# Un modelo tridimensional para el estudio de la fluencia en presas de materiales sueltos

José L. de Justo Alpañés, Percy Durand Neyra y Enrique de Justo Moscardo

Departamento de Mecánica de Medios Continuos Estructuras e Ingeniería del Terreno Avda. Reina Mercedes, s/n 41012 Sevilla, España Tel.: 34-95-455 65 89; Fax: 34-95-455 69 65 e-mail: jlj@us.es e-mail: percy@arquitectura.us.es e-mail: ejem@us.es

## Resumen

En este artículo se recoge el estudio realizado para la presa zonada de Beliche, de 54 m de altura y  $10^6$  m<sup>3</sup> de volumen, considerando en los cálculos el fenómeno de la fluencia de los materiales que la componen. Se formula un modelo de elementos finitos en tres dimensiones basado en la disminución del módulo de deformación con el tiempo (esta relación también es dependiente de la presión) con el objeto de interpretar los movimientos de fluencia hasta 3.506 días después del final de la construcción de la presa. Se ha obtenido un buen acuerdo entre los asientos medidos y calculados.

#### A THREE-DIMENSIONAL MODEL FOR CREEP IN ROCK AND EARTH-ROCK DAMS

# Summary

This paper shows the study carried out on the creep of Beliche earth rock dam, 54 m high. A threedimensional finite element model is formulated based upon a decrease of the Elasticity modulus with time. This relationship is also stress dependent. In this way the settlements measured up to 3.506 days after construction may be figured out. A good agreement between measured and calculated settlements has been obtained.

# INTRODUCCIÓN

La deformación lenta en los materiales sometidos a presión efectiva constante o fluencia es motivo de especial preocupación debido a que afectan principalmente al resguardo, la estanqueidad del elemento impermeable y producen un deterioro del aspecto estético de las presas de materiales sueltos<sup>1</sup>. En presas zonadas, como la presa de Beliche de núcleo central de arcilla y espaldones de escollera (Figura 1), situada en los alrededores de Castro Marín (El Algarve, Portugal), estas deformaciones son más importantes cuando los materiales utilizados en su construcción proceden de rocas blandas o de baja resistencia como las grauwackas y los esquistos alterados.



Figura 1. Sección transversal de la presa de Beliche

La fluencia se ha estudiado tradicionalmente midiendo las deformaciones que presentan los materiales, cuando en el laboratorio y en un período de tiempo determinado se les aplica una presión constante (ensayos de fluencia o *creep*). De estos ensayos Sing y Mitchell<sup>2</sup> han obtenido una ley donde las deformaciones dependen del tiempo y de la tensión desviadora. Otros autores<sup>3</sup> a partir del registro de asientos postconstructivos en coronación de más de 14 presas de materiales sueltos, han obtenido otra ley donde los asientos son función del logaritmo del tiempo.

$$\frac{s}{H} = \frac{s_0}{H} + \beta \left( \log \frac{t}{t_0} \right) \tag{1}$$

En la ecuación anterior  $s_0$  es el asiento para  $t = t_0$  (mitad de la construcción) y  $\beta$  es el coeficiente de fluencia.

Del estudio realizado por Sowers y colaboradores<sup>3</sup> se llegó a la conclusión de que el coeficiente de fluencia varía según la forma de colocar los materiales en los espaldones y núcleo de las presas (Figura 2). Presas como Dix River (vertida con humedad limitada) y Scammoden (compactada con rodillo) son claros ejemplos de cómo los asientos o deformaciones, mayores para la primera y menores para la segunda, dependen del modo de colocar el material en el cuerpo de la presa (vertida o compactada). Según Veiga Pinto<sup>4</sup>, la variación del coeficiente de fluencia no sólo depende del modo de colocar los materiales, sino también del tipo y calidad de roca utilizada como escollera para la construcción de la presa.

Uno de los problemas para la utilización de la ecuación (1) estriba en estimar el origen de tiempos  $t_0$ . Parkin<sup>5</sup> después de hacer varias consideraciones lo sitúa por razones prácticas en el final de la construcción.

A partir de la información suministrada por los elementos de medida, se han observado en varias presas con escolleras vertida o compactada discontinuidades en las curvas velocidad de deformación-tiempo para diferentes presiones. Una de ellas ha sido detectada en la presa de Sugarloaf y se puede ver en la Figura 3. De acuerdo con Parkin<sup>5</sup>, esta discontinuidad



Figura 2. Asientos de algunas presas con escollera de baja resistencia



Figura 3. Discontinuidades en escolleras (Parkin, 1985)

# MODELO DE ANÁLISIS PROPUESTO PARA SIMULAR LA FLUENCIA

#### Planteamiento teórico

Para simular la consolidación secundaria de la arcilla en condiciones unidimensionales Gibson y  $Lo^6$  aplican el modelo de la Figura 4a. Justo *et al.*<sup>7</sup> indican los precedentes de la utilización de este tipo de modelo y de otro (Figura 4b) para el estudio de la fluencia en suelos.



Figura 4. Modelos reológicos

Para ambos modelos se muestran las ecuaciones diferenciales y tiempos de relajación  $T_r$ , correspondientes, así como el módulo elástico  $E_0$  y el módulo final  $E_f$ . Se demuestra que las expresiones para la fluencia y la relajación de ambos modelos son idénticas, si se expresan en función de los parámetros fundamentales que se indican a continuación.

a) Modelo elástico–Kelvin en serie

b) Modelo elástico-Maxwell en paralelo

 $\sigma + T_r \frac{\partial \sigma}{\partial t} = E_f \varepsilon + E_0 T_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \qquad \qquad \sigma + T_r \frac{\partial \sigma}{\partial t} = E_f \left( \varepsilon + T_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right)$  $\frac{1}{E_f} = \frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_1} \qquad \qquad E_0 = E_f + E_2$  $T_r = \eta \frac{E_0 - E_f}{E_0^2} \qquad \qquad T_r = \frac{\eta}{E_0 - E_f}$ 

En un ensayo de fluencia, donde  $\sigma_0$  es constante

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_0} \left[ R_c - (R_c - 1) \exp\left(-\frac{t}{T_{cr}}\right) \right] = \frac{\sigma_0}{E_c(t)}$$
(2)

siendo  $R_c$  la relación de fluencia  $E_0/E_f$ ,  $T_{cr}$  tiempo de fluencia o tiempo necesario para alcanzar un 63,2 %  $(1 - e^{-1})$  de la deformación de fluencia total.  $E_c(t)$  es el módulo de elasticidad (función del tiempo) que rige las deformaciones en el ensayo de fluencia.

En un ensayo de relajación, donde  $\varepsilon_0$  es constante

$$\sigma = \varepsilon_0 E_0 \left[ \frac{1}{R_c} + \left( 1 - \frac{1}{R_c} \right) \exp\left( -\frac{t}{T_r} \right) \right] = \varepsilon_0 E_r(t) \tag{3}$$

siendo  $T_r$  el tiempo de relajación o tiempo necesario para alcanzar un 63,2 %  $(1 - \exp^{-1})$  de la relajación total de la tensión. Para el modelo de la Figura 4b los tiempos de relajación y de fluencia coinciden, mientras que en el de la Figura 4a es

$$T_{cr} = T_r R_c \tag{4}$$

 $E_r(t)$  es el módulo de elasticidad (función del tiempo) que rige las tensiones en el ensayo de relajación.

A partir de las ecuaciones (2) y (3) se pueden obtener las siguientes relaciones de módulos

$$\frac{E_c(t)}{E_0} = \left[R_c - (R_c - 1)\exp\left(-\frac{t}{T_{cr}}\right)\right]^{-1}$$
(5)

$$\frac{E_r(t)}{E_0} = \left[\frac{1}{R_c} + \left(1 - \frac{1}{R_c}\right) \exp\left(-\frac{t}{T_r}\right)\right] \tag{6}$$

siendo para  $t = 0 E_c(0)/E_0 = E_r(0)/E_0 = 1$ , y para  $t \to \infty E_c(t)/E_0 = E_r(t)/E_0 \to 1/R_c$ .

De las ecuaciones (5) y (6) podemos decir que tienen los mismos extremos, pero distintos valores intermedios según indica la Tabla I. Sin embargo, dichos valores intermedios son bastantes similares. La única excepción se presenta para los valores muy elevados de la relación de fluencia incluidos en la Tabla I que no son corrientes en la práctica. Por esta razón se ha elegido una sola ecuación. Es preferible la ecuación (6), más fácil de adaptar a las condiciones particulares de la escollera, aunque el proceso de fluencia en una presa es principalmente de tensión constante.

Parámetros			Tensión constante $(5)$				Deformación constante (6)					
$R_c$	$T_r$	$T_{cr}$	Tiempo (años)					Tiempo (años)				
	Días	Días	0	1	5	10	$\infty$	0	1	5	10	$\infty$
1	Todo	Todo	1				1					
$^{1,5}$	2000	3030	1,00	$0,\!95$	0,81	0,74	$0,\!67$	1,00	0,95	0,80	0,72	$0,\!67$
$^{1,5}$	1000	1515	1,00	0,90	0,74	0,69	$0,\!67$	1,00	0,90	0,72	$0,\!67$	$0,\!67$
$^{1,5}$	550	826	1,00	0,84	0,69	0,67	$0,\!67$	1,00	0,83	$0,\!67$	$0,\!67$	$0,\!67$
$^{1,5}$	333	500	1,00	0,79	$0,\!67$	0,67	$0,\!67$	1,00	0,78	$0,\!67$	$0,\!67$	$0,\!67$
2	2000	4000	1,00	0,92	0,73	$0,\!63$	0,50	1,00	0,92	0,70	0,58	0,50
2	1000	2000	1,00	0,86	$0,\!63$	$0,\!55$	$0,\!50$	1,00	0,85	$0,\!58$	0,52	0,50
2	550	1099	1,00	0,77	0,55	0,51	0,50	1,00	0,74	0,52	0,50	0,50
2	333	667	1,00	0,71	0,52	0,50	0,50	1,00	$0,\!67$	$0,\!50$	0,50	0,50
$^{2,5}$	2000	5000	$1,\!00$	$0,\!90$	$0,\!68$	$0,\!56$	$0,\!40$	1,00	0,90	$0,\!64$	0,50	0,40
$^{2,5}$	1000	2500	1,00	$0,\!83$	0,56	0,46	0,40	1,00	0,82	0,50	0,42	0,40
$^{2,5}$	550	1370	1,00	0,72	0,46	0,41	0,4	1,00	0,69	0,42	0,40	0,40
2,5	333	833	1,00	$0,\!65$	$0,\!43$	0,40	0,40	1,00	0,60	0,40	0,40	0,40

 $R_c$  – relación de reptación,  $T_r$  – tiempo de relajación, y  $T_{cr}$  – tiempo de reptación

**Tabla I.** Relación de módulos en función del tiempo para diferentes valores de  $T_r$ ,  $T_{cr}$  y  $R_c$ 

Los modelos viscoelásticos mostrados en las Figuras 4a y 4b pueden ser utilizados para estudiar la compresión unidimensional o tridimensional. En el primer caso  $E_0$  se sustituye por el correspondiente módulo edométrico,  $E_{oed}$ . En el segundo caso los parámetros que definen el problema son el módulo de elasticidad  $E_0$ , el coeficiente de Poisson  $\nu$ , la relación de fluencia  $R_c$  y el tiempo de fluencia  $T_{cr}$  o de relajación  $T_r$ . La determinación de estos parámetros se puede realizar en parte mediante ensayos in situ y en parte mediante la instrumentación colocada en la misma obra<sup>7</sup>. Se puede hacer una estimación preliminar de estos parámetros y corregirlos más tarde mediante la información obtenida de los aparatos de medida colocados en la obra.

## Modelo tridimensional

Un modelo de elementos finitos tridimensional con comportamiento viscoelástico ha sido presentado por Zienkiewicz *et al.*<sup>8</sup> para estudiar el fenómeno de fluencia. Un método alternativo basado en la variación del módulo de elasticidad con el tiempo se presenta en este artículo, especialmente para materiales granulares, desde el final de la construcción de la presa hasta 3.506 días después.

El modelo tridimensional propuesto está definido por cuatro parámetros que son los siguientes:  $E_0$ ,  $\nu$ ,  $R_c$  y  $T_r$ . Estos parámetros son introducidos en un programa de elementos finitos tridimensionales de acuerdo con los criterios que se indican a continuación. En materiales como el hormigón u otros materiales porosos, los ensayos realizados demuestran que en fluencia el coeficiente de Poisson obtenido es aproximadamente constante y tiene el mismo valor que el obtenido para las deformaciones elásticas<sup>8</sup>. Esto ocurre también en materiales como la escollera, cuando el módulo disminuye por el efecto del agua.

La disminución del módulo con el tiempo representada por la ecuación (6) se puede simular por el método de Nobari y Duncan<sup>9</sup> para el cálculo del colapso de los materiales granulares, que es también una reducción del módulo, pero en este último caso debido al humedecimiento del material. En materiales granulares para explicar el citado método es necesario el uso del modelo reológico unidimensional mostrado en la Figura 5. Las condiciones iniciales y finales (después de la fluencia) están representadas en la Figura 6 por el punto A ( $\sigma_0$ ,  $\varepsilon_0$ ) y por el punto C ( $\sigma_f$ ,  $\varepsilon_f$ ) respectivamente.



Figura 5. Modelo reológico

Suponiendo que el fenómeno de fluencia empieza cuando se termina la construcción de la presa<sup>5</sup>, un elemento de volumen de escollera al final de la construcción estará sometido a una presión  $p_A$  debido al peso del material situado encima durante la construcción de la presa  $p_z$  y al confinamiento vertical aplicado por otros elementos  $p_A - p_z$  representada por el muelle.

Debido a la fluencia se produce un desplazamiento en la parte superior del elemento de volumen provocando una disminución de la fuerza que transmite el muelle y, por tanto, un descenso de la tensión existente en la muestra. La disminución de la fuerza y la relajación de tensiones consiguiente se puede modelar mediante la secuencia siguiente: en una primera fase se coaccionan los nodos del elemento para mantener constantes las deformaciones. La trayectoria seguida sería según la Figura 6 el segmento AB y en el método de elementos finitos equivaldría a una disminución de las tensiones para adaptarse al estado de deformación de cada elemento que fluye, y que hasta ese momento se mantiene constante, a sus nuevas características tenso-deformacionales.



Figura 6. Trayectoria supuesta para simular la fluencia

Pero en el modelo reológico, la disminución de tensiones en el suelo comprimido nos conduce al desequilibrio de fuerzas entre la parte superior de la placa, donde actúa la presión  $p_A$  y la presión soportada por el material  $p_B$ . Este desequilibrio de fuerzas actuará, cuando dejemos libre la placa, comprimiendo la muestra que ahora estará sujeta a otra ley tensión-deformación (trayectoria BC en la Figura 6). Este segundo paso se lleva a cabo en el método de elementos finitos transformando la diferencia entre las tensiones iniciales del elemento  $p_A$  y las nuevas  $p_B$  correspondientes a las deformaciones iniciales bajo una nueva ley tensión-deformación, en fuerzas nodales, las cuales actuarán posteriormente sobre el cuerpo de la presa.

Se exponen a continuación las fases de cálculo a seguir para un material con comportamiento lineal elástico:

1. Relajación de tensiones  $[\sigma, \tau]$  de los elementos que están sujetos al fenómeno de fluencia, suponiendo que no hay variación en las deformaciones, en un porcentaje *a*. Las tensiones existentes en dichos elementos serán entonces  $(1 - a)[\sigma, \tau]$  y las restantes o residuales  $a[\sigma, \tau]$ . En tres dimensiones la tensión inicial será

$$\{\sigma_0\} = E_0 \mathbf{D}'\{\varepsilon_0\} \tag{7}$$

donde  $\mathbf{D} = E_0 \mathbf{D}'$  es la matriz de elasticidad inicial (la matriz  $\mathbf{D}'$  sólo depende del coeficiente de Poisson) y { $\varepsilon_0$ } es el vector de deformación inicial. En el tiempo t, el vector tensión será

$$\{\sigma\} = E_r(t)\mathbf{D}'\{\varepsilon_0\}\tag{8}$$

siendo  $E_r(t)$  el módulo que rige las deformaciones durante la fluencia [ec. (6)] y las tensiones residuales

$$a\{\sigma_0\} = \{\sigma_0\} - \{\sigma\} = [E_0 - E_r(t)]\mathbf{D}'\{\varepsilon_0\}$$

$$\tag{9}$$

Dividiendo la ecuación (9) por la (7), se obtiene el coeficiente

$$a = 1 - \frac{E_r(t)}{E_0}$$
(10)

y las tensiones tras la relajación serán, entonces [ver ec. (9)]:  $(1-a)\{\sigma_0\}$ .

2. Las tensiones residuales  $a\{\sigma_0\}$  se transforman en fuerzas nodales a través de la matriz de paso de cada elemento

$$\{F\} = \int \mathbf{B}^{\mathrm{T}} a\{\sigma_0\} \,\mathrm{d}v \tag{11}$$

El conjunto de fuerzas nodales de todos los elementos donde existe fluencia se introduce como carga externa a la estructura.

3. Por último, las tensiones resultantes como consecuencia de las fuerzas nodales se añaden a las tensiones tras la fluencia del material [ec. (11)].

# APLICACIÓN A LA PRESA DE BELICHE

La presa de Beliche que está situada en la provincia de Castro Marín–El Algarve es una presa con núcleo central de arcilla y espaldones de escollera (esquisto en la transición y grauwacka en el espaldón exterior). Durante la construcción de esta presa se colocaron seis inclinómetros en la sección transversal tipo mostrada en la Figura 7 para medir los asientos (I1-I6) y tres para medir los corrimientos horizontales (I2A-I4A) en una sección transversal situada a 1 m de la de los asientos.



Figura 7. Situación de los inclinómetros I1-I6

Como la sección tipo que se va a estudiar está situada cerca del eje de la presa, en primera aproximación se va a considerar que se producen en ella condiciones cuasi edométricas y que los módulos edométricos se pueden obtener del cociente entre las presiones verticales debido a las tierras y las deformaciones verticales medidas.

Del cálculo de las deformaciones obtenidas a partir de los asientos medidos por los inclinómetros instalados en el cuerpo de la presa se ha observado que la relación de módulos correspondientes a la ecuación (6) no sólo dependen del tiempo, sino también de la presión.

$$\frac{E_r}{E_0} = B_0 + B_1 \sigma + B_2 \exp\left(-\left(\frac{t}{T_r}\right)^n\right)$$
(12)

siendo  $B_0$ ,  $B_1$  y  $B_2$  constantes del material.

Si comparamos las ecuaciones (6) y (12), podemos obtener la relación de fluencia

$$R_c = \frac{1}{1 - B_2}$$
(13)

Se ha realizado un estudio estadístico para el cálculo de las constantes  $B_0$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  y n de modo que la desviación típica respecto de la regresión sea mínima. Se obtienen así las ecuaciones que se indican a continuación:

Para el esquisto (transición)

$$\frac{E_r}{E_0} = 0,629 + 2,7 \cdot 10^{-4} \sigma_1 + 0,165 \exp\left(-\left(\frac{t}{1667}\right)^2\right) \qquad s = 0,146 \tag{14}$$

Para la grauwacka (escollera)

$$\frac{E_r}{E_0} = 0,731 + 3,8 \cdot 10^{-4} \sigma_1 + 0,214 \exp\left(-\left(\frac{t}{1250}\right)^2\right) \qquad s = 0,229 \tag{15}$$

Aunque en principio la fluencia se estudia para los materiales granulares, hemos aplicado nuestra teoría también a la arcilla, por ser su influencia en las deformaciones minoritaria, a sabiendas de que el fenómeno es mucho más complejo al intervenir la succión inicial y la posterior saturación, colapso y/o consolidación en su caso:

$$\frac{E_r}{E_0} = 0,571 + 4,5 \cdot 10^{-4} \sigma_1 + 0,127 \exp\left(-\left(\frac{t}{1064}\right)^2\right) \qquad s = 0,165 \tag{16}$$

En estas expresiones  $\sigma_1$  es la tensión principal mayor expresada en kPa (máxima compresión), t es el tiempo después de la construcción de la presa expresada en días y s es la desviación típica de la regresión.

Las ecuaciones (14), (15) y (16) recuerdan a la ecuación (6), con la salvedad de que en ellas aparece también la presión y que el cociente  $t/T_r$  está elevado al cuadrado. De la comparación entre estas ecuaciones se recogen, en la Tabla II, los valores correspondientes a los parámetros  $T_r$  y  $R_c$  obtenidos para la presa de Beliche, así como para la presa de pantalla de Martín Gonzalo<sup>10</sup>.

Material	Presa de Beliche							
	$\sigma~(\rm kPa)$	$\sigma$ obtenida de	$T_r$ (días)	$R_c$				
Grauwacka	Total	(1)	1250	1,28				
Esquisto	Total	(1)	1667	1,20				
Arcilla	Total	(1)	1064	$1,\!15$				
	Presa de Martín Gonzalo							
Pizarra	> 600	(1)	637	1,18				
Pizarra	< 600	(1)	370	1,58				

(1) – presión de tierras

Tabla II. Constantes y parámetros reológicos

En dicha tabla puede verse cómo los órdenes de magnitud del tiempo de relajación o de la relación de fluencia no son demasiado diferentes, lo cual puede servir para cálculos futuros en presas construidas con materiales semejantes.

#### Programa de cálculo y discretización de la presa con elementos finitos

Con el objeto de interpretar los movimientos durante y después de la construcción, el proceso constructivo de la presa de Beliche se ha simulado siguiendo un sistema real de superposición de capas, es decir, considerando que el peso de cada nueva tongada actúa sobre la estructura formada por las capas restantes<sup>11–12</sup>. En el programa de elementos finitos estructuralmente se procede a ampliar la matriz de rigidez de la estructura formada por la tongada inferior, añadiendo las matrices de rigidez de los elementos que corresponden a la tongada superior.

Por lo que respecta al llenado del embalse, se ha seguido el proceso de aplicar una carga hidráulica sobre el paramento aguas arriba del núcleo y al no contar con los módulos en descarga, se ha considerado de segundo orden el cálculo de las fuerzas ascensionales por efecto Arquímedess<sup>11</sup>. Por otro lado, como los módulos han sido obtenidos de las deformaciones observadas, es de suponer que en ellas están consideradas, el efecto que produce el colapso de los materiales (compresión del suelo debido a su humedecimiento).

Se han utilizado para la discretización de los espaldones y del núcleo impermeable elementos de ocho nodos como el isoparamétrico paralepipédico mostrado en la Figura 8. Debido al gran esfuerzo que requiere el cálculo con elementos finitos de una presa completa, se ha adoptado la hipótesis de estructura simétrica para estudiar sólo la mitad de la presa de Beliche. En conjunto y para la fase constructiva, la media presa de Beliche contiene 2.223 nodos y 1.836 elementos, de los cuales 57 están impedidos de movimiento y están colocados en la base y en la ladera donde se apoya la presa (Figura 9).



Figura 8. Elemento paralelepipédico isoparamétrico

Hay que destacar que en el cálculo con elementos finitos se ha tenido en cuenta la hipótesis de no resistencia a tracción de los materiales granulares mediante el método propuesto por Zienkiewicz *et al.*<sup>13</sup>. Este método en síntesis consiste en eliminar las tensiones de tracción (principales) dentro de cada elemento suponiendo que no hay variación en los corrimientos al hacer tal eliminación. Para mantener el equilibrio en los nodos de cada elemento removido, se introducen temporalmente unas fuerzas nodales, que equivalgan a las tensiones eliminadas y que impidan la variación en los corrimientos que se originaría al suprimir las tracciones, si no actuaran tales fuerzas.

Como las fuerzas nodales introducidas no existen en realidad, se eliminan en la estructura por superposición de otras iguales y contrarias. La estructura es recalculada, sometida a



Figura 9. Discretización de la presa de Beliche

estas fuerzas nodales y los corrimientos y tensiones obtenidas son añadidos a las ya existentes al final de la construcción de la tongada o fase de cálculo una vez eliminadas las tracciones. Si no se eliminasen las tracciones, se procede a aplicar iterativamente el método hasta transformar todas las tracciones en compresiones.

# ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS RESULTADOS

#### a) Durante la construcción

Para reproducir los movimientos durante la construcción de la presa de Beliche se han determinado en primera instancia los parámetros elásticos de los materiales que componen esta estructura (módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson). Aunque existen publicaciones de las que a partir de ensayos de laboratorio se pueden deducir los valores de dichos parámetros<sup>4</sup>, el módulo de elasticidad se ha obtenido de las deformaciones registradas mediante los elementos de auscultación instalados cerca del eje de la presa, utilizando la fórmula

$$E = \frac{1 - \nu}{1 - \nu - 2\nu^2} E_{oed}$$
(17)

siendo  $E_{oed}$  el módulo edométrico y  $\nu$  el coeficiente de Poisson (este coeficiente se ha obtenido de ensayos realizados en el aparato del triaxial con probetas de 50 cm de diámetro por 75 cm de altura).

De acuerdo con el tipo de material, se indican en la Tabla III los valores de los parámetros elásticos que se van a utilizar en el primer cálculo con elementos finitos durante la construcción de la presa (cal.1).

Material	$E_0$ (kPa)	ν	$(\gamma \ kN/m^3)$
Esquisto (transición)	9900	0,285	20,5
Grauwacka (espaldón)	5200	0,263	21,8
Arcilla (núcleo)	8000	$0,\!4$	19,0

Tabla III. Parámetros elásticos de cálculo

Con respecto a otras publicaciones<sup>4,14,15</sup>, se ha observado que el módulo de elasticidad de la grauwacka vertida (5.200 kPa en la Tabla III) es, en algunos casos menor que el obtenido por los citados autores a partir de ensayos de laboratorio.

## Asientos al final de la construcción de la presa

De la comparación entre asientos medidos y calculados (cal.1) mostrada en las Figuras 10A y 10B (inclinómetros II e I3) se destaca un razonable ajuste y aumento de los primeros en el tercio superior del elemento de auscultación y disminución en la zona inferior. No se modela adecuadamente el aumento de los asientos en la parte superior de la presa respecto a los calculados, porque es síntoma de una importante compresión en la parte alta de la presa (aguas arriba) a causa de las lluvias caídas que aumentaron la cota del embalse (30,8 m) provocando el colapso de la escollera (Figura 11).





Figura 10. Asientos al final de la construcción de la presa

Con respecto al inclinómetro I6 situado aguas abajo (Figura 10C) se observa un comportamiento anormal, que manifiesta claramente que la rigidez del material colocado en la parte alta es inferior a la del resto o que se ha colocado un material de calidad inferior ocupando el espacio de las capas más deformables.

Es de resaltar en los cálculos del asiento al final de la construcción, que los módulos se han obtenido a partir de las deformaciones registradas. Cabe considerar por tanto que estos módulos incluyen en cierto modo las deformaciones producidas por el llenado y/o colapso de los materiales granulares.

Suponiendo que el humedecimiento de la escollera produce una importante disminución del módulo<sup>11</sup>, hemos llevado a cabo otro cálculo con elementos finitos (cal.2) con módulos de elasticidad menores para la arcilla (7.200 kPa) y la grauwacka (4.000 kPa). Una disminución del módulo proporciona según el análisis comparativo un mejor ajuste entre los asientos observados y calculados para los inclinómetros I3 e I6 (Figuras 10B y 10C), pero no para el inclinómetro I1 situado en el esquisto (Figura 10A).



Figura 11. Evolución del llenado y precipitaciones en la presa de Beliche

## b) Cálculo posterior a la construcción de la presa

El estudio de la fluencia en el comportamiento de la presa de Beliche, se ha realizado para los inclinómetros I1, I3 e I6 mediante un análisis comparativo entre los desplazamientos medidos y calculados (1 y 2) con elementos finitos.

Después de la construcción de la presa, se ha estudiado la fluencia a los 976 días (Figura 12), 1.307 (Figura 13) y 3.506 días (Figura 14) con carga de agua a las cotas 38,3; 51,6 y 29,1 m respectivamente. Para las fases de fluencia se han considerado como tensiones iniciales las tensiones obtenidas al final de la construcción de la presa.

## Asientos y corrimientos

Las Figuras 12, 13 y 14 muestran un ajuste más que aceptable entre los asientos medidos y calculados con módulos de elasticidad mayores (cal.1) y menores para la grauwacka y la arcilla (cal.2). En casi todos los casos, los asientos medidos en la parte superior de la presa

son mayores que los calculados, sucediendo lo contrario en la parte inferior en el inclinómetro que está situado aguas arriba (I1).

Para la hipótesis con módulos menores (cal.2) se observa una mejora en el ajuste de los asientos medidos en los inclinómetros I3 e I6. Sin embargo, en el inclinómetro I1 la concordancia entre los asientos es mejor para la hipótesis con módulos mayores (cal.1).

Destacar finalmente que el máximo asiento medido es de 1.510 mm y corresponde al inclinómetro I2 a la cota 38 m (Figura 7). El máximo asiento calculado corresponde al inclinómetro I3 y es de 1.350 mm a la cota 32,45 m.





Figura 12. Asientos calculados y medidos a los 976 días



Figura 13. Asientos calculados y medidos a los 1.370 días



Figura 14. Asientos calculados y medidos a los 3.506 días

## CONCLUSIONES

- 1. Se propone un método tridimensional para el cálculo de los desplazamientos de fluencia de los materiales, especialmente para la escollera, sobre la base de la reducción del módulo de elasticidad postconstructivo con el tiempo (esta relación también depende de la presión). Este método está relacionado con los modelos viscoelásticos mostrados en el Planteamiento teórico, aunque ha habido que hacer algunas modificaciones, debido al particular comportamiento de los materiales que forman la presa.
- 2. Sobre la base del método de mínimos cuadrados y de la condición de que el error normal respecto a la regresión es mínimo, se han obtenido las constantes del modelo de análisis propuesto. De la comparación entre las ecuaciones (6) y (12), se ha determinado la relación de fluencia que también puede ser obtenida de ensayos en el edómetro y corregida con los datos obtenidos de los elementos de auscultación instalados en la presa.
- 3. Las diferencias observadas en algunos puntos de comparación (parte alta de la presa) demuestran que otros fenómenos como el colapso de los materiales granulares influyen de manera importante en la reproducción de los movimientos de fluencia en la presa de Beliche. Aunque el colapso se considera, en cierto modo, a través de la disminución de los módulos obtenidos de las deformaciones registradas, en el cálculo con elementos finitos el modelo de análisis propuesto no simula adecuadamente este efecto.
- 4. Sin el empleo de un programa típico de cálculo no lineal con elementos finitos, la no linealidad del modelo de análisis propuesto durante y después de la construcción de la presa de Beliche se circunscribe a la falta de resistencia a tracción de los materiales granulares tratada en este artículo por el método iterativo de Zienkiewicz y colaboradores.
- 5. El modelo propuesto se ha aplicado a otras tipologías de presa, por ejemplo, a la presa de pantalla de Martín Gonzalo, y se han obtenido excelentes resultados al comparar los asientos medidos con los calculados mediante elementos finitos. De la aplicación de este modelo a otras presas como Yeguas, Canales, etc. es posible que más adelante se pueda mostrar una base de datos en la que estén limitados los valores de los parámetros  $R_c$ ,  $T_r$  y  $T_{cr}$  para los materiales que forman el cuerpo de una presa de materiales sueltos.

# REFERENCIAS

- 1 J.L. Justo, "Deformación de las presas de escollera", Trabajo realizado con una beca de la Fundación Juan March (1968).
- 2 A. Singh y J.K. Mitchell, "General stress-strain-time functions for soils", Journal Soil Mechanics, ASCE, Vol. 94, Nº 1, pp. 21–46, (1968).
- 3 G. Sowers, R. Williams y T. Wallace, "Compressibility of broken rock and the settlement of rockfills", VI Conference international on Soil Mechanics, Vol. 2, pp. 561–565, Montreal, (1965).
- 4 A. Veiga Pinto, "Previsão do comportamento estructural de barragens de enrocamento", Tesis presentada para la obtención de grado de especialista, LNEC, Lisboa, (1983).
- 5 A.K. Parkin, "Creep of rockfill", "Nato ASI Advances in rockfill structures", Kluwer Academic Publishers, Cap. 9, Dordrecht, pp. 221–237, (1991).
- 6 R.E. Gibson y K.Y. Lo, "A theory of consolidation for soils exhibiting secondary compression", N° 41, N.G.I., (1961).
- 7 J.L. Justo y P. Durand, "Settlement-time behaviour of granular embankments", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, N° 24, pp. 281–303, (2000).

- 8 O. C. Zienkiewicz, M. Watson y I.P. King, "A numerical method of visco-elastic stress analysis", Int. J. Mech. Sci., (1968-I).
- 9 E. Nobari y J. Duncan, "Effect on reservoir filling on stresses and movements in earth and rockfill dams", Department of Civil Engineering, University of California, pp. 1–186, (1972).
- 10 J.L. Justo, "Collapse settlement and creep in low grade rockfill structures", Final report, EU Contract SCI-CT91-7555-TSTS, (1995).
- 11 J. Saura, "Estudio tridimensional de tensiones y deformaciones en presas de materiales sueltos", Tesis doctoral, Madrid, (1979).
- 12 F.J. Segovia, "Estudio de presas de escollera con pantalla mediante un método de elementos finitos", Tesis doctoral, Madrid, (1989).
- 13 O.C. Zienkiewicz, B.E. Valliapan y I.P. King, "Stress analysis of rock as a 'no tension' material", Géotechnique, Vol. 18, pp. 56–66, (1968-II).
- 14 C. Santos Pereira, "Elasto-plasticidade de meios particulados. Aplicação do modelo de Lade", Dissertação de doutoramento, Instituto Superior Técnico, Lisboa, (1991).
- 15 D.J. Naylor, J.R. Maranha, Maranha das Neves y A. Veiga Pinto, "A back analysis of Beliche dam", Géotechnique, Vol. 47, No 2, pp. 221–233, (1995).