

Modelado de la inestabilidad de sólidos celulares en compresión

Adriana Pernich

Departamento Construcciones
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional del Comahue
Buenos Aires 1400
8300 Neuquén, Argentina
Tel./Fax: 54 299 448 83 04
e-mail: apernich@uncoma.edu.ar

Fernando G. Flores y Luis A. Godoy

Departamento de Estructuras
F.C.E.F. y N.
Universidad Nacional de Córdoba
Casilla de Correos 916
5000 Córdoba, Argentina
Tel./Fax: 54 351 433 41 44
e-mail: fflores@efn.uncor.edu
e-mail: lgodoy@efn.uncor.edu

Resumen

En este trabajo se utiliza el método de elementos finitos para estudiar el comportamiento de estructuras celulares formadas por celdas hexagonales, bajo compresión en una dirección, con el fin de obtener los valores de los parámetros macroscópicos que definen a un sólido continuo equivalente. Estos parámetros se obtienen a partir de las respuestas calculadas para varias configuraciones de geometría. Estudios comparativos de diferentes configuraciones permiten identificar el tamaño óptimo de panal para obtener una adecuada caracterización macromecánica a partir de un ensayo de compresión unidimensional. Se hace un estudio de la conveniencia de utilizar un análisis lineal de autovalores o métodos de continuación.

Palabras clave: *material celular, elementos finitos, propiedades mecánicas, trayectoria de equilibrio, estabilidad del equilibrio, imperfecciones.*

MODELLING THE INSTABILITY OF CELLULAR SOLIDS IN COMPRESSION

Summary

The behavior of cellular structures formed by hexagonal cells under uniaxial compression is studied numerically by the finite element method in order to obtain the values of the macroscopic parameters for an equivalent solid. These parameters are obtained from the response calculated for each geometry, and a comparison is drawn among them. The optimum honeycomb size to be used in the computations is then selected from the aforementioned comparison so as to obtain an adequate macro-mechanical characterization from the one-dimensional compression tests. An analysis is made of the suitability of using a linear eigenvalue analysis or continuation methods.

Keywords: *cellular material, finite elements, mechanical properties, equilibrium paths, stability of the equilibrium, imperfections.*

INTRODUCCIÓN

Los materiales celulares (sean naturales o fabricados por el hombre) están formados por láminas de paredes delgadas dispuestas en forma de arreglos simétricos. Ejemplos de materiales celulares naturales son la madera, el corcho, los huesos y los tallos de plantas. Estos materiales se utilizan en ingeniería dada su alta relación entre resistencia y peso, que los hace muy convenientes por sus características estructurales, por su capacidad de absorción de energía de impacto y como aislantes. Ejemplos de materiales celulares hechos por el hombre son panales similares a los de abejas, pero con materiales sintéticos (aluminio, polímeros, cerámicos, papel), o bien celdas que llenan el espacio, como espumas. Las industrias que emplean estos materiales han aumentado notablemente en las dos últimas décadas y cubren desde necesidades aeronáuticas y automotrices hasta la fabricación de artículos deportivos y embalajes para la protección de productos a impactos.

Una clase importante de esos materiales presenta arreglos simétricos en dos dimensiones llamados panales. Las unidades que forman esos panales se denominan celdas, de las cuales las más comunes son las hexagonales, similares a las que se encuentran en panales de abejas. Este trabajo se refiere exclusivamente a materiales celulares con simetrías en dos dimensiones y específicamente a aquellos tipo panal de abeja. La densidad de estos materiales es muy baja, del orden del 2 % al 10 % de la densidad del material del que están contruidos.

Aunque los materiales celulares presentan un conjunto de características físicas muy interesantes, tanto desde el punto de vista de las ciencias de los materiales como de su aprovechamiento tecnológico, no han sido estudiados con la misma intensidad que los materiales compuestos. La mayoría de los trabajos de investigación en este área están enfocados a comprender los mecanismos de deformación y de colapso, considerando principalmente las características geométricas del panal y el material constitutivo.

Teniendo en cuenta la información disponible en la literatura (ver, por ejemplo, la revisión de Christensen 2000), quedan aún muchos aspectos de comportamiento y de modelado que deben estudiarse en detalle. Este trabajo se concentra en los panales formados por celdas hexagonales bajo compresión en una dirección y profundiza los siguientes aspectos:

- Obtención de los parámetros macromecánicos del panal en función de modelos micromecánicos
- La caracterización del fenómeno de inestabilidad. ¿Cuáles son las herramientas computacionales adecuadas para modelar este problema? Tratándose de estructuras de paredes delgadas, nos preguntamos si el fenómeno de inestabilidad será de tipo elástico, caracterizable por bifurcación del equilibrio (problema lineal de autovalores), u ocurrirá en modo elastoplástico, caracterizable por un análisis de punto límite (técnicas de continuación).
- El factor de escala de análisis. ¿En qué medida el conjunto de un panal se comporta de manera semejante a unidades menores superpuestas? ¿Cuál es la mínima unidad que se debe considerar como representativa del conjunto? ¿Cómo difieren los modos de falla entre casos simplificados y otros más completos?
- La influencia de pequeñas imperfecciones en la evaluación de parámetros de la macromecánica. ¿Cuánto afectan la respuesta de un panal la consideración de imperfecciones en la geometría y en el material?

En las secciones siguientes se presenta una breve revisión de la literatura relevante, se discuten los modelos numéricos empleados para este problema, se presentan los resultados de trayectorias no lineales y de bifurcación y se trata la macromecánica del problema, esto es, la determinación de propiedades equivalentes a las de un sólido continuo a partir de

la respuesta no lineal del panel. Al final se trata la sensibilidad de los resultados frente a cambios en la geometría y en los parámetros que definen el material de base. Los estudios ponen énfasis en la interacción de no linealidades geométricas y mecánicas y se muestra que para la caracterización macromecánica de estructuras celulares ambas no linealidades deben ser incorporadas en el modelo computacional para obtener resultados significativos.

REVISIÓN DE LA LITERATURA

Una revisión general reciente de materiales celulares se encuentra en Christensen (2000). El texto básico en esta área es el de Gibson y Ashby¹ quienes presentaron un esquema general de clasificación de elementos estructurales celulares con los diferentes mecanismos de deformación y de falla. En general, estos autores emplean modelos sencillos basados en consideraciones de equilibrio y compatibilidad para representar una celda y correlacionar los resultados con datos de panales completos obtenidos mediante ensayos en laboratorio.

La literatura sobre inestabilidad de panales es mucho más reducida. Shaw y Sata¹⁰ estudiaron panales hechos con polímeros bajo cargas localizadas, encontrando que al comenzar la deformación del material aparecen bandas levemente inclinadas. En lo referente al comportamiento plástico, definieron en estos materiales un límite inferior y uno superior.

La información experimental con que se cuenta para panales ha sido reportada en gran medida por Gibson *et al.*² y por Klintworth y Stronge^{4,5}. En muchos de estos casos el problema de análisis de resultados experimentales se complica por la presencia de condiciones de contacto entre el espécimen y la máquina de ensayo, efectos tridimensionales asociados a excentricidades y otros.

Zang y Ashby¹¹ consideraron panales formados por láminas de polímero y por papel impregnado con polímero, sometidos a un estado biaxial de compresión, y los analizaron usando elementos de viga. Sus resultados mostraron que en el régimen elástico el principal estado de esfuerzos es de flexión. Sin embargo, un análisis no lineal muestra que hay deformaciones grandes mucho antes de que ocurra inestabilidad, de manera que las teorías lineales cinemáticas conducen a sobreestimar las cargas de pandeo. Definen una relación de anisotropía como la relación geométrica que toma en cuenta las diferencias entre el hexágono utilizado y un hexágono regular y concluyen que esa relación tiene gran incidencia sobre la carga máxima. También mostraron que panales de muy baja densidad relativa fallan por inestabilidad elástica.

Papka y Kyriakides⁶ investigaron la respuesta estática de panales formados por celdas hexagonales usando un modelo de barras y considerando no linealidades cinemáticas y mecánicas bajo compresión uniaxial. Esta es la contribución más completa referida al interés del presente trabajo. Los resultados permiten identificar tres regímenes que se observan en ensayos de laboratorio también llevados a cabo por los mismos autores: régimen lineal elástico inicial, plateau con tensión constante y endurecimiento bajo deformación. Con modelos de microsección (una celda y parte de las vecinas) y usando elementos de viga, estos autores no lograron representar los tres regímenes experimentales y debieron emplear para ello panales de 6×9 celdas similares a los usadas en sus experimentos. Para explicar las diferencias encontradas los autores realizan estudios paramétricos incluyendo la geometría de una celda y los parámetros del material, la tensión de fluencia y el endurecimiento e imperfecciones geométricas. Este trabajo aportó la primera descripción detallada del mecanismo de colapso de estos panales.

Triplett y Schonberg (1998) estudiaron la validez de los modelos constitutivos disponibles en programas comerciales para calcular la respuesta de materiales tipo sandwich donde el núcleo está formado por un material tipo panel. También investigaron qué tipo de elemento finito sólido es adecuado utilizar y comparan métodos analíticos y numéricos para obtener las constantes elásticas de los panales y del sandwich.

MODELOS NUMÉRICOS

En este trabajo se investiga el comportamiento macromecánico de un material celular similar a un panal de abeja para comprender el comportamiento no lineal en compresión y obtener los parámetros que permitan caracterizarlo mediante la mecánica de los medios continuos. Es de especial interés modelar el problema de inestabilidad de las paredes de las celdas, de modo que será necesario incluir capacidades de análisis no lineal y bifurcación del equilibrio.

Características de celdas y panales considerados

Consideremos estructuras celulares en las que cada celda individual tiene forma hexagonal, como se ilustra en la Figura 1. Las dimensiones de las paredes de una celda se utilizan para generar panales. El número de celdas que forman un panal determinado varía de acuerdo a las necesidades de uso y puede llegar a ser grande. Sin embargo, interesa considerar qué conjunto pequeño de celdas es representativo de un panal mayor.

El comportamiento de un panal en compresión está gobernado por una secuencia de mecanismos de falla de celdas individuales, en los que intervienen la no linealidad geométrica y también la mecánica. El punto de vista desde el cual se estudia el problema en este trabajo es el de inestabilidad de las paredes de las celdas, que son en sí mismas paredes delgadas.

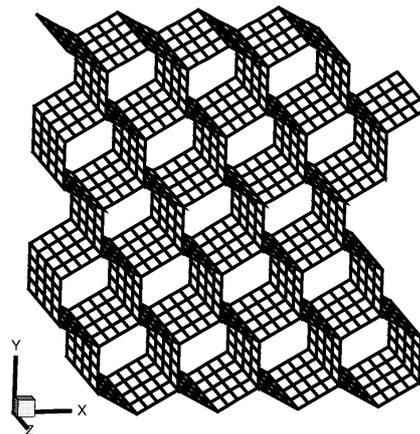


Figura 1. Esquema de un panal

Módulo de Young	$E = 6,9 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$
Relación de Poisson	$\nu = 0,28$
Tensión de fluencia uniaxial	$\sigma_Y = 2,92 \cdot 10^8 \text{ Pa}$
Tensión en rotura	$\sigma_u = 3,32 \cdot 10^8 \text{ Pa}$
Deformación uniaxial a rotura	$\varepsilon_{\max} = 6,5 \%$
Densidad	$\rho = 2710 \text{ kg/m}^3$

Tabla I. Propiedades de la aleación de aluminio

Para sistematizar el estudio se utilizan cuatro configuraciones geométricas como representativas de diferentes niveles de complejidad de panales. Los resultados que se obtienen del estudio son las trayectorias de equilibrio, los estados críticos y los valores de los parámetros macroscópicos que se calculan a partir de las respectivas respuestas. El material que forma las paredes es una aleación de aluminio (Al-5052-H39), cuyas propiedades se indican en la Tabla I.

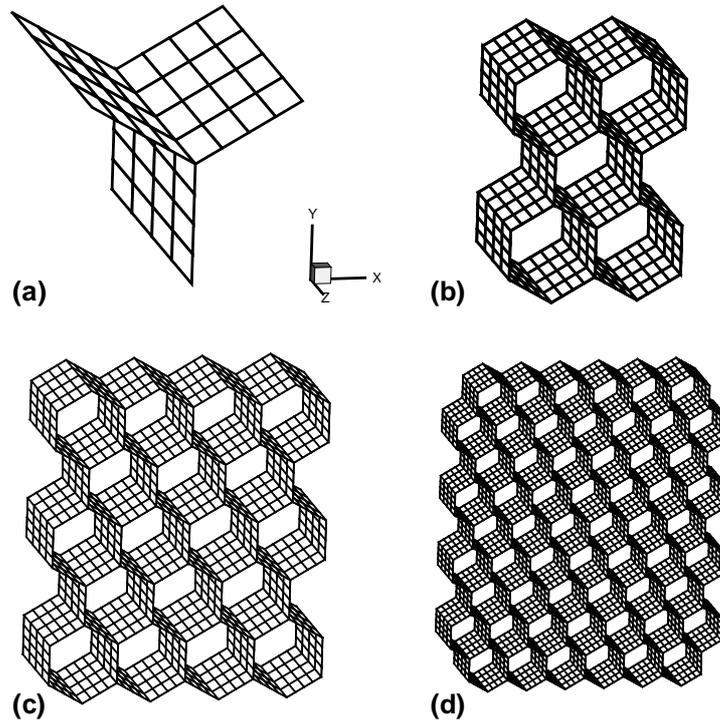


Figura 2. Modelos de panales usados en la investigación: a) modelo CTRI, b) modelo C23, c) modelo C45, d) modelo C69

Las geometrías que se utilizan son de nivel creciente de complejidad y se muestran en la Figura 2. En primer lugar se considera una unidad estructural compuesta por tres paredes con la forma de una “Y” (Figura 2a) y a continuación se estudian tres panales que difieren en el número de celdas hexagonales que los componen (Figuras 2b, 2c y 2d). Las dimensiones de las celdas y la distribución de los espesores se mantienen de un caso a otro, para permitir la comparación de resultados. El tamaño de la celda (la distancia entre paredes paralelas) es $L_1 = 9,53$ mm, el espesor de las paredes verticales de $0,290$ mm y el espesor de las restantes paredes es $0,145$ mm. Todas las geometrías estudiadas conservan tres planos de simetría, cada uno de los cuales es perpendicular a uno de los ejes coordenados. En la Tabla II se indican las características geométricas de cada uno de los panales.

Panal	$L_1[10^{-2}$ m]	$L_2[10^{-2}$ m]	$L_3[10^{-2}$ m]	Nº nodos	Nº elementos
CTRI	0,9530	0,8253	1,6	65	48
C23	1,906	2,751	1,6	460	384
C45	3,812	4,402	1,6	1335	1136
C69	6,671	7,703	1,6	3775	3248

Tabla II. Dimensiones de los panales

La densidad relativa del panel C23 es del 5,3 %. La configuración más simple posible, que toma ventaja de todas las simetrías existentes, es la identificada como CTRI, con tres paredes en forma de “Y”.

Modelo numérico

Para llevar a cabo el presente estudio se ha utilizado el programa comercial de elementos finitos para propósitos múltiples ABAQUS³. El elemento empleado se identifica en ABAQUS como S4, un elemento de lámina con doble curvatura y cuatro nodos de esquina, con seis grados de libertad por nodo (tres desplazamientos y tres rotaciones). Este elemento se ha elegido debido a que el sistema de celdas puede presentar deformaciones de tipo de flexión en el plano y a que es posible que se produzcan deformaciones plásticas en una pequeña zona de las láminas. El elemento elegido tiene integración completa y una formulación basada en campo de deformación impuesta de forma tal que da soluciones exactas en problemas que presentan flexión en el plano, sin presentar sensibilidad a las distorsiones del elemento y eliminando el bloqueo, es recomendado para problemas donde se espera flexión y para aquellos donde se requiera gran exactitud en ciertas áreas. Se ha utilizado para la definición de la sección la opción SHELL SECTION, ya que permite asociar un comportamiento lineal o no lineal al material (plasticidad). Las componentes de tensión son valuadas en un sistema local de referencia al igual que los esfuerzos membranales, cortantes y flectores. El módulo de análisis utilizado emplea el algoritmo conocido como plano normal actualizado^{8,9} para el seguimiento de la trayectoria de equilibrio.

En todos los casos se simula un ensayo de compresión unidimensional considerando dos respuestas, una elástica y otra elastoplástica, para poder distinguir el tipo de comportamiento que se presenta. Para cada geometría se obtienen las trayectorias de equilibrio cargando hasta una deformación máxima del orden del 20 %. El modelo de material elastoplástico sigue el criterio de von Mises, con endurecimiento por deformación de tipo isótropo.

Condiciones de contorno del modelo

Las condiciones de borde que se imponen a la unidad estructural (Figura 2a) son las siguientes:

- A todos los nodos que pertenecen al plano medio en la dirección z se les restringen los desplazamientos en la dirección z para simular un estado de tensión plana;
- A los nodos que pertenecen a la arista inferior de la pared vertical se les restringen los desplazamientos en las direcciones x e y .
- A los nodos que pertenecen a las aristas superiores de las paredes inclinadas se les impone tener el mismo desplazamiento en la dirección y .
- Cada par de nodos simétricos, respecto del plano perpendicular al eje x , tiene desplazamientos en la dirección x del mismo valor absoluto, pero con direcciones opuestas. Lo mismo ocurre para los giros respecto del eje z para cada par.

Las condiciones de borde que se imponen a los panales (Figura 2b, 2c y 2d) son:

- A todos los nodos que pertenecen al plano medio en la dirección z se les restringen los desplazamientos en la dirección z para simular un estado de tensión plana del conjunto.
- A los nodos que pertenecen a las aristas superiores del panel se les impone tener el mismo desplazamiento en la dirección y .
- Condición de contacto mecánico en los nodos que pertenecen a las paredes externas de las celdas que se encuentran en los vértices inferiores del panel, para simular contacto sin fricción con el plato inferior de una máquina de ensayo.
- Condición de contacto mecánico en los nodos que pertenecen a las paredes de las celdas que se encuentran en los vértices superiores del panel, para simular contacto sin fricción con el plato superior de una máquina de ensayo.

Validación de los modelos empleados

Los resultados del análisis de panales han sido inicialmente validados mediante comparación con resultados experimentales reportados en la literatura⁶ y con modelos empleados por otros investigadores. Tales validaciones se encuentran en la referencia⁷, donde se tratan tanto microsecciones como panales completos.

RESULTADOS NUMÉRICOS PARA DIFERENTES CONFIGURACIONES

Trayectorias de equilibrio según diferentes modelos de análisis

Comenzaremos considerando la configuración de mayor número de celdas, denominada C69 en la Tabla II. Esta geometría tiene dos planos de simetría, uno normal al eje x (que contiene a las paredes verticales comunes a la tercera y cuarta celda de la primera, tercera, quinta, séptima y novena filas de celdas) y otro normal al eje y (que pasa por la mitad de la quinta fila de celdas). Estos planos de simetría serán usados en configuraciones más sencillas para establecer panales más pequeños.

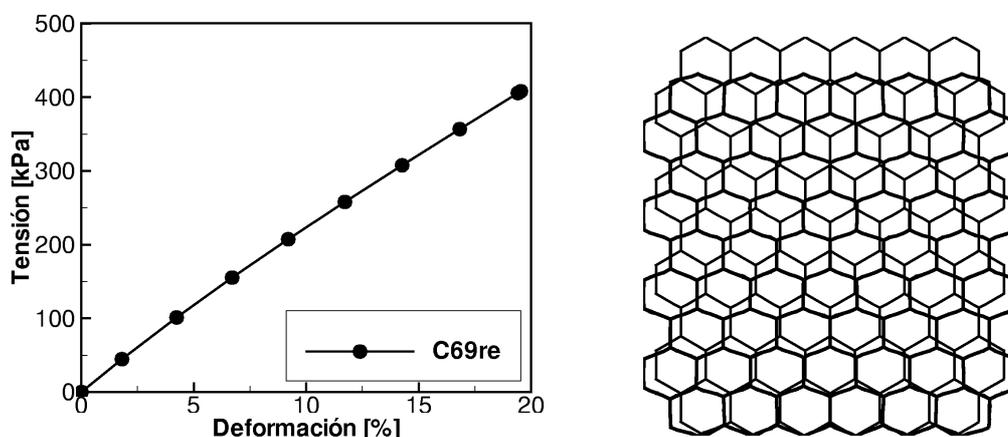


Figura 3. Panal C69: a) curva $\sigma_2 - \varepsilon_2$ de la trayectoria elástica, b) deformada correspondiente a $\varepsilon_2 = 9,2$ %

El estudio llevado a cabo en este trabajo incluye un análisis de la trayectoria fundamental elástica lineal, un análisis de bifurcación del equilibrio a partir de esa trayectoria, un análisis no lineal cinemático elástico y un análisis no lineal cinemático incluyendo plasticidad con endurecimiento isótropo. En la Figura 3a se muestra la trayectoria lineal elástica. Las configuraciones deformadas en ese caso son proporcionales, de manera que solo se muestra una de ellas en la Figura 3b para deformación de 9,2 %. Nótese que se trata de una deformación simétrica.

En segundo lugar se han investigado las cargas de bifurcación y los modos asociados mediante un análisis lineal de autovalores. Los modos asociados a los autovalores más bajos se ilustran en la Figura 4, mientras que los autovalores se dan en la Tabla III. Todos los autovalores tienen multiplicidad uno y no se espera una interacción de modos. Los modos bajos detectados son claramente asimétricos, con distorsiones laterales importantes y flexión de las paredes inclinadas con respecto del eje de aplicación de la carga. Para este panal se cuenta con resultados experimentales de una geometría similar obtenida por Papka y Kyriakides⁶ y se encuentra que los valores de carga máxima experimental que puede soportar el panal son mucho menores que los de bifurcación, de manera que el análisis de bifurcación no representa el comportamiento del panal en forma adecuada.

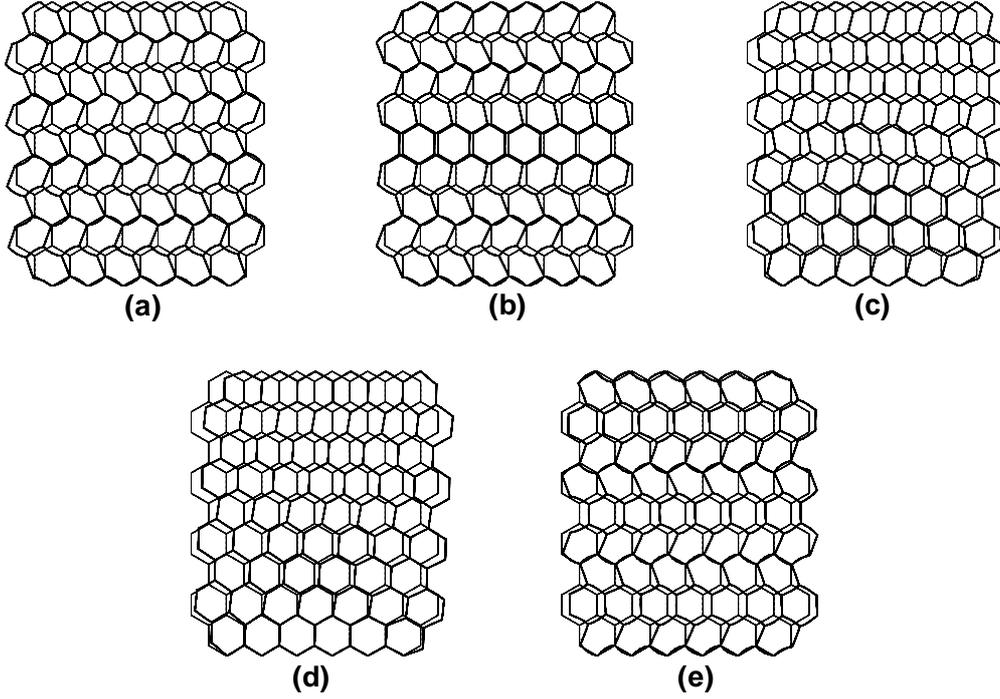


Figura 4. Formas modales de bifurcación: a) modo 1, b) modo 2, c) modo 3, d) modo 4, e) modo 5

Modo	$P_{\text{critica}}[\text{N}]$	$\sigma_{\text{critica}} [\text{N}/\text{m}^2]$
1	-464,91	-435570,00
2	-489,90	-458982,91
3	-535,08	-501311,65
4	-631,05	-591225,08
5	-633,54	-593557,94

Tabla III. Cargas nodales y correspondientes tensiones críticas

En la Tabla III se ha usado la tensión crítica σ_{critica} definida como

$$\sigma_{\text{critica}} = \frac{P_{\text{critica}}}{L_1 L_3}$$

donde σ_{critica} es la tensión crítica, P_{critica} la carga crítica, la suma de las cargas críticas de los nodos de arista en contacto con el plato de carga, L_1 la dimensión del panel en la dirección x_1 y L_3 la dimensión del panel en la dirección x_3 .

El modelo más complejo incluye la no linealidad cinemática y permite que el material se comporte de manera elasto-plástica a lo largo de la trayectoria de equilibrio obtenida utilizando técnicas de continuación. La trayectoria de equilibrio, para el caso de considerar relaciones constitutivas de tipo elastoplástica del material constitutivo, se presenta en la

Figura 5 junto con las trayectorias experimental y numérica de la (Ref. 7). La trayectoria muestra un punto límite para un valor de tensión del orden de la tercera parte del valor de bifurcación. Para estados poscríticos la trayectoria mantiene la carga con una pequeña reducción.

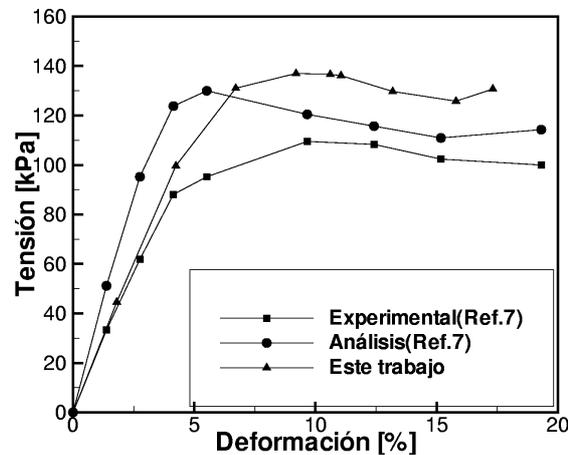


Figura 5. Trayectoria de equilibrio

De la comparación entre la curva experimental y la elastoplástica correspondiente a C69, se observa en la Figura 5 una razonable concordancia entre la presente predicción numérica no lineal y los valores del experimento en el tramo inicial, hasta un valor de deformación del orden del 5 %. Al incrementarse la deformación, más allá de la zona del estado de punto límite, hay una mayor diferencia respecto de la curva experimental que puede deberse a que no se cuenta con la información completa de los valores de parámetros que corresponden al problema experimental y a posibles factores experimentales que no han sido incorporados al modelo numérico (principalmente la fricción con los cabezales) que no son totalmente controlables en el ensayo experimental. En los estados poscríticos la mayor diferencia se mantiene. Una conclusión es que la estimación de los parámetros elásticos del panel será razonable con el presente modelo, como así también las deformaciones a partir de las cuales se inicia el cambio de comportamiento y la deformación correspondiente al punto límite.

Para las otras configuraciones también se han obtenido los resultados completos, y los autovalores se presentan en la Tabla IV. El primer modo que se identifica en los cuatro análisis corresponde a la misma configuración de flexión en las paredes inclinadas, y para este modo hay muy poca variación en las tensiones críticas. Las diferencias más significativas aparecen en los modos superiores, pero éstos dejan de tener interés práctico.

	CTRI	C23	C45	C69
Modo	$\sigma_{\text{crit}} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$			
1	-391428	-405990	-447075	-435570
2	-661044	-549695	-535874	-458983
3	-5456912	-563901	-639625	-501312
4	-5747311	-1382491	-670612	-591225
5	-5801745	-1750401	-826600	-593558

Tabla IV. Tensiones críticas correspondientes a las cuatro geometrías

En la Figura 6 se presentan las trayectorias lineales elásticas para las cuatro geometrías consideradas, observándose que con la correspondiente a CTRI se sobreestima la rigidez elástica, mientras que con la C23 se la subestima, en ambos casos respecto de las C45 y C69 que son casi concordantes. Utilizando la respuesta de la geometría C45 para estimar los valores de los parámetros elásticos se obtienen buenos resultados, lo cual se refleja en la poca diferencia entre los valores correspondientes a C45 y C69 de la Tabla IV.

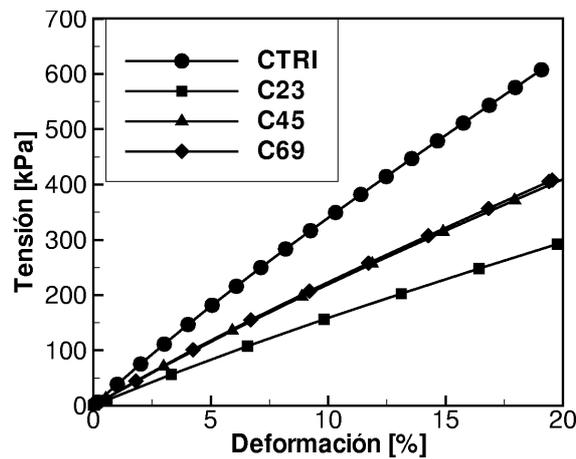


Figura 6. Comparación de las trayectorias elásticas para los cuatro paneles

En la Figura 7 se observa que con la trayectoria elasto-plástica de la configuración CTRI se sobreestima tanto la rigidez elástica como el valor de la tensión de fluencia equivalente del panel, mientras que con la C23 se subestima la rigidez inicial, similar a lo que se observa en la Figura 6 con las trayectorias lineales elásticas. Dada la buena concordancia entre los resultados de la geometría C45 y la C69, podrían utilizarse los resultados de la primera para calcular los parámetros macromecánicos elásticos del panel.

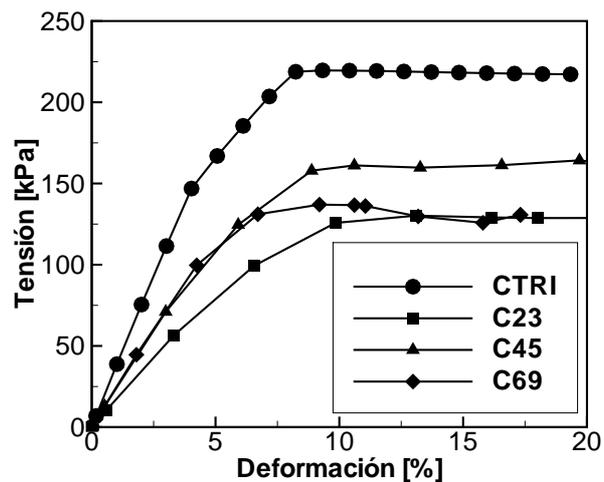


Figura 7. Comparación de las trayectorias elasto-plásticas para los cuatro paneles

PARÁMETROS MACROSCÓPICOS

A partir de las trayectorias de respuesta macroscópica se calculan el módulo de elasticidad, la relación de Poisson las tensiones de inicio de fluencia, máxima y de plateau y la deformación correspondiente a la tensión máxima (punto límite).

Definición de parámetros macroscópicos

Los parámetros macroscópicos son propiedades equivalentes que se obtienen a partir de la respuesta del panel. Debido a que éstos son materiales no convencionales y no homogéneos, la forma en que se calculan estos parámetros debe especificarse y en este trabajo se adoptan las siguientes definiciones:

La densidad relativa se define como la relación entre la densidad del panel y la densidad del material que lo constituye y es un factor importante que incide sobre los diferentes regímenes de respuesta que se detectan. En función de los parámetros geométricos que se definen para una celda, se calcula como

$$\frac{\rho^*}{\rho_s} = \frac{2t}{h \cos \theta (\sin \theta + 1)} \quad (1)$$

donde ρ^* es la densidad del panel, ρ_s la densidad del material (sólido), ρ^*/ρ_s la densidad relativa del panel, h la longitud del lado del hexágono, t el espesor de la lámina (paredes inclinadas) y θ el ángulo que forman los lados inclinados respecto del eje x .

El módulo elástico longitudinal se define como el cociente entre la tensión de equilibrio y la deformación, ambas en la misma dirección. Se expresan como

$$E_i^* = \frac{\sigma_i^*}{\varepsilon_i} \quad (2)$$

siendo σ_i^* la tensión de equilibrio del panel calculada en dirección i y ε_i la deformación del panel calculada en dirección i , donde

$$\sigma_2^* = \frac{P_{tot2}}{L_{01}L_{03}} \quad (3)$$

en la que P_{tot2} es la carga total con dirección y aplicada al panel y L_{01} , L_{02} y L_{03} son las dimensiones originales del panel en las direcciones de los ejes x , y , z . Las deformaciones son

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta_1}{L_{01}} \quad y \quad \varepsilon_2 = \frac{\delta_2}{L_{02}} \quad (4)$$

donde δ_1 es el desplazamiento en la dirección x entre los nodos extremos del panel a la mitad de la altura del mismo y δ_2 es el desplazamiento en dirección y de los nodos de las aristas superiores del panel (desplazamiento del cabezal superior de la máquina de ensayo). El área de la sección transversal del panel, perpendicular a la dirección de carga, es $A = L_{01}L_{03}$.

La relación de Poisson se define como el cociente entre la deformación transversal y la deformación longitudinal y se expresa como

$$\nu_{21} = -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \quad (5)$$

donde ε_1 es la deformación en la dirección x y ε_2 la deformación en la dirección y .

La tensión límite inferior (σ_y) es la tensión que corresponde al inicio de comportamiento no lineal de la respuesta tensión-deformación.

La tensión límite superior (σ_{\max}) es la máxima tensión que se obtiene en la respuesta tensión-deformación.

La tensión residual o tensión del plateau (σ_{plat}) es la tensión a la cual se “estabiliza” la respuesta tensión-deformación después de haber superado el punto límite elastoplástico.

Evaluación de parámetros macroscópicos

La Tabla V muestra los valores de los parámetros macroscópicos obtenidos mediante el análisis de elementos finitos.

- En lo referente al módulo de elasticidad, las diferencias porcentuales con respecto al panel C69 son del 56,4 % para CTRI, de -28,5 % para C23 y de -0,4 % para C45. Las rigideces iniciales que corresponden a las configuraciones C45 y a la C69 son muy similares en el rango elástico y puede utilizarse la respuesta de la C45 para estimar los valores del módulo elástico y de la relación de Poisson. La convergencia de valores no es monotónica, siendo que CTRI da valores mayores y C23 valores menores que los de C69.

- Como se observa en la Tabla V, la relación de Poisson toma valores inaceptables ($\nu_{21} > 0,5$) en el marco de la mecánica del continuo por violar la condición que limita el rango de valores admisibles a ($-1 < \nu < 0,5$) para el mismo. Sin embargo, sabemos que se trata de valores equivalentes a un material homogéneo y, como en el caso de materiales compuestos, se generan valores fuera del rango esperado.

- Los valores de las tensiones de fluencia resultan sobreestimados en un 11,8 % para la geometría CTRI respecto de la C69 y subestimados en 43,2 % para la C23 y en 28,7 % para la C45. Las tensiones de plateau resultan sobreestimadas en todos los casos, siendo de un 68,7 % para CTRI, de 0,06 % para C23 y de 25,4 % para C45. A su vez, el panel C69 sobreestima la tensión de fluencia en un 13,2 % con respecto al valor experimental.

- También la tensión máxima resulta sobreestimada en un 60,3 % para CTRI y en 17,6 % para C45, y subestimada en 4,9 % para C23; las deformaciones correspondientes a la tensión máxima difieren, respectivamente, en 0,4 % (CTRI), 29,13 % (C45), y 42,6 % (C23).

- Las trayectorias elastoplásticas coinciden cualitativamente con las curvas de los ensayos, confirmando un comportamiento del tipo punto límite.

	CTRI	C23	C45	C69
E_0^* [Pa]	3867296	1767450	2462568	2472616
ν_{21}	-	0,35 / 0,53	0,26 / 0,69	0,61 / 0,77
σ_y [Pa]	111479	56596	71037	99679
σ_{\max} [Pa]	219611	130204	161113	136990
$\varepsilon_{\sigma_{\max}}$ [%]	9,24	13,12	11,88	9,20
σ_{plat} [Pa]	217732	129140	161914	129062

Tabla V. Parámetros de los distintos panales

Los cuatro modelos captan cualitativamente el comportamiento tipo punto límite en un análisis elastoplástico. Comparando los valores de los parámetros obtenidos para las distintas geometrías con los correspondientes al ensayo experimental, se observa que el modelo C45 es el más pequeño cuyos resultados son cuantitativamente aceptables.

SENSIBILIDAD ANTE IMPERFECCIONES EN LA GEOMETRÍA Y EL MATERIAL

Es sabido que en muchos problemas de inestabilidad de estructuras de paredes delgadas las cargas máximas que estas estructuras pueden soportar son muy sensibles a la presencia de pequeñas imperfecciones. En esta sección se investiga la sensibilidad de las trayectorias de equilibrio y de los parámetros de la macromecánica para panales en compresión.

Sensibilidad respecto a imperfecciones geométricas

Durante el proceso de fabricación de un panal pueden introducirse desviaciones en la geometría con respecto a la geometría ideal o de diseño. Típicamente, un proceso de fabricación de estos materiales consiste en la extensión de láminas de aluminio que han sido pegadas entre sí de forma adecuada. Para llevar a cabo este estudio se consideraron imperfecciones geométricas con la forma del primer autovector multiplicado por un factor de escala; ésta se denomina imperfección tipo 1. La forma del autovector está normalizada, de modo que el valor de la componente mayor valga uno. Como factores de escala se usaron fracciones del espesor $t = 0,145$ mm, considerándose t , $t/10$, $t/100$ y $t/1000$. Un segundo tipo de imperfección se obtuvo a partir de la geometría perfecta rotando las paredes verticales respecto de una paralela al eje z que pasa por el centro de cada una, girando una fila de éstas 5° en sentido horario y la siguiente en sentido antihorario, lo que da un aspecto zigzagueante a esta configuración en el plano $x - y$.

La Figura 8 muestra las trayectorias de equilibrio elasto-plásticas para el modelo de panal C69, con geometría perfecta y con imperfecciones tipos 1 y 2. Se observa que las imperfecciones tipo 1 no tienen consecuencias sobre la trayectoria no lineal, mientras que la influencia de las imperfecciones tipo 2 se hacen sentir en los estados poscríticos. Los parámetros de macromecánica se dan en la Tabla VI.

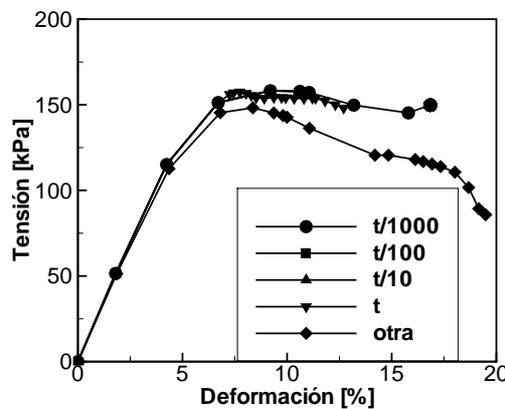


Figura 8. Curvas $\sigma_2 - \varepsilon_2$ para las distintas definiciones de endurecimiento según la Tabla VII

	Imperf. tipo 1	Imperf. tipo 2
E [Pa]	2855130,8	25794,5
σ_y [Pa]	151315,4	112671,5
ε_{σ_y} [%]	6,7	4,35
σ_{\max} [Pa]	158182,8	148233,0
$\varepsilon_{\sigma_{\max}}$ [%]	9,19	8,40

Tabla VI. Valores de los parámetros macroscópicos para los panales con imperfecciones geométricas

Los resultados muestran que no hay una gran sensibilidad en las trayectorias y que para la determinación de parámetros de macromecánica el panel debería clasificarse como moderadamente sensible a imperfecciones geométricas.

Sensibilidad respecto al parámetro de endurecimiento

Este tipo de imperfección puede originarse en la fabricación de la lámina con la cual se hace el panel o deberse a defectos en el tratamiento térmico a que se somete el panel como último paso en el proceso de elaboración. Es muy difícil evaluar en forma experimental el parámetro de endurecimiento. Las dificultades experimentales se deben en parte a las dimensiones reducidas de la probeta que se extrae del panel y a la forma en que se extrae, sumadas a las imprecisiones del instrumental. De modo que resulta importante verificar cuán sensibles son los parámetros de macromecánica ante cambios en este parámetro de plasticidad. Es de esperar que la incidencia de imperfecciones de este tipo aumente a medida que disminuya el espesor de las paredes.

Para el panel C69 se consideraron diferentes valores de la tasa de endurecimiento por deformación, dando lugar a distintos comportamientos plásticos del material. En todos los casos se mantiene la deformación por rotura del material $\varepsilon_r = 7\%$, variando el valor de la tensión de rotura σ_r y calculando el par de valores $(\varepsilon_r; \sigma_r)$ que se indica en el esquema de la Figura 9. Los valores utilizados en los tres casos analizados fueron los de la Tabla VII. Si se toma como referencia al caso a) de la Tabla VII, entonces el caso b) tiene un aumento de 5,5 % en σ_r , mientras que aumenta en un 40,7 % en el caso c). El caso b) puede considerarse como un cambio pequeño, mientras que el caso c) representa un cambio grande en el parámetro considerado.

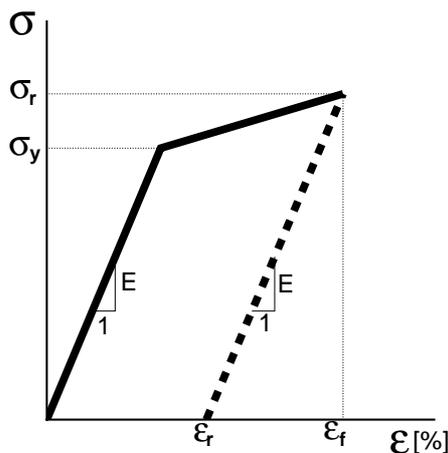


Figura 9. Esquema de la curva tensión deformación del material

Caso	σ_y [N/m ²]	ε_y	σ_r [N/m ²]	ε_r
a	2,92E+08	0,00	3,320E+08	0,0652
b	2,92E+08	0,00	3,504E+08	0,0649
c	2,92E+08	0,00	4,672E+08	0,0632

Tabla VII. Definición de tres grados de endurecimiento para los modelos

La Figura 10 muestra las trayectorias elastoplásticas para los modelos de plasticidad considerados, mientras que los parámetros de macromecánica se dan en la Tabla VIII. Como es de esperar, las diferencias no son notorias en el rango elástico de comportamiento y tienen

influencia sobre el punto límite mismo y los estados poscríticos. Un cambio leve en la tasa de endurecimiento da lugar a cambios significativos en la respuesta.

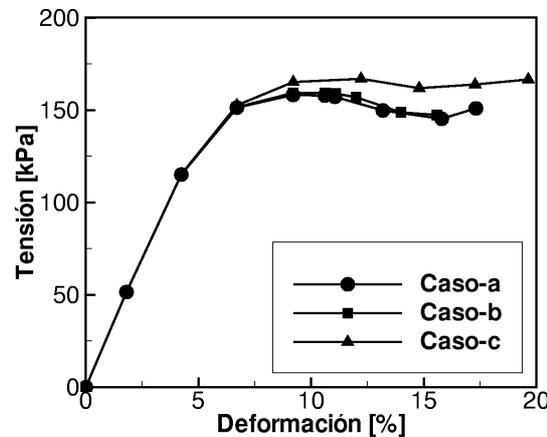


Figura 10. Curvas $\sigma_2 - \varepsilon_2$ para las distintas definiciones de endurecimiento según la Tabla VII

Caso	E [N/m ²]	ν	σ_y [N/m ²]	ε_{σ_y} [%]	σ_{\max} [N/m ²]	$\varepsilon_{\sigma_{\max}}$ [%]
a	2854798,2	0,1	115098,9	4,240068	158182,8	9,19
b	2854798,2	0,1	115108,3	4,24068	159355,8	10,61
c	2854798,2	0,1	115185,1	4,24055	166894,0	12,22

Tabla VIII. Valores de parámetros macroscópicos de panales para diferentes grados de endurecimiento por deformación

CONCLUSIONES

El estudio del comportamiento poscrítico es de gran importancia en los materiales celulares, dado que casi siempre se los emplea asociados a sus características de absorción de impacto, en cuyo caso interesa saber cuál es su resistencia poscrítica.

Los resultados numéricos muestran que un modelo de bifurcación del equilibrio del panal no es adecuado para predecir los parámetros macroscópicos del panal. La solución del problema de autovalores para identificar un estado de bifurcación sobre la trayectoria lineal provee un valor de la carga uniaxial de aproximadamente tres veces la carga detectada en experimentos y no reproduce el modo de falla del material. Por el contrario, un análisis no lineal cinemático que también incluya plasticidad provee una buena aproximación al valor experimental.

El interés por definir correctamente los parámetros macroscópicos radica en que permitirán eventualmente llevar a cabo un análisis sobre un material homogéneo con propiedades equivalentes, simulando el comportamiento de un panal que es mucho más complejo. Aunque los panales usados en ingeniería pueden variar mucho, parece sin embargo que las propiedades deben ser siempre estimadas a partir de un análisis no lineal cinemático y material.

En este trabajo también se estudió la sensibilidad de la respuesta no lineal y de los parámetros macroscópicos frente a cambios geométricos o de material. El comportamiento de panales con imperfecciones geométricas no difiere demasiado del comportamiento de la estructura perfecta. Las imperfecciones tienen una influencia menor al 10 % (respecto

de los correspondientes a la geometría perfecta) sobre los valores de los parámetros de la macromecánica, de manera que pueden considerarse como moderadamente sensibles. Sin embargo, cambios en los parámetros del material (afectando los parámetros de plasticidad del material de base) pueden tener un impacto mayor en la respuesta no lineal del panel y en los parámetros que se derivan para la macromecánica.

La unidad mínima de un panel formada por tres láminas (CTRI), en la cual se aprovechasen todas las simetrías posibles, refleja cualitativamente el comportamiento no lineal, pero cuantitativamente no es satisfactoria. Todas las configuraciones estudiadas reflejan los modos de falla esperados. Para tener resultados numéricos adecuados es necesario emplear, como mínimo, paneles de 4×5 celdas, pero es recomendable emplear la configuración de 6×9 celdas para parámetros macroscópicos que dependen de la respuesta poscrítica.

AGRADECIMIENTOS

Este proyecto fue apoyado mediante subsidios de la Universidad Nacional del Comahue, la Agencia Córdoba Ciencia y el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICET) de Argentina.

REFERENCIAS

- 1 L.J. Gibson y M.F. Ashby, “*Celular solids: structure and properties*”, segunda edición, Cambridge University Press, Cambridge, Inglaterra, (1997).
- 2 L.J. Gibson y M.F. Ashby, G.S. Schajer y C.I. Robertson, “The mechanics of two-dimensional cellular materials”, *Proceedings Royal Society of London*, Vol. **A382**, pp. 25–42, (1982).
- 3 Hibbit, Karlson y Sorensen *Abaqus usermanual, version 5.7*, Abaqus Corporation, Pawtucket, RI, Estados Unidos, (1997).
- 4 J.W. Klintworth y W.J. Stronge, “Elastic-plastic yield limits and deformation laws for transversely crushed honeycombs”, *International Journal Mechanical Sciences*, Vol. **30**, pp. 273–292, (1988).
- 5 J.W. Klintworth y W.J. Stronge, “Plane punch indentation of a ductile honeycomb”, *International Journal Mechanical Sciences*, Vol. **31**, pp. 359–378, (1989).
- 6 S.D. Papka y S. Kyriakides, “In plane compressive response and crushing of honeycomb”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. **42**, N° 10, pp. 1499–1532, (1994).
- 7 A. Pernich, “*Deformación de sólidos celulares sometidos a tensiones de compresión*”, Tesis de Maestría en Ciencias de Materiales Tecnológicos, Universidad Nacional del Comahue, Neuquen, Argentina, (2000).
- 8 E. Riks, “An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. **15**, pp. 529–551, (1979).
- 9 W.C. Rheinboldt y E. Riks., “A survey of solution techniques for nonlinear Finite Element equations”, en: *State of the Art Surveys on Finite Element Techniques*, A.K. Noor et al. (Ed.), ASME, New York, (1983).
- 10 M.C. Shaw y T. Sata, “The plastic behavior of cellular materials”, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. **8**, pp. 469–478, (1966).
- 11 J. Zang y M.F. Ashby, “Buckling of honeycombs under in-plane biaxial stresses”, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. **34**, N° 6, pp. 491–509, (1992).
- 12 R.M. Christensen, “Mechanics of cellular and other low-density materials”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. **37**, pp. 93–104, (2000).
- 13 M.H. Triplett y W.P. Schonberg, “Static and dynamic finite element analysis of honeycomb sandwich structures”, *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. **6**, N° 1, pp. 95–113, (1998).