

# SOFTWARE BASADO EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA LA ENSEÑANZA DE ELECTROMAGNETISMO

*Diego Sánchez Repila, Luis E. García*

*Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones,  
Universidad de Alcalá Escuela Politécnica (Madrid).  
Email: luise.garcia@uah.es*

## ABSTRACT

Se presenta una herramienta software para la enseñanza de electromagnetismo. Ésta, permite analizar una gran variedad de fenómenos electromagnéticos en las bandas de microondas y ondas milimétricas. Dos aspectos muy cuidados en el desarrollo han sido la portabilidad y la difusión, estando disponible para sistemas operativos **Linux** y **Windows** y en diferentes idiomas. El interfaz gráfico, está basado en un **pre-post procesador de propósito general** para análisis computacional. Por otra parte, el análisis electromagnético está asentado en programas autónomos desarrollados con propósitos de investigación, que hacen uso del Método de los Elementos Finitos. La flexibilidad en el diseño de la arquitectura del software desarrollado, permite una fácil introducción de nuevos núcleos de cálculo. De este modo, aumenta periódicamente el número de problemas electromagnéticos que pueden ser analizados.

## 1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este trabajo, es proveer a los alumnos de una herramienta software, que sea capaz de analizar diferentes problemas electromagnéticos [1]. De los posibles resultados que se originan tras el análisis, se incluyen la visualización del campo eléctrico y/o magnético, en el interior y alrededor de las estructuras analizadas, y el cálculo de distintos parámetros de interés, (tales como la constante de propagación, modos dentro de una guíaonda, frecuencias de resonancia existentes en una cavidad de microondas...). De esta forma, al alumno le es posible entender, de un mejor modo, los diferentes fenómenos electromagnéticos. Como ejemplos de algunos de estos fenómenos, cuya resolución puede relacionarse

con este trabajo, citaremos: resonancia en cavidades 3D, análisis de líneas de transmisión multiconductoras, radiación y dispersión de ondas electromagnéticas...

La obtención de este objetivo, hace inevitable la elección de un método numérico, para el análisis de las estructuras restadas a estudio. El Método de los Elementos Finitos (MEF), fue la mejor opción de entre las múltiples posibilidades barajadas. Sus cualidades más sobresalientes son la precisión y capacidad para manipular geometrías y configuraciones arbitrarias con el mismo código.

Cada uno de estos fenómenos electromagnéticos, está ligado a un código de resolución. Estos códigos cubren una amplia variedad de problemas electromagnéticos, incluyendo: líneas de transmisión y, en general, estructuras de guíaonda, cavidades 3D, discontinuidades en guíaonda y problemas de scattering y radiación en 3D. De entre sus características fundamentales, podemos reseñar que hacen uso de elementos de orden superior, del tipo curl-conforming o que utilizan novedosos procedimientos MEF de truncación de malla [2]. Para su creación se ha utilizado FORTRAN. Estos programas se basan en funciones procedentes de la librería MODULEF [3], de fuentes disponibles, acceso gratuito y de características muy versátiles para crear cualquier programa de MEF, dado su carácter modular. Algunos ejemplos representativos de la versatilidad de MODULEF son: la posibilidad de definición de elementos finitos, de virtualmente cualquier tipo, o el método de asignación de condiciones de contorno.

Estos códigos presentan dos virtudes fundamentales: potencia y flexibilidad. Sin embargo, adolecen de sencillez y atractivo, sobre todo para los estudiantes. Más concretamente, los inconvenientes aparecen en la entrada y salida de

los datos, y también en la presentación de los resultados. Con el objeto de afrontar estas dificultades, se recurrió a GID, un prepostprocesador, que proporciona, gracias a su interfaz potente, intuitiva y bien documentada [4], una rápida y fácil introducción de los módulos de cálculo, dependiendo del problema tipo a implementar. Para la etapa de preproceso, cuenta con un generador de mallados de tipo estructurado y desestructurado. A destacar en la parte de postproceso, está su muy buena y variada visualización de resultados. Otros criterios para su elección, han sido su gran portabilidad (Linux, Windows y Mac), y la existencia de una licencia académica (gratuita, de 700 elementos en 2D y 3000 en 3D), que cubre, adecuadamente las necesidades de los alumnos.

Por tanto, lo que se busca es utilizar la potencialidad de cálculo de los códigos, y visualizar los resultados en GID.

En este momento, el software que se presenta en esta comunicación, permite el análisis en onda completa de estructuras de guiado arbitrarias, (incluyendo la caracterización de líneas multiconductoras, mediante sus parámetros primarios o secundarios, dependientes de la frecuencia, y el empleo de algoritmos de mallado auto-adaptativo) y los modos y frecuencias de resonancia de cavidades 3D de microondas. En ellos, se hace uso de tetraedros curl-conformes de primer y segundo grado, para los análisis de cavidades y de triángulos no estándar del tipo híbrido curl-conforme/Lagrange, tanto rectos como curvos, en el análisis de estructuras de guiado [2]. En breve se incluirán los códigos desarrollados, correspondientes a elementos curl-conforme de tercer grado y al análisis de problemas abiertos (dispersión y radiación).

## 2. FORMULACIÓN EMPLEADA

La formulación 3D, utilizada en el cálculo de los modos resonantes de las cavidades de microondas, es la correspondiente a la ecuación de onda del doble rotacional:

$$\nabla \times ([f]^{-1} \nabla \times \vec{V}) = \omega^2 \cdot [g] \cdot \vec{V} \quad (1)$$

siendo  $\vec{V}$  el campo y  $[f]$  y  $[g]$  los tensores que vienen dados en la tabla I.

A partir de la ecuación 1, con unas condiciones de contorno de pared eléctrica y/o magnética perfectas, y la normalización de campo de la forma siguiente:

$$\vec{V}_n = \sqrt{g_o} \cdot \vec{V} \quad (2)$$

teniendo en cuenta que:

$$[f] = f_o \cdot [f_r] \quad [g] = g_o \cdot [g_r] \quad (3)$$

obtenemos el siguiente funcional:

$$F = \int_{\Omega} \left\{ (\nabla \times \vec{V}_n) \cdot [f_r]^{-1} (\nabla \times \vec{V}_n) - k_o^2 (\vec{V}_n \cdot [g_r] \vec{V}_n) \right\} d\Omega \quad (4)$$

Por otro lado, refiriéndonos a la formulación 2D usada en el análisis en onda completa de estructuras de guiado arbitrarias, realizaremos la descomposición del campo en componentes transversal y longitudinal y con simetría de traslación respecto al eje z:

$$\vec{V}_n(x, y, z) = \left( \vec{V}_n^{\perp}(x, y) + j \vec{V}_n^{\parallel}(x, y) \hat{a}_z \right) e^{-j\beta z} \quad (5)$$

el funcional obtenido es:

$$F_n = A_n - k_o^2 B_n \quad (6)$$

TABLA I  
CORRESPONDENCIAS PARA LA FORMULACIÓN DEL DOBLE ROTACIONAL

	$\vec{V}$	$[f]$	$[g]$
Form. H	$\vec{H}$	$[\epsilon]$	$[\mu]$
Form. E	$\vec{E}$	$[\mu]$	$[\epsilon]$

donde  $k_o^2$ ,  $A_n$  y  $B_n$  son:

$$k_o^2 = \frac{\omega^2}{c_o^2}$$

$$A_n = \int_{\Omega} \left\{ (\nabla_t \times V_{zn} \hat{a}_z) \cdot [f_{tr}]^{-1} \cdot (\nabla_t \times V_{zn} \hat{a}_z) + \right. \\ \left. + (\hat{a}_z \times \hat{V}_m^p) \cdot [f_{tr}]^{-1} \cdot (\hat{a}_z \times \hat{V}_m^p) - \right. \\ \left. - 2 \cdot (\nabla_t \times V_{zn} \hat{a}_z) \cdot [f_{tr}]^{-1} \cdot (\hat{a}_z \times \hat{V}_m^p) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{f_{zzr}} \cdot (\nabla_t \times \hat{V}_m^p) \cdot (\nabla_t \times \hat{V}_m^p) \right\} d\Omega$$

$$B_n = \int_{\Omega} \left\{ \frac{1}{\beta^2} \cdot \hat{V}_m^p \cdot [g_{tr}] \cdot \hat{V}_m^p + g_{zzr} V_{zn} V_{zn} \right\} d\Omega$$

donde  $f_o$ ,  $g_o$ ,  $[f_{tr}]$  y  $[g_{tr}]$ , se corresponden con  $\epsilon_o$ ,  $\mu_o$ ,  $[\epsilon_{tr}]$  y  $[\mu_{tr}]$  de manera análoga a lo indicado en la Tabla I:

$$\epsilon = \epsilon_o \begin{bmatrix} \epsilon_{xxr} & \epsilon_{xyr} & 0 \\ \epsilon_{xyr} & \epsilon_{yyr} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zzr} \end{bmatrix} \quad \mu = \mu_o \begin{bmatrix} \mu_{xxr} & \mu_{xyr} & 0 \\ \mu_{xyr} & \mu_{yyr} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zzr} \end{bmatrix}$$

Notese que  $[\epsilon]$  y  $[\mu]$  se han supuesto, tanto en 2D como en 3D, simétricos.

Las discretizaciones del campo eléctrico o magnético de los funcionales anteriores (ecuaciones: 4 y 6), se hacen en base a los elementos tipo *curl-conforming* (triángulos en 2D y tetraedros en 3D) [2]. En el caso particular del análisis en onda completa de estructuras de guiado arbitrarias en 2D, se ha implementado un *postproceso* para la caracterización de líneas *multiconductoras*, (la impedancia característica de una línea de transmisión, parámetros primarios y secundarios) [6].

En el análisis en 2D, el software utiliza malla adaptativa, para realizar de un modo más eficiente los cálculos [5]. Entre las ventajas de utilizar este método, pueden encontrarse entre otras, que este algoritmo genera buenas mallas de cálculo, con

errores locales del mismo orden de magnitud, a partir de una malla inicial tosca; o que proporciona una tasa de convergencia independiente, del grado de regularidad de la solución. Otra ventaja muy importante, es que los resultados son producidos en base a un nivel de precisión previamente establecido.

### 3. DETALLES DE USO E IMPLEMENTACIÓN

Para clarificar los pasos seguidos, ilustraremos la explicación con un diagrama (Figura 1). En él se pueden observar los pasos seguidos en el análisis del primer modo de una cavidad *ridge*. El estudio de cavidades 3D incluye el cálculo de los autovalores y la visualización de la distribución de campo eléctrico o magnético, según haya elegido el usuario.

En primer lugar, nos encontraremos en la etapa de preproceso, ubicada en el entorno GID. En ella se creará, o bien se importará (DXF, IGES...), la geometría a analizar, la cual, será mejor comprendida, gracias a las posibles rotaciones que se pueden realizar en el interfaz gráfico, programado en *Open GL*. A la geometría se le dotará de condiciones de contorno y se le asignarán los materiales de los que estará compuesto (Figura 1, esquina inferior izquierda). Las condiciones de contorno dependerán de la elección del *problema tipo* a analizar. A continuación, se introducirán los datos generales propios a cada *problema tipo*. Por ejemplo, en el estudio de cavidades 3D tenemos, el tipo de formulación, el intervalo de búsqueda de autovalores... El interfaz donde se incluirán estos datos, está programado en TCL/TK, un lenguaje interpretado que funciona, sin necesidad de compilar, en muchas plataformas y que suele ser utilizado para realizar aplicaciones gráficas [7].

El preproceso proseguirá con la creación de la malla, que en estructuras de seis caras (3D) o de cuatro líneas (2D), puede ser estructurada (cuadrángulos y hexaedros) o, genéricamente desestructurada (triángulos y tetraedros).

Uno de los propósitos conseguidos, es que el usuario realice todas las tareas propias del análisis, en el entorno del *pre-postprocesador*. Para ello se ha realizado una personalización (*customization*)

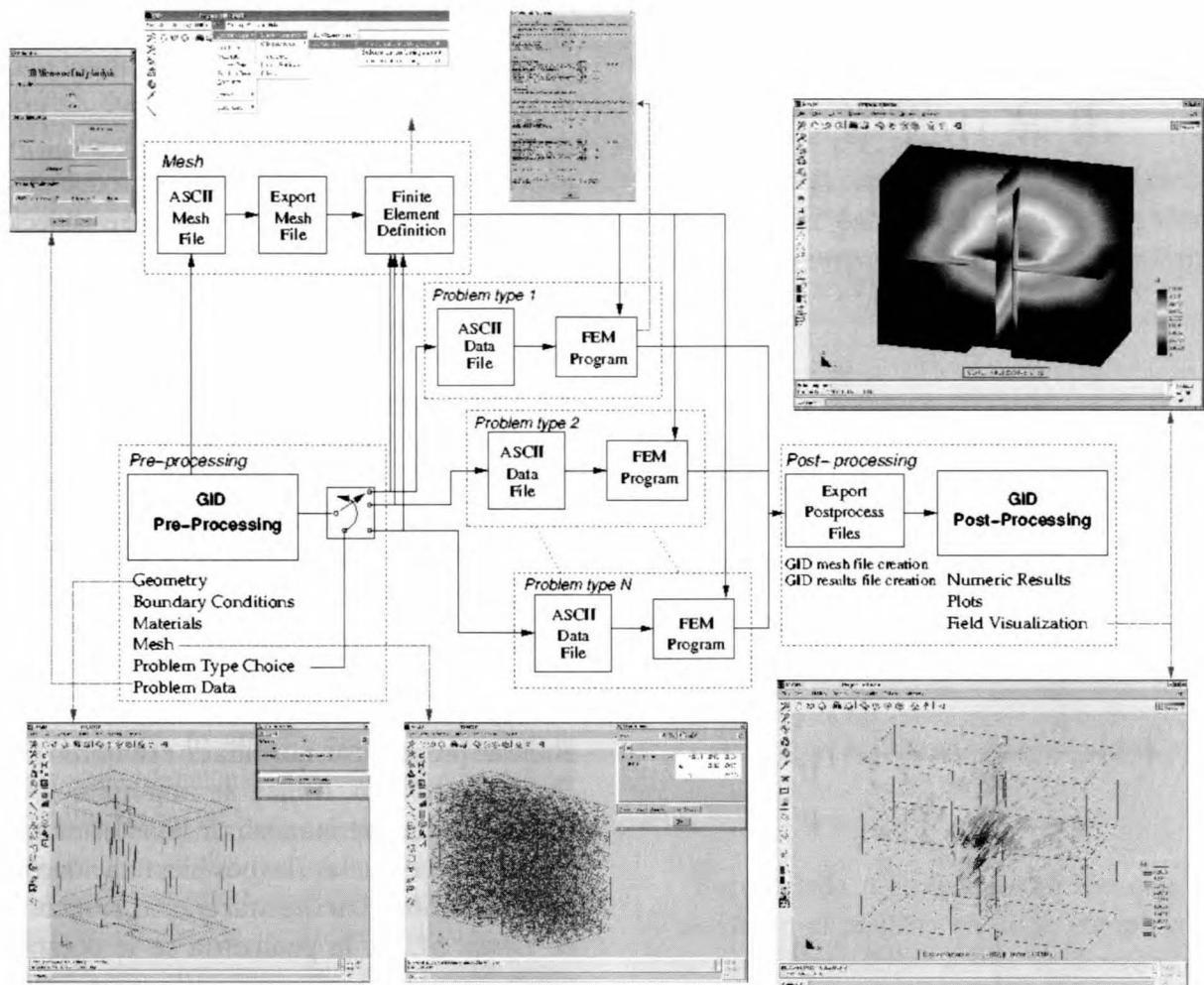


Figura 1. Diagrama del desarrollo software.

del interfaz de GID, de modo que el alumno perciba una integración total del módulo de cálculo con el *pre-postprocesador*.

Una parte de esta personalización (*customization*), como por ejemplo: las posibles condiciones de contorno, o la base de datos de materiales, se lleva a cabo con la ayuda de ficheros ASCII [4]. El resto, como la creación de la barra de herramientas, propia del *problema tipo*, o la creación de nuevos menús, está programado en TCL/TK [7]. El usuario también dispone, en todo momento, de una completa ayuda referente a los detalles de funcionamiento del *problema tipo*, integrada en GID y presentada en formato HTML (Figura 2).

Una vez finalizado el preproceso con la creación de la malla, tenemos que calcular la solución al problema. Para ello, se emplea un código basado en elementos finitos, e implementado en FORTRAN, que tiene como entrada dos ficheros. Por un lado, un fichero ASCII, conteniendo los datos generales

del problema y, por otro, un archivo binario, definido por MODULEF, que incluye la información geométrica de la malla [3].

Los dos ficheros de entrada al código de cálculo, se generan desde el *preprocesador*, cuando se pulse la opción *Calculate*. En este momento,

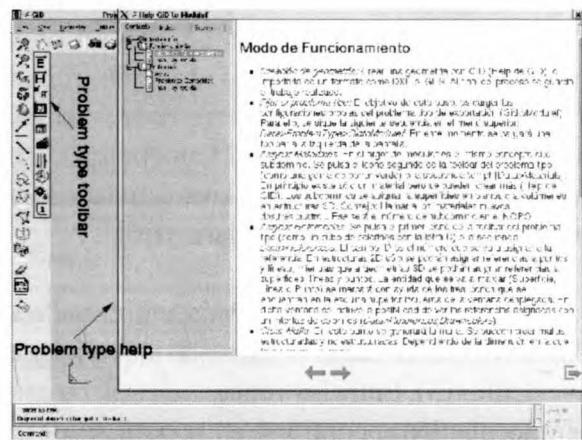


Figura 2. Detalle de la toolbar y de la ayuda de un problema tipo.

dos módulos son ejecutados por parte de GID. En primer lugar, se crean archivos ASCII, en base a códigos programados en un pseudo lenguaje propio de GID, que contienen los datos del preprocesado (información geométrica de la malla, tensores de los materiales...). En segundo lugar, se ejecutará una *shell script*, que irá llamando a sucesivas aplicaciones creadas por el programador del *problema tipo*. Entre estas aplicaciones se encuentran: un conversor *GIDtoMODULEF*, implementado en C (por la rapidez de manipulación con grandes volúmenes de datos); el código para resolver y un conversor *MODULEFtoGID*, tanto para los resultados como para la malla.

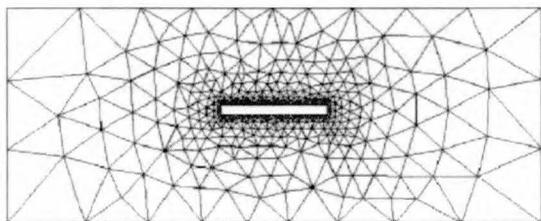


Figura 3. Mallado de la línea stripline.

En las aplicaciones electromagnéticas basadas en FEM, para conseguir una buena discretización de campos eléctricos o/y magnéticos, se hace necesaria la existencia de mallas compuestas por elementos *curl* o *div conforming*. Resaltaremos, que las características de la malla proporcionada por GID, son insuficientes para los cálculos, que potencialmente se podrían realizar, ya que sólo nos ofrece hasta elementos de *Lagrange* de segundo orden. Para salvar esta deficiencia, hemos recurrido

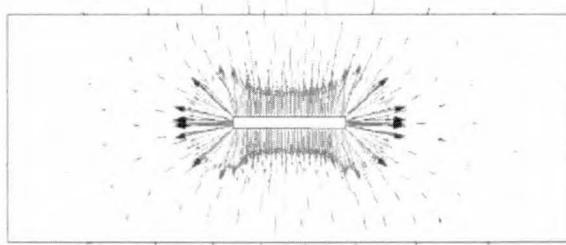


Figura 4. Distribución de módulo de campo por medio de vectores.

a aplicaciones sobre MODULEF, que facilitan la creación de mallas con elementos de ubicación de nodos arbitraria, a partir de mallas con nodos en los

vértices de cada elemento. Así mismo, con estas aplicaciones también dividimos cuadrángulos y cuadriláteros en triángulos y tetraedros, según sea en 2D o 3D, puesto que los códigos trabajan con estas geometrías de elementos. En referencia a esto último, es interesante reseñar, que la herramienta es capaz de crear malla regular. Es decir, la formada por cuadrángulos, en superficies formadas por cuatro líneas, o por hexaedros, en volúmenes formados por seis superficies.

De entre las múltiples posibilidades de la herramienta, y persiguiendo el objetivo de integración total en el interfaz del *pre-postprocesador*, se incluye la posibilidad de poder seguir el progreso del módulo de cálculo a través de una tubería (*pipe*).

Una vez ejecutado el código de elementos finitos correspondiente, resta ordenar los resultados en formato legible para GID. Como se ha dicho anteriormente, también se tuvo que implementar un conversor de malla *MODULEFtoGID*, ya que además de existir casos, en los que la malla inicial difiere de la final estructuralmente (de hexaedros a tetraedros, de cuadrángulos a triángulos o en malla adaptativa), existe una reenumeración de los elementos y nodos cuando el tipo de interpolación cambia.

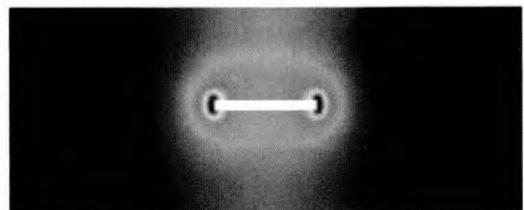


Figura 5. Distribución de módulo de campo por medio de Contour Fil.

Otra característica digna de mención, es el reducido tiempo empleado por cada *problema tipo*, tanto en convertir la malla a formato NOPO, como en el cálculo. Como muestra, baste indicar que en el ejemplo de la estructura *ridge*, descrito con 3000 elementos de malla y en un Pentium III 1.3 Celeron de 256M de RAM, el análisis dura alrededor de cuarenta segundos, para el cálculo de los cinco primeros modos.

#### 4. EJEMPLOS

Para ilustrar, de una forma gráfica, el tipo de resultados proporcionados por la herramienta que se presenta, se ha recurrido a dos ejemplos. Como primer ejemplo se ha elegido el análisis de una *stripline* (anchura de tira unidad, altura del sustrato 0.1, características del sustrato  $\epsilon_r = 3, \mu_r = 1$  y

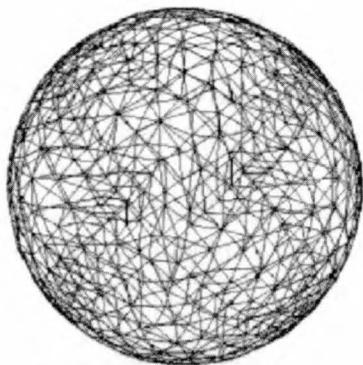


Figura 6. Mallado de una cavidad esférica. Contour Fill.1

y dimensiones normalizadas de la caja que lo aloja 5 por 2. El mallado se presenta en la Figura 3. A modo de ejemplo elegimos la resolución del primer modo TEM, el más intuitivo. Una vez en el post-proceso de GID, los resultados pueden ser plasmados, tanto en concentración de campo (*Contour Fill*) (Figura 5), como en distribución de módulo por medio de vectores (Figura 4). Resaltar, que el módulo de cálculo tiene la capacidad de calcular diferentes parámetros, primarios y secundarios, como las posibles variaciones de

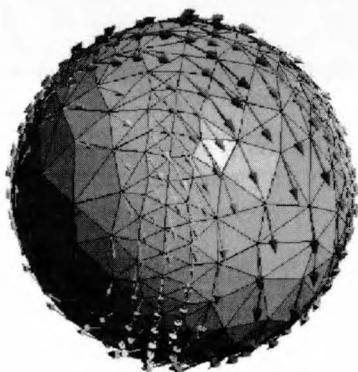


Figura 7. Distribución de módulo de campo por medio de vectores.

impedancia característica, en función de la frecuencia de líneas *microtiras*.

En el segundo ejemplo, se realiza el estudio de los modos de resonancia de una cavidad esférica vacía de radio unidad. El análisis se realiza sin considerar pérdidas, es decir, con condición de pared eléctrica perfecta en la superficie metálica que delimita la esfera. El mallado empleado en el análisis se muestra en la Figura 6. Se puede observar (Figuras 7 y 8), que los resultados proporcionados por el módulo de cálculo, son suficientes para la correcta asimilación de la distribución de campo magnético en este primer modo. El autovalor

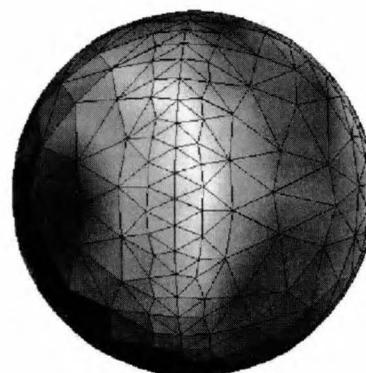


Figura 8. Distribución de módulo de campo por medio de Contour Fill.1

calculado en este ejemplo, es de 7.634382, con un error sobre el analítico de 1.3976 %.

#### 5. CONCLUSIONES

Se ha presentado una herramienta de fácil utilización, rápida, versátil y potente, para resolver varios problemas electromagnéticos, apoyándonos en un *pre-postprocesador* de carácter general. Se ha empleado el mismo estándar de datos, referentes a la información geométrica de la malla, para los diferentes tipos de problemas. Ello y una modularización de todas las tareas en lo posible, facilitará en gran medida, la creación de nuevos *kernels* que solucionen los posibles problemas electromagnéticos que vayan surgiendo. A fin de conseguir la mayor difusión posible, la herramienta está portada a *Windows* y *Linux*, además de estar disponible en varios idiomas (Inglés, Francés, Alemán, Japonés, Coreano y Castellano).

## AGRADECIMIENTOS

El autor quiere expresar su agradecimiento a:

*Prof. M. Salazar Palma* por la posibilidad de utilizar su código de mallado adaptativo en estructuras 2D.

*Ministerio de Ciencia y Tecnología* por financiar el proyecto al cual este trabajo pertenece (TIC 2001-1019).

## AGRADECIMIENTOS

- [1] D. Sánchez-Repila, L. E. García-Castillo, «A Software Tool based on the Finite Element Method for Electromagnetic Education», IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (AP-S), Columbus, Ohio, USA, Jun 2003.
- [2] M. Salazar-Palma, T. K. Sarkar, L. E. García-Castillo, T. Roy, y A. R. Djordjevic, *Iterative and Self-Adaptive Finite-Elements in Electromagnetic Modelings*, Artech House Publishers, Inc., Norwood, MA, 1998.
- [3] «*The MODULEF Library*», Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA), URL: <http://www-rocq.inria.fr/modulef/>.
- [4] «*GiD: The Personal Pre and Postprocessor*, ‘’, International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), URL: <http://gid.cimne.upc.es/>.
- [5] M. Salazar-Palma, L. E. García-Castillo, *Finite Element Software for Microwave Engineering*, capítulo 16, pp. 401-432, Wiley Series in Microwave and Optical Engineering. John Wiley & Sons, 1996.
- [6] M. C. Jiménez-González, L. E. García-Castillo, M. Salazar-Palma, «Computation of Characteristic Impedance and Losses of Multiconductor Anisotropic Transmission Lines Using the Finite Element Method», IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (AP-S), Salt Lake City, USA, Jul 2000.
- [7] John Ousterhout, Tcl and the Tk Toolkit, Addison-Wesley.

## AUTORES



*Diego Sánchez-Repila* nació en Salamanca, en 1980. Actualmente está realizando el proyecto sobre el trabajo presentado, que le permitirá obtener el título de Ingeniero de Telecomunicación. Desde enero del presente año, colabora en el Departamento de Teoría de la Señal de la Universidad de Alcalá (Madrid) merced a una beca concedida por el Ministerio de Educación y Cultura. Es autor de 3 artículos en conferencias internacionales colaborando desde 2002 en un proyecto financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología, enmarcado en el plan de investigación científica, desarrollo e innovación tecnológica.



*Luis E. García Castillo* nació en Madrid, en 1967. Obtuvo los títulos de Ingeniero de Telecomunicación y Doctor Ingeniero de Telecomunicación por la Universidad Politécnica de Madrid en 1992 y 1998, respectivamente. Su tesis recibió dos premios por parte del Colegio Oficial de Ingenieros de Telecomunicación y de la Universidad Politécnica de Madrid. De 1997 a 2000 fue Profesor Titular de Escuela Universitaria de la Universidad Politécnica de Madrid. En el 2000 ingresó en la Universidad de Alcalá (Madrid) como Profesor Titular de Universidad. Su actividad investigadora se centra en la aplicación de métodos numéricos y procesamiento de señal a problemas electromagnéticos. Es autor de 1 libro, 5 contribuciones de capítulos y artículos en libros, 10 artículos en revistas internacionales, y 51 artículos en conferencias internacionales. Actualmente, es investigador responsable de un proyecto del plan de investigación científica, desarrollo e innovación tecnológica financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología. También ha participado en 7 proyectos y contratos financiados por instituciones internacionales, europeas y nacionales y/o compañías.

