

LEYES DE ESCALA EN LOS ESPACIOS URBANOS

Helena Coch Roura

Dra. Arquitecta. Profesora del Departamento de Construcciones Arquitectónicas I. UPC.
helena.coch@upc.edu

Antonio Isalgue

Dr. Arquitecto. Profesor Del Departamento de Física Aplicada. UPC.
antonio.isalgue@upc.edu

Rafael Serra

Dr. Arquitecto. Catedrático del Departamento de Construcciones Arquitectónicas I. UPC.
rafael.serra@upc.edu

Departamento de Construcciones Arquitectónicas I
Universidad Politécnica de Cataluña
Av. Diagonal 649, 6ª Planta, Barcelona, España
Teléfono + 34 934010868
Fax + 34 934016424

Departamento de Física Aplicada
Universidad Politécnica de Cataluña
Teléfono + 34 934017914
Fax + 34 93 4016090

Paraules Clau: Lleis d'escala, Dissipació energètica, Transport per carretera, Transport per ferrocarril

Key words: Wscaling laws, Energetic dissipation, Road transport, Railway transport

Resumen

Las interrelaciones y la complejidad inherente en los espacios urbanos modernos hacen difícil el análisis y la extracción de conclusiones y acciones a realizar para la mejora de condiciones de vida y la minimización del impacto ambiental. Decisiones planeadas cuidadosamente y líneas de acción establecidas tras larga reflexión pueden producir resultados totalmente inesperados a causa de particularidades, o de complejos conjuntos de reacciones por parte de los residentes o de poderes económicos no incluidos inicialmente, confiriendo gran complejidad al sistema urbano. La complejidad tiende a incrementar con el tamaño, y esto es concomitante con la concentración de servicios en ciudades, y en grandes aglomeraciones.

Las necesidades de transporte se vuelven más evidentes con el aumento de tamaño de las concentraciones urbanas. Otros sistemas muy complejos, como los seres vivos, satisfacen relaciones aproximadas entre algunas de las variables macroscópicas que los definen, conocidas como leyes de escala alométricas. En general, estas leyes expresan relaciones entre una magnitud como puede ser la disipación metabólica, o el ritmo cardíaco, y la talla o la masa del organismo. Estas dependencias se han justificado a partir de modelos que establecen la importancia de la optimización del transporte en el sistema.

En este trabajo, se exploran algunas de estas relaciones, del tipo las existentes aproximadamente en el mundo animal, con las relaciones que se encuentran entre datos de algunas ciudades modernas. Los resultados muestran una similitud razonable con las relaciones existentes en el mundo animal, lo que debe interpretarse como una aserción de la importancia del transporte en los espacios urbanos.

Por otra parte, los resultados pueden entenderse como una guía general en el comportamiento de los sistemas urbanos en el mundo actual, y en este trabajo se extraen algunas conclusiones preliminares en este tema.

Abstract

The interrelations and complexity in the modern urban spaces make difficult to decide on the actions to do to improve living conditions or minimize energy use or reduce environmental impact. Carefully planned decisions might produce unexpected results because of unexpected perturbations, or even because of complex sets of reactions from the residents or economic factors, in a very complex way. Complexity tends to increase with size, in a concomitant way with the concentration of services in cities.

The needs of transportation become more evident as the size increases, also in urban agglomerations. It would be very desirable to know general rules, or at least tendencies, to have definite guidelines in the decision taking processes referring urban concentrations, but complexity makes this difficult. There are other very complex systems, the living organisms that satisfy approximate relationships between some of their macroscopic magnitudes, known as allometric scaling laws. In general, these laws relate one magnitude as for instance, metabolic dissipation, or heart beating rate, to the size or the mass of the organism. These relationships have been justified as due to the transport phenomena and its optimization.

In this work, we explore the applicability of these relations to the modern cities, from the idea that modern cities are very transport-conditioned. The results show a reasonable continuity with the scaling laws that apply in the animal world, a fact that shows the importance of transport in the modern urban spaces, even though some differences appear, showing that the transport is different from what happens inside a living organism. The results might be understood as a guide of the general behavior of cities to be taken into account in urban planning.

1. Introducción

Desde hace tiempo, es conocido que hay "leyes de escala" seguidas por las ciudades. Tal vez el prototipo de una tal relación es la ley de Zipf, como relación entre el "tamaño" de una ciudad, medido por el número de sus habitantes, y su "rango" en una región dada (Zipf, 1949). Se ha intentado justificar esta relación de diversas formas, véase por ejemplo (Gabaix, 1999) y sus referencias. Aunque algunas ideas generales parecen ser aplicables a todos los sistemas urbanos, la diversidad geográfica, material, cultural y humana, y la gran complejidad y el enorme número de variables e intereses cruzados involucrados hacen difícil encontrar dependencias o leyes "exactas". En los sistemas complejos, las leyes de escala pueden reflejar regularidades reales del sistema. La aplicación de leyes de escala en ciencia y tecnología ha permitido obtener resultados interesantes y fructíferos, por ejemplo bien conocidos en los campos de mecánica de fluidos y en las transiciones de fase.

Como se muestra en (West, 2004), en sistemas tan complejos como los seres vivos, algunas leyes de escala se pueden expresar de la forma $Z = Z_0 M^b$, donde Z es una variable macroscópica observable, Z_0 es una constante, y M es la masa del organismo. El exponente b es muy frecuentemente un múltiplo de $1/4$. Hace años, Kleiber mostró que el metabolismo basal de mamíferos y aves escala como $M^{3/4}$ para unos cuatro órdenes de magnitud (Kleiber, 1975; West 2002). Posteriormente, esto se generalizó a otros sistemas. Si se excluyen características especiales, un exponente b cercano a $3/4$ se puede encontrar para casi 27 órdenes de magnitud en la vida [3, 5]. Otros ejemplos de escalado incluyen la frecuencia de latido del corazón ($b \approx -1/4$), el radio de los troncos de árbol, y el diámetro de la aorta ($b \approx 3/8$) (West, 2004).

El origen de estos tipos de relación se ha buscado en relaciones de aspecto, pero la justificación más coherente se ha asociado con problemas de transporte y servicios a los numerosos elementos básicos (células) en organismos vivos (West, 2004). De hecho, la naturaleza (o la selección natural) ha desarrollado redes de distribución aproximadamente fractales, que en el caso de los animales funcionan de forma pulsante como optimización a las diferentes ligaduras y condiciones de contorno (West, 2004).

Una justificación alternativa es la "teoría constructual", que establece que todos los sistemas de flujo evolucionan con el tiempo, de forma que tiende a maximizarse el acceso al flujo bajo las restricciones y las condiciones de contorno impuestas al sistema. Esta hipótesis de límite del flujo da soporte a las relaciones alométricas de escalado en seres vivos (Bejan, 2000), a las condiciones climáticas de la circulación global (Reis, 2006) e incluso a efectos de escala sobre los movimientos (correr, volar, nadar)

(Bejan, 2006). Sin embargo, las condiciones de contorno en sistemas complejos pueden ser poco evidentes, por lo que este tipo de deducciones deben considerarse con precaución.

Ciertamente existe una analogía entre el funcionamiento de los organismos vivos y el de las ciudades. En los dos sistemas tienen lugar unas actividades básicas como transformaciones energéticas, reemplazo de elementos envejecidos o dañados (al menos hasta cierto punto), y transporte de masa, energía e información. Aunque los sistemas vivos y las ciudades son muy diferentes, si las leyes de escala que se manifiestan en los seres vivos lo hacen debido a sus requerimientos de transporte de recursos y servicio a sus partes, como indica (West, 2004), es de esperar que al menos algunos de estos tipos de relaciones sean aplicables aproximadamente a las ciudades. La escasa estadística obtenible en las ciudades (por ejemplo, al referirnos al número de habitantes, que es tremendamente inferior al número de células de un mamífero), la diversidad geográfica, los condicionantes tecnológicos y culturales, pueden influir muy fuertemente en las relaciones de escala que se busquen.

Existen investigaciones realizadas previamente sobre factores de escala en ciudades. La ref. (Carvalho, 2004) trata sobre la estructura del plano de calles de diferentes ciudades, y sus escalas de longitud, concluyendo que hay grandes diferencias según la historia previa de la ciudad. Las características aproximadamente fractales de las ciudades y el transporte se tratan en (Salingaros, 2005). Helbing ha mostrado que existen ciertas relaciones de escalado de las redes de suministro en ciudades. La figura 3 de (Kuhnert, 2006) muestra que la energía (o la potencia media) suministrada a viviendas aumenta prácticamente proporcional a la población, en ciudades alemanas, mientras que otras magnitudes, como el número de gasolineras, escala de forma diferente con la población. La ref. (Betencourt, 2007) busca relaciones entre diferentes magnitudes y la población N , y encuentra que hay magnitudes que son prácticamente proporcionales a la población, como el consumo de agua o de electricidad (dentro de unas zonas restringidas, a lo que podríamos llamar cierto "status" de la población), otras magnitudes muestran una "economía de escala", y aumentan menos que la población, como las gasolineras o la venta de gasolina (es decir, muestran una dependencia con la población N de la forma N^q con $q < 1$, por ejemplo la superficie asfaltada escala como $N^{0.83}$ en Alemania), y otras magnitudes como el número de patentes, el empleo creativo, o los casos de sida (AIDS) escalan superlinealmente con la población (aumentan en proporción mayor que la población al crecer ésta), en concreto como N^q donde $q > 1$.

En la ref. (Isalgué, 2007) se buscan relaciones entre la masa estimada de las ciudades y el consumo energético (la potencia). Se intenta tomar la masa como parámetro físico caracterizando el "tamaño" de una ciudad por similitud con las leyes de escala de los organismos vivos, que cuentan la masa como magnitud que expresa el tamaño, y no el número de células. De esta forma, se intenta corregir al menos parcialmente el efecto del "status" o nivel promedio de los habitantes de una ciudad, para determinar su consumo total, además de usar su número. Aunque la dependencia entre potencia y masa no es la misma para las ciudades que para los mamíferos y las aves, se observó una continuidad razonable con el escalado de los seres vivos. En este trabajo, se analiza el comportamiento de una agrupación social de organismos vivos, el nido de hormigas, para comparar con el escalado energético de los seres vivos y de las ciudades, y se extienden los resultados de (Isalgué, 2007), investigando en primera aproximación el escalado de la capacidad de transporte con la masa.

2. La masa como tamaño

Mientras que encontrar la masa de un animal es un problema técnico simple, basta con disponer de una báscula apropiada, y en todo caso realizar promedios, encontrar una aproximación a la masa de una ciudad presenta mayores dificultades. La más importante, conceptual, debida a que la ciudad no tiene una "piel" bien definida como tienen los mamíferos o las aves. Por consiguiente, debe tomarse una aproximación al límite de lo que es una aglomeración urbana o ciudad, y decidir que elementos determinan su masa. En (Isalgué, 2007) se toma como definición, por semejanza con lo que ocurre con los seres vivos, que los elementos que constituyen la masa de una ciudad son aquellos que, en caso de disfunción, deterioro o accidente, serán reparados o reemplazados. En efecto, la comida no la tomamos como parte de la masa de un ser vivo, pero sí su esqueleto, musculatura o pelos, que el organismo vivo intentará reparar o sustituir en caso de daño.

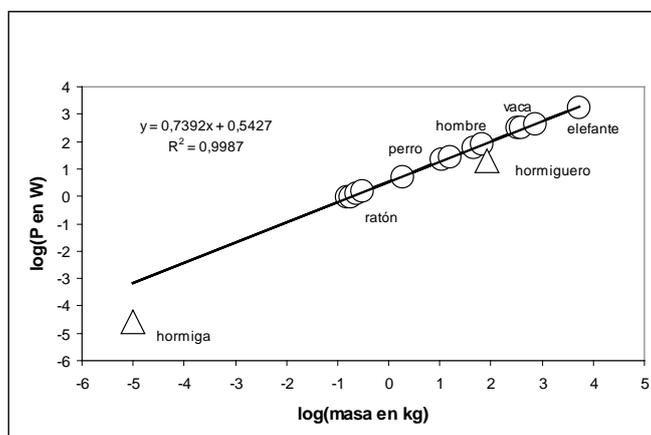
Con este tipo de definición, lo que forma la masa de una ciudad son los elementos construidos, edificios, calles, monumentos, alcantarillado, servicios, máquinas y personas en ella. El límite exterior de la ciudad lo tomaremos como se sugiere en (Isalgue, 2007), como el perímetro que puede recorrerse alrededor de la ciudad mayoritariamente por zona no urbanizada. Con ello, nos referimos realmente a un área metropolitana. En (Isalgue, 2007) se establece, como condición para considerar una agrupación de edificios y servicios como ciudad, una condición basada en la semejanza con los seres vivos: que contenga medios para formar la mayoría de integrantes del tejido productivo, lo que se traduce en la existencia de centros de formación superior. Esta definición puede ser algo más restrictiva que las que se suelen adoptar basadas en un mínimo número de habitantes.

3. Un caso de ejemplo: el hormiguero

Como caso de ejemplo, se analiza el caso de un hormiguero, comparado con el comportamiento de las hormigas individuales. I. Lamprecht ha realizado una serie de estudios calorimétricos sobre la disipación energética de animales (Lamprecht, 2003; Coenen-Stass, 1980). Una segunda conclusión interesante aparece al analizar su estudio de nidos de hormiga de la madera. Resumiendo sus datos, un nido analizado, de alrededor de 1 m de diámetro, está formado por unas 110000 hormigas, con una masa de 1.1 kg, que disipan calor a un ritmo de 2.6 mW/g (lo que supone, para una hormiga, una masa media de 0.01 g, y una potencia media de 26 μW), y unos 82 kg de materia que forma la estructura del nido, que también es soporte de fermentaciones y descomposición, y que disipa calor a un ritmo de alrededor de 0.2 mW/g (depende de su estado, relacionado con su ubicación en el nido y de los cambios que realizan las hormigas). Ello da como potencia de calor metabólico de las hormigas 2.9 W, mientras que la potencia total, incluyendo las hormigas y el nido, es de 19.4 W (para una masa total de unos 83 kg), donde la mayor parte de potencia no es la de las hormigas, que usan “combustibles o fuentes de energía” para facilitar su vida, como hace la sociedad humana. Se han incluido los puntos correspondientes a una hormiga y el conjunto del hormiguero en la fig. 1, junto con los datos de (West, 2004) para comparar con el escalado en tamaño de mamíferos y aves. Debe notarse que una agrupación de 83 kg de hormigas sólo, daría una potencia muy superior a la del hormiguero, mientras que los 1.1 kg de hormigas son sólo una pequeña potencia comparada con la del hormiguero. El ambiente construido y su control energético son cruciales para las hormigas.

El valor obtenido para unas pocas hormigas como aproximación al “comportamiento energético de una hormiga” es una aproximación grosera, como muestra la ref. (Fonk, 1996), que encuentra un comportamiento curioso: unas pocas hormigas juntas disipan poco por hormiga, hasta que para un número o masa crítica, aumenta la disipación por unidad, lo que se interpreta como el coste de formar una sociedad, para mostrar luego un efecto de economía de escala disminuyendo la disipación por unidad al considerar mayores agregaciones.

Figura 1. Relación entre el logaritmo decimal de la potencia metabólica P en W y el logaritmo decimal de la masa en kg, para mamíferos [3] y para los datos de Lamprecht para la hormiga de la madera y su hormiguero. En línea continua, el ajuste de los datos de los mamíferos.



4. La masa de las ciudades

En la ref. (Isalgue, 2007) se estima la masa de algunas ciudades a partir de datos de los consistorios, incluyendo planos que indican las alturas construidas y/o el número de pisos. Este tipo de datos suelen ser precisos, ya que afectan a las tasas y los impuestos. Sin embargo, para algunas urbes, sólo se pudieron inferir datos a partir de fotografías aéreas, conocimiento directo de las ciudades, o, para el caso de Londres, del estudio de la ref. (Batty, 2008).

La masa de una construcción depende no sólo de la superficie edificada, sino también muy fuertemente de la tipología y calidad constructiva. Es evidente que la estructura y las cimentaciones de los edificios se han hecho progresivamente más sólidas (y más pesadas) desde la edad media. También, la normativa y los estándares constructivos afectan fuertemente a la masa del ambiente construido. Todo ello es una gran fuente de incertidumbre, ya que la masa de una autoconstrucción ligera o una "barraca" o "favela" en las afueras de una ciudad en vías de desarrollo puede ser inferior a los 100 kg/m^2 de área total de suelo (área total de suelo más cubierta), mientras que en el centro de una ciudad moderna en una zona sísmica la construcción promedio puede suponer más de 1000 kg/m^2 .

En este trabajo, como aproximación, consideraremos una masa promedio de 800 kg/m^2 para las ciudades europeas. Para Nueva York tomamos 1100 kg/m^2 ya que edificios más elevados en promedio requieren más estructura y servicios. Para Tokio, se toman también 800 kg/m^2 ya que, si bien hay mucha construcción sismo-resistente en el centro, también hay muchas personas que habitan en viviendas ligeras en la periferia.

5. Carreteras y ferrocarril

Según (West, 2004), el diámetro de la aorta de los animales escala con la masa elevada a la potencia $3/8$. Sería de esperar que, si las ciudades son sistemas complejos, que tal como ocurre con los animales, están condicionados por el transporte, se encontrara un tipo de dependencia por lo menos parecido. En el sistema circulatorio de los animales, por la aorta circula todo el flujo que distribuye suministros a los elementos o células del ser vivo. En el caso de la ciudad, el flujo de suministros puede tomar diferentes caminos. Los suministros a una ciudad pueden llegar por carretera, por ferrocarril, por aeropuertos, por puertos, o canalizados en tuberías (agua, gas, petróleo en ocasiones).

Los aeropuertos modernos suelen ubicarse en las afueras de ciudades, de forma que las mercancías y personas deben acceder al tejido urbano por medio de carretera o ferrocarril. En cuanto al transporte marítimo, se usa en cantidad para mercancías voluminosas, por ejemplo derivados del petróleo, contenedores o materiales a granel, que requieren su traslado a centros de distribución o a plantas de elaboración, transporte que se realiza frecuentemente por carretera y por ferrocarril. Aunque unas ciudades tienen puerto y otras no, en primera hipótesis, consideraremos que el transporte por carretera es representativo del transporte de suministros a una ciudad. Con esta consideración, el papel que la arteria aorta realiza en los animales, sería asociable al realizado por los accesos viarios al tejido urbano. La forma más elemental de contabilizar estos accesos es tomar el número de carriles de autopista y carretera que entran en una ciudad. De forma correspondiente, para el caso del ferrocarril, debería evaluarse el número de vías de tren que llegan a una ciudad.

El número de carriles de autopistas, autovías y carreteras que llegan a una ciudad puede obtenerse a partir de mapas y de fotos aéreas o satelitales. Para obtener este número para diferentes ciudades, hemos usado datos de Teleatlas, Wikimapia y Google Earth (páginas web) (datos obtenidos entre enero del 2008 y marzo del 2009). De forma parecida se ha obtenido el número de vías de tren llegando o saliendo de algunas ciudades. La Tabla I muestra estos datos, junto con datos de población, masa estimada y consumo energético (potencia media) estimado, si bien en este último dato en general hay discrepancias importantes cuando se consultan las municipalidades o los proveedores de energía..

La figura 2 muestra la relación entre la potencia media estimada y la masa de varias ciudades, junto con los datos de (West, 2004) para los animales, en escala logarítmica. Hay dispersión, debido a diferencias

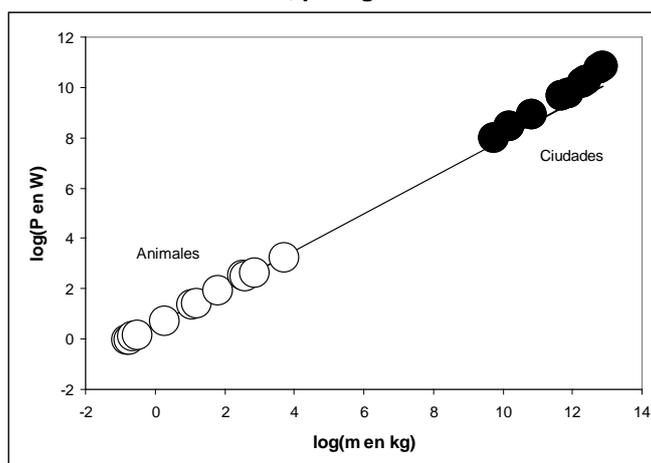
entre las ciudades (a pesar de ser mayoritariamente europeas, y desarrolladas), que la gráfica logarítmica suaviza. Se observa que la tendencia que siguen las ciudades es relativamente cercana a la dependencia de escalado existente en los animales (aproximadamente potencia proporcional a la masa elevada a $\frac{3}{4}$), si bien la potencia es mayor para las ciudades que la estimación que daría la prolongación de la recta que siguen los animales. Además, la pendiente es algo mayor para las ciudades, cercana a 0,87.

Tabla 1. Datos aproximados para algunas ciudades (elaboración propia)

Ciudades (País)	Habitantes	Masa (kg)	Potencia (W)	Carriles entran	Vías ferrocarril
Vic (España)	4,00E+04	6,70E+09	9,5E+07	12	2
Lleida (España)	1,30E+05	1,80E+10	2,5E+08	18	4
Grenoble (Francia)	5,00E+05	8,50E+10	7,5E+08	25	6
Barcelona (España)	3,00E+06	5,10E+11	5,0E+09	52	16
Milán (Italia)	4,40E+06	7,60E+11	6,8E+09	60	20
París (Francia)	1,00E+07	1,60E+12	1,8E+10	75	40
Londres (Reino Unido)	1,20E+07	2,00E+12	2,7E+10	78	48
Nueva York (USA)	2,00E+07	3,80E+12	6,0E+10	139	63
Tokio (Japón)	3,50E+07	5,00E+12	7,5E+10	107	74

La figura 3 muestra la dependencia entre el número de carriles de autopistas y carreteras que llegan a ciudades, respecto de su masa. Hay una dispersión importante, pero parece que el número de carriles escala razonablemente bien con la masa de la ciudad, y se observa una pendiente en el gráfico logarítmico cercana a 0.35, lo que significa que el número de carriles es proporcional a la masa elevada a 0.35. Para el caso de la aorta de los animales, el escalado es que el diámetro de la aorta es proporcional a la masa elevada a $\frac{3}{8} = 0.375$ (West, 2004). Sin embargo, las dos magnitudes no son equivalentes: de hecho, la capacidad de transporte de la arteria está relacionada con su sección, que debiera ser equivalente al número de carriles, por lo tanto la capacidad de transporte de la aorta, relacionada con el diámetro al cuadrado, sugeriría un escalado con la masa elevada a $2 \cdot (\frac{3}{8}) = \frac{3}{4} = 0.75$, lo que coincide con el escalado del metabolismo (la potencia) con la masa. El hecho que el número de carriles escale con la masa elevada a 0.35 y no con la masa elevada a un exponente cercano a 0.75 parece complejo.

Figura 2. Dependencia de la potencia con la masa, para animales y para algunas ciudades, en escala logarítmica. La línea continua es la prolongación del ajuste realizado a los datos de los animales, para guía visual



La figura 4 muestra la dependencia del número de vías de tren que llegan o salen de la ciudad en función de su masa, en escala logarítmica. Se observa una dependencia razonablemente lineal, con una pendiente de 0.54, poco superior a 0.5, lo que significa que el número de vías de tren es prácticamente proporcional a la raíz cuadrada de la masa de la ciudad.

Figura 3. Dependencia del número de carriles de autopistas y carreteras entrando en una ciudad, con la masa de la ciudad, en escala logarítmica

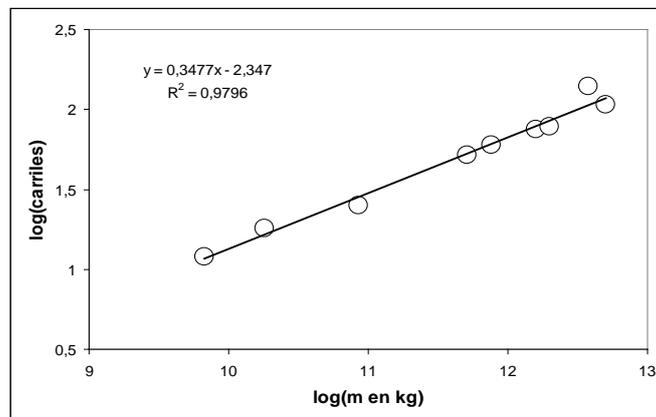
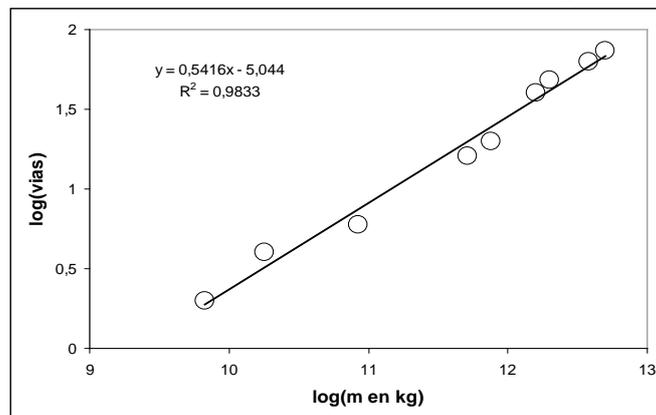


Figura 4. Dependencia del número de vías de tren de entrada o salida de una ciudad, en función de su masa, en escala logarítmica



6. Discusión y conclusiones

Las ciudades modernas, consideradas como metrópolis, parecen seguir aproximadamente relaciones de escala que son relativamente similares a las observadas en seres vivos. La interpretación de este hecho parece relacionada con el hecho de que ambos sistemas están fuertemente condicionados por el transporte, trascendiendo así las particularidades de cada caso concreto.

El escalado de la potencia con el tamaño, expresado por medio de la masa, muestra una gran similitud (aunque no una identidad) con la dependencia del metabolismo de los animales con su masa. El escalado de la capacidad de transporte, medido como el número de carriles de autopistas y carreteras, o el número de vías ferroviarias, muestra también un escalado con la masa de la ciudad.

Para el caso del número de carriles de autopista y carretera, parece que tal vez debería esperarse un exponente más elevado que el resultado obtenido (0.35). Un valor bajo del exponente indica una fuerte economía de escala, el número de carriles de entrada aumenta lentamente con el tamaño de la ciudad medido por su masa. Pueden haber varias razones para ello, en primer lugar un aumento relativo del transporte interno en grandes ciudades, ya que muchos suministros pueden ser producidos en la misma ciudad. Así, (Kuhnert 2006) indica que la superficie asfaltada aumenta aproximadamente con la población elevada a 0.83 en ciudades alemanas, y (Samaniego 2008) muestra que la superficie de calles aumenta casi linealmente con la población en ciudades de los USA, lo que supone un aumento más importante que los accesos externos, o sea, las ciudades grandes necesitarían proporcionalmente más comunicación interna. La adaptabilidad de los usuarios podría ser otra de las razones de la relativamente baja dependencia observada del número de carriles de autopista y carretera, y otra razón importante podría

estar relacionada con el uso real de la capacidad de las carreteras. En efecto, (Dong-Hee, 2008) establece que los sistemas de carreteras con más capacidad se usan más cerca del máximo, mientras que los sistemas de poca capacidad se usan por debajo de sus capacidades máximas. Por tanto, el uso de los sistemas de carreteras de grandes ciudades, de más capacidad, estaría más cerca del máximo, mientras que los sistemas de ciudades menores, en realidad se usarían por debajo del máximo, lo que representaría un sobredimensionado mayor (más carreteras) de los recursos.

Para el caso del número de vías de ferrocarril que llegan o parten de una ciudad, se obtiene una dependencia mayor que para el número de carriles de autopista y carretera, con un exponente de dependencia del número de vías de acceso con la masa ligeramente superior a 0.5. Ello indica una mayor preferencia en las grandes ciudades por el transporte ferroviario, relacionado con algún aspecto de "eficiencia". El hecho de que el transporte ferroviario pueda resultar más rápido en una ciudad con las comunicaciones por carretera saturadas, parece ser determinante en la preferencia por el ferrocarril, según el estudio de (Salon, 2009), que muestra que los ciudadanos de Nueva York son más sensibles a cambios en el tiempo de transporte que en el coste del transporte.

En todo caso, las tendencias obtenidas debieran constituir una base para una aproximación al mejor entendimiento del planeamiento urbanístico y los recursos necesarios, incluyendo las economías de escala para suministro energético y transporte en ciudades de distinto tamaño.

Bibliografía

- Batty M, Carvalho, R Hudson-Smith A, Milton, R, Smith D, and Steadman P:** Scaling and allometry in the building geometries of Greater London. *Eur. Phys. J. B* 63 (2008) 303–314
- Bejan A.,** *Shape and Structure, from Engineering to Nature*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK (2000).
- Bejan A., Marden J.H.:** Unifying constructal theory for scale effects in running, swimming and flying. *The Journal of Experim. Biology*, 209 (2006), 238-248
- Bettencourt L.M.A., Lobo, J. Helbing, D. Kühnert, C. and West G.B.:** Growth, innovation, scaling, and the pace of life in cities. *PNAS*, April 24, 2007, vol. 104, no. 17, p. 7301–7306
- Carvalho R., Penn A.:** Scaling and universality in the micro-structure of urban space. *Physica A* 332 (2004), 539-547
- Coenen-Stass D.; Schaarschmidt B; Lamprecht I:** Temperature Distribution and Calorimetric Determination of Heat Production in the Nest of the Wood Ant, *Formica Polyctena* (Hymenoptera, Formicidae) *Ecology*, Vol. 61, No. 2. (Apr., 1980), pp. 238-244.
- Dong-Hee Kim and Adilson E Motter.** Fluctuation-driven capacity distribution in complex networks: *New Journal of Physics* 10 (2008) 053022 (19pp)
- Fonk, C. Jaffe K:** On the energetic cost of sociality. *Physiology and behavior*, 59 (1996), 713-719
- Gabaix, X.** Zipf's law for cities: An explanation. *The Quarterly Journal of Economics*, 114 (1999) 739-767.
- Isalgue, A. Coch, H. Serra, R:** Scaling laws and the modern city. *Physica A* 382 (2007) 643-649
- Kleiber, M.** *The Fire of Life: An Introduction to Animal Energetics*, Robert E. Krieger, Huntington, NY (1975).
- Kuhnert, C. Helbing, D., West G.B.:** Scaling laws in urban supply networks. *Physica A* 363, 96-103 (2006)
- Lamprecht I:** Calorimetry and thermodynamics of living systems. *Thermochemica Acta* 405 (2003) 1–13
- Páginas web :** <http://www.wikimapia.org> , <http://earth.google.com/>
- Reis, A. H., Bejan A.:** Constructal theory of global circulation and climate. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 49 (2006), 1857-1875
- Salingaros, N.A.** *Connecting the fractal city*, Keynote speech, the 5th Biennial of Towns and Town Planners in Europe (Barcelona, April 2005)
- Salon D.:** Neighborhoods, cars, and commuting in New York City: A discrete choice approach. *Transportation Research Part A* 43 (2009) 180–196.
- Samaniego H., Moses M.E.:** Cities as Organisms: Allometric Scaling of Urban Road Networks. *Journal of Transport and Land Use* 1:1 (2008) 21-39
- West ,G.B., Brown, J.H.** Life's Universal Scaling Laws. *Physics Today*, 57 (2004) 36-42.
- West, G.B. Woodruff, W.H., Brown, J.H.** Allometric scaling of metabolic rate from molecules and mitochondria to cells and mammals. *Proc. Natl. Acad. Sci.* 99, (2002) 2473-2478.
- Zipf, G.K.** *Human behaviour and the principle of least effort*, Addison-Wesley, Reading, MA. (1949)