

UNA NUEVA CONTRIBUCIÓN A LA EVALUACIÓN NUMÉRICA DE LOS PARÁMETROS DE HILOS DEL MODELO DE VANGHELUWE

G. Guillén*, A. M. Islas**

0.1. Resumen

El presente artículo analiza la evaluación numérica de los parámetros de uno de los modelos más sustentables para la caracterización de propiedades elásticas de hilos: el modelo de Vangheluwe. Se aplica el método de Guggenheim.

Palabras clave: Viscoelasticidad, modelo de Vangheluwe, método de Guggenheim.

0.2. Summary: A NEW CONTRIBUTION TO THE NUMERICAL EVALUATION OF PARAMETERS OF THE VANGHELUWE MODEL

This article analyses the numerical evaluation of parameters of one of the most sustainable models for characterisation of the elastic properties of yarns: the Vangheluwe model. The Guggenheim Method was applied.

Key words: Viscoelasticity, Vangheluwe model, Guggenheim method.

0.2. Résumé: UNE NOUVELLE CONTRIBUTION A L'ÉVALUATION NUMÉRIQUE DES PARAMÈTRES DU MODEL DE VANGHELUWE

Dans cette publication nous analysons l'évaluation numérique des paramètres le plus soutainables pour la caractérisation des propriétés élastiques des fils textiles: le model de Vangheluwe. Aussi en appliquons nous la méthode de Guggenheim.

Mots clés: Viscoelasticité, model de Vangheluwe, méthode de Guggenheim

1. INTRODUCCIÓN

El modelo de Vangheluwe¹⁾ esta constituido por un elemento de Maxwell de viscosidad η y módulo E , en paralelo con un muelle no lineal de módulo C (Figura 1). Donde r es la razón de deformación y σ_0 la pretensión (0.5 cN/tex), la relación entre la carga σ y el alargamiento γ se rige por la ecuación (1):

$$s = s_0 + A \left(1 - \exp^{-B\gamma}\right) + C\gamma^2 \quad (1)$$

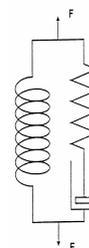


FIGURA 1: Modelo de Vangheluwe

El método desarrollado para evaluar numéricamente de los parámetros del modelo que rige la expresión (1) consiste en la planificación del mismo, esencialmente consiste en la modificación del método de Guggenheim²⁾. Este último indica que tomando valores igualmente espaciados en las abscisas (alargamiento), se pueden establecer dos subconjuntos de $n/2$ puntos cada uno (g, s_i) y (g', s_i) . Donde los (g, s) son los primeros $n/2$ puntos de la curva media,

$$(g, s) \quad (2)$$

y (g', s) son los siguientes $n/2$ puntos de la misma. Evidentemente, por haber tomado igualmente espaciados la diferencia

$$g' - g = \text{constante} \quad (3)$$

Llamando τ (constante de desplazamiento de Guggenheim) a la diferencia antes citada, de aquí se obtiene

$$g' = g + \tau \quad (4)$$

* Dr. Ing. Gabriel Guillén Buendía. I.P.N., S.N.I., COFAA, Ex becario CONACYT (México)

** Dra. Ing. Ana María Islas Cortes. E.S.I.T.-I.P.N., COFAA, Ex becaria CONACYT (México)

La esencia del método de Guggenheim²⁾ se aplica a las expresiones (2) y (4) conduciendo a la expresión (5):

$$-A \exp(-Bg) = s - Cg^2 - A \quad (5)$$

Y expresión (6),

$$-A \exp[-B(g+t)] = s' - C(g+t)^2 - A \quad (6)$$

Dividiendo miembro a miembro la expresión (6) entre (5) y simplificando:

$$s' = s \exp^{-Bt} + Cg^2(1 - \exp^{-Bt}) + 2Cgt + [A(1 - \exp^{-Bt}) + Ct^2] \quad (7)$$

Aunque sería posible tratar a la expresión (7) como una función lineal en tres dimensiones, resulta más cómodo hacerlo con un hiperplano en E4, considerando a γ^2 como una variable independiente. Aplicando métodos de regresión lineal múltiple se obtienen valores numéricos para:

$$a = \exp^{-Bt} \quad (8)$$

$$b = C(1 - \exp^{-Bt}) \quad (9)^*$$

$$c = 2Ct \quad (10)$$

$$d = [A(1 - \exp^{-Bt}) + Ct^2] \quad (11)$$

de donde es posible determinar de manera inmediata a los parámetros A, B y C. La ecuación (9) es preferible no usarla en la evaluación de las constantes del modelo de Vangheluwe.

2. MATERIAL, MÉTODOS Y RESULTADOS

Para desarrollar el presente trabajo empleamos como materia prima hilos textiles de títulos similares (20 tex), los cuales se indican en la tabla 1.

TABLA 1
 Materia prima

No. Muestra	Estructura textil lineal	No. Muestra	Estructura textil lineal
1	Algodón peinado	5	Poliéster texturizado
2	Poliéster-algodón	6	Fibrana mate
3	Lino	7	Algodón semipeinado
4	Lyocell	8	Polinósica

Los hilos antes citados se ensayan dinamo-métricamente empleando un aparato Statimat M de textechno siguiendo las recomendaciones del manual en lo que respecta al funcionamiento del aparato, siendo las condiciones: 50 ensayos de tracción y determinación del título en 50 m y un gradiente de deformación de 60% por minuto, longitud de galga de 500 mm, célula de carga de 10 N, velocidad de ensayo de 83 mm/min, factor de pretensión 0.5 cN/tex y sin factor de

corrección, y de acuerdo a la norma ASTM D 2256³⁾.

3. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la tabla 2 se muestran los arreglos rectangulares de Guggenheim para las curvas dinamo-métricas de los hilos en estudio.

TABLA 2
 Arreglos rectangulares de Guggenheim para los hilos en estudio

Algodón peinado 18.80 tex				Poliéster-algodón 19.79 tex				Lino 26.29 tex			
g	g'	s	s'	g	g'	s	s'	g	g'	s	s'
0,0	2,5	0,532	8,9460	0	5	0,556	10,800	0,0	1,0	0,439	9,216
0,5	3,0	2,214	9,9540	1	6	3,336	12,912	0,2	1,2	1,537	11,784
1,0	3,5	3,942	11,358	2	7	5,400	15,000	0,4	1,4	2,976	14,544
1,5	4,0	5,130	12,888	3	8	7,224	17,400	0,6	1,6	4,584	17,520
2,0	4,5	7,002	14,202	4	9	9,000	19,704	0,8	1,8	6,888	20,472

Lyocell 20.79				Poliéster texturizado 18.22 tex				Fibrana mate 21.36 tex			
g	g'	s	s'	g	g'	s	s'	g	g'	s	s'
0,0	4,5	0,962	15,425	0	11	0,617	22,68	0,0	6,5	0,468	9,9680
0,5	5,0	3,325	16,692	1	12	4,200	24,56	0,5	7,0	2,304	10,400
1,0	5,5	5,350	18,064	2	13	7,840	25,84	1,0	7,5	3,824	10,784
1,5	6,0	7,075	19,100	3	14	9,680	27,20	1,5	8,0	5,168	11,168
2,0	6,5	8,550	20,325	4	15	11,04	28,60	2,0	8,5	5,872	11,648
2,5	7,0	10,125	21,475	5	16	12,64	30,08	2,5	9,0	6,288	12,080
3,0	7,5	11,800	22,600	6	17	14,08	31,32	3,0	9,5	6,736	12,528
3,5	8,0	13,000	23,750	7	18	15,64	32,92	3,5	10,0	7,136	12,928
4,0	8,5	14,275	24,90	8	19	17,28	33,68	4,0	10,5	7,568	13,456
				9	20	19,08	34,40	4,5	11,0	8,032	13,952
				10	21	20,84	35,12	5,0	11,5	8,560	14,448
								5,5	12,0	9,024	14,912
								6,0	12,5	9,552	15,424

Algodón semipeinado 24.09 tex				Polinósica 22.50 tex			
g	g'	s	s'	g	g'	s	s'
0,0	3,0	0,415	8,6880	0,0	4,0	0,814	12,744
0,5	3,5	1,856	9,9520	0,5	4,5	3,216	13,848
1,0	4,0	3,248	11,216	1,0	5,0	5,640	15,000
1,5	4,5	4,592	12,704	1,5	5,5	7,440	16,128
2,0	5,0	5,968	14,352	2,0	6,0	9,888	17,232
2,5	5,5	7,328	15,344	2,5	6,5	10,680	18,384
				3,0	7,0	11,112	19,464
				3,5	7,5	11,888	20,664

A continuación se aplicó la planificación del modelo mecánico, que conduce a una superficie en el plano ordinario que puede ser tratado estadísticamente como un hiperplano de cuatro dimensiones, como indica la siguiente expresión (9):

$$s' = s \exp^{-Bt} + C g^2 (1 - \exp^{-Bt}) + 2Cgt + [A(1 - \exp^{-Bt}) + Ct^2] \quad (9)$$

En la tabla 3 aparecen los resultados obtenidos de aplicar métodos de regresión múltiple lineal a cada curva media dinamométrica de los hilos indicados en la tabla 1. Dichas curvas corresponden a 50 curvas carga-alargamiento individuales de cada uno de los hilos indicados en su oportunidad.

TABLA 3
 Aplicación del método (planificación del modelo de Vangheluwe)

N°	Material	Parámetros del hiperplano				
		(s)	(g ²)	(g)	D	Cte Guggenheim
1	Algodón peinado	0,467537	0,118943	3,79303	9,15222	2,5
2	Poliéster-algodón	0,039050	0,043441	2,13697	10,8279	5,0
3	Lino	0,526377	4,183930	14,97340	9,44272	1,0
4	Lyocell	0,197219	0,010299	1,66376	15,24140	4,5
5	Poliéster texturizado	0,166125	-0,059552	2,17083	22,9074	11,0
6	Fibrana mate	0,006113	0,019533	0,80039	9,98453	6,5
7	Algodón semipeinado	4,810180	-0,148484	16,37320	10,68190	3,0
8	Polinósica	0,010276	0,013072	2,17791	12,73650	4,0

Las expresiones (8), (9)*, (10) y (11) nos conducen a las constantes paramétricas del modelo de Vangheluwe, como se ilustra en la tabla 4. En la misma tabla aparecen los valores

numéricos optimizados por regresión no lineal empleando el método Marquardt⁴⁾.

TABLA 4
 Cálculo de las constantes paramétricas

Nº	Material	Parámetros calculados A partir del hiperplano			Parámetros Optimizados Algoritmo iterativo Marquardt ⁴⁾		
		A	B	C	A	B	C
1	Algodón peinado	8,2840	0,304110	0,758606	12,7317	0,338161	0,211460
2	Poliéster-algodón	5,7083	0,648582	0,213697	8,5948	0,416243	0,136550
3	Lino	4,1299	0,641737	7,486700	13,4260	0,480080	3,971150
4	Lyocell	14,3226	0,360764	0,184862	14,7718	0,427294	0,146585
5	Poliéster texturizado	13,1528	0,163183	0,098674	34,8886	0,146044	0,026979
6	Fibrana mate	7,4286	0,784183	0,061568	7,7839	0,653120	0,049734
7	Algodón semipeinado	3,6423	0,523578	2,788667	13,3651	0,419884	0,916999
8	Polinósica	8,4676	1,144481	0,272238	10,8909	0,745957	0,173433

La bondad de los ajustes se ilustra en la figura 2 para las curvas media carga-alargamiento

de los hilos de Poliéster-algodón, lino, fibrana mate y polinósica, respectivamente.

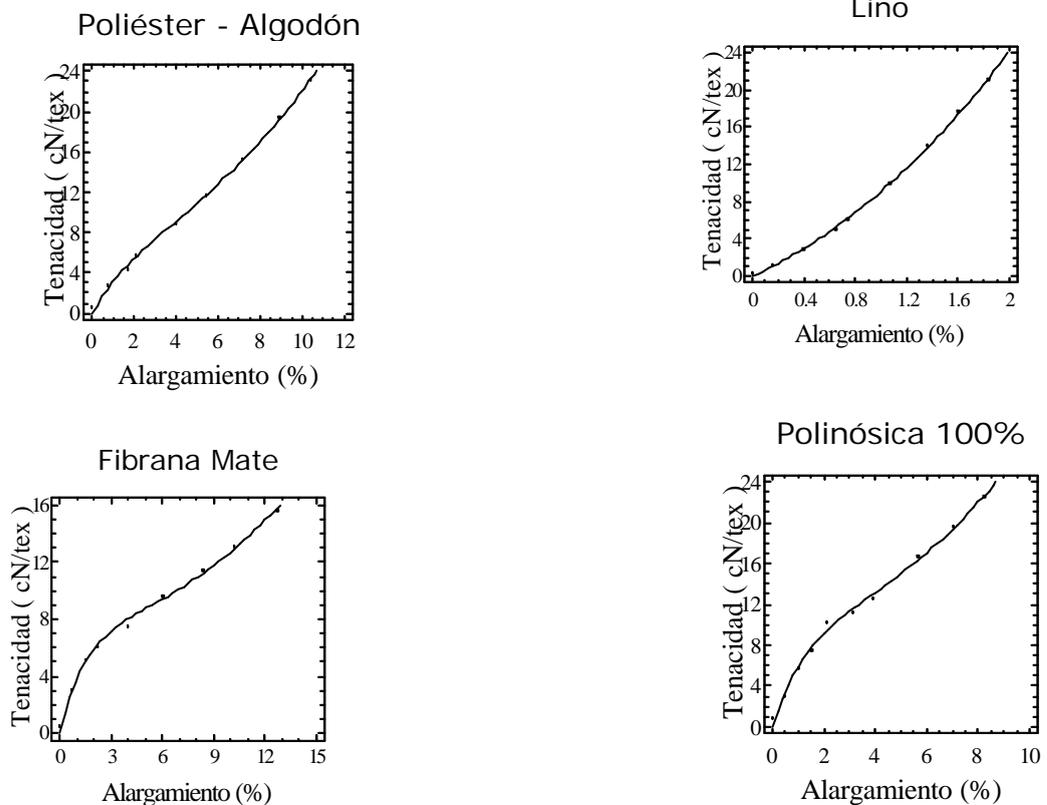


FIGURA 2: Bondad de ajuste para las curvas medias dinámométricas

4. CONCLUSIONES

El presente estudio permite formular las siguientes conclusiones:

4.1. El método modificado de Guggenheim permite reducir el modelo matemático de Vangheluwe a una superficie en el espacio ordinario donde los parámetros son de fácil evaluación.

4.2. La evaluación paramétrica de las constantes del modelo de Vangheluwe en todos los casos presentaron excelentes ajustes con respecto al método iterativo Marquardt.

4.3. En el presente trabajo se muestra que el empleo del modelo de Vangheluwe es apropiado para tanto para estructuras textiles lineales naturales como sintéticas.

5. BIBLIOGRAFÍA

1. Vangheluwe, L., "Study of the Time Dependent Mechanical Properties of Yarns for Weaving", Doctoral Thesis, University of Ghent, Belgium, (1992).
2. Guggenheim, E. A., *Phil. Mag.*, 1, 538, (1926).
3. ASTM D 2256. "Tensile Properties of Yarns by the Single-Strand Method".
4. Marquardt, D.W., "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters," *Journal for the Society of Industrial and Applied Mathematics*, 11:431-41 (1963).