

ESTUDIO NUMÉRICO DE LA ELECTRIFICACIÓN DE NUBES

CARLOS M. SCAVUZZO

ELDO E. AVILA

y

GIORGIO M. CARANTI †

*Facultad de Matemática, Astronomía y Física,
Universidad Nacional de Córdoba.
Laprida 854, 5000 Córdoba, Argentina.*

RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo numérico 3D para evaluar la capacidad que posee el mecanismo de cargado por colisiones hielo-hielo con fracturas de fragmentos (Caranti et al. 91¹), de reproducir los hechos más salientes de la estructura eléctrica de una tormenta. Así el modelo numérico solo incluye este mecanismo de cargado utilizando para ello los datos experimentales de Avila y Caranti 92². Este modelo incluye un espectro discreto con ocho categorías de partículas y los fragmentos aumentan el número de una de ellas. Se muestra que este mecanismo produce altos campos eléctricos (400 KV/m) en un tiempo esperado (4 minutos). Además se muestra superposiciones de las regiones positiva y negativamente cargadas, produciendo una estructura dipolar (o tripolar) altamente estable en el tiempo. Las cargas obtenidas por partículas, están de acuerdo con los datos de mediciones en nubes con aviones. Se presenta además la discusión de los resultados obtenidos con una versión 2D del modelo.

SUMMARY

A 3D numerical model to evaluate the ability, of noninductive mechanisms of ice-ice collisions with fractures (Caranti et al. 91¹) to reproduce the most important features of cloud electrification structure is presented. The numerical model only includes the charging mechanisms and uses experimental data obtained by Avila and Caranti, 92². This study includes an eight categories of the discrete particle spectrum, the fragments increasing only one of them. It is shown that high fields (400 KV/m) are produced by this kind of interaction in the expected duration (4 minutos). It is also found that positive and negative charges considerably, overlap but their superposition results in a highly stable stratification, forming a vertical dipole (or tripole) structure. The charge on individual particles agree with the experimental in situ data reported. Results obtained with a simple 2D version of the model are also discussed.

† Este trabajo ha sido financiado por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Argentina.

Recibido: Julio 1993

INTRODUCCIÓN

El curioso fenómeno de la electrificación espontánea de tormentas severas no está aún completamente entendido. Además de su interés básico, los daños causados por las descargas a tierra como incendios, destrucción en ciudades, accidentes en aviones y hasta muertes, ha hecho de éste un fenómeno sujeto a innumerables investigaciones.

La estructura eléctrica de una nube de tormenta puede verse esquemáticamente en la Figura 1. Es posible observar una región de carga negativa entre dos regiones de carga positiva. La región cargada negativamente se encuentra localizada aproximadamente entre las isoterma de $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$, y tiene una altura de alrededor de un kilómetro. La región positiva superior está menos localizada y su altura puede ser de varios kilómetros. Las densidades de carga de éstas dos regiones son similares y en el momento de una descarga llegan a tener entre 1 y 10 Coulomb por kilómetro cúbico (C/km^3). La región inferior de carga positiva es más pequeña y su carga uno a dos órdenes menor que las otras zonas.

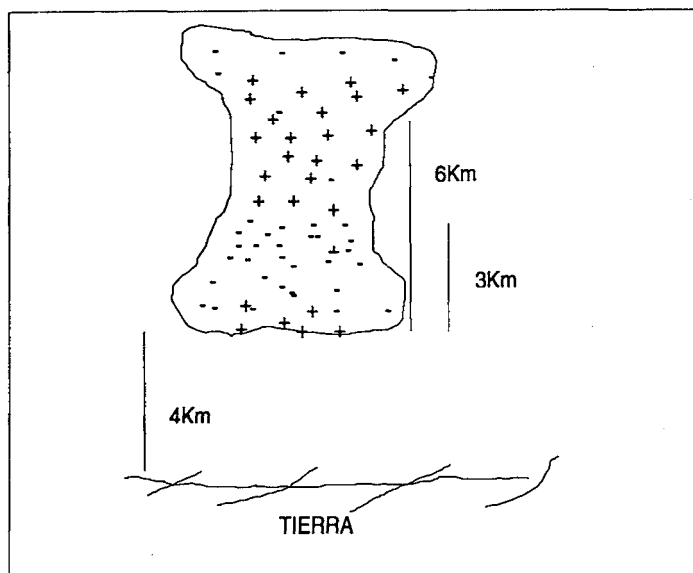


Figura 1. Esquema de la distribución de carga en una nube convectiva.

Los campos eléctricos medidos en regiones próximas a donde se han iniciado descargas son del orden de los cientos de kilovolts por metro (KV/m).

Existen tres caminos por los cuales aproximarse a la investigación del posible mecanismo responsable de la electrificación de las tormentas:

- 1) Experimentos de laboratorio y cálculos teóricos realizados para cuantificar el intercambio de carga entre partículas de hielo interactuantes, de diversos tamaños, faces y diferentes condiciones ambientales.
- 2) Mediciones de campo; donde sensores remotos y mediciones in situ miden las características dinámicas, termodinámicas, microfísicas y eléctricas de la nube, que luego son elaboradas e interpretadas.

- 3) Estudios de modelado numérico; que simulan el crecimiento de la nube y tomando en cuenta los procesos físicos que ocurren dentro de ella, dan información de como los complejos procesos podrían interactuar para producir una electrificación neta de la nube.

El modelado numérico es el más nuevo de los caminos para investigar este problema. Luego de que en la década de los 50 y los 60 los modelos numéricos de nubes comenzaron a desarrollarse, a estos le siguieron los primeros intentos en modelar los mecanismos de electrificación propuestos y evaluar los resultados. El primero de tales trabajos fue de Pringle(73)³, quien modificó un modelo bidimensional dependiente del tiempo para incluir una muy primitiva parametrización de la separación de carga, sin especificar ningún mecanismo en particular. Takahashi (74)⁴ empleó un modelo de nube unidimensional dependiente del tiempo donde incluyó la interacción entre la carga espacial y los hidrometeoros, pero no permitía ningún intercambio de carga en interacciones entre los hidrometeoros. Illingworth y Lathan (77)⁵ en un modelo 1-D de estado estacionario, incluyeron varios mecanismos de cargado por interacción de partículas. Recién en la década de los 80 se realizó el primer modelo 3-D, Rawlins (81)⁶ lo llevó a cabo.

Trabajos más recientes como los de Heldson and Farley (87)⁷, Takahashi (84)⁸ y de Norville et al. (1991)⁹ representan intentos de comprobar la influencia de los distintos mecanismos de carga, propuestos, dentro de las nubes.

Todos estos modelos arrojaron alguna información interesante pero aún ninguno es concluyente en cuál o cuáles son los mecanismo principales del cargado.

El proceso de electrificación propuesto por Avila y Caranti^{1,2} se encuentra dentro del grupo de las teorías no inductivas y se basa en el hecho de que mediciones de laboratorio muestran que al chocar dos partículas de hielo con velocidades relativas adecuadas, condiciones ambiente controladas, se desprende un fragmento de una de las partículas con carga neta y las otras dos partículas también terminan, luego de la colisión, con carga neta. Los signos de cada una dependen fuertemente de la temperatura ambiente y del contenido de agua líquida. La capacidad de producir un fragmento además depende de la energía cinética disponible en el choque.

El desarrollo de un modelo numérico de nube 3D dependiente del tiempo (Scavuzzo y Castellano 92¹⁰) fue el primer paso hacia el testeo de nuestras ideas acerca de la electrificación de nubes. Aquel modelo simula la evolución del campo de viento, de agua líquida, temperatura y presión de una nube, partiendo de un dado conjunto de condiciones atmosféricas para comenzar la convección. Diferencias finitas son usadas para resolver todas sus ecuaciones salvo la ecuación diagnóstica para la presión que es resuelta por un método pseudoespectral.

En el trabajo que aquí se presenta, la nube es simulada primero, sin incluir la electricidad, para obtener el campo de viento 3D. En esta etapa del trabajo un estado estacionario de la nube es usado en otro programa que simula el proceso de electrificación.

Inicialmente se tiene un distribución espacial de partículas de hielo de los distintos tamaños considerados, las cuales se mueven dentro de la nube, por los movimientos convectivos y la acción de la fuerza de gravedad. Debido al movimiento diferencial de partículas de diferentes tamaños, se producen colisiones y la subsecuente separación de

carga entre ellas. Este proceso en conjunto es el que produciría la estructura eléctrica observada en nubes.

El modelo de electrificación así como sus resultados y la discusión de éstos son presentados en presente trabajo. Además incluimos resultados obtenidos con una versión 2D del modelo, para poder discutir la influencia de la dimensionalidad en este tipo de estudios.

EL MODELO DE ELECTRIFICACIÓN

El modelo toma como datos los campos de viento y temperatura a un tiempo fijo, obtenidos con nuestro modelo de nube 3-D. Tal como en otros modelos de electrificación existentes Takahashi (84)⁸ aquí se utiliza un espectro discreto de partículas, el espectro consiste de ocho categorías de partículas de hielo representando a hielo de precipitación y cristales pequeños. Sus diámetros son: 1) 10 μm (fragmentos), 2) 30 μm , 3) 50 μm , 4) 100 μm , 5) 250 μm , 6) 500 μm , 7) 1000 μm , 8) > 5000 μm .

Así el modelo incluye 16 variables independientes en cada punto de una grilla discreta que coincide con la grilla del modelo de nube original, estas son: el número de partículas por litro y la carga media de cada categoría en cada instante de tiempo. Estas partículas de hielo se mueven y chocan, provocando una separación de carga neta en la nube.

Las ecuaciones de transporte para el número de partículas N_i y sus respectivas densidades de carga C_i son las siguientes.

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \nabla N_i + \mathbf{V}_{Ti} \frac{\partial N_i}{\partial z} + T_{eddy} \quad i = 1, 8$$

y

$$\frac{\partial C_i N_i}{\partial t} = [-\mathbf{V} \cdot \nabla (N_i C_i) + \mathbf{V}_{Ti} \frac{\partial (N_i C_i)}{\partial z}] + T_{eddy} + \left(\frac{\partial C_i N_i}{\partial t} \right)_{inter} \quad i = 1, 8$$

donde \mathbf{V} es la velocidad del aire, T_{eddy} es el término de viscosidad artificial, V_{Ti} es la velocidad terminal de la partícula i , y $\left(\frac{\partial C_i N_i}{\partial t} \right)_{inter}$ representa la fuentes de carga debido a las colisiones.

Para evaluar el número de colisiones de las partículas i con las j se utiliza un modelo estocástico. El número de colisiones por litro de aire y por segundo es:

$$NC = \pi R_g^2 |V_{Ti} - V_{Tj}| N_i N_j E$$

donde R_g es el radio de la partícula de mayor tamaño y E la eficiencia de la colisión. Esta ecuación es obtenida calculando el volumen barrido por una partícula de la clase i relativo a las j , por unidad de tiempo. Suponiendo que las partículas j están distribuidas aleatoriamente en el volumen en cuestión, se calcula la probabilidad de colisiones y luego multiplicando por la concentración de partículas i , se obtiene la expresión anterior.

Para saber cuáles, de todas las colisiones posibles $i-j$, pueden provocar fragmentos y con ello producir separación de carga, se estimó la energía necesaria para tal fractura. De aquí se indujo que sólo las siguientes colisiones tienen suficiente energía cinética ($1.5 \cdot 10^{-11}$ J) como para provocar fragmentos (partículas 1).

2 - 8

3 - 6 3 - 7 3 - 8

4 - 6 4 - 7 4 - 8

5 - 6 5 - 7 5 - 8

6 - 7 6 - 8

7 - 8

Cada colisión se supone que sólo produce un fragmento y las cargas se reparten de la siguiente manera:

para $T > -18^\circ C$

10 fC la partícula grande -8 fC el fragmento y -2 fC el cristal pequeño

para $T < -18^\circ C$

-10 fC la grande, 8 fC el fragmento y 2 fC el cristal pequeño.

ESQUEMA NUMÉRICO, CONDICIONES INICIALES Y DE CONTORNO

Las ecuaciones del párrafo anterior son resueltas por un esquema de diferencias finitas de primer orden centrada en el espacio y adelantada en el tiempo.

La grilla elegida tiene 500 m de parámetro de red (igual a nuestro anterior modelo). Debido al problema que ocasiona la gran variación de concentración (3 órdenes de magnitud en 20 puntos de grilla) se debe elegir un paso de tiempo pequeño, e igual a 1 segundo. A pesar de esto se debieron realizar algunos cálculos extras para no permitir mayor advección que la permitida, provocando artificiales concentraciones negativas.

Para poner a punto el modelo se utilizó, un dominio de $16 \times 16 \times 16$ puntos pero fue necesario luego correr el modelo en un dominio de $32 \times 32 \times 32$ puntos para el mismo Δx . Este demora del orden de 18 h en simular 5 minutos del proceso de electrificación corriendo sobre una computadora NEXT, con los códigos hechos en FORTRAN.

Se toman condiciones de contorno periódicas en los laterales. Estas si bien no son físicamente justificables no provocan efectos espúreos, por estar lejos de la zona donde hay partículas de hielo. En el piso y tope se toman todas las variables iguales a cero. Además todas las partículas que están por debajo de la isoterma de cero grado son eliminadas.

Se utilizó inicialmente un espectro de partículas típico de nubes que presentaron electrificación. La concentración de las partículas más pequeñas aumenta rápidamente con la altura hasta un máximo de 700 l^{-1} a los 7.5 km, para alturas mayores la concentración se mantiene constante hasta el tope de la nube.

La distribución en altura de cada tamaño de partícula siguen una ley exponencial del tipo: Ae^{Bz} donde A y B son diferentes para cada clase y z la altura. Las clases 1, 2 y 3 (cristalitos) tienen $B > 0$, de ésta manera sus concentraciones se incrementan con la altura, hasta un valor máximo luego del cuál permanecen constantes. Para las categorías de la 4 a la 8, consideradas como partículas de precipitación, $B < 0$ por lo tanto decrecen en número con la altura.

Por otro lado, ya que las partículas de la clase 8 caen fuera de la nube muy rápidamente, y el modelo no tiene incorporada la parte de crecimiento, ellas son reinyectadas artificialmente a razón del 40% de su perfil original en cada minuto.

En el modelo se toma una eficiencia de colisión (E) del 10 %. Este pequeño valor toma en cuenta dos factores a saber: a) la real eficiencia de colisión que muy raramente es menor que 0.5 y b) el efecto de que las cargas transferidas en cada colisión tienen un amplio rango estadístico y solo en promedio producen los signos y cantidades puestos en el modelo; este efecto estadístico podría reducir la eficiencia del mecanismo. Esto significa que se tienen en cuenta uno de cada 10 eventos de colisión.

La nube que se utiliza en este trabajo tiene una región central de alrededor de 6 km de diámetro horizontal, llegando a ser sus máximas velocidades ascendentes de alrededor de 20 m/s. El nivel de congelación estaba a los 3 km del piso, la base de la nube a los 2.5 km y el tope cerca de los 11 km.

Si bien la grilla simulada tenía $32 \times 32 \times 32$ puntos, las partículas de hielo se sembraron en un cubo central de 16 puntos de lado y con carga inicial cero.

RESULTADOS

En la Figura 2 se muestra la concentración (en número por litro) de las partículas de la clase 1 (cristales de hielo) como función de la altura, para intervalos de tiempo de un minuto. Se observa que ellas tienen un marcado incremento en su número, debido a los fragmentos que se producen durante la simulación; se puede ver que en 5 minutos casi se duplican. La Figura 4 muestra la densidad de carga volumétrica asociada a esta clase de partículas; la misma se presenta en forma de promedios a lo largo de planos horizontales, en forma similar a la de la Figura 2. La densidad de carga de estas partículas es positiva y grande por encima de los 5.5 km, con un crecimiento casi lineal en el tiempo con el máximo llegando alrededor de los 7.5 km.

Del otro lado del espectro, las partículas de clase 8 se muestran en la Figura 3. Estas partículas son más numerosas en los niveles más bajos y su número decrece

muy rápido con la altura. Puesto que ellas son reinyectadas hay una compensación por las partículas perdidas por precipitación y su concentración permanece más o menos constante. El comportamiento de su carga se presenta en la Figura 5. Ésta es esencialmente negativa excepto para una pequeña región cerca del nivel de congelación. La máxima carga negativa asociada con esta clase de partículas baja su altitud para estabilizarse alrededor de los 6 km con un valor absoluto de la mitad del máximo de la clase 1.

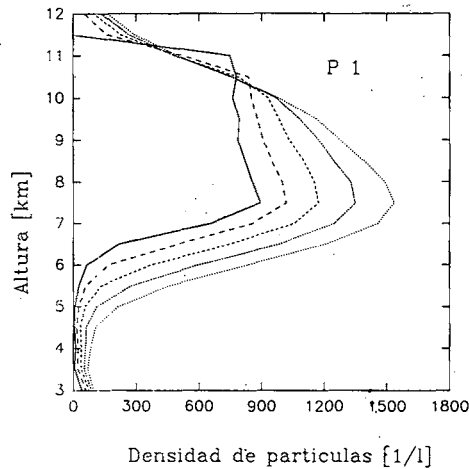


Figura 2. Distribución vertical de la concentración de partículas de $10 \mu\text{m}$. Los valores son promedios sobre planos horizontales. Las distintas curvas corresponden a ésta variable en cada minuto de simulación, siendo la línea llena la distribución inicial

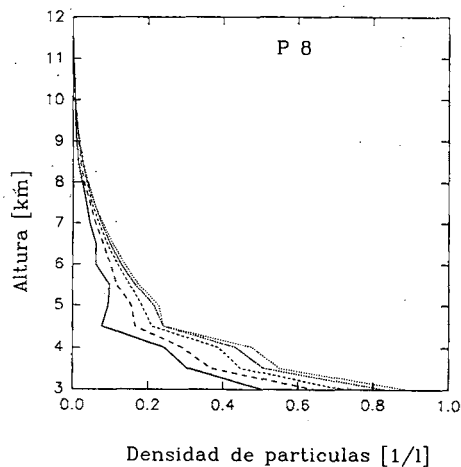


Figura 3. Idem que la Figura 2 pero para las partículas $> 5000 \mu\text{m}$

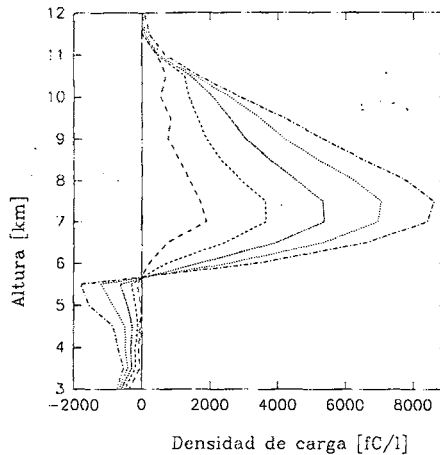


Figura 4. Distribución vertical de densidad de carga asociada a las partículas de $10 \mu\text{m}$. Nuevamente se han tomado valores medios sobre planos horizontales y las diferentes curvas son valores cada minuto de simulación, siendo la línea llena la distribución inicial

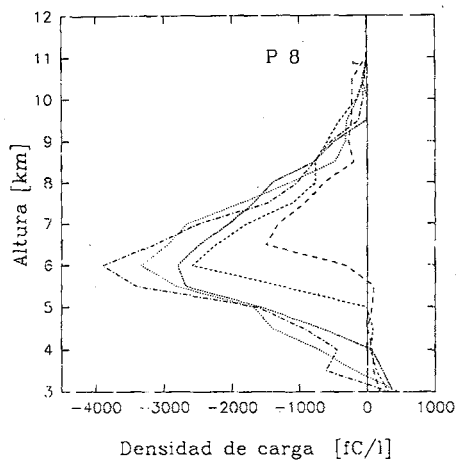


Figura 5. Idem que la Figura 4 pero para las partículas $> 5000 \mu\text{m}$

Puede verse que las densidades de carga de las clases 1 y 8 distribuidas verticalmente podrían por sí mismas formar una estructura de dipolo reportada por los trabajos de observaciones de tormentas in situ.

Curvas de las densidades de carga de los otros tipos de partículas se examinaron, viéndose que su magnitud es muy inferior (en total por celda no por partícula) a las de las clases 1 y 8. Esto estaría indicando que las partículas más grandes y más pequeñas solas son capaces de producir la estratificación de la carga y este fenómeno sería poco dependiente de las distribuciones espaciales y cantidades de los otros tipos de partículas.

La distribución vertical de la carga total se presenta en la Figura 6. La carga total a una dada altura, es calculada sumando la carga de todas las celdas a esa altura. Es notable la estructura dipolar que ésta muestra ya desde el comienzo de la simulación. En ella se ve claramente la zona negativa con un espesor muy definido y a la altura la

isoterma de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Por el contrario la zona de carga positiva se ve claramente más dispersa, como se esperaba, y con valores máximos de densidad de carga de $5\text{ C}/\text{km}^3$. Estos resultados concuerdan en buena medida con los datos medidos en nubes reales.

La Figura 7 muestra el módulo del campo eléctrico total y su componente vertical sobre una línea vertical que atraviesa el centro de la nube a los 4 minutos de iniciada la electrificación. Se puede ver que el máximo campo eléctrico es de $410\text{ KV}/\text{m}$ alrededor de los 6 km de altura, este valor es lo suficientemente grande como para iniciar una descarga eléctrica (rayo). El signo de la componente vertical concuerda con las ideas de estructura tripolar esperada para el fenómeno en cuestión.

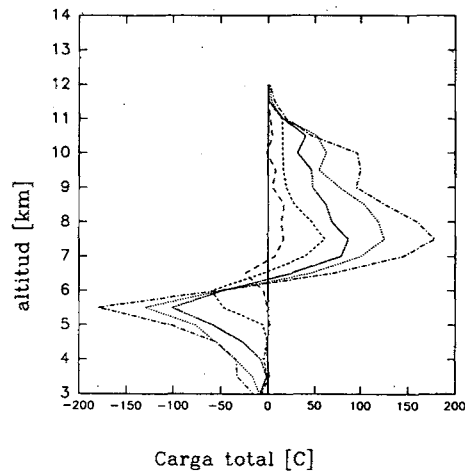


Figura 6. Carga total (sumada todas las partículas) en cada plano horizontal. Las distintas curvas representan la carga en cada minuto

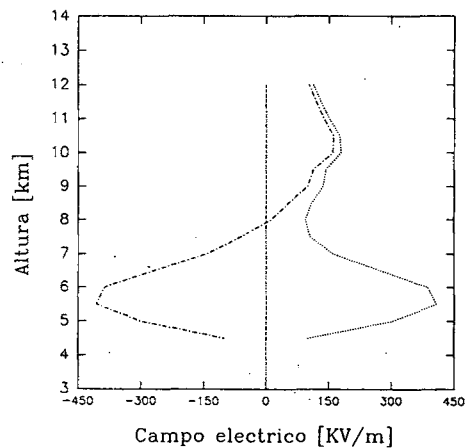


Figura 7. Campo eléctrico vertical y su módulo, sobre una línea vertical en el centro de la nube a los 4 minutos de iniciada la simulación. Datos para el mismo experimento que se presenta en las figuras anteriores

En otras corridas en las cuales la interacción entre las partículas de clases 2 y 8 se puso con una eficiencia del 1 %, la carga total disminuyó en un tercio en los distintos niveles, pero su distribución en altura permaneció casi inalterada. En esta corrida un pequeño centro positivo apareció en la base de la nube.

Además simulaciones variando el espectro inicial de partículas hasta en un 50 % fueron llevadas a cabo, notándose que la forma de la estratificación de la carga así como los valores de la carga máxima fueron prácticamente inalterados, mostrando la gran estabilidad de los resultados de estratificación encontrados. Este resultado además refuerza los resultados ante cualquier opinión acerca de que si los espectros utilizados son exactamente los que corresponden.

Resultados arrojados para el caso en el que a ningún tipo de interacción se le permitió producir fragmentos (o sea que la carga se repartía sólo entre las dos partículas interactuantes), mostraron una estratificación similar. Este resultado es esperable ya que en el modelo los fragmentos sólo tienen el efecto de transportar carga y no son capaces de producir nuevos fragmentos. Así ya que las diferencias de velocidades terminales de los otros tamaños pequeños y los fragmentos es muy pequeña (menos de 1 m/s), el modelo no es capaz de representar las posibles diferencias existentes en la realidad si no hubiera fragmentos.

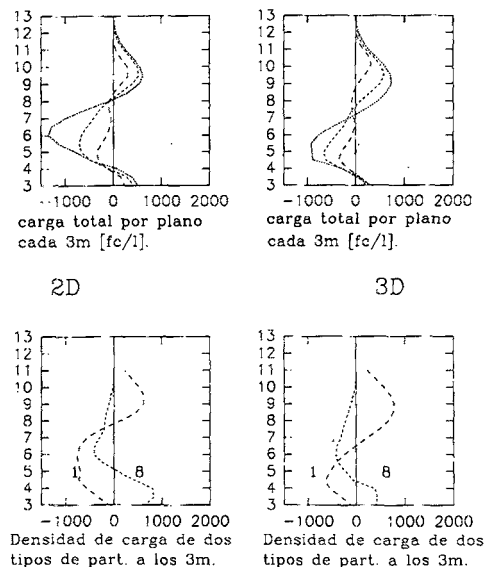


Figura 8. Carga total por plano (igual que la Figura 6) y densidad de cargas de las partículas de las clases 1 y 8. Resultados de una simulación con otra nube, diferente a la del caso anterior, con el modelo 3D y su versión 2D

La Figura 8 presentan en la misma forma de promedios sobre planos, la comparación entre los resultados del modelo corrido en 3D y en 2D para un caso diferente al presentado anteriormente. Para el mismo experimento también se presenta las curvas de nivel de densidad de carga a los 4 minutos de iniciada la electrificación para ambas versiones del modelo en la Figura 9. Claramente existen diferencias entre el modelo en

tres dimensiones y su versión simplificada pero cualitativamente los resultados acuerdan bastante bien, sin embargo los valores de densidades de carga difieren hasta en un 30%.

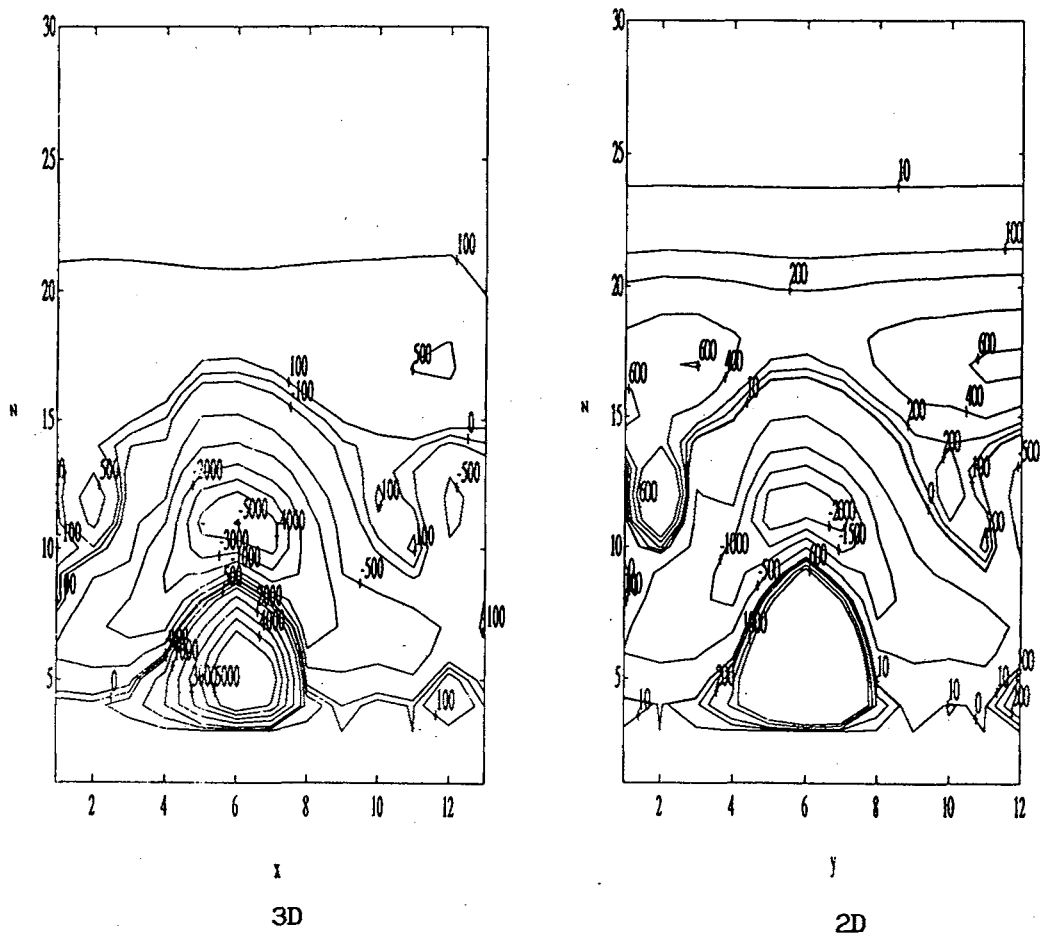


Figura 9. Curvas de nivel de igual densidad de carga total, para un plano vertical XZ, en el centro de la nube, a los 3 minutos de iniciada la simulación, para el mismo caso presentado en la Figura 8. Los ejes están en puntos de grilla (1/2 km). Los resultados son obtenidos para la versión 3D y la 2D

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Nuestro principal interés en este primer paso del trabajo fue testear si el cargado por fractura, era suficiente para reproducir la estructura de carga medidas en tormentas electrificadas y en que proporción. Para ello la utilización de modelos de simulación fue la herramienta que nos pareció más adecuada.

En este primer paso, la información disponible, del contenido de agua líquida no fue utilizado para calcular si las partículas crecían por acreción, este efecto es realmente importante y pensamos incorporarlo en el futuro.

Se encontraron densidades de cargas máximas (ver Figura 6) del orden de 5 C/km^3 las cuáles están dentro de los valores observados. Las cargas total por plano del orden de 180 C . Aunque las cargas de ambos signos muestran un gran solapamiento, el resultado de la simulación arroja que la distribución de carga total en altura posee una clara estratificación.

Los resultados muestran que la carga negativa está localizada en una banda muy definida a una altura casi constante en el tiempo, mientras que la positiva está mucho más dispersa y su parte central se mueve muy lentamente hacia arriba. Éste es un resultado general encontrado, en otras corridas con diferentes eficiencias y condiciones de inyección.

Krehbiel et al. (1984)¹¹ en mediciones in situ, notó la constancia en altura de la región de carga negativa y el movimiento ascendente del centro positivo, momentos antes de observar la aparición de una descarga. Ésto es consistente con los resultados que nosotros obtuvimos.

Mediciones con aviones dentro de nubes de tormentas (Weinheimer et al. 1988¹²) han reportado que cargas reales en partículas, están en el rango de -500 a 200 pC con mayoría en el rango de -50 a -30 pC . De acuerdo con estas observaciones, las partículas más cargadas en esta corrida de cinco minutos fueron negativas y de la clase 8 las cuales tenían alrededor de 12 pC . Aviones instrumentados adecuadamente midieron a altas altitudes (10 km) la cargas de partículas y ellos notaron que eran principalmente negativas en vez de ver una neta carga positiva, como era de esperarse a esa altura, ya que es el centro positivo. Los resultados de las figuras 5 y 6 muestran la mezcla de signos a esas alturas y que los resultados de estos autores no son contradictorios, ya que los aviones no eran capaces de detectar muy pequeñas partículas y con poca carga (decenas de femtocoulombs), ellos sólo medían las pocas partículas grandes muy cargadas negativamente.

De los resultados antes expuestos sobre la comparación 2D-3D puede concluirse que el modelo en dos dimensiones es incapaz de reproducir cuantitativamente los resultados que se encuentran con la versión 3D. Los errores producidos llegan a ser del orden del 30% en la carga total por plano y en las densidades de carga de cada clase de partícula. Por otro lado la altura de los centros de carga varían hasta en 1 km . Ésto nos lleva a poner en duda los resultados publicados por otros autores con modelos muy sofisticados en su microfísica, pero bidimensionales. El modelo en 2D aparece sólo como capaz de reproducir en forma cualitativa los hechos más salientes, y puede sólo utilizarse como un test para luego corroborar los resultados con el modelo en tres dimensiones. Este tipo de test sin embargo pueden ser de gran utilidad, ya que la versión 2D tarda del orden de 20 veces menos que su similar en 3D.

El hecho de que en 4 minutos el campo eléctrico sea lo suficientemente grande como para iniciar una descarga asegura que el modelo trabaja satisfactoriamente y que el mecanismo de transferencia de carga por colisiones y fracturas es viable. De hecho este es el rango de tiempos observados en mediciones de campo. Los valores máximos del campo eléctrico están entre los centros de carga como es de esperar.

Experimentos moviendo varios parámetros del modelo muestran que el fenómeno de estratificación de la carga producida por el proceso microfísico incluido en el modelo, es altamente estable como sería de esperar por mediciones realizadas.

REFERENCIAS

1. Caranti J.M., E.E. Avila and M.A. Ré, "Charge transfer during individual collisions in ice growing from vapor deposition", *J. Geoph. Res.*, Vol. **96**, D8, pp. 15365-15375, (1991).
2. Avila E.E. and Caranti G.M., "Laboratory study of static charging by fracture in ice growing by rime", *Proceedings IX International Conference on Atmospheric Electricity*, Leningrado, Russia, (1992).
3. Pringle J.E., Orvill H.D. and Stechmann T.D., "Numerical simulations of atmospheric electricity effects in a cloud model", *J. Geoph. Res.*, Vol. **78**, pp. 4508-4514, (1973).
4. Takahashi T., "Numerical simulation of warm cloud electricity", *J. Atmos. Sci.*, Vol. **31**, pp. 2160-2181, (1974).
5. Illingworth A.J. and Lathan J., "Calculations of electric field growth, field structure and charge distributions in thunderstorms", *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, Vol. **103**, pp. 281-295, (1977).
6. Rawlins F., "A numerical study of thunderstorm electrification using a three-dimensional model incorporating the ice phase", *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, Vol. **108**, pp. 779-800, (1981).
7. Helsdon, J. H. and Farley, R. D., "A numerical modeling study of a Montana thunderstorm: 2. Model results versus observations involving electrical aspects", *J. Geoph. Res.*, Vol. **92**, pp. 5661-5675, (1987).
8. Takahashi T., "Thunderstorm electrifications- A Numerical study", *J. Atmos. Sci.*, Vol. **41**, pp. 2541-2558, (1984).
9. Norville K., M. Baker, and J. Lathan, "A Numerical study of thunderstorm electrifications: Model development and Case study", *J. Geoph. Res.*, Vol. **96**, pp. 7463-7481, (1991).
10. C.M. Scavuzzo N.E. Castellano, "Simulación numérica de procesos atmosféricos: Parte 1: Modelo de nube", *Revista internacional de métodos numéricos*, Vol. **8** N 4, pp. 417-426, (1992).
11. Krehbiel P.R., R. Tennis, M. Brook, E.W. Holmes and R. Comes, "An comparative study of the initial sequence of lightning of a small Florida thunderstorm", In *Proceedings VII International Conference on Atmospheric Electricity*, Americal Meteorological Society, pp. 388-393, Boston, Mass, (1984).
12. Weinheimer A. J., Dye, J. E., Breed, D. W. and Marshall T. C., "Simultaneous measurements of the charge, size and shape of hydrometeors", *Proceedings VIII International Conference on Atmospheric Electricity*, pp. 727-731, Uppsala, Sweden, (1988).