

## MODELIZACION DE LA INUNDACION QUIMICA DE YACIMIENTOS PETROLIFEROS

P.C. PORCELLI

y

M.S. BIDNER

*Lab. de Ingeniería de Reservorios, UBA,  
Pabellón de Industrias,  
Ciudad Universitaria,  
1428 Buenos Aires, Argentina.*

### RESUMEN

Se desarrollan dos modelos que predicen el petróleo recuperable mediante la inyección de sustancias químicas. Ambos consideran dos fases (acuosa u oleosa) y tres componentes (agua, petróleo y especie química). El flujo es horizontal, unidimensional e incompresible. La roca tiene propiedades uniformes y puede adsorber la sustancia química. Se supone equilibrio termodinámico a través de las fases. La dispersión y los gradientes de presión capilar son despreciables y además la composición de inyección es constante. Los modelos están gobernados por un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales: la ecuación de continuidad de cada componente y la ecuación de Darcy para el flujo bifásico.

En el modelo más riguroso se resuelve el sistema de ecuaciones aplicando una técnica en diferencias finitas. En el modelo más simple se adicionan restricciones con el objeto de hallar soluciones analíticas. El objetivo de este trabajo es analizar la utilidad y las limitaciones del modelo simple. Se concluye que si bien las restricciones adicionadas no responden a la realidad, el modelo simple es capaz de representar los mecanismos físicos de desplazamientos más importantes y permite obtener una primera aproximación del petróleo recuperable que es el valor máximo de la recuperación verdadera.

### SUMMARY

Two models are developed to predict oil recovery in chemical flood. Two phases (aqueous, oleic) and three components (water, petroleum and chemical) are considered in both models. The flow is horizontal, one-dimensional and incompressible. The rock has uniform properties and the adsorption of chemical by the rock is allowed. It is assumed thermodynamic equilibrium across phase boundaries. Negligible dispersion and capillary pressure gradients are assumed as well as constant composition injection. The models are governed by a system of nonlinear partial differential equations: the continuity equation for each one of the components and Darcy's equation for the two-phase flow.

The system of differential equations is solved by applying a finite-difference technique in the more rigorous model. New restrictions are added in order to find analytical solutions in the simpler one.

The purpose of this work is to analyze the usefulness and limitations of the simpler model. Conclusions are that, although the added restrictions are not realistic, the simpler model is able

Recibido: Enero 1991

to represent the physical mechanisms of the displacement and predicts a first approximation of the recoverable oil, which is the maximum value of the real oil recovery.

## INTRODUCCION

La inundación química de yacimientos petrolíferos comprende una gran variedad de procesos de recuperación asistida de petróleo. Las sustancias químicas involucradas pueden ser soluciones alcalinas, polímeros, surfactantes, alcoholes, solución de dióxido de carbono o una combinación de ellos. Las mejores recuperaciones se obtienen, justamente, en la utilización de dos o más de estas sustancias.

Estos procesos de inundación, aparentemente dispares, presentan mecanismos físicos comunes en los que se basa el éxito, o el fracaso, en la recuperación de petróleo. Ellos son:

- Adsorción de la especie química en la roca<sup>4,5,6,8</sup>; este fenómeno es común a la mayoría de los procesos químicos, especialmente en polímeros, soluciones alcalinas y surfactantes.
- Disminución de la tensión interfacial agua-petróleo a valores bajos o ultrabajos<sup>4,5</sup>; ocurre en la inundación con surfactantes y con álcalis.
- Participación de la especie química en ambas fases<sup>4,5</sup>: se aplica en las inundaciones con alcoholes, con surfactantes y con solución acuosa de dióxido de carbono.
- Miscibilidad parcial entre fases ("swelling")<sup>6,7</sup>: aumenta la recuperación de petróleo gracias al hinchamiento de la fase petróleo con agua. Se consigue inyectando alcoholes, surfactantes y álcalis.

Todos estos mecanismos están presentes en el modelo simple planteado en forma separada y en conjunto. El método de resolución utilizado es una extensión del propuesto originalmente por Buckley-Leverett<sup>9</sup>. Fue adoptado posteriormente para representar una inundación con polímeros<sup>2,6</sup> con alcohol<sup>7</sup> y con surfactantes<sup>5</sup>. Su aplicación a distintos procesos de recuperación asistida fue presentada en forma cualitativa en un trabajo de revisión de Pope<sup>4</sup>. En este trabajo, se implementaron dichas soluciones cualitativas analítico-gráficas en forma cuantitativa mediante un algoritmo numérico resuelto en un computador personal que suministra soluciones generales. Estas soluciones abarcan todos los mecanismos físicos y las inundaciones mencionadas. Además, se presenta una evaluación más cuidadosa y correcta del petróleo recuperable respecto de trabajos anteriores.

Los resultados del modelo simple fueron comparados con los obtenidos con un simulador numérico en diferencias finitas similar al propuesto por Van Quy<sup>1</sup>. El simulador resuelve las ecuaciones de flujo con un esquema implícito e iterativo y las ecuaciones de concentración con un método explícito e iterativo. Los ejemplos de aplicación seleccionados corresponden a una inundación con una solución acuosa de surfactantes.

## MODELOS MATEMATICOS

### Hipótesis comunes a ambos modelos

- 1- El medio poroso tiene porosidad,  $\phi$ , permeabilidad,  $k$  y área transversal,  $A$ , constantes.
- 2- El flujo es horizontal, unidimensional, isotérmico e incompresible.
- 3- Hay dos fases móviles: acuosa y oleosa (supraíndices  $a$  y  $o$ ).
- 4- Hay tres componentes: agua, petróleo y sustancia química (subíndices  $w, p$  y  $c$ ) que pueden ser transferidos entre las fases móviles.
- 5- Existe equilibrio termodinámico entre las fases, representable en un diagrama ternario.
- 6- El medio poroso se encuentra inicialmente con petróleo y agua, y se lo barre con una solución acuosa de concentración constante de soluto que se inyecta continuamente a caudal también constante. La concentración de inyección se encuentra en la curva binodal del diagrama ternario, es decir, no hay extracción de fase.
- 7- No hay reacciones químicas, la dispersión y la capilaridad son despreciables.
- 8- En cada fase, cada componente ocupa el volumen que tendría en su estado puro. Es decir, no hay cambio de volumen en el mezclado.
- 9- Las viscosidades de las fases son sólo función de la concentración de sus componentes.
- 10- No hay digitación viscosa y es válida la ecuación de Darcy.
- 11- Las permeabilidades relativas son una función exponencial de la saturación normalizada<sup>5</sup>, donde tanto los valores extremos de la curva de permeabilidades, como los exponentes y la misma saturación normalizada dependen, a su vez, de la concentración de soluto.
- 12- Solamente el soluto químico puro puede ser adsorbido por la roca. La adsorción depende únicamente de la concentración del soluto en la fase acuosa y su relación es lineal. Dicha adsorción no altera la porosidad de la roca.

### Ecuaciones gobernantes

El modelo matemático está compuesto por un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales no lineales: la ecuación de Darcy para el flujo de cada fase, la de continuidad para el transporte de cada componente, acopladas con relaciones auxiliares que reflejan los balances macroscópicos volumétricos y los equilibrios termodinámicos entre fases y componentes. Para su desarrollo se aplican las hipótesis 1 a 12.

La velocidad de fase de Darcy,  $u$  (caudal de fase por unidad de área transversal total) es,

$$u^j = -\frac{K k_r^j}{\mu^j} \frac{\partial P^j}{\partial x}, \quad j = o, a \quad (1)$$

siendo  $k_r^j$ ,  $\mu^j$  y  $P^j$  la permeabilidad relativa, viscosidad y presión de fase  $j$ . Como se ignora la presión capilar en la ecuación (1),  $P^o = P^a = P$ .

Puesto que el flujo es incompresible y los volúmenes de los componentes son aditivos, la ecuación de conservación para una concentración total volumétrica del

componentes  $i$ ,  $Z_i$ , es,

$$\phi \frac{\partial Z_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \sum_j V_i^j u^j \right) = - \frac{\partial Ad_i}{\partial t} \quad : \quad i = p, w, c \quad (2)$$

donde  $V_i^j$  es el volumen del componente  $i$  por unidad de volumen de la fase  $j$  y  $Ad_j$  es el volumen de  $i$  adsorbido por unidad de volumen del medio poroso.

Los balances macroscópicos de volumen definen la concentración  $Z_i$  como,

$$Z_i = \sum_j V_i^j S^j \quad i = p, w, c \quad (3)$$

donde  $S^j$  es la saturación de la fase  $j$ , tal que

$$\sum_j S^j = 1 \quad (4)$$

además,

$$\sum_i V_i^j = 1 \quad j = o, a \quad (5)$$

de (3), (4) y (5),

$$\sum_i Z_i = 1 \quad (6)$$

El modelo se completa con las relaciones de equilibrio de fases y componentes, representables en un diagrama ternario y que se pueden expresar como,

$$V_i^j = V_i^j(Z_i) \quad (7)$$

donde sólo tres de estas seis ecuaciones son independientes pues existen las tres restricciones de los balances macroscópicos de volumen, ecuaciones (4) y (5).

La suma de las ecuaciones (2) en  $i$ , considerando las ecuaciones (5) y (6) proporcionan la ecuación de continuidad para la mezcla de los tres componentes,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sum_j u^j \right) = - \frac{\partial Ad_c}{\partial t} \quad (8)$$

en la ecuación (8) se tuvo en cuenta que sólo la sustancia química se adsorbe en la roca, ésta es directamente proporcional a la fracción volumétrica del soluto en la fase acuosa

$$Ad_c = \alpha \phi V_c^d \quad (9)$$

donde  $\alpha$  es constante.

El modelo desarrollado tiene 14 incógnitas:  $u^j$ ,  $P$ ,  $S^j$ ,  $V_i^j$  y  $Z_i$  y está gobernado por 14 ecuaciones: (1), (2), (3), (4), (5) y (7).

**Simulador numérico**

En el sistema de 14 ecuaciones mencionadas, se reemplaza una de las ecuaciones (2),  $i = w$ , por una ecuación que surge como combinación de las ecuaciones (1) y (8). Esta es,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( K \sum_j \frac{kr^j}{\mu^j} \right) \frac{\partial P}{\partial x} \right] = \frac{\partial Ad_c}{\partial t} \tag{10}$$

Las ecuaciones (1) y (10) se resuelven numéricamente con una técnica de diferencias finitas, implícita e iterativa para estimar los términos no lineales. La ecuación de concentración volumétrica total (2) se resuelve con el siguiente esquema explícito e iterativo

$$\begin{aligned} & \frac{\phi}{\Delta t} (Z_i^{n+1} - Z_i^n)_m + \frac{1}{\Delta x} \sum_j (u_m^{j,n+1,k+1} V_{i,m}^{j,n+1,k} - u_{m-1}^{j,n+1,k+1} V_{i,m-1}^{j,n+1,k}) - \\ & - \frac{1}{\Delta x^2} \sum_j \left[ (S^j D_i^j)_{m+\frac{1}{2}} (V_{i,m+1}^j - V_{i,m}^j) - (S^j D_i^j)_{m-\frac{1}{2}} (V_{i,m}^j - V_{i,m-1}^j) \right]^{n+1,k} = \\ & \frac{(Ad_i^n - Ad_i^{n+1})^k}{\Delta t} \quad ; \quad i = p, c \quad ; \quad 2 \leq m \leq NX \end{aligned}$$

donde  $k$  es el nivel de iteración,  $m$  es el punto de la grilla,  $n$  es el paso del tiempo, y  $\Delta x$  y  $\Delta t$  los incrementos en el espacio y en el tiempo.

**Modelo simplificado**

El conjunto de 14 ecuaciones resultantes numéricamente pueden simplificarse a un sistema más sencillo adicionando nuevas suposiciones a las 12 hipótesis ya mencionadas. Ellas son:

hipótesis 13- La adsorción del soluto en la roca es tan pequeña que no altera el caudal total. Entonces,  $\sum_j u^j = u = \text{constante}$ , (11)  
reemplaza a la ecuación (8).

Se define luego el flujo fraccional de la fase  $j$ ,  $f^j$ , como,

$$f^j = \frac{u^j}{u} \quad ; \quad j = o, a \tag{12}$$

entonces (13)

$$\sum_j f^j = 1$$

Las  $f^j$  se estiman reemplazando las velocidades por la ecuación de Darcy, y considerando

$$k_r^a = k_r^{a0} \hat{S}^n \quad , \quad k_r^o = k_r^{o0} (1 - \hat{S})^p \quad , \quad \hat{S} = \frac{S^a - S^{ar}}{1 - S^{ar} - S^{or}} \tag{14}$$

donde  $S^{ar}$  y  $S^{or}$  son la saturación irreducible de agua y residual de petróleo; nótese que  $k_r^j = k_r^j(S^a, V_c^a)$ , puesto que los puntos extremos de las curvas de permeabilidades relativas, los exponentes y la saturación residual de petróleo son función de la concentración del soluto. Introduciendo las ecuaciones de Darcy en la definición de  $f^j$ , con las permeabilidades dadas la ecuación (14) se tiene,

$$f^a(S^a, V_c^a) = \frac{M \hat{S}^n}{M \hat{S}^n + (1 - \hat{S})^p} \quad (15)$$

donde  $M$  es la relación de movilidades definida por

$$M = \frac{k_r^{a0} \mu^o}{k_r^{o0} \mu^a} \quad (16)$$

Nótese que la disminución de la tensión interfacial por la presencia del soluto químico se modela con las ecuaciones (14) y (15).

Se introducen las definiciones (3), (9) y (12) en la ecuación (2) y adimensionalizando el espacio y el tiempo con,

$$x_D = \frac{x}{L}, \quad t_D = \frac{ut}{\phi L} \quad (17)$$

se obtiene la ecuación de continuidad para el soluto químico,  $i = c$ ,

$$\frac{\partial}{\partial x_D} [(1 - f^a)V_c^o + f^a V_c^a] + \frac{\partial}{\partial t_D} [(1 - S^a)V_c^o + (S^a + \alpha)V_c^a] = 0 \quad (18)$$

y para petróleo,  $i = p$ ,

$$\frac{\partial}{\partial x_D} [(1 - f^a)V_p^o + f^a V_p^a] + \frac{\partial}{\partial t_D} [(1 - S^a)V_p^o + S^a V_p^a] = 0 \quad (19)$$

Se aplica una nueva y muy importante restricción:

hipótesis 14- La concentración del soluto en la fase acuosa es una función escalón: sólo existe la concentración de inyección constante y la inicial que es nula (cualquier concentración intermedia entre la inicial y la de inyección se propaga a velocidad menor que la de inyección). En consecuencia la concentración de los componentes en ambas fases móviles presentarán saltos abruptos, como así también los presentarán la adsorción del soluto en la roca y la curvas de permeabilidades relativas.

En la Figura 1a se muestra el perfil de concentración de soluto y en la Figura 1b el perfil de saturación de la fase acuosa para un tiempo posterior a la inyección y anterior al "breakthrough" de petróleo.

Se inyecta continuamente una solución acuosa de concentración  $V_c^{aINJ}$  en forma terciaria. La saturación de petróleo residual al finalizar el barrido terciario es  $S^{orc}$ . La porción del reservorio donde las concentraciones de los componentes son las de inyección (superíndice  $INJ$ ) se denominó "banco acuoso químico inyectado" y está comprendido

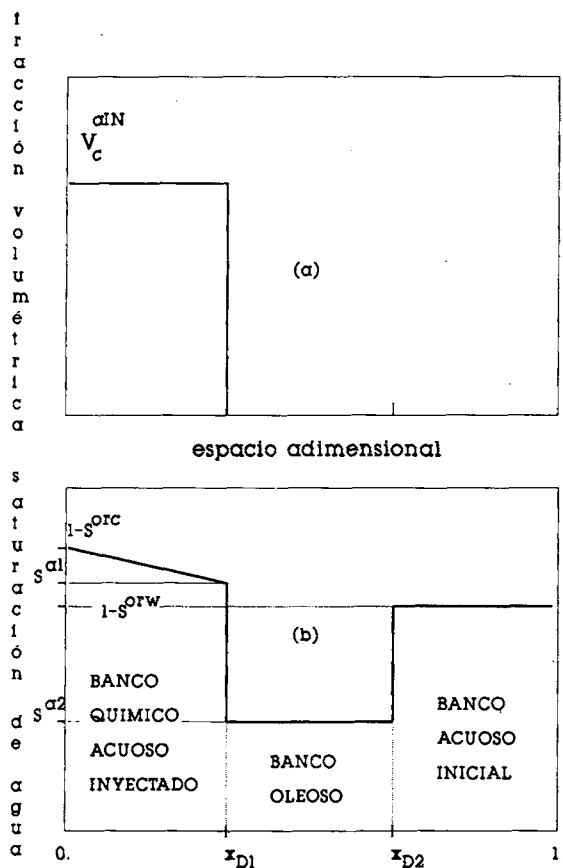


Figura 1. (a) Perfil de concentración del soluto en la fase acuosa.  
 (b) Perfil de saturación de la fase acuosa para una inundación terciaria.

entre 0 y  $x_{D1}$ . En esta zona, la condición necesaria para que se cumpla la hipótesis 14 es que sean pequeñas las fracciones volumétricas del soluto en ambas fases, del petróleo en la fase acuosa y del agua en la fase oleosa<sup>5</sup>. En símbolos,

$$\begin{aligned}
 V_w^{aINJ} &\longrightarrow 1 & , & & V_p^{aINJ} &\longrightarrow 0 & , & & V_c^{aINJ} &\longrightarrow 0 \\
 V_w^{oINJ} &\longrightarrow 0 & , & & V_p^{oINJ} &\longrightarrow 1 & , & & V_c^{oINJ} &\longrightarrow 0
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

A partir de  $x_{D1}$  las fracciones volumétricas de los componentes en las fases cambian abruptamente al valor inicial (supraíndice I):

$$\begin{aligned}
 V_w^{aI} &= 1 & , & & V_p^{aI} &= 0 & , & & V_c^{aI} &= 0 \\
 V_w^{oI} &= 0 & , & & V_p^{oI} &= 1 & , & & V_c^{oI} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

En esta zona la saturación de la fase oleosa es máxima, se la llama “banco de petróleo” y se extiende hasta  $x_{D2}$ . Aguas abajo, se encuentra al banco acuoso característico de la finalización de un barrido secundario con agua. La saturación

residual de petróleo luego del barrido secundario y al comienzo del terciario es  $S^{orw}$ .

Aplicando ya sea la ecuación (18) o la (19) al banco químico donde  $V_i^j$  son constantes, se obtiene la ecuación de Buckley-Leverett,

$$\frac{\partial f^a}{\partial x_D} + \frac{\partial S^a}{\partial t_D} = 0 \quad ; \quad 0 \leq x_D \leq x_{D1} \quad (22)$$

y de acuerdo al método de las características<sup>3</sup>,  $u_{S^a}$  la velocidad adimensional de avance de una saturación  $S^a$  es

$$u_{S^a} = \left. \frac{dx_D}{dt_D} \right|_{S^a} = \left. \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right|_{S^a} \quad ; \quad 0 \leq x_D \leq x_{D1} \quad (23)$$

En el punto de discontinuidad  $x_{D1}$  la velocidad de avance del frente de agua debe ser igual a las velocidades de los frentes de especie química y petróleo. En símbolos

$$u_{S^a}^1 = u_c^1 = u_p^1 \quad (24)$$

Las últimas dos velocidades pueden calcularse mediante un balance volumétrico en un punto de discontinuidad  $x_{D1}$ . En las ecuaciones (18) y (19) se reemplazan las derivadas parciales por sus correspondientes valores aguas arriba ( $V_i^{jINJ} S^{a1}$ ) y aguas abajo ( $V_i^{jI}, S^{a2}$ ), reordenando las ecuaciones en incrementos resulta:

$$\left. \frac{\Delta x_D}{\Delta t_D} \right|_c = u_c^1 = \frac{V_c^{oINJ}(1 - f^{a1}) + V_c^{aINJ} f^{a1}}{V_c^{oINJ}(1 - S^{a1}) + V_c^{aINJ}(S^{a1} + \alpha)} \quad (25)$$

$$\left. \frac{\Delta x_D}{\Delta t_D} \right|_p = u_p^1 = \frac{V_p^{oINJ}(1 - f^{a1}) + V_p^{aINJ} f^{a1} - (1 - f^{a2})}{V_p^{oINJ}(1 - S^{a1}) + V_p^{aINJ} S^{a1} - (1 - S^{a2})} \quad (26)$$

$f^{a1}$  y  $f^{a2}$  son los flujos fraccionales correspondientes a las saturaciones de agua  $S^{a1}$  y  $S^{a2}$  aguas arriba y aguas abajo de  $x_{D1}$ . Combinando las ecuaciones (23), (24), (25) y (26) se llega a:

$$\left. \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right|_{S^{a1}} = \frac{f^{a1} + b}{S^{a1} + a} = \frac{f^{a2} + d}{S^{a1} + c} \quad (27)$$

donde:

$$\begin{aligned} a &= \frac{K_c + d}{1 - K_c} \quad ; \quad b = \frac{K_c}{1 - K_c} \\ c &= V_p^{oINJ} - 1 + a (V_p^{oINJ} - V_p^{aINJ}) ; \\ d &= V_p^{oINJ} - 1 + b (V_p^{oINJ} - V_p^{aINJ}) \end{aligned} \quad (28)$$

y el coeficiente de participación  $K_c$  es,

$$K_c = \frac{V_c^{oINJ}}{V_c^{aINJ}} \quad (29)$$



En la práctica, el perfil de saturación a un tiempo dado (Figura 2), se obtiene del siguiente modo:  $S^a(x_D)$  para  $x_D \leq x_{D1}$  se estima de la ecuación (23) y los pares de puntos que definen  $(S^{a1}, f^{a1})$  y  $(S^{a2}, f^{a2})$  son las raíces de la ecuación (27).

De modo más riguroso, se puede considerar que este modelo simplificado presenta 9 incógnitas:  $f^a, S^j$  y  $V_i^j$ . Para resolverlo se utilizan 9 ecuaciones: (4), (5), (7), (15) y (27). Nótese que estas últimas ecuaciones (27) surgen de aplicarles a las ecuaciones (18) y (19) las restricciones del modelo simplificado.

### Cálculo del petróleo recuperado

El petróleo recuperado, expresado en volúmenes porales,  $N_p$ , corregido por el petróleo inyectado  $V_p^{aINJ}t_D$  se obtiene mediante un balance volumétrico,

$$\begin{aligned} N_p - V_p^{aINJ}t_D &= S^{oI} = \int_0^1 (S^oV_p^o + S^aV_p^a) dx_D \\ &= S^{oI} + \int_0^1 [-V_p^o + (V_p^o - V_p^a) S^a] dx_D \end{aligned} \tag{30}$$

donde la saturación de petróleo inicial en el medio poroso  $S^{oI} = S^{orw}$ . El segundo término de la ecuación (30) es el petróleo contenido en las dos fases móviles dentro del reservorio y se estima integrando el perfil de saturaciones y concentraciones. En el simulador numérico tanto  $S^j$  como  $V_p^j$  son funciones continuas del tiempo.

En el modelo simplificado se suponen perfiles de concentraciones y saturaciones con saltos abruptos (Figura 1 y 2). Definiendo  $t_{Dp}$  y  $t_{Dc}$  como los tiempos en que los bancos de petróleo y químico, respectivamente, irrumpen en la salida, se calcula  $N_p$  en tres etapas.

$$\text{etapa I} = t_D < t_{Dp} \quad ; N_p = 0 \tag{31}$$

etapa II =  $t_{Dp} \leq t_D < t_{Dc}$  considerando la discontinuidad en  $x_{D1}$  e introduciendo la ecuación (21) en la ecuación (30)

$$N_p - V_p^{aINJ}t_D = S^{oI} + \int_0^{x_{D1}} [-V_p^{oINJ} + S^a(V_p^{aINJ} - V_p^{aINJ})] dx_D + (S^{a2} - 1)(1 - x_{D1}) \tag{32}$$

Esta última ecuación se resuelve con una extensión del método de Wedge. Para ello se efectúa la integración por partes y se reemplaza  $x_{D1}$  de acuerdo con la ecuación (23)

$$x_{D1} = \left. \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right|_{S^{a1}} t_D = u_{S^a}^1 t_D \tag{33}$$

$u_{S^a}^1$  se estima combinando las ecuaciones (24) y (26), entonces

$$N_p = S^{oI} + S^{a2} - 1 + (1 - f^{a2})t_D \tag{34}$$

Igualando (31) y (34) en  $t_D = t_{Dp}$ , surge

$$t_{Dp} = \frac{1 - S^{oI} - S^{a2}}{1 - f^{a2}} \tag{35}$$

etapa III -  $t_D \geq t_{Dc}$ ; cuando la discontinuidad alcanza la salida, basta con reemplazar  $x_{D1} = 1$  en la ecuación (32) e integrando por partes, se obtiene

$$N_p - V_p^{aINJ} t_D = S^{oI} - V_p^{oINJ} + (V_p^{oINJ} - V_p^{aINJ}) [S^{aL} + (1 - f^{aL}) t_D] \quad (36)$$

siendo  $(S^{aL}, f^{aL})$  la saturación y flujo fraccional de agua a la salida del medio poroso; variables continuas con el tiempo. De la ecuación (33),

$$\frac{1}{t_{Dc}} = \left. \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right|_{S^a=1} \quad (37)$$

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se comparan los resultados del modelo simplificado con los obtenidos con el simulador numérico.

Las hipótesis 13 y 14 del modelo simplificado son restricciones que estrictamente no pueden ser cumplidas por el simulador numérico. La hipótesis 14, que es la restricción más fuerte, dice: "la distribución de concentraciones del soluto en ambas fases es una función escalón, sólo existe la concentración de inyección y la inicial que es nula". En el simulador numérico la concentración del soluto es una variable dependiente, y en consecuencia, su distribución será continua. Sin embargo, Larson<sup>5</sup> analizó teóricamente las condiciones para aproximar dicha hipótesis. Ellas son, que la absorción de las fases oleosa y acuosa con los otros dos componentes sea pequeña. Dicha absorción se denomina "swelling" o hinchamiento. Además, las isoterma de adsorción y de partición del soluto químico deben presentar pendientes no decrecientes.

Las hipótesis 13 "la adsorción del soluto en la roca no altera el caudal total" podría aceptarse si las concentraciones del soluto y la adsorción del mismo fueran pequeñas.

Se presentan cuatro ejemplos. En el primero el "swelling" de ambas fases es despreciable mientras que en el segundo las fases presentan un hinchamiento apreciable. En los dos la adsorción es nula y la partición es constante. En el tercer y cuarto ejemplo se adicionó adsorción a los datos del primer y segundo ejemplo respectivamente.

### Datos utilizados

Puesto que para el simulador numérico, la concentración de soluto es una variable dependiente, ciertos datos que dependen de dicha concentración de soluto tienen diferentes valores en el modelo y en el simulador. Estos datos son el diagrama de fases, la saturación residual de petróleo, las viscosidades y las permeabilidades relativas. La funcionalidad de estas últimas en todos los ejemplos es,

$$k_r^a = \hat{S}^{1.5} \quad ; \quad k_r^o = (1 - \hat{S})^{1.5} \quad ; \quad \hat{S} = \frac{S^a - 0.3}{0.7 - S^{or}(V_c^a)}$$

A efectos de minimizar las diferencias entre los datos que alimentan a ambos modelos se adoptan los siguientes valores para cada ejemplo.

**1<sup>er</sup> ejemplo: hinchamiento despreciable y adsorción nula**

<b>Modelo simplificado</b>	<b>Simulador numérico</b>
$V_c^{aINJ} = 0.02 ; V_c^{aI} = 0$	$V_c^{aINJ} = 0.02 ; V_c^{aI} = 0$
$V_p^{aINJ} = 0.02 ; V_p^{aI} = 0$	$V_p^a = V_c^a(x, t)$
$V_c^{oINJ} = 0.01 ; V_c^{oI} = 0$	$V_c^o = 0.5 V_c^a(x, t)$
$V_p^{oINJ} = 0.99 ; V_p^{oI} = 1$	$V_p^o = 1 - 0.5V_c^a(x, t)$
$S^{or}(V_c^{aINJ}) = 0$	$S^{or}(V_c^a \geq 0.01) = 0$
$S^{or}(V_c^{aI}) = 0.3$	$S^{or}(V_c^a < 0.01) = 0.3$

**2<sup>do</sup> ejemplo: hinchamiento apreciable y adsorción nula**

<b>Modelo simplificado</b>	<b>Simulador numérico</b>
$V_c^{aINJ} = 0.1 ; V_c^{aI} = 0$	$V_c^{aINJ} = 0.1 ; V_c^{aI} = 0$
$V_p^{aINJ} = 0 ; V_p^{aI} = 0$	$V_p^a = 0$
$V_c^{oINJ} = 0.2 ; V_c^{oI} = 0$	$V_c^o = 2 V_c^a(x, t)$
$V_p^{oINJ} = 0.6 ; V_p^{oI} = 1$	$V_p^o = 1 - 4V_c^a(x, t)$
$S^{or}(V_c^{aINJ}) = 0$	$S^{or}(V_c^a \geq 0.05) = 0$
$S^{or}(V_c^{aI}) = 0.3$	$S^{or}(V_c^a < 0.05) = 0.3$

**3<sup>er</sup> ejemplo: hinchamiento despreciable y adsorción apreciable**

<b>Modelo simplificado</b>	<b>Simulador numérico</b>
$Ad_c(V_c^{aI}) = 0.004$	
$Ad_c(V_p^{aI}) = 0$	$Ad_c = 0.2V_c^a(x, t)$

Los otros datos son iguales a los del primer ejemplo.

**4<sup>to</sup> ejemplo: hinchamiento y adsorción apreciables**

<b>Modelo simplificado</b>	<b>Simulador numérico</b>
$Ad_c(V_c^{aI}) = 0.02$	$Ad_c = 0.2V_c^a(x, t)$
$Ad_c(V_c^{aI}) = 0$	

Los otros datos son iguales al segundo ejemplo.

Otros datos comunes en todos los casos son:

$$\phi = 0.3$$

$$\mu^a = \mu^o = 1 \text{ cp}$$

$$P^{INJ} = 1 \text{ atm.}$$

$$L = 100 \text{ cm}$$

$$u^{aINJ} = 0.001 \text{ cm/s}$$

$$K = 1 \text{ darcy}$$

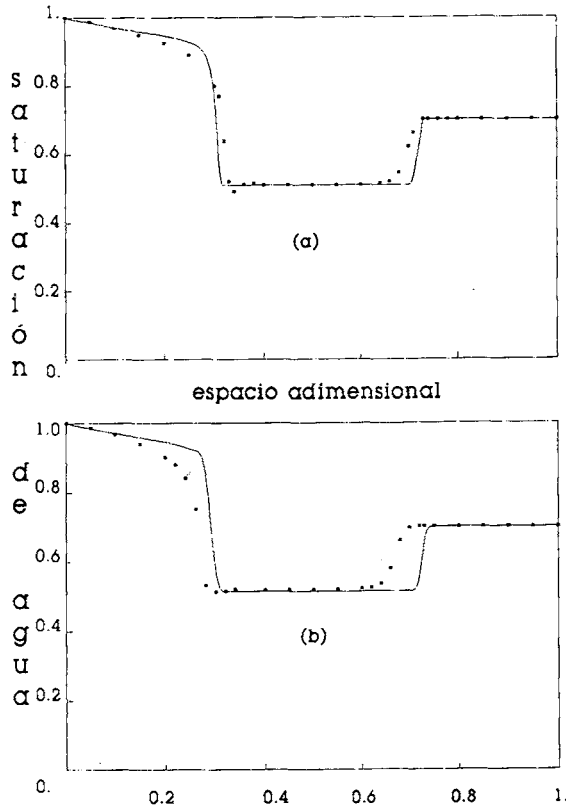


Figura 2. Perfil de saturación de la fase acuosa para una inyección de 0.3 volúmenes porales.

(a) 1<sup>er</sup> ejemplo: hinchamiento despreciable y adsorción nula.

(b) 2<sup>do</sup> ejemplo: hinchamiento apreciable y adsorción nula.

— modelo; · simulación numérica.

### Influencia del hinchamiento

En las Figuras 2a y 2b se muestran las distribuciones de saturación de la fase acuosa a lo largo del medio poroso  $S^a(x_D)$ , correspondiente a un tiempo adimensional  $t_D = 0.3 VP$  para el primer y segundo ejemplos. Pueden identificarse dos saltos abruptos en los perfiles de saturación: en la interfase acuosa —oleosa aguas abajo y en la interfase solución de especie química— oleosa, aguas arriba. En el primer ejemplo, de hinchamiento despreciable, se observa que dichos saltos ocurren aproximadamente en los mismos puntos en ambos modelos. Las diferencias son originadas en los datos que dependen de  $V_c^a$  y también en la dispersión numérica debido a que el simulador

trabaja con una grilla de 51 puntos. En el segundo ejemplo aparece la misma dispersión numérica: pero además los dos saltos abruptos correspondientes al simulador numérico se encuentran adelantados respecto de los que resultan del modelo simplificado.

En las Figuras 3a y 3b se representa la producción acumulada de petróleo en función del tiempo. En el primer ejemplo (Figura 3a) la producción de petróleo predicha por el simulador es levemente inferior a la estimada por el modelo simple, debido a la pequeña dispersión mostrada en la Figura 2a. La diferencia entre ambas es notoria en el segundo ejemplo; cuando el hinchamiento es apreciable el modelo simplificado predice una irrupción adelantada del banco de petróleo y mayor cantidad de petróleo recuperado a tiempos cortos. La diferencia tiende a disminuir al aumentar el tiempo (Figura 3b).

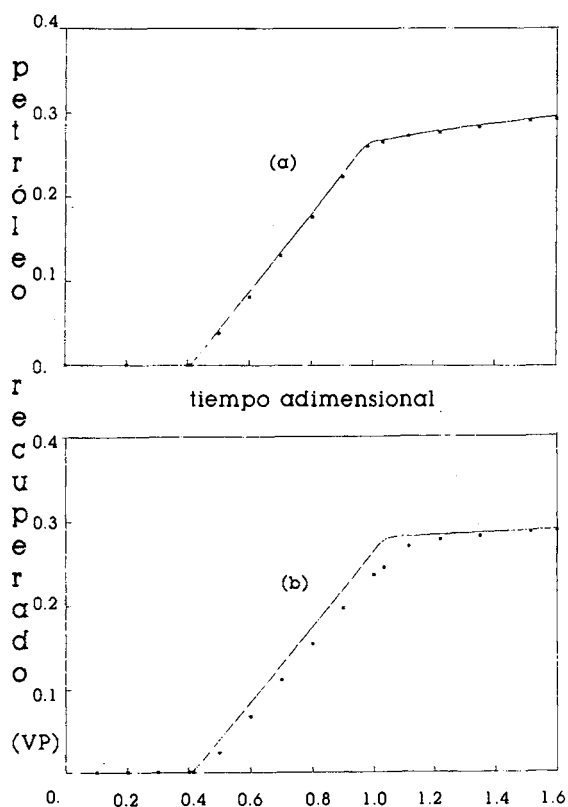


Figura 3. Petróleo recuperado en función del tiempo:  
 (a) 1<sup>er</sup> ejemplo: hinchamiento despreciable y adsorción nula.  
 (b) 2<sup>do</sup> ejemplo: hinchamiento apreciable y adsorción nula.  
 — modelo; · simulación numérica.

En la Figura 4 se muestra el diagrama de fases y componentes. La curva binodal se considera formada por dos tramos rectos. En el primer ejemplo, de hinchamiento despreciable, la concentración de soluto es tan pequeña que el conjunto de composiciones existentes en el medio poroso en un determinado tiempo de inyección cae sobre la línea que une los vértices *w* y *p*. Por eso en la Figura 4 sólo se muestran los caminos composicionales correspondientes al modelo simplificado y al simulador

numérico del segundo ejemplo. En el trazo punteado se marcó la línea de unión que pasa por la inyección.

En el modelo simplificado, el camino composicional está formado por la porción de dicha línea de unión limitada por los puntos *INJ* y *CB* (o banco de especie química), y los puntos aislados *OB* e *I* (banco de petróleo y estado inicial, respectivamente). En el simulador numérico, el camino composicional es continuo y está marcado con puntos.

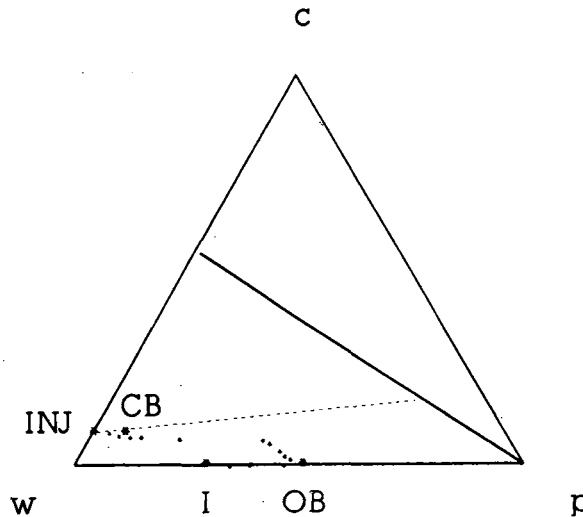


Figura 4. Diagrama de fases y componentes correspondientes al 2<sup>do</sup> ejemplo con hinchamiento apreciable y adsorción nula.

\* modelos ; ● simulación numérica.

### Influencia de la adsorción

En el tercer ejemplo se adicionó una adsorción máxima del 20% al primer ejemplo de hinchamiento despreciable. En la Figura 5a se muestra que la adsorción origina un retraso en la salida de los bancos químico y de petróleo y este último tiene una menor saturación de fase oleosa. Pero las diferencias entre los perfiles de saturación del modelo simplificado y del simulador numérico son menores y causadas principalmente por la dispersión numérica. En este caso la concentración de inyección de especie química es pequeña y también lo es la adsorción. Por eso se cumplen aproximadamente las hipótesis 13 y 14. En efecto el caudal total prácticamente no se altera por la adsorción (Figura 5b).

Las previsiones de recuperación de petróleo del modelo simple y del simulador son casi iguales (Figura 6).

En la Figura 7 se muestran los resultados del modelo simple y el simulador para el cuarto ejemplo de hinchamiento y adsorción apreciables. El retraso creado por la adsorción en el perfil de saturación acuosa se puede ver en la Figura 7a donde se representan los resultados del modelo simple con adsorción (línea continua) y sin adsorción (línea discontinua). El efecto de la adsorción es igual que en el ejemplo

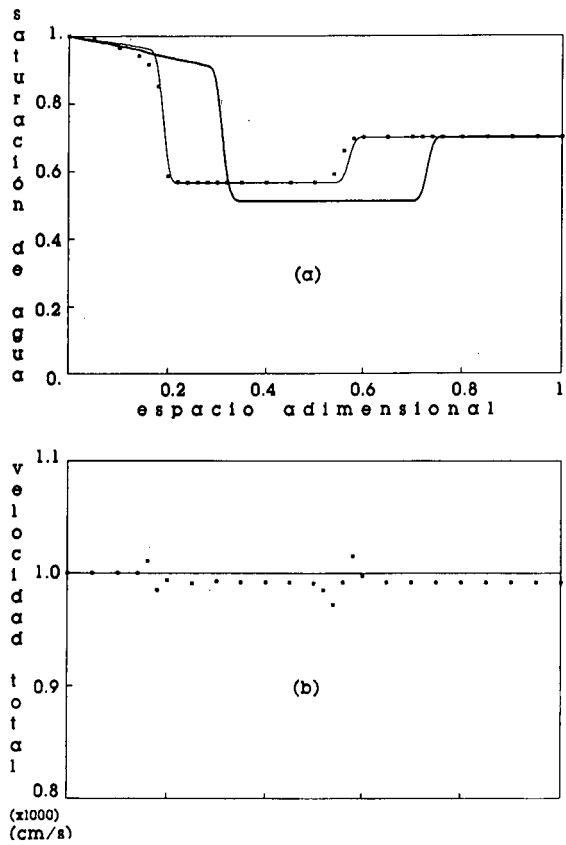


Figura 5. 3<sup>er</sup> ejemplo: hinchamiento despreciable y 20% de adsorción.  
 (a) Perfil de saturación de la fase acuosa.  
 (b) Caudal total por unidad de área: correspondiente a 0.3 volúmenes porales inyectados. — modelo; · simulación numérica — modelo sin adsorción.

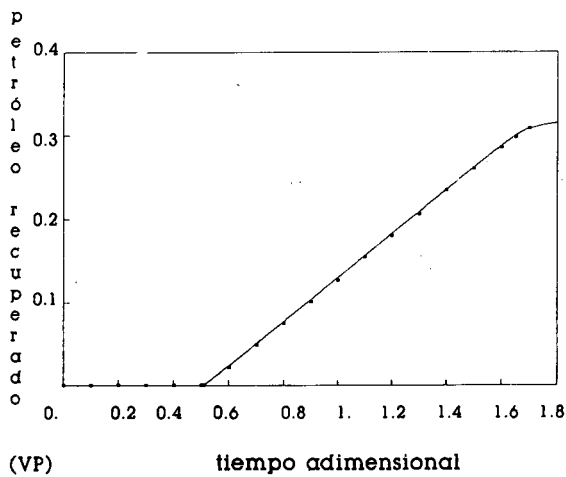


Figura 6. Petróleo recuperado en función del tiempo en el 3<sup>er</sup> ejemplo: hinchamiento despreciable y 20% de adsorción, — modelo; · simulación numérica.

anterior: retraso del banco químico y menor saturación de fase oleosa en el banco de petróleo. Por otra parte las salidas del modelo simple y del simulador difieren pues no se cumplen las hipótesis simplificatorias. El caudal total por unidad de área llega a ser un 4% menor que el Caudal inyectado (Figura 7). El modelo simple predice una producción adelantada de petróleo y mayores recuperaciones a tiempos cortos (Figura 8).

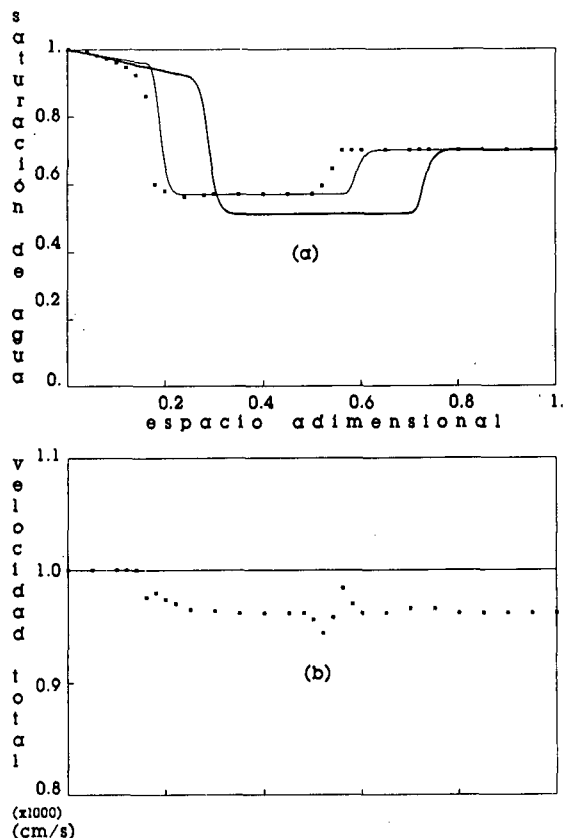


Figura 7. 4<sup>to</sup> ejemplo: hinchamiento y adsorción apreciables:

(a) Perfil de saturación de la fase acuosa.

(b) Caudal total por unidad de área; correspondientes a 0.3 volúmenes porales inyectados, — modelo; - - - simulación numérica y ··· modelo sin adsorción.

## CONCLUSIONES

Se desarrollan dos modelos matemáticos que representan la inundación de yacimientos petrolíferos con sustancias químicas. Un modelo más simple, con mayores restricciones, conduce a una solución analítica y uno más riguroso que constituye un simulador numérico en diferencias finitas. La restricción más fuerte y alejada de la realidad del modelo simple es la suposición de "saltos abruptos auto-gestantes"



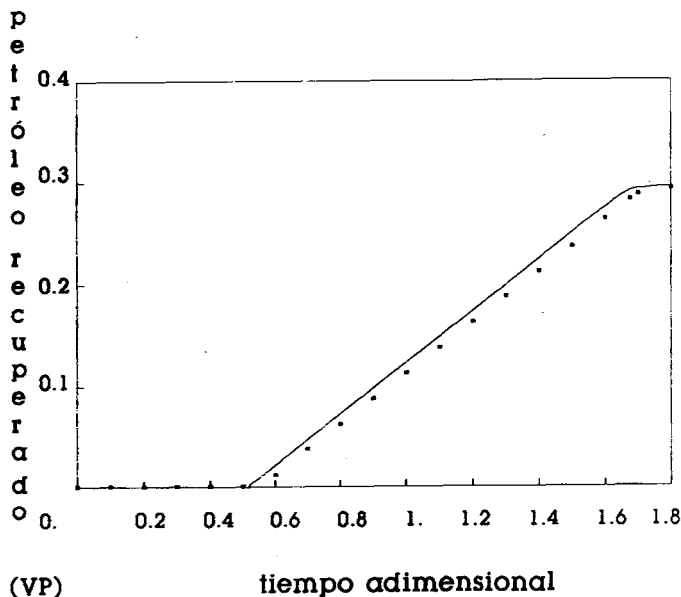


Figura 8. Petróleo recuperado en función del tiempo en el 4<sup>to</sup> ejemplo: hinchamiento y de adsorción apreciables, — modelo; · simulación numérica.

(self-sharpening systems) en las distribuciones de concentración del soluto que crean discontinuidades en los datos y en otras variables que dependen de dicha concentración. Esta suposición sólo sería correcta para concentraciones químicas de inyección tan pequeñas que resultan irrelevantes en la práctica.

Sin embargo, el modelo simple es capaz de representar los mecanismos físicos más importantes en la inundación química: participación del soluto en ambas fases, adsorción del mismo en la roca, disminución de la tensión interfacial y miscibilidad parcial entre las fases.

El simulador numérico no puede reproducir los “saltos abruptos auto-gestantes” pues la concentración de soluto es una variable dependiente y continua. De tal modo el petróleo recuperable que predice el modelo simple es un límite máximo del calculado por el simulador. A tiempos cortos, la diferencia entre las dos recuperaciones puede ser importante, sobre todo cuando hay miscibilidad parcial entre las fases y adsorción. A tiempos de inyección largos, después que el banco químico alcanza la salida, las dos recuperaciones se van acercando hasta superponerse.

### RECONOCIMIENTOS

Este trabajo fue solventado por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) y la Universidad de Buenos Aires (UBA) de la República Argentina. Los autores agradecen a C.A. Grattoni y a S.C. Gabbanelli su colaboración en las fases iniciales del mismo y a G. Galacho su ayuda en el mecanografiado.

## NOMENCLATURA

- A*: área transversal del reservorio ( $cm^2$ ).  
*a, b, c, d*: Coeficientes definidos en la ecuación (28).  
*Ad*: Volumen adsorbido por unidad de volumen de medio poroso.  
*D*: coeficiente de dispersión ( $cm^2/s$ ).  
*f*: flujo fraccional.  
*K* Permeabilidad absoluta (Darcy).  
*K<sub>c</sub>*: coeficiente de participación definido en la ecuación (29).  
*k<sub>r</sub>*: permeabilidad relativa.  
*L*: longitud total del medio porosos ( $cm$ ).  
*M*: relación de movilidades, definida en la ecuación (18).  
*N<sub>p</sub>*: volúmenes porales de petróleo recuperado.  
*N<sub>x</sub>*: número de puntos de la grilla.  
*P*: presión ( $atm.$ ).  
*P<sub>c</sub>*: presión capilar ( $atm.$ ).  
*S*: saturación.  
*Ŝ*: saturación de agua normalizada, definida en la ecuación (14).  
*t*: tiempo ( $s$ ).  
*t<sub>D</sub>*: tiempo adimensional.  
*u*: velocidad ( $cm/s$ ).  
*V*: fracción volumétrica.  
*x*: distancia ( $cm$ ).  
*x<sub>D</sub>*: distancia adimensional.  
*Z*: concentración total volumétrica.

### Letras griegas

- $\alpha$ : coeficiente de adsorción, definido en la ecuación (9).  
 $\phi$ : porosidad.  
 $\mu$ : viscosidad ( $cp$ ).

### Subíndices

- c*: especie química.  
*I*: inicial  
*INJ*: inyección.  
*m*: punto de grilla.  
*p*: componente petróleo.  
*w*: componente agua.  
 1: frente del banco químico.  
 2: frente del banco de petróleo.

### Supraíndices

- a*: fase acuosa.  
*o*: fase oleosa.  
*r*: residual.  
*I*: inicial.  
*INJ*: inyección.

- $n$ : número de paso de tiempo.
- 0: punto extremo en la curva de permeabilidades relativas.
- 1: frente del banco químico.
- 2: frente del banco de petróleo.

## REFERENCIAS

1. N. Van Quy y J. Labrid, "A Numerical Study of Chemical Flooding-Comparison with Experiments", *Soc. Pet. Eng. J.*, Vol. **23**, n° 3, pp. 461-474, (1983).
2. E.L. Claridge y P.L. Bondor, "A Graphical Method for Calculating Linear Displacement with Mass Transfer a Continuously Changing Mobilities", *Trans. AIME*, Vol. **257**, pp. 609-618, (1974).
3. C.M. Marle, "*Multiphase Flow in Porous Media*", Gulf Publishing Company, Editions, Paris, Francia, (1981).
4. G.A. Pope, "The Application of Fraccional Flow Theory to Enhanced Oil Recovery", *Soc. Pet. Eng. J.*, Vol. **20**, n° 3, pp. 191-205, (1980).
5. R.G. Larson y G.J. Hirasaki, "Analysis of the Physical Mechanisms in Surfactant Flooding", *Soc. Pet. Eng. J.*, Vol. **18**, n° 1, pp. 42-58, (1978).
6. C.A. Grattoni y M.S. Bidner, "One Dimensional Modelling of Polymer Flood Performance. Analytical and Graphical Solutions", *Revue de L'Institute Francais du Pétrole*, Vol. **38**, n° 5, pp. 627-640, (1983).
7. C. Wachmann, "A Mathematical Theory for the Displacement of Oil and Water by Alcohol", *Trans. AIME*, Vol. **222**, pp. 250-266, (1961).
8. G.A. Pope y R.C. Nelson, "A Chemical Flooding Compositional Simulator", *Soc. Pet. Eng. J.*, Vol. **18**, n° 5, pp. 339-354, (1978).
9. S.E. Buckley y M.C. Leverett, "Mechanisms of Fluid Displacement in Sands", *Trans. AIME*, Vol. **146**, pp. 107-116, (1942).