

# Art and Mathematics: a Second Series of Movies

by Michele Emmer\*

Topologie structurale #10, 1984

## L'art et les mathématiques: une seconde série de films

Une première série de films sur le thème «L'art et les mathématiques» fut complétée en 1980. Une présentation en fut faite dans un article précédent [1]. Puisque le concept général de la nouvelle série de films est exactement le même que celui de la précédente, nulle autre présentation n'est requise. Les nouveaux films sont:

### Les dimensions

Les principaux sujets de ce film sont la deuxième et la quatrième dimensions.

Le film commence par un épisode de *Flatland*, un dessin animé tiré du livre d'Abbott. Puis, le mathématicien T. Banchoff explique comment il est possible de visualiser un hypercube à l'aide d'un terminal vidéo. Comment est-il possible de «voir» un objet quadridimensionnel? Les artistes américains David et Harriet Brisson nous disent comment deux artistes tentent de rendre visible l'invisible. Le cristallographe Whittaker est lui aussi confronté à ce même problème de la visualisation de l'invisible quatrième dimension.

L'historienne de l'art moderne Linda Henderson explique les relations entre ce que l'on nomme «la géométrie de la quatrième dimension» et l'avant-garde artistique du début du siècle, accordant une attention particulière à Picasso et aux cubistes. Picasso lui-même apparaît dans une séquence d'un film réalisé par Luciano Emmer dans les années cin-

---

\* L'auteur est professeur associé en mathématiques au Dipartimento di Matematica, Università di Roma «La Sapienza», Roma, Italia. Cet article fut rédigé alors que l'auteur visitait le Math Department, Princeton University, Princeton, N.J. 08544, U.S.A.

Structural Topology #10, 1984

A first series of movies on the theme "Art and Mathematics" was completed in 1980. An introduction to this first series appeared in a previous article [1]. As the general idea of the new series of movies is exactly the same, this series needs no further introduction. The new movies are:

### Dimensions

Principal subjects of the movie are the second and the fourth dimensions.

The movie begins with a part of *Flatland*, in animation, based on the book by Abbott. Then the mathematician, T. Banchoff, explains how it is possible to use a video terminal to visualize a hypercube. How is it possible to "see" a four dimensional object? The American artists, David and Harriet Brisson, tell us how two artists try to keep visible the invisible. Also a crystallographer, Whittaker, has the same problem of visualizing the invisible fourth dimension.

The modern art historian, Linda Henderson, explains the connections between the so-called "geometry of the fourth dimension" and the artistic avant-garde at the beginning of the century. In particular, the cubists and Picasso. Picasso, himself, appears in a sequence of a movie realized by Luciano Emmer in the fifties. Linda Henderson speaks

---

\* The author is Associate Professor in Mathematics at the Dipartimento di Matematica, Università di Roma "La Sapienza", Roma, Italia. This paper was written while the author was visiting the Math Department, Princeton University, Princeton, N.J. 08544, U.S.A.

quante. Linda Henderson parle aussi du futuriste italien Umberto Boccioni et de Malevitch.

Le mathématicien A. Dewdney nous suggère un voyage dans le monde de la deuxième dimension. Quelques-unes des restrictions liées au monde bidimensionnel sont présentées. Notre voyage dans l'hyperespace se termine sur des images de l'hypercube de Salvador Dali et des sculptures d'Attilio Pierelli.

(Couleur, 27 min, son optique, 16 mm). Le film fut tourné à Brown University, Providence, au studio de D. et H. Brisson, Rehoboth, à Oxford University, Oxford, à l'University of Texas, Austin, à l'University of Western Ontario, London, Canada, au Centre national G. Pompidou, Paris, au Metropolitan Museum, New York, et à l'Opera di Roma.

### Les spirales

Les spirales dissimulées dans les tableaux de Paolo Uccello sont mises en évidence. Le mathématicien français A. Deledicq nous présente quelques types de spirales à l'aide d'un traceur. La définition de la spirale par Archimède et celle de la spirale logarithmique par J. Bernoulli sont exposées.

Le zoologiste Peter Ward explique où dans l'océan on peut trouver le nautilus et l'étudier. Le secret de cette créature: sa flottabilité.

Des exemples d'usage de la spirale dans l'art de toutes les époques: les tombeaux préhistoriques de Newgrange en Irlande et les croix celtiques, les mosaïques des voûtes de San Marco à Venise, les fameuses peintures de Canaletto de la Basilica della Salute et le motif en spirale des assiettes de verre de Murano.

L'astronome Paul Hodge nous fait remarquer la structure en spirale des galaxies, et tout spécialement celle d'Andromède.

(Couleur, 27 min, son optique, 16 mm). Le film fut tourné à l'Université de Paris VII, Paris, à l'University of California at Davis, au Shedd Aquarium, Chicago, à Newgrange, Irlande, au British Museum, Londres, à la Basilica di San Marco, Venise, à la Basilica della Salute, Venise, et à l'University of Washington, Seattle.

### Les hélices

Le film commence avec la description de Breughel de la «Tour de Babel». Suivent alors des exemples d'utilisations d'hélices dans l'art et la nature: la chapelle Sixtine, le Thème de la spirale par Gabo et la longue canine du narval.

Le biochimiste Bauer explique la structure de l'ADN et sa géométrie: la double hélice. Un exemple bien connu de l'application de la double hélice en architecture: l'escalier du château de Chambord. Un autre exemple d'escaliers bien connu: ceux du château de Blois, dont la décoration incorpore plusieurs thèmes s'inspirant de coquillages et de la spirale. Il en va de même de la fameuse Bataille d'Anghiari, un dessin de Léonard de Vinci sauvé par la copie qu'en fit Rubens, et de quelques fameux escaliers de Venise, soit

also of the Italian futurist Umberto Boccioni and of Malevitch.

The mathematician A. Dewdney proposes a trip in the world of the second dimension. Some of the restrictions of the flat world are introduced. The hypercube of Salvador Dali and the sculptures of Attilio Pierelli end our trip in the hyperspace.

(Colour, 27 min, optical sound, 16 mm). The movie was filmed at: Brown University, Providence, D. and H. Brisson Studio, Rehoboth, Oxford University, Oxford, University of Texas, Austin, University of Western Ontario, London, Canada, Centre national G. Pompidou, Paris, Metropolitan Museum, New York, Opera di Roma.

### Spirals

The spirals hidden in the painting of Paolo Uccello are shown. The French mathematician, A. Deledicq, introduces a few types of spirals with a plotter. The definitions of spiral by Archimedes and the logarithmic spiral by J. Bernoulli are described.

The zoologist, Peter Ward, explains where we can find and study the Nautilus in the ocean. The secret of this creature: its buoyancy.

Examples of spirals in the art of every period: the prehistoric tombs in Newgrange in Ireland and the Celtic crosses, the mosaics in the vaults of San Marco in Venice, the famous paintings of Canaletto of the Basilica della Salute and the spiral motive in the glass plates of Murano.

The astronomer Paul Hodge points out the spiral structure of the galaxies, especially Andromeda.

(Colour, 27 min, optical sound, 16 mm). The movie was filmed at: Université de Paris VII, Paris, University of California at Davis, Shedd Aquarium, Chicago, Newgrange, Ireland, British Museum, London, Basilica di San Marco, Venice, Basilica della Salute, Venise, University of Washington, Seattle.

### Helices

The movie starts with the "Tower of Babel" as depicted by Breughel. Then, examples of helices in art and nature: the Cappella Sistina, the Spiral Theme by Gabo and the long teeth of the Narwhale.

The biochemist, Bauer, explains the structure of DNA and its geometry: the double helix. A famous example of double helix in architecture: the staircase of Chambord Castle. Another famous example of stairs: those of Blois Castle, in the decoration of which we find many shells and spiral themes. Similarly, in the drawings of Leonardo da Vinci, the famous Battle of Anghiari as copied by Rubens, and in the famous stairs of Venice, those at the Ospedaletto and the Scala Contarini del Bovolo.

ceux de l'Ospedaletto et de la Scala Contarini del Bovolo.

Le mathématicien White explique la structure topologique de l'ADN et les différents types de lien qu'on y trouve. David Raup discute des différentes formes de coquillages et de la possibilité de simuler sur ordinateur de nombreuses formes possibles, dont certaines ne se trouvent pas dans la nature. Le film se termine par la présentation de deux exemples bien connus de structures hélicoïdales en architecture: le Guggenheim Museum de New York et les Marine Towers de Chicago.

(Couleur, 27 min, son optique, 16 mm). Le film fut tourné à l'University of New York, Stony Brook, à l'University of California, Los Angeles, aux châteaux de Blois et de Chambord, France, au Patriarcato diocesano, à l'Ospedaletto et à la Scala del Bovolo, Venise, au Field Museum of Natural History, Chicago, au Guggenheim Museum, New York, et à The Tate Gallery, Londres.

### **M.C. Escher: la symétrie et l'espace**

Ce film constitue la première partie d'une série sur l'oeuvre graphique de l'artiste néerlandais Maurits Cornelis Escher. Bien entendu, le film utilise énormément les effets spéciaux et le dessin animé. L'objet du film est de donner une nouvelle dimension, le mouvement, aux estampes de l'artiste.

Bruno Ernst, un ami intime d'Escher, nous raconte quelques épisodes de la vie d'Escher en Italie. Le cristallographe C. MacGillvary, qui fut coauteur avec Escher d'un livre bien connu sur la symétrie, explique la structure de quelques dessins périodiques. La partie la plus intéressante du film est celle où les oeuvres d'Escher sont animées et déformées, partie réalisée à partir des estampes originales afin d'obtenir un effet «à la mode d'Escher».

(Couleur, 27 min, son optique, 16 mm). Le film fut tourné au Gemeentemuseum, La Haye, au studio de B. Ernst, Utrecht, au studio de C. MacGillvary, Amsterdam, au Castello Sforzesco, Milan, au Gabinetto Nazionale delle Stampe, Rome, à l'Istituto Italo-Olandese, Florence, chez S. Gimignano et à l'Alhambra, Grenade.

### **M.C. Escher: la géométrie et les mondes impossibles**

Ce film constitue la deuxième partie de la série sur l'oeuvre graphique d'Escher. Le recours au dessin animé et aux effets spéciaux appliqués aux oeuvres graphiques de l'artiste néerlandais y est fréquent.

Le mathématicien H.S.M. Coxeter montre quelques exemples de solides qui pavent l'espace, lesquels furent utilisés par Escher.

Ce qu'on appelle «les objets impossibles» sont alors étudiés, en commençant avec le cube de Necker. Roger Penrose montre quelques exemples de figures impossibles conçues par lui et son père, un biologiste, soit le triangle et les escaliers. Des dessins animés faits à partir d'oeuvres d'Escher jettent un nouvel éclairage sur le sujet. Un dessin animé produit par ordinateur au Bell Laboratories du New Jersey est aussi utilisé.

Le mathématicien Coxeter discute quelques modèles qui relèvent de la géométrie non

The mathematician, White, explains the topological structure of DNA and its various kinds of links. David Raup speaks of the various forms of the shells and of the possibility of simulating with a computer many possible shapes, even shapes that we cannot find in nature. The movie ends with two famous examples of helicoidal structure in architecture: the Guggenheim Museum in New York and the Marine Towers in Chicago.

(Colour, 27 min, optical sound, 16 mm). The movie was filmed at: University of New York, Stony Brook, University of California at Los Angeles, Chambord and Blois Castles, France, Patriarcato diocesano, Ospedaletto and Scala del Bovolo, Venice, Field Museum of Natural History, Chicago, Guggenheim Museum, New York, The Tate Gallery, London.

### **M.C. Escher: Symmetry and Space**

This movie is the first part of the complete one based on the graphic work of the Dutch artist, Maurits Cornelis Escher. Of course, it is a movie full of special effects and animations. The idea of the movie is to give a new dimension, movement, to the prints of the artist.

Bruno Ernst, a close friend of Escher, tells us of some episodes in the life of Escher in Italy. The crystallographer, C. MacGillvary, who wrote a famous book on symmetry with Escher, explains the structure of some periodic drawings. The most attractive part of the movie is the animations and deformations of the works of Escher, all based on the original prints in order to have a result "à la mode d'Escher".

(Colour, 27 min, optical sound, 16 mm). The movie was filmed at: Gemeentemuseum, Den Haag, B. Ernst Studio, Utrecht, C. MacGillvary Studio, Amsterdam, Castello Sforzesco, Milano, Gabinetto Nazionale delle Stampe, Roma, Istituto Italo-Olandese, Firenze, S. Gimignano, Alhambra, Granada.

### **M.C. Escher: Geometry and Impossible Worlds**

This film is the second part of the preceding film. A large number of animated scenes and special effects are used, based on the works of the Dutch graphic artist.

The mathematician H.S.M. Coxeter shows some examples of solids that fill space, solids later used by Escher.

The film then investigates the so-called "Impossible Objects" starting with the Necker's Cube. Roger Penrose shows some examples of impossible figures that he and his biologist father have devised the triangle and the staircases. Some animated scenes based on Escher's works help to make the subject clear. Also shown is a computer animation produced at the Bell Laboratories, New Jersey.

The mathematician, Coxeter, talks about some models of non-Euclidean geometry that

euclidienne, et dont Escher s'inspira. Le film se termine avec d'autres séquences de dessin animé.

(Couleur, 27 min, son optique, 16 mm). Le film fut tourné à l'University of Toronto, Toronto, à Oxford University, Oxford, au Gemeentemuseum, La Haye, et au Gabinetto Nazionale delle Stampe, Rome.

## L'ars combinatoria

Au début du film, une citation de Leibniz est comparée à une autre de Mondrian, et chacune d'elles est illustrée avec plusieurs peintures de Mondrian.

Le mathématicien R. Magari, de l'Université de Sienne, parle de la méthode de Leibniz et de l'émergence de l'ars combinatoria. Quelques exemples antérieurs sont rapportés: Giordano Bruno, Lullo et la poésie combinatoire. Le peintre Luigi Veronesi, à son studio de Milan, fait une démonstration de la méthode qu'il utilise pour réaliser ses tableaux, laquelle implique des variations. L'usage de formes géométriques élémentaires comme base d'une construction.

Le peintre et sculpteur suisse Max Bill utilise aussi une méthode originale pour combiner les couleurs et les formes. Des formes géométriques des oeuvres de Max Bill, le film passe à l'exposé du mathématicien D. Singmaster sur les possibilités infinies du cube de Rubik. La possibilité d'étudier les propriétés du cube à l'aide d'un ordinateur. Le mathématicien Magari montre comment le rêve de Leibniz d'une logique combinatoire, bien qu'irréalisable, a donné naissance à la logique mathématique moderne.

D'autres exemples de l'ars combinatoria tirés des oeuvres de quelques artistes contemporains.

(Couleur, 27 min, son optique, 16 mm). Le film fut tourné à l'Université de Sienne, au Gemeentemuseum, La Haye, au studio de L. Veronesi, Milan, au studio de M. Bill, Zurich, au Palazzo dei Diamanti, Ferrare, au Polytechnic of the South Bank, Londres, et à la Galerie Denis René, Paris.

## Les noeuds

Le professeur Bustrik, devenu magicien, raconte une histoire sur un maharajah et ses trois chiens, et la termine avec un tour de magie sur des noeuds. En fait, plusieurs tours de magie sur des noeuds sont présentés au cours du film. Quelques-uns des marins du voilier «Amerigo Vespucci» font une démonstration de noeuds de marins. D'autres exemples de noeuds, tirés de la vie quotidienne et du monde des arts, sont présentés, dont, par exemple, le noeud de Savoie de l'écusson de la «contrade» de Sienne.

Le mathématicien L. Neuwirth explique la différence entre un noeud ordinaire et un noeud mathématique. Quelques exemples de noeuds mathématiques sont illustrés grâce à un dessin animé produit par ordinateur par T. Banchoff et D. Salesin.

Les noeuds dans la tradition populaire japonaise; divers types de noeuds traditionnels originaires de Tokyo et de Kyoto. L'importance des noeuds dans la religion japonaise: le noeud zen. L'importance du complément d'un noeud en mathématiques. Les noeuds en

Escher used as his models. The film ends with further animated sequences.

(Colour, 27 min, optical sound, 16 mm). The movie was filmed at: University of Toronto, Toronto, Oxford University, Oxford, Gemeentemuseum, Den Haag, Gabinetto Nazionale delle Stampe, Roma.

## Ars Combinatoria

The film begins by comparing a quotation by Leibniz with one by Mondrian, both illustrated by several of Mondrian's paintings.

The mathematician, R. Magari, of Siena University, talks about Leibniz's method and the emergence of Ars Combinatoria. Some earlier examples: Giordano Bruno, Lullo and combinatorial poetry. The painter, Luigi Veronesi, in his Milan studio demonstrates the method involving variations that he employs in making his paintings. The use of elementary geometric shapes as a base for construction.

The Swiss painter and sculptor, Max Bill, also has his own method of combining colours and shapes. From the geometrical shapes of Max Bill to the mathematician, D. Singmaster, who talks about the infinite possibilities of Rubik's Cube. The possibility of studying the properties of the cube with a computer. The mathematician, Magari, shows how Leibniz's dream of a combinatorial logic, while being unachievable, has given rise to modern mathematical logic.

Further examples of Ars Combinatoria from the works of some contemporary artists.

(Colour, 27 min, optical sound, 16 mm). The movie was filmed at: University of Siena, Gemeentemuseum, Den Haag, Veronesi's Studio, Milano, Bill's Studio, Zurich, Palazzo dei Diamanti, Ferrara, Polytechnic of the South Bank, London, Galerie Denis René, Paris.

## Knots

The magician, Professor Bustrik, tells a story about a Maharajah and his three dogs. The story ends with a trick involving knots. Throughout the film there are several other tricks involving knots. Some of the crew on board the sailing ship "Amerigo Vespucci" demonstrate sailor's knots. Further examples of knots taken from everyday life and the world of art are shown, eg: The Savoy knot in the badge of the "contrade" in Siena.

The mathematician, L. Neuwirth, explains the difference between an ordinary knot and a mathematical knot. Some examples of mathematical knots are illustrated with computer animation by T. Banchoff and D. Salesin.

Knots in popular Japanese tradition; various types of traditional knots from Tokyo and Kyoto. The importance of knots in Japanese religion: the Zen knot. The significance in mathematics of the complement of a knot. Knots in four dimensions.

quatre dimensions.

Quelques exemples de fils tressés tirés de la tradition japonaise. Des sphères, appelées Temari, structurées selon des formes polyédriques et fabriquées par Madame Urata. Le peintre Richard Antohi fait une démonstration de sa manière de créer des noeuds. Les anneaux de la famille Borromeo font l'objet d'une illustration mathématique par Neuwirth.

Suit un exposé sur l'île «Isola Bella» et l'histoire des trois anneaux qui apparaissent sur les armoiries de la famille Borromeo.

Le film se termine avec une touche de magie.

(Couleur, 27 min, son optique, 16 mm). Le film fut tourné à Marino, à bord de l'«Amerigo Vespucci», La Spezia, au Monte dei Paschi di Siena, Sienne, à la Contrada «La Tortuca», Sienne, au sanctuaire Kitano, Kyoto, au Kawabata-Doki, Kyoto, au Domyo, Tokyo, au studio de R. Antohi, Rome, et au palais Borromeo, Isola Bella.

## La géométrie

Le titre du film fut produit à l'aide d'un traceur de Beck et de Jung.

Des exemples de géométries sont présentés, allant de la perspective (illustrée avec les peintures de Piero della Francesca et de Paolo Uccello) à la «Géométrie» de Descartes.

Le biophysicien R. Pierantoni discute du fonctionnement du sens de la vue, et passe en revue différentes théories sur ce sens. Le thème des premières géométries magiques est abordé.

L'architecte Sugiura parle du Mandala tibétain et du Mandala du temple Toji de Kyoto, et explique leur structure et leur importance. Alberti et Léonard de Vinci: «La dernière scène» montrée telle qu'elle est aujourd'hui, et reconstituée dans son espace virtuel par l'ingénieur en électronique Attanasio grâce à un écran graphique Computer Vision. Autres exemples de géométries dans les structures régulières: K. Miyazaki à l'Université de Kobe. La possibilité de construire un monde géométrique fait de papier: l'origami de l'ingénieur Terada.

Finalement, Pierantoni nous montre différentes possibilités de l'espace comme nous le voyons «de l'intérieur». Les observatoires indiens de Jaipur et de New Delhi sont présentés comme des exemples de l'étude de l'espace qui nous entoure.

(Couleur, 27 min, son optique, 16 mm). Le film fut tourné au Laboratorio di Biofisica, Camogli, au studio de Sugiura, Tokyo, au Cenacolo delle Grazie, Milan, au Computer Vision, Milan, au temple Toji, Kyoto, à l'Université de Kobe, au sanctuaire Kitano, Kyoto, à l'observatoire de Jaipur, Jaipur, et à l'observatoire de New Delhi, New Delhi.

Some examples of plaited threads in Japanese tradition. Spheres, known as Temari, based on polyhedric forms, made by Mrs. Urata. The painter, Richard Antohi, shows his way of creating knots. The rings of the Borromeo Family are illustrated mathematically by Neuwirth.

The island "Isola Bella" and the story of the three rings on the coat of arms of the Borromeo Family are discussed.

The film ends with a touch of magic.

(Colour, 27 min, optical sound, 16 mm). The movie was filmed at: Marino, on board "Amerigo Vespucci", La Spezia, Monte dei Paschi di Siena, Siena, Contrada "La Tortuca", Siena, Kitano Shrine, Kyoto, Kawabata-Doki, Kyoto, Domyo, Tokyo, Antohi's Studio, Roma, Borromeo Palace, Isola Bella.

## Geometry

The title of the film was created by means of Beck and Jung's graphic plotter.

Some examples of geometries, starting from perspective (illustrated with paintings by Piero della Francesca and Paolo Uccello) to the "Geometry" of Cartesius.

The biophysicist, R. Pierantoni, talks about how one's sense of vision works, including the history of various theories of vision. The first magical geometries.

The architect, Sugiura, talks about the Tibetan Mandala and about the Mandala in the Toji temple of Kyoto: their structure and significance. Alberti and Leonardo da Vinci: "The Last Supper" shown as it is today and reconstructed with virtual space by an electronic engineer, Attanasio, using a Computer Vision graphic screen. Other examples of geometries in regular structures: K. Miyazaki at Kobe University. The possibility of constructing a geometric world made of paper: the Origami of Terada, an engineer.

Finally, Pierantoni shows us various possibilities of space as we see it "from the Inside". The Indian observatories at Jaipur and New Delhi are shown as examples of the study of the space around us.

(Colour, 27 min, optical sound, 16 mm). The movie was filmed at: Laboratorio di Biofisica, Camogli, Sugiura's Studio, Tokyo, Cenacolo delle Grazie, Milano, Computer Vision, Milano, Toji Temple, Kyoto, Kobe University, Kitano Shrine, Kyoto, Jaipur Observatory, Jaipur, New Delhi Observatory, New Delhi.

Adresse de l'auteur:

Michele Emmer  
Dipartimento di Matematica  
Università di Roma «La Sapienza»  
Roma, Italia

Address of the author:

Michele Emmer  
Dipartimento di Matematica  
Università di Roma «La Sapienza»  
Roma, Italia

### Références aux publications de M. Emmer

- [1] "Art and Mathematics: a Series of Films", *Topologie Structurale*, n. 7 (1982), p. 69-72.
- [2] "Visual Art and Mathematics: the Moebius Band", *Leonardo*, vol. 13 (1980), p. 108-111.
- [3] "Comments on the Note by Jean C. Rush on the appeal of M.C. Escher's Picture", *Leonardo*, vol. 13 (1980), p. 209-210.
- [4] "Alcune osservazioni su Arte e Matematica", *Quaderno*, n. 8, Museo Laboratorio, Casabianca, Malo (1981).

### References to Publications by M. Emmer

- [5] "Visual Art and Mathematics: Comments on the Meaning of Order", *Leonardo*, vol. 15 (1982), p. 65-66.
- [6] "Art and Mathematics", Sugaku Seminar, Nov. 1981, p. 2-19.
- [7] "Visual Art and Mathematics: the Platonic Solids", to appear in *Leonardo*.
- [8] "Some Remarks on the Relationship between Art and Mathematics", to appear in the Proceedings of the Int. Workshop on Art and Science, Edinburgh (1981).
- [9] "Il mondo della matematica: un'idea per il cinema", to appear in the *Boll. Ass. Ital. Cinemat. Scient.*
- [10] "An Interdisciplinary Idea: the Movies of the Series Art and Mathematics", to appear in the Proceedings of the Congress "Math and Movies", Torino (1984).
- [11] "Animation: an Idea for Mathematical Movies", to appear in the Proceedings of the Congress "Math and Movies", Torino (1984).