

## EDOMOOD

Elaboració de material en suport Moodle per a la docència d'equacions diferencials  
dins el context de l'EEES

**Coordinació del projecte:** M. Rosa Estela Carbonell

Departament Matemàtica Aplicada III

E.T.S. d'Enginyers de Camins, Canals i Ports

UPC BarcelonaTech

***Autors:*** M. Rosa Estela Carbonell, Pedro Díez Mejía,

*Joel Saà Seoane, Albert Creus Mir*

***Col·laboradors:*** Joana Villalonga Pons, Antonio Rodríguez Ferran,

*Mónica Blanco Abellán, Marta Ginovart Gisbert,*



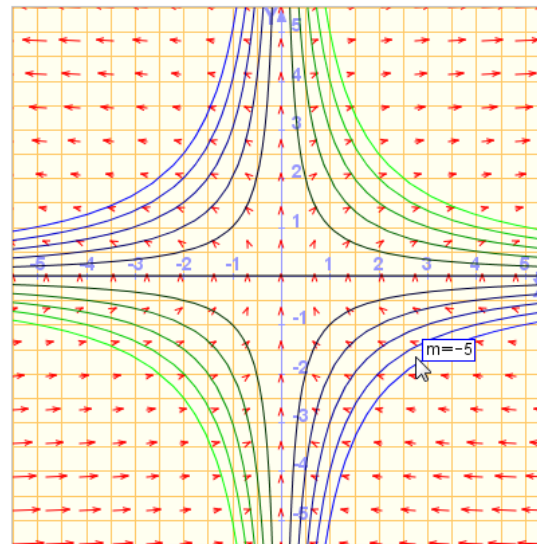
# EDOMOOD

Elaboració de material en suport Moodle per a la docència d'equacions diferencials dins el context de l'EEES

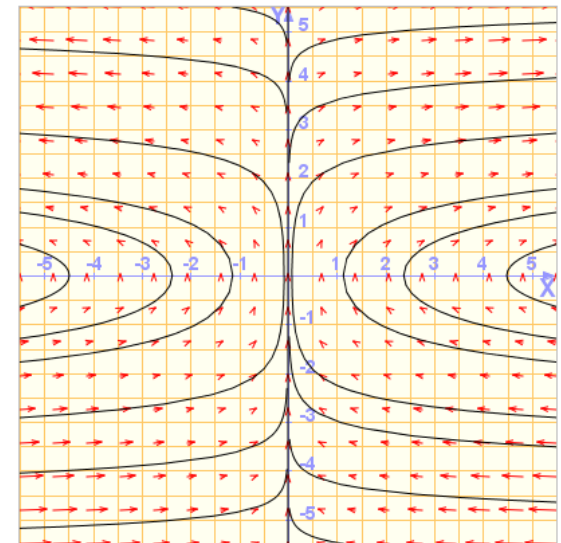
EdoMood  
UPC ► edomood-110113-173640

**Esquema per temes**

- Ecuaciones Diferenciales Ordinarias**
  - 1.0 EDOs y gráficos
  - 1.1 Ejercicios resueltos
    - 1.1.1 Introducción
    - 1.1.2 Soluciones de la EDO  $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$
    - 1.1.3 EDO Exactas
    - 1.1.4 EDO Variables Separables
    - 1.1.5 EDO Homogéneas
    - 1.1.6 EDO Lineales
    - 1.1.7 EDO Lineales de Orden n
- Modelització d'EDOs (Català)**
  - Manual bàsic de Matlab
  - Paracaigudista [WIRIS]
  - 2.0 Exercicis de modelització d'EDOs
  - 2.1 Exercicis d'EDOs per programar
- Ordinary Differential Equations (English)**
  - 3.0 First order ODE
    - 3.0.1 General Form
    - 3.0.2 Initial value problem
    - 3.0.3 Cauchy-Peano theorem
    - 3.0.4 Some analytically solvable problems
  - 3.1 Higher-order ODE
    - 3.1.1 General form
    - 3.1.2 Initial and boundary conditions



Campo vectorial y curvas isoclinicas



Campo vectorial y curvas integrales

- Gràfics interactius: zoom, desplaçament, informació addicional,...
- Instruccions de *camp vectorial* i *corbes integrals*.
- Tecnologia **WIRIS**: plugin, player, CAS, quizzes, editor.

# EDOMOOD

Elaboració de material en suport Moodle per a la docència d'equacions diferencials dins el context de l'EEES

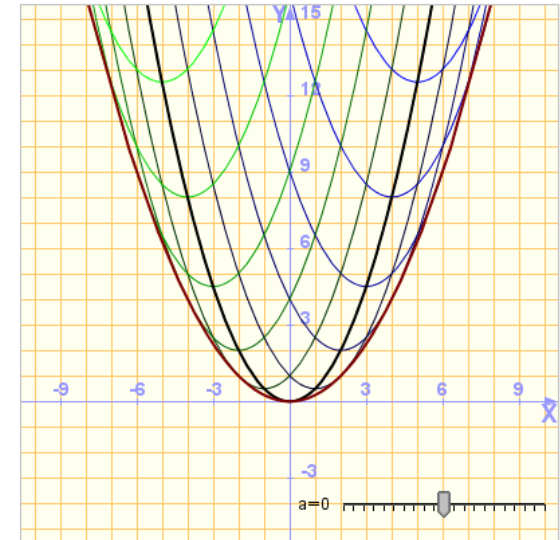
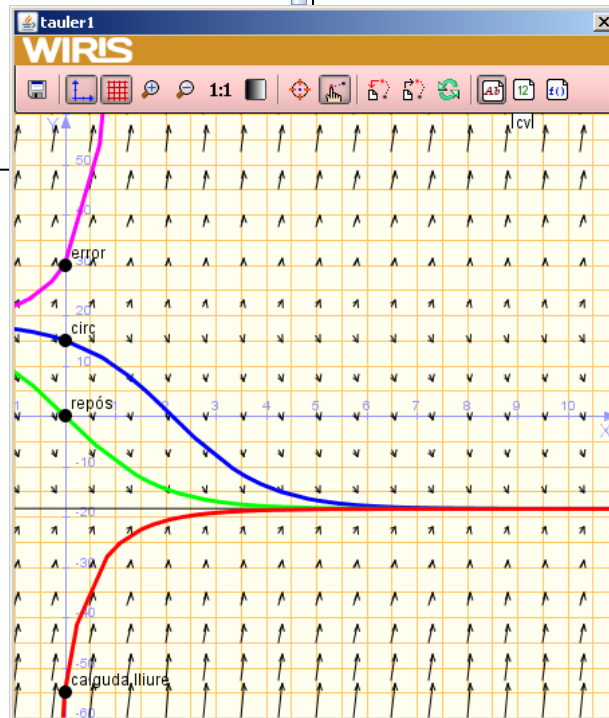
Un paracaigudista cau partint del repòs. Modelitza la EDO i indica les condicions de contorn suposant que obre el paracaigudes des del moment que salta. Calcula la velocitat limit (en funció de la massa  $m$  i del coeficient  $\beta$  de fregament) sabent que fregament és proporcional al quadrat de la velocitat.

Edició Operacions Símbols Anàlisi Matrius Unitats Combinatòria Geometria Grec Programació Format

dibuixa representa resol equació dibuixa3d resol sistema

$g = 9.8 ; \# m / s^2$   
 $eq = v'(t) = -\left(g - \frac{\beta}{m} \cdot v(t)^2\right);$   
 $\beta = 2 ;$   
 $m = 70 ; \# kg$


$vl = -\sqrt{\frac{m \cdot g}{\beta}} \rightarrow -18.52$



- Possibilitat de que els usuaris interactuin també amb els càlculs.
- *Desplaçador* per observar fàcilment els canvis de paràmetres.

# EDOMOOD

Elaboració de material en suport Moodle per a la docència d'equacions diferencials dins el context de l'EEES

**2**  Solve this linear initial value problem with constant coefficients but non-constant independent term.  
Marks: 1

$$y''(x) + y(x) = 3 \cdot e^{4 \cdot x}$$

$$y(0) = 3$$

$$y'(0) = 1$$

Answer

Edit

General Operators Symbols Big Ops. Matrix Arrows Greek Script and accent Other

(□) □ □ □ √ □ □

(□) □ □ □ √ □ □

B /

$$\frac{x}{x+2} + 3$$

X

[Make comment or override grade](#)

Incorrect

Correct answer:  $\frac{48 \cdot \cos(x)}{17} + \frac{5 \cdot \sin(x)}{17} + \frac{3 \cdot e^{4 \cdot x}}{17}$

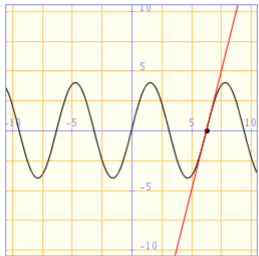
Marks for this submission: 0/1.

Tangent line to a function at a point

www.wiris.com

### Tangent line to a function at a point

**1** Find the expression of the line tangent to  $f(x) = 4 \cdot \sin(x)$  at the point of  $x$ -coordinate  $2 \cdot \pi$ .  
Marks: -- /1



Answer

Edit

General Operators Symbols Big Ops. Matrix Arrows Greek Script and accent Other

(□) □ □ □ √ □ □

(□) □ □ □ √ □ □

B /

$$2 \cdot \pi + 4 \cdot \cos(0) \cdot x$$

- Questionaris Moodle (autoavaluats) millorats: amb preguntes realment aleatòries, gràfics interactius, i resposta matemàtica amb assistent de sintaxi.

# EDOMOOD

Elaboració de material en suport Moodle per a la docència d'equacions diferencials dins el context de l'EEES

## MANUAL BÀSIC DE MATLAB PER A LA RESOLUCIÓ D'EQUACIONS DIFERENCIALS ORDINÀRIES

### 1. Introducció:

MATLAB és el nom abreujat de "MATrix LABoratory". MATLAB és un programa per a realitzar càlculs numèrics amb vectors i matrius. Però també està preparat per a treballar simbòlicament amb tots els tipus d'operacions. Una de les capacitats més atractives és la de realitzar una àmplia varietat de gràfics en dos i tres dimensions. MATLAB té un llenguatge de programació propi. Aquest manual fa referència a la versió 7.0 del programa, per la qual cosa en versions més antigues o més modernes us podreu trobar que algun codi hagi canviat i no funcioni de la mateixa manera; en aquest cas podeu consultar el HELP del programa on trobareu una àmplia explicació de totes les funcions amb exemples.

### 2. Primers passos

El MATLAB s'obra com qualsevol altre programa de windows, fent doble clic sobre la icona del programa o des del menú *Inició/programas/MATLAB*. Al arrancar MATLAB s'obra una finestra similar a la que teniu a la Figura 1. Aquesta és la vista que s'obté elegint l'opció *Desktop/Desktop Layout/Default*. Aquesta configuració pot ser canviada fàcilment per l'usuari, per això, és possible que en molts casos el que apareix sigui molt diferent. En qualsevol cas, una vista similar es pot aconseguir amb la ruta citada.



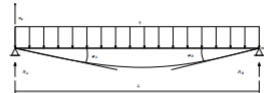
Aquesta finestra inicial requereix algunes explicacions.

La part més important de la finestra inicial és la *Command Window*, que apareix a la part dreta. En aquesta sub-finestra és on s'executen les ordres de MATLAB directament, a continuació del *prompt* (avís) característic (>>), que indica que el programa està preparat per a rebre instruccions. Les instruccions que introduïm aquí s'executaran directament i no es guardaran enlloc, per tant per tornar-les a executar les haurem de tornar a escriure. Com a exemple podeu veure que a la pantalla mostrada a la Figura 1 s'ha executat: l'ordre *rand(4,4)*, inostrar-se a continuació el resultat proporcionat per MATLAB.

A la part superior esquerra de la pantalla apareixen dos finestres també molt útils: la part superior és el *Current Directory*, que es pot alternar amb el *Workspace* clicant a la pestanya corresponent (Figura 2). La finestra *Current Directory* mostra els fitxers del directori o carpeta actual, el qual es pot canviar des de la pestanya que hi ha a la part superior de la pan-

### EXEMPLE:

Resolieu l'equació diferencial de l'elàstica d'una biga doblement recolzada sota la càrrega repartida  $p_2 = -q(N/m)$ . Comproveu i representeu la solució utilitzant el MATLAB.



### SOLUCIÓ:

El problema proposat tracta de trobar la llei de flexes i girs en tota la biga. És un exemple típic d'equacions diferencials aplicat al càlcul d'estructures.

Per a la resolució del problema, ens basarem en l'Equació Diferencial de l'Elàstica, donada per l'expressió:

$$\frac{M_f}{EI} = \frac{d^2 v_2}{dx^2} \quad (1)$$

En primer lloc calculem les reaccions  $R_A$  i  $R_B$ , que per equilibri de forces verticals i de moments flexors als límits de la biga resulten:  $R_A = R_B = qL/2$ . Per tant la llei de Moments Flexors resultant és:

$$M_f(x_1) = R_B(L - x_1) - \frac{q}{2}(L - x_1)^2 \quad (2)$$

Així doncs, obtenim l'EDO del problema substituïnt (2) a (1):

$$\frac{1}{EI} \left( \frac{qL}{2}(L - x_1) - \frac{q}{2}(L - x_1)^2 \right) = \frac{d^2 v_2}{dx_1^2} \quad (3)$$

La equació següent la podem resoldre integrant directament:

$$EI v_2 = \frac{qLx_1^2}{12} - \frac{qx_1^3}{24} + C_1 x_1 + C_2 \quad (4)$$

Per a trobar les constants  $C_1$  i  $C_2$ , és necessari aplicar les *Condicions de Contorn*. En el nostre cas, les condicions a imposar seran que els desplaçaments en els extrems de la biga siguin nuls, és a dir, per a  $x_1 = 0 \Rightarrow v_2 = 0$  i per a  $x_1 = L \Rightarrow v_2 = 0$ .

Així doncs obtenim  $C_1 = -\frac{qL^2}{24}$ , i  $C_2 = 0$ , que substituïnt a l'equació (4) ens dona la llei de desplaçaments verticals:

$$v_2 = \frac{qx_1^3}{24EI} (2Lx_1^2 - x_1^3 - L^3) \quad (5)$$

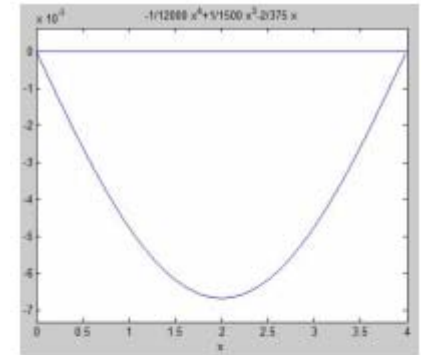


Figura 4: Gràfica proporcionada per l'ezplot.

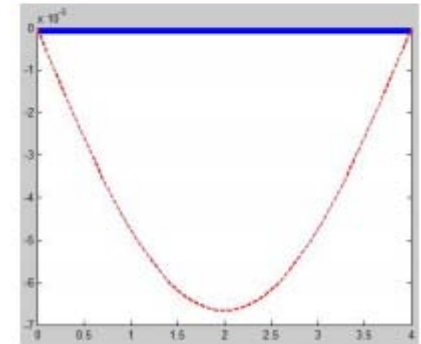


Figura 5: Gràfica proporcionada pel plot.

- Pràctiques guiades de programació i visualització d'EDOs.