
24	75	10	50	1	0,2822	0,1611	0,0391	0,2019	-0,2024	-0,1628	0,9864	14,3270	0,3235	0,1920	0,0592	0,2207	-0,2208	-0,1615	0,9950	15,9330
24	75	10	50	2	0,2822	0,1611	0,0391	0,2019	-0,2024	-0,1628	0,9864	14,3270	0,4024	0,2579	0,1079	0,2544	-0,2551	-0,1466	0,9994	18,6590
25	75	10	20	1	0,2830	0,1611	0,0380	0,2018	-0,2020	-0,1638	0,9872	15,0560	0,2838	0,1611	0,0372	0,2030	-0,2032	-0,1657	0,9874	14,9660
25	75	10	20	2	0,2714	0,1493	0,0261	0,2018	-0,2023	-0,1756	0,9742	13,6680	0,3777	0,2327	0,0819	0,2507	-0,2515	-0,1688	0,9979	17,8830
25	75	10	50	1	0,2830	0,1611	0,0380	0,2018	-0,2020	-0,1638	0,9872	15,0560	0,2830	0,1611	0,0380	0,2018	-0,2020	-0,1638	0,9879	15,0630
25	75	10	50	2	0,2830	0,1611	0,0380	0,2018	-0,2020	-0,1638	0,9872	15,0560	0,3904	0,2477	0,0987	0,2491	-0,2499	-0,1503	0,9990	19,1720
26	75	10	20	1	0,2784	0,1550	0,0307	0,2021	-0,2022	-0,1714	0,9834	15,0260	0,3133	0,1810	0,0472	0,2180	-0,2182	-0,1707	0,9926	16,5760
26	75	10	20	2	0,2694	0,1461	0,0219	0,2015	-0,2019	-0,1796	0,9726	13,9250	0,3743	0,2277	0,0752	0,2505	-0,2509	-0,1753	0,9975	18,3120
26	75	10	50	1	0,2784	0,1550	0,0307	0,2021	-0,2022	-0,1714	0,9834	15,0260	0,3168	0,1834	0,0486	0,2197	-0,2199	-0,1711	0,9924	16,6520
26	75	10	50	2	0,2784	0,1550	0,0307	0,2021	-0,2022	-0,1714	0,9834	15,0260	0,3952	0,2478	0,0942	0,2542	-0,2544	-0,1600	0,9989	19,6570
27	75	10	20	1	0,2788	0,1549	0,0291	0,2020	-0,2024	-0,1728	0,9831	15,7310	0,2796	0,1549	0,0284	0,2032	-0,2035	-0,1748	0,9823	15,6360

Simulació 11

27	75	10	20	2	0,2674	0,1432	0,0179	0,2019	-0,2018	-0,1839	0,9657	14,1940	0,3712	0,2232	0,0693	0,2508	-0,2505	-0,1815	0,9961	18,7070
27	75	10	50	1	0,2788	0,1549	0,0291	0,2020	-0,2024	-0,1728	0,9831	15,7310	0,2788	0,1549	0,0291	0,2020	-0,2024	-0,1728	0,9829	15,7280
27	75	10	50	2	0,2788	0,1549	0,0291	0,2020	-0,2024	-0,1728	0,9831	15,7310	0,3843	0,2384	0,0860	0,2494	-0,2495	-0,1634	0,9984	20,1240
28	75	10	20	1	0,2743	0,1493	0,0231	0,2019	-0,2019	-0,1788	0,9768	15,6870	0,3070	0,1734	0,0376	0,2173	-0,2171	-0,1797	0,9898	17,2400
28	75	10	20	2	0,2652	0,1402	0,0137	0,2017	-0,2021	-0,1880	0,9642	14,4610	0,3681	0,2189	0,0639	0,2503	-0,2515	-0,1864	0,9967	19,0690
28	75	10	50	1	0,2743	0,1493	0,0231	0,2019	-0,2019	-0,1788	0,9768	15,6870	0,3101	0,1756	0,0389	0,2189	-0,2187	-0,1800	0,9898	17,3180
28	75	10	50	2	0,2743	0,1493	0,0231	0,2019	-0,2019	-0,1788	0,9768	15,6870	0,3883	0,2385	0,0824	0,2534	-0,2540	-0,1710	0,9980	20,6030
29	75	10	20	1	0,2751	0,1494	0,0221	0,2019	-0,2023	-0,1797	0,9817	16,3660	0,2759	0,1494	0,0215	0,2029	-0,2035	-0,1815	0,9787	16,2870
29	75	10	20	2	0,2639	0,1376	0,0101	0,2017	-0,2025	-0,1916	0,9606	14,7220	0,3656	0,2147	0,0585	0,2507	-0,2518	-0,1922	0,9957	19,4440
29	75	10	50	1	0,2751	0,1494	0,0221	0,2019	-0,2023	-0,1797	0,9817	16,3660	0,2751	0,1494	0,0221	0,2019	-0,2023	-0,1797	0,9811	16,3750
29	75	10	50	2	0,2751	0,1494	0,0221	0,2019	-0,2023	-0,1797	0,9817	16,3660	0,3787	0,2302	0,0754	0,2492	-0,2503	-0,1738	0,9977	21,0540
30	75	10	20	1	0,2715	0,1445	0,0167	0,2011	-0,2018	-0,1844	0,9771	16,3610	0,3022	0,1668	0,0296	0,2158	-0,2167	-0,1862	0,9878	17,9220
30	75	10	20	2	0,2621	0,1350	0,0068	0,2011	-0,2016	-0,1943	0,9537	15,0060	0,3624	0,2109	0,0538	0,2504	-0,2514	-0,1966	0,9936	19,8340
30	75	10	50	1	0,2715	0,1445	0,0167	0,2011	-0,2018	-0,1844	0,9771	16,3610	0,3051	0,1688	0,0307	0,2173	-0,2182	-0,1866	0,9881	18,0090
31	75	10	20	1	0,2716	0,1444	0,0147	0,2014	-0,2020	-0,1867	0,9770	17,0770	0,2724	0,1444	0,0138	0,2026	-0,2030	-0,1888	0,9767	16,9830
31	75	10	20	2	0,2604	0,1327	0,0034	0,2016	-0,2020	-0,1982	0,9498	15,2510	0,3602	0,2071	0,0481	0,2507	-0,2510	-0,2026	0,9928	20,2210
31	75	10	50	1	0,2716	0,1444	0,0147	0,2014	-0,2020	-0,1867	0,9770	17,0770	0,2716	0,1444	0,0147	0,2014	-0,2020	-0,1867	0,9777	17,0770
31	75	10	50	2	0,2716	0,1444	0,0147	0,2014	-0,2020	-0,1867	0,9770	17,0770	0,3738	0,2228	0,0656	0,2490	-0,2497	-0,1835	0,9973	21,9610
32	75	10	20	1	0,2683	0,1400	0,0103	0,2013	-0,2022	-0,1910	0,9714	17,0340	0,2982	0,1608	0,0219	0,2154	-0,2165	-0,1935	0,9854	18,6160
32	75	10	20	2	0,2591	0,1304	0,0005	0,2013	-0,2020	-0,2008	0,9525	15,5240	0,3581	0,2039	0,0439	0,2502	-0,2519	-0,2062	0,9931	20,5910
32	75	10	50	1	0,2683	0,1400	0,0103	0,2013	-0,2022	-0,1910	0,9714	17,0340	0,3010	0,1628	0,0229	0,2169	-0,2179	-0,1939	0,9867	18,6980
32	75	10	50	2	0,2683	0,1400	0,0103	0,2013	-0,2022	-0,1910	0,9714	17,0340	0,3781	0,2230	0,0622	0,2528	-0,2540	-0,1906	0,9966	22,4440
33	75	10	20	1	0,2691	0,1400	0,0095	0,2018	-0,2015	-0,1923	0,9703	17,6840	0,2700	0,1400	0,0086	0,2029	-0,2028	-0,1943	0,9709	17,5800
33	75	10	20	2	0,2580	0,1283	-0,0021	0,2016	-0,2019	-0,2037	0,9420	15,8120	0,3563	0,2003	0,0393	0,2504	-0,2518	-0,2111	0,9929	20,9170
33	75	10	50	1	0,2691	0,1400	0,0095	0,2018	-0,2015	-0,1923	0,9703	17,6840	0,2691	0,1400	0,0095	0,2018	-0,2015	-0,1923	0,9721	17,6890
33	75	10	50	2	0,2691	0,1400	0,0095	0,2018	-0,2015	-0,1923	0,9703	17,6840	0,3694	0,2161	0,0563	0,2493	-0,2501	-0,1931	0,9969	22,8740
34	75	10	20	1	0,2655	0,1359	0,0046	0,2015	-0,2018	-0,1969	0,9659	17,6840	0,2938	0,1554	0,0151	0,2150	-0,2159	-0,1999	0,9838	19,2670
34	75	10	20	2	0,2562	0,1263	-0,0049	0,2013	-0,2017	-0,2062	0,9432	16,0580	0,3537	0,1973	0,0355	0,2508	-0,2510	-0,2153	0,9909	21,3020
34	75	10	50	1	0,2655	0,1359	0,0046	0,2015	-0,2018	-0,1969	0,9659	17,6840	0,2965	0,1572	0,0161	0,2162	-0,2172	-0,2001	0,9839	19,3560
34	75	10	50	2	0,2655	0,1359	0,0046	0,2015	-0,2018	-0,1969	0,9659	17,6840	0,3724	0,2161	0,0533	0,2527	-0,2534	-0,1994	0,9965	23,3030
35	75	10	20	1	0,2663	0,1357	0,0035	0,2016	-0,2014	-0,1981	0,9662	18,2840	0,2671	0,1357	0,0027	0,2028	-0,2025	-0,2001	0,9641	18,1670
35	75	10	20	2	0,2550	0,1240	-0,0084	0,2015	-0,2019	-0,2099	0,9378	16,3110	0,3517	0,1939	0,0306	0,2503	-0,2513	-0,2197	0,9895	21,6330
35	75	10	50	1	0,2663	0,1357	0,0035	0,2016	-0,2014	-0,1981	0,9662	18,2840	0,2663	0,1357	0,0035	0,2016	-0,2014	-0,1981	0,9665	18,2710
35	75	10	50	2	0,2663	0,1357	0,0035	0,2016	-0,2014	-0,1981	0,9662	18,2840	0,3656	0,2098	0,0476	0,2493	-0,2501	-0,2017	0,9960	23,7010
36	75	10	20	1	0,2635	0,1320	-0,0003	0,2014	-0,2017	-0,2018	0,9635	18,2780	0,2902	0,1504	0,0089	0,2151	-0,2156	-0,2062	0,9767	19,8650
36	75	10	20	2	0,2538	0,1221	-0,0103	0,2014	-0,2018	-0,2118	0,9336	16,5460	0,3493	0,1909	0,0267	0,2506	-0,2516	-0,2239	0,9889	21,9250
36	75	10	50	1	0,2635	0,1320	-0,0003	0,2014	-0,2017	-0,2018	0,9635	18,2780	0,2926	0,1521	0,0097	0,2163	-0,2168	-0,2066	0,9776	19,9510

Simulació 11

36	75	10	50	2	0,2635	0,1320	-0,0003	0,2014	-0,2017	-0,2018	0,9635	18,2780	0,3687	0,2098	0,0449	0,2531	-0,2536	-0,2082	0,9947	24,0960
37	75	10	20	1	0,2641	0,1320	-0,0016	0,2011	-0,2021	-0,2026	0,9652	18,9540	0,2649	0,1320	-0,0024	0,2022	-0,2032	-0,2046	0,9618	18,8460
37	75	10	20	2	0,2529	0,1205	-0,0129	0,2013	-0,2017	-0,2142	0,9301	16,8480	0,3478	0,1884	0,0236	0,2510	-0,2511	-0,2274	0,9879	22,3100
37	75	10	50	1	0,2641	0,1320	-0,0016	0,2011	-0,2021	-0,2026	0,9652	18,9540	0,2641	0,1320	-0,0016	0,2011	-0,2021	-0,2026	0,9637	18,9480
37	75	10	50	2	0,2641	0,1320	-0,0016	0,2011	-0,2021	-0,2026	0,9652	18,9540	0,3619	0,2043	0,0408	0,2497	-0,2499	-0,2089	0,9959	24,5310
38	75	10	20	1	0,2613	0,1286	-0,0058	0,2013	-0,2017	-0,2071	0,9579	18,9260	0,2867	0,1460	0,0032	0,2143	-0,2149	-0,2111	0,9746	20,5140
38	75	10	20	2	0,2517	0,1188	-0,0156	0,2015	-0,2019	-0,2171	0,9232	17,1470	0,3464	0,1857	0,0196	0,2505	-0,2507	-0,2309	0,9876	22,6700
38	75	10	50	1	0,2613	0,1286	-0,0058	0,2013	-0,2017	-0,2071	0,9579	18,9260	0,2890	0,1475	0,0040	0,2154	-0,2161	-0,2114	0,9745	20,6090
38	75	10	50	2	0,2613	0,1286	-0,0058	0,2013	-0,2017	-0,2071	0,9579	18,9260	0,3649	0,2042	0,0374	0,2526	-0,2533	-0,2152	0,9945	24,9710
39	75	10	20	1	0,2615	0,1285	-0,0061	0,2011	-0,2017	-0,2073	0,9575	19,5640	0,2623	0,1285	-0,0070	0,2023	-0,2028	-0,2093	0,9546	19,4430
39	75	10	20	2	0,2503	0,1170	-0,0175	0,2010	-0,2016	-0,2185	0,9228	17,3520	0,3440	0,1830	0,0162	0,2505	-0,2511	-0,2342	0,9867	23,0070
39	75	10	50	1	0,2615	0,1285	-0,0061	0,2011	-0,2017	-0,2073	0,9575	19,5640	0,2615	0,1285	-0,0061	0,2011	-0,2017	-0,2073	0,9572	19,5580
39	75	10	50	2	0,2615	0,1285	-0,0061	0,2011	-0,2017	-0,2073	0,9575	19,5640	0,3580	0,1989	0,0340	0,2491	-0,2499	-0,2151	0,9947	25,3590
40	75	10	20	1	0,2593	0,1253	-0,0099	0,2011	-0,2018	-0,2110	0,9500	19,5770	0,2837	0,1418	-0,0021	0,2139	-0,2142	-0,2161	0,9676	21,1600
40	75	10	20	2	0,2496	0,1155	-0,0199	0,2011	-0,2020	-0,2210	0,9172	17,6800	0,3422	0,1806	0,0127	0,2501	-0,2509	-0,2374	0,9843	23,3590
40	75	10	50	1	0,2593	0,1253	-0,0099	0,2011	-0,2018	-0,2110	0,9500	19,5770	0,2859	0,1433	-0,0014	0,2151	-0,2153	-0,2165	0,9699	21,2560
40	75	10	50	2	0,2593	0,1253	-0,0099	0,2011	-0,2018	-0,2110	0,9500	19,5770	0,3609	0,1989	0,0304	0,2522	-0,2531	-0,2218	0,9928	25,7720
40	75	10	50	2	0,2598	0,1253	-0,0103	0,2010	-0,2016	-0,2112	0,9547	19,5560	0,3618	0,1989	0,0301	0,2519	-0,2529	-0,2219	0,9943	25,7850
41	75	10	20	1	0,2603	0,1253	-0,0101	0,2013	-0,2013	-0,2114	0,9573	20,1430	0,2611	0,1253	-0,0109	0,2024	-0,2024	-0,2133	0,9554	20,0380
41	75	10	20	2	0,2484	0,1138	-0,0222	0,2010	-0,2018	-0,2232	0,9159	17,8760	0,3414	0,1781	0,0098	0,2504	-0,2509	-0,2406	0,9828	23,6510
41	75	10	50	1	0,2603	0,1253	-0,0101	0,2013	-0,2013	-0,2114	0,9573	20,1430	0,2603	0,1253	-0,0101	0,2013	-0,2013	-0,2114	0,9578	20,1540
41	75	10	50	2	0,2603	0,1253	-0,0101	0,2013	-0,2013	-0,2114	0,9573	20,1430	0,3551	0,1941	0,0274	0,2494	-0,2494	-0,2220	0,9924	26,1600
42	75	10	20	1	0,2574	0,1224	-0,0144	0,2010	-0,2017	-0,2154	0,9466	20,2270	0,2808	0,1380	-0,0072	0,2137	-0,2145	-0,2209	0,9672	21,8060
42	75	10	20	2	0,2472	0,1123	-0,0241	0,2016	-0,2015	-0,2257	0,9061	18,1760	0,3394	0,1759	0,0063	0,2507	-0,2506	-0,2444	0,9828	24,0440
42	75	10	50	1	0,2574	0,1224	-0,0144	0,2010	-0,2017	-0,2154	0,9466	20,2270	0,2829	0,1394	-0,0065	0,2147	-0,2156	-0,2212	0,9679	21,9100
42	75	10	50	2	0,2574	0,1224	-0,0144	0,2010	-0,2017	-0,2154	0,9466	20,2270	0,3578	0,1942	0,0239	0,2523	-0,2528	-0,2284	0,9927	26,6470
43	75	10	20	1	0,2583	0,1223	-0,0146	0,2009	-0,2015	-0,2155	0,9552	20,8220	0,2591	0,1223	-0,0154	0,2021	-0,2026	-0,2175	0,9533	20,7090
43	75	10	20	2	0,2474	0,1110	-0,0261	0,2013	-0,2016	-0,2274	0,9075	18,4850	0,3388	0,1736	0,0034	0,2510	-0,2513	-0,2476	0,9792	24,3550
43	75	10	50	1	0,2583	0,1223	-0,0146	0,2009	-0,2015	-0,2155	0,9552	20,8220	0,2583	0,1223	-0,0146	0,2009	-0,2015	-0,2155	0,9556	20,8320
43	75	10	50	2	0,2583	0,1223	-0,0146	0,2009	-0,2015	-0,2155	0,9552	20,8220	0,3529	0,1896	0,0205	0,2493	-0,2504	-0,2288	0,9909	26,9970
44	75	10	20	1	0,2556	0,1196	-0,0182	0,2011	-0,2016	-0,2194	0,9452	20,8710	0,2785	0,1344	-0,0119	0,2132	-0,2139	-0,2251	0,9655	22,4200
44	75	10	20	2	0,2458	0,1097	-0,0283	0,2006	-0,2014	-0,2289	0,9070	18,7310	0,3365	0,1715	0,0009	0,2502	-0,2511	-0,2493	0,9813	24,7070
44	75	10	50	1	0,2556	0,1196	-0,0182	0,2011	-0,2016	-0,2194	0,9452	20,8710	0,2806	0,1358	-0,0111	0,2143	-0,2148	-0,2254	0,9670	22,5270
44	75	10	50	2	0,2556	0,1196	-0,0182	0,2011	-0,2016	-0,2194	0,9452	20,8710	0,3552	0,1896	0,0180	0,2520	-0,2533	-0,2340	0,9916	27,4310
45	75	10	20	1	0,2565	0,1195	-0,0188	0,2015	-0,2017	-0,2204	0,9483	21,4480	0,2573	0,1195	-0,0196	0,2027	-0,2029	-0,2223	0,9435	21,3360
45	75	10	20	2	0,2452	0,1082	-0,0304	0,2015	-0,2020	-0,2318	0,8937	18,9600	0,3356	0,1693	-0,0025	0,2506	-0,2511	-0,2530	0,9763	25,0220
45	75	10	50	1	0,2565	0,1195	-0,0188	0,2015	-0,2017	-0,2204	0,9483	21,4480	0,2565	0,1195	-0,0188	0,2015	-0,2017	-0,2204	0,9468	21,4550

Simulació 11

45	75	10	50	2	0,2565	0,1195	-0,0188	0,2015	-0,2017	-0,2204	0,9483	21,4480	0,3495	0,1854	0,0144	0,2497	-0,2505	-0,2353	0,9896	27,8200
46	75	10	20	1	0,2545	0,1170	-0,0217	0,2009	-0,2015	-0,2226	0,9413	21,4630	0,2764	0,1312	-0,0157	0,2129	-0,2135	-0,2286	0,9614	23,0450
46	75	10	20	2	0,2450	0,1071	-0,0314	0,2013	-0,2015	-0,2326	0,8978	19,2680	0,3340	0,1675	-0,0046	0,2501	-0,2506	-0,2547	0,9756	25,4160
46	75	10	50	1	0,2545	0,1170	-0,0217	0,2009	-0,2015	-0,2226	0,9413	21,4630	0,2782	0,1325	-0,0151	0,2138	-0,2145	-0,2290	0,9612	23,1690
46	75	10	50	2	0,2545	0,1170	-0,0217	0,2009	-0,2015	-0,2226	0,9413	21,4630	0,3518	0,1854	0,0124	0,2518	-0,2527	-0,2393	0,9888	28,2240
47	75	10	20	1	0,2550	0,1169	-0,0225	0,2013	-0,2019	-0,2238	0,9410	22,1160	0,2558	0,1169	-0,0233	0,2025	-0,2029	-0,2258	0,9411	22,0000
47	75	10	20	2	0,2436	0,1056	-0,0337	0,2015	-0,2015	-0,2352	0,8917	19,5040	0,3329	0,1654	-0,0072	0,2507	-0,2512	-0,2579	0,9747	25,6750
47	75	10	50	1	0,2550	0,1169	-0,0225	0,2013	-0,2019	-0,2238	0,9410	22,1160	0,2550	0,1169	-0,0225	0,2013	-0,2019	-0,2238	0,9416	22,1210
47	75	10	50	2	0,2550	0,1169	-0,0225	0,2013	-0,2019	-0,2238	0,9410	22,1160	0,3473	0,1813	0,0099	0,2491	-0,2506	-0,2393	0,9891	28,6440
48	75	10	20	1	0,2529	0,1145	-0,0248	0,2013	-0,2016	-0,2261	0,9314	22,1460	0,2744	0,1281	-0,0191	0,2129	-0,2134	-0,2320	0,9563	23,6680
48	75	10	20	2	0,2429	0,1044	-0,0352	0,2012	-0,2016	-0,2364	0,8900	19,7830	0,3317	0,1635	-0,0103	0,2503	-0,2507	-0,2606	0,9718	26,0220
48	75	10	50	1	0,2529	0,1145	-0,0248	0,2013	-0,2016	-0,2261	0,9314	22,1460	0,2762	0,1293	-0,0184	0,2137	-0,2143	-0,2322	0,9573	23,7970
48	75	10	50	2	0,2529	0,1145	-0,0248	0,2013	-0,2016	-0,2261	0,9314	22,1460	0,3497	0,1813	0,0069	0,2519	-0,2523	-0,2450	0,9879	29,0070
49	75	10	20	1	0,2535	0,1145	-0,0257	0,2011	-0,2014	-0,2267	0,9381	22,7610	0,2543	0,1145	-0,0265	0,2023	-0,2024	-0,2288	0,9348	22,6230
49	75	10	20	2	0,2426	0,1034	-0,0371	0,2011	-0,2015	-0,2382	0,8864	20,0930	0,3309	0,1618	-0,0124	0,2499	-0,2509	-0,2623	0,9715	26,4000
49	75	10	50	1	0,2535	0,1145	-0,0257	0,2011	-0,2014	-0,2267	0,9381	22,7610	0,2535	0,1145	-0,0257	0,2011	-0,2014	-0,2267	0,9376	22,7520
49	75	10	50	2	0,2535	0,1145	-0,0257	0,2011	-0,2014	-0,2267	0,9381	22,7610	0,3448	0,1778	0,0045	0,2487	-0,2502	-0,2443	0,9885	29,4260
50	75	10	20	1	0,2517	0,1122	-0,0289	0,2014	-0,2014	-0,2303	0,9294	22,7970	0,2726	0,1252	-0,0236	0,2127	-0,2129	-0,2363	0,9499	24,3910
50	75	10	20	2	0,2419	0,1022	-0,0385	0,2008	-0,2017	-0,2393	0,8857	20,3370	0,3297	0,1600	-0,0149	0,2503	-0,2510	-0,2652	0,9708	26,7010
50	75	10	50	1	0,2517	0,1122	-0,0289	0,2014	-0,2014	-0,2303	0,9294	22,7970	0,2742	0,1264	-0,0231	0,2136	-0,2139	-0,2367	0,9514	24,5030
50	75	10	50	2	0,2517	0,1122	-0,0289	0,2014	-0,2014	-0,2303	0,9294	22,7970	0,3475	0,1777	0,0019	0,2519	-0,2523	-0,2501	0,9877	29,8110
51	75	10	20	2	0,2412	0,1011	-0,0401	0,2013	-0,2012	-0,2414	0,8778	20,6170	0,3289	0,1582	-0,0174	0,2502	-0,2510	-0,2676	0,9678	27,0270
51	75	10	50	2	0,2524	0,1121	-0,0296	0,2012	-0,2014	-0,2308	0,9325	23,3780	0,3430	0,1742	-0,0004	0,2493	-0,2502	-0,2497	0,9886	30,1980
52	75	10	20	2	0,2408	0,1000	-0,0420	0,2011	-0,2012	-0,2431	0,8791	20,9570	0,3276	0,1567	-0,0200	0,2501	-0,2510	-0,2701	0,9703	27,4140
52	75	10	50	2	0,2504	0,1100	-0,0321	0,2011	-0,2013	-0,2332	0,9238	23,4560	0,3451	0,1742	-0,0030	0,2517	-0,2518	-0,2547	0,9854	30,6180
53	75	10	20	2	0,2401	0,0989	-0,0436	0,2009	-0,2016	-0,2445	0,8788	21,1960	0,3266	0,1550	-0,0225	0,2500	-0,2512	-0,2725	0,9674	27,6910
53	75	10	50	2	0,2513	0,1100	-0,0330	0,2009	-0,2013	-0,2339	0,9275	24,0280	0,3408	0,1709	-0,0053	0,2489	-0,2501	-0,2542	0,9870	30,9920
54	75	10	20	2	0,2396	0,0982	-0,0447	0,2014	-0,2014	-0,2461	0,8696	21,5060	0,3255	0,1538	-0,0239	0,2503	-0,2509	-0,2742	0,9640	28,0860
54	75	10	50	2	0,2497	0,1081	-0,0347	0,2009	-0,2017	-0,2357	0,9218	24,1160	0,3434	0,1710	-0,0075	0,2515	-0,2524	-0,2590	0,9840	31,4500
55	75	10	20	2	0,2392	0,0971	-0,0458	0,2014	-0,2010	-0,2472	0,8656	21,7950	0,3247	0,1521	-0,0251	0,2505	-0,2506	-0,2756	0,9597	28,4150
55	75	10	50	2	0,2498	0,1080	-0,0350	0,2012	-0,2015	-0,2362	0,9274	24,6710	0,3391	0,1678	-0,0094	0,2497	-0,2502	-0,2590	0,9830	31,7850
56	75	10	20	2	0,2384	0,0961	-0,0476	0,2009	-0,2012	-0,2484	0,8686	22,0440	0,3242	0,1505	-0,0281	0,2501	-0,2511	-0,2782	0,9623	28,7100
56	75	10	50	2	0,2484	0,1060	-0,0377	0,2008	-0,2010	-0,2385	0,9209	24,7580	0,3411	0,1678	-0,0116	0,2513	-0,2522	-0,2629	0,9833	32,2040
57	75	10	20	2	0,2377	0,0953	-0,0491	0,2007	-0,2013	-0,2499	0,8620	22,4010	0,3229	0,1492	-0,0308	0,2497	-0,2505	-0,2804	0,9625	29,1470
57	75	10	50	2	0,2485	0,1061	-0,0379	0,2010	-0,2015	-0,2389	0,9228	25,3800	0,3370	0,1649	-0,0139	0,2490	-0,2500	-0,2629	0,9819	32,6350
58	75	10	20	2	0,2381	0,0943	-0,0494	0,2009	-0,2011	-0,2503	0,8587	22,6370	0,3222	0,1476	-0,0319	0,2498	-0,2508	-0,2817	0,9613	29,3930

Simulació 11

58	75	10	2	0,2477	0,1043	-0,0402	0,2004	-0,2010	-0,2406	0,9159	25,4500	0,3394	0,1648	-0,0151	0,2506	-0,2517	-0,2658	0,9824	32,9810
59	75	10	2	0,2374	0,0936	-0,0511	0,2012	-0,2014	-0,2523	0,8648	22,9780	0,3217	0,1466	-0,0336	0,2502	-0,2506	-0,2838	0,9571	29,7960
59	75	10	2	0,2470	0,1043	-0,0404	0,2010	-0,2015	-0,2414	0,9142	26,0290	0,3357	0,1621	-0,0173	0,2494	-0,2499	-0,2667	0,9819	33,3970
60	75	10	2	0,2363	0,0925	-0,0527	0,2006	-0,2011	-0,2533	0,8601	23,1980	0,3201	0,1450	-0,0359	0,2499	-0,2502	-0,2858	0,9583	30,1070
60	75	10	2	0,2458	0,1024	-0,0431	0,2008	-0,2011	-0,2439	0,9073	26,1170	0,3365	0,1620	-0,0194	0,2512	-0,2517	-0,2706	0,9765	33,7950
61	75	10	2	0,2363	0,0918	-0,0537	0,2007	-0,2011	-0,2544	0,8556	23,5570	0,3207	0,1438	-0,0376	0,2498	-0,2508	-0,2874	0,9576	30,4490
61	75	10	2	0,2465	0,1025	-0,0426	0,2008	-0,2011	-0,2434	0,9150	26,7270	0,3344	0,1595	-0,0206	0,2489	-0,2498	-0,2695	0,9795	34,2420
62	75	10	2	0,2354	0,0909	-0,0549	0,2004	-0,2013	-0,2554	0,8471	23,8550	0,3193	0,1425	-0,0387	0,2496	-0,2506	-0,2884	0,9508	30,7900
62	75	10	2	0,2454	0,1007	-0,0447	0,2005	-0,2011	-0,2452	0,9061	26,7590	0,3359	0,1594	-0,0222	0,2510	-0,2515	-0,2732	0,9790	34,5900
63	75	10	2	0,2358	0,0902	-0,0560	0,2010	-0,2009	-0,2570	0,8444	24,1190	0,3187	0,1413	-0,0412	0,2499	-0,2505	-0,2911	0,9526	31,1330
63	75	10	2	0,2458	0,1008	-0,0457	0,2007	-0,2009	-0,2464	0,9116	27,3310	0,3329	0,1568	-0,0242	0,2488	-0,2498	-0,2730	0,9783	34,9610
64	75	10	2	0,2349	0,0894	-0,0573	0,2006	-0,2014	-0,2579	0,8463	24,4410	0,3181	0,1401	-0,0430	0,2497	-0,2505	-0,2927	0,9509	31,4700
64	75	10	2	0,2448	0,0992	-0,0478	0,2002	-0,2008	-0,2480	0,9049	27,3840	0,3345	0,1568	-0,0268	0,2507	-0,2516	-0,2775	0,9784	35,3340
65	75	10	2	0,2348	0,0887	-0,0586	0,2010	-0,2010	-0,2596	0,8433	24,7460	0,3168	0,1390	-0,0444	0,2502	-0,2509	-0,2946	0,9440	31,8450
65	75	10	2	0,2449	0,0992	-0,0482	0,2009	-0,2013	-0,2491	0,9011	28,0250	0,3308	0,1544	-0,0282	0,2492	-0,2503	-0,2775	0,9760	35,7880
66	75	10	2	0,2341	0,0880	-0,0592	0,2004	-0,2014	-0,2596	0,8469	25,0580	0,3165	0,1377	-0,0459	0,2497	-0,2499	-0,2956	0,9477	32,1890
66	75	10	2	0,2439	0,0978	-0,0495	0,2007	-0,2013	-0,2501	0,9029	28,1970	0,3329	0,1545	-0,0298	0,2511	-0,2517	-0,2808	0,9742	36,2330
67	75	10	2	0,2338	0,0873	-0,0599	0,2006	-0,2010	-0,2605	0,8393	25,3350	0,3163	0,1368	-0,0472	0,2495	-0,2505	-0,2968	0,9507	32,5430
67	75	10	2	0,2443	0,0977	-0,0500	0,2003	-0,2010	-0,2503	0,9031	28,7220	0,3300	0,1522	-0,0316	0,2484	-0,2500	-0,2800	0,9750	36,5800
68	75	10	2	0,2336	0,0865	-0,0617	0,2005	-0,2008	-0,2622	0,8385	25,6320	0,3151	0,1355	-0,0489	0,2497	-0,2502	-0,2986	0,9458	32,8380
68	75	10	2	0,2432	0,0963	-0,0520	0,2006	-0,2009	-0,2526	0,8973	28,8100	0,3317	0,1521	-0,0329	0,2504	-0,2513	-0,2833	0,9740	36,9390
69	75	10	2	0,2335	0,0860	-0,0622	0,2008	-0,2006	-0,2630	0,8313	25,9460	0,3144	0,1348	-0,0507	0,2499	-0,2503	-0,3006	0,9406	33,2840
69	75	10	2	0,2437	0,0963	-0,0519	0,2005	-0,2007	-0,2524	0,9033	29,4130	0,3281	0,1500	-0,0345	0,2493	-0,2493	-0,2839	0,9696	37,4090
70	75	10	2	0,2330	0,0852	-0,0639	0,2004	-0,2008	-0,2643	0,8335	26,2580	0,3133	0,1334	-0,0524	0,2496	-0,2503	-0,3020	0,9394	33,5540
70	75	10	2	0,2427	0,0949	-0,0539	0,2002	-0,2006	-0,2541	0,8966	29,4950	0,3298	0,1499	-0,0362	0,2503	-0,2513	-0,2865	0,9732	37,7920
71	75	10	2	0,2430	0,0950	-0,0541	0,2005	-0,2007	-0,2546	0,8979	30,1210	0,3272	0,1479	-0,0374	0,2482	-0,2491	-0,2857	0,9751	38,1910
72	75	10	2	0,2412	0,0936	-0,0561	0,2006	-0,2006	-0,2568	0,8870	30,1900	0,3288	0,1478	-0,0388	0,2507	-0,2510	-0,2895	0,9694	38,5830
73	75	10	2	0,2424	0,0936	-0,0560	0,2004	-0,2008	-0,2564	0,8921	30,7850	0,3264	0,1459	-0,0401	0,2485	-0,2493	-0,2886	0,9706	39,0190
74	75	10	2	0,2409	0,0923	-0,0578	0,2006	-0,2005	-0,2584	0,8881	30,9620	0,3277	0,1458	-0,0423	0,2503	-0,2512	-0,2926	0,9722	39,3950
75	75	10	2	0,2412	0,0923	-0,0579	0,2004	-0,2010	-0,2583	0,8860	31,5180	0,3251	0,1438	-0,0438	0,2490	-0,2496	-0,2929	0,9689	39,8310
76	75	10	2	0,2405	0,0911	-0,0594	0,2003	-0,2005	-0,2597	0,8896	31,6700	0,3268	0,1438	-0,0444	0,2498	-0,2506	-0,2943	0,9685	40,2350
77	75	10	2	0,2411	0,0912	-0,0594	0,2001	-0,2005	-0,2595	0,8896	32,2350	0,3237	0,1420	-0,0452	0,2484	-0,2491	-0,2936	0,9685	40,6610
78	75	10	2	0,2399	0,0900	-0,0610	0,2002	-0,2006	-0,2612	0,8822	32,3570	0,3259	0,1421	-0,0468	0,2507	-0,2506	-0,2974	0,9661	41,0840
79	75	10	2	0,2398	0,0900	-0,0615	0,2000	-0,2007	-0,2615	0,8870	32,9180	0,3224	0,1402	-0,0479	0,2486	-0,2490	-0,2965	0,9668	41,4820
80	75	10	2	0,2395	0,0888	-0,0628	0,2006	-0,2008	-0,2634	0,8758	33,0390	0,3247	0,1401	-0,0498	0,2501	-0,2509	-0,3000	0,9663	41,8420
81	75	10	2	0,2395	0,0889	-0,0630	0,2003	-0,2009	-0,2633	0,8808	33,6600	0,3225	0,1385	-0,0506	0,2487	-0,2487	-0,2993	0,9657	42,2580

Simulació 11

82	75	10	50	2	0,2389	0,0877	-0,0647	0,2003	-0,2007	-0,2650	0,8769	33,7720	0,3238	0,1384	-0,0520	0,2498	-0,2507	-0,3018	0,9648	42,6750
83	75	10	50	2	0,2385	0,0878	-0,0642	0,2003	-0,2002	-0,2646	0,8792	34,3480	0,3212	0,1368	-0,0523	0,2483	-0,2492	-0,3006	0,9621	43,0310
84	75	10	50	2	0,2382	0,0867	-0,0659	0,2004	-0,2007	-0,2662	0,8760	34,4840	0,3221	0,1368	-0,0545	0,2504	-0,2508	-0,3049	0,9620	43,4690
85	75	10	50	2	0,2386	0,0866	-0,0665	0,1999	-0,2004	-0,2664	0,8776	35,0350	0,3196	0,1351	-0,0551	0,2490	-0,2495	-0,3041	0,9591	43,8650
86	75	10	50	2	0,2380	0,0857	-0,0678	0,2001	-0,2005	-0,2679	0,8734	35,2090	0,3217	0,1352	-0,0568	0,2498	-0,2505	-0,3066	0,9600	44,3270
87	75	10	50	2	0,2378	0,0857	-0,0683	0,2000	-0,2002	-0,2683	0,8727	35,8920	0,3193	0,1336	-0,0578	0,2485	-0,2486	-0,3063	0,9612	44,7610
88	75	10	50	2	0,2372	0,0847	-0,0690	0,2004	-0,2003	-0,2694	0,8670	35,9720	0,3205	0,1337	-0,0592	0,2495	-0,2507	-0,3087	0,9606	45,1790
89	75	10	50	2	0,2374	0,0847	-0,0702	0,2000	-0,2003	-0,2702	0,8717	36,5910	0,3181	0,1321	-0,0603	0,2483	-0,2492	-0,3087	0,9599	45,5930
90	75	10	50	2	0,2365	0,0837	-0,0709	0,1999	-0,2005	-0,2707	0,8662	36,7300	0,3196	0,1320	-0,0609	0,2499	-0,2502	-0,3108	0,9572	45,9800
91	75	10	50	2	0,2370	0,0838	-0,0706	0,2000	-0,2002	-0,2706	0,8713	37,3490	0,3180	0,1306	-0,0619	0,2485	-0,2485	-0,3104	0,9579	46,4130
92	75	10	50	2	0,2366	0,0828	-0,0717	0,2000	-0,2003	-0,2717	0,8673	37,4640	0,3187	0,1306	-0,0624	0,2498	-0,2501	-0,3122	0,9547	46,7980
93	75	10	50	2	0,2370	0,0829	-0,0718	0,1999	-0,2001	-0,2717	0,8709	38,0510	0,3172	0,1293	-0,0636	0,2480	-0,2491	-0,3116	0,9543	47,2680
94	75	10	50	2	0,2355	0,0820	-0,0731	0,1998	-0,2005	-0,2729	0,8664	38,1940	0,3182	0,1293	-0,0652	0,2495	-0,2501	-0,3148	0,9556	47,7150
95	75	10	50	2	0,2363	0,0820	-0,0733	0,1998	-0,2002	-0,2731	0,8628	38,8790	0,3163	0,1278	-0,0651	0,2482	-0,2491	-0,3133	0,9564	48,0750
96	75	10	50	2	0,2353	0,0811	-0,0742	0,2000	-0,2002	-0,2742	0,8540	38,9900	0,3174	0,1279	-0,0663	0,2492	-0,2503	-0,3155	0,9537	48,5510
97	75	10	50	2	0,2359	0,0811	-0,0747	0,2000	-0,2000	-0,2746	0,8566	39,5660	0,3157	0,1265	-0,0675	0,2484	-0,2484	-0,3159	0,9492	48,9350
98	75	10	50	2	0,2356	0,0803	-0,0758	0,1993	-0,2001	-0,2752	0,8641	39,7640	0,3167	0,1265	-0,0689	0,2491	-0,2499	-0,3180	0,9499	49,3400
99	75	10	50	2	0,2356	0,0803	-0,0765	0,2001	-0,2001	-0,2766	0,8573	40,3480	0,3149	0,1253	-0,0703	0,2483	-0,2484	-0,3186	0,9473	49,8110
100	75	10	50	2	0,2347	0,0795	-0,0775	0,1995	-0,2002	-0,2770	0,8585	40,5380	0,3158	0,1252	-0,0712	0,2491	-0,2505	-0,3203	0,9540	50,2000

N	iter	$\sigma_L$	$\sigma_H$	m.	MAX <sub>hard</sub>	MEAN <sub>hard</sub>	MIN <sub>hard</sub>	MAXN <sub>hard</sub>	MINN <sub>hard</sub>	DIF <sub>hard</sub>	P <sub>hard</sub>	N <sub>hard</sub>	MAX <sub>soft</sub>	MEAN <sub>soft</sub>	MIN <sub>soft</sub>	MAXN <sub>soft</sub>	MINN <sub>soft</sub>	DIF <sub>soft</sub>	P <sub>soft</sub>	N <sub>soft</sub>
2	75	10	20	0	0,5448	0,5003	0,4557	0,2024	-0,2023	0,2533	1,0000	1,9999	0,9800	0,9766	0,9732	0,2811	-0,2823	0,6921	1,0000	2,0000
2	75	10	20	1	0,5448	0,5002	0,4555	0,2018	-0,2026	0,2537	1,0000	1,9999	0,9800	0,9766	0,9732	0,2811	-0,2818	0,6921	1,0000	2,0000
2	75	10	20	2	0,5413	0,5006	0,4599	0,2026	-0,2032	0,2573	1,0000	2,0000	0,9045	0,8935	0,8825	0,2608	-0,2615	0,6218	1,0000	2,0000
2	50	10	20	4	0,5399	0,4999	0,4599	0,2025	-0,2026	0,2575	1,0000	2,0000	0,9094	0,8992	0,8890	0,2606	-0,2612	0,6284	1,0000	2,0000
2	75	10	30	0	0,5448	0,5003	0,4557	0,2024	-0,2023	0,2533	1,0000	1,9999	0,9979	0,9976	0,9972	0,2868	-0,2882	0,7104	1,0000	2,0000
2	75	10	30	1	0,5448	0,5002	0,4555	0,2018	-0,2026	0,2537	1,0000	1,9999	0,9979	0,9976	0,9972	0,2869	-0,2876	0,7104	1,0000	2,0000
2	75	10	30	2	0,5362	0,5006	0,4650	0,2024	-0,2026	0,2626	1,0000	2,0000	0,9163	0,9087	0,9011	0,2634	-0,2641	0,6377	1,0000	2,0000
2	75	10	40	0	0,5448	0,5003	0,4557	0,2024	-0,2023	0,2533	1,0000	1,9999	0,9998	0,9998	0,9997	0,2874	-0,2888	0,7123	1,0000	2,0000
2	75	10	40	1	0,5448	0,5002	0,4555	0,2018	-0,2026	0,2537	1,0000	1,9999	0,9998	0,9998	0,9997	0,2875	-0,2882	0,7122	1,0000	2,0000
2	75	10	40	2	0,5358	0,5006	0,4654	0,2025	-0,2027	0,2630	1,0000	2,0000	0,9162	0,9088	0,9014	0,2634	-0,2642	0,6380	1,0000	2,0000
2	75	10	50	0	0,5448	0,5003	0,4557	0,2024	-0,2023	0,2533	1,0000	1,9999	1,0000	1,0000	1,0000	0,2875	-0,2889	0,7125	1,0000	2,0000
2	75	10	50	1	0,5448	0,5002	0,4555	0,2018	-0,2026	0,2537	1,0000	1,9999	1,0000	1,0000	1,0000	0,2876	-0,2883	0,7124	1,0000	2,0000
2	75	10	50	2	0,5358	0,5006	0,4654	0,2025	-0,2026	0,2630	1,0000	2,0000	0,9162	0,9088	0,9014	0,2634	-0,2642	0,6380	1,0000	2,0000
2	50	10	50	4	0,5399	0,4999	0,4599	0,2025	-0,2026	0,2575	1,0000	2,0000	0,9999	0,9999	0,9999	0,2859	-0,2866	0,7139	1,0000	2,0000
3	75	10	20	0	0,3038	0,2501	0,1965	0,2020	-0,2028	-0,0055	0,9826	2,4101	0,9674	0,9642	0,9610	0,3906	-0,3919	0,5704	1,0000	3,0000
3	75	10	20	1	0,5524	0,5000	0,4468	0,2019	-0,2029	0,2449	1,0000	3,0000	0,5553	0,5006	0,4452	0,2043	-0,2052	0,2410	1,0000	2,9999
3	75	10	20	2	0,5479	0,4944	0,4405	0,2024	-0,2029	0,2381	1,0000	3,0000	0,7042	0,6625	0,6202	0,2398	-0,2406	0,3804	1,0000	3,0000
3	50	10	20	4	0,3037	0,2504	0,1972	0,2021	-0,2024	-0,0049	0,9840	2,4148	0,7734	0,7524	0,7315	0,3114	-0,3121	0,4201	1,0000	3,0000
3	75	10	30	0	0,3038	0,2501	0,1965	0,2020	-0,2028	-0,0055	0,9826	2,4101	0,9966	0,9963	0,9960	0,4036	-0,4049	0,5924	1,0000	3,0000
3	75	10	30	1	0,5524	0,5000	0,4468	0,2019	-0,2029	0,2449	1,0000	3,0000	0,5531	0,5000	0,4463	0,2033	-0,2043	0,2430	1,0000	2,9999
3	75	10	30	2	0,5525	0,4999	0,4467	0,2025	-0,2030	0,2442	1,0000	3,0000	0,7029	0,6654	0,6275	0,2378	-0,2385	0,3897	1,0000	3,0000
3	75	10	40	0	0,3038	0,2501	0,1965	0,2020	-0,2028	-0,0055	0,9826	2,4101	0,9997	0,9996	0,9996	0,4049	-0,4063	0,5947	1,0000	3,0000
3	75	10	40	1	0,5524	0,5000	0,4468	0,2019	-0,2029	0,2449	1,0000	3,0000	0,5529	0,5000	0,4463	0,2033	-0,2043	0,2430	1,0000	2,9999
3	75	10	40	2	0,5525	0,4999	0,4467	0,2025	-0,2030	0,2442	1,0000	3,0000	0,7029	0,6657	0,6281	0,2379	-0,2386	0,3902	1,0000	3,0000
3	75	10	50	0	0,3038	0,2501	0,1965	0,2020	-0,2028	-0,0055	0,9826	2,4101	1,0000	1,0000	1,0000	0,4051	-0,4064	0,5949	1,0000	3,0000
3	75	10	50	1	0,5524	0,5000	0,4468	0,2019	-0,2029	0,2449	1,0000	3,0000	0,5529	0,5000	0,4464	0,2033	-0,2043	0,2431	1,0000	2,9999
3	75	10	50	2	0,5525	0,4999	0,4467	0,2025	-0,2030	0,2442	1,0000	3,0000	0,7029	0,6657	0,6281	0,2379	-0,2386	0,3903	1,0000	3,0000
3	50	10	50	4	0,3037	0,2504	0,1972	0,2021	-0,2024	-0,0049	0,9840	2,4148	0,9997	0,9997	0,9996	0,4019	-0,4029	0,5978	1,0000	3,0000
4	75	10	20	0	0,1897	0,1253	0,0611	0,2025	-0,2023	-0,1414	0,3875	0,9086	0,9313	0,9246	0,9179	0,5250	-0,5269	0,3929	1,0000	4,0000
4	75	10	20	1	0,4418	0,3747	0,3069	0,2025	-0,2024	0,1044	1,0000	3,9797	0,6518	0,5807	0,5070	0,2500	-0,2506	0,2569	1,0000	4,0000
4	75	10	20	2	0,4404	0,3750	0,3091	0,2023	-0,2024	0,1069	1,0000	3,9856	0,6526	0,5934	0,5322	0,2492	-0,2505	0,2830	1,0000	4,0000
4	50	10	20	4	0,1898	0,1258	0,0621	0,2023	-0,2026	-0,1403	0,3908	0,9162	0,6056	0,5681	0,5309	0,3393	-0,3398	0,1916	0,9996	3,9944
4	75	10	30	0	0,1897	0,1253	0,0611	0,2025	-0,2023	-0,1414	0,3875	0,9086	0,9926	0,9919	0,9911	0,5633	-0,5654	0,4278	1,0000	4,0000
4	75	10	30	1	0,4418	0,3747	0,3069	0,2025	-0,2024	0,1044	1,0000	3,9797	0,6699	0,5978	0,5229	0,2566	-0,2573	0,2663	1,0000	4,0000
4	75	10	30	2	0,4394	0,3750	0,3099	0,2022	-0,2025	0,1077	1,0000	3,9857	0,6624	0,6047	0,5453	0,2504	-0,2514	0,2948	1,0000	4,0000
4	75	10	40	0	0,1897	0,1253	0,0611	0,2025	-0,2023	-0,1414	0,3875	0,9086	0,9993	0,9992	0,9991	0,5676	-0,5696	0,4316	1,0000	4,0000

Simulació 12

4	75	10	40	1	0,4418	0,3747	0,3069	0,2025	-0,2024	0,1044	1,0000	3,9797	0,6718	0,5995	0,5246	0,2574	-0,2581	0,2672	1,0000	4,0000
4	75	10	40	2	0,4393	0,3750	0,3100	0,2021	-0,2025	0,1079	1,0000	3,9862	0,6624	0,6048	0,5455	0,2504	-0,2514	0,2950	1,0000	4,0000
4	75	10	50	0	0,1897	0,1253	0,0611	0,2025	-0,2023	-0,1414	0,3875	0,9086	0,9999	0,9999	0,9999	0,5680	-0,5701	0,4319	1,0000	4,0000
4	75	10	50	1	0,4418	0,3747	0,3069	0,2025	-0,2024	0,1044	1,0000	3,9797	0,6720	0,5997	0,5247	0,2574	-0,2582	0,2673	1,0000	4,0000
4	75	10	50	2	0,4392	0,3750	0,3101	0,2022	-0,2025	0,1079	1,0000	3,9863	0,6624	0,6048	0,5455	0,2504	-0,2514	0,2950	1,0000	4,0000
4	50	10	50	4	0,1898	0,1258	0,0621	0,2023	-0,2026	-0,1403	0,3908	0,9162	0,9993	0,9992	0,9992	0,5608	-0,5626	0,4384	1,0000	4,0000
5	75	10	20	0	0,1352	0,0624	-0,0104	0,2022	-0,2023	-0,2125	0,0771	0,2675	0,8641	0,8500	0,8360	0,6705	-0,6710	0,1655	0,9700	4,8502
5	75	10	20	1	0,4471	0,3750	0,3025	0,2022	-0,2026	0,1003	1,0000	4,9844	0,4489	0,3752	0,3012	0,2047	-0,2051	0,0965	1,0000	4,9791
5	75	10	20	2	0,4250	0,3515	0,2776	0,2020	-0,2023	0,0756	1,0000	4,9494	0,5951	0,5232	0,4491	0,2483	-0,2490	0,2009	1,0000	4,9994
5	50	10	20	4	0,1348	0,0616	-0,0109	0,2019	-0,2025	-0,2128	0,0765	0,2652	0,4353	0,3784	0,3214	0,3360	-0,3362	-0,0146	0,9283	4,0420
5	75	10	30	0	0,1352	0,0624	-0,0104	0,2022	-0,2023	-0,2125	0,0771	0,2675	0,9840	0,9824	0,9807	0,7746	-0,7752	0,2062	0,9700	4,8503
5	75	10	30	1	0,4471	0,3750	0,3025	0,2022	-0,2026	0,1003	1,0000	4,9844	0,4477	0,3750	0,3020	0,2037	-0,2040	0,0983	1,0000	4,9818
5	75	10	30	2	0,4451	0,3726	0,2993	0,2021	-0,2023	0,0972	1,0000	4,9802	0,6026	0,5328	0,4608	0,2480	-0,2490	0,2128	1,0000	4,9995
5	75	10	40	0	0,1352	0,0624	-0,0104	0,2022	-0,2023	-0,2125	0,0771	0,2675	0,9984	0,9982	0,9980	0,7873	-0,7879	0,2108	0,9700	4,8503
5	75	10	40	1	0,4471	0,3750	0,3025	0,2022	-0,2026	0,1003	1,0000	4,9844	0,4476	0,3750	0,3021	0,2037	-0,2040	0,0983	1,0000	4,9818
5	75	10	40	2	0,4472	0,3749	0,3019	0,2020	-0,2025	0,0998	1,0000	4,9830	0,6026	0,5330	0,4611	0,2480	-0,2490	0,2131	1,0000	4,9995
5	75	10	50	0	0,1352	0,0624	-0,0104	0,2022	-0,2023	-0,2125	0,0771	0,2675	0,9998	0,9998	0,9998	0,7886	-0,7892	0,2112	0,9700	4,8503
5	75	10	50	1	0,4471	0,3750	0,3025	0,2022	-0,2026	0,1003	1,0000	4,9844	0,4476	0,3750	0,3021	0,2037	-0,2040	0,0983	1,0000	4,9818
5	75	10	50	2	0,4474	0,3752	0,3021	0,2021	-0,2025	0,1000	1,0000	4,9830	0,6026	0,5330	0,4611	0,2480	-0,2490	0,2131	1,0000	4,9995
5	50	10	50	4	0,1348	0,0616	-0,0109	0,2019	-0,2025	-0,2128	0,0765	0,2652	0,9984	0,9983	0,9981	0,7768	-0,7776	0,2213	0,9718	4,8503
6	75	10	20	0	0,1105	0,0314	-0,0475	0,2027	-0,2028	-0,2502	0,0257	0,1268	0,7536	0,7268	0,6999	0,7274	-0,7267	-0,0275	0,5649	3,3936
6	75	10	20	1	0,3927	0,3126	0,2321	0,2024	-0,2026	0,0297	1,0000	5,7662	0,5308	0,4418	0,3508	0,2396	-0,2400	0,1112	1,0000	5,9793
6	75	10	20	2	0,3899	0,3100	0,2303	0,2020	-0,2028	0,0283	1,0000	5,7548	0,5561	0,4742	0,3894	0,2493	-0,2500	0,1402	1,0000	5,9929
6	75	10	30	0	0,1105	0,0314	-0,0475	0,2027	-0,2028	-0,2502	0,0257	0,1268	0,9651	0,9613	0,9575	0,9325	-0,9317	0,0250	0,5649	3,3936
6	75	10	30	1	0,3927	0,3126	0,2321	0,2024	-0,2026	0,0297	1,0000	5,7662	0,5438	0,4533	0,3607	0,2448	-0,2453	0,1159	1,0000	5,9802
6	75	10	30	2	0,3912	0,3123	0,2329	0,2020	-0,2028	0,0309	1,0000	5,7710	0,5637	0,4837	0,4007	0,2486	-0,2495	0,1521	1,0000	5,9954
6	75	10	40	0	0,1105	0,0314	-0,0475	0,2027	-0,2028	-0,2502	0,0257	0,1268	0,9959	0,9954	0,9950	0,9623	-0,9615	0,0326	0,5649	3,3936
6	75	10	40	1	0,3927	0,3126	0,2321	0,2024	-0,2026	0,0297	1,0000	5,7662	0,5451	0,4545	0,3617	0,2455	-0,2459	0,1162	1,0000	5,9803
6	75	10	40	2	0,3911	0,3123	0,2332	0,2020	-0,2028	0,0312	1,0000	5,7755	0,5637	0,4838	0,4009	0,2485	-0,2495	0,1523	1,0000	5,9953
6	75	10	50	0	0,1105	0,0314	-0,0475	0,2027	-0,2028	-0,2502	0,0257	0,1268	0,9991	0,9990	0,9989	0,9655	-0,9646	0,0334	0,5649	3,3936
6	75	10	50	1	0,3927	0,3126	0,2321	0,2024	-0,2026	0,0297	1,0000	5,7662	0,5453	0,4546	0,3618	0,2455	-0,2460	0,1162	1,0000	5,9803
6	75	10	50	2	0,3911	0,3123	0,2332	0,2020	-0,2028	0,0312	1,0000	5,7756	0,5637	0,4838	0,4009	0,2485	-0,2495	0,1524	1,0000	5,9952
7	75	10	20	0	0,1000	0,0156	-0,0687	0,2024	-0,2022	-0,2711	0,0166	0,0928	0,5971	0,5508	0,5045	0,6329	-0,6331	-0,1285	0,1645	1,1245
7	75	10	20	1	0,3964	0,3127	0,2273	0,2020	-0,2025	0,0254	1,0000	6,7401	0,3983	0,3128	0,2260	0,2045	-0,2049	0,0216	1,0000	6,7135
7	75	10	20	2	0,3696	0,2847	0,1993	0,2019	-0,2020	-0,0026	1,0000	6,4477	0,5269	0,4370	0,3438	0,2498	-0,2501	0,0939	1,0000	6,9625
7	75	10	30	0	0,1000	0,0156	-0,0687	0,2024	-0,2022	-0,2711	0,0166	0,0928	0,9108	0,9007	0,8905	0,9194	-0,9195	-0,0289	0,1645	1,1245
7	75	10	30	1	0,3964	0,3127	0,2273	0,2020	-0,2025	0,0254	1,0000	6,7401	0,3972	0,3127	0,2267	0,2035	-0,2039	0,0232	1,0000	6,7251



Simulació 12

7	75	10	30	2	0,3743	0,2903	0,2057	0,2022	-0,2023	0,0035	1,0000	6,5315	0,5388	0,4500	0,3581	0,2512	-0,2514	0,1069	1,0000	6,9800
7	75	10	40	0	0,1000	0,0156	-0,0687	0,2024	-0,2022	-0,2711	0,0166	0,0928	0,9750	0,9722	0,9694	0,9773	-0,9774	-0,0079	0,1645	1,1245
7	75	10	40	1	0,3964	0,3127	0,2273	0,2020	-0,2025	0,0254	1,0000	6,7401	0,3971	0,3127	0,2267	0,2035	-0,2039	0,0232	1,0000	6,7255
7	75	10	40	2	0,3743	0,2903	0,2055	0,2021	-0,2023	0,0034	1,0000	6,5307	0,5389	0,4502	0,3584	0,2513	-0,2514	0,1071	1,0000	6,9798
7	75	10	50	0	0,1000	0,0156	-0,0687	0,2024	-0,2022	-0,2711	0,0166	0,0928	0,9822	0,9802	0,9783	0,9839	-0,9839	-0,0055	0,1645	1,1245
7	75	10	50	1	0,3964	0,3127	0,2273	0,2020	-0,2025	0,0254	1,0000	6,7401	0,3971	0,3127	0,2267	0,2035	-0,2039	0,0232	1,0000	6,7255
7	75	10	50	2	0,3743	0,2903	0,2055	0,2022	-0,2022	0,0034	1,0000	6,5276	0,5389	0,4502	0,3584	0,2513	-0,2514	0,1071	1,0000	6,9798
8	75	10	20	0	0,0967	0,0077	-0,0812	0,2025	-0,2019	-0,2837	0,0101	0,0877	0,4332	0,3652	0,2973	0,5029	-0,5035	-0,2056	0,0480	0,3809
8	75	10	20	1	0,3620	0,2734	0,1831	0,2020	-0,2024	-0,0189	0,9999	7,2109	0,4661	0,3669	0,2647	0,2337	-0,2343	0,0310	1,0000	7,7527
8	75	10	20	2	0,3533	0,2642	0,1742	0,2023	-0,2024	-0,0281	0,9999	7,0489	0,5018	0,4051	0,3042	0,2496	-0,2507	0,0546	1,0000	7,8640
8	75	10	30	0	0,0967	0,0077	-0,0812	0,2025	-0,2019	-0,2837	0,0101	0,0877	0,7710	0,7435	0,7161	0,8022	-0,8025	-0,0862	0,0480	0,3809
8	75	10	30	1	0,3620	0,2734	0,1831	0,2020	-0,2024	-0,0189	0,9999	7,2109	0,4761	0,3754	0,2715	0,2381	-0,2386	0,0334	1,0000	7,7658
8	75	10	30	2	0,3620	0,2735	0,1839	0,2025	-0,2027	-0,0186	0,9999	7,2186	0,5099	0,4150	0,3156	0,2488	-0,2499	0,0668	1,0000	7,9088
8	75	10	40	0	0,0967	0,0077	-0,0812	0,2025	-0,2019	-0,2837	0,0101	0,0877	0,8625	0,8460	0,8294	0,8828	-0,8830	-0,0534	0,0480	0,3809
8	75	10	40	1	0,3620	0,2734	0,1831	0,2020	-0,2024	-0,0189	0,9999	7,2109	0,4772	0,3763	0,2721	0,2386	-0,2391	0,0335	1,0000	7,7666
8	75	10	40	2	0,3619	0,2735	0,1840	0,2025	-0,2026	-0,0185	0,9999	7,2265	0,5100	0,4150	0,3158	0,2487	-0,2498	0,0670	1,0000	7,9082
8	75	10	50	0	0,0967	0,0077	-0,0812	0,2025	-0,2019	-0,2837	0,0101	0,0877	0,8735	0,8583	0,8431	0,8925	-0,8927	-0,0494	0,0480	0,3809
8	75	10	50	1	0,3620	0,2734	0,1831	0,2020	-0,2024	-0,0189	0,9999	7,2109	0,4773	0,3764	0,2722	0,2387	-0,2392	0,0335	1,0000	7,7662
8	75	10	50	2	0,3619	0,2735	0,1841	0,2025	-0,2026	-0,0185	0,9999	7,2257	0,5100	0,4150	0,3158	0,2487	-0,2498	0,0670	1,0000	7,9081
9	75	10	20	0	0,0965	0,0039	-0,0893	0,2025	-0,2029	-0,2919	0,0100	0,0921	0,3052	0,2173	0,1294	0,3977	-0,3980	-0,2683	0,0224	0,2034
9	75	10	20	1	0,3653	0,2735	0,1806	0,2020	-0,2027	-0,0214	1,0000	8,1630	0,3668	0,2736	0,1794	0,2043	-0,2051	-0,0249	1,0000	8,1104
9	75	10	20	2	0,3385	0,2457	0,1522	0,2021	-0,2023	-0,0499	0,9996	7,5572	0,4814	0,3792	0,2729	0,2498	-0,2507	0,0231	1,0000	8,6859
9	75	10	30	0	0,0965	0,0039	-0,0893	0,2025	-0,2029	-0,2919	0,0100	0,0921	0,5758	0,5220	0,4682	0,6354	-0,6357	-0,1672	0,0224	0,2034
9	75	10	30	1	0,3653	0,2735	0,1806	0,2020	-0,2027	-0,0214	1,0000	8,1630	0,3660	0,2735	0,1800	0,2034	-0,2042	-0,0234	1,0000	8,1294
9	75	10	30	2	0,3408	0,2491	0,1559	0,2023	-0,2024	-0,0464	0,9998	7,6486	0,4928	0,3918	0,2863	0,2506	-0,2515	0,0357	1,0000	8,7723
9	75	10	40	0	0,0965	0,0039	-0,0893	0,2025	-0,2029	-0,2919	0,0100	0,0921	0,6620	0,6191	0,5762	0,7109	-0,7112	-0,1347	0,0224	0,2034
9	75	10	40	1	0,3653	0,2735	0,1806	0,2020	-0,2027	-0,0214	1,0000	8,1630	0,3659	0,2735	0,1800	0,2034	-0,2042	-0,0234	1,0000	8,1301
9	75	10	40	2	0,3408	0,2491	0,1560	0,2021	-0,2023	-0,0461	0,9997	7,6523	0,4929	0,3920	0,2865	0,2506	-0,2515	0,0359	1,0000	8,7730
9	75	10	50	0	0,0965	0,0039	-0,0893	0,2025	-0,2029	-0,2919	0,0100	0,0921	0,6728	0,6313	0,5897	0,7203	-0,7206	-0,1307	0,0224	0,2034
9	75	10	50	1	0,3653	0,2735	0,1806	0,2020	-0,2027	-0,0214	1,0000	8,1630	0,3659	0,2735	0,1800	0,2034	-0,2042	-0,0234	1,0000	8,1298
9	75	10	50	2	0,3408	0,2491	0,1560	0,2021	-0,2023	-0,0461	0,9997	7,6527	0,4929	0,3920	0,2865	0,2506	-0,2515	0,0359	1,0000	8,7726
10	75	10	20	0	0,0977	0,0020	-0,0940	0,2022	-0,2021	-0,2962	0,0101	0,1048	0,2193	0,1173	0,0150	0,3263	-0,3263	-0,3113	0,0168	0,1602
10	75	10	20	1	0,3421	0,2462	0,1489	0,2023	-0,2023	-0,0533	0,9999	8,4535	0,4256	0,3190	0,2105	0,2303	-0,2305	-0,0197	1,0000	9,2342
10	75	10	20	2	0,3270	0,2310	0,1336	0,2020	-0,2028	-0,0684	0,9989	8,0042	0,4641	0,3565	0,2439	0,2499	-0,2506	-0,0060	1,0000	9,4125
10	75	10	30	0	0,0977	0,0020	-0,0940	0,2022	-0,2021	-0,2962	0,0101	0,1048	0,3889	0,3091	0,2289	0,4751	-0,4752	-0,2462	0,0168	0,1602
10	75	10	30	1	0,3421	0,2462	0,1489	0,2023	-0,2023	-0,0533	0,9999	8,4535	0,4338	0,3256	0,2156	0,2340	-0,2343	-0,0184	1,0000	9,2565
10	75	10	30	2	0,3396	0,2441	0,1470	0,2021	-0,2025	-0,0551	0,9998	8,4078	0,4750	0,3684	0,2567	0,2501	-0,2506	0,0067	1,0000	9,5458

Simulació 12

10	75	10	40	0	0,0977	0,0020	-0,0940	0,2022	-0,2021	-0,2962	0,0101	0,1048	0,4474	0,3753	0,3026	0,5263	-0,5266	-0,2237	0,0168	0,1602
10	75	10	40	1	0,3421	0,2462	0,1489	0,2023	-0,2023	-0,0533	0,9999	8,4535	0,4347	0,3263	0,2160	0,2344	-0,2347	-0,0184	1,0000	9,2546
10	75	10	40	2	0,3410	0,2456	0,1486	0,2022	-0,2026	-0,0536	0,9998	8,4455	0,4751	0,3686	0,2570	0,2501	-0,2506	0,0069	1,0000	9,5503
10	75	10	50	0	0,0977	0,0020	-0,0940	0,2022	-0,2021	-0,2962	0,0101	0,1048	0,4549	0,3837	0,3120	0,5329	-0,5331	-0,2208	0,0168	0,1602
10	75	10	50	1	0,3421	0,2462	0,1489	0,2023	-0,2023	-0,0533	0,9999	8,4535	0,4348	0,3264	0,2161	0,2345	-0,2348	-0,0184	1,0000	9,2551
10	75	10	50	2	0,3412	0,2458	0,1488	0,2022	-0,2027	-0,0534	0,9997	8,4487	0,4750	0,3686	0,2570	0,2501	-0,2506	0,0069	1,0000	9,5503
11	75	10	20	1	0,3447	0,2461	0,1461	0,2020	-0,2027	-0,0559	1,0000	9,3598	0,3463	0,2462	0,1446	0,2045	-0,2051	-0,0599	0,9999	9,2788
11	75	10	20	2	0,3170	0,2185	0,1185	0,2021	-0,2025	-0,0835	0,9988	8,4100	0,4502	0,3379	0,2216	0,2499	-0,2512	-0,0283	1,0000	10,0960
11	75	10	30	1	0,3447	0,2461	0,1461	0,2020	-0,2027	-0,0559	1,0000	9,3598	0,3455	0,2461	0,1452	0,2035	-0,2041	-0,0583	1,0000	9,3114
11	75	10	30	2	0,3220	0,2239	0,1238	0,2022	-0,2026	-0,0784	0,9994	8,6277	0,4608	0,3499	0,2344	0,2501	-0,2510	-0,0157	1,0000	10,2870
11	75	10	40	1	0,3447	0,2461	0,1461	0,2020	-0,2027	-0,0559	1,0000	9,3598	0,3455	0,2461	0,1452	0,2035	-0,2041	-0,0583	1,0000	9,3101
11	75	10	40	2	0,3221	0,2239	0,1238	0,2021	-0,2026	-0,0783	0,9991	8,6225	0,4608	0,3500	0,2346	0,2501	-0,2510	-0,0155	1,0000	10,2880
11	75	10	50	1	0,3447	0,2461	0,1461	0,2020	-0,2027	-0,0559	1,0000	9,3598	0,3455	0,2461	0,1452	0,2035	-0,2041	-0,0583	1,0000	9,3099
11	75	10	50	2	0,3221	0,2239	0,1238	0,2021	-0,2026	-0,0783	0,9991	8,6238	0,4608	0,3500	0,2346	0,2501	-0,2510	-0,0155	1,0000	10,2890
12	75	10	20	1	0,3276	0,2258	0,1235	0,2022	-0,2027	-0,0786	0,9994	9,5339	0,3978	0,2854	0,1715	0,2275	-0,2282	-0,0559	0,9999	10,5020
12	75	10	20	2	0,3080	0,2068	0,1044	0,2022	-0,2021	-0,0979	0,9971	8,7454	0,4364	0,3203	0,1999	0,2504	-0,2502	-0,0505	1,0000	10,6970
12	75	10	30	1	0,3276	0,2258	0,1235	0,2022	-0,2027	-0,0786	0,9994	9,5339	0,4046	0,2908	0,1753	0,2307	-0,2314	-0,0554	0,9999	10,5400
12	75	10	30	2	0,3157	0,2145	0,1125	0,2022	-0,2020	-0,0897	0,9983	9,0779	0,4481	0,3332	0,2133	0,2506	-0,2508	-0,0372	0,9999	10,9510
12	75	10	40	1	0,3276	0,2258	0,1235	0,2022	-0,2027	-0,0786	0,9994	9,5339	0,4054	0,2914	0,1757	0,2311	-0,2318	-0,0555	0,9999	10,5390
12	75	10	40	2	0,3154	0,2145	0,1127	0,2021	-0,2023	-0,0894	0,9980	9,0810	0,4483	0,3334	0,2135	0,2506	-0,2508	-0,0370	0,9999	10,9520
12	75	10	50	1	0,3276	0,2258	0,1235	0,2022	-0,2027	-0,0786	0,9994	9,5339	0,4054	0,2915	0,1757	0,2312	-0,2319	-0,0555	0,9999	10,5390
12	75	10	50	2	0,3154	0,2145	0,1127	0,2021	-0,2023	-0,0893	0,9981	9,0827	0,4483	0,3334	0,2135	0,2506	-0,2508	-0,0370	0,9999	10,9520
13	75	10	20	1	0,3291	0,2257	0,1207	0,2018	-0,2026	-0,0811	0,9996	10,4100	0,3305	0,2257	0,1192	0,2041	-0,2049	-0,0849	0,9997	10,3120
13	75	10	20	2	0,3014	0,1972	0,0920	0,2024	-0,2025	-0,1105	0,9950	9,0338	0,4259	0,3060	0,1815	0,2505	-0,2509	-0,0691	0,9999	11,2620
13	75	10	30	1	0,3291	0,2257	0,1207	0,2018	-0,2026	-0,0811	0,9996	10,4100	0,3298	0,2257	0,1199	0,2032	-0,2040	-0,0833	0,9999	10,3570
13	75	10	30	2	0,3094	0,2058	0,1009	0,2022	-0,2024	-0,1014	0,9975	9,4893	0,4366	0,3179	0,1944	0,2502	-0,2505	-0,0558	0,9997	11,5730
13	75	10	40	1	0,3291	0,2257	0,1207	0,2018	-0,2026	-0,0811	0,9996	10,4100	0,3298	0,2257	0,1199	0,2032	-0,2040	-0,0833	0,9997	10,3560
13	75	10	40	2	0,3094	0,2058	0,1008	0,2024	-0,2024	-0,1016	0,9971	9,4916	0,4367	0,3181	0,1946	0,2501	-0,2504	-0,0555	0,9998	11,5750
13	75	10	50	1	0,3291	0,2257	0,1207	0,2018	-0,2026	-0,0811	0,9996	10,4100	0,3298	0,2257	0,1199	0,2032	-0,2040	-0,0833	0,9997	10,3570
13	75	10	50	2	0,3093	0,2058	0,1008	0,2024	-0,2023	-0,1016	0,9973	9,4920	0,4367	0,3181	0,1946	0,2501	-0,2504	-0,0555	0,9998	11,5740
14	75	10	20	1	0,3156	0,2094	0,1015	0,2020	-0,2026	-0,1005	0,9985	10,4930	0,3769	0,2599	0,1405	0,2251	-0,2259	-0,0847	0,9997	11,5970
14	75	10	20	2	0,2941	0,1884	0,0817	0,2021	-0,2024	-0,1204	0,9904	9,3080	0,4159	0,2928	0,1648	0,2507	-0,2507	-0,0859	0,9998	11,7910
14	75	10	30	1	0,3156	0,2094	0,1015	0,2020	-0,2026	-0,1005	0,9985	10,4930	0,3828	0,2645	0,1437	0,2281	-0,2288	-0,0845	0,9997	11,6370
14	75	10	30	2	0,3003	0,1945	0,0873	0,2017	-0,2022	-0,1144	0,9956	9,6813	0,4273	0,3055	0,1780	0,2509	-0,2510	-0,0729	1,0000	12,1490
14	75	10	40	1	0,3156	0,2094	0,1015	0,2020	-0,2026	-0,1005	0,9985	10,4930	0,3835	0,2649	0,1439	0,2285	-0,2292	-0,0846	0,9997	11,6350
14	75	10	40	2	0,3002	0,1945	0,0873	0,2018	-0,2022	-0,1145	0,9948	9,6884	0,4274	0,3056	0,1782	0,2508	-0,2511	-0,0726	1,0000	12,1550
14	75	10	50	1	0,3156	0,2094	0,1015	0,2020	-0,2026	-0,1005	0,9985	10,4930	0,3836	0,2650	0,1440	0,2285	-0,2292	-0,0846	0,9997	11,6360

Simulació 12

14	75	10	50	2	0,3003	0,1945	0,0873	0,2018	-0,2021	-0,1144	0,9944	9,6919	0,4274	0,3056	0,1782	0,2508	-0,2511	-0,0726	1,0000	12,1560
15	75	10	20	1	0,3173	0,2094	0,1003	0,2016	-0,2024	-0,1013	0,9988	11,3320	0,3188	0,2094	0,0988	0,2040	-0,2049	-0,1052	0,9984	11,2030
15	75	10	20	2	0,2887	0,1804	0,0718	0,2022	-0,2020	-0,1304	0,9888	9,5717	0,4060	0,2806	0,1505	0,2507	-0,2503	-0,1002	0,9998	12,2460
15	75	10	30	1	0,3173	0,2094	0,1003	0,2016	-0,2024	-0,1013	0,9988	11,3320	0,3181	0,2094	0,0995	0,2030	-0,2039	-0,1035	0,9987	11,2570
15	75	10	30	2	0,2980	0,1907	0,0822	0,2018	-0,2020	-0,1195	0,9948	10,2360	0,4172	0,2930	0,1636	0,2505	-0,2508	-0,0869	1,0000	12,6900
15	75	10	40	1	0,3173	0,2094	0,1003	0,2016	-0,2024	-0,1013	0,9988	11,3320	0,3181	0,2094	0,0995	0,2030	-0,2039	-0,1035	0,9987	11,2550
15	75	10	40	2	0,2993	0,1918	0,0838	0,2016	-0,2020	-0,1178	0,9951	10,3040	0,4173	0,2932	0,1639	0,2505	-0,2508	-0,0866	1,0000	12,7010
15	75	10	50	1	0,3173	0,2094	0,1003	0,2016	-0,2024	-0,1013	0,9988	11,3320	0,3181	0,2094	0,0995	0,2030	-0,2039	-0,1035	0,9987	11,2540
15	75	10	50	2	0,2995	0,1919	0,0839	0,2016	-0,2020	-0,1177	0,9949	10,3140	0,4173	0,2932	0,1639	0,2505	-0,2508	-0,0866	1,0000	12,7020
16	75	10	20	1	0,3059	0,1963	0,0851	0,2020	-0,2028	-0,1169	0,9967	11,3800	0,3601	0,2400	0,1172	0,2242	-0,2243	-0,1070	0,9990	12,5690
16	75	10	20	2	0,2831	0,1735	0,0627	0,2018	-0,2022	-0,1391	0,9843	9,7788	0,3984	0,2700	0,1367	0,2502	-0,2510	-0,1135	0,9990	12,6930
16	75	10	30	1	0,3059	0,1963	0,0851	0,2020	-0,2028	-0,1169	0,9967	11,3800	0,3654	0,2439	0,1198	0,2269	-0,2270	-0,1071	0,9990	12,6230
16	75	10	30	2	0,2892	0,1800	0,0692	0,2018	-0,2021	-0,1326	0,9888	10,2880	0,4101	0,2825	0,1497	0,2505	-0,2507	-0,1008	0,9997	13,2100
16	75	10	40	1	0,3059	0,1963	0,0851	0,2020	-0,2028	-0,1169	0,9967	11,3800	0,3660	0,2443	0,1200	0,2272	-0,2273	-0,1073	0,9990	12,6220
16	75	10	40	2	0,2892	0,1800	0,0694	0,2019	-0,2022	-0,1326	0,9903	10,2830	0,4103	0,2826	0,1500	0,2505	-0,2507	-0,1006	0,9999	13,2200
16	75	10	50	1	0,3059	0,1963	0,0851	0,2020	-0,2028	-0,1169	0,9967	11,3800	0,3660	0,2443	0,1200	0,2273	-0,2274	-0,1073	0,9990	12,6210
16	75	10	50	2	0,2891	0,1800	0,0693	0,2019	-0,2023	-0,1326	0,9896	10,2880	0,4103	0,2826	0,1500	0,2505	-0,2507	-0,1006	0,9999	13,2210
17	75	10	20	1	0,3075	0,1963	0,0839	0,2021	-0,2022	-0,1182	0,9964	12,1700	0,3091	0,1964	0,0825	0,2046	-0,2049	-0,1221	0,9964	12,0440
17	75	10	20	2	0,2788	0,1670	0,0537	0,2022	-0,2022	-0,1485	0,9803	9,9799	0,3918	0,2601	0,1235	0,2501	-0,2509	-0,1267	0,9992	13,0950
17	75	10	30	1	0,3075	0,1963	0,0839	0,2021	-0,2022	-0,1182	0,9964	12,1700	0,3084	0,1963	0,0831	0,2036	-0,2038	-0,1205	0,9967	12,1040
17	75	10	30	2	0,2866	0,1749	0,0621	0,2022	-0,2025	-0,1402	0,9872	10,6110	0,4035	0,2727	0,1369	0,2504	-0,2513	-0,1135	0,9996	13,6710
17	75	10	40	1	0,3075	0,1963	0,0839	0,2021	-0,2022	-0,1182	0,9964	12,1700	0,3084	0,1963	0,0831	0,2036	-0,2037	-0,1205	0,9968	12,1040
17	75	10	40	2	0,2865	0,1749	0,0620	0,2022	-0,2026	-0,1401	0,9875	10,6070	0,4037	0,2730	0,1371	0,2503	-0,2513	-0,1133	0,9994	13,6800
17	75	10	50	1	0,3075	0,1963	0,0839	0,2021	-0,2022	-0,1182	0,9964	12,1700	0,3084	0,1963	0,0831	0,2036	-0,2037	-0,1205	0,9968	12,1050
17	75	10	50	2	0,2865	0,1749	0,0621	0,2022	-0,2025	-0,1401	0,9882	10,6120	0,4037	0,2730	0,1371	0,2503	-0,2513	-0,1133	0,9994	13,6790
18	75	10	20	1	0,2986	0,1854	0,0715	0,2015	-0,2025	-0,1300	0,9947	12,1710	0,3472	0,2238	0,0987	0,2222	-0,2228	-0,1235	0,9984	13,4580
18	75	10	20	2	0,2738	0,1607	0,0460	0,2023	-0,2025	-0,1563	0,9746	10,1520	0,3837	0,2509	0,1120	0,2508	-0,2507	-0,1388	0,9976	13,4410
18	75	10	30	1	0,2986	0,1854	0,0715	0,2015	-0,2025	-0,1300	0,9947	12,1710	0,3518	0,2272	0,1008	0,2246	-0,2252	-0,1238	0,9988	13,5300
18	75	10	30	2	0,2817	0,1688	0,0545	0,2019	-0,2023	-0,1474	0,9853	10,8300	0,3951	0,2632	0,1251	0,2507	-0,2508	-0,1256	0,9991	14,0740
18	75	10	40	1	0,2986	0,1854	0,0715	0,2015	-0,2025	-0,1300	0,9947	12,1710	0,3523	0,2276	0,1010	0,2249	-0,2255	-0,1240	0,9988	13,5290
18	75	10	40	2	0,2815	0,1688	0,0544	0,2019	-0,2023	-0,1475	0,9854	10,8370	0,3951	0,2633	0,1253	0,2506	-0,2508	-0,1253	0,9992	14,0850
18	75	10	50	1	0,2986	0,1854	0,0715	0,2015	-0,2025	-0,1300	0,9947	12,1710	0,3523	0,2276	0,1010	0,2249	-0,2256	-0,1240	0,9988	13,5300
18	75	10	50	2	0,2815	0,1688	0,0545	0,2019	-0,2024	-0,1475	0,9845	10,8400	0,3951	0,2633	0,1253	0,2506	-0,2508	-0,1253	0,9992	14,0850
19	75	10	20	1	0,3000	0,1854	0,0692	0,2018	-0,2020	-0,1327	0,9948	12,9480	0,3013	0,1854	0,0679	0,2043	-0,2046	-0,1364	0,9942	12,7820
19	75	10	20	2	0,2703	0,1554	0,0397	0,2020	-0,2024	-0,1623	0,9662	10,3450	0,3786	0,2424	0,1022	0,2496	-0,2505	-0,1475	0,9981	13,8070
19	75	10	30	1	0,3000	0,1854	0,0692	0,2018	-0,2020	-0,1327	0,9948	12,9480	0,3007	0,1854	0,0684	0,2033	-0,2036	-0,1349	0,9948	12,8580
19	75	10	30	2	0,2770	0,1622	0,0467	0,2016	-0,2023	-0,1549	0,9801	10,9630	0,3902	0,2550	0,1153	0,2501	-0,2509	-0,1349	0,9983	14,5230

Simulació 12

19	75	10	40	1	0,3000	0,1854	0,0692	0,2018	-0,2020	-0,1327	0,9948	12,9480	0,3007	0,1854	0,0684	0,2033	-0,2036	-0,1349	0,9947	12,8560
19	75	10	40	2	0,2770	0,1622	0,0466	0,2015	-0,2022	-0,1549	0,9809	10,9640	0,3903	0,2552	0,1155	0,2501	-0,2508	-0,1347	0,9983	14,5340
19	75	10	50	1	0,3000	0,1854	0,0692	0,2018	-0,2020	-0,1327	0,9948	12,9480	0,3007	0,1854	0,0684	0,2033	-0,2036	-0,1349	0,9947	12,8570
19	75	10	50	2	0,2769	0,1622	0,0466	0,2016	-0,2022	-0,1549	0,9812	10,9700	0,3903	0,2552	0,1155	0,2501	-0,2508	-0,1347	0,9983	14,5350
20	75	10	20	1	0,2923	0,1763	0,0590	0,2018	-0,2017	-0,1428	0,9927	12,9360	0,3365	0,2106	0,0825	0,2216	-0,2215	-0,1390	0,9974	14,2810
20	75	10	20	2	0,2667	0,1502	0,0333	0,2019	-0,2024	-0,1686	0,9600	10,4820	0,3723	0,2346	0,0925	0,2501	-0,2507	-0,1576	0,9970	14,0870
20	75	10	30	1	0,2923	0,1763	0,0590	0,2018	-0,2017	-0,1428	0,9927	12,9360	0,3406	0,2136	0,0844	0,2236	-0,2236	-0,1393	0,9978	14,3600
20	75	10	30	2	0,2752	0,1590	0,0421	0,2018	-0,2023	-0,1597	0,9783	11,3450	0,3838	0,2470	0,1055	0,2503	-0,2509	-0,1448	0,9985	14,8700
20	75	10	40	1	0,2923	0,1763	0,0590	0,2018	-0,2017	-0,1428	0,9927	12,9360	0,3411	0,2139	0,0845	0,2239	-0,2239	-0,1394	0,9978	14,3580
20	75	10	40	2	0,2759	0,1599	0,0431	0,2019	-0,2024	-0,1587	0,9790	11,4240	0,3839	0,2472	0,1057	0,2503	-0,2509	-0,1446	0,9984	14,8790
20	75	10	50	1	0,2923	0,1763	0,0590	0,2018	-0,2017	-0,1428	0,9927	12,9360	0,3411	0,2140	0,0845	0,2240	-0,2239	-0,1394	0,9978	14,3600
20	75	10	50	2	0,2760	0,1600	0,0433	0,2018	-0,2024	-0,1585	0,9794	11,4380	0,3839	0,2472	0,1057	0,2503	-0,2509	-0,1446	0,9984	14,8800
21	75	10	20	1	0,2932	0,1762	0,0579	0,2016	-0,2021	-0,1436	0,9926	13,6810	0,2947	0,1762	0,0564	0,2040	-0,2047	-0,1476	0,9929	13,5160
21	75	10	20	1	0,2935	0,1760	0,0570	0,2015	-0,2023	-0,1445	0,9926	13,6700	0,2950	0,1760	0,0553	0,2039	-0,2047	-0,1486	0,9922	13,4870
21	75	10	30	1	0,2932	0,1762	0,0579	0,2016	-0,2021	-0,1436	0,9926	13,6810	0,2941	0,1762	0,0570	0,2030	-0,2036	-0,1460	0,9920	13,5930
21	75	10	30	1	0,2935	0,1760	0,0570	0,2015	-0,2023	-0,1445	0,9926	13,6700	0,2943	0,1760	0,0560	0,2029	-0,2038	-0,1469	0,9926	13,5720
21	75	10	40	1	0,2932	0,1762	0,0579	0,2016	-0,2021	-0,1436	0,9926	13,6810	0,2941	0,1762	0,0570	0,2030	-0,2036	-0,1460	0,9922	13,5880
21	75	10	40	1	0,2935	0,1760	0,0570	0,2015	-0,2023	-0,1445	0,9926	13,6700	0,2943	0,1760	0,0560	0,2029	-0,2038	-0,1468	0,9927	13,5730
21	75	10	50	1	0,2932	0,1762	0,0579	0,2016	-0,2021	-0,1436	0,9926	13,6810	0,2941	0,1762	0,0570	0,2030	-0,2036	-0,1460	0,9921	13,5880
21	75	10	50	1	0,2935	0,1760	0,0570	0,2015	-0,2023	-0,1445	0,9926	13,6700	0,2943	0,1760	0,0560	0,2029	-0,2038	-0,1468	0,9926	13,5730
22	75	10	20	1	0,2865	0,1682	0,0485	0,2014	-0,2022	-0,1528	0,9909	13,6600	0,3277	0,1992	0,0685	0,2199	-0,2210	-0,1515	0,9971	15,0480
22	75	10	20	2	0,2598	0,1411	0,0214	0,2022	-0,2023	-0,1808	0,9413	10,8210	0,3624	0,2208	0,0747	0,2503	-0,2502	-0,1756	0,9928	14,6680
22	75	10	30	1	0,2865	0,1682	0,0485	0,2014	-0,2022	-0,1528	0,9909	13,6600	0,3315	0,2019	0,0700	0,2219	-0,2230	-0,1519	0,9974	15,1270
22	75	10	30	2	0,2677	0,1487	0,0291	0,2021	-0,2021	-0,1731	0,9631	11,6370	0,3740	0,2331	0,0874	0,2505	-0,2506	-0,1631	0,9959	15,5630
22	75	10	40	1	0,2865	0,1682	0,0485	0,2014	-0,2022	-0,1528	0,9909	13,6600	0,3320	0,2022	0,0701	0,2222	-0,2233	-0,1521	0,9975	15,1290
22	75	10	40	2	0,2676	0,1488	0,0289	0,2021	-0,2022	-0,1732	0,9621	11,6450	0,3742	0,2333	0,0876	0,2505	-0,2506	-0,1629	0,9965	15,5700
22	75	10	50	1	0,2865	0,1682	0,0485	0,2014	-0,2022	-0,1528	0,9909	13,6600	0,3320	0,2022	0,0701	0,2223	-0,2234	-0,1521	0,9975	15,1280
22	75	10	50	2	0,2677	0,1487	0,0289	0,2020	-0,2022	-0,1731	0,9625	11,6460	0,3742	0,2333	0,0876	0,2505	-0,2506	-0,1629	0,9965	15,5720
23	75	10	20	1	0,2878	0,1680	0,0466	0,2016	-0,2022	-0,1550	0,9913	14,3770	0,2894	0,1680	0,0452	0,2042	-0,2047	-0,1590	0,9910	14,1970
23	75	10	20	2	0,2561	0,1370	0,0164	0,2020	-0,2017	-0,1856	0,9310	10,9680	0,3574	0,2146	0,0674	0,2503	-0,2503	-0,1829	0,9916	14,9330
23	75	10	30	1	0,2878	0,1680	0,0466	0,2016	-0,2022	-0,1550	0,9913	14,3770	0,2887	0,1680	0,0458	0,2032	-0,2037	-0,1574	0,9910	14,2780
23	75	10	30	2	0,2641	0,1448	0,0239	0,2020	-0,2019	-0,1781	0,9551	11,8580	0,3687	0,2267	0,0795	0,2506	-0,2505	-0,1711	0,9960	15,9010
23	75	10	40	1	0,2878	0,1680	0,0466	0,2016	-0,2022	-0,1550	0,9913	14,3770	0,2887	0,1680	0,0458	0,2032	-0,2037	-0,1574	0,9912	14,2800
23	75	10	40	2	0,2644	0,1448	0,0241	0,2020	-0,2020	-0,1780	0,9569	11,8530	0,3688	0,2268	0,0797	0,2506	-0,2505	-0,1709	0,9961	15,9140
23	75	10	50	1	0,2878	0,1680	0,0466	0,2016	-0,2022	-0,1550	0,9913	14,3770	0,2887	0,1680	0,0458	0,2032	-0,2037	-0,1574	0,9913	14,2810
23	75	10	50	2	0,2644	0,1448	0,0240	0,2020	-0,2020	-0,1780	0,9570	11,8600	0,3688	0,2268	0,0797	0,2506	-0,2505	-0,1709	0,9960	15,9140
24	75	10	20	1	0,2820	0,1611	0,0389	0,2019	-0,2024	-0,1630	0,9864	14,3370	0,3200	0,1893	0,0566	0,2197	-0,2200	-0,1630	0,9957	15,7550

Simulació 12

24	75	10	20	2	0,2542	0,1332	0,0111	0,2017	-0,2021	-0,1906	0,9303	11,1130	0,3536	0,2087	0,0593	0,2502	-0,2512	-0,1909	0,9908	15,1770
24	75	10	30	1	0,2820	0,1611	0,0389	0,2019	-0,2024	-0,1630	0,9864	14,3370	0,3235	0,1918	0,0581	0,2215	-0,2219	-0,1635	0,9960	15,8480
24	75	10	30	2	0,2610	0,1402	0,0180	0,2016	-0,2022	-0,1835	0,9511	11,9520	0,3646	0,2207	0,0714	0,2502	-0,2511	-0,1788	0,9942	16,2220
24	75	10	40	1	0,2820	0,1611	0,0389	0,2019	-0,2024	-0,1630	0,9864	14,3370	0,3239	0,1921	0,0582	0,2218	-0,2222	-0,1637	0,9963	15,8450
24	75	10	40	2	0,2610	0,1401	0,0181	0,2016	-0,2022	-0,1835	0,9491	11,9410	0,3647	0,2209	0,0716	0,2502	-0,2510	-0,1785	0,9941	16,2280
24	75	10	50	1	0,2820	0,1611	0,0389	0,2019	-0,2024	-0,1630	0,9864	14,3370	0,3240	0,1921	0,0582	0,2219	-0,2222	-0,1637	0,9963	15,8470
24	75	10	50	2	0,2610	0,1401	0,0181	0,2015	-0,2021	-0,1835	0,9489	11,9470	0,3647	0,2209	0,0717	0,2502	-0,2510	-0,1785	0,9940	16,2250
25	75	10	20	1	0,2829	0,1610	0,0383	0,2018	-0,2022	-0,1635	0,9868	15,0570	0,2846	0,1610	0,0366	0,2041	-0,2046	-0,1675	0,9865	14,8500
25	75	10	20	2	0,2520	0,1297	0,0066	0,2018	-0,2020	-0,1952	0,9154	11,2680	0,3498	0,2035	0,0519	0,2506	-0,2501	-0,1987	0,9889	15,4630
25	75	10	30	1	0,2829	0,1610	0,0383	0,2018	-0,2022	-0,1635	0,9868	15,0570	0,2838	0,1610	0,0374	0,2032	-0,2036	-0,1658	0,9873	14,9350
25	75	10	30	2	0,2601	0,1378	0,0146	0,2021	-0,2019	-0,1875	0,9462	12,2400	0,3611	0,2154	0,0644	0,2506	-0,2504	-0,1862	0,9945	16,5420
25	75	10	40	1	0,2829	0,1610	0,0383	0,2018	-0,2022	-0,1635	0,9868	15,0570	0,2838	0,1610	0,0374	0,2032	-0,2036	-0,1658	0,9870	14,9340
25	75	10	40	2	0,2608	0,1386	0,0154	0,2021	-0,2019	-0,1867	0,9483	12,3370	0,3612	0,2156	0,0646	0,2506	-0,2504	-0,1859	0,9940	16,5510
25	75	10	50	1	0,2829	0,1610	0,0383	0,2018	-0,2022	-0,1635	0,9868	15,0570	0,2838	0,1610	0,0374	0,2032	-0,2036	-0,1658	0,9870	14,9320
25	75	10	50	2	0,2609	0,1386	0,0155	0,2021	-0,2019	-0,1866	0,9483	12,3510	0,3612	0,2156	0,0646	0,2506	-0,2504	-0,1859	0,9940	16,5490
26	75	10	20	1	0,2780	0,1550	0,0304	0,2014	-0,2021	-0,1710	0,9843	15,0760	0,3138	0,1810	0,0459	0,2188	-0,2194	-0,1729	0,9911	16,5110
26	75	10	20	2	0,2493	0,1261	0,0018	0,2017	-0,2019	-0,1998	0,9064	11,3800	0,3462	0,1979	0,0454	0,2502	-0,2511	-0,2048	0,9859	15,6030
26	75	10	30	1	0,2780	0,1550	0,0304	0,2014	-0,2021	-0,1710	0,9843	15,0760	0,3171	0,1833	0,0472	0,2207	-0,2211	-0,1735	0,9913	16,5920
26	75	10	30	2	0,2563	0,1330	0,0084	0,2017	-0,2020	-0,1933	0,9347	12,2490	0,3573	0,2098	0,0575	0,2501	-0,2508	-0,1926	0,9917	16,7390
26	75	10	40	1	0,2780	0,1550	0,0304	0,2014	-0,2021	-0,1710	0,9843	15,0760	0,3175	0,1835	0,0473	0,2209	-0,2214	-0,1737	0,9912	16,5970
26	75	10	40	2	0,2562	0,1330	0,0084	0,2018	-0,2018	-0,1934	0,9344	12,2420	0,3575	0,2100	0,0577	0,2501	-0,2508	-0,1924	0,9914	16,7560
26	75	10	50	1	0,2780	0,1550	0,0304	0,2014	-0,2021	-0,1710	0,9843	15,0760	0,3175	0,1835	0,0473	0,2210	-0,2214	-0,1737	0,9914	16,5990
26	75	10	50	2	0,2563	0,1330	0,0085	0,2018	-0,2018	-0,1933	0,9351	12,2440	0,3575	0,2100	0,0577	0,2501	-0,2508	-0,1924	0,9915	16,7560
27	75	10	20	1	0,2796	0,1548	0,0293	0,2021	-0,2021	-0,1728	0,9849	15,7170	0,2811	0,1549	0,0277	0,2044	-0,2047	-0,1768	0,9829	15,5020
27	75	10	20	2	0,2476	0,1231	-0,0028	0,2014	-0,2016	-0,2042	0,8976	11,5430	0,3426	0,1933	0,0393	0,2498	-0,2498	-0,2106	0,9852	15,8840
27	75	10	30	1	0,2796	0,1548	0,0293	0,2021	-0,2021	-0,1728	0,9849	15,7170	0,2804	0,1549	0,0283	0,2035	-0,2036	-0,1752	0,9856	15,5980
27	75	10	30	2	0,2545	0,1305	0,0050	0,2017	-0,2015	-0,1967	0,9312	12,5470	0,3538	0,2052	0,0515	0,2498	-0,2502	-0,1983	0,9913	17,0870
27	75	10	40	1	0,2796	0,1548	0,0293	0,2021	-0,2021	-0,1728	0,9849	15,7170	0,2804	0,1549	0,0283	0,2035	-0,2036	-0,1752	0,9857	15,5990
27	75	10	40	2	0,2544	0,1306	0,0050	0,2018	-0,2015	-0,1968	0,9316	12,5760	0,3540	0,2054	0,0517	0,2498	-0,2502	-0,1982	0,9916	17,1060
27	75	10	50	1	0,2796	0,1548	0,0293	0,2021	-0,2021	-0,1728	0,9849	15,7170	0,2804	0,1549	0,0283	0,2035	-0,2036	-0,1752	0,9857	15,5990
27	75	10	50	2	0,2545	0,1306	0,0050	0,2017	-0,2015	-0,1967	0,9317	12,5610	0,3540	0,2054	0,0517	0,2498	-0,2502	-0,1982	0,9914	17,1070
28	75	10	20	1	0,2743	0,1494	0,0232	0,2018	-0,2018	-0,1785	0,9790	15,6980	0,3081	0,1733	0,0368	0,2187	-0,2185	-0,1819	0,9898	17,1180
28	75	10	20	2	0,2458	0,1201	-0,0061	0,2013	-0,2017	-0,2074	0,8930	11,6990	0,3396	0,1887	0,0330	0,2499	-0,2502	-0,2170	0,9784	16,1010
28	75	10	30	1	0,2743	0,1494	0,0232	0,2018	-0,2018	-0,1785	0,9790	15,6980	0,3112	0,1754	0,0380	0,2204	-0,2202	-0,1825	0,9909	17,2220
28	75	10	30	2	0,2525	0,1273	0,0012	0,2016	-0,2017	-0,2004	0,9228	12,6690	0,3505	0,2003	0,0452	0,2500	-0,2502	-0,2048	0,9884	17,3200
28	75	10	40	1	0,2743	0,1494	0,0232	0,2018	-0,2018	-0,1785	0,9790	15,6980	0,3115	0,1756	0,0380	0,2207	-0,2205	-0,1827	0,9908	17,2290
28	75	10	40	2	0,2524	0,1273	0,0012	0,2017	-0,2018	-0,2005	0,9232	12,6880	0,3506	0,2005	0,0454	0,2500	-0,2502	-0,2045	0,9892	17,3490

Simulació 12

28	75	10	50	1	0,2743	0,1494	0,0232	0,2018	-0,2018	-0,1785	0,9790	15,6980	0,3116	0,1756	0,0380	0,2207	-0,2205	-0,1827	0,9907	17,2290
28	75	10	50	2	0,2524	0,1273	0,0012	0,2016	-0,2018	-0,2004	0,9231	12,6800	0,3506	0,2005	0,0454	0,2499	-0,2501	-0,2045	0,9893	17,3460
29	75	10	20	1	0,2754	0,1494	0,0219	0,2013	-0,2020	-0,1795	0,9830	16,3840	0,2770	0,1494	0,0202	0,2038	-0,2045	-0,1836	0,9800	16,1560
29	75	10	20	2	0,2431	0,1170	-0,0103	0,2022	-0,2017	-0,2125	0,8723	11,7680	0,3358	0,1841	0,0271	0,2502	-0,2501	-0,2230	0,9736	16,2690
29	75	10	30	1	0,2754	0,1494	0,0219	0,2013	-0,2020	-0,1795	0,9830	16,3840	0,2763	0,1494	0,0209	0,2028	-0,2035	-0,1819	0,9808	16,2450
29	75	10	30	2	0,2499	0,1239	-0,0034	0,2018	-0,2019	-0,2052	0,9148	12,7570	0,3470	0,1957	0,0397	0,2500	-0,2504	-0,2103	0,9853	17,5450
29	75	10	40	1	0,2754	0,1494	0,0219	0,2013	-0,2020	-0,1795	0,9830	16,3840	0,2763	0,1494	0,0209	0,2028	-0,2035	-0,1819	0,9808	16,2540
29	75	10	40	2	0,2498	0,1239	-0,0032	0,2016	-0,2019	-0,2048	0,9149	12,7470	0,3471	0,1959	0,0399	0,2500	-0,2504	-0,2101	0,9855	17,5670
29	75	10	50	1	0,2754	0,1494	0,0219	0,2013	-0,2020	-0,1795	0,9830	16,3840	0,2763	0,1494	0,0209	0,2028	-0,2035	-0,1819	0,9808	16,2530
29	75	10	50	2	0,2498	0,1239	-0,0032	0,2017	-0,2019	-0,2049	0,9159	12,7620	0,3471	0,1959	0,0399	0,2500	-0,2504	-0,2101	0,9854	17,5700
30	75	10	20	1	0,2713	0,1443	0,0159	0,2017	-0,2021	-0,1858	0,9745	16,3410	0,3033	0,1666	0,0283	0,2179	-0,2181	-0,1897	0,9886	17,7740
30	75	10	20	2	0,2415	0,1144	-0,0134	0,2013	-0,2020	-0,2147	0,8663	11,9220	0,3332	0,1801	0,0223	0,2499	-0,2504	-0,2276	0,9708	16,4760
30	75	10	30	1	0,2713	0,1443	0,0159	0,2017	-0,2021	-0,1858	0,9745	16,3410	0,3061	0,1686	0,0293	0,2194	-0,2196	-0,1901	0,9888	17,8770
30	75	10	30	2	0,2483	0,1217	-0,0066	0,2015	-0,2020	-0,2081	0,9055	13,0270	0,3441	0,1916	0,0342	0,2498	-0,2503	-0,2157	0,9827	17,7990
30	75	10	40	1	0,2713	0,1443	0,0159	0,2017	-0,2021	-0,1858	0,9745	16,3410	0,3064	0,1688	0,0293	0,2197	-0,2199	-0,1904	0,9887	17,8800
30	75	10	40	2	0,2490	0,1223	-0,0059	0,2017	-0,2021	-0,2076	0,9093	13,0990	0,3443	0,1918	0,0344	0,2499	-0,2504	-0,2155	0,9837	17,8290
30	75	10	50	1	0,2713	0,1443	0,0159	0,2017	-0,2021	-0,1858	0,9745	16,3410	0,3065	0,1688	0,0293	0,2197	-0,2199	-0,1904	0,9886	17,8810
30	75	10	50	2	0,2491	0,1224	-0,0058	0,2017	-0,2021	-0,2075	0,9098	13,1070	0,3443	0,1918	0,0344	0,2499	-0,2504	-0,2155	0,9837	17,8280
31	75	10	20	1	0,2720	0,1444	0,0160	0,2017	-0,2018	-0,1857	0,9773	17,0420	0,2735	0,1444	0,0144	0,2042	-0,2042	-0,1898	0,9731	16,8070
31	75	10	20	2	0,2396	0,1117	-0,0175	0,2016	-0,2017	-0,2192	0,8565	12,0630	0,3298	0,1760	0,0166	0,2502	-0,2509	-0,2336	0,9659	16,6650
31	75	10	30	1	0,2720	0,1444	0,0160	0,2017	-0,2018	-0,1857	0,9773	17,0420	0,2728	0,1444	0,0150	0,2031	-0,2032	-0,1882	0,9735	16,9220
31	75	10	30	2	0,2459	0,1184	-0,0106	0,2015	-0,2020	-0,2121	0,8936	13,0540	0,3407	0,1874	0,0289	0,2501	-0,2504	-0,2213	0,9809	18,0260
31	75	10	40	1	0,2720	0,1444	0,0160	0,2017	-0,2018	-0,1857	0,9773	17,0420	0,2728	0,1444	0,0150	0,2031	-0,2032	-0,1881	0,9734	16,9270
31	75	10	40	2	0,2459	0,1184	-0,0106	0,2016	-0,2021	-0,2122	0,8946	13,0680	0,3409	0,1876	0,0291	0,2501	-0,2504	-0,2210	0,9817	18,0610
31	75	10	50	1	0,2720	0,1444	0,0160	0,2017	-0,2018	-0,1857	0,9773	17,0420	0,2728	0,1444	0,0150	0,2031	-0,2032	-0,1881	0,9733	16,9270
31	75	10	50	2	0,2458	0,1184	-0,0106	0,2016	-0,2021	-0,2122	0,8960	13,0730	0,3409	0,1876	0,0291	0,2501	-0,2504	-0,2210	0,9820	18,0630
32	75	10	20	1	0,2684	0,1399	0,0104	0,2013	-0,2017	-0,1909	0,9730	17,0410	0,2986	0,1606	0,0213	0,2168	-0,2175	-0,1956	0,9856	18,4460
32	75	10	20	2	0,2381	0,1093	-0,0203	0,2016	-0,2019	-0,2219	0,8485	12,1870	0,3282	0,1724	0,0123	0,2501	-0,2505	-0,2378	0,9635	16,8500
32	75	10	30	1	0,2684	0,1399	0,0104	0,2013	-0,2017	-0,1909	0,9730	17,0410	0,3013	0,1624	0,0222	0,2182	-0,2189	-0,1960	0,9858	18,5470
32	75	10	30	2	0,2447	0,1163	-0,0132	0,2019	-0,2022	-0,2151	0,8878	13,3080	0,3384	0,1837	0,0238	0,2500	-0,2503	-0,2262	0,9805	18,3120
32	75	10	40	1	0,2684	0,1399	0,0104	0,2013	-0,2017	-0,1909	0,9730	17,0410	0,3016	0,1626	0,0222	0,2184	-0,2192	-0,1962	0,9857	18,5460
32	75	10	40	2	0,2447	0,1163	-0,0132	0,2019	-0,2020	-0,2151	0,8856	13,3080	0,3386	0,1839	0,0240	0,2499	-0,2502	-0,2260	0,9811	18,3360
32	75	10	50	1	0,2684	0,1399	0,0104	0,2013	-0,2017	-0,1909	0,9730	17,0410	0,3016	0,1626	0,0222	0,2184	-0,2192	-0,1962	0,9856	18,5450
32	75	10	50	2	0,2447	0,1163	-0,0131	0,2020	-0,2021	-0,2151	0,8848	13,3120	0,3386	0,1839	0,0240	0,2499	-0,2502	-0,2260	0,9809	18,3340
33	75	10	20	1	0,2692	0,1399	0,0090	0,2016	-0,2017	-0,1927	0,9693	17,6920	0,2708	0,1399	0,0074	0,2040	-0,2042	-0,1967	0,9674	17,4370
33	75	10	20	2	0,2366	0,1069	-0,0237	0,2012	-0,2016	-0,2249	0,8378	12,3270	0,3251	0,1687	0,0076	0,2499	-0,2507	-0,2423	0,9614	17,0390
33	75	10	30	1	0,2692	0,1399	0,0090	0,2016	-0,2017	-0,1927	0,9693	17,6920	0,2701	0,1399	0,0080	0,2031	-0,2033	-0,1951	0,9679	17,5550

Simulació 12

33	75	10	30	2	0,2434	0,1138	-0,0170	0,2014	-0,2023	-0,2184	0,8820	13,3930	0,3354	0,1799	0,0196	0,2497	-0,2503	-0,2301	0,9769	18,5010
33	75	10	40	1	0,2692	0,1399	0,0090	0,2016	-0,2017	-0,1927	0,9693	17,6920	0,2701	0,1399	0,0080	0,2031	-0,2033	-0,1951	0,9682	17,5600
33	75	10	40	2	0,2434	0,1138	-0,0170	0,2015	-0,2024	-0,2184	0,8823	13,4100	0,3356	0,1801	0,0198	0,2497	-0,2504	-0,2298	0,9777	18,5320
33	75	10	50	1	0,2692	0,1399	0,0090	0,2016	-0,2017	-0,1927	0,9693	17,6920	0,2701	0,1399	0,0080	0,2031	-0,2033	-0,1951	0,9682	17,5590
33	75	10	50	2	0,2434	0,1138	-0,0171	0,2015	-0,2025	-0,2185	0,8834	13,4090	0,3356	0,1801	0,0198	0,2496	-0,2504	-0,2298	0,9778	18,5320
34	75	10	20	1	0,2663	0,1359	0,0043	0,2016	-0,2019	-0,1973	0,9680	17,6600	0,2953	0,1554	0,0139	0,2165	-0,2170	-0,2026	0,9809	19,0870
34	75	10	20	2	0,2350	0,1047	-0,0267	0,2017	-0,2014	-0,2285	0,8219	12,4690	0,3226	0,1652	0,0031	0,2501	-0,2499	-0,2470	0,9531	17,2430
34	75	10	30	1	0,2663	0,1359	0,0043	0,2016	-0,2019	-0,1973	0,9680	17,6600	0,2979	0,1571	0,0148	0,2179	-0,2183	-0,2031	0,9834	19,1980
34	75	10	30	2	0,2410	0,1112	-0,0205	0,2014	-0,2016	-0,2219	0,8659	13,5710	0,3325	0,1763	0,0145	0,2498	-0,2497	-0,2353	0,9747	18,7470
34	75	10	40	1	0,2663	0,1359	0,0043	0,2016	-0,2019	-0,1973	0,9680	17,6600	0,2982	0,1573	0,0149	0,2182	-0,2186	-0,2033	0,9834	19,1980
34	75	10	40	2	0,2411	0,1112	-0,0203	0,2015	-0,2015	-0,2218	0,8692	13,5680	0,3327	0,1765	0,0147	0,2497	-0,2498	-0,2350	0,9740	18,7800
34	75	10	50	1	0,2663	0,1359	0,0043	0,2016	-0,2019	-0,1973	0,9680	17,6600	0,2983	0,1573	0,0149	0,2182	-0,2186	-0,2033	0,9834	19,1970
34	75	10	50	2	0,2411	0,1112	-0,0203	0,2014	-0,2015	-0,2217	0,8681	13,5680	0,3327	0,1765	0,0147	0,2497	-0,2498	-0,2350	0,9739	18,7800
35	75	10	20	1	0,2667	0,1357	0,0033	0,2014	-0,2019	-0,1980	0,9679	18,3160	0,2684	0,1357	0,0018	0,2038	-0,2044	-0,2020	0,9658	18,0580
35	75	10	20	2	0,2336	0,1026	-0,0289	0,2015	-0,2018	-0,2304	0,8155	12,5800	0,3206	0,1619	-0,0010	0,2497	-0,2499	-0,2507	0,9520	17,3950
35	75	10	30	1	0,2667	0,1357	0,0033	0,2014	-0,2019	-0,1980	0,9679	18,3160	0,2677	0,1357	0,0024	0,2027	-0,2034	-0,2003	0,9663	18,1690
35	75	10	30	2	0,2401	0,1093	-0,0225	0,2018	-0,2018	-0,2244	0,8596	13,7560	0,3306	0,1730	0,0105	0,2496	-0,2501	-0,2391	0,9708	18,9300
35	75	10	40	1	0,2667	0,1357	0,0033	0,2014	-0,2019	-0,1980	0,9679	18,3160	0,2677	0,1357	0,0024	0,2027	-0,2034	-0,2003	0,9666	18,1650
35	75	10	40	2	0,2406	0,1099	-0,0220	0,2018	-0,2020	-0,2238	0,8599	13,8350	0,3308	0,1732	0,0107	0,2496	-0,2501	-0,2388	0,9715	18,9550
35	75	10	50	1	0,2667	0,1357	0,0033	0,2014	-0,2019	-0,1980	0,9679	18,3160	0,2677	0,1357	0,0024	0,2027	-0,2034	-0,2003	0,9665	18,1660
35	75	10	50	2	0,2407	0,1099	-0,0220	0,2018	-0,2019	-0,2238	0,8625	13,8440	0,3308	0,1732	0,0107	0,2496	-0,2501	-0,2388	0,9717	18,9520
36	75	10	20	1	0,2636	0,1319	-0,0010	0,2015	-0,2019	-0,2025	0,9590	18,3150	0,2910	0,1503	0,0077	0,2161	-0,2167	-0,2084	0,9752	19,7250
36	75	10	20	2	0,2324	0,1006	-0,0323	0,2019	-0,2015	-0,2342	0,8077	12,7500	0,3182	0,1590	-0,0054	0,2500	-0,2503	-0,2554	0,9448	17,6620
36	75	10	30	1	0,2636	0,1319	-0,0010	0,2015	-0,2019	-0,2025	0,9590	18,3150	0,2935	0,1519	0,0085	0,2174	-0,2180	-0,2089	0,9773	19,8360
36	75	10	30	2	0,2389	0,1070	-0,0260	0,2017	-0,2020	-0,2277	0,8520	13,8740	0,3287	0,1700	0,0059	0,2497	-0,2500	-0,2438	0,9673	19,2140
36	75	10	40	1	0,2636	0,1319	-0,0010	0,2015	-0,2019	-0,2025	0,9590	18,3150	0,2938	0,1520	0,0085	0,2176	-0,2182	-0,2091	0,9771	19,8370
36	75	10	40	2	0,2390	0,1070	-0,0262	0,2017	-0,2020	-0,2279	0,8575	13,8530	0,3288	0,1702	0,0061	0,2496	-0,2500	-0,2435	0,9679	19,2340
36	75	10	50	1	0,2636	0,1319	-0,0010	0,2015	-0,2019	-0,2025	0,9590	18,3150	0,2939	0,1520	0,0085	0,2176	-0,2182	-0,2091	0,9771	19,8370
36	75	10	50	2	0,2390	0,1070	-0,0262	0,2017	-0,2020	-0,2279	0,8588	13,8610	0,3288	0,1702	0,0061	0,2496	-0,2500	-0,2435	0,9684	19,2350
37	75	10	20	1	0,2644	0,1318	-0,0021	0,2015	-0,2019	-0,2036	0,9632	18,9110	0,2662	0,1318	-0,0038	0,2040	-0,2045	-0,2078	0,9597	18,6630
37	75	10	20	2	0,2311	0,0987	-0,0351	0,2016	-0,2017	-0,2366	0,8036	12,8960	0,3165	0,1561	-0,0095	0,2502	-0,2501	-0,2596	0,9373	17,8280
37	75	10	30	1	0,2644	0,1318	-0,0021	0,2015	-0,2019	-0,2036	0,9632	18,9110	0,2654	0,1318	-0,0031	0,2030	-0,2035	-0,2061	0,9629	18,7640
37	75	10	30	2	0,2373	0,1052	-0,0286	0,2018	-0,2021	-0,2304	0,8462	14,0850	0,3264	0,1670	0,0021	0,2500	-0,2498	-0,2478	0,9644	19,4490
37	75	10	40	1	0,2644	0,1318	-0,0021	0,2015	-0,2019	-0,2036	0,9632	18,9110	0,2653	0,1318	-0,0031	0,2030	-0,2034	-0,2061	0,9626	18,7650
37	75	10	40	2	0,2376	0,1053	-0,0283	0,2017	-0,2020	-0,2299	0,8471	14,1050	0,3266	0,1672	0,0023	0,2499	-0,2498	-0,2476	0,9643	19,4730
37	75	10	50	1	0,2644	0,1318	-0,0021	0,2015	-0,2019	-0,2036	0,9632	18,9110	0,2653	0,1318	-0,0031	0,2030	-0,2034	-0,2061	0,9626	18,7650
37	75	10	50	2	0,2375	0,1053	-0,0282	0,2017	-0,2020	-0,2300	0,8461	14,0950	0,3266	0,1672	0,0023	0,2499	-0,2498	-0,2476	0,9644	19,4720

Simulació 12

38	75	10	20	1	0,2612	0,1285	-0,0052	0,2011	-0,2017	-0,2063	0,9543	18,9420	0,2876	0,1457	0,0024	0,2153	-0,2165	-0,2128	0,9743	20,3300
38	75	10	20	2	0,2295	0,0967	-0,0374	0,2020	-0,2017	-0,2394	0,7824	13,0170	0,3143	0,1530	-0,0132	0,2500	-0,2500	-0,2631	0,9353	17,9620
38	75	10	30	1	0,2612	0,1285	-0,0052	0,2011	-0,2017	-0,2063	0,9543	18,9420	0,2899	0,1472	0,0031	0,2164	-0,2177	-0,2133	0,9750	20,4600
38	75	10	30	2	0,2354	0,1030	-0,0313	0,2016	-0,2019	-0,2329	0,8366	14,1870	0,3239	0,1637	-0,0021	0,2496	-0,2495	-0,2517	0,9599	19,6330
38	75	10	40	1	0,2612	0,1285	-0,0052	0,2011	-0,2017	-0,2063	0,9543	18,9420	0,2902	0,1474	0,0032	0,2166	-0,2179	-0,2135	0,9744	20,4620
38	75	10	40	2	0,2354	0,1031	-0,0312	0,2017	-0,2016	-0,2329	0,8336	14,2090	0,3240	0,1639	-0,0018	0,2496	-0,2495	-0,2514	0,9607	19,6580
38	75	10	50	1	0,2612	0,1285	-0,0052	0,2011	-0,2017	-0,2063	0,9543	18,9420	0,2902	0,1474	0,0032	0,2166	-0,2179	-0,2135	0,9744	20,4600
38	75	10	50	2	0,2355	0,1031	-0,0312	0,2017	-0,2017	-0,2328	0,8370	14,2080	0,3240	0,1639	-0,0018	0,2496	-0,2495	-0,2514	0,9607	19,6550
39	75	10	20	1	0,2618	0,1285	-0,0061	0,2015	-0,2016	-0,2076	0,9618	19,5540	0,2635	0,1285	-0,0079	0,2039	-0,2041	-0,2118	0,9574	19,3030
39	75	10	20	2	0,2286	0,0947	-0,0405	0,2013	-0,2015	-0,2418	0,7752	13,1260	0,3128	0,1502	-0,0170	0,2499	-0,2497	-0,2668	0,9344	18,1590
39	75	10	30	1	0,2618	0,1285	-0,0061	0,2015	-0,2016	-0,2076	0,9618	19,5540	0,2628	0,1285	-0,0072	0,2029	-0,2030	-0,2101	0,9604	19,4210
39	75	10	30	2	0,2348	0,1010	-0,0342	0,2014	-0,2018	-0,2356	0,8313	14,3170	0,3222	0,1608	-0,0056	0,2491	-0,2495	-0,2547	0,9586	19,8170
39	75	10	40	1	0,2618	0,1285	-0,0061	0,2015	-0,2016	-0,2076	0,9618	19,5540	0,2628	0,1285	-0,0072	0,2029	-0,2030	-0,2101	0,9599	19,4280
39	75	10	40	2	0,2349	0,1010	-0,0341	0,2014	-0,2017	-0,2355	0,8301	14,3230	0,3223	0,1610	-0,0053	0,2491	-0,2495	-0,2544	0,9591	19,8550
39	75	10	50	1	0,2618	0,1285	-0,0061	0,2015	-0,2016	-0,2076	0,9618	19,5540	0,2628	0,1285	-0,0072	0,2029	-0,2030	-0,2101	0,9597	19,4280
39	75	10	50	2	0,2350	0,1010	-0,0341	0,2014	-0,2017	-0,2355	0,8314	14,3090	0,3223	0,1610	-0,0053	0,2491	-0,2495	-0,2544	0,9592	19,8550
40	75	10	20	1	0,2588	0,1252	-0,0104	0,2014	-0,2014	-0,2117	0,9541	19,5500	0,2844	0,1416	-0,0032	0,2153	-0,2157	-0,2185	0,9684	20,9530
40	75	10	20	2	0,2278	0,0931	-0,0421	0,2014	-0,2017	-0,2436	0,7688	13,3090	0,3108	0,1475	-0,0203	0,2494	-0,2501	-0,2697	0,9303	18,3480
40	75	10	30	1	0,2588	0,1252	-0,0104	0,2014	-0,2014	-0,2117	0,9541	19,5500	0,2865	0,1430	-0,0024	0,2165	-0,2169	-0,2189	0,9696	21,0910
40	75	10	30	2	0,2342	0,0995	-0,0361	0,2017	-0,2019	-0,2378	0,8220	14,5360	0,3203	0,1581	-0,0092	0,2490	-0,2498	-0,2581	0,9572	20,0370
40	75	10	40	1	0,2588	0,1252	-0,0104	0,2014	-0,2014	-0,2117	0,9541	19,5500	0,2868	0,1432	-0,0024	0,2167	-0,2171	-0,2191	0,9696	21,0900
40	75	10	40	2	0,2344	0,0999	-0,0356	0,2016	-0,2019	-0,2372	0,8257	14,6280	0,3204	0,1583	-0,0090	0,2490	-0,2498	-0,2579	0,9563	20,0670
40	75	10	50	1	0,2588	0,1252	-0,0104	0,2014	-0,2014	-0,2117	0,9541	19,5500	0,2868	0,1432	-0,0024	0,2167	-0,2171	-0,2191	0,9695	21,0890
40	75	10	50	2	0,2344	0,1000	-0,0356	0,2015	-0,2020	-0,2371	0,8291	14,6340	0,3204	0,1583	-0,0090	0,2490	-0,2498	-0,2579	0,9562	20,0690
41	75	10	20	1	0,2598	0,1252	-0,0111	0,2016	-0,2019	-0,2126	0,9562	20,1820	0,2615	0,1252	-0,0128	0,2040	-0,2041	-0,2168	0,9547	19,9200
41	75	10	20	2	0,2266	0,0914	-0,0446	0,2014	-0,2018	-0,2459	0,7633	13,4540	0,3096	0,1450	-0,0234	0,2494	-0,2495	-0,2728	0,9197	18,5280
41	75	10	30	1	0,2598	0,1252	-0,0111	0,2016	-0,2019	-0,2126	0,9562	20,1820	0,2609	0,1252	-0,0121	0,2030	-0,2032	-0,2151	0,9557	20,0370
41	75	10	30	2	0,2328	0,0975	-0,0383	0,2013	-0,2017	-0,2396	0,8169	14,6130	0,3192	0,1555	-0,0124	0,2489	-0,2492	-0,2613	0,9511	20,2750
41	75	10	40	1	0,2598	0,1252	-0,0111	0,2016	-0,2019	-0,2126	0,9562	20,1820	0,2609	0,1252	-0,0121	0,2030	-0,2032	-0,2151	0,9566	20,0300
41	75	10	40	2	0,2326	0,0975	-0,0383	0,2013	-0,2018	-0,2396	0,8145	14,6040	0,3194	0,1557	-0,0122	0,2489	-0,2493	-0,2611	0,9519	20,3050
41	75	10	50	1	0,2598	0,1252	-0,0111	0,2016	-0,2019	-0,2126	0,9562	20,1820	0,2609	0,1252	-0,0121	0,2030	-0,2032	-0,2151	0,9567	20,0310
41	75	10	50	2	0,2326	0,0975	-0,0383	0,2014	-0,2017	-0,2397	0,8149	14,6180	0,3193	0,1557	-0,0122	0,2489	-0,2493	-0,2611	0,9513	20,3040
42	75	10	20	1	0,2576	0,1223	-0,0147	0,2015	-0,2015	-0,2162	0,9471	20,2250	0,2820	0,1379	-0,0082	0,2151	-0,2155	-0,2234	0,9661	21,6190
42	75	10	20	2	0,2251	0,0899	-0,0469	0,2016	-0,2014	-0,2484	0,7500	13,5860	0,3075	0,1426	-0,0266	0,2491	-0,2492	-0,2758	0,9193	18,6940
42	75	10	30	1	0,2576	0,1223	-0,0147	0,2015	-0,2015	-0,2162	0,9471	20,2250	0,2840	0,1392	-0,0076	0,2163	-0,2165	-0,2239	0,9674	21,7440
42	75	10	30	2	0,2319	0,0960	-0,0407	0,2014	-0,2017	-0,2421	0,8083	14,8390	0,3171	0,1530	-0,0155	0,2492	-0,2490	-0,2647	0,9469	20,4800
42	75	10	40	1	0,2576	0,1223	-0,0147	0,2015	-0,2015	-0,2162	0,9471	20,2250	0,2842	0,1394	-0,0076	0,2165	-0,2167	-0,2241	0,9678	21,7430



Simulació 12

42	75	10	40	2	0,2320	0,0962	-0,0405	0,2013	-0,2019	-0,2418	0,8070	14,8510	0,3173	0,1532	-0,0153	0,2492	-0,2490	-0,2645	0,9482	20,5160
42	75	10	50	1	0,2576	0,1223	-0,0147	0,2015	-0,2015	-0,2162	0,9471	20,2250	0,2843	0,1394	-0,0076	0,2165	-0,2167	-0,2241	0,9678	21,7440
42	75	10	50	2	0,2320	0,0962	-0,0407	0,2013	-0,2019	-0,2420	0,8066	14,8500	0,3173	0,1532	-0,0153	0,2492	-0,2490	-0,2645	0,9481	20,5170
43	75	10	20	1	0,2584	0,1224	-0,0148	0,2010	-0,2015	-0,2158	0,9498	20,8610	0,2601	0,1224	-0,0166	0,2035	-0,2040	-0,2201	0,9451	20,5960
43	75	10	20	2	0,2247	0,0884	-0,0485	0,2013	-0,2012	-0,2498	0,7480	13,7720	0,3049	0,1402	-0,0292	0,2496	-0,2494	-0,2788	0,9088	18,8680
43	75	10	30	1	0,2584	0,1224	-0,0148	0,2010	-0,2015	-0,2158	0,9498	20,8610	0,2594	0,1224	-0,0160	0,2025	-0,2030	-0,2185	0,9464	20,7140
43	75	10	30	2	0,2305	0,0945	-0,0425	0,2013	-0,2012	-0,2438	0,7981	15,0230	0,3145	0,1505	-0,0182	0,2494	-0,2489	-0,2677	0,9374	20,6820
43	75	10	40	1	0,2584	0,1224	-0,0148	0,2010	-0,2015	-0,2158	0,9498	20,8610	0,2594	0,1224	-0,0160	0,2025	-0,2030	-0,2185	0,9468	20,7130
43	75	10	40	2	0,2306	0,0946	-0,0424	0,2013	-0,2013	-0,2436	0,7990	15,0240	0,3147	0,1507	-0,0180	0,2494	-0,2489	-0,2674	0,9389	20,7140
43	75	10	50	1	0,2584	0,1224	-0,0148	0,2010	-0,2015	-0,2158	0,9498	20,8610	0,2594	0,1224	-0,0160	0,2025	-0,2030	-0,2185	0,9470	20,7140
43	75	10	50	2	0,2305	0,0946	-0,0423	0,2013	-0,2013	-0,2437	0,7987	15,0260	0,3147	0,1507	-0,0180	0,2494	-0,2489	-0,2674	0,9385	20,7180
44	75	10	20	1	0,2566	0,1195	-0,0178	0,2010	-0,2017	-0,2188	0,9491	20,8340	0,2803	0,1344	-0,0123	0,2146	-0,2153	-0,2269	0,9631	22,2350
44	75	10	20	2	0,2232	0,0869	-0,0511	0,2012	-0,2016	-0,2523	0,7336	13,9370	0,3042	0,1380	-0,0328	0,2489	-0,2495	-0,2817	0,9072	19,0540
44	75	10	30	1	0,2566	0,1195	-0,0178	0,2010	-0,2017	-0,2188	0,9491	20,8340	0,2823	0,1356	-0,0117	0,2157	-0,2163	-0,2274	0,9639	22,3680
44	75	10	30	2	0,2295	0,0928	-0,0447	0,2014	-0,2016	-0,2462	0,7892	15,1410	0,3133	0,1482	-0,0222	0,2487	-0,2494	-0,2709	0,9422	20,9260
44	75	10	40	1	0,2566	0,1195	-0,0178	0,2010	-0,2017	-0,2188	0,9491	20,8340	0,2825	0,1358	-0,0117	0,2159	-0,2165	-0,2276	0,9636	22,3750
44	75	10	40	2	0,2297	0,0928	-0,0445	0,2014	-0,2016	-0,2460	0,7895	15,1560	0,3135	0,1484	-0,0220	0,2487	-0,2494	-0,2707	0,9428	20,9580
44	75	10	50	1	0,2566	0,1195	-0,0178	0,2010	-0,2017	-0,2188	0,9491	20,8340	0,2826	0,1358	-0,0117	0,2159	-0,2165	-0,2277	0,9636	22,3760
44	75	10	50	2	0,2297	0,0928	-0,0446	0,2014	-0,2016	-0,2460	0,7912	15,1590	0,3135	0,1484	-0,0220	0,2487	-0,2494	-0,2707	0,9427	20,9600
45	75	10	20	1	0,2566	0,1196	-0,0189	0,2012	-0,2016	-0,2201	0,9454	21,4950	0,2583	0,1196	-0,0208	0,2036	-0,2040	-0,2244	0,9428	21,2180
45	75	10	20	2	0,2230	0,0855	-0,0526	0,2017	-0,2015	-0,2543	0,7251	14,0490	0,3022	0,1357	-0,0353	0,2497	-0,2493	-0,2849	0,8939	19,2350
45	75	10	30	1	0,2566	0,1196	-0,0189	0,2012	-0,2016	-0,2201	0,9454	21,4950	0,2576	0,1196	-0,0200	0,2026	-0,2030	-0,2226	0,9438	21,3470
45	75	10	30	2	0,2285	0,0913	-0,0472	0,2015	-0,2015	-0,2487	0,7782	15,3190	0,3113	0,1458	-0,0249	0,2492	-0,2491	-0,2741	0,9325	21,0890
45	75	10	40	1	0,2566	0,1196	-0,0189	0,2012	-0,2016	-0,2201	0,9454	21,4950	0,2576	0,1196	-0,0200	0,2026	-0,2030	-0,2226	0,9435	21,3500
45	75	10	40	2	0,2288	0,0917	-0,0468	0,2016	-0,2017	-0,2484	0,7789	15,3950	0,3115	0,1460	-0,0247	0,2492	-0,2491	-0,2738	0,9327	21,1350
45	75	10	50	1	0,2566	0,1196	-0,0189	0,2012	-0,2016	-0,2201	0,9454	21,4950	0,2576	0,1196	-0,0200	0,2026	-0,2030	-0,2226	0,9436	21,3490
45	75	10	50	2	0,2289	0,0917	-0,0467	0,2016	-0,2017	-0,2483	0,7783	15,4140	0,3115	0,1460	-0,0247	0,2492	-0,2491	-0,2738	0,9322	21,1300
46	75	10	20	1	0,2547	0,1170	-0,0221	0,2007	-0,2017	-0,2228	0,9460	21,5490	0,2775	0,1312	-0,0168	0,2141	-0,2150	-0,2309	0,9617	22,9410
46	75	10	20	2	0,2212	0,0840	-0,0547	0,2012	-0,2017	-0,2559	0,7109	14,2230	0,3005	0,1334	-0,0386	0,2489	-0,2496	-0,2875	0,8906	19,4380
46	75	10	30	1	0,2547	0,1170	-0,0221	0,2007	-0,2017	-0,2228	0,9460	21,5490	0,2793	0,1324	-0,0162	0,2149	-0,2160	-0,2311	0,9611	23,0660
46	75	10	30	2	0,2273	0,0897	-0,0491	0,2008	-0,2018	-0,2499	0,7743	15,4700	0,3094	0,1434	-0,0279	0,2481	-0,2489	-0,2760	0,9310	21,3040
46	75	10	40	1	0,2547	0,1170	-0,0221	0,2007	-0,2017	-0,2228	0,9460	21,5490	0,2796	0,1325	-0,0162	0,2151	-0,2162	-0,2313	0,9609	23,0600
46	75	10	40	2	0,2273	0,0896	-0,0490	0,2009	-0,2015	-0,2500	0,7775	15,4560	0,3096	0,1436	-0,0276	0,2481	-0,2489	-0,2757	0,9325	21,3340
46	75	10	50	1	0,2547	0,1170	-0,0221	0,2007	-0,2017	-0,2228	0,9460	21,5490	0,2796	0,1325	-0,0162	0,2151	-0,2162	-0,2313	0,9609	23,0600
46	75	10	50	2	0,2274	0,0896	-0,0491	0,2010	-0,2016	-0,2500	0,7778	15,4610	0,3096	0,1436	-0,0276	0,2481	-0,2489	-0,2757	0,9324	21,3310
47	75	10	20	1	0,2552	0,1169	-0,0222	0,2010	-0,2012	-0,2233	0,9420	22,0980	0,2569	0,1169	-0,0240	0,2034	-0,2036	-0,2274	0,9363	21,8100
47	75	10	20	2	0,2210	0,0827	-0,0564	0,2017	-0,2015	-0,2581	0,7042	14,3780	0,3001	0,1315	-0,0412	0,2500	-0,2495	-0,2911	0,8894	19,6010

Simulació 12

47	75	10	30	1	0,2552	0,1169	-0,0222	0,2010	-0,2012	-0,2233	0,9420	22,0980	0,2562	0,1169	-0,0233	0,2025	-0,2027	-0,2257	0,9384	21,9440
47	75	10	30	2	0,2267	0,0884	-0,0510	0,2017	-0,2010	-0,2527	0,7545	15,5950	0,3091	0,1414	-0,0308	0,2491	-0,2488	-0,2800	0,9273	21,4840
47	75	10	40	1	0,2552	0,1169	-0,0222	0,2010	-0,2012	-0,2233	0,9420	22,0980	0,2562	0,1169	-0,0233	0,2025	-0,2027	-0,2257	0,9382	21,9450
47	75	10	40	2	0,2268	0,0885	-0,0511	0,2016	-0,2011	-0,2527	0,7581	15,6330	0,3093	0,1416	-0,0306	0,2491	-0,2487	-0,2797	0,9284	21,5260
47	75	10	50	1	0,2552	0,1169	-0,0222	0,2010	-0,2012	-0,2233	0,9420	22,0980	0,2562	0,1169	-0,0233	0,2025	-0,2027	-0,2257	0,9380	21,9460
47	75	10	50	2	0,2270	0,0885	-0,0511	0,2017	-0,2011	-0,2528	0,7587	15,6340	0,3093	0,1416	-0,0306	0,2491	-0,2487	-0,2797	0,9283	21,5300
48	75	10	20	1	0,2531	0,1144	-0,0256	0,2009	-0,2013	-0,2264	0,9381	22,1690	0,2752	0,1280	-0,0212	0,2139	-0,2141	-0,2351	0,9539	23,5210
48	75	10	20	2	0,2201	0,0813	-0,0584	0,2012	-0,2015	-0,2595	0,6996	14,5090	0,2983	0,1293	-0,0438	0,2490	-0,2494	-0,2929	0,8791	19,7770
48	75	10	30	1	0,2531	0,1144	-0,0256	0,2009	-0,2013	-0,2264	0,9381	22,1690	0,2769	0,1292	-0,0207	0,2149	-0,2150	-0,2356	0,9532	23,6500
48	75	10	30	2	0,2258	0,0868	-0,0529	0,2009	-0,2016	-0,2538	0,7637	15,7570	0,3069	0,1391	-0,0335	0,2485	-0,2487	-0,2819	0,9213	21,6950
48	75	10	40	1	0,2531	0,1144	-0,0256	0,2009	-0,2013	-0,2264	0,9381	22,1690	0,2772	0,1293	-0,0208	0,2151	-0,2151	-0,2358	0,9534	23,6520
48	75	10	40	2	0,2258	0,0870	-0,0530	0,2008	-0,2015	-0,2538	0,7628	15,7990	0,3071	0,1393	-0,0332	0,2484	-0,2487	-0,2816	0,9209	21,7160
48	75	10	50	1	0,2531	0,1144	-0,0256	0,2009	-0,2013	-0,2264	0,9381	22,1690	0,2772	0,1293	-0,0208	0,2151	-0,2151	-0,2359	0,9534	23,6530
48	75	10	50	2	0,2258	0,0870	-0,0530	0,2007	-0,2015	-0,2537	0,7599	15,8020	0,3071	0,1393	-0,0332	0,2484	-0,2487	-0,2816	0,9212	21,7200
49	75	10	20	1	0,2533	0,1144	-0,0257	0,2012	-0,2014	-0,2268	0,9372	22,7560	0,2551	0,1144	-0,0273	0,2037	-0,2039	-0,2310	0,9343	22,4360
49	75	10	20	2	0,2189	0,0799	-0,0601	0,2010	-0,2013	-0,2612	0,6943	14,6380	0,2969	0,1274	-0,0461	0,2486	-0,2489	-0,2947	0,8760	19,9480
49	75	10	30	1	0,2533	0,1144	-0,0257	0,2012	-0,2014	-0,2268	0,9372	22,7560	0,2544	0,1144	-0,0266	0,2026	-0,2029	-0,2292	0,9360	22,5800
49	75	10	30	2	0,2248	0,0855	-0,0549	0,2009	-0,2009	-0,2558	0,7564	15,8770	0,3061	0,1372	-0,0361	0,2481	-0,2485	-0,2843	0,9169	21,9260
49	75	10	40	1	0,2533	0,1144	-0,0257	0,2012	-0,2014	-0,2268	0,9372	22,7560	0,2543	0,1144	-0,0266	0,2026	-0,2029	-0,2292	0,9355	22,5780
49	75	10	40	2	0,2247	0,0855	-0,0548	0,2011	-0,2010	-0,2559	0,7551	15,8940	0,3062	0,1373	-0,0359	0,2481	-0,2485	-0,2841	0,9157	21,9690
49	75	10	50	1	0,2533	0,1144	-0,0257	0,2012	-0,2014	-0,2268	0,9372	22,7560	0,2543	0,1144	-0,0266	0,2026	-0,2029	-0,2292	0,9354	22,5770
49	75	10	50	2	0,2247	0,0855	-0,0547	0,2012	-0,2009	-0,2559	0,7526	15,9110	0,3062	0,1373	-0,0359	0,2481	-0,2485	-0,2841	0,9164	21,9690
50	75	10	20	1	0,2521	0,1123	-0,0284	0,2009	-0,2015	-0,2293	0,9348	22,7770	0,2739	0,1252	-0,0240	0,2139	-0,2142	-0,2379	0,9524	24,1840
50	75	10	20	2	0,2188	0,0787	-0,0626	0,2011	-0,2015	-0,2637	0,6934	14,8330	0,2957	0,1255	-0,0492	0,2491	-0,2491	-0,2983	0,8700	20,1480
50	75	10	30	1	0,2521	0,1123	-0,0284	0,2009	-0,2015	-0,2293	0,9348	22,7770	0,2757	0,1263	-0,0234	0,2148	-0,2151	-0,2383	0,9517	24,3010
50	75	10	30	2	0,2240	0,0842	-0,0570	0,2012	-0,2016	-0,2582	0,7434	16,0820	0,3047	0,1353	-0,0391	0,2486	-0,2486	-0,2877	0,9098	22,1480
50	75	10	40	1	0,2521	0,1123	-0,0284	0,2009	-0,2015	-0,2293	0,9348	22,7770	0,2759	0,1264	-0,0235	0,2150	-0,2153	-0,2385	0,9511	24,3020
50	75	10	40	2	0,2241	0,0846	-0,0566	0,2013	-0,2014	-0,2579	0,7426	16,1500	0,3048	0,1355	-0,0388	0,2485	-0,2485	-0,2874	0,9130	22,1800
50	75	10	50	1	0,2521	0,1123	-0,0284	0,2009	-0,2015	-0,2293	0,9348	22,7770	0,2759	0,1265	-0,0235	0,2150	-0,2153	-0,2385	0,9512	24,3030
50	75	10	50	2	0,2242	0,0846	-0,0566	0,2012	-0,2014	-0,2578	0,7441	16,1530	0,3048	0,1355	-0,0388	0,2485	-0,2485	-0,2874	0,9129	22,1800

Simulació 13 - Descodificador per funció de probabilitat

N	iter	$\sigma_L$	$\sigma_H$	m.	MAX <sub>hard</sub>	MEAN <sub>hard</sub>	MIN <sub>hard</sub>	MAXN <sub>hard</sub>	MINN <sub>hard</sub>	DIF <sub>hard</sub>	P <sub>hard</sub>	N <sub>hard</sub>	MAX <sub>soft</sub>	MEAN <sub>soft</sub>	MIN <sub>soft</sub>	MAXN <sub>soft</sub>	MINN <sub>soft</sub>	DIF <sub>soft</sub>	P <sub>soft</sub>	N <sub>soft</sub>
2	75	10	10	0	0,5559	0,5004	0,4449	0,2026	-0,2028	0,2423	1,0000	1,9999	0,9541	0,9422	0,9302	0,2707	-0,2718	0,6596	1,0000	2,0000
2	75	10	10	1	0,5559	0,5004	0,4449	0,2026	-0,2028	0,2423	1,0000	1,9999	0,9541	0,9422	0,9302	0,2707	-0,2718	0,6596	1,0000	2,0000
2	75	10	10	2	0,5559	0,5004	0,4449	0,2026	-0,2028	0,2423	1,0000	1,9999	0,9541	0,9422	0,9302	0,2707	-0,2718	0,6596	1,0000	2,0000
2	75	10	20	2	0,5559	0,5004	0,4449	0,2026	-0,2028	0,2423	1,0000	1,9999	0,9541	0,9422	0,9302	0,2707	-0,2718	0,6596	1,0000	2,0000
2	75	10	50	2	0,5559	0,5004	0,4449	0,2026	-0,2028	0,2423	1,0000	1,9999	0,9541	0,9422	0,9302	0,2707	-0,2718	0,6596	1,0000	2,0000
3	75	10	10	0	0,3033	0,2496	0,1957	0,2025	-0,2023	-0,0068	0,9808	2,3883	0,8991	0,8909	0,8826	0,3606	-0,3610	0,5220	1,0000	3,0000
3	75	10	10	2	0,4756	0,4183	0,3606	0,2021	-0,2026	0,1584	1,0000	2,9982	0,4905	0,4327	0,3745	0,2044	-0,2048	0,1701	1,0000	2,9993
4	75	10	10	0	0,1894	0,1252	0,0603	0,2021	-0,2025	-0,1418	0,3792	0,9033	0,7936	0,7771	0,7605	0,4419	-0,4421	0,3185	1,0000	3,9998
4	75	10	10	2	0,4279	0,3597	0,2917	0,2024	-0,2029	0,0893	1,0000	3,9697	0,4689	0,3995	0,3298	0,2106	-0,2108	0,1192	1,0000	3,9898
5	75	10	10	0	0,1354	0,0623	-0,0102	0,2020	-0,2021	-0,2122	0,0764	0,2672	0,6453	0,6152	0,5853	0,4880	-0,4883	0,0973	0,9690	4,8100
5	75	10	10	2	0,3936	0,3191	0,2439	0,2022	-0,2026	0,0417	1,0000	4,8321	0,4100	0,3348	0,2587	0,2051	-0,2054	0,0536	1,0000	4,8868
6	75	10	10	0	0,1099	0,0313	-0,0476	0,2022	-0,2022	-0,2498	0,0241	0,1215	0,4792	0,4329	0,3865	0,4616	-0,4615	-0,0750	0,5656	3,3275
6	75	10	10	2	0,3717	0,2912	0,2100	0,2018	-0,2028	0,0082	1,0000	5,5783	0,3909	0,3095	0,2273	0,2056	-0,2066	0,0217	1,0000	5,7073
7	75	10	10	0	0,1002	0,0157	-0,0681	0,2023	-0,2021	-0,2704	0,0158	0,0979	0,3327	0,2697	0,2072	0,3784	-0,3780	-0,1712	0,1671	1,1119
7	75	10	10	2	0,3542	0,2690	0,1827	0,2024	-0,2024	-0,0196	1,0000	6,2037	0,3715	0,2852	0,1981	0,2060	-0,2060	-0,0078	1,0000	6,3843
8	75	10	10	0	0,0976	0,0079	-0,0810	0,2022	-0,2021	-0,2831	0,0115	0,0921	0,2316	0,1548	0,0787	0,3057	-0,3056	-0,2270	0,0476	0,3954
8	75	10	10	2	0,3410	0,2512	0,1609	0,2028	-0,2023	-0,0419	0,9999	6,7742	0,3596	0,2683	0,1765	0,2068	-0,2061	-0,0303	1,0000	7,0285
9	75	10	10	0	0,0973	0,0042	-0,0889	0,2023	-0,2022	-0,2911	0,0126	0,0951	0,1687	0,0824	-0,0039	0,2580	-0,2581	-0,2618	0,0251	0,2086
9	75	10	10	2	0,3305	0,2371	0,1436	0,2017	-0,2024	-0,0581	0,9989	7,3343	0,3485	0,2537	0,1586	0,2058	-0,2067	-0,0472	0,9997	7,6424
10	75	10	10	0	0,0984	0,0018	-0,0941	0,2023	-0,2021	-0,2964	0,0103	0,1077	0,1357	0,0426	-0,0498	0,2319	-0,2318	-0,2816	0,0163	0,1588
10	75	10	10	2	0,3213	0,2249	0,1276	0,2022	-0,2022	-0,0746	0,9989	7,8077	0,3398	0,2419	0,1427	0,2067	-0,2069	-0,0640	0,9994	8,1895
11	75	10	10	2	0,3136	0,2146	0,1145	0,2020	-0,2022	-0,0875	0,9979	8,2534	0,3320	0,2314	0,1293	0,2068	-0,2070	-0,0775	0,9993	8,7070
12	75	10	10	2	0,3071	0,2053	0,1025	0,2018	-0,2020	-0,0993	0,9966	8,6713	0,3261	0,2224	0,1173	0,2071	-0,2072	-0,0897	0,9985	9,1995
13	75	10	10	2	0,3018	0,1978	0,0925	0,2018	-0,2022	-0,1093	0,9951	9,0844	0,3212	0,2147	0,1074	0,2070	-0,2072	-0,0996	0,9981	9,6839
14	75	10	10	2	0,2967	0,1905	0,0835	0,2025	-0,2025	-0,1190	0,9935	9,4440	0,3160	0,2076	0,0980	0,2078	-0,2080	-0,1099	0,9974	10,1350
15	75	10	10	2	0,2933	0,1846	0,0749	0,2022	-0,2021	-0,1272	0,9925	9,8181	0,3129	0,2017	0,0894	0,2077	-0,2078	-0,1183	0,9969	10,5740
16	75	10	10	2	0,2881	0,1781	0,0670	0,2020	-0,2023	-0,1349	0,9892	10,1180	0,3079	0,1953	0,0811	0,2078	-0,2082	-0,1267	0,9950	10,9390
17	75	10	10	2	0,2855	0,1735	0,0605	0,2017	-0,2021	-0,1412	0,9883	10,5240	0,3056	0,1908	0,0747	0,2077	-0,2082	-0,1330	0,9948	11,4470
18	75	10	10	2	0,2822	0,1687	0,0541	0,2015	-0,2023	-0,1474	0,9878	10,8350	0,3026	0,1860	0,0681	0,2075	-0,2087	-0,1394	0,9939	11,8330
19	75	10	10	2	0,2796	0,1641	0,0482	0,2020	-0,2023	-0,1538	0,9820	11,1330	0,2998	0,1814	0,0620	0,2083	-0,2089	-0,1462	0,9913	12,1710
20	75	10	10	2	0,2757	0,1597	0,0426	0,2016	-0,2022	-0,1591	0,9785	11,4300	0,2962	0,1771	0,0565	0,2084	-0,2085	-0,1518	0,9884	12,5420
21	75	10	10	2	0,2742	0,1564	0,0373	0,2021	-0,2021	-0,1648	0,9766	11,7660	0,2948	0,1739	0,0513	0,2088	-0,2090	-0,1575	0,9890	12,9540
22	75	10	10	2	0,2720	0,1533	0,0336	0,2019	-0,2019	-0,1683	0,9726	12,1260	0,2934	0,1711	0,0474	0,2088	-0,2089	-0,1615	0,9864	13,4050
23	75	10	10	2	0,2695	0,1499	0,0291	0,2018	-0,2018	-0,1727	0,9665	12,4370	0,2905	0,1676	0,0426	0,2091	-0,2090	-0,1665	0,9823	13,7680
24	75	10	10	2	0,2682	0,1468	0,0250	0,2021	-0,2021	-0,1772	0,9666	12,7320	0,2897	0,1646	0,0384	0,2094	-0,2097	-0,1710	0,9842	14,1130

Simulació 13 - Descodificador per funció de probabilitat

25	75	10	10	2	0,2661	0,1439	0,0203	0,2018	-0,2020	-0,1815	0,9626	13,0220	0,2879	0,1617	0,0337	0,2093	-0,2097	-0,1756	0,9831	14,4810
26	75	10	10	2	0,2646	0,1412	0,0169	0,2019	-0,2019	-0,1850	0,9589	13,3100	0,2864	0,1591	0,0300	0,2098	-0,2096	-0,1798	0,9805	14,8490
27	75	10	10	2	0,2631	0,1389	0,0138	0,2017	-0,2018	-0,1879	0,9540	13,6440	0,2851	0,1567	0,0269	0,2096	-0,2097	-0,1827	0,9776	15,2210
28	75	10	10	2	0,2615	0,1363	0,0100	0,2017	-0,2014	-0,1917	0,9504	13,9150	0,2840	0,1542	0,0229	0,2097	-0,2095	-0,1868	0,9766	15,5670
29	75	10	10	2	0,2602	0,1339	0,0063	0,2014	-0,2021	-0,1951	0,9495	14,2110	0,2825	0,1518	0,0193	0,2097	-0,2102	-0,1904	0,9755	15,8930
30	75	10	10	2	0,2594	0,1318	0,0041	0,2019	-0,2019	-0,1978	0,9476	14,5290	0,2819	0,1498	0,0166	0,2100	-0,2103	-0,1934	0,9739	16,2880
31	75	10	10	2	0,2578	0,1299	0,0007	0,2014	-0,2018	-0,2007	0,9455	14,8220	0,2807	0,1479	0,0132	0,2101	-0,2104	-0,1968	0,9725	16,6660
32	75	10	10	2	0,2567	0,1279	-0,0018	0,2015	-0,2021	-0,2032	0,9488	15,1570	0,2796	0,1459	0,0106	0,2099	-0,2107	-0,1993	0,9712	17,0280
33	75	10	10	2	0,2559	0,1263	-0,0045	0,2017	-0,2015	-0,2062	0,9417	15,4770	0,2788	0,1442	0,0081	0,2104	-0,2103	-0,2023	0,9687	17,4000
34	75	10	10	2	0,2547	0,1246	-0,0067	0,2013	-0,2021	-0,2080	0,9357	15,7930	0,2778	0,1427	0,0058	0,2100	-0,2114	-0,2042	0,9689	17,7930
35	75	10	10	2	0,2537	0,1224	-0,0096	0,2013	-0,2019	-0,2109	0,9320	16,0530	0,2769	0,1403	0,0020	0,2102	-0,2107	-0,2082	0,9643	18,0820
36	75	10	10	2	0,2522	0,1209	-0,0118	0,2013	-0,2019	-0,2131	0,9287	16,3310	0,2755	0,1387	0,0003	0,2108	-0,2110	-0,2105	0,9604	18,4450
37	75	10	10	2	0,2520	0,1195	-0,0142	0,2016	-0,2018	-0,2158	0,9238	16,6670	0,2753	0,1374	-0,0022	0,2107	-0,2113	-0,2129	0,9603	18,8610
38	75	10	10	2	0,2513	0,1180	-0,0162	0,2013	-0,2020	-0,2175	0,9251	16,9900	0,2747	0,1359	-0,0043	0,2106	-0,2112	-0,2149	0,9585	19,1770
39	75	10	10	2	0,2501	0,1164	-0,0186	0,2011	-0,2016	-0,2197	0,9217	17,2440	0,2737	0,1341	-0,0070	0,2105	-0,2111	-0,2175	0,9604	19,4960
40	75	10	10	2	0,2494	0,1152	-0,0202	0,2013	-0,2016	-0,2216	0,9163	17,5940	0,2729	0,1329	-0,0086	0,2109	-0,2108	-0,2195	0,9546	19,9000

Simulació 13 - Descodificador per versemblança

N	iter	$\sigma_L$	$\sigma_H$	m.	MAX <sub>hard</sub>	MEAN <sub>hard</sub>	MIN <sub>hard</sub>	MAXN <sub>hard</sub>	MINN <sub>hard</sub>	DIF <sub>hard</sub>	P <sub>hard</sub>	N <sub>hard</sub>	MAX <sub>soft</sub>	MEAN <sub>soft</sub>	MIN <sub>soft</sub>	MAXN <sub>soft</sub>	MINN <sub>soft</sub>	DIF <sub>soft</sub>	P <sub>soft</sub>	N <sub>soft</sub>
2	75	10	10	2	0,5559	0,5004	0,4449	0,2026	-0,2028	0,2423	1,0000	1,9999	0,9978	0,9970	0,9962	0,2917	-0,2929	0,7044	1,0000	2,0000
3	75	10	10	2	0,4765	0,4186	0,3606	0,2021	-0,2026	0,1585	1,0000	2,9980	0,6652	0,6120	0,5579	0,2478	-0,2487	0,3100	1,0000	3,0000
4	75	10	10	2	0,4277	0,3597	0,2913	0,2020	-0,2029	0,0893	1,0000	3,9672	0,6257	0,5571	0,4869	0,2553	-0,2555	0,2316	1,0000	3,9998
5	75	10	10	2	0,3935	0,3189	0,2435	0,2021	-0,2024	0,0414	1,0000	4,8314	0,5609	0,4827	0,4022	0,2501	-0,2505	0,1522	1,0000	4,9960
6	75	10	10	2	0,3717	0,2912	0,2099	0,2018	-0,2029	0,0081	1,0000	5,5766	0,5334	0,4469	0,3576	0,2510	-0,2520	0,1066	1,0000	5,9721
7	75	10	10	2	0,3543	0,2690	0,1827	0,2025	-0,2023	-0,0197	1,0000	6,2070	0,5057	0,4122	0,3152	0,2507	-0,2512	0,0646	1,0000	6,8973
8	75	10	10	2	0,3410	0,2512	0,1609	0,2029	-0,2023	-0,0420	0,9998	6,7716	0,4869	0,3868	0,2838	0,2515	-0,2514	0,0323	1,0000	7,7493
9	75	10	10	2	0,3305	0,2371	0,1437	0,2017	-0,2024	-0,0580	0,9990	7,3335	0,4705	0,3657	0,2573	0,2510	-0,2517	0,0063	1,0000	8,5423
10	75	10	10	2	0,3213	0,2249	0,1276	0,2022	-0,2022	-0,0746	0,9989	7,8071	0,4574	0,3476	0,2336	0,2511	-0,2515	-0,0175	1,0000	9,2704
11	75	10	10	2	0,3136	0,2146	0,1145	0,2020	-0,2022	-0,0875	0,9979	8,2536	0,4453	0,3322	0,2144	0,2511	-0,2523	-0,0366	0,9999	9,9674
12	75	10	10	2	0,3071	0,2053	0,1024	0,2018	-0,2020	-0,0993	0,9966	8,6713	0,4356	0,3185	0,1966	0,2518	-0,2522	-0,0552	0,9999	10,6170
13	75	10	10	2	0,3018	0,1978	0,0925	0,2018	-0,2022	-0,1093	0,9951	9,0842	0,4282	0,3071	0,1817	0,2516	-0,2519	-0,0700	0,9999	11,2720
14	75	10	10	2	0,2967	0,1905	0,0835	0,2025	-0,2025	-0,1190	0,9935	9,4439	0,4197	0,2962	0,1686	0,2518	-0,2524	-0,0832	0,9999	11,8320
15	75	10	10	2	0,2933	0,1846	0,0749	0,2022	-0,2021	-0,1273	0,9925	9,8182	0,4138	0,2870	0,1553	0,2518	-0,2528	-0,0965	0,9998	12,4280
16	75	10	10	2	0,2881	0,1781	0,0670	0,2020	-0,2023	-0,1349	0,9892	10,1180	0,4071	0,2774	0,1432	0,2518	-0,2526	-0,1085	0,9992	12,9320
17	75	10	10	2	0,2855	0,1735	0,0605	0,2017	-0,2021	-0,1412	0,9883	10,5240	0,4024	0,2705	0,1341	0,2523	-0,2525	-0,1182	0,9991	13,5010
18	75	10	10	2	0,2822	0,1687	0,0541	0,2015	-0,2023	-0,1474	0,9878	10,8350	0,3971	0,2630	0,1233	0,2515	-0,2529	-0,1282	0,9992	14,0070
19	75	10	10	2	0,2796	0,1641	0,0482	0,2020	-0,2023	-0,1538	0,9820	11,1330	0,3922	0,2559	0,1143	0,2523	-0,2530	-0,1380	0,9987	14,4680
20	75	10	10	2	0,2757	0,1597	0,0426	0,2016	-0,2022	-0,1591	0,9785	11,4300	0,3875	0,2495	0,1066	0,2522	-0,2525	-0,1456	0,9987	14,9090
21	75	10	10	2	0,2742	0,1564	0,0373	0,2021	-0,2021	-0,1648	0,9766	11,7660	0,3846	0,2445	0,0994	0,2528	-0,2531	-0,1534	0,9985	15,4030
22	75	10	10	2	0,2720	0,1533	0,0336	0,2019	-0,2019	-0,1683	0,9726	12,1260	0,3820	0,2399	0,0928	0,2532	-0,2531	-0,1603	0,9973	15,8990
23	75	10	10	2	0,2695	0,1499	0,0291	0,2018	-0,2018	-0,1727	0,9665	12,4370	0,3777	0,2346	0,0861	0,2528	-0,2529	-0,1667	0,9976	16,3490
24	75	10	10	2	0,2682	0,1468	0,0250	0,2021	-0,2021	-0,1772	0,9666	12,7320	0,3751	0,2298	0,0798	0,2529	-0,2533	-0,1731	0,9964	16,7420
25	75	10	10	2	0,2661	0,1439	0,0203	0,2018	-0,2020	-0,1815	0,9626	13,0220	0,3722	0,2255	0,0733	0,2526	-0,2535	-0,1794	0,9962	17,1660
26	75	10	10	2	0,2646	0,1412	0,0169	0,2019	-0,2019	-0,1850	0,9589	13,3100	0,3695	0,2212	0,0671	0,2533	-0,2529	-0,1862	0,9958	17,5840
27	75	10	10	2	0,2631	0,1389	0,0138	0,2017	-0,2018	-0,1879	0,9540	13,6440	0,3671	0,2176	0,0621	0,2529	-0,2529	-0,1908	0,9957	18,0140
28	75	10	10	2	0,2615	0,1363	0,0100	0,2017	-0,2014	-0,1917	0,9504	13,9150	0,3646	0,2137	0,0575	0,2525	-0,2528	-0,1949	0,9952	18,4300
29	75	10	10	2	0,2602	0,1339	0,0063	0,2014	-0,2021	-0,1951	0,9495	14,2110	0,3624	0,2098	0,0521	0,2526	-0,2535	-0,2005	0,9930	18,7620
30	75	10	10	2	0,2594	0,1318	0,0041	0,2019	-0,2019	-0,1978	0,9476	14,5290	0,3603	0,2067	0,0478	0,2525	-0,2535	-0,2046	0,9911	19,2060
31	75	10	10	2	0,2578	0,1299	0,0007	0,2014	-0,2018	-0,2007	0,9455	14,8220	0,3589	0,2038	0,0432	0,2529	-0,2535	-0,2097	0,9910	19,6420
32	75	10	10	2	0,2567	0,1279	-0,0018	0,2015	-0,2021	-0,2032	0,9488	15,1570	0,3568	0,2008	0,0395	0,2526	-0,2535	-0,2132	0,9894	20,0310
33	75	10	10	2	0,2559	0,1263	-0,0045	0,2017	-0,2015	-0,2062	0,9417	15,4770	0,3549	0,1980	0,0355	0,2528	-0,2535	-0,2173	0,9885	20,4280
34	75	10	10	2	0,2547	0,1246	-0,0067	0,2013	-0,2021	-0,2080	0,9357	15,7930	0,3535	0,1957	0,0322	0,2525	-0,2535	-0,2203	0,9891	20,8830
35	75	10	10	2	0,2537	0,1224	-0,0096	0,2013	-0,2019	-0,2109	0,9320	16,0530	0,3516	0,1921	0,0269	0,2525	-0,2532	-0,2256	0,9892	21,1740

Les taules publicades en el tercer supòsit també s'han vist reduïdes, ometent certes variables. Com no es considerava imprescindible incloure-les en el corresponent capítol degut a l'immensitat de les taules, només s'han presentat les més significatives de cara al desenvolupament del projecte.

A continuació s'adjunten les taules de resultats completes corresponents al tercer supòsit, llistades per longitud de  $M$  i sortida del descodificador. En elles i a diferència de les versions reduïdes presents en el capítol 4, s'hi troben fins a 15 columnes, referents a la simulació i als resultats tant hard com soft.

La descripció de les diferents columnes que es poden trobar en les taules d'aquest apèndix es mostra a continuació:

1. Relatives a les condicions de la simulació:
  - $M$ : Longitud de l'identificador en bits.
  - $n$ : Nombre de confabuladors.
  - $met$ : Mètode de confabulació utilitzat: (0-Esborrats, 1-Majoria, 2-Promig, 4-Tir de moneda).
2. Resultats referents a la descodificació tant hard com soft:
  - $MAX_C$ : Coeficient de correlació entre el traïdor més sospitós i la paraula descodificada.
  - $MEAN_C$ : Mitjana del coeficient de correlació entre els traïdors i la paraula descodificada.
  - $MIN_C$ : Coeficient de correlació entre el traïdor menys sospitós i la paraula descodificada.
  - $MAXnC$ : Coeficient de correlació entre l'innocent més sospitós i la paraula descodificada.
  - $MINnC$ : Coeficient de correlació entre l'innocent menys sospitós i la paraula descodificada.
  - $DIF_{MAX}s$ : Diferència dels coeficients de correlació entre el traïdor menys sospitós i l'innocent més sospitós.
  - $P_{max}C$ : Probabilitat de que l'usuari més sospitós sigui un traïdor.
  - $N$ : Nombre de traïdors compresos entre els  $n$  usuaris més sospitosos.
  - $P_{maxnC}$ : Probabilitat de que l'usuari més sospitós sigui un usuari innocent.
  - $DIF_{MAX}s$ : Diferència dels coeficients de correlació entre el traïdor més sospitós i l'innocent més sospitós, si es dona el cas anterior.
  - $P_{hihan}C$ : Probabilitat de que existeixin usuaris innocents dins el grup dels  $n$  usuaris més sospitosos.
  - $DIF_{MAX}s$ : Diferència dels coeficients de correlació entre el traïdor més sospitós i l'innocent més sospitós, si es dona el cas anterior.
  - $LL_{0,1}$ : Probabilitat de que la dferència dels coeficients de correlació entre el traïdor més sospitós i l'innocent més sospitós, sigui major a 0.1.

- $LL_{0.2}$ : Probabilitat de que la diferència dels coeficients de correlació entre el traïdor més sospitós i l'innocent més sospitós, sigui major a 0.2.
- $LL_{0.4}$ : Probabilitat de que la diferència dels coeficients de correlació entre el traïdor més sospitós i l'innocent més sospitós, sigui major a 0.4.

**HARD**

M	n	met.
128	2	0
128	3	0
128	4	0
128	5	0
128	2	1
128	3	1
128	4	1
128	5	1
128	2	2
128	3	2
128	4	2
128	5	2
128	2	4
128	3	4
128	4	4
128	5	4

MAXC	MEANC	MINC	MAXnC	MINnC	DIF_MAXs	PmaxC	N	PmaxnC	DIF_MAXs	P_hihanC	DIF_MAXs	LL_0.1	LL_0.2	LL_0.4
0,583	0,501	0,418	0,285	-0,285	0,133	1,000	1,940	0,000	0,000	0,060	0,369	0,602	0,188	0,005
0,326	0,249	0,173	0,286	-0,285	-0,113	0,709	1,350	0,292	-0,041	0,923	0,040	0,000	0,000	0,000
0,216	0,125	0,034	0,286	-0,285	-0,252	0,149	0,391	0,852	-0,088	1,000	-0,070	0,000	0,000	0,000
0,166	0,063	-0,040	0,286	-0,286	-0,326	0,036	0,148	0,964	-0,126	1,000	-0,120	0,000	0,000	0,000
0,583	0,501	0,418	0,285	-0,285	0,133	1,000	1,940	0,000	0,000	0,060	0,369	0,602	0,188	0,005
0,527	0,445	0,363	0,285	-0,284	0,078	1,000	2,873	0,000	0,000	0,126	0,237	0,388	0,038	0,000
0,455	0,360	0,265	0,285	-0,285	-0,020	0,999	3,319	0,001	-0,012	0,614	0,165	0,066	0,002	0,000
0,417	0,312	0,206	0,285	-0,285	-0,079	0,987	3,590	0,013	-0,020	0,910	0,131	0,010	0,000	0,000
0,581	0,500	0,418	0,285	-0,285	0,133	1,000	1,940	0,000	0,000	0,060	0,368	0,589	0,184	0,004
0,575	0,500	0,424	0,284	-0,285	0,140	1,000	2,982	0,000	0,000	0,018	0,282	0,639	0,070	0,000
0,470	0,375	0,279	0,285	-0,285	-0,006	1,000	3,447	0,000	-0,005	0,513	0,180	0,043	0,001	0,000
0,466	0,363	0,259	0,285	-0,285	-0,025	0,999	4,255	0,001	-0,022	0,649	0,178	0,047	0,001	0,000
0,558	0,500	0,442	0,285	-0,285	0,157	1,000	1,980	0,000	0,000	0,020	0,279	0,309	0,030	0,000
0,326	0,251	0,175	0,286	-0,285	-0,110	0,715	1,373	0,285	-0,041	0,917	0,039	0,000	0,000	0,000
0,216	0,125	0,034	0,286	-0,285	-0,251	0,147	0,378	0,853	-0,088	1,000	-0,070	0,000	0,000	0,000
0,165	0,063	-0,039	0,285	-0,285	-0,325	0,040	0,148	0,960	-0,126	1,000	-0,120	0,000	0,000	0,000



**HARD**

M	n	met.
256	2	0
256	3	0
256	4	0
256	5	0
256	2	1
256	3	1
256	4	1
256	5	1
256	2	2
256	3	2
256	4	2
256	5	2
256	2	4
256	3	4
256	4	4
256	5	4

MAXC	MEANC	MIINC	MAXnC	MINnC	DIF_MAXs	PmaxC	N	PmaxnC	DIF_MAXs	P_hihanC	DIF_MAXs	LL_0.1	LL_0.2	LL_0.4
0,556	0,500	0,445	0,202	-0,203	0,243	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,438	0,999	0,683	0,004
0,303	0,250	0,196	0,202	-0,202	-0,006	0,982	2,403	0,018	-0,016	0,525	0,091	0,010	0,000	0,000
0,190	0,125	0,060	0,203	-0,202	-0,142	0,385	0,898	0,615	-0,043	0,997	-0,013	0,000	0,000	0,000
0,136	0,063	-0,011	0,202	-0,203	-0,213	0,081	0,276	0,920	-0,074	1,000	-0,066	0,000	0,000	0,000
0,557	0,501	0,445	0,202	-0,203	0,242	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,999	0,624	0,002
0,504	0,446	0,388	0,202	-0,203	0,186	1,000	2,999	0,000	0,000	0,001	0,331	0,993	0,317	0,000
0,428	0,361	0,293	0,202	-0,203	0,091	1,000	3,970	0,000	0,000	0,030	0,217	0,269	0,003	0,000
0,388	0,314	0,239	0,202	-0,202	0,037	1,000	4,800	0,000	0,000	0,196	0,174	0,153	0,001	0,000
0,554	0,499	0,444	0,202	-0,203	0,242	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,406	0,999	0,670	0,005
0,553	0,500	0,447	0,202	-0,203	0,245	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,671	0,000
0,442	0,375	0,307	0,202	-0,203	0,105	1,000	3,982	0,000	0,000	0,018	0,227	0,727	0,031	0,000
0,437	0,364	0,290	0,202	-0,203	0,088	1,000	4,970	0,000	0,000	0,030	0,223	0,596	0,012	0,000
0,541	0,500	0,459	0,202	-0,203	0,257	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,998	0,612	0,000
0,304	0,250	0,197	0,202	-0,202	-0,005	0,985	2,415	0,015	-0,019	0,517	0,091	0,005	0,000	0,000
0,189	0,125	0,061	0,202	-0,202	-0,141	0,379	0,892	0,622	-0,042	0,998	-0,013	0,000	0,000	0,000
0,135	0,062	-0,010	0,203	-0,202	-0,213	0,071	0,266	0,929	-0,075	1,000	-0,068	0,000	0,000	0,000

**HARD**

M	n	met.
512	2	0
512	3	0
512	4	0
512	5	0
512	2	1
512	3	1
512	4	1
512	5	1
512	2	2
512	3	2
512	4	2
512	5	2
512	2	4
512	3	4
512	4	4
512	5	4

MAXC	MEANC	MIINC	MAXnC	MINnC	DIF_MAXs	PmaxC	N	PmaxnC	DIF_MAXs	P_hihanC	DIF_MAXs	LL_0.1	LL_0.2	LL_0.4
0,538	0,500	0,462	0,143	-0,143	0,319	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,999	0,006
0,287	0,250	0,212	0,143	-0,143	0,069	1,000	2,968	0,000	0,000	0,032	0,123	0,133	0,000	0,000
0,171	0,125	0,079	0,143	-0,143	-0,064	0,789	1,908	0,211	-0,019	0,968	0,027	0,000	0,000	0,000
0,113	0,062	0,011	0,143	-0,143	-0,132	0,177	0,548	0,823	-0,041	1,000	-0,030	0,000	0,000	0,000
0,538	0,500	0,461	0,143	-0,143	0,318	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,999	0,006
0,486	0,446	0,405	0,143	-0,143	0,262	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,997	0,000
0,408	0,361	0,314	0,143	-0,143	0,171	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,183	0,000
0,366	0,314	0,261	0,143	-0,143	0,118	1,000	4,999	0,000	0,000	0,001	0,206	0,927	0,014	0,000
0,539	0,500	0,461	0,143	-0,143	0,318	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,997	0,004
0,537	0,500	0,463	0,143	-0,143	0,320	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000
0,422	0,375	0,328	0,143	-0,143	0,185	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,443	0,000
0,415	0,364	0,312	0,143	-0,143	0,169	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,238	1,000	0,270	0,000
0,529	0,500	0,472	0,143	-0,143	0,329	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,001
0,288	0,250	0,213	0,143	-0,143	0,069	1,000	2,967	0,000	-0,008	0,033	0,122	0,046	0,000	0,000
0,171	0,125	0,080	0,143	-0,144	-0,063	0,791	1,926	0,209	-0,018	0,969	0,027	0,000	0,000	0,000
0,114	0,063	0,011	0,143	-0,143	-0,132	0,183	0,561	0,817	-0,040	1,000	-0,029	0,000	0,000	0,000

## HARD

M	n	met.	MAXC	MEANC	MIINC	MAXnC	MINnC	DIF_MAXs	PmaxC	N	PmaxnC	DIF_MAXs	P_hihanC	DIF_MAXs	LL_0.1	LL_0.2	LL_0.4
1024	2	0	0,527	0,500	0,473	0,102	-0,101	0,371	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,159
1024	3	0	0,277	0,250	0,223	0,101	-0,101	0,121	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,724	0,000	0,000
1024	4	0	0,157	0,125	0,092	0,102	-0,101	-0,009	0,991	3,228	0,009	-0,009	0,632	0,051	0,000	0,000	0,000
1024	5	0	0,099	0,063	0,026	0,101	-0,101	-0,075	0,440	1,232	0,560	-0,019	1,000	-0,003	0,000	0,000	0,000
1024	2	1	0,528	0,500	0,473	0,101	-0,101	0,372	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,095
1024	3	1	0,475	0,447	0,418	0,101	-0,101	0,317	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000
1024	4	1	0,395	0,362	0,328	0,102	-0,101	0,227	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,977	0,000
1024	5	1	0,351	0,314	0,277	0,102	-0,101	0,175	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,200	0,000
1024	2	2	0,527	0,500	0,473	0,102	-0,101	0,371	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,159
1024	3	2	0,526	0,500	0,473	0,101	-0,101	0,372	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,060
1024	4	2	0,409	0,375	0,341	0,101	-0,101	0,240	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,999	0,000
1024	5	2	0,401	0,364	0,327	0,101	-0,101	0,226	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000
1024	2	4	0,520	0,501	0,481	0,101	-0,101	0,379	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,073
1024	3	4	0,277	0,250	0,223	0,102	-0,101	0,122	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,783	0,001	0,000
1024	4	4	0,157	0,125	0,093	0,101	-0,101	-0,008	0,993	3,247	0,007	-0,009	0,616	0,051	0,000	0,000	0,000
1024	5	4	0,099	0,063	0,027	0,102	-0,101	-0,075	0,455	1,247	0,545	-0,019	1,000	-0,002	0,000	0,000	0,000

**HARD**

M	n	met.
2048	2	0
2048	3	0
2048	4	0
2048	5	0
2048	2	1
2048	3	1
2048	4	1
2048	5	1
2048	2	2
2048	3	2
2048	4	2
2048	5	2
2048	2	4
2048	3	4
2048	4	4
2048	5	4

MAXC	MEANC	MIINC	MAXnC	MINnC	DIF_MAXs	PmaxC	N	PmaxnC	DIF_MAXs	P_hihanC	DIF_MAXs	LL_0.1	LL_0.2	LL_0.4
0,519	0,500	0,481	0,072	-0,072	0,409	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,511
0,269	0,250	0,231	0,072	-0,072	0,159	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,002	0,000
0,148	0,125	0,103	0,072	-0,072	0,031	1,000	3,956	0,000	0,000	0,044	0,064	0,000	0,000	0,000
0,088	0,062	0,036	0,072	-0,072	-0,035	0,846	2,524	0,154	-0,008	0,987	0,017	0,000	0,000	0,000
0,519	0,500	0,481	0,071	-0,072	0,410	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,808
0,466	0,446	0,425	0,072	-0,071	0,354	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,004
0,384	0,360	0,336	0,072	-0,072	0,264	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000
0,341	0,314	0,287	0,072	-0,072	0,215	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,974	0,000
0,519	0,500	0,481	0,072	-0,072	0,409	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,511
0,519	0,500	0,481	0,072	-0,072	0,410	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,640
0,399	0,375	0,352	0,072	-0,072	0,280	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000
0,390	0,364	0,338	0,072	-0,072	0,266	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000
0,514	0,500	0,486	0,072	-0,072	0,414	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,375
0,269	0,250	0,231	0,072	-0,072	0,159	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,005	0,000
0,148	0,125	0,102	0,072	-0,072	0,031	1,000	3,957	0,000	0,000	0,043	0,064	0,000	0,000	0,000
0,088	0,063	0,037	0,072	-0,072	-0,035	0,846	2,523	0,155	-0,008	0,985	0,017	0,000	0,000	0,000

**SOFT**

M	n	met.
128	2	0
128	3	0
128	4	0
128	5	0
128	2	1
128	3	1
128	4	1
128	5	1
128	2	2
128	3	2
128	4	2
128	5	2
128	2	4
128	3	4
128	4	4
128	5	4

MAXC	MEANC	MINC	MAXnC	MINnC	DIF_MAXs	PmaxC	N	PmaxnC	DIF_MAXs	P_hihanC	DIF_MAXs	LL_0.1	LL_0.2	LL_0.4
1,000	0,999	0,999	0,402	-0,401	0,597	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000
0,999	0,999	0,999	0,563	-0,563	0,436	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,999	0,999	0,998	0,774	-0,775	0,224	0,972	3,875	0,028	-0,000	0,075	0,000	0,000	0,000	0,000
0,997	0,996	0,996	0,959	-0,960	0,036	0,554	0,273	0,446	-0,001	0,749	-0,000	0,000	0,000	0,000
1,000	0,999	0,999	0,402	-0,401	0,597	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000
0,857	0,823	0,788	0,434	-0,433	0,354	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,974	0,232	0,000
0,828	0,782	0,734	0,524	-0,524	0,210	1,000	#####	0,000	0,000	0,007	0,150	0,023	0,000	0,000
0,651	0,568	0,483	0,454	-0,455	0,029	1,000	#####	0,000	-0,010	0,348	0,159	0,032	0,000	0,000
1,000	0,999	0,999	0,402	-0,402	0,597	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000
0,720	0,663	0,604	0,330	-0,330	0,275	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,210	0,993	0,578	0,000
0,718	0,634	0,546	0,362	-0,363	0,184	1,000	3,991	0,000	0,000	0,009	0,311	0,918	0,221	0,000
0,630	0,530	0,427	0,346	-0,346	0,081	1,000	4,879	0,000	0,000	0,120	0,251	0,387	0,020	0,000
0,913	0,898	0,883	0,366	-0,366	0,517	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,003
0,780	0,750	0,720	0,435	-0,435	0,284	1,000	2,999	0,000	0,000	0,001	0,107	0,630	0,019	0,000
0,616	0,562	0,509	0,470	-0,470	0,039	0,952	3,549	0,048	-0,036	0,314	0,070	0,000	0,000	0,000
0,457	0,376	0,296	0,457	-0,457	-0,161	0,505	2,050	0,495	-0,067	0,940	-0,007	0,000	0,000	0,000

**SOFT**

M	n	met.
256	2	0
256	3	0
256	4	0
256	5	0
256	2	1
256	3	1
256	4	1
256	5	1
256	2	2
256	3	2
256	4	2
256	2	4
256	3	4
256	4	4
256	5	4

MAXC	MEANC	MINC	MAXnC	MINnC	DIF_MAXs	PmaxC	N	PmaxnC	DIF_MAXs	P_hihanC	DIF_MAXs	LL_0.1	LL_0.2	LL_0.4
1,000	1,000	1,000	0,285	-0,286	0,714	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,999	0,999	0,999	0,402	-0,402	0,597	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000
0,999	0,999	0,998	0,562	-0,564	0,436	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,997	0,997	0,997	0,775	-0,775	0,221	0,971	4,844	0,029	-0,000	0,090	0,000	0,000	0,000	0,000
1,000	1,000	1,000	0,285	-0,287	0,715	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,849	0,825	0,800	0,309	-0,311	0,491	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,004
0,816	0,784	0,751	0,378	-0,379	0,373	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,944	0,000
0,631	0,572	0,513	0,335	-0,335	0,178	1,000	#####	0,000	0,000	0,004	0,199	0,484	0,011	0,000
1,000	1,000	1,000	0,286	-0,287	0,714	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,703	0,663	0,623	0,235	-0,236	0,388	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,012
0,693	0,634	0,573	0,258	-0,259	0,315	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,992	0,001
0,602	0,531	0,458	0,246	-0,248	0,212	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,234	1,000	0,568	0,000
0,910	0,900	0,889	0,260	-0,262	0,630	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,999
0,773	0,752	0,731	0,311	-0,312	0,420	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,962	0,000
0,605	0,567	0,530	0,341	-0,341	0,189	1,000	3,994	0,000	-0,029	0,006	0,107	0,399	0,009	0,000
0,437	0,380	0,324	0,337	-0,337	-0,012	0,930	4,068	0,070	-0,032	0,545	0,062	0,000	0,000	0,000

**SOFT**

M	n	met.
512	2	0
512	3	0
512	4	0
512	5	0
512	2	1
512	3	1
512	4	1
512	5	1
512	2	2
512	3	2
512	4	2
512	5	2
512	2	4
512	3	4
512	4	4
512	5	4

MAXC	MEANC	MINC	MAXnC	MINnC	DIF_MAXs	PmaxC	N	PmaxnC	DIF_MAXs	P_hihanC	DIF_MAXs	LL_0.1	LL_0.2	LL_0.4
1,000	1,000	1,000	0,202	-0,202	0,798	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,999	0,999	0,999	0,285	-0,286	0,715	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,999	0,999	0,999	0,401	-0,402	0,597	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000
0,997	0,997	0,997	0,563	-0,562	0,434	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1,000	1,000	1,000	0,202	-0,202	0,798	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,843	0,826	0,809	0,220	-0,221	0,589	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,807	0,785	0,762	0,270	-0,271	0,492	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,248
0,616	0,575	0,533	0,241	-0,241	0,292	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,943	0,000
1,000	1,000	1,000	0,201	-0,202	0,798	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,691	0,663	0,635	0,166	-0,166	0,469	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,661
0,675	0,633	0,591	0,182	-0,183	0,409	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,021
0,581	0,531	0,480	0,175	-0,175	0,305	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000
0,908	0,900	0,893	0,184	-0,185	0,710	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,768	0,754	0,739	0,221	-0,221	0,518	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,785
0,596	0,570	0,543	0,242	-0,243	0,301	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,997	0,624	0,000
0,422	0,382	0,343	0,242	-0,242	0,101	1,000	4,963	0,001	-0,014	0,034	0,086	0,086	0,000	0,000

**SOFT**

M	n	met.
1024	2	0
1024	3	0
1024	4	0
1024	5	0
1024	2	1
1024	3	1
1024	4	1
1024	5	1
1024	2	2
1024	3	2
1024	4	2
1024	5	2
1024	2	4
1024	3	4
1024	4	4
1024	5	4

MAXC	MEANC	MINC	MAXnC	MINnC	DIF_MAXs	PmaxC	N	PmaxnC	DIF_MAXs	P_hihanC	DIF_MAXs	LL_0.1	LL_0.2	LL_0.4
1,000	1,000	1,000	0,144	-0,144	0,856	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,999	0,999	0,999	0,203	-0,203	0,796	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,999	0,999	0,999	0,286	-0,286	0,713	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,997	0,997	0,997	0,401	-0,401	0,595	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,000
1,000	1,000	1,000	0,143	-0,143	0,857	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,838	0,827	0,815	0,156	-0,156	0,659	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,801	0,786	0,770	0,193	-0,192	0,577	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,604	0,575	0,546	0,172	-0,172	0,374	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,005
1,000	1,000	1,000	0,144	-0,144	0,856	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,683	0,663	0,643	0,118	-0,118	0,525	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,663	0,633	0,603	0,129	-0,129	0,474	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,567	0,532	0,495	0,124	-0,124	0,371	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,097
0,906	0,901	0,896	0,130	-0,130	0,765	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,765	0,754	0,744	0,157	-0,157	0,587	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,589	0,570	0,552	0,173	-0,172	0,379	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,001
0,412	0,384	0,356	0,173	-0,173	0,183	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,878	0,037	0,000



**SOFT**

M	n	met.
2048	2	0
2048	3	0
2048	4	0
2048	5	0
2048	2	1
2048	3	1
2048	4	1
2048	5	1
2048	2	2
2048	3	2
2048	4	2
2048	5	2
2048	2	4
2048	3	4
2048	4	4
2048	5	4

MAXC	MEANC	MINC	MAXnC	MINnC	DIF_MAXs	PmaxC	N	PmaxnC	DIF_MAXs	P_hihanC	DIF_MAXs	LL_0.1	LL_0.2	LL_0.4
0,997	0,996	0,995	0,101	-0,101	0,894	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,999	0,999	0,999	0,143	-0,143	0,856	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,999	0,998	0,998	0,202	-0,202	0,796	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,997	0,997	0,997	0,285	-0,285	0,712	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,997	0,996	0,995	0,100	-0,101	0,895	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,836	0,827	0,819	0,110	-0,111	0,709	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,794	0,783	0,772	0,135	-0,137	0,637	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,597	0,576	0,555	0,122	-0,122	0,434	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,879
0,997	0,996	0,995	0,101	-0,101	0,894	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,678	0,664	0,650	0,083	-0,083	0,566	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,653	0,632	0,611	0,091	-0,091	0,520	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,557	0,532	0,506	0,088	-0,088	0,419	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,960
0,904	0,901	0,897	0,092	-0,092	0,805	1,000	2,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,762	0,754	0,747	0,111	-0,111	0,636	1,000	3,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000
0,585	0,571	0,558	0,122	-0,122	0,436	1,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000	0,146
0,404	0,384	0,364	0,123	-0,123	0,242	1,000	5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,632	0,000



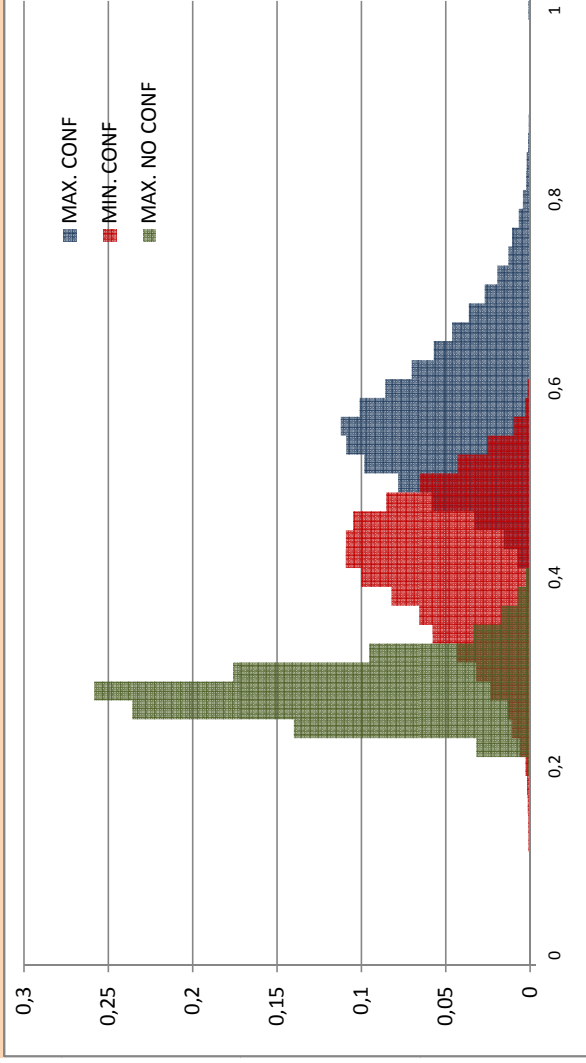
## Apèndix C

# Histogrames

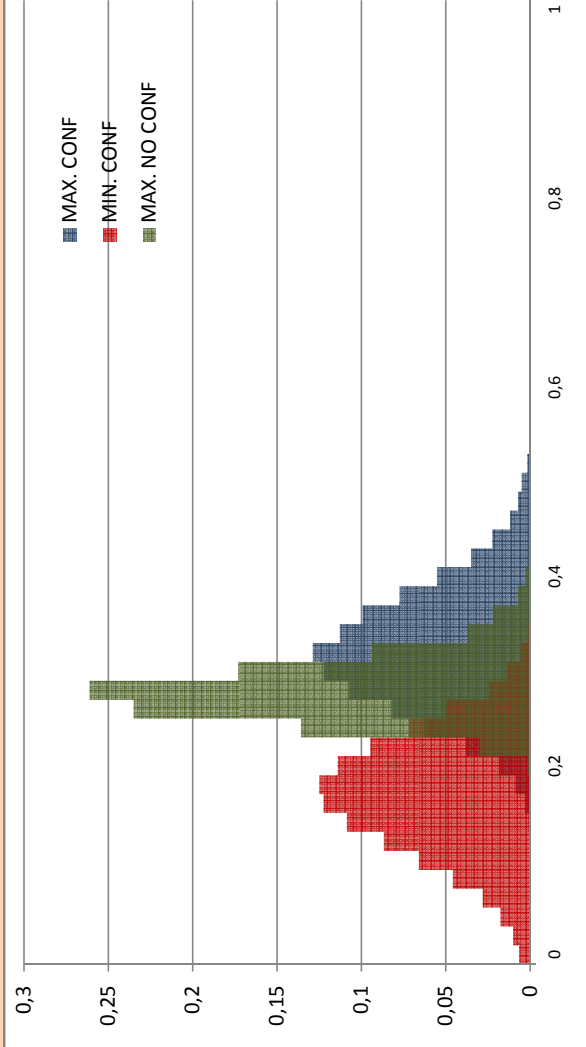
En el tercer supòsit de la part experimental, hi figuren diversos histogrames referents a la catorzena simulació. Per a no carregar en excès de gràfics el tercer supòsit, es mostraven només els histogrames on el valor de la longitud de l'identificador  $M=2048$  bits. No obstant, en dita simulació i tal com mostren les taules adjuntades en l'apèndix B, s'han realitzat simulacions amb valors de  $M$  compresos entre 128 i 2048 bits.

Així doncs, a continuació s'adjunten tots els histogrames generats durant la catorzena simulació i que s'emparellen amb les taules de resultats que es troben en l'anterior apèndix, així com els gràfics referents a l'informació continguda en dites taules.

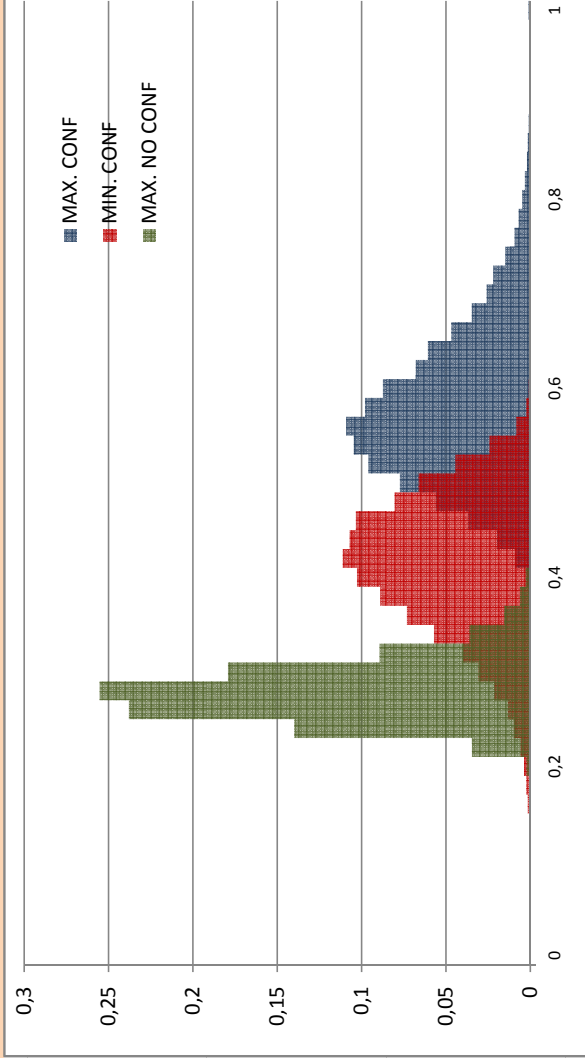
### HARD: M=128, n=2, mètode: esborrat



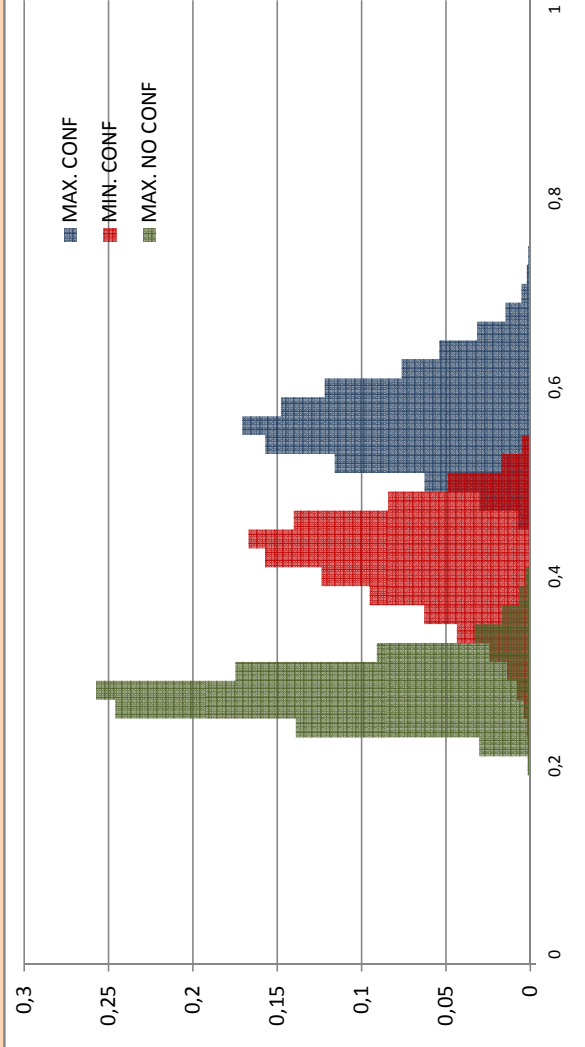
### HARD: M=128, n=3, mètode: esborrat



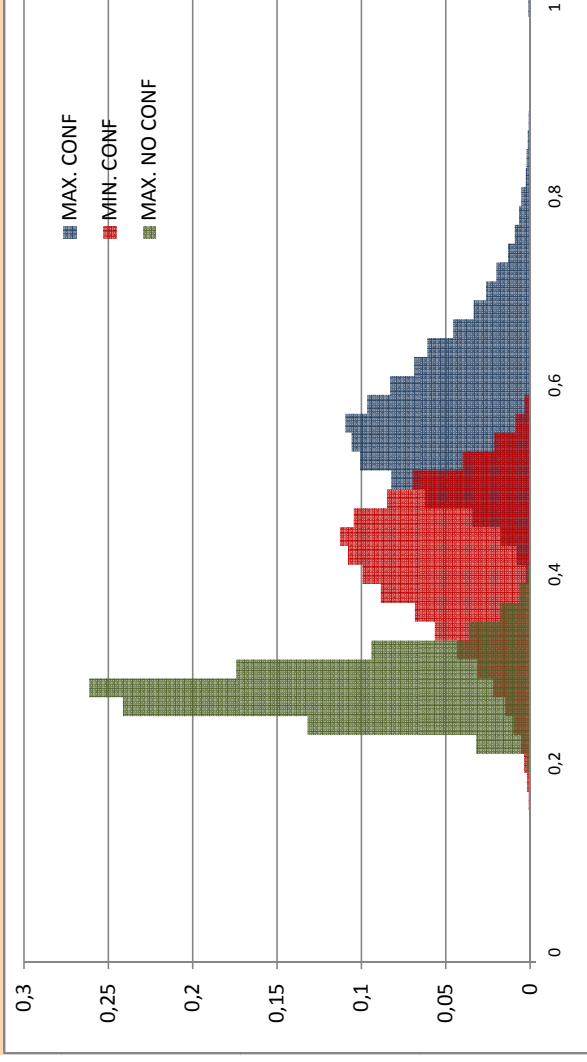
### HARD: M=128, n=2, mètode: majoria



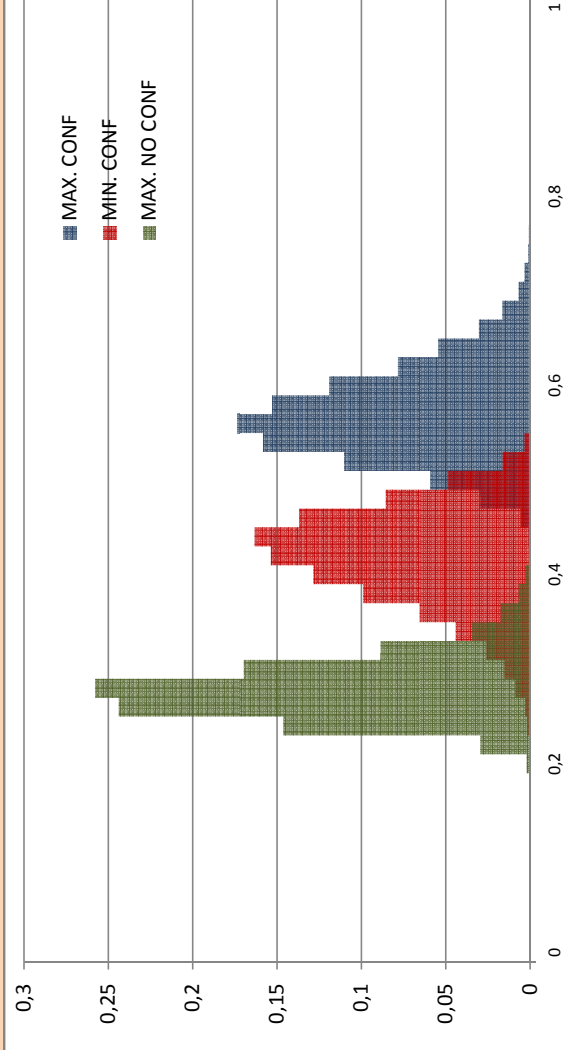
### HARD: M=128, n=3, mètode: majoria



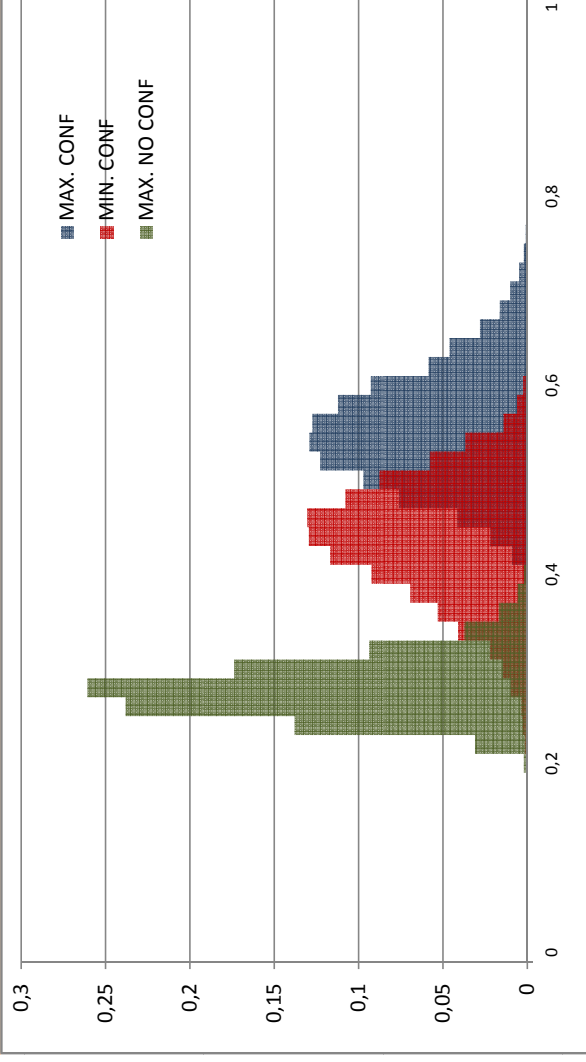
### HARD: M=128, n=2, mètode: promig



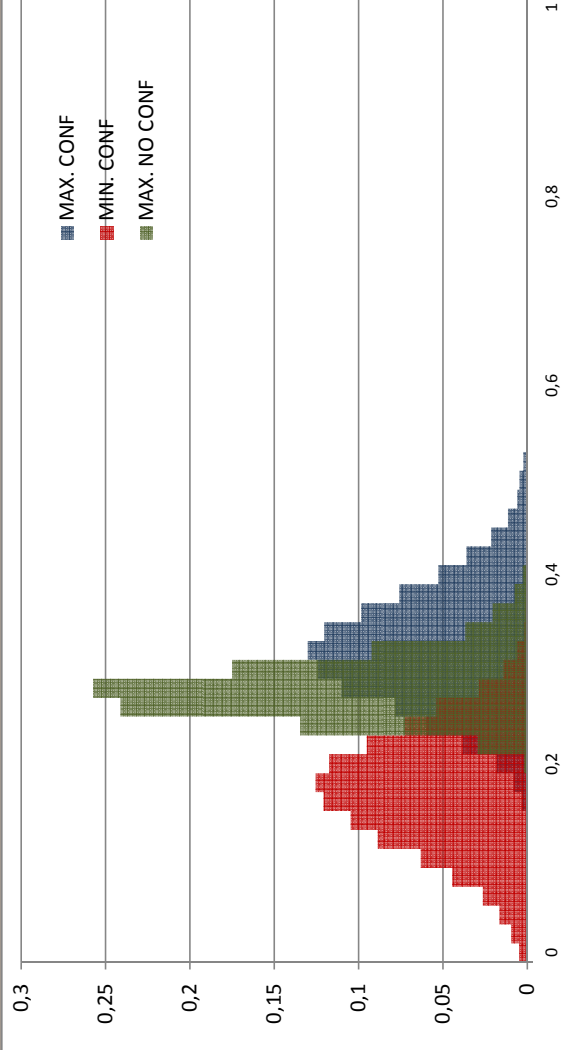
### HARD: M=128, n=3, mètode: promig



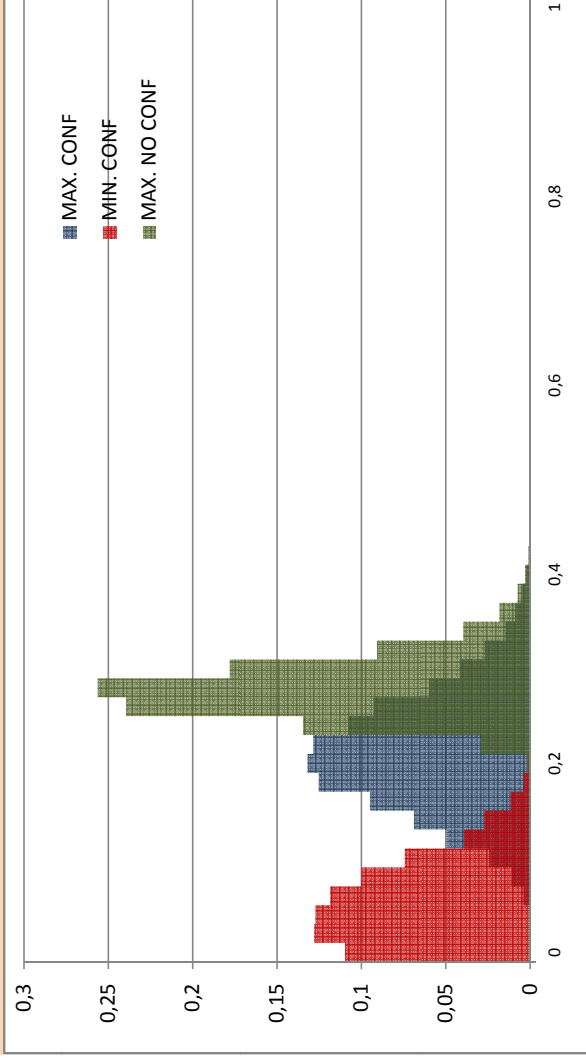
### HARD: M=128, n=2, mètode: tir de moneda



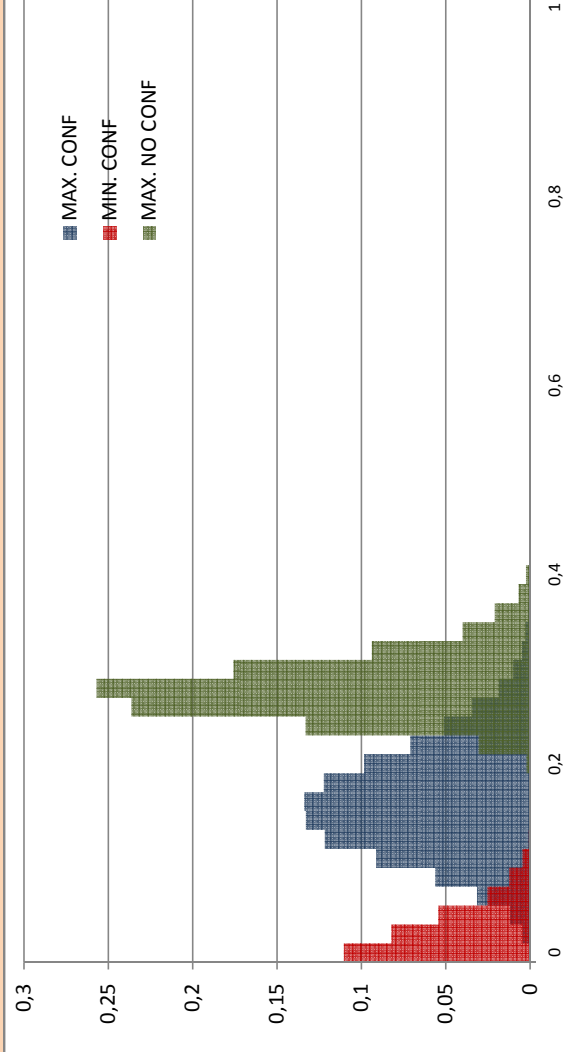
### HARD: M=128, n=3, mètode: tir de moneda



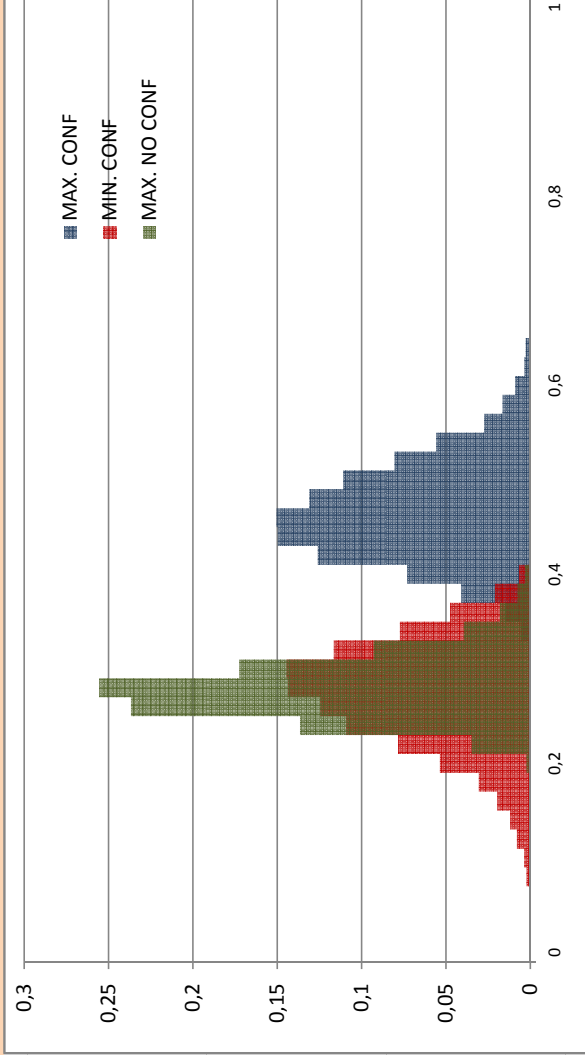
### HARD: M=128, n=4, mètode: esborrat



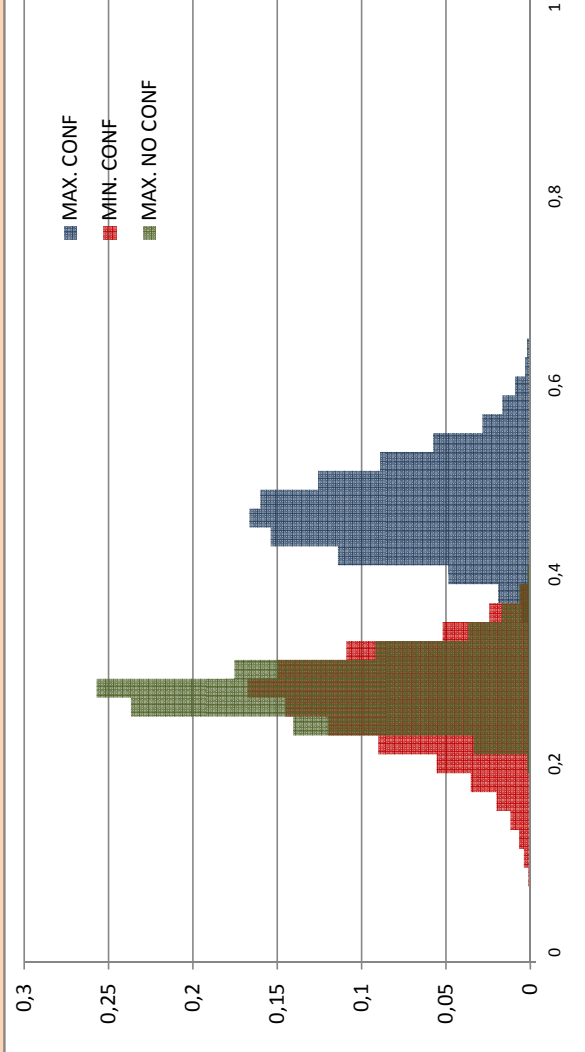
### HARD: M=128, n=5, mètode: esborrat



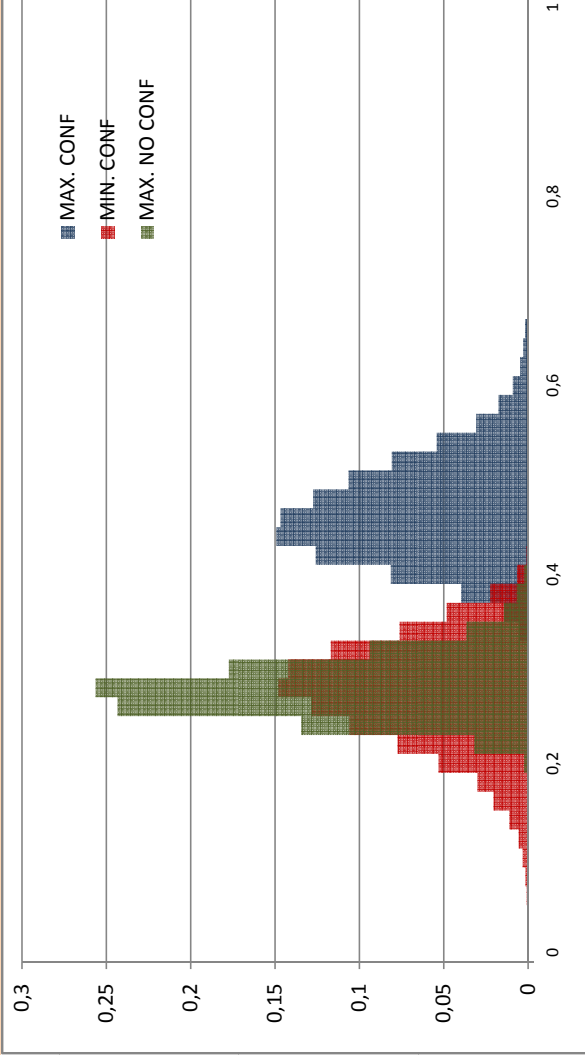
### HARD: M=128, n=4, mètode: majoria



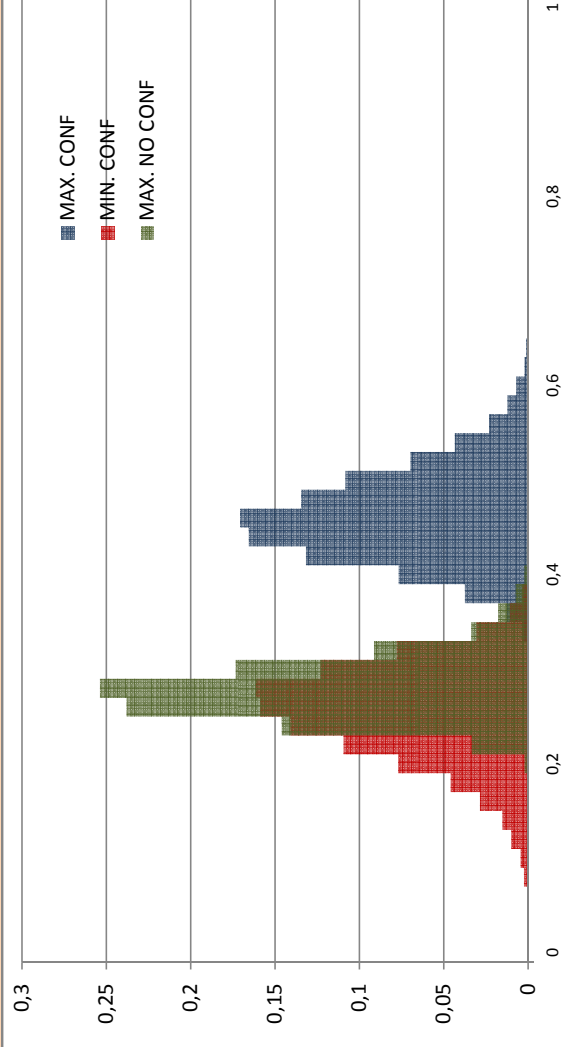
### HARD: M=128, n=5, mètode: majoria



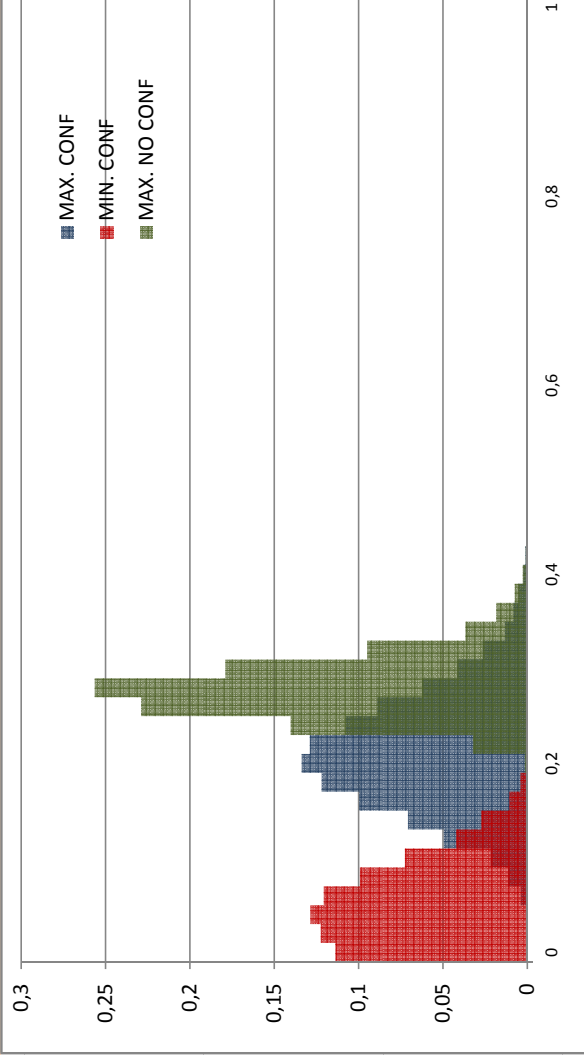
### HARD: M=128, n=4, mètode: promig



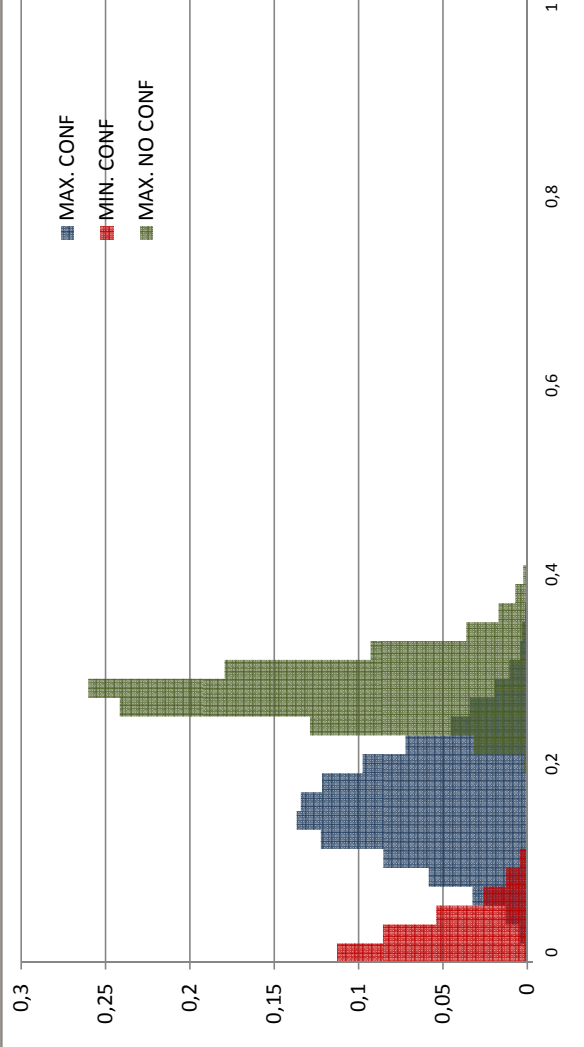
### HARD: M=128, n=5, mètode: promig



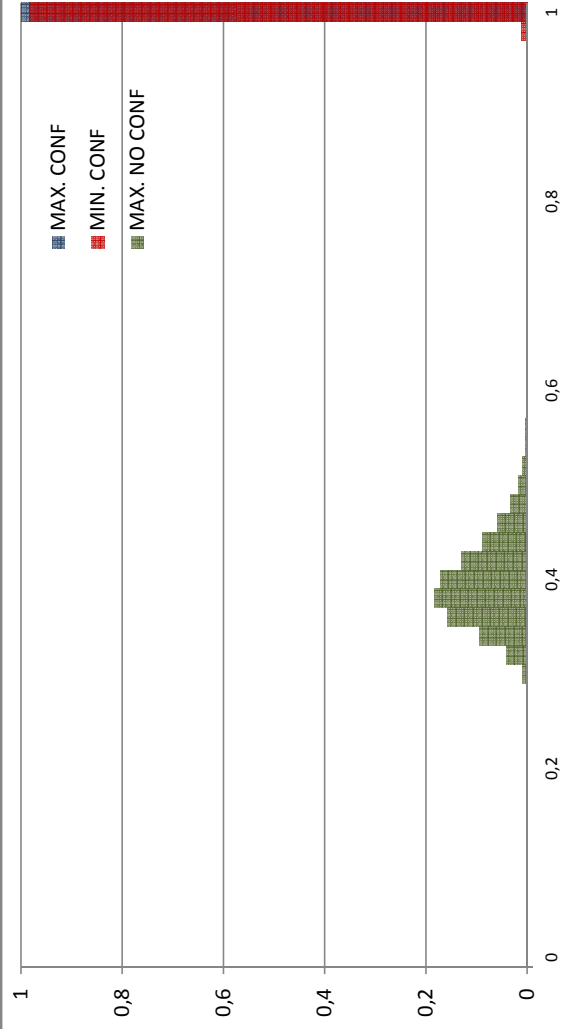
### HARD: M=128, n=4, mètode: tir de moneda



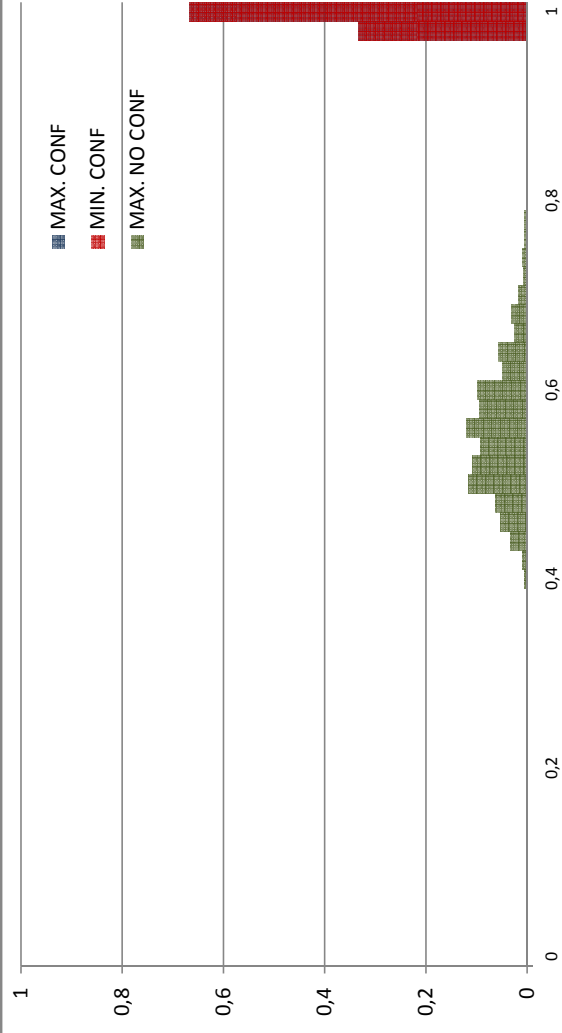
### HARD: M=128, n=5, mètode: tir de moneda



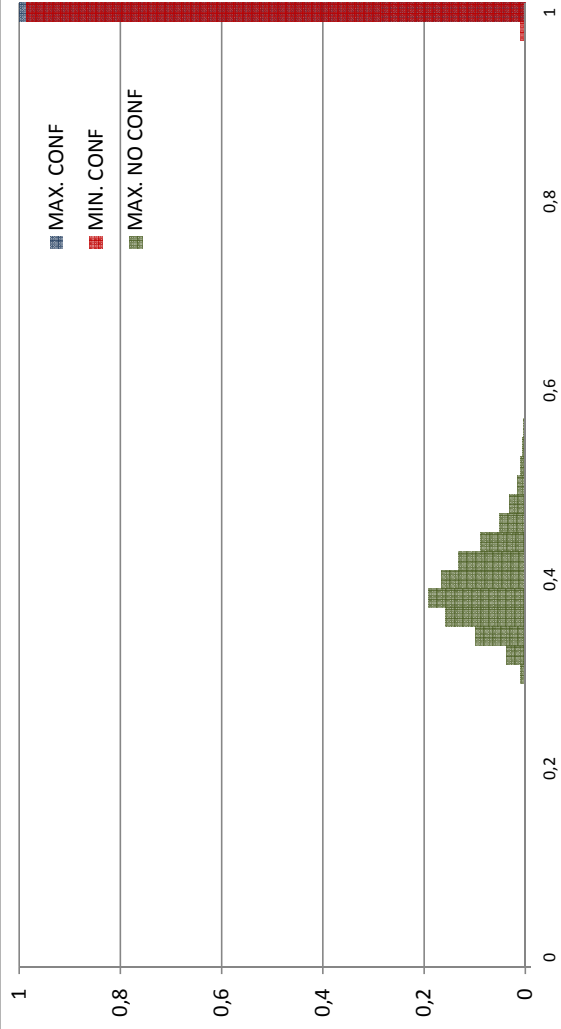
### SOFT: M=128, n=2, mètode: esborrat



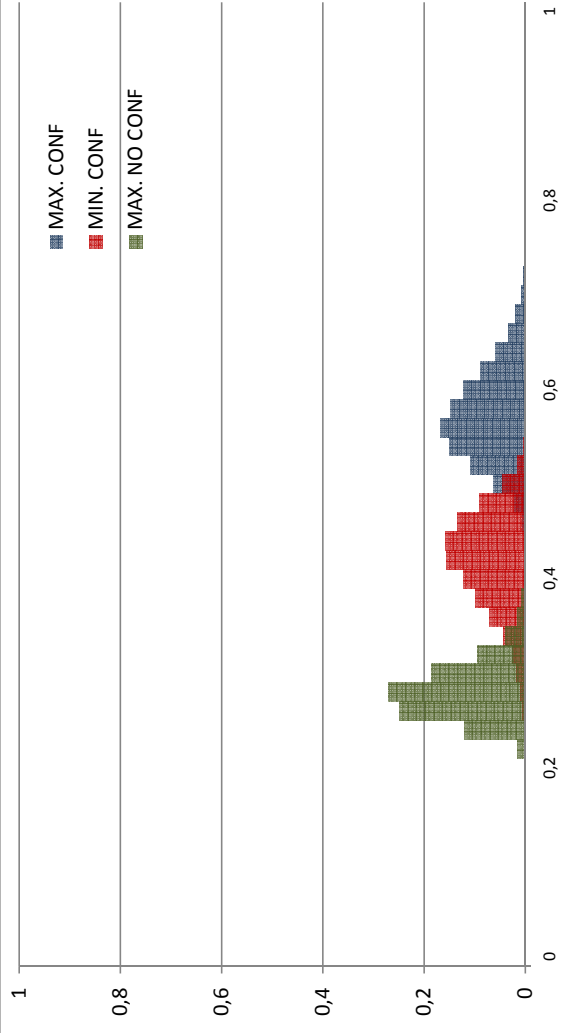
### SOFT: M=128, n=3, mètode: esborrat



### SOFT: M=128, n=2, mètode: majoria

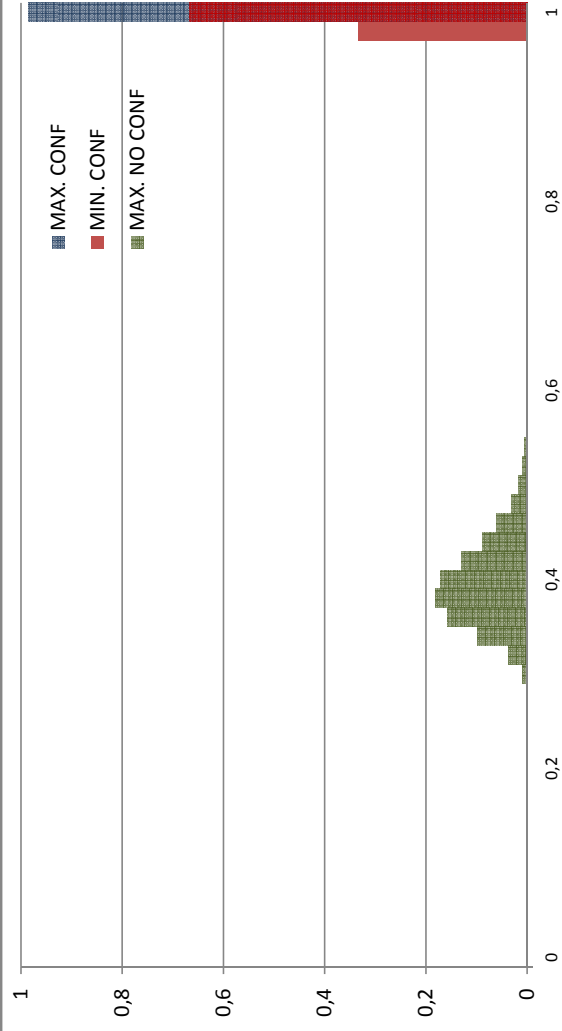


### SOFT: M=128, n=3, mètode: majoria

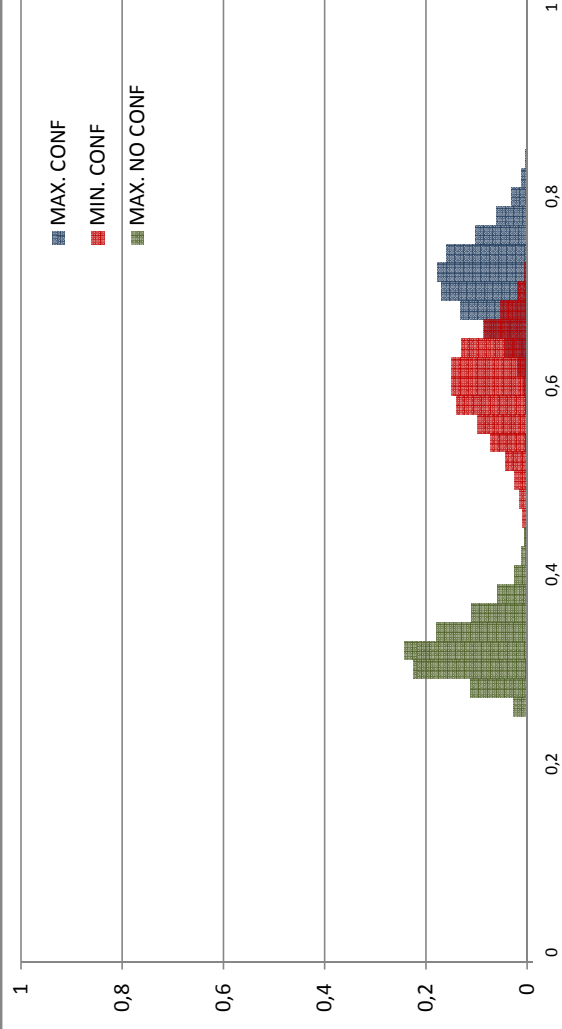




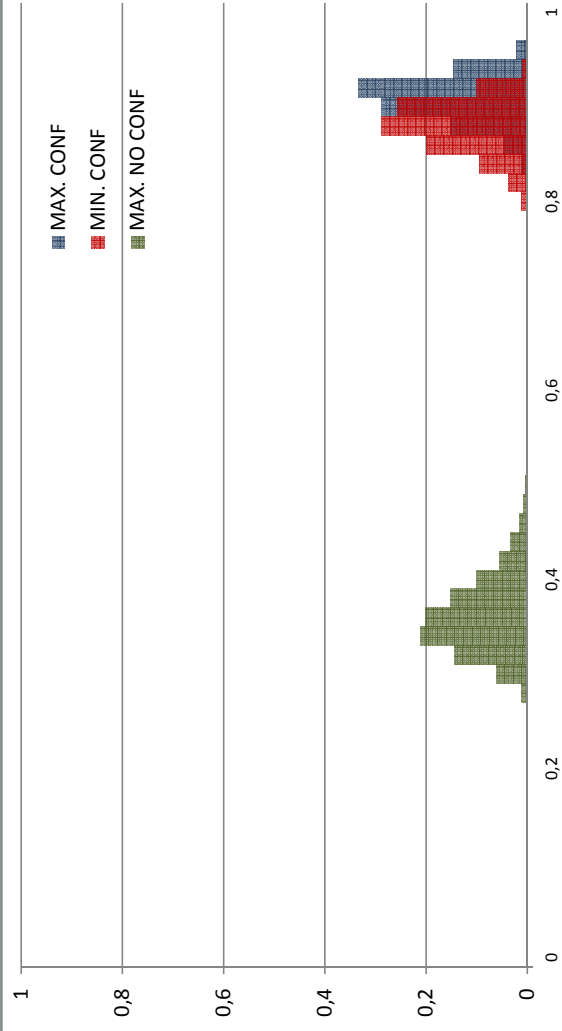
### SOFT: M=128, n=2, mètode: promig



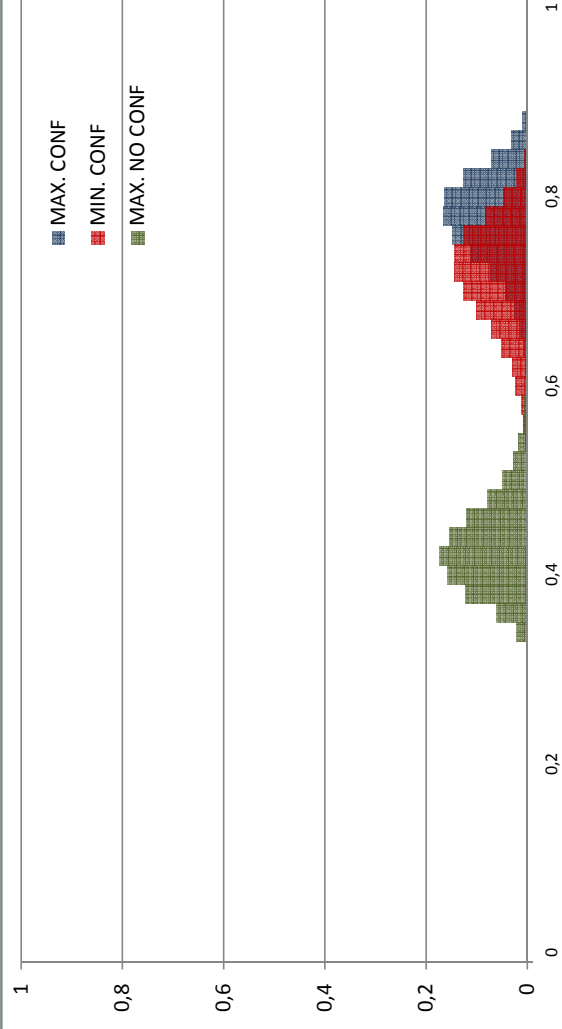
### SOFT: M=128, n=3, mètode: promig



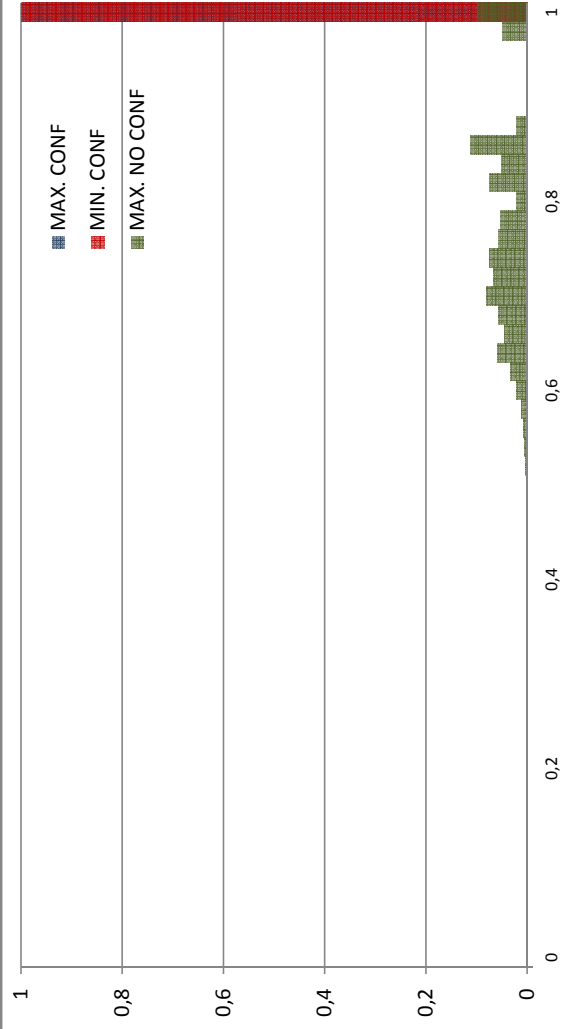
### SOFT: M=128, n=2, mètode: tir de moneda



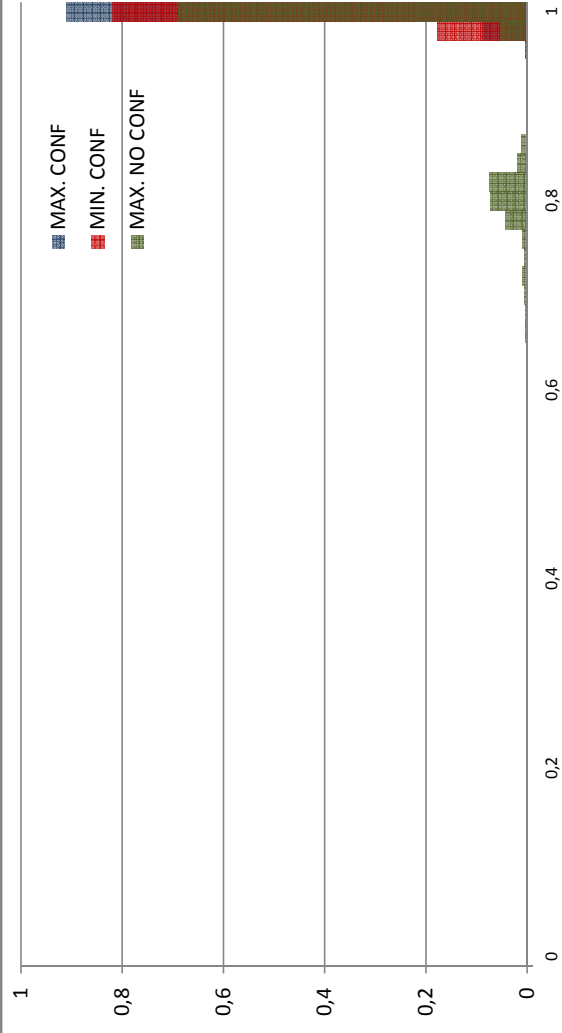
### SOFT: M=128, n=3, mètode: tir de moneda



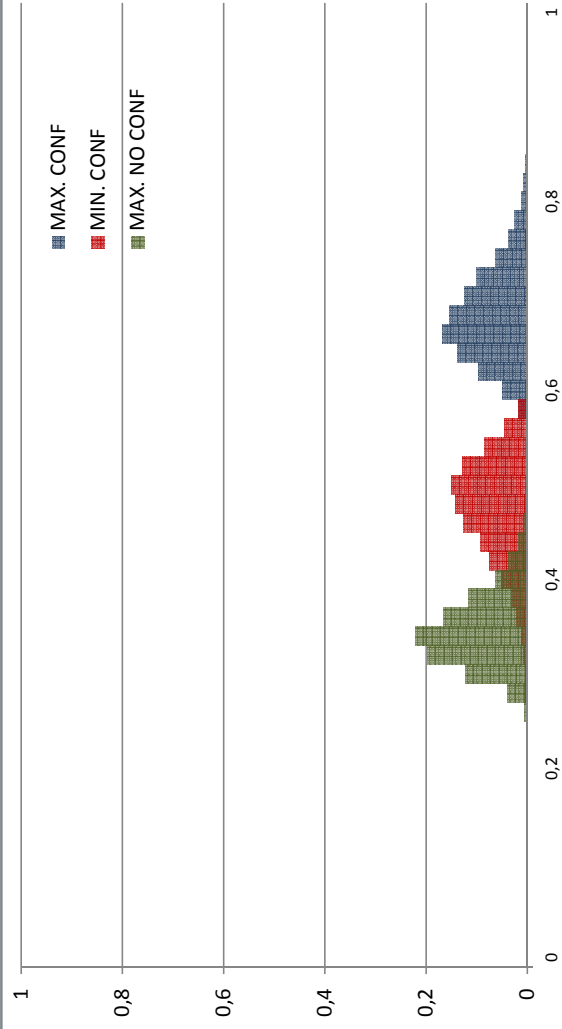
### SOFT: M=128, n=4, mètode: esborrat



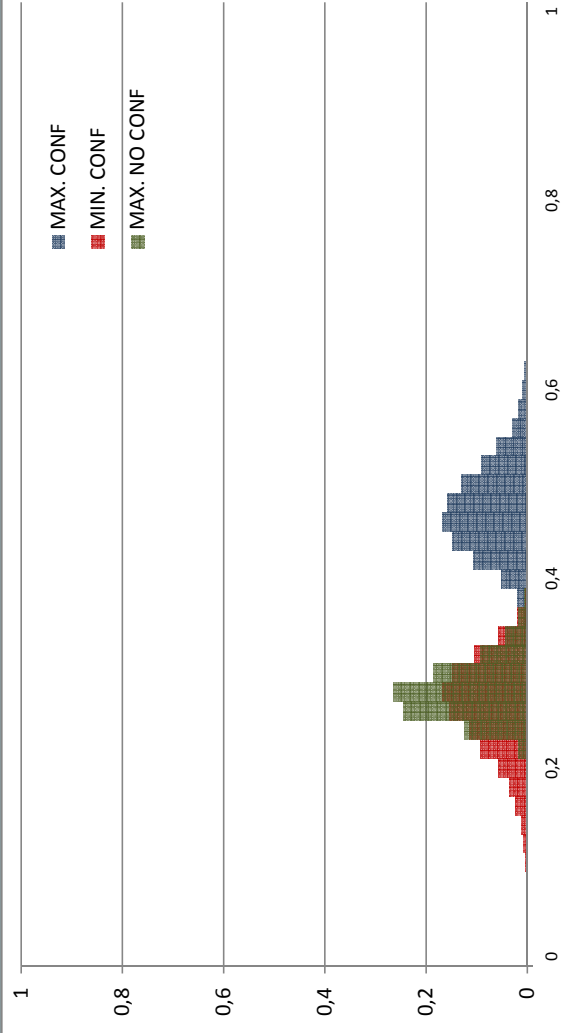
### SOFT: M=128, n=5, mètode: esborrat



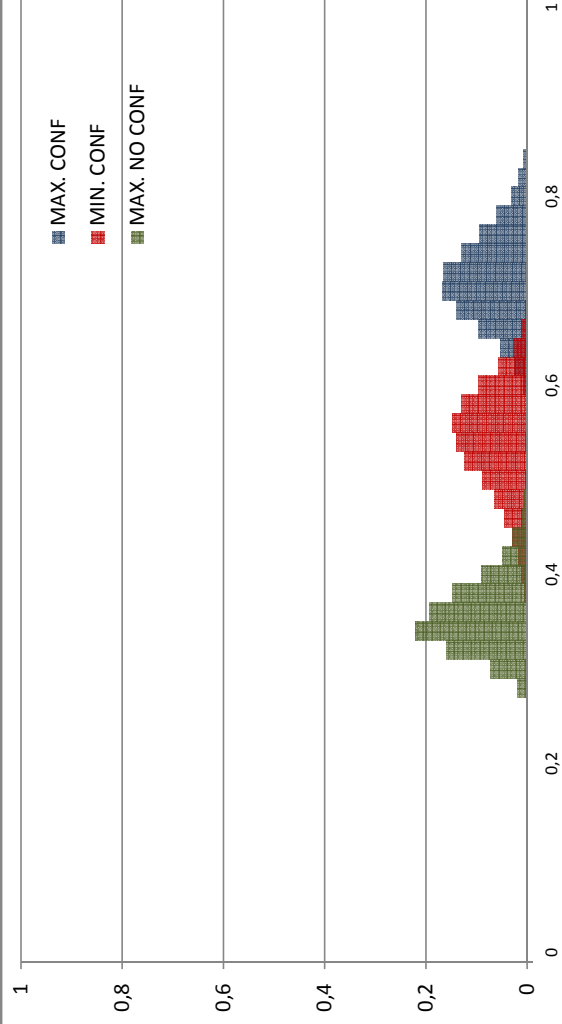
### SOFT: M=128, n=4, mètode: majoria



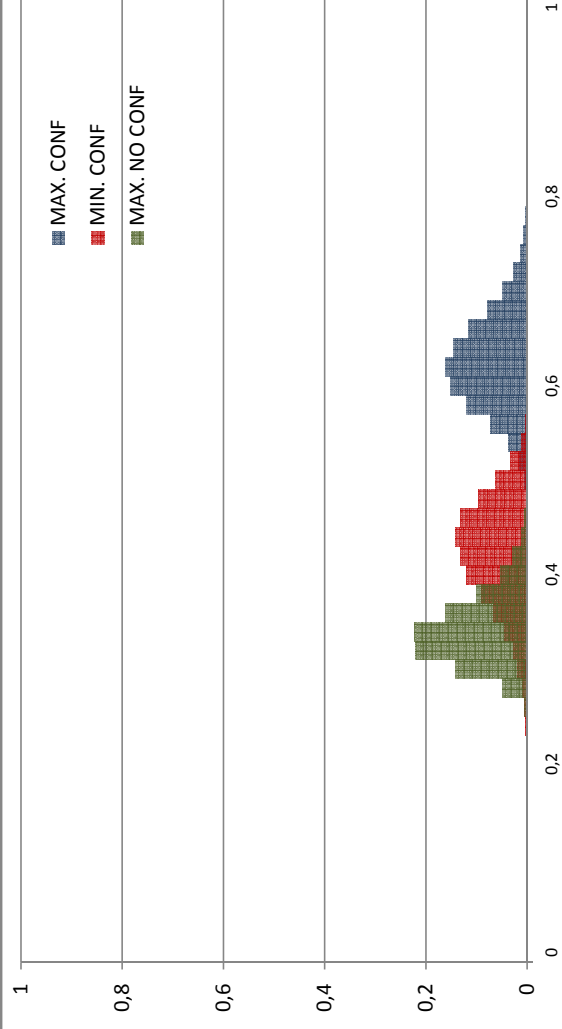
### SOFT: M=128, n=5, mètode: majoria



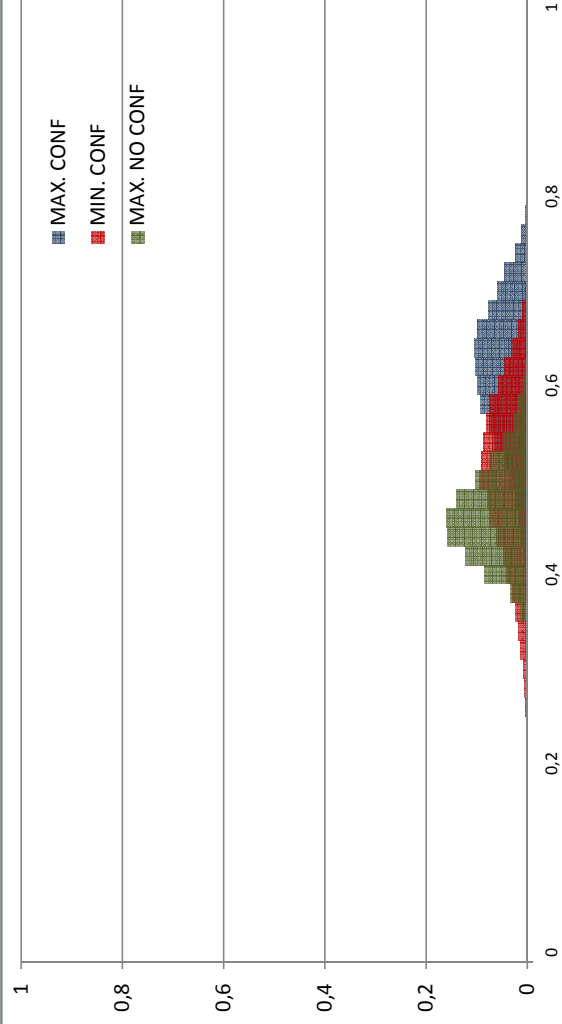
### SOFT: M=128, n=4, mètode: promig



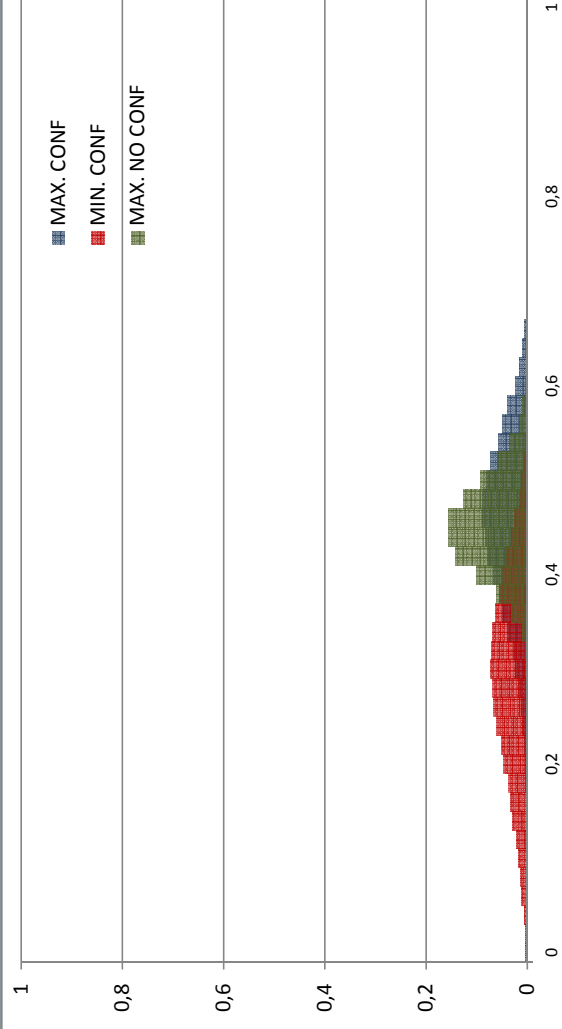
### SOFT: M=128, n=5, mètode: promig



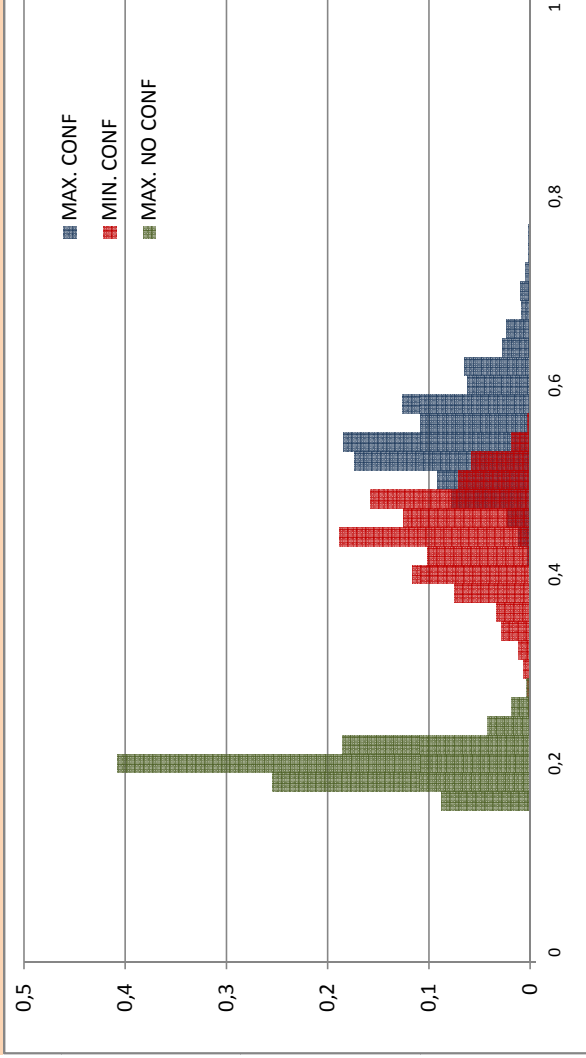
### SOFT: M=128, n=4, mètode: tir de moneda



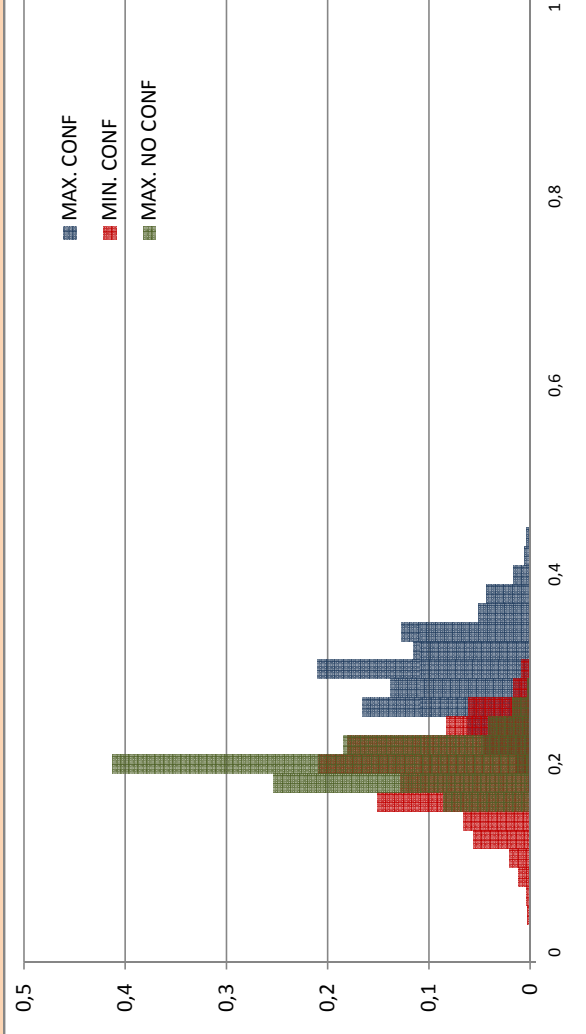
### SOFT: M=128, n=5, mètode: tir de moneda



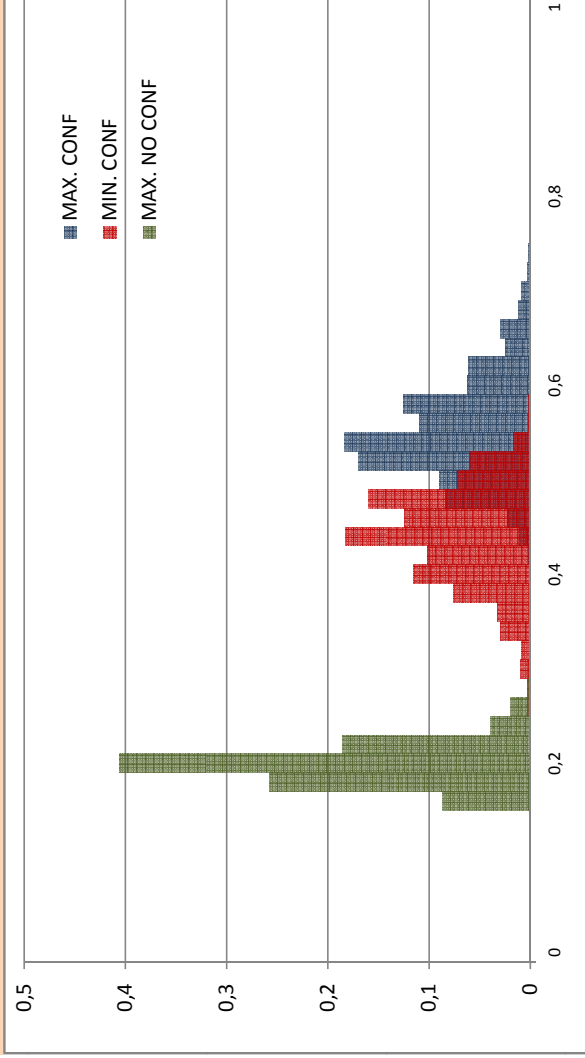
### HARD: M=256, n=2, mètode: esborrat



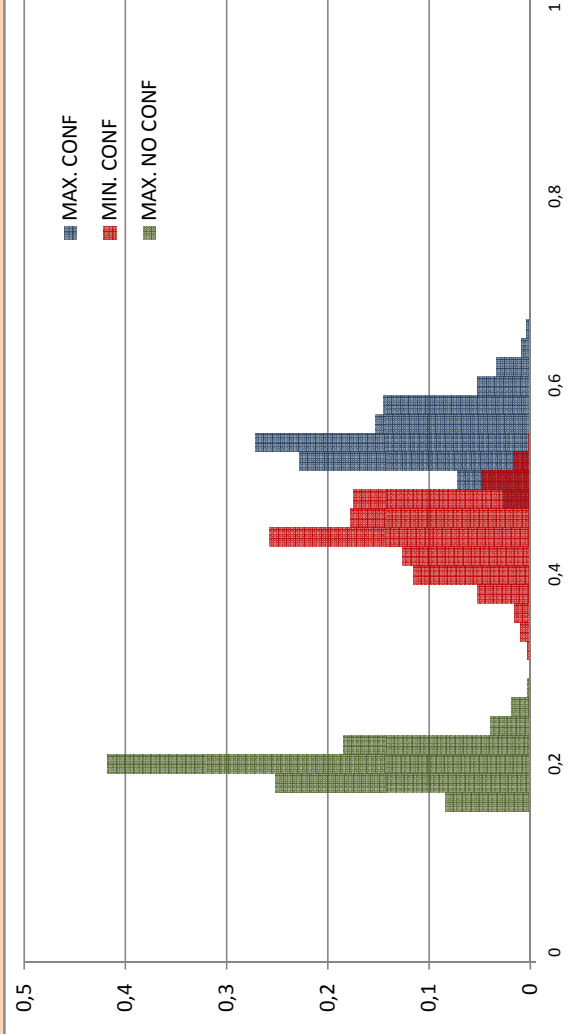
### HARD: M=256, n=3, mètode: esborrat



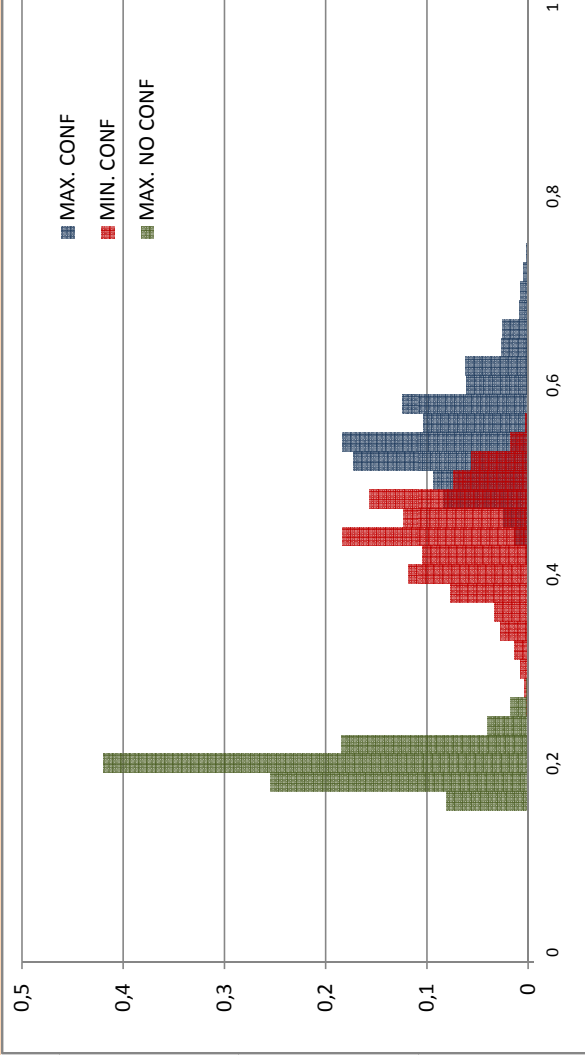
### HARD: M=256, n=2, mètode: majoria



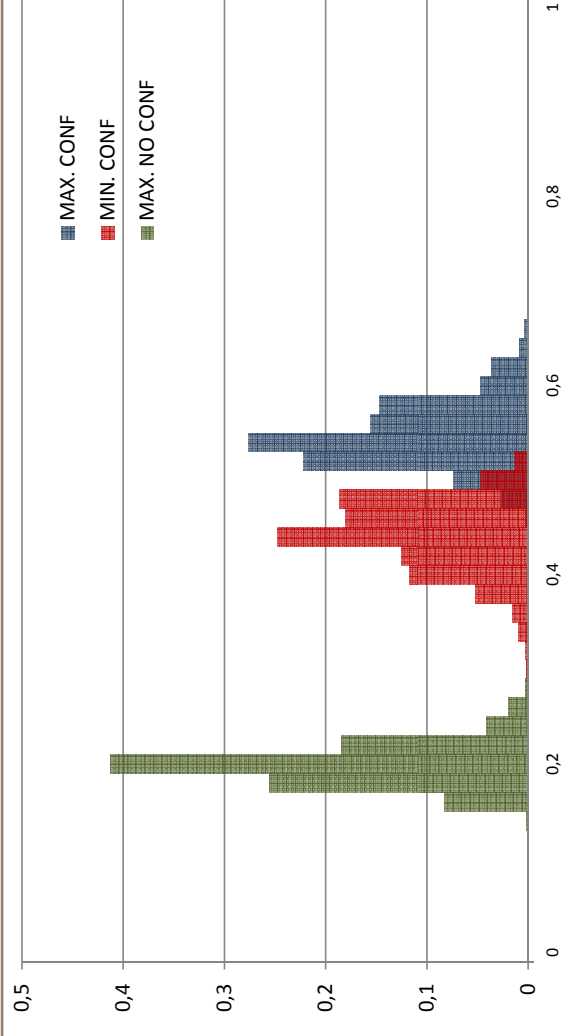
### HARD: M=256, n=3, mètode: majoria



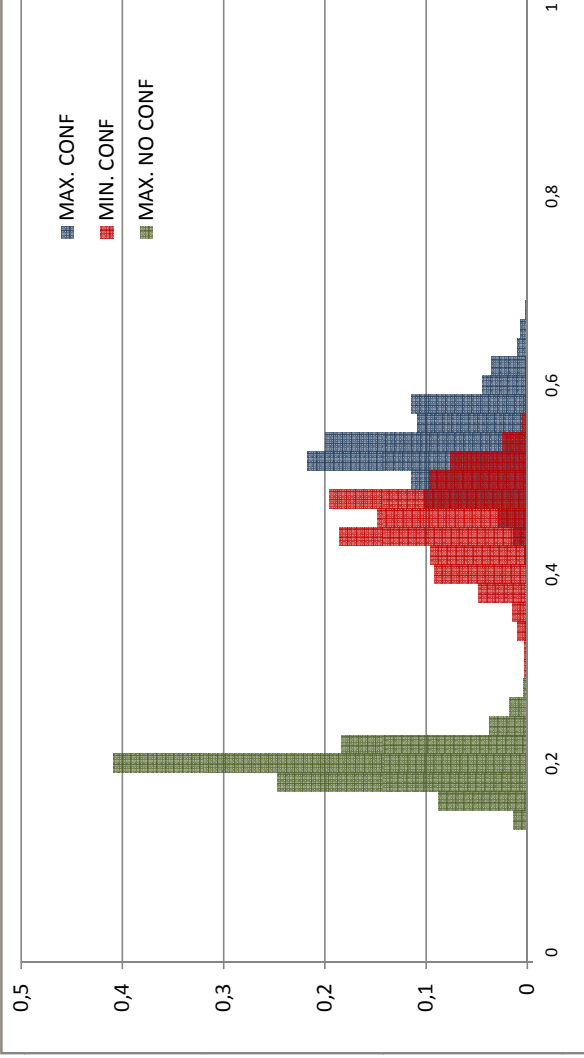
### HARD: M=256, n=2, mètode: promig



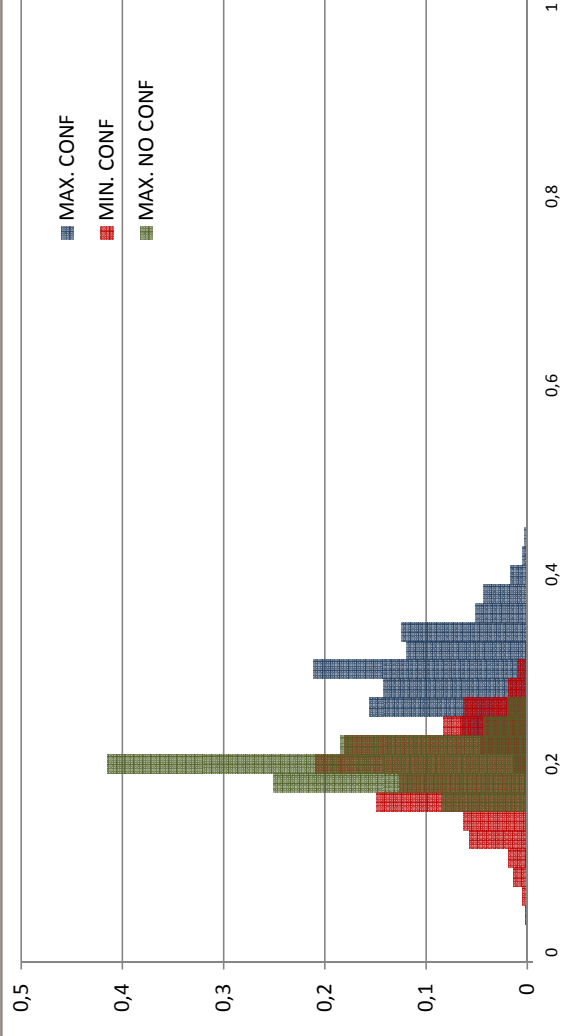
### HARD: M=256, n=3, mètode: promig



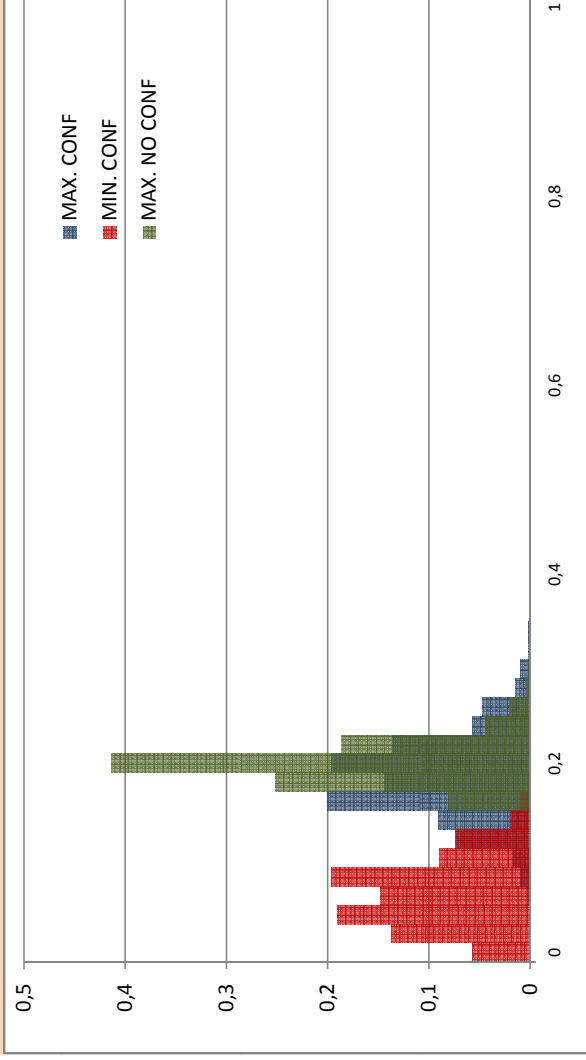
### HARD: M=256, n=2, mètode: tir de moneda



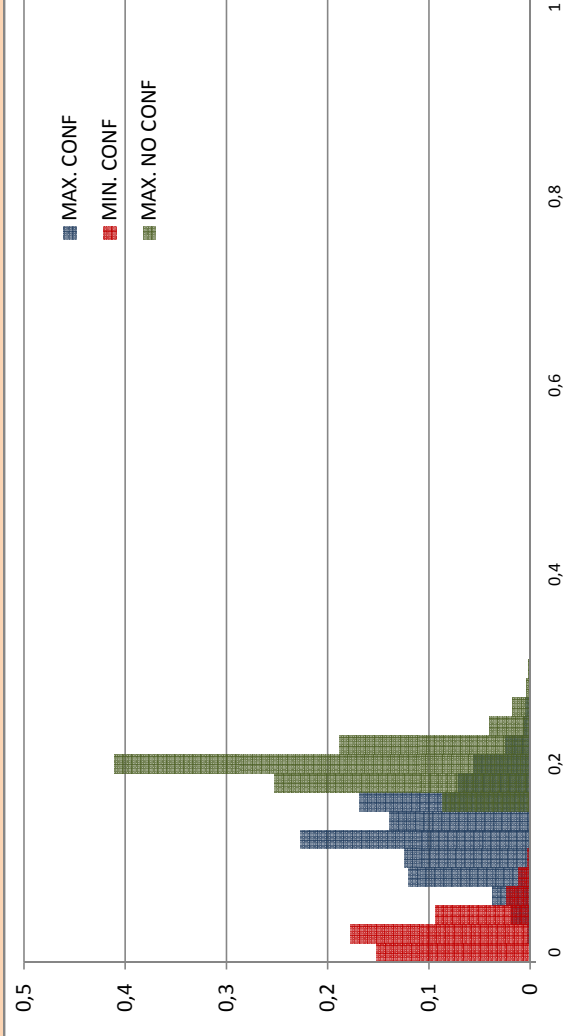
### HARD: M=256, n=3, mètode: tir de moneda



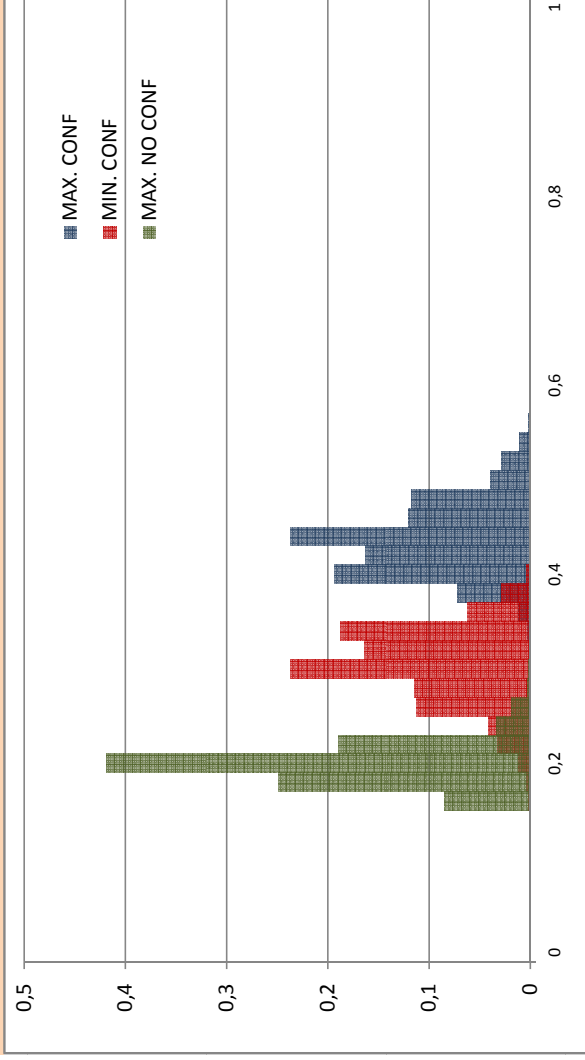
### HARD: M=256, n=4, mètode: esborrat



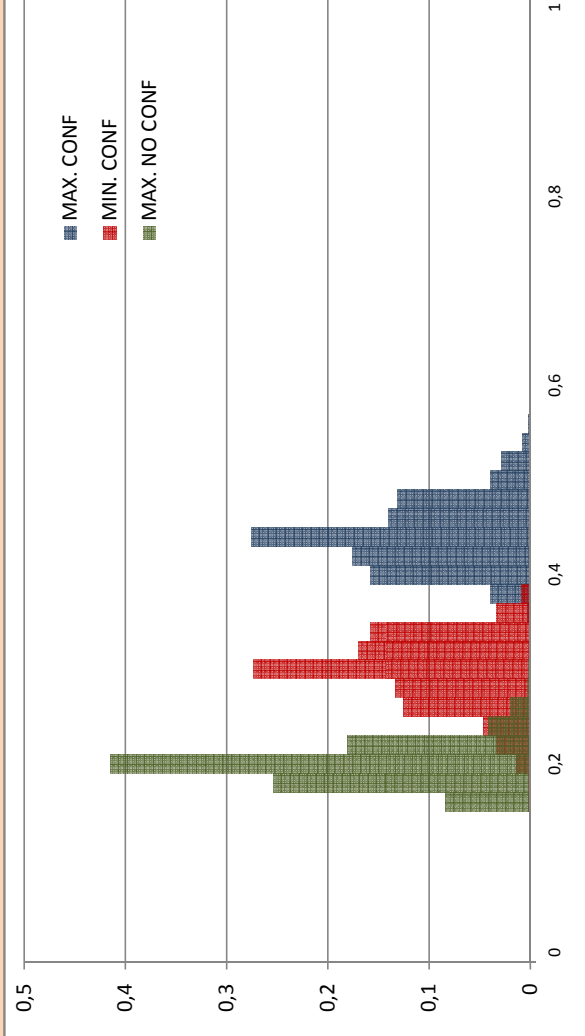
### HARD: M=256, n=5, mètode: esborrat



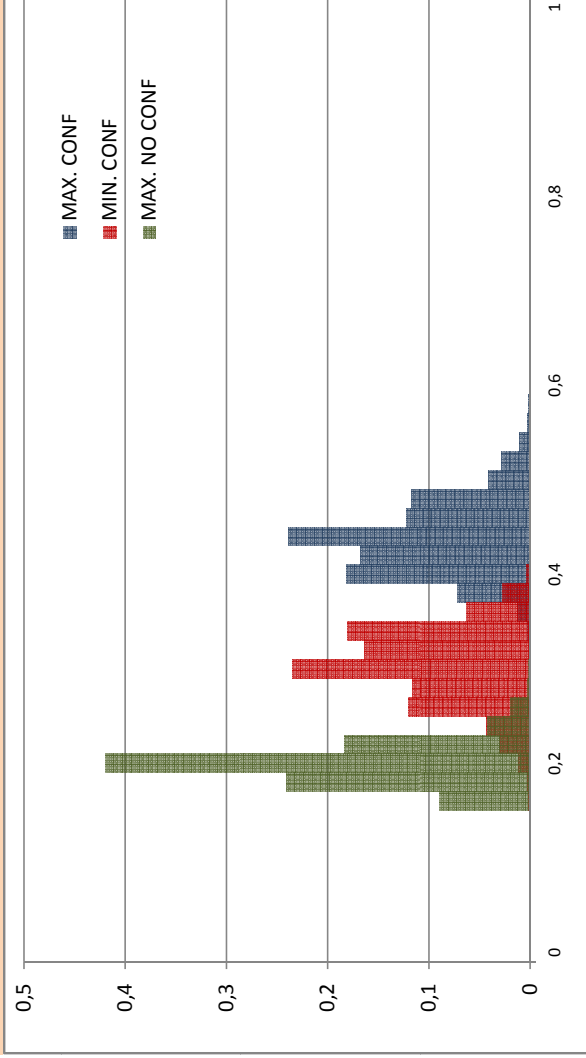
### HARD: M=256, n=4, mètode: majoria



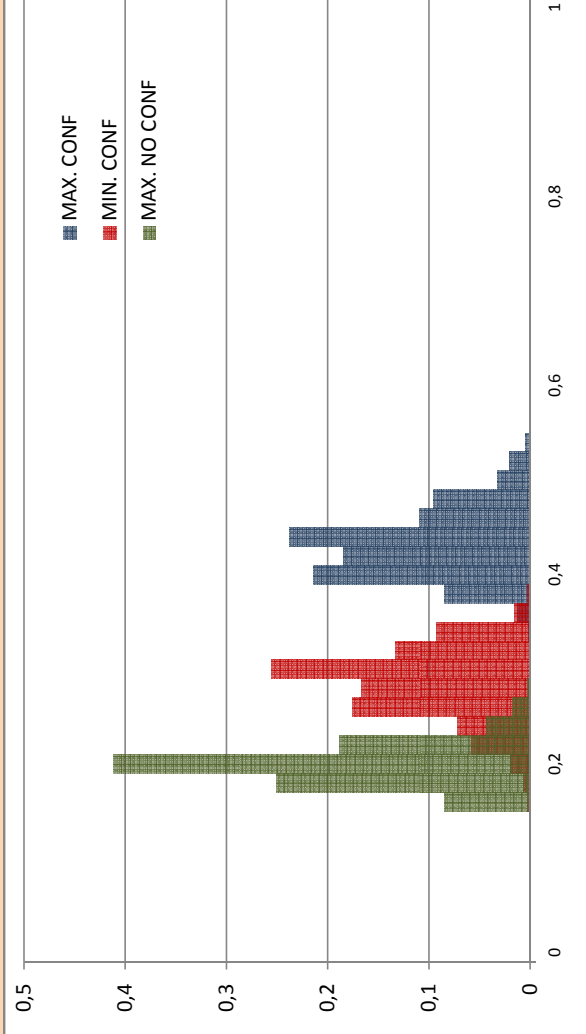
### HARD: M=256, n=5, mètode: majoria



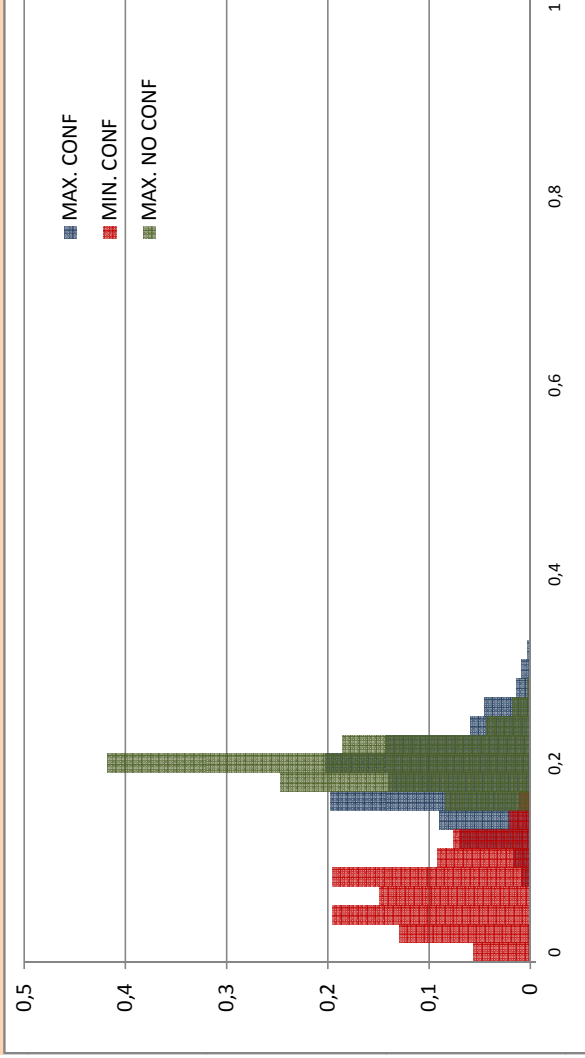
### HARD: M=256, n=4, mètode: promig



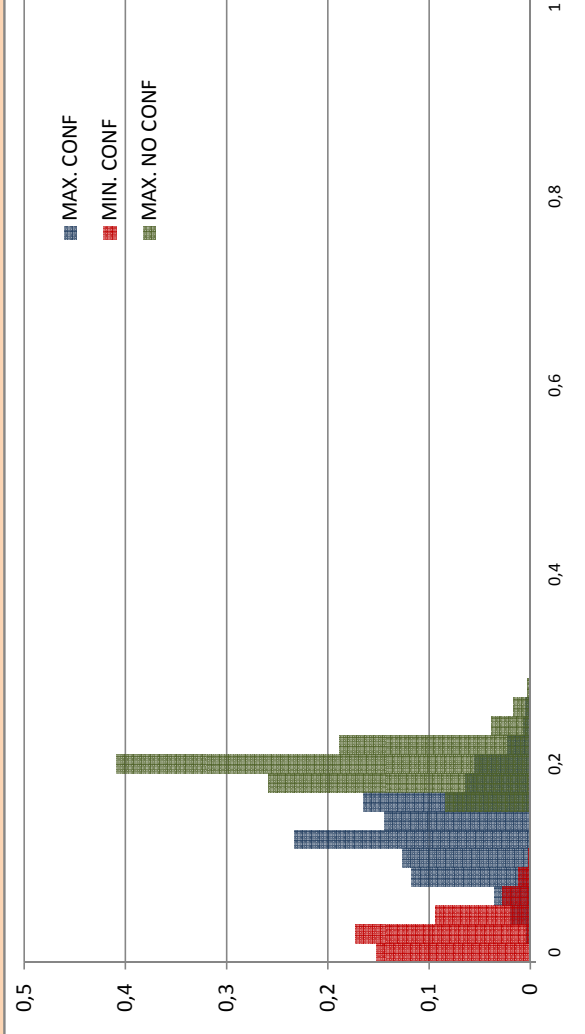
### HARD: M=256, n=5, mètode: promig



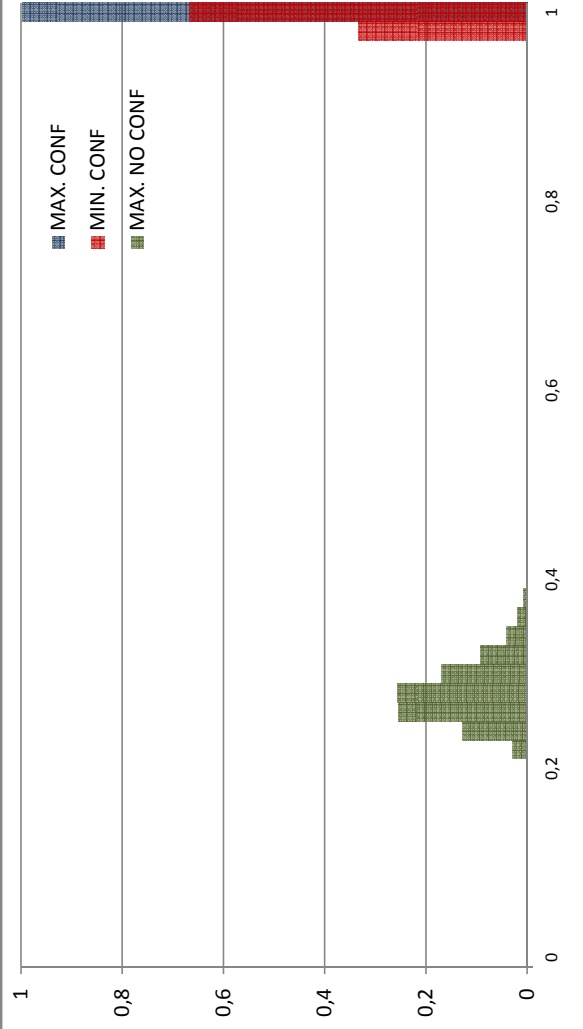
### HARD: M=256, n=4, mètode: tir de moneda



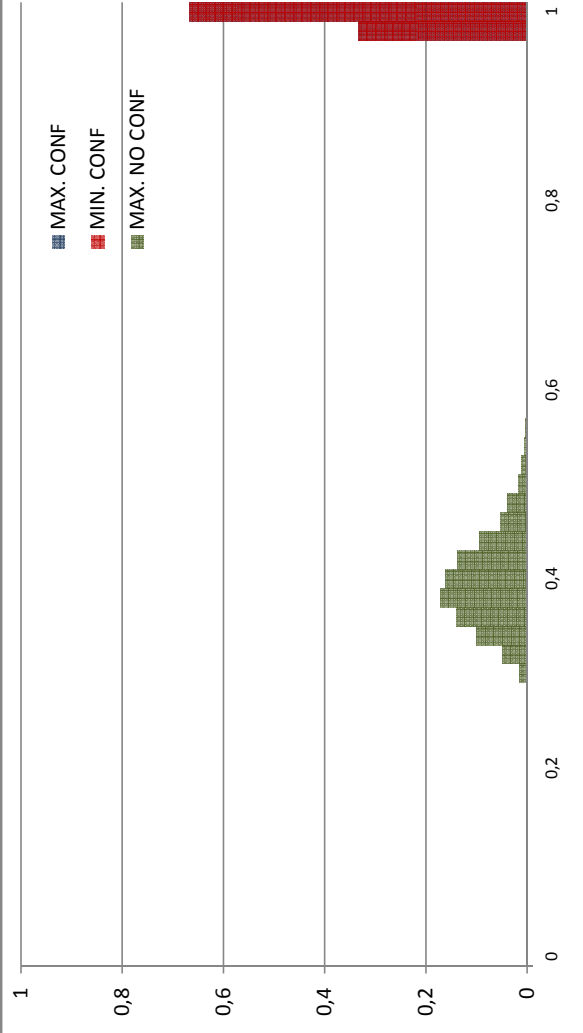
### HARD: M=256, n=5, mètode: tir de moneda



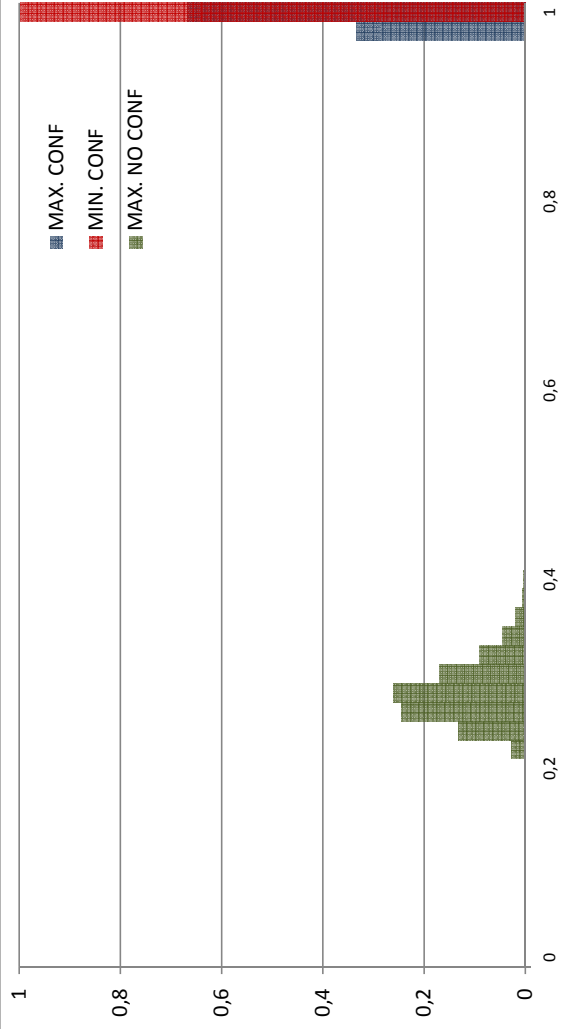
### SOFT: M=256, n=2, mètode: esborrat



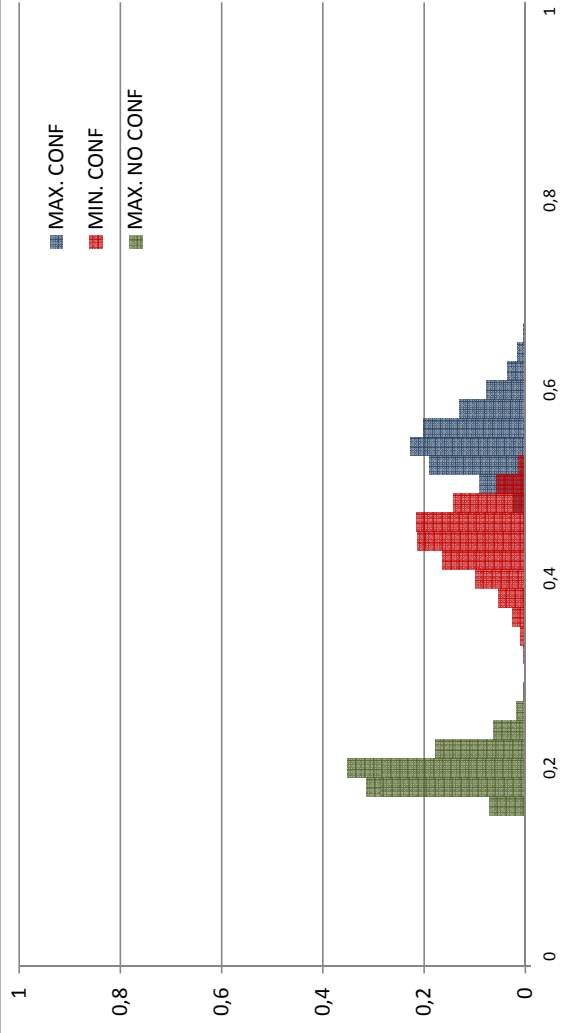
### SOFT: M=256, n=3, mètode: esborrat



### SOFT: M=256, n=2, mètode: majoria

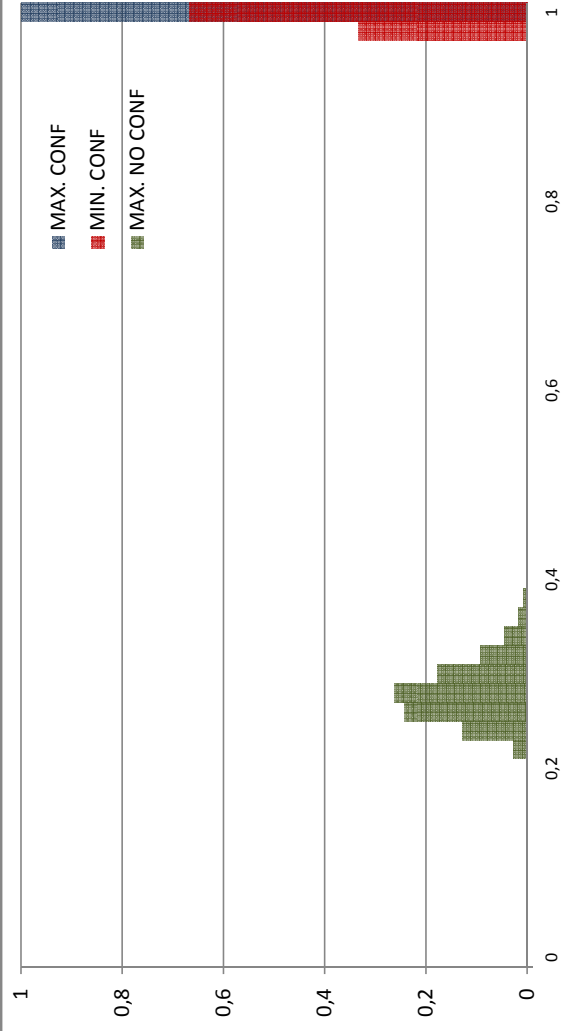


### SOFT: M=256, n=3, mètode: majoria

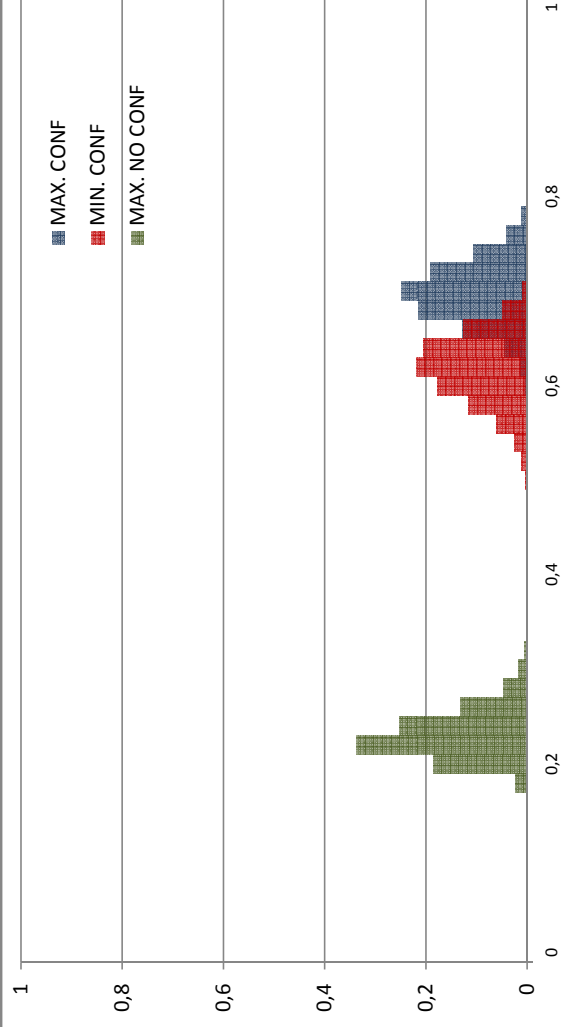




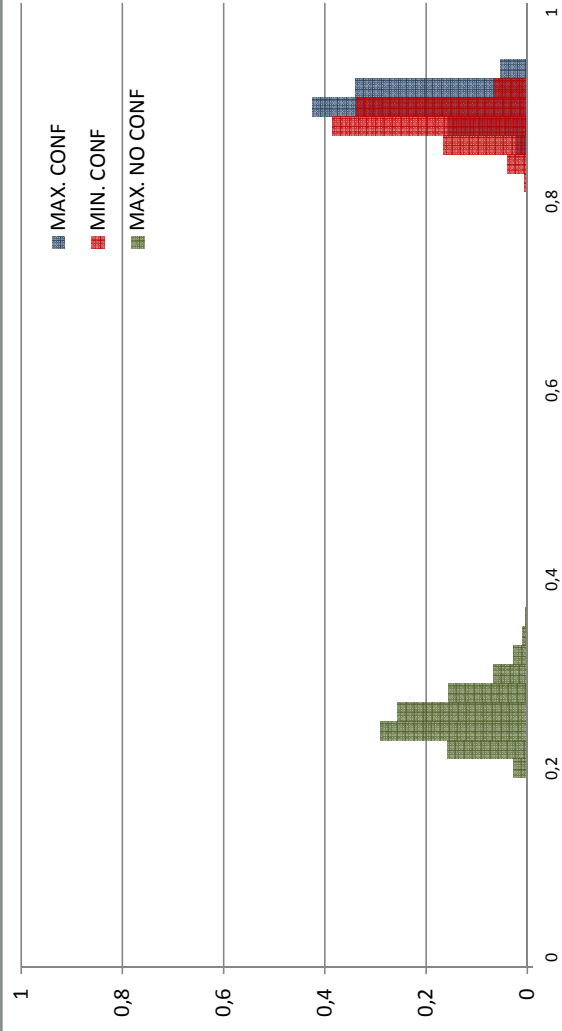
### SOFT: M=256, n=2, mètode: promig



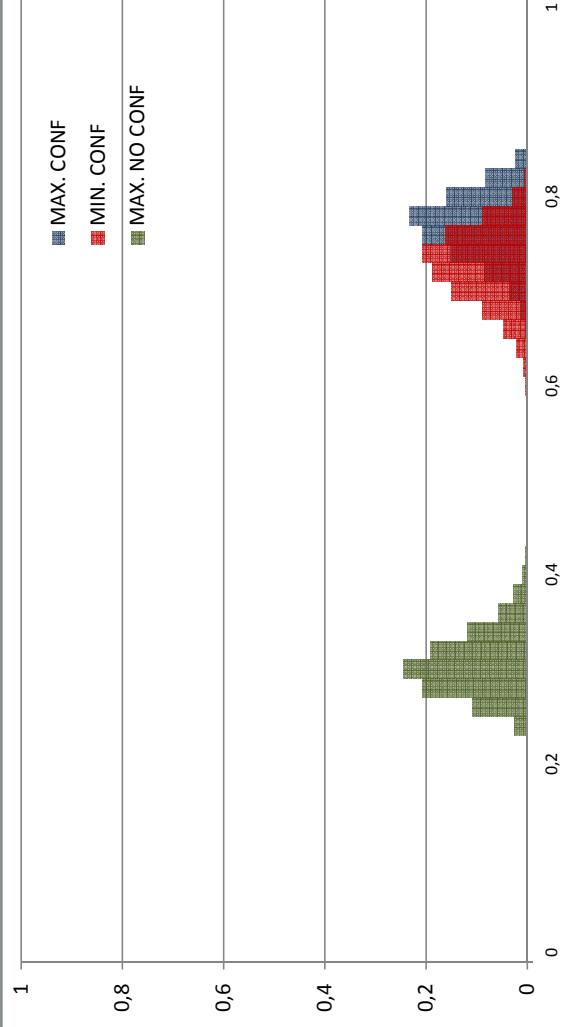
### SOFT: M=256, n=3, mètode: promig



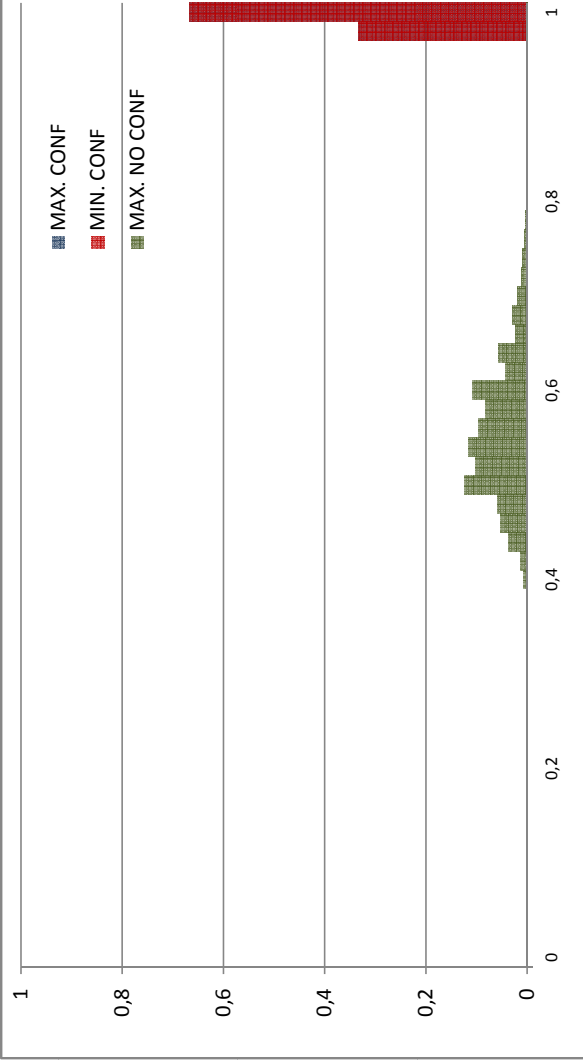
### SOFT: M=256, n=2, mètode: tir de moneda



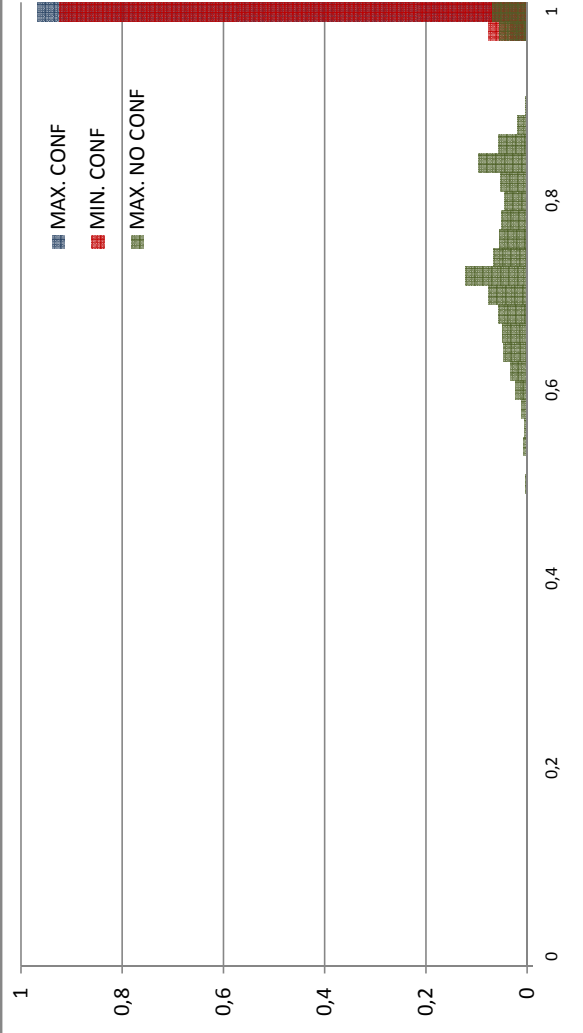
### SOFT: M=256, n=3, mètode: tir de moneda



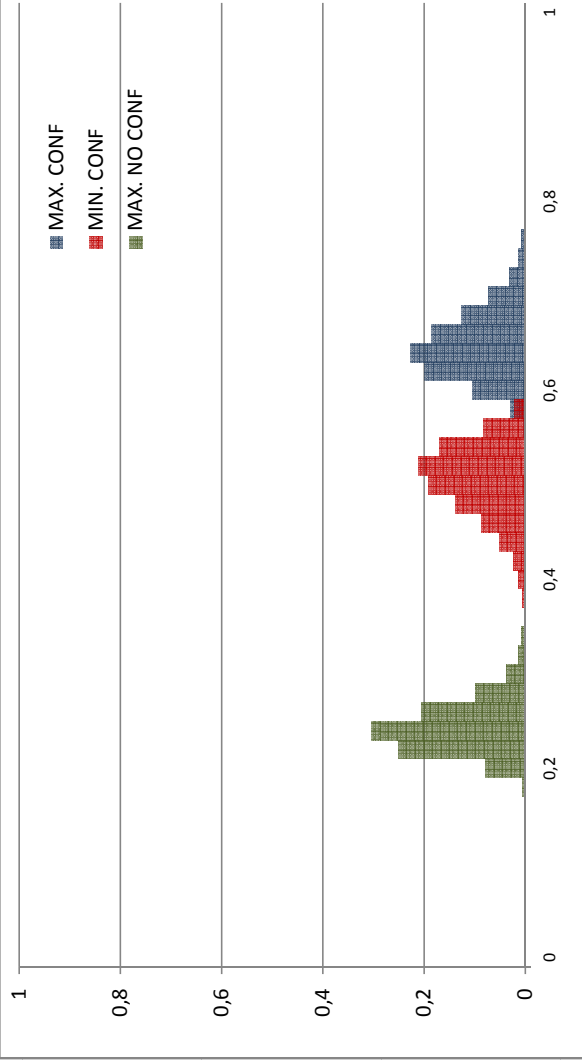
### SOFT: M=256, n=4, mètode: esborrat



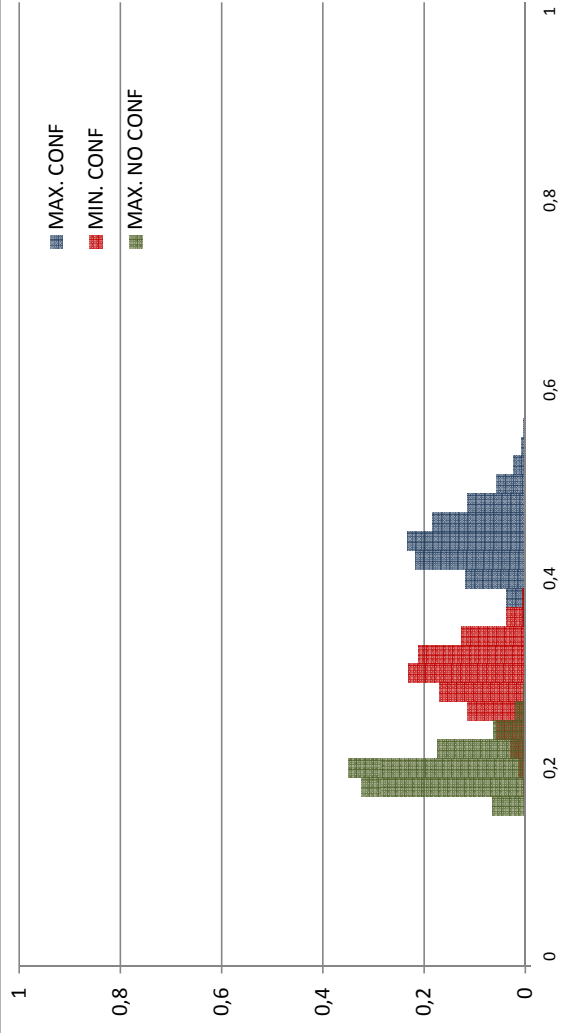
### SOFT: M=256, n=5, mètode: esborrat



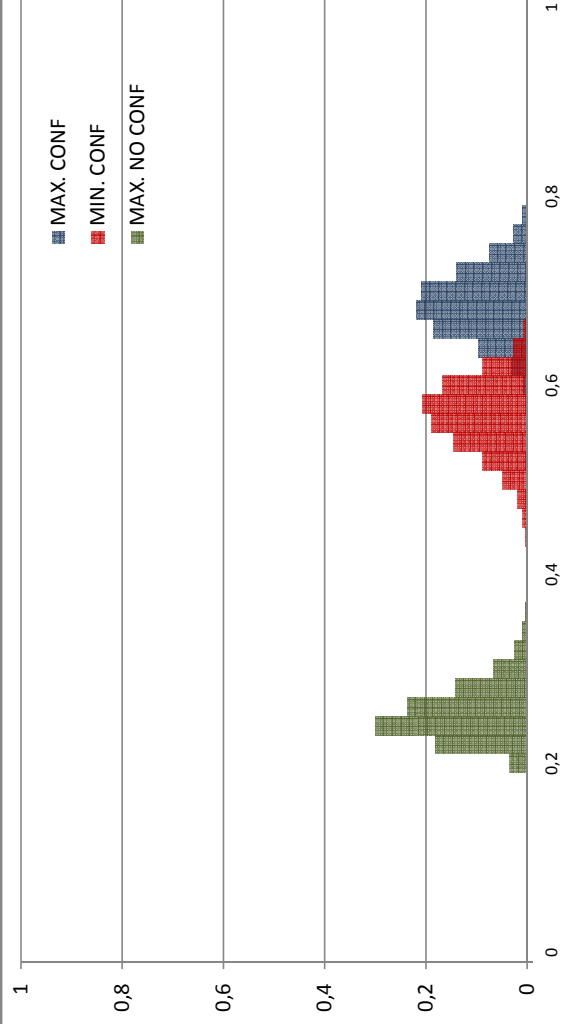
### SOFT: M=256, n=4, mètode: majoria



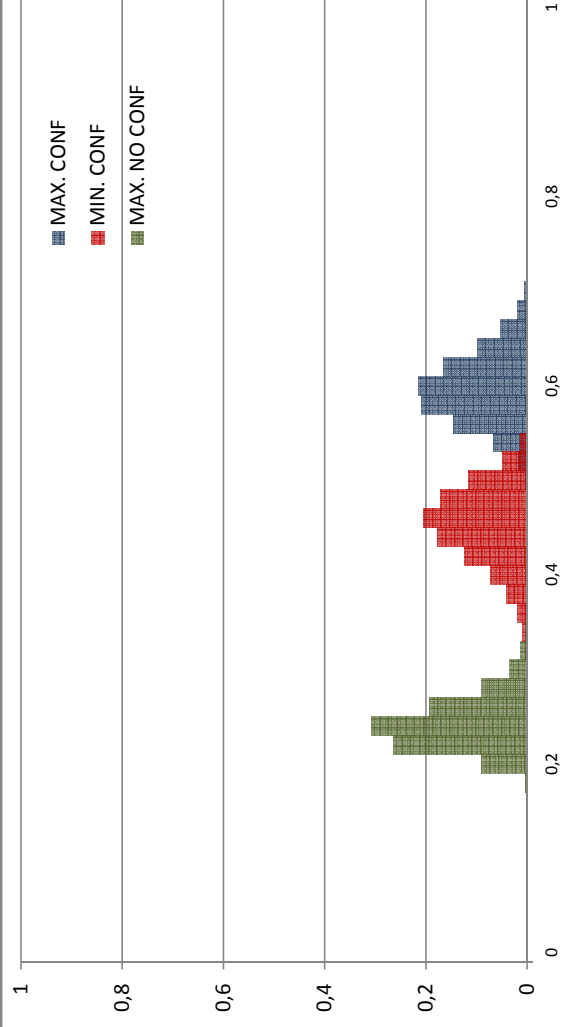
### SOFT: M=256, n=5, mètode: majoria



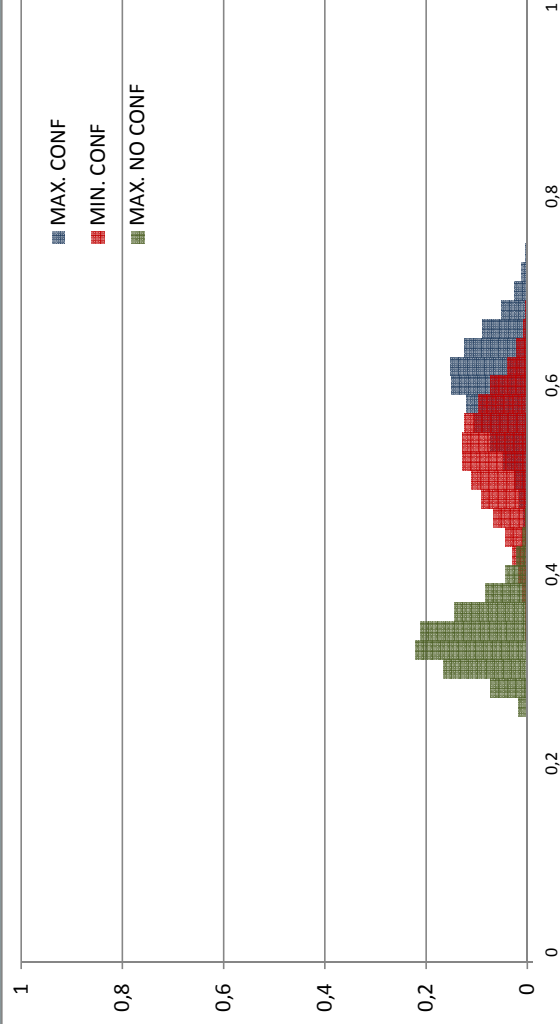
### SOFT: M=256, n=4, mètode: promig



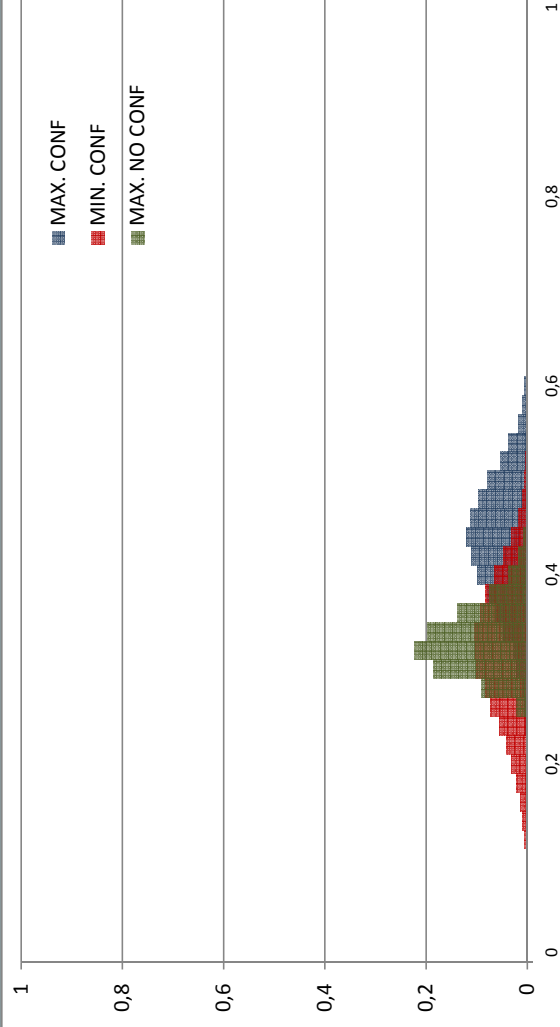
### SOFT: M=256, n=5, mètode: promig



### SOFT: M=256, n=4, mètode: tir de moneda

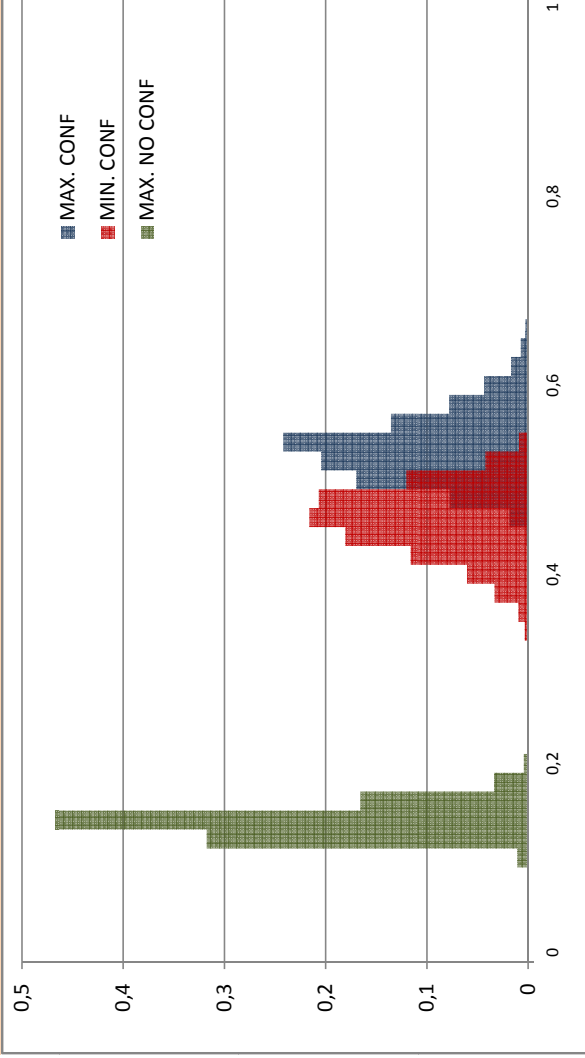


### SOFT: M=256, n=5, mètode: tir de moneda

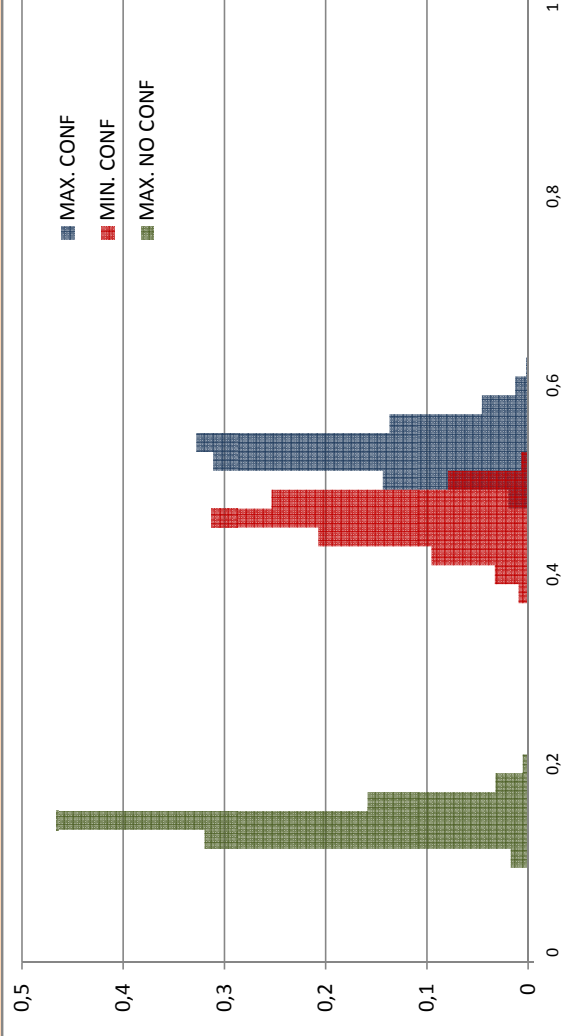




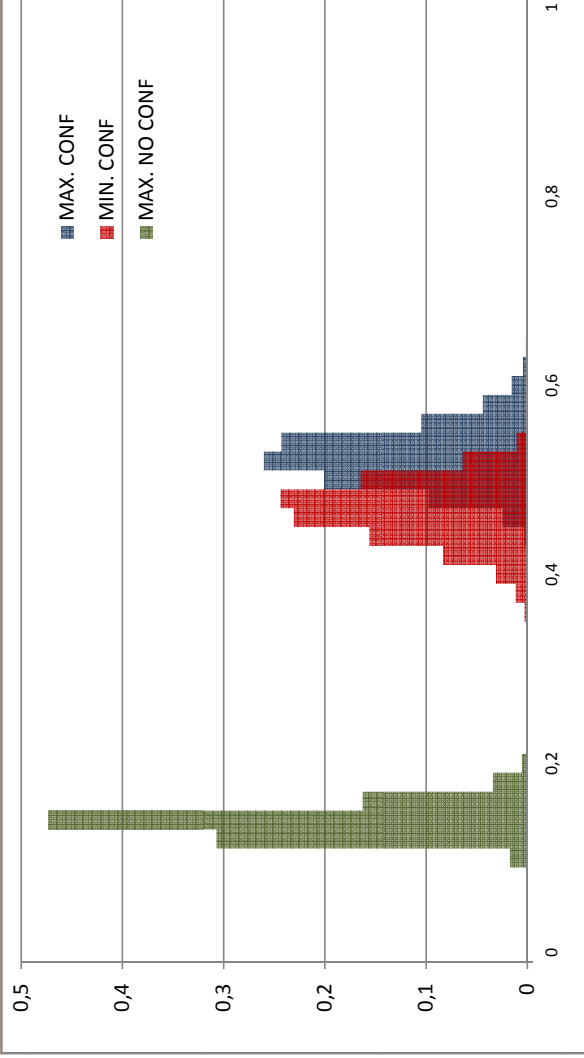
### HARD: M=512, n=2, mètode: promig



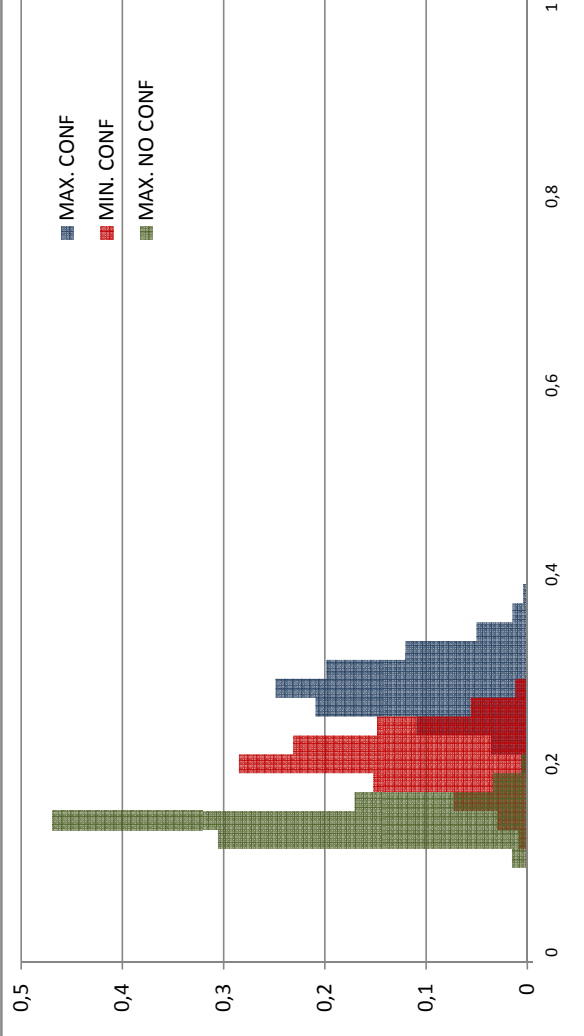
### HARD: M=512, n=3, mètode: promig



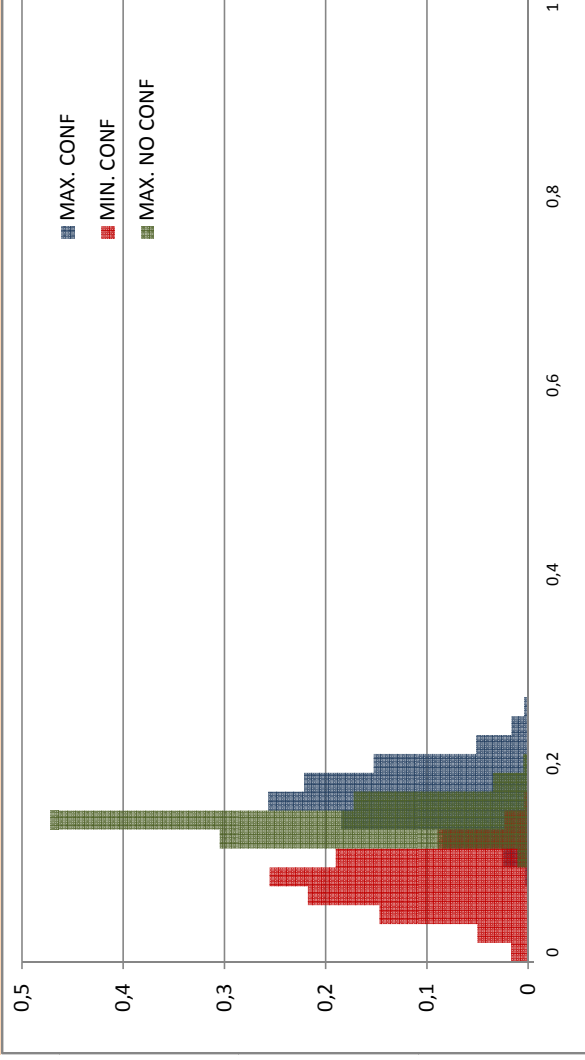
### HARD: M=512, n=2, mètode: tir de moneda



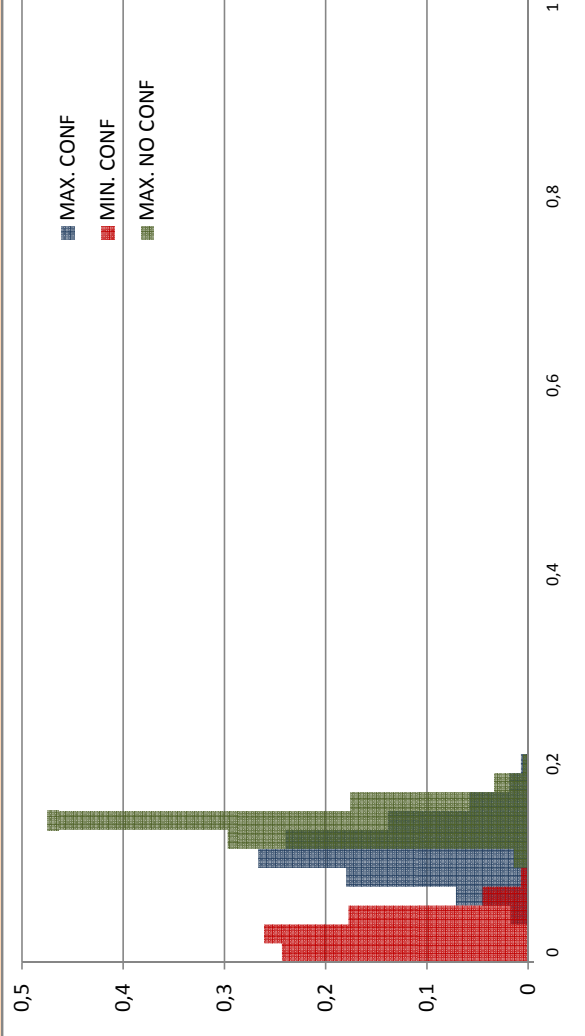
### HARD: M=512, n=3, mètode: tir de moneda



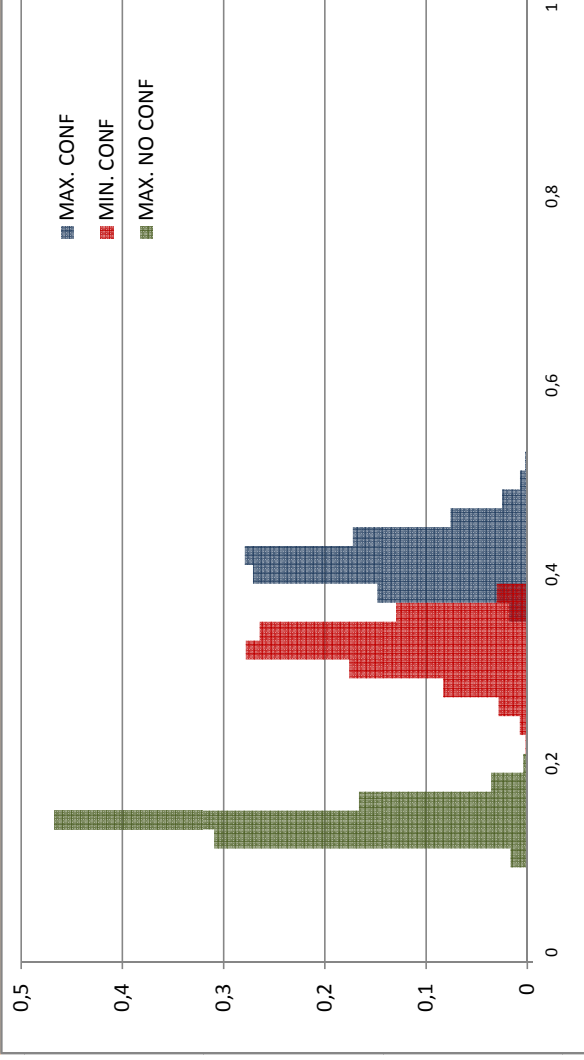
### HARD: M=512, n=4, mètode: esborrat



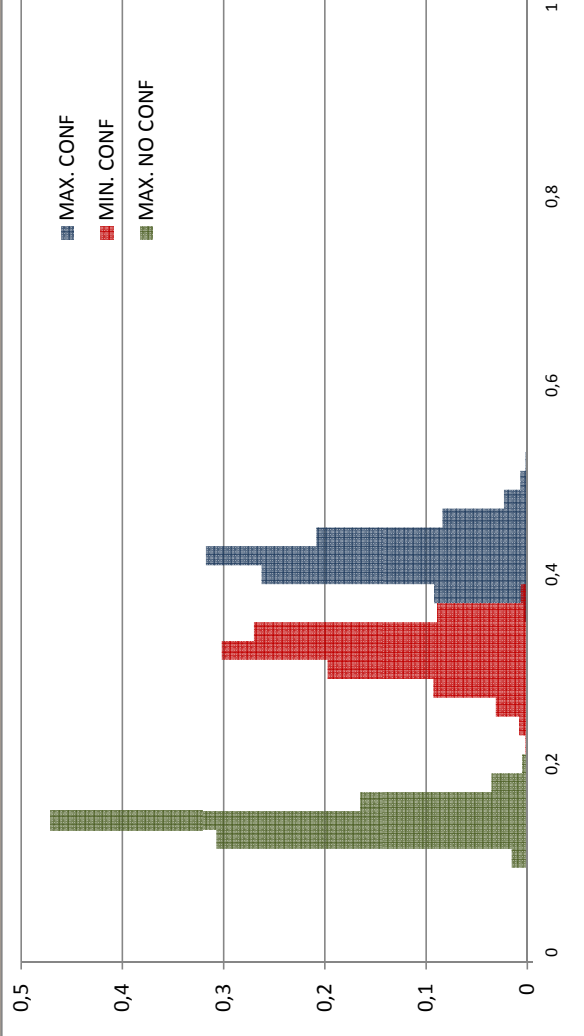
### HARD: M=512, n=5, mètode: esborrat



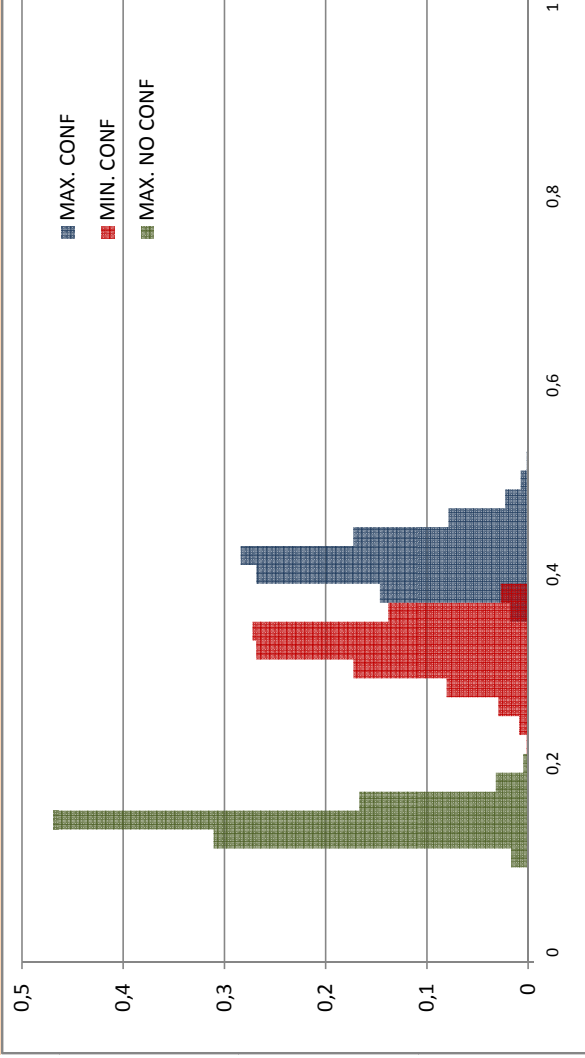
### HARD: M=512, n=4, mètode: majoria



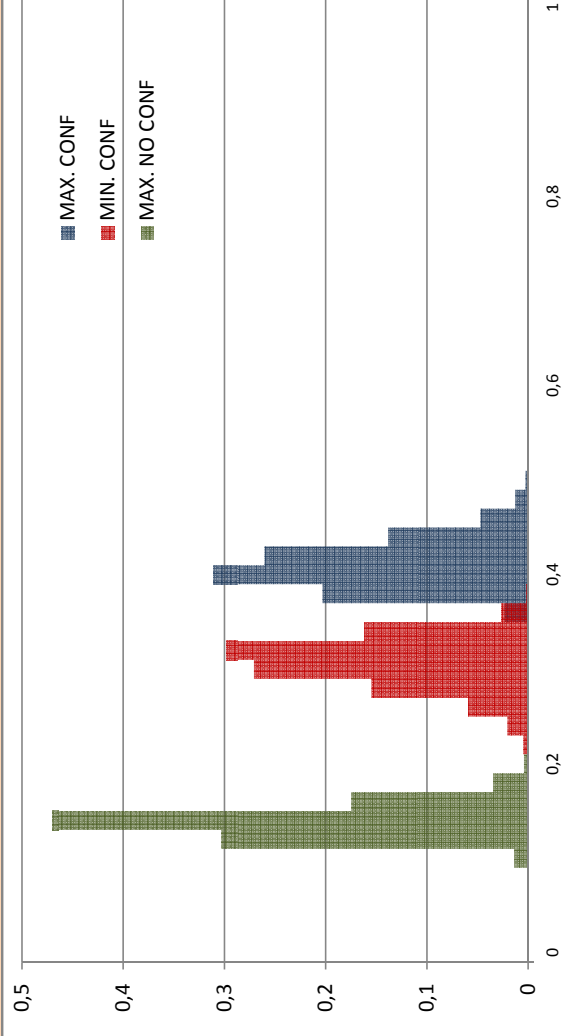
### HARD: M=512, n=5, mètode: majoria



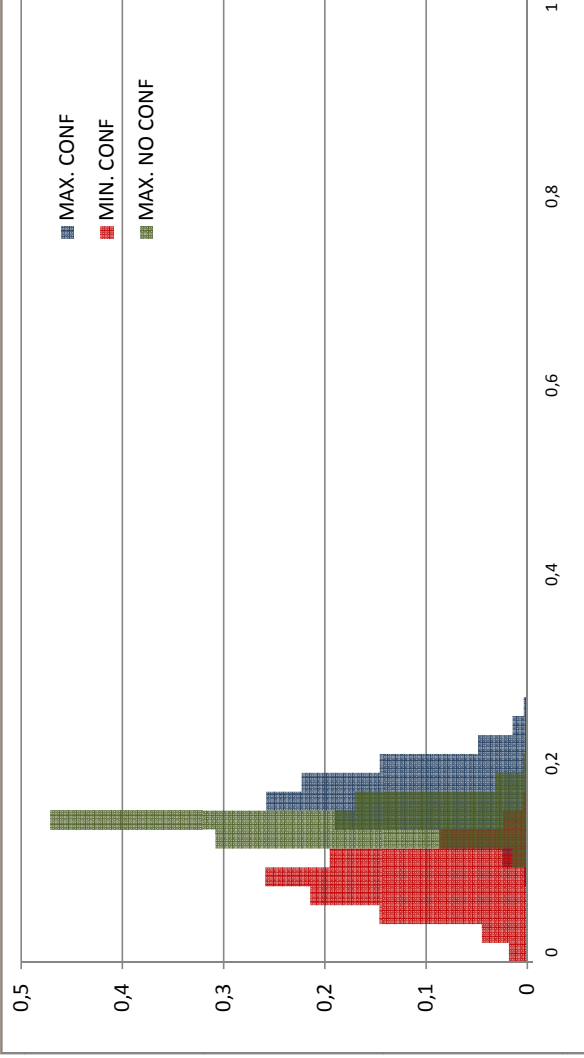
### HARD: M=512, n=4, mètode: promig



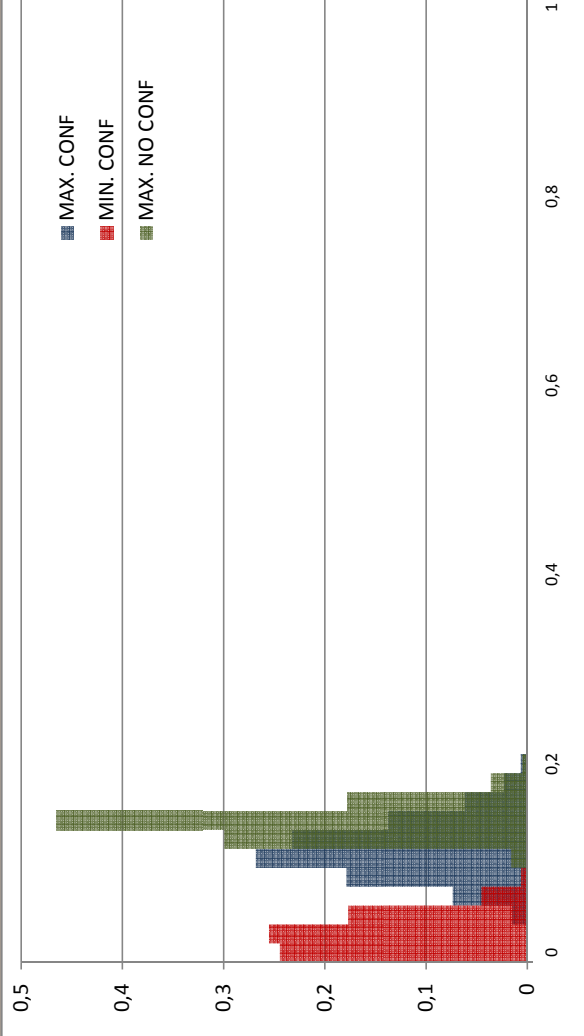
### HARD: M=512, n=5, mètode: promig



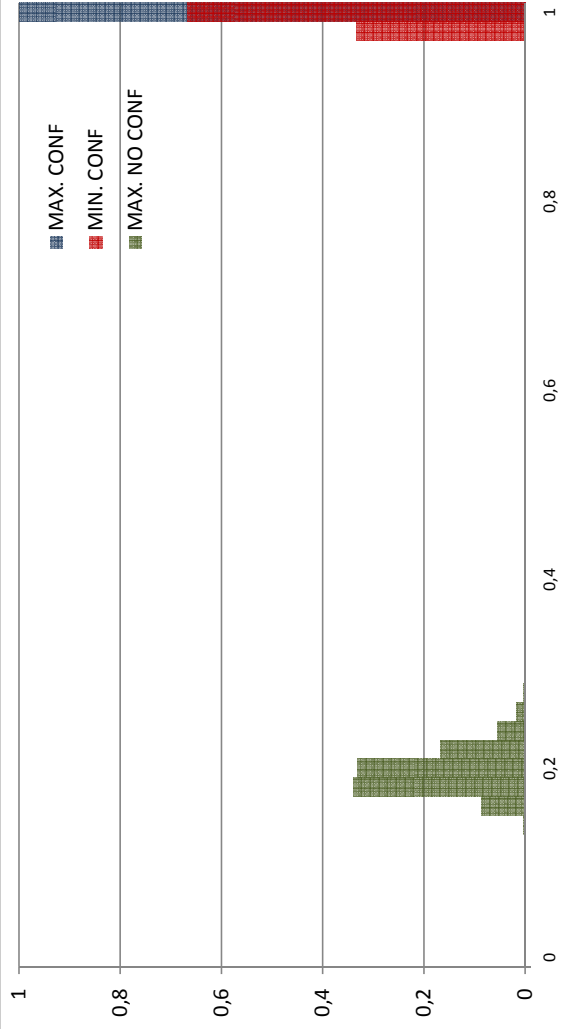
### HARD: M=512, n=4, mètode: tir de moneda



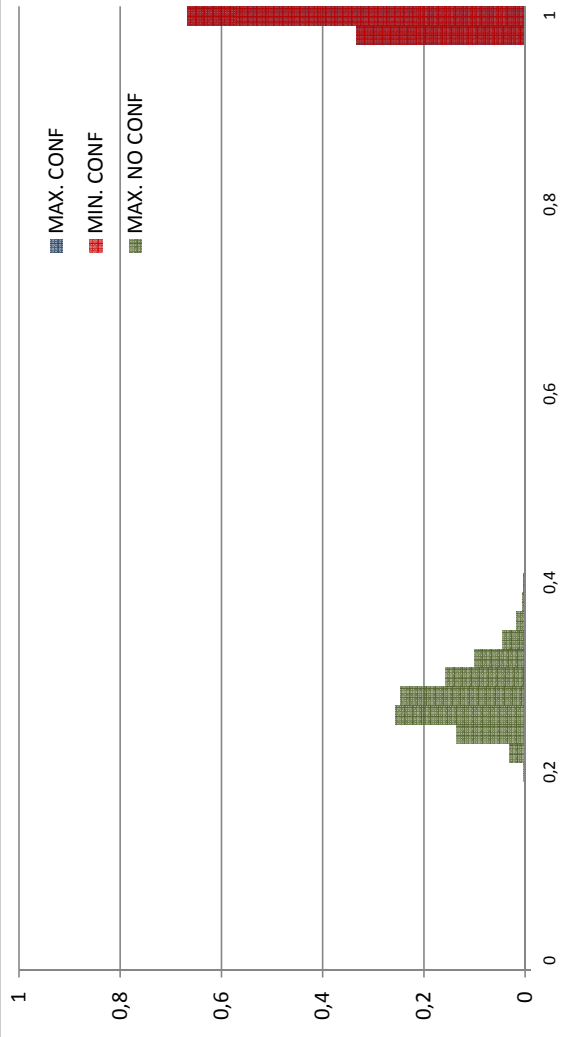
### HARD: M=512, n=5, mètode: tir de moneda



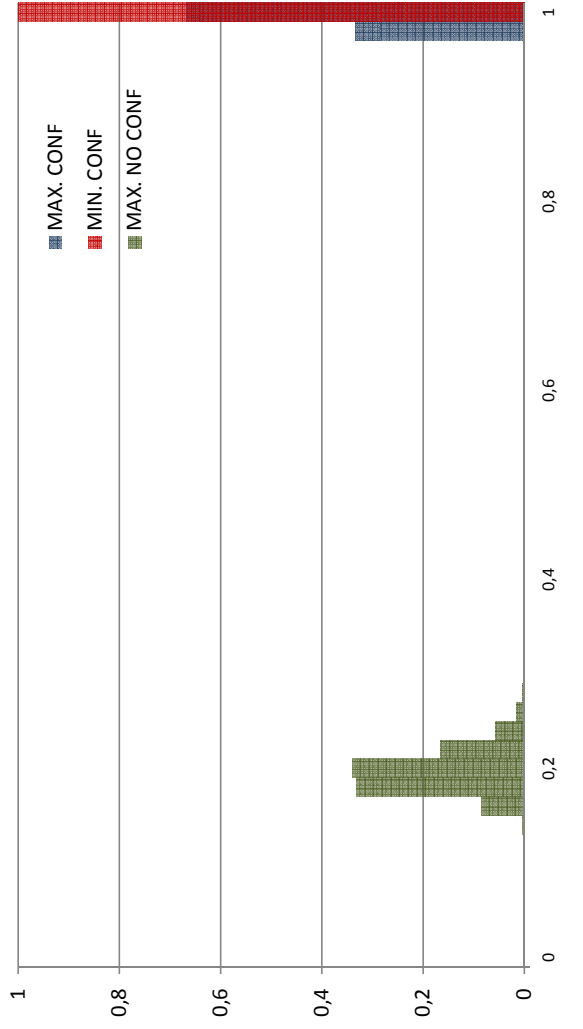
### SOFT: M=512, n=2, mètode: esborrat



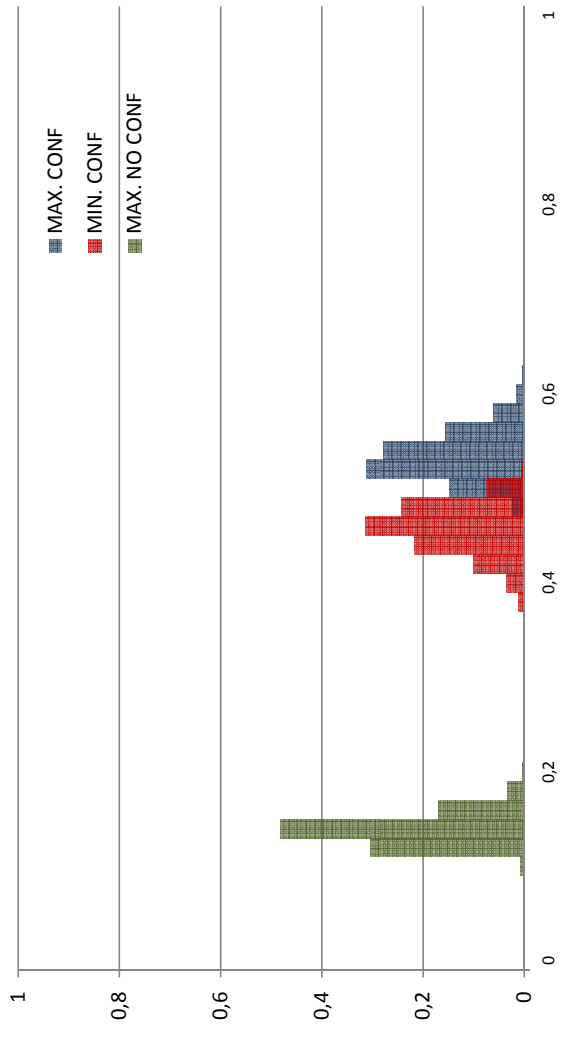
### SOFT: M=512, n=3, mètode: esborrat



### SOFT: M=512, n=2, mètode: majoria

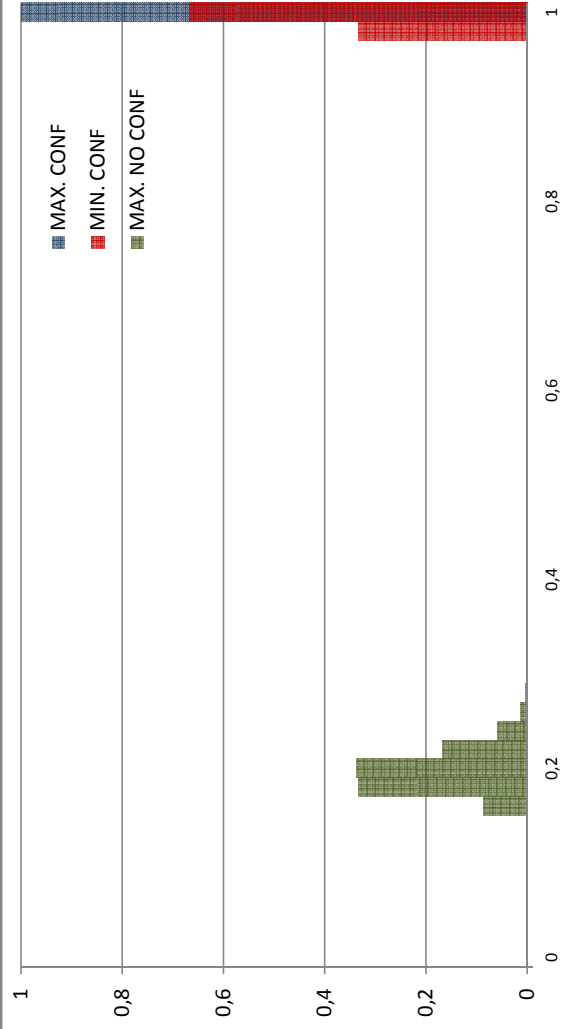


### SOFT: M=512, n=3, mètode: majoria

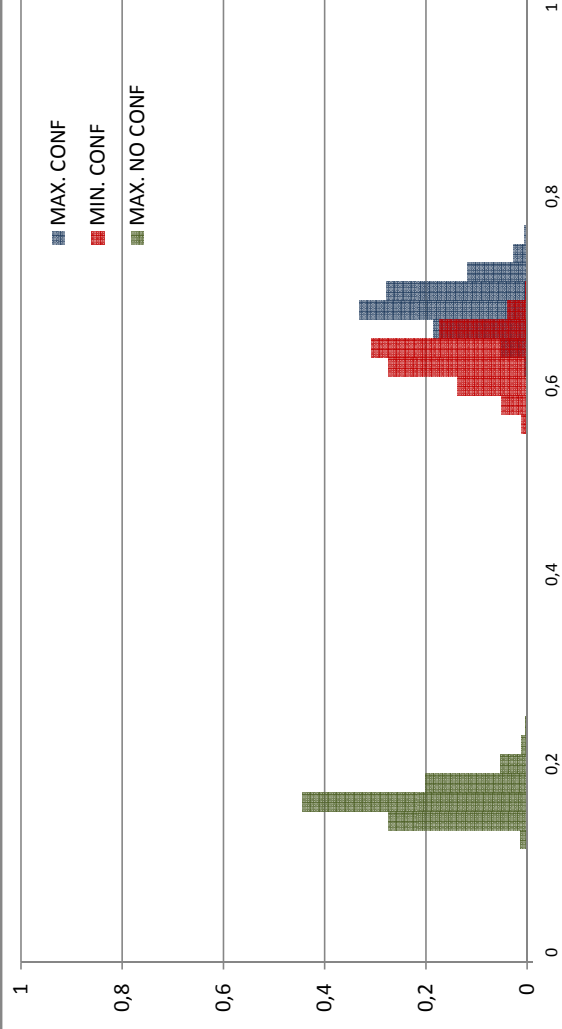




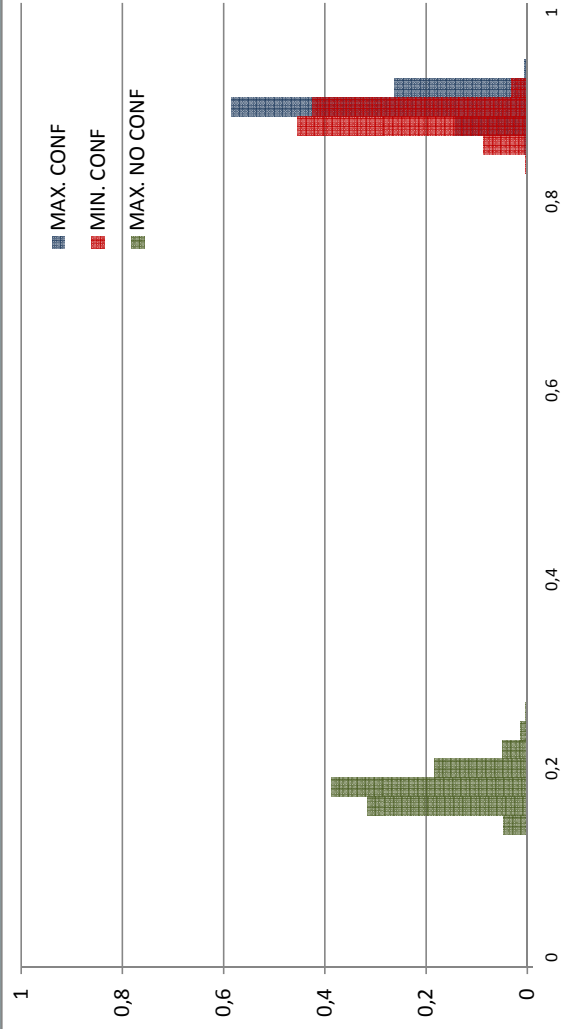
### SOFT: M=512, n=2, mètode: promig



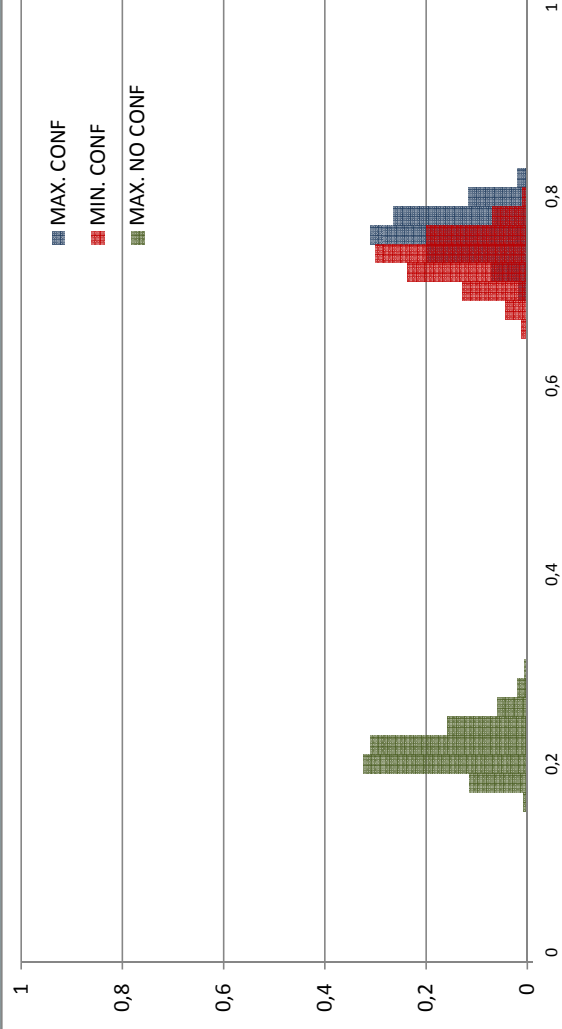
### SOFT: M=512, n=3, mètode: promig



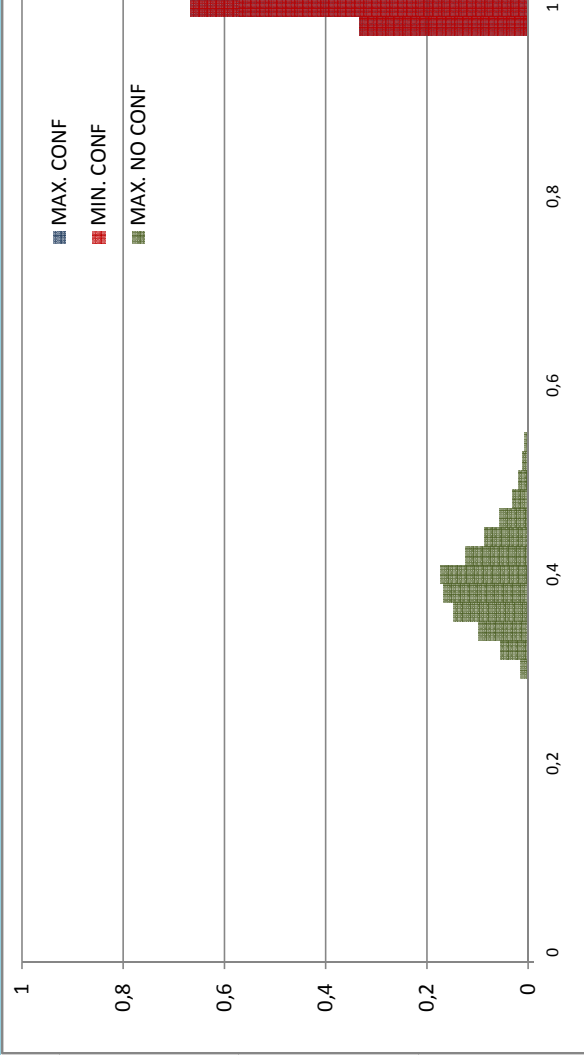
### SOFT: M=512, n=2, mètode: tir de moneda



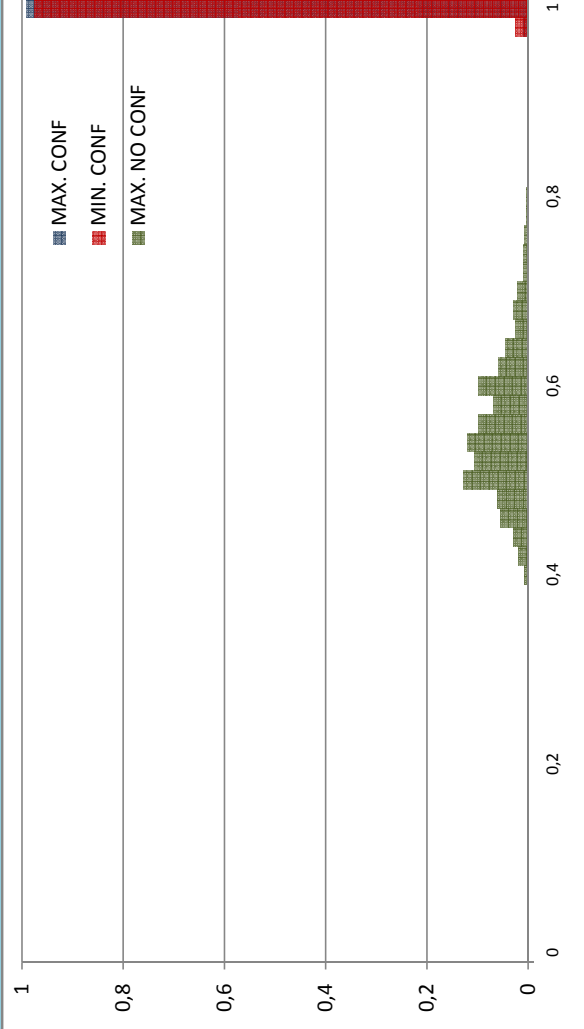
### SOFT: M=512, n=3, mètode: tir de moneda



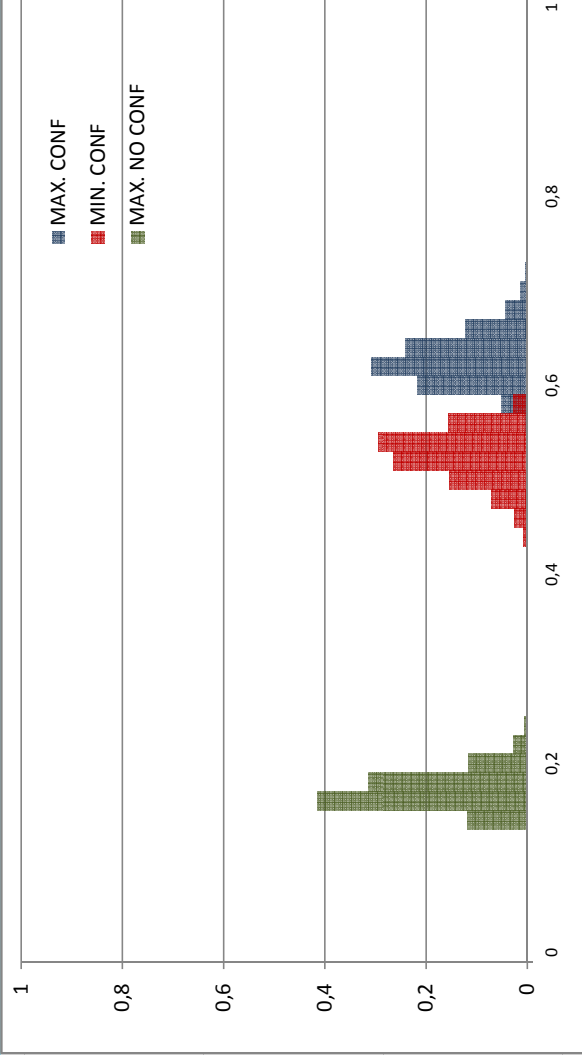
### SOFT: M=512, n=4, mètode: esborrat



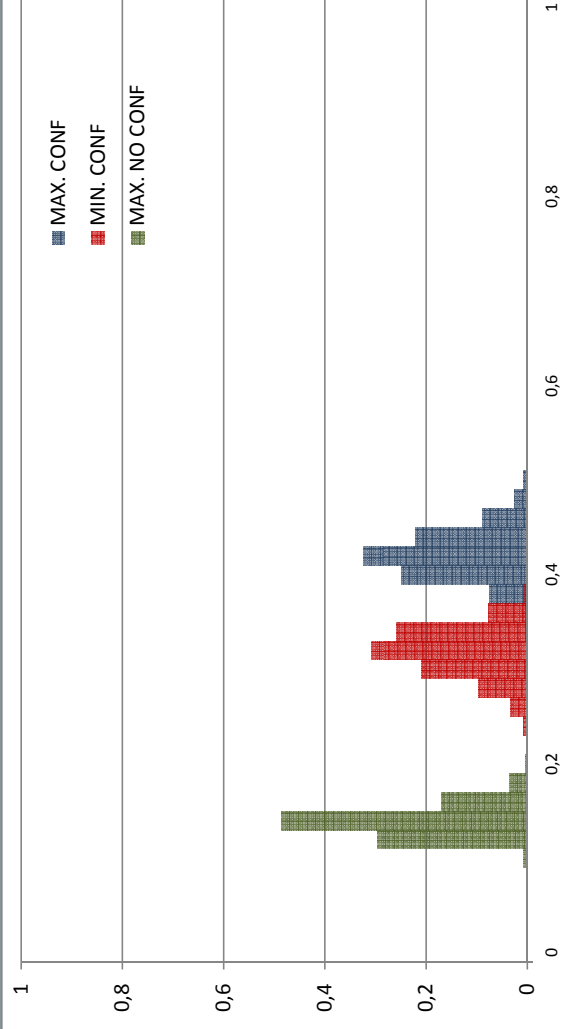
### SOFT: M=512, n=5, mètode: esborrat



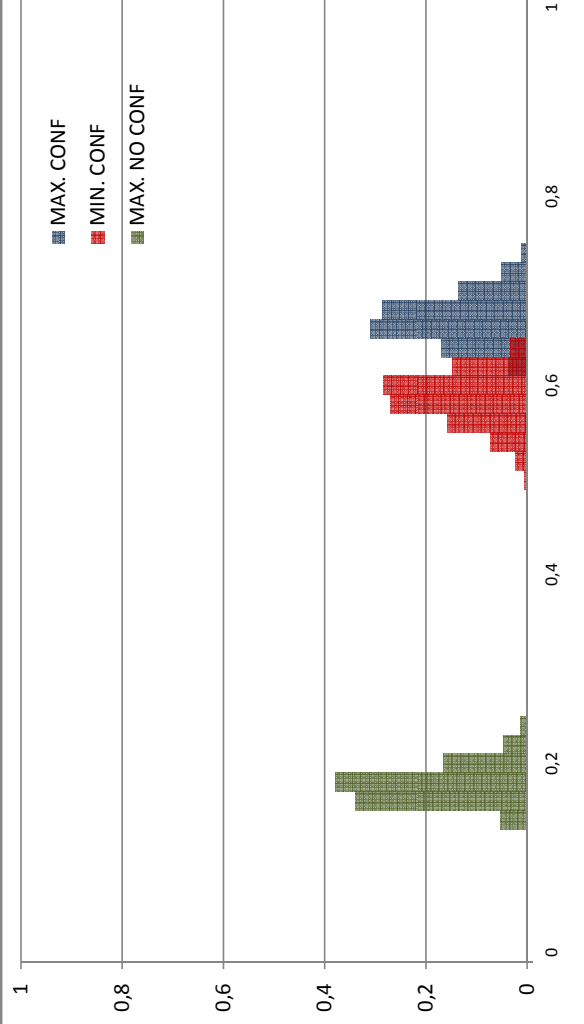
### SOFT: M=512, n=4, mètode: majoria



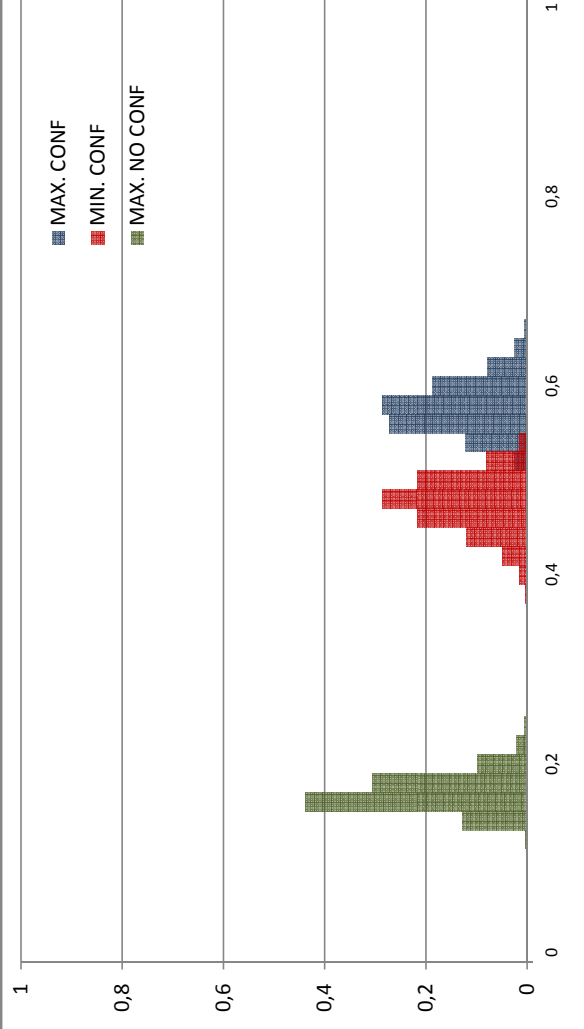
### SOFT: M=512, n=5, mètode: majoria



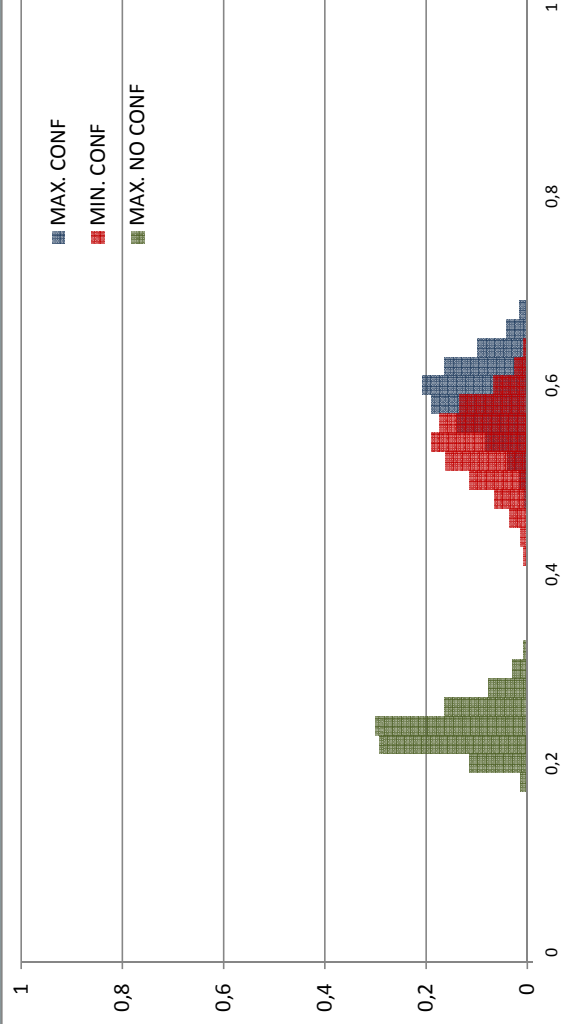
### SOFT: M=512, n=4, mètode: promig



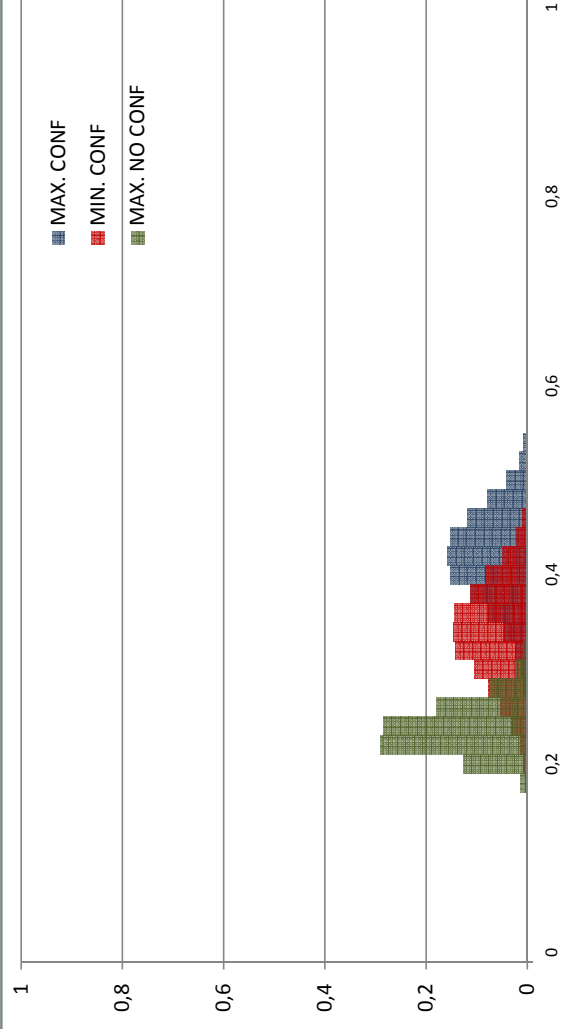
### SOFT: M=512, n=5, mètode: promig



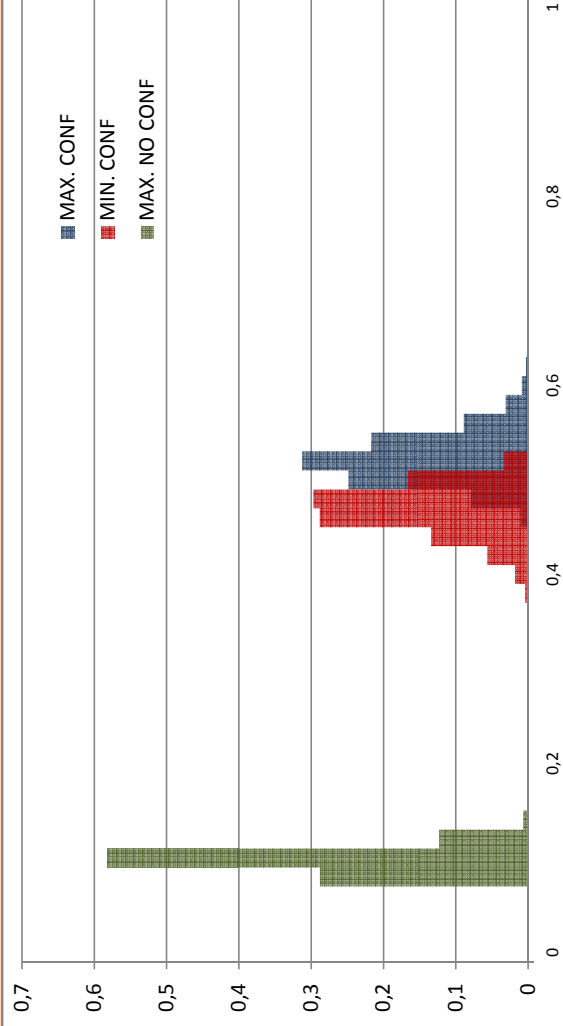
### SOFT: M=512, n=4, mètode: tir de moneda



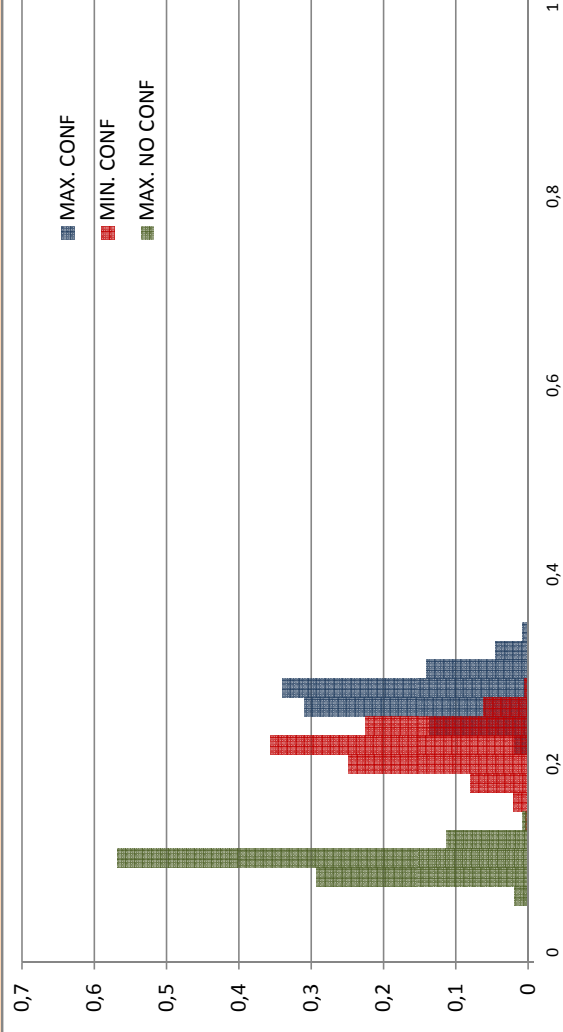
### SOFT: M=512, n=5, mètode: tir de moneda



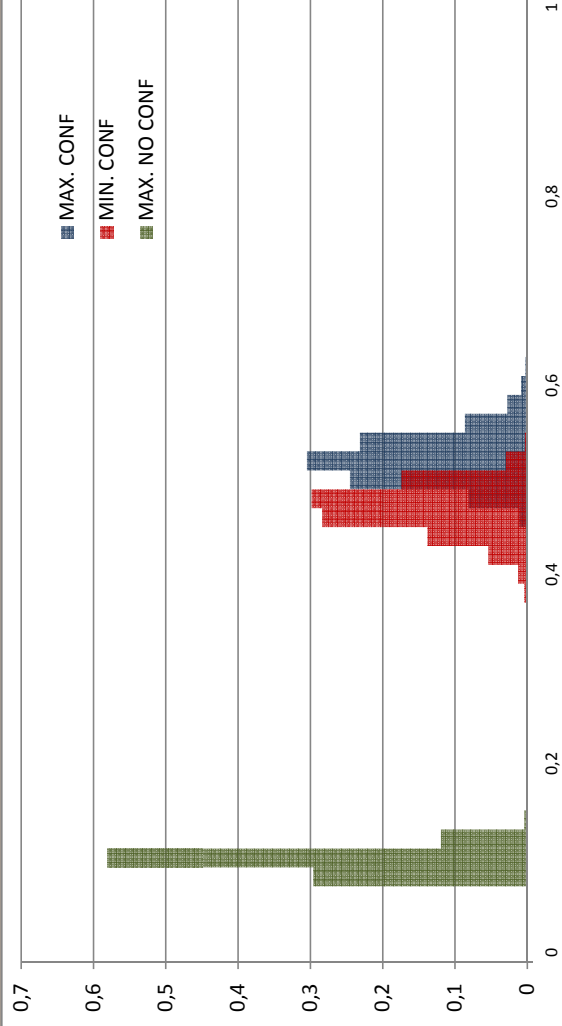
### HARD: M=1024, n=2, mètode: esborrat



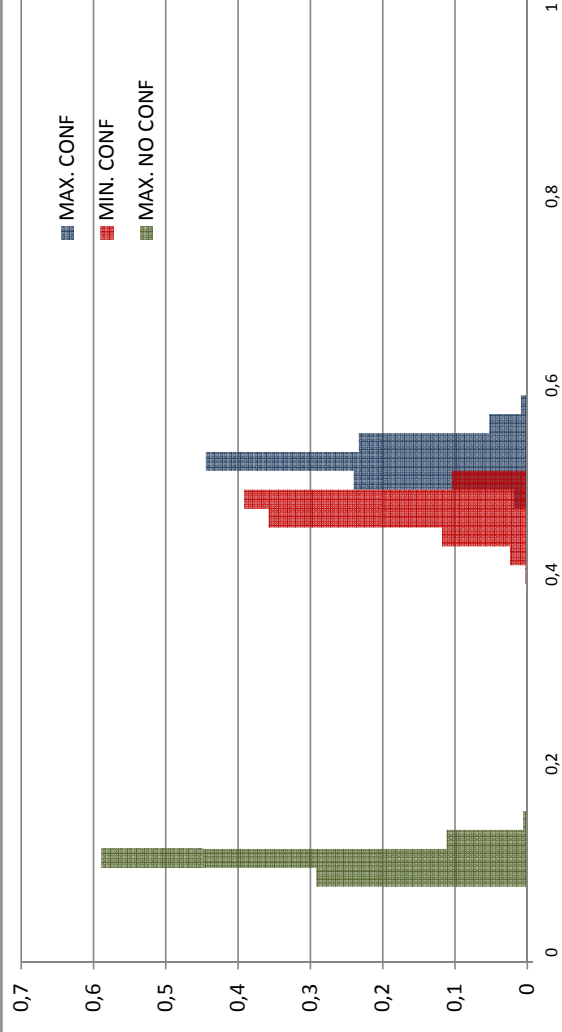
### HARD: M=1024, n=3, mètode: esborrat



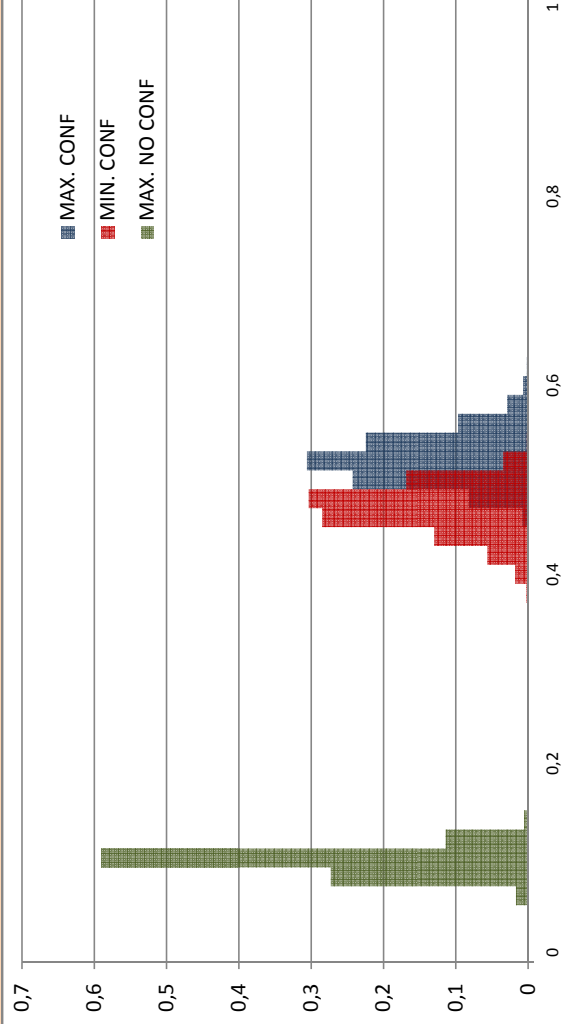
### HARD: M=1024, n=2, mètode: majoria



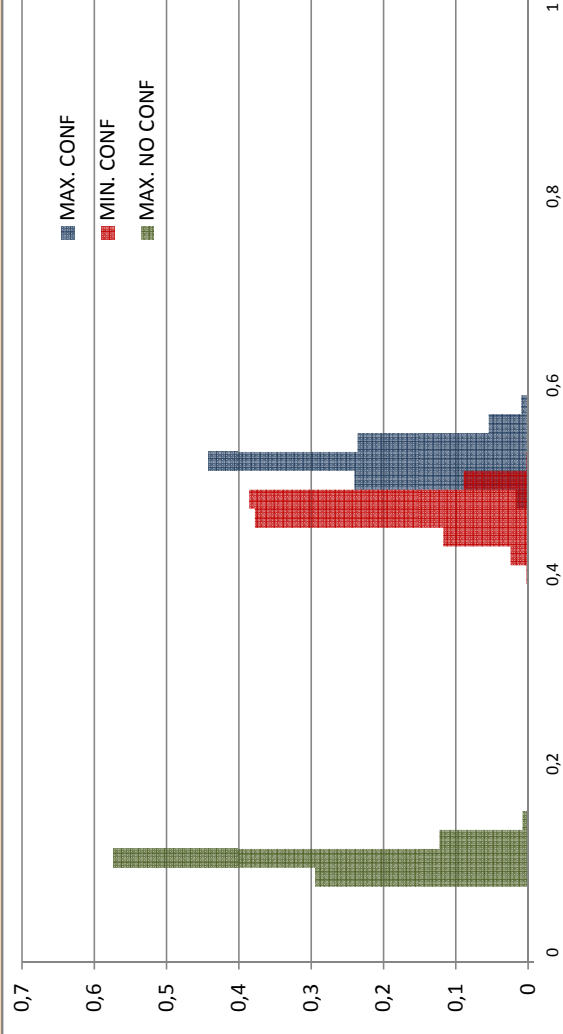
### HARD: M=1024, n=3, mètode: majoria



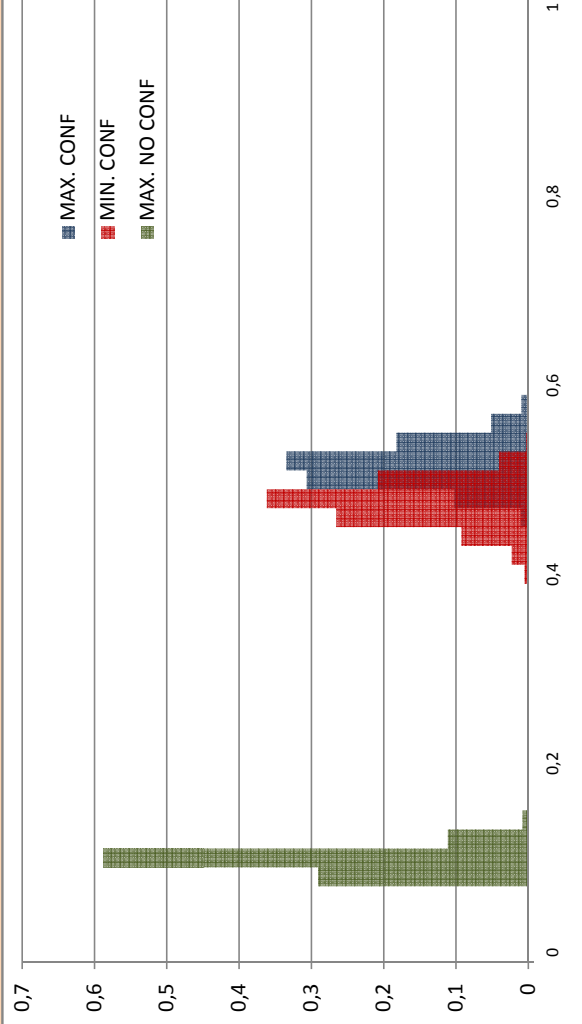
### HARD: M=1024, n=2, mètode: promig



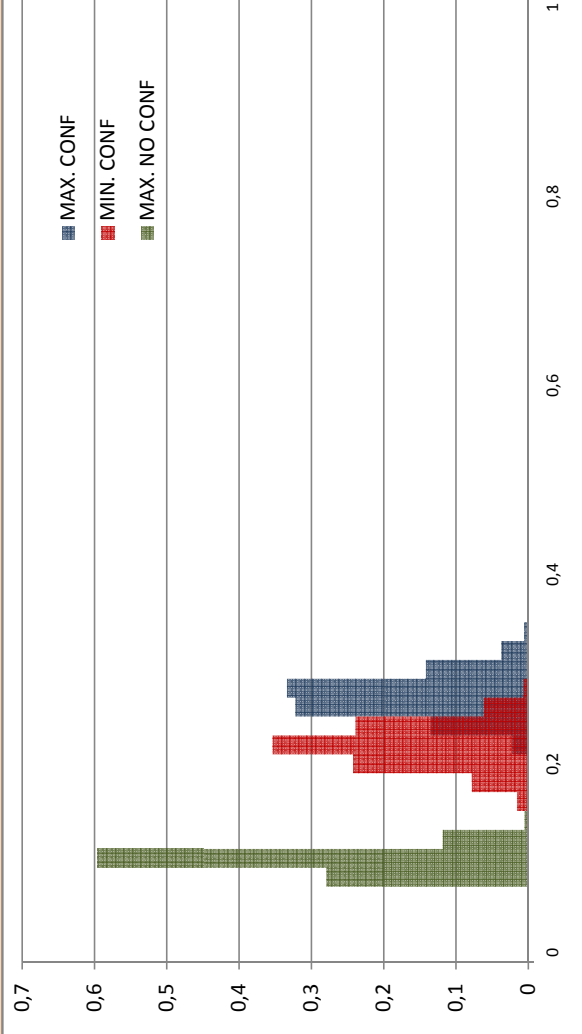
### HARD: M=1024, n=3, mètode: promig



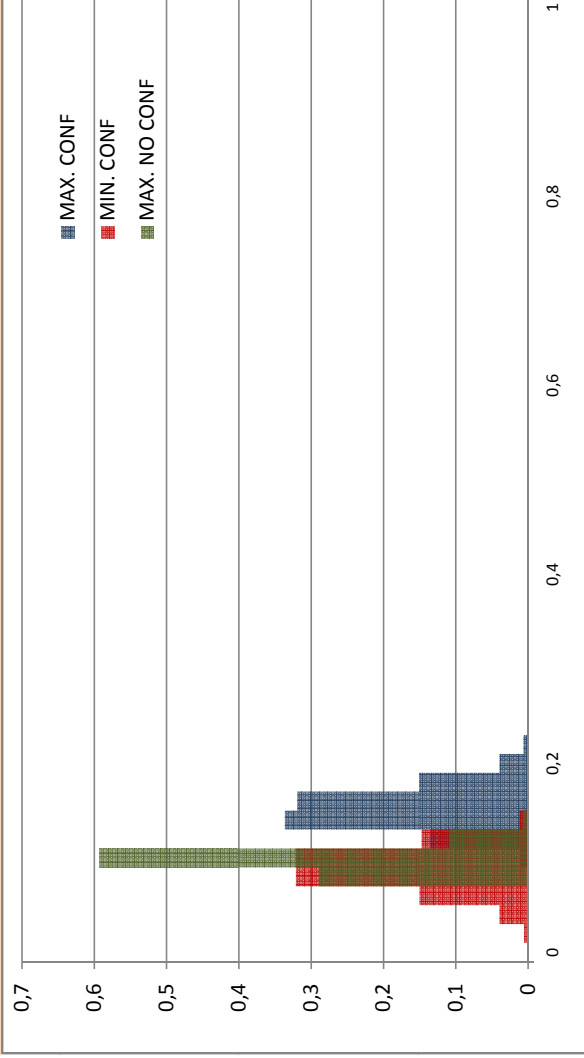
### HARD: M=1024, n=2, mètode: tir de moneda



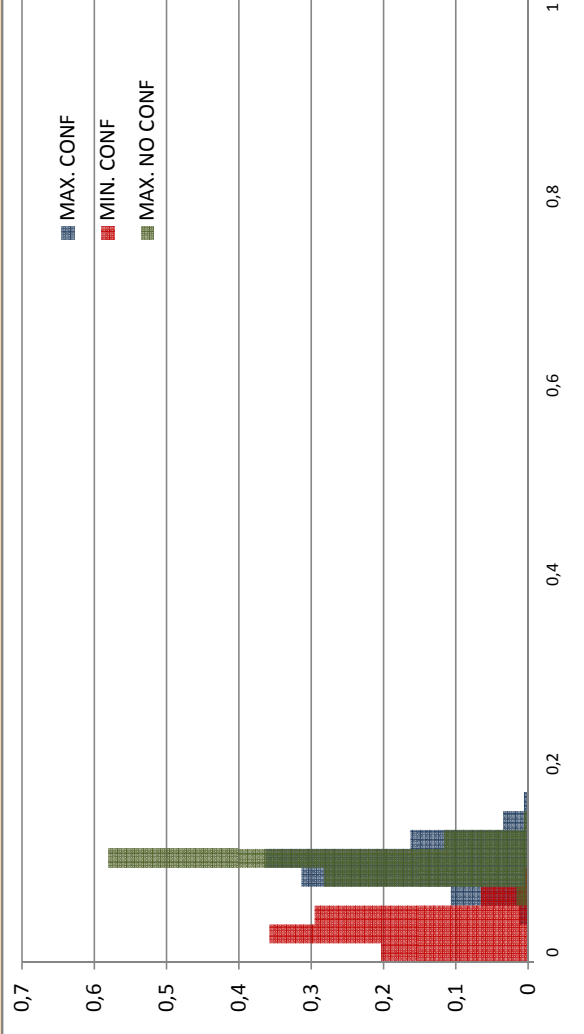
### HARD: M=1024, n=3, mètode: tir de moneda



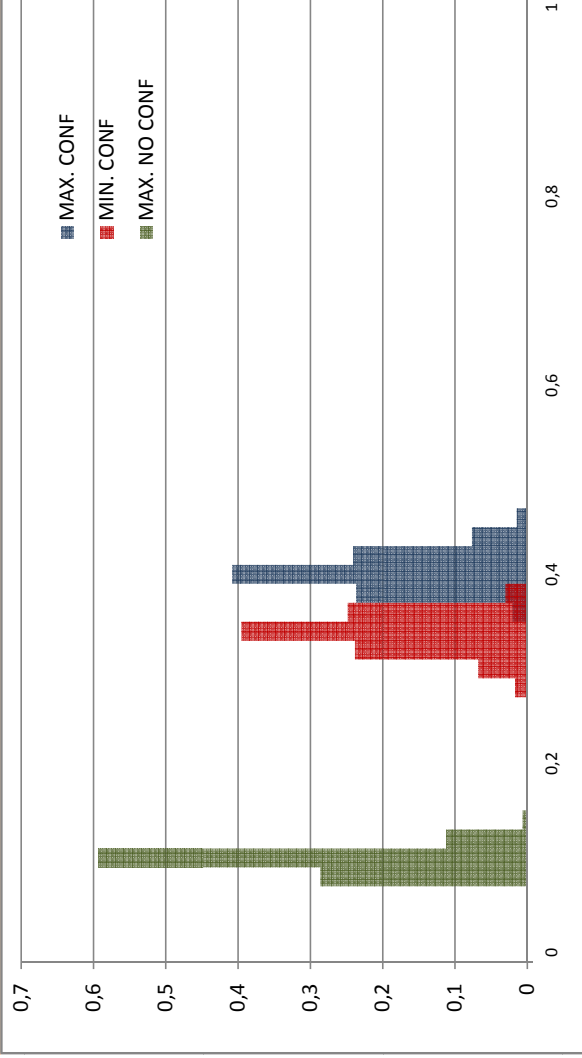
### HARD: M=1024, n=4, mètode: esborrat



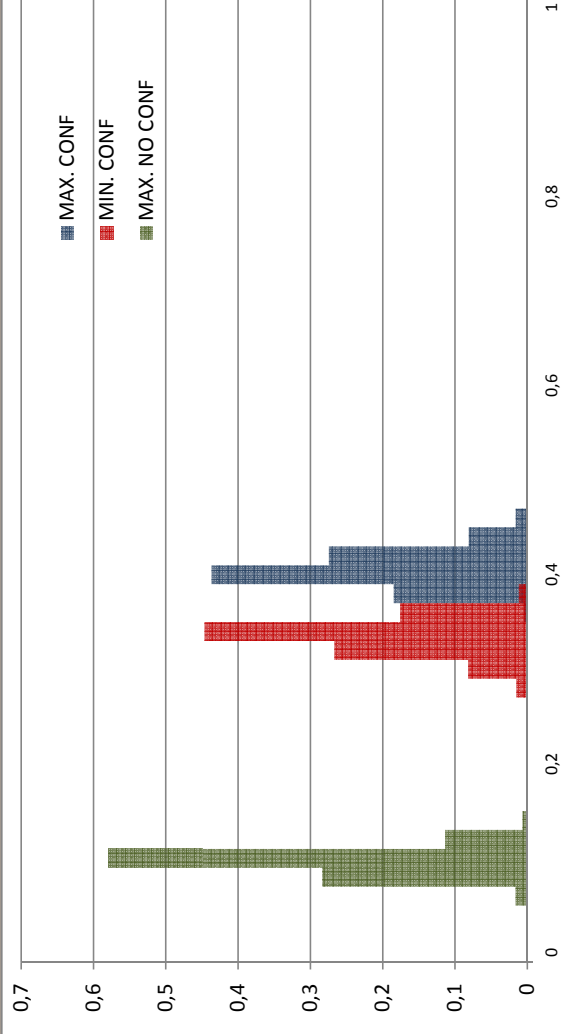
### HARD: M=1024, n=5, mètode: esborrat



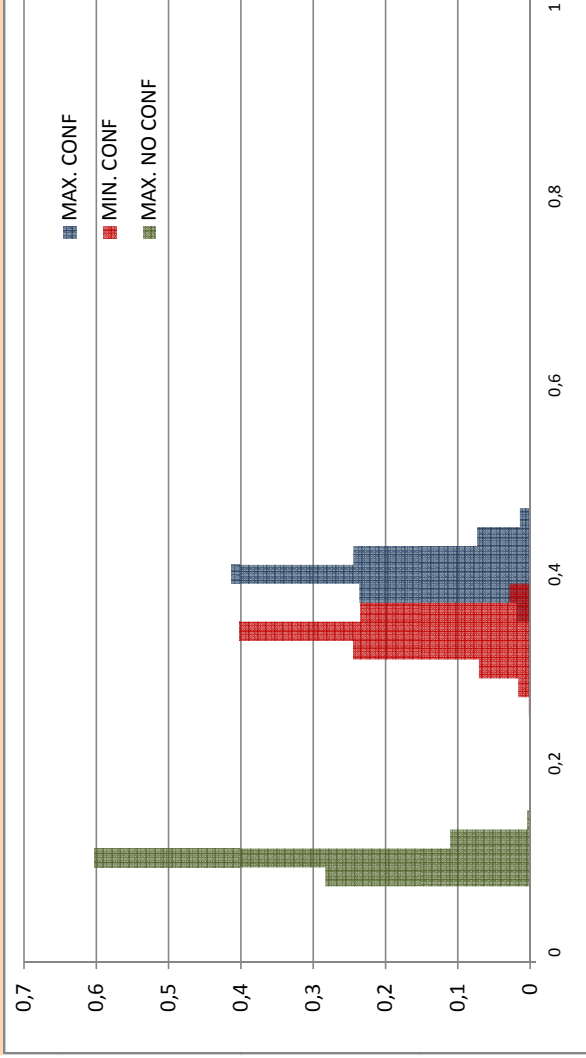
### HARD: M=1024, n=4, mètode: majoria



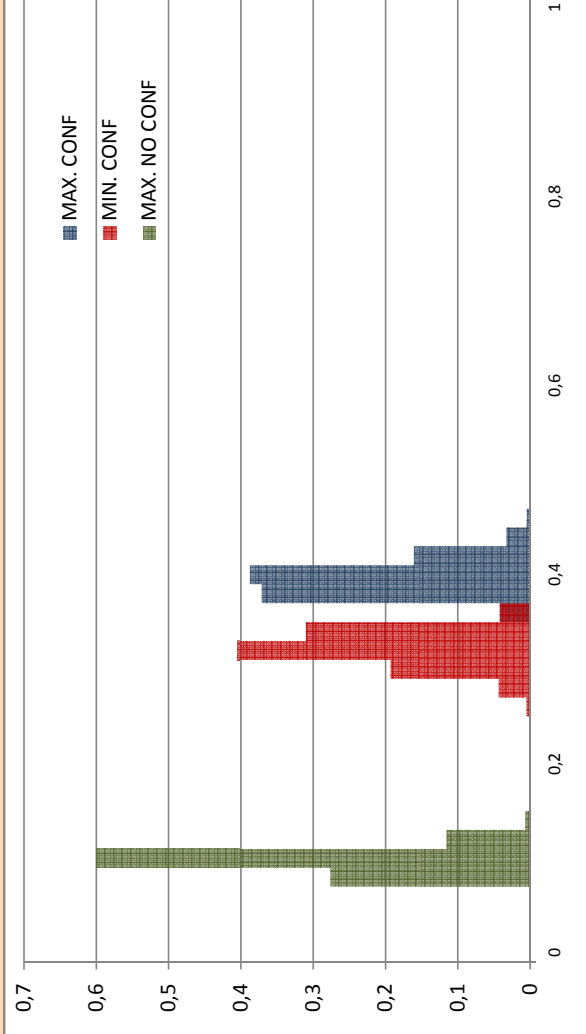
### HARD: M=1024, n=5, mètode: majoria



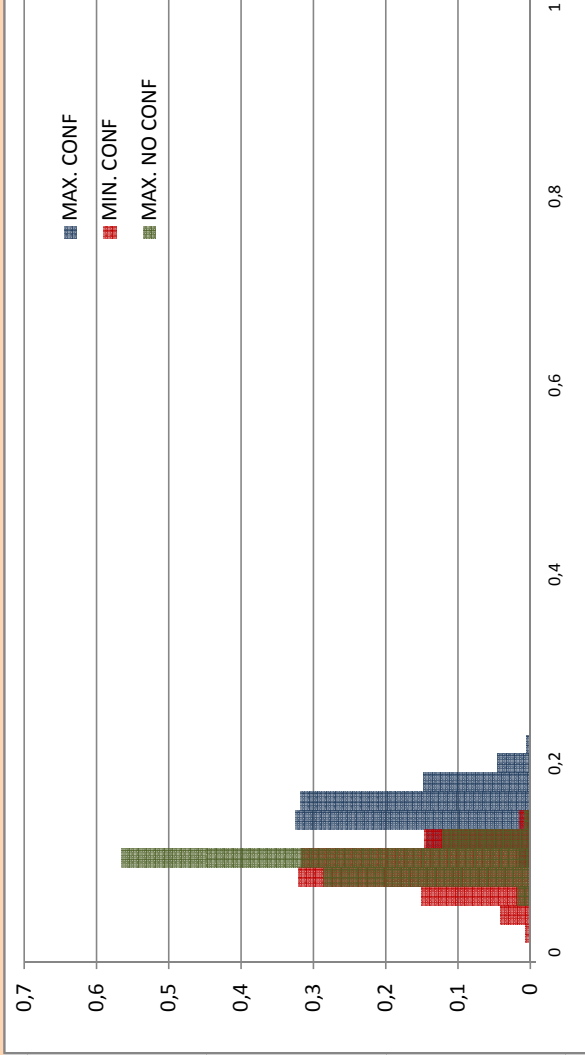
### HARD: M=1024, n=4, mètode: promig



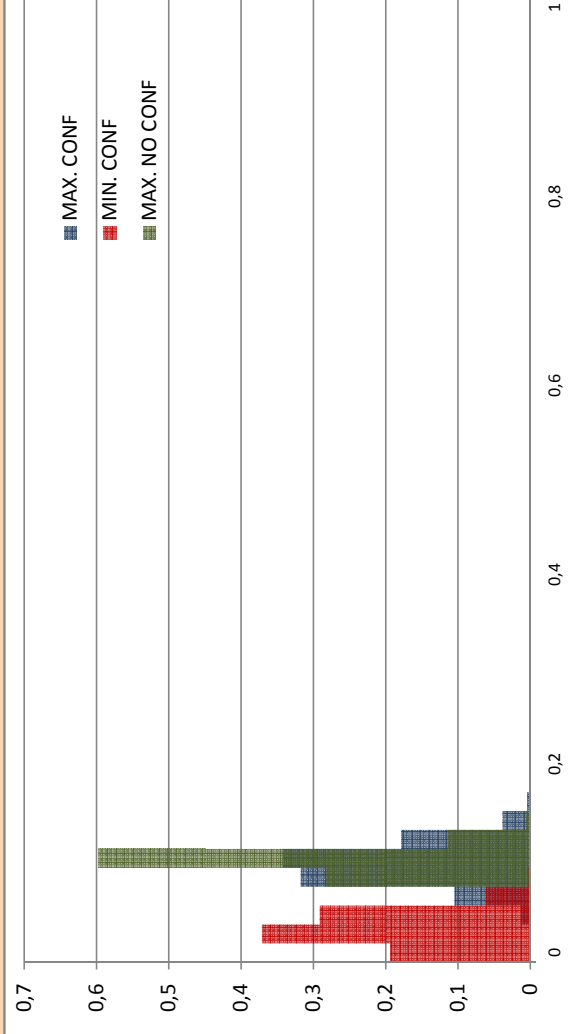
### HARD: M=1024, n=5, mètode: promig



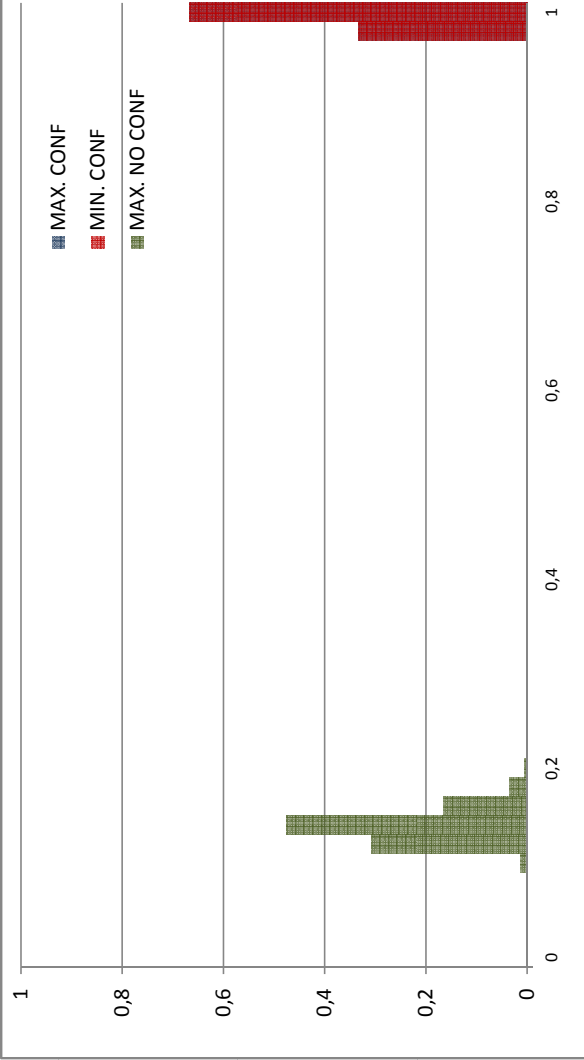
### HARD: M=1024, n=4, mètode: tir de moneda



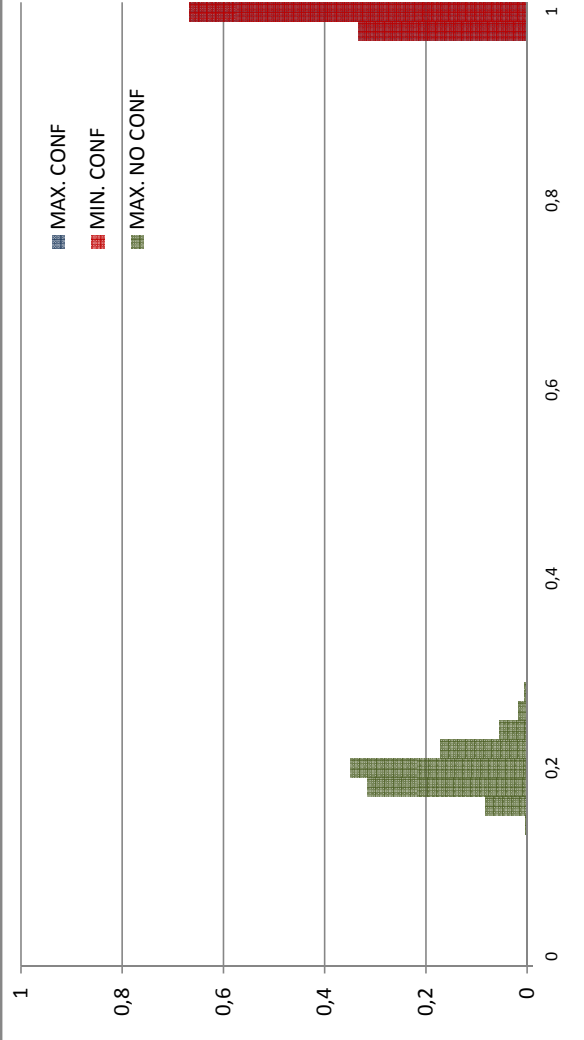
### HARD: M=1024, n=5, mètode: tir de moneda



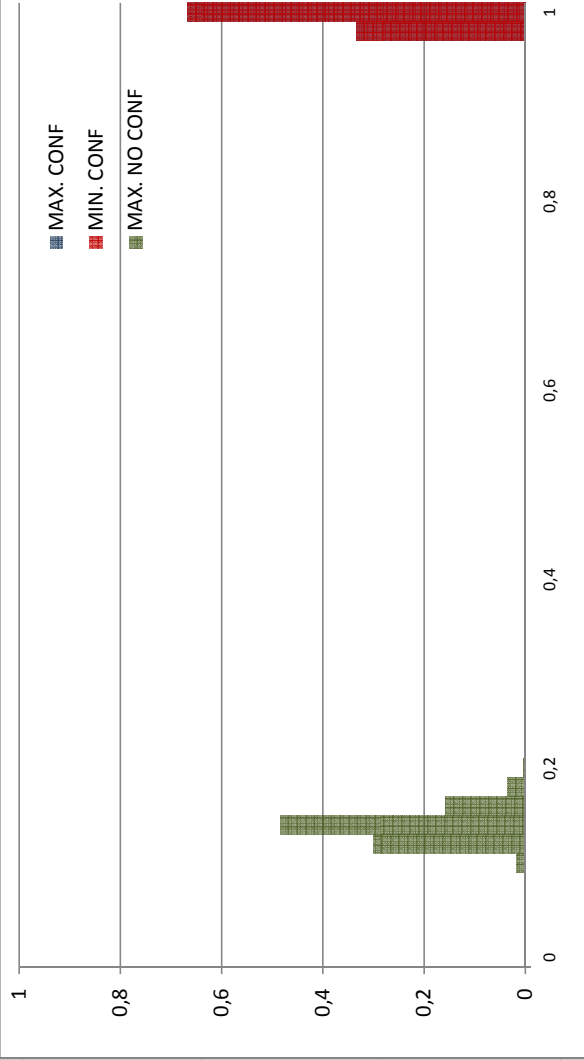
### SOFT: M=1024, n=2, mètode: esborrat



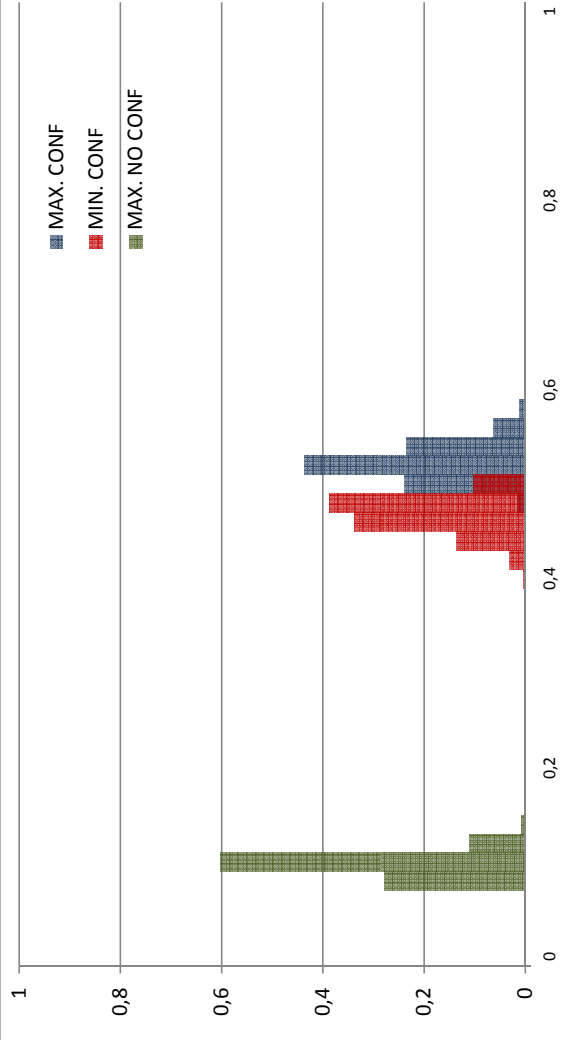
### SOFT: M=1024, n=3, mètode: esborrat



### SOFT: M=1024, n=2, mètode: majoria

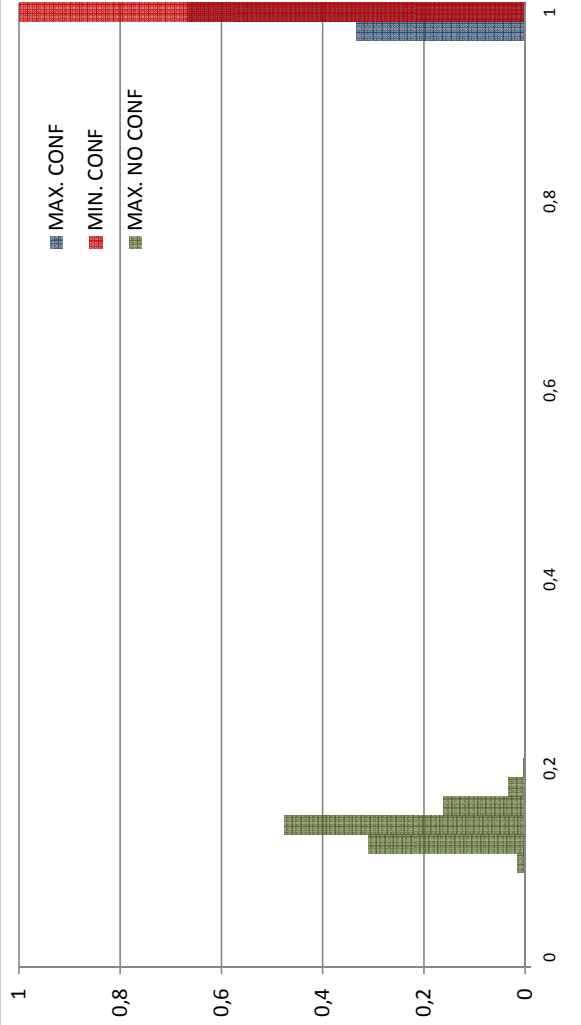


### SOFT: M=1024, n=3, mètode: majoria

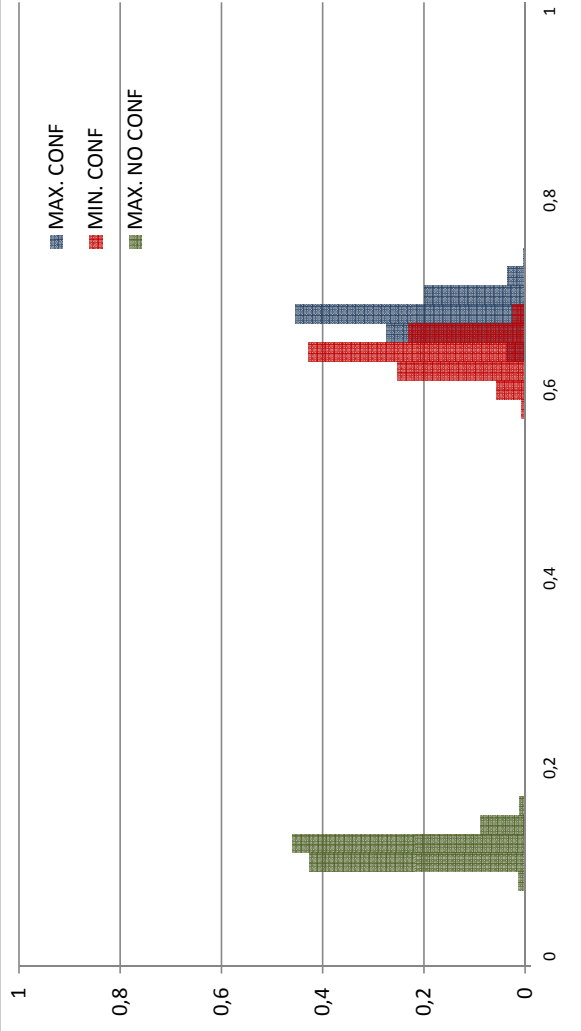




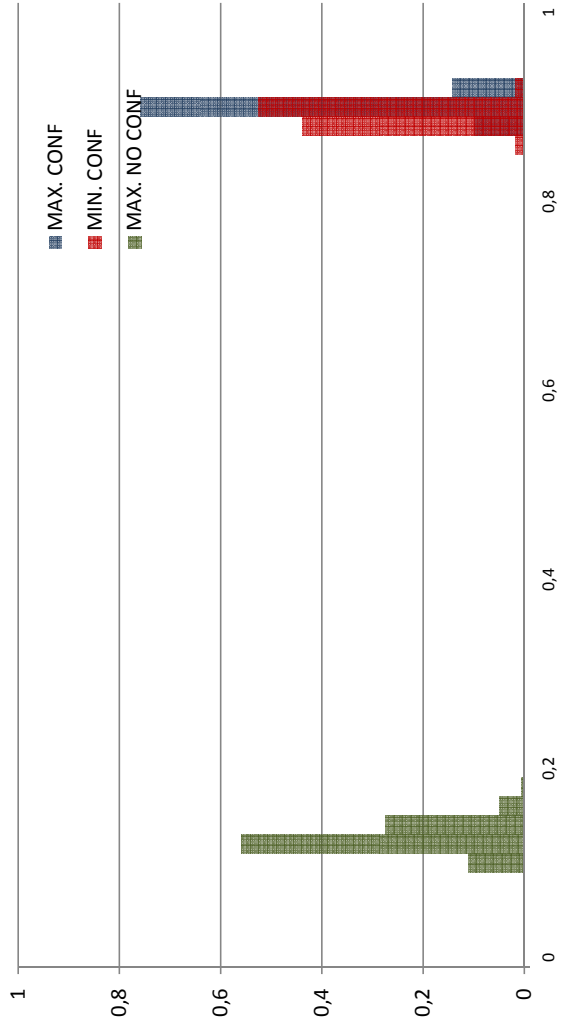
### SOFT: M=1024, n=2, mètode: promig



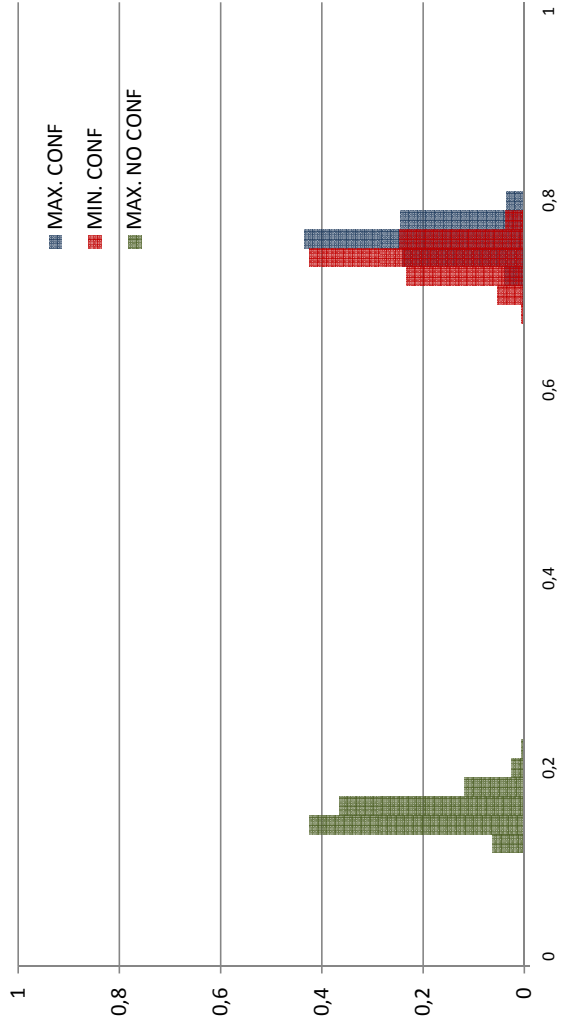
### SOFT: M=1024, n=3, mètode: promig



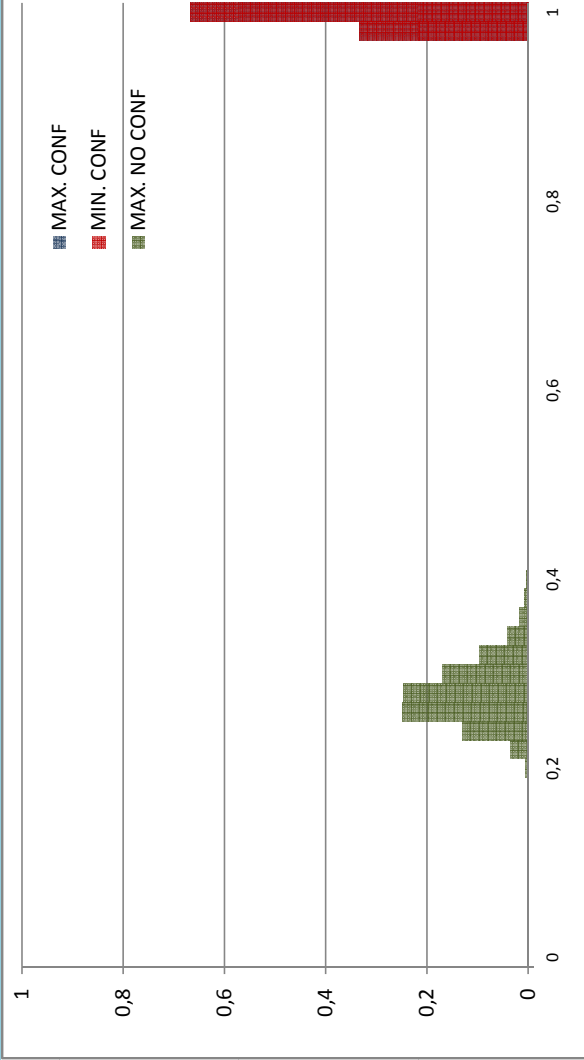
### SOFT: M=1024, n=2, mètode: tir de moneda



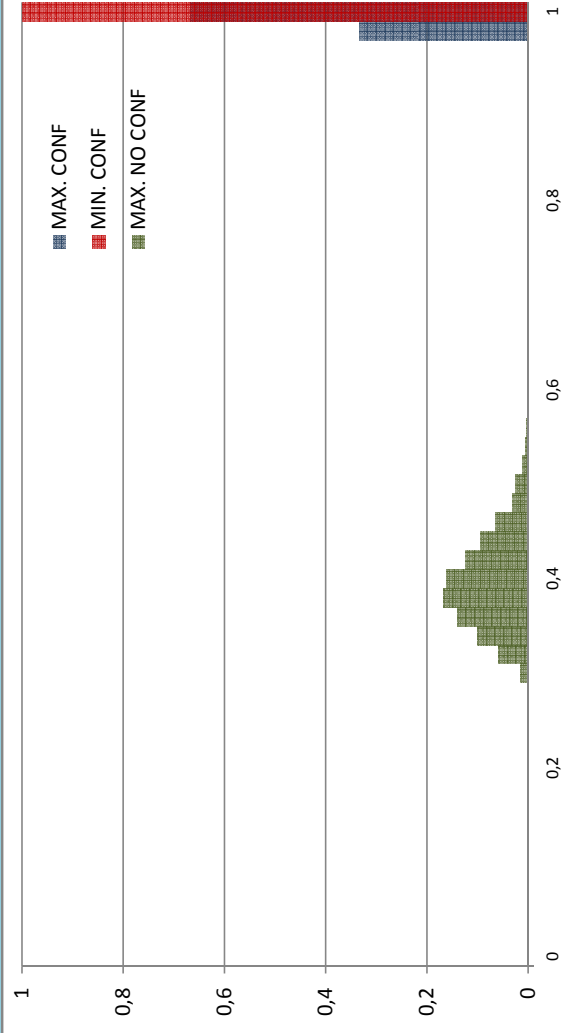
### SOFT: M=1024, n=3, mètode: tir de moneda



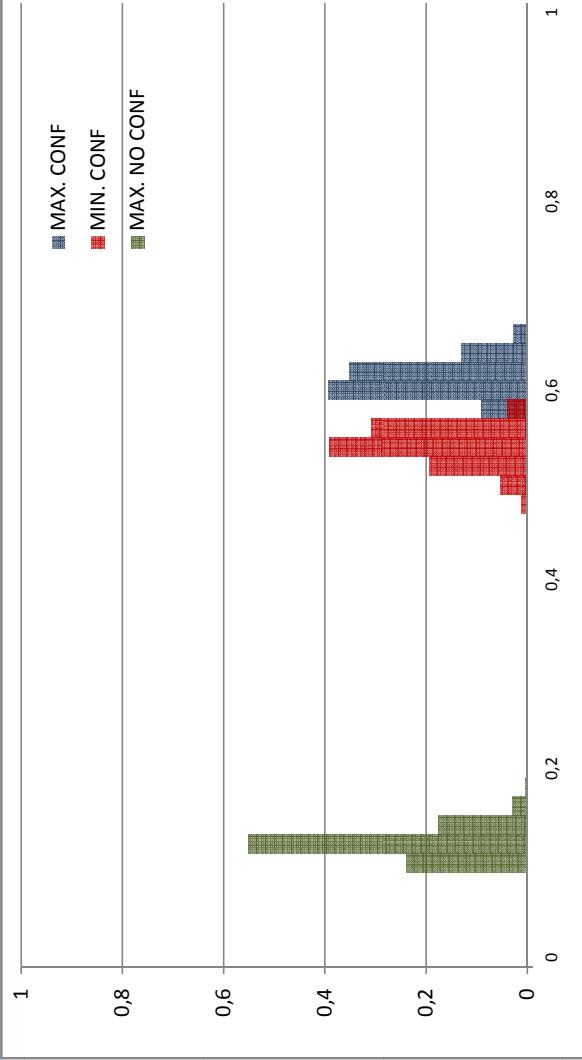
### SOFT: M=1024, n=4, mètode: esborrat



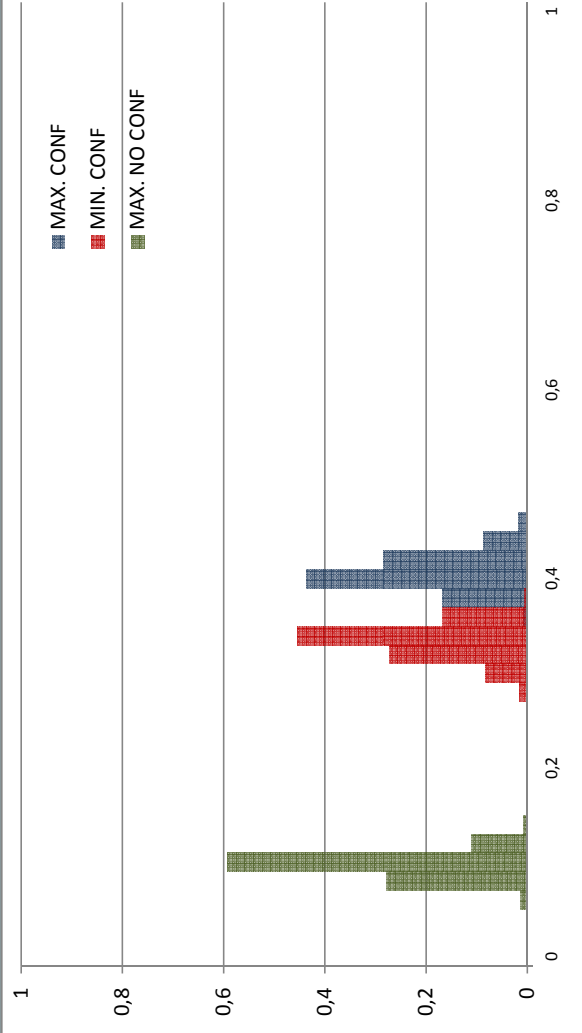
### SOFT: M=1024, n=5, mètode: esborrat



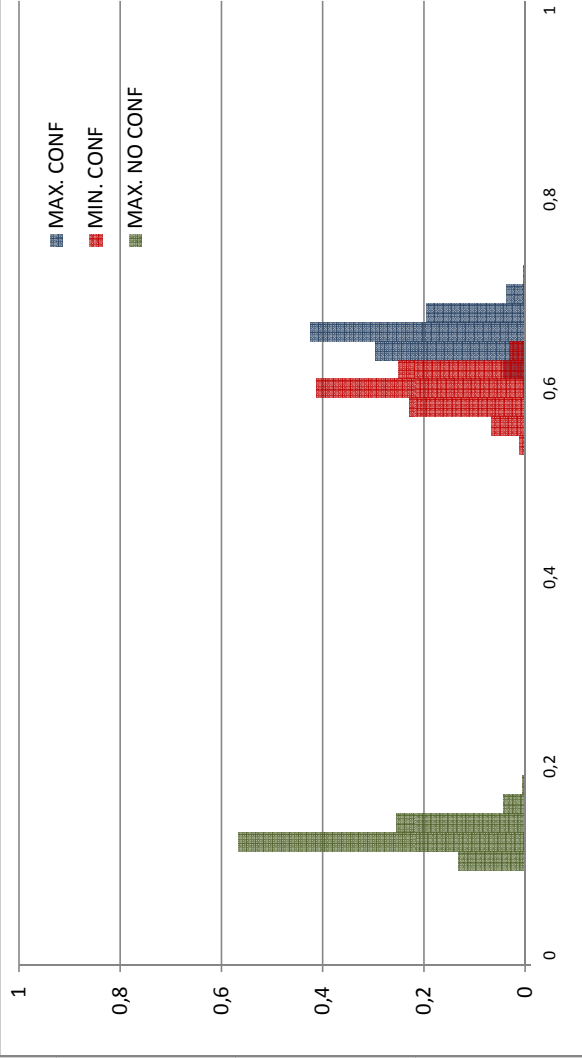
### SOFT: M=1024, n=4, mètode: majoria



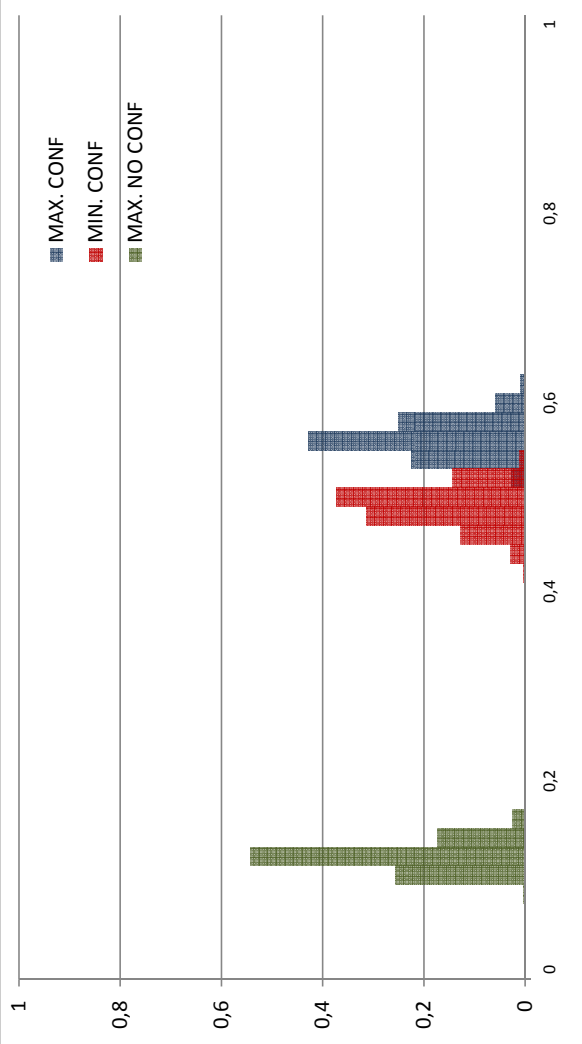
### SOFT: M=1024, n=5, mètode: majoria



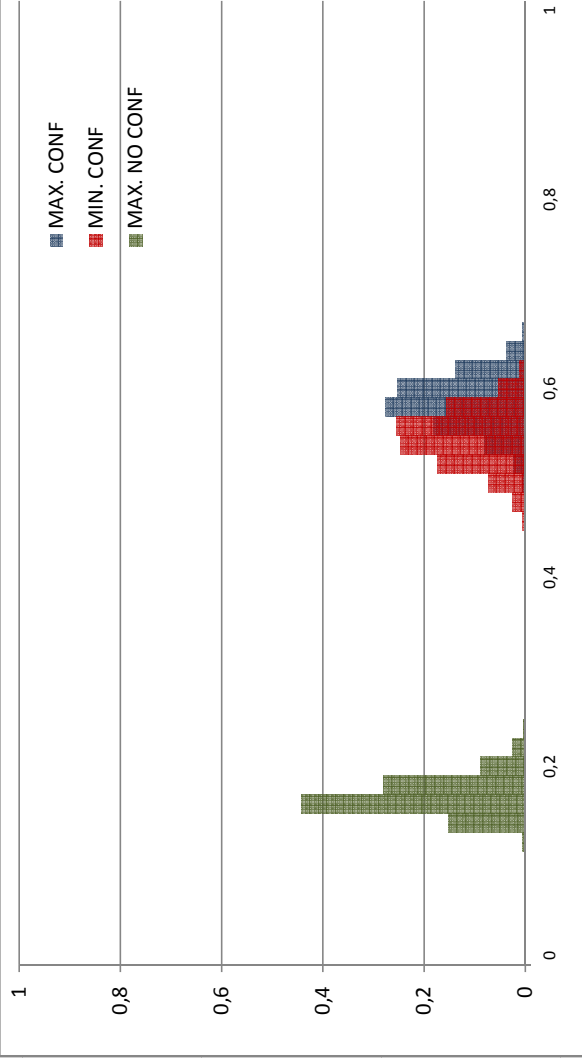
### SOFT: M=1024, n=4, mètode: promig



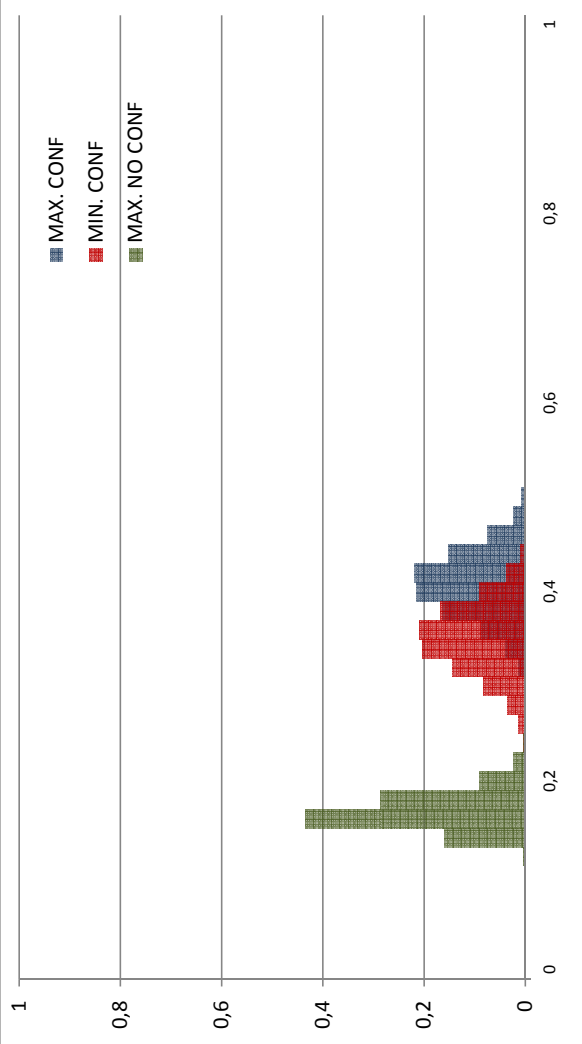
### SOFT: M=1024, n=5, mètode: promig



### SOFT: M=1024, n=4, mètode: tir de moneda

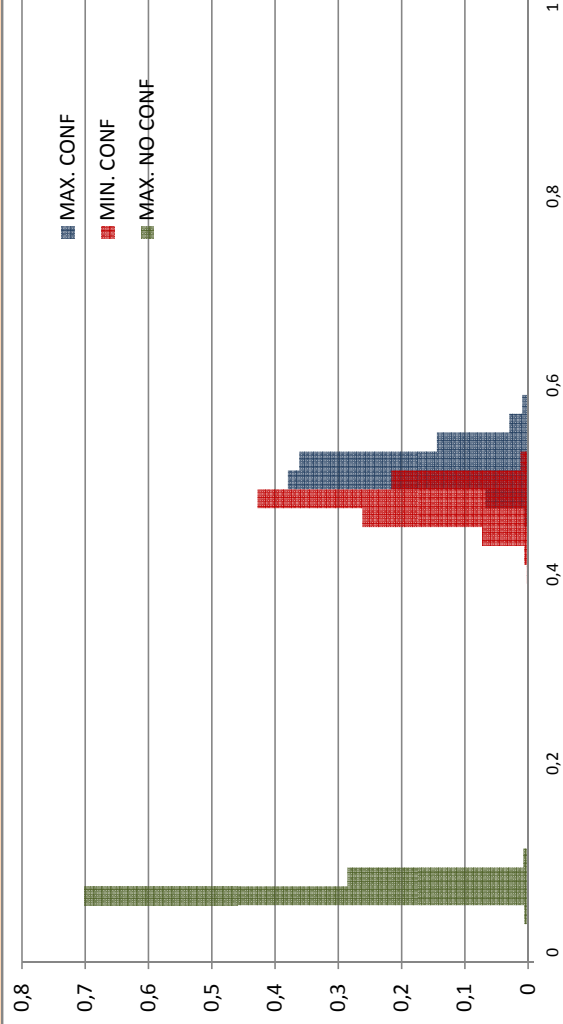


### SOFT: M=1024, n=5, mètode: tir de moneda

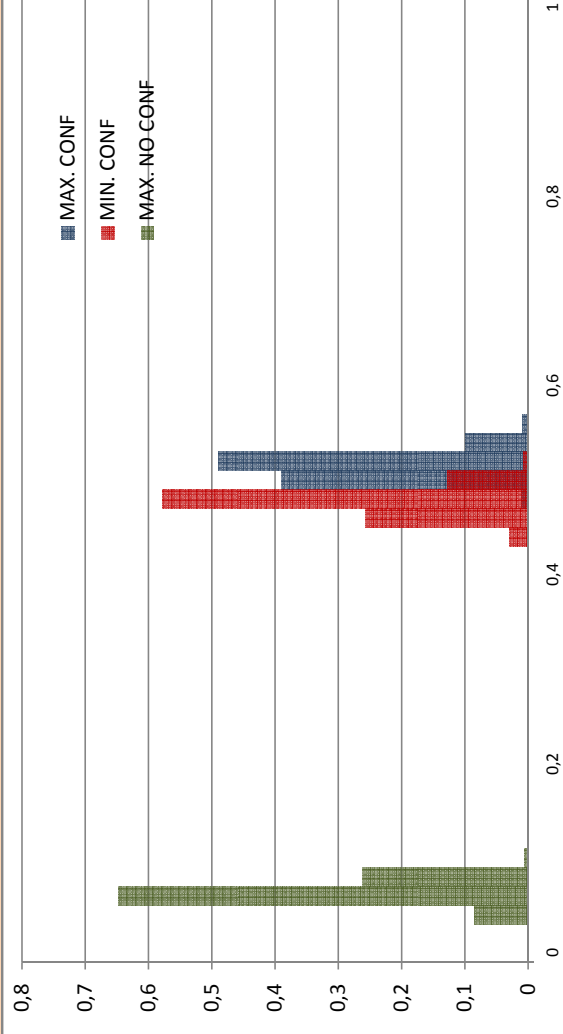




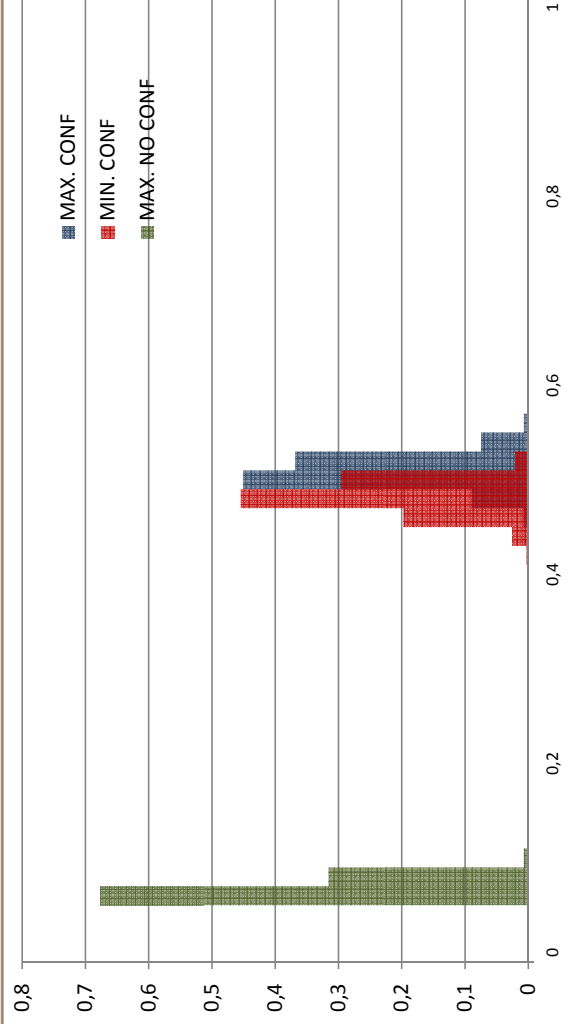
### HARD: M=2048, n=2, mètode: promig



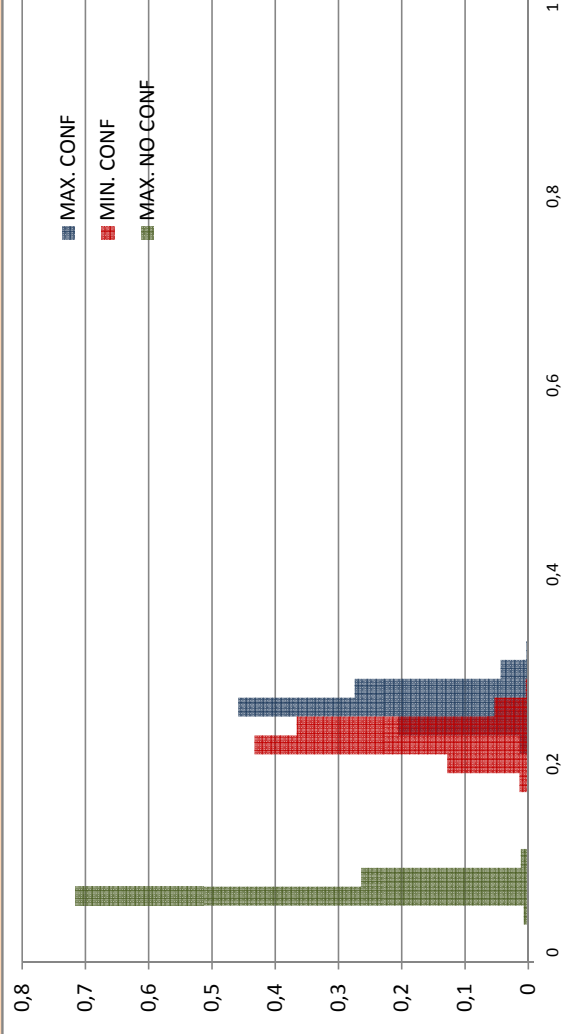
### HARD: M=2048, n=3, mètode: promig



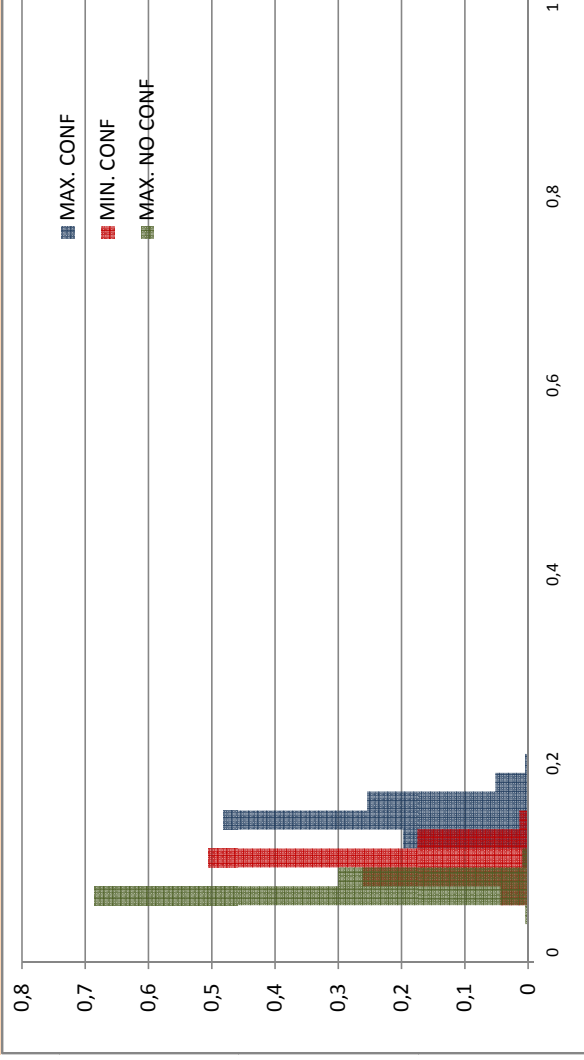
### HARD: M=2048, n=2, mètode: tir de moneda



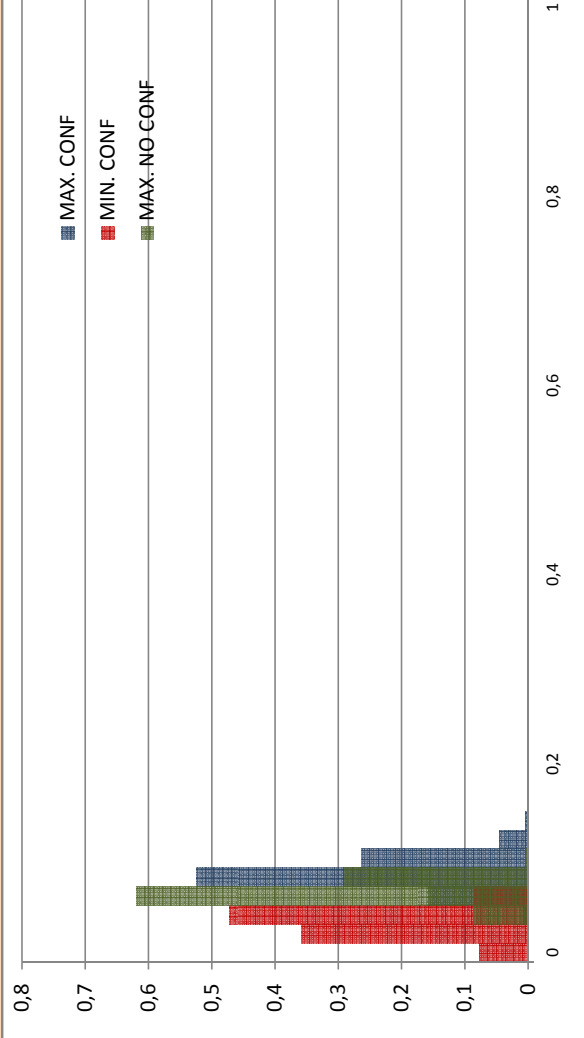
### HARD: M=2048, n=3, mètode: tir de moneda



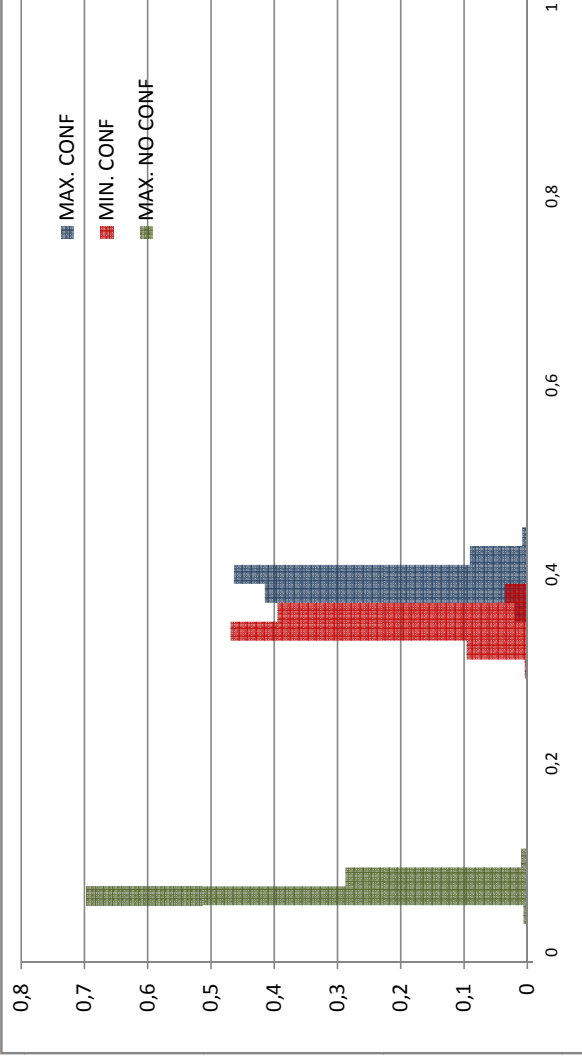
### HARD: M=2048, n=4, mètode: esborrat



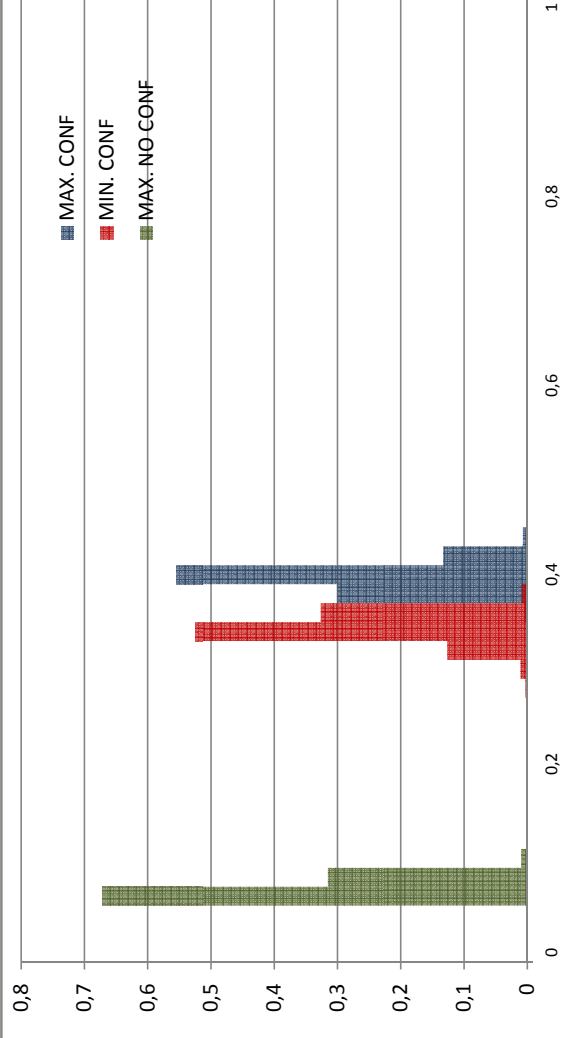
### HARD: M=2048, n=5, mètode: esborrat



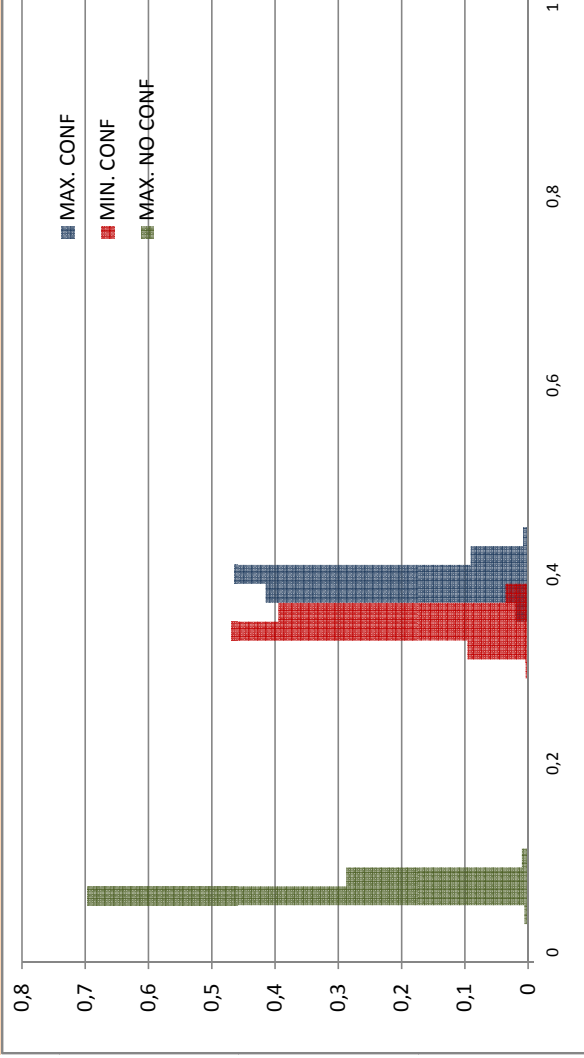
### HARD: M=2048, n=4, mètode: majoria



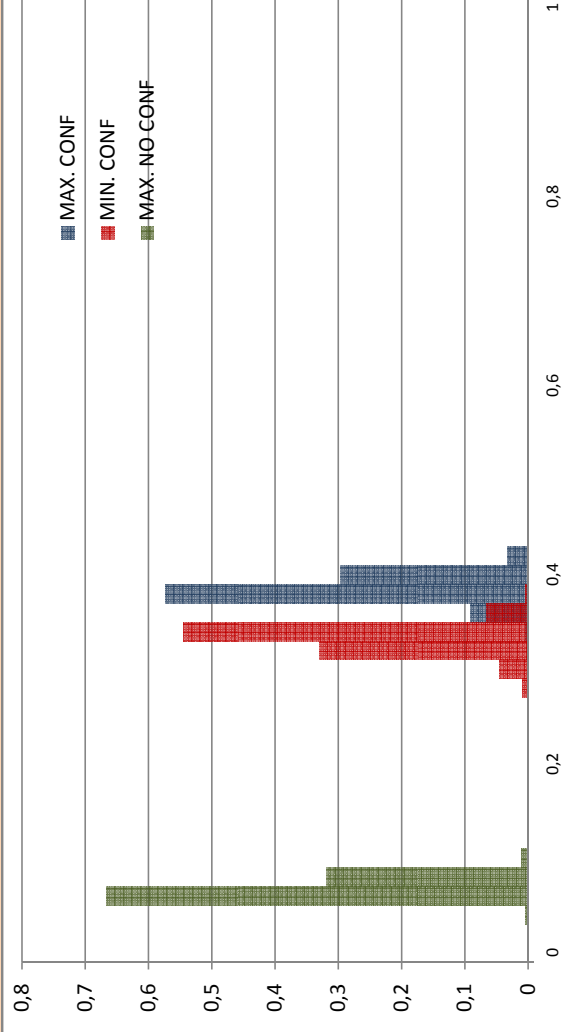
### HARD: M=2048, n=5, mètode: majoria



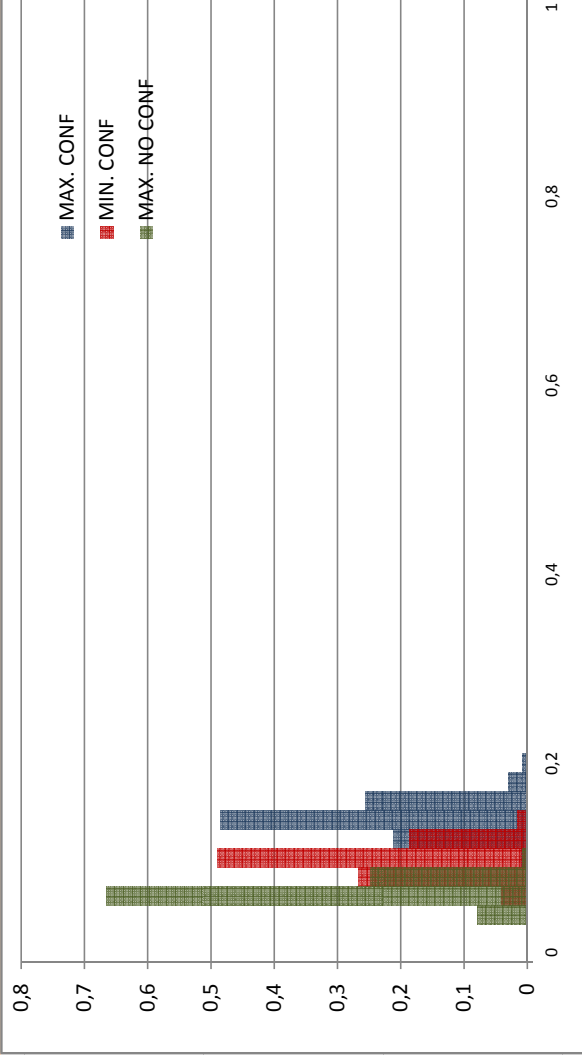
### HARD: M=2048, n=4, mètode: promig



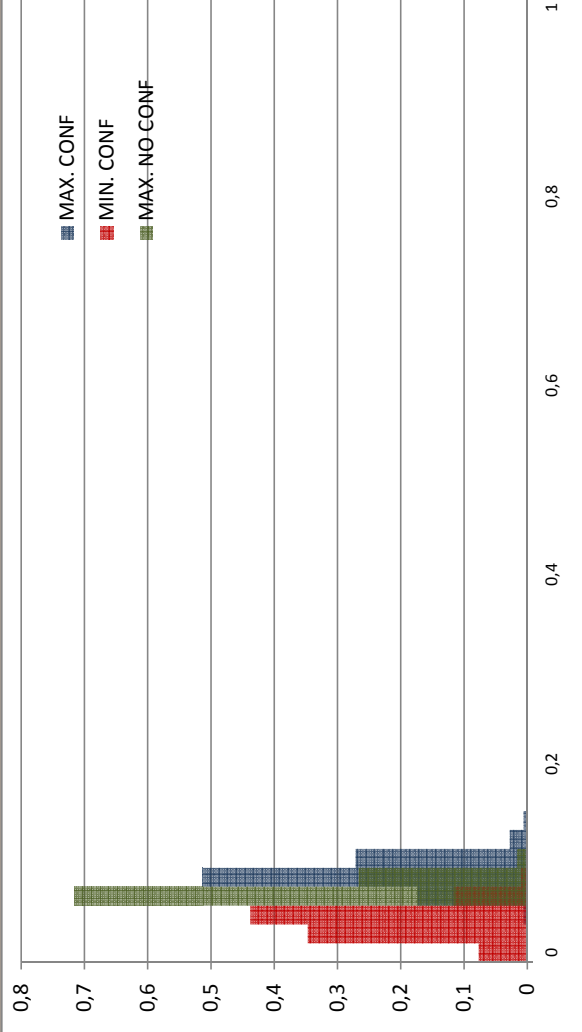
### HARD: M=2048, n=5, mètode: promig



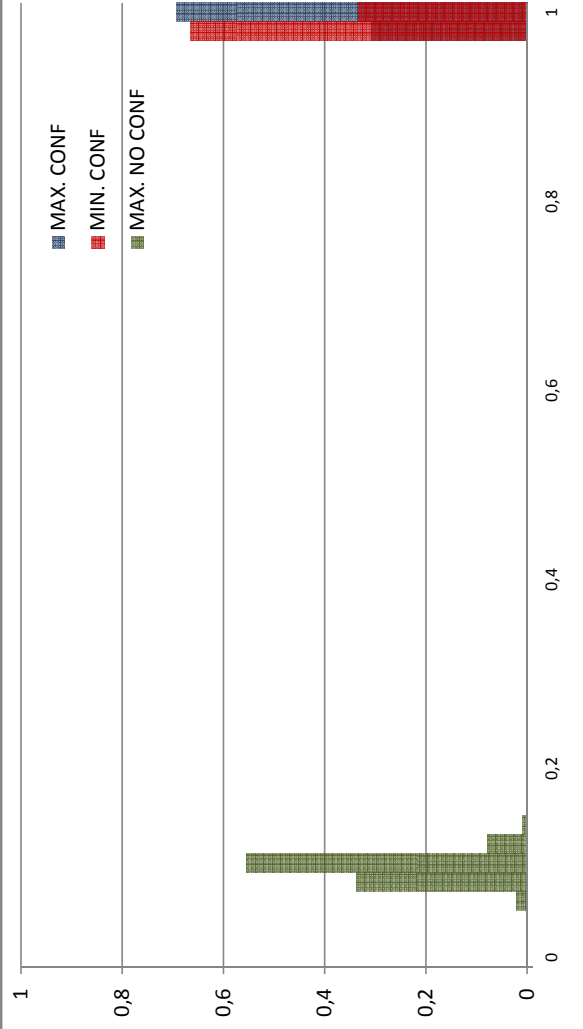
### HARD: M=2048, n=4, mètode: tir de moneda



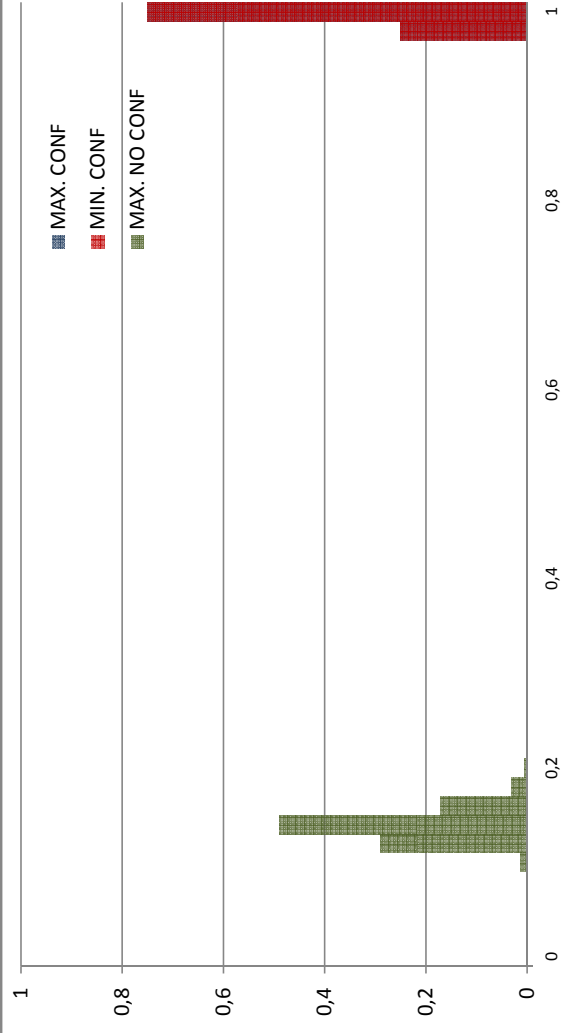
### HARD: M=2048, n=5, mètode: tir de moneda



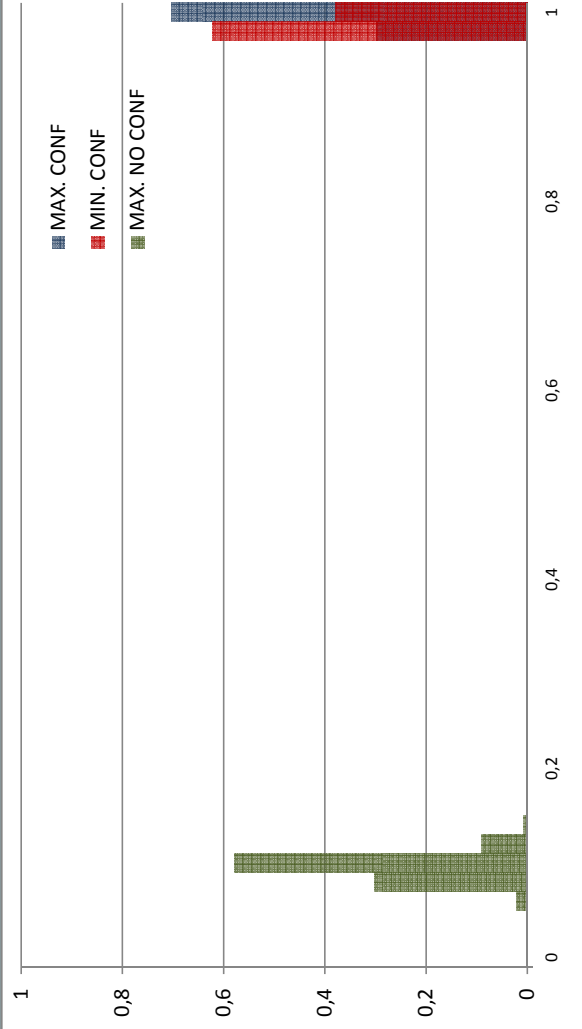
### SOFT: M=2048, n=2, mètode: esborrat



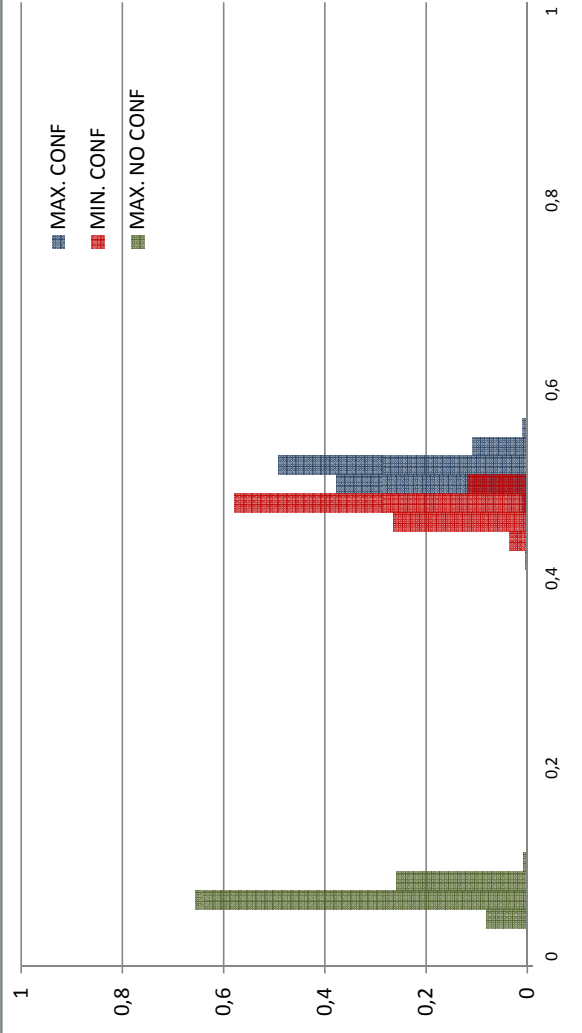
### SOFT: M=2048, n=3, mètode: esborrat



### SOFT: M=2048, n=2, mètode: majoria

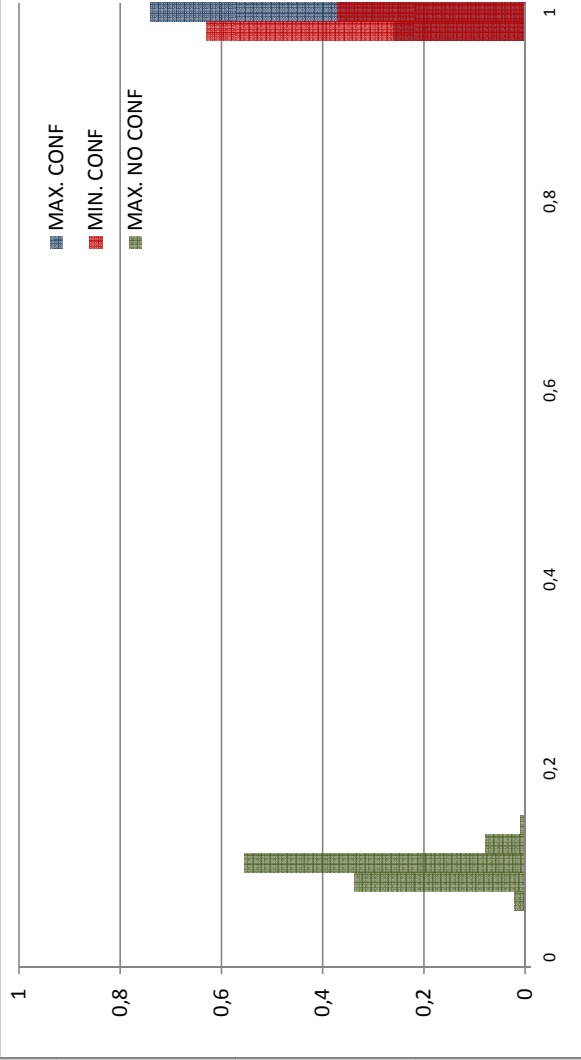


### SOFT: M=2048, n=3, mètode: majoria

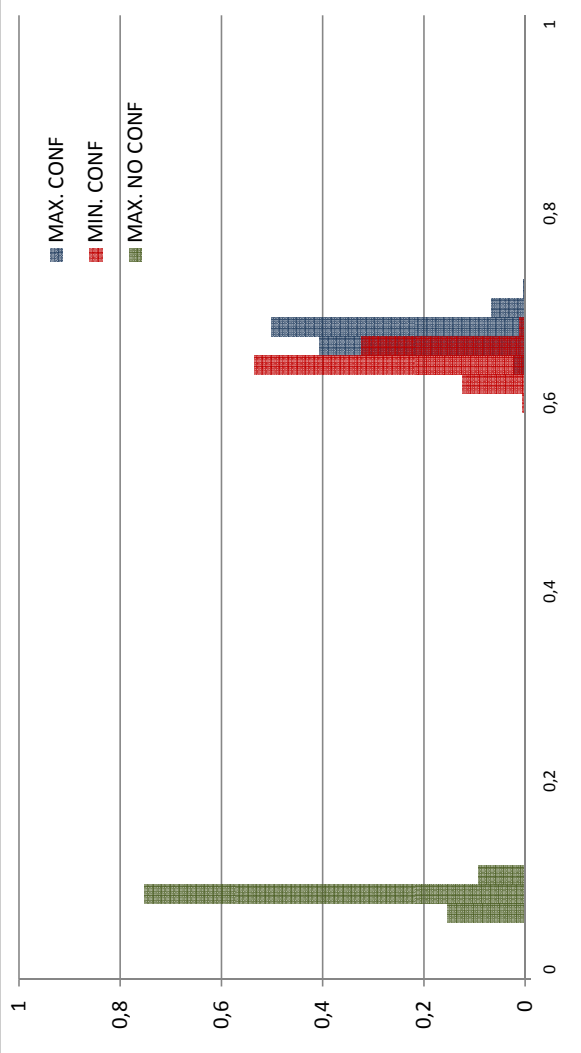




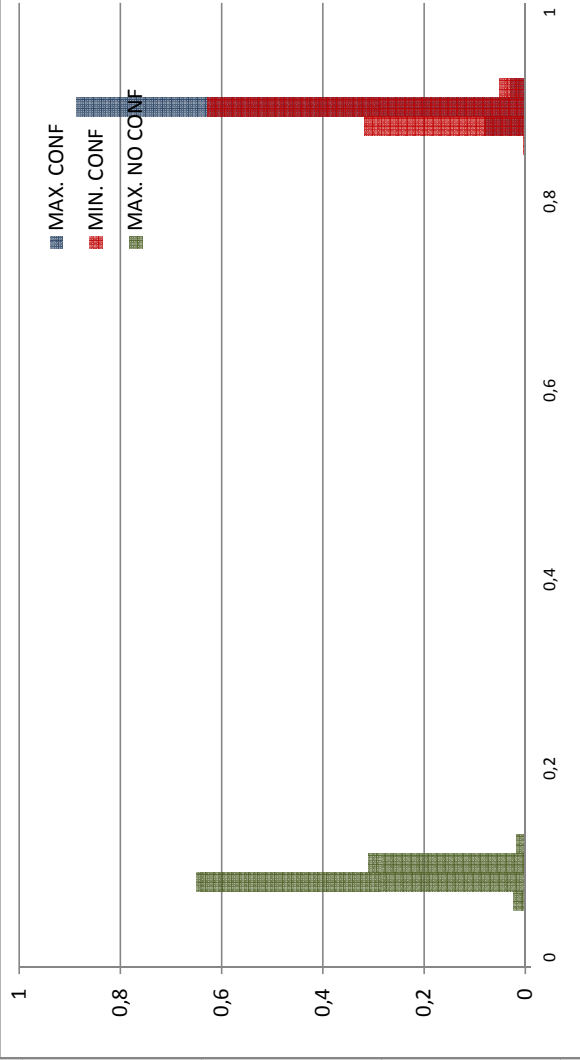
### SOFT: M=2048, n=2, mètode: promig



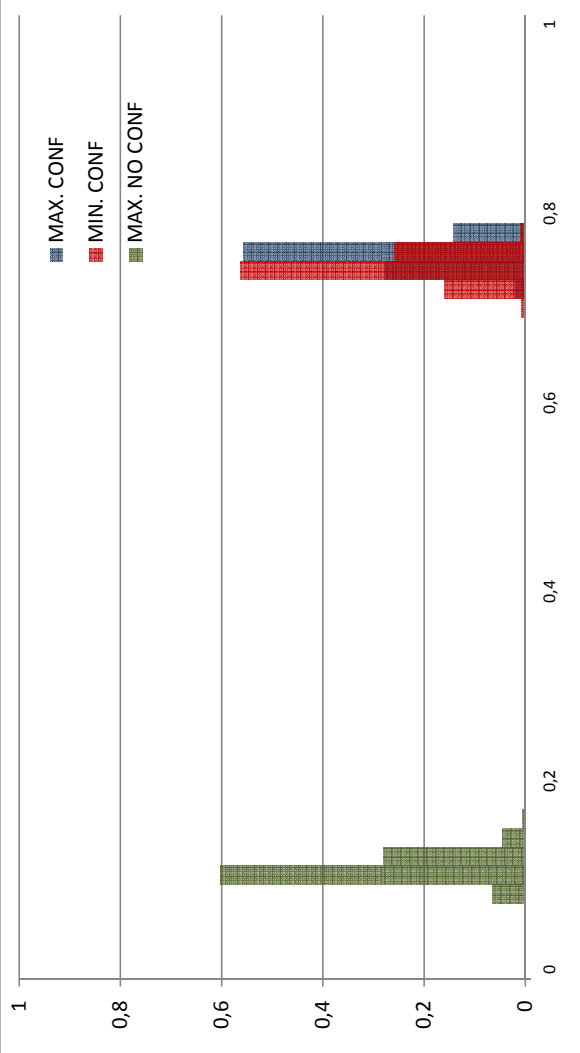
### SOFT: M=2048, n=3, mètode: promig



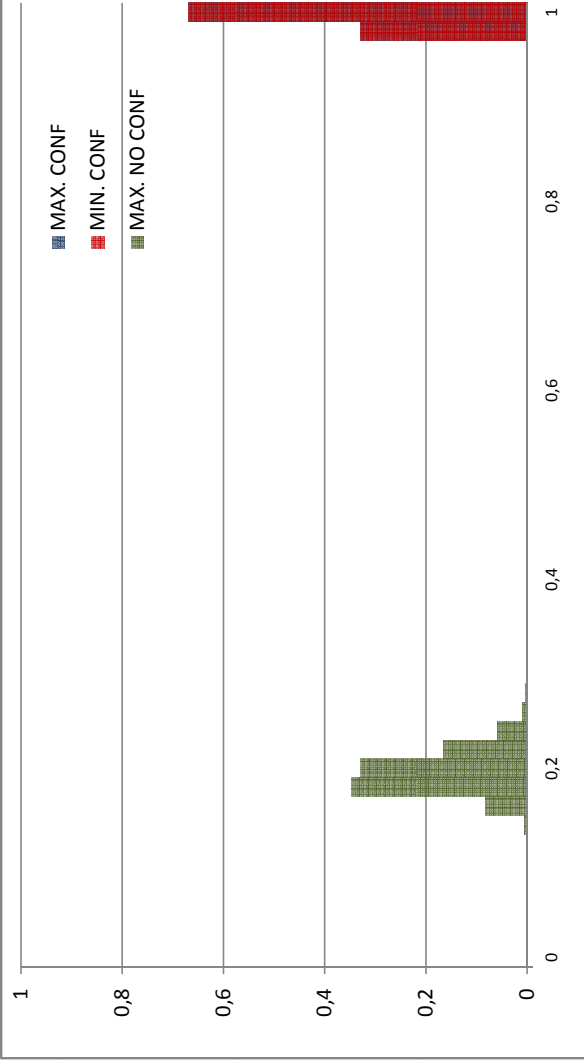
### SOFT: M=2048, n=2, mètode: tir de moneda



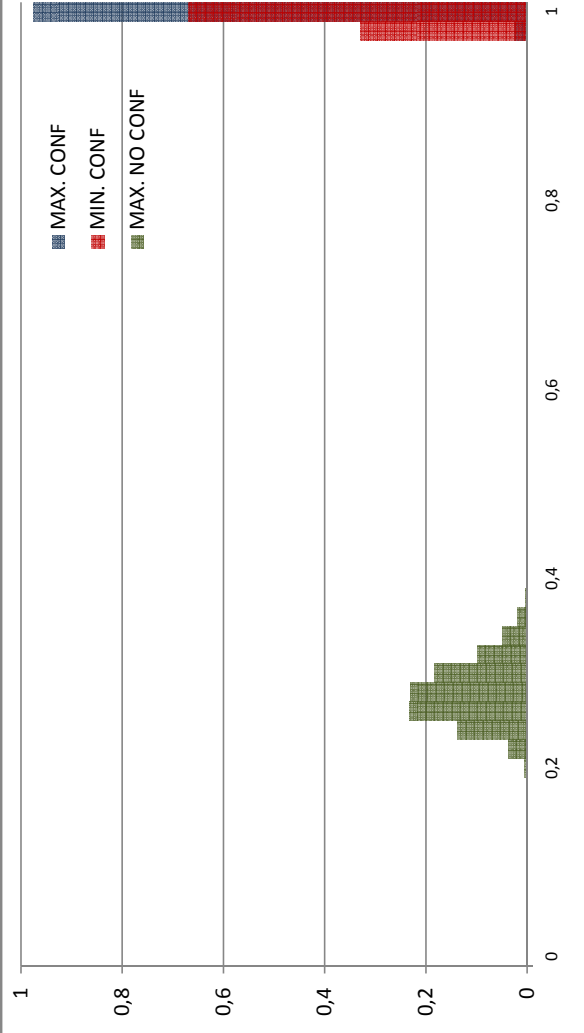
### SOFT: M=2048, n=3, mètode: tir de moneda



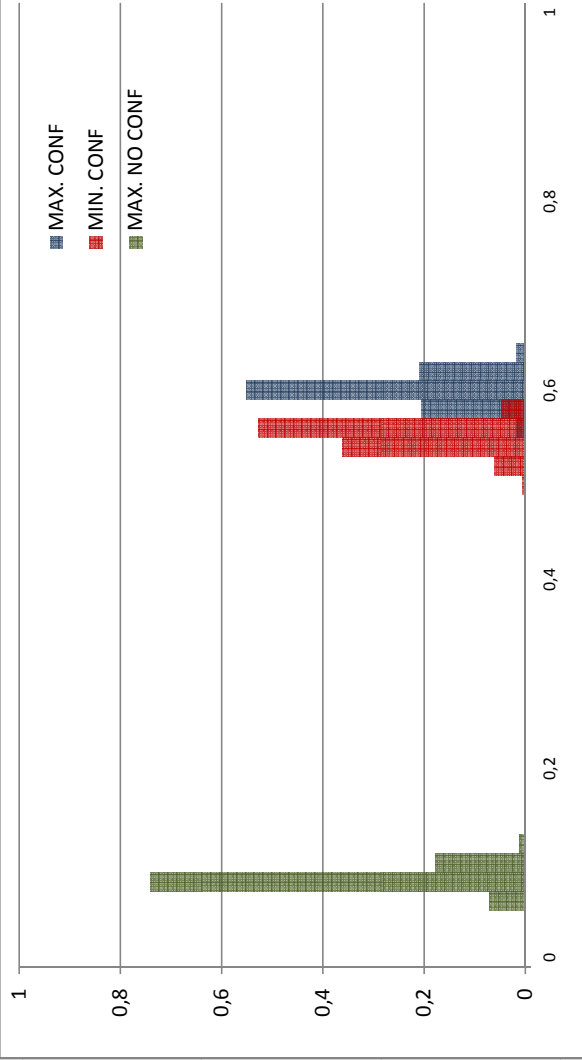
### SOFT: M=2048, n=4, mètode: esborrat



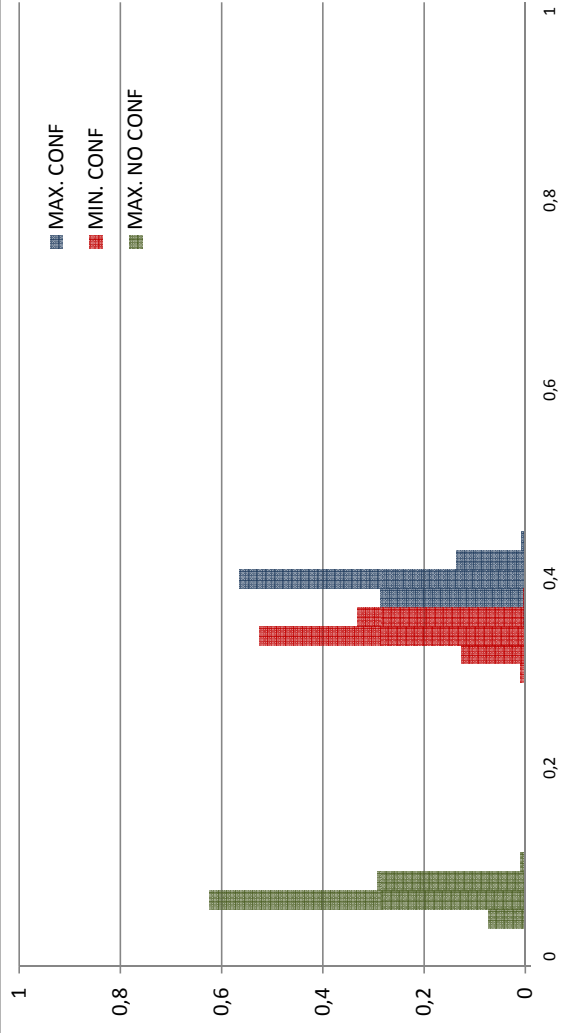
### SOFT: M=2048, n=5, mètode: esborrat



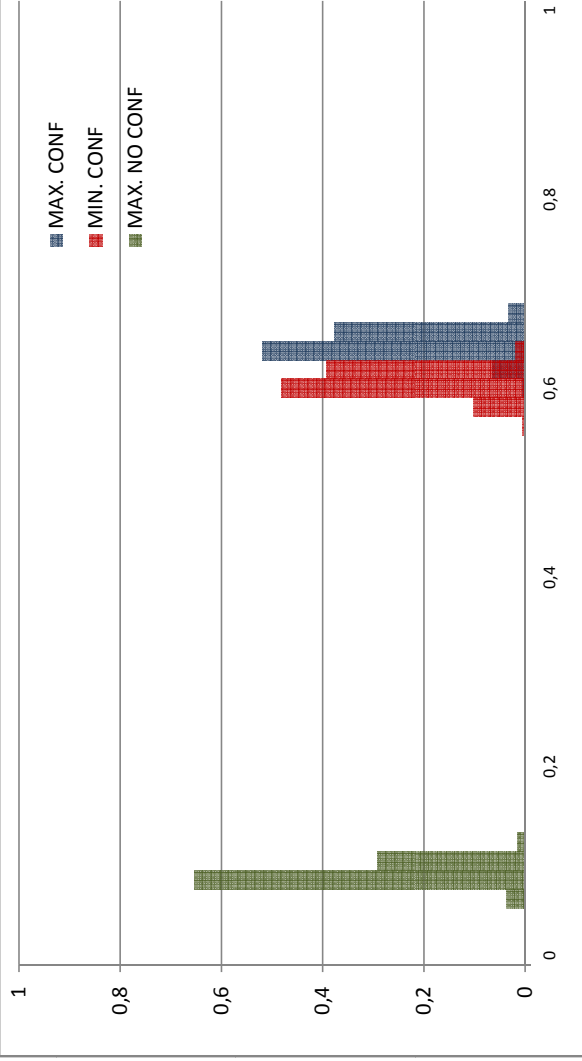
### SOFT: M=2048, n=4, mètode: majoria



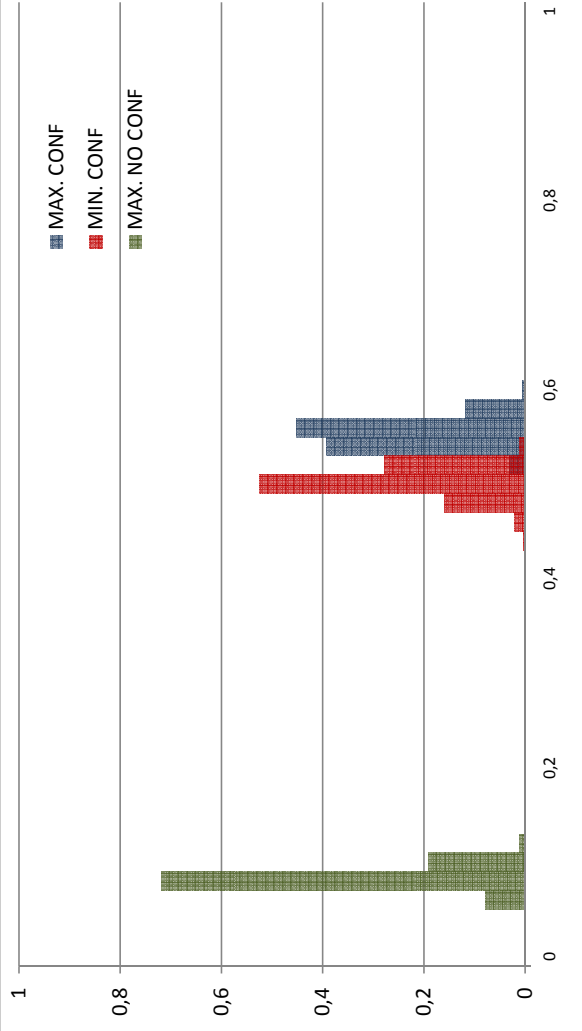
### SOFT: M=2048, n=5, mètode: majoria



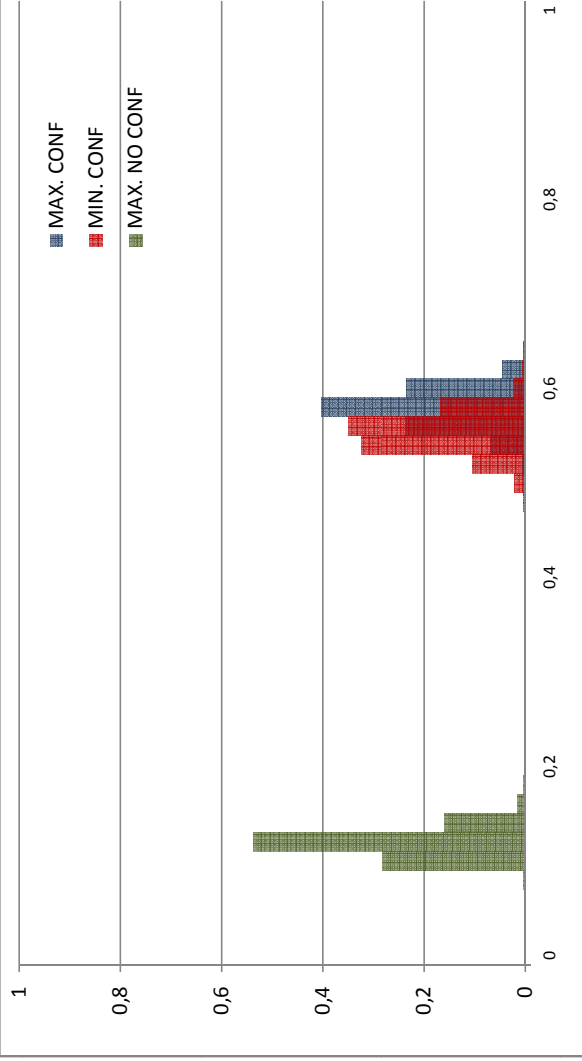
### SOFT: M=2048, n=4, mètode: promig



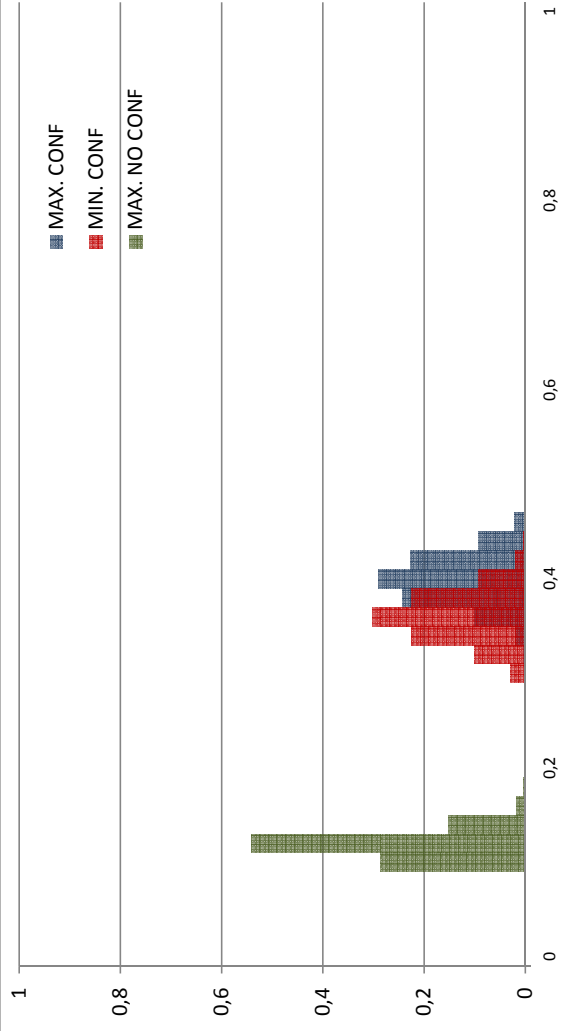
### SOFT: M=2048, n=5, mètode: promig



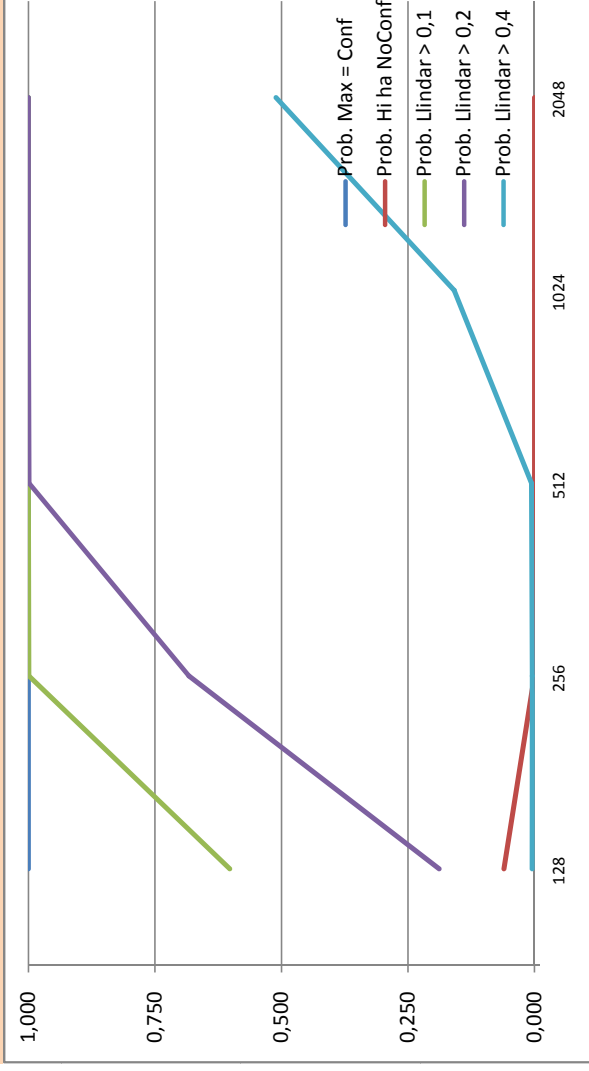
### SOFT: M=2048, n=4, mètode: tir de moneda



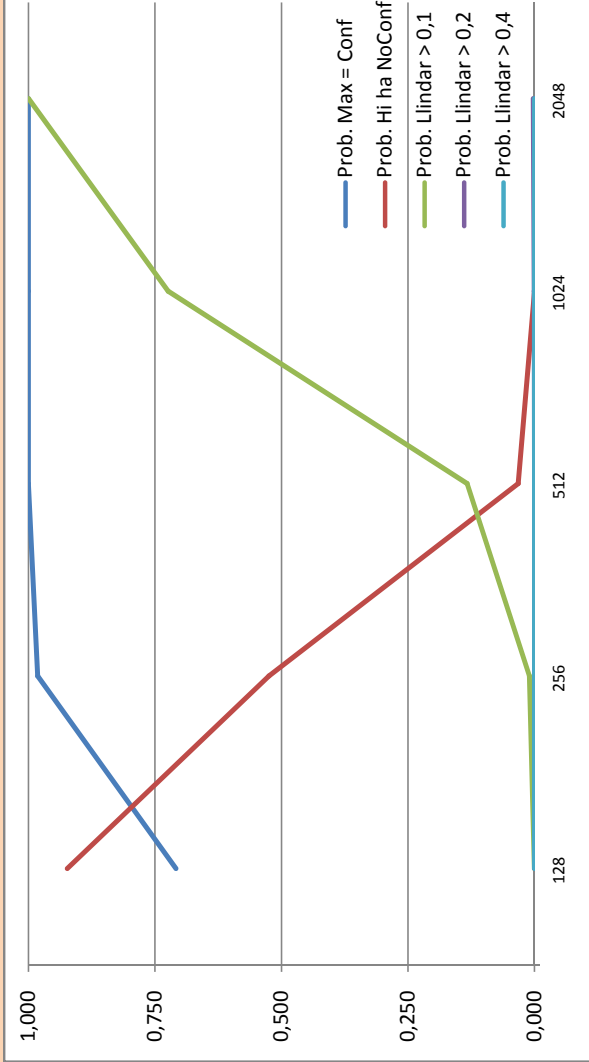
### SOFT: M=2048, n=5, mètode: tir de moneda



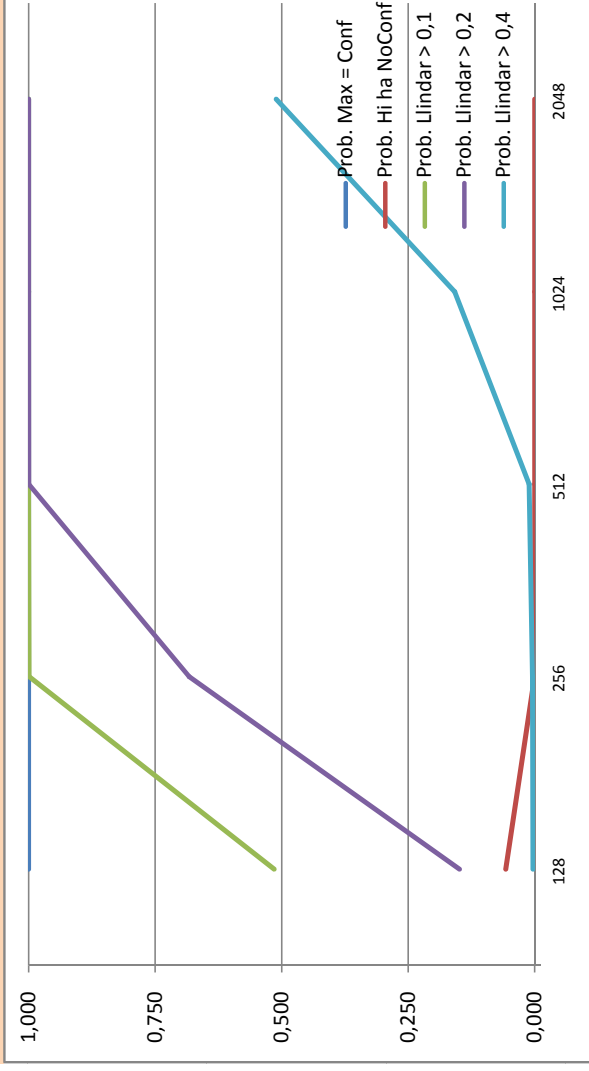
**HARD: n=2, mètode: esborrat**



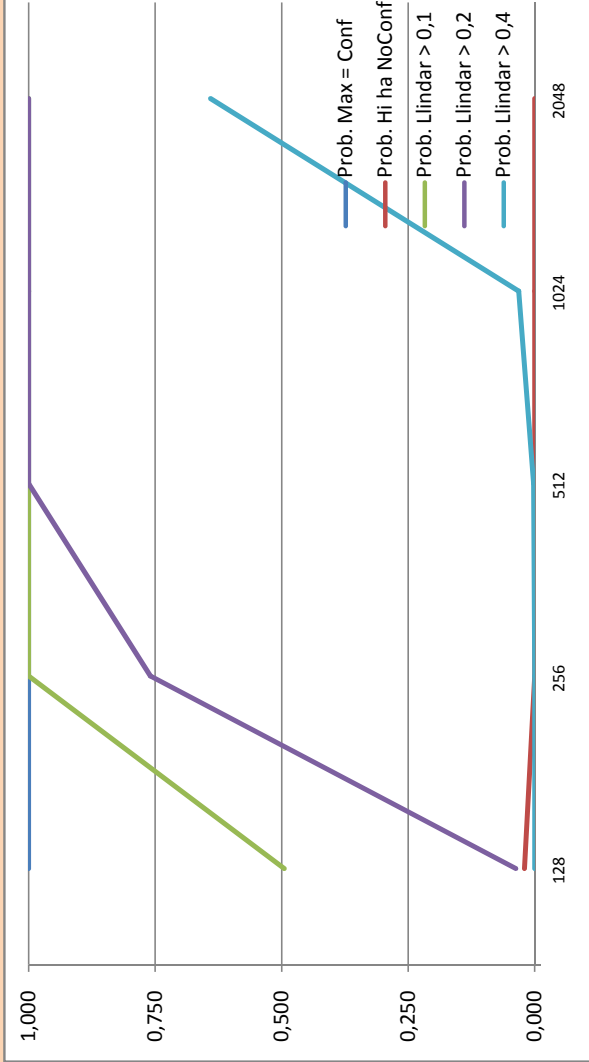
**HARD: n=3, mètode: esborrat**



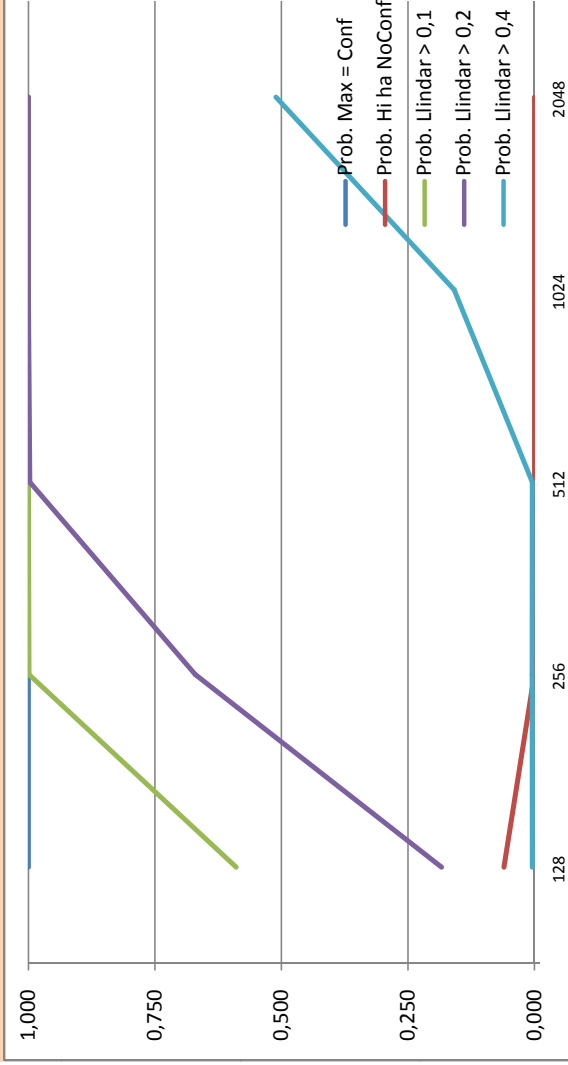
**HARD: n=2, mètode: majoria**



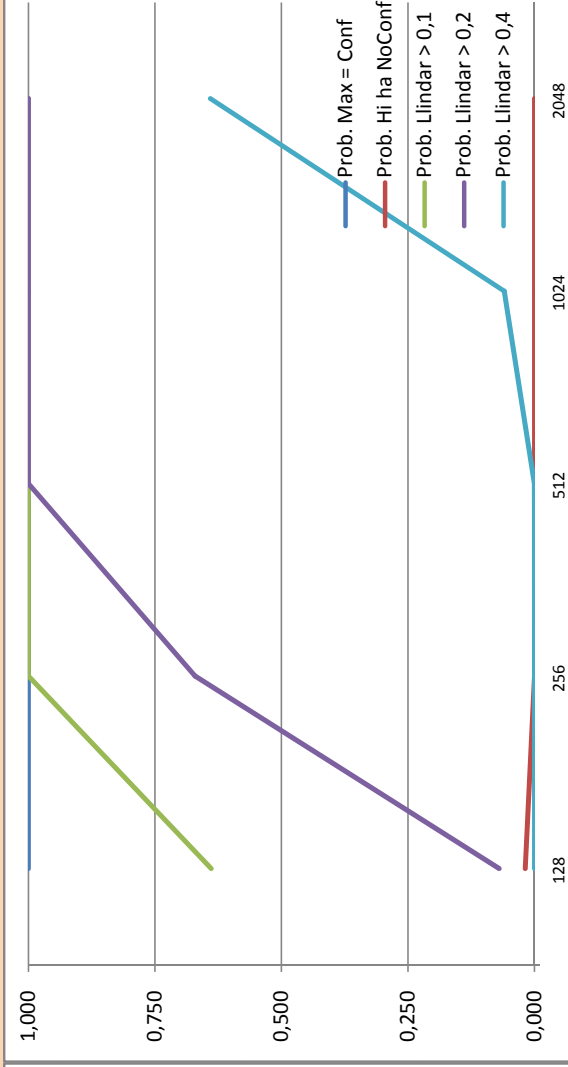
**HARD: n=3, mètode: majoria**



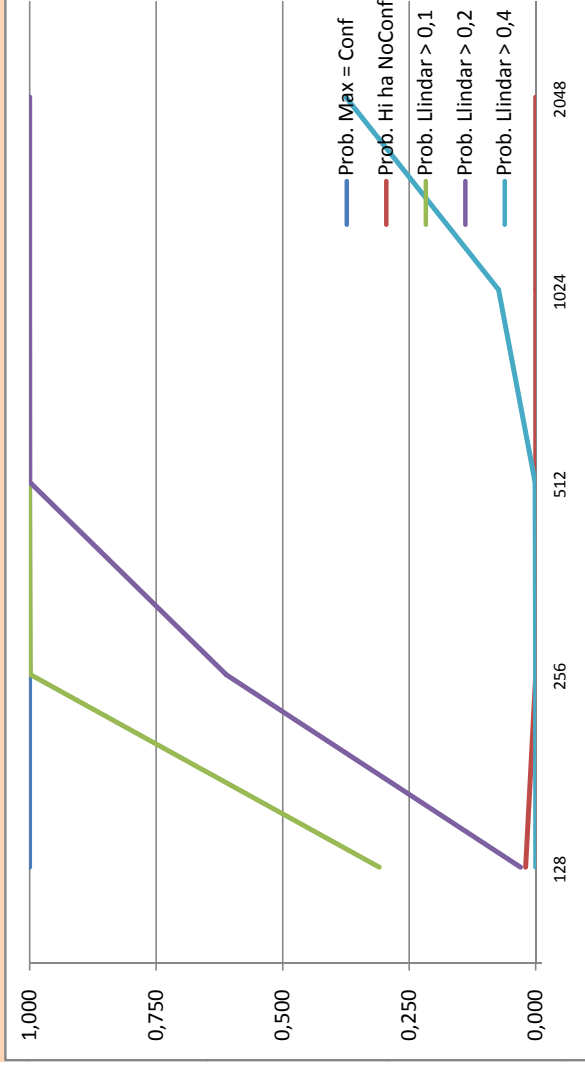
### HARD: n=2, mètode: promig



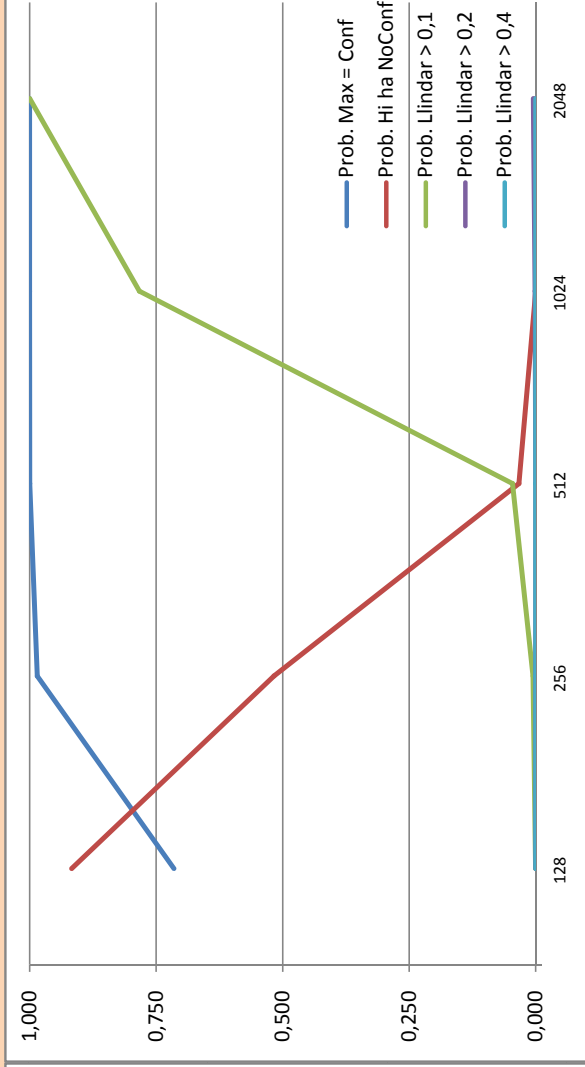
### HARD: n=3, mètode: promig



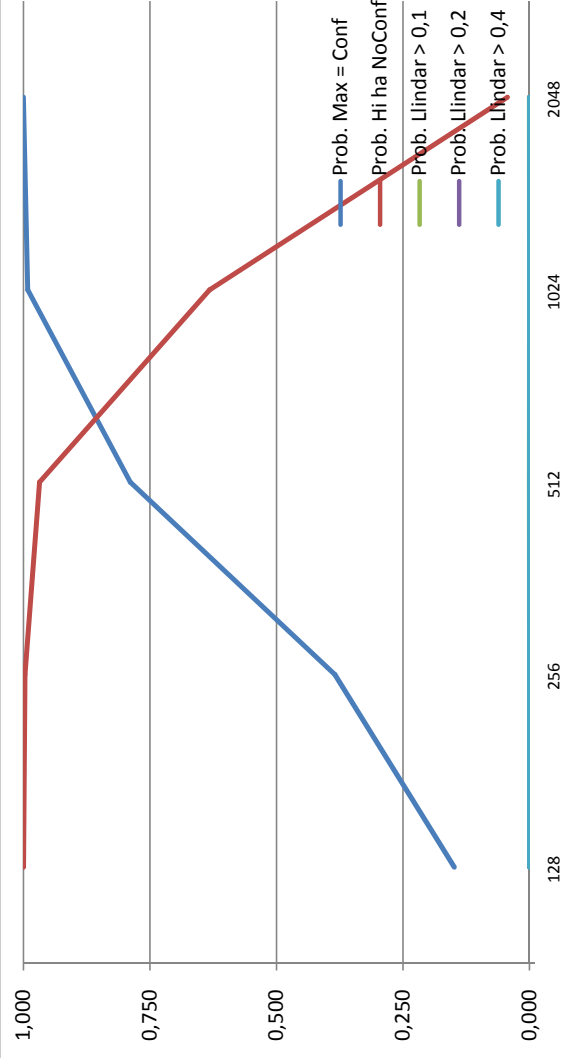
### HARD: n=2, mètode: tir de moneda



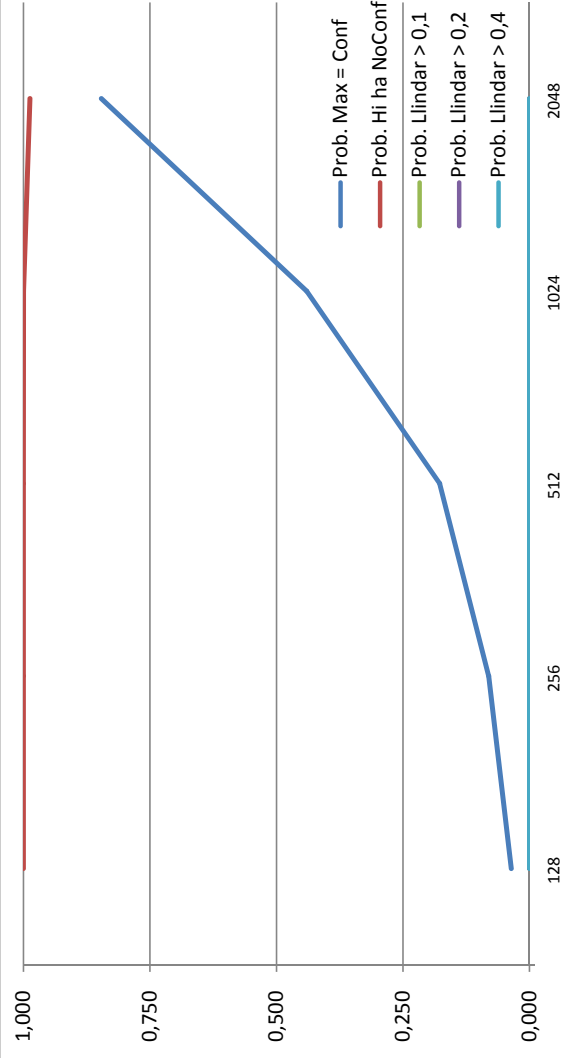
### HARD: n=3, mètode: tir de moneda



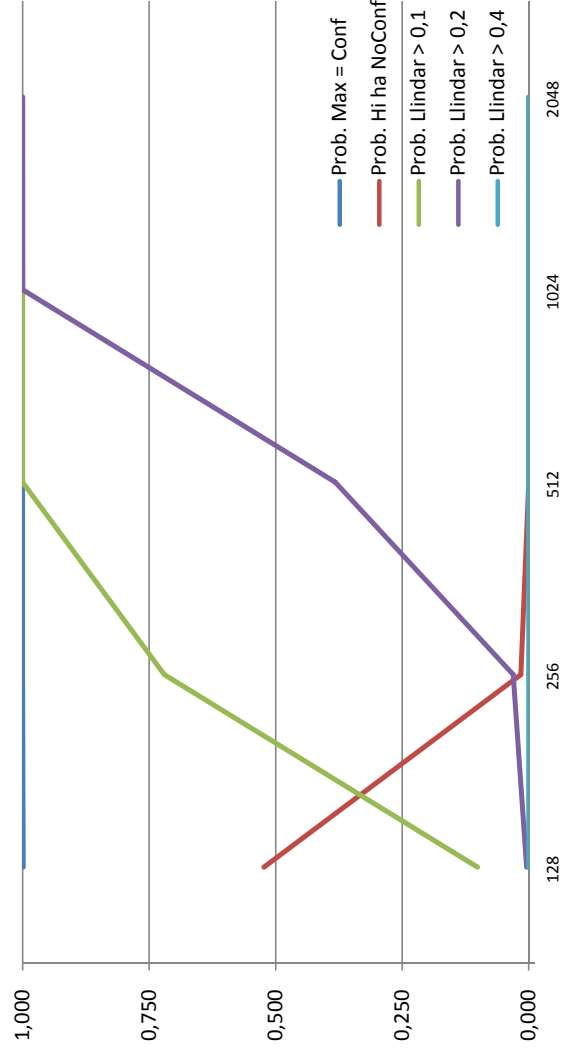
### HARD: n=4, mètode: esborrat



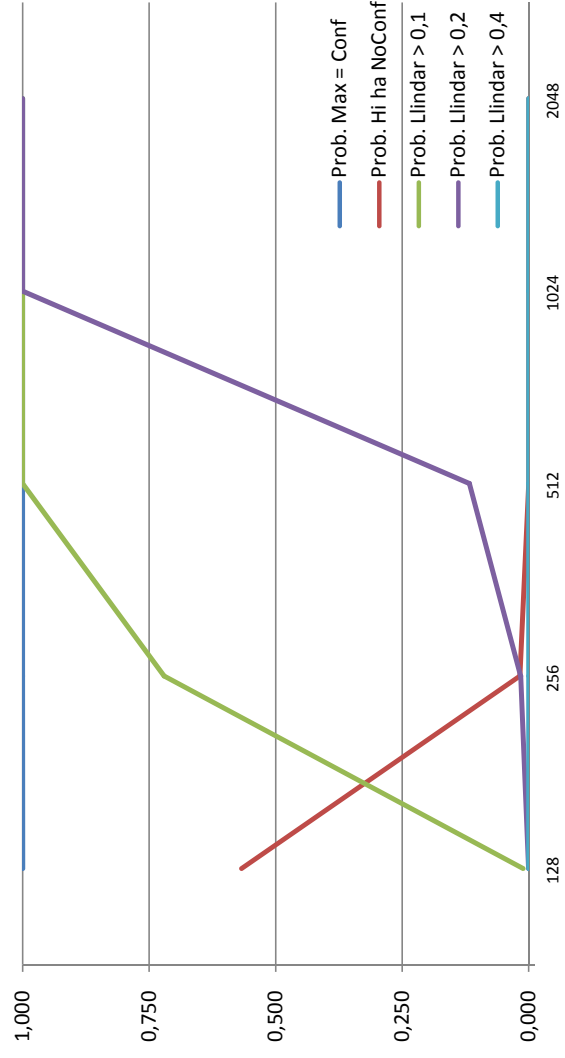
### HARD: n=5, mètode: esborrat



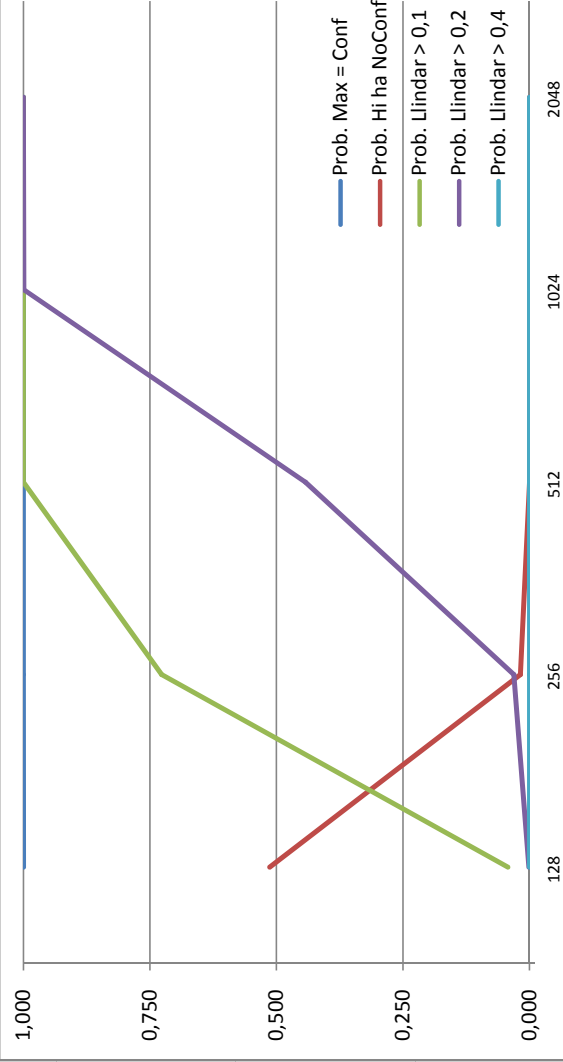
### HARD: n=4, mètode: majoria



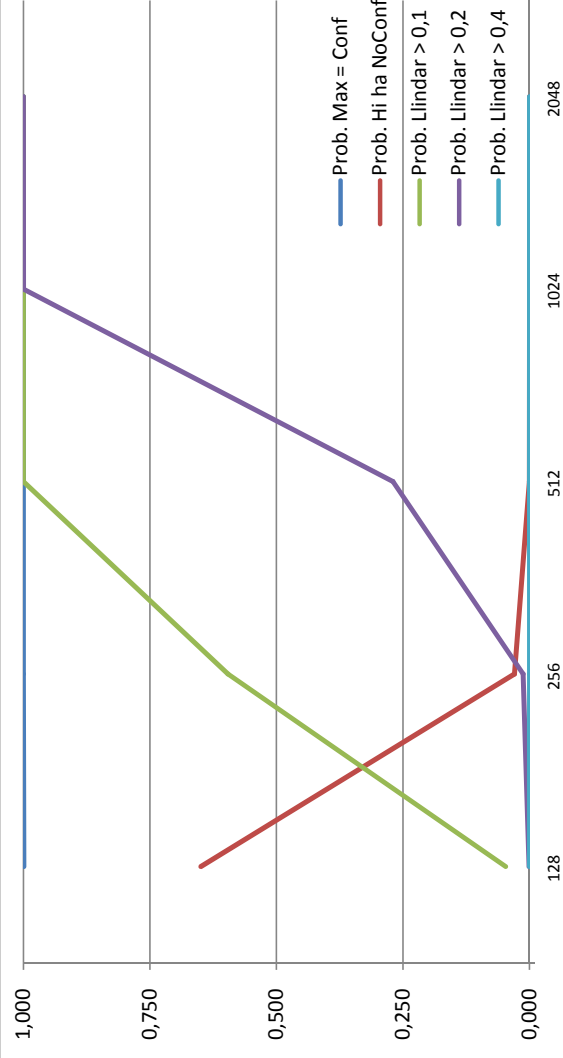
### HARD: n=5, mètode: majoria



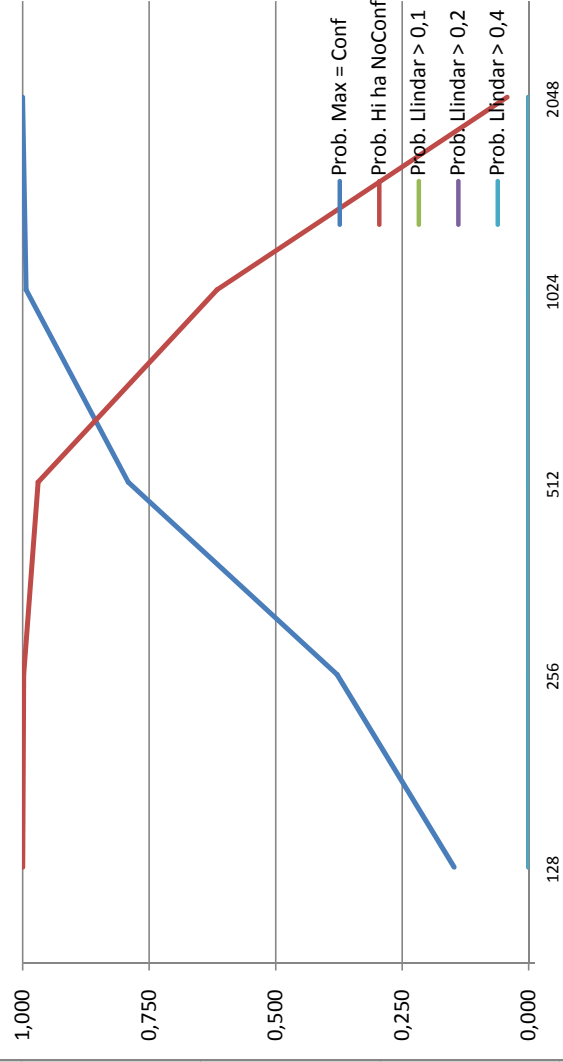
### HARD: n=4, mètode: promig



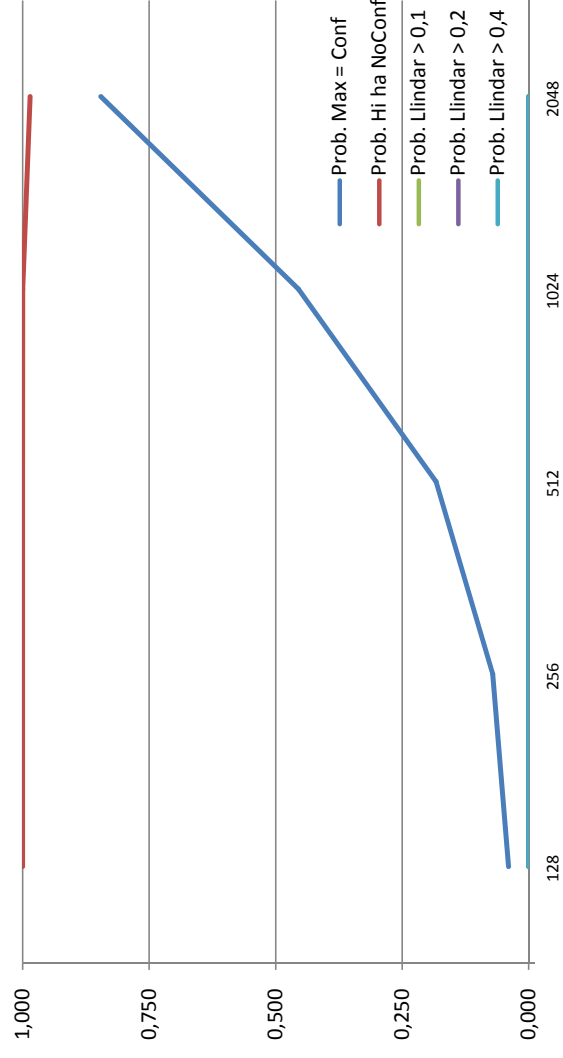
### HARD: n=5, mètode: promig



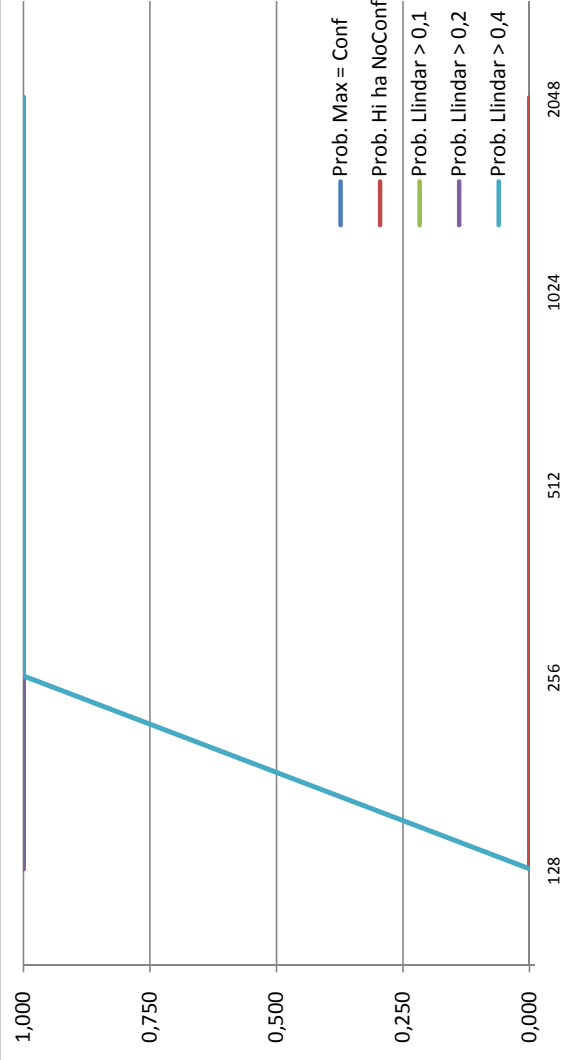
### HARD: n=4, mètode: tir de moneda



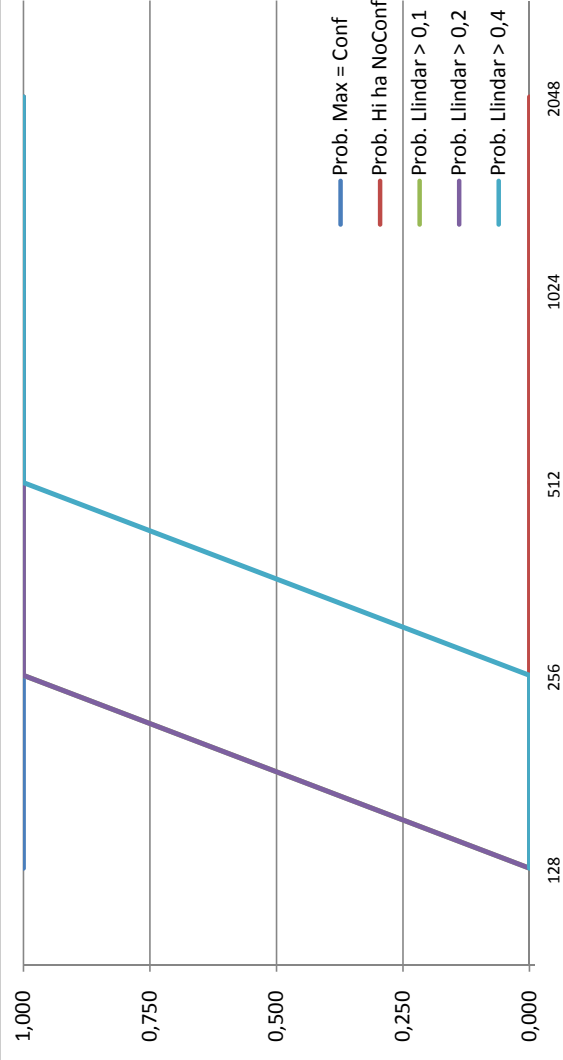
### HARD: n=5, mètode: tir de moneda



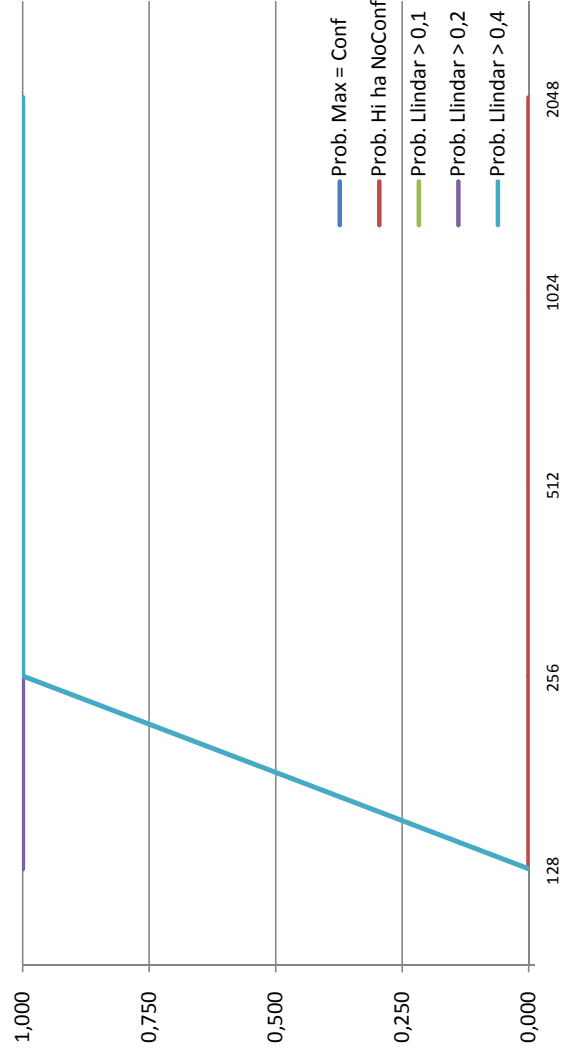
### SOFT: n=2, mètode: esborrat



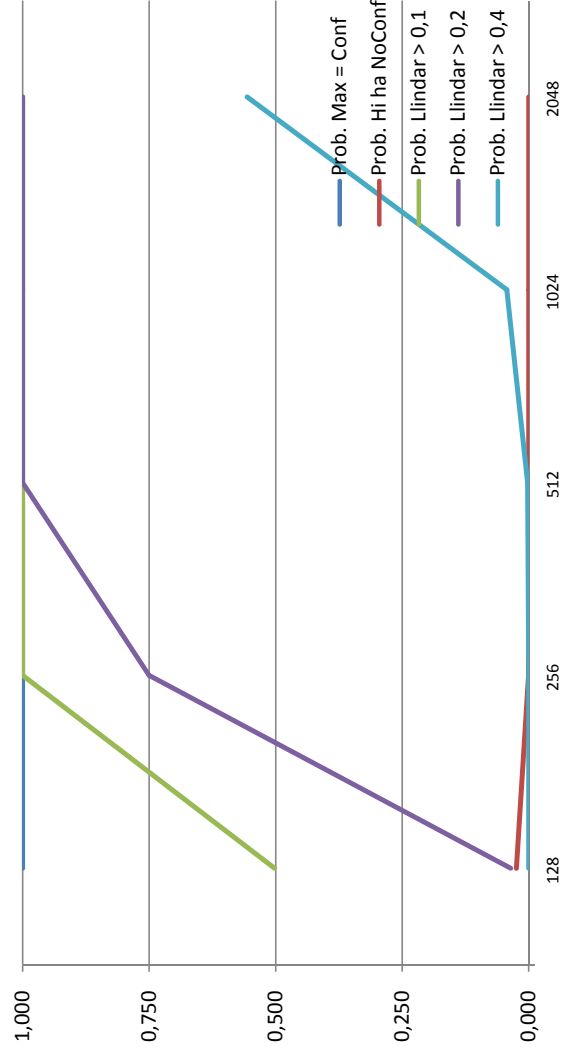
### SOFT: n=3, mètode: esborrat



### SOFT: n=2, mètode: majoria

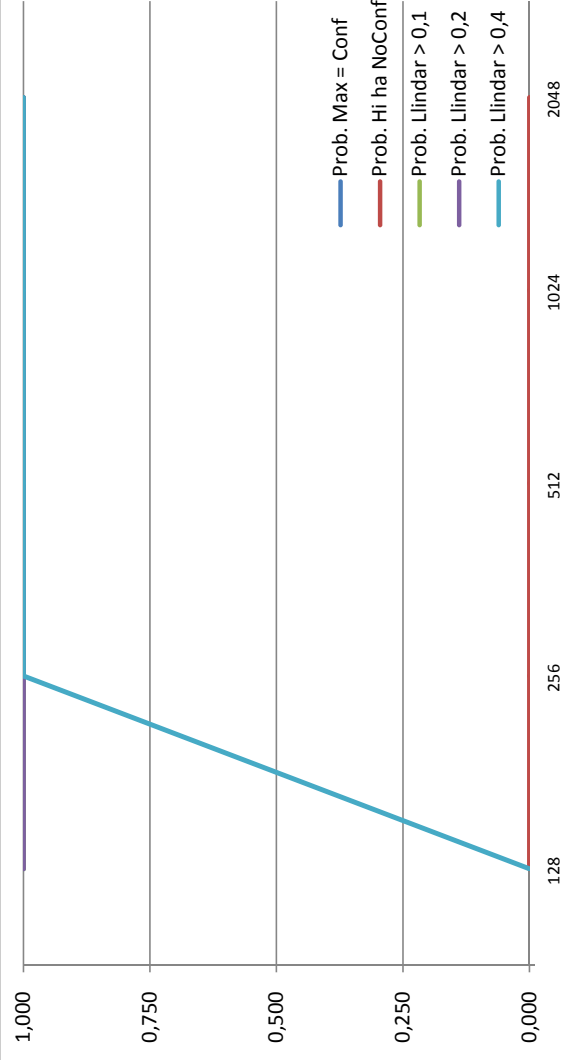


### SOFT: n=3, mètode: majoria

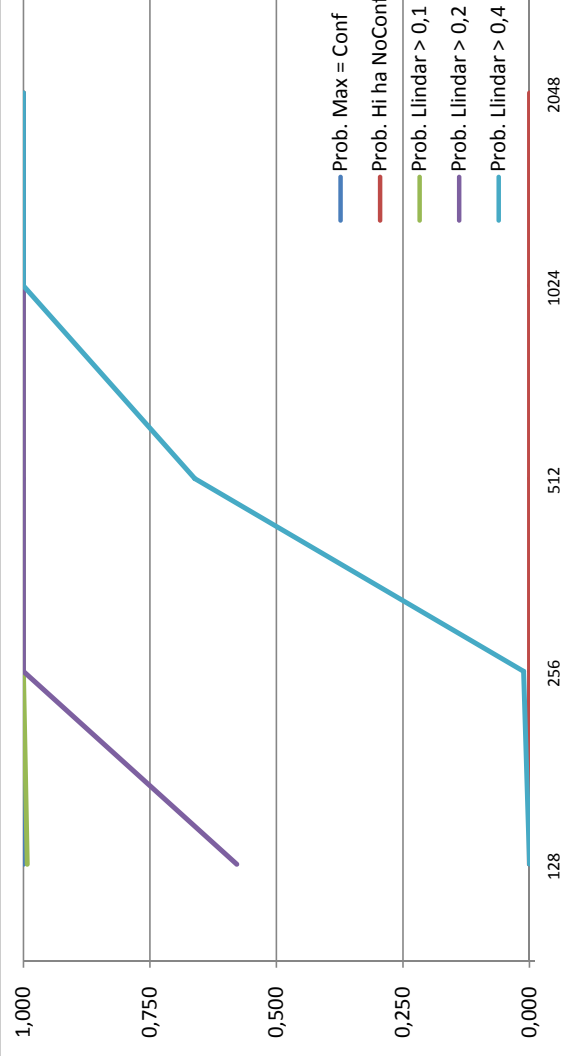




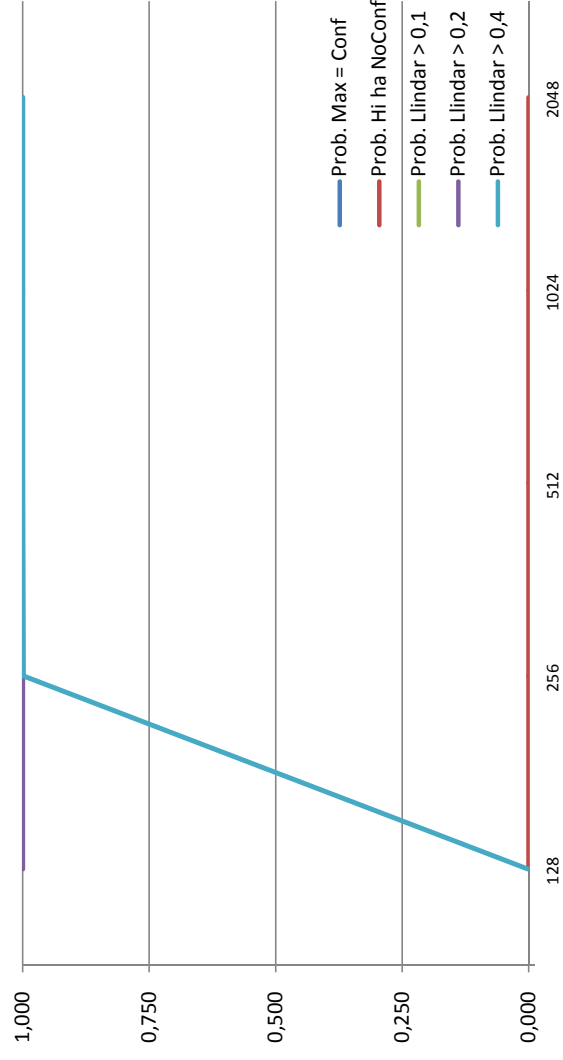
### SOFT: n=2, mètode: promig



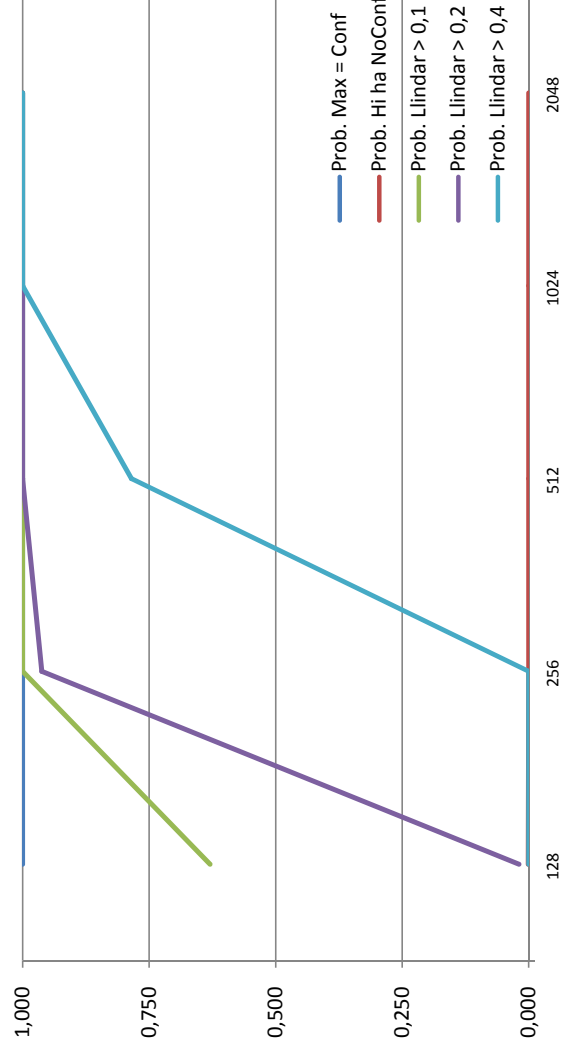
### SOFT: n=3, mètode: promig



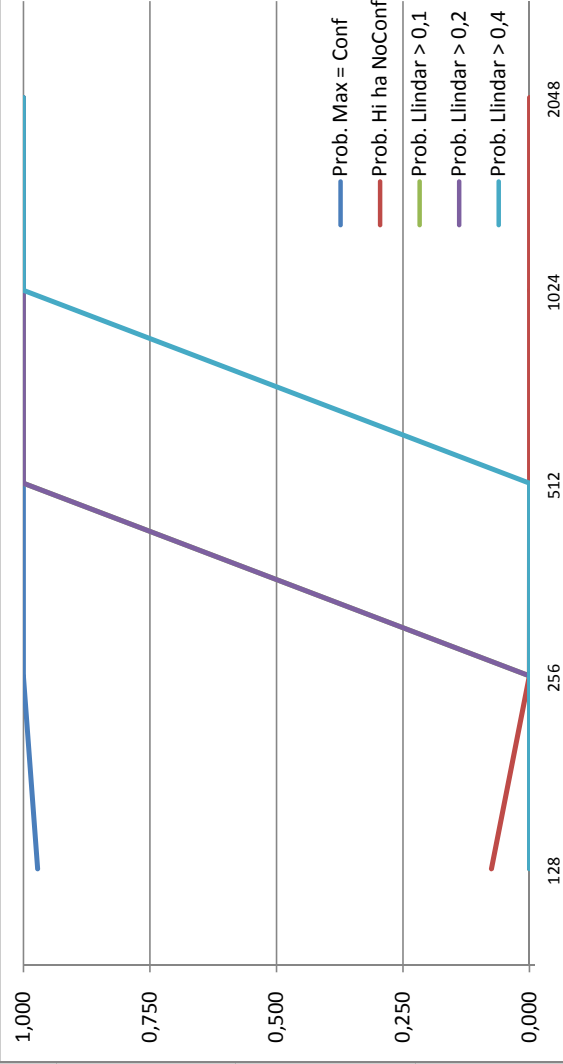
### SOFT: n=2, mètode: tir de moneda



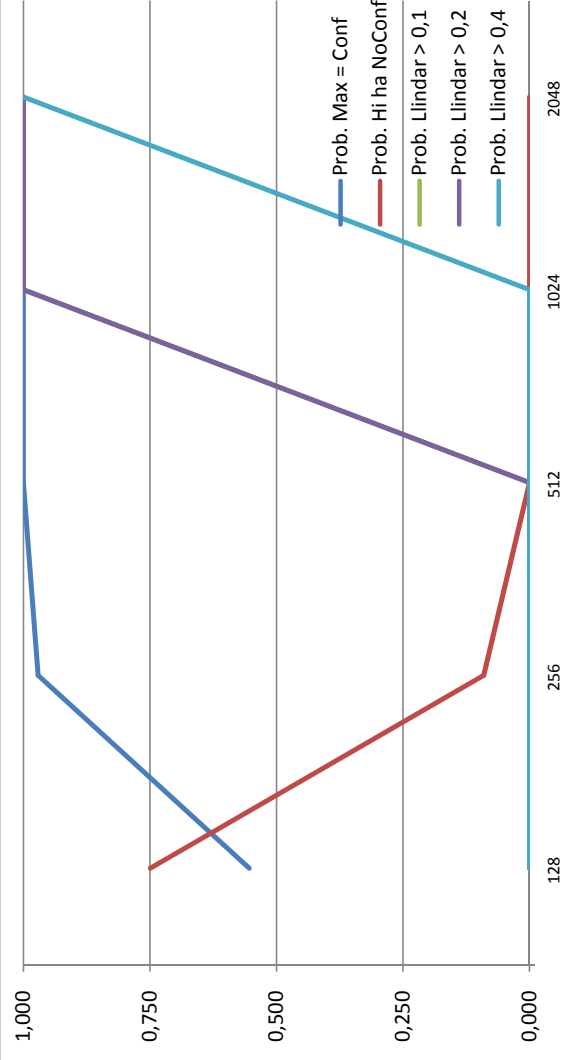
### SOFT: n=3, mètode: tir de moneda



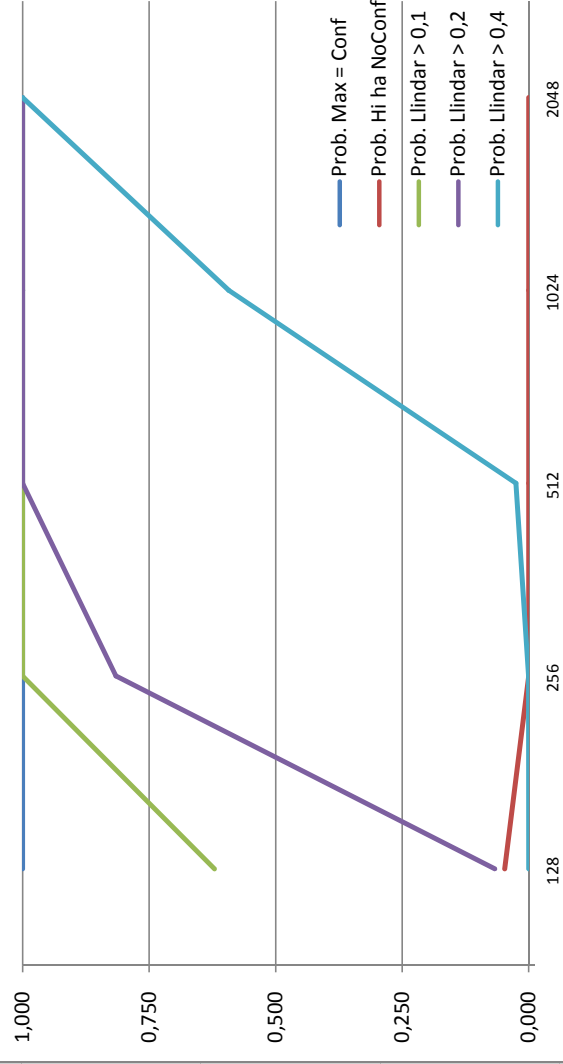
**SOFT: n=4, mètode: esborrat**



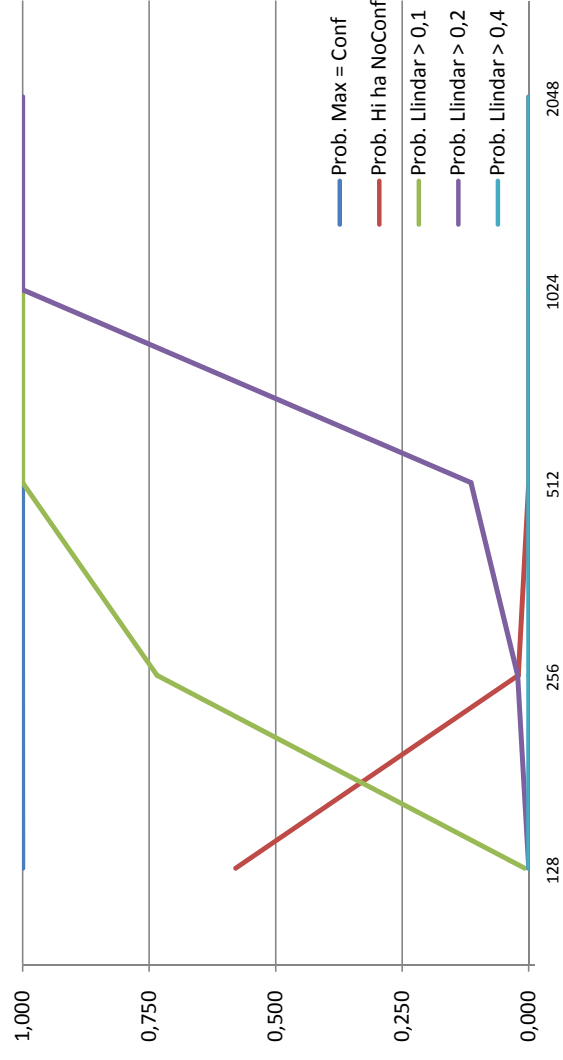
**SOFT: n=5, mètode: esborrat**



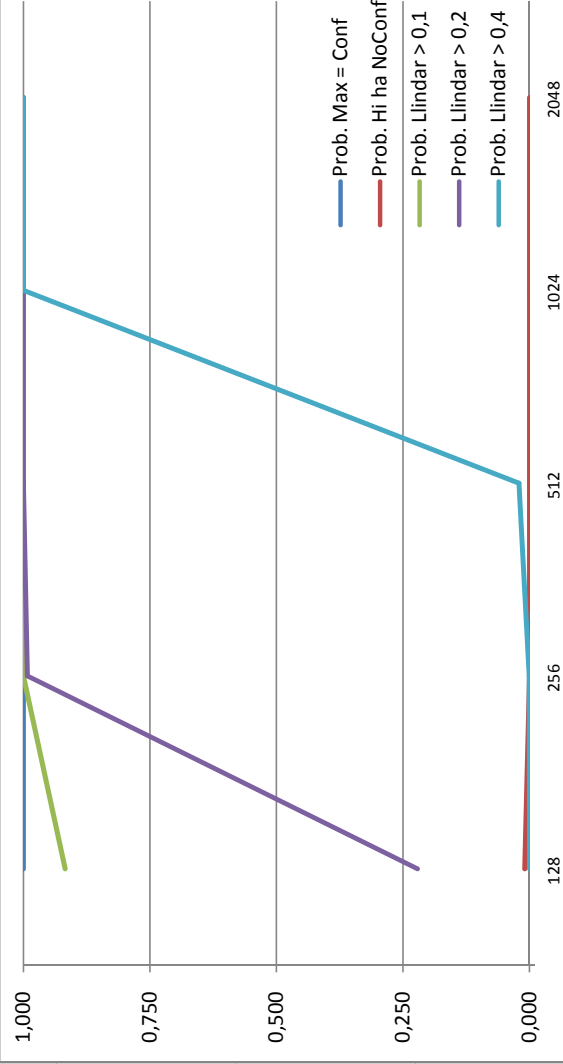
**SOFT: n=4, mètode: majoria**



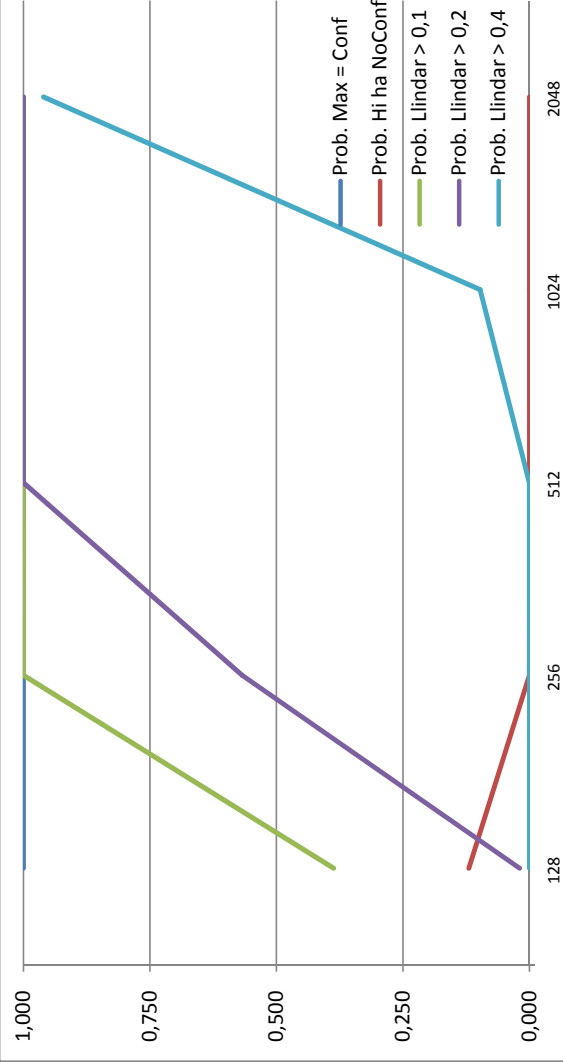
**SOFT: n=5, mètode: majoria**



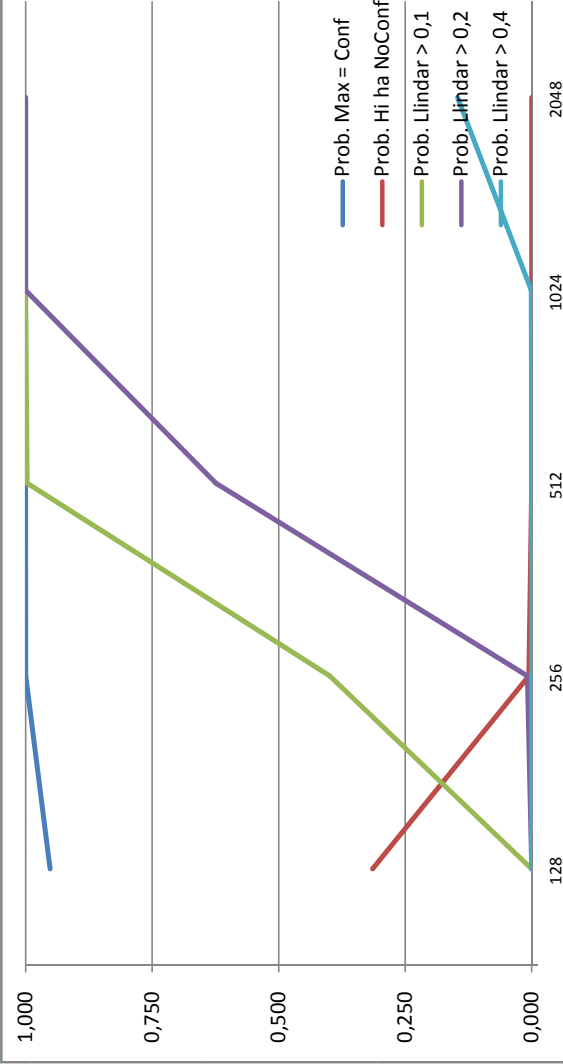
**SOFT: n=4, mètode: promig**



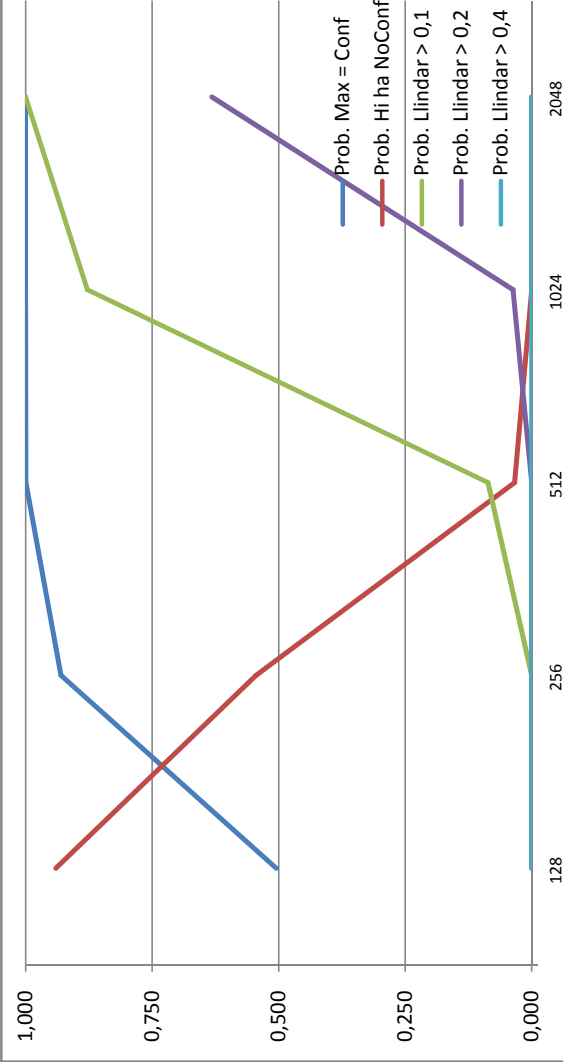
**SOFT: n=5, mètode: promig**



**SOFT: n=4, mètode: tir de moneda**



**SOFT: n=5, mètode: tir de moneda**





# Bibliografia

- [1] Charles Kurak and John McHugh. A cautionary note on image downgrading. In *Proceedings of the Eighth Annual Computer Security Applications Conference*, San Antonio, TX, USA, December 1992. A discussion of problems involved in viewing images, particularly as it applies to multi-level windowing.
- [2] Elke Franz, Anja Jerichow, Steffen Möller, Andreas Pfitzmann, and Ingo Stierand. Computer based steganography: How it works and why therefore any restrictions on cryptography are nonsense, at best. In *Proceedings of the First International Workshop on Information Hiding*, London, UK, 1996. Springer-Verlag.
- [3] Parvinder Singh, Sudhir Batra, and H. R. Sharma. Steganographic methods based on digital logic. In *SIP'07: Proceedings of the 6th Conference on 6th WSEAS International Conference on Signal Processing*, Stevens Point, Wisconsin, USA, 2007. World Scientific and Engineering Academy and Society (WSEAS).
- [4] W. Bender, D. Gruhl, N. Morimoto, and Aiguo Lu. Techniques for data hiding. *IBM Syst. J.*, 35(3-4), 1996.
- [5] I. Pitas. A method for signature casting on digital images. In *ICIP96*, 1996.
- [6] Romana Machado. Ezstego. <http://www.stego.com>, 2000.
- [7] R.L. Lagendijk G.C. Langelaar, I. Setyawan. Watermarking digital image and video data: A state-of-the-art overview. *IEEE Signal Processing Magazine*, 17(5):20–43, September 2000.
- [8] Ingemar Cox, Joe Kilian, Tom Leighton, and Talal Shamoon. Secure spread spectrum watermarking for multimedia. *NEC Research Institute, Technical Report*, 95, 1995.
- [9] B. Chen and G. Wornell. Digital watermarking and information embedding using dither modulation. *Multimedia Signal Processing*, pages 273–278, 1998.
- [10] Dan Boneh and James Shaw. Collusion-secure fingerprinting for digital data (extended abstract). In *CRYPTO '95: Proceedings of the 15th Annual International Cryptology Conference on Advances in Cryptology*, pages 452–465, London, UK, 1995. Springer-Verlag.

- [11] Tina Lindkvist. Fingerprinting of digital documents. *Dissertation No 706*, 2001.
- [12] Francesc Sebé and Josep Domingo-Ferrer. Short 3-secure fingerprinting codes for copyright protection. In *ACISP '02: Proceedings of the 7th Australian Conference on Information Security and Privacy*, pages 316–327, London, UK, 2002. Springer-Verlag.
- [13] M. Fernández and Miguel Soriano. Fingerprinting concatenated codes with efficient identification. In *ISC '02: Proceedings of the 5th International Conference on Information Security*, pages 459–470, London, UK, 2002. Springer-Verlag.
- [14] Ingemar Cox, Matthew L. Miller, and Jeffery A. Bloom. *Digital watermarking*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA, 2002.
- [15] Z. Jane Wang, Min Wu, Hong Vicky Zhao, and K. J. Ray Liu. Anticollusion forensics of multimedia fingerprinting using orthogonal modulation. *IEEE Trans. Image Process*, 14:804–821, 2005.
- [16] Z. J. Wang, Min Wu, Hong Zhao, K. J. R. Liu, and W. Trappe. Resistance of orthogonal gaussian fingerprints to collusion attacks. In *ICME '03: Proceedings of the 2003 International Conference on Multimedia and Expo*, pages 617–620, Washington, DC, USA, 2003. IEEE Computer Society.
- [17] Katsunari Yoshioka, Junji Shikata, and Tsutomu Matsumoto. Systematic treatment of collusion secure codes: Security definitions and their relations. In *ISC*, pages 408–421, 2003.
- [18] R.G.Gallager. Low density parity check codes. pages 21–28. *IRE Trans.Inform. Theory*, 1962.
- [19] R.G.Gallager. Low density parity check codes. Cambridge, 1963. MIT Press.
- [20] David J.C. MacKay and Radford M. Neal. Near shannon limit performance of low density parity check codes. *Electronics Letters*, 32:1645–1646, 1996.
- [21] John R. Barry. Low-density parity-check codes. 2001.
- [22] Yu Kou, Shu Lin, and Marc P. C. Fossorier. Low-density parity-check codes based on finite geometries: A rediscovery and new results. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(7), 2001.
- [23] Yu Kou and Shu Lin. A geometric approach to the construction of low density parity check codes. *IEEE 29th Communication Theory Workshop*, 2000.
- [24] Yu Kou, Shu Lin, and Marc P. C. Fossorier. Low-density parity-check codes based on finite geometries: A rediscovery and new results. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 47(7):2711–2736, 2001.

- [25] Yu Kou, Shu Lin, and Marc P. C. Fossorier. Construction of low density parity check codes - a geometric approach. *Proc. 2nd Intl. Symp. Turbo Codes and Related Topics*, 2000.
- [26] Yu Kou, Shu Lin, and Marc P. C. Fossorier. Low density parity check codes construction based on finite geometries. *Proc. GLOBECOM 2000*, 2000.
- [27] Yu Kou, Shu Lin, and Marc P. C. Fossorier. Finite geometry low density parity check codes: Construction, structure and decoding. *Proceedings of the ForneyFest*, 2000.
- [28] A. Shokrollahi T. J. Richardson and R. Urbanke. Design of capacity-approaching low-density parity-check codes. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 47:619–637, 2001.
- [29] R. Tanner. A recursive approach to low complexity codes. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 27(5):533–547, 1981.
- [30] Frank Kschischang, Senior Member, Brendan J. Frey, and Hans andrea Loeliger. Factor graphs and the sum-product algorithm. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47:498–519, 2001.
- [31] Radford M. Neal. Radford m. neal's home page. <http://www.cs.toronto.edu/~radford/>, 2000.
- [32] Bagawan S. Nugroho. Digital communication systems simulation using matlab and c mex. <http://bsnugroho.googlepages.com/>, 2002.
- [33] Good error-correcting codes based on very sparse matrices. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 45:399–432, 1999.
- [34] Sae young Chung, G. David Forney, Thomas J. Richardson, and RÅ¼diger Urbanke. On the design of low-density parity-check codes within 0.0045 db of the shannon limit. *IEEE Communications Letters*, 5:58–60, 2001.
- [35] Michael G. Luby, Michael Mitzenmacher, M. Amin Shokrollahi, and Daniel A. Spielman. Improved low-density parity-check codes using irregular graphs. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 47:585–598, 2001.
- [36] Thomas J. Richardson, M. Amin Shokrollahi, and RÅ¼diger L. Urbanke. Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 47:619–637, 2001.
- [37] T. Richardson and R. Urbanke. The Capacity of Low-Density Parity Check Codes under Message-Passing Decoding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):599–618, 2001.
- [38] M. Chiani and A. Ventura. Design and performance evaluation of some high-rate irregular low-density parity-check codes. *Proc. 2001 IEEE GlobeCom*, 2:990–994, 2001.
- [39] Michael Yang, William E. Ryan, and Yan Li. Design of efficiently encodable moderate-length high-rate irregular ldpc codes. *IEEE Transactions on Communications*, 52(4):564–571, 2004.

- [40] Shu Lin and Daniel J. Costello. *Error Control Coding (2nd Edition)*. Prentice Hall, 2 edition, June 2004.