Vol. **17**, **4**, 369–386 (2001)

Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería

Generación de distribuciones estocásticas de permeabilidades de pozos petrolíferos aplicando "simulated annealing"

Gabriela B. Savioli, Esteban D. Falcigno, Larry W. Lake y M. Susana Bidner

Laboratorio de Ingeniería de Reservorios
Universidad de Buenos Aires
Pabellón Industrias, Ciudad Universitaria
1428 Buenos Aires, Argentina
Tel.: 54-11-4784 80 85/4576 32 40, Fax: 54-11-4780 01 45/4576 32 41
e-mail: gsavioli@di.fcen.uba.ar
e-mail: sbidner@di.fcen.uba.ar

Resumen

Se analiza la capacidad de la técnica "simulated annealing" (SA) para generar campos sintéticos de permeabilidad que representen la heterogeneidad real de reservorios de petróleo. Se utilizan datos de permeabilidad en función de la profundidad que no siguen distribuciones normales. Tradicionalmente, en SA se definen funciones objetivo que incluyen solamente el semivariograma. Con este procedimiento, durante el proceso de minimización, se respetan únicamente las funciones de distribución de probabilidades (CDF) normales y no las exponenciales u otras. Solucionamos este problema incluyendo la CDF en la función objetivo y aplicando las transformaciones potenciales de Jensen al calcular el semivariograma experimental.

Palabras clave:

Simulated annealing, geoestadística, permeabilidades, modelos estocásticos.

GENERATION OF STOCHASTIC DISTRIBUTIONS OF OIL WELL PERMEABILITIES BY APPLYING "SIMULATED ANNEALING"

Summary

We analyze the ability of simulated annealing (SA) technique to generate synthetic permeability fields that represent actual heterogeneity. Non-Gaussian permeability data, as a function of depth, are used in this work. Commonly, the objective function defined in SA is built to reproduce only the semivariogram. With this procedure, during the minimization process, only the Gausssian distribution function (CDF) is honored - not the exponential or others. We overcome this problem including the CDF in the objective function and applying the Jensen power transformation to compute the experimental semivariogram.

Keywords:

Simulated annealing, geostatistics, permeabilities, stochastic models.

 ISSN: 0213–1315 Recibido: Enero 2000

INTRODUCCIÓN

El modelado estocástico de reservorios tiene por objetivo generar propiedades geológicas sintéticas consistentes con las observaciones realizadas. En un caso ideal, la “imagen generada de las propiedades del reservorio debe respetar todos los datos disponibles.

Hasta el presente, se han aplicado varios métodos para el modelado estocástico de las heterogeneidades de un reservorio. Uno que ha mostrado muy buenos resultados en la descripción de reservorios es “simulated annealing” (SA)[1−5] Su nombre proviene del proceso de “annealing”, un procedimiento para reducir la temperatura de un sistema a su energía mínima. El mínimo es un óptimo global de una función objetivo (FO). La ventaja principal de SA es que permite combinar datos provenientes de diferentes fuentes de información (mediciones de laboratorio, perfilaje, ensayos de pozo,[6] etc.) en forma simple, agregando nuevos términos en la FO. En particular, para obtener campos sintéticos de permeabilidad, SA utiliza la función de distribución CDF, el semivariograma, y utiliza como puntos de control las mediciones disponibles.

El semivariograma representa la semivarianza en función de la distancia de separación. En la función objetivo de SA, Deustch y Journel[2,4] ajustan modelos teóricos del semivariograma. Sen *et al.*,[3] Ouenes[5] y Savioli *et al.*[7] aplican semivariogramas experimentales. La convergencia es más rápida cuando se ajusta un modelo teórico suave que cuando se ajusta un modelo experimental ruidoso. Sin embargo, las oscilaciones, los valores extremos y la ausencia de datos en algunas zonas son realidades del reservorio que deben ser tenidas en cuenta. Por eso, una ventaja adicional de SA es su capacidad para reproducir cualquier forma de un semivariograma experimental.

En el presente trabajo la FO se minimiza con el algoritmo de Metropolis, según lo describieron Kirkpatric *et al.*[1] y Sen *et al.*[3] Luego de analizar el comportamiento de tres algoritmos, Sen *et al.*[3] concluyeron que el de Metropolis es el más rápido para resolver problemas pequeños. Justamente, este es nuestro caso.

Nuestro propósito es probar la capacidad de SA para generar una imagen sintética realista de la heterogeneidad de la permeabilidad. Para ello, la imagen generada se compara con mediciones efectuadas sobre muestras de roca. Nuestros datos consisten en tres juegos de valores de permeabilidad en función de la profundidad. Corresponden a tres pozos situados en la Patagonia Argentina y localizados en reservorios diferentes: Pozo A, Pozo B y Pozo C.

Generalmente, se ha aceptado que en una unidad geológica de roca-reservorio las permeabilidades siguen una distribución log-normal.[8] Sin embargo, no hay ni suficientes mediciones, ni fundamentos teóricos que avalen esta observación[9,10] Jensen *et al.*[11] propusieron una transformación potencial que depende de un parámetro p para los datos de permeabilidad. Estos autores afirman que cualquier arreglo serie-paralelo de elementos de diferente permeabilidad sigue una distribución p-normal con $-1 \leq p \leq 1$ y presentan varios juegos de datos dentro de estos límites. Las distribuciones normal y log-normal son casos particulares de esta transformación, correspondientes a $p = 1$ y $p = 0$, respectivamente.

Ninguno de nuestros tres juegos de datos muestra distribuciones log-normales. En consecuencia, aplicamos las transformaciones de Jensen *et al.* Las permeabilidades del Pozo B siguen una distribución normal después de la transformación potencial, pero las del Pozo A siguen una distribución exponencial. Las del Pozo C no se ajustan a ninguna distribución teórica ni antes ni después de esta transformación.

El objetivo de este trabajo es analizar el comportamiento de SA con el algoritmo de Metropolis frente a estos tres juegos de datos atípicos.

SA se alimenta con la función de distribución (CDF) y la autocorrelación. Además, el 10 % de las mediciones se eligen como puntos de control mientras que el 90 % restante se genera con este método.

El algoritmo de Metropolis comienza con un estado inicial de permeabilidades generado al azar por la CDF deseada. Los siguientes pasos del algoritmo son: construcción de una FO, un mecanismo de perturbación, un criterio de aceptación de las perturbaciones (criterio de Metropolis, que depende de un parámetro de convergencia) y un procedimiento de actualización de la FO.

Tradicionalmente, se han construido funciones objetivo que reproducen únicamente la autocorrelación, ajustando el semivariograma de la imagen al semivariograma de los datos. Esto se basa en la hipótesis de que la CDF será automáticamente respetada, al usarse para generar las diferentes perturbaciones.

Sin embargo, esta hipótesis no siempre se cumple. En particular, para nuestros datos problemáticos, el ajuste inicial de la CDF suele perderse durante el proceso de minimización. Para superar este inconveniente en este trabajo proponemos dos soluciones posibles: 1) mejorar la estimación de la autocorrelación, calculando el semivariograma a partir de las permeabilidades transformadas, 2) construir una FO más compleja que, además de tener en cuenta el semivariograma, considere también la CDF.

TEORÍA

A fin de caracterizar los valores de permeabilidad en función de la profundidad, calculamos distintas medidas estadísticas. Fundamentalmente, interesa estimar dos de ellas, la función de distribución, CDF (y de densidad, PDF) y la autocorrelación, que serán utilizadas por la técnica “simulated annealing”.

Funciones de distribución y de densidad

La función de distribución $CDF_{(x)}$ de una variable aleatoria X establece la probabilidad de que X sea menor o igual que x

$$CDF_{(x)} = \mathrm{Prob}(X \leq x) \tag{1}$$

La función de densidad $PDF_{(x)}$ está relacionada con la de distribución mediante

$$CDF_{(x)} = \int_{-\infty}^{x} PDF(t)dt \tag{2}$$

En muchos casos es posible ajustar una función de distribución teórica a datos experimentales. Para los datos que analizaremos aquí, sólo se aplican dos CDF teóricas: la distribución *normal* o *gaussiana* y la distribución *exponencial*. La primera queda totalmente definida con dos parámetros, la media y la desviación estándar; la segunda, sólo requiere la media.[12]

A fin de encontrar una PDF adecuada, se puede utilizar el histograma construido a partir de una tabla de frecuencias de los datos medidos (no autocorrelacionados) que muestra el comportamiento de la variable. Luego se emplean tests estadísticos tales como el de Lilliefors para distribución *exponencial* o el de Shapiro-Wilk para distribución *normal*,[13] a fin de verificar la PDF propuesta.

A menudo no es posible ajustar las permeabilidades medidas con una PDF conocida y por ello se intenta transformar los datos originales. Jensen *et al.*[11] sugieren las transformaciones potenciales, definidas por un parámetro p.

$$y = \begin{cases} \dfrac{k^p - 1}{p}, p \neq 0 \\ \ln k, \quad p = 0 \end{cases} \tag{3}$$

El valor de p modifica la forma del histograma correspondiente. El p óptimo, es decir, el que mejor ajusta los datos transformados a una PDF conocida se estima minimizando (test de Lilliefors) o maximizando (test de Shapiro-Wilk) el estadístico o indicador definido en el test correspondiente.

Autocorrelación-semivariograma

La autocorrelación espacial es el grado de similitud existente entre datos separados por una cierta distancia. El estadístico que comúnmente se usa para cuantificarla es el semivariograma. El semivariograma es un gráfico de la semivarianza de N pares de valores medidos a una distancia h entre sí, en función de esa distancia h.

Por lo tanto, el estimador clásico de la semivarianza se define como[4,14]

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \tag{4}$$

siendo Z la variable estudiada (es decir, la permeabilidad), $N(h)$ el número de pares de datos separados por una distancia h y x_i la ubicación espacial de las mediciones.

El principal inconveniente de este estimador es que resulta impreciso para las distancias moderadas y largas. Esta imprecisión surge de la disminución del número de pares de datos involucrados en el cálculo a medida que la distancia aumenta. En consecuencia, únicamente los primeros puntos del semivariograma son realmente significativos. En general se recomienda estimar la semivarianza sólo para distancias menores o iguales que la mitad del intervalo total muestreado.[14] Si las mediciones involucradas en la ecuación (4) no son equiespaciadas (hecho frecuente en la práctica) se utiliza un algoritmo alternativo.[14]

Con la ecuación (4) se calcula el semivariograma experimental, es decir aquel que se obtiene a partir de los datos medidos. Muchas veces se ajusta un modelo teórico al semivariograma experimental a fin de obtener una expresión analítica,[4] aunque es posible que ello signifique una pérdida de características importantes del comportamiento espacial.[5] En este trabajo solamente se utiliza el semivariograma experimental.

"Simulated annealing"

Esta técnica genera propiedades heterogéneas de manera estocástica basándose en un esquema de optimización combinatoria. Se simula la heterogeneidad real del reservorio respetando la información disponible. A continuación describiremos una posible implementación de "simulated annealing", el algoritmo de Metropolis, que consta de los siguientes pasos:

1. Generar un campo inicial de permeabilidades para una grilla elegida, tomando los valores a partir de la CDF correspondiente. Calcular la función objetivo FO_{in}.
2. Introducir una perturbación seleccionando una celda de la grilla al azar y reemplazando su valor de permeabilidad por otro también generado por la CDF.
3. Calcular FO_{nueva} y $\Delta FO = FO_{\text{nueva}} - FO_{\text{in}}$.
4. Si $\Delta FO < 0$, aceptar la perturbación. Si no, aplicar el criterio de Metropolis: seleccionar un número al azar z, tal que $0 \leq z \leq 1$ y aceptar el cambio si, y sólo si, $\exp(-\Delta FO/T) > z$. T es un parámetro de convergencia.

   Repetir los pasos 2 a 4 hasta aceptar un número de perturbaciones prefijado.

5. Disminuir T y repetir los pasos 2 a 5 hasta satisfacer un criterio de convergencia o exceder un cierto número de perturbaciones. Nuestro criterio de convergencia se cumple cuando la función objetivo no se reduce significativamente luego de 5000 iteraciones consecutivas.

El enfoque tradicional solamente incluye el semivariograma en la función objetivo. Esto se basa en la idea de que el ajuste inicial de la CDF no se distorsionará a pesar de la secuencia de aceptaciones y rechazos que provoca el criterio descrito en el paso 4. Sin embargo, esta afirmación no siempre se cumple. Frecuentemente, la mayoría de las perturbaciones aceptadas pertenecen a una franja más estrecha de valores de permeabilidad. En consecuencia, la CDF obtenida con la imagen óptima de permeabilidades difiere de la original. Para ilustrar este problema, en la Figura 1 se muestra la CDF teórica y la CDF empírica, esta última estimada a partir de los campos de permeabilidad correspondientes a distintas etapas de la minimización (iteraciones del algoritmo). Para construir la Figura 1 se aplica la función objetivo estándar (llamada más adelante $FO1$). Se puede observar que a medida que el número de iteraciones aumenta, la aproximación a la CDF teórica empeora.

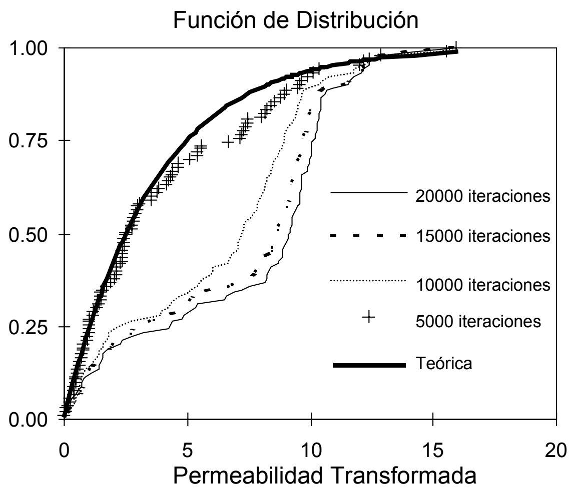

Figura 1. Pozo A: Comparación entre la CDF teórica (obtenida usando una transformación potencial de los datos) y la CDF simulada en diferentes etapas del algoritmo

Para investigar este problema se proponen las siguientes funciones objetivo: $FO1$, $FO2$, $FO3$ y $FO4$.

$FO1$ es la tradicional

$$FO1 = \sum_h (\gamma_{\text{ver}}(h) - \gamma_{\text{sim}}(h))^2 \tag{5}$$

siendo $\gamma(h)$ el estimador clásico de la semivarianza calculado a partir de los datos medidos de permeabilidad. Los subíndices "ver" y "sim" significan verdadero (obtenido por medición) y simulado (generado por SA), respectivamente.

$FO2$ también ajusta solamente el semivariograma, pero la estimación de la semivarianza se hace a partir de los datos transformados por la ecuación (3). De este modo, se mejora la estimación de la autocorrelación. Entonces

$$FO2 = \sum_h (\hat{\gamma}_{\text{ver}}(h) - \hat{\gamma}_{\text{sim}}(h))^2 \tag{6}$$

siendo $\hat{\gamma}(h)$ el semivariograma obtenido a partir de los datos transformados.

$FO3$ es una función objetivo más compleja que agrega un nuevo término a $FO1$ para controlar el ajuste de la distribución

$$FO3 = \sum_h (\gamma_{\text{ver}}(h) - \gamma_{\text{sim}}(h))^2 + w \sum_i (CDF(y_i)_{\text{ver}} - CDF(y_i)_{\text{sim}})^2 \tag{7}$$

siendo $CDF(y)$ la función de distribución de las permeabilidades transformadas y. El factor de peso w debe ser cuidadosamente elegido para mantener el ajuste inicial de la CDF. Se ha obtenido w por prueba y error en cada caso particular.

$FO4$ se obtiene aplicando simultáneamente ambas ideas, es decir, agregando el término de control a $FO2$

$$FO4 = \sum_h (\hat{\gamma}_{\text{ver}}(h) - \hat{\gamma}_{\text{sim}}(h))^2 + w \sum_i (CDF(y_i)_{\text{ver}} - CDF(y_i)_{\text{sim}})^2 \tag{8}$$

Definición de errores

Para analizar la capacidad de SA de representar la heterogeneidad verdadera, se comparan los valores de permeabilidad generados por SA con las mediciones. Para ello se generan varios campos de permeabilidades con la técnica SA y, para cada posición espacial x_i se define k_{gen_i} (permeabilidad generada por SA) como la mediana de todas las permeabilidades estimadas en x_i.

Entonces, en cada celda de la grilla en la que se dispone de una medición, definimos un error absoluto

$$e_i = |k_{\text{exp}_i} - k_{\text{gen}_i}| \tag{9}$$

siendo k_{exp_i} el valor experimental .

Si bien el objetivo de la simulación estocástica no es obtener una solución de error local mínimo sino reproducir la variabilidad general, usaremos la función de distribución (CDF) de los e_i y su mediana como una manera sencilla de evaluar la calidad de la imagen generada por SA.

DATOS

La teoría descrita se aplica a datos de permeabilidad medidos sobre testigos corona provenientes de tres pozos localizados en distintos reservorios de la cuenca neuquina (República Argentina): Pozo A, Pozo B y Pozo C. Los datos analizados consisten en mediciones de permeabilidad en función de la profundidad: 64 valores para el Pozo A, 139 para el Pozo B y 112 para el Pozo C. Están representados por puntos y cruces en la Figura 4 para el Pozo A, en la Figura 8 para el Pozo B y en la Figura 11 para el Pozo C.

La Tabla I muestra los valores máximo y mínimo, el promedio aritmético, la desviación estándar, la varianza y el coeficiente de variación de la permeabilidad en cada uno de los pozos.

	Pozo A	Pozo B	Pozo C
Número de datos	64	139	112
Valor máximo, k_{max} (mD)	116,0	1093,0	61,6
Valor mínimo, k_{min} (mD)	0,002	1,92	1,0
Media aritmética, k_{med} (mD)	10,3	58,0	4,6
Desviación estándar, σ (mD)	23,8	144,8	9,5
Varianza, σ^2 (mD^2)	567	20973	91
Coeficiente de variación, c_v	2,3	2,5	2,1

Tabla I. Medidas estadísticas de los datos de permeabilidad

Para completar la descripción, los datos de permeabilidad se caracterizan por su función de densidad (PDF) y su autocorrelación (semivariograma).

PDF

Las Figuras 2a, 2b y 2c representan los histogramas de permeabilidad para los Pozos A, B y C.

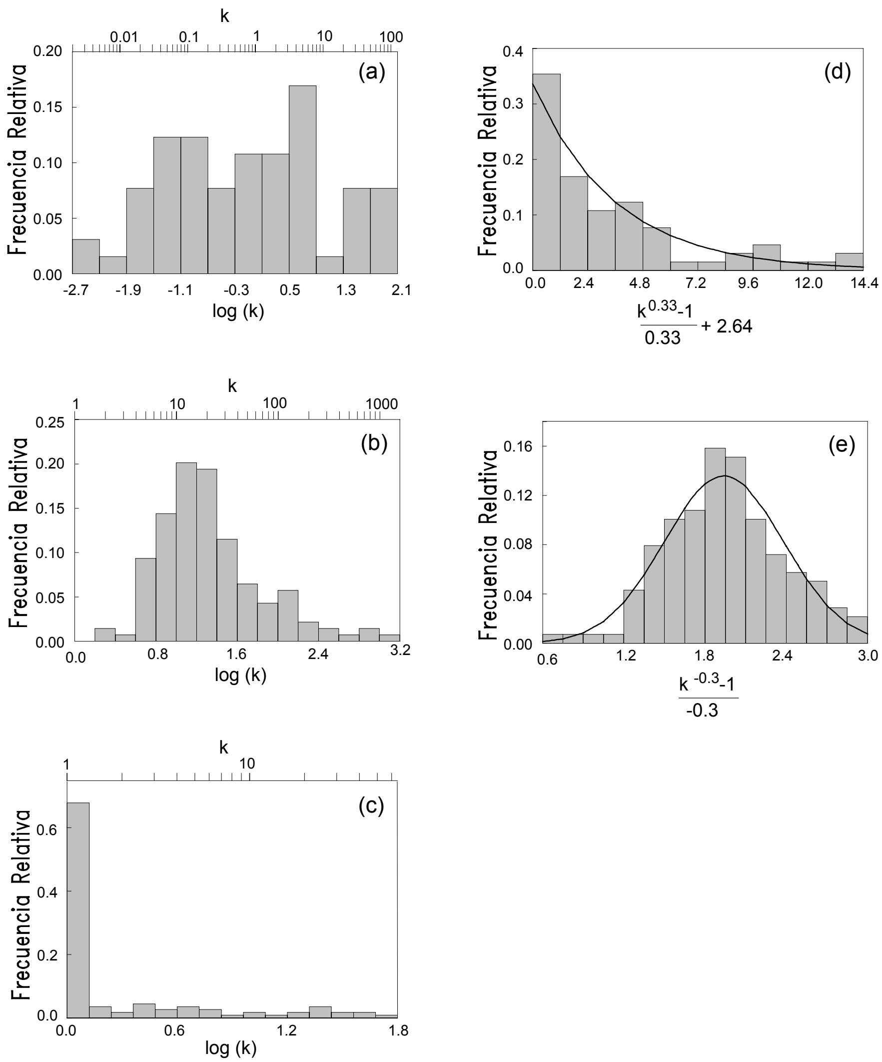

Figura 2. Histogramas de permeabilidad: (a) Pozo A; (b) Pozo B; (c) Pozo C. PDF e histogramas después de la transformación potencial: (d) Pozo A, $p = 0,33$; (e) Pozo B, $p = -0.3$

Para el Pozo A el histograma no resulta simétrico. Por ello, aplicamos las transformaciones potenciales (3) en busca de una distribución conocida. No hay valor de p con el que se observe un comportamiento normal, pero sí se logra ajustar una distribución exponencial de parámetro 0,28

$$PDF(y_A) = 0,28 \exp(-0,28 y_A) \tag{10}$$

con la transformación siguiente

$$y_A = \frac{k_A^{0,33} - 1}{0,33} + 2,64 \approx \varepsilon(0,28) \tag{11}$$

El test de Lilliefors[13] para distribución *exponencial* acepta esta hipótesis. El histograma transformado y la correspondiente PDF pueden observarse en la Figura 2d. El comportamiento de este pozo es atípico. Sin embargo, Lambert[10] también obtuvo distribuciones exponenciales para 102 de los 689 pozos que estudió. En consecuencia, la suposición de p-normalidad no siempre es correcta.[11]

Por otra parte, el histograma del Pozo B muestra mayor simetría. Tras la transformación potencial, los datos de permeabilidad se ajustan a una distribución normal, tal como lo confirma el test de Shapiro-Wilk.[13] La transformación correspondiente es

$$y_B = \frac{k_B^{-0,3} - 1}{-0,3} \cong N(1,93; 0,44) \tag{12}$$

donde $N(1,93; 0,44)$ representa la distribución normal

$$PDF(y_B) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,0,44} \exp\left\{ -\frac{1}{2}\left(\frac{y_B - 1,93}{0,44}\right)^2 \right\} \tag{13}$$

La Figura 2e muestra el histograma de las permeabilidades transformadas y la PDF correspondiente.

El histograma de permeabilidades del Pozo C tiene una forma anómala. La razón de ello es que las mediciones del Pozo C se efectuaron hace muchos años tomándose un valor de corte de 1 mD. Todos los valores de permeabilidad menores se registraron como $k = 1$ mD. Para el Pozo C no se encontró PDF teórica. SA es alimentado entonces con una distribución empírica obtenida a partir de los valores de $\log(k)$.

Semivariograma

Los estimadores clásicos de la semivarianza se muestran en la Figura 3. Han sido calculados directamente a partir de los valores medidos (Figuras 3a, 3b y 3c) o a partir de las mediciones transformadas (Figuras 3d, 3e y 3f) para los Pozos A, B y C, respectivamente. De acuerdo a la práctica usual, sólo hemos considerado significativa la primera mitad del semivariograma clásico (línea gruesa).

Como puede observarse en los gráficos, una de las ventajas de incluir la transformación es la reducción de escala de la semivarianza. Además, en muchos casos, al ser calculados a partir de los datos transformados, los semivariogramas muestran mayor autocorrelación,[3] tal como sucede en el Pozo B. Es decir, el uso de la transformación en el semivariograma explicita más claramente la autocorrelación existente.

Cualquiera sea la estimación de semivarianza realizada, el Pozo A presenta la mayor autocorrelación. Los rangos aproximados son 7 m para el Pozo A y 3 m para los pozos B y C. Han sido calculados aplicando el modelo esférico, según lo describen Goggin *et al.*[15]

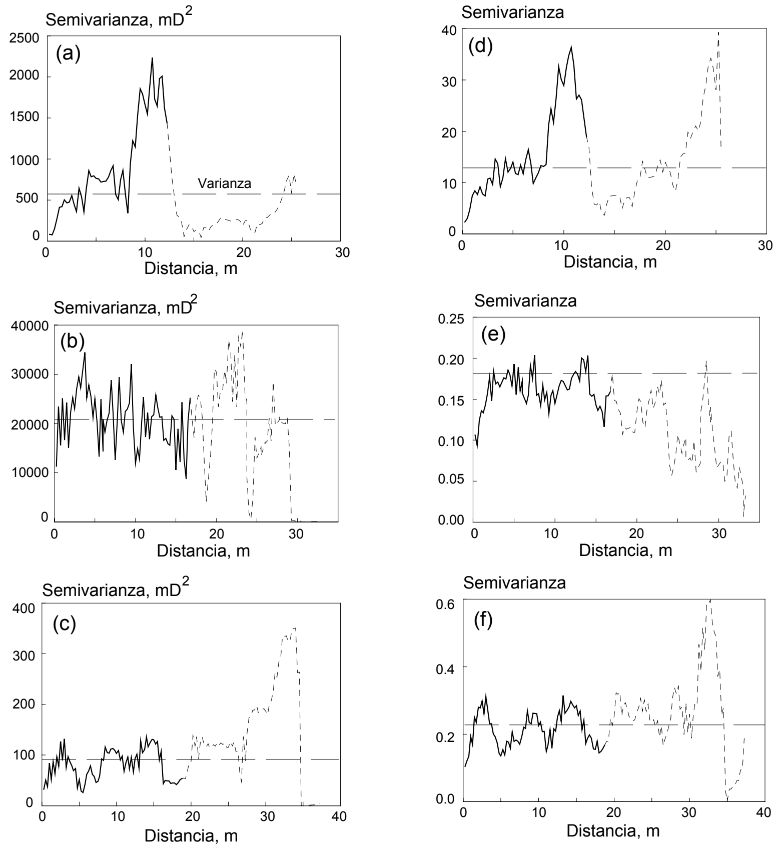

Figura 3. Semivariogramas calculados a partir de los datos de permeabilidad originalmente medidos: (a) Pozo A, (b) Pozo B y (c) Pozo C. Semivariogramas calculados a partir de los datos transformados: (d) Pozo A, transformación potencial ($p = 0.33$); (e) Pozo B, transformación potencial ($p = -0.3$); (f) Pozo C, $log(k)$

RESULTADOS

En esta sección se compara el comportamiento de la técnica "Simulated annealing" usando las cuatro funciones objetivo definidas por las ecs. (5), (6), (7) y (8). La comparación se realiza para los Pozos A, B y C.

Pozo A

La Figura 4 muestra los resultados obtenidos minimizando $FO1$, $FO2$, $FO3$ y $FO4$. En cada caso, los puntos representan los valores de permeabilidad medidos y la línea sólida, los generados. Para cada celda de la grilla el valor generado es la mediana de diez valores de permeabilidad correspondientes a diez distintas realizaciones de SA. Este procedimiento se siguió para cada función objetivo. Las mediciones elegidas como puntos de control se muestran con cruces.

Las Figuras 5 y 6 muestran el ajuste óptimo obtenido por SA del semivariograma experimental y de la CDF teórica, respectivamente. Para cada una de las cuatro funciones objetivo se ha elegido mostrar los resultados óptimos de una de las diez realizaciones, ya que todas presentan un comportamiento equivalente.

$FO1$ (Figura 4) corresponde al enfoque tradicional - se minimiza la diferencia entre el semivariograma verdadero y el simulado, ambos calculados a partir de los valores originales, sin aplicar ninguna transformación. Sin embargo, los resultados son claramente los peores. Las Figuras 1 y 6 muestran la causa principal: la distribución deseada (CDF) se pierde en el proceso de minimización de $FO1$.

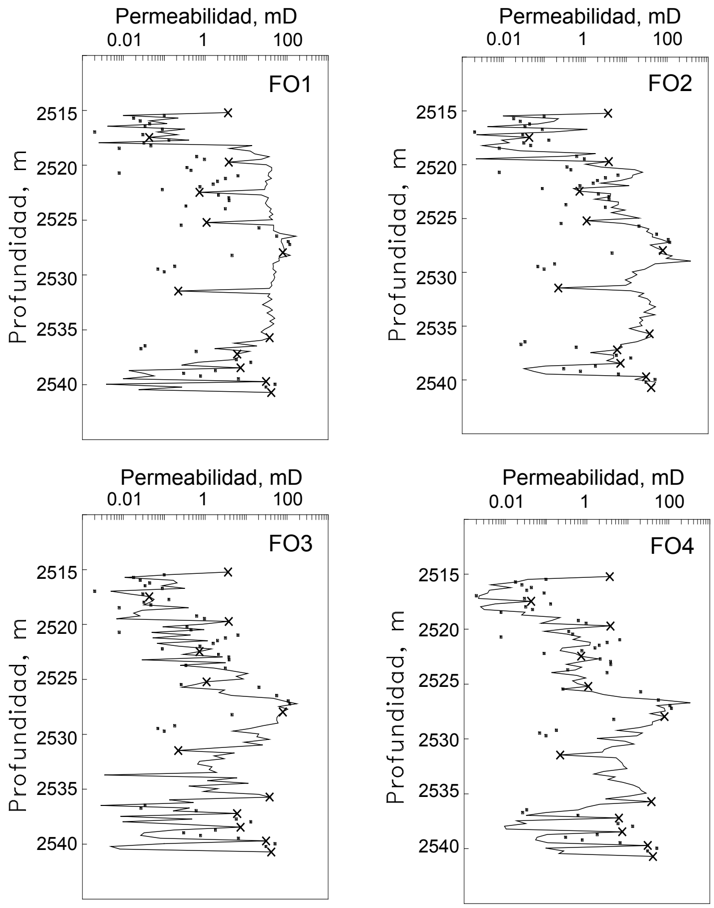

Figura 4. Pozo A: Valores de permeabilidad medidos (puntos) y generados (línea llena) minimizando las funciones objetivo definidas por las ecuaciones (5), (6), (7) y (8). Las cruces representan los puntos de control

Todas las funciones objetivo restantes han sido propuestas para superar este problema, en base a dos criterios: 1) inclusión de la transformación potencial de permeabilidades en la estimación de la semivarianza y 2) construcción de una función objetivo compleja que, además del semivariograma, contemple la CDF.

Ya hemos señalado que la autocorrelación se calcula más apropiadamente si se incluye la transformación de las permeabilidades en el estimador clásico. Así, el cálculo del semivariograma es consistente con la distribución obtenida a partir de los valores transformados. Observamos, entonces, que minimizando la $FO2$, la CDF no se distorsiona tanto (Figura 6) y mejora el ajuste del semivariograma (Figura 5). Como resultado de esto, la imagen de permeabilidades generada se corresponde más con las mediciones (Figura 4).

Para controlar aún más el ajuste de la distribución acumulada se incluye un nuevo término en las $FO3$ y $FO4$ (ecs. (7) y (8)). De hecho, la Figura 6 muestra la mejora en el ajuste de la CDF usando dichas funciones objetivo. Los campos de permeabilidad generados se aproximan más a los reales, según se observa en la Figura 4, a pesar de que el ajuste del semivariograma es algo peor para la $FO3$ (Figura 5).

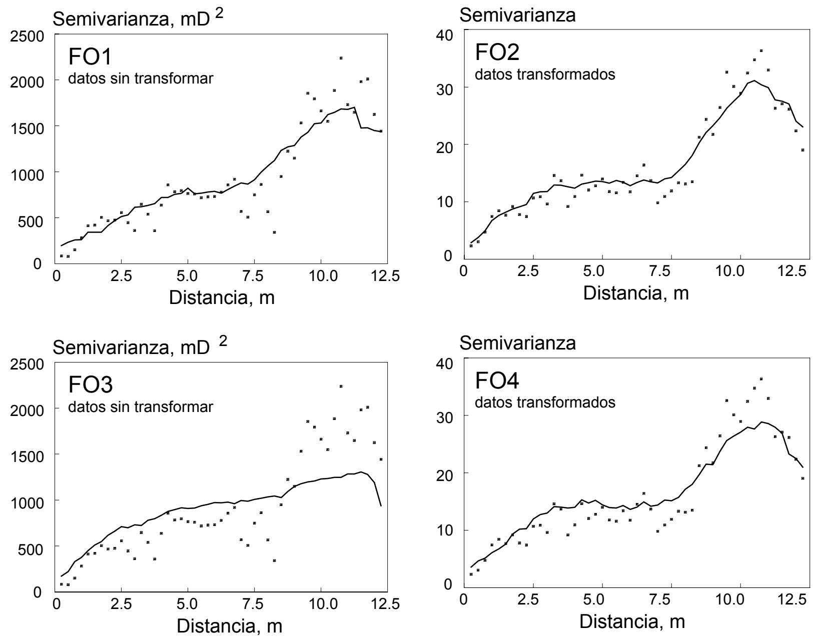

Figura 5. Pozo A: Comparación entre el semivariograma verdadero (puntos) y el simulado (línea llena). Las imágenes óptimas son obtenidas por SA usando las funciones objetivo definidas por las ecuaciones (5), (6), (7) y (8)

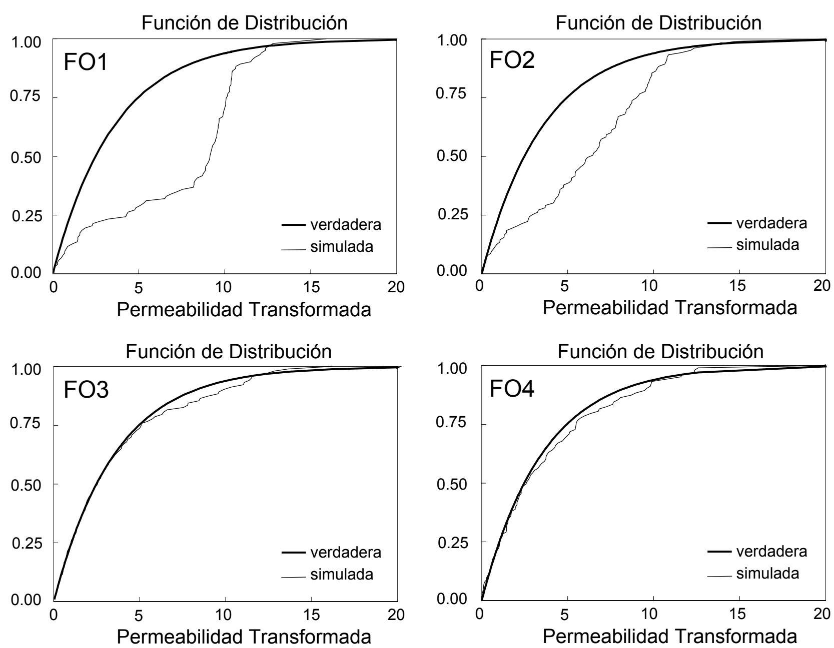

Figura 6. Pozo A: Comparación entre la CDF verdadera (obtenida por transformación potencial) y la simulada. Las imágenes óptimas son obtenidas por SA usando las funciones objetivo definidas por las ecuaciones (5), (6), (7) y (8)

La Tabla II y la Figura 7 cuantifican la calidad de los resultados. Para construir esta figura, calculamos los errores absolutos (9) y obtenemos su función de distribución. Así, de la figura y la tabla, puede extraerse la siguiente información: el 50 % de los valores generados presenta un error inferior a 16 mD usando $FO1$, 1 mD con $FO2$, 0,5 mD con $FO3$ y $FO4$. Claramente, tanto la mejora en la estimación de la autocorrelación que produce la transformación potencial como la inclusión de la CDF en la función objetivo, son útiles en este pozo.

	Pozo A	Pozo B	Pozo C
$FO1$	16	72	2
$FO2$	1	10	0,3
$FO3$	0,5	15	0,09
$FO4$	0,5	10	0,08

Tabla II. Mediana de los errores (mD)

Estos errores pueden ser comparados con las medidas estadísticas de la Tabla I. Para el Pozo A, la diferencia entre el valor máximo y el mínimo de permeabilidad es de 116 mD. El promedio aritmético es de 10,3 mD. La desviación estándar es de 23,8 mD y el coeficiente de variación es 2,3 mD. El error obtenido minimizando FO1 resulta inaceptable, invalidando la imagen de permeabilidades generada por dicha función.

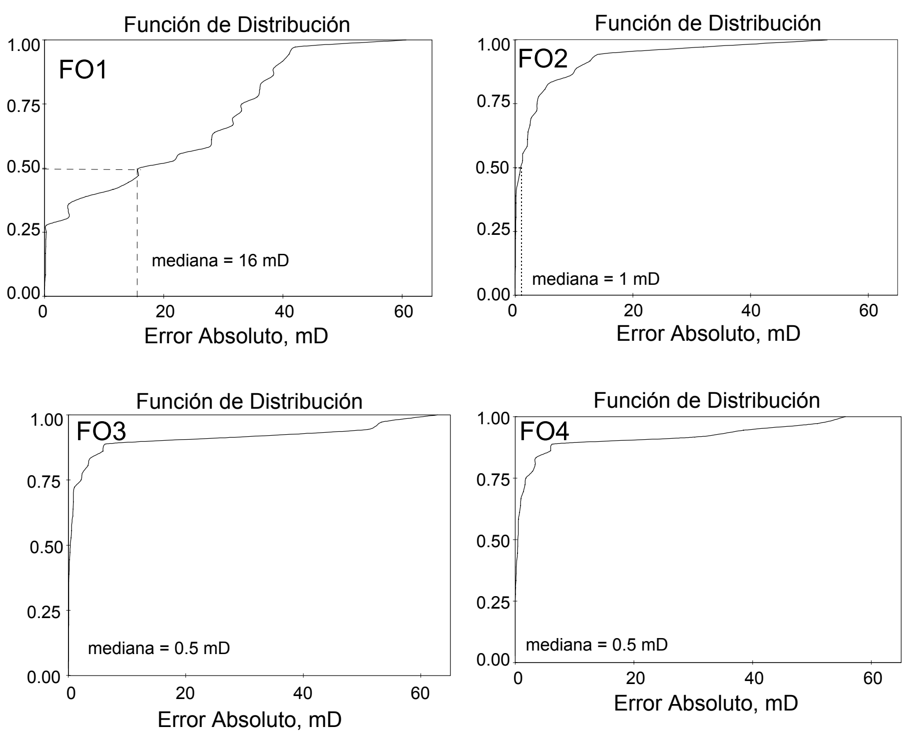

Figura 7. Pozo A: Distribución de los errores (ecuación (9)) de las imágenes generadas con las funciones objetivo definidas por las ecuaciones (5), (6), (7) y (8)

Pozo B

La característica principal del Pozo B es que sus datos de permeabilidad siguen una distribución normal después de ser transformados potencialmente (Figura 2e). La Figura 8 muestra los valores de permeabilidad medidos y los generados aplicando $FO1$, $FO2$ y $FO3$.

A primera vista, como sucede en el Pozo A, $FO1$ da los peores resultados. El ajuste del semivariograma (calculado directamente a partir de las mediciones) es pobre, según se ve en la Figura 9. Además, la CDF no se respeta, como lo muestra la Figura 10.

La imagen obtenida con $FO2$ es una mejor representación del campo de permeabilidad real. El ajuste del semivariograma (obtenido a partir de los datos transformados) es excelente (Figura 9) y se respeta la CDF (Figura 10).

La Figura 8 también muestra que la imagen obtenida con $FO3$ es equivalente a la de $FO2$. $FO3$ incluye el término que controla la CDF, que en consecuencia se ajusta muy bien (Figura10). Sin embargo, se deteriora el ajuste del semivariograma (Figura 9).

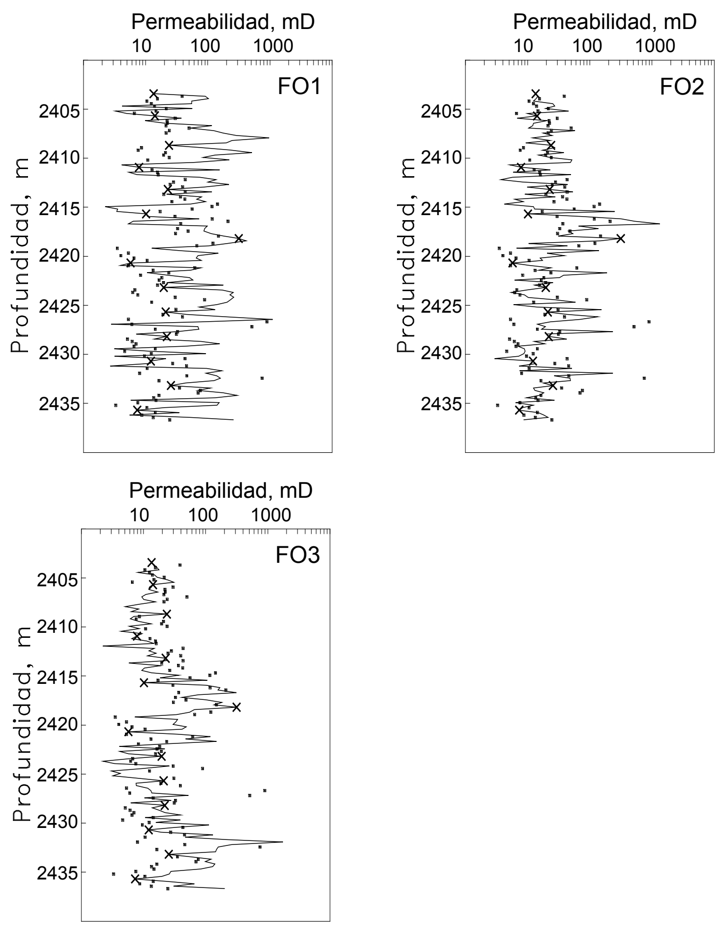

Figura 8. Pozo B: Valores de permeabilidad medidos (puntos) y generados (línea llena) minimizando las funciones objetivo definidas por las ecuaciones (5), (6) y (7). Las cruces representan los puntos de control

Los resultados obtenidos con $FO4$ no aparecen en las Figuras 8, 9 y 10. El semivariograma, la CDF y el campo de permeabilidad simulados utilizando $FO4$ son muy similares a los obtenidos con $FO2$. Dado que las permeabilidades del Pozo B siguen una distribución normal después de la transformación potencial, no es necesario incluir ningún término de control de la CDF en la función objetivo (como se hace en $FO4$). En este caso, la CDF se ajusta automáticamente ($FO2$).

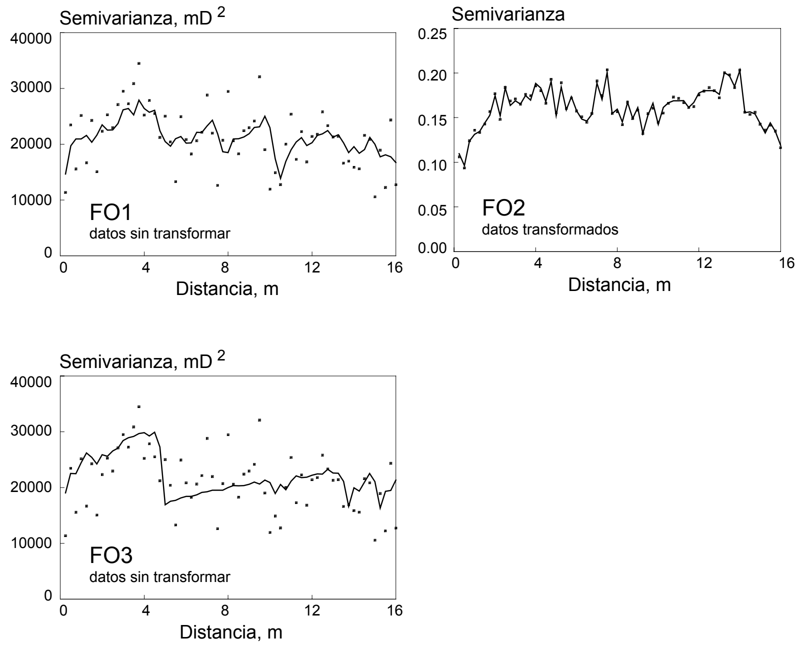

Figura 9. Pozo B: Comparación entre el semivariograma verdadero (puntos) y el simulado (línea llena). Las imágenes óptimas son obtenidas por SA usando las funciones objetivo definidas por las ecuaciones (5), (6) y (7)

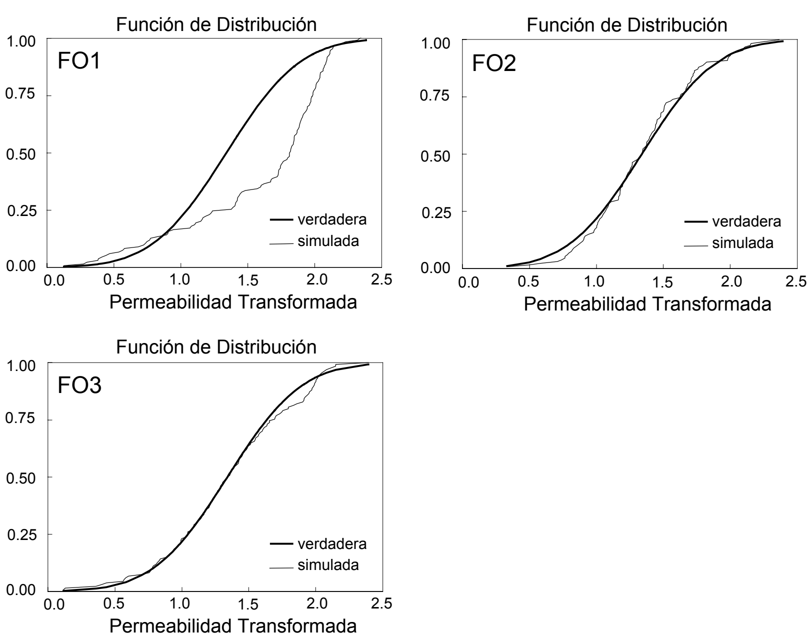

Figura 10. Pozo B: Comparación entre la CDF verdadera (obtenida por transformación potencial) y la simulada. Las imágenes óptimas son obtenidas por SA usando las funciones objetivo definidas por las ecuaciones (5), (6) y (7)

La calidad de la imagen generada se evalúa a partir de la Tabla II. El 50 % de los valores generados presenta un error menor a 72 mD con $FO1$ y 15 mD con $FO3$. La misma mediana de errores, 10 mD, resulta al aplicar $FO2$ y $FO4$. El Pozo B tiene una diferencia de 1091 mD entre los valores máximo y mínimo de permeabilidad y el promedio aritmético es de 58 mD (Tabla I).

Pozo C

El campo de permeabilidad real del Pozo C y las imágenes generadas aplicando las cuatro funciones objetivo se muestran en la Figura 11. La apariencia anómala es artificial pues no se cuenta con mediciones menores que 1 mD en los registros. Como no es posible ajustar una distribución teórica, $FO2$ y $FO4$ se calculan aplicando la tradicional transformación logarítmica.

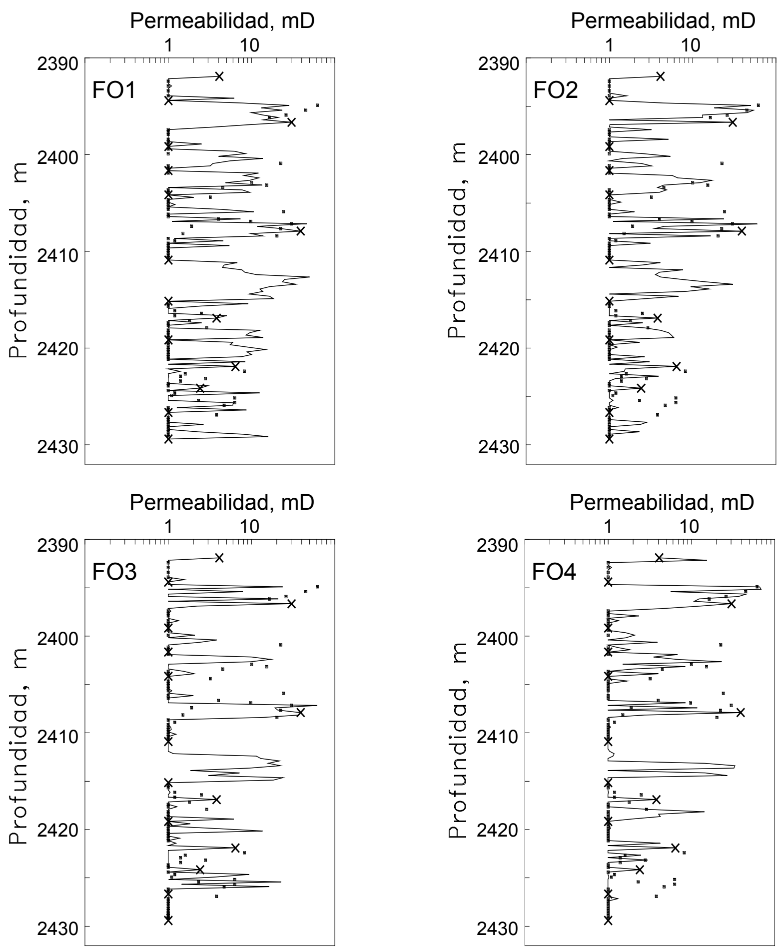

Figura 11. Pozo C: Valores de permeabilidad medidos (puntos) y generados (línea llena) minimizando las funciones objetivo definidas por las ecuaciones (5), (6), (7) y (8). Las cruces representan los puntos de control

La misma anomalía se observa también en la Figura 13, que muestra la CDF en función del $\log(k)$. Recordemos que la función de distribución de probabilidades constituye el estado inicial en SA. Al no encontrar una CDF teórica conveniente, partimos de la distribución empírica.

Una vez más, $FO1$ da los peores resultados (Figuras 11, 12 y 13 y Tabla II). La imagen obtenida con $FO2$ es más realista, pero la mejoría es mayor cuando se controla la CDF, tanto en $FO3$ como en $FO4$. Visualmente, $FO4$ da un mejor ajuste del semivariograma (Figura 12) y de la CDF (Figura 13).

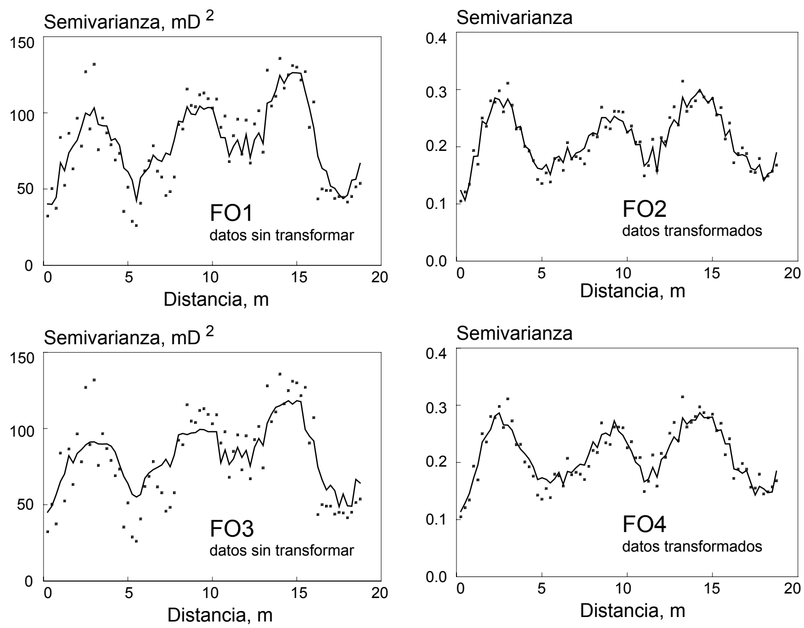

Figura 12. Pozo C: Comparación entre el semivariograma verdadero (puntos) y el simulado (línea llena). Las imágenes óptimas son obtenidas por SA usando las funciones objetivo definidas por las ecuaciones (5), (6), (7) y (8)

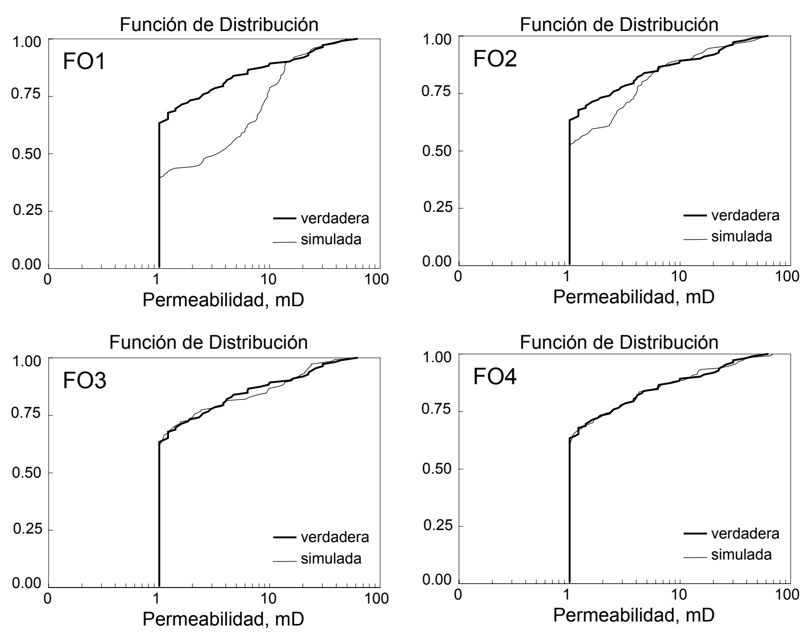

Figura 13. Pozo C: Comparación entre la CDF verdadera (obtenida por transformación potencial) y la simulada. Las imágenes óptimas son obtenidas por SA usando las funciones objetivo definidas por las ecuaciones (5), (6), (7) y (8)

En la Tabla II se incluyen los errores. El 50 % de los valores generados presenta un error menor que 2 mD con $FO1$, 0,3 mD con $FO2$, 0,09 mD con $FO3$ y 0,08 mD con $FO4$. Las medidas estadísticas de los datos del Pozo C también aparecen en la Tabla I: el promedio aritmético es bajo (4,6 mD) y la diferencia entre los valores máximo y mínimo es escasa (61 mD).

CONCLUSIONES

Se aplicó la técnica "simulated annealing" siguiendo el algoritmo de Metropolis para modelar en forma estocástica las variaciones de permeabilidad en función de la profundidad. El objetivo fue verificar la capacidad de SA para generar imágenes de heterogeneidades poco comunes. En la función objetivo se incluye el semivariograma experimental calculado a partir de un algoritmo alternativo[14] que no requiere mediciones equiespaciadas y suaviza las fluctuaciones.

Los datos atípicos consistieron en juegos de mediciones de permeabilidad efectuadas sobre testigos de roca extraídos de tres pozos: A, B y C. En ningún caso los datos originales seguían una distribución normal ni log-normal. Aplicando transformaciones potenciales a los datos de los Pozos A y B, logramos ajustar una distribución exponencial y una normal, respectivamente. El histograma de permeabilidades del Pozo C no pudo ser transformado para dar una distribución teórica conocida, por no contarse con las mediciones menores que 1 mD. Para analizar estos datos atípicos hemos propuesto y probado varias funciones objetivo. Las conclusiones del trabajo son:

1. Para los Pozos A y B se hallaron mejores imágenes al incluir las transformaciones potenciales en el cómputo del semivariograma.
2. Para nuestros datos, si la función objetivo sólo ajusta el semivariograma, la CDF se respeta en forma automática únicamente en el Pozo B. La característica principal de este pozo es que sus permeabilidades, tras una transformación potencial, siguen una distribución normal.
3. Frecuentemente, las distribuciones de permeabilidades no son normales (o p-normales). En consecuencia, es importante controlar el ajuste de la CDF durante el proceso de simulación estocástica. De lo contrario, el ajuste inicial puede perderse. Se propone agregar un nuevo término a la función objetivo, que compara la CDF simulada con la verdadera. Las permeabilidades sintéticas generadas reproducen más fielmente los valores medidos cuando se aplican estas nuevas funciones objetivo.

AGRADECIMIENTOS

La Universidad de Buenos Aires, la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica y las empresas Pluspetrol, Amoco Argentina y Astra solventaron este trabajo. M. S. Bidner y G.B. Savioli son miembros de la Carrera del Investigador Científico del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de la República Argentina.

NOMENCLATURA

e	error absoluto, mD
$N(h)$	número de pares de datos separados por una distancia h
k	permeabilidad, mD
FO	función objetivo usada en SA
p	parámetro de la transformación potencial (ec. (3))
T	parámetro de convergencia usado en SA
y	permeabilidad transformada
z	número aleatorio usado en SA
Z	variable aleatoria

Letras griegas

γ semivariograma calculado directamente a partir de los datos medidos
$\hat{\gamma}$ semivariograma calculado a partir de los datos transformados

Subíndices

exp experimental
gen generado como mediana de diez realizaciones
i medición i-ésima
ver verdadero
sim simulado por SA

REFERENCIAS

1 S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt Jr. y M.P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing", *Science*, Vol. **220**, pp. 671–680, (1983).

2 C.V. Deutsch y A.G. Journel, "The application of simulated annealing to stochastic reservoir modeling", *SPE Advanced Technology Series*, Vol. **2**, pp. 222–227, (1994).

3 M.K. Sen, A. Datta Gupta, P.L. Stoffa, L.W. Lake y G.A. Pope, "Stochastic reservoir modeling using simulated annealing and genetic algorithm", *Society of Petroleum Engineers (SPE) Formation Evaluation*, Vol. **10**, N° 1, pp. 49–55, (1995).

4 C.V. Deutsch y A.G. Journel, "GSLIB-Geostatistical Software Library and User's Guide", New York University Press, New York, (1992).

5 A. Ouenes, "Application of simulated annealing to reservoir characterization and petrophysics inverse problems", PhD Dissertation, New Mexico Tech, Socorro, NM (1992).

6 G.B. Savioli y M.S. Bidner, "Aplicación del método inverso al análisis de ensayos de pozos petrolíferos", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. **10**, N° 1, pp. 3–21 (1994).

7 G.B. Savioli, A.F. Saccomano y M.S. Bidner, "Comparison of classical and new autocorrelation estimators", *IV Congress on Computational Mechanics*, Buenos Aires, Argentina, July 1998, Published in Computational Mechanics, New Trends and Applications, E. Oñate and S.R. Idelsohn (Eds.), CIMNE, Barcelona, España, (1998).

8 J.S. Archer y C.G. Wall, "*Petroleum engineering. Principles and practice*", Graham & Trotman, London (1986).

9 J.L. Jensen, L.W. Lake, P.W.M. Corbett y D.J. Goggin, "*Statistics for petroleum engineers and geoscientists*", Prentice Hall PTR, New Jersey, (1997).

10 M.E. Lambert, "A statistical study of reservoir heterogeneity", MS thesis, University of Texas, Austin, (1981).

11 J.L. Jensen, D.V. Hinkley y L.W. Lake, "A statistical study of reservoir permeability: distributions, correlations and averages", *Society of Petroleum Engineers (SPE) Formation Evaluation*, Vol. **2** N° 4, pp. 461–468, (1987).

12 G.B. Savioli, M.S. Bidner y P.M. Jacovkis, "The influence of heterogeneities on well test pressure response-A sensitivity analysis", *Advanced Technology Series. Society of Petroleum Engineers*, Vol. **4**, N° 2 , pp. 67–72, (1996).

13 W.J. Conover, "*Practical nonparametric statistics*", 2ª edición, John Wiley & Sons, New York, (1980).

14 F.J. Samper Calvete y J. Carrera Ramírez, "*Geoestadística: Aplicaciones a la hidrología subterránea*", Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, España, (1990).

15 D.J. Goggin, M.A. Chandler, G. Kocurek y L.W. Lake, "Patterns of permeability in eolian deposits: Page sandstone (jurassic), Northeastern Arizona", *Society of Petroleum Engineers (SPE) Formation Evaluation*, Vol. **3**, N° 2, pp. 297–306, (1988).