

# MODELO DE DISTRIBUCION DE AGUA EN SUELO REGADO POR GOTEO

Francisco Ramírez de Cartagena Bisbe<sup>1</sup>

Miguel Angel Sáinz Sánchez<sup>1</sup>

**RESUMEN:** Se desarrolla un modelo de simulación de la dinámica del agua en el suelo en riego localizado, denominado SIMDAS. Para el desarrollo del procedimiento numérico, se utiliza la teoría de flujo de agua en condiciones de no saturación, sin efecto histerético, resolviendo la ecuación de flujo axisimétrico sin y con extracción de agua por la planta a partir de un método de diferencias finitas, con la consideración de los distintos horizontes del suelo. Verificado el modelo en campo, los resultados que presenta son satisfactorios cuando no se contempla la presencia de cultivo, pero no lo son cuando interviene la extracción de agua por la planta. Por consiguiente, el grado de aceptabilidad es suficiente para fines de diseño agronómico de sistemas de riego localizado, pero no lo es para aquellos casos en que la extracción de agua por la planta interviene de manera destacada, como en el manejo y la programación de riegos.

## INTRODUCCIÓN

El diseño agronómico de los sistemas de riego localizado se basa en la determinación de la forma y la distribución de agua en el volumen de suelo mojado, para unas condiciones de clima, suelo y planta determinadas e interaccionadas. Conocer esta información no es simple, puesto que para el ingeniero que redacta el proyecto supone la realización de numerosas experiencias de campo, difícilmente justificables por la alta inversión en tiempo y recursos económicos que representan. Como consecuencia, la mayor parte del desarrollo del diseño agronómico es empírico, simplista y basado en escasos criterios técnicos, siendo común adoptar valores totalmente supuestos de las principales variables del riego y del volumen de suelo mojado. Estas condiciones de diseño son una de las principales limitaciones que tienen en la actualidad los sistemas de riego localizado para alcanzar una alta eficiencia en el uso del agua, con lo que ello supone de ahorro de agua y energía.

A pesar de que diversos autores han propuesto la utilización de modelos matemáticos para la simulación de la dinámica del agua en el suelo, su utilización en la práctica es casi nula, debido al alto grado de especialización que requieren del usuario, a las escasas verificaciones existentes en condiciones de campo, al elevado número de datos de partida exigidos y, algunas veces, a su excesiva simplicidad. En este trabajo, se propone y desarrolla un modelo numérico que atenúa inconvenientes y constituye un instrumento manejable para conocer efecto de diversos caudales y volúmenes de emisión sobre la distribución de los contenidos de agua en el suelo por debajo del

emisor, generando esta información de forma rápida y poco costosa.

## DESCRIPCIÓN, DESARROLLO Y SOLUCIÓN NUMÉRICA DEL MODELO

### Conceptualización:

La ecuación general de flujo de agua en el suelo, en condiciones de régimen variable y no saturado, para un sistema en cultivo adopta la expresión

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla [K(\theta) \nabla \psi_h] - S \quad (1)$$

donde,  $\partial \theta / \partial t$ , variación del contenido de agua volumétrico respecto al tiempo;  $\nabla$ , vector operador diferencial, representando el gradiente tri-dimensional;  $K$ , conductividad hidráulica;  $\psi_h$ , potencial hidráulico;  $S$ , extracción de agua por la planta.

En un sistema de riego por goteo la transferencia de agua en el suelo es multi-dimensional y queda caracterizada por la ecuación (1). En este trabajo se asume simetría axial respecto al eje vertical que pasa por el emisor, por lo que la ecuación (1) queda simplificada, de modo que el movimiento del agua por debajo del gotero se regirá por la ecuación:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K(\theta) \frac{\partial \Psi_h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k(\theta) \frac{\partial \Psi_h}{\partial z} \right) - S \quad (2)$$

donde,  $x$ ,  $z$ , direcciones en un plano horizontal y vertical, respectivamente;  $\psi_h$ , potencial hidráulico del agua en el suelo.

<sup>1</sup> Escola Politècnica Superior Universitat de Girona Avda. Lluís Santaló s/n17071-Girona  
e-mail: [agroeng@pluto.udg.es](mailto:agroeng@pluto.udg.es)

Artículo publicado en *Ingeniería del Agua*. Vol.4 Num.1 (marzo 1997). páginas 57-70, recibido el 16 de febrero de 1996 y aceptado para su publicación el 18 de octubre de 1996. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo. En el caso de ser aceptadas, las discusiones serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores en el primer número de la revista que aparezca una vez transcurrido el plazo indicado.

La mayor parte de soluciones analíticas a la ecuación general de flujo tienen una aplicación muy limitada debido a la necesidad de adoptar hipótesis muy simplificadoras, tales como flujo permanente, homogeneidad en todo el perfil del suelo, extracción nula por la planta o funciones particulares del potencial matricial y de la conductividad hidráulica del suelo. Estas restricciones son debidas a la necesidad de linealización de la ecuación general de flujo. Soluciones analíticas para problemas de infiltración similares a los de riego por goteo han sido propuestas por diversos autores (Philip, 1971; Raats, 1977; Warrick et al., 1980; Ben-Asher et al., 1986).

Las soluciones numéricas permiten describir geometrías de flujo complejas, como las que ocurren en riego por goteo, y proporcionan un mayor grado de flexibilidad que las soluciones analíticas. Se han obtenido diversos resultados, tanto por diferencias finitas como por elementos finitos (Brandt. et al., 1971; Bresler, 1975; Taghavi et al., 1985; Mariño y Tracy, 1988; Ghali, 1986; Lafolie et al., 1989a, 1989b). Van der Ploeg y Benecke (1974) fueron los iniciadores de un método de resolución por diferencias finitas basado en la subdivisión del suelo en compartimentos, realizando los cálculos mediante CSMP (Continuous System Modelling Program) suponiendo régimen variable, suelo homogéneo y flujo tridimensional. Posteriormente, fundados en el mismo tipo de solución, Armstrong y Wilson (1983) consideraron distintos horizontes del suelo pero no la extracción de agua por la planta, mientras que Khatri (1984) tomó en cuenta la extracción de agua por la planta, pero con perfil de suelo homogéneo. No existe ninguna solución numérica que contemple además de la multidimensionalidad del flujo de agua, propia del riego por goteo, la simultaneidad de extracción de agua por la planta y distintos horizontes del suelo.

En este trabajo se propone una solución por diferencias finitas a la ecuación general de flujo basada en la metodología propuesta inicialmente por Van der Ploeg y Benecke (1974) y continuada posteriormente por Armstrong y Wilson (1983) y Khatri (1984). Esta metodología se modifica con:

- la consideración simultánea de suelo estratificado y extracción de agua por la planta
- la posibilidad para el usuario de una elección simple entre diversas formas de cálculo o estimación de las variables que intervienen
- la verificación del modelo en campo

#### Hipótesis:

En el planteamiento del problema se supone que:

1. El suelo es homogéneo en cada horizonte, isótropo y estable.

2. Las propiedades del suelo son invariables con el tiempo.
3. Se cumple la ley de Darcy.
4. Las propiedades hidráulicas del suelo no presentan histéresis, es decir, son funciones continuas y únicas.
5. Las condiciones son isotérmicas.
6. No se considera el flujo conjunto de agua y calor.
7. No existe solapamiento entre los volúmenes de suelo mojados por emisores adyacentes.
8. No se forma charco superficial.
9. La evaporación de agua de riego es nula.

En el caso en que se considera la extracción de agua por la planta, además se supondrá:

10. El emisor está colocado junto al tronco del árbol.
11. Ni la planta ni la vegetación circundante almacenan agua.
12. Simetría axial del sistema radicular. Simetría axial del sistema radicular.
13. Durante la simulación, no varían las características de la planta.

#### Solución propuesta:

De la ecuación diferencial (2) se pasa a un conjunto de ecuaciones algebraicas y se consideran los valores de las variables para determinados puntos del espacio y tiempo. Las condiciones iniciales y de contorno adoptadas para la resolución son:

$\theta$  condición inicial ( $t=0$ ):  $\theta = \theta_{ini}$ , donde  $\theta_{ini}$  es el contenido de agua inicial del suelo.

$\theta$  condiciones de contorno:

- el caudal de agua del gotero  $Q_c$  entra en el suelo desde un punto
- el potencial hidráulico  $\psi_h$  está comprendido entre los valores  $-\infty < \psi_h < \psi_{sat}$
- particularización del cálculo del flujo de agua según la posición ocupada por distintas zonas consideradas

Para la resolución de la ecuación (2), se han seguido los siguientes pasos:

#### 1. Definición de un cilindro de suelo por debajo del gotero en el espacio $x, y, z$ .

Para ello, se divide el suelo en anillos concéntricos de una anchura  $\Delta j$  y una altura  $\Delta i$ . El centro de todos los anillos es una línea vertical que constituye el eje del cilindro de suelo considerado. En el centro de la cara superior del cilindro se encuentran ubicados el gotero y la base del tronco de la planta (Fig. 1 y 2). El índice  $i(i=1, 2, \dots, imax)$  contabiliza los compartimentos a lo largo del eje  $z$  considerado positivo hacia abajo. El índice  $j(j=1, 2, \dots, jmax)$  contabiliza los compartimentos a lo largo del

eje x. Para cada una de estas celdas debe conocerse el contenido de agua inicial  $\theta_{ini}$ .

Los h horizontes del perfil de suelo a tratar ( $h=1, 2...n$ ), se caracterizan por sus propiedades físicas, químicas e hidráulicas. El tamaño de celda ( $\Delta_i, \Delta_j$ ) a adoptar quedará limitado desde un principio a la condición de que, dentro de cada horizonte, el número de celdas sea un número entero.

Las dimensiones totales de la malla de cálculo deberán ser superiores a la zona de influencia del gotero, para asegurar que las paredes laterales de la malla no actúen como limitantes al movimiento del agua. Esta condición deberá asegurarse de entrada, adoptando una malla sobredimensionada, con el consiguiente perjuicio de tiempo de computación, o bien verificando al final de la simulación esta condición.

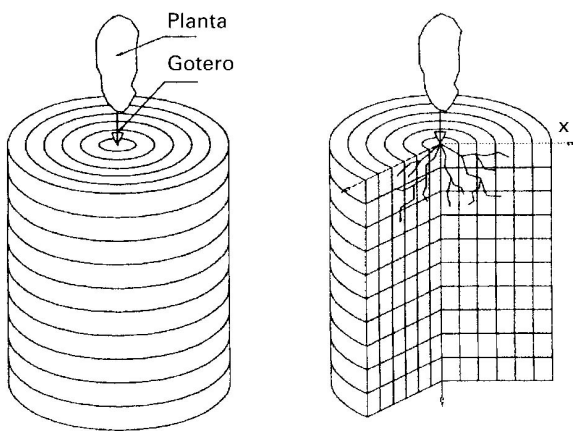


Figura 1: División del suelo por debajo del gotero en anillos circulares concéntricos

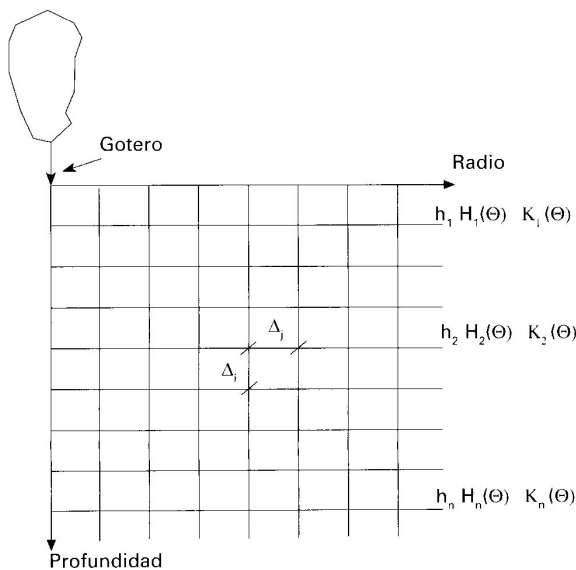


Figura 2: Malla determinada por el plano X, Z

2. Cálculo del caudal de agua que fluye entre celdas.

El caudal de agua,  $Q(m^3/s)$  que fluirá entre 2 celdas determinadas vendrá dado por la ecuación:

$$Q = qA \tag{3}$$

donde,  $q$ , densidad de flujo de agua, calculable a partir de la ley de Darcy;  $A$ , área a través de la cual fluye el agua al pasar de una celda a la otra.

De esta forma, el caudal  $Q$  podrá calcularse a partir de:

$$Q = -K \frac{\Delta\psi_h}{\Delta L} A \tag{4}$$

siendo,  $\Delta\psi_h$ , diferencia de potencial hidráulico entre 2 celdas. Los valores de potencial, por convenio, serán negativos ( $\psi_h < 0$ );  $\Delta L$ , distancia entre las 2 celdas.

Consideremos una celda genérica ( $i, j$ ) y las adyacentes con ella ( $i, j-1$ ), ( $i-1, j$ ), ( $i, j+1$ ), ( $i+1, j$ ). En la Figura 3 se muestra de forma esquemática el anillo ( $i, j$ ) y las posibles transferencias de agua que pueden producirse entre celdas. Los caudales que fluirán a través de los contornos de la celda ( $i, j$ ) serán:

$$Q_{i,j-1}^{i,j} = -K_{i,j-1}^{i,j} \frac{\psi_{h_{i,j}} - \psi_{h_{i,j-1}}}{\Delta_j} (2\pi R_j \Delta_i) \tag{5}$$

$$Q_{i,j+1}^{i,j} = -K_{i,j+1}^{i,j} \frac{\psi_{h_{i,j}} - \psi_{h_{i,j+1}}}{\Delta_j} (2\pi R_{j+1} \Delta_i) \tag{6}$$

$$Q_{i-1,j}^{i,j} = -K_{i-1,j}^{i,j} \frac{\psi_{h_{i,j}} - \psi_{h_{i-1,j}}}{\Delta_i} [\pi(R_{j+1}^2 - R_j^2)] \tag{7}$$

$$Q_{i+1,j}^{i,j} = -K_{i+1,j}^{i,j} \frac{\psi_{h_{i,j}} - \psi_{h_{i+1,j}}}{\Delta_i} [\pi(R_{j+1}^2 - R_j^2)] \tag{8}$$

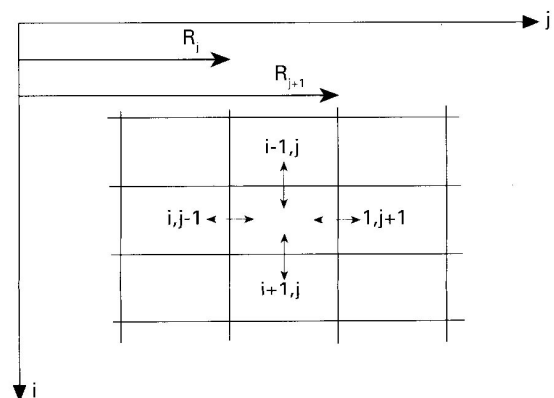


Figura 3: Transferencias de agua posibles para una celda genérica

siendo,  $Q_{subindice}^{superindice}$ , caudal que pasa entre las celdas notadas por el subíndice y por el superíndice;

$K_{subindice}^{superindice}$ , conductividad hidráulica asignada como

valor de cálculo para el flujo de agua entre las mismas;  $R_j$ , radio interior del anillo ( $i, j$ );  $R_{j+1}$ , radio interior del anillo ( $i, j+1$ ).

Si el caudal resultante es negativo, significa que el flujo de agua pasa de la celda indicada por el subíndice a la del superíndice, y si es positivo, viceversa.

3. Cálculo del potencial hidráulico del suelo y de la conductividad hidráulica.

En las ecuaciones (5) a (8) debe conocerse el valor del potencial hidráulico en una determinada celda. Este potencial se calculará como suma del potencial gravitatorio, profundidad a partir de la superficie del suelo, y del potencial matricial, función del contenido de agua del suelo  $\psi_m(\theta)$ , como se verá más adelante.

La conductividad hidráulica también se trata como función del contenido de agua del suelo  $K(\theta)$ . Sin embargo, existe el problema de qué valor asignarle cuando se considera el flujo de agua entre dos celdas. Van der Ploeg y Benecke (1974) toman la media de las conductividades hidráulicas que resultan para el contenido de agua de cada celda. Armstrong y Wilson (1983) toman la conductividad hidráulica que resulta de considerar el valor medio de los contenidos de agua de cada una de las dos celdas. Khatri (1984) adopta como valor de cálculo la media ponderada de las conductividades que resultan para cada celda respecto del volumen de cada anillo. Se propone en este trabajo adoptar un valor de la conductividad hidráulica ponderado  $K_{subindice}^{superindice}$  respecto al contenido de agua de cada una de las celdas, ya que la conductividad hidráulica es función del contenido de agua y la ponderación se efectúa respecto a este contenido. Para el caso genérico considerado anteriormente, tendremos:

$$K_{i,j-1}^{i,j} = \frac{K_{i,j-1} \theta_{i,j-1} + K_{i,j} \theta_{i,j}}{\theta_{i,j-1} + \theta_{i,j}} \quad (9)$$

$$K_{i,j+1}^{i,j} = \frac{K_{i,j+1} \theta_{i,j+1} + K_{i,j} \theta_{i,j}}{\theta_{i,j+1} + \theta_{i,j}} \quad (10)$$

$$K_{i-1,j}^{i,j} = \frac{K_{i-1,j} \theta_{i-1,j} + K_{i,j} \theta_{i,j}}{\theta_{i-1,j} + \theta_{i,j}} \quad (11)$$

$$K_{i+1,j}^{i,j} = \frac{K_{i+1,j} \theta_{i+1,j} + K_{i,j} \theta_{i,j}}{\theta_{i+1,j} + \theta_{i,j}} \quad (12)$$

donde,  $K_{subindice}$ , conductividad hidráulica en la celda marcada por el subíndice;  $\theta_{subindice}$ , contenido de agua en la celda marcada por el subíndice.

Cada horizonte de suelo considerado se caracterizará por unas determinadas funciones  $\psi_{mh}(\theta)$  y  $K_h(\theta)$ , siendo  $h = 1, 2, 3, \dots, n$  el número de horizontes considerados en el perfil del suelo, como se ilustra en la Figura 4.

4. Cálculo del caudal de agua que la planta extrae de cada celda.

La extracción de agua por las raíces del cultivo tendrá lugar únicamente en el conjunto de celdas de la malla que determina el sistema radicular. La extracción  $S_{i,j}$  ( $m^3/s$ ) para una celda ( $i, j$ ) puede calcularse como:

$$S_{i,j} = S_{max(i,j)} A_{i,j} \alpha(\psi_{m,i,j}) \beta(i,j) \quad (13)$$

donde,  $S_{max(i,j)}$ , extracción de agua máxima posible por la planta en la celda ( $i, j$ );  $A_{i,j}$ , área del anillo determinado por la celda ( $i, j$ );  $\alpha(\psi_{m,i,j})$ , reducción de la extracción máxima, función del potencial matricial de la celda ( $i, j$ );  $\beta(i, j)$ , extracción, función de la posición de la celda.

La extracción máxima es función de la transpiración del cultivo y de la profundidad  $i$  de la celda que se calcula. La extracción en función de la posición de la celda depende del tipo de perfil de extracción adoptado.

5. Cálculo del caudal neto de una celda genérica ( $i, j$ ).

El caudal neto  $\Delta Q$  de la celda ( $i, j$ ), puede obtenerse mediante la suma de los caudales que fluyen (entran o salen) entre la celda ( $i, j$ ) y cada una de las celdas vecinas. Haciendo un balance de caudales, resultará:

$$\Delta Q_{i,j} = Q_{i-1,j}^{i,j} + Q_{i,j+1}^{i,j} + Q_{i+1,j}^{i,j} + Q_{i,j-1}^{i,j} - S_{i,j} \quad (14)$$

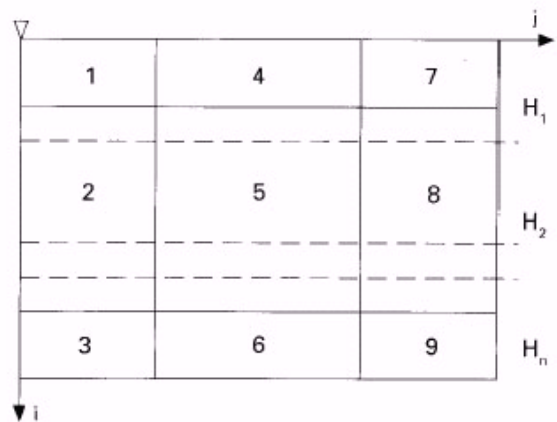


Figura 4: Regionalización del flujo de agua

Juzg donde,  $S_{i,j}$ , extracción de agua por la planta en la celda  $(i, j)$ . La forma de cálculo propuesta para esta extracción se verá más adelante. Cuando se considere el modelo sin cultivo, se tomará  $S_{i,j}=0$ .

El cálculo del caudal neto para una determinada celda depende de su posición en la malla creada. En esta malla, se definen 9 zonas para la regionalización del cálculo del flujo neto (Figura 4).

ZONA 1.  $i = 1 ; j = 1$

El agua de riego se supone aplicada desde el gotero en este compartimento de acuerdo con el caudal de emisión  $Q_e(m^3/s)$ .

$$\Delta Q_{i,j} = Q_e + Q_{i,j+1}^{i,j} + Q_{i+1,j}^{i,j} - S_{i,j} \quad (15)$$

ZONA 2.  $1 < i < imax ; j = 1$

$$\Delta Q_{i,j} = Q_{i-1,j}^{i,j} + Q_{i,j+1}^{i,j} + Q_{i+1,j}^{i,j} - S_{i,j} \quad (16)$$

ZONA 3.  $i = imax ; j = 1$

$$\Delta Q_{i,j} = Q_{i-1,j}^{i,j} + Q_{i,j+1}^{i,j} - S_{i,j} \quad (17)$$

ZONA 4.  $1=1 ; 1 < j < jmax$

$$\Delta Q_{i,j} = Q_{i,j+1}^{i,j} + Q_{i,j+1}^{i,j} + Q_{i,j-1}^{i,j} - S_{i,j} \quad (18)$$

ZONA 5.  $1 < i < imax ; 1 < j < jmax$

$$\Delta Q_{i,j} = Q_{i-1,j}^{i,j} + Q_{i,j+1}^{i,j} + Q_{i+1,j}^{i,j} + Q_{i,j-1}^{i,j} - S_{i,j} \quad (19)$$

ZONA 6.  $i = imax ; 1 < j < jmax$

$$\Delta Q_{i,j} = Q_{i-1,j}^{i,j} + Q_{i,j+1}^{i,j} + Q_{i,j-1}^{i,j} - S_{i,j} \quad (20)$$

ZONA 7.  $i = 1 ; j = jmax$

$$\Delta Q_{i,j} = Q_{i+1,j}^{i,j} + Q_{i,j-1}^{i,j} - S_{i,j} \quad (21)$$

ZONA 8.  $1 < i < imax ; j = jmax$

$$\Delta Q_{i,j} = Q_{i-1,j}^{i,j} + Q_{i+1,j}^{i,j} + Q_{i,j-1}^{i,j} - S_{i,j} \quad (22)$$

ZONA 9.  $i = imax ; j = jmax$

$$\Delta Q_{i,j} = Q_{i-1,j}^{i,j} + Q_{i,j-1}^{i,j} - S_{i,j} \quad (23)$$

En el conjunto de la malla, el cálculo se iniciará en la celda  $(1, 1)$  y finalizará en la celda  $(imax, jmax)$  para cada  $\Delta t$ .

### 6 Cálculo de la variación en el contenido volumétrico de agua para el anillo correspondiente a la celda genérica $(i, j)$ en un tiempo $\Delta t$ .

La variación en el contenido volumétrico de agua  $\Delta\theta_{i,j}$  valdrá,

$$\Delta\theta_{i,j} = \frac{\Delta Q_{i,j}}{V_{i,j}} \Delta t \quad (24)$$

siendo,  $V_{i,j}$ , volumen del anillo  $(i, j)$ . La ecuación (14) quedará de la forma,

$$\Delta\theta_{i,j} = \frac{\Delta Q_{i,j}}{\pi(R_{j+i}^2 - R_j^2)\Delta i} \Delta t \quad (25)$$

### 7. Cálculo del contenido de agua final para el anillo $(i, j)$ .

El contenido de agua final  $\theta_{fin}$  (%) para la celda  $(i, j)$  se calculará por la ecuación,

$$\theta_{fin} = \theta_{ini} + \Delta\theta_{i,j} \quad (26)$$

### 8. Iteración del proceso.

El proceso anterior actualiza los contenidos de agua del suelo para cada celda. El proceso se repetirá hasta el tiempo de simulación deseado.

## VARIABLES NECESARIAS EN EL MODELO

### Clasificación:

La resolución del modelo exige el conocimiento inicial de determinada información, referente a cada una de las partes integrantes del continuo suelo-planta-atmósfera y fuente de riego.

#### a). Clima.

- Evapotranspiración del cultivo
- b). Suelo.
- Profundidad de los horizontes
- Contenido inicial de agua del suelo
- Potencial matricial vs. contenido de humedad
- Conductividad hidráulica vs. contenido de humedad

#### c). Planta.

- Superficie cubierta
- Índice de área foliar
- Función y perfil de extracción de agua
- Profundidad y anchura máximas de raíces

#### d). Fuente de riego.

- Caudal de emisión
- Día y hora del inicio y final del riego

Cuando el modelo no contemple la extracción de agua por las plantas, los datos de partida se reducen a los de los apartados 2 y 4.

### Determinación de las variables climáticas:

El modelo calcula la evapotranspiración del cultivo,  $ET_c$ , a partir de la metodología propuesta por Doorembos y Pruitt (1977), adaptada a riego localizado por diversos autores. Debe conocerse la evapotranspiración de referencia,  $ET_o$ , el coeficiente de cultivo  $K_c$ , y el coeficiente de reducción o cobertura,  $K_l$ . Para el cálculo del coeficiente de cobertura el modelo permite elegir entre las

ecuaciones de Keller (1978), Keller y Karmelli (1978), Decroix, y Freeman y Garzoli, éstos últimos citados por Vermeiren y Jobling (1986). En cuanto a la evapotranspiración de referencia, puede ser extraída de una serie histórica y pertenecer a un periodo horario, diario o mensual. El modelo puede convertir los valores de entrada, cualquiera que sea el periodo, a valores horarios. Como la  $ET_o$  no se distribuye uniformemente a lo largo de un día, se adopta una distribución sinusoidal (Hillel, 1977), aceptando en este caso como hipótesis, la no existencia de nubes y que la evapotranspiración sólo ocurre en horas de luz. Para fines de diseño, es suficiente con disponer de un valor diario correspondiente a un determinado nivel de probabilidad.

### **Determinación de las variables del suelo**

#### **A. Contenido de agua del suelo en el momento inicial.**

Para cada una de las celdas de la malla, debe conocerse su contenido de agua inicial. Cuando va a realizarse una simulación con fines de diseño, pueden adoptarse unos contenidos de agua iguales para cada una de las celdas de un determinado horizonte del suelo. Cuando se verifica o compara el modelo con otro, los valores de contenido de agua para todas las celdas se interpolan a partir de los datos de las celdas cuyo valor se conoce.

#### **B. Función potencial matricial vs. contenido de agua.**

Esta función, conocida como curva característica de humedad del suelo, debe conocerse para cada uno de los horizontes del perfil. Para su determinación, el modelo ofrece distintas posibilidades:

##### **B.1. Obtención a partir de datos de campo y/o laboratorio.**

A partir de los pares de valores conocidos ( $\Psi_m, \theta$ ) para cada horizonte del suelo, el modelo hace un ajuste a funciones del tipo:

$$\Psi_m = ae^{-b\theta} \quad (27)$$

$$\Psi_m = a\theta^b \quad (28)$$

Determinadas estas funciones para cada uno de los horizontes, el modelo elige para los cálculos aquella cuyo coeficiente de determinación ajustado es mayor.

##### **B.2. Estimación indirecta a partir de propiedades físicas del suelo.**

###### **B.2.1. Métodos de Gupta y Larson (1979); y Rawls y Brakensiek (1982).**

El método de Gupta y Larson (1979), permite obtener pares de valores ( $\Psi_m, \theta$ ) a partir de una relación entre el contenido de agua, por una parte, y la textura USDA, la materia orgánica del suelo y la densidad aparente, por otra. Esta relación es distinta según el

potencial matricial. El método de Rawls y Brakensiek (1982) permite igualmente obtener pares de valores ( $\Psi_m, \theta$ ) a partir de una relación entre el contenido de agua, por una parte, y la textura USDA, la materia orgánica del suelo, la densidad aparente y los contenidos de agua a 33 kPa y a 1500 kPa, por otra. Esta relación también es distinta según el potencial matricial.

Obtenidos por un método u otro los pares de valores ( $\Psi_m, \theta$ ), el modelo los ajusta mediante una regresión según las ecuaciones (27) y (28), e igualmente adopta para la simulación la regresión con mejor coeficiente de determinación ajustado.

###### **B.2.2. Método de Saxton et al. (1986).**

El método de Saxton expresa la curva característica de humedad del suelo de la forma dada por la ecuación (30). Los coeficientes  $a$  y  $b$  se obtienen a partir de la textura USDA.

#### **C. Función conductividad hidráulica vs. contenido de agua.**

Esta función debe conocerse para cada uno de los horizontes del perfil de suelo. El modelo ofrece distintas posibilidades para su cálculo.

##### **C.1. Estimación a partir de la curva característica de humedad del suelo.**

La curva  $K(\theta)$  puede obtenerse a partir del análisis de la curva ( $\Psi_m, \theta$ ). El modelo permite elegir entre las fórmulas de cálculo propuestas por Marshall (1958), Millington y Quirk (1959), Kunze et al. (1968), Raes (1973) y Jackson (1972). Este último método implica conocer, además de la curva ( $\Psi_m, \theta$ ), la conductividad hidráulica a saturación. Por la aplicación de alguno de estos procedimientos, se obtienen pares de valores  $K(\theta)$ , y posteriormente el modelo ajusta estos pares de valores por regresión lineal a una función de tipo exponencial,

$$K = ae^{b\theta} \quad (29)$$

donde  $a$  y  $b$  son coeficientes obtenidos en la regresión.

##### **C.2. Obtención directa a partir de la clase textural del suelo.**

Conocida la textura USDA del suelo, por el método de Saxton et al. (1986) puede conocerse la función conductividad hidráulica que adopta una expresión del tipo:

$$K = ae^{b/\theta} \quad (30)$$

No se contempla la posibilidad de obtener la función  $K(\theta)$  directamente en campo complementada en laboratorio, por métodos tales como el flujo de drenaje variable, debido a que la dificultad de su obtención la excluye del uso en proyectos o programación de sistemas de riego.

### Determinación de las variables de la planta.

La determinación de la extensión del sistema radical, mediante las variables profundidad y anchura de raíces, es imprescindible para la simulación del modelo con extracción de agua por el cultivo. La profundidad y anchura radical diferenciarán un cilindro formado por diversos anillos concéntricos, en los que tendrá lugar la extracción, del resto de anillos que forman el cilindro de suelo para la simulación. También es necesario conocer la superficie cubierta por el cultivo, que se supondrá invariable durante la simulación y que servirá para el cálculo de la evapotranspiración del cultivo. El índice de área foliar *LAI* se utiliza para calcular la fracción de la evapotranspiración que corresponde a la evaporación de agua del suelo y, de esta manera, determinar por diferencia la transpiración de la planta. En aquellos casos que se suponga que la evapotranspiración del cultivo equivale a su transpiración, es decir, que la evaporación de agua del suelo es nula o despreciable, no será necesario conocer el *LAI*.

Para el cálculo de la extracción de agua por la planta, se utiliza la metodología de Feddes et al. (1978),

$$S(z, \psi_m) = \alpha(\psi_m) S_{\max} \quad (31)$$

Para la determinación del término  $\alpha(\psi_m)$ , se utiliza la función de Feddes et al. (1978), y para el perfil de extracción, el modelo permite optar por las distribuciones de Feddes et al. (1978), Molz y Remson (1970) y Prasad (1988).

### Determinación de las variables de la fuente de riego.

Las variables de riego necesarias son el caudal de goteo y el día y hora de inicio y fin del riego. A partir de estos valores, queda fijado el volumen de emisión.

En la *Tabla 1*, se presenta un resumen de todas las variables y las distintas opciones permitidas para su determinación.

### Programa informático para la implementación del modelo.

El diagrama de flujo del programa informático desarrollado para la resolución del modelo se presenta en la *Figura 5*. El programa de simulación consta de un programa principal y unas subrutinas. En el programa principal se realizan las declaraciones de las variables y la inicialización del programa. Existen 3 subrutinas: ITERPRI, subrutina principal del programa, que se utiliza para la realización de las iteraciones según el incremento de tiempo de simulación; AQUASOL, realiza el cálculo de los potenciales hidráulicos y la conductividad hidráulica del suelo; EXTRAGUA, calcula la extracción de agua por la planta. El programa de simulación se ha desarrollado en lenguaje FORTRAN.

Los ficheros de entrada de datos tienen estructura matricial, de acuerdo con el formato que se prevé en

cada uno de ellos, y se dividen en fichero general de selección de datos, fichero de datos climáticos, fichero de datos del cultivo y fichero de datos del sistema de riego. Una explicación detallada se encuentra en Ramírez de Cartagena (1994).

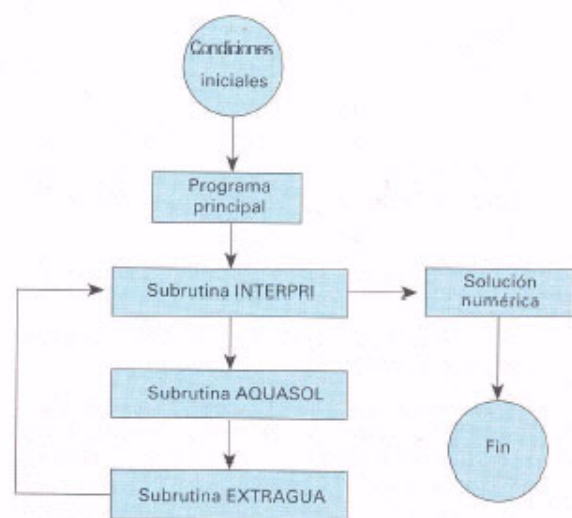
### Verificación del modelo

Para la verificación del modelo, se realizaron unas pruebas de campo en la Estación Experimental Agrícola Fundación Mas Badía situada en el Bajo Ampurdán (Girona), en un suelo Xerofluvent Aquic (SSS, 1975, 1982) de una zona con dinámica de llanura aluvial. A partir de unos contenidos de agua del suelo iniciales, se determinaron los contenidos de agua en el suelo después de la aplicación de distintos volúmenes de agua con determinados caudales de emisión, a distintos tiempos del inicio del riego. Las mediciones de los contenidos de agua se realizaron con un medidor nuclear. Se realizaron dos experimentos, el primero en suelo sin cultivo y el segundo en suelo cultivado (plantación de manzanos Golden delicious en 5ª hoja). En la *Tabla 2* se presentan las pruebas de campo realizadas.

Se determinaron también las propiedades físicas e hidráulicas del suelo para cada uno de los cuatro horizontes encontrados, hasta la profundidad de 2 m. Asimismo, se estimó la evapotranspiración a partir de la  $ET_0$  horaria obtenida a partir de una estación agrometeorológica automatizada perteneciente a la Xarxa Agrometeorològica Automàtica de Catalunya, calculada a partir de la ecuación de Penman. También se determinó el volumen radical a partir de la profundidad y anchura de raíces.

### RESULTADOS

Los resultados obtenidos de los experimentos de campo, sin cultivo y con planta, se compararon con la solución obtenida mediante el modelo a través de 4 pruebas de verificación. Los resultados se resumen en la *Tabla 3*.



*Figura 5:* Estructura general del programa de implementación

**Prueba 1. Balance de masa.**

El balance de masa para el modelo, tanto para el caso de simulación sin planta como con planta fue cercano al 100 %, lo que demuestra su estabilidad. Los resultados del balance de masa para los experimentos, fueron malos tanto para el Experimento 1 como el 2. Existen dos causas principales que posiblemente originaron estas diferencias. Por una parte, la zona de influencia del gotero pudo sobrepasar, en algún caso, los límites en que se realizaron las mediciones de los contenidos de agua, y por otra, pudo existir movimiento preferente de agua por los tubos de introducción al suelo de la sonda.

**Prueba 2. Comparación del agua encontrada por capas horizontales y verticales.**

Para el caso de suelo desnudo, existió una buena correlación entre los resultados simulados y los experimentales, resultando coeficientes de determinación ajustados altos y P-valores no significativos. Para el caso con planta, los coeficientes de determinación ajustados fueron altos, en general, pero los P-valores no fueron significativos. Las mejores regresiones se obtuvieron para las pruebas que arrojaron menos volumen de agua a menores caudales, probablemente porque en estos casos no se formó charco y, por otra parte, las funciones hidráulicas son más reales, puesto que el efecto histerético es menor.

**Prueba 3. Comparación de las variables profundidad y distancia mojadas.**

Para el caso sin planta, los resultados pueden considerarse buenos, puesto que las diferencias máximas entre los casos experimental y simulado fueron de 5 a 10 cm. Para el caso con planta, el ajuste fue deficiente, ya que la migración de agua en profundidad en varias pruebas invalidó los resultados experimentales.

**Prueba 4. Comparación de los contenidos de agua en el suelo a distintas distancias del emisor y a la profundidad de 30 cm.**

En cuanto a las distancias, los resultados de la regresión fueron buenos para el caso sin planta (coeficientes de determinación altos y P-valores no significativos). Para el caso con planta, los coeficientes de determinación fueron correctos pero los P-valores indicaron un mal ajuste. Para el caso sin planta, los peores resultados se presentaron en el tiempo inmediatamente después del riego, seguramente debido a que el flujo preferencial de agua por los tubos disminuye con el tiempo y, por otra parte los gradientes que se originan al principio del riego son altos, puesto que hay unas celdas llenas de agua y otras no, lo que hace la modelización más difícil. Por las mismas razones los peores resultados, para el caso con planta, se dieron en la zona más cercana al gotero. Los resultados a la profundidad de 30 cm, son parecidos a los anteriores.

El análisis de sensibilidad para el incremento de tiempo de simulación y el tamaño de celda mostró que el mode-

lo no era sensible a estas variables hasta que alcanzaran un valor crítico a partir del cual el comportamiento del modelo era anómalo, lo que indica que su determinación debe ser adecuada para el buen funcionamiento del modelo. El modelo se mostró sensible a los valores adoptados de conductividad hidráulica del suelo, contenido de agua inicial, caudal de emisión, profundidad y anchura de raíces. Para la evapotranspiración del cultivo, en periodos de simulación cortos no fue sensible, mientras que para periodos largos fue sensible.

**CONCLUSIONES**

1. El modelo desarrollado y descrito presenta unos resultados aceptables para la simulación de los contenidos de agua en el suelo, para un suelo sin cultivo con horizontes múltiples, pero no aceptables para el suelo con cultivo, suponiendo fiables las medidas de campo realizadas para la verificación del modelo.
2. En la simulación de los contenidos de agua para el suelo con cultivo, las hipótesis adoptadas en el desarrollo y solución del modelo podrían ser excesivamente simplificadoras, contribuyendo a ocasionar las diferencias entre los resultados obtenidos con el modelo y los experimentales.
3. La obtención de datos experimentales en condiciones de campo para la verificación del modelo es muy problemática y puede influir en los resultados de la verificación, debido a la alteración provocada en el suelo y a causas inherentes al método de determinación de los contenidos de agua del suelo (medidor nuclear de humedad). Además, en el caso de presencia de cultivo, también influye la imprecisión en la determinación de la geometría radical.
4. El modelo es sensible a la conductividad hidráulica del suelo, al contenido inicial de agua del suelo y al caudal de emisión. Además, cuando se contempla la extracción de agua por la planta, es sensible a la profundidad y anchura de raíces. La precisión en la determinación de estas variables es especialmente importante. Para periodos de tiempo cortos (varios días), el modelo no es sensible a la evapotranspiración del cultivo.  
El tamaño de celda y el incremento del tiempo de simulación deben estar correctamente elegidos, puesto que en caso contrario el modelo puede comportarse anómalamente. Para los casos estudiados, el tamaño de celda más adecuado ha sido el de 5 cm x 5 cm y el incremento del tiempo de simulación 1 s.
5. La simulación de la distribución del agua en un suelo sin cultivo, permite la utilización del modelo para el diseño agronómico de sistemas de riego localizado, puesto que para este fin, el grado de aceptabilidad parece ser suficiente. Para esta aplicación, y dada la sensibilidad al contenido inicial



de agua del suelo, es importante que estos valores iniciales se establezcan de manera que sean representativos del estado hídrico del suelo en el momento de actuar el sistema de riego proyectado.

6. La utilización del modelo, para aquellos casos en que la extracción de agua por la planta interviene de manera destacada, como en el manejo y la programación de riegos, exigiría previamente la modificación de alguna de las hipótesis adoptadas.

### LISTA DE SÍMBOLOS

$\theta$	contenido de agua del suelo	<i>adimens</i>	%
$t$	tiempo	$T$	$s$
$\Delta\psi_h$	gradiente de potencial hidráulico en un espacio tri-dimensional	<i>adimens</i>	
$K$	conductividad hidráulica	$L T^{-1}$	$m / s, m / dia$
$S$	extracción de agua por la planta	$T^1$	$l / m^3 dia$
$\psi_h$	potencial hidráulico	$ML^{-1} T^{-2}, L$	$kPa, cm$
$\theta_{ini}$	contenido inicial de agua del suelo	<i>adimens.</i>	%
$\theta_{fin}$	contenido final de agua del suelo	<i>adimens.</i>	%
$Q_e$	caudal de emisión del gotero	$L^3 T^{-1}$	$l / h, cm^3 / s$
$\psi_{sat}$	potencial de agua a saturación	$ML^{-1} T^{-2}, L$	$kPa, cm$
$\Delta i$	altura de una celda	$L$	$cm$
$\Delta j$	anchura de una celda	$L$	$cm$
$A$	área de un anillo	$L^2$	$cm^2$
$Q$	caudal de agua que fluye entre 2 celdas	$L^3 T^{-1}$	$cm^3 / s$
$q$	densidad de flujo	$LT^{-1}$	$LT^{-1}$
$R$	radio interior de un anillo	$L$	$cm$
$S_{i,j}$	extracción de agua para una celda ( $i, j$ )	$LT^{-1}$	$m^3 / m^2 s$
$S_{max(i,j)}$	extracción de agua máxima posible para una celda ( $i, j$ )	$LT^{-1}$	$m^3 / m^2 s$
$\alpha(\psi_m i, j)$	función de reducción de la extracción máxima en función del potencial	<i>adimens.</i>	
$\beta(i, j)$	función de extracción en función de la posición de la celda ( $i, j$ )	<i>adimens</i>	
$\Delta t$	incremento del tiempo de simulación	$T$	$s$
$V_{i,j}$	volumen del anillo ( $i, j$ )	$L^3$	$cm^3$
$\Delta Q$	caudal de agua neto para una celda	$L^3 T^{-1}$	$l / h, cm^3 / s$
$ET_c$	evapotranspiración del cultivo	$LT^{-1}$	$mm / dia, mm / h$
$ET_o$	evapotranspiración de referencia	$LT^{-1}$	$mm / dia, mm / h$
$K_c$	coeficiente de cultivo	<i>adimens</i>	
$K_l$	coeficiente de localización	<i>adimens</i>	
$\psi_m$	potencial matricial	$ML^{-1} T^{-2}, L$	$kPa, cm$
$LAI$	índice de área foliar	<i>adimens</i>	
$\Delta l$	altura	$L$	$m$
$\Delta\theta_{i,j}$	variación en el contenido de agua para una celda ( $i, j$ )	<i>adimens</i>	%
$\Delta W$	variación del contenido de agua del suelo	$LT^{-1}$	$mm / dia$

SUBSISTEMA	VARIABLES DE ESTADO	MÉTODOS DE DETERMINACIÓN DISPONIBLES EN EL MODELO	VARIABLES DE ENTRADA	MÉTODOS DE CÁLCULO DISPONIBLES EN EL MODELO
CLIMA	EVAPOTRANSPIRACIÓN DEL CULTIVO	FAO-24	EVAPOTRANSPIRACIÓN DE REFERENCIA: -HORARIA, DIARIA, -MENSUAL O EAA	—
			COEFICIENTE DE CULTIVO	—
			COEFICIENTE DE LOCALIZACIÓN (SUPERFICIE CUBIERTA)	KELLER Y KARMELLI (1975) KELLER (1978) DECROIX,FREEMANY GARZOLI, citados por VERMEIREN Y JOBLING (1986)
			SALIDA DEL SOL PUESTA DEL SOL (SI $ET_0$ DIARIA O MENSUAL)	—
	EVAPORACIÓN DEL SUELO	BELMANS et .al. (1983)	INDICE DE AREA FOLIAR ( $LAI$ )	—
SUELO	—	—	PROFUNDIDAD HORIZONTES	—
	—	—	CONTENIDO DE AGUA INICIAL	—
	POTENCIAL MATRICIAL AGUA DEL SUELO	EXPERIENCIAS DE CAMPO Y LABORATORIO	PARES DE VALORES ( $y_m, \theta$ )	AJUSTE A FUNCIONES DEL TIPO: $\Psi_m = ae^{-b\theta}$ $\Psi_m = a\theta^b$
		GUPTA Y LARSON (1979)	TEXTURA USADA DENSIDAD APARENTE MATERIA ORGÁNICA	
		RAWLSY BRAKENSIEK (1982)	TEXTURA USADA DENSIDAD APARENTE MATERIA ORGÁNICA CONT. VOLUM. AGUA 33 KPa CONT. VOLUM. AGUA 1 500 Kpa	
	SAXTON et. al.	TEXTURA USDA		

Tabla 1. Variables del modelo y métodos para su determinación

SUBSISTEMA	VARIABLES DE ESTADO	MÉTODOS DE DETERMINACIÓN DISPONIBLES EN EL MODELO	VARIABLES DE ENTRADA	MÉTODOS DE CÁLCULO DISPONIBLES EN EL MODELO
SUELO	CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA DEL SUELO	MARSHALL (1958) MILLINGTON et al. (1959) KUNZE et al. (1968) RAES (1973)	PARES DE VALORES ( $\psi_m, \theta$ )	AJUSTE A FUNCIONES DEL TIPO:  $K=ae^{b\theta}$
		JACKSON (1972)	PARES DE VALORES ( $\psi_m, \theta$ ) CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA A SATURACIÓN	
		SAXTON et al. (1986)	TEXTURA USDA	
	—	—	SUPERFICIE CUBIERTA	—
PLANTA	—	—	LAI	—
	FUNCIÓN EXTRACCIÓN DE AGUA	FEDDES et al. (1978)	—	—
	PERFIL EXTRACCIÓN DE AGUA	FEDDES et al. (1978) MOLZ Y REMSON (1970) PRASAD (1988)	TRANSPIRACIÓN PROFUNDIDAD MÁXIMA DE RAICES	CALCULADA EN SUBSISTEMA CLIMA
	—	—	ANCHURA MÁXIMA DE RAICES	—
FUENTE DE RIEGO	—	—	CAUDAL DE EMISIÓN	—
			DÍA Y HORA INICIO Y FINAL DE RIEGO	

**Tabla 1:** Variables del modelo y métodos para su determinación (continuación)

EXPERIMENTO 1			EXPERIMENTO 2		
CAUDA (l/h)	VOLUMEN DE EMISIÓN (l)	TIEMPO DE LECTURA DEL $\Theta$ (h)	CAUDAL (l/h)	VOLUMEN DE EMISIÓN (l)	TIEMPO DE LECTURA DEL $\Theta$ (h)
4	12	INICIO DEL RIEGO INMED. DESP. RIEGO 12 24	4	12	INICIO DEL RIEGO INMED. DESP. RIEGO 12 24
	24			24	
24	48	48 72	24	48	
	24			12 24	
	96			48	

Tabla 2: Experimento 1 (prueba de campo sin cultivo). Experimento 2 (prueba de campo con cultivo).

PRUEBA	SIN PLANTA	CON PLANTA
BALANCE DE MASA	EXP. $\neq$ 100% MOD. $\approx$ 100%	EXP. $\neq$ 100% MOD. $\approx$ 100%
AGUA ENCONTRADA POR CAPAS HORIZONTALES Y VERTICALES	$R_a^2$ 0.70-0.99 $Pb_0, Pb_i$ NS	$R_a^2$ 0.59-0.99 $Pb_0, Pb_i$ S
PROFUNDIDAD Y DISTANCIA MOJADAS	Dif. Max.: 5- 10 cm	-
CONTENIDOS DE AGUA	A DISTINTAS DISTANCIAS DEL EMISOR $R_a^2$ 0.60-0.99 $Pb_0, Pb_i$ NS	$R_a^2$ 0.60-0.93 $Pb_0, Pb_i$ S
	A LA PROFUNDIDAD DE 30 CM. $R_a^2$ 0.53-0.99 $Pb_0, Pb_i$ NS/S	$R_a^2$ 0.80-0.99 $Pb_0, Pb_i$ S

$Pb_0, P$ : Valores calculados en el contraste de hipótesis para la constante de la recta de regresión

$Pb_i, P$ : Valores calculados en el contraste de hipótesis para la pendiente de la recta de regresión

$R_a^2$ : Coeficiente de determinación ajustado

NS: Diferencias estadísticamente no significativas al nivel  $\alpha=0.05$

S: Diferencias estadísticamente significativas al nivel  $\alpha=0.05$

Tabla 3: Resultados de la verificación del modelo.

## REFERENCIAS

- Armstrong C.F., Wilson T.V. (1983) *Computer model for moisture distribution in stratified soils under a trickle source*. Transactions of the American Society of Agricultural Engineers: 1704-1709.
- Belmans C., Wesswling J.G., Feddes R.A. (1983) *Simulation model of the water balance of a cropped soil: SWATRE*. Journal of Hidrology, 63 & 21: 271-286.
- Ben-Asher J., Charach CH., Zemel A. (1986) *Infiltration and water extraction from trickle irrigation source: The effective hemisphere model*. Soil Science Society of America Journal, 50: 882-887.
- Brandt A., Bresler E., Diner N., Ben-Asher J., Heller J., Goldberg. (1971) *Infiltration from a trickle source: I. Mathematical models*. Soil Science Society of America Proceedings, 35: 675-682.
- Bresler R. E. (1975) *Two-dimensional transport of solutes during nonsteady infiltration from a trickle source*. Soil Science Society of America Proceedings, 39: 604-613.
- Feddes R.A., Kowalik P.J., Zaradny H. (1978) *Simulation of field water use and crop yield*. PUDOC, Wageningen. 189pp.
- Ghali S.G. (1986) *Mathematical modelling of soil moisture dynamics in trickle irrigated fields*. Thesis, University of Southampton (UK).
- Gupta S.C., Larson W.E. (1979) *Estimating soil water retention characteristics from particle size distribution, organic matter percent, and bulk density*. Water Resources Research, 15(6): 1633-1635.
- Hillel D. (1977) *Computer simulation of soil-water dynamics. A compendium of recent work*. IDRC, Ottawa, Canada. 214 pp.
- Jackson R.D. (1972) *On the calculation of hydraulic conductivity*. Soil Science Society of America Proceedings, 36: 380-382.
- Keller J. (1978) *Trickle irrigation*. In *Irrigation* (Ch. 7). National Engineering Handbook USDA-SCS.
- Keller J., Karmelid. (1975) *Trickle irrigation design*. Rain Bird Corp. Glendora, California USA. 133 pp.
- Khatri K.C. (1984) *Simulation of soil moisture migration from a point source*. Thesis, McGill University, Quebec, Canada.
- Kunze R.J., Uehara G., Graham K. (1968) *Factors important in the calculation of hydraulic conductivity*. Soil Science Soc. Amer. Proc., 32: 760-765.
- Lafolie F., Guenelon R., Van Genuchten M.TH. (1989a.) *Analysis of water flow under trickle irrigation: I. Theory and numerical solution*. Soil Science Society of America Journal, 53: 1310-1318.
- Lafolie P., Guenelon R., Van Genuchten M.TH. (1989b.) *Analysis of water flow under trickle irrigation: II. Experimental evaluation*. Soil Science Society of America Journal, 53: 1318-1323.
- Marino M.A., Tracy J.C. (1988) *Flow of water through root-soil environment*. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 114 (4): 588-604.
- Marshall T.J. (1958) *A relation between permeability and size distribution of pores*. Journal of Soil Science, 9 (8): 1-8.
- Millington R.J., Quirk J.P. (1959) *Permeability of porous media* Nature, 183: 378-388.
- Molz F.J., Remson I. (1970) *Extraction term models of soil moisture use by transpiring plants*. Water Resources Research, 6 (5): 1346-1356.
- Philip J.R. (1971) *General theorem on steady infiltration from surface sources, with application to point and line sources*. Soil Science Society of America Proceedings, 35: 867-871.
- Pradad R. (1988) *A linear root water uptake model* Journal of Hidrology, 99: 297-306.
- Raats P.A.C. (1977) *Laterally confined, steady flows of water from sources and to sinks in unsaturated soils*. Soil Science Society of America Journal, 41:294-304.
- Ramírez De Cartagena F. (1994) *Simulación numerica de la dinámica del agua en el suelo. Aplicacion al diseño de sistemas de riego LAF*. Tesis Doctoral. ETSEA. Universidad de Lleida.
- Rawls W.J., Brakensiek D.L. (1982) *Estimating soil water retention from soil properties*. Journal of the Irrigation and Drainage Division, Proc. of the ASCE, 108, IR2: 166-171.
- Saxton K.E., Rawls W.J., Romberger J.S., Papendick R.I. (1986) *Estimating generalized soil-water characteristics from texture*. Soil Science Society of America Journal, 50: 1031-1036.
- Taghavi S.A., Mariño M.A., Rolston D.E. (1985) *Infiltration from a trickle source in a heterogeneous soil medium*. Journal of Hidrology, 78: 107-121.
- Van Der Ploeg R.R., Benecke P. (1974) *Unsteady, unsaturated, n-dimensional moisture flow in soil: A computer simulation program*. Soil Science Society of America Proceedings, 38: 881-885.

Vermeiren L., Jobling G.A. (1986) Riego localizado. Estudios FAO Riego y Drenaje, n°36. FAO. Roma. 203 pp.

Warrick A.W., Lomen D.O., Amoozegarfard A. (1980) *Linearized moisture flow with root extraction for three dimensional, steady conditions.* Soil Science Society of America Journal, 44: 911-914.