

*Títol:* **Problema del període òptim  
d'oferta d'una unitat tèrmica**

*Alumna:* **Cristina Corchero García**

*Director:* **F. Javier Heredia Cervera**

*Co-directora:* **M. Pilar Muñoz Gràcia**

*Data:* **Juliol 2004**

Projecte Final Carrera  
Llicenciatura en Ciències I Tècniques Estadístiques  
Universitat Politècnica de Catalunya

# Problema del període òptim d'oferta d'una unitat tèrmica

Cristina Corchero García

Director: F.Javier Heredia Cervera

Co-directora: M. Pilar Muñoz Gràcia

Barcelona, Juliol 2004

## Agraïments

Aquest PFC és l'últim tram d'un viatge que vaig iniciar fa quasi cinc anys buscant l'aula S04. Durant aquest temps he conviscut amb molta gent i vull aprofitar aquesta oportunitat per agrair a tots els que, d'una manera o altre, m'han ajudat en el meu pas per la FME. Haig de destacar, per una banda, als companys de la *de/e*, per treure'm la vena reivindicativa i, sobretot, per les bones estones que hem passat. I, per altra banda, als professors i companys del DEIO, per haver-me acollit, recolzat i ajudat des del primer moment. En particular, al professor Erik Cobo, per les oportunitats que m'ha donat durant aquest temps.

Si aquest projecte ha arribat a bon terme és, sense cap dubte, gràcies al meu director, el professor Javier Heredia. Ell m'ha donat tot el recolzament necessari com a professional de la Investigació Operativa, com a professor i com a amic. Li haig d'agrair, especialment, que hagi confiat en mi en tot moment.

Agrair també a la professora Pilar Muñoz, co-directora del projecte, la seva implicació en ell i els seus valuosos suggeriments.

Gràcies companys! Pels suggeriments, per les correccions, per la paciència, pels ànims, pels riures, pels cafès, per tants i tants moments. Esther, gràcies per no deixar que et trobi a faltar. Fabi, Raquel, gràcies per tots els "pel que sigui!". David, Luis, Laura, Misha, Ori, ... gràcies per estar aquí al costat. Nuria, Cati, Emma, Serra, l'sprint final ha estat molt més fàcil gràcies a vosaltres.

Fuera de la facultad está ese otro mundo que a veces descuidamos en nuestro afán por llegar un poquito más lejos. Y, a cambio, ellos siempre están ahí.

Obviamente, mi madre, mi padre y mi hermano merecen el mayor agradecimiento, porque son los que más me han apoyado y los se ilusionan con cada pequeño paso que doy y porque, al fin y al cabo, son los que más sufren mis miedos, mi rabia y mis malos momentos.

Dar las gracias a mi familia, es una suerte y un orgullo formar parte de ella y tener la garantía de que jamás estaré sola. En especial a mis primos, por estar siempre al otro lado.

Por último, darle las gracias a Marco, por soñar a mi lado y hacer salir el sol, a Cris, por ser mi ángel de la guarda desde hace años, a Rut, por entenderme cuando ni yo me entiendo, y a Suly por saber decir las palabras exactas en el momento necesario.

# Índex

Introducció .....	1
Capítol 1: Problema del període òptim d'oferta d'una unitat tèrmica .....	4
1.1 Introducció a la programació estocàstica .....	4
1.1.1 Formulació d'un problema estocàstic .....	5
1.1.2 Valor de la solució estocàstica .....	6
1.2 Problema del període òptim d'oferta d'una unitat tèrmica.....	7
1.2. 1 Introducció .....	7
1.2.2 Inclusió dels preus de mercat al model d'optimització .....	7
1.2.3 Problema del període òptim d'oferta d'una unitat tèrmica ....	8
1.3 Formulació del problema.....	9
1.3.1 Variables de primera i segona etapa .....	9
1.3.2 Domini d'operació .....	10
1.3.3 Funció objectiu .....	11
1.3.3.1 Funció objectiu lineal .....	11
1.3.3.2 Funció objectiu lineal per trams.....	12
1.4 Models a resoldre.....	13
Capítol 2: Anàlisi dels preus de mercat .....	14
2.1 Introducció al Mercat Elèctric Espanyol .....	14
2.2 Estudi de la variable aleatòria preu .....	17

---

2.2.1 Antecedent .....	17
2.2.2 Estudi de la relació entre el preu i l'hora, dia i mes corresponents .....	21
2.2.3 Construcció de la distribució .....	25
2.2.4 Avaluació del mètode .....	25
2.3 Distribucions de probabilitat per l'any 2003.....	27
2.3.1 Distribució de probabilitat pel Març de 2003.....	27
2.3.1.1 Laborables Març 2003.....	27
2.3.1.2 Festius Març 2003.....	31
2.3.2 Distribució de probabilitat pel Juliol de 2003.....	32
2.3.2.1 Laborables Juliol 2003.....	32
2.3.2.2 Festius Juliol 2003.....	32
2.4 Consideracions sobre el mètode .....	33
Capítol 3: Anàlisi dels costos .....	34
3.1 Costos comuns per ambdós models .....	34
3.2 Costos model lineal .....	35
3.3 Costos model lineal per trams .....	35
3.3.1 Central Cercs .....	37
3.3.2 Central Puente Nuevo .....	37
Capítol 4: Implementació en AMPL .....	39
4.1 Introducció al llenguatge AMPL .....	39
4.2 Fitxer .mod .....	40
4.2.1 Paràmetres .....	40
4.2.1.1 Paràmetres específics model lineal .....	42
4.2.1.2 Paràmetres específics model lineal per trams.....	42
4.2.2 Variables .....	43
4.2.3 Funció objectiu.....	44

---

4.2.3.1 Model lineal .....	44
4.2.3.2 Model lineal per trams.....	44
4.2.4 Constriccions.....	46
4.3 Fitxer .dat .....	46
4.4 Fitxer .run .....	47
Capítol 5: Anàlisi dels resultats .....	48
5.1 Central tèrmica Cercs.....	49
5.1.1 Març 2003 .....	49
5.1.2 Juliol 2003 .....	51
5.2 Central tèrmica Puente Nuevo.....	52
5.1.1 Març 2003 .....	52
5.1.2 Juliol 2003 .....	54
5.3 Canvis en les característiques de les unitats.....	55
5.3.1 Març 2003 .....	56
5.3.2 Juliol 2003 .....	57
5.4 Conclusions .....	58
Conclusions .....	60
Annex I .....	64
Annex II .....	68
Annex III.....	71
Annex IV.....	73
Bibliografia .....	81

# Introducció

El sector de l'energia elèctrica ha patit en els últims anys una reestructuració a causa de la liberalització del sector energètic. Aquesta liberalització pretén traslladar l'enfocament monopolitzat que existia fins a aquest moment cap a un mercat competitiu. Aquest nou plantejament implica, entre altres aspectes, canviar la idea de la distribució elèctrica com un servei públic i assumir que un mercat competitiu és el millor entorn per obtenir uns preus més baixos pels consumidors.

Aquest entorn competitiu s'implementa mitjançant un Mercat on generadors i consumidors sotmeten les seves ofertes de producció i demanda respectivament, a partir de les quals l'operador de mercat fixa el preu final de la unitat d'energia i les ofertes de producció i consum acceptades. [18]

Dins d'aquest nou escenari, una de les tasques principals a dur a terme per les companyies generadores és redefinir les seves polítiques de producció, de forma que determinin la resposta òptima d'una unitat tèrmica dins d'un mercat competitiu. És a dir, han de decidir quanta energia ofereixen al mercat, en quins períodes del dia i a quin preu per tal de maximitzar els beneficis. La presència d'incertesa, en el sentit que els preus de mercat, que fixaran els beneficis obtinguts per unitat d'energia venuda, són aleatoris i dependents de múltiples factors, afegeix complexitat al problema.

Es poden diferenciar dos tipus de companyies productores, les que "prenen el preu de mercat" (*price-taker*) que no tenen capacitat per alterar el preu de mercat a partir de les seves ofertes; i les que "fixen el preu de mercat" (*price-maker*) que al tenir aquesta capacitat han d'optimitzar la seva política de producció tenint en compte alhora la seva producció i la variació que aquesta provocarà en el preu. [1]

Com s'ha comentat, existeix la necessitat, per part de les companyies elèctriques, d'incloure algun tipus d'estimació del preu de l'energia fixat pel Mercat Elèctric dins dels models d'optimització.

L'objectiu d'aquest projecte és l'estudi de l'aplicació de les tècniques de *programació estocàstica* en l'ajut a l'elaboració de l'oferta de les companyies productores d'energia al mercat diari espanyol d'energia elèctrica. L'assoliment d'aquest objectiu ha fet necessari:

- Definir, aplicant tècniques de programació estocàstica, un model d'optimització per obtenir un patró d'engegades i aturades per una unitat tèrmica de forma que el benefici esperat sigui màxim, tenint en compte l'aleatorietat d'aquests beneficis.
- Estudiar l'estructura dels preus del Mercat Elèctric Espanyol per tal de poder incloure'ls als models d'optimització abans esmentats.

Per tal de començar a explorar aquests nous plantejaments, aquest projecte es centra en les companyies productores del primer tipus, *price-taker*, i les unitats hidràuliques no són considerades. El mètode desenvolupat indica a la companyia productora en quins períodes del dia li convé oferir l'energia d'un dels seus generadors tèrmics al mercat (*problema del període òptim d'oferta d'una unitat tèrmica*).

En particular, els models definits i els resultats analitzats es centraran en dues unitats tèrmiques reals, les centrals Cercs i Puentenuevo, pertanyents a la companyia Electra de Viesgo i en els preus de l'any 2003.

L'estructura del projecte és la següent:

- Capítol 1. Problema del període òptim d'oferta d'una unitat tèrmica: descripció del problema i formulació mitjançant tècniques de programació estocàstica.
- Capítol 2. Anàlisi dels preus de mercat: construcció a partir de la informació del Mercat Elèctric d'una distribució de probabilitat discreta per a descriure el comportament dels preus de l'energia.
- Capítol 3. Anàlisi dels costos de producció: obtenció de les dades referents a costos de producció necessàries per la resolució del problema descrit.
- Capítol 4. Implementació en AMPL: implementació del model descrit en el llenguatge AMPL.



- Capítol 5. Anàlisi de resultats: descripció dels resultats obtinguts per les dues unitats tèrmiques en estudi.
- Conclusions

- Nota:

Excepte si s'indica el contrari, les unitats en les que s'expressen les variables són:

- Preu : cèntims d'euro per kilowat hora (c€/kWh)
- Energia: megawat hora (MWh)
- Temps: hora (h). Els intervals es consideren d'una hora de durada.

# CAPÍTOL 1

## Problema del període òptim d'oferta d'una unitat tèrmica

Els models definits en aquest projecte es basen en tècniques de Programació Estocàstica pel que, en primer lloc, es farà una breu introducció a aquestes per procedir a continuació a la definició del problema de període òptim d'oferta d'una unitat tèrmica.

### 1.1 Introducció la Programació Estocàstica

La tècnica coneguda com *programació estocàstica* (*stochastic programming*) o *optimització amb incertesa* (*optimization under uncertainty*) pretén trobar la decisió òptima a problemes que inclouen incertesa en les seves dades [7]. Habitualment aquesta incertesa es tracta transformant les dades fins obtenir un problema determinista. En el cas de la programació estocàstica s'aprofita aquesta incertesa dins el model, fent-ho, en principi, més proper al comportament real del sistema.

Quan es diu que existeix incertesa a les dades es suposa que aquestes poden ser representades mitjançant variables aleatòries amb distribució coneguda. Les dades reals només es coneixeran un cop ha passat la realització de la variable aleatòria.

Les variables de decisió d'un model de programació estocàstica es divideixen en dos grups:

- variables de primera etapa: són aquelles que corresponen a decisions que han de ser preses abans de que es conegui la realització de la variable aleatòria. El període en el que es prenen es coneix com primera etapa.
- variables de segona etapa: són aquelles que depenen de la realització de la variable aleatòria i per tant només poden ser preses després de la realització d'aquesta. El període corresponent s'anomena segona etapa.

### 1.1.1 Formulació d'un problema estocàstic

La formulació d'un problema estocàstic lineal de dos etapes amb recurs fix és:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & z = c^T x + E_{\xi} [\min_{y(\omega)} q(\omega)] \\
 \text{s.t} \quad & Ax = b \\
 & T(\omega)x + W y(\omega) = h(\omega) \\
 & x \geq 0; y \geq 0
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

on les decisions de primera etapa venen representades per les variables  $x$  i els vectors coneguts  $c$  a  $\mathcal{R}^{n_1}$ ,  $b$  a  $\mathcal{R}^{m_1}$  i  $A$  a  $\mathcal{R}^{m_1 \times n_1}$ . La segona etapa ve representada per les variables  $y(\omega, x)$ , la matriu  $W$  a  $\mathcal{R}^{m_2 \times n_2}$ , coneguda com la *matriu de recurs* i que es considera fixa, i els vectors  $q(\omega)$  a  $\mathcal{R}^{n_2}$ ,  $h(\omega)$  a  $\mathcal{R}^{m_2}$  i  $T(\omega)$  a  $\mathcal{R}^{m_2 \times n_2}$  dependents de la variable aleatòria  $\xi$ .  $E_{\xi}$  representa l'esperança matemàtica respecte la variable aleatòria  $\xi$ .

La funció objectiu (1.1) conté un terme determinista,  $c^T x$ , i l'esperança de la funció objectiu de la segona etapa,  $q(\omega)^T y(\omega)$ , tenint en compte totes les possibles realitzacions de la variable aleatòria. Aquesta formulació fa que les decisions de primera etapa es prenguin tenint en compte la incertesa de la futura realització de  $\xi$ . A la segona etapa, un cop observada la realització  $\omega$  de la variable aleatòria  $\xi$ , es coneixen  $q(\omega)$ ,  $h(\omega)$  i  $T(\omega)$  i és llavors quan s'ha de prendre la decisió corresponent a la variable  $y(\omega, x)$ . Per tant, les decisions de primera etapa es prenen tenint en compte el seu futur efecte.

En aquest projecte es considera que la variable aleatòria  $\xi$  és discreta, poden prendre un número finit de escenaris  $s$  amb una certa probabilitat  $P_s$ . A partir d'aquesta premissa es desdoblen les variables de segona etapa  $y$ , passant a tenir una per cada escenari,  $y^s$ , i es pot definir el problema de la forma anomenada extensa :

$$\begin{aligned}
 \min \quad & z = c^T x + \sum_{s=1}^S P_s(\omega) y_s \\
 \text{s.t.} \quad & Ax = b \\
 & T(\omega)_s x + W y(\omega)_s = h(\omega)_s \\
 & y_s \geq 0 \\
 & x \geq 0
 \end{aligned} \quad \forall s \in S \tag{1.2}$$

### 1.1.2 Valor de la solució estocàstica

Els problemes de programació estocàstica poden ser difícils de resoldre computacionalment, per això una pregunta natural és si es pot aproximar la solució òptima mitjançant problemes més reduïts, com pot ser resoldre el problema determinista reemplaçant la variable aleatòria per el seu valor esperat [7]. Per valorar aquesta qüestió fet es calcula el valor de la solució estocàstica (VSS).

En primer lloc es defineix el problema de recurs, que no és més que el problema de programació estocàstica definit a l'apartat anterior (1.1):

$$RP = \min_x E_{\xi} z(x, \xi) \tag{1.3}$$

A continuació es resol el *problema del valor esperat*, que consisteix en substituir les variables aleatòries per la seva esperança:

$$EV = \min_x z(x, \bar{\xi}) \tag{1.4}$$

on  $\bar{\xi} = E(\xi)$ , és a dir, l'esperança de la variable aleatòria  $\xi$ . La solució òptima obtinguda mitjançant aquesta formulació,  $\bar{x}(\bar{\xi})$ , es la *solució del valor esperat* (EV).

El valor de la solució estocàstica vol mesurar quant bona o dolenta es la decisió presa mitjançant (1.4),  $\bar{x}(\bar{\xi})$ , en termes de (1.1). Per a obtenir aquest càlcul es defineix el *resultat esperat d'utilitzar la solució EV*:

$$EEV = E_{\xi} (z(\bar{x}(\bar{\xi}), \xi)) \tag{1.5}$$

Aquesta quantitat mesura com actua  $\bar{x}(\bar{\xi})$  permetent prendre les decisions de segona etapa de forma òptima, en funció de  $\bar{x}(\bar{\xi})$  i  $\xi$ . El valor de la solució estocàstica es defineix com:

$$VSS = EEV - RP \tag{1.6}$$

## 1.2 Problema del període òptim d'oferta d'una unitat tèrmica

### 1.2.1 Introducció

El model que es construirà per tal d'introduir els preus de mercat dins de les polítiques d'optimització està basat en el problema d'assignació d'unitats tèrmiques (Unit Commitment). L'objectiu d'aquest problema és trobar l'assignació de generació elèctrica de menor cost donat un sistema format per un conjunt de generadors tèrmics (centrals tèrmiques i nuclears) subjecte a constriccions de demanda i reserva. Donat un període de temps (normalment d'un dia a una setmana) dividit en intervals (habitualment d'una hora) l'assignació òptima d'una unitat de generació indicarà quan aquesta unitat ha d'estar engegada o apagada i, en cas d'estar engegada, quina és la seva producció òptima.

El nou escenari provocat per la inclusió de la generació d'energia dins un mercat competitiu fa que els models d'optimització per la producció energètica s'hagin de redefinir de forma que passin de minimitzar els costos de producció fixades unes certes quotes de demanda, a maximitzar els beneficis obtinguts per una producció, en aquest cas sense quota de demanda.

L'anàlisi d'aquest projecte es centra en companyies productores *price-taker* [1], és a dir, companyies que no tenen capacitat d'alterar els preus del mercat amb les seves ofertes. En aquesta situació, el problema que ha d'optimitzar l'empresa es pot dividir en subproblemes independents, un per cada unitat generadora. Per tant, en aquest treball es considera el problema d'establir el patró d'engegada i apagada d'una central tèrmica tenint en compte les constriccions tècniques de la mateixa.

### 1.2.2 Inclusió dels preus de mercat al model d'optimització

Com s'ha argumentat a l'apartat anterior, una companyia generadora sense capacitat d'alterar els preus del mercat amb la seva producció pot ser modelada com un conjunt de generadors que maximitzen els seus beneficis de forma independent [1]. És a dir, donat el preu de mercat, maximitzar els beneficis totals per una companyia generadora es descompon directament en un problema per generador.

Per tant, al model definit es considera un únic generador. L'objectiu del generador és maximitzar els beneficis subjecte a les seves constriccions tècniques. El problema queda formulat de la següent forma:

$$\begin{aligned} \max_{p_i, \forall i} \lambda_i p_i - c_i(p_i) \\ \text{subject to } p_i \in \Pi, \quad \forall i \end{aligned} \tag{1.7}$$

on  $p_i$  és l'energia a produïda pel generador la hora  $i$ ,  $c_i(p_i)$  és el cost de producció durant la hora  $i$ ,  $\lambda_i$  és la previsió del preu de mercat la hora  $i$ , i  $\Pi$  és el domini d'operació factible del generador, definit al següent apartat.

La funció objectiu del problema (1.7) té dos termes, rèdits i costos, la seva diferència proporciona els beneficis de la companyia generadora a la unitat  $t$ . Les constriccions garanteixen que el generador treballi dins el seu domini d'operació factible i la solució de la funció objectiu ens proporciona en quins trams horaris i quina quantitat el generador ha d'ofertar energia al Mercat.

Per formular aquest problema utilitzant tècniques de la programació estocàstica es van explorar diverses vies, tant per la definició de les decisions de primera i segona etapa com per la formulació de la funció objectiu.

Finalment es va optar per la definició del problema del període òptim d'oferta ja que és la forma més natural de iniciar l'estudi de la inclusió dels preus de mercat al model d'optimització mitjançant la programació estocàstica. Queda obert, per tant, l'estudi d'altres possibilitats com problemes multietàpics o problemes on la generació sigui la decisió de primera etapa.

### 1.2.3 Problema del període òptim d'oferta d'una unitat tèrmica

Cada unitat tèrmica pot estar en dos estats, engegada o apagada. Quan la unitat tèrmica està engegada està en disposició d'ofertar energia al mercat, mentre que quan esta apagada no pot participar en la subhasta. Aquests dos estats es representen al model (1.3) al domini de la definició de la variable  $p_i$ . Si la unitat tèrmica està apagada a l'interval  $i$ , llavors  $p_i = 0$ , mentre que si està engegada la seva producció ha d'estar dins dels límits tècnics de producció de la unitat,  $\underline{p} < p_i < \bar{p}$ , és a dir:

$$p_i \in \{0\} \cup \{\underline{p}, \bar{p}\} \tag{1.8}$$

Com que s'assumeix que  $p_i > 0$ , es diu que la unitat tèrmica està engegada quan  $p_i > 0$  i apagada quan  $p_i = 0$ .

L'objectiu d'aquest treball és resoldre aquest primer problema, l'assignació d'unitats tèrmiques, tenint en compte la incertesa que existeix sobre els futurs beneficis. Per

això s'utilitzaran eines de la programació estocàstica de forma que el preu es tracta com una variable aleatòria que influeix sobre la futura producció òptima.

Es construirà un model de programació estocàstica on la decisió a prendre a la primera etapa serà l'engegada o no d'una determinada unitat tèrmica en un interval  $i$ , i la decisió de segona etapa serà la producció òptima que la unitat hauria d'oferir al mercat donat un determinat escenari de preus. La solució a aquest problema proporcionarà el període òptim d'oferta a curt termini d'una unitat tèrmica per cada hora tenint en compte els beneficis que obtindrem en el futur.

### 1.3 Formulació del problema

L'objectiu del problema és trobar un patró d'engegades i aturades òptim a curt termini (d'un dia a una setmana) per a una unitat tèrmica. Per a definir el problema és necessari conèixer els costos d'engegada i aturada, el cost base, el cost lineal associat a la producció, els beneficis per unitat d'energia produïda i les constriccions tècniques a satisfer. Aquests costos i beneficis es calcularan en els següents capítols d'aquest treball.

#### 1.3.1 Variabls de primera i segona etapa

Com s'ha descrit, per a definir un problema de programació estocàstica calen unes variables associades a les decisions de primera i segona etapa.

La decisió de primera etapa és la producció o no d'energia per part d'una unitat tèrmica. Les constriccions sobre la producció  $p_i$  (1.8) es poden modelar [13] creant noves variables binàries que controlen l'estat de les unitats tèrmiques. Aquestes variables s'anomenaran  $u_i$  i prenen el valor:

$$u_i = \begin{cases} 0 & \text{la tèrmica està apagada a l'interval } i \\ 1 & \text{la tèrmica està engegada a l'interval } i \end{cases} \quad (1.9)$$

Per permetre incloure a la funció objectiu els costos d'engegada i aturada de la unitat és necessari definir unes noves variables binàries que indicaran si la unitat s'engega,  $e_i$ , o s'apaga,  $a_i$ , l'interval  $i$ .

Aquestes variables es defineixen a partir de les anteriors (1.9) de la forma:

$$\begin{cases} \text{si } u_{i-1} = 0 \text{ i } u_i = 1 \rightarrow e_i = 1 \text{ i } a_i = 0 \\ \text{si } u_{i-1} = 1 \text{ i } u_i = 0 \rightarrow e_i = 0 \text{ i } a_i = 1 \\ \text{si } u_{i-1} = u_i \rightarrow e_i = 0 \text{ i } a_i = 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

Per tant, les variables de primera etapa són  $u_i$ ,  $a_i$ , i  $e_i$ , totes elles  $\in\{0,1\}$ . Al següent apartat es formularan les constriccions lineals que relacionen aquests tres conjunts de variables binàries.

La variable de segona etapa ve associada a la decisió de segona etapa, que en aquest cas es la producció òptima donat un cert cost i benefici, per tant, serà  $p_i$ , producció de la unitat a l'interval  $i$ . El problema estarà definit de forma extensa (1.2) pel que aquestes variables es desdoblen una per cada escenari,  $p_i^s$ .

### 1.3.2 Domini d'operació

Les constriccions tècniques que s'han de satisfer pel correcte funcionament de la unitat componen el domini d'operació. Aquest estarà dividit en dos parts, les constriccions que afecten només a les variables de primera etapa i les que afecten tant a variables de primera com de segona etapa, que estaran desdoblaes per escenaris.

El domini d'operació de les variables de primera etapa conté restriccions d'engegada i apagada de les unitats tèrmiques que controlen l'interval de temps mínim que les unitats han d'estar engegades o apagades des de l'últim canvi d'estat. Aquests intervals s'anomenen temps mínim d'aturada,  $\min_{\text{off}}$ , i temps mínim de funcionament,  $\min_{\text{on}}$ . Les constriccions són les següents:

$$\text{si } p_{i-1}=0 \text{ i } p_i>0 \rightarrow p_j>0 \text{ (j=i..i+\min_{\text{on}}-1)} \quad (1.11)$$

$$\text{si } p_{i-1}>0 \text{ i } p_i=0 \rightarrow p_j=0 \text{ (j=i..i+\min_{\text{off}}-1)} \quad (1.12)$$

Aquestes constriccions es redefeixen en funció de les variables binàries construïdes de la següent forma:

$$e_i + \sum_{j=i+1}^{i+\min_{\text{on}}} a_j \leq 1 \quad (1.13)$$

$$a_i + \sum_{j=i+1}^{i+\min_{\text{off}}} e_j \leq 1 \quad (1.14)$$



Per altra banda, s'han de considerar les constriccions que relacionen les variables  $u_i$ ,  $a_i$ , i  $e_i$ :

$$e_i + a_i \leq 1 \quad (1.15)$$

$$u_i - u_{i-1} - e_i + a_i = 0 \quad (1.16)$$

El conjunt de constriccions (1.13 – 1.16) es repeteixen a cada interval  $i$ .

Per últim les constriccions que relacionen les variables de primera i segona etapa són les que controlen les fites de la producció:

$$p_i^s \leq \bar{p}u_i \quad (1.17)$$

$$p_i^s \geq \underline{p}u_i \quad (1.18)$$

De les constriccions (1.17 – 1.18) hi haurà una per cada interval  $i$  i escenari  $s$ .

### 1.3.3 Funció objectiu

La funció real de costos d'una unitat tèrmica presenta un terme quadràtic, per tant no és lineal. El coeficient d'aquest, però, és proper a zero i fa que, en algunes ocasions, aquest terme no afecti a la solució òptima. Per aquesta raó es defineixen dos funcions objectius aproximacions de l'original. La primera considera la funció de cost lineal i es defineix mitjançant un terme constant i un terme lineal. La segona, considera una funció de costos lineal per trams, seguint la proposta de [2] per aproximar la funció quadràtica real.

Les funcions objectiu contenen el terme determinista, corresponent a la primera etapa, i l'esperança de la funció objectiu de segona etapa considerant totes les possibles realitzacions de la variable aleatòria  $\lambda$ .

#### 1.3.3.1 **Funció objectiu lineal**

Segons la formulació definida a (1.2):

$$c^T = (c_{on} \ c_{off} \ c_b) \quad (1.19)$$

$$x = \begin{pmatrix} e \\ a \\ u \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

$$q(\omega)_s^T = (c_i - \lambda_s) \quad (1.21)$$

$$y(\omega)_s = p_s \quad (1.22)$$

I per tant, la funció objectiu a minimitzar queda definida com:

$$z = \sum_{i=1}^{n_i} \left[ c_{on} e_i + c_{off} a_i + c_b p_i \right] + \sum_{s=1}^{n_s} P_s^i \left( (c_l - c_s) p_s^i \right) \quad (1.23)$$

on  $c_{on}$  és el cost d'engegar la unitat,  $c_{off}$  és el cost d'apagar la unitat,  $c_b$  és el cost bàsic que té mantenir la unitat engegada,  $c_l$  és el cost lineal associat a produir una unitat d'energia,  $\lambda_s^i$  el benefici que s'obindrà en produir una unitat d'energia l'interval  $i$  l'escenari  $s$  i  $P_s$  la probabilitat de l'escenari  $s$  l'interval  $i$ .

### 1.3.3.2 Funció objectiu lineal per trams

La component de primera etapa és igual per ambdues definicions de la funció objectiu, per tant les equacions (1.19) i (1.20) són equivalents. Pel que fa a la part relativa a la segona etapa segons la formulació definida a (1.2):

$$q(\omega)_s^T = (\tilde{c}(p_s) - \lambda_s) \quad (1.24)$$

$$y(\omega)_s = p_s \quad (1.25)$$

on  $\tilde{c}(p_s)$  és una funció lineal per trams dependent de la potència generada.

I per tant, la funció objectiu a minimitzar queda definida com:

$$z = \sum_{i=1}^{n_i} \left[ c_{on} e_i + c_{off} a_i + c_b (p_i) \right] + \sum_{s=1}^{n_s} P_s^i \left( \tilde{c}(p_s^i) - c_s \right) p_s^i \quad (1.26)$$

on els coeficients tenen el mateix significat que a (1.23).

### 1.4 Models a resoldre

Per tant, els dos possibles models a resoldre per obtenir el període òptim d'oferta d'una unitat tèrmica són:

- Model lineal:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i=1}^{n_i} \left[ c_{on} e_i + c_{off} a_i + (c_b - c_o) u_i + \sum_{s=1}^{n_s} P_s^i (c_i - p_s^i) \right] \\
 \text{s.t.} \quad & \left. \begin{aligned}
 & e_i + \sum_{j=i+1}^{i+\min_{on}} a_j \leq 1 \\
 & a_i + \sum_{j=i+1}^{i+\min_{off}} e_j \leq 1 \\
 & e_i + a_i \leq 1 \\
 & u_i - u_{i-1} - e_i + a_i = 0 \\
 & u_i \in \{0, 1\} \\
 & a_i \in \{0, 1\}, e_i \in \{0, 1\} \\
 & \left. \begin{aligned}
 p_i^s &\leq \bar{p} u_i \\
 p_i^s &\geq \underline{p} u_i
 \end{aligned} \right\} \quad \forall s=1..n_s
 \end{aligned} \right\} \quad \forall i=1..n_i
 \end{aligned} \tag{1.27}$$

- Model lineal per trams:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i=1}^{n_i} \left[ c_{on} e_i + c_{off} a_i + (c_b - c_o) u_i + \sum_{s=1}^{n_s} P_s^i (\tilde{c}(p_s^i) - p_s^i) \right] \\
 \text{s.t.} \quad & \left. \begin{aligned}
 & e_i + \sum_{j=i+1}^{i+\min_{on}} a_j \leq 1 \\
 & a_i + \sum_{j=i+1}^{i+\min_{off}} e_j \leq 1 \\
 & e_i + a_i \leq 1 \\
 & u_i - u_{i-1} - e_i + a_i = 0 \\
 & u_i \in \{0, 1\} \\
 & a_i \in \{0, 1\}, e_i \in \{0, 1\} \\
 & \left. \begin{aligned}
 p_i^s &\leq \bar{p} u_i \\
 p_i^s &\geq \underline{p} u_i
 \end{aligned} \right\} \quad \forall s=1..n_s
 \end{aligned} \right\} \quad \forall i=1..n_i
 \end{aligned} \tag{1.28}$$

A continuació es presenten els mètodes per obtenir les dades necessàries per definir aquests dos models, la implementació en AMPL i, per últim, els resultats obtinguts per les dues unitats tèrmiques en estudi.

# CAPÍTOL 2

## Anàlisi dels preus de mercat

En aquest capítol s'estimarà la distribució del preu necessària per als models d'optimització definits. En primer lloc, però, s'introdueix breument el sistema del Mercat Elèctric Espanyol.

### 2.1 Introducció al Mercat Elèctric Espanyol

A partir de l'1 de gener de 1998 [18], l'organització del sector elèctric espanyol pateix una sèrie de canvis que porten a la liberalització de la producció i comercialització d'electricitat. L'explotació elèctrica s'organitzarà a partir d'aquest moment al voltant del Mercat Elèctric Espanyol, on les companyies generadores vendran la seva energia i les companyies distribuïdores l'adquiriran.

Com s'ha comentat a la introducció, aquest nou model d'organització suposa un canvi al funcionament del sector, s'abandona la noció de servei públic mantenint, però, la garantia de subministrament a tots els consumidors demandants. Es reconeix al sector de l'energia elèctrica el dret a la lliure instal·lació de generadors i s'organitza el seu funcionament sota el principi de lliure competència amb la creació d'un Mercat liberalitzat d'electricitat on els preus es fixen en funció de les decisions adoptades lliurement pels agents participants.

Per assegurar el correcte funcionament del sistema s'estableixen les figures de l'Operador de Mercat, l'Operador del Sistema i el Regulador, amb les següents funcions:

- Operador de Mercat (OMEL [18]):
  - Gestió econòmica del Mercat
  - Tramitació de les ofertes de compra/venda, cassació de les mateixes i comunicació dels resultats.
  - Liquidació i comunicació de pagaments i cobraments
  - Normativa i regulació del Mercat de producció
  
- Operador del Sistema (Red Eléctrica Española [19]):
  - Gestió tècnica del sistema, garantint la seguretat, fiabilitat i qualitat del subministrament
  - Garantir l'equilibri entre la producció i la demanda
  - Normativa i regulació dels procediments d'operació tècnica del sistema
  
- Regulador (Comisión Nacional de Energía [20]):
  - Garantir el funcionament del Mercat en base a la lliure competència
  - Evitar abusos de posicions de domini
  - Realitzar els anàlisis de planificació elèctrica
  - Establir les retribucions de les activitats regulades
  - Fixar tarifes
  - Determinar els requisits mínims de qualitat i seguretat del servei

El Mercat Elèctric es compon de diferents Mercats ordenats temporalment, el mercat diari, el mercat de secundària i els mercats intradiaris. El mercat diari fa una primera aproximació dels preus i de les ofertes acceptades, que després s'acabaran de definir amb ajustos realitzats pels altres mercats segons factors com les restriccions tècniques, els acords bilaterals, ...

És al Mercat diari on es porten a terme les transaccions de compra – venda d'energia elèctrica per el dia següent, dia de subministrament. Les companyies, productores i distribuïdores han d'enviar ofertes horàries simples, indicant quantitat oferida i el preu corresponent, de compra i venda respectivament. En aquest mercat han de participar

com a oferents totes les unitats de producció disponibles i com a compradors totes les que vulguin tenir dret a participar als mercats intradiaris.

El següent gràfic (figura 2.1) mostra les ofertes presentades pels grups generadors, ordenades segons la quantitat d'energia oferida. A partir de les ofertes de les companyies distribuïdores es fixa la demanda del sistema a la hora considerada, i la intersecció entre aquests valors ens proporciona el preu marginal per aquest interval.

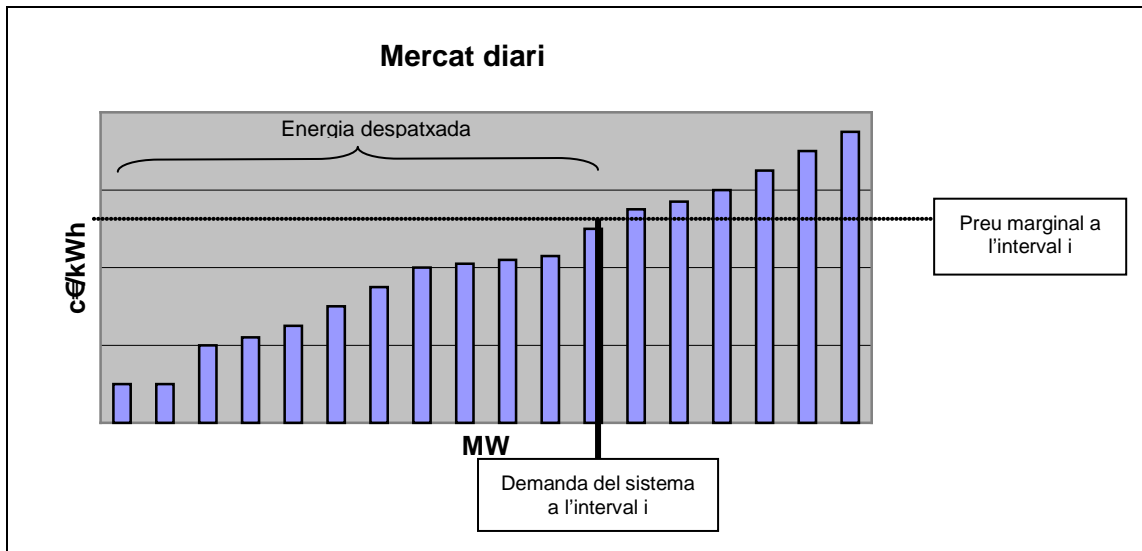


Figura 2.1: Ofertes presentades pels grups generadors

A partir d'aquestes ofertes es construeixen les corbes d'oferta (figura 2.2) i mitjançant la cassació es fixa el preu marginal, que ve donat per la darrera oferta de venda acceptada. Totes les transaccions es liquidaran al preu marginal de l' hora considerada. El procediment de cassació es duu a terme tenint en compte tota la informació de la que disposa l'Operador del Sistema: indisponibilitats, contractes bilaterals internacionals, ofertes de venda i ofertes de compra.

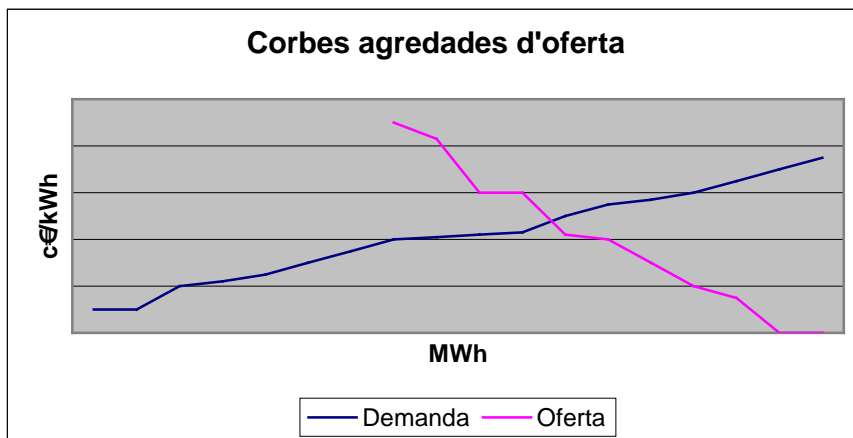


Figura 2.2: Corbes agregades d'oferta

Per tant, existeixen diversos factors que són font d'incertesa i que condicionaran els preus de mercat:

- Factors derivats del propi comportament de factors exògens:
  - Combustibles
  - Consum específic
  - Demanda
  - Hidraulicitat
  - Disponibilitat
- Factors derivats del comportament dels participants al Mercat
- Factors derivats de l'estructura de producció i generació dels diferents competidors
- Factors derivats de l'evolució de l'entorn regulatori

El preu final de l'energia incorporarà el preu obtingut de la cassació al mercat diari, el preu de les desviacions derivades de les restriccions tècniques i el preu obtingut de la cassació als mercats intradiaris.

## **2.2 Estudi de la variable aleatòria preu**

### **2.2.1 Antecedents**

El preu de mercat de la producció energètica ha estat estudiat, bàsicament, des del punt de vista de les sèries temporals [4], intentant fer una previsió amb un marge d'error limitat del preu segons l'històric observat.

Aquest enfocament es basa, principalment, en la forta relació existent entre el preu i el consum d'energia, essent aquest últim una variable amb un comportament típic de sèrie temporal. El consum energètic depèn quasi exclusivament de l'hora del dia, el tipus de dia i el mes en els que s'observi, existint un factor additiu que fa augmentar la mitjana anualment.

Les figures 2.3 i 2.4 representen aquestes dues sèries per l'any 2003, es pot observar que la sèrie del consum té una estructura regular i estacional, mentre que la corba del preu presenta més variabilitat. Aquesta situació es repeteix per tots els anys dels que es disposen dades.

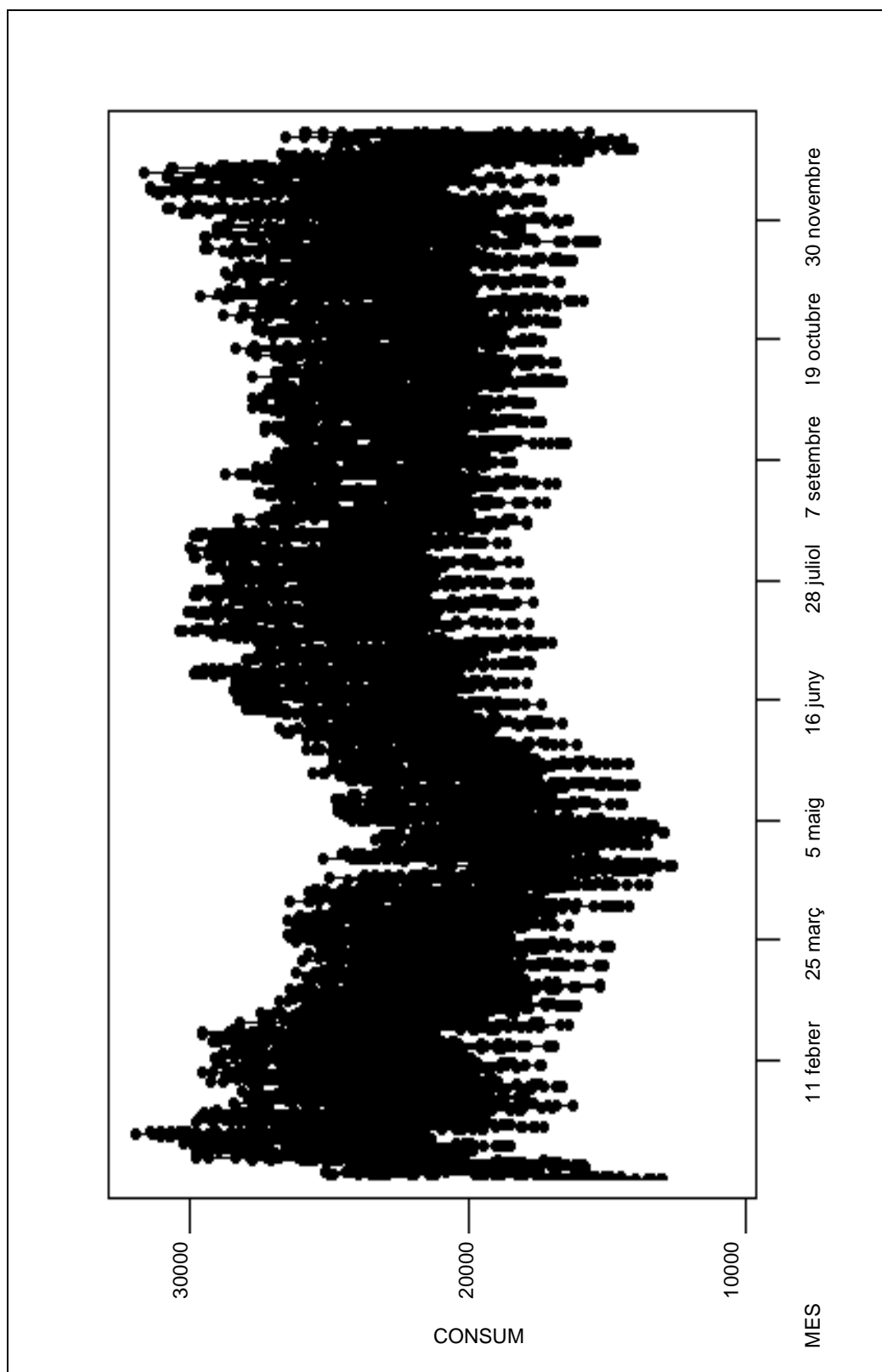


Figura 2.3: Sèrie del preu any 2003



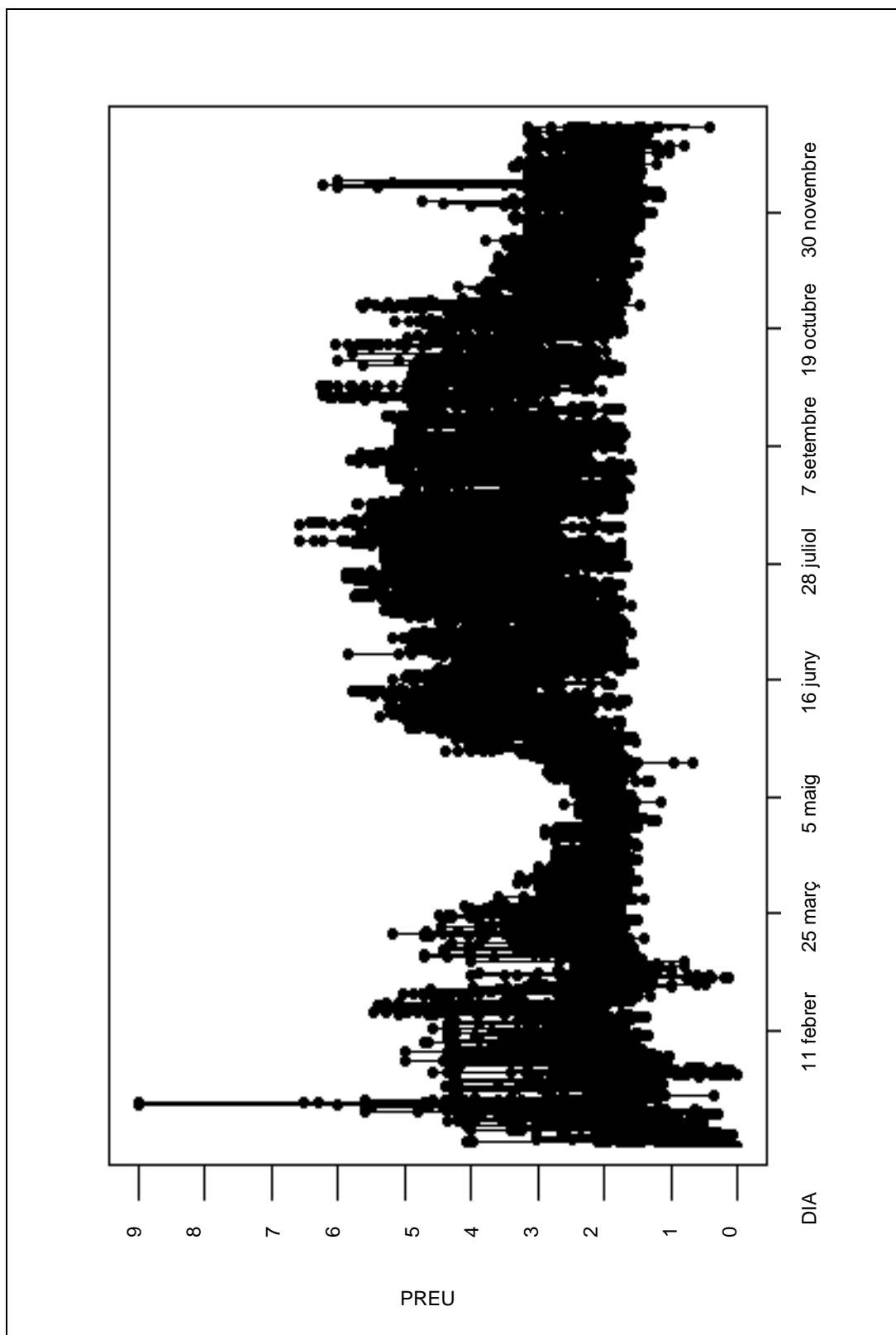


Figura 2.4: Sèrie del preu any 2003

A la figura 2.5 cada línia representa la mitjana del consum per cada hora d'un determinat mes. Es pot observar que presenta una estructura diària que es podria descriure com super vall, punta, vall, super punta, trobant-se el màxim del consum diari al voltant de les 21 hores. Aquesta estructura es repeteix, amb lleugeres diferències, tots els dies de l'any, traslladant-se al llarg de l'eix de la quantitat consumida segons el mes en estudi.

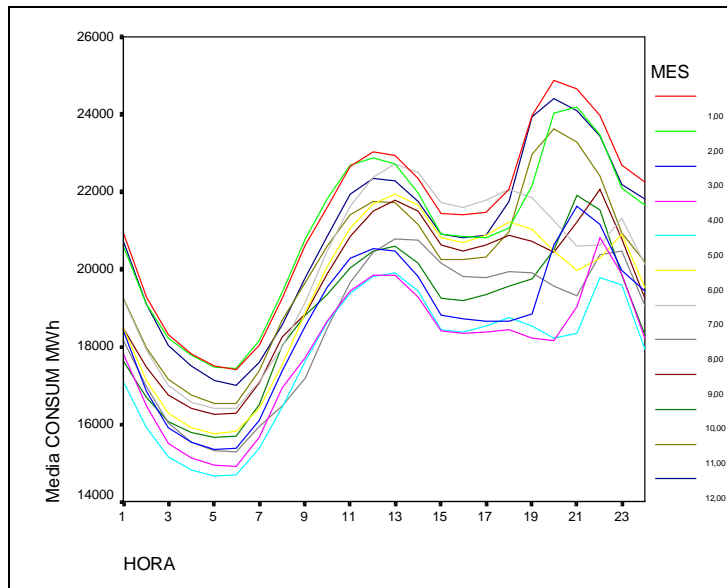


Figura 2.5: Corba consum mitjà horari pels diferents mesos

A la figura 2.6 cada línia representa la mitjana del preu de l'energia per cada hora per un determinat mes. Es pot observar que presenta una estructura molt similar a la del consum però amb molta més variabilitat.

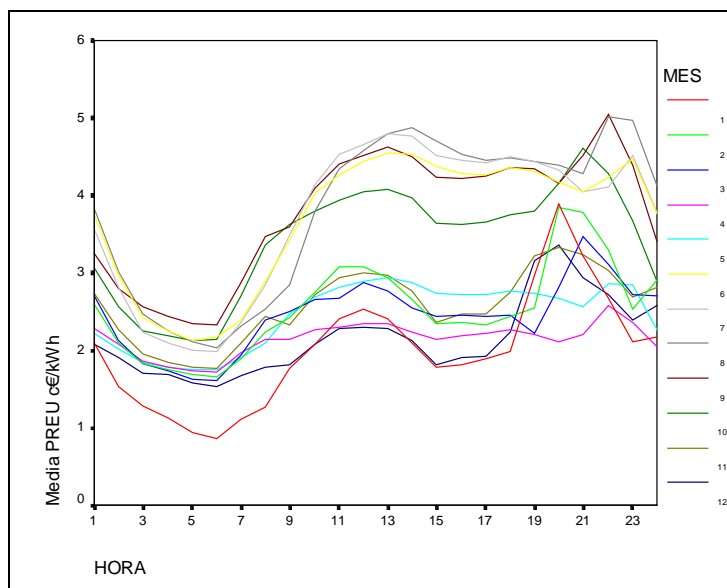


Figura 2.6: Corba mitjana preu horari pels diferents mesos

Es pot mesurar la variabilitat del preu explicada pel consum mitjançant el coeficient  $R^2$  ajustat de la regressió lineal entre ambdues sèries, sent el preu la variable resposta i el consum la variable explicativa, aquest coeficient és d'un 34%<sup>1</sup>. Novament en cas de seleccionar un determinat mes aquest coeficient puja fins a arribar en alguns casos al 75%, com en el cas del juny de 2000.

En aquest projecte, es deixen de banda les tècniques de previsió mitjançant sèries temporals ja que, l'objectiu no és fer una previsió del preu sinó estimar a partir de dades disponibles una distribució de la variable aleatòria preu per tal d'introduir-la dins dels models d'optimització definits (1.27 – 1.28). És a dir, es vol construir, a partir de dades disponibles al moment  $t-1$ , una distribució de probabilitat que descriu el comportament del preu al moment  $t$ .

Per ser la primera aproximació d'aquest tipus es considerarà una variable aleatòria discreta.

### **2.2.2 Estudi de la relació entre el preu i l'hora, dia i mes corresponents**

Es disposa del preu final fixat pel mercat per cada hora des de l'1 de gener de 1998 fins al 29 de febrer de 2004, el que constitueix un total de 54024 registres. Juntament amb el preu final, està registrat hora, dia, mes i any corresponent.

Com s'ha comentat, l'objectiu inicial es definir una funció de probabilitat pel moment  $t$ , a partir d'un cert moment  $t-1$ . Per establir quines variables hauran de ser considerades a l'hora de construir les funcions de probabilitat, estudiem la relació entre la variable preu i les altres variables disponibles. A partir d'aquest punt, l'estudi es centra únicament en l'any 2003, ja que el comportament és similar per tots els anys i són les dades més actuals per un any complet de les que es disposa.

Com s'ha observat a la figura 2.6, la distribució del preu és diferent per cada hora d'un mateix dia. Aquest fet es pot ratificar observant el gràfic dels coeficients d'estacionalitat (figura 2.7), que ens indica quant i en quin sentit és distància la mitjana d'una hora determinada de la mitjana global. Per tant, es decideix construir una funció de probabilitat pel preu de cada hora, tenint en compte tots els paràmetres que puguin influir en ell.

---

<sup>1</sup> Calculat a partir dels 54024 registres disponibles

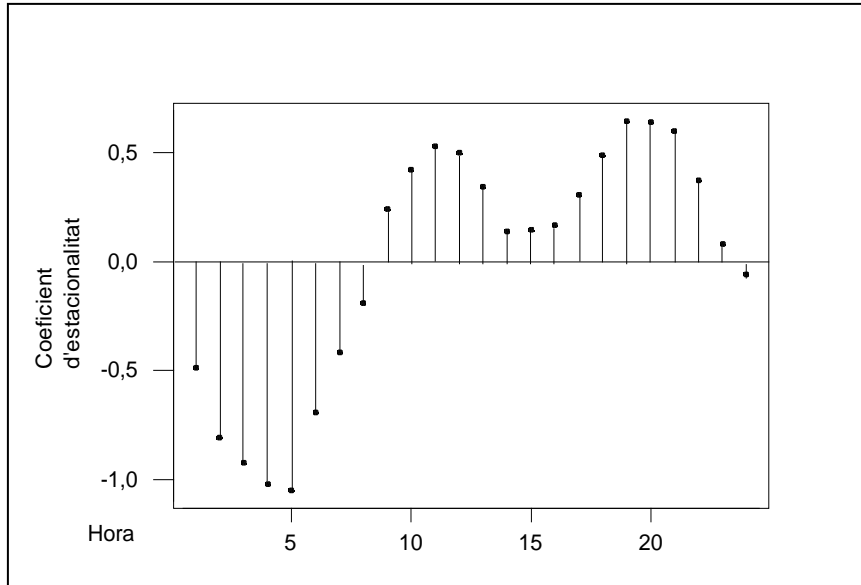


Figura 2.7 : Coeficients d'estacionalitat horaris

A continuació, s'ha d'establir a partir de quines dades es calcula aquesta funció. Per fer-ho s'han considerat diferents opcions:

- a partir de la distribució de probabilitats del preu de la mateixa hora de l'any anterior amb una correcció per l'augment de preu anual
- a partir de la distribució de probabilitats del preu de la mateixa hora el mes anterior
- a partir de la distribució de probabilitats del preu de la mateixa hora el dia anterior

Es van rebutjar la primera i la tercera opció ja que per una banda s'ha hagut de predir quin serà l'augment del preu anual i per altra banda, el nombre d'observacions si es considera només el dia anterior es molt baix.

Posteriorment ha sorgit la possibilitat de definir la distribució de probabilitats a partir de la mateixa hora el mateix dia de la setmana anterior, ja que dins un mateix mes poden existir diferències entre setmanes no consecutives. Aquesta possibilitat no s'ha abordat en aquest treball però es una possible via de millora del mateix.

Per tant, la distribució de probabilitats d'una hora determinada es construirà a partir de la distribució de probabilitat observada la mateixa hora del mateix dia del mes anterior.

El següent pas és resumir les possibles funcions de distribució, ja que seria molt poc eficient haver de construir una per cada hora del mes quan segurament moltes no presenten diferències estadísticament significatives entre elles.

Com s'ha comentat es disposa del mes i el dia de la setmana al que pertany l'observació. Les figures 2.8 i 2.10 descriuen mitjançant un diagrama de caixa la distribució del preu segons aquestes variables.

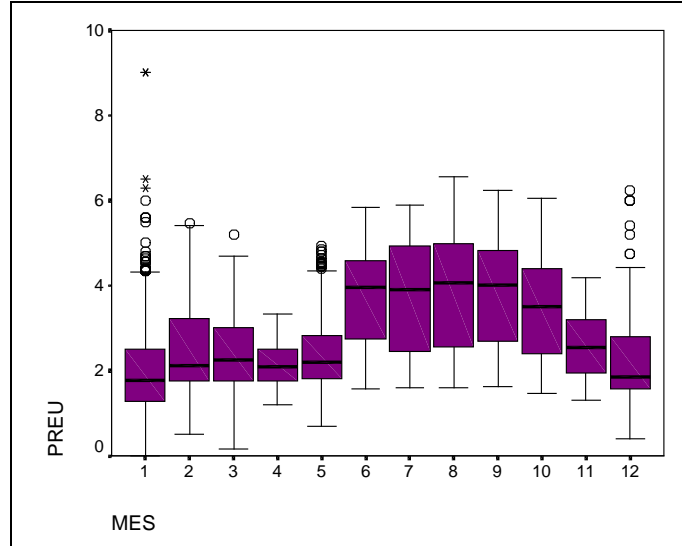


Figura 2.8: Box plot del preu final segon el mes de l'any

A la figura 2.8 podem observar que la mitjana i la distribució del preu és clarament diferent per cada mes de l'any, novament aquest fet s'observa també a la representació dels coeficients d'estacionalitat (figura 2.9).

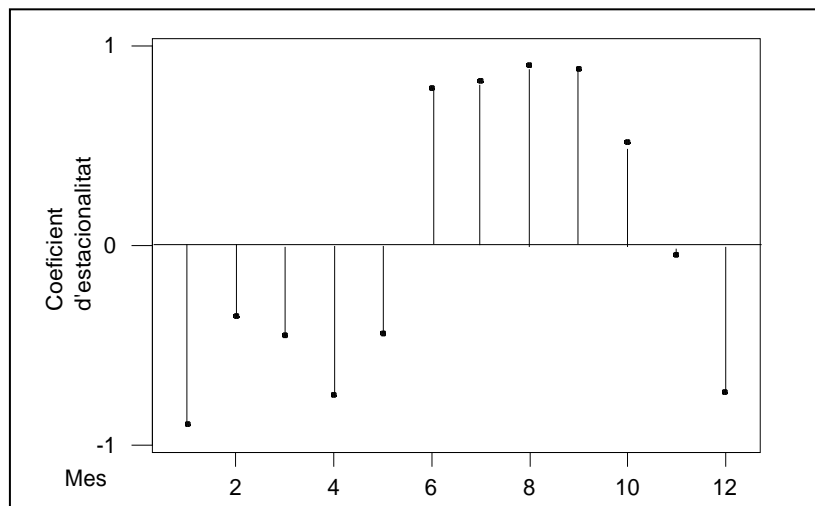


Figura 2.9: Coeficients d'estacionalitat mensuals

En aquesta figura (2.9) es pot observar que els primers mesos de l'any tenen la mitjana per sota de la mitjana global, al maig hi ha un canvi de tendència clar, i passen a estar tots per sobre, fins que al novembre torna a estar per sota. El canvi de tendència del maig és el salt més extrem, ja que es passa d'estar aproximadament 0.5 per sota de la mitjana a estar aproximadament a 0.7 per sobre.

Aquestes diferències en el consum es poden explicar pel fet que, com s'ha vist, la relació entre el preu i el consum és gairebé lineal en alguns casos i aquest últim ve fortament marcat per l'estacionalitat. És a dir, hi ha una relació entre la distribució del consum, i per tant del preu, i l'estació de l'any ja que durant els mesos més freds la mitjana de la variable és inferior a la dels mesos més càlids. Aquest comportament es repeteix durant tots els anys dels què es disposen registres.

L'observació d'aquest comportament va provocar l'intent de construir una nova variable que resumís els diferents tipus de mes, segons l'estació o la temperatura mitjana, però aquesta variable dependria molt fortament de la climatologia de l'any en estudi, pel què, donat que el nombre de mesos es relativament baix, finalment es consideraran funcions de distribució diferents per a cada mes.

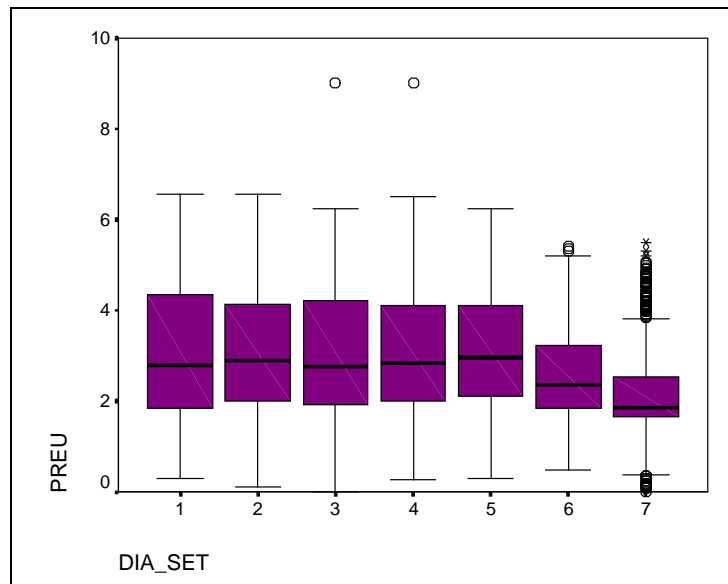


Figura 2.10: Box plot del preu final segons dia de la setmana

Pel que fa a la mitjana del preu segons el dia de la setmana, el diagrama de caixa (figura 2.10) mostra que tant la distribució com la mitjana de la variable aleatòria pels dies laborables és aproximadament igual, mentre que el cap de setmana es comporta de forma diferent.

Al gràfic dels coeficients d'estacionalitat (figura 2.11) es pot observar que els cinc dies laborables tenen la mitjana per sobre de la mitjana global i aproximadament igual d'allunyada d'aquesta. Per altra banda, el dissabte es troba lleugerament per sota i el diumenge presenta clarament un comportament diferent, estant molt allunyat per sota de la mitjana global.

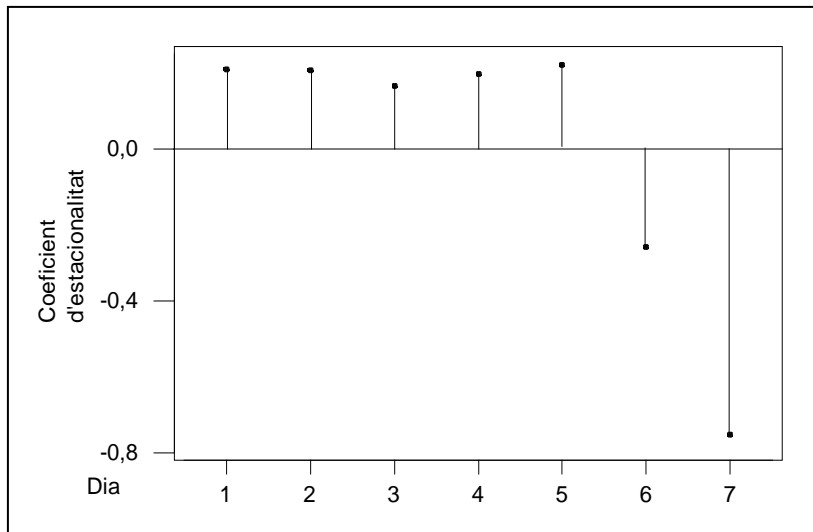


Figura 2.11: Coeficients d'estacionalitat diaris

Els cinc dies laborables, per tant, es poden resumir com un únic tipus de dia, ja que no provoca una pèrdua d'informació rellevant. Per altra banda, no es pot assumir que la mitjana del preu sigui igual per dissabte i diumenge. Això és degut, novament, a la relació entre el preu i el consum, i a que aquest es veu afectat, en gran mesura, per la indústria. Per tant, és normal que el diumenge presenti un comportament diferent a la resta de dies de la setmana.

Malgrat aquesta observació, en aquest treball es consideraran només dos tipus de dies a l'hora de construir la distribució de probabilitats del preu, laborables i festius, englobant en aquest últim diferents tipus de dies (dissabte, diumenge, festius entre setmana, festius en divendres, ...) que en una implementació per a l'explotació industrial dels models definits necessitarien un tractament independent.

La implementació del model en el llenguatge AMPL permet incloure tants tipus de dies com l'usuari consideri necessaris.

### **2.2.3 Construcció de la distribució**

S'ha conclòs a l'apartat anterior que són necessàries distribucions de probabilitat del preu horari per cada mes i dins d'aquests per, com a mínim, dos tipus de dia, laborable i festiu. El següent pas és construir aquestes distribucions de probabilitat pel preu, en aquest cas distribucions discretes.

Com l'objectiu és una distribució de probabilitat discreta, és necessari categoritzar la variable preu, ja que aquesta és una variable continua. Per tal de fer-ho, després

d'estudiar diferents mètodes, es decideix construir una nova variable que arrodoneix a la unitat més propera.

Aquest arrodoniment provoca que al ser el preu una variable positiva, la categoria del zero queda amb la meitat de pes de probabilitat, ja que només les observacions existents entre 0 i 0.5 s'arrodoniran a 0, mentre a que qualsevol altre valor  $u$  s'arrodoneixen els valors entre  $(u-0.5)$  i  $(u+0.5)$ . Al cas en estudi no suposa un problema ja que aquesta categoria és gairebé inexistent, només representa un 0'4% dels preus registrats (des de 1 de gener de 1998).

Existeix una component dins l'aleatorietat del preu que no es pot predir ni ajustar mitjançant una distribució de probabilitat ja que es deguda a factors totalment imprevisibles, com pot ser la necessitat d'una companyia d'oferir una gran quantitat d'energia a molt baix preu, o l'interès de pujar tots els preus en una hora determinada per aconseguir un cert efecte econòmic. Si s'inclouen aquestes dades a l'estudi es perd potència a l'hora d'ajustar o predir les que tenen un comportament més estable, per tant s'ha decidit treballar en règim estacionari, és a dir, es depuren les dades eliminant els outliers o dades atípiques<sup>2</sup>.

Un cop es disposa de les dades depurades, la taula de freqüències de la variable preu categoritzada el mes anterior al mes que es vol optimitzar (mes  $m-1$ ), una hora i un tipus de dia fixats, serà la funció de distribució usada per la mateixa hora i tipus de dia el mes  $m$ .

En resum, els passos a seguir per estimar la funció de distribució del mes  $m$  són:

- Obtenir les dades corresponents al mes  $m-1$ .
- Depurar les dades dins de cada tipus de dia i hora.
- Construir la taula de freqüències de la variable preu recodificada per cada hora i tipus de dia. Aquesta serà la funció de distribució cercada.

#### **2.2.4 Avaluació del mètode**

Les dades utilitzades són retrospectives, el que permet avaluar el mètode de construcció de la distribució de probabilitat. Per fer-ho es duen a terme tests d'homogeneïtat entre la mostra que ens permet construir la funció de probabilitats, mes  $m-1$ , i la mostra observada el mes  $m$ .

---

<sup>2</sup> Outlier: valor superior a 1.5 vegades la distància intercuartils a partir del primer o tercer quartil



Per tant, s'estimen les observacions esperades el mes  $m$  suposant certa la distribució de probabilitat construïda a partir del mes  $m-1$  i es comparen amb les observades. Per fer la prova d'hipòtesis corresponent es construeix el següent estadístic:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\text{Observades}_i - \text{Esperades}_i)^2}{\text{Esperades}_i} \sim \chi_{k-1}^2 \quad (2.1)$$

## 2.3 Distribucions de probabilitat per l'any 2003

Per mostrar el funcionament del mètode descrit es construeix pas a pas la funció de distribució de probabilitat pels dies laborables del mes de març de 2003 a partir de febrer de 2003. La construcció de qualsevol altre distribució de probabilitat seguirà la mateixa estructura, a l'annex I es presenten les funcions de probabilitat corresponents als laborables de tots els mesos de l'any 2003.

### 2.3.1 Distribució de probabilitat pel Març de 2003

L'anàlisi de resultat és basarà, entre d'altres, en el mesos de març. Com s'ha observat són necessàries diferents distribucions de probabilitat per segons quins tipus de dia, s'ha escollit aquest mes per no presentar altres tipus de dies a part de laborables i cap de setmana, de forma que les estimacions siguin més adequades.

#### 2.3.1.1 Laborables març 2003

Per construir la distribució de probabilitat del març de 2003 es treballa a partir de febrer del 2003. Per tant, es seleccionen els registres corresponents a dies laborables de febrer del 2003, en total es disposen de 480 registres.

El primer pas es depurar les dades, per això es construeix el diagrama de caixa per cada hora dels dies laborables (figura 2.12.a i 2.12.b) i es procedeix a l'eliminació de tots els registres que apareixen marcats com outliers o dades extremes. En total s'observen 13 dades atípiques (taula 2.1), per tant es treballarà amb un total de 467 registres. Aquestes dades no corresponen, com podria esperar-se, a un consum atípic, sinó que són preus extrems causats per altres factors, com poden ser interessos de les companyies generadores que tenen capacitat per alterar el preu de mercat segons la seva producció.

Dia setmana	Dia mes	Hora	Tipus
dilluns	3	4	outlier
dimecres	12	20	outlier
dilluns	17	8	outlier
dimarts	18	5	outlier
		6	outlier
dimecres	19	3	extrem
		4	outlier
		5	outlier
		6	outlier
dijous	20	3	extrem
		4	outlier
dijous	27	20	outlier
divendres	28	20	outlier

Taula 2.1: Dades atípiques laborables febrer 2003

El conjunt de dades ha estat depurat es construeix la taula de freqüències, en tant per u, per cada hora (taula 2.2) del mes de febrer.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,00	
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,17	0,22	0,00	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,05	0,05	0,05	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05
2	0,65	0,85	1,00	1,00	0,83	0,78	1,00	0,58	0,50	0,40	0,15	0,25	0,25	0,45	0,50	0,55	0,55	0,55	0,50	0,00	0,15	0,40	0,55	0,40	
3	0,35	0,15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,42	0,15	0,25	0,35	0,25	0,35	0,25	0,10	0,10	0,10	0,10	0,15	0,06	0,15	0,15	0,15	0,25	
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,25	0,20	0,25	0,25	0,20	0,20	0,30	0,30	0,30	0,20	0,20	0,41	0,35	0,25	0,25	0,30	
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,15	0,25	0,25	0,20	0,10	0,00	0,00	0,00	0,10	0,10	0,53	0,35	0,20	0,00	0,00	

Taula 2.2: Distribució de probabilitat per a cada hora dels dies laborables de març del 2003

A cada columna de la taula 2.2 es representa la distribució de probabilitat per cada hora d'un dia laborable del mes de març de 2003 i aquesta és la funció de distribució de probabilitats discreta que inclourem al model (1.27-1.28).

Es pot observar que el preu oscil·la durant tot un dia laborable entre els 0 i els 5 c€/kWh, i que hi ha algunes hores en les que la variabilitat del preu es molt baixa, fins a arribar, en alguns casos, a concentrar-se tota la probabilitat en una única categoria.

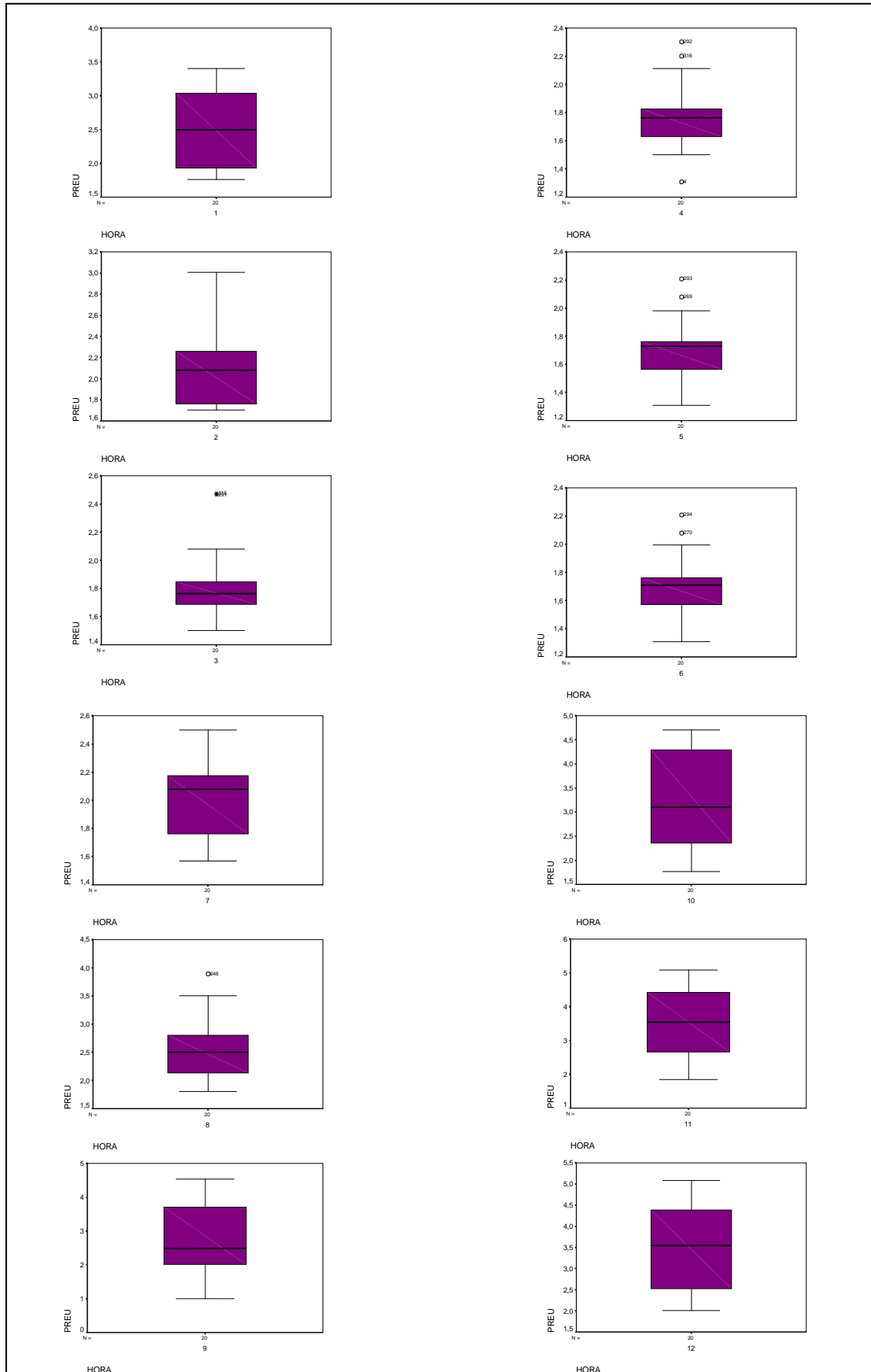


Figura 2.12.a: Box plot del preu final segons hora del dia (hora 1 – hora 12)

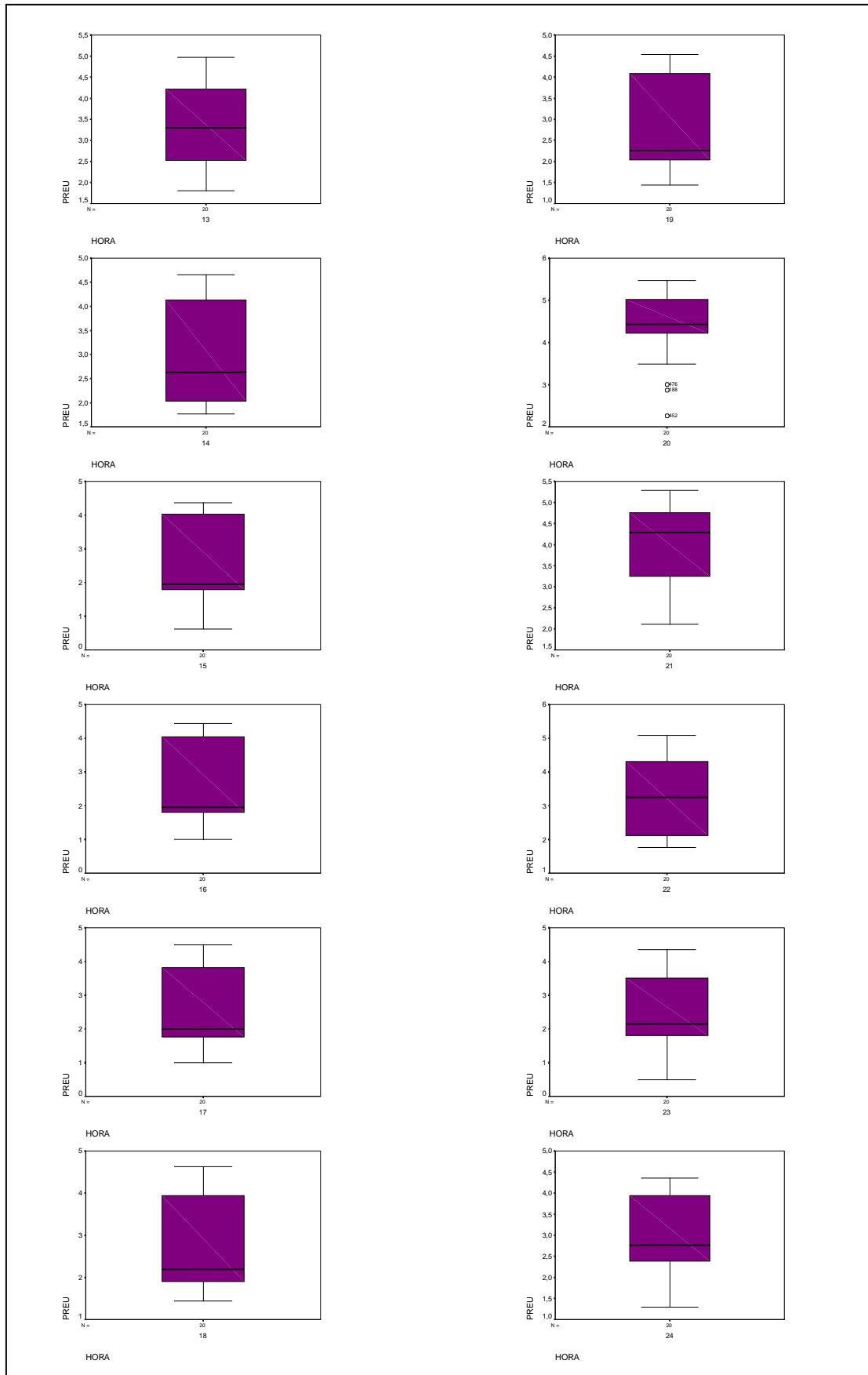


Figura 2.12.b: Box plot del preu final segons hora del dia (hora 13 – hora 24)

Com s'ha indicat per tal d'avaluar l'adequació del mètode s'efectua el test de  $\chi^2$  entre la funció de probabilitat i la mostra observada a posteriori. A la taula 2.3 es presenten els resultats obtinguts per cada hora.

Hora	X <sup>2</sup>	p-valor	Hora	X <sup>2</sup>	p-valor
1	5.49	0.36	13	3.02	0.70
2	1.57	0.91	14	4.81	0.44
3	0.00	1.00	15	9.07	0.11
4	0.00	1.00	16	9.53	0.09
5	3.28	0.66	17	5.32	0.38
6	4.51	0.48	18	6.61	0.25
7	0.00	1.00	19	12.48	0.03
8	1.97	0.85	20	86.32	0.00
9	10.43	0.06	21	9.81	0.08
10	3.78	0.58	22	21.48	0.00
11	12.48	0.03	23	8.50	0.13
12	4.40	0.49	24	3.43	0.63

Taula 2.3: Test per comprovar la validesa, març 2003

Un p-valor superior a 0.05 indica que no hi ha evidències per rebutjar la hipòtesi nul·la, és a dir, la validesa de la funció de probabilitat construïda per ajustar la mostra observada. Malgrat haver quatre p-valors que indiquen que es rebutja aquesta hipòtesi, aquest nombre no és suficient per rebutjar el mètode per tot el mes ja que a la resta de hores no es disposen d'evidències per rebutjar-la. Per tant podem afirmar que aplicar aquest mètode per estimar la funció de probabilitat del mes de març del 2003 a partir del mes de febrer del 2003 ens proporciona resultats satisfactoris.

**2.3.1.2 Festius març 2003**

Per tal de dur a terme una optimització a curt termini amb els models definits (1.27-1.28) caldran les distribucions de probabilitat dels dies festius.

Es segueix el procediment descrit, en aquest cas es disposen de 192 dades de les quals 5 són valors atípics o extrems, pel que es treballa amb 187 registres.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,25	0,38	0,63	0,50	0,25	0,25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,25	0,38	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,50	0,86	1,00	1,00	0,88	0,75	0,63	0,38	0,50	0,75	0,75	0,63	0,88	1,00	1,00	0,88	0,75	0,63	1,00	0,71	0,13	0,13	0,50	0,50
3	0,38	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,38	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,29	0,63	0,38	0,50	0,50
4	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,25	0,50	0,00	0,00

Taula 2.4: Distribució de probabilitat per als dies festius de març del 2003

**2.3.2 Distribució de probabilitat per juliol de 2003**

Com s'ha vist la distribució del preu està associada amb el consum, i aquest amb la climatologia, de forma que els mesos més càlids tenen un preu més alt.

Per tal de implementar posteriorment els models d'optimització per les dos tendències es construeix a continuació la distribució de preus dels dies laborables i festius de juliol de 2003 a partir de les dades de juny de 2003.

**2.3.2.1 Laborables Juliol 2003**

Es disposa de 504 registres corresponents a les hores de juny de 2003, de les quals 16 són dades atípiques o extremes, pel que finalment la distribució de probabilitat (taula 2.5) es construeix a partir de 488 observacions.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
2	0,00	0,29	0,57	0,86	1,00	0,76	0,48	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05
3	0,33	0,52	0,43	0,14	0,00	0,24	0,48	0,43	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,05	0,00	0,20
4	0,67	0,19	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,43	0,43	0,45	0,30	0,25	0,15	0,20	0,35	0,32	0,30	0,15	0,20	0,42	0,52	0,48	0,48	0,70
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,29	0,55	0,65	0,65	0,75	0,75	0,60	0,68	0,65	0,70	0,75	0,58	0,43	0,48	0,52	0,05
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,10	0,10	0,05	0,05	0,00	0,05	0,15	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Taula 2.5: Distribució de probabilitat per als dies laborables de setembre del 2003

**2.3.2.2 Festius Juliol 2003**

Es disposa de 216 registres corresponents a les hores de juny de 2003, de les quals 29 són dades atípiques o extremes, pel que finalment la distribució de probabilitat (taula 2.6) es construeix a partir de 187 observacions.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
2	0,00	0,00	0,50	0,44	0,78	0,78	1,00	1,00	0,67	0,44	0,33	0,11	0,00	0,00	0,00	0,00	0,33	0,33	0,22	0,22	0,11	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,56	0,50	0,44	0,22	0,22	0,00	0,00	0,22	0,22	0,22	0,33	0,33	0,33	0,33	0,44	0,11	0,22	0,44	0,44	0,56	0,22	0,00	0,11
4	0,89	0,44	0,00	0,11	0,00	0,00	0,00	0,00	0,11	0,33	0,33	0,44	0,44	0,44	0,56	0,56	0,56	0,44	0,33	0,33	0,33	0,67	0,33	0,89
5	0,11	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,11	0,11	0,22	0,22	0,11	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,11	0,67	0,00

Taula 2.6: Distribució de probabilitat per als dies festius de juliol del 2003

## 2.4 Consideracions sobre el mètode

Com es pot observar a la figura 2.9 existeixen mesos amb coeficients d'estacionalitat molt distants, corresponents a un canvi de tendència. Aquests canvis de tendència no són sempre de la mateixa magnitud ni es donen en el mateix moment de l'any pel que s'haurà d'estudiar cas per cas la adequació del mètode.

Com s'ha comentat, ha sorgit la possibilitat d'estimar la distribució de probabilitats a partir de la mateixa hora el mateix dia de la setmana anterior. Aquesta aproximació possiblement reduiria la diferència entre la distribució estimada i la observada, ja que la diferència de tendència entre dos setmanes consecutives és molt inferior a la que pot existir entre dos mesos consecutius.

També cal comentar que les matrius de probabilitat estimades a l'annex I no són les que s'haurien d'utilitzar en cas de fer una implementació per ús industrial ja que no s'han tingut en compte els tipus de dies existents en determinats mesos, com la Setmana Santa o el Nadal, això fa que les estimacions pels dies laborables siguin menys precises. Els mesos utilitzats en l'anàlisi de resultat només presenten dies laborables i caps de setmana.

Malgrat aquestes consideracions, l'impacte d'aquests punts febles als resultats obtinguts pel model d'optimització són limitats donat, entre altres factors, a la baixa variabilitat dels preus dins d'un mateix interval.

# CAPÍTOL 3

## Anàlisi dels costos

Els models d'optimització definits (1.27, 1.28) requereixen les dades dels costos de producció d'energia elèctrica. Aquests depenen de les característiques tècniques de les unitats tèrmiques. L'origen de les dades que apareixen en aquest capítol és divers, algunes d'elles han estat proporcionats directament per la empresa productora (Electra de Viesgo), i d'altres s'han estimat a partir de certes dades públiques. A continuació es presenten aquestes dades i el seu origen.

### 3.1 Costos comuns per ambdós models

Les dues unitats tèrmiques que es consideren en aquest treball pertanyen al grup de unitats de carbó ja que el seu combustible és carbó nacional [16]. El fet de pertànyer al grup de carbó les fa similars entre elles, però s'han de tenir en compte que existeixen altres factors diferencials com l'antiguitat de les instal·lacions, la qualitat del combustible, singularitats de la unitat,.... Per altra banda, existeix una classificació en funció de la potència dins del grup de unitats tèrmiques de carbó; la central Puente Nuevo pertany a la família 3 i la central Cercs a la família 7.

Els costos comuns per ambdós models són:

- $C_{off}$ : cost d'aturada central (c€)
- $C_{on}$ : cost d'engegada central (c€)



Aquests costos (taula 3.1) han estat proporcionats per la empresa productora.

Unitat	$C_{off}$	$C_{on}$
Cercs	750.000	750.000
Puente Nuevo	1.250.000	1.250.000

Taula 3.1: Costos d'aturada i engegada en c€

Un altre paràmetre important és el temps mínim que la central ha d'estar engegada o apagada des de l'últim canvi d'estat. Aquestes dades han estat extretes de [6]. Per ambdues tèrmiques  $\min_{on} = \min_{off} = 4$  hores.

### 3.2 Costos model lineal

Per tal de definir un model lineal per a la producció energètica (1.27) es necessari estimar el cost bàsic, independent de la producció, i el cost lineal. Aquests costos han estat estimats a partir de la representació gràfica de la corba de consum específic net [16] (annex II).

Originalment el consum específic net venia expressat en tèrmies/MWh, per tal d'expressar totes les dades en les mateixes unitats de mesura és necessari transformar-lo en c€/MWh. Segons les dades proporcionades per la empresa productora el cost de cada tèrmia és d'1 c€

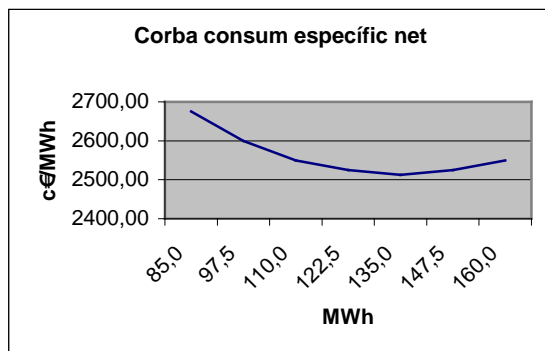


Figura 3.1: Corba consum específic Central Cercs

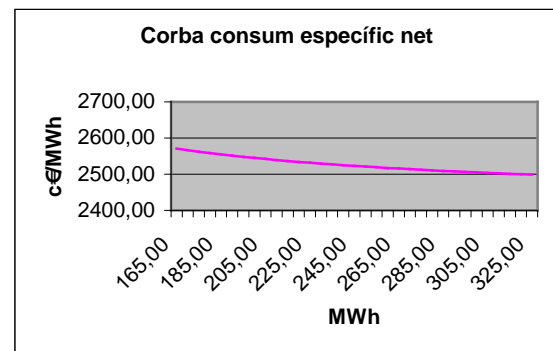


Figura 3.2: Corba consum específic Central Puente Nuevo

Les corbes de consum específic net estan construïdes situant a l'eix d'ordenades el cost en funció de la producció, c€/MWh, i a l'eix de abscisses la producció, MWh. Per a estimar els costos necessaris pels models d'optimització és més adient construir les corbes de cost per unitat produïda. És a dir, l'eix d'ordenades expressat com el cost

total, en c€, i l'eix d'abscisses les unitats produïdes, MWh. El resultat d'aquesta transformació és representa a les figures 3.3 i 3.4.

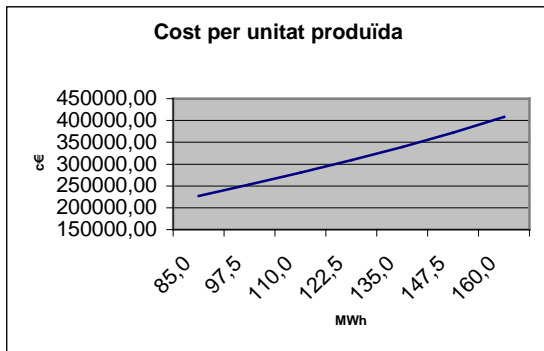


Figura 3.3: Corba cost total Central Cercs

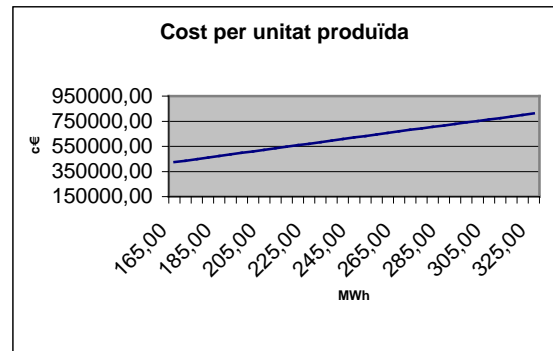


Figura 3.4: Corba cost total Central Puente Nuevo

Per tal d'obtenir els paràmetres necessaris s'estima el cost de produir les potències mínima (P\_min) i màxima (P\_max) associades a les energies mínima i màxima de la corba de consum específic i s'ajusta una recta entre aquests dos punts. Cal remarcar que aquestes potència màxima i mínima no corresponen a les característiques tècniques de les centrals tèrmiques sinó que son el valor mínim i màxim de l'eix d'abscisses dels gràfics originals (annex II). Els resultats són els expressats a la taula 3.2. Com es pot observar, són similars per ambdues centrals, malgrat les diferents corbes de consum específic.

Unitat	P_min	Cost P_min	P_max	Cost P_max	Cost bàsic	Cost lineal
Cercs	85	227375	160	408000	2408,3333	22666,6667
Puente Nuevo	160	412000	324	809676	2424,8537	24023,4146

Taula 3.2: Costos bàsic i lineal

### 3.3 Costos model lineal per trams

Per tal d'aproximar més la funció objectiu del model d'optimització a la realitat s'ajusta, seguint la proposta de [2], la corba del cost total (figura 3.3 i 3.4) mitjançant una funció lineal per trams per a la funció de costos (1.28).

El procediment dut a terme per ajustar una funció lineal per trams consisteix a determinar el nombre de rectes que millor ajusten la corba i definir els punts que les delimiten, posteriorment s'uneix cada parell de punts consecutius per una recta. Pel que al interpolar n punts s'obtenen n-1 equacions de recta. Els coeficients de la recta

$y = mx+n$  que passa a través dels punts  $(x_0, y_0)$ ,  $(x_1, y_1)$  s'obté a partir de les expressions:

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \quad (3.1)$$

$$n = y_1 - \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} x_1 \quad (3.2)$$

Com s'ha indicat, les dades han estat extretes de la representació gràfica de la corba de consum específic (annex II), i, per tant, el nombre de punts que es poden definir amb una certa precisió és limitat. S'han interpolat rectes entre tots els parells de punts possibles i finalment, s'han considerat les que tenien pendents significativament diferents, sis en el cas de la central Cercs i tres en el cas de la central Puente Nuevo.

### 3.3.1 Central Cercs

Per ajustar de forma lineal per trams la corba del cost de producció de la unitat tèrmica Cercs són necessàries sis rectes. Els resultats de l'ajust per aquestes són els expressats a la taula 3.3, on  $((x_0, y_0), (x_1, y_1)) = ((p_0, \text{cost}_0), (p_1, \text{cost}_1))$  i  $m$  i  $n$  són la pendent i el punt de tall amb l'eix d'ordenades.

$p_0$	$p_1$	$\text{cost}_0$	$\text{cost}_1$	$m$	$n$
85	98	227375,00	253500,00	2090,0000	49725,0000
98	110	253500,00	280500,00	2160,0000	42900,0000
110	123	280500,00	309312,50	2305,0000	26950,0000
123	135	309312,50	339187,50	2390,0000	16537,5000
135	148	339187,50	372437,50	2660,0000	-19912,5000
148	160	372437,50	408000,00	2845,0000	-47200,0000

Taula 3.3: Paràmetres de la funció lineal per trams central Cercs

A la figura 3.5 es pot veure la diferència entre la corba ajustada linealment i la corba lineal per trams, aquesta última té un cert comportament quadràtic que s'aproxima més, en principi, al comportament real.

### 3.3.2 Central Puente Nuevo

En el cas de la central Puente Nuevo, per ajustar de forma lineal per trams la corba del cost de producció són necessàries tres rectes. Els resultats de l'ajust per aquestes són els expressats a la taula 3.4, on  $((x_0, y_0), (x_1, y_1)) = ((p_0, \text{cost}_0), (p_1, \text{cost}_1))$  i  $m$  i  $n$  són la pendent i el punt de tall amb l'eix d'ordenades.

$P_0$	$p_1$	$cost_0$	$cost_1$	$m$	$n$
160	270	412000,00	681750,00	2452,2727	19636,3636
270	310	681750,00	775000,00	2331,2500	52312,5000
310	324	775000,00	809676,00	2476,8571	7174,2857

Taula 3.4: Paràmetres de la funció lineal per trams central Puente Nuevo

A la figura 3.6 es pot veure que en aquest cas la diferència entre la corba ajustada linealment i la corba lineal per trams és gairebé inexistent.

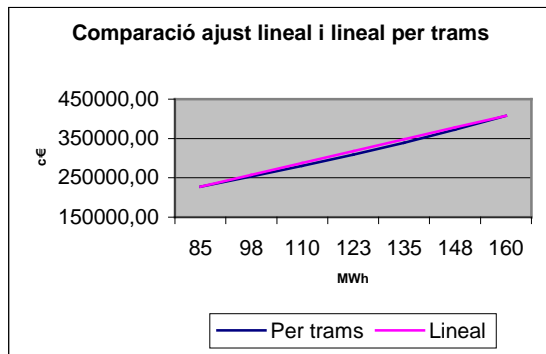


Figura 3.5: Comparació corba lineal i lineal per trams Central Cercs

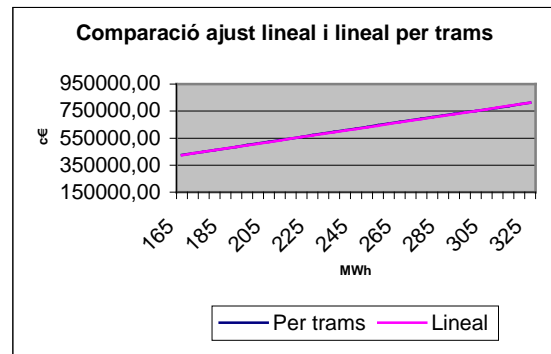


Figura 3.6: Comparació corba lineal i lineal per trams Central Puente Nuevo

# CAPÍTOL 4

## Implementació en AMPL

En aquest capítol es presenta la implementació en llenguatge AMPL dels dos models definits (1.27, 1.28) per a per al problema del període òptim d'oferta d'una central tèrmica. Per resoldre aquests problemes amb el llenguatge de modelització AMPL s'utilitzaran tres tipus de fitxers:

- `.mod`: conté la definició de les variables, els paràmetres, la funció objectiu i les constriccions del problema.
- `.dat`: conté els valors de les variables, els paràmetres i els conjunts de dades.
- `.run`: conté indicats el fitxer de model i fitxer de dades a resoldre, l'optimitzador utilitzat i les opcions d'aquest.

Els fitxers necessaris per al càlcul del valor de la solució estocàstica es troben a l'annex IV.

### 4.1 Introducció al llenguatge AMPL

AMPL (Algebraic Modeling Programming Language) és un llenguatge de programació algebraica per a problemes d'optimització lineal i no lineal per a variables discretes i contínues [9]. Aquest tipus de llenguatge té característiques que el diferencien dels llenguatges algorísmics habituals, facilitant la definició i resolució de models d'optimització, entre elles:

- Ampli suport per als conjunts de dades i els seus operadors. Els models poden usar col·leccions de conjunts de dades indexades entre elles.
- Sintaxi general i natural per a les expressions aritmètiques, lògiques i condicionals.
- Separació del model i de la informació, amb les següents avantatges:
  - Declaració del model concisa i comprensible.
  - La independència entre el model i les dades fa que un canvi en un no afecti l'altre.
  - Es pot executar un model per tants conjunts de dades com interressi i aplicar tants models a un mateix conjunt de dades com sigui necessari.
- Sistema de comandes interactives per compondre i resoldre problemes de programació matemàtica
- En particular, per aquest treball, és especialment útil la fàcil definició de funcions lineals per trams o *piecewise*.

Aquest llenguatge té a la seva disposició diferents optimitzadors, en aquest projecte s'utilitza CPLEX que és l'eina definida per resoldre problemes de programació lineal mixta. Aquest optimitzador pot resoldre tant problemes amb variables contínues com binàries. Per resoldre problemes mixtes, com són els definits en aquest treball, utilitza l'algorisme del Branch and Bound.

## 4.2 Fitxer .mod

Els fitxers d'implementació dels models definits (1.27, 1.28) són molt similars. A continuació es presenten les seves parts, diferenciant entre ells quan és necessari.

### 4.2.1 Paràmetres

El primer paràmetre definit és el conjunt de dades ordenat corresponent als intervals, en primer lloc el nombre d'intervals i a continuació la construcció del conjunt o *set*.

```
param I >0 integer;
set Interv := 1..I ordered;
```

Seguidament, es defineixen les constants generals del model. En primer lloc l'estat de la tèrmica l'interval anterior a l'inici de l'optimització, *stat*. El valor d'aquest paràmetre són les hores des de l'últim canvi d'estat i el signe indica l'estat en el que es troba (negatiu: apagada, positiu: engegada).

Es defineixen també els paràmetres referents als costos d'engegada i apagada de la unitat tèrmica, *coston*, *costoff*, el temps mínim en intervals que la unitat ha de romandre en el mateix estat, *ton*, *toff*. Aquests quatre paràmetres han de ser positius i enters. Per últim, es defineix la potència mínima i màxima fixades per les característiques tècniques de la unitat, *pmin*, *pmax*, han de ser positives o zero.

```
param stat ;
param Coston ;
param Costoff ;
param Ton >0 integer;
param Toff >0 integer;
param Pmin >=0;
param Pmax >=0;
```

Cada interval, que s'ha fixat en una hora de duració, pot pertànyer a un tipus de dia. Com s'ha indicat, en aquest treball només es consideren dos tipus de dies, laborables i festius, per tant aquest paràmetre, *Tipus*, s'ha definit com binari. Indicant la opció *integer* en comptes de *binary* es podran incloure tots els tipus de dies que siguin necessaris. *Tipus* = 0 indica dia laborable i *Tipus* = 1 festiu.

El preu final, un cop fixat un mes, un tipus de dia i una hora, presenta poca variabilitat, pel que les matrius de probabilitat construïdes al capítol 2 són molt esparses. Introduir totes aquestes dades al model implicaria la definició d'un gran nombre de variables de les que coneixem el valor sense haver de resoldre el problema. Per això es defineix el paràmetre *Nesc* que indica el nombre d'escenaris per interval, és a dir, el nombre de categories de la variable preu que tenen una probabilitat diferent de zero. Es definirà una variable de segona etapa per cadascun d'aquests escenaris, amb el valor de preu i probabilitat corresponent.

Per últim, *PreuL* i *PreuF* corresponen a la matriu de preus i *ProbL* i *ProbF* a la probabilitat de cada preu, per cada interval i escenari, definides per als dies festius i laborables respectivament.

```
param Tipus {Interv} binary ;
param Nesc {Interv} integer ;
```

```

param PreuL {i in Interv, 1..Nesc[i]: Tipus[i]=0} ;
param ProbL {i in Interv, 1..Nesc[i]: Tipus[i]=0} ;
param PreuF {i in Interv, 1..Nesc[i]: Tipus[i]=1} ;
param ProbF {i in Interv, 1..Nesc[i]: Tipus[i]=1} ;

```

#### 4.2.1.1 Paràmetres específics del model lineal

Com s'indica a la formulació (1.27) per tal de definir la funció de costos del model lineal són necessaris dos paràmetres, el cost base,  $cb$ , i el cost lineal,  $cl$ .

```

param Cb;
param Cl;

```

#### 4.2.1.2 Paràmetres específics del model lineal per trams

Per construir una funció lineal per trams en AMPL [9] són necessaris els paràmetres que indiquen els punts de tall de la funció, *limit*, i la pendent, *rate*, associada a ells, de la forma:

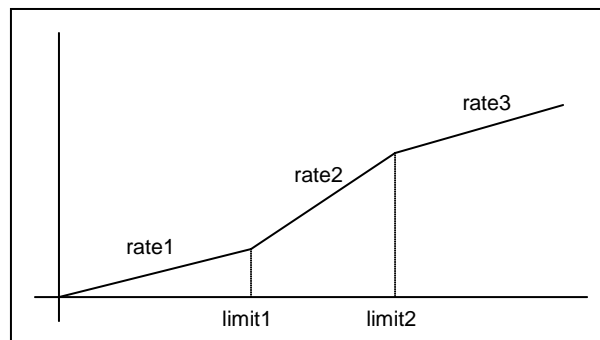


Figura 4.1: Funció lineal per trams amb tres pendents

Per formular aquesta funció mitjançant programació lineal mixta AMPL introduirà una sèrie de variables contínues,  $\gamma_k$   $k=1,\dots,4$ , i binàries,  $\delta_j$   $j = 1,\dots,3$ , per tal de representar la funció mitjançant una sèrie de constriccions [17].

L'estructura del llenguatge AMPL per interpretar una funció lineal per trams suposa que la primera recta ajustada passa pel punt  $[0,0]$ . Aquest no és el cas de les funcions amb les que es treballa a aquest estudi, per tant s'ha d'incloure el paràmetre  $b_0$  que indica el punt de tall de la primera recta amb l'eix d'ordenades.

Com s'ha descrit al capítol anterior, la unitat tèrmica Cercs presenta una funció de cost lineal per trams amb sis pendents diferents, mentre que la unitat tèrmica Puente Nuevo requereix únicament tres. Els paràmetres específics del model lineal per trams són els definits a continuació.



- Tèrmica Cercs:

```

param limit1 >= Pmin;
param limit2 >= limit1;
param limit3 >= limit2;
param limit4 >= limit3;
param limit5 <= Pmax;
param rate1;
param rate2;
param rate3;
param rate4;
param rate5;
param rate6;
param b0;

```

- Tèrmica Puente Nuevo:

```

param limit1 >= Pmin;
param limit2 <= Pmax;
param rate1;
param rate2;
param rate3;
param b0;

```

#### 4.2.2 Variables

Com s'ha definit al model (1.8-1.10) intervenen quatre grups de variables, les tres corresponents a la primera etapa del problema estocàstic i la corresponent a la segona etapa. De les primeres,  $a$ ,  $e$  i  $u$ , són binàries i hi ha una per cada interval, indiquen si la unitat s'apaga o s'encén a l'interval  $i$ , i l'estat en el que està a aquest interval respectivament. La corresponent a la segona etapa és  $p$ , indica la producció per cada interval i escenari.

```

var a {Interv} binary;
var e {Interv} binary;
var u {Interv} binary;
var p {i in Interv,1..Nesc[i]} ;

```

### 4.2.3 Funció objectiu

S'han definit dos models diferents amb la seva respectiva funció objectiu (1.23, 1.26), a continuació es mostra la seva implementació en AMPL.

#### 4.2.3.1 Model lineal

La funció objectiu del problema (1.23) que minimitza els costos de producció, consta de dos parts. Per una banda, la minimització de la funció determinista que proporcionarà el període òptim d'oferta de la central,  $i$ , per altra banda, la minimització en esperança dels costos de segona etapa, corresponents a la producció òptima segons l'escenari futur.

El preu es troba multiplicat per 1000 per passar de  $\text{c€/kWh}$  a  $\text{c€/MWh}$ .

```

minimize cost:
  (sum {i in Interv}
    (Coston*e[i] + Costoff*a[i] + Cb*u[i]))
  + (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]: Tipus[i]=0}
    (ProbL[i,s]*(Cl*p[i,s]-PreuL[i,s]*1000*p[i,s]))
  + (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]: Tipus[i]=1}
    (ProbF[i,s]*(Cl*p[i,s]-PreuF[i,s]*1000*p[i,s])));

```

#### 4.2.3.2 Model lineal per trams

La funció objectiu del problema (1.26) presenta una formulació similar a l'anterior amb la funció de costos implementada segons l'estructura del llenguatge AMPL:

```
<<punts de tall ; pendents >> variables
```

En aquest cas, la funció objectiu és diferent per cada unitat tèrmica ja que tenen diferent nombre de trams definint la funció objectiu.

- Tèrmica Cercs:

```

minimize cost:
(sum {i in Interv} (Coston*e[i] + Costoff*a[i]+ b0*u[i]))
- (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]:Tipus[i]=0}
  (ProbL[i,s]*1000*PreuL[i,s]*p[i,s]))
- (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]:Tipus[i]=1}
  (ProbF[i,s]*1000*PreuF[i,s]*p[i,s]))
+ (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]:Tipus[i]=0}
  (ProbL[i,s]*
  <<limit1,limit2,limit3,limit4,limit5;rate1,rate2
  ,rate3,rate4,rate5,rate6>>p[i,s]))
+ (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]:Tipus[i]=1}
  (ProbF[i,s]*
  <<limit1,limit2,limit3,limit4,limit5;rate1,rate2
  ,rate3,rate4,rate5,rate6>>p[i,s]));

```

- Tèrmica Puente Nuevo:

```

minimize cost:
(sum {i in Interv} (Coston*e[i] + Costoff*a[i] + b0*u[i]))
- (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]:Tipus[i]=0}
  (ProbL[i,s]*1000*PreuL[i,s]*p[i,s]))
- (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]:Tipus[i]=1}
  (ProbF[i,s]*1000*PreuF[i,s]*p[i,s]))
+ (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]:Tipus[i]=0}
  (ProbL[i,s]*
  <<limit1,limit2;rate1,rate2,rate3>>p[i,s]))
+ (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]:Tipus[i]=1}
  (ProbF[i,s]*
  <<limit1,limit2;rate1,rate2,rate3>>p[i,s]));

```

#### 4.2.4 Constriccions

Per últim es defineixen les constriccions del problema. En primer lloc les que relacionen les variables binàries,  $a$ ,  $e$  i  $u$ . La constricció  $c1$  correspon a (1.15),  $c2$  a (1.16),  $c3$  i  $c3a$  a (1.13) i  $c4$  i  $c4a$  a (1.14).

```

subject to c1 {i in Interv}:
    a[i]+e[i]<=1;
subject to c2 {i in Interv}:
    (if i<>first(Interv) then (u[i]-u[i-1]-e[i]+a[i])
    else if stat<0 then u[i]-0-e[i]+a[i]
    else u[i]-1-e[i]+a[i])=0;
subject to c3 {i in Interv}:
    e[i]+(sum {t in i..min(i+Ton,I)} a[t])<=1;
subject to c3a {i in 1..max(0,(stat/abs(stat))*
    (Ton-stat))}:    a[i]=0;
subject to c4 {i in Interv}:
    a[i]+(sum {t in i..min(i+Toff,I)} e[t])<=1;
subject to c4a{i in 1..max(0,(-stat/abs(stat))*
    (Toff+stat))}:    e[i]=0;

```

Finalment, les constriccions que controlen les fites de producció (1.17-1.18):

```

subject to c5 {i in Interv, s in 1..Nesc[i]}:
    p[i,s]- Pmax*u[i]<=0;
subject to c6 {i in Interv, s in 1..Nesc [i]}:
    p[i,s]-Pmin*u[i]>=0;

```

### 4.3 Fitxer .dat

Aquest arxiu contindrà tots els valors dels paràmetres necessaris per resoldre el problema. Per al funcionament correcte del programa han d'estar expressades en les següents unitats:

- coston i costoff: c€
- ton i toff: hores
- Pmin i Pmax: MW
- PreuL/PreuF: c€/kWh

- Probl/ProbF: real  $\in \{0,1\}$
- limit1,..., limit5: MW
- b0: c€

Les dades utilitzades en les execucions han estat presentades en els capítols anteriors, a l'annex III es troben en el format requerit per AMPL.

## 4.4 Fitxer `.run`

Per tal de facilitar les múltiples execucions dels models es construeix un fitxer on s'indica el model a executar, el fitxer que conté les dades, les opcions del optimitzador i les variables que volem que ens guardi al fitxer de resultats. L'estructura és:

```
reset;
model model.mod;
data dades.dat;
options solver cplexamp;
options cplex_options 'mipgap = 1e-9'
solve;
display a > dades.res;
display e > dades.res;
display u > dades.res;
display p > dades.res;
close dades.res;
quit;
```

# CAPÍTOL 5

## Anàlisi dels resultats

L'últim pas a dur a terme per tal d'il·lustrar els mètodes desenvolupats en aquest projecte és l'aplicació del problema descrit a les dues unitats tèrmiques en estudi per tal d'obtenir el període òptim d'oferta.

Amb aquest objectiu s'implementa un conjunt de dades corresponent a 192 intervals, és a dir, una setmana més un dia per tal d'observar el diferent període òptim d'oferta depenent del tipus de dia.

Com s'ha vist al capítol 2, durant l'any 2003 hi ha diferents comportaments pel que fa a l'estructura dels preus. En general, durant els mesos més freds el preu i el consum és més baix, i durant els mesos més càlids ambdós pugen. Per això es faran dos anàlisis, un pel mes de març i un altre pel mes de juliol. Per tots aquests conjunts de dades es calcularà el valor de la solució estocàstica (1.6).

Per veure com pot funcionar el mètode descrit per a altres tipus de centrals, al final del capítol es modificaran algunes característiques de les unitats tèrmiques.

Per dur a terme tot aquest estudi es fixa el paràmetre *stat*, corresponent a l'estat de la unitat tèrmica abans d'iniciar el procés d'optimització, a  $-1$ , el que indica que porta una hora apagada.

## 5.1 Central tèrmica Cercs

### 5.1.1 Març 2003

Com s'ha indicat es procedeix a optimitzar el període d'oferta de la unitat tèrmica durant una setmana i un dia del mes de març de 2003. Els resultats representats a la figura 5.1 proporcionen l'assignació òptima, 0 indica que la tèrmica estarà apagada i 1 que estarà encesa. El valor de la funció objectiu pel model lineal és  $-6950248.374c\text{€}$  i pel model lineal per trams és  $-6761171.15c\text{€}$ .

Com es pot observar, la unitat s'obre el dilluns a les 8 del matí i es manté oberta durant tots els dies laborables de la setmana. Es tanca a les 2 del matí del dissabte i romandrà tancada fins, novament, el matí del dilluns.

S'observa una petita diferència entre els dos models implementats, el model lineal proporciona com a resultat òptim obrir la unitat a les 8 del matí mentre que el model lineal per trams conclou que el resultat òptim es tindrà obrint a les 9.

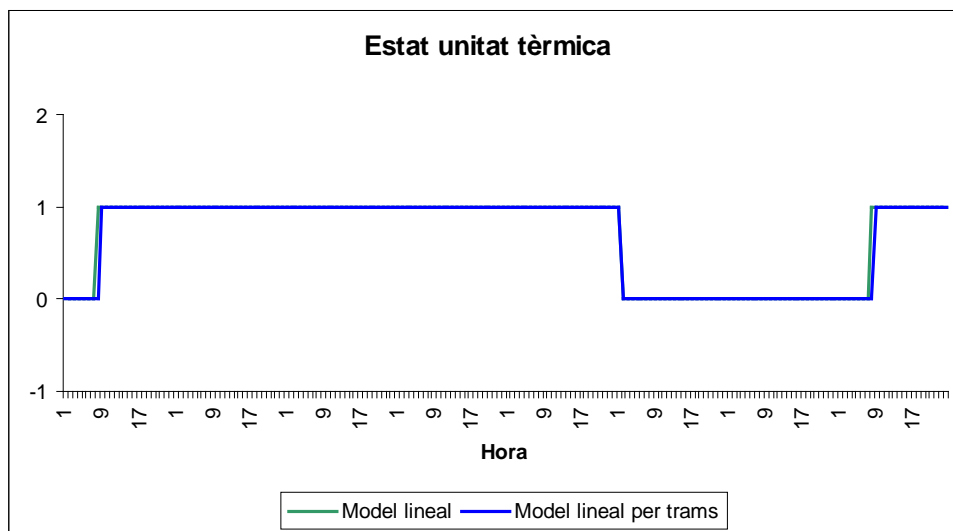


Figura 5.1: Període òptim d'oferta de l'unitat tèrmica Cercs, març 2003

A la taula 5.1 podem observar la solució per les variables de segona etapa segons el valor de la variable aleatòria preu. Estan descrits els resultats per un dia laborable diferent de dilluns. Els dilluns els valors són idèntics a partir de les 8/9 del matí, abans d'aquesta hora el valor és zero donat que no hi ha producció. Els dies festius la central roman tancada, pel que el valor d'aquestes variables és zero per tots els possibles escenaris.

Aquestes variables no proporcionen el valor òptim de la producció ja que es desconeix el futur valor del preu, per obtenir aquesta generació òptima s'hauria de definir un altre tipus de problema d'optimització.

Aquest resultat ens aporten informació sobre el que s'hauria de fer en el futur sota una certa realització de la variable aleatòria si hem fixat l'assignació de la figura 5.1 en el passat. Com es pot observar, quan el preu és superior a  $2c_{\text{€/kWh}}$ , interessaria produir al màxim permès per les característiques tècniques de la central, mentre que quan el preu està per sota d'aquest valor interessa produir al mínim possible.

Preu Hora	0	1	2	3	4	5
1			72	160		
2			72	160		
3			72			
4			72			
5		72	72			
6		72	72			
7			72			
8			72	160		
9		72	72	160	160	160
10			72	160	160	160
11			72	160	160	160
12			72	160	160	160
13			72	160	160	160
14			72	160	160	160
15		72	72	160	160	
16		72	72	160	160	
17		72	72	160	160	
18		72	72	160	160	160
19		72	72	160	160	160
20				160	160	160
21			72	160	160	160
22			72	160	160	160
23	72		72	160	160	
24		72	72	160	160	

Taula 5.1: Variables segona etapa (dies laborables)



A continuació es calcula el valor de la solució estocàstica (1.6) (taula 5.2). Al resoldre el problema del valor esperat (1.4) proporciona una solució òptima per les variables de primera etapa molt similar a l'obtinguda mitjançant el problema estocàstic amb el model lineal i idèntica a la obtinguda amb el model lineal per trams. Per tant, el valor de la funció objectiu del problema forçant aquesta solució, EEV (1.5), és molt similar o igual al valor obtingut originalment, RP (1.3).

Model	RP	EVV	VSS
Lineal	-6950248.374	-6949801.098	447.276
Lineal per trams	-6761171.798	-6761171.798	0

Taula 5.2: Valor solució estocàstica

### 5.1.2 Juliol 2003

Com s'ha observat al capítol 2, durant el mes de juliol els preus són, en mitjana, superiors a la resta de l'any, per tant, és d'esperar que el comportament de la unitat hagi de ser diferent ja que els beneficis esperats són majors.

El resultat del problema d'optimització per a la unitat de Cercs el mes de juliol de 2003 ens proporciona el període òptim d'oferta representat a la figura 5.2. El valor de la funció objectiu pel model lineal és -37783234.85c€ i pel model lineal per trams – 37626097.15c€.

Com es pot observar un cop s'obre la unitat tèrmica, a les 7 hores del matí del dilluns, no es torna a tancar. De fet, si el paràmetre *stat* es fixa a 1, la unitat roman oberta tots els intervals. En aquest cas no hi ha diferències entre els dos models.

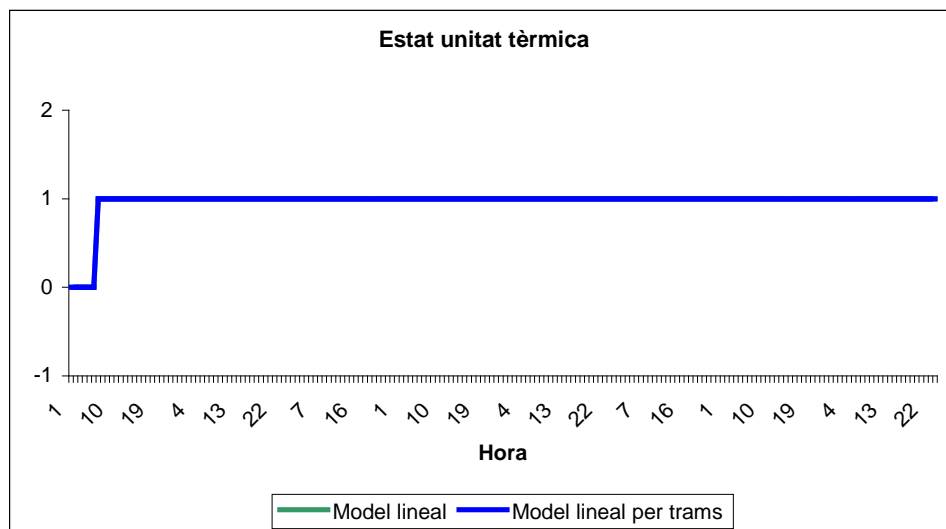


Figura 5.2: Període òptim d'oferta de l'unitat tèrmica Cercs, juliol 2003

Els resultats referents a les variables de segona etapa són equivalents als del mes de març. Quan el preu és inferior a  $2c\text{€/kWh}$  interessarà produir al mínim possible, mentre que en el moment que el preu supera aquest límit interessa produir a capacitat màxima. En aquest mes són molt pocs els escenaris en els que el preu sigui  $2c\text{€/kWh}$  o inferior, pel que gairebé per tots els escenaris i intervals les variables prenen el valor 160 MW.

Seguint la definició (1.6) es calcula el valor de la solució estocàstica. En aquest cas aquest valor és exactament zero ja que l'assignació obtinguda mitjançant el problema de programació estocàstica i mitjançant el problema determinista forçant la mitjana del preu és idèntica, i, per tant, també el valor de la seva funció objectiu.

Model	RP	EVV	VSS
Lineal	-37783234.85	-37783234.85	0
Lineal per trams	-37626097.15	-37626097.15	0

Taula 5.3: Valor solució estocàstica

## 5.2 Central tèrmica Puente Nuevo

Les característiques d'ambdues centrals són força similars, donat que pertanyen al mateix grup. Per tant, els resultats obtinguts presenten lleugeres diferències.

### 5.2.1 Març 2003

Es procedeix a optimitzar el període òptim d'oferta de la unitat tèrmica Puente Nuevo durant una setmana i un dia del mes de març de 2003. Els resultats representats a la figura 5.3 proporcionen l'assignació òptima segons el problema de programació estocàstica. El valor de la funció objectiu pel model lineal és  $-17598689.08\text{c€}$  i pel model lineal per trams és  $-17635202.9\text{c€}$ .

Com es pot observar, la unitat s'obre el dilluns a les 8 del matí i es manté oberta durant tots els dies laborables de la setmana. Es tanca a les 2 del matí del dissabte i romandrà tancada fins, en aquest cas, la nit del diumenge a les 21 hores. Novament, no hi ha diferències entre ambdós models.

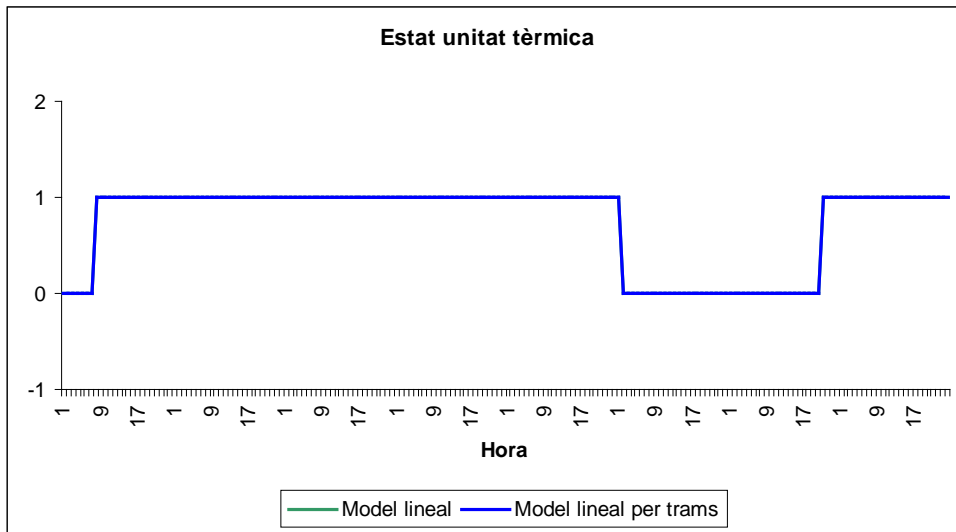


Figura 5.3: Període òptim d'oferta de l'unitat tèrmica Puente Nuevo, març 2003

A la taula 5.4 podem observar la solució per les variables de segona etapa segons el valor de la variable aleatòria preu. Novament, estan descrits els resultats per un dia laborable diferent de dilluns. Com es pot observar, els resultats són idèntics en quant al significat. Quan el preu és superior a 2c€/kWh, interessaria produir al màxim permès per les característiques tècniques de la central, mentre que quan el preu està per sota d'aquest valor interessa produir al mínim possible.

Preu Hora	0	1	2	3	4	5
1			137	324		
2			137	324		
3			137			
4			137			
5		137	137			
6		137	137			
7			137			
8			137	324		
9		137	137	324	324	324
10			137	324	324	324
11			137	324	324	324
12			137	324	324	324
13			137	324	324	324
14			137	324	324	324

15		137	137	324	324	
16		137	137	324	324	
17		137	137	324	324	
18		137	137	324	324	324
19		137	137	324	324	324
20				324	324	324
21			137	324	324	324
22			137	324	324	324
23	137		137	324	324	
24		137	137	324	324	

Taula 5.4: Variables segona etapa (dies laborables)

Seguint la definició (1.6) es calcula el valor de la solució estocàstica. Pel model lineal el valor de la solució estocàstica és diferent de zero ja que la solució del problema determinista forçant la mitjana del preu indica que la unitat tèrmica ha d'obrir el dilluns a les 8 hores, mentre que hem observat que en aquest cas és òptim obrir a les 21 hores del diumenge.

Per tant ens trobem en un cas en el que la utilització de la distribució de la variable aleatòria mitjançant la programació estocàstica ens aporta informació rellevant.

Model	RP	EVV	VSS
Lineal	-17598689.08	-17477512.24	121176,84
Lineal per trams	-17635202.9	-17635202.90	0

Taula 5.5: Valor solució estocàstica

### 5.2.2 Juliol 2003

El resultat del problema d'optimització a la central tèrmica Puente Nuevo al juliol de 2003 ens proporciona l'assignació representada a la figura 5.4. El valor de la funció objectiu pel model lineal és  $-80066237.99c\text{€}$  i pel model lineal per trams  $-80095333.32c\text{€}$ .

El comportament dels resultats és idèntic a l'observat per la unitat tèrmica Cercs en tots els sentits. Per una banda, un cop s'obre la unitat tèrmica, a les 7 del matí del dilluns, no es torna a tancar. Per altra banda, quan el preu és inferior a  $2c\text{€/kWh}$  interessarà produir al mínim possible, mentre que en el moment que el preu supera

aquest límit interessa produir a capacitat màxima. I, pel que fa al càlcul del valor de la solució estocàstica, aquest novament és zero.

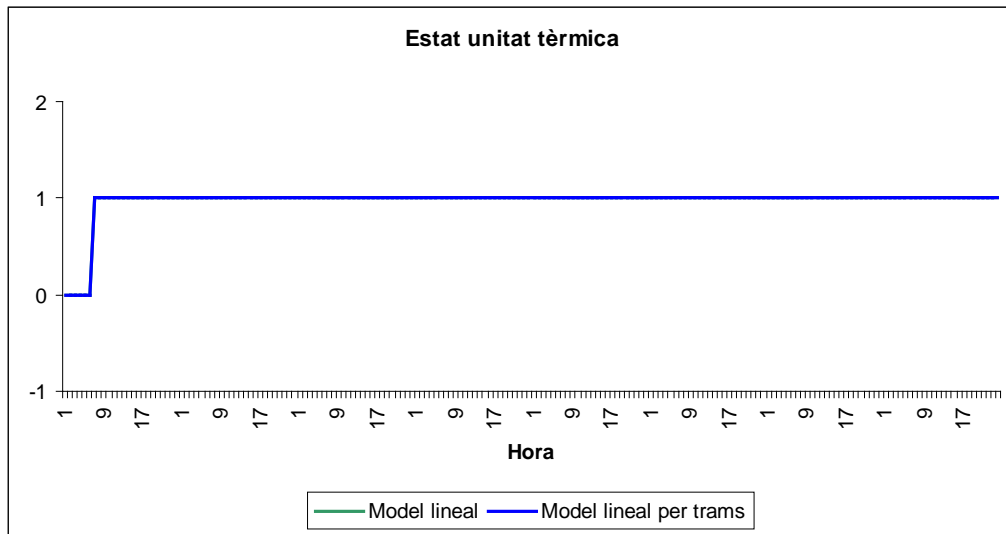


Figura 5.4: Període òptim d'oferta de l'unitat tèrmica Puente Nuevo, juliol 2003

Model	RP	EVV	VSS
Lineal	-80066237.99	-80066237.99	0
Lineal per trams	-80095333.32	-80095333.32	0

Taula 5.6: Valor solució estocàstica

### 5.3 Canvis en les característiques de les unitats

Actualment al parc tèrmic convencional existeixen quatre grups de unitats, el grup de carbó, el de fuel-oil, el de gas natural i el de turbina de gas. Cadascun d'aquests amb les seves característiques pròpies.

Una de les característiques tècniques que més afecten al funcionament dels mètodes descrits en aquest projecte són el cost d'engegada i apagada de la unitat. Per tal d'il·lustrar el possible funcionament d'aquest mètode per altres tipus d'unitats, s'utilitzen les dades de la unitat tèrmica Cercs alterant aquests dos costos per tal de veure quina seria el període òptim d'oferta en aquest cas.

Si els costos d'engegada i apagada són superiors als utilitzats en els apartats anteriors l'assignació obtinguda indica que no interessa obrir la unitat ja que partim d'un estat en el que es troba tancada i el cost d'engegar-la és superior al benefici esperat de la seva producció.

En cas de baixar els costos, el resultat és molt diferent, com s'il·lustra en els següents apartats. Es fixa el cost d'engegada i apagada de la unitat en 150000c€.

### 5.3.1 Març 2003

Com als anàlisis anteriors, es procedeix a optimitzar el període d'oferta de la unitat tèrmica durant una setmana i un dia. Els resultats representats a la figura 5.5 proporcionen l'assignació òptima segons el problema de programació estocàstica. El valor de la funció objectiu pel model lineal és  $-8871235.574c€$  i pel model lineal per trams és  $-8799368.72c€$ .

Com es pot observar, segons el model lineal, la unitat s'obre cada dia laborable a les 8 del matí i es manté oberta fins les 24 hores del mateix dia. Un cop tanca el divendres a les 24 hores, no torna a obrir fins les 8 hores del dilluns. En aquest cas, el model lineal per trams presenta una solució lleugerament diferent, ja que indica que l'assignació òptima s'obté obrint la unitat cada dia laborable a les 9 hores.

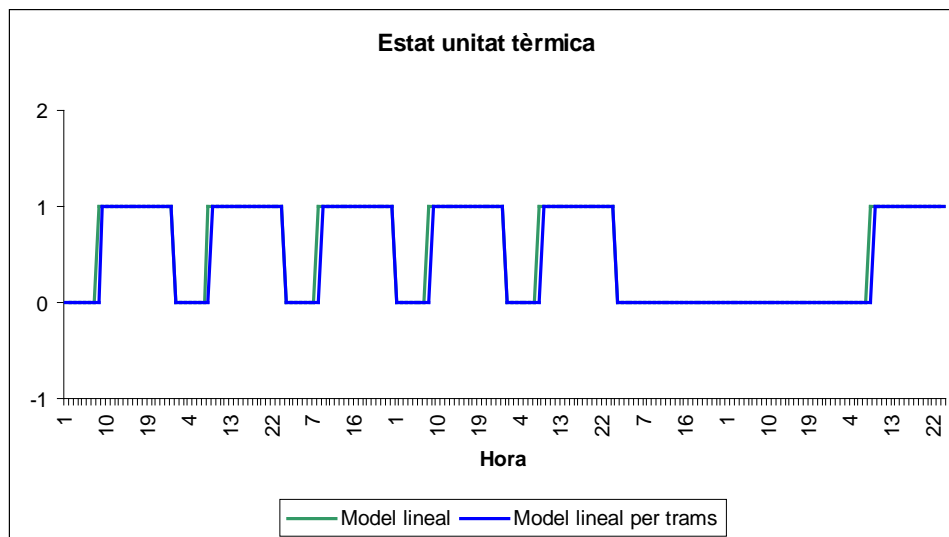


Figura 5.5: Període òptim d'oferta de l'unitat tèrmica març 2003

La solució de les variables de segona etapa és la mateixa que en els casos anteriors, quan el preu és superior a  $2c€/kWh$ , interessaria produir al màxim permès per les característiques tècniques de la central, mentre que quan el preu està per sota d'aquest valor interessa produir al mínim possible.

El càlcul del valor de la solució estocàstica porta a les mateixes conclusions que obteníem abans de canviar les característiques de la unitat.

Model	RP	EVV	VSS
Lineal	-8871235.574	-8869893.744	1341,83
Lineal per trams	-8799368.72	-8799368.72	0

Taula 5.7: Valor solució estocàstica

### 5.3.2 Juliol 2003

El resultat del problema d'optimització per aquest conjunt de dades ens proporciona el període òptim d'oferta representat a la figura 5.6. El valor de la funció objectiu pel model lineal és -38383234.85c€ i pel model lineal per trams -38226097.15c€.

El comportament dels resultats és idèntic a l'observat per la unitat tèrmica Cercs en tots els sentits. Per una banda, un cop s'obre la unitat tèrmica, a les 7 del matí del dilluns, no es torna a tancar. Per altra banda, quan el preu és inferior a 2c€/kWh interessarà produir al mínim possible, mentre que en el moment que el preu supera aquest límit interessa produir a capacitat màxima. I, pel que fa al càlcul del valor de la solució estocàstica, aquest novament és zero.

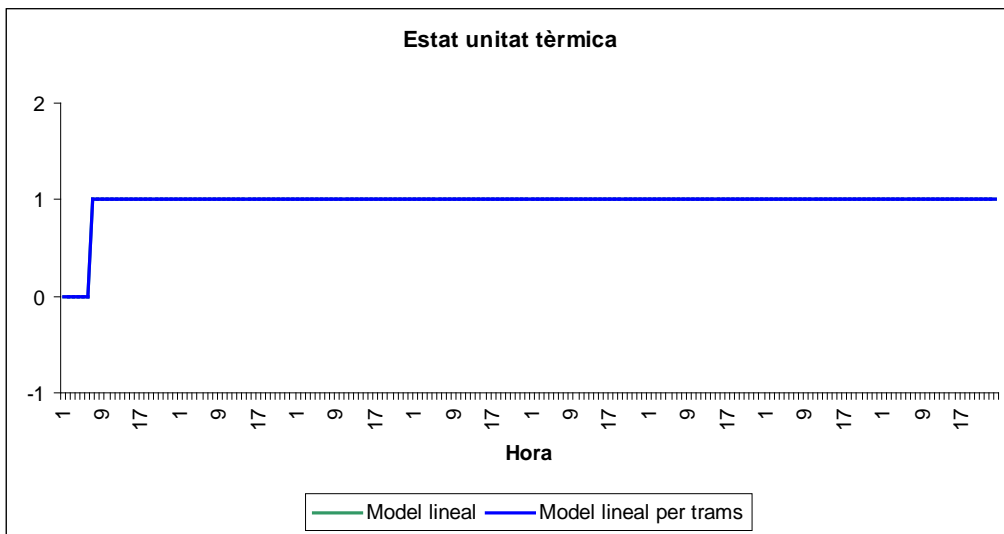


Figura 5.6: Període òptim d'oferta de l'unitat tèrmica Puente Nuevo, juliol 2003

Model	RP	EVV	VSS
Lineal	-38383234.85	-38383234.85	0
Lineal per trams	-38226097.15	-38226097.15	0

Taula 5.8: Valor solució estocàstica

## 5.4 Conclusions

Com a resum dels resultats presentats es pot afirmar que els valors de les corresponents funcions objectius ens informen, en valor absolut, del benefici esperat a partir d'aquesta període òptim d'oferta i que la solució obtinguda per les variables de primera etapa es la millor pel conjunt dels possibles escenaris de la variable aleatòria preu.

La interpretació dels resultats obtinguts, un cop estudiat el comportament del preu de mercat, és immediata. S'ha vist que els preus són superiors als mesos amb temperatura més alta, donat el major consum, i per tant, ens interessa mantenir la unitat tèrmica oberta el major temps possible. Durant els mesos més freds s'obtidran majors beneficis apagant la unitat tèrmica determinats intervals.

El tancament de la unitat comporta uns costos, depenent d'aquests interessa mantenir la unitat engegada malgrat no obtenir beneficis de la seva producció o bé tancar la unitat les hores en les que no s'obtenen beneficis. Aquestes hores corresponen a les que, en general, tenen un consum més baix i per tant, també un preu inferior. Si s'observa la figura 2.7 el canvi de tendència es troba precisament a l'hora 8 que és quan, en la majoria dels casos, es decideix obrir la central.

Pel que fa al valor de la solució estocàstica, es pot observar que aquest valor és proper a zero per gairebé tots els casos, això pot ser degut a que la distribució dels preus té molt poca variabilitat i és força simètrica i per tant és normal que la solució utilitzant la mitjana dels preus no difereix de la obtinguda mitjançant la programació estocàstica.

La mida dels problemes resolts es recull a les taules 5.9 (model lineal) i 5.10 (model lineal per trams), s'ha calculat el nombre de variables contínues i binàries, el nombre de constriccions del problema i el temps d'execució.

<b>Central</b>	<b>Cercs</b>		<b>Puente Nuevo</b>	
<b>Mes</b>	<b>Març</b>	<b>Juliol</b>	<b>Març</b>	<b>Juliol</b>
Var. contínues	554	506	554	506
Var. binàries	576	576	576	576
Constriccions	1876	1780	1876	1780
Temps d'execució	25''	27''	25''	24''

Taula 5.9: Mida del problema resolt pel model lineal



<b>Central</b>	<b>Cercs</b>		<b>Puente Nuevo</b>	
<b>Mes</b>	<b>Març</b>	<b>Juliol</b>	<b>Març</b>	<b>Juliol</b>
Var. contínues	4986	4554	3324	3036
Var. binàries	3900	3612	2238	1574
Constriccions	8524	7852	6862	6334
Temps d'execució	56''	57''	33'	13h

Taula 5.10: Mida del problema resolt pel model lineal per trams

# Conclusions

L'objectiu d'aquest projecte era l'estudi de l'aplicació de les tècniques de programació estocàstica en l'ajut a l'elaboració de l'oferta de les companyies productores d'energia al mercat diari espanyol d'energia elèctrica. La metodologia seguida en l'elaboració d'aquest treball ha passat per les següents fases:

- Estudi del problema i de la bibliografia existent
- Definició del model d'optimització
- Construcció dels fitxers de dades per l'anàlisi
- Anàlisi de l'estructura de preus:
  - Anàlisi de les dades
  - Avaluació del millor mètode per construir la distribució de probabilitats
  - Depuració de les bases de dades
  - Construcció de les matrius de probabilitat
  - Avaluació del mètode
- Construcció dels fitxers i anàlisi de resultats de la optimització amb 24 intervals
- Construcció dels fitxers i anàlisi de resultats de la optimització amb 192 intervals

La principal aportació del projecte al problema estudiat ha estat la resolució del problema del període òptim d'oferta d'una unitat tèrmica mitjançant tècniques de programació estocàstica. Aquesta resolució s'ha basat en un estudi dels preus del Mercat Elèctric Espanyol i en la definició i resolució del model d'optimització.

- Estudi dels preus del Mercat Elèctric Espanyol:

L'estudi dels preus del Mercat Elèctric Espanyol ha desembocat en la construcció d'un mètode per estimar la distribució de probabilitat dels preus d'un mes determinat a partir del mes anterior, és a dir, a partir de dades que estan disponibles.

Com a resum, es pot concloure que els preus de mercat tenen una estructura que ve determinada, quasi exclusivament, pel consum d'energia. Aquesta estructura presenta un conjunt de dades extremes difícilment previsible, ocasionades principalment per factors externs i no controlables. Com era d'esperar, degut a la seva relació amb el consum, el comportament del preu depèn del mes en el que ens trobem i, en particular, de l'època de l'any. Per això es defineix una distribució de probabilitats per cada mes i, dins d'aquest, per cada tipus de dia. En aquest treball es consideraran només dos tipus de dies, laborables i festius, englobant en aquest últim diferents tipus de dies (dissabte, diumenge, festius entre setmana, festius en divendres, ...) que en una implementació per a l'explotació industrial dels models definits necessitarien un tractament independent.

Els passos a seguir per estimar la funció de distribució del mes  $m$  són:

- Obtenir les dades corresponents al mes  $m-1$ .
- Depurar les dades dins de cada tipus de dia i hora i discretitzar la variable preu.
- Construir la taula de freqüències de la variable preu discreta per cada hora i tipus de dia. Aquesta serà la funció de distribució cercada.

- Definició i resolució del model d'optimització:

Pel que fa la definició d'un model d'optimització per obtenir un patró d'engegades i aturades per una unitat tèrmica, s'ha construït un model aplicant tècniques de programació estocàstica, de forma que la decisió de primera etapa indica els períodes en que interessa que una unitat tèrmica generi energia per a oferir al mercat i la de segona etapa és la quantitat d'energia generada. Aquest model es formula de la forma extensa. A continuació es defineixen dos funcions objectiu per aquest model, la primera aproxima la funció de costos d'una unitat tèrmica mitjançant una funció lineal i la segona mitjançant una funció lineal per trams. Aquests dos models presenten resultats molt similars, però, donat la fàcil definició amb AMPL d'una funció lineal per trams, en cas de disposar de les dades necessàries, resulta més adequada utilitzar aquesta última ja que sempre presenta resultats més òptims.

Com s'ha conclòs al capítol anterior, la interpretació dels resultats obtinguts, un cop estudiat el comportament del preu de mercat, és immediata. Durant els mesos amb temperatura més alta interessa mantenir la unitat tèrmica oberta el major temps possible mentre que durant els mesos més freds s'obtinran majors beneficis apagant la unitat tèrmica determinats intervals. Aquests intervals corresponen amb els dies festius, en els que el consum, i per tant el preu, son inferiors. Els costos d'apagada i engegada de la unitat tèrmica alteren considerablement els resultats, ja que a partir d'un cert cost és més interessant mantenir la unitat oberta malgrat no obtenir beneficis, mentre que si aquests costos són relativament baixos obrirem i tancarem seguint clarament la evolució dels preus al llarg del dia.

Els resultats obtinguts del valor de la solució estocàstica fan pensar que en alguns casos pot no ser necessària la implementació del problema mitjançant tècniques de programació estocàstica i seria suficient un model determinista substituint la distribució de probabilitat per la mitjana de la variable aleatòria. S'ha de tenir en compte, però, que hi ha situacions en les que només mitjançant la programació estocàstica s'ha detectat que interessa obrir determinades hores i la diferència entre aquesta solució i la del problema determinista aportarà beneficis a la companyia. Per tant, l'ús de les tècniques de la programació estocàstica està totalment justificat ja que, en alguns casos, obtindrem un resultat òptim que ens aportarà majors beneficis i el cost computacional és assumible.

Per últim, donat que aquest projecte ha estat el primer en aquest àmbit, queden per explorar moltes vies que no han tingut cabuda dins la limitació d'un projecte final de carrera. Entre elles:

- A l'estudi dels preus de mercat:
  - Definicions alternatives de la matriu de probabilitats, per exemple, discretitzacions més fines de la variable aleatòria.
  - Predir, mitjançant l'ús de les tècniques de series temporals, el preu per un determinat interval i a partir d'aquesta predicció i el seu interval de confiança construir la funció de probabilitats.
  - Estudi de l'adequació de distribucions contínues conegudes a la variable aleatòria preu.

- A la definició del model d'optimització:
  - Introduir al domini factible  $\Pi$  constriccions de rampa:

$$-\delta \leq p_{i+1}^s - p_i^s \leq \delta$$

- Explorar la possibilitat d'aplicar tècniques específiques de resolució de problemes de programació estocàstica en substitució de l'optimitzador estàndard usat, aprofitant l'estructura de les constriccions
- Estudiar possibles models per tal de que la producció de la unitat tèrmica sigui la decisió de primera etapa.

# Annex I

En aquest annex és presenta la distribució de probabilitat pels laborables de tots els mesos de 2003 i de gener de 2004.

## I.1 Febrer 2003

Es disposa de 552 registres corresponents a les hores de gener de 2003, de les quals 23 són dades atípiques o extremes, pel que finalment la distribució de probabilitat (taula I.1) es construeix a partir de 529 observacions.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
0	0,00	0,00	0,00	0,09	0,17	0,17	0,14	0,00	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,00	0,05	0,09	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,06	0,32	0,55	0,70	0,74	0,74	0,50	0,25	0,26	0,09	0,09	0,04	0,04	0,04	0,15	0,10	0,13	0,15	0,04	0,00	0,00	0,00	0,10	0,10	0,10
2	0,94	0,68	0,45	0,22	0,09	0,09	0,36	0,75	0,39	0,57	0,30	0,26	0,35	0,65	0,65	0,62	0,52	0,55	0,30	0,00	0,27	0,52	0,71	0,76	0,76
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,09	0,04	0,30	0,39	0,35	0,04	0,20	0,24	0,09	0,20	0,26	0,06	0,32	0,22	0,19	0,14	0,14
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,22	0,26	0,17	0,13	0,17	0,22	0,00	0,00	0,17	0,05	0,26	0,75	0,32	0,22	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,09	0,09	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,19	0,05	0,04	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00

Taula I.1: Distribució de probabilitat per als dies laborables de febrer del 2003

## I.2 Abril 2003

Es disposa de 504 registres corresponents a les hores de març de 2003, de les quals 14 són dades atípiques o extremes, pel que finalment la distribució de probabilitat (taula I.2) es construeix a partir de 490 observacions.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	0,00	0,00	0,19	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,00	0,05	0,00	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,43	0,95	0,81	0,90	1,00	1,00	1,00	0,40	0,38	0,43	0,38	0,29	0,29	0,38	0,33	0,43	0,38	0,43	0,38	0,38	0,14	0,24	0,43	0,47
3	0,38	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,30	0,38	0,19	0,43	0,33	0,48	0,48	0,33	0,33	0,29	0,29	0,43	0,29	0,33	0,52	0,38	0,37
4	0,19	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,25	0,19	0,33	0,14	0,33	0,19	0,10	0,19	0,19	0,24	0,24	0,05	0,29	0,43	0,24	0,14	0,16
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,10	0,00	0,05	0,00

Taula I.2: Distribució de probabilitat per als dies laborables d'abril del 2003

## I.3 Maig 2003

Es disposa de 528 registres corresponents a les hores d'abril de 2003, de les quals 13 són dades atípiques o extremes, pel que finalment la distribució de probabilitat (taula I.3) es construeix a partir de 515 observacions.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
2	0,73	0,86	1,00	1,00	1,00	1,00	0,86	0,64	0,68	0,50	0,55	0,45	0,45	0,59	0,73	0,55	0,55	0,45	0,55	0,64	0,64	0,27	0,68	0,95
3	0,27	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,14	0,36	0,32	0,50	0,45	0,55	0,55	0,41	0,27	0,45	0,45	0,55	0,45	0,36	0,36	0,73	0,32	0,05

Taula I.3: Distribució de probabilitat per als dies laborables de maig del 2003

## I.4 Juny 2003

Es disposa de 528 registres corresponents a les hores de maig de 2003, de les quals 8 són dades atípiques o extremes, pel que finalment la distribució de probabilitat (taula I.4) es construeix a partir de 520 observacions.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
2	0,91	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,76	0,41	0,36	0,36	0,32	0,32	0,32	0,36	0,36	0,32	0,32	0,32	0,36	0,41	0,27	0,36	0,95
3	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,24	0,41	0,32	0,32	0,36	0,36	0,36	0,32	0,32	0,36	0,36	0,36	0,36	0,41	0,50	0,41	0,05
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,18	0,32	0,27	0,27	0,27	0,27	0,32	0,32	0,27	0,27	0,27	0,27	0,18	0,23	0,23	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,05	0,05	0,05	0,00	0,00	0,05	0,05	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Taula I.4: Distribució de probabilitat per als dies laborables de juny del 2003

### I.5 Agost 2003

Es disposa de 552 registres corresponents a les hores de juliol de 2003, de les quals 35 són dades atípiques o extremes, pel que finalment la distribució de probabilitat (taula I.5) es construeix a partir de 517 observacions.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
2	0,04	0,26	0,83	0,91	1,00	1,00	0,59	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05
3	0,48	0,74	0,17	0,09	0,00	0,00	0,41	0,68	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,09	0,00	0,10
4	0,48	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,23	0,55	0,23	0,09	0,14	0,13	0,17	0,00	0,05	0,05	0,10	0,00	0,23	0,41	0,27	0,27	0,43
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,32	0,77	0,77	0,64	0,61	0,61	0,74	0,68	0,70	0,67	0,79	0,64	0,59	0,64	0,73	0,43
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,14	0,23	0,26	0,22	0,26	0,26	0,25	0,24	0,21	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00

Taula I.5: Distribució de probabilitat per als dies laborables d'agost del 2003

### I.6 Setembre 2003

Es disposa de 504 registres corresponents a les hores d'agost de 2003, de les quals 8 són dades atípiques o extremes, pel que finalment la distribució de probabilitat (taula I.6) es construeix a partir de 496 observacions.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
2	0,00	0,19	0,52	0,62	0,71	0,85	0,52	0,29	0,33	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,38	0,71	0,48	0,38	0,29	0,15	0,48	0,57	0,24	0,15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,11
4	0,43	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,14	0,33	0,20	0,15	0,05	0,05	0,05	0,05	0,14	0,10	0,10	0,10	0,14	0,25	0,00	0,10	0,42
5	0,19	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,65	0,75	0,76	0,57	0,52	0,62	0,71	0,71	0,60	0,70	0,76	0,75	1,00	0,81	0,47
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,19	0,29	0,33	0,33	0,14	0,19	0,30	0,20	0,10	0,00	0,00	0,10	0,00
7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Taula I.6: Distribució de probabilitat per als dies laborables de setembre del 2003

### I.7 Octubre 2003

Es disposa de 528 registres corresponents a les hores de juny de 2003, de les quals 21 són dades atípiques o extremes, pel que finalment la distribució de probabilitat (taula I.7) es construeix a partir de 507 observacions.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
2	0,14	0,32	0,50	0,59	0,68	0,64	0,18	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,09
3	0,41	0,55	0,45	0,36	0,27	0,32	0,55	0,00	0,10	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,50
4	0,45	0,14	0,05	0,05	0,05	0,05	0,27	0,94	0,52	0,35	0,19	0,18	0,10	0,19	0,43	0,30	0,19	0,00	0,05	0,30	0,10	0,05	0,38	0,32
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,06	0,38	0,55	0,62	0,59	0,62	0,67	0,52	0,70	0,67	0,81	0,76	0,70	0,80	0,59	0,62	0,09

Taula I.7: Distribució de probabilitat per als dies laborables d'octubre del 2003



### I.8 Novembre 2003

Es disposa de 552 registres corresponents a les hores d'octubre de 2003, de les quals 11 són dades atípiques o extremes, pel que finalment la distribució de probabilitat (taula I.8) es construeix a partir de 541 observacions.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
2	0,22	0,52	0,83	0,83	0,83	0,83	0,26	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,26
3	0,43	0,35	0,17	0,17	0,17	0,17	0,52	0,35	0,09	0,09	0,13	0,09	0,09	0,17	0,23	0,18	0,17	0,18	0,04	0,00	0,00	0,05	0,27	0,52
4	0,35	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,22	0,57	0,59	0,43	0,39	0,30	0,30	0,35	0,64	0,64	0,43	0,32	0,57	0,48	0,05	0,36	0,59	0,22
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,09	0,32	0,48	0,43	0,57	0,57	0,43	0,14	0,18	0,39	0,50	0,39	0,48	0,75	0,59	0,09	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,04	0,04	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,20	0,00	0,00	0,00

Taula I.8: Distribució de probabilitat per als dies laborables de novembre del 2003

### I.9 Desembre 2003

Es disposa de 480 registres corresponents a les hores de novembre de 2003, de les quals 12 són dades atípiques o extremes, pel que finalment la distribució de probabilitat (taula I.9) es construeix a partir de 468 observacions.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,05	0,05	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,00
3	0,40	0,85	1,00	1,00	1,00	1,00	0,75	0,30	0,50	0,20	0,00	0,00	0,00	0,15	0,60	0,40	0,35	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,35	0,35
4	0,60	0,15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,25	0,65	0,45	0,65	0,68	0,70	0,70	0,70	0,30	0,45	0,50	0,88	0,74	0,53	0,75	0,83	0,55	0,60
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,05	0,15	0,32	0,30	0,30	0,10	0,05	0,10	0,10	0,12	0,26	0,47	0,25	0,17	0,00	0,05

Taula I.9: Distribució de probabilitat per als dies laborables de desembre del 2003

### I.10 Gener 2004

Per tal de tancar el cicle d'un any s'estimen les probabilitats corresponent al gener de l'any 2004 a partir de les dades del desembre del 2003. Es disposa de 552 registres corresponents a les hores de desembre de 2003, la distribució de probabilitat (taula I.10) es construeix a partir de 526 observacions.

Hora c€/kWh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,05	0,04	0,29	0,29	0,36	0,41	0,22	0,26	0,35	0,35	0,17	0,22	0,17	0,22	0,35	0,43	0,35	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,22	0,00
2	0,95	0,96	0,71	0,71	0,64	0,59	0,78	0,65	0,35	0,17	0,26	0,17	0,26	0,35	0,57	0,30	0,35	0,35	0,06	0,05	0,00	0,19	0,35	0,39
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,09	0,26	0,48	0,57	0,61	0,57	0,43	0,09	0,26	0,30	0,48	0,94	0,84	1,00	0,76	0,43	0,61
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,00	0,11	0,00	0,05	0,00	0,00

Taula I.10: Distribució de probabilitat per als dies laborables de gener del 2004

## **Annex II**

En aquest annex és presenta els gràfics de les corbes de consum específic net per les dues centrals tèrmiques estudiades. A partir d'aquestes gràfiques s'han extret part de les dades necessàries per la funció objectiu dels models d'optimització.

## Annex III

En aquest annex és presenten el fitxer de dades necessari per dur a terme l'optimització dels problemes. En aquest cas els fitxers per la unitat tèrmica Cercs el mes de març del 2003.

Definim 192 intervals

```
param I:=192;
```

A continuació, per cada interval definim al tipus de dia que correspon i el nombre d'escenaris que té associats.

```
param:      Tipus      Nesc      :=
           1  0        2
           2  0        2
           3  0        1
           4  0        1
...
           119 0        4
           120 0        4
           121 1        3
           122 1        2
...
           190 0        4
           191 0        4
           192 0        4 ;
```

Per cada interval i escenari es fixa el preu i la probabilitat corresponent.

```
param:      PreuL      ProbL      :=
           1 1 2        0.6500
           1 2 3        0.3500
           2 1 2        0.8500
           2 2 3        0.1500
           3 1 2        1.0000
           4 1 2        1.0000
...
           190 1 2        0.4000
           190 2 3        0.1500
           190 3 4        0.2500
```

```

190 4 5          0.2000
191 1 0          0.0500
191 2 2          0.5500
191 3 3          0.1500
191 4 4          0.2500
192 1 1          0.0500
192 2 2          0.4000
192 3 3          0.2500
192 4 4          0.3000 ;

param:          PreuF          ProbF          :=
121 1 2          0.5000
121 2 3          0.3750
121 3 4          0.1250
...
167 1 2          0.5000
167 2 3          0.5000
168 1 2          0.5000
168 2 3          0.5000 ;

```

Per últim les característiques de la central tèrmica, les comunes per els dos models i les específiques per cadascun d'ells.

```

param stat:=-1;
param Coston:= 750000;
param Costoff:= 750000;
param Toff:= 4;
param Ton:= 4;
param Pmin:=72;
param Pmax:=160;

```

#### Model lineal:

```

param Cb:=22666;
param Cl:= 2408;

```

#### Model lineal per trams:

```

param limit1 := 97.5;
param limit2 := 110;
param limit3 := 122.5;
param limit4 := 135;
param limit5 := 147.5;
param rate1 := 2090;
param rate2 := 2160;
param rate3 := 2305;
param rate4 := 2390;
param rate5 := 2660;
param rate6 := 2845;
param b0 := 49725;

```

## Annex IV

En aquest annex és presenten els fitxers AMPL necessaris per dur a terme els càlculs del valor de la solució estocàstica. En aquest cas els fitxers per la unitat tèrmica Cercs el mes de març del 2003.

### III.1 Càlcul EV

#### III.1.1 Fitxer del model

Model lineal:

```
param I >0 integer;

set Interv := 1..I ordered;

param Tipus {Interv} binary ;
param PreuL {i in Interv: Tipus[i]=0} ;
param PreuF {i in Interv: Tipus[i]=1} ;
param stat ;
param Coston ;
param Costoff ;
param Cb ;
param Cl ;
param Ton >0 integer;
param Toff >0 integer;
param Pmin >=0;
param Pmax >=0;

var a {Interv} binary;
var e {Interv} binary;
var u {Interv} binary;
var p {Interv} ;

minimize cost:
(sum {i in Interv}
  (Coston*e[i] + Costoff*a[i] + Cb*u[i]))
+ (sum {i in Interv: Tipus[i]=0}
  (Cl*p[i]-PreuL[i]*1000*p[i]))
+ (sum {i in Interv: Tipus[i]=1}
  (Cl*p[i]-PreuF[i]*1000*p[i]));
```

```

subject to c1 {i in Interv}:
    a[i]+e[i]<=1;

subject to c2 {i in Interv}:
    (if i<>first(Interv) then (u[i]-u[i-1]-e[i]+a[i])
    else if stat<0 then u[i]-0-e[i]+a[i]
    else u[i]-1-e[i]+a[i])=0;

subject to c3 {i in Interv}:
    e[i]+(sum {t in i..min(i+Ton,I)} a[t])<=1;

subject to c3a {i in 1..max(0,(stat/abs(stat))*(Ton-stat))}:
    a[i]=0;

subject to c4 {i in Interv}:
    a[i]+(sum {t in i..min(i+Toff,I)} e[t])<=1;

subject to c4a {i in 1..max(0,(-stat/abs(stat))*(Toff+stat))}:
    e[i]=0;

subject to c5 {i in Interv}:
    p[i]- Pmax*u[i]<=0;

subject to c6 {i in Interv}:
    p[i]-Pmin*u[i]>=0;

```

#### Model lineal per trams:

```

param I >0 integer;

set Interv := 1..I ordered;

param Tipus {Interv} binary ;
param PreuL {i in Interv: Tipus[i]=0} ;
param PreuF {i in Interv: Tipus[i]=1} ;
param stat ;
param Coston ;
param Costoff ;
param Cb ;
param Cl ;
param Ton >0 integer;
param Toff >0 integer;
param Pmin >=0;
param Pmax >=0;
param limit1 >= Pmin;
param limit2 >= limit1;
param limit3 >= limit2;
param limit4 >= limit3;
param limit5 <= Pmax;
param rate1;
param rate2;
param rate3;
param rate4;
param rate5;
param rate6;
param b0;

var a {Interv} binary;

```

```

var e {Interv} binary;
var u {Interv} binary;
var p {Interv} ;

minimize cost:
(sum {i in Interv}
  (Coston*e[i] + Costoff*a[i]+ b0*u[i]))
  - (sum {i in Interv:Tipus[i]=0}
    (1000*PreuL[i]*p[i]))
  - (sum {i in Interv:Tipus[i]=1}
    (1000*PreuF[i]*p[i]))
  + (sum {i in Interv:Tipus[i]=0}

(<<limit1,limit2,limit3,limit4,limit5;rate1,rate2,rate3,rate4,rate5,ra
te6>>p[i]))
  + (sum {i in Interv:Tipus[i]=1}

(<<limit1,limit2,limit3,limit4,limit5;rate1,rate2,rate3,rate4,rate5,ra
te6>>p[i]));

subject to c1 {i in Interv}:
  a[i]+e[i]<=1;

subject to c2 {i in Interv}:
  (if i<>first(Interv) then (u[i]-u[i-1]-e[i]+a[i])
  else if stat<0 then u[i]-0-e[i]+a[i]
  else u[i]-1-e[i]+a[i])=0;

subject to c3 {i in Interv}:
  e[i]+(sum {t in i..min(i+Ton,I)} a[t])<=1;

subject to c3a {i in 1..max(0,(stat/abs(stat))*(Ton-stat))}:
  a[i]=0;

subject to c4 {i in Interv}:
  a[i]+(sum {t in i..min(i+Toff,I)} e[t])<=1;

subject to c4a {i in 1..max(0,(-stat/abs(stat))*(Toff+stat))}:
  e[i]=0;

subject to c5 {i in Interv}:
  p[i]- Pmax*u[i]<=0;

subject to c6 {i in Interv}:
  p[i]-Pmin*u[i]>=0;

```

### III.1.2 Fitxer de dades

```

param I:=192;
param:      Tipus      :=
  1      0
  2      0
  3      0
  ...
  190    0
  191    0
  192    0;

```

```

param:      PreuL      :=
    1      2.35
    2      2.15
    3      2.00
...
    190    3.25
    191    2.55
    192    2.80;

```

```

param:      PreuF      :=
    121    2.63
    122    2.14
    123    2.00
...
    166    3.38
    167    2.50
    168    2.50 ;

```

```

param stat:=-1;
param Coston:= 750000;
param Costoff:= 750000;
param Toff:= 4;
param Ton:= 4;
param Pmin:=72;
param Pmax:=160;

```

#### Model lineal:

```

param Cb:=22666;
param Cl:= 2408;

```

#### Model lineal per trams:

```

param limit1 := 97.5;
param limit2 := 110;
param limit3 := 122.5;
param limit4 := 135;
param limit5 := 147.5;
param rate1 := 2090;
param rate2 := 2160;
param rate3 := 2305;
param rate4 := 2390;
param rate5 := 2660;
param rate6 := 2845;
param b0 := 49725;

```

### III.2 Càlcul EVV

#### III.2.1 Fitxer del model

##### Model lineal:

```

param I >0 integer;

```



```

set Interv := 1..I ordered;

param Tipus {Interv} binary ;
param Nesc {Interv} integer ;
param PreuL {i in Interv, 1..Nesc[i]: Tipus[i]=0} ;
param Probl {i in Interv, 1..Nesc[i]: Tipus[i]=0} ;
param PreuF {i in Interv, 1..Nesc[i]: Tipus[i]=1} ;
param ProbF {i in Interv, 1..Nesc[i]: Tipus[i]=1} ;
param a {Interv} binary;
param e {Interv} binary;
param u {Interv} binary;

param stat ;
param Coston ;
param Costoff ;
param Cb ;
param Cl ;
param Ton >0 integer;
param Toff >0 integer;
param Pmin >=0;
param Pmax >=0;

var p {i in Interv,1..Nesc[i]} ;

minimize cost:
(sum {i in Interv}
  (Coston*e[i] + Costoff*a[i] + Cb*u[i]))
  + (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]: Tipus[i]=0}
    (Probl[i,s]*(Cl*p[i,s]-PreuL[i,s]*1000*p[i,s]))))
  + (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]: Tipus[i]=1}
    (ProbF[i,s]*(Cl*p[i,s]-PreuF[i,s]*1000*p[i,s])));

subject to c1 {i in Interv}:
  a[i]+e[i]<=1;

subject to c2 {i in Interv}:
  (if i<>first(Interv) then (u[i]-u[i-1]-e[i]+a[i])
   else if stat<0 then u[i]-0-e[i]+a[i]
   else u[i]-1-e[i]+a[i])=0;

subject to c3 {i in Interv}:
  e[i]+(sum {t in i..min(i+Ton,I)} a[t])<=1;

subject to c3a {i in 1..max(0,(stat/abs(stat))*(Ton-stat))}:
  a[i]=0;

subject to c4 {i in Interv}:
  a[i]+(sum {t in i..min(i+Toff,I)} e[t])<=1;

subject to c4a {i in 1..max(0,(-stat/abs(stat))*(Toff+stat))}:
  e[i]=0;

subject to c5 {i in Interv, s in 1..Nesc[i]}:
  p[i,s]- Pmax*u[i]<=0;

subject to c6 {i in Interv, s in 1..Nesc [i]}:
  p[i,s]-Pmin*u[i]>=0;

```

Model lineal per trams:

```

param I >0 integer;
set Interv := 1..I ordered;
param Tipus {Interv} binary ;
param Nesc {Interv} integer ;
param PreuL {i in Interv, 1..Nesc[i]: Tipus[i]=0} ;
param ProbL {i in Interv, 1..Nesc[i]: Tipus[i]=0} ;
param PreuF {i in Interv, 1..Nesc[i]: Tipus[i]=1} ;
param ProbF {i in Interv, 1..Nesc[i]: Tipus[i]=1} ;
param a {Interv} binary;
param e {Interv} binary;
param u {Interv} binary;
param stat ;
param Coston ;
param Costoff ;
param Ton >0 integer;
param Toff >0 integer;
param Pmin >=0;
param Pmax >=0;
param limit1 >= Pmin;
param limit2 >= limit1;
param limit3 >= limit2;
param limit4 >= limit3;
param limit5 <= Pmax;
param rate1;
param rate2;
param rate3;
param rate4;
param rate5;
param rate6;
param b0;

var p {i in Interv,1..Nesc[i]} ;

minimize cost:
(sum {i in Interv}
  (Coston*e[i] + Costoff*a[i]+ b0*u[i]))
  - (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]:Tipus[i]=0}
    (ProbL[i,s]*1000*PreuL[i,s]*p[i,s]))
  - (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]:Tipus[i]=1}
    (ProbF[i,s]*1000*PreuF[i,s]*p[i,s]))
  + (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]:Tipus[i]=0}
    (ProbL[i,s]*
<<limit1,limit2,limit3,limit4,limit5;rate1,rate2,rate3,rate4,rate5,rate6>>p[i,s]))
  + (sum {i in Interv,s in 1..Nesc[i]:Tipus[i]=1}
    (ProbF[i,s]*
<<limit1,limit2,limit3,limit4,limit5;rate1,rate2,rate3,rate4,rate5,rate6>>p[i,s])));

subject to c1 {i in Interv}:
  a[i]+e[i]<=1;

subject to c2 {i in Interv}:
  (if i<>first(Interv) then (u[i]-u[i-1]-e[i]+a[i])
  else if stat<0 then u[i]-0-e[i]+a[i]
  else u[i]-1-e[i]+a[i])=0;

subject to c3 {i in Interv}:
  e[i]+(sum {t in i..min(i+Ton,I)} a[t])<=1;

```

```

subject to c3a {i in 1..max(0,(stat/abs(stat))*(Ton-stat))}:
    a[i]=0;

subject to c4 {i in Interv}:
    a[i]+(sum {t in i..min(i+Toff,I)} e[t])<=1;

subject to c4a {i in 1..max(0,(-stat/abs(stat))*(Toff+stat))}:
    e[i]=0;

subject to c5 {i in Interv, s in 1..Nesc[i]}:
    p[i,s]- Pmax*u[i]<=0;

subject to c6 {i in Interv, s in 1..Nesc [i]}:
    p[i,s]-Pmin*u[i]>=0;

```

### III.2.2 Fitxer de dades

```
param I:=192;
```

```

param:      Tipus      Nesc      :=
    1  0  2
    2  0  2
    3  0  1
    ...
    190 0  4
    191 0  4
    192 0  4 ;

```

```

param:      PreuL      ProbL      :=
    1 1  2      0.6500
    1 2  3      0.3500
    2 1  2      0.8500
    ...
    192 2  2      0.4000
    192 3  3      0.2500
    192 4  4      0.3000 ;

```

```

param:      PreuF      ProbF      :=
    121 1  2      0.5000
    121 2  3      0.3750
    121 3  4      0.1250
    ...
    167 2  3      0.5000
    168 1  2      0.5000
    168 2  3      0.5000 ;

```

```

param a :=
    1 0
    2 0
    ...
    191 0
    192 0 ;

```

```

param e :=
    1 0
    2 0
    ...

```

```
191 0  
192 0 ;
```

```
param u :=  
  1 0  
  2 0  
  ...  
191 1  
192 1 ;
```

```
param stat:=-1;  
param Coston:= 750000;  
param Costoff:= 750000;  
param Toff:= 4;  
param Ton:= 4;  
param Pmin:=72;  
param Pmax:=160;
```

#### Model lineal:

```
param Cb:=22666;  
param Cl:= 2408;
```

#### Model lineal per trams:

```
param limit1 := 97.5;  
param limit2 := 110;  
param limit3 := 122.5;  
param limit4 := 135;  
param limit5 := 147.5;  
param rate1 := 2090;  
param rate2 := 2160;  
param rate3 := 2305;  
param rate4 := 2390;  
param rate5 := 2660;  
param rate6 := 2845;  
param b0 := 49725;
```

# Bibliografia

- [1] A.J. Conejo, F.J. Prieto. *Mathematical Programming and Electricity Markets*. Sociedad de Estadística e Investigación Operativa. Top 2001; 9:1-47.
- [2] A.J. Conejo, F.J. Nogales, J.M. Arroyo. *Price-Taker Bidding Strategy Under Price Uncertainty*. IEEE Transactions on Power Systems 2002; 17:1081-88.
- [4] F.J. Nogales, J. Contreras, A.J. Conejo, R. Espínola. *Forecasting Next-Day Electricity Prices by Time Series Models*. IEEE Transactions on Power Systems 2002; 17: 342-48.
- [5] J.M. Arroyo, A.J. Conejo. *Optimal Response of a Thermal Unit to an Electricity Spot Market*. IEEE Transactions on Power Systems 2000; 15:1098-104.
- [6] C. Wang, S.M. Shahidehpour. *Ramp-Rate Limits in Unit Commitment and Economic Dispatch Incorporating Rotor Fatigue Effect*. IEEE Transactions on Power Systems 1994; 9:1539:45.
- [7] J.R. Birge, F. Louveaux. *Introduction to Stochastic Programming*. Ed. Springer 1997.
- [8] P. Kall, S.W. Wallace. *Stochastic Programming*. Ed. Wiley 1997.
- [9] R. Fourer, D.M. Gay, B.W. Kernighan. *AMPL. A Modeling Language For Mathematical Programming*. Ed. Boyd & Fraser Publishing Company 1993.
- [10] G.E.P. Box, G.M. Jenkins. *Time Series Analysis. Forecasting and control*. Ed. Prentice Hall 1976.
- [11] F. J. Heredia. *Optimización de Fluxos no Lineals en Xarxes amb Constriccions a Banda. Aplicació a Models Acoblats de Coordinació Hidro-Térmica a Curt Termini*. Tesi Doctoral, Dept. Estadística i Investigació Operativa, UPC (1995).

- [12] C. Beltran. *Generalized Unit Commitment by the Radar Multiplier Method*. Tesis Doctoral, Dept. Estadística i Investigació Operativa, UPC (2001).
- [13] J. Laseras. *Aplicació del Mètode Radar Multiplier al Problema GUC amb Factibilitat Total*. PFC Llicenciatura en Ciències i Tècniques Estadístiques, FME, UPC (2003).
- [14] J. Laseras, A. Pagès. *Coordinació Hidrotèrmica amb AMPL*. PFC Diplomatura Estadística, FME, UPC (2000).
- [15] *Mercado Eléctrico: Funcionamiento del mercado y contratación del suministro eléctrico en el entorno liberalizado*. Noviembre 2003.
- [16] *Las centrales termoeléctricas. Curvas de consumo específico neto*. Delegación del Gobierno en la explotación del sistema eléctrico. Ministerio de Industria, Comercio y Turismo. 1987-89.
- [17] C. Lucas. *Modelling and Solution of Optimisation problems*. Workshop, 2004.
- [18] OMEL: [www.omel.es](http://www.omel.es)
- [19] Red Eléctrica: [www.ree.es](http://www.ree.es)
- [20] Comisión Nacional de Energía: [www.cne.es](http://www.cne.es)