

TRANSPORTE DE SEDIMENTOS EN CAUCES DE ALTA PENDIENTE

J. Aguirre-Pe, M. L. Olivero y A. T. Moncada¹

Resumen

En este trabajo se constata que ni el número de Reynolds del contorno ni el parámetro de Shields son variables adecuadas para predecir las condiciones críticas de iniciación del movimiento de partículas sueltas en el lecho de canales o ríos con contornos de gran rugosidad (profundidad menor que 10 veces la rugosidad) y alta pendiente (pendiente mayor que 0,005). Se analiza el criterio de la velocidad media del flujo en la definición de las condiciones de iniciación del movimiento y se considera el número de Froude crítico de la partícula como criterio alternativo para estimar las condiciones hidráulicas de iniciación del movimiento. Se contrastan los resultados de la formulación teórica con datos experimentales de diversos autores.

Se describen algunos de los procedimientos más empleados en la estimación del transporte del material sólido constitutivo del lecho de una corriente de alta pendiente. Las dos características comunes de tales métodos es que no fueron desarrollados con el propósito específico de estimar el transporte de sólidos en cauces de altas pendientes y segundo, que consideran como parámetro regulador del transporte la diferencia entre el esfuerzo cortante medio en el lecho y el esfuerzo cortante crítico correspondiente a las condiciones de iniciación del movimiento.

Luego se presentan dos metodologías desarrolladas específicamente para estimar el transporte sólido en cauces de alta pendiente. La primera considera el exceso de caudal sobre el caudal crítico unitario como variable determinante de las condiciones de arrastre y la segunda incorpora la influencia del número de Froude densimétrico de las partículas en exceso a su valor crítico. Se comparan los resultados de las diferentes aproximaciones con mediciones de laboratorio y con bancos de datos de ríos, disponibles en la literatura. Se propone una nueva función de transporte, que se ajusta mejor que las relaciones funcionales analizadas, para estimar el transporte de sedimentos gruesos en ríos de alta pendiente y gran rugosidad

Palabras clave: Flujo muy rugoso, transporte de sedimentos gruesos, iniciación del movimiento, altas pendientes, parámetros de transporte, número de Froude densimétrico, fórmulas de transporte.

INTRODUCCIÓN

Es bien conocido que el equilibrio de una partícula en el lecho de un río está gobernado por el balance de fuerzas desestabilizadoras de sustentación y de arrastre, y de las fuerzas estabilizantes de gravedad y de entramamiento de las partículas. Ya Brahm (1753) había observado una relación de potencia a la un sexto entre la velocidad media del fluido y el peso de una partícula que comenzara a moverse por la acción del flujo.

Dubuat (1779) introdujo por primera vez el

concepto del esfuerzo cortante en el lecho y realizó experimentos sobre el movimiento de las partículas que lo componen. Desde entonces se han propuesto muchas expresiones, en su mayoría basadas en el criterio del esfuerzo cortante crítico, para predecir las condiciones de iniciación del movimiento de partículas. La relación mejor conocida para describir la iniciación del movimiento fue propuesta por Shields (1936) quien llevó a cabo experimentos sistemáticos y usó datos obtenidos por otros investigadores para determinar el esfuerzo cortante crítico adimensional en función del número de Reynolds de las partículas.

1. Centro de Investigaciones Hidráulicas, CHIDRA, Lab. de Hidráulica, Dpto. de Hidráulica, Facultad de Ingeniería aguirre@ing.ula.ve

Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo siguiendo lo indicado en las "Instrucciones para autores". En el caso de ser aceptadas, éstas serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores.

La relación de Shields se expresa como

$$\tau_c^* = \frac{\tau_{0c}}{(\gamma_s - \gamma)D} = f\left(\frac{Du_*}{\nu}\right) \quad (1)$$

donde f indica una función, τ_{0c} es el esfuerzo cortante que se produce en el contorno para la iniciación del movimiento, τ_c^* es su valor adimensional, γ_s y γ son los pesos específicos de la partícula y del fluido respectivamente, D es el diámetro de la partícula, $u_* = (\tau_{0c}/\rho)^{1/2}$ es la velocidad de corte, (ρ es la densidad del fluido y ν es la viscosidad cinemática) y Du_*/ν es el número de Reynolds de la velocidad de corte, el cual se puede expresar en términos del espesor δ de la sub-capa límite laminar del contorno como

$$R_* = \frac{Du_*}{\nu} = 11,6 \frac{D}{\delta} \quad (2)$$

la cual indica que el efecto de fricción en la sub-capa límite laminar es función de la sumersión de la rugosidad del contorno en la sub-capa límite viscosa. El parámetro adimensional de Shields se relaciona con el número de Reynolds del contorno según la expresión

$$D^* = \left(\frac{R_*}{\tau_c^{*/2}}\right)^{2/3} \quad (3)$$

donde el llamado diámetro adimensional de la partícula D^* está dado por

$$D^* = D \left(\frac{g\Delta}{\nu^2}\right)^{1/3} \quad (4)$$

donde g es la aceleración de gravedad y $\Delta = (\gamma_s - \gamma)/\gamma$. Maza y García (1996) obtuvieron una expresión para τ_c^* en función de D^* , siguiendo el procedimiento desarrollado por Fuentes y Carrasquel (1978). Esta es

$$\tau_c^* = \frac{0,097}{R_c^*} + 0,077 \exp\left(-\left(\frac{19,58}{R_c^*}\right)^{0,3191}\right) \quad (5)$$

válida en el intervalo $1 \leq R_c^* \leq 1500$. Para $R_c^* > 1500$, τ_c^* vale 0,06. Pero la capa límite, tal como es considerada por la teoría familiar (Schlichting, 1968) pierde significado físico en cauces de pendientes

pronunciadas con rugosidad relativa alta, tal que, $d/D < 10$; donde d es la profundidad media del flujo, D es el diámetro característico de la partículas en el fondo y R_c^* es el número de Reynolds crítico del contorno.

La ley de potencia un sexto dada por Brahm (1753) corresponde a una relación de forma $U_c \sim D^{1/2}$, donde U_c es la velocidad media crítica. Breusers (1982) señaló que las ecuaciones de Levy, Isbach y Shamov, que presentan la velocidad media crítica requerida para mover piedras, dada en forma adimensional por un número de Froude crítico de la partícula $F_c^* = U_c/(g\Delta D)^{1/2}$, es una función del log (d/D), en la cual d es la profundidad del flujo.

Como en el flujo sobre lechos muy rugosos, de pendiente pronunciada, predominan los fenómenos macroturbulentos, se producen algunas dificultades cuando se intenta definir las condiciones críticas para la iniciación del movimiento. Una de ellas está relacionada con la definición del umbral de movimiento de la partícula. Otro problema recae en la definición de la profundidad. El primer problema puede ser resuelto por extrapolación a cero, o a una constante de pequeño valor, del transporte medio de sedimentos. El segundo problema puede ser evitado, como fuera hecho por Bathurst *et al.* (1983), considerando el transporte crítico adimensional solamente como una función de la pendiente. Una aproximación diferente, que también se considera en este trabajo, es definir la profundidad como la distancia desde el tope de las partículas medias del lecho hasta la superficie libre media.

EXPERIMENTOS SOBRE INICIACIÓN DEL MOVIMIENTO

Se realizan experimentos sobre iniciación del movimiento en flujo muy rugoso de alta pendiente. Estos se efectúan en dos canales distintos. Los primeros en un canal 0,5 m de ancho y 8,5 m de longitud con pendientes variables entre 0,5 y 9,5%. Los caudales variaban entre 0,0045 y 0,080 m³/s. Inicialmente se colocaron elementos de forma cúbica de 0,05 m de alto sobre el lecho del canal en una concentración de área de 0,16 la cual crea la máxima resistencia al flujo. Se usaron dos configuraciones espaciales de cubos. Uno de los cubos fue considerado como testigo que pudiera revelar los detalles de condiciones asociadas con el movimiento incipiente. Las densidades relativas $\rho_{s/p}$ de los cubos testigos fueron 1,996; 2,604 y 6,903.

La segunda instalación experimental estaba

constituida por un canal metálico de paredes vidriadas para la observación del escurrimiento y del acarreo. El canal tiene 23 m de longitud, 1 m de anchura y 1 m de altura. Su pendiente se puede variar hasta alcanzar un valor máximo del 7%, y un caudal de hasta 0,190 m³/s, el cual se mide mediante un aforador de disco de orificio central, previamente calibrado. Las lecturas piezométricas diferenciales se hicieron con un manómetro de mercurio de 1 mm de resolución. El lecho de este canal fue cubierto por partículas naturales relativamente uniformes con $D = 0,037; 0,055$ y $0,0640$ m en una o en varias capas. Las pendientes variaron entre 0,005 y 0,065 y las descargas entre 0,028 y 0,156 m³/s.

Los sólidos del fondo se captaron mediante trampas prismáticas en la sección terminal del canal, conformadas por cajas metálicas, agujeradas, que permitían la remoción del caudal captado. Picón (1991) experimentó con partículas de diámetros $D_{50} = 0,0176$ y $0,0386$ m e incorporó información sobre material con $D_{50} = 0,0410$ m. Se determinó el peso específico de las partículas y su ángulo de fricción interna. Primero se ejecutaron todos los ensayos con las partículas de mayor diámetro y luego con las de menor. En ambos casos, se colocó una capa de material con un espesor de 0,25 m a lo largo de 14 m de canal, la cual permaneció en sitio por sujeción y confinamiento mediante rejillas terminales.

Para la iniciación del movimiento, se observaron las siguientes etapas: En una primera fase, la partícula del sedimento comienza a vibrar sin cambiar de posición. La vibración se inicia levemente y aumenta paulatinamente a medida que aumenta el caudal, hasta que un vórtice la arranca del fondo, en forma súbita. En la segunda, la partícula se desplaza a saltos, o rueda. El número de elementos que se mueven es reducido y ellos encuentran fácil y rápido reacomodo aguas abajo. Las partículas se mueven aleatoriamente y alcanzan sucesivos estadios de reposo. En la tercera, se incrementa el número de las partículas que se movilizan por el fondo. Se observa que muchas de ellas no encuentran acomodo inmediato. Se detienen temporalmente pero no se fijan en un lugar. Se mantienen vibrando y reinician el desplazamiento. Se considera que éstas se encuentran en una condición de inestabilidad crítica. Un pequeño incremento del caudal causa transporte de numerosas partículas. Al caudal correspondiente se le denomina caudal crítico. En la Figura 1 se presenta el esquema de definición para las variables que intervienen en la iniciación del movimiento de una partícula.

Análisis de la iniciación del movimiento

Cuando el momento dado por las fuerzas actuantes F_D , del fluido en movimiento, es igualado con el momento producido por las fuerzas del cuerpo F_G , alrededor de algún punto (ver Figura 1), se establecen las condiciones críticas para la iniciación del movimiento de las partículas del lecho.

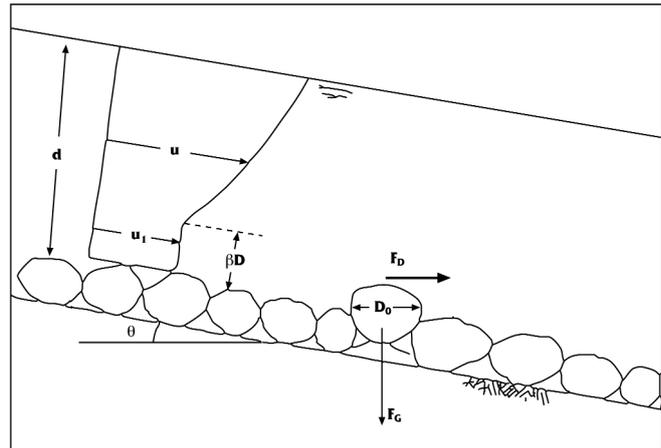


Figura 1. Acción del flujo sobre una partícula suelta

Se considera una zona de estelas cerca del lecho (Aguirre-Pe y Fuentes, 1990) y se supone en un primer grado de aproximación, una velocidad media cerca del lecho de valor constante u_1 . Las condiciones críticas se establecerán para $u_1 = u_{1c}$, precisamente cuando

$$\frac{\rho \delta_1 u_{1c}^2 D_0^3}{(\rho_s - \rho) \delta_2 g D_0^4 \cos \theta (\tan \phi - \tan \theta)} = 1 \quad (6)$$

donde ρ_s es la densidad de las partículas sólidas, θ es el ángulo longitudinal del lecho del canal, ϕ es el ángulo de fricción de las partículas del lecho, y δ_1 y δ_2 son factores que dependen de la velocidad del fluido próximo al lecho y la forma de las partículas. El diámetro de la partícula D_0 , sujeto a condiciones críticas se supone proporcional al tamaño medio D de las partículas de acuerdo a la relación $D_0 = \delta_3 D$, donde δ_3 es una constante. La velocidad se supone que sigue la ley logarítmica de Prandtl-von Kármán para $y \geq \beta D$, donde y es la distancia desde el tope del lecho y β el factor de estela.

Por lo tanto, se puede mostrar, en el modelo de estela (Aguirre-Pe *et al.*, 1986 y Aguirre-Pe y Fuentes, 1988), que para $y = \beta D$, se tiene la velocidad crítica u_{1c} como

$$\frac{u_{lc}}{u_{*c}} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\beta D}{\alpha D} + B \quad (7)$$

donde $\kappa = 0,40$ es la constante universal de von Kármán, α es el factor de textura y B una función aditiva que aproxima el valor de 8,5 a un alto número Reynolds de la partícula, u_{*c} es la velocidad de corte crítica que puede ser expresada como U_c/C_c^* , donde U_c es la velocidad crítica media del flujo y C_c^* el coeficiente adimensional crítico de Chézy, modificado por Aguirre-Pe y Fuentes (1990). De (6) y (7) se obtiene

$$\frac{U_c}{(g \Delta D_0 \cos \theta (\tan \phi - \tan \theta))^{1/2}} = \left(\frac{\delta_2}{\delta_1} \right)^{1/2} \frac{1}{\frac{1}{\kappa} \ln \frac{\beta}{\alpha} + B} C_c^* \quad (8)$$

donde C_c^* se expresa, en modelo de estela por Aguirre-Pe y Fuentes (1988, 1990), como

$$C_c^* = 2,5 \ln \frac{d}{\alpha D} + 6,0 + 2,5 \frac{\beta D}{d} \quad (9)$$

Dado que en (8), α , β y δ_i dependen de la forma, del tamaño relativo de los elementos y de las condiciones del flujo, una formulación para el número de Froude crítico de las partículas, F_c^* debería estar dada por la relación funcional

$$F_c^* = \frac{U_c}{(g \Delta D_0 \cos \theta (\tan \phi - \tan \theta))^{1/2}} = \quad (10)$$

$$f_1(d/D, D_0/D, FF)$$

donde FF son factores de forma que describen las partículas.

Las condiciones críticas para la iniciación del movimiento de elementos grandes se representan en la *Figura 2* con información obtenida en canales de laboratorio por Neill (1967), Aguirre-Pe (1975, 1976), Ashida y Bayazit (1973) y Bathurst *et al.* (1983, 1984) para canales inclinados con gran rugosidad relativa, en el rango $0,1 < d/D < 11,9$.

En la *Figura 2* se presentan gráficos de esfuerzos cortantes adimensionales de Shields, para los datos mencionados, en la forma $\tau_c^* = dS/\Delta D_0$, donde S es la pendiente media de la línea de energía, contra el número crítico de Reynolds de las partículas $Rc = \tau_c^{*1/2} D^{*3/2}$, para $D^* = D_0 (g \Delta/v^2)^{1/3}$, en la cual D^* es el diámetro adimensional de las partículas y v es la viscosidad cinemática del fluido. Apoyando consideraciones teóricas, este gráfico muestra, sin ninguna duda, que para pendientes pronunciadas y para una sumersión relativa baja no existe un valor constante de los esfuerzos cortantes críticos. Los experimentos indican que τ_c^* se incrementa cuando la pendiente se incrementa y la sumersión d/D se incrementa, tal como también fue observado por Bathurst *et al.* (1983, 1984). De hecho, para $D^* \approx 560$ se observa una variación experimental de τ_c^* entre 0,035 y 0,090, y para $D^* = 1933$ se obtuvo un valor tan bajo como $\tau_c^* = 0,02$.

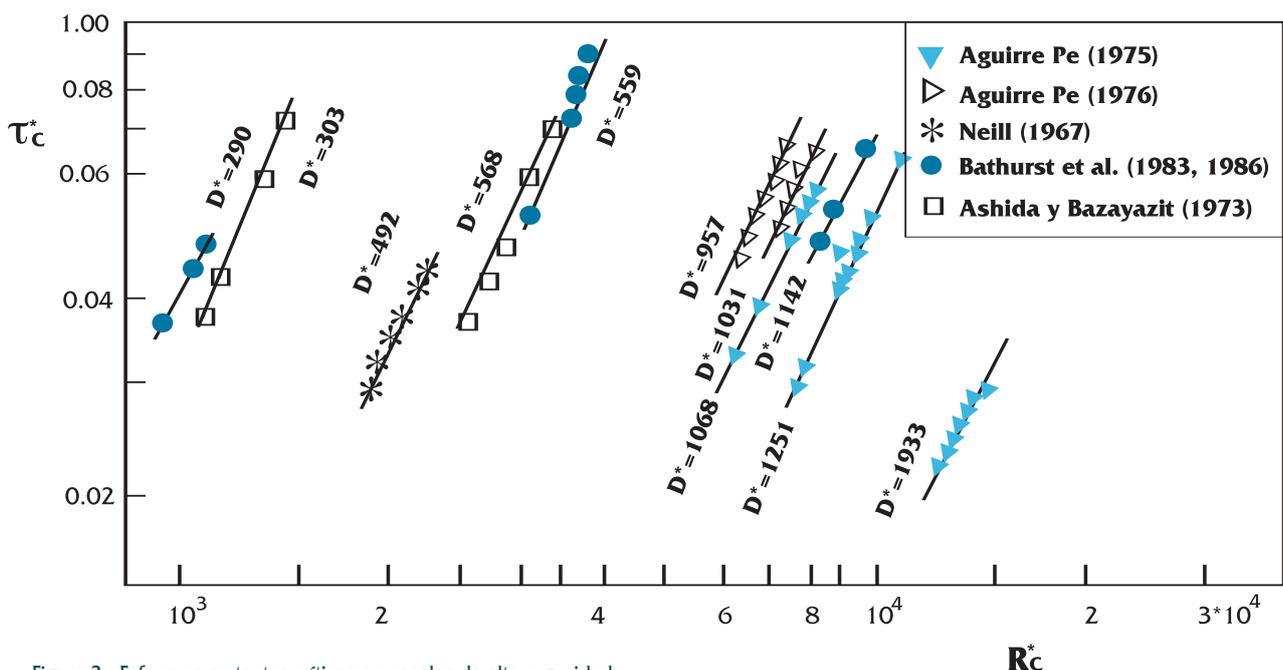


Figura 2. Esfuerzos cortantes críticos en canales de alta rugosidad

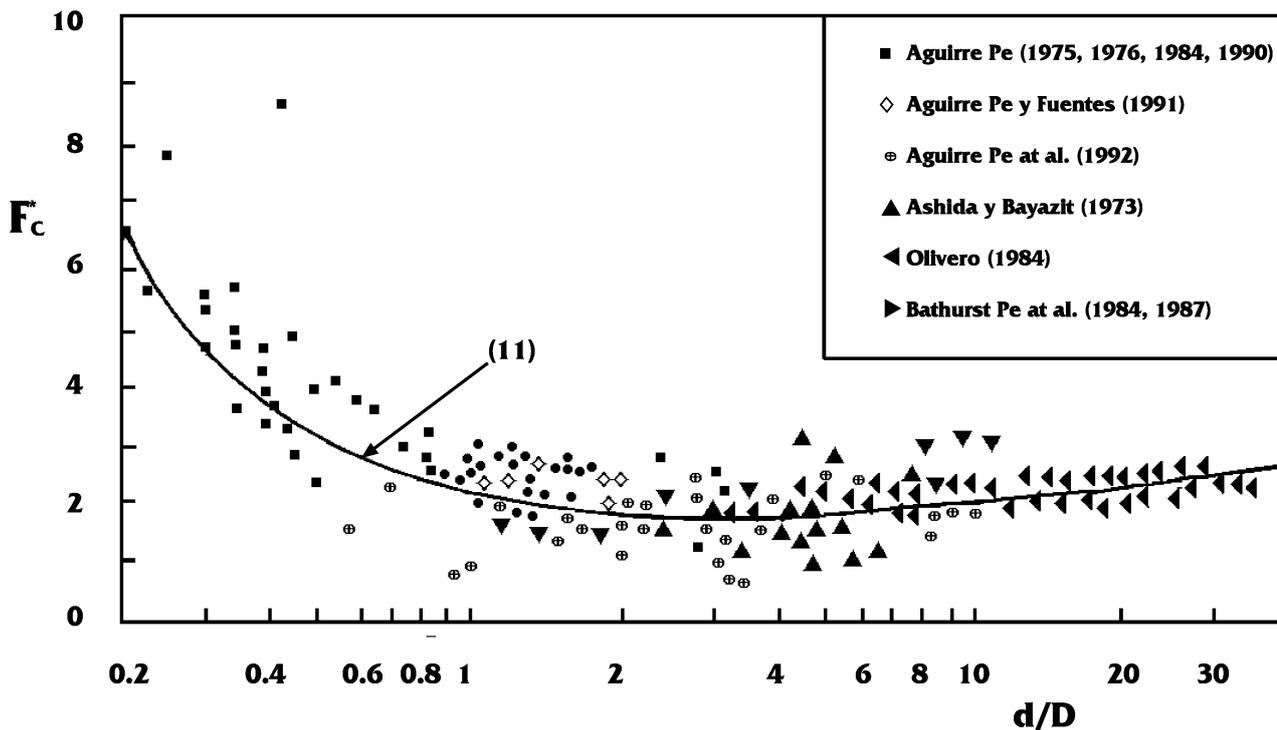


Figura 3. Valores críticos del número de Froude de la partícula

En contraste, en la *Figura 3*, que contiene los mismos datos de la *Figura 2*, se presenta F_c^* contra d/D . Allí se evidencia que existe una relación funcional como se da en (10). En la *Figura 3*, se incorporan datos adicionales obtenidos por Aguirre-Pe (1984, 1990), Olivero (1984), Aguirre-Pe *et al.* (1992) y Bathurst *et al.* (1987), con variación de d/D en el rango 0,7-1,3. A pesar de la dispersión de los datos, se observó una pequeña tendencia de F_c^* a crecer inversamente con d/D . Este resultado era de esperarse si los valores bajos de d/D se interpretan como correspondientes al efecto de escondimiento de las partículas.

Introduciendo (9) en (8) se obtiene una relación explícita para F_c^* . Como se discutió anteriormente, los coeficientes de las partículas no son constantes, pero aceptando alguna dispersión, la siguiente ecuación representa bastante bien los datos experimentales,

$$F_c^* = 0,9 + 0,5 \ln\left(\frac{d}{D}\right) + 1,3 \frac{D}{d} \quad (11)$$

La bondad de (11) puede ser apreciada en la *Figura 3*. La relación (11) representa a (8) para valores aproximados de $\alpha = 2,4$; $\beta = 1,3$ y para $(\delta_2/\delta_1)^{1/2} = 1,4$. Estos valores corresponden a casos de laboratorio verificados por Aguirre-Pe y Fuentes (1990). Para los coeficientes dados, (8) y (11) pue-

den expresarse en forma más compacta, como

$$F_c^* = \frac{1}{5} C_c^* \quad (12)$$

COMPARACIÓN DE CRITERIOS

El número densimétrico crítico de Froude y los esfuerzos críticos adimensionales, modificados por el factor $\cos\theta$ ($\tan\phi - \tan\theta$) para pendientes pronunciadas, están relacionados por la identidad

$$F_c^* = \tau_c^{*1/2} C_c^* \quad (13)$$

donde C_c^* es el coeficiente adimensional de Chézy. De manera ilustrativa, en la *Figura 4* se presenta tanto un gráfico de F_c^* versus d/D para el coeficiente de Shields $\tau_c^* = 0,04$ como de F_c^* dado por (11). La comparación de (11) y (13) indica que en la relación de Shields (1936), τ_c^* debiera ser modificada a $\tau_c^* = dS(C_c^*/C_{oc}^*)^2/(\Delta D_0)$ para un flujo muy rugoso de pendiente pronunciada, donde $(C_c^*/C_{oc}^*)^2$ expresa la relación entre la conductividad de Chézy, para flujos con estela rugosa C_c^* , y el coeficiente de Chézy dado por $C_c^* = 2,5 \ln(d/k_s) + 6,0$ como se obtiene de la expresión clásica de Keulegan (1938), para $k_s = 2D$.

Las velocidades medias críticas para la estabi-

lidad de piedras en represas o en revestimientos, según lo estudiaron Isbach, Goncharov, Levi y Maynard, fueron presentadas por Breusers (1982), para $\cos\theta$ ($\tan\phi - \tan\theta$) $\cong 1$, en la forma

$$F_c^* = m_1 \log \left(m_2 \frac{d}{D} \right) \quad (14)$$

o en la forma

$$F_c^* = m_3 \left(\frac{d}{D} \right)^{m_4} \quad (15)$$

donde m_1, m_2, m_3 y m_4 son constantes que toman diferentes valores de acuerdo a diferentes autores. Neill (1967) propuso una curva de diseño seguro para evitar la socavación de material grueso uniforme en el lecho, para $m_3 = 1,58$ y $m_4 = 0,10$. Maza y García (1978) obtuvieron una relación diferente, la cual puede transformarse en (15), tomando $m_3 = 1,50$ y $m_4 = 0,15$.

Basados en trabajos previos de Schoklitsch (1962) y Bettes (1984), Bathurst *et al.* (1987) encontraron que, para datos de canales, se puede definir un caudal crítico unitario adimensional, $q_c^* = q_c / (gD^3)^{1/2}$; donde q_c es la unidad de caudal crítico, como una función de la pendiente, dada por

$$q_c^* = \frac{q_c}{(gD_{50}^3)^{1/2}} = 0,15 S^{-1,12} \quad (16)$$

la cual se aplica a sedimentos uniformes para el rango de pendientes $0,0025 < S < 0,20$; con D_{50} como tamaño del eje medio de la partícula para la cual

el 50% de las partículas son más finas. Tomando en cuenta que $q_c = U_c d$ y que $U_c = (gdS)^{1/2} C_c^*$, la expresión (16) de Bathurst *et al.* (1987) fue reescrita por Aguirre-Pe y Fuentes (1991) en términos del número de Froude densimétrico crítico de las partículas, para $\Delta = 1,65$ y $\cos\theta$ ($\tan\phi - \tan\theta$) $\cong 1$, como

$$F_c^* = 0,481 C_c^{*0,691} \left(\frac{d}{D} \right)^{0,037} \quad (17)$$

que también se representa en la Figura 4.

En la Figura 4, donde se observan (11), (13) y (17), se nota que los distintos criterios para establecer las condiciones de iniciación del movimiento de las partículas del lecho tienden a valores próximos para relaciones de sumersión d/D mayores que aproximadamente 10. Por el contrario, para rugosidades muy grandes ($d/D < 10$) los números de Froude densimétricos críticos de (13) y de (17) difieren de los valores experimentales observados en la Figura 3. El criterio mejor sustentado para definir la iniciación del movimiento de partículas sueltas en el lecho es el representado por (11).

TRANSPORTE DE MATERIAL DEL LECHO

En los ríos de montaña, el transporte de material suelto por el fondo constituye una parte importante del transporte total. Mientras que en los ríos de alta pendiente el arrastre de material por el fondo puede comprender cerca del 50% del arrastre total, en los ríos de baja pendiente, en llanura, el transporte de material por el fondo está en el orden del 5 al 20% del transporte total.

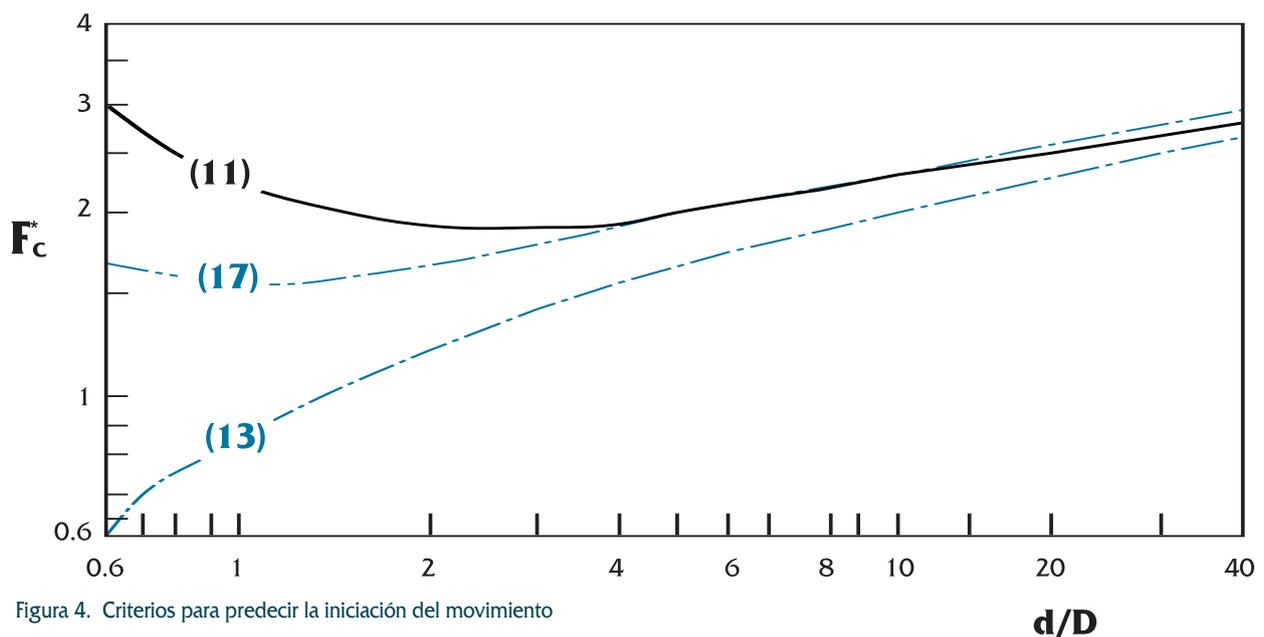


Figura 4. Criterios para predecir la iniciación del movimiento

Para estimar el transporte de sedimentos en cauces con grandes partículas sueltas, se pueden considerar, por su general bondad y extensa aplicación a cauces de alto gradiente hidráulico, los procedimientos desarrollados por Meyer-Peter y Müller (1948), Ackers y White (1973), Smart y Jaeggi (1983) y Smart (1984), así como el de van Rijn (1987). Todas estas metodologías ofrecen estimaciones de transporte dependientes de los esfuerzos cortantes y de los esfuerzos cortantes críticos para la iniciación del movimiento.

El predictor de transporte ofrecido por Bathurst *et al.* (1987), que se basa en una relación previa de Schoklitsch (1962) y que considera el exceso de caudal sobre el caudal crítico requerido para iniciar el movimiento de las partículas ofrece la facilidad de no incorporar la profundidad como parámetro constitutivo de la relación de transporte y, por consiguiente, evita el difícil problema de definir un datum de referencia para la determinación de la profundidad.

Adicionalmente, en este trabajo se considera el exceso del número de Froude densimétrico de la partícula, respecto a su valor crítico, como parámetro regulador del transporte de sólidos, con base en el hecho de que el número de Froude densimétrico crítico de las partículas es el parámetro relevante en la iniciación del movimiento en cauces de pendientes elevadas.

El transporte de partículas del lecho se establece después de que las condiciones críticas para la iniciación del movimiento son sobrepasadas en el fondo formado por partículas sueltas, ya sea por el incremento de pendiente, profundidad, o por el incremento correspondiente de la velocidad media. Se distinguen dos patrones diferentes de transporte. El primero ocurre para un rango de transporte relativamente débil, con velocidad media del flujo que no excede la velocidad media crítica en más del 50 por ciento. Para esta condición, el lecho permanece plano y el modo de transporte de las partículas de grava y cantos rodados es el de rodamiento, deslizamiento y el movimiento a saltos. Esta primera forma de transporte, sin formas de fondo, corresponde a un transporte débil. Para velocidades mayores se presenta un segundo modelo de transporte en el cual la mayoría de las partículas en el lecho se mueven y el pavimento se rompe. Se producen desplazamientos masivos de partículas en la forma de avalanchas y se generan antidunas que viajan en el sentido contrario al del flujo. Este método de transporte se produce para velocidades mayores de $1,5 U_c$.

Con el fin de evitar la posible incertidumbre en la aplicación de las formulaciones basadas en el esfuerzo cortante como parámetro significativo y de verificar la bondad del criterio fundamentado en el exceso de caudal y del concepto del exceso del número de Froude densimétrico de la partícula para caracterizar el transporte, es conveniente someter a prueba los diferentes procedimientos y determinar sus desviaciones respecto a información de laboratorio y de cauces naturales.

Conviene precisar que la referencia a ríos de montaña o cauces muy rugosos de alta pendiente se refiere, en términos hidráulicos, a cauces con una rugosidad relativa al radio hidráulico mayor que aproximadamente 0,1 y una pendiente longitudinal mayor que 0,01 y que puede llegar hasta 0,20.

Se escogen datos experimentales, obtenidos por diferentes autores en canales de laboratorio para bajas profundidades relativas $d/D \leq 10$, seleccionados de la compilación de Brownlie (1981). También se emplean datos adicionales sobre transporte de gravas y piedras, de los experimentos de Smart y Jaeggi (1983), Bathurst *et al.* (1987) y Aguirre-Pe cuyos datos fueron presentados por Mora (1990) y Mora *et al.* (1990).

En la *Tabla 1* se indican los datos experimentales empleados para calibrar las diferentes formulaciones.

Experimentos	Nº de Datos	Referencias
Gilbert	32	Brownlie (1981)
Bogardi y Yen	47	Brownlie (1981)
Mavis, Liu y Soucek	41	Brownlie (1981)
Bathurst, Cao y Graf	64	Bathurst <i>et al.</i> (1987)
Smart y Jaeggi	37	Smart y Jaeggi (1983)
Meyer-Peter y Müller	36	Meyer-Peter y Müller (1948)
Aguirre-Pe	59	Mora <i>et al.</i> (1990)

Tabla 1. Información de transporte para altas pendientes

Estimación del transporte en función del esfuerzo cortante

El transporte de sedimentos, en volumen por unidad de tiempo y unidad de ancho q_s , puede expresarse en forma adimensional como

$$\Phi^* = \frac{q_s}{D(g\Delta D)^{1/2}} \quad (18)$$

en la cual Φ^* es el parámetro de transporte de Einstein (1942). La relación de transporte de sedimentos de Meyer-Peter y Müller (1948) puede escribirse de la forma

$$\Phi^* = 8 (\lambda \tau^* - \tau_c^*)^{3/2} \quad (19)$$

en la cual λ es un factor numérico que depende de las condiciones del contorno de sedimentos y que en ausencia de formas se toma igual a 1, τ^* y τ_c^* son el parámetro de Shields y el parámetro crítico de Shields como se definió previamente.

La relación funcional de Ackers y White (1973) se puede expresar, para sedimentos gruesos con $D_* > 60$, por la relación

$$\Phi^* = \frac{0,025}{D(g\Delta D_{35})^{1/2}} q \frac{D_{35}}{d} \left(\frac{P^*}{0,17} - 1 \right)^{1,5} \quad (20)$$

en la cual D_{35} es el diámetro del 35% del material, q es el caudal de agua por unidad de ancho y el factor P^* está dado por

$$P^* = \frac{1}{(gD_{35}\Delta)^{1/2}} \left[\frac{U}{32^{1/2} \log 10 \frac{d}{D_{35}}} \right] \quad (21)$$

que se define como el número de movilidad del sedimento y equivale a la relación entre el esfuerzo cortante medio y el peso sumergido de una capa de partículas en el fondo. La ecuación de Ackers y White fue calibrada para números de Froude menores que 0,8.

La relación de Smart y Jaeggi (1983), también presentada por Smart (1984), basada en experimentos en canales con partículas en el contorno de hasta 29 mm y pendientes de hasta el 20%, permite predecir el transporte en función de la pendiente, del coeficiente adimensional de Chézy, del esfuerzo cortante adimensional y del exceso de esfuerzo cortante adimensional sobre el valor crítico, en la forma

$$\Phi^* = 4 \left[\frac{D_{90}}{D_{30}} \right]^{0,2} S^{0,6} C^* \tau^{*0,5} [\tau^* - \tau_{c_j}^*] \quad (22)$$

donde D_{90} y D_{30} representan los diámetros del 90 y el 30% del material, respectivamente y es el esfuerzo cortante crítico dado por

$$\tau_{c_j}^* = \tau_c^* \cos (\arctan S) \left[1 - \frac{S}{\tan \phi} \right] \quad (23)$$

Como puede observarse, las relaciones por Smart y Jaeggi corresponden a una versión más completa de la ecuación de transporte de Meyer-Peter y Müller.

Van Rijn (1987) propuso la relación funcional

$$\Phi^* = \frac{0,053}{D^{*0,3}} \left[\frac{F^{*2}}{C_0^{*2} \tau_c^*} - 1 \right]^{2,1} \quad (24)$$

en la cual F^* es el número de Froude densimétrico de la partícula, τ_c^* es el esfuerzo cortante crítico adimensional y el coeficiente de Chézy C_0^* está dado por

$$C_0^* = 5,75 \log \left[\frac{12R_f}{3D_{90}} \right] \quad (25)$$

donde R_f es el radio hidráulico relacionado con el fondo, para el cual se ha realizado la corrección de la pared siguiendo el método de Vanoni y Brooks (1957).

Estimación del transporte en función del caudal

Bathurst *et al.* (1987) mostraron que el transporte de sedimentos puede expresarse como función de la pendiente y del caudal en exceso del caudal crítico dado por la expresión de Schoklitsch (1962). En forma adimensional, en términos de variables generales, el transporte puede tomar la forma

$$\Phi^* = \frac{2,5 S^{3/2}}{(\Delta + 1) D_{50} (g\Delta D_{50})^{1/2}} [q - q_c] \quad (26)$$

en la cual D_{50} es el diámetro del 50% del material sólido, q es el caudal de agua por unidad de ancho y el caudal crítico q_c se obtiene de la relación experimental adimensional

$$q_c^* = \frac{q_c}{g^{1/2} D_{50}^{3/2}} = 0,15 S^{-1,12} \quad (27)$$

en la cual el D_{50} se obtiene en la capa subsuperficial del fondo. En forma alternativa, se puede emplear el D_{16} , para el 16% del material, de la capa superficial del fondo en la expresión

$$q_c^* = \frac{q_c}{g^{1/2} D_{16}^{3/2}} = 0,21 S^{-1,12} \quad (28)$$

Estimación del transporte como función del número de Froude densimétrico del sedimento

Una función de transporte diferente basada en el criterio de que el transporte de sedimentos debe ser una función del exceso de la velocidad media sobre la velocidad media crítica, fue propuesta por Mora *et al.* (1990), calibrada con los datos de la *Tabla 1*. Esta relación está dada por

$$\Phi^* = \frac{q_s}{D_{50}^{3/2} (g \Delta)^{1/2}} = 0,0072 C^* S (F^{*2} - F_C^{*2})^{3/2} \quad (29)$$

donde F^* es el número de Froude densimétrico de la partícula dado por

$$F^* = \frac{U}{(g \Delta D_0 \cos \theta (\tan \phi - \tan \theta))^{1/2}} \quad (30)$$

y F_c^* su valor crítico, que se expresa experimentalmente por (11).

EXPERIMENTOS SOBRE TRANSPORTE

Para los experimentos de transporte se dispuso de un canal que tiene 23 m de longitud, 1 m de anchura y 1 m de altura. Su pendiente se puede variar mediante el uso de un sistema de bombeo que permite desplazar gatos hidráulicos, los cuales pueden elevar un extremo del canal hasta alcanzar una pendiente del 7 por ciento. Los sólidos del fondo se captaron mediante trampas de sedimentos, en la sección terminal del sector del canal con material suelto.

Los experimentos se realizaron con partículas de tres diferentes tamaños, con diámetros D_{50} de 0,0175; 0,0386 y 0,0410 m, respectivamente. A las partículas de mayor tamaño se les midieron los ejes triaxiales y se tomó como referencia el eje de tamaño intermedio. Al tercer tipo de partículas se le practicó el tamizado normal.

Para cada tipo de granos se determinó el peso específico correspondiente, así como el ángulo de fricción interna o ángulo de reposo. Se colocaba el material en el fondo del canal donde permanecía inicialmente in sitio, por sujeción y confinamiento mediante rejillas terminales.

Durante el ensayo se utilizó una sonda para medir profundidades con una precisión de una décima de milímetro. Las trampas captadoras de los sedimentos removidos y transportados por el fondo, consistieron en una serie de cestas metálicas agujeradas, de forma prismática.

En la última etapa, para pesar el material fueron empleadas una romana con una precisión de un gramo y una balanza con precisión de un miligramo. Una vez conocido el valor crítico del caudal y hecha la preparación del sistema, se procedía a realizar las experiencias para la medición del transporte de sedimentos por el fondo. El proceso sigue los siguientes pasos:

1. Se fija la pendiente del canal, a la cual corresponde un caudal crítico, para cada una de las partículas de sedimento.
2. Verificado el caudal crítico correspondiente, se procede a abrir la llave de paso hasta alcanzar un caudal superior. Para el flujo establecido se produce un movimiento de material que es atrapado en las trampas de sedimentos.
3. Se deja que circule el flujo permanente de agua y sedimentos durante un tiempo conveniente. Luego se detiene el sistema alimentador y se procede a extraer el material capturado en las trampas. En seguida se procede a pesar el sedimento atrapado. Con el peso específico del material se determina el caudal de sedimentos.
4. Se repite de nuevo el proceso a partir del paso 2, incrementando el caudal progresivamente. Se logra así un grupo de ensayos de transporte para cada pendiente.
5. Una vez terminados los ensayos, se procede a cambiar la pendiente para efectuar un nuevo experimento. El proceso se repite el número de veces planificado.

En esta etapa experimental los parámetros medidos son la pendiente, la profundidad, el caudal de agua circulante y el caudal o transporte de sedimentos.

Se observó que se produjeron formas de fondo para las pendientes más altas, con caudales altos. Se verificó que el proceso de generación de las formas pasaba previamente por la etapa de transporte de material sobre el fondo plano. Luego se iniciaban formas incipientes de barras alternas y fi-

nalmente se producían una o dos antidunas las cuales viajaban hacia aguas arriba.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Se desarrolla aquí un análisis del transporte del material grueso en función de los parámetros considerados en las diferentes metodologías. Para comparar el desempeño de las diferentes ecuaciones se realizó un análisis estadístico que permitió obtener el porcentaje del número total de experimentos que cada fórmula interpreta con un error menor que un valor dado. La desviación en porcentaje está definida como

$$D_{ev} = 100 \left| \Phi_{exp}^* / \Phi_{cal}^* - 1 \right| \quad (31)$$

donde Φ_{exp}^* es el transporte adimensional experimental y Φ_{cal}^* el calculado. Si P_d es el porcentaje de datos, entonces la desviación media $\overline{D_{ev}}$ puede ser representada por una función f_1 de P_d y de la ecuación ($Ec.$) que se analiza, así

$$\overline{D_{ev}} = f_1(P_d, Ec.) \quad (32)$$

El desempeño de (32), como se puede observar en la *Figura 5*, permite hacer un juicio sobre la aplicabilidad de las diferentes formulaciones para predecir el transporte de sedimentos gruesos por el fondo.

En orden decreciente de aplicabilidad se tienen las relaciones de Smart y Jaeggi (22), Bathurst *et al.* (26), Ackers y White (20), Mora *et al.* (29), Van Rijn (24) y Meyer-Peter y Müller (19). La relación de Bathurst *et al.* permite determinar el trans-

porte sin necesidad de medir la profundidad y por ello puede ofrecer una ventaja para flujo sobre contornos muy rugosos, en el que resulta más fácil determinar el caudal que medir la profundidad.

NUEVA RELACIÓN DE TRANSPORTE

La posibilidad de mejorar (29) condujo a realizar 45 nuevos experimentos, los cuales se desarrollaron en un canal de 8,50 m de longitud y 0,50 m de anchura, con pendientes variables entre el 1,0 y 4,0 % para caudales entre 18 y 40 l/s. El material suelto del lecho estaba constituido por grava con $D_{50} = 7,1$ mm y una desviación típica $\sigma = (D_{84}/D_{16})^{1/2} = 3,01$. El canal tenía una trampa que permitía captar los sedimentos del fondo e incorporarlos al flujo mediante la acción de una bomba de recirculación apropiada. Para este material se obtuvieron los transportes Φ^* , y las demás variables de flujo.

El estudio de la nueva información sobre acarreo en función del número de Froude densimétrico de la partícula lleva a proponer que el transporte Φ^* se exprese por la relación funcional

$$\Phi^* = f(F^*, F_c^*, S, C_*) \quad (33)$$

Primero se realizaron múltiples tanteos para determinar las posibles correlaciones entre Φ^* y $(F^*-F_c^*)$ o entre Φ^* y $(F^{*2}-F_c^{*2})$. Se encontró que los datos experimentales arrojaban mejores ajustes cuando no se incluía F_c^* en la función de transporte. Luego se procedió a obtener los coeficientes de una ecuación de potencias a través de un análisis de correlación múltiple, con los datos de la *Tabla 1*, excluidos los propios. Se encontró que la mejor estructura de la relación experimental está dada por la

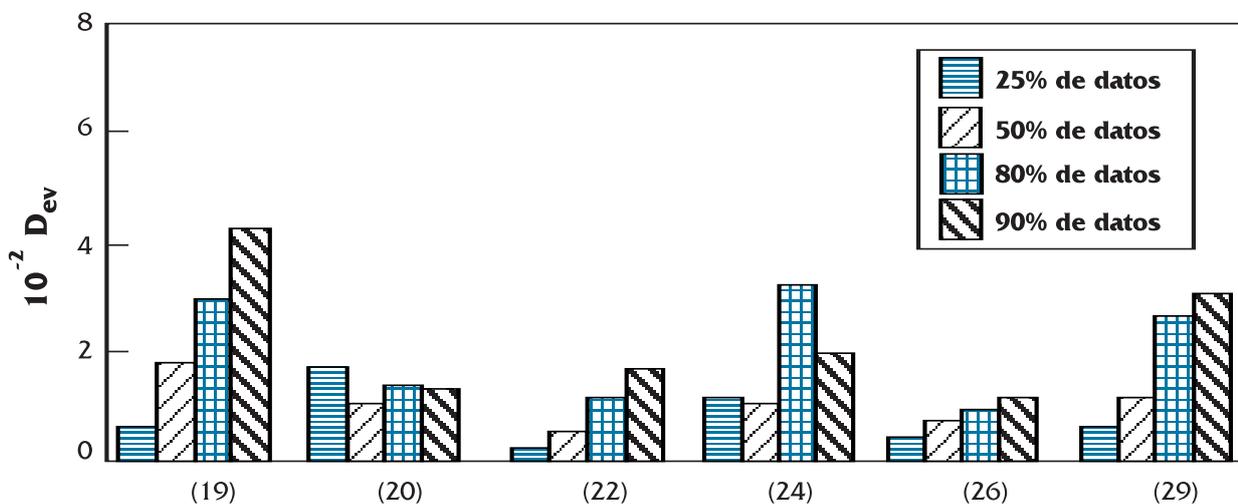


Figura 5. Discrepancias entre las relaciones de transporte para los datos analizados

expresión (34), presentada en la *Figura 6*

$$\Phi^* = 1,50 S^{1/2} C^{*-4} F^{*6,0} \quad (34)$$

con un error medio del 104% y un coeficiente de correlación de 0,707.

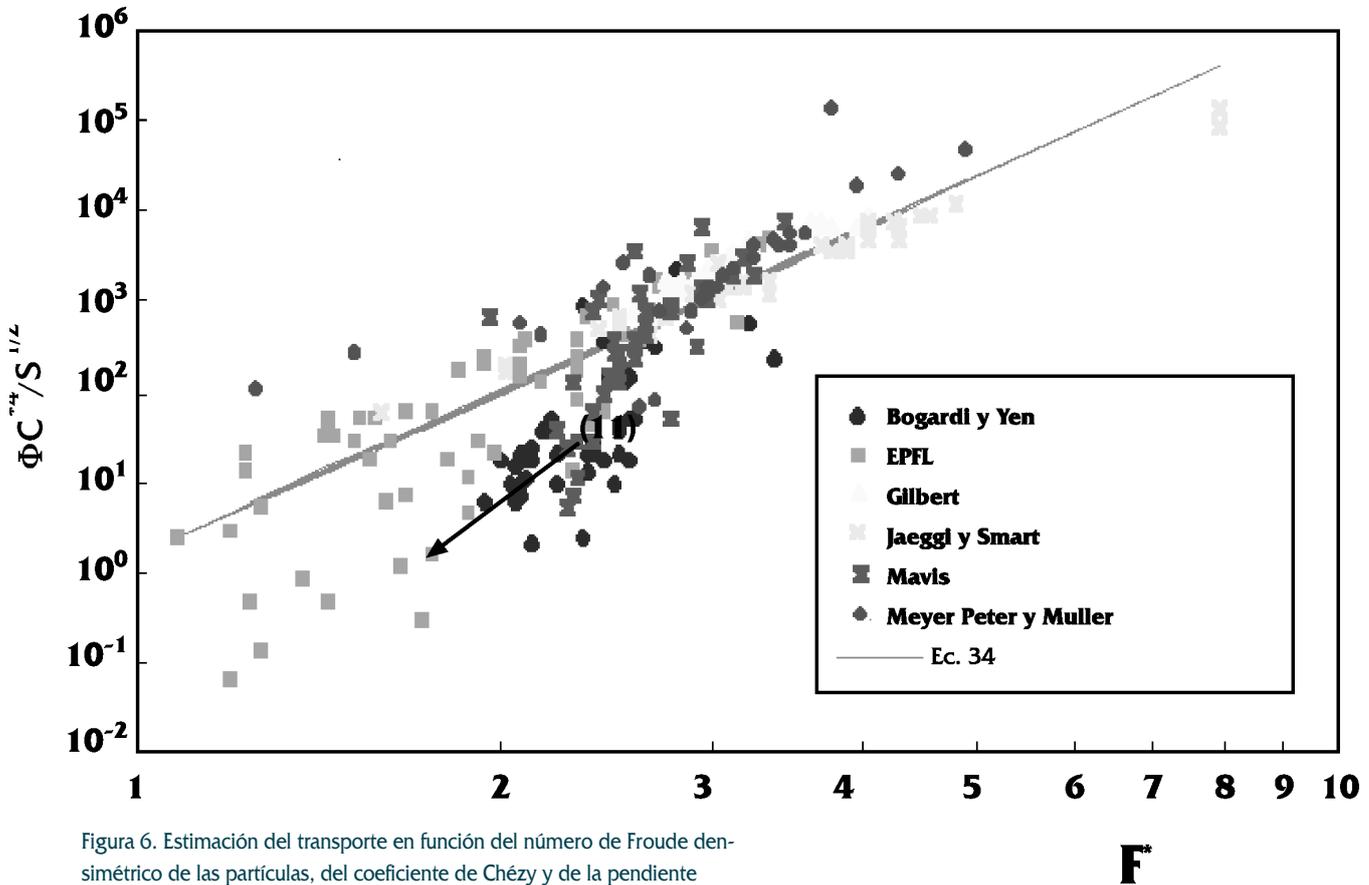


Figura 6. Estimación del transporte en función del número de Froude denso-simétrico de las partículas, del coeficiente de Chézy y de la pendiente

Si (34) se confronta con los bancos de datos de los autores indicados en la *Tabla 1* se obtienen los resultados de la *Tabla 2*.

Se observa que las desviaciones experimentales respecto a (34), en la *Tabla 2*, son menores que las desviaciones ilustradas en la *Figura 5*. Por lo tanto (34) es la relación más apropiada, según los datos analizados, para predecir el transporte de material sedimentario suelto en canales y ríos de alta pendiente para $S > 0,01$ y altas rugosidades con $d/D < 10$.

CONCLUSIONES

Se verifica que para flujos de altas pendientes en cauces muy rugosos ($S \geq 1\%$ y $d/D < 10$) no es válido el criterio de un esfuerzo cortante crítico del lecho para definir la iniciación del movimiento de partículas. Para partículas grandes ($D > d/10$) se propone un criterio para determinar la velocidad

Pd % de datos	Dev Desviación media	Dev Desviación máxima
25	21	40
50	42	81
80	63	128
90	74	198

Tabla 2. Discrepancias de (34) con datos de *Tabla 1*

crítica media asociada con la iniciación del movimiento de una partícula en cauces macro-rugosos. Se encuentra que F_c^* , el número de Froude denso-simétrico crítico de las partículas, correspondiente a U_c , varía fuertemente para $d/D_0 < 2$, produciéndose una relación de proporcionalidad entre F_c^* y d/D . Para sumersiones relativas $d/D > 4$, varía suavemente con $\log(d/D)$. Para sumersiones relativas en el rango 2-4, F_c^* adquiere un valor constante cercano a 2.

El concepto de un número de Froude denso-

métrico crítico de las partículas se compara con el concepto del esfuerzo cortante crítico. Se encuentra que para $\tau_c^* = 0,04$ y $d/D > 40$ ambos criterios conducen a resultados similares, pero para sumersiones relativas bajas divergen fuertemente. El criterio de velocidad crítica media desarrollado por otros tiende a describir bastante bien las condiciones críticas para $d/D > 1$. Los valores relativamente altos de F_c^* dados por la ecuación de Neill (1967), para d/D altos, resultan apropiados porque incorporan un factor de seguridad para propósitos de diseño.

El concepto de caudal crítico, como lo presenta Bathurst *et al.* (1987) conduce a valores similares a aquéllos obtenidos para el número de Froude densimétrico crítico.

Se analiza el transporte de sólidos para flujos en canales de fondo macro-rugoso y pendientes pronunciadas considerando: el criterio del esfuerzo cortante crítico asociado con el movimiento inicial de las partículas, el criterio de caudal crítico y el criterio del número de Froude densimétrico crítico de la partícula.

Del análisis de información sobre transporte para bajas profundidades relativas, $d/D < 10$, se encuentra que la nueva relación de transporte (34), presenta buen comportamiento como predictor del transporte, superior al de los mejores predictores basados en el criterio del esfuerzo cortante, y en el del exceso de caudal sobre el crítico.

Así, con base en datos de experimentos convalidados, se determina que el transporte de sedimentos gruesos es función del número de Froude densimétrico de la partícula así como de la pendiente de la línea de energía y del coeficiente de Chézy adimensional, según la función (34). Se verifica que la función de transporte obtenida se ajusta más adecuadamente que otras relaciones a datos de diferentes investigadores, para flujo muy rugoso en cauces de alta pendiente.

REFERENCIAS

- Ackers, P. y W. R. White (1973). *Sediment transport: New approach and analysis*. Journal of the Hydraulic Division, ASCE, Vol. 99, HY11, pp. 2041-2060.
- Aguirre-Pe, J. (1975). *Incipient erosion in high gradient open channel flow with artificial roughness elements*. Proceedings of the XVI International Congress, IAHR, Vol. 2, pp. 173-180, Sao Paulo, Brasil.
- Aguirre-Pe, J. (1976). *Arrastre de sedimentos en flujos torrenciales de alta pendiente*. Informe del Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela.
- Aguirre-Pe, J. (1984). *Fricción y condiciones críticas de gravas*. Informe de Laboratorio de Hidráulica, Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela.
- Aguirre-Pe, J. (1990). *Resistencia y condiciones críticas en flujo de canal empinado*. Informe del Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela.
- Aguirre-Pe, J. y R. Fuentes (1988). *Un modelo para la fricción en canales con macrorugosidades uniformes y compuestas*. Memorias del XIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, AIIH, Vol. 1, pp. 55-66, La Habana, Cuba.
- Aguirre-Pe, J. y R. Fuentes (1990). *Resistance to flow in steep rough streams*. Journal of the Hydraulic Division, ASCE, Vol. 116, No. 11, pp. 1374-1387.
- Aguirre-Pe, J. y R. Fuentes (1991). *Movement of big particles in steep macro-rough streams*. Proceedings of the XXIV International Congress, IAHR, Vol. A, pp. 149-158, Madrid, España.
- Aguirre-Pe, J., R. Fuentes y M. L. Olivero (1986). *Una fórmula para la fricción en escurrimientos macrorugosos a superficie libre*. Memorias del XII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, AIIH, Vol. 1, pp. 86-95, Sao Paulo, Brasil.
- Aguirre-Pe, J., R. Fuentes, G. Picón y A. Moncada (1992). *Estudio experimental de transporte de sedimentos gruesos*. Memorias del XV Congreso Latinoamericano de Hidráulica, AIIH, Vol. 3, pp. 129-139, Cartagena, Colombia.
- Ashida, K. y M. Bayazit (1973). *Initiation of motion and roughness of flows in steep channels*. Proceedings of the XV International Congress, IAHR, Vol. 1, pp. 475-484, Estambul, Turquía.
- Bathurst, J. C., H. H. Cao y W. H. Graf (1984). *The data from the EPFL study of hydraulics and sediment transport in a steep flume*. Report CH-1015, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suiza.
- Bathurst, J. C., W. H. Graf y H. H. Cao (1983). *Initiation of sediment transport in steep channels with coarse bed material*. Mechanics of sediment transport, Editado por Sumer, B. M. Y Müller, A., Balkema, Rotterdam, Holanda, pp. 207-213.
- Bathurst, J. C., W. H. Graf y H. H. Cao (1987). *Bed load discharge equations for steep mountain rivers*. Cap. 15 de Sediment transport in gravel bed rivers, Editado por C. R. Thorne, J. C. Bathurst y R. D. Hey, John Wiley and Sons, New York, USA, pp. 453-491.
- Bettes, R. (1984). *Initiation of sediment transport in gravel streams*. Proceedings Institute of Civil Engineering, Vol. 77, No. 2, pp. 79-88.
- Brahms, A. (1753). *Anfangsgründe de Deich-und Wasserbaukunst*. Austria.
- Breusers, H. N. C. (1982). *Lecture notes on sediment trans-*

- port. International Course in Hydraulic Engineering, Delft, Holanda.
- Brownlie, W. R. (1981). *Compilation of alluvial channel data: laboratory and field*. Report No. KH-R-43B, California Institute of Technology, Pasadena, California, USA.
- Dubuat, L. G. (1779). *Principes d'hydraulique et de pyrodynamique*. Paris, Francia.
- Einstein, H. A. (1942). *Formulas for the transposition of bed load*. Transactions ASCE, Vol. 107, Paper 2140, p.p. 561-573.
- Fuentes, R. y S. Carrasquel (1978). *Una ecuación empírica para zonas de transición*. Publicación 10-78 del Laboratorio Nacional de Hidráulica, Caracas, Venezuela, pp. 10.
- Keulegan, G. H. (1938). *Laws of turbulent flow in open channels*. Journal Research at the National Bureau of Standards, 21, Research Paper RP 1151, pp. 707-741.
- Maza, J. A. y M. García (1978). *Velocidades medias para el inicio del movimiento de partículas*. Memorias del VIII Congreso Latinoamericano Hidráulica, AIIH, pp. 195-206, Quito, Ecuador.
- Maza, J. A. y M. García (1996). *Transporte de sedimentos*. Capítulo 10, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, D.F., México, pp. 531.
- Meyer-Peter y R. Müller (1948). *Formulations of the bed-load transport*. II International Congress IAHR, pp. 39-64, Stockholm, Suecia.
- Mora, E. (1990). *Estudio comparativo de fórmulas de gasto sólido para material grueso*. Trabajo como credencial para el ascenso a la categoría de Profesor Agregado. Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela.
- Mora, E.; J. Aguirre-Pe y R. Fuentes (1990). *Fórmulas de gasto sólido para el flujo macrorugoso*. Memorias del XIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica, AIIH, Vol. 3, pp. 1537-1548, Montevideo, Uruguay.
- Neill, C. R. (1967). *Mean velocity criterion for scour of coarse uniform bed-material*. Proceedings of the XII International Congress, IAHR, Vol. 3, pp. 46-54, Fort Collins, Colorado.
- Olivero, M.L. (1984). *Umbral de movimiento*. Trabajo de Ascenso para Profesor Asociado, Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela.
- Picón, G. A. (1991). *Estudio experimental de transporte de sedimentos en ríos de montaña*. Tesis para optar al grado de Magister Scientiae, CIDIAT, Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela.
- Schlichting, H. (1968). *Boundary-layer theory*. 6ta ed., McGraw-Hill.
- Schoklitsch, A. (1962). *Handbuch des Wasserbaues*. 3ra ed, Springer-Verlag, Vienna, Austria.
- Shields, A. (1936). *Anwendung der aehnlichkeitsmechanik der turbulenzforschung auf die geschiebebewegung*. Mitt. der Preuss. Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin, Alemania.
- Smart, G. M. (1984). *Sediment transport formula for steep channels*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 10, No. 3, pp. 39-64.
- Smart, G. M. y M. Jaeggi (1983). *Sediment transport on steep slopes*. V.A.W., Mitteil 64, Hydrologie und Glazologie, ETH, Zurich, Suiza, pp. 191.
- Van Rijn, L. C. (1987). *Mathematical modelling of morphological processes in the case of suspended sediment transport*. Delft Hydraulics Communication No. 382, Delft, Holanda.
- Vanoni, V. A. y Brooks, N. H. (1957). *Laboratory studies of the roughness and suspended load of alluvial streams*. Sedimentation Laboratory, California Institute of Technology, Report E-68, Pasadena, California, USA.

